

di linee 369, e $\frac{a^3}{3D b^2}$ di linee 114: e però la differenza dell' altezza dell' acqua nella conserva, e dell' altezza del getto x farebbe maggiore di piedi 1 poll. 9 e lin. 3. Secondo le sperienze del Sig. Bossut nel getto verticale la differenza era solamente di 6 pollici, e di 2 linee: e inclinando un poco il getto non era la differenza che di pollici $4\frac{1}{2}$. Isteffamente posto $b = 8$, si troverà nella pri-

ma formola $x = 6800 \cdot \log. (1 + \frac{1584}{6800})$: onde prendendo i logaritmi dalle tavole ordinarie, e dividendoli per 0.4343 per la solita riduzione dei logaritmi iperbolici, si troverà $x = 1424$, e la differenza del getto farà di linee 160, cioè di un piede, e di un pollice, e un terzo, quando nelle sperienze del Bossut non risultava che di 4 pollici. Applicando le stesse formole a qualunque altro caso si troveranno sempre delle differenze consimili.

Poichè adunque lo sfregamento nei contorni del foro, l'adesione delle particelle d'acqua tra loro, la reazione delle particelle superiori, non possono contribuire se non a rendere ancora maggiori le differenze delle altezze dei getti; è manifesto che le formole precedenti non si possono applicare al caso, di cui trattiamo. Volendo da esse passare al caso dei corpi slanciati in un mezzo resistente non si avrebbero che dei risultati puramente ipotetici. Mancano i primi dati del problema, e tutta l'Algebra non ha metodi per determinare in che modo le particelle di un fluido immediatamente urtate da qualche solido incomincino a mettere in moto le altre particelle, che ne sono ancora lontane, e si dividano successivamente dai lati per lasciare, che il corpo si avanzi, e ne facciano ricorrere dalla parte opposta delle altre, e tutte insieme agiscano, e reagiscano. Onde essendo per l'altra parte più estranee queste ricerche al soggetto delle presenti Istituzioni, passeremo ora a quelle che vi appartengono direttamente.

DELL'

DELL' IDROMETRIA

DEI FIUMI, E DEI CANALI.

LIBRO QUINTO.

CAPO PRIMO.

Dei primi teoremi del Castelli, e del Galileo intorno alla velocità delle acque correnti.



L Galileo, e il Castelli furono i primi, che incominciarono a portar qualche regola nella misura delle acque correnti sino allora abbandonata alle incerte, e fallaci pratiche degl' Ingegneri. Sino a quei tempi le quantità dell' acqua si misuravano dalla semplice ampiezza delle bocche, senza combinare insieme colla larghezza, e coll' altezza delle sezioni ancora l' elemento delle velocità. Grandissimi erano gli errori, che in conseguenza si commettevano nel riparto delle acque, ed erano singolari i paradossi, che dappertutto si riscontravano nei fenomeni delle piene, delle confluente, e delle diramazioni dei Fiumi: come, per esempio, che la somma delle sezioni di tutti gl' influenti sia tanto maggiore della sezione del recipiente comune, in cui si uniscono, e che la sezione di un solo recipiente sia tanto minore della somma delle sezioni prese in tutt' i diversi rami, nei quali qualche volta si divide. I primi teoremi, che il Castelli ha esposti nel piccol libro sulla misura delle acque correnti, sono affatto elementari, e ne ricercano molti altri per poter essere applicati a qualche caso particolare. Ciò non ostante meritano sempre di essere ricordati i primi passi, che si sono fatti in ciascuna scienza, e prima di entrare nelle teorie più sublimi bisogna sempre premettere le verità più semplici, che vi hanno servito di base.

A a 2

Se

Se un Fiume resta per qualche tempo in quello stato, che chiamasi di permanenza, e in cui tutte le sezioni restano invariabilmente le stesse, senza che le acque s'alzino in qualche luogo, o si abbassino in un altro, come succede per molte ore, e per giorni interi ancora nelle maggiori piene; bisogna allora che per tutte le sezioni in egual tempo passi un' eguale quantità d'acqua. Altrimenti se le sezioni inferiori lasciassero passare più acqua di quella, che sopravviene in egual tempo dalle sezioni superiori, dovrebbe il Fiume abbassarsi inferiormente: e se per le sezioni inferiori passasse meno acqua di quella che sopravviene, il Fiume per lo contrario rigonfierebbe. La stessa cosa deve arrivare in più Fiumi, che si uniscano insieme, o in un Fiume solo che si divida in più rami: cioè ridotto il tutto allo stato di permanenza deve passare un' eguale quantità d'acqua per una sezione sola del Fiume unito, e nelle sezioni analoghe prese insieme nei Fiumi separati: e al contrario se passerà un' eguale quantità d'acqua per tutte le sezioni di un Fiume, o unito, o diviso in più rami, non si avrà in tutto quel tempo variazione alcuna nell' altezza delle sezioni.

◦ Premessa questa generale osservazione, ed essendo evidente che la quantità d'acqua si deve misurare dall' altezza, dalla larghezza, e dalla velocità, supposta uniforme in una sezione, foggiansi il Castelli che nello stato di permanenza dev' essere costante il prodotto delle suddette tre quantità, ossia che l'area di ciascuna sezione dev' essere in ragione inversa della velocità. Per conseguenza nel passare da una sezione più larga ad una più stretta qualunque Fiume si deve o accelerare, o scavare di fondo, o alzare di superficie, per compensare o in una maniera, o in un' altra, o in ambedue insieme il difetto della larghezza: e al contrario dilatandosi l'alveo deve scemare la velocità, e l'altezza. E così pure paragonando insieme due Fiumi, che avessero le sezioni rettangole, e la velocità uniforme in ciascun punto di ciascuna sezione, le quantità d'acqua scaricate in tempi eguali sarebbero come la velocità, l'al-

tezza,

tezza, e la larghezza delle sezioni: e le quantità d'acqua sarebbero eguali quando una di queste tre quantità fosse reciproca al prodotto delle altre due.

Neppure devono qui tralasciarsi alcune altre proposizioni del Castelli, che comprendono le altre leggi più generali dei Fiumi, che si uniscono, e si dividono. I. Se un Fiume entrerà in un altro, l'altezza del primo nel proprio alveo all' altezza, che avrà nell' alveo del secondo, farà in ragion composta della larghezza del secondo alla larghezza del primo, e della velocità acquistata nel secondo alla velocità, che aveva nel primo alveo. II. Se un Fiume scaricherà una quantità d'acqua in un tempo, e poi gli sopravverrà una piena, la quantità d'acqua, che si scaricherà in altrettanto tempo della piena, a quella, che si scaricava prima, mentre il Fiume era basso, farà in ragion composta della velocità della piena alla velocità della prima acqua, e dell' altezza della piena all' altezza dell' acqua medesima di prima. III. Se due piene eguali del medesimo Torrente entreranno in un Fiume in diversi tempi, le altezze fatte dal Torrente nel Fiume saranno in ragione reciproca delle velocità acquistate.

Questi sono i primi passi che ha fatto allora il Castelli nell' Idrometria. Ma vi voleva poco a comprendere, che restava ancora un gran cammino da farsi per più precisamente applicare queste proposizioni elementari ai casi ancora più semplici delle acque correnti. La velocità non è mai uniforme per tutta la sezione d'un canale qualunque, o d'un Fiume. Si dovevano adunque rettificare le proposizioni del Castelli limitando alla velocità media, e ragguagliata tutto ciò, ch'esso ha detto della velocità supposta uniforme in ciascun punto d'una sezione. Ma poi per trovare la velocità media bisognava prima conoscere la vera legge della velocità in ciascun punto: e questo era un problema superiore agli studj dei primi Idrometri. Il Castelli non lasciò di cercare in che modo o scorressero le acque nell' alveo di qualche Fiume, o uscissero dalle

aper-

aperture dei vasi per la semplice forza della pressione delle altre acque superiori: e ingannato da alcune grossolane esperienze, e da qualche ragionamento assai vago suppose, come abbiain detto, che la velocità di ciascuna particella fosse proporzionale alla semplice altezza delle altre particelle, che premono. Le più precise esperienze hanno poi fatto conoscere che le velocità nelle aperture dei vasi seguono assai prossimamente la ragione sudduplicata delle altezze, ed hanno suggerita l'analogia, che non dovesse essere differente il caso delle acque, che sotto qualche considerabile altezza scorrono sopra un fondo di poca inclinazione all'orizzonte.

Il Galileo seguì delle idee differenti nel suo discorso sopra il Fiume Bisenzio, e considerando in vece quei Fiumi, che hanno una pendenza grande di fondo, applicò a tutte le particelle d'acqua le stesse leggi de' corpi gravi, che cascano sopra un piano inclinato. Così la velocità delle acque correnti sarebbe in ragione sudduplicata dell'altezza della caduta, e posta eguale l'altezza di due piani di lunghezza differente sarebbe eguale la velocità. Sostenne adunque il Galileo, che, indipendentemente da tutte le resistenze, debba mantenersi sempre la stessa velocità in due canali di differente lunghezza, e tortuosità, quand'essi restino stabiliti tra i medesimi termini: e su questo fondamento disse di riguardare come insufficienti tutt' i vantaggi dell'accelerazione, che si promettevano alcuni nel raddrizzamento degli alvei dei Fiumi. E poichè trattavasi allora di rettificare diverse tortuosità del Fiume Bisenzio, e di portarlo a sboccare in Arno per una linea più breve, convenne il Galileo che si potessero levare gli angoli, e le risvolte maggiori, come poi fu fatto eseguire dal Viviani, e nel resto limitossi a proporre di allargar l'alveo, sgombrare il fondo, e rinforzare l'arginatura. Dopo di ciò passando a considerare le resistenze, che nascono dalla varia direzione del moto nelle risvolte, e nei gomiti dei Fiumi, accennò bastantemente l'altro teorema fondamentale, e utilissimo, che la variazione di tutte le direzioni non porta alcuna dimi-

diminuzione sensibile della velocità quando, levati gli angoli rettilinei, il moto prosegue sempre in una qualunque curva regolare, e continua.

Ma per applicare generalmente alle acque correnti la teoria de' piani inclinati si presentano subito molte difficoltà: come che la velocità in qualunque luogo è di gran lunga minor di quella, che corrisponde all'altezza dei luoghi, dai quali i Fiumi, e i Torrenti incominciano a scorrere. E per assicurarsi di ciò basta osservare i Fiumi, che incominciano a scorrere nelle pianure, e dare un'occhiata alle altezze dei piani, sui quali scendono dalle montagne. Di più paragonando insieme diversi Fiumi si troverà molte volte una minore velocità in quelli, che scendono da un'altezza maggiore. Così il Sig. Adami nella Dissertazione, che l'anno 1752 ottenne il premio di Berlino, rilevò che la velocità è in circa maggiore del doppio nella Senna, che nella Loire, quantunque le montagne, che danno la sorgente alla Loire, siano in circa tre volte più alte di quelle, da cui incomincia a scorrere la Senna. Finalmente sciolti ancora che fossero questi dubbj, siccome non può negarsi, che nei tronchi inferiori dei Fiumi, dove è maggiore l'altezza del corpo d'acqua, e minore l'inclinazione del fondo, la velocità almeno in parte non debba alla pressione, resterebbe da ricercarsi come si possano legare insieme questi due differenti principj del moto, la caduta, e la pressione, come dall'uno si passi all'altro, e quali siano le leggi precise, e generali e dell'uno e dell'altro.

CAPO SECONDO.

Della velocità delle acque correnti, che dipende dalla pressione, e de' varj strumenti proposti per misurarla.

IL Guglielmini nel Lib. II. sulla misura delle acque correnti espone i rapporti più generali delle velocità de' Fiumi, che dipen-

pendono dalla caduta, e poi nel Lib. III. passò a tutt' i rapporti delle velocità originate dalla pressione. S'immaginò che tutto l'alveo di qualche Fiume fosse segato da un piano verticale, in cui successivamente si aprissero diversi fori. L'acqua uscirebbe da ciascun foro con tutta la velocità, che potrebbe acquistare cadendo da tutta l'altezza della sezione: e ciò, per tutte le ragioni, e per tutte le sperienze addotte nel libro antecedente, è così certo come può essere qualunque altra verità fisica. Suppose adunque il Guglielmini, che la velocità dovesse sempre rimanere la stessa comunque i fori, o si moltiplicassero, o si allargassero, e ne inferì che quando essi si moltiplicassero a segno da eguagliare tutta l'area della sezione, e così l'acqua avesse un libero corso, la velocità in ciascun punto corrisponderebbe come prima all'altezza dell'acqua superiore. E questo ragionamento diverrebbe ancora più concludente colla seguente considerazione. Si prenda una sezione qualunque *AHIK*, fig. 78., e sia *HI* parallela alla superficie del Fiume *AK*. Qualunque sia la legge della pressione, e il rapporto tra la velocità, e l'altezza, essendo eguale l'altezza in tutt' i punti della retta *HI* dev' essere in tutti eguale la velocità: ed essendo eguale la velocità non può il moto di un punto per tutta la *HI* turbare il moto dell' altro: e movendosi ciascun punto come se fosse solo, si moverà colla stessa velocità, con cui uscirebbe da un vaso sotto la stessa altezza *AH*, e che si acquisterebbe cadendo liberamente da *A* in *H*.

E qui ancora per arrivare allo stesso grado di certezza fisica, con cui già si è provato che questa è la legge delle prime goccioline, che sortono dalle aperture dei vasi, e delle altre che vengono in seguito, basterebbe supporre che la pressione sotto un' eguale altezza agisca sempre egualmente, e nelle aperture dei vasi, e in qualunque punto delle sezioni d'un Fiume, e poi cercare se questa ipotesi in tutt' i suoi risultati sia egualmente conforme alle sperienze. Ora abbiamo nei Fiumi anche più grandi, e nei canali liberi delle

sperienze bastantemente esatte, ed analoghe a quelle, che si sono fatte nei vasi, e nelle conserve. Coll' occasione della celebre visita del 1721. i Matematici Bolognesi fecero calare nel Pò un vaso di latta, in una sponda del quale era un foro, che, aperto a qualunque altezza, riceveva l'acqua per un dato tempo, e poi tornavasi a chiudere. Il vaso era fissato ad un' asta di ferro da piantarsi in qualunque fondo, e, lasciando l'ingresso all' acqua da una parte, poteva dall' altra dar esito all' aria per mezzo di un tubo, che passava al disopra del Fiume. Tali esperimenti ripetuti diverse volte, a diverse altezze, non solamente nel Pò grande, ma ancora nella fossa della Poiesella, ch'è un canale di molto minore velocità, diedero sempre le quantità d'acqua proporzionali alle radici delle altezze. Il Grandi al fine del Lib. I. sul movimento delle acque rilevò in questi esperimenti una specie d'incongruenza, che aperto il foro a fior d'acqua non ve n'entrava neppure una goccia, come se la superficie dell' acqua fosse puramente trasportata dagli strati inferiori, e nel caso di arrestarsi l'acqua contro le pareti del vaso, e di dividerli dalle due parti, si divideva pure lo strato superiore, senza poter imboccare l'apertura del vaso. Ma questa non è che una semplice conseguenza dell' adesione delle particelle d'acqua tra loro, ed è una prova che la superficie dell' acqua, non risentendo pressione alcuna, non aveva veramente altro moto se non quello, che derivava dall' essere in qualche modo attaccata agli altri strati inferiori.

Dopo le sperienze de' Bolognesi, io addurrei quelle, che ha fatto il Zendrini col quadrante, e col pendolo. Mentre quantunque nelle maggiori deviazioni, nel qual caso l'uso del quadrante è più incerto, risultassero varie, e differenti leggi della velocità, nelle minori deviazioni però le velocità risultavano proporzionali alle radici delle altezze dell' acqua. Il quadrante si adatta a questo genere di sperienze sospendendovi dal centro due fili, l'uno più corto *CA*, fig. 83., che sostenga nell' aria il piombino *P*, l'altro più lungo *CH*,
B b
che

che ne sostenga nell' acqua un altro di una gravità specifica un poco maggiore della gravità dell' acqua. E' facile da intendersi che le tangenti delle deviazioni del secondo peso dal primo non sono in ragione semplice, come pensò il Guglielmini, ma in ragione duplicata delle velocità, come ha poi detto l'Ermanno nella Prop. XLI. della Foronomia. Mentre se la forza assoluta del peso *H* si esprimerà colla verticale *HK*, tirando l'orizzontale *HI*, e prolungando il filo *CH* in *L* fino a compire il parallelogrammo, farà *HI* tutta la forza che dovrà sostenerfi dalla corrente, e la tangente

$\frac{AH}{CA}$ dell' angolo di deviazione *PCH* farà eguale ad $\frac{HI}{HK}$. Ora la

forza dell' acqua è come la velocità, e insieme come il numero delle particelle, che in un dato tempo vanno ad urtare contro il peso *H*: il qual numero essendo proporzionale alla velocità, farà il quadrato della velocità istessa proporzionale alla forza dell' acqua, e però ancora alla tangente dell' angolo di deviazione.

Se dalla deviazione d'un globo si volesse ricavare non solamente la proporzione, ma ancora la quantità assoluta della velocità; si chiami *t* la tangente dell' angolo *PCH*, il raggio del globo *r*, il peso assoluto *q*, il peso residuo nell' acqua *p*, ed *x* l'altezza corrispondente alla velocità, con cui l'acqua arriva a tenerlo nel luogo *H*. Supponendo che l'azione dell' acqua nel globo sia la metà di quella del cilindro circoscritto, come si è detto nel Cap. VII. del Lib. IV., e che l'azione esercitata contro il cilindro si eguagli

al peso di un cilindro d'acqua dell' altezza *x*: farebbe $\frac{3}{4} \cdot q - p$.

$\frac{x}{2r} = qt$, e però $x = \frac{8qr t}{3 \cdot q - p}$. Ciò posto farebbe ancora $\frac{16qr t}{3 \cdot q - p}$

lo spazio percorso da ciascuna particella d'acqua colla velocità, e nel tempo, in cui potrebbe cadere dall' altezza *x*: ed essendo i tempi delle cadute in ragione sudduplicata delle altezze, quando si chiami *s* l'altezza,

da

Si suppone che la forza di gravità sia la stessa in ogni parte del fluido. E' facile da intendersi che le tangenti delle deviazioni del secondo peso dal primo non sono in ragione semplice, come pensò il Guglielmini, ma in ragione duplicata delle velocità, come ha poi detto l'Ermanno nella Prop. XLI. della Foronomia.

Quando la forza di gravità è la stessa in ogni parte del fluido, la forza di gravità che urta nel cilindro è la metà di quella del cilindro circoscritto.

$\frac{3}{4} \cdot q - p$

$\frac{x}{2r} = qt$

$x = \frac{8qr t}{3 \cdot q - p}$

$\frac{16qr t}{3 \cdot q - p}$

da cui un corpo cade liberamente in un minuto secondo di tempo, farebbe lo spazio percorso dall' acqua in un secondo $4 \sqrt{\frac{2qrst}{3 \cdot q - p}}$.

Il Sig. Kaestner nella sua Idrodinamica riferì un esperimento dell' Elvio, in cui la velocità superficiale dell' acqua misurata con questa formola si accordava prof'amente col moto dei galleggianti: e il Sig. Scherffer nel Cap. III. della Par. II. della Meccanica ritrovò un divario maggiore applicando la stessa formola agli altri esperimenti fatti dal Sig. Michelotti col tubo recurvo del Pitot.

Ma in primo luogo nelle due supposizioni del calcolo precedente ricorrerebbero le difficoltà generali, già bastantemente indicate nel Cap. VII. del Lib. IV., e l'incertezza di tutti gli elementi della resistenza, e della forza assoluta dei fluidi, che si muovono. E quando ancora si volesse limitare la formola al semplice rapporto delle forze, e delle velocità, nell' attuale esperimento s'incontrerebbero delle altre difficoltà, principalmente per i continui tremori del filo, e per le scosse irregolari del peso annesso, che, non potendo restare immobilmente sommerso ad una data profondità, non lascierebbe ben misurare l'angolo di deviazione. Le difficoltà si farebbero sempre maggiori crescendo la velocità, e l'impeto dell' acqua: e in oltre allora succederebbe, che il filo scostandosi sensibilmente dalla linea retta renderebbe più incerta la stima dello stesso angolo. Tutt' i ripieghi immaginati da alcuni Autori Italiani per correggere in qualche maniera tutti questi inconvenienti, siccome portano un meccanismo più complicato, così ne rendono più difficile l'uso in mezzo ad un Fiume, e nelle maggiori profondità. Basterà adunque di avere accennato, che essendo sempre più piccoli gli errori dello strumento nelle minori velocità, appunto dai due gradi di deviazione andando fino ai 24, e prendendo le differenze di 1, di 2, e di 3 gradi, in un pendolo sospeso da un filo di sei piedi, nel Pò grande, le radici delle tan-

genti, e però ancora le velocità si sono trovate proporzionali alle radici delle altezze, prese non dalla superficie, ma dal punto di quiete, che noi distingueremo a suo luogo col nome di altezze equivalenti. Cercò in oltre Zandrini i più precisi rapporti, che si avevano tra le velocità, e le altezze in tutti gli altri casi, nei quali sommerso il pendolo ad una maggiore profondità, l'angolo di deviazione era da i 70, e i 40, e tra i 40, e i 27 gradi. Non occorre qui riferirli, giacchè per l'incertezza dell'istrumento non può su di essi fondarsi nessuna conseguenza, come anche attesta il Grandi, ch'erasi già rilevato sul luogo delle istesse sperienze nella istessa visita del 1721.

Pare ancora più incerto l'uso del tubo recurvo, proposto dal Pitot negli Atti dell'Accademia di Parigi del 1731. Il tubo è composto di due cilindri di vetro, comunicanti insieme ad angolo retto, uno dei quali deve opporsi orizzontalmente al corso dell'acqua, e lasciarla entrare, e salire nell'altro tubo verticale. Il Sig. Michelotti migliorò l'istrumento con sostituire ai tubi di vetro due altri di latta, da unirsi insieme a vite, e con assicurare per mezzo di varj anelli il cilindro verticale ad un'asta di ferro, che si poteva tener ferma sul fondo di qualunque canale. L'asta era divisa in once, e punti, che davano la profondità dell'immersione: e l'altezza dell'acqua nel tubo verticale doveva riconoscersi con un galleggiante, a cui nella parte superiore del tubo si appoggiava una verga diritta, e sottile, pure divisa in once, e in punti. Ma in primo luogo non pare che questo genere di sperienze con qualunque correzione dell'istrumento si possa giammai portare ad una sufficiente esattezza, massime nelle più grandi profondità, dove le scosse della corrente contro un piccolo tubo devono essere più irregolari, e sensibili. In oltre se si trattasse di misurare la velocità superficiale di un Fiume, che abbia il fondo inclinato sensibilmente all'orizzonte, vedremo a suo luogo quanto sia più sicuro, e preciso il metodo de' semplici galleggianti. Nel caso, di cui ora trattiamo degli

degli alvei orizzontali non fa bisogno di alcuna sperienza per sapere che l'acqua in tutt'i tubi sommersi a qualunque profondità deve salire fino al livello della superficie: e salendovi essa per tutti gli urti consecutivi del resto dell'acqua, che si mantiene ad un livello superiore, la semplice altezza della salita non può servire per la misura immediata della velocità, come nei getti liberi.

Adunque tra tutte le sperienze, che abbiamo intorno alle velocità delle acque correnti, quelle che sono state fatte dai Matematici Bolognesi col vaso idrometrico nelle correnti più o meno rapide, e da Bernardino Zandrini col quadrante, e col pendolo nei luoghi di un corso non tanto grande, sembrano le più idonee per determinare il rapporto delle velocità: e quelle danno concordemente il rapporto medesimo delle radici delle altezze dell'acqua superiore. A ciò bisogna anche aggiugnere la semplicità dell'ipotesi che la pressione dell'acqua si eserciti sempre egualmente, e nel principio, e nel proseguimento del moto: l'analogia delle acque, che corrono negli alvei orizzontali dei Fiumi, e di quelle che sboccano dai fori aperti nei vasi: tutte le sperienze, che si sono fatte nei fori e maggiori, e minori fino alla profondità di dodici, e più piedi d'acqua, ch'è la profondità ordinaria di molti Fiumi. Con ciò si avrà quel grado di certezza, che basta per fissare per base dei calcoli delle quantità d'acqua, che la velocità originata dalla pressione è quella istessa, che si acquisterebbe cadendo dall'altezza dell'acqua, che preme. Troveremo un altro riscontro di questa verità nel calcolo della quantità d'acqua somministrata in un dato tempo da una bocca di una data misura. Adesso bisogna vedere come posto questo principio tutt'i problemi delle acque, che corrono per la semplice pressione sui fondi orizzontali, si possano brevemente costruire colla parabola.

Sia AH l'altezza dell'acqua, *fig. 78.*, e col vertice A intorno all'asse AH si descriva la parabola AEI . La velocità in qualunque punto C , dovendo essere come la radice di AC , farà come

la

la semiordinata CE : e prendendo la differenza Cc tanto piccola, che la velocità in C , e in c si possa prendere per eguale; il rettangolo di Cc in CE , ossia l'elemento della parabola CEc esprimerà la quantità dell'acqua, che in un dato tempo uscirà sotto l'altezza Cc : e prendendo tutte le somme, la quantità d'acqua sotto l'altezza AC si esprimerà per l'area ACE , e sotto l'altezza AH per l'area AHI . E così pure le quantità d'acqua somministrate in equal tempo sotto diverse altezze in qualunque altra perpendicolare del Fiume si esprimeranno colle aree di altrettante parabole descritte collo stesso parametro intorno a ciascuna perpendicolare. E poichè l'area della parabola si eguaglia a due terzi del rettangolo della semiordinata nell'ascissa, farà la quantità d'acqua

sotto l'altezza AC come $\frac{2}{3} AC \cdot CE$, e sotto l'altezza AH come

$\frac{2}{3} AH \cdot HI$: ed essendo $CE:HI = \sqrt{AC}:\sqrt{AH}$, faranno le

quantità d'acqua somministrate in equal tempo sotto le altezze dif-

ferenti AC, AH come $AC \cdot CE:AH \cdot HI$, o come $AC \cdot \sqrt{AC}:\sqrt{AH} \cdot AH$, e però i quadrati delle quantità d'acqua

faranno come i cubi delle altezze corrispondenti AC^3, AH^3 .

Dividendo la quantità d'acqua $\frac{2}{3} AH \cdot HI$ per tutta l'altezza

AH , si avrà la velocità media $\frac{2}{3} HI$: quella cioè, che se fosse

comune per tutta la stessa altezza somministrerebbe in equal tempo

una quantità d'acqua eguale a quella, che realmente si somministra

scorrendo alcune particelle con minore, ed altre con maggiore ve-

locità. Adunque la velocità media sarà eguale a due terzi della ve-

locità massima HI , che si ha nel fondo H della perpendicolare AH :

E poichè nella parabola AEI è sempre $AC:AH = CE^2:HI^2$,

posto che C sia il luogo della velocità media, e posto che sia la

$CE:HI = 2:3$, farà $AC:AH = 4:9$, cioè il punto della ve-

locità

x Nota mendo in ...
 di CE e HI ...
 come AC:AH
 Q: q = AC:AH = ...
 Q: q = AC:AH = ...
 AC:AH = ...
 questa aggiunta è per ...
 la velocità media
 * $\frac{2}{3} HI \cdot \frac{AH}{AH} = \frac{2}{3} HI \cdot 1 = \frac{2}{3} HI$
 e mendo HI esplicita ...
 sulla perpendicolare ...
 tutta l'altezza AH

locità media, e raggiugata resterà sotto la superficie per $\frac{4}{9}$ di tutta l'altezza. Il Guglielmini si è maggiormente diffuso intorno a queste analogie, e intorno agli altri problemi analoghi nel Lib. III. sulla misura delle acque correnti. Ma poi non riuscì egualmente quel celebre Autore nel passare dalle semplici proporzioni alle quantità assolute delle acque, e terminò il sesto Libro con una tavola poco esatta degli spazj corrispondenti alla velocità, e all'altezza dei Fiumi, che corrono per la pessione delle parti superiori sulle inferiori. Accenneremo qui gli elementi necessarij per rettificarla, e correggerla.

Un corpo in un minuto secondo cade dall'altezza di piedi 15, d'un pollice, e di 2 linee di Parigi, che fanno circa piedi 15 $\frac{1}{10}$.

Lo stesso corpo, colla velocità acquistata nel fine della caduta, potrebbe percorrere equabilmente in un altro minuto secondo uno spazio doppio, cioè piedi 30.2. Nel moto equabile poi le velocità sono come gli spazj percorsi in equal tempo: e nelle cadute libere sono le velocità come le radici degli spazj. Ciò posto supponiamo che CE esprima lo spazio assoluto, che si potrebbe percorrere in un minuto secondo con tutta la velocità acquistata sotto l'altezza CA . Sarà $30.2:CE = \sqrt{15.1}:\sqrt{CA}$, donde si caverà $CE^2 =$

$60 \frac{2}{5} \cdot CA$. Sarà dunque il parametro della parabola di $60 \frac{2}{5}$ piedi

di Parigi, che eccedono di una piccolissima frazione 33 braccia di

Milano, e sono in circa 53 piedi di Bologna. Se con tale parametro s'intenderà descritta la parabola AEI , le semiordinate CE, HI esprimeranno non solamente la proporzione, ma ancora le ve-

locità assolute corrispondenti alle altezze delle pessioni AC, AH . La quantità assoluta dell'acqua, che uscirà in un minuto secondo

sotto l'altezza AC si esprimerà coll'area ACE , cioè $\frac{2}{3} AC \cdot CE$,

il cui valore si trova al Braccio di Milano = 611. $\frac{1}{10}$ piedi di Parigi a quel di Bologna = 1144: 160

x supposto nel ...
 media CE esprimerà ...
 lo spazio a ...
 supponendo che ...
 il moto equabile ...
 colla velocità media ...
 in equal tempo percorrerà ...
 sotto un equal spazio ...
 che corre con la velocità ...
 accelerata per la caduta AH.
 spazio nel tempo equabile ...
 percorsi in ragione di quadrati ...
 di altezze ...
 due analogie ...
 CC

il 30.2 ...
 di Parigi ...
 di Milano ...
 di Bologna ...
 CA = ...
 CE = ...
 CE^2 = ...
 CA = ...

il 30.2 ...
 di Parigi ...
 di Bologna ...
 CA = ...
 CE = ...
 CE^2 = ...
 CA = ...
 x = ...
 x = ...

v menna $CE = 60 \frac{2}{5} AC$
 $CE = \sqrt{60 \frac{2}{5} AC}$

offia $\frac{2}{3} AC \cdot V(60 \frac{2}{5} AC)$: del che tratteremo in seguito più lungamente. Che se poi si cercasse lo spazio CE percorso in un minuto secondo colla velocità corrispondente all' altezza CA , bisognerebbe prendere le radici di $60 \frac{2}{5} AC$, o di $53 AC$, secondo che la misura si volesse in piedi, o di Parigi, o di Bologna. Per esempio posta l' altezza CA d' un piede di Bologna, farebbe lo spazio percorso in un minuto secondo di piedi 7.28 , e in un minuto primo di 476.8 , ch' è più del doppio di quello, che aveva calcolato il Guglielmini.

v menna $\sqrt{53} = 7.28$
 non conta di AC menna: quando il tempo = 1 non conta in piedi: il canale 7.28 spaziero per 60 per avere in un minuto primo $= 436.80$

CAPO TERZO.

Delle resistenze delle acque correnti, e della degradazione della velocità del fondo alla superficie.

IL Mariotte nel Discorso secondo della seconda Parte del suo Trattato sopra il movimento delle acque, ci lasciò in due celebri sperienze l'esempio di un canale di 3 piedi di profondità, irregolare nel fondo, e sparso d'erbe, e di altri ostacoli al moto libero, nel qual canale la velocità risultava minore nel fondo istesso, che verso la superficie. La prima sperienza si è che attaccate due palle di cera con un filo della lunghezza d'un piede, in una delle quali erano poste delle pietruzze, per rendere la sua gravità specifica un poco maggiore di quella dell' acqua, per modo che sommerse le due palle, la più pesante, ch' era attaccata inferiormente, tendeva il filo, e teneva la più leggiera quasi a fior d' acqua; la stessa palla inferiore restava indietro, principalmente nei luoghi dov' erano delle erbe sul fondo: ma poi nei luoghi dove l' acqua incontrando qualche ostacolo s' alzava un poco, e in seguito prendeva un corso più rapido, come sotto ai ponti, la palla inferiore andava avanti alla superiore. La seconda sperienza si è che

gettando nello stesso canale una quantità di grosse scheggie di legno, delle quali alcune andavano a fondo più presto delle altre, osservò il Mariotte che le scheggie restavano sempre più indietro a proporzione che si accostavano al fondo, e trovò pure l'ordine istesso nelle erbe portate insieme coll' acqua.

Queste sperienze furono il soggetto d' un premio proposto a Mantova nel 1772. L'Autore della Dissertazione premiata sostenne che da ambedue non si poteva fondatamente raccogliere una velocità maggiore nella superficie del canale, che al fondo: non dalla prima perchè la palla inferiore, essendo assai più pesante della superiore, non poteva seguitare egualmente il corso dell' acqua: non dalla seconda perchè le scheggie, l'erbe, e le foglie sommerse più profondamente dovevano pure essere più pesanti di quelle, che restavano a galla. Ma in primo luogo, essendo la gravità specifica della cera a quella dell' acqua prossimamente come 15:16, vi voleva assai poco per rendere la palla inferiore più pesante dell' acqua, quanto bastava per tenere la palla superiore sommersa anch' essa a fior d' acqua, e non esposta all' azione dell' aria, come ha notato espressamente il Mariotte. In secondo luogo il maggior peso specifico non poteva far altro se non che la palla inferiore ricevendo in un dato tempo minore velocità restasse da principio più indietro. Ma dovendosi poscia accelerare infino a tanto, che non giugnesse ad eguagliare la velocità istessa dell' acqua posta all' intorno, non poteva essa continuare a tenersi più indietro della palla superiore, se non perchè fosse veramente sommersa in un luogo di minore velocità. E in fatti sotto i ponti, e in altri luoghi di corso maggiore, non ostante la differenza delle gravità specifiche, la palla superiore era quella che restava più indietro. Le scheggie tagliate dallo stesso legno non potevano andare più presto a fondo se non per la diversa maniera, con cui si lasciavano cadere nell' acqua: e nell' erbe portate via, e natanti nell' acqua stessa a diverse profondità non poteva similmente darsi una differenza sensibile di peso:

C c onde

onde se quelle, che galleggiavano al disopra, precedevano sempre quelle, che inferiormente venivano investite per ogni parte dall' impeto della corrente, la velocità necessariamente doveva essere maggiore alla superficie.

Reggono adunque le sperienze del Mariotte, e provano veramente che nel caso particolare di quel canale le resistenze del fondo si riferivano fino alla distanza di due, e più piedi. Il Pitot negli Atti dell' Accademia di Parigi del 1732 rilevò la stessa degradazione di velocità dalla superficie al fondo della Senna: Fiume che ha pochissima pendenza, ch'è sparso d'erbe, e di ridossi, e che in tempo d'Estate non ha più di tre o quattro piedi di profondità d'acqua. Ma io non vorrei poi che dai casi particolari delle sperienze accennate si ricavasse la conseguenza, che ordinariamente ne' nostri Fiumi la velocità non cresca gradatamente andando dalla superficie fino al fondo. Tutte le sperienze fatte nel Pò colla fiasca d'Idrometrica de' Bolognesi vi davano questo graduato accrescimento: e tra tutte quelle che Zandrini vi ha fatto col quadrante a pendolo due sole portavano qualche eccezione. La prima era fatta nel Pò d'Ariano alla Mesola nella profondità di piedi $6\frac{2}{3}$: e la

seconda vicino alla chiavica di Raccano nella profondità di piedi $4\frac{1}{2}$.

Nella prima sperienza la deviazione del pendolo cresceva gradatamente dalla superficie fino a tre piedi di profondità, e poi scemava nel piede susseguente, e tornava di nuovo a crescere fino al fondo: e però l'esperienza non potevasi combinare colle altre se non immaginando nell'acqua qualche movimento irregolare, che cagionasse l'irregolarità del fenomeno. L'altra sperienza dava un regolare accrescimento della deviazione del filo fino alla distanza di circa un mezzo piede dal fondo: e però si poteva combinare colle altre supponendo che quel mezzo piede fosse posto tra qualche ridosso, o avesse qualch'altro impedimento.

A que-

A queste più antiche sperienze bisogna aggiungere le più recenti de' Signori Lecchi, Lorgna, e Michelotti. Il primo di essi sul fine dell'Idrostatica, di cui abbiamo parlato nel Cap. III. del Lib. IV., espone varie sperienze fatte in nove perpendicolari del Fiume Chiese, e della diramazione di quel Naviglio; e in sei perpendicolari ritrovò un regolare accrescimento della velocità andando dai luoghi più alti ai più profondi, e nelle tre altre non ritrovò la velocità diminuita se non nelle maggiori vicinanze del fondo. Il secondo fece dieci sperienze nei canali del Veronese, e cinque di esse davano un accrescimento graduato della velocità, e le altre cinque non davano qualche diminuzione che alla distanza di pochi pollici dal fondo. Il terzo nella Par. II. del Lib. II. ci ha riferito tre sperienze fatte col tubo del Pitot, e sette altre fatte col quadrante, una sola delle quali portava una diminuzione sensibile di velocità in vicinanza del fondo. Le sperienze aggiunte nel Cap. IV. della Par. II. del Tom. II. sono pure di due forti. Quelle, che furono fatte col tubo recurvo corretto, e rettificato, non danno che dei piccoli divarj di velocità, tanto irregolari da far più tosto sospettare dell'esattezza dello stromento nelle poco diverse profondità dove veniva sommerso. Le altre, che furono fatte col quadrante, in un caso solo danno la velocità diminuita in vicinanza del fondo.

Dalle sperienze passando alle ragioni Fisiche, e incominciando a prescindere da tutte le resistenze, è manifesto che nei Fiumi, che corrono per la caduta, la velocità potrà essere maggiore o nel fondo, o nella superficie, secondo che farà maggiore la caduta o del fondo, o della superficie, e che nei Fiumi che corrono per la pessione la velocità anderà regolarmente crescendo dalla superficie fino al fondo. Tutti questi tre casi possono aver luogo nel corso intero d'un Fiume. Nei tronchi superiori dove i Fiumi gradatamente s'ingrossano, e le sezioni diventano sempre più alte, la caduta ordinariamente è minore alla superficie che al fondo. Negli ultimi tronchi dei Fiumi, che vanno a spianarsi sulla superficie del mare,

C c 2

come

come in tutte le acque che cadono da una data altezza sopra di un piano dato, la velocità, e la caduta è sempre maggiore alla superficie. Nei tronchi intermedj dei Fiumi dove la caduta del fondo, e della superficie è assai piccola, e dove tutto il moto si genera dalla pressione di tutti gli strati superiori, la velocità deve crescere necessariamente colla profondità, e col numero degli strati, che premono. Resta a vedere quale contrasto vi possano presentare ordinariamente le resistenze del fondo.

Il Grandi nello scolio della Propos. XXXIV. del Lib. II. sul movimento delle acque credette che si dovesse far poco caso delle resistenze originate dalla pura asprezza, e disuguaglianza del fondo, e delle ripe, e che solamente si dovessero considerare quelle altre che nascono dalle canne, virgulti, ed erbe del fondo, e dai maggiori risvolti delle ripe. S'immaginò ancora che prescindendo da questa seconda classe di resistenze, e tirando la retta *BR*, fig. 86., sulle più alte prominente *FR*, o alquanto superiormente per assicurarsi, che l'acqua superiore a *BR* non risenta punto l'impedimento dei dossi, si avrebbe un piano perfettamente liscio, sopra di cui l'acqua deve scorrere liberamente senza diminuzione della sua naturale velocità: non potendo avere letto più piano di quello che le viene spianato dall'acqua inferiore, stagnante fra le disuguaglianze del terreno. E così pure credette il Grandi che le ripe nella situazione loro orizzontale, o verticale possano bensì raffrenare le velocità delle particelle d'acqua, che vi urtano, ma non arrivino a rallentare il corso nel mezzo dell'alveo, ed anzi molte volte colle varie ripercussioni lo accrescano.

Per lo contrario un altro celebre Autore nel Tom. III. degli Atti dell'Accademia di Siena pretese che le resistenze del fondo, e delle ripe siano tenuissime in comparazione di quelle, che si cagionano scambievolmente gli strati contigui del fluido passando gli uni sopra degli altri, ed espone ancora una formola per ritrovare il luogo dove tutta la resistenza è la massima. Un abile Ana-

lista

lista riconoscerà facilmente nella formola istessa l'incongruenza analitica, che il luogo della massima resistenza non dipenda nè dall'altezza del corpo d'acqua nè dalla velocità superficiale. Uno che sia ben versato nei principj della Meccanica riconoscerà ancora l'incongruenza dell'ipotesi fisica, a cui si limita tutto il calcolo del medesimo Autore. Mentre quantunque incominci effo a supporre che la resistenza nasca dalla differenza delle velocità, con cui uno strato di fluido si muove sopra dell'altro, ciò non ostante nel progresso del calcolo suppone poi che la resistenza sia proporzionale all'eccesso della velocità assoluta di uno strato proposto sopra la velocità della superficie: per modo che nei casi di trascurare la velocità superficiale, la resistenza di qualsivoglia strato dovrebbe essere proporzionale alla vera, e totale velocità. Quest'ipotesi è stata anche adottata dall'Ermanno nella Propos. XLI. del Lib. II. della Fonomia, e da altri Autori. Ma è facil cosa da intendersi che quest'ipotesi non può aver luogo nella natura, e così non occorre neppure di riassumere in questo luogo, e di esporre la serie delle equazioni già seguitate dagli Autori medesimi.

Secondo i principj generali della Meccanica l'azione reciproca di tutt'i corpi tra loro non dipende punto dalla velocità comune, ma solamente dalla velocità relativa, con cui gli uni agiscono sopra gli altri. E così pure la resistenza originata dalla mutua adesione, e tenacità delle particelle d'un fluido, ossia dalla non perfetta lubricità di esse, dipende dalla velocità, con cui le particelle medesime si accostano, e si allontanano. Il Newton sul principio della Sezione IX. del Lib. II. suppose che questa sorte di resistenza fosse proporzionale alla semplice velocità relativa dei due strati contigui del fluido, e poi nella Propos. LII. sospettò che la resistenza dovesse crescere in una ragione un poco minore di quella della velocità. Il Mussenbroek in varie sperienze fatte nei moti più celeritrovò anzi una ragione un poco maggiore. Ma comunque questa sorte di resistenza si debba esprimere con qualche funzione della

velo-

velocità relativa, non vi entrerà mai nel calcolo la velocità totale, ed assoluta. La sola resistenza che dipende dalla velocità assoluta, si è la resistenza originata dall'inerzia delle parti dell'acqua, e dall'urto contro le parti solide, ed immobili del fondo, e delle ripe: e questa sorte di resistenza dev'essere proporzionale alla velocità, e al numero delle particelle, che si urtano in un dato tempo, ossia al quadrato della velocità.

Nel fondo de' Fiumi hanno luogo a principio queste due sorti di resistenze: mentre vi è da considerare la difficoltà, che hanno le particelle dell'acqua a scorrere sopra le scabrezze dei piani, e l'urto contro le parti più irregolari, e rilevate. Ma riempite che siano d'acqua le cavità del fondo, deve precisamente arrivare ciò che diceva il Grandi, che tirando una retta sopra tutte le prominente, e riguardandola come il fondo equivalente del Fiume, non resti altra resistenza da superarsi se non quella, che nasce dall'adesione delle particelle superiori, e di quelle, che vi restano al di sotto stagnanti. Nè vi farebbe da fare altra eccezione se non per qualche caso, che può succedere nei tronchi superiori dei Fiumi, dove la pendenza, e le irregolarità del fondo qualche volta sono tanto grandi, che generano continuamente dei vortici, e delle correnti retrograde, e non lasciano il corso libero all'acqua se non verso la superficie. Le ultime XVI. sperienze riportate dal Sig. Bossut nel Cap. VII. della Par. II. dell'Idrodinamica confermano quanto si è detto. Le sperienze furono fatte in un canale rettangolare di 105 piedi di lunghezza, largo nel fondo 5 pollici, alto 8, o 9, e il quale avea la pendenza di un decimo di tutta la lunghezza. Nelle stesse sperienze la velocità primitiva, con cui l'acqua incominciava a scorrere, era costantemente minore della velocità del corso stabilito in ragione di circa 17:20. E il Sig. Bossut ne addusse la ragione istessa del Grandi, che quando l'acqua arriva a fare al lungo delle pareti aspre, ed irregolari del vaso come una specie d'intonacatura, vi deve poi continuare liberamente il suo corso.

Adun-

Adunque si può supporre, che a corso stabilito la resistenza del fondo equivalente dipenda dalla sola tenacità delle parti dell'acqua, e debba essere proporzionale alla velocità assoluta, che ivi è ancora la velocità relativa: ed essendo assai piccola la stessa tenacità, deve essere pure assai piccola la resistenza, e stendersi a piccole distanze, prescindendo almeno dai casi sopra indicati d'erbe, virgulti, maggiori irregolarità, e correnti retrograde del fondo. Negli altri strati superiori la resistenza dipende dalla sola differenza delle velocità de' due strati contigui: la velocità totale in qualunque ipotesi deve distribuirsi con qualche sorte di continuità dalla superficie fino al fondo: e però la differenza delle velocità de' due strati, e tutta la resistenza dev'essere tanto piccola da trascurarsi senz'alcun errore sensibile. Però riunendo insieme quanto risulta dai principj generali del moto, e dalle osservazioni che abbiamo, nei primi tronchi dei Fiumi la resistenza delle maggiori irregolarità del fondo potrà bensì farsi risentire sin verso la superficie di un minor corpo d'acqua: ma in seguito a proporzione che si accrescerà il corpo d'acqua, e che si diminuiranno coll'inclinazione del fondo anche le disuguaglianze, e le asprezze, il luogo della massima velocità andrà sempre più accostandosi al fondo medesimo. Nei tronchi intermedj, dove la pendenza del fondo è assai piccola, ed è più considerabile il corpo d'acqua, la massima velocità ordinariamente dovrà essere verso il fondo, prendendo per fondo l'orizzontale tirata sopra le prominente, e i ridoffi, tra i quali resta impedito il moto dell'acqua. La resistenza originata dalla tenacità, o dalla viscosità delle parti non arriverà ad alterare sensibilmente la legge della velocità: e solamente per cagione delle erbe, e dei virgulti, o per altri impedimenti consimili, potrà qualche volta succedere che la massima velocità sia più verso la superficie, che verso il fondo. Negli ultimi tronchi dei Fiumi, avanti che arrivino a spianarsi sul mare, il luogo della massima velocità farà sempre verso la superficie.

CAPO

CAPO QUARTO.

*Dei limiti del ringorgo delle acque correnti,
e delle sperienze fatte a Roveredo.*

A Vanti di passare al calcolo della velocità, e della quantità d'acqua delle sezioni libere dei Fiumi, bisogna esaminare un'altra sorte di resistenza, che nasce dall'opposizione di qualche ostacolo mobile, o immobile, e che chiamasi propriamente ringorgito, o ringorgo. Il Guglielmini nel Cap. X. sopra la natura dei Fiumi, Eustachio Manfredi nel Cap. VII. della sua risposta Apologetica, e il Grandi nella Propos. XXXVI. del Lib. II. credettero che il ringorgo cagionato in un Fiume per la piena, e per la confluenza di un altro Fiume più alto dovesse stendersi fin dove l'orizzontale tirata per la superficie del secondo Fiume arriva a incontrare il fondo del primo: cosicchè tutto il tratto inferiore alla detta orizzontale dovesse riguardarsi come ringorgato, e impedito, e in tutto il tratto superiore doveffero continuare le acque a correre liberamente con tutta la velocità, che potrebbe corrispondere alla declività del fondo, e all'altezza delle sezioni. Ma rigorosamente parlando il ringorgo cagionato in un Fiume, o per confluenza di un altro, o per l'opposizione di qualunque ostacolo immobile, che attraversi un canale qualunque dall'una all'altra riva, si deve stendere anche al disopra dell'orizzontale tirata per la sommità dell'ostacolo.

Sia BR il fondo del canale, *fig. 86.*, e tolte le disuguaglianze inferiori, come principalmente succede nei canali artefatti, la superficie dell'acqua Pp sia parallela al fondo. S'intenda che nel luogo M venga alzato l'ostacolo MNm , e per la sommità N s'intenda pure tirata l'orizzontale NF , che arrivi a incontrare il fondo del canale nel punto F . Il corso dell'acqua resterà manifestamente impedito in tutto il tratto FNm . Nel tronco superiore

BCF

BF resterà il corso egualmente libero di prima in quanto può dipendere dalla semplice caduta del fondo da B in F . Ma nel passare da F in N non scorreranno più le acque colla stessa velocità, con cui prima scendevano in M , e in R , e il rallentamento del corso, che si avrà sotto al punto F , necessariamente porterà qualche ritardo anche al disopra. La stessa conclusione si può dedurre dal considerare che il moto deve in qualche parte dipendere ancora dalla declività della superficie, e che alzato l'ostacolo MNm la declività della superficie intorno al punto P deve farsi minor di prima. Mentre ridotto il Fiume allo stato di permanenza dovendo passare per ciascuna sezione in egual tempo una eguale quantità d'acqua, bisognerà che le sezioni intersecate dall'orizzontale NF , e impedito nella parte inferiore, crescano di area, ed arrivino ad un'altezza maggior di prima. L'elevazione della superficie Pn sotto al punto P la renderà meno declive anche al disopra. E in un modo, e nell'altro il regurgito, e il rallentamento del corso, originato dall'ostacolo MNm si stenderà anche al disopra dell'orizzontale NF tirata per la sommità dell'ostacolo.

In vicinanza della sommità N arriverà precisamente il contrario. Le acque precipitando liberamente da N in M , e avendovi tutta la caduta, che prima era ripartita gradatamente da F in M , vi devono acquistare una maggiore velocità. La naturale adesione, e la viscosità delle parti deve fare che le acque cadenti tirino con se le altre, che non sono ancora arrivate al ciglio della caduta, e così l'accelerazione si deve stendere per qualche tratto anche all'insù. Iteffamente essendo del tutto libera la sezione corrispondente al punto N , vi si deve abbassare di altezza, e deve rendere più declive superiormente tutta la superficie. Questo è un fenomeno già osservato, e considerato da tutti gli Autori, e massime dal Guglielmini nel Cap. VII. sulla natura dei Fiumi, e dal Manfredi nelle sue annotazioni. Noi ne esamineremo a suo luogo tutte le conseguenze. Qui solamente è da aggiugnersi ciò che in oltre ha

Dd

offer-

osservato il Manfredi. L'accelerazione, che può coll'occhio distinguersi ne' galleggianti, si stende ad una distanza non molto grande, sopra il ciglio delle chiuse. Nei canali, che servono per l'uso de' mulini, mi è accaduto spesse volte di vedere, che i galleggianti cominciavano ad accelerarsi 8, e 10 piedi innanzi alle chiuse. Nelle maggiori distanze si trova sempre un rigonfiamento sensibile nelle sezioni: questo deve portare qualche ritardo nel moto delle altre sezioni superiori: e così il regurgito cagionato dall'opposizione di qualche ostacolo si deve stendere anche al disopra dell'orizzontale tirata per la sommità dell'ostacolo istesso.

Applichiamo queste teorie generali al caso pratico dei canali, che servono per dar moto ai mulini, e ai filatoj. Supponiamo varj edifizj successivamente disposti l'uno sotto all'altro nello stesso canale: e supponiamo che in uno di essi sia DB la caduta dell'acqua, e che la ruota corrisponda all'angolo B . L'acqua cadendo dall'altezza D sulle ale della ruota, e poi urtando direttamente sul fondo BF del canale deve subito perdere la velocità verticale acquistata nella caduta, e, come si osserva nelle cadute ancor maggiori, si deve in seguito accomodare a quel moto, che conviene al corpo d'acqua, ed all'inclinazione del fondo, e della superficie. Quanto più inclinato, e libero sarà il fondo BFM , tanto più facilmente si smalterà l'acqua caduta sotto alla ruota. Con ciò si accrescerà il moto della ruota per due ragioni: primieramente perchè essendo minore il corpo d'acqua sottoposto, si farà ancora minore la resistenza, che v'incontreranno le palme della ruota nell'avervi da uscire: e in secondo luogo perchè abbassato di superficie lo stesso corpo avanzerà un tratto maggiore per la caduta libera dell'acqua sopravveniente dal punto D . Per lo contrario se per una causa qualunque su tutto il fondo FM diverrà meno libero lo scarico, e il richiamo delle acque, si avrà un'altezza maggiore ancora sul fondo BF : vi si farà maggiore la difficoltà di svolgersi successivamente le palme della ruota: e si farà

mi-

minore l'impeto, e la forza dell'acqua, che continuerà ad esservi somministrata dal punto D .

Ora supponiamo, che in M venga posto sul fondo FMR l'alzato MNm , e supponiamo che l'orizzontale NF tirata per la sommità N incontri il fondo superiore nel punto F . L'acqua da F in N avrà un corso meno libero, e pronto di quello che prima aveva da F in M : l'impedimento al libero corso si stenderà anche sopra all'orizzontale FN : la quantità del regurgito, e il tratto regurgitato farà minore, o maggiore secondo le circostanze particolari del corpo d'acqua, dell'inclinazione del fondo, e dell'altezza dell'ostacolo inferiore. In qualunque caso proposto le sole sperienze potranno verificare se in un dato corpo d'acqua, e ad una distanza data dall'orizzontale tirata per la sommità dell'ostacolo il regurgito sia sensibile o no. Le pubbliche controversie insorte a Roveredo mi hanno dato l'occasione, ed il comodo di fare intorno a ciò le sperienze più precise, e più autentiche.

Sotto all'alzato DB , che serviva per la ruota d'un gran filatojo, era stato posto l'alzato Nm per l'uso di un'altra ruota. La sommità N restava due once, e tre quarti del piede di Roveredo sotto l'orizzontale tirata dal fondo del canale nel punto B , a cui corrispondeva la ruota superiore: e l'orizzontale NF tirata per la sommità istessa incontrava il fondo in F alla distanza di piedi $84\frac{1}{2}$, pure di Roveredo, dall'altro alzato superiore DB : e la distanza FN , ossia il tratto immediatamente regurgitato era poco meno del doppio. Il piede di Roveredo sta al piede di Parigi assai prossimamente come 12 ad 11. Si disputava se l'alzato inferiore direttamente, e da se solo portasse qualche pregiudizio ai lavori del filatojo superiore: cioè se essendo pari tutte le altre circostanze il semplice alzato MNm rendesse minore l'azione della ruota corrispondente all'alzato DB . La mia commissione era di appurare un tal fatto.

D d 2

Per

Per incominciare a conoscere se il limite del regurgito fosse l'orizzontale tirata per la sommità dell'ostacolo, ho fatto accrescere d'un'oncia, e un terzo tutto l'alzato inferiore, per modo che restasse ancora inferiore d'un'oncia, e $\frac{7}{12}$ al fondo corrispondente alla ruota superiore. Poi fissate tutte le cateratte, e prese tutte le cautele possibili perchè in tempo delle sperienze non succedesse alcuna mutazione nel corpo d'acqua, ne ho misurato l'altezza in ambedue i casi dell'alzato ordinario, e dell'alzato accresciuto. Il pelo d'acqua si segnava ad un pilastrino lontano piedi 55 dall'alzato superiore, e piedi $29\frac{1}{2}$ da quel punto del fondo, dove arrivava l'orizzontale tirata come prima dall'alzato inferiore. In ambedue i suddetti casi ho misurato il tempo, che vi voleva perchè tutto il filatojo annesso alla ruota superiore facesse 40 intere rivoluzioni. Le sperienze dell'altezza del corpo d'acqua, e del tempo delle 40 rivoluzioni del filatojo, sono state ancora ripetute in due differenti circostanze, di lasciare che tutta l'acqua cadesse liberamente dall'alzato inferiore, e di farla cadere sulle palme di un'altra ruota per dar moto al secondo edificio. Finalmente ho fatto ripetere tutte le combinazioni delle sperienze in differenti stati d'acqua, o come dicevi a roggia piena, a mezza roggia, e a roggia scarfa. L'esito delle sperienze fu come segue.

ESPERIMENTO I.

Posto sull'alzato ordinario l'obice d'un'oncia, e un terzo, e andando la ruota inferiore.	<i>Altezza dell'acqua.</i>	<i>Tempo di 40 rivoluzioni.</i>
	once 17	minuti $22\frac{1}{2}$
Andando la ruota, e lasciato il solo alzato ordinario.	$16\frac{9}{16}$	21
Col solo alzato ordinario senza dar moto alla ruota.	$16\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{3}$

ESPE-

ESPERIMENTO II.

In altro stato d'acqua coll'obice d'un'oncia, e un terzo, andando la ruota.	<i>Altezza.</i>	<i>Tempo.</i>
	$16\frac{5}{16}$	20
Coll'obice d'un'oncia, a ruota andante.	$16\frac{3}{16}$	20
Coll'alzato ordinario, a ruota andante.	$16\frac{1}{16}$	$18\frac{3}{4}$

ESPERIMENTO III.

A roggia scarfa, coll'obice d'un'oncia, andando la ruota inferiore.	<i>Altezza.</i>	<i>Tempo.</i>
	$11\frac{5}{16}$	$21\frac{1}{2}$
Senz'obice, andando pure la ruota.	$11\frac{1}{16}$	$20\frac{1}{4}$
Senz'obice, a ruota ferma.	$11\frac{1}{16}$	$20\frac{1}{2}$

ESPERIMENTO IV.

In altro stato di roggia scarfa, coll'obice d'un'oncia, e un terzo.	<i>Altezza.</i>	<i>Tempo.</i>
	$11\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{7}$
Senz'obice, andando sempre la ruota.	$11\frac{1}{16}$	$18\frac{1}{2}$

Queste sperienze preparatorie bastavano per far vedere, che si rallenta il corso delle acque generalmente anche al disopra dell'orizzontale tirata per la sommità d'un nuovo obice. Per determinare particolarmente la quantità del regurgito, che in parità delle altre circostanze si rifondeva nella ruota superiore dall'alzato inferiore, l'ho fatto abbassare di once $2\frac{7}{8}$. Ho similmente notato il tempo delle 40 rivoluzioni, e l'altezza del corpo d'acqua allo stesso pilastrino nei due differenti casi dell'alzato ordinario, e dell'alzato abbassato, replicando le stesse diligenze di prima perchè in tutt'i binarj delle sperienze venisse somministrata al canale la stessa quantità d'acqua, e tutte le altre circostanze fossero pari. Ho fatto ancora ripetere i binarj medesimi ne' tre differenti stati della roggia piena, mezzana, e scarfa. L'esito fu il seguente.

ESPE-

ESPERIMENTO V.

	<i>Altezza.</i>	<i>Tempo.</i>	
A roggia piena, coll' alzato ordinario, facendo andare la ruota inferiore.	onze 15 $\frac{5}{8}$	Min. 20	Sec. 18
Abbassato l'alzato d'onze 2 $\frac{7}{8}$ senza rivolgere l'acqua contro la ruota.	15	18	52

ESPERIMENTO VI.

A mezza roggia, coll' alzato ordinario, andando similmente la ruota.	12 $\frac{1}{4}$	21	8
Abbassato l'alzato, senza dar moto alla ruota.	11 $\frac{3}{4}$	20	4

ESPERIMENTO VII.

A roggia scarfa, coll' alzato ordinario, lasciando andare la ruota.	11	20	45
Abbassato l'alzato, e fermata la ruota.	10 $\frac{3}{4}$	20	8

ESPERIMENTO VIII.

In altro stato di roggia scarfa, coll' alzato ordinario, a ruota ferma.	10 $\frac{3}{4}$	20	2
Fatto l'abbassamento pure a ruota ferma.	10 $\frac{5}{8}$	19	49

L'esperienze furono fatte pubblicamente nel mese di Aprile del 1770 in presenza de' Giudici, delle parti interessate, d'un Notajo, e di molti altri. I risultati di esse bastavano per prevenire tutt' i piccoli dubbj, che allora lo spirito di partito avea cercato di spargervi. In primo luogo è manifesto, che l'alzato inferiore cagionava un ritardo sensibile nel moto dell' edificio superiore, quantunque non vi arrivasse l'orizzontale tirata per la sommità dell' alzato medesimo. E' manifesto in secondo luogo, che la sola resistenza, e l'intoppo della ruota inferiore con rendervi meno libero lo scarico delle acque portava un ritardo sensibile nel moto della

della ruota superiore. E in terzo luogo è manifesto, che tutte le differenze, e delle altezze del corpo d'acqua, e del numero delle rivoluzioni fatte in un dato tempo, divenivano minori a proporzione che si diminuiva la quantità assoluta dell' acqua nella roggia. E ciò non solamente perchè la stessa differenza di alzato in tempo d'acque bassissime cagiona una minore variazione nella declività della superficie, ma ancora perchè nello stato d'acqua sovrabbondante gli scaricatori, e gli emissarj rientrando al disotto della prima ruota nel canale principale, e aggiugnendovi dell' altr' acqua, vi facevano alzare il pelo di quella, che già era caduta sotto alla ruota, e però vi accrescevano la resistenza, e in qualche parte diminuivano l'impeto, e la forza motrice. Le differenze delle altezze nei tre binarj del V., VI., e VII. Esperimento erano di $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{2}$, e $\frac{1}{4}$ d'oncia, cioè nella ragione dei numeri 5, 4, 2. La differenza del tempo delle 40 rivoluzioni era nel V. Esperimento di 1' 26" in 18' 52", cioè di più di sette centesimi: di cinque centesimi nel VI. Esperimento: e di meno di tre centesimi nel VII., che a preferenza dell' ultimo abbracciava gl' impedimenti dell' alzato, e insieme della ruota inferiore.

Le convenzioni, e i diritti delle parti interessate, e le ragioni di proprietà dell' acqua formavano degli articoli stranieri alla teoria fisica del regurgito. Con altre sperienze si era riconosciuto, che, dato lo stato della roggia, alzando di più del solito la cateratta, da cui si versava l'acqua sopra la ruota superiore, si poteva compensare tutto il ritardo cagionato dall' alzato inferiore. Così gli uni dicevano, che il compenso era facile: e replicavano gli altri che alzando di più del solito la cateratta, e facendovi cader l'acqua da una sezione maggiore, veniva a farsi meno regolare il moto dell' edificio, e si pregiudicavano i lavori e nella quantità, e nella perfezione. Queste, ed altre simili considerazioni hanno dato luogo a due differenti sentenze, e nei due primi Giudici, e nei due Tri-

bunali, che ne portarono in seguito l'ultima decisione. Io mi dovevo limitare all' articolo puramente Idrometrico: e alla dimanda fattami dall' Eccelsa Reggenza dell' Austria Superiore, se per cagione del secondo edifizio risultava al primo qualche danno, e quale; ho risposto precisamente, che in parità di tutte le altre circostanze il danno cagionato dal secondo edifizio nel primo era di circa un sette per cento in tempo di roggia abbondante, di un cinque per cento in tempo di mezza roggia, e di un tre per cento in tempo di roggia bassa.

CAPO QUINTO.

Della velocità, e della quantità d'acqua de' Fiumi, che corrono per la caduta, o per la pressione.

Abbiamo indicato i primi teoremi del Galileo intorno alle acque, che corrono per la caduta, e gli altri del Guglielmini intorno a quelle, che corrono per la semplice pressione. Ambedue questi principj hanno luogo non solamente in diversi Fiumi, ma ancora in diversi tronchi del Fiume medesimo. Nei tronchi superiori, dove le materie sono assai grosse, minore il corpo d'acqua, e grandissimo il pendio, l'accelerazione delle acque dipende interamente dalla caduta. Nei tronchi inferiori, dove si diminuiscono le materie di mole, dove non è più sensibile la pendenza del fondo, e dove per lo contrario il corpo d'acqua è accresciuto, o per la confluenza di altri Fiumi, o per le forgive continuamente sparse al lungo dell' alveo, tutta la velocità dipende dalla pressione. Nei tronchi intermedj la velocità dipende, o da una cagione, o dall' altra, secondo ch'è maggiore l'altezza, o della caduta libera, o del corpo d'acqua che preme. Sia FH il fondo, *fig. 79.*, ed FA l'orizzontale tirata dall' origine del Fiume F fino alla verticale HA . Sarà sempre la stessa velocità nelle particelle d'acqua, che cadano verticalmente da A in H , o da F in H sul piano

piano inclinato FH , o che sortano in H dal vaso FHA , o che corrano sotto l'altezza della sezione HA . Che se faranno differenti le altezze della caduta, e della pressione, agirà o l'una, o l'altra per prevalenza: cioè fino a tanto che la velocità acquistata colla caduta farà maggiore di quella, che può competere all'altezza del corpo d'acqua, le particelle di essa faranno come sottratte all'azione, e alla forza della pressione: e solamente quando sarà minore l'altezza della caduta, allora colla pressione si aggiungerà quanto manca per eguagliare tutta quella velocità, che si acquisterebbe cadendo dall'altezza del corpo d'acqua. Così adunque passando dai primi agli ultimi tronchi dei Fiumi una causa succederà all'altra senza che si cambi punto la legge, e l'ordine degli effetti.

Per combinare insieme questi principj, e per calcolare la vera altezza della caduta, bisogna incominciare a riflettere, che gli alvei dei Fiumi, principalmente nelle parti superiori, sono intervotti dalle scogliere, dalle chiuse, o naturali, o artificiali, e da altri maggiori ostacoli, che tolgono quasi del tutto la velocità acquistata colla caduta antecedente, e così fanno che tutto il Fiume si possa considerare come distinto in tanti tronchi differenti. Però l'altezza, e la velocità della caduta dovrebbe incominciare a desumerfi non già dalla vera, e prima origine di tutto il Fiume, ma bensì da quel luogo dove s'interrompe la velocità acquistata colla caduta precedente: il qual luogo può riguardarsi come l'origine equivalente di tutto il tronco inferiore. Ma ancora con questa limitazione la velocità attuale farà sempre molto minore di quella che corrisponde all'altezza del tronco proposto. Per esempio in un Fiume, che abbia sette braccia di caduta per miglio, dopo dieci miglia di corso libero al disotto di tutte le chiuse, la velocità farà sempre molto minore di quella, che si acquisterebbe cadendo da 70 braccia d'altezza. E la ragione si è, che oltre alle chiuse, e agli altri maggiori ostacoli opposti al corso del Fiume, gli angoli, e i risvolti delle ripe, ed altri impedimenti consimili, quantunque piccoli,

E e pos-

possono però qualche volta moltiplicarsi tanto da togliere una porzione sensibile della velocità.

Se fosse nota l'altezza della caduta corrispondente alla velocità attuale, e residua, si potrebbe adattare al caso delle resistenze moltiplicate la stessa costruzione Geometrica, che avrebbe luogo nel caso di un corso interamente libero. Sia HC l'altezza della sezione dell'alveo FH nel punto H , *fig. 79*, e sia FA l'orizzontale tirata per l'origine equivalente del Fiume F , e AC l'altezza della caduta delle particelle, che restano nella superficie del Fiume. Col vertice A , e coll'asse AH descritta la parabola AES , tutte le semiordinate CE , *ce* esprimeranno la ragione delle velocità in C , e in c . Ma se la velocità residua nel punto C fosse solamente quella, che si potrebbe acquistare cadendo dall'altezza BC , descritta un'altra BDG collo stesso parametro della prima, le velocità in C , e in c farebbero espresse colle semiordinate CD , cd , e le differenze DE , de esprimerrebbero le velocità perdute coll'opposizione di tutte le resistenze. Moltiplicando adunque ciascuna semiordinata per l'elemento corrispondente dell'altezza della sezione, e prendendo tutte le somme, la quantità d'acqua, che uscirebbe sotto l'altezza HC nell'ipotesi del corso libero, farebbe alla quantità d'acqua, che, computate tutte le resistenze, ne uscirebbe veramente in un dato tempo, come l'area $CESH$ all'area $CDGH$.

Resterebbe adunque da ricercarsi in qualunque caso proposto la velocità superficiale del Fiume, e la caduta corrispondente. Diversi metodi sono stati immaginati a tal fine. Il Guglielmini ha proposto di attraversare tutto il canale da una sponda all'altra con una specie di cateratta, o di regolatore, che immergendosi un poco sotto alla superficie dell'acqua, ne tratteneffe il corso, e la facesse rigonfiare sino a tutta l'altezza corrispondente alla velocità di prima. Ma il ripiego non è praticabile se non per i piccoli canali, e in essi ancora, quando non fosse tanto piccola la velocità superficiale, gli ondeggiamenti, e gli urti reciproci dell'acqua contro

il

il regolatore, non lascierebbero mai fissare distintamente l'altezza ricercata. Il Sig. Gennetè, ed altri Autori si sono serviti di una piccola ruota posta in un piano verticale in maniera, che le palmette arrivassero un poco sotto alla superficie dell'acqua. Ma è facile da comprendersi, che la velocità nel perimetro della ruota dev'essere sempre minore, che nella superficie dell'acqua, non solamente per lo sfregamento dell'asse della ruota, e per qualche scossa laterale, che di quando in quando vi arrivi, ma ancora perchè quantunque tutte le palmette siano ben equilibrate di peso, e da una parte, e dall'altra, la palmetta però, che incomincia ad uscire dall'acqua, deve sollevarne una porzione, e incontrarvi un ostacolo per seguitare liberamente la velocità comune di tutta la superficie. Il quadrante, e il tubo recurvo, che nelle maggiori profondità non possono riuscire di un uso molto preciso, come antecedentemente si è detto, possono poi mancare per altri capi nella misura della velocità superficiale, e dell'altezza equivalente. Mentre essendo ordinariamente di pochi pollici l'altezza, che corrisponde alla velocità superficiale dei Fiumi, le differenze, che nascono dalle scosse, dall'agitazione, e dagli altri errori d'un istrumento, e dell'altro non devono essere tanto piccole rispetto all'altezza totale, che si ricerca. Generalmente io credo, che tutti gli esperimenti, e le macchine di questo genere possano più servire alla curiosità, che agli usi, e ai calcoli Idrometrici.

Tutte le volte che ho avuto occasione di riconoscere la velocità superficiale dei Fiumi, mi sono attenuto all'osservazione dei semplici galleggianti. Ho avuto l'avvertenza di replicare l'osservazione più d'una volta, e di farla in un tempo, che non fosse ventoso, e in un tronco di Fiume, che fosse il più regolare. Con queste cautele hanno servito benissimo i piccoli galleggianti, come i pezzetti di carta bianca, che si potevano più facilmente seguitare coll'occhio. Per esempio un poco sotto all'imboccatura del minor Naviglio di Milano, replicando tre volte l'osservazione, con

E e 2

po-

pochissimo divario ho ritrovato, che la velocità superficiale in tempo di acque basse era di 175 braccia Milanefi per ogni minuto primo. Generalmente bisogna avvertire, che i galleggianti siano di non molto volume, e di una gravità specifica poco differente da quella dell' acqua, onde nè risentano troppo la resistenza dell' aria, nè più profondamente immergendosi risentano la velocità degli altri strati inferiori. Per questa ragione la palla proposta già dal Castelli deve preferirsi agl' istrumenti ideati dal Barattieri, e dal Cabeo. E per la ragione medesima nel calcolare le portate dei Fiumi del Bolognese molti anni fa, ho fissato la velocità superficiale più tosto sulle antiche osservazioni, che su quelle dell' ultima visita. Mentre le prime osservazioni, che davano la velocità superficiale del Reno in piena di circa tre miglia e mezzo per ora, erano fatte con leggerissimi galleggianti: e le altre più recenti sperienze si sono fatte con alcune fascine gettate nel Fiume, e sommerse per una sensibile porzione, e che però dovevano moverfi con una velocità maggiore di quella della superficie.

Dato lo spazio, che un corpo in un dato tempo percorre nella superficie di un Fiume, secondo ciò che si è detto sul fine del Cap. II., si può facilmente trovare l' altezza corrispondente, dividendo per $60 \frac{2}{5}$ il quadrato dello spazio percorso in un secondo, quando si prenda in piedi di Parigi, oppure dividendolo per 53, o per 33, se farà preso o in piedi di Bologna, o in braccia di Milano. Così supposta la velocità superficiale di braccia 175 in un minuto primo, ossia di braccia $2 \frac{11}{12}$ in un secondo, l' altezza, da cui cadendo si potrebbe acquistare la stessa velocità, farebbe di braccia 0.2856 , ossia di 0.474 piedi di Parigi, che fanno pollici $5 \frac{2}{3}$. Mentre generalmente se col parametro di piedi $60 \frac{2}{5}$ si descriverà la parabola *BDG*, fig. 79., la femiordinata *CD* esprimerà

come $CE = 60 \frac{2}{5} \cdot CA$
 $= 80 \frac{2}{5} \cdot CA$
 dove $CE = 175$ per un secondo
 $\frac{175^2}{60 \frac{2}{5}} = CA$ altezza cercata
 $\frac{175^2}{60 \frac{2}{5}} = 500 \frac{2}{5} = CA$

merà la velocità assoluta corrispondente all' altezza *CB*, e però farà $CB = \frac{CD^2}{60 \frac{2}{5}}$. Ma così ancora se nella superficie *C* della sezione

CH farà la velocità *CD*, e l' altezza corrispondente *CB*; in qualunque altro punto *c* la velocità *cd* corrisponderà similmente all' altezza *cB*, e nel punto *H* farà pure l' altezza *HB*, e la velocità *HG*. Ciò posto, l' area della parabola *CDGH* esprimerà la quantità d' acqua, che uscirà in un minuto secondo sotto l' altezza *CH*, e moltiplicando l' area medesima per la larghezza della sezione si avrà la quantità d' acqua, che verrebbe somministrata da una bocca rettangolare sotto l' altezza costante *CH*, nella supposizione, che in tutte le particelle d' acqua le direzioni del moto fossero parallele, come nelle sezioni de' Fiumi liberi. Considerando poi che nelle bocche aperte di fianco ad essi succede come nelle aperture dei vasi, che le direzioni convergono verso il mezzo: ed avvertendo in oltre, che nei fori maggiori, e sotto le maggiori altezze, nelle quali finora s' è potuto far l' esperienza, la quantità d' acqua calcolata nell' ipotesi delle direzioni parallele s' è ritrovata essere

come 8 : 5 assai prossimamente; bisognerà prendere $\frac{5}{8}$ del prodotto già detto per avere la portata assoluta, ed effettiva della sezione.

Generalmente adunque se farà $HS = V(60 \frac{2}{5} \cdot AH)$, fig. 79.,

la quantità d' acqua uscita in un minuto secondo di tempo, da una semplice bocca, per la pressione, che tutte le particelle esercitano le une sulle altre sotto l' altezza *AH*, si dovrà esprimere colla lar-

ghezza della bocca, moltiplicata per $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot 60 \frac{2}{5} \cdot AH^2$: e se la

Parabola = $\frac{2}{3} AH \cdot HS$ $\frac{2}{3} AH \cdot V(60 \frac{2}{5} \cdot AH)$ sezione = $\frac{2}{3} AH \cdot \sqrt{60 \frac{2}{5} \cdot AH}$
 il calcolo dell' esponente $AH = AH^2$ $\sqrt{AH} = AH^{\frac{1}{2}}$
 $\frac{2}{3} AH^2 \cdot AH^{\frac{1}{2}} \cdot 60 \frac{2}{5} = \frac{2}{3} 60 \frac{2}{5} AH^{\frac{5}{2}}$
 della vena contratta in un punto per cui la velocità è uguale a quella della vena libera

per moltiplicare la larghezza *HS* della parabola effettiva per la larghezza della bocca *AH* e moltiplicare il prodotto per $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{8}$ e $60 \frac{2}{5}$ e AH^2 e si avrà $HS = V(60 \frac{2}{5} \cdot AH)$

La superficie della parabola effettiva è $\frac{2}{3} AH \cdot HS$ e la superficie della bocca è $AH \cdot HS$ e il rapporto è $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{8}$ e $60 \frac{2}{5}$ e AH^2

fezione farà impedita per tutta l'altezza AC , che in tal caso suol chiamarsi il battente, sottraendo allora quanto si dovrebbe all'altezza AC ; la quantità d'acqua uscita sotto l'altezza libera CH sommersa alla profondità AC sotto la superficie dell'acqua si egua-

glierà alla larghezza moltiplicata per $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot 60 \frac{2}{5} \cdot (AH^{\frac{3}{2}} - AC^{\frac{3}{2}})$.

Insomma se fosse HC l'altezza dell'acqua corrente sul fondo inclinato FH , e se la velocità superficiale CD corrispondesse all'altezza AC , farebbe la quantità assoluta dell'acqua il prodot-

to della larghezza della sezione in $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot 60 \frac{2}{5} \cdot (BH^{\frac{3}{2}} - BC^{\frac{3}{2}})$.

Però il caso dell'acqua, che corre sopra un piano inclinato colla velocità superficiale corrispondente all'altezza BC , farà lo stesso caso dell'acqua, che si muove sopra un fondo orizzontale colla totale altezza BH , e col battente BC . Nei Fiumi liberi, dove tutte le sezioni possono indifferentemente riguardarsi come le vene contratte, basterà calcolare il prodotto della larghezza uniforme in

$\frac{2}{3} \cdot 60 \frac{2}{5} \cdot (BH^{\frac{3}{2}} - BC^{\frac{3}{2}})$. Che se poi si trattasse non delle quantità assolute, ma delle semplici proporzioni delle quantità assolute delle acque, allora lasciando le quantità costanti, basterà calcolare in diverse sezioni la larghezza uniforme, moltiplicata per

$BH^{\frac{3}{2}} - BC^{\frac{3}{2}}$, comunque BC si prenda o per battente, o per l'altezza corrispondente alla velocità della superficie.

Così adunque si possono paragonare tra loro le quantità d'acqua somministrate in egual tempo dalle bocche rettangole, che abbiano due lati paralleli alla superficie dell'acqua, e che siano immerse a qualunque profondità: moltiplicando cioè la distanza del

lato

lato inferiore dalla superficie dell'acqua per la propria radice, sottraendovi il prodotto della distanza del lato superiore similmente nella radice, e moltiplicando il residuo per la larghezza della bocca. Il Grandi nella Propof. XXXVII. del Lib. II. cercò di facilitare questo calcolo colla tavola ivi aggiunta, che chiamasi parabolica. La tavola è composta di tre colonne: la prima esprime le ascisse della parabola, crescenti di parti eguali dall'unità fino a 1800: la seconda esprime le semiordinate corrispondenti, che sono le radici delle ascisse, presa l'unità per parametro: nella terza restano i prodotti delle semiordinate, e delle ascisse, ossia i rettangoli circoscritti alle parabole, coi quali si esprimono le proporzioni delle quantità d'acqua somministrate in egual tempo dalle aperture egualmente larghe, e di differente profondità. Noi qui non soggiugnemo la stessa tavola, non servendo essa, che a risparmiare in alcuni casi la fatica d'una moltiplica, e d'una estrazione di radice, mentre in alcuni altri conviene di continuare l'estrazione della radice oltre il numero delle note della suddetta tavola, come vedremo in molti esempj, che occorrerà in seguito di addurre.

CAPO SESTO.

Del riparto, delle regole, e degli errori delle bocche d'irrigazione, principalmente del Milanese.

L'Oncia d'acqua (il modello, e l'unità, a cui si rapportano tra di noi, e con cui si misurano le bocche d'irrigazione) è una bocca rettangolare, larga 3 onces del braccio Milanese, alta once 4, che ha disopra due altre onces d'altezza d'acqua, ossia di battente, e che però nella foglia inferiore resta 6 onces sotto la superficie dell'acqua. Secondo tutto ciò che si è detto, per avere la proporzione delle quantità d'acqua somministrate in egual tempo da

da questa, e da qualunque altra bocca rettangolare, ossia per sapere di quante once d'acqua si possa valutare qualunque altra bocca proposta, basterà paragonare insieme i prodotti delle rispettive larghezze nella quantità $BH \cdot \sqrt{BH} - BC \cdot \sqrt{BC}$, in cui BC rappresenta il battente, e BH la profondità della foglia inferiore. Nella così detta oncia d'acqua farà un tale prodotto $3(6\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) = 3(6 \times 2.44945 - 2 \times 1.41421) = 35.60484$: e però il numero $35 \frac{121}{200}$, ossia $35 \frac{3}{5}$ prossimamente, farà come l'unità, a cui si dovranno riportare i prodotti confimili nelle altre bocche per avervi il numero delle once d'acqua. Per esempio in una bocca once $2 \frac{1}{2}$ di battente, $4 \frac{1}{2}$ d'altezza libera, e 5 di larghezza farebbe tutto il prodotto 72.825 : e però dividendolo per 35.605 , farebbe la portata della bocca di 2.045 once d'acqua.

Similmente ad una fezione rettangolare, che avesse 30 once d'altezza, e 35 braccia di larghezza, senza battente, e senza velocità alcuna alla superficie, corrisponderebbero più di 1937 once d'acqua. La fezione del Naviglio grande di Milano al Ponte di Castano è appunto di 35 braccia di larghezza, e vi si possono supporre 30 once d'altezza d'acqua. Però fatto il calcolo rigorosamente la portata del Naviglio in quel luogo risulta quasi il doppio maggiore di quella che supponevano gli antichi Ingegneri. Secondo l'antica stima dovrebb'essere la portata del Naviglio grande al ponte di Castano di 1000 once d'acqua: quella del Naviglio della Martesana al ponte d'Inzago di 500: e quella del Naviglio di Beneguardo di 90, come si legge nelle relazioni pubblicate dal Settala, e dal Somaglia intorno ai Navigli di Milano. L'errore del vecchio calcolo procedeva da un altro errore, che non è ancora bastantemente sciolto, e corretto nelle volgari pratiche dei giorni nostri, che la quantità d'acqua debba misurarsi dall'area semplice delle fezioni libere senza farvi entrare l'elemento della velocità. In fatti

con 30 once d'altezza, e 35 braccia di larghezza, l'area della fezione risulta di 12600 once quadre del braccio Milanese, cioè poco più di 1000 volte maggiore della fezione di 12 once quadre, che fanno l'apertura libera della bocca d'un' oncia d'acqua. Così pure supponendo, che la larghezza dell'altro Naviglio al ponte d'Inzago sia di 17 braccia, e l'altezza d'once 30, tutta la fezione riuscirebbe 500 volte maggiore di 12 once quadre del detto braccio. Calcolando la quantità d'acqua secondo i principj già esposti, e trascurando la velocità superficiale, coi medesimi dati si avrebbero 941 once d'acqua. Mettendo a calcolo la velocità superficiale, che ai ponti di Castano, e d'Inzago è assai sensibile, e prendendo l'altezza equivalente in luogo di battente, le quantità d'acqua risulterebbero ancor maggiori.

Negli ultimi tronchi dei due Navigli, dove non è più sensibile la velocità superficiale, per calcolare più esattamente le quantità d'acqua, vi vorrebbe di più l'avvertenza di prendere due fezioni, che non fossero ringorgate dalle porte, e dagli altri impedimenti inferiori. Nel Naviglio grande prendendo una fezione a Gozano, dove restano ancora più di due braccia di caduta di fondo prima di arrivare a Milano, e dove per conseguenza il fondo è superiore all'orizzontale tirata per la sommità delle ultime chieviche; la larghezza di braccia 25, e l'altezza ordinaria d'once 20 di un braccio darebbero $752 \frac{1}{2}$ once d'acqua. E nel Naviglio della Martesana a Cresenzago, dove la fezione può istessamente riguardarsi come del tutto libera, prendendo la larghezza di braccia 18, e l'altezza di 18 once, farebbe la portata intera di $462 \frac{1}{2}$ once d'acqua. E così i due ultimi tronchi dei due Navigli presi insieme si potrebbero valutare d'once 1215, cioè circa tre volte di più di quella quantità d'acqua, che si crede comunemente di estrarne con tutte le bocche d'irrigazione, che si ritrovano variamente ripartite

nei suddetti due tronchi, e nel circondario della Città. Una differenza tanto grande di calcolo forma un problema non meno curioso, che interessante: e un Professore d'Idrometria si deve fare presentemente un dovere di svilupparlo, e di scioglierlo in maniera tale, che non vi resti più nessun dubbio.

Le fig. 87., e 88. rappresentano il profilo, e la pianta di una bocca, che estragga da uno dei due Navigli di Milano quella quantità d'acqua, che secondo la stima volgare si valterebbe sei once.

AA è la foglia della bocca, che ha in larghezza un braccio e mezzo, ossia once 18, e che resta superiore di 8 once al fondo corrispondente del Naviglio.

BB è il castello, che volgarmente chiamasi tromba coperta, di braccia 9 in lunghezza, di figura rettangolare, che difotto alla foglia si allarga once 5 per parte, e così in tutto ha la larghezza d'once 28.

CC è il supposto modello della bocca, istessamente largo once 18, alto once 4, e che ha difopra il battente *X* alto once 2.

DD è l'altra tromba scoperta, lunga altre braccia 9, che si allarga once 2 immediatamente sotto al modello, e once 5 sul fine, che si tiene once $1\frac{1}{2}$ più bassa di fondo del labbro inferiore del modello, e che in tutto ha la pendenza d'un' oncia.

E è una cateratta, che può alzarfi, ed abbassarsi, e con cui scrive il Settala, che si è provvisto, perchè in ogni caso d'escrescenza si levi la veemenza dell'acqua, e si possa affettare il battente.

F è il coperto orizzontale del castello, alto once 6 sul labbro inferiore, e 2 sul labbro superiore del modello, con cui si crede di formare l'intero battente *X*: e in fine *G* è la volta che serve per sostenere la strada.

Dopo tutto ciò che si è detto intorno alla velocità, e alla misura delle acque correnti, la semplice ispezione della pianta, e del

del profilo di una tal bocca, suggerirà subito le seguenti considerazioni.

I. Ch'è un errore elementare di rapportare al fondo del canale la foglia della bocca da regolarfi, in vece di rapportarla alla superficie: mentre la sola elevazione dell'acqua sopra la foglia vi regola la velocità, e la pressione, niente importando che sotto alla stessa foglia abbia il canale una maggiore, o minore profondità.

II. Ch'è un altro errore consimile di misurare il battente dall'altezza *X*, che ha il piano *F* sopra il labbro superiore del modello *C*, e non già dall'altezza della superficie del canale: mentre egli è certo, che se l'acqua nel canale si alzasse, per esempio di 3 once sopra del piano *F*, la vera altezza del battente farebbe di once 5.

III. Che infino a tanto, che la cateratta *E* non si abbassi al difotto del labbro superiore dell'apertura *C*, essendo data l'altezza e della bocca, e del battente, non può variarsi la velocità, e la quantità dell'acqua: e che quando la cateratta resti più bassa, allora la quantità dell'acqua non deve misurarsi dal supposto modello *C*, ma dall'altezza libera, e dal battente della prima bocca *A*.

IV. Che quando la superficie dell'acqua nel canale sia superiore al piano *F*, e l'apertura *C* abbia più di due once di battente, l'abbassare la cateratta in modo che si abbia la quantità d'acqua corrispondente all'altezza libera di 4 once, ed al battente intero di 2, quantunque sia un problema affai facile per un Idrometra, e però superiore alla capacità, ed intelligenza di tutti quelli, che restano alla custodia delle bocche.

V. Che data la pressione delle acque superiori, e rimossi gli impedimenti inferiori, per provvedere più copiosamente la bocca, è affatto indifferente la caduta di un' oncia in 9 braccia, ossia di

$\frac{1}{108}$ sotto alla stessa bocca: mentre solamente nelle maggiori cadute, come vedremo, l'acqua, che attualmente precipita, colla naturale

turale adeseione di tutte le particelle, può portare qualche accelerazione sensibile per qualche tratto al disopra dei luoghi delle cadute.

Prendendo per modello d'un' oncia d'acqua la larghezza di 3 once d'un braccio, l'altezza libera di 4, e il battente di 2, la bocca qui disegnata farebbe di 6 once d'acqua quando l'altezza totale del Naviglio non superasse le once 14, e ve ne restassero 6 sopra la foglia della bocca, e 2 di battente. Ma ciò non succede nel caso più frequente, e ordinario di libera navigazione: mentre le barche cariche pescano 10, 11 once, e anche più, ed hanno bisogno almeno di once 16 perchè la navigazione sia comoda. In tutte le sezioni, che ho preso dentro il recinto della Città, avanti l'ultima espurgazione del fondo del Naviglio, non ho mai ritrovato un'altezza minore d'once 18.

Supponendo l'altezza ordinaria del Naviglio più piccolo, che passa per la Città, d'once 18, il battente di tutte le bocche, modellate come sopra, farebbe di once 6, e coll'altezza libera di once 4 nella larghezza di 3 si avrebbe $\frac{3(10\sqrt{10} - 6\sqrt{6})}{35 \cdot 60484}$, cioè non già un' oncia d'acqua, ma $1\frac{3}{7}$.

E supponendo come sopra l'altezza del maggior Naviglio d'once 20, il battente d'once 8 porterebbe $\frac{3(12\sqrt{12} - 8\sqrt{8})}{35 \cdot 60484}$, cioè non già un' oncia d'acqua, come si crede comunemente, ma $1\frac{3}{5}$ in circa.

E in questo caso se si cercasse di quanto bisogna abbassare la cateratta, e restringere la bocca in altezza per avere la quantità d'un' oncia d'acqua, chiamando x l'altezza residua, l'equazione da risolversi farebbe $3(12\sqrt{12} - x\sqrt{x}) = 35 \cdot 60484$, ossia $x^3 = 884 \cdot 325$: donde estraendo la radice cuba (termine ignoto a tutt' i casi) si troverebbe x di circa once $9\frac{1}{2}$. Sup-

Supponendo poi che l'altezza di ciascun Naviglio non fosse che di once 16, nella larghezza di braccia 25 si avrebbero circa 539 once d'acqua, e nella larghezza di braccia 18 se ne avrebbero altre 388. Ma in questa supposizione ancora il battente delle bocche riuscirebbe d'once 4, e così in vece di ciascuna oncia d'acqua se ne estrarrebbero veramente $\frac{3(8\sqrt{8} - 4\sqrt{4})}{35 \cdot 60484}$, cioè circa $1\frac{1}{4}$: e la bocca supposta di sole 6 once d'acqua, nelle supposizioni più sfavorevoli farebbe per lo meno d'once $7\frac{1}{2}$.

Qualunque sia il tenore delle antiche convenzioni, nelle quali s'intendeva di estrarre tante once d'acqua nella tale, e tale maniera, bisognava qui rilevare l'errore idrometrico, ed aritmetico di chiamare un' oncia d'acqua quella che per lo meno è un' oncia, e un quarto, e di chiamare battente di due once quello, che per lo meno è di 4. Se l'antico riparto delle bocche si fosse fatto coi lumi di questo secolo, non si farebbe tenuto conto della profondità del Naviglio: si farebbe riportato il labbro e superiore, e inferiore al pelo medio dell'acqua, o al pelo infimo: e non si farebbe neppure adottato il termine d'oncia d'acqua, che si confonde continuamente colle once, e della libbra, e del braccio.

Per tutti gli altri casi particolari, che possono occorrere, sarà facile di ricavare dalle cose già esposte sopra le altre particolari regole delle misure. Per esempio se una bocca venisse in qualche parte ringorgata, bisognerà sottrarre dall'altezza totale non solamente il battente, ma ancora l'altezza del ringorgo per avere l'altezza libera: e l'altezza del ringorgo dev'essere prossimamente determinata dall'orizzontale tirata per la sommità degli ostacoli inferiori, come si è detto nel Cap. IV. Se si volesse poi tener conto della velocità superficiale del Fiume, o del condotto principale, da cui si deriva una bocca, allora bisognerebbe cercare col metodo già esposto l'altezza equivalente alla suddetta velo-

velocità, e aggiungerla all' altezza del battente: e nella stessa maniera si potrebbe ancora calcolare l'effetto dell' accelerazione originata o per qualche caduta inferiore, o per la maggiore pendenza del fondo sottoposto alla bocca. E finalmente se si variassero le dimensioni, e col battente A , sotto l'altezza libera B , e colla larghezza L si dovesse estrarre il numero N d'onze d'acqua, l'equazione da risolversi farebbe $L \cdot \frac{(A+B)^{\frac{3}{2}} - A^{\frac{3}{2}}}{35 \cdot 60484} = N$: il problema

farebbe indeterminato, e date due delle tre quantità A , B , L , si potrebbe sempre determinare la terza.

Il Barattieri nel principio della Par. II. della sua Architettura espone l'altra maniera di valutare praticamente la portata di una bocca qualunque. Suggesti di fare sotto alla bocca proposta una seconda bocca con una sponda amovibile in modo, che si potesse allargare, o restringere tutto il canale infino a tanto che restando l'altezza libera d'onze 4 vi si avessero pure al disopra 2 onze d'acqua stagnante, ossia di battente: nel qual caso la misura della bocca proposta si ridurrebbe ad un'altra bocca, che differisse dal modello d'un'oncia d'acqua solamente nella larghezza. Il primo inconveniente di questa pratica si è, che nascendo qualunque dubbio intorno alla portata di qualche bocca, bisognerebbe o rifare tutte le volte l'esperimento della sponda amovibile, o riposare sull'autorità, e sulla fede di chi lo ha fatto la prima volta. L'esperimento in se stesso è assai delicato, e vi vuole ogni attenzione fifica, perchè ancora nelle piccole bocche riesca con una sufficiente esattezza: ricercandosi a tal effetto, che tra le varie ondulazioni dell'acqua al lungo del battente si scelga l'altezza media, che in oltre nello stesso tempo la sponda amovibile resti fissata ad angolo retto sopra il fondo del canale, e che sia ben misurata la distanza dall'altra sponda. Tutte le difficoltà dell'esperimento diverrebbero ancor maggiori nelle maggiori bocche. Ma non farebbe poi assolu-

tamente possibile di adattare questo metodo a riconoscere, e valutare le portate intere dei Fiumi, e dei Canali liberi, e navigabili. E ancora nelle bocche ordinarie quando riuscisse di portare l'esperimento ad una sufficiente esattezza in uno stato d'acqua determinato, bisognerebbe ricercare degli altri metodi per sapere di quanto differissero più abbondanti, o più scarse le bocche nel caso, che il canale principale o si alzasse di pelo, o si abbassasse.

Non occorre qui di diffonderci intorno alle altre volgari pratiche, e bastano i principj già esposti per giudicare generalmente di tutte. Ma dopo di avere trattato di tutto ciò che appartiene alla proporzione delle quantità d'acqua somministrate da diverse bocche, convien finire le presenti ricerche col calcolo della quantità assoluta dell'acqua, che viene somministrata in un dato tempo da quella bocca, che tra di noi è il modello di tutte. Posto che il braccio di Milano sia al piede di Parigi, e l'oncia del nostro braccio sia al pollice come 11:6, le due onze di battente faranno pollici 3.6666: le 6 onze di profondità pollici 11: e le tre onze di larghezza pollici 5.5. Però il prodotto della larghezza nella

quantità $A+B^{\frac{3}{2}} - A^{\frac{3}{2}}$ farà di pollici quadrati 162.95972: e, secondo ciò che si è detto antecedentemente, moltiplicando questo numero per $\frac{2}{3}$, e poi per $\frac{5}{8}$, e in seguito per la radice di piedi 60.4, ossia di pollici 724.8, si avrà la quantità assoluta d'un'oncia d'acqua, che farà in un minuto secondo di pollici cubi 1828, e in un minuto primo di pollici cubi 109680, ossia di piedi cubi 63.43. Se in vece di $\frac{5}{8}$, per il restringimento della fezione, che nasce dalla convergenza dei moti, conforme ad altre sperienze, si prendessero $\frac{5}{7\frac{1}{2}}$; la portata della nostra oncia d'acqua farebbe ogni minuto primo di piedi cubi 67.44.

Per fare il calcolo direttamente sopra qualche sperienza, sceglieremo quella, ch'è riferita al num. 353. dell' Idrodinamica del Sig. Boffut. Un' apertura circolare d'un pollice di diametro, sommersa per una linea sotto la superficie dell' acqua stagnante, dà in un minuto primo di tempo pinte $13 \frac{1}{12}$ di Parigi. Il Mariotte nella prima sperienza della Par. III. del suo Trattato sul Movimento delle acque, trovò un poco di più, cioè pinte $13 \frac{3}{8}$. Noi ci attenderemo all' esperienza del Sig. Boffut, perchè era fatta in un vaso più grande, dove la superficie dell' acqua, nel tempo del foro aperto, restava senz' alcun moto sensibile. Supposto che il foro circolare di linee 12 di diametro, posto verticalmente di fianco al vaso, e sommerso nel centro per linee 7 sotto la superficie dell' acqua, dia in un minuto primo pinte $13 \frac{1}{12}$, ossia 13.08333 ; si

può dimostrare che lo stesso foro, immediatamente sotto alla superficie dell' acqua, in egual tempo, non darebbe che pinte 11.849.

Sia nella fig. 80. la superficie dell' acqua Aa , e nel circolo verticale BMD faccia il raggio $BO = r$, $BA = a$, $BC = x$, $Cc = dx$. Sarà la velocità in C come $\sqrt{a+x}$: ed essendo l'ordinata $MM = 2\sqrt{(2rx - xx)}$, farà la quantità d'acqua, che uscirà sotto l'altezza Cc , come $2\sqrt{(2rx - xx)}\sqrt{(a+x)} \cdot dx$. Questa formola non è generalmente integrabile con un numero finito di termini. Ma se l'altezza a si supponrà, come nel presente caso, assai piccola rispetto al raggio r , per la radice di $x+a$ basterà prendere $\sqrt{x + \frac{a}{2\sqrt{x}}}$. Ciò posto la stessa formola si ridurrà a due soli termini: $2\sqrt{(2r-x)}x dx$, che esprimerà la quantità d'acqua anche quando si aprisse il foro immediatamente sotto alla superficie: e $a\sqrt{(2r-x)} \cdot dx$, che esprimerà quel di più che deve uscire per essere il foro alquanto sotto alla superficie medesima.

L'in-

L'integrale del primo termine è $\frac{8r}{3}(2r-x)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{5}(2r-x)^{\frac{5}{2}}$,

e posto $x=0$, diviene $\frac{8}{15}(2r)^{\frac{5}{2}}$. L'integrale del secondo termine è $\frac{2}{3}a(2r-x)^{\frac{3}{2}}$, e, posto similmente $x=0$, diviene $\frac{2}{3}a(2r)^{\frac{3}{2}}$.

Adunque la quantità d'acqua, ch' esce dal foro posto alquanto al difotto alla superficie, farà alla quantità che ne uscirebbe se il foro arrivasse fino alla superficie medesima, come

$$\frac{8}{15}(2r)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}a(2r)^{\frac{3}{2}} : \frac{8}{15}(2r)^{\frac{5}{2}} = 8r + 5a : 8r.$$

Nel caso nostro, posto $a=1$, $r=6$, farà la proporzione 53:48, e però un foro circolare d'un pollice di diametro, immediatamente sotto alla superficie dell' acqua stagnante, darà in un minuto primo 11.849 pinte di Parigi.

Per avere la quantità d'acqua nel quadrato circoscritto al circolo in maniera, che il lato superiore giaccia nella stessa superficie del Fiume, bisognerà prendere la somma di $2r\sqrt{x} \cdot dx$, ch'è $\frac{4r}{3}x^{\frac{3}{2}}$, e posto $x=2r$ diviene $\frac{2}{3}(2r)^{\frac{5}{2}}$. Sarà dunque la quantità d'acqua nel foro circolare alla quantità somministrata in egual

tempo dal quadrato circoscritto come $\frac{8}{15}(2r)^{\frac{5}{2}} : \frac{2}{3}(2r)^{\frac{5}{2}}$, o come 4:5, e nel caso nostro farà la quantità d'acqua somministrata dall' apertura di un pollice quadrato in un minuto primo di pinte 14.811. Ma le quantità d'acqua in due bocche, l'una d'un pollice d'altezza, e di larghezza, senza battente, l'altra di pollici 5.5 di larghezza, 11 di profondità, e 3.6666 di battente, devono essere tra loro come 1:162.95972. Dunque la bocca d'un'oncia

G g

d'acqua

d'acqua di Milano darà in un minuto primo 2413. 59641 pinte di Parigi: e poichè il piede cubo contiene 36 pinte, e pesa 69. 59 libbre istessamente di Parigi; la detta bocca nel detto tempo darà 67. 044 piedi cubi, ossia 4665. 592 libbre d'acqua.

La libbra Francese è d'onze 16, e la libbra maggiore di Milano d'onze 28: e l'oncia Francese sta all' oncia di Milano come ~~5 a 7~~ e però la libbra Francese sta alla libbra Milanese come 96 a 144. 20. Dunque la stessa bocca d'un' oncia d'acqua darà in un minuto primo di tempo 3106 libbre Milanese d'acqua: che ridotte alla misura ordinaria del vino, chiamata Brenta, di boccali 96, ciascuno d'una libbra di 28 onze, faranno brente 32. 355. Il Chiarif. P. de Regi nel Cap. XI. sull' uso della tavola Parabolica, facendo il calcolo sopra altri dati, ricavò la misura di Brente 33. 51: e soggiunse che avendo fatto l'esperienza colla maggiore diligenza, e attenzione, della quantità d'acqua, ch'è veramente somministrata in un minuto di tempo, non ritrovò che brente 32: il che s'accorda più prossimamente col nostro calcolo, e ci dà un nuovo riscontro della verità, e dell' esattezza di tutto il metodo esposto per misurare le quantità d'acqua. Aggiunse ancora nel Capo susseguente, che quantunque si assuma comunemente dai nostri Periti, che sei onze d'acqua bastino ad irrigare in un giorno 200 pertiche di prato, e un' oncia pertiche $33\frac{2}{3}$, o poco meno, fatta però l'esperienza s'è ritrovato che l'oncia Milanese adacqua in un giorno pertiche $43\frac{2}{3}$ di prato fabbioso, e poco regolare, e pertiche 36 di terreno arato.

CAPO

CAPO SETTIMO.

Del metodo di misurare la quantità d'acqua in qualunque sezione d'un Fiume, e dell' applicazione ai Fiumi del Bolognese.

E' Un Problema meramente Analitico quello, in cui si cerca la quantità d'acqua in un Fiume, data che sia l'equazione d'una sezione. Le sezioni d'un Fiume si possono mettere in misura, ma non già esprimere con un' equazione analitica. Ordinariamente formano un intreccio di linee rette, e di linee curve, che sulle semplici proporzioni non si saprebbero rapportare precisamente ad alcun asse. Per tutti gli usi dell' Idrometria basterebbe di poterli portare la precisione medesima, che si ha nella Geodesia quando per riquadrare una pianta qualunque irregolare, prima vi si segna al di dentro il massimo rettangolo, e poi gli altri trapezj all' intorno si risolvono in tanti triangoli, che tutti insieme si accostino alla figura proposta dentro i limiti delle quantità, che si possono trascurare. Alla stessa maniera la sezione verticale di un Fiume si può risolvere in un rettangolo, e in una serie di triangoli negli spazj, che avanzano alle sponde, e nel fondo: ed essendo già noto il metodo di calcolare la portata di qualunque bocca rettangolare, resterà da vedere come si possa estendere il calcolo a qualunque triangolo, che abbia il vertice o verso la superficie dell' acqua, o verso il fondo.

Sia proposto il triangolo BEF , fig. 81., la cui base FE sia parallela alla superficie dell' acqua stagnante Aa , e sia la distanza $AD = a$, e la perpendicolare BD tirata dal vertice B nella base sia $= b$. Facciasi in oltre $FE = c$, $BC = x$, $Cc = dx$, $MN = \frac{cx}{b}$, e si chiami p il parametro della parabola, descritta col vertice A , e coll' asse AB , in maniera che la semiordinata corrispondente

G g 2

spon-

spendente all'ascissa AC esprima la velocità assoluta del punto C . Sarà la stessa velocità $\sqrt{p} \sqrt{a+b-x}$, e la quantità assoluta dell'

acqua, che passerà per l'area $MNnm$ sarà $\frac{c p^{\frac{1}{2}}}{b} \cdot x dx \sqrt{a+b-x}$.

L'integrale di questa quantità essendo indefinitamente

$$\frac{2cp^{\frac{1}{2}}}{5b} (a+b-x)^{\frac{5}{2}} - \frac{2cp^{\frac{1}{2}}}{3b} (a+b)(a+b-x)^{\frac{3}{2}}, \text{ e posto } x=b$$

$$\text{divenendo } \frac{2cp^{\frac{1}{2}}}{5b} a^{\frac{5}{2}} - \frac{2cp^{\frac{1}{2}}}{3b} (a+b)a^{\frac{3}{2}} = -\frac{4cp^{\frac{1}{2}}}{15b} a^{\frac{5}{2}} - \frac{2c}{3} \cdot p^{\frac{1}{2}} a^{\frac{3}{2}},$$

e in oltre, posto $x=0$, risultando $-\frac{4c}{15b} \cdot p^{\frac{1}{2}} (a+b)^{\frac{5}{2}}$; tutta la quantità d'acqua, che passerà per il triangolo FEB , dovrà essere

$$\frac{4c}{15b} \cdot p^{\frac{1}{2}} (a+b)^{\frac{5}{2}} - \frac{2c}{3} \cdot p^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{2a}{5b}\right) \cdot a^{\frac{3}{2}}.$$

Se il triangolo fosse posto col vertice insù, come nella fig. 82., posto $AB=a$, $BC=x$, e ritenute le altre denominazioni prece-

endenti; farebbe $\frac{cp^{\frac{1}{2}}}{p} x dx \cdot \sqrt{a+x}$ la quantità d'acqua corrispon-

dente all'area $MNnm$, l'integrale indefinito $\frac{2cp^{\frac{1}{2}}}{5b} (a+x)^{\frac{5}{2}}$

$$-\frac{2acp^{\frac{1}{2}}}{3b} (a+x)^{\frac{3}{2}}, \text{ e } \frac{4cp^{\frac{1}{2}}}{15b} \cdot a^{\frac{5}{2}} + \frac{2cp^{\frac{1}{2}}}{5} \left(1 - \frac{2a}{3b}\right) (a+b)^{\frac{3}{2}}$$

tutta la quantità d'acqua che passerà per il triangolo BEF . Prendendo poi le due formole insieme si avrà la quantità d'acqua nel parallelogrammo dei lati BE, FE . Le stesse due formole basteranno per calcolare la quantità d'acqua

d'acqua in qualunque altro triangolo FBH , fig. 85. Mentre dall'angolo F tirando FD parallela alla superficie dell'acqua Aa , per la prima formola si potrà calcolare la quantità d'acqua nel triangolo FDH , e per la seconda formola nel triangolo FBD . Avendo poi la maniera di calcolare la quantità d'acqua in qualunque triangolo FBH si potrà in qualunque sezione d'un Fiume, che sia comunque irregolare, e trapezia, continuare la risoluzione dei triangoli, e l'approssimazione del calcolo fino a tutta quella esattezza, che in qualunque caso proposto convenga di ricercare.

Avanti di avvanzarci a far uso, e ad applicare le formole precedenti alle sezioni dei nostri Fiumi bisogna notare diverse cose, che si deducono dalle formole istesse. In primo luogo dare le quantità a, b, c , nei triangoli di egual base, di eguale altezza, egualmente sommersi sotto alla superficie, e comunque o retti, o obliqui si avrà sempre la stessa quantità d'acqua. In secondo luogo, posto $a=0$, cioè messo il triangolo immediatamente sotto la superficie, nel caso del vertice rivolto in giù farà la quantità d'acqua

$$\frac{4c}{15} p^{\frac{1}{2}} b^{\frac{5}{2}}; \text{ e nel caso del vertice posto nella superficie mede-$$

$$\text{fima } \frac{2}{5} c p^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}}: \text{ cioè le quantità d'acqua in questi due casi saran-$$

no tra di loro come 2:3. In terzo luogo uniti i due triangoli per formare un parallelogrammo, il cui lato superiore convenga colla

superficie, farà la quantità d'acqua $\frac{2}{3} c p^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}}$: e così nel triangolo

FBH , e nel rettangolo $AaHF$, fig. 84, faranno le quantità d'acqua come 3:5. Poichè dunque si è già trovato nel Capitolo precedente, che le quantità d'acqua nel quadrato, e nel circolo iscritto sono come 5:4, resterà dimostrato il teorema, che, posta Aa la superficie dell'acqua, le quantità scaricate in tempo eguale dal quadrato $AaHF$, dal circolo iscritto, dal triangolo parimente
iscritto

iscritto FBH , dal triangolo rovesciato ADa , e dal triangolo dimezzato ABD , devono essere rispettivamente come i numeri 5, 4, 3, 2, 1.

Ora tornando alle altre formole antecedenti, e ripigliando i casi più semplici, se farà L la larghezza, e B la profondità d'una fezione rettangolare, A l'altezza corrispondente alla velocità superficiale, la quale altezza può riguardarsi come il battente della fezione, e se in oltre farà p il parametro di quelle parabole, in cui le semiordinate esprimono lo spazio percorso in un dato tempo, ossia la velocità assoluta delle particelle d'acqua ad una data profondità, farà la quantità d'acqua scaricata nello stesso tempo da

tutta la fezione $\frac{2}{3} L \cdot p^{\frac{1}{2}} (A+B)^{\frac{3}{2}} - A^{\frac{3}{2}}$: e se la fezione è libera,

e regolato il corso di tutto il Fiume si potrà trascurare qualunque correzione che nasca dalle obblività delle direzioni, e ciascuna fezione si potrà riguardare egualmente, e come vena contratta, e come foro. Che se di più in qualche fezione, oltre il rettangolo iscritto, sopravanzassero dei triangoli, che avessero la base c nella superficie dell'acqua, l'altezza vera b , e l'altezza equivalente a , farebbe la quantità d'acqua da calcolarsi oltre la precedente

$\frac{4c}{15b} \cdot p^{\frac{1}{2}} (a+b)^{\frac{5}{2}} - \frac{2c}{3} \cdot p^{\frac{1}{2}} (1 + \frac{2a}{5b}) a^{\frac{3}{2}}$. Finalmente se la

fezione rappresenterà qualunque altra forma di trapezio, risolvendola in tanti triangoli, posti col vertice o insù, o ingiù, secondo le cose poc' anzi dette, si potrà sempre portare il calcolo delle quantità d'acqua fino a quel grado di esattezza, che si desidera.

Per darne degli esempi più istruttivi prenderò i dati della solenne visita, che si è fatta nel 1761 su tutt' i Fiumi della Provincia di Bologna, e rapporterò una parte dei profili, e delle fezioni, che tengo presso di me sottoscritti di comune consenso dai Periti di Bologna, e di Ferrara, e che formano un materiale prezioso, e inte-

e interessante per gli usi dell' Idrometria. E in primo luogo di due fezioni, che si sono prese nel Torrente Lavino sopra lo sbocco nella Samoggia, io sceglierò la fezione che si è presa nel luogo P , fig. 89., come quello, che resta sopra un fondo più regolare, e che non può essere alterata nè dalle svolte del Lavino, nè dal ringorgo della Samoggia, nè da altre cause consimili. L'altezza massima della piena dei 15 Novembre dello stesso anno 1761 era di piedi 9, e once 10: la larghezza del fondo di piedi 30: e la larghezza alla superficie di piedi 58. La fezione è tanto regolare, che può risolversi in un rettangolo che abbia piedi 30, ossia once 360 di larghezza, e due altri triangoli, che abbiano le basi alla superficie, ambedue insieme d'once 336, sotto l'altezza comune d'once 118.

La velocità superficiale del Lavino, e della Samoggia, secondo le osservazioni già fatte da Eustachio Manfredi coi più piccoli galleggianti, si può supporre di 3 miglia l'ora, ossia di 18000 once del piede di Bologna, e in un minuto secondo d'once 50. Il parametro p , come si è detto, dev'essere quattro volte maggiore dello spazio percorso nella caduta libera, e verticale in un secondo di tempo, e però si può prendere di piedi $60 \frac{2}{5}$ di Parigi,

cioè di piedi 53 in circa di Bologna, o più esattamente d'once $635 \frac{5}{7}$, ossia 635.714. Però l'altezza equivalente alla velocità

superficiale dovrà essere d'once $\frac{2500}{635.714}$, ossia 3.9326. Ponendo

adunque $p = 635.714$, $p^{\frac{1}{2}} = 25.213$, $L = 360$, $A = a = 3.9326$, $c = 336$, $B = b = 118$, farà la portata intera della fezione per ogni minuto secondo d'once cube.

$\frac{2}{3} \times 360 \times 25.213 (121.9326^{\frac{3}{2}} - 3.9326^{\frac{3}{2}})$

$$+ \frac{4 \times 336}{15 \times 118} \times 25 \cdot 213 \times 121 \cdot 9326^{\frac{5}{2}}$$

$$- \frac{2}{3} \times 336 \times 25 \cdot 213 \left(1 + \frac{2 \times 3 \cdot 9326}{5 \times 118} \right) 3 \cdot 9326^{\frac{3}{2}}.$$

Così il rettangolo darà 8099916: i due triangoli 2761122: e tutta insieme la fezione farà d'onze cube 10861038 per ogni secondo. Facendo il calcolo similmente in un'altra fezione, ch'è stata misurata nella suddetta visita nel tronco superiore del Lavino, e supponendo la stessa velocità superficiale, tutta la quantità d'acqua risulterebbe minore di circa un quinto. La differenza del calcolo non farà specie se si rifletterà che in quest'altra fezione, ch'è stata presa sopra di un fondo più inclinato, e più ripido, bisognerebbe supporre una velocità superficiale sensibilmente maggiore che nella prima.

Nella Samoggia per le stesse ragioni bisognerebbe scegliere sopra la confluenza del Lavino la fezione *N*, e sotto la confluenza la fezione *K*. Nella fezione *N* l'altezza della massima piena del giorno sopra indicato era di piedi 18, ossia d'onze 216, e la larghezza del fondo d'onze 396: onde sostituendo questi altri dati nella formola precedente, e ritenendo la stessa quantità del parametro, e dell'altezza equivalente alla velocità superficiale, si troverebbe la quantità d'acqua somministrata in un minuto secondo da tutto il rettangolo iscritto alla fezione d'onze cube 21657918. In oltre la somma delle due basi dei triangoli, che avanzano oltre il rettangolo dalle due parti della fezione, è di piedi 50, ossia d'onze 600: onde trascurando l'acqua, che vi è segnata nell'angolo della gola, sarebbe la quantità da aggiungerfi alla precedente d'onze 13317748. Sarebbe adunque la portata intera della Samoggia di 34975666 onze cube per ogni minuto secondo: e la quantità d'acqua della Samoggia solitaria sarebbe a quella del Lavino prossimamente come 3:1. Nella fezione *O*, che si è presa sopra un fondo più ripido, supponendo

prendo la stessa velocità superficiale, la quantità d'acqua della Samoggia risulterebbe parimente minore di quella, che si è calcolata nella fezione *N*.

Riunendo le due fezioni *N*, e *P*, sarebbe la quantità d'acqua nella Samoggia unita al Lavino per ogni minuto secondo d'onze cube 45836704. Ma nella fezione *K*, misurata sotto la confluenza dei due torrenti, prendendo l'altezza del rettangolo iscritto d'onze 188, e la larghezza del fondo d'onze 666, la somma delle basi dei due triangoli 360, trascurando il piccolo gorgo, che vi era, e supponendo la stessa velocità superficiale d'onze 50 per secondo, e l'altezza equivalente di 3.9326; sarebbe la quantità d'acqua nel rettangolo iscritto d'onze cube 29684836, e nei due triangoli 6523028, e però in tutta la fezione 36207864. Se tutta la fezione *K* si calcolasse come un rettangolo d'onze 188 d'altezza, e 846 di larghezza ragguagliata tra il fondo, e la superficie, sarebbe la quantità d'acqua per ogni minuto secondo d'onze cube 37707765. E però qualunque dopo la confluenza del Lavino venga diminuita nella Samoggia la pendenza regolare del fondo, e per questa ragione debba piuttosto scemarsi la velocità superficiale; ciò non ostante supposta la velocità istessa di prima, e fatto il calcolo similmente sull'altezza, e larghezza della fezione della Samoggia unita al Lavino, risulta una minore quantità d'acqua di quella che corrisponde alle fezioni dei due torrenti separati. Vi dev'essere adunque qualche altro principio, che influisca nell'accelerazione delle acque unite, e le riduca ad una fezione minor di quella, che corrisponderebbe alla velocità già supposta nella Samoggia, e nel Lavino avanti la confluenza.

La velocità superficiale del Reno, è di miglia $3\frac{1}{2}$, ossia d'onze 210000 l'ora, e in un minuto secondo d'onze 58.333: e però l'altezza equivalente, cioè quella, da cui cadendo un corpo acquisterebbe la detta velocità, dev'esser d'onze 5.3526. Sostitui-

to questo numero nelle fezioni rettangole del Reno farebbe la quantità d'acqua per ogni minuto secondo d'onze cube

$$\frac{2}{3} L \times 25 \cdot 213 \left(\overline{B + 5 \cdot 3526^{\frac{3}{2}}} - \overline{5 \cdot 3526^{\frac{3}{2}}} \right).$$

La fezione presa nel luogo *G*, *fig. 91.*, si può appunto considerare come un rettangolo di piedi 151 di larghezza ragguagliata tra il fondo, e la superficie. L'altezza dell' indicata piena dei 15 Novembre del 1761 era di piedi $16 \frac{1}{2}$. I due triangoli, che vi restano alle sponde, sono assai

piccoli per rapporto a tutto il rettangolo iscritto: e quello di più che può dare il calcolo precedente prendendo per tutta la fezione un rettangolo di larghezza ragguagliata, deve avere qualche compenso con quello, che si trascura tra le irregolarità del fondo. Così l'approssimazione riuscirà di una sufficiente esattezza. Posto $L = 1812$, e $B = 198$, farà la quantità d'acqua d'onze cube 87943272. Se poi si volesse tener conto dell'acqua, che avanza sopra una delle golene, aggiugnendo al rettangolo un triangolo d'onze 22 di altezza, e 3960 di larghezza, il qual triangolo porterebbe altre onze cube 3112519, farebbe la portata intera della fezione per ogni secondo d'onze 91055791.

Il calcolo darebbe un poco di più nella fezione *F*, ch'è pure assai regolare. L'altezza vi si può prendere di piedi 15 nella larghezza ragguagliata di piedi 207, e quello di più, che si contiene nel piccolo seno del fondo, può riguardarsi come compensato da quello di meno, che dà la fezione trapezia per rapporto al rettangolo di eguale altezza, e di una larghezza ragguagliata. Posto $L = 2484$, e $B = 180$ farebbe tutta la quantità d'acqua d'onze cube 105306739. E tale prossimamente risulterebbe ancora la portata della fezione presa nel luogo *I*, dove la larghezza ragguagliata è d'onze 2112, e l'altezza d'onze 210. Così prendendo un medio aritmetico si potrebbe valutare la quantità d'acqua del Reno solitario d'onze 98181265, e alla quantità d'acqua della Samoggia

dov'è

dov'è unita al Lavino farebbe circa come 98:36, o come 8:3. La somma poi delle quantità d'acqua del Lavino, della Samoggia, e del Reno farebbe per ogni minuto secondo d'onze cube 132872066.

Nelle fezioni, che si sono prese nel Reno sotto la confluenza della Samoggia, supponendo la stessa velocità superficiale di miglia $3 \frac{1}{2}$ l'ora, in tutte le combinazioni, che possono farli, la quantità

d'acqua risulterebbe sensibilmente minore. Nella fezione presa nel luogo *E*, essendo la larghezza ragguagliata di piedi 159, e l'altezza massima della stessa piena dei 15 Novembre di piedi $14 \frac{1}{2}$, supposta l'altezza equivalente alla velocità superficiale d'onze 5.3526, e fatto il calcolo alla maniera istessa di prima, la quantità d'acqua per ogni minuto secondo risulterebbe d'onze 76622317. La quantità d'acqua risulterebbe anche minore nella fezione *D*, dove l'altezza maggiore della suddetta piena era solamente di piedi $13 \frac{1}{2}$,

e la larghezza ragguagliata di piedi 166. Nella fezione *C* prendendo l'altezza massima di piedi 13, e la larghezza ragguagliata di piedi 198, la quantità dell'acqua risulterebbe d'onze 81357500. Però raccogliendo tutto è manifesto dalla serie di questi calcoli, che supponendo la stessa velocità superficiale nel Reno avanti, e dopo la confluenza della Samoggia, e nella Samoggia avanti, e dopo la confluenza del Lavino, la quantità dell'acqua nella Samoggia dopo la confluenza non risulterebbe assai maggiore, e nel Reno risulterebbe anzi minor di prima. E poichè il Reno s'ingrossa di due quinti colla Samoggia, e la Samoggia cresce di un terzo col Lavino, oltre la pendenza del fondo, e la pressione delle acque superiori, bisogna necessariamente supporre alla confluenza de' Fiumi qualch'altro principio di accelerazione, di cui passeremo adesso a trattare più estesamente.

CAPO OTTAVO.

*Delle sperienze del Sig. Gennetè,
e di tutte le osservazioni delle velocità dei Fiumi,
che si uniscono, e si dividono.*

SE la velocità delle acque correnti dipendesse interamente dalla pressione, sotto larghezze eguali i quadrati delle quantità d'acqua scaricate in egual tempo farebbero proporzionali ai cubi delle altezze, come si è detto nel Cap. II., e generalmente le altezze farebbero come la radice cuba del quadrato della quantità d'acqua divisa per la radice cuba del quadrato della larghezza. Su questo teorema calcolò Eustachio Manfredi, che quando in Reno si fosse portato nel Pò grande verso Ferrara, dove non è più sensibile la pendenza del fondo, essendo le quantità d'acqua nel Pò, e nel Reno in piena come 30 : 1 prossimamente, l'altezza delle piene del Pò non si farebbe già accresciuta di $\frac{1}{30}$, ma solamente di $\frac{1}{51}$.

E secondo la stessa regola l'accrescimento di altezza in tutt' i Fiumi, che si uniscono insieme, farebbe sempre molto minore dell'accrescimento della quantità d'acqua, e in quelli, che si dividono, l'abbassamento farebbe molto minore della diminuzione. Ma nello stesso tempo il Manfredi, considerando il risultato delle sperienze fatte nel canale di Burana, che lasciato correre liberamente in Panaro, non vi portava alcun accrescimento sensibile di altezza, ed escluso non vi lasciava un abbassamento sensibile, riconobbe possibile il caso di una variazione sensibile della quantità d'acqua senza una variazione sensibile dell'altezza. Le sperienze sono state pubblicate nella raccolta del 1728.

Il Guglielmini nel Cap. VII. sulla natura dei Fiumi aveva già rilevato un fenomeno di questo genere nel Pò di Venezia, che nel secolo decimosesto richiamò a se tutto il ramo fino allora decorso verso

verso Ferrara, e poi s'incorporò ancora il Panaro, senza che vi siano divenute per ciò più alte le piene, e senza che si sia osservato un allargamento sensibile di letto. Su questa semplice osservazione offerì il Guglielmini, che un piccol Fiume può benissimo entrare in un grande senza accrescerlo perciò di altezza, nè di larghezza. Dopo di allora si sono fatte nel Pò delle osservazioni assai più precise. Nel 1714 mentre si guardavano gli argini del Pò in tempo d'una delle maggiori piene, essendo sopravvenuta una piena del Panaro, gli abitanti di Lagoscuro, e degli altri luoghi inferiori non si accorsero di qualche maggiore rigonfiamento del Pò. E così pure nel 1719 nè il Panaro, nè la Secchia non portarono alcun accrescimento sensibile all'altezza della piena del Pò, quantunque il colmo della stessa piena sia concorso nello stesso tempo col colmo maggiore della Secchia. Questi due fatti sono stati rilevati nell'informazione pubblicata sopra le osservazioni del Pò fatte nella visita del 1719, e 1720. Nella stessa visita si è pure rilevato un altro fenomeno analogo nella divisione del Pò grande ne' due altri rami detti delle Fornaci, e di Ariano. Mentre quantunque il Pò d'Ariano assorbisca un considerabile corpo d'acqua, ciò non ostante l'altezza delle piene dopo di questa diramazione, per quanto si è potuto osservare, non arriva a diminuirsi che di un'oncia, e mezzo del piede di Bologna, e la larghezza ragguagliata del Pò delle Fornaci, s'accresce anzi di piedi 35. La sezione di tutto il Pò grande innanzi alla diramazione è di piedi quadrati 12070: la sezione del ramo delle Fornaci di piedi 12330: quella del ramo di Ariano di piedi 2365: e così con levare da una sezione di piedi 12070 tant'acqua quanta ne può scorrere per un'altra sezione di piedi 2365 la sezione delle acque residue diventa anzi maggior di prima.

Il Sig. Gennetè nella lettera indirizzata a un Magistrato Olandese aggiunse agli esempj del Pò anche quelli del Reno grande, i quali esempj quantunque siano stati da lui prodotti senza le più precise misure delle sezioni, non devono però essere qui trascurati. Il

Reno

Reno di Germania riceve a Magonza il Meno di quasi eguale portata d'acque senza farsi per ciò più largo, nè più profondo, almeno per quanto si può conoscere da chi vi naviga. Così pure da Magonza andando a Colonia il Reno riceve di più la Mosella, e molti altri rivi minori, e ciò non ostante a Colonia è anzi più ristretto di letto che avanti la confluenza della Mosella. Per lo contrario in vicinanza di Emerich si stacca dal Reno il Wahal, e in ciascuno dei due rami rimane prossimamente la stessa larghezza di tutto il Fiume innanzi alla divisione, e quando vi s'ingrossano le acque sono e nell' uno, e nell' altro alte egualmente. Di nuovo il Reno si divide ad Arnheim per formar l'Yffel, e la larghezza, e la profondità dell' Yffel non differisce molto da quella del Reno intero. E però ancora in questi altri casi nè l'accrescimento del corpo d'acqua fa crescere sensibilmente le dimensioni dell' alveo, nè la diramazione le diminuisce.

La prima divisione del Reno grande fu incominciata sotto i Generali Romani Drusio, e Corbulone, e fu poi con tant' altre suddivisioni continuata nei secoli posteriori. Tanta molteplicità di canali portando vantaggi grandissimi alla navigazione, e al commercio di tutta l'Olanda, ha poi le conseguenze perniciose, che le acque divise in tanti rami perdono la velocità, e la forza di sostenere, e spingere fino al mare le loro torbide. Il continuo rialzamento del fondo, che ne deriva, rende sempre più difficili gli scoli delle campagne, sempre maggiore la spesa delle arginature, sempre più gravi i danni, che per qualunque rotta si stendono ampiamente sulle campagne, e che minacciano tutto il paese d'una rovina irreparabile. Per liberare dalle inondazioni la parte di Olanda, che resta tra Rotterdam, Utrecht, Amsterdam, e l'Oceano fu proposto nel 1754 il progetto di fare nel Leck, ch'è un'altra diramazione del Reno, un taglio di sedici chiuse, onde se ne potesse scaricare una parte nella Meruva, ch'è l'unione della Mosa col Wahal. Il Sig. Genneté nella lettera sopraccitata sostenne, che i diversivi fareb-

ebbero riusciti inutili per diminuire l'altezza delle piene, e proposte in vece di riunire tutte le acque del Reno grande nel vecchio ramo dell' Iffel, e così di rivolgerle per la strada più corta al mare.

Lo stesso Autore, conosciuto ancora per altre sue produzioni, fece in oltre vedere con diverse sperienze, che in un piccolo canale artefatto la quantità dell' acqua si poteva accrescere fino del doppio senza che si rendesse sensibile l'accrescimento dell' altezza, e che per lo contrario si poteva ridurre alla metà senza farla abbassare sensibilmente di superficie, restando tutta la differenza, che la velocità dell' acqua cresceva proporzionatamente nel primo caso, e si diminuiva nel secondo. Le sperienze furono fatte a Leida nel 1755, come si leggono esposte nella già detta lettera, ed io nel tempo del mio soggiorno all' Aja me ne sono più minutamente informato da alcuni dei Commissarj, che vi furono presenti d'ordine pubblico. Le ho fatto anche conoscere in Italia colla prima edizione del mio libro sui Fiumi fatta nel 1762, ed ho inutilmente fatto cercare al Sig. Genneté le più precise circostanze della sua macchina, per non ripeterne vagamente i tentativi. L'esito delle sperienze pubblicate nel di lui libro si è, che lasciando entrare nel recipiente comune uno, e poi due rivi, ciascuno dei quali vi portava la metà dell' acqua di prima, e divenendo la quantità d'acqua successivamente 1, $1\frac{1}{2}$, 2, vi si accresceva bensì la velocità nella proporzione medesima, ma non vi si osservava alcuna variazione sensibile nell' altezza. Quando poi con aggiugnere degli altri rivi le quantità d'acqua divenivano successivamente 3, 4, 5, 6, 7 gli accrescimenti corrispondenti di tutta l'altezza erano $\frac{1}{48}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{9}$: e si aveva la stessa progressione al contrario quando colla diramazione di altri rivi si veniva con ordine contrario a scemare la quantità d'acqua nel recipiente.

Varie

Varie altre sperienze di questo genere furono poi replicate l'anno 1762 in Ferrara, e poi in Roma l'anno 1763, e nuovamente in Ferrara l'anno 1766 con diverse combinazioni di canali, e di vasche, e con esito affatto differente. Le sperienze, e le macchine, che vi si sono adoperate, si possono vedere descritte nel Tom. VI. della Raccolta degli Scrittori d'acque fatta in Firenze. La macchina di Roma, e quella, che si è adoperata in Ferrara nel 1766, erano troppo piccole: i canali non erano che di 10, o 12 piedi di lunghezza, e 1, o 2 pollici d'altezza, e di larghezza: e di più la maniera, con cui vi entravano, e poi vi si diramavano le acque, non aveva nulla, che si potesse rapportare al corso d'un Fiume investito, e urtato di fianco da qualche influente. La macchina adoperata in Ferrara nel 1762 arrivava in larghezza a 7 pollici, e l'acqua vi entrava per diversi canaletti posti nello stesso piano, e ad angoli acuti. Ma io lasciando queste sperienze alla curiosità della Fisica, non vorrei mai che vi si fondassero sopra le regole dei Fiumi liberi, e grandi. Il caso delle sperienze è troppo rimoto, e vi manca quella corrispondenza di elementi, che può servire di base a qualunque più piccola analogia. Per esempio nella prima macchina di Ferrara la velocità superficiale era di tutta la lunghezza, cioè di piedi 199 in quattro minuti di tempo, ch'è circa un quinto della velocità riconosciuta nella superficie del Reno di Bologna. Ma poi il corpo d'acqua era di 4100 once cube per ogni minuto primo, cioè 2000000 di volte minore della portata intera del Reno in piena. Però lasciando alla Fisica sperimentale tutte le ricerche di questo genere, consulteremo invece le osservazioni immediate dei Fiumi, e vi rintracceremo direttamente le leggi generali, che seguita la natura nel doverli o riunire insieme, o dividere.

Nella fig. 89. il fondo del Lavino è ab , b il luogo dov'esso sbocca nella Samoggia, Q , e P il luogo delle sezioni, che vi si sono misurate, e cd il colmo della piena dei 15 Novembre del 1761.

Nella

Nella fig. 90. ofg rappresenta il fondo della Samoggia, f il luogo, dove vi si unisce il Lavino, g lo sbocco di tutta la Samoggia nel Reno, O , N , L , K il luogo delle sezioni, b il colmo della piena dello stesso giorno. Nella fig. 91. IO è il fondo del Reno, g lo sbocco della Samoggia, O la rotta, da cui si spandeva il Reno nelle valli, V il fondo abbandonato, PQ il pelo basso dei 5 Dicembre, RS il pelo alto dei 4 Novembre, TV il colmo della piena dei 15 Novembre dello stesso anno 1761, I , H , G , F , E , D , C , B , A il luogo delle sezioni misurate. Le distanze orizzontali nei tre profili sono egualmente espresse col numero delle pertiche; ciascuna delle quali contiene 10 piedi di Bologna, e le altezze sono segnate in piedi, once, e punti dello stesso piede, e rapportate alla comune orizzontale ML , ch'è il pelo basso dell'Adriatico. Le sezioni si sono ancora diseguate separatamente, e sopra di esse si è valutata la larghezza, e l'altezza media. Le quantità d'acqua, che nelle supposizioni già fatte della velocità superficiale, dovevano scaricarsi per ogni minuto secondo della suddetta piena, sono come nella tavola seguente.

Lavino. larghezza. altezza. velocità superf. area once. acqua once.

Sezione P p. 44. p. $9\frac{5}{6}$. miglia 3 l'ora. quadre 62304 cube $10\frac{4}{5}$ mill.

Samoggia N	58.	18.		150336.	35.	
	K	$70\frac{1}{2}$.	$15\frac{2}{3}$.	159048.	$36\frac{1}{5}$.	
Reno	G	151.	$16\frac{1}{2}$.	$3\frac{1}{2}$.	358776.	$91\frac{1}{18}$.
	F	207.	15.		447120.	$105\frac{3}{10}$.
	E	159.	$14\frac{1}{2}$.		331992.	$76\frac{3}{5}$.
	C	198.	13.		370657.	$81\frac{1}{5}$.

Le sezioni sono state prese di comune concerto dei Periti di Bologna, e di Ferrara, e prese in luoghi dove l'alveo è assai regolare, dove non forma gomiti, e svolte, e dove per conseguen-

za qualche casuale tortuosità non può aver parte nel risultato dei calcoli precedenti. Di più ne' suddetti luoghi il pelo alto è parallelo al pelo basso, e il pelo basso è parallelo al fondo: osservazione che basta per dissipare ogni sospetto, che le sezioni superiori del Reno ringorgate dalla Samoggia, e quelle della Samoggia ringorgate, e rigonfiate per la confluenza del Lavino, facessero comparire qualche restringimento nelle altre sezioni inferiori. Di più la Samoggia immediatamente sotto allo sbocco del Lavino cade da un dosso assai ripido di circa 4 piedi di altezza, e però l'accelerazione della caduta deve impedire che il ringorgo delle acque unite, qualunque siasi, s'estenda molto all'insù. In oltre la sezione *N* della Samoggia solitaria è stata presa in distanza di 356 pertiche dallo sbocco del Lavino. La pendenza del fondo della Samoggia in quelle pertiche 356 è maggiore d'un piede: onde quand'anco il ringorgo alla confluenza del Lavino vi facesse le veci d'una chiusa dell'altezza d'un piede, l'orizzontale tirata per la sommità di essa non arriverebbe a incontrare il fondo così lontano, e la sezione misurata sarebbe libera. Finalmente il risultato dei calcoli sarebbe prossimamente lo stesso, se nel Lavino, nella Samoggia, e nel Reno ancor solitarij si prendessero delle sezioni assai più lontane dai punti delle confluenze.

E come il ringorgo delle acque unite non può portare rigonfiamento alcuno nelle sezioni misurate superiormente, così neppure può dubitarsi che le sezioni *C*, *D*, *E* misurate nel Reno sotto la confluenza della Samoggia risultino più ristrette per l'accelerazione delle acque, che dopo il corso di più di sei altre miglia sboccano dalle rotte liberamente, e si spandono nelle valli. La distanza di sei miglia è troppo grande per fare che vi si stenda l'accelerazione originata inferiormente dalla libertà dello sfogo: il parallelismo del pelo alto, del pelo basso, e del fondo nelle sezioni *E*, *D*, *C* esclude l'ipotesi di qualsivoglia accelerazione successiva, posta la quale il pelo alto dovrebbe gradatamente convergere verso il fondo,

do, e l'altezza delle sezioni dovrebbe farsi gradatamente minore, come nelle sezioni *B*, *C*, che sono state prese in maggiore vicinanza delle valli. Quest'eccezione, che ha luogo solamente nelle sezioni inferiori del Reno, non ha poi luogo in nessuna delle sezioni della Samoggia. Resta adunque da ricercarsi qualch'altro principio di accelerazione, che non ostante l'accrescimento del corpo d'acqua, che si fa in qualche Fiume per la confluenza di un altro, non lasci crescere proporzionatamente le aree delle sezioni, e le renda sensibilmente minori di quelle, che dovrebbero corrispondere al corpo delle acque unite nella supposizione che vi si mantenesse sempre la stessa velocità superficiale, e sopra, e sotto la confluenza, e che la velocità degli altri strati inferiori fosse dappertutto proporzionale alla radice delle altezze equivalenti.

La diminuzione delle resistenze del fondo, e delle ripe, che si ha quando due Fiumi si uniscono in un solo alveo, secondo ciò che si è detto sul fine del Cap. III., non può mai portare un accrescimento tanto sensibile di tutta la velocità. Il caso considerato dal Guglielmini del Panaro, che entrando in un Fiume tanto più grande come il Pò, non facesse che togliervi qualche ristagno, e diffondere il moto per tutta l'area della sezione, non pare il caso dei corpi d'acqua, che hanno una maggiore proporzione tra loro, come la Samoggia, e il Reno, dove le sezioni misurate avanti, e dopo la confluenza sono sezioni vive, senza ristagni, e senza deviazioni laterali. Lo stesso Autore nella Prop. IV. del Lib. VIII., e dopo di lui il Pitot, e il Grandi applicando ai Fiumi uniti, e divisi il principio della composizione, e della risoluzione delle forze, indicarono una cagione, che potrebbe avere la parte principale nei fenomeni di questo genere. E comunque si possano riguardare come arbitrarie le ipotesi, e le particolarità della suddetta applicazione; non può però mettersi in dubbio generalmente, che l'urto di un nuovo Fiume non debba portare nel Fiume principale qualche accrescimento della velocità corrispondente alla semplice altezza della pressione.

Il caso che per accrescersi la quantità d'acqua in un Fiume vi si accrescesse l'altezza in ragione della radice cuba del quadrato della quantità d'acqua, e che però crescendo la quantità istessa in ragione di $1 \frac{2}{5} : 1$ crescesse l'altezza solamente in ragione di $1 \frac{1}{4} : 1$, farebbe il caso o di una dirotta pioggia, o di una maggiore abbondanza delle sorgive sparse al lungo dell'alveo, o di altre acque che casualmente vi ricadessero dalle sponde. Nel caso che la stessa quantità d'acqua venga portata da un influente, che sbocchi nel recipiente a foce aperta vi dev'essere qualche cosa di più. Alla pressione verticale, esercitata sempre da qualsivoglia strato superiore su gl' inferiori, si aggiungerebbe allora la pressione orizzontale, e laterale dell'influente: l'ultima sezione di esso arriverebbe a strignere di fianco, ed a ferrare contro la sponda opposta il corpo delle acque unite: la spinta laterale si dovrebbe misurare dalla velocità, e dal numero di tutte le particelle, che un dato tempo sbocchassero dall'alveo proprio nel comune. Però in questo caso la velocità delle acque unite dovrebbe essere necessariamente maggiore, e l'altezza minore di quella, che corrisponderebbe alle altre ipotesi precedenti.

Così adunque vediamo, che i Fiumi s'ingrossano tanto, e così presto per le nevi sciolte, e per le piogge, ma che dopo l'unione di qualche influente gli accrescimenti non sono proporzionatamente tanto grandi. Per prendere gli esempi più precisi, che abbiamo in questo genere, nella piena dei 15 Novembre del 1761 il Lavino ha accresciuto la Samoggia di un terzo, e la Samoggia ha accresciuto il Reno di circa due quinti. Il Lavino, e la Samoggia, come di corso non molto differente, hanno contemporanee le piene: e la Samoggia, e il Reno nei colmi delle loro piene non possono mai differire di molto tempo. Nel giorno indicato il colmo della piena della Samoggia non prevenne che di poche ore il colmo della piena di Reno: e così se il Reno nel colmo della sua piena non sarà stato allora accresciuto dalla Samoggia di due quinti,

ti, lo farà certamente stato di poco meno. Ciò non ostante le sezioni della Samoggia sotto alla confluenza del Lavino non si sono accresciute che di assai poco, e nelle sezioni del Reno sotto alla confluenza della Samoggia non si è ritrovato accrescimento alcuno, che corrispondesse almeno in parte al corpo d'acqua accresciuto.

Nel territorio Bolognese vi è un altro esempio da aggiungere a quelli della Samoggia, e del Reno. Il torrente Gajana entrando nella Quaderna, quantunque vi accresca il corpo d'acqua di circa la metà, non vi porta però accrescimento sensibile di altezza, nè di larghezza. A quest'esempio bisogna unire anche gli altri indicati sopra della unione delle acque di Burana in Panaro, e delle piene del Panaro, della Secchia, e del Pò. I fatti sono particolarmente attestati da Eustachio Manfredi, e intorno ad essi non vi è alcuna eccezione da fare: nè che la quantità d'acqua negli influenti non avesse una proporzione sensibile a quella del recipiente: nè che le sezioni del recipiente non fossero vive: nè che il fenomeno si potesse attribuire ad altro, che a qualche accelerazione maggiore di quella, che corrisponderebbe all'altezza o della caduta precedente, o della pressione.

Dalla mappa, e dal profilo, che lo stesso Manfredi ci ha lasciato del Tevere, si può cavare un altro esempio ben sicuro, e preciso. Scegliendo le due sezioni segnate nel profilo colle lettere *K*, e *Q*, che sembrano le sezioni più regolari di tutte, la prima innanzi alla confluenza del Teverone nel luogo detto il Malpaffo, e la seconda all'ingresso in Roma; nella prima la larghezza ragguagliata tra il fondo, e la superficie farebbe di palmi Romani 500, e l'altezza media, rapportata alla piena del 1742, potrebbe supporfi di circa palmi 40: e nella seconda sezione potrebbe supporfi la larghezza ragguagliata di palmi 370, e l'altezza della stessa piena, trascurando un piccolo seno nel fondo, di circa palmi 49. Però la portata del Tevere sopra lo sbocco del Teverone farebbe alla quantità d'acqua, che risulta nella sezione inferiore,

re, come 126600 : 126910. Facendo il calcolo similmente in altre sezioni dopo la confluenza del Teverone, non ne risulta nelle sezioni del Tevere un accrescimento corrispondente a quello del corpo d'acqua.

Ciò che si osserva nell'unione dei Fiumi si vede pure in tutte le susseguenti diramazioni: cioè che deviando dal tronco principale un corpo d'acqua considerabile, il corpo d'acqua residuo non si diminuisce proporzionatamente di altezza, nè di larghezza. Si è già prodotto sopra l'esempio delle diramazioni inferiori del Pò. La caduta grande del fondo del Tesino, e dell'Adda sotto alla diramazione dei due Navigli, il ringorgo cagionato al disopra delle chiuse, e l'irregolarità di tutte le sezioni, non mi ha dato luogo di fare alcuna osservazione, che possa aggiugnere qualche lume in queste materie. Il Tevere somministra delle osservazioni assai più precise. Le due sezioni, che nella mappa di Eustachio Manfredi sono segnate, l'una sopra, e l'altra sotto la divisione del canale di Fiumicino dal ramo d'Ostia, hanno prossimamente la larghezza medesima. La sezione superiore è prossimamente rettangola, e la profondità ragguagliata vi si può valutare di circa 10 palmi Romani. La profondità ragguagliata della sezione inferiore è di 9 palmi, e siccome tra le irregolarità del fondo la profondità vera arriva da una parte fino a palmi 18, supposta la stessa velocità superficiale, e fatto il calcolo solito, la quantità d'acqua non vi risulterebbe minore che nell'altra sezione antecedente. Così la diramazione di Fiumicino deve diminuire la velocità delle acque nel ramo d'Ostia senza diminuirvi sensibilmente l'altezza. Così pure il canale fatto scavare dall'Imperator Nerva per divertire le soverchie acque del Tevere non servì punto a diminuirne le inondazioni, come ci attesta Plinio nelle sue lettere. E alla stessa maniera si deve dire, che le diramazioni, e i diversivi dell'Adige, del Tesino, e di altri Fiumi d'Italia non servono a diminuire sensibilmente l'altezza delle piene, Ma di ciò parleremo nuovamente a suo luogo.

DELLA

DELLA GEOGRAFIA FISICA
DE' FIUMI.
LIBRO SESTO.

CAPO PRIMO.

*Dell'origine dei Fiumi,
e delle cause, e dei fenomeni delle piene.*



Filosofi solitarij, che s'abbandonano alla semplice immaginazione, e che nel silenzio delle loro biblioteche si studiano di ridurre la Natura in sistemi prima di consultarla, e osservarla in se medesima, possono ben figurarsi, che le acque dei grossi Fiumi si versino dalle aperture delle montagne, e che, o per i piccoli meati della terra, o per le maggiori caverne sotterranee, vi siano continuamente somministrate dal mare. Un Filosofo viaggiatore, che porti gli occhj suoi proprj sull'alveo di qualche Fiume, e che si prenda l'incomodo di rimontarlo fino alla prima sorgente, non può riconoscervi altre cagioni fuorchè le nevi sciolte, e le piogge. I Fiumi e maggiori, e minori in tutte le prime loro diramazioni si risolvono gradatamente in così piccole vene d'acqua, che nè per ciascuna di esse, nè per tutte insieme fa bisogno di ricorrere ad altro, che alle semplici ordinarie meteore.

Nelle varie commissioni, che ho avuto in Lombardia, in Toscana, e nel Tirolo, nei viaggi, che ho fatto di qua e di là dalle Alpi, e dal Mare, e molte volte ancora per semplice diporto ho seguitato lungamente il corso di varj Fiumi. Ho risalito una volta tutto il Fiume Magra dalla sua foce in Mare presso Sarzana fino alle sette polle, che, dove si uniscono insieme, sette miglia sopra Pon-

Pontremoli, incominciano a prendere il nome di Magra: poi superato il dorso del monte, alla distanza di meno d'un miglio, ho similmente riconosciuto le prime dodici sorgenti del Taro, e ne ho seguitato il corso fino allo sbocco del Fiume in Pò. Ho pure costeggiato in gran parte l'alveo del Pò, Tesino, Adda, Reno, Savena, Idice, Panaro, Adige, Fersina ec.: e a questi Fiumi potrei aggiugnere una ventina di piccoli torrenti. Dopo di ciò mi lusingo di poter parlare delle acque correnti generalmente, e sulle osservazioni mie proprie.

Rimontando l'alveo d'un Fiume si vede sparso il suo fondo di materie sempre più grosse, si fa in tratti eguali maggiore la caduta delle acque, e la quantità di esse si diminuisce. E questa diminuzione si fa per una continua serie di piccolissime differenze, e con una degradazione tale, che bisogna averla sott'occhio per formarne una giusta idea. Il tronco principale del Fiume si forma di molti altri minori rami, e questi di moltissimi ramoscelli, gradatamente sempre più piccoli. Piccolissime sono le prime polle, che somministrano ciascuno di essi: si vedono gemere, e stillare dalle sempre umide coste delle colline, e delle montagne: s'ingrossano visibilmente dalle altre minutissime vene d'acqua, che sono sparfe su tutt'i fondi, e sulle sponde, che le riuniscono. In somma è visibilmente la stessa crosta della terra, che ci tramanda a poco a poco da tutt'i punti della sua superficie tutte le acque correnti, ed è una vanità fisica d'immaginare dei condotti sotterranei, piccoli, o grandi, che portino tutto un Fiume dalla superficie del mare fino alla cima delle montagne.

Ma per sentire ancor maggiormente la vanità delle antiche questioni è necessario risolverle nei loro primi elementi. Non si può mettere in dubbio, che le acque portate dai Fiumi in tempo delle piene non vengano unicamente dalle piogge, e dalle nevi: e così tutta la questione si potrebbe al più limitare alla sola quantità d'acqua, che vi decorre ordinariamente. Ma l'acqua ordinaria

aria de' Fiumi è di una quantità molto piccola rispetto a quella che sopravviene nelle piene grandi, e mezzane. La Senna al Ponte Reale di Parigi ha qualche volta in Estate solamente tre piedi di altezza. Nella piena del 1763 s'è alzata fino a piedi $22\frac{1}{2}$: e nel 1740 è arrivata fino a 25. Il Pò nelle sue piene ordinarie cresce quattro volte di altezza: e però secondo le regole, che si spiegheranno a suo luogo, in eguale larghezza d'alveo, e in egual tempo, dovrebbe esso portare otto volte più d'acqua nelle sue piene, che nello stato ordinario di bassezza. A ciò aggiugnendo l'allargamento grande del letto, e riflettendo che il Pò ha due, o tre piene l'anno, che qualche volta le piene durano fino a 30, e 40 giorni, e che vi sono spesso molte altre mezzane piene, si farà manifesto che l'acqua delle piene, cioè quella che certamente proviene dalle piogge, e dalle nevi, supera di gran lunga la quantità dell'altra, che ha il Pò nello stato ordinario. Lo stesso si deve dire degli altri Fiumi.

Ora le nevi, che anco in tempo d'Estate rimangono sulla cima degli apennini, e delle alpi, i temporali, e le piogge, che sono sempre più dirette, e frequenti alla montagna, le nebbie, che vi tengono inumidito sempre il terreno, tutte queste cause concorrono a fare, che i luoghi montuosi siano rispetto alle acque ordinarie d'un Fiume ciò che tutt'i luoghi montuosi, e piani sono nel tempo delle piene. La quantità della pioggia, che nel piano di Parigi è di circa 18, o 20 pollici l'anno, tra le montagne della Gascagnana arriva fino a 90, e a 100 pollici. L'evaporazione sempre minore, che al piano, non basta al consumo delle acque raccolte insieme nei più ampi crateri delle montagne, e vi lascia dei laghetti perenni anche alla cima. Le fenditure, e i piccoli canali dei terreni non coltivati, che vi si trovano, permettono alle acque di penetrare, e insinuarsi profondamente, e i terreni medesimi sempre inzuppati le rendono largamente per qualunque pic-

piccolo scavo che vi si faccia. Così le montagne, che somministrano acque perenni, sono sempre nello stato di pioggia, come lo sono di tanto in tanto i luoghi montuosi, e piani per le acque temporarie delle piene.

Adunque in tutta la presente questione, come sul principio del secolo è stata trattata al tavolino da molti Filosofi Italiani, Francesi, e Inglese, pare che si sia dato più alla fantasia, che all'osservazione. Era una semplice immaginazione del Des-Cartes, che le acque del Mare passassero per le caverne sotterranee fino al centro delle montagne, e col calore interno vi si filtrassero, e raddolcissero: ed era un'altra immaginazione di Vallisnieri, e di Scheuchzer, che i laghetti di alcune montagne servissero di alimento ai Fiumi, che sorgono altronde, per mezzo di tanti sifoni scavati interiormente nella creta, nel tufo, e nei massi, che formano come l'ossatura di tutto il globo. La Geografia ci presenta veramente alcuni casi di acque, e di Fiumi, che scorrono lungamente nelle caverne sotterranee, e tra i seni più cupi delle montagne. Così il Fiume Timavo, dopo di essere corso dalla Città di Fiume fino alla villa di San Canciano, cade in un'ampia grotta, passa liberamente attraverso di tutto un monte, e appena uscito dall'altra parte si profonda in una cupa voragine, e dopo di altri giri sotterranei assai lunghi ripiglia un corso regolare a San Giovanni di Duino. E così l'apertura del monte, da cui dal principio di Primavera fino al principio di Autunno si vede sgorgare il Fiume Latte sulle rive del lago di Como, il fenomeno giornaliero, ed orario della Pliniana, le fontane, i fiumi, ed i laghi temporarij di altri luoghi, fanno vedere per quanto lunghe, ed occulte strade scorrono molte volte sotterra le acque piovane, e le nevi sciolte più di lontano. La celebre fontana, denominata ancora da Plinio il giovine, che n'era il possessore, e che ce ne ha parlato nelle sue lettere, si vede calare, e crescere continuamente di altezza. I decrementi, e gli incrementi sono ora maggiori, ora minori: altri di più lunga, altri

tri di più corta durata: d'ordinario si succedono gli uni agli altri, e qualche volta si danno degl' intervalli di tempo, in cui la variazione non è sensibile. La durata degl' incrementi passa di raro il quarto d'ora, ed è sempre più lungo il tempo, in cui la fontana continua ad abbassarsi, nè vi è alcun'altra corrispondenza, nè alcun periodo regolare degli abbassamenti, e degli alzamenti.

Ma questi sono tutti casi, e fenomeni particolari. Generalmente parlando la stessa incrostatura delle montagne inumidita, e inzuppata dalle piogge, e dalle nebbie ordinarie di tutto l'anno tramanda da tante piccole, e continuate sorgenti l'acqua, che si raccoglie dentro l'alveo dei Fiumi nel tempo delle maggiori siccità: e le generali piogge cadute all'intorno dei Fiumi, e le nevi sciolte sulle montagne, e nelle valli, che vi mettono foce, somministrano visibilmente la molto maggiore quantità d'acqua, che vi decorre in tempo delle piene. Questo è un fatto di pura ispezione, e qui neppure abbisognano tutt'i calcoli, con cui il Mariotte, e l'Halley hanno voluto mostrare, che la quantità delle piogge, e delle nevi sciolte supera di gran lunga la portata di tutt'i Fiumi. Quei calcoli includevano ancora una falsa supposizione, che la stessa quantità d'acqua non torni a svaporare, e non ricada in pioggia diverse volte nel giro di tutto un anno. Ma non occorre neppure che si rettifichi il calcolo con altre supposizioni più verosimili. Non si vede mai crescere considerabilmente alcun Fiume senza che sia preceduta qualche pioggia dirotta, o che si sappia d'esserli sciolta una quantità grande di neve alla montagna. I contadini nell'aria, e nei venti, e nelle altre meteore riconoscono i segni delle vicine piene, e fanno ritirare a tempo quanto bisogna dal letto di quei torrenti, che si rigonfiano qualche volta improvvisamente. Le nevi altissime delle montagne si sciolgono colla forza o del Sole, o dei venti, che operando in un lato delle istesse montagne più che in un altro, e solamente in alcune ore del giorno, ricercano maggior tempo a rivolgere dentro gli alvei inferiori dei Fiumi una

quantità d'acqua eguale a quella, che può arrivarvi colla continuazione delle piogge. Così le nevi sciolte fanno crescere i Fiumi più lentamente: e i temporali, e le piogge dirotte li fanno crescere molte volte tutt'ad un tratto. Tra di noi le più lunghe piogge si hanno ordinariamente in Autunno, e i temporali in Estate: e però il Lambro, il Seveso, la Molgora, e gli altri torrentelli di corso minore si gonfiano ordinariamente in Autunno, e qualche volta ancora in Estate. L'Adda, il Tefino, il Pò, che colle varie diramazioni dei primi influenti s'internano maggiormente nelle alpi, hanno le piene maggiori d'ordinario in tempo di Estate.

Alcuni Autori tra le varie cagioni delle piene hanno annoverato anche i venti, non solamente in quanto contribuiscono a sciogliere le nevi delle montagne, ma perchè in oltre, spirando qualche volta con una contraria direzione, possono ritardare il corso dei Fiumi, ed accrescerne l'altezza. Quest'articolo fu ancora più lungamente dibattuto nelle più antiche controverse Idrauliche di Bologna. Il Guglielmini limitò l'azione dei venti al semplice rialzamento del pelo basso del Mare, ed al ringorgo, che ne deve poi nascere dentro gli ultimi tronchi dei Fiumi. Il Zandrini nel §. VI. del Cap. VIII. oppose di non trovarsi ragione alcuna, per cui i venti, arrivando qualche volta a rialzare sensibilmente la superficie media dei Mari, non possano poi fare altrettanto anche in quella dei Fiumi. Ma la ragione di ogni differenza è la stessa, per cui i venti eccitando dei flutti altissimi in Mare, non arrivano mai a produrre, che un piccolo increpamento nella superficie dei nostri Fiumi. L'azione continuata dei venti più impetuosi in un recipiente vastissimo, e libero come il Mare, vi fa gradatamente crescere gli ondeggiamenti fino a quel segno, che, rivolgendosi essi per lunghissimo tratto dall'una all'altra spiaggia, si abbassi da una parte sensibilmente il livello medio delle acque, e si rialzi dall'altra. Onde quando concedasi solamente che gli effetti debbano diminuirsi con qualche proporzione della superficie, e della massa che si agita,

ta, non si avrà mai altro dall'impeto dei venti, e dalla minore obliquità delle direzioni, a cui possono essi ridursi sulle pianure, e tra le vicine sponde del Fiume, che appunto un piccolo increpamento, unicamente superficiale, e affatto indifferente allo scarico delle piene. Però quando io sento addurmisi degli esempj di piene cresciute in tempo di qualche vento contrario, credo che si manchi di Logica confondendo le circostanze casuali, e indifferenti colle vere cagioni, e prendendò per principio d'una cosa ciò ch'è unicamente anteriore di tempo.

Ma per passare dalle cause ai fenomeni delle piene, ciò che si osserva generalmente in tutt'i Fiumi, e maggiori, e minori si è, che le variazioni di altezza sono sempre più grandi sul principio, e sul fine, che verso il colmo delle piene. La ragione è, che la stessa quantità d'acqua cagiona sempre una minore variazione di altezza quando i Fiumi sono più gonfi. Per esempio acciò le altezze siano successivamente come 5, 6, 7, a norma di quanto si è detto nel Cap. II. del libro antecedente, bisognerebbe che le intere

quantità d'acqua fossero $5, 6\frac{1}{2}, 8\frac{1}{4}$. Per questa ragione ancora nei Fiumi minori crescono, e scemano più prestamente le piene, che nei maggiori. Le altre differenze sono principalmente, che le piene più grandi sono di più corta durata, e arrivano più frequentemente nei Fiumi più piccoli. Mentre in primo luogo nei Fiumi minori ricorrono un minor numero di combinazioni per formare una piena, e nei Fiumi maggiori bisogna che concorrano insieme le cause più generali. E in secondo luogo gl'influente dei Fiumi minori sono sempre meno distanti, e di corso più breve, onde operando in tutti la cagione medesima arrivano ancora ad unirsi con minore differenza di tempo. Laddove nei Fiumi maggiori dopo una pioggia generale, o dopo un subitaneo scioglimento di nevi, incominciano ad arrivare le piene degl'influente, che sono di corso più breve, e poi degli altri, che sono di origine più lontana, e così

procedendo gradatamente dagli uni agli altri tanto dura la piena totale quanto basta allo scarico di tutti.

Il concorso di tutti gl' influenti forma il colmo della piena del recipiente. Ma ancora in un Fiume solitario, che seguiti a decorrere senza l'aggiunta di nuove acque, ha preteso il Zandrini, che l'altezza d'una piena arrivi in qualche luogo ad un massimo, ch'esso chiamava il ventre della piena, ed ha anzi cercato nel Cap. IX. di darne l'equazione analitica. E certamente se fosse data la curvatura del fondo, posto che in ciascuna sezione in egual tempo si debba scaricare un' eguale quantità d'acqua, come si è detto nel Cap. I. del libro antecedente, sarebbe facile di ritrovare la curvatura della superficie, e il luogo della massima altezza. Ma la linea del fondo in molti casi è un complesso di linee rette, e in molti casi è affatto irregolare, e così l'applicazione della Geometria in questo problema manca di supposti, e di dati. Tutto ciò che può dirsi generalmente si è, che nei tronchi superiori dei Fiumi dev' essere minore l'altezza, e per ragione della maggiore pendenza del fondo, e perchè il corpo d'acqua è minore: che successivamente crescendo il corpo d'acqua, e diminuendosi il pendio, deve farsi maggiore l'altezza: e che in vicinanza del Mare la maggiore larghezza dell'alveo, e la vicinanza di uno scarico libero deve rendere nuovamente minore l'altezza delle sezioni. E in fatti le altezze degli argini, anche nei Fiumi più grandi, vanno gradatamente scemando in proporzione, che si accostano al Mare: le variazioni delle piene riescono appena sensibili negli ultimi tronchi: e molte volte vicino alla foce non si può scorgere se sia seguita nei tronchi superiori una piena.

CAPO

CAPO SECONDO.

*Della direzione generale
dei principali Fiumi di tutto il globo.*

Vitrivio nel capo secondo del libro ottavo scorrendo tutte le carte Geografiche de' suoi tempi credette di poterne rilevare, che i Fiumi principali sorgano dalle parti settentrionali, e corrono a mezzo-giorno. Ne citò come esempj il Gange, l'Indo, il Tigri, l'Eufrate, il Boristene, l'Ipani, il Tanai, il Fasi, il Rodano, il Pò, il Tevere, e il Timavo. Credette ancora, che nei paesi meridionali fossero più rari i Fiumi, e nascoste le loro fonti, come nel Nilo: e volle ridurre questi due differenti fenomeni al principio generale, che nei paesi settentrionali per la minore attività del Sole, e la più scarfa evaporazione avanzi una più grande quantità di umido per gli alvei dei torrenti, e dei Fiumi. Io credo, che per errore tra gli altri esempj si sia nominato anche il Reno, in cui la direzione generale è a tramontana, come in tanti altri Fiumi della Germania, e del Nord. Ora che si è saputa l'origine del Nilo, che l'Africa è conosciuta meglio, e che s'è scoperta l'America, si fa ancora che i maggiori Fiumi corrono sotto la zona torrida, come il Senegal, l'Orenoque, e il massimo di tutti, il Fiume delle Amazoni.

Il Signore di Buffon prima di trattare dei Fiumi, nell'articolo nono della sua celebre Storia Naturale, incominciò a mettere sott'occhio, che la direzione generale dei monti nel vecchio continente è tra ponente e levante, e nel nuovo tra mezzo-giorno, e tramontana. In America le Cordiliere dallo stretto Magellanico fino all'istmo di Panama seguono quasi la stessa direzione del meridiano: piegano un poco a ponente per tutto l'istmo: e ripigliano nuovamente nel Messico la loro direzione a tramontana. L'Africa è traversata col monte Atlante dal regno di Fez fino al Mar rosso: e nell'

nell' Europa i Pirenei, le montagne del Vivarese, e dell' Alvernia, le Alpi, le montagne della Dalmazia, e della Macedonia, e in Asia quelle dell' Armenia, il Caucazo, il Tauro, l' Inaus, e le montagne della China formano una catena continuata dal Mare di Gallizia fino a quello di Tartaria. Ciò posto fece avvertire il Sig. di Buffon, che nel nuovo continente, per la minore ampiezza del suolo, devono i Fiumi volgersi al Mare con una direzione perpendicolare a quella dei monti: laddove nel vecchio continente, per la lunga continuazione, e molteplicità dei monti paralleli, dev' esser pure parallela la direzione generale dei Fiumi: e così in un continente, e nell' altro devono correre i Fiumi da ponente a levante, oppure da levante a ponente. E credette in oltre quell' illustre Filosofo, che solamente il Rodano in Francia, il Reno in Germania, in Asia il Tanai, e il Volga, e altrove pochi altri Fiumi formino qualche eccezione a questa regola.

La Reale Accademia delle Scienze di Copenhague, dopo d' avermi accordato il premio sul moto medio dei Pianeti, propose per un altro premio il problema: se la direzione dei Fiumi provenga dalla casuale inclinazione delle terre, o se vi sia qualche causa generale, per cui tutt' i Fiumi si svolgano più tosto a un punto cardinale che all' altro. La Dissertazione da me inviata all' Accademia arrivò dopo il termine assegnato al concorso, ma conteneva in sostanza: I. che i Fiumi maggiori, e minori, secondo la varietà dei paesi, scorrono tanto variamente, che trascurando ancora gli alterni serpeggiamenti dell' alveo, non si può dire che tendano ad un punto cardinale determinato: II. che la direzione generale non ha niente di uniforme nei Fiumi infino a tanto che corrono tra i seni delle montagne: III. che quando i Fiumi arrivano nelle pianure si uniformano solamente tra loro in quanto i minori sboccano nei maggiori per la strada più breve, che permette la natura dei luoghi, e i Fiumi maggiori similmente sboccano in Mare tagliando ad angolo retto le spiagge cogli ultimi loro tronchi.

E per

E per incominciare dall' Italia, e dalla più estesa valle di essa, la Lombardia, il Pò sorgendo dalle radici del Monviso scorre primieramente a levante, e poi si piega a mezzo-giorno, e di nuovo torna a levante infino a Revel, quindi si volge a tramontana, e solamente verso Civasso incomincia a prendere la direzione generale a levante, mentre la spiaggia dell' Adriatico, dove termina, si stende da mezzo-giorno a tramontana. L' Adige da principio si rivolge a levante, e poi da Bolgiano fino a Verona scorre verso mezzo-giorno, e dopo alcuni altri serpeggiamenti si fa quasi parallelo al Pò fino al Mare. Il Reno, e tutt' i fiumi dell' Emilia, dopo di essere corsi a tramontana, si volgono similmente verso il Mare a levante. E come la spiaggia dell' Adriatico è tagliata quasi ad angolo retto da tutto l' ultimo tronco del Pò, così esso riceve lateralmente dalle parti di mezzo-giorno, e di tramontana tanti influenti che lo ingrossano, il Panaro, la Secchia, il Mincio, il Taro, l' Adda, il Tesino, ec.

Alla gran valle di Lombardia succede l' altra della Toscana, il cui fondo è bagnato dall' Arno, e che quasi ad angoli retti è tagliata dalle valli laterali, e dagl' influenti, che vi decorrono, Elsa, Ombrone, Bisenzio, ec. L' Arno nella sua origine non è molto lontano dal Tevere, e corre a mezzo-giorno sin verso Arezzo, e poi si volge direttamente verso il Mediterraneo a ponente. Ma il Tevere, gettandosi nell' altra valle, da Piperno infino a Roma si dirige istessamente a mezzo-giorno, e poi si piega un poco a ponente verso Ostia, dove la spiaggia declina da tramontana a levante. E vale la stessa regola per la direzione generale degli altri Fiumi del Mare supero, ed infero, e per quasi tutti gl' influenti, che vi si uniscono.

Che se vorremo considerate le mappe della Francia, e della Spagna, neppur ivi troveremo nei Fiumi alcun altra conformità generale di direzione, fuorchè quella, con cui gli ultimi tronchi si presentano alla spiaggia, ed al Mare. La Senna in varj tratti suc-

ceffivi lungamente serpeggia e da tramontana a mezzo-giorno, e da levante a ponente. Tutto il tronco inferiore del Rodano continua la direzione dell' influente principale, ch'è la Senna, andando a sboccare in Mare a mezzo-giorno. La Loire non si dirige costantemente a ponente se non dopo un corso affai lungo a tramontana. La direzione generale della Garonna declina da ponente a tramontana. L'Ebro, la Guadiana, il Guadalquivir cogli ultimi loro tronchi si volgono a mezzo-giorno, dopo di essere lungamente corsi, il primo verso levante, ed a ponente gli altri due Fiumi.

Nella Germania il Reno, e nei Paesi-bassi la diramazione principale dell' Yffel è interamente a tramontana: l'Elba, e il Vefel declinano da tramontana a ponente: la Mofa, e la Schelda hanno i primi tronchi a tramontana, e cogli ultimi si rivolgono direttamente al Mare occidentale. Il Danubio forgendo poco lungi dal Reno, quantunque abbia la direzione generale a levante; ciò non ostante dalla città di Gran fino alla confluenza della Drava si piega a mezzo-giorno: poi ritornando verso levante, dove i monti di Sillifria impediscono lo sbocco più vicino nel Mare, si piega a tramontana: e finalmente, passate le gole delle montagne medefime, va per la strada più breve di là a sboccare nel Mar Nero.

Sortendo dall' Europa, e in un continente, e nell' altro si trovano dei Fiumi molto maggiori per tutte quante le direzioni. Tutti serpeggiano senz' alcuna uniformità nei tronchi superiori, e inferiormente quasi tutti si volgono a dirittura verso la spiaggia, e verso il Mare ch'è più vicino. Il Fiume di Camboja, l'Amur, e pochi altri, deviati dal Mare vicino per una lunga catena di monti, formano un' eccezione a quest' ultima regola. Aggiugnerò qui il prospetto di ventisei principali Fiumi del globo, coll' ordine delle grossezze, che ho potuto rilevare prossimamente dalle relazioni dei Viaggiatori. Ho valutato la lunghezza del corso dalla prima sorgente infino al Mare, sulle migliori carte geografiche in leghe di 3000 tese ciascuna. Il Sig. Genneté vi ha aggiunto l' elevazione delle

delle sorgenti supponendo, non so su quale fondamento, che la pendenza dei Fiumi si possa valutare generalmente in ragione di 15 piedi per miglio. Dalla varietà delle direzioni a levante, a ponente, a mezzo-giorno, e a tramontana si vedrà che non possono essere ridurfi ad alcuna regola generale.

Fiumi.	Direzione.	Lunghezza.	Larghezza.	Profondità.
I. Delle Amazoni.	L.	leghe 1350.	miglia 12.	piedi 100 al Rio Negro.
II. Della Plata.	M.	900.	150, o 160.	alla foce.
III. Di S. Lorenzo.	L.	900.	un miglio.	piedi 30 a Quebec.
IV. Senegal.	P.	1440.	miglia 60.	alla foce.
V. Hoang.	L.	1200.	3.	in alcuni luoghi.
VI. Jenifca.	T.	1620.		
VII. Mecon.	M.	1400.		
VIII. Kiang.	L.	1320.	un miglio.	piedi 200. in alcuni luoghi.
IX. Oby.	T.	1380.		
X. Amur.	L.	1230.		
XI. Nilo.	T.	1140.	miglia 7.	alla foce.
XII. Lena.	T.	1020.		
XIII. Volga.	M.	2000.		
XIV. Gange.	M.	960.		
XV. Mississippi.	M.	800.		
XVI. Eufrate.	M.	750.		
XVII. Orenoque.	L.	450.		piedi 45. alla foce.
XVIII. Danubio.	L.	720.	un miglio.	piedi 15. alla foce.
XIX. Indo.	M.	660.		
XX. Zaira.	P.	600.		
XXI. Tanai.	M.	500.		
XXII. Boristene.	M.	400.		
XXIII. Duina.	T.	400.		
XXIV. Couama.	L.	350.		
XXV. Reno.	T.	350.	piedi 2600.	a Maganza.
XXVI. Pò.	L.	180.	piedi 700.	piedi 35. a Lagofcuro.

CAPO TERZO.

*Dello stabilimento degli alvei,
e delle direzioni particolari dei Fiumi.*

Il Guglielmini fu il primo ad avvertire, che la pendenza dei fondi non tanto è causa della velocità delle acque correnti, quan-

quanto effetto della medesima: che quest'effetto in ciascun Fiume è invariabilmente determinato dal corpo d'acqua, e dalla qualità, e quantità delle altre materie: e che ancora le larghezze, ed i serpeggiamenti degli alvei hanno naturalmente i loro limiti. Ma ciò che il Guglielmini ha scritto a questo proposito, nel capo quinto sulla natura dei Fiumi, merita di essere presentato sotto un punto di vista più semplice, e più preciso.

Primieramente se un dato corpo d'acqua incomincerà a scorrere sopra di un piano dato, acquisterà subito una velocità tanto maggiore, quanto farà maggiore l'inclinazione del piano all'orizzonte. Per sapere cos'abbia a succedere in seguito, bisogna considerare le acque come sono, mescolate di altre materie piccole, e grosse, e in oltre bisogna distinguere tra di loro due differenti casi, che il terreno, sopra cui scorrono sia composto di parti amovibili, o no. Se il fondo si può corrodere, le acque correnti seguiranno a scavarvi un alveo, infino a tanto che tutta la loro forza arrivi ad equilibrarsi con tutte le resistenze. La forza delle acque dipende dalla loro quantità, e velocità. La resistenza è di due sorti: quella del fondo nasce dal peso, e dalla tenacità delle materie, che vi si trovano: quella delle altre materie portate insieme coll'acqua nasce dalla quantità, e dal peso di ciascuna di esse. Adunque i limiti dell'escavazione saranno quelli, in cui la forza delle acque correnti eguagli la consistenza del terreno sottoposto, e sia di più bastante a tenere incorporate le torbide, ed a spingere più oltre le ghiaie, e le altre materie grosse, trasportate dai luoghi superiori.

Così vi farà in ciascun Fiume una data pendenza, e declività di fondo, che per nessuna casualità si potrà mai stabilmente alterare nè in più, nè in meno. Se in qualunque modo verrà il fondo a rialzarsi superiormente, restando intanto invariabile nelle parti inferiori; si accrescerà la caduta, la forza, e l'impeto dell'acqua, e si diminuirà il peso rispettivo dei corpi, che resteranno appoggiati ad un fondo d'una maggiore inclinazione. Con ciò i corpi medesimi

ver-

verranno spinti dall'alto al basso, e succedendo l'escavazione di sopra, e la deposizione inferiormente, si diminuirà la pendenza gradatamente fino al caso preciso dell'equilibrio. Ma se al contrario venisse poi la pendenza a diminuirsi oltre di questo limite, l'acqua scorrerebbe con minor impeto sopra di un piano di minore inclinazione, il peso rispettivo dei corpi si accrescerebbe, e in tutto il tratto superiore si continuerebbero sempre le deposizioni delle materie grosse, e sottili fino a restituire la pendenza medesima di prima. Però farebbe inutile qualunque opera, che tendesse a variare in qualunque modo, o in più, o in meno la pendenza de' Fiumi torbidi determinata naturalmente dalla forza dell'acqua, e dalla qualità del fondo, e delle altre materie.

Oltre di questa generale conseguenza ne derivano ancora molte altre dai principj antecedenti. I. Data la qualità del fondo, e delle altre materie, quanto maggiore farà il corpo d'acqua, tanto minore farà la pendenza del fondo: e così dopo l'unione di qualche influente, restando pari tutte le altre circostanze, si farà sempre minore la pendenza di tutto il recipiente. II. Dato il corpo d'acqua, e data la qualità delle materie trasportate insieme con essa, quanto il fondo riuscirà più tenace, tanto maggiore riuscirà la pendenza: e così nei terreni cretosi la pendenza farà maggiore che nei limosi, o arenosi. III. Dato il corpo d'acqua, e data la qualità del fondo, quanto maggiore farà il peso, e assoluto, e specifico delle altre materie, farà tanto più difficile che si spingano avanti, e che lascino al fondo una pendenza più piccola. E dico non solamente il peso specifico, come si espresse il Guglielmini nella Propos. V. del Cap. V., ma ancora il peso assoluto. Mentre nei corpi di eguale peso specifico, e di volume differente l'impeto dell'acqua farà proporzionale alle semplici sezioni, cioè ai quadrati dei lati omologhi: ed essendo il peso assoluto proporzionale ai cubi dei lati istessi, crescendo il volume crescerà in maggior ragione il peso assoluto che l'impeto: cioè essendo il diametro 1, 2, 3, 4, 5, ecc. sarà

farà l'impeto dell'acqua 1, 4, 9, 16, 25, ec., e il peso affollato 1, 8, 27, 64, 125, ec. Così dove l'impeto della corrente è bastante per superare la resistenza delle ghiaje più piccole, non basterà qualche volta per le più grosse, quantunque di materia omogenea.

Ora scendendo l'alveo di tutt'i Fiumi si osserva una continua degradazione della quantità, e della mole di tutte le materie portate insieme coll'acqua: i sassi, le ghiaje, e le arene si trovano sempre più piccole e in minor numero nei tronchi inferiori: e per lo contrario il corpo d'acqua si va continuamente ingrossando. Dunque e per una ragione, e per l'altra le pendenze dei fondi devono farsi gradatamente minori andando all'ingiù: e così la linea dei fondi istessi dev'esser concava, e meno inclinata all'orizzonte nelle parti inferiori, che nelle superiori. Finalmente poichè i Fiumi hanno pochissima pendenza dove portano della semplice terra, si potrà credere che ivi si muovano nella superficie convessa della terra, e che prendendone tutto il profilo dal principio sino al fine si abbia il complesso di una curva alternativamente concava, prima all'insù, e poi verso il centro.

Tutto ciò deve succedere generalmente nella supposizione, che il fondo dei Fiumi sia composto di parti amovibili, e che si formi per escavazione. Supposto che il fondo si stabilisca per alluvione, si avranno le stesse cose. Cioè il Fiume seguirà a rialzarsi o disopra, o disotto infino a tanto che la cadente sia quella, in cui la forza dell'acqua si equilibri colla resistenza delle materie o spinte, o incorporate. Se la pendenza farà maggiore, farà pure maggiore il trabocco delle ghiaje, e dei sassi dai luoghi superiori agl' inferiori, e quelli se ne caricheranno maggiormente in qualche luogo, e a poco a poco rialzandosi renderanno minore tutta la pendenza residua. Ma se per lo contrario verrà la pendenza a diminuirsi oltre di un certo limite, cominceranno a farsi superiormente le deposizioni, infino a tanto che tutto il rialzamento, e la caduta sopra il tronco inferiore si riduca al limite dell' equilibrio di tutte le ca-

gioni,

gioni, che concorrono insieme contrariamente a stabilire l'alveo dei Fiumi.

Seguitando il corso di essi, e osservandone attentamente tutte le variazioni, sembra che la natura si sia servita alternativamente di ambedue le maniere già dette per lo stabilimento del fondo: dell'escavazione nei tronchi superiori, e più ripidi, e dell'alluvione negl' inferiori. E per limitarmi a quei luoghi, che ho avuto più comodo di esaminare, sembra che l'Adda uscendo dal lago di Como fosse anticamente trattenuta da una barriera di colline verso Malgrate, e che in progresso di tempo, scavato il passaggio libero attraverso di esse, si sia ridotto il lago ad un livello assai più basso di prima. Anche la Tresa, ch'è l'emmissario del lago di Lugano nel lago Maggiore, pare che col tempo, e da se, si sia aperto il passaggio tra le cateratte, dette del Pozzo nero, in vicinanza di Luino. E pare istessamente che l'Arno si sia sprofondato col tempo tra i dirupi della Golfolina, e che abbia così lasciato asciugare le paludi, che ritrovavansi anticamente in tutto il piano superiore di Firenze. Per lo contrario il Pò nelle parti inferiori, e intorno a tutte le foci, e antiche, e presenti pare che abbia allungato la spiaggia, e che si sia stabilito il letto tra le proprie alluvioni. Ed è noto, che alla stessa maniera il Senegal, il Nilo, il Gange, l'Indo, ed altri Fiumi del vecchio, e nuovo continente, hanno protratte ampiamente le spiagge, onde sboccano in Mare. Il Varenio ha considerata la China come accresciuta di vastissimi terreni a levante per le deposizioni del Fiume Hoang: e il Louber ha detto lo stesso della penisola orientale delle Indie, e dei quattro Fiumi principali, che vi decorrono.

In qualunque maniera si stabilisca l'alveo d'un Fiume, o per escavazione, o per alluvione, vi farà anche un limite nella larghezza. Mentre nel primo caso, allargandosi di più le acque; e in proporzione diminuendo di forza arriveranno finalmente ad eguagliare la resistenza delle ripe. E nella seconda supposizione col mag-

giore

giore allargamento delle acque si faciliteranno maggiormente le deposizioni, e dovendo restare il corso principale nella linea della più breve discesa verso quel luogo, dove le acque hanno esito, si manterrà ivi pure l'alveo più profondo. E così in ambedue i casi vi farà una larghezza determinata, a cui naturalmente si adatterà un dato corpo d'acqua, che porti una data quantità di materia, e scorra sopra un terreno di una data qualità.

Il Guglielmini fece avvertire, che le acque devono arrivare più lentamente nelle ripe, che in fondo ad eguagliare le resistenze. Mentre supposto il terreno composto di materia omogenea, vi farà sempre in ogni parte la stessa difficoltà di continuarvi la corrosione: e però col maggiore allargamento dell'alveo scemerà la forza dell'acqua senza che la resistenza diventi maggior di prima. Laddove in caso che col maggiore sprofondamento dell'alveo si faccia minore la pendenza, deve scemare la velocità, e la forza dell'acqua, e insieme crescere la difficoltà di staccare delle altre parti da un fondo meno inclinato, e di spingere più lontano le altre materie portate al lungo di esso. Adunque nell'escavazione del fondo vi sono più cause, che tendono a conguagliare la forza, e la resistenza, quando ve n'è una sola nel semplice allargamento dell'alveo: e per conseguenza il conguaglio succede più presto nel primo caso, che nel secondo. Così si ha un altro fenomeno generale dei Fiumi, che la larghezza sia molto maggiore della profondità: per esempio nelle piene del Pò al luogo di Lagoscuro si ha la larghezza di piedi 700, e anche più, e l'altezza delle piene arriva rare volte ai piedi 35.

Ma in oltre spandendosi le acque di fianco, e incontrandovi la resistenza delle ripe, contribuiranno poi meno a tenervi il fondo escavato, e libero dalle deposizioni delle altre materie: la sezione di tutto l'alveo da una ripa all'altra farà una curva concava, gradatamente più profonda nel mezzo: e istessamente nel mezzo si manterrà il corso più rapido, o, come chiamasi, il filone del

del Fiume. E ciò quando sia seguito una volta, per poco che le acque declinino dalle direzioni parallele, dovranno rivolgersi dalle ripe, e dalle altre parti laterali verso il mezzo della sezione, e colmeeggiandovi lasceranno alla sezione medesima superiormente la forma di una curva convessa. Io non so che in alcuno dei nostri Fiumi la differenza del livello dell'acqua nel filone, e alle sponde sia tanto grande che arrivi ai tre piedi, come porta la livellazione fatta sul Fiume Aveyron dal Sig. Hupeau, e riferita dal Sig. di Buffon. Ma il colmeeggiamento, e la convessità della superficie è un fenomeno generale di tutt'i Fiumi, e per convincersi che non nasce da alcun'altra cagione, basta osservare il moto dei galleggianti, che tutti in poco tempo sono rivolti, insieme alle acque, dall'una, o dall'altra ripa verso il filone.

Il parallelismo delle direzioni, e la forma rettilinea dell'alveo non può aver luogo naturalmente che nella supposizione della omogeneità di tutte le parti del fondo. Considerando gli alvei dei Fiumi, come realmente sono, intrecciati di sassi, di ghiaie, di creta, e di altre materie diversamente tenaci, si avrà la ragione, per cui il filone si accosta ora all'una, ora all'altra ripa, e i Fiumi nella loro lunghezza ci presentano una serie di archi concavi, e convessi. Mentre supposto che da una parte sia il terreno più facile ad essere corrosivo, o che l'acqua vi venga spinta con maggior forza dai luoghi superiori, la corrosione dovrà internarsi maggiormente nella ripa. In questo caso i primi a sbalzare faranno tutt'i risalti, e gli angoli rettilinei della parte corrosa, dove l'urto sarà più diretto, e più violento. Però tutta la corrosione acquisterà presto la forma d'una concavità continuata, e il filone piegandosi da quella parte verrà poi ribattuto alla parte opposta: e così replicandosi sempre lo stesso giuoco, seguita una corrosione sulla dritta del Fiume, ne succederà un'altra inferiormente sulla sinistra, e più sotto un'altra sulla dritta, e tutto il Fiume si disporrà in una serie di archi alternativamente concavi, e convessi. Dove la ripa corrosa è più di-

ritta, si chiama piarda, e dove all'opposto si avvanza verso il fondo con maggiore inclinazione, e resta più scoperta in tempo di acque basse, si chiama spiaggia.

Ma poichè la forza dell'acqua si va sempre scemando in proporzione, che si fa più acuto l'angolo del filone colla ripa corrosa, con allargarfi sempre di più le concavità di ciascuna corrosione, e con farfi maggiore l'obliquità del filone battuto, e ribattuto, finalmente arriveranno a conguagliarfi le spinte, e le resistenze, e ancora la corrosione avrà un limite. Questo è il motivo, per cui i Fiumi, dove corrono incassati fra terra, non si ferrano da vicino cogli argini, ma vi si lascia di mezzo uno spazio, che da noi chiamasi golena, acciò in qualunque caso di qualche nuova corrosione vi possano serpeggiare le acque, e in qualche parte cambiarsi anche il letto senza mettere in pericolo gli argini. Anzi fu di ciò è fondata la pratica di molti, che nelle maggiori corrosioni del Pò, e di altri Fiumi abbandonano il terreno, e si ritirano indietro cogli argini, ed aspettano il limite degli effetti senza impegnarsi ad ostare direttamente alle cause delle corrosioni medesime.

Si potrebbe calcolar questo limite se fossero noti precisamente tutti gli elementi della forza dell'acqua, e della resistenza del terreno. Ciò che in questa materia può dirsi generalmente si è: I. che data la direzione, e il corpo d'acqua, tra le ripe cretose i serpeggiamenti dei Fiumi saranno minori che tra le arenose: II. che dato il corpo d'acqua, e le resistenze, saranno maggiori le corrosioni quanto più direttamente il filone anderà ad investire le ripe: III. che in parità delle altre circostanze, il vertice di ciascuna corrosione farà portato più lontano, e tutte le tortuosità prenderanno un giro più largo nei Fiumi maggiori, che nei minori. Una semplice occhiata che gettisi sulle mappe geografiche basta per comprendere il fatto, di cui ora si è data la ragione, e ancora per vedere generalmente, che la rettitudine degli alvei, ed il parallelismo delle ripe può essere in qualche luogo un'opera d'arte, ma che non è mai lungamente l'opera della natura.

CAPO

CAPO QUARTO.

Delle materie mescolate insieme coll'acqua, e della degradazione dei sassi, delle ghiaje, e delle arene.

LE acque scorrendo rapidamente dai piani inclinati delle montagne dentro gli alvei dei Fiumi staccano dalla crosta esteriore del nostro globo, e trasportano feco e terra, e arena, e ghiaje, e sassi piccoli, e grossi. Le arene sottili, e le parti terree, quantunque siano un poco più pesanti dell'acqua, ciò non ostante, essendo pochissimo differenti di peso, nell'acqua agitata, e commossa, non arrivano a superare tutte le resistenze per la discesa, e restando incorporate coll'acqua, e togliendone la trasparenza, propriamente si chiamano torbide. La maggiore agitazione delle acque può contribuire a tenervi sollevate le torbide in una maggiore quantità. Ma in questo caso ancora, siccome in tutte le fermentazioni chimiche, si ha un limite, oltre il quale l'acqua non può caricarsene maggiormente. Ho voluto sperimentare che quantità di torbide portava l'Arno nella gran piena seguita in Pisa alla metà di Novembre del 1761. L'acqua, che ho preso alla superficie del Fiume, detratto il peso del vaso, pesava 16 onze toscane, e denari 3. Il sedimento lasciato in 24 ore pesava denari 3, che poi s'erano ridotti a due soli, dopo ch'erasi lasciata svaporare, e asciugare tutta la polvere: e poichè l'acqua dopo 24 ore non era ancora interamente limpida, potrà supporfi la quantità della torbida di circa $\frac{1}{194}$.

Le arene più grosse, i sassi, e le ghiaje vengono strascinate ordinariamente sul fondo dei Fiumi, e abbandonate successivamente a diverse distanze colla gradazione medesima del peso, e della grossezza. Qualche volta però succede che le ghiaje si stacchino ancora dal fondo, e vengano qua, e là sbalzate irregolarmente. Il Grandi avendo fatto varie sperienze sulle gravità specifiche della ghiaja, e dell'

M m 2

dell' acqua, vi trovò in circa la proporzione di 8 a 3. Onde il peso residuo della ghiaja nell' acqua al peso dell' acqua stessa, non avendo una ragione maggiore di 5 a 3; succede benissimo che qualche volta l' impeto della corrente basti a sollevare le ghiaje dal fondo, ed a scagliarle sugli orli delle chiuse, e sulle spiagge ancor più alte. Le variazioni seguite in questo secolo sulle montagne, il taglio delle macchie, e dei boschi, la coltivazione intrapresa con poco buon ordine anche sulle falde più ripide, sono poi le funeste cagioni, per cui s' è fatta adesso maggiore nei Fiumi come l' altezza delle piene, così ancora la quantità delle materie trasportate insieme colle acque. Mentre levati gl' impedimenti dei cespuglj, e delle piante, ricadono le acque più presto, e più copiosamente nei Fiumi, e passando per terreni già smossi dall' aratro, e dalla zappa, si caricano più di terra, di arena, e sassi di quello che facevano per lo passato. Così adesso si fa maggiore l' interrimento degli alvei, e le piene con essere più brevi riescono ancora più alte, e più violente.

La gradazione, con cui si arrestano le materie dentro gli alvei dei Fiumi, è la seguente: Scendendo dai primi tronchi di qualche Fiume all' ingiù si osservano sparsi, e ammucchiati sul fondo prima i sassi più grossi, e irregolari, poscia i sassi rotondi, e di mano in mano più piccoli: in seguito la ghiaja grossa, e la breccia minuta: e in fine l' arena, e la pura terra. Un attento Osservatore troverà ancora delle altre degradazioni nell' ultimo limite delle ghiaje. Mentre da un fondo ricoperto tutto di ghiaja si passa ad alcuni greti qua e là sparsi, e divisi: poi non s' incontra continuazione di ghiaja, che dove le acque sono più profonde, e più rapide: e finalmente s' interrompe la continuazione anche del fondo, e non succedono che dei minori mucchi di ghiaja, e breccia avanti di passare ad un fondo continuatamente arenoso, e limoso. Ma per avere interamente sott' occhio queste degradazioni bisogna fare degli scavi sotto l' ultimo sedimento di arena, e terra, con cui vengono ricoperte

per le ghiaje nel cedere delle piene. Io ho avuto occasione di osservare tutto minutamente nel Reno di Bologna. Il fatto non può essere controverso negli altri Fiumi. Resta ora da rintracciarne la cagione.

Il Guglielmini nel capo quinto sopra la natura de' Fiumi s' immaginò, che le arene non fossero altro che pezzetti di sasso stritolato, come tra le ghiaje dei Fiumi si trovano alcuni sassi composti di arene unite insieme. Fece osservare che i sassi spinti dall' impeto delle acque, scorrendo l' uno sopra dell' altro, e percuotendosi insieme, si devono sfregare, e logorare continuamente. Ne addusse come due indizj sicuri del loro dibattimento, e logoramento il continuo mormorio, che si sente nei Fiumi ghiaiosi, e la maggiore pulitura delle ghiaje, che vi si trovano. Pensò adunque, che i sassi urtandosi, e sfregandosi impetuosamente tra loro si rotondassero, e si diminuivano sempre di mole, e a poco a poco si risolvevano in ghiaje, e breccie più piccole, e finalmente si stritolassero, e risolvevano in semplici arene. Credendo poi che tutto questo lavoro di logorare, e disciogliere i sassi potesse finirli dentro lo spazio, che sta di mezzo tra il principio del Fiume, e l' ultimo limite delle ghiaje; suppose il Guglielmini che colla sopraggiunta di nuove ghiaje non si dovesse rialzare il letto dei Fiumi, e fosse equilibrata la quantità di esse, che giornalmente entra nell' alveo, col consumo che se ne fa.

Io ho incominciato a considerare quest' importante argomento molti anni fa coll' occasione di un nuovo progetto, proposto allora con molto impegno, e in seguito abbandonato, di rivolgere al Mare direttamente tutte le acque del Bolognese con un solo alveo, che incominciasse sopra la confluenza della Samoggia, e del Lavino, e che tagliasse tutti gli altri influenti dove ancora corrono in ghiaje, e materie grosse. Mentre la prima considerazione, che allora mi si è presentata alla mente, era appunto, che se non regge l' ipotesi del Guglielmini, se coll' accrescimento della caduta, di tutto il corpo,

corpo, e dell' impeto delle acque non può sperarsi lo scioglimento delle ghiaie; ammassandosi esse a diverse distanze, come vi potessero arrivare, vi produrrebbero col progresso del tempo un rialzamento sensibile di fondo, e con ciò un pericolo sempre maggiore di rotte, e una maggiore difficoltà di tutti gli scoli della campagna. E nelle circostanze particolari della campagna medesima questa semplice osservazione dovea bastare per escludere interamente il progetto del nuovo alveo.

Dopo di avere raccolto insieme le mie idee ho creduto primieramente che i sassi rotondi, le ghiaie, e le arene siano corpi originarij, già preparati dalla natura, e largamente sparsi anche dove non è mai corso alcun Fiume, e nella superficie, e negli strati inferiori della terra, e in alto sulle montagne, come già aveva notato il Leibnitz nella sua *Protogea*, e fin verso le prime sorgenti dei Fiumi, come è occorso a me di osservare in diversi luoghi. In oltre avendo osservato, che le ghiaie dei Fiumi sono veramente più pulite, e più lisce delle altre, che si ritrovano sparse per le pianure, e sulle montagne, ho creduto che non tanto l'urto, e il dibattimento dei sassi fra loro, quanto il soffregamento delle arene interposte bastasse per far saltare le punte più irregolari, per lasciarle di più le ghiaie trasportate dentro gli alvei dei Fiumi, e dar loro naturalmente qualche grado maggiore di pulimento, come vediamo che si ottiene facilmente coll' arte. Di più considerando la poca durezza delle arene, la figura irregolare, e ramosa, e la ragione, che vi può essere, della leva, mi è parso ancora che nella continuazione del corso intrecciandosi variamente tra loro, scuotendosi, dibattendosi le arene medesime si dividessero, e suddividessero in grani sempre minori, e da se si formassero le gradazioni, che si osservano oltre l'ultimo limite delle ghiaie.

Ma venendo all' articolo principale, non ho trovato di poter accordare al Guglielmini, nè che le ghiaie si risolvano finalmente in arene, nè che coll' urto, e collo sfregamento continuo, negli alvei

alvei dei torrenti, e dei Fiumi, arrivino esse a diminuirsi di mole sensibilmente. Però ho creduto, che la successione dei sassi, e delle ghiaie sempre più piccole, venendo all' ingiù entro gli alvei medesimi, provenga unicamente dalla successiva diminuzione e della caduta, e dell' impeto delle acque correnti, che, abbandonando nei tronchi superiori i sassi più grossi, e irregolari, non possano trasportare a maggiori distanze che i sassi rotondi, le ghiaie, e le breccie minute gradatamente, fin dove la minore pendenza del fondo non permetta poi che il trasporto dell' arena, e delle altre materie incorporate insieme colle acque. Questa verità non interessa soltanto l'erudizione, e la curiosità filosofica, ma influisce ancora sostanzialmente nelle regole pratiche, che possono proporsi per regolare, riparare, e difendere tutt' i tronchi superiori dei Fiumi. Qui adunque bisogna ripetere le ragioni principali, colle quali mi è parso di averla schiarita, e stabilita bastantemente.

La prima considerazione, che mi si è presentata alla mente, riguardava l'intrinseca diversità delle arene, e delle ghiaie. Nei nostri Fiumi, come nel Tesino, nell' Adda, nell' Arno, nel Reno ec., sono assai rare le pietre, che si chiamano propriamente arenarie per essere composte di arene unite insieme: anzi sono assai rare le pietre fusibili, e vitrificabili. I sassi, e le ghiaie dei nostri Fiumi sono per la massima parte di natura calcaria; e crederei di assegnare una proporzione assai vantaggiosa se dicessi che in mille sassi del Reno appena uno sarà vitrificabile, e faranno calcinabili tutti gli altri. Ora le arene dei medesimi Fiumi, purgate almeno dalla fanghiglia, per lo più sono di sostanza silicea, e vitrificabile: rarissimi sono i globetti di natura calcaria, che vi si trovano frammischiati: e forse di mille grani di arena, appena cinque o sei faranno calcinabili, e faranno gli altri fusibili, o vitrificabili. Dunque i sassi, e le ghiaie dei nostri Fiumi, per la massima parte non si compongono di arene unite. E perchè l'urto, e lo sfregamento delle stesse materie non può mutare la natura delle parti componenti, neppure si potrà cre-

credere, che le arene siano pezzetti di sassi, divisi, e stritolati, come pensava il Guglielmini.

A queste osservazioni naturali ho aggiunto alcune sperienze fisiche. Ho fatto lungamente arruotare diversi sassi fluviatili, e ne ho fatto scuotere degli altri in alcune casse gagliardamente per molte ore. Tutto ciò che coll' azione delle ruote si staccava dai sassi nel primo caso, e che nell' altro trovavasi tra gli angoli delle casse era un polviglio sottilissimo, di colore biancastro, che si spargeva con un soffio nell' aria, e che nell' acqua stagnante mai totalmente riducevasi a fondo. E quantunque riaprendo le casse qualche volta vi ritrovavasi alcuni sassi spezzati, e delle scaglie cadute dagli angoli delle sezioni; non ho mai potuto ottenere con qualunque continuazione di scosse neppure un grano di arena, nè dalle pietre arenarie, nè dalle altre di natura calcaria. Anzi avendo fatto variamente spezzare, e scuotere tra di loro per molto tempo diverse pietre arenarie, non ho potuto istessamente raccogliere altro nel fondo delle casse che il semplice polviglio: il che si può ancora sperimentare da ciascuno, prendendo in mano due pietre, e osservando cosa si stacchi dalla superficie di esse con qualsivoglia forza di sfregamento. Adunque se accaderà qualche volta, che le pietre arenarie si scioglano nei piccoli grani di arena, che le compongono, ciò sarà certamente per tutt' altre cagioni, che per lo sfregamento, e per l'urto. La diversa azione del caldo, e del freddo, dilatando, e restringendo diversamente le loro parti, l'umidità imbevuta dall' aria, ed altre simili cause accidentali le potranno qualche volta dividere, e sciogliere. Ma le pietre arenarie, come s'è detto, sono assai rare nei nostri Fiumi, e dev' essere ancora più rara la combinazione delle cause accennate. Generalmente parlando l'urto, e il dibattimento dei sassi dentro l'alveo de' Fiumi, per quanto sia grande, e continuato, non potrà mai formare le arene, nè produrre mai altro che polvere sottilissima.

Per terminare la presente questione ho ricercato che quantità
di

di polvere, e quale diminuzione dei sassi, e delle ghiaje si possa ottenere col semplice sfregamento: e in ciò ho voluto considerare, e lo spazio, e il tempo, in cui si sfregavano. Per fare qualche conto del tempo, ho preso 40 sassi fluviatili, tra pietre serene, e bigie, di diverse grandezze, piccoli, e grossi, e gli ho fatti scuotere per tutt' i versi in una cassa di legno ben chiusa, con tutta la forza di un uomo a diverse riprese, per due ore continue. Poi raccogliendo la polvere ritrovata nel fondo della cassa, con cinque pezzetti irregolari di sasso, e aggiugnendovi il sedimento lasciato in 24 ore dall' acqua, con cui aveva lavato i sassi ad uno ad uno, non sono arrivato al peso di due sole once. Onde essendo tutto il peso dei sassi di 504 once Fiorentine, nel caso che lo strofinamento si fosse potuto continuare colla forza medesima, l'intero scioglimento dei sassi avrebbe portato in circa giorni 21: tempo di gran lunga maggior di quello, in cui le acque correnti, colla velocità di 4, o 5 miglia per ora, che si osserva alla superficie, o colla velocità assai maggiore, che osservasi verso il fondo, possono arrivare dalla prima sorgente sino all' ultimo limite delle ghiaje.

Per considerare ancora lo spazio, ho fatto arruotare due sassi fluviatili, tenendoli sopra la ruota nella parte più piana, e con tutta la forza maggiore. Dopo 2200 rivoluzioni della ruota, che portavano circa 4267 braccia di spazio decorso da qualsivoglia punto della sua superficie, s'erano i sassi appianati un poco di più nella larghezza di circa tre dita, e avevano perso ciascuno circa un denaro di peso. Onde supponendo ancora che i sassi nel fondo dei Fiumi si muovano con una velocità eguale a quella della ruota, e che la forza dello sfregamento rimanga, e in un caso, e nell' altro la medesima; per l'intero scioglimento dei sassi di 10, o 12 once di peso, bisognerebbe trascorrere uno spazio molto maggiore di tutta la lunghezza dei nostri Fiumi: e così in tutte queste supposizioni non avrebbero le ghiaje nei Fiumi nè spazio, nè tempo bastante a sciogliersi, e consumarsi.

Ognuno vede però che la forza dello sfregamento, e dell'urto negli alvei dei Fiumi dev'essere assai minore di quella, con cui i sassi si arruotano, e si scuotono nelle casse impetuosamente. L'urto dei sassi fluviatili tra loro dee valutarli dalla velocità relativa, ossia dalla differenza delle velocità, con cui sono essi trasportati dall'acqua, e che non può mai essere molto grande. L'urto sul fondo è assai piccolo nei superiori, e più ripidi tronchi dei Fiumi, dove i sassi precipitano rotolandosi, e ravvolgendosi intorno al proprio centro, perchè le parti più acute della loro superficie sfuggono senza molta resistenza dai minuti cavi che incontrano: ed anche nei tronchi inferiori, dove sdruciolano i sassi sul fondo, presentando sempre al contatto la stessa parte, l'urto e lo sfregamento è assai piccolo, perchè è piccolo il peso che gli stringe, e li ferra sul fondo. L'azione dell'acqua non è poi da mettersi in conto, non potendo un sottilissimo velo d'acqua offrire alcuna resistenza sensibile ad una pietra, che obliquamente lo investe. E così da nessuna parte deve aspettarsi che negli alvei dei Fiumi le ghiaje, e i sassi arrivino a sritolarli interamente, o a diminuirli sensibilmente di peso.

CAPO QUINTO.

Del rialzamento del fondo dei Fiumi, che corrono in ghiaja, e delle differenze dei Fiumi ghiaiosi, ed arenosi.

DAlle accennate supposizioni che le ghiaje dei Fiumi colle sfregamento reciproco a poco a poco si sciogliono in arene, e che tutto questo sia un lavoro da potersi finire nello spazio compreso tra il principio del Fiume, e l'ultimo limite delle ghiaje medesime, ne tirò il Guglielmini un'altra conseguenza importante, che il letto dei Fiumi non si debba continuamente rialzare colla sopraggiunta di nuove ghiaje, e che sia anzi equilibrata la quantità di esse portata in qualunque modo nelle piene col consumo che se ne fa. Ma per lo contrario se i sassi, e le ghiaje restano sempre den-

dentro l'alveo dei Fiumi, come vi arrivano, senza sciogliersi in parti così minute, che incorporandosi insieme coll'acqua scorrono per tutt'i tronchi inferiori, e giungano a scaricarsi nel Mare; farà una necessaria conseguenza che i Fiumi, dove corrono in ghiaje, si rialzino continuamente di fondo. Anzi farà questa la prima diversità sostanziale tra i Fiumi, che corrono in ghiaja, e gli altri, che portano solamente arene, e torbide: che i Fiumi arenosi si rialzino qualche volta di fondo, ed i ghiaiosi si debbano rialzar sempre.

Questo, ch'è il risultato di tutto il capo precedente, viene ancora confermato ampiamente da tutte le osservazioni. Tutt'i ponti, che abbiamo in Lombardia sui torrenti, e sui Fiumi, che corrono in ghiaja, nelle loro luci ristrette, e in parte chiuse, nelle platee ricoperte interamente, e nei piloni sepolti fino ad una considerabile altezza, mostrano ai passeggieri l'accumulazione delle ghiaje, che vi si è fatta. Zandrini nel §. XXII. del Cap. XI. ci ha assicurati del rialzamento del fondo del Pd, e di tutti gli altri Fiumi dello Stato Veneto. Nelle pubbliche visite, che si sono fatte sul Bolognese, s'è verificato il rialzamento successivo del Reno, della Samoggia, del Lavino, e di tutti gli altri torrenti di quei contorni. Per esempio il fondo del Lavino al ponte della via di S. Giovanni, dal 1723 fino al 1761, s'è trovato rialzato di circa quattro piedi Bolognesi. Nei tronchi superiori dei Fiumi, dove le materie sono più grosse, è ancora molto maggiore il successivo rialzamento del fondo. Io sono restato sorpreso quando ho avuto occasione di verificare da me medesimo fin dove siano arrivate le variazioni di questo genere. A Pontremoli, dove la Magra riceve un grosso influente, sotto il piano delle case presenti mi hanno fatto vedere i vestigi dei tetti antichi.

In Toscana sono già novant'anni, che il Viviani ha fatto vedere il continuo rialzamento del letto d'Arno, e dove corre in ghiaja, e dove corre in arena, anche nell'ultimo tronco infino al

Mare. Lo provò egli generalmente dal perderli le cadute dei mulini, dal restringersi le luci dei ponti, dal ridursi sempre più alti dei piani delle campagne i letti degl' influenti di Bisenzio, di Ombrone, ec. Nei tronchi superiori, dove scendono i sassi, e le ghiaje grosse, il rialzamento del fondo è affai più considerabile: ed è ancora molto maggiore nel tratto, che interseca Firenze, e che rimane tra le due chiuse, o pescaje, erette anticamente per la derivazione di due canali perenni, e per gli usi dei mulini. Il Viviani nel suo celebre discorso ci lasciò descritte le osservazioni, che a questo proposito aveva fatto in Firenze, di condotti, di lastrichi, e di fondamenti di fabbriche antiche. L'osservazione più precisa si è, che l'anno 1677, essendo egli incaricato di ristaurare i fondamenti della gran fabbrica degli Uffizj, e avendo fatto avanzare verso Arno le finestre vecchie del sotterraneo della facciata, prese motivo di farle murare un braccio e mezzo più alte, sull' asserito comune di chi allora vi praticava, che nelle piene maggiori degli ultimi anni entrando per esse l'acqua, il che non era mai succeduto in tutte le piene degli anni innanzi, necessitava a condur fuori da quelle stalle i cavalli, ed oltre alla spesa, che richiedevasi a cavar la belletta, tenevali infermi per molti mesi. Eppure è da crederli, che un Architetto così celebre come il Vasari, che nel 1560 soprintendeva alla fabbrica della predetta facciata, ch' egli stesso chiamava fondata sul Fiume, e quasi in aria, facesse fermar tant' alto le finestre, che ne' suoi tempi nessuna delle piene maggiori potesse entrarvi.

Ma per lasciare anche il tronco di Firenze, dove la chiufa inferiore deve influire particolarmente nel rallentamento del corso, e nell' arresto delle materie grosse; sette miglia più sotto, nel luogo del ponte a Signa, il rialzamento del fondo è tanto grande che alcune luci del ponte sono oramai sepolte nelle deposizioni delle ghiaje, alcune altre si sollevano appena nelle impostature sopra il piano del fondo, e le due luci più alte restano coperte affatto dalle acque

acque nelle piene. Una campanella di ferro, ch'è impiombata nella pila destra dell' arco di mezzo, può servirci di regola per misurare tutto il rialzamento. Diverse persone assicurano, che la campanella restava tant' alta sessant' anni fa, che i navicellai per toccarla dovevano salire sulla poppa del navicello. Presentemente l'anello della campanella medesima tocca il fondo del Fiume, che sotto il ponte si spiana in una superficie affai regolare. Però in quel luogo e in tutto il suddetto tempo il rialzamento del fondo dev' essere di cinque, o di sei braccia Fiorentine.

E' bensì vero, che quest' effetto deve in buona parte attribuirsi all' impedimento del ponte, che ha gli archi troppo ristretti, ch'è di figura irregolare, e che, neppure è disteso in una sola linea retta, formando più tosto due linee inclinate tra loro con un angolo affai sensibile. Ma il risalto del fondo in quel luogo, per tutte le ragioni addotte antecedentemente, arguisce un rialzamento consecutivo, e continuato per tutto il tronco superiore sino a Firenze. E generalmente parlando, siccome non vi è Fiume, il cui corso non resti in qualche luogo imbarazzato dai ponti, dalle sezioni irregolari, dalle chiuse o naturali, o artificiali; così in tutti vi sarà una ragione di doverli ammucchiare in qualche luogo più copiosamente i sassi, e le ghiaje, e queste servendo d'intoppo alle altre, che sopravvengono, dovrà pure il rialzamento del fondo stendersi, e continuarli gradatamente all' insù. E quand' anco il corso d'un Fiume fosse del tutto libero, se vi è un limite delle ghiaje, se la quantità di esse va sempre crescendo nelle piene, se non se ne può sperare una diminuzione sensibile col dibattimento reciproco; vi si avrà sempre il generale fenomeno d'un successivo rialzamento di fondo.

Non ne viene però la conseguenza indicata dal Guglielmini, che se i sassi, e le ghiaje non si sciogliessero a poco a poco in arene, e sotto quest' altra forma non si portassero dalle acque correnti infino al Mare; il riempimento degli alvei farebbe così grande.

de, che le acque ringorgando inonderebbero le campagne, o devierebbero dal loro primiero corso. Mentre in primo luogo le acque correnti non portano feco delle nuove ghiaje, che nei primi violenti scarichi di ciascuna piena: secondariamente la quantità delle ghiaje portate di nuovo in ciascuna piena non è così grande, come alcuni si sono immaginati: e finalmente si distribuiscono le materie medesime per tutto l'alveo dei Fiumi, e si consumano in parte negli usi delle fabbriche, e delle strade. Secondo un poco di calcolo, che si è fatto, si leveranno annualmente dal Reno 125000 piedi cubici di ghiaja per il solo risarcimento delle strade. Però i Fiumi non possono ordinariamente alzarfi di fondo a segno di formontare gli argini, e deviare dal loro corso. Che se mai per qualche combinazione di varie cause accadesse il caso di un maggiore precipizio di ghiaje; allora veramente il Fiume, o si dovrà contenere con argini altissimi sopra il piano delle campagne, come accade in Ombrone, o sarà obbligato di mutar letto, come più volte è già accaduto nel Reno, nel Panaro, nel Taro ec., e come frequentemente si vede nei tronchi superiori del Pò, dove le ghiaje sono più grosse, e più copiose.

Ma i Fiumi, che corrono in ghiaja, non si distinguono solamente dagli altri, che sono puramente arenosi, perchè si rialzano maggiormente di fondo. Si distinguono ancora perchè sono soggetti a maggiori, e più frequenti cambiamenti nella direzione del corso, e nella forma di tutto l'alveo. Le materie più grosse, spinte con moto lento, e sbalzate qua e là irregolarmente in tempo di qualche piena, cominciando essa a cedere, possono poi restare abbandonate a mezzo corso, e ammucchiarsi più copiosamente o da una parte, o dall'altra: e i nuovi ostacoli così frapposti alla corrente la devono piegare, e rivolgere a un altro termine, dove se si trovasse un fondo meno consistente si sprofonderebbe il nuovo alveo più del vecchio, e vi si farebbe come una chiamata alla piena sopravveniente. Ciò è generalmente conforme a tutte le osservazioni:

men-

mentre quasi in tutte le piene si hanno dei cambiamenti di filone nei Fiumi, che portano ghiaje: e i cambiamenti ordinariamente sono tanto maggiori quanto le ghiaje sono più grosse, e più copiose.

Le conseguenze di tutti questi principj sono state indicate dal Guglielmini nel Cap. VI., e da Eustachio Manfredi nelle sue annotazioni, e sono primieramente: che col cambiamento del filone si alternino le alluvioni, e le corrosioni: che si abbandonino qualche volta le ripe corrofe, e i ripari vi diventino inutili: che in vece le corrosioni si portino in altri luoghi previamente non riparati: che la linea del corso si allunghi, e così venga a diminuirsi la pendenza ragguagliata del fondo: che qualche volta per lo contrario si accorci la linea, e la pendenza diventi maggior di prima: che la pendenza diminuita, o accresciuta in qualche tronco porti nei tronchi superiori delle altre variazioni analoghe a quanto si è detto nel Cap. III. Di più il Manfredi ha rilevato, che siccome i Fiumi ghiarosi hanno una pendenza grande di fondo, così per poco che vi si allunghi la linea, o si raccorci, potrà essere considerabile e la differenza totale della caduta, che resterà inferiormente, e l'interramento, o l'escavazione, che in seguito dovrà averfi nel tronco superiore.

Coi principj medesimi si può anche rendere la ragione, per cui se un Fiume uscendo dai seni angusti delle montagne, e incominciando a stendersi nella pianura, seguirà a portar ghiaja, avrà bisogno di una larghezza d'alveo molto maggiore, che nei tronchi inferiori, dove quantunque s'ingrossi il corpo d'acqua coll'unione di qualche influente, non arrivano però che arene, ed altre materie più sottili. Così il Reno, che al ponte della via Emilia si stende per la larghezza di cinquecento, e più piedi Bolognesi, sotto la confluenza della Samoggia, dove ha interamente lasciato di portar ghiaje, non arriva alla larghezza di piedi ducento. Si hanno delle differenze anche maggiori paragonando il Tesino al ponte di Pavia, o l'Adda al ponte di Pizzighettone colle diramazioni superiori.

riori. Ed è inutile qualunque opera, che tenda ad impedire gli effetti delle cause accennate con restringere il letto, raddrizzare le tortuosità, e prevenire le successive deviazioni dei Fiumi, dove continuano a portar sassi, ed altre materie grosse: onde ha detto benissimo il Guglielmini, che in tali siti sono i Fiumi *quasi indomabili*, nè diventano *maneggiabili* se non dove incominciano a portare soltanto delle materie più sottili.

Vi è un altro fenomeno più grande, che dipende dai principj indicati, la molteplicità dei rami, che nei Fiumi ghiarosi si dividono variamente, e poi si riuniscono insieme, lasciando in mezzo delle isole. Anche i Fiumi maggiori, dove hanno lasciato affatto le ghiaie, e dove hanno pendenze assai minori, presentano lo stesso fenomeno di molte diramazioni. Ma la divisione dei rami vi si conserva naturalmente per molto tempo, quando le acque vi giungano a tale altezza, forza, e velocità, che basti per tenere incorporate le torbide, senza lasciarle cadere a fondo, e incominciare l'interramento. Così, per non parlare delle più antiche diramazioni, dopo che il Pò s'è aperto il ramo di Venezia verso la metà del secolo duodecimo, vi vollero quattro secoli perchè si perdesse il ramo più antico di Ferrara, e in seguito i due nuovi rami delle Fornaci, e di Ariano si sono mantenuti con piccole variazioni fino al presente. Laddove nei tronchi superiori, dove la pendenza è più grande, e le materie sono più grosse, quasi in tutte le piene succedono dei cambiamenti considerabili d'isole, e di rami.

La maggiore pendenza dei tronchi suddetti porta seco anche un'altra diversità, di cui abbiamo bastantemente parlato, che dove le materie sono più grosse, il moto, e l'accelerazione delle acque dipende interamente dalla caduta. Nei tronchi inferiori, essendo più regolare la velocità, che ivi dipende unicamente dalla pressione, e dall'altezza del corpo d'acqua, la superficie dei Fiumi si mantiene sensibilmente parallela al fondo. Così nel profilo, che abbiamo prodotto del Reno, dallo sbocco della Samoggia fino ad una certa distanza

stanza dalle rotte, il pelo alto delle piene rimane parallelo al pelo basso, e il pelo basso istessamente parallelo al fondo, e, prescindendo da alcune piccole irregolarità, il fondo rimane quasi disteso in linea retta. La stessa osservazione può farsi sopra il profilo, che Eustachio Manfredi ci ha lasciato del pelo alto, del pelo basso, e del fondo del Tevere. Che se poi si volessero paragonare insieme i Fiumi maggiori, e perenni coi Fiumi più piccoli, e temporarj, si troverebbe anche un'altra diversità, che l'azione continua dell'acqua battuta, e ribattuta dalle ripe, e sul fondo può formare dei vortici, e dei gorghi, e così lasciare delle irregolarità maggiori sul fondo dei primi: laddove nei secondi la violenza di un breve corso tiene più facilmente spianato il fondo, e disteso in una linea meno curva, e sinuosa. E così appunto Zandrini nel Cap. IX. attestò di avere trovato assai regolare il fondo dei torrenti del Friuli, Tagliamento, Celina, e Torre: aggiugnendo poi di avere trovato delle maggiori irregolarità nel fondo dell'Adige da lui riconosciuto da Legnano infino al Mare, e del fondo del Pò riconosciuto da Pavia istessamente infino al Mare.

CAPO SESTO.

Della degradazione delle pendenze del fondo di tutt' i Fiumi.

TUTT' i Fiumi, che portano arene, e torbide, correndo ancor solitarj, senza ingrossarsi coll' unione di nuove acque, si dispongono il fondo nei tronchi inferiori con una declività minore di quella, che hanno nei tronchi superiori, come ha insegnato il Guglielmini nella regola settima del capo quarto. Tutte le livellazioni, che si sono fatte nei Fiumi di tal natura, tra un influente, e l'altro, prescindendo da alcune non molto grandi, nè generali irregolarità, danno una pendenza ragguagliata dei fondi gradatamente minore andando all'ingù. Così per esempio il Reno nelle

prime pertiche 781 sotto allo sbocco della Samoggia, secondo le ultime livellazioni, pende in ragione di once $17\frac{4}{5}$ per miglio: e in tutto il tratto di miglia $7\frac{1}{2}$ dalla Samoggia fino alla rotta, da cui sbocca presentemente nelle valli ha la pendenza ragguagliata d'once $18\frac{2}{5}$ per miglio, che si fa poi d'once $14\frac{3}{4}$ nelle ultime tre miglia sopra la rotta: e quando il Reno correva inalveato fino a Vigarano, sei o sette miglia più sotto della rotta presente, non aveva nell'ultimo tronco una caduta maggiore d'once $12\frac{3}{4}$ per miglio. La ragione si è, che intrecciandosi insieme diversamente colla continuazione del corso, e sfregandosi, e dibattendosi le arenne, si affortigliano sempre di più, e ricercano delle forze sempre minori per essere portate più lontano: e comunque la pendenza del fondo influisca nell'accelerare le acque, e nell'accreverne la forza, posto ancora il medesimo corpo d'acqua, dove faranno materie più sottili, per tenere escavato il fondo, basterà sempre una minore declività. La stessa diminuzione delle pendenze si osserva pure nei Fiumi, e nei torrenti, che corrono in ghiaje, e sassi: non perchè i sassi, e le ghiaje collo sfregamento continuo si diminuiscono sensibilmente di mole, ma perchè restano di mano in mano più addietro le ghiaje, e i sassi più grossi, e irregolari. Così per diverse ragioni si verifica sempre generalmente, che, posto ancora il medesimo corpo d'acqua, si diminuiscono le pendenze dove si diminuiscono le materie trasportate insieme coll'acqua.

Passando poi a quei Fiumi, che s'ingrossano col concorso di altri Fiumi minori, egli è certo egualmente, che vi si richiederà una pendenza di fondo tanto minore quant'è maggiore il corpo delle acque unite. Anche quest'altro principio è stato diffusamente insegnato dal Guglielmini nel capo quinto, e dal Manfredi nelle

sue

sue risposte apologetiche: ed è pure un principio autenticato dai fatti, e dai fenomeni. Mentre se si misureranno le pendenze di tutt'i rigagnoli, che costituiscono un rivo, di tutt'i rivi, che formano un torrente, di tutt'i torrenti, che sboccano in un Fiume reale; si troverà sempre che i minori hanno un fondo più inclinato, e più ripido dei maggiori. E così il Pò, che nei tronchi superiori corre con pendenze grandissime di superficie, e di fondo, dalla Stellata fino a Lagoscuro, dove il pelo basso può riguardarsi come parallelo al fondo, non ha una pendenza maggiore di once 7 del piede Bolognese per miglio. Il Panaro prima di sboccare nel Pò allo stesso luogo della Stellata corre colla pendenza d'once $18\frac{7}{8}$.

Questi due fatti ci sono stati attestati da Eustachio Manfredi. Nella generale livellazione dei Fiumi del Bolognese s'è ritrovato, che il fondo del Lavino pende in ragione d'once $76\frac{1}{2}$: che la Samoggia nelle ultime due miglia sopra lo sbocco del Lavino pende in ragione d'once $53\frac{5}{12}$ per ciascun miglio: e che dopo l'unione del Lavino la pendenza ragguagliata della Samoggia si fa d'once $37\frac{1}{3}$ fino al suo sbocco in Reno. Il Reno poi due miglia sopra la confluenza della Samoggia pende in ragione d'once $26\frac{1}{6}$ istessamente per miglio, e in tutto il tratto superiore di cinque, o di 6 miglia ha la pendenza ragguagliata d'once 25. Dopo l'unione della Samoggia, come si è detto, la pendenza del Reno incomincia ad essere solamente d'once 18.

Considerando maturamente tutte queste osservazioni, l'esempio del Reno, della Samoggia, e del Lavino suggerirà un altro principio: che se l'influente, e il recipiente porteranno al punto della confluenza materie prossimamente simili, ed omogenee; la pendenza dell'

dell'alveo comune farà minore non solamente di quella dell'influente, ma di quella ancora che il recipiente aveva prima nel proprio alveo. Le altre livellazioni, che si sono fatte nel Tevere sopra, e sotto lo sbocco del Teverone, e nella Quaderna sopra, e sotto lo sbocco della Gajana, confermano questa verità. E certamente supponendo che le arene, e le torbide dell'influente, e del recipiente siano prossimamente della medesima quantità, e qualità; si avrà un Fiume quasi egualmente torbido e prima, e dopo la confluenza, e ad una stessa quantità d'acqua corrisponderà prossimamente la stessa quantità di terra, e di arena. Ora qualunque siasi la forza necessaria per sostenere incorporate le torbide, smaltire le deposizioni, e mantenere spurgato il fondo, deve essa dipendere dal corpo d'acqua, e dal declive, e però se un dato corpo d'acqua del solo recipiente si stabilisce sopra una data inclinazione di fondo; dopo l'unione d'un influente, con un maggiore corpo d'acqua dovrà lo stesso recipiente stabilirsi sopra un declive minore di prima.

E ciò deve egualmente aver luogo nel tempo delle massime piene, e nella maggiore bassezza d'acque, e in tutti gli altri stati intermedj del Fiume. Eustachio Manfredi spiegando il Corollario quarto della Prop. VI. del Cap. V. del Guglielmini, che quanto farà maggiore l'acqua ordinaria del Fiume, farà ancora tanto meno declive l'alveo, notò che non è limitato il tempo, in cui la forza dell'acqua è capace di spingere più oltre le materie sciolte, e staccate del fondo, al solo stato delle massime, escrescenze del Fiume, ma poterli tal effetto aspettare in qualche grado anche nello stato ordinario dell'acqua. Ne qui deve opporre, che, calando le piene, non si diminuisce con egual proporzione la quantità delle materie trasportate insieme coll'acqua, e che allora, restando quasi egualmente torbido il Fiume, potrà lasciare delle deposizioni, se alla minore altezza non supplirà una caduta più grande. Questa difficoltà, che riguarda lo stabilimento dei Fiumi ancor solitarij, non è più applicabile al caso dei Fiumi, che si suppongono stabiliti di letto,

letto, e che poi si riuniscono insieme. Mentre farà sempre vero, che se il solo recipiente con una data pendenza mantiene espurgato il fondo, e in tempo che le acque sono basse, e quando le piene sono o massime, o medie; dopo l'unione d'un influente avrà bisogno di minore pendenza per sostenere in ogni tempo le torbide, e non lasciare delle nuove deposizioni.

Ciò pure vale egualmente nel caso, che, per la differenza del corso, e dell'origine non siano contemporanee le piene, e che qualche volta il recipiente sia basso mentre sopravviene la piena dell'influente, o che essendo già passata la piena d'un influente, tutti gli altri superiori di corso portino una piena maggiore nel recipiente. Egli è vero, che se la piena del recipiente troverà l'influente ancor basso, le acque torbide del primo si spanderanno per qualche tratto all'insù dentro l'alveo del secondo, e che però si rallenteranno di corso, e vi lasceranno delle deposizioni. E' vero ancora, che tutto il tratto ringorgato si stenderà fino oltre i limiti dell'orizzontale tirata per la superficie del recipiente, come si è detto nel Cap. IV. del Lib. V. Ma poi sopravvenendo la piena dell'influente si spargherà nuovamente il fondo, e la pendenza tornerà ad essere quella stessa, che corrisponde al corpo d'acqua, ed alla quantità, e qualità delle ordinarie sue torbide. Quest'effetto si osserva principalmente allo sbocco della Samoggia nel Reno: mentre non combinandosi qualche volta le piene, vi ammucchia il Reno delle materie, che vengono poscia smaltite sopravvenendo la prima piena della Samoggia. Essendo l'influente in piena succederà proporzionatamente lo stesso nell'alveo del recipiente. E ciò pure fu già osservato fino dai tempi del Guglielmini allo sbocco del Santerno, le cui piene anticipando ordinariamente di molte ore, ringorgano per l'alveo del Primario, correndovi per alcune miglia all'insù, e lasciandovi delle deposizioni, infino a tanto che le piene degli altri influenti superiori tornino a restituirvi il fondo nello stato medesimo di prima.

Lo stesso Autore nella Prop. I. del Cap. V. fece un lungo discorso

scorso intorno alla maniera, con cui si stabiliscono le pendenze del fondo dei Fiumi, e poi nei Corollarj della Prop. VI. espone due regole più precise: che quanto maggior copia d'acqua porterà un Fiume, tanto minore farà la di lui caduta: e che quanto maggiore farà in ciascuna particella d'acqua la forza, e la velocità, tanto pure farà minore la declività dell'alveo. Poichè adunque la velocità dei Fiumi, che si uniscono insieme, cresce prossimamente in ragione della quantità d'acqua accresciuta, come si è detto negli ultimi capitoli del libro antecedente; le due riferite regole del Guglielmini verrebbero a risolversi in una sola, che la declività del fondo dei Fiumi si diminuirà nella stessa proporzione, con cui crescerà il corpo d'acqua. Coll'occasione delle ultime controversie di Bologna per dare qualche regola più precisa ho proposto il teorema: che, in parità di tutte le altre circostanze, il fondo del recipiente si potrà credere egualmente stabilito e prima, e dopo il concorso d'un influente quando i seni delle pendenze siano reciprocamente proporzionali alle quantità d'acqua. E così essendo evidente, che i seni delle pendenze devono diminuirsi come una qualche funzione della quantità d'acqua accresciuta, ho preso la funzione più semplice, ch'è la semplice quantità d'acqua: e senza ricercare delle rigorose dimostrazioni, che non possono applicarsi ai teoremi dipendenti da tanti dati, e da tante condizioni come i teoremi Idraulici, ne ho stabilita la verità sulle più precise osservazioni, che abbiamo intorno alle pendenze dei Fiumi torbidi.

Le quantità d'acqua nella Samoggia solitaria, e nella Samoggia unita al Lavino sono prossimamente come 3:4, secondo i risultati del Cap. VII. del Lib. V. La pendenza della Samoggia sopra lo sbocco dal Lavino in tutto il tratto, a cui non si estendono le ghiaie grosse, è di once $53\frac{5}{12}$ per ogni miglio. Se i seni delle pendenze si diminuissero nella semplice ragione della quantità d'acqua accresciuta, farebbe la pendenza della Samoggia sotto allo sbocco

co

co del Lavino d'once 40, e dovrebbe poi essere anche minore per la diminuzione delle materie, che si fa sempre colla continuazione del corso. Secondo le ultime livellazioni è risultata la pendenza totale d'once $37\frac{1}{3}$: e così quantunque la Samoggia sia tanto irregolare di fondo, ciò non ostante nelle pendenze ragguagliate si accomoda prossimamente alla già esposta regola. Il Reno ha un fondo più regolare, e porta materie meno differenti e sopra, e sotto lo sbocco della Samoggia: ed è la portata del Reno solitario alla portata del Reno accresciuto della Samoggia in circa come 5:7. Se i seni delle pendenze si diminuissero nella ragione accennata, e se la pendenza del Reno sopra lo sbocco della Samoggia fosse d'once 25, farebbe la pendenza sotto allo sbocco d'once $17\frac{6}{7}$: e se quella si pendesse d'once $26\frac{1}{61}$, riuscirebbe questa d'once $18\frac{5}{7}$. Ma la pendenza del Reno poco sotto la confluenza della Samoggia è d'once $17\frac{2}{3}$, e in tutto il tratto inferiore fino alle rotte è d'once $18\frac{1}{3}$. Abbiamo dunque tutta la corrispondenza, che in questo genere di cose si può sperare tra le osservazioni, e il puro fatto.

Da questo fatto ho voluto congetturare cosa avesse a sperarsi nel caso, che al Reno inalveato regolarmente si unisse ancora la Savena, e l'Idice, e gli altri torrenti inferiori del Bolognese. Calcolando le portate di tutti secondo i metodi soliti, e supponendo che la portata del Reno in piena fosse di 140 parti, la portata del Naviglio di Bologna colla Savena in piena potrebbe valutarfi di 22 parti, l'Idice di 29, e gli altri torrenti inferiori, la Centonara, la Quaderna, ed il Sillaro di 25. Tutti questi torrenti avendo origine in luoghi non molto lontani, essendo di non molto diverso corso, non possono ordinariamente differir molto nel

nel tempo delle piene. Ma quand'anco per non essere contemporanee affatto le piene si supponesse, che il Reno in piena non crescesse che di 10 parti colla Savena, di 12 coll' Idice, e di 15 cogli altri torrenti, essendo la pendenza del Reno immediatamente sopra le rotte d'once $14 \frac{3}{4}$ per miglio, secondo la regola accennata farebbero le cadenti d'once $13 \frac{4}{5}$ alla Savena, di $12 \frac{3}{4}$ all' Idice, e di $11 \frac{2}{3}$ alla confluenza del Sillaro. Considerando poscia che il Reno quando correva sei, o sette miglia più sotto della rotta presente si riduceva alla pendenza d'once $12 \frac{3}{4}$ per miglio, e che ancora presentemente prima di arrivare alla Savena, per la diminuzione delle materie, non potrebbe ricercarne di più; non è da mettersi in dubbio che basterebbero le once 12 dopo la confluenza della Savena, 11 dopo l' Idice, e 9, o 10 dopo la confluenza del Sillaro, dove e nell' alveo comune, e in quello dei torrenti inferiori non arriverebbero che le materie più sottili.

C A P O S E T T I M O .

Della pendenza, e della disposizione degli ultimi tronchi dei Fiumi.

Il Fiumi andando a sboccare in Mare, ed avendo una pendenza di fondo sempre più piccola in proporzione, che vi si accostano, restano negli ultimi tronchi lungamente ringorgati dalle sue acque. Il celebre la Condamine nella relazione del coraggioso suo viaggio ha riferito, e mi ha replicato a voce molte volte, di avere osservato nel Fiume delle Amazoni assai sensibile il flusso, e riflusso del Mare alla distanza di duecento, e più leghe sopra la foce. Nel Tawigi ho trovato sensibile il flusso marino sin dieci miglia di là da

da Londra. Ancora nella Mosa, e negli altri Fiumi del nostro continente, che sboccano nell'Oceano, il flusso e riflusso si stende molto all' insù. Nei Fiumi dell'Italia, che sboccano o nell' uno, o nell' altro Mare, abbiamo delle osservazioni più esatte, e più precise. L'orizzontale tirata per il pelo basso dell' Adriatico arriva a incontrare il fondo del Pò tra la Stellata, e Lagoscuro alla distanza di più 40 miglia dalla foce: il fondo del Primaro alla distanza di più di 16 miglia: il fondo del Lamone, e del Ronco unito al Montone alla distanza di circa tre miglia, e mezzo: il fondo del Fiume Savio alla distanza di due. L'orizzontale tirata dal pelo basso del Mediterraneo incontra il fondo del Tevere alla distanza di miglia 15: e proseguendo all' insù per altre 6 miglia si trova il fondo ora più alto, ora più basso dell'orizzontale suddetta: ed essendo le maggiori altezze di piedi $6 \frac{1}{2}$, e le bassezze di 8 piedi, si può supporre che il fondo vi resti ragguagliatamente inferiore nell' intero tratto di miglia 21.

La profondità della foce è di circa nove palmi Romani nel Tevere, di circa 3 piedi Bolognesi nel Fiume Savio, di $4 \frac{1}{2}$ nel Primaro, e quasi di 5 nel Pò. Onde in tutti questi Fiumi essendo assai maggiore il corpo d'acqua sopra la foce, dal confronto delle accennate osservazioni è manifesto, che tutti lasciano innanzi alla foce una profonda concavità, e che, dopo una continua diminuzione delle pendenze del fondo, finalmente di declivi diventano acclivi. Le controversie insorte a Bologna hanno dato occasione di fare delle osservazioni ancor più minute in tutto il fondo del Primaro. Nella generale livellazione del 1761 s'è ritrovato che il fondo del Primaro, in distanza di circa 16 miglia dalla foce, nel luogo di Longastrino, restava per circa 8 once del piede di Bologna sotto il pelo bassissimo dell' Adriatico, e circa piedi 4 sopra la profondità della foce. La pendenza del fondo superiore era al-

lora in ragione di 8, o 9 once per miglio. Nel tratto di miglia $3\frac{1}{2}$ dal suddetto luogo di Longastrino fin oltre lo sbocco del Santerno, la pendenza del fondo era in ragione di sole once 7: e si faceva poi d'once 4 nelle seguenti tre miglia e mezzo fino in vicinanza allo sbocco del Senio. Sotto allo stesso sbocco tutto il fondo restava al di sotto dell'orizzontale tirata per il punto più basso della foce, e formava una concavità continuata, che ragguagliatamente poteva valutarfi di due o di tre piedi.

La profondità ragguagliata dalla foce di piedi $4\frac{1}{2}$ è quella stessa, ch'erafi riconosciuta fino dal 1693 nella visita fatta solennemente in quei luoghi dai Cardinali d'Adda, e Barberini. E merita di essere ben avvertito, e considerato il fenomeno, che da quel tempo in qua essendo succedute tante variazioni in Primaro, ed essendosi tanto interrato il fondo nelle parti più lontane dallo sbocco, non solamente non si è variata la profondità della foce, ma neppure si è potuta osservare alcuna variazione considerabile in tutto il fondo, che rimane inferiore all'orizzontale tirata per il pelo basso del Mare. La principale variazione seguita in Primaro si è, che nell'anno 1749 essendosi arginato l'Idice, e condotto a sboccare da una chiusa assai alta nel Cavo Benedettino, e di là mandato in Primaro, s'è rovinata in poco tempo la chiusa posta allo sbocco, e in seguito s'è ribassato il fondo dell'Idice per dieci intere miglia fino ad un'altra chiusa superiore, detta della Riccardina. L'abbassamento è stato di circa otto, o nove piedi allo sbocco, e di due alla Riccardina per quanto mi hanno attestato i contadini: e l'abbassamento ha portato in conseguenza ancora l'allargamento di tutto il letto, in alcuni luoghi fino della terza, o quarta parte della larghezza di prima. Tanta quantità di materia trasportata dal fondo, e dalle ripe dell'Idice nel Cavo Benedettino, e nel Primaro, vi ha lasciato dei grandi interrimenti varia-

mente

mente continuati fin dove il fondo arriva ad essere al livello medesimo del pelo basso del Mare. Ma da quel luogo ingiù confrontando insieme i profili, che si sono rilevati nelle visite del 1757, e del 1761, non si può dire che il fondo differisca sensibilmente da quello, ch'erafi riconosciuto nel 1739, avanti la costruzione del Cavo Benedettino. Non vi è alcuna variazione sensibile nel tratto di sei, o sette miglia da Longastrino allo sbocco del Senio. Dallo sbocco del Senio al Mare, prendendo insieme gl'interramenti seguiti in alcuni luoghi, e le escavazioni di alcuni altri, mi pare che si compensino prossimamente, e che però con tutti gli accidenti di 22 anni non possa dirsi, che da Longastrino al Mare sia succeduta alcuna variazione sostanziale di tutto il fondo. Ne do qui annessi i profili nella fig. 92., dove *AB* rappresenta l'argine sinistro del Primaro: *CDL* il pelo delle massime escrescenze: *EGF* il piano della campagna: *ML* l'orizzontale tirata per il pelo basso del Mare: *NOPQRST* il fondo del Primaro riconosciuto nella visita del 1761: *nopqrs* il fondo riconosciuto nel 1757: *n'o'p'q'r's'* il fondo del 1739: *G* lo sbocco del Santerno, ed *I* quello del Senio. Le altezze anche qui sono espresse in piedi, once, e punti, e le distanze orizzontali in pertiche Bolognesi.

Non so se si possa produrre un fatto più preciso, e più autentico per provare che gli ultimi tronchi dei Fiumi torbidi abbisognano di pochissima, e ancora di nessuna pendenza di fondo, e che in vicinanza della foce hanno anzi la declività posta al contrario. Il Guglielmini nella Prop. IV. del Cap. IX. incominciò ad indicare qualche ragione di un fenomeno così curioso, e interessante. Mentre disse che dove il flusso, e riflusso è molto grande, l'acqua del Mare, entrando nel tempo del flusso dentro l'alveo dei Fiumi, e ritornando indietro in tempo del riflusso, deve servire a tenere aperto lo sbocco, e impedire che nell'ultimo tronco si lascino delle deposizioni. Il celebre Sig. Gabriello Manfredi seguitò in diverse scritture i principj medesimi del Guglielmini, ed attribuì all'azione

P p 2

del

del flusso, e riflusso l'invariabilità della foce, e dell'ultimo tronco del Primario. Ecco il più semplice aspetto, sotto di cui io vorrei presentare i principj medesimi. Le torbide di tutt' i Fiumi sopravvengono principalmente nel tempo delle piene, e nello stato ordinario si possono riguardare i Fiumi come più chiari. Dunque la corrente del flusso, dov'è sensibile, ringorgando giornalmente dentro l'alveo d'un Fiume, e ritardandolo di corso, non deve lasciar luogo alle nupve deposizioni. Ma nello stesso tempo, facendolo alzare di pelo, deve lasciarvi nel retrocedere una maggiore velocità. Dunque la corrente del riflusso, sempre maggiore di quella del flusso, deve fare le veci di un corpo d'acqua accresciuto, contribuire alla maggiore escavazione del fondo, e stabilirlo sopra di una pendenza minor di quella, che converrebbe al corpo ordinario del Fiume.

In occasione delle controversie accennate ho aggiunto a questi principj anche un'altra riflessione importante, che può applicarsi generalmente anche ai luoghi, nei quali il flusso, e riflusso non sia tanto sensibile come nell' Adriatico. Le teorie dei Fiumi che sboccano dalle chiuse, e che si spiegheranno distintamente nel quinto capitolo del libro susseguente, si possono applicare alle foci dei Fiumi, che essendo, massime in tempo delle piene, superiori di pelo alle superficie del Mare, vi si vanno a spianare liberamente. La libertà del corso, e dell'esito deve rendere le acque più celeri, e l'accelerazione delle acque, che sboccano in Mare deve stendersi per qualche tratto all'insù alle altre acque che non vi sono ancora arrivate, e la maggiore accelerazione di tutte deve necessariamente cagionare l'escavazione del fondo in tutto il tratto superiore alla foce, come innanzi allo sbocco delle chiuse. Non si può dubitare nè della causa, nè degli effetti di questa maggiore celerità: mentre la superficie dei Fiumi, che nelle parti più lontane cammina parallela, o quasi parallela al fondo, in vicinanza allo sbocco s'inclina, e si strigne maggiormente sopra lo stesso fondo: e questo curioso

feno-

fenomeno fu già osservato, e notato dal Castelli nel Corollario XIV. sopra le acque correnti, e dallo stesso Guglielmini nella Prop. II. del Cap. VIII. sopra la natura dei Fiumi.

Il Sig. Eustachio Zanotti, celebre Professore di Astronomia in Bologna, nel suo bellissimo ragionamento, che leggesi sul principio del Tom. VII. della Raccolta degli Scrittori d'acque fatta in Firenze, ha spiegato ampiamente coll'ajuto di tutte le osservazioni come innanzi alla foce la declività della superficie dei Fiumi subentri alla declività del fondo, e ne renda più rapido il corso anche sopra di un fondo acclive. E tra le osservazioni da lui prodotte merita di essere ricordata quella delle due diramazioni del Tevere, chiamate d'Ostia, e di Fiumicino. Il ramo d'Ostia dal punto della prima divisione infino al Mare è di pertiche Bolognesi 1900, e il ramo di Fiumicino è solamente di 1000. La larghezza delle sezioni nel ramo di Fiumicino è di gran lunga minore che in quello di Ostia. Ciò non ostante la massima profondità nel ramo di Fiumicino arriva fino a 19 piedi, e nel ramo di Ostia arriva a 10 piedi solamente: il che non può attribuirsi se non alla declività della superficie, ch'è maggiore di circa il doppio nel ramo più corto circa della metà. Considerando poscia lo stesso Autore i profili del Tevere, e di altri Fiumi, e quello massimamente del Lamone, ha creduto di poterne dedurre un principio più generale: che la pendenza ragguagliata della superficie d'un Fiume nella massima escrescenza, dal punto dove arriva il pelo basso del Mare sino alla foce, è eguale alla pendenza ragguagliata del fondo, o del pelo basso del Fiume, cominciando dallo stesso punto, e procedendo verso la parte contraria.

Ma nell'applicazione, che ho fatto de' principj indicati al caso delle stesse acque, non mi è parso di poter accordare che l'accelerazione delle acque originata dalla libertà dello sfogo si stendesse all'insù sin dove arriva l'orizzontale tirata dal pelo basso del Mare. Mi è parso che nel profilo, che Eustachio Manfredi ci ha lasciato

del

del Tevere il pelo alto resti per lunghi tratti parallelo al pelo basso, ed al fondo superiormente al luogo della divisione dei due rami d'Ostia, e di Fiumicino: e che solamente da quel luogo ingiù, cioè per non più di quattro miglia, il pelo alto si stringa sensibilmente, e continuamente sopra del pelo basso, e sopra l'orizzontale tirata o per la superficie del Mare, o per la profondità della foce. Dal profilo del Primaro quì annesso, *fig. 92.*, apparisce che da Longastrino ingiù fino allo sbocco del Santerno, è piccolissima inclinazione del pelo alto delle piene sopra il pelo basso del Mare, e sopra l'orizzontale tirata per la profondità della foce: che la declività del pelo alto delle piene incomincia a crescere sensibilmente, e gradatamente andando dallo sbocco del Santerno fino a quello del Senio: e che si fa poi essa tanto maggiore nel tratto delle ultime tre, o quattro miglia sopra la foce. Con questa gradazione adunque deve anche crescere la velocità, che nasce dalla libertà dello scarico di tutto il Fiume nel Mare. Considerando poi, che, l'ultima concavità, per cui il fondo del Primaro resta tutto inferiore all'orizzontale tirata per la profondità della foce, si stende fino in vicinanza allo sbocco del Senio, ed occupa il tratto di circa otto miglia; ho creduto che in parte si dovesse essa attribuire all'accelerazione delle acque, e in parte ancora all'azione del flusso, e del riflusso, che in tutto quel tratto riesce molto sensibile.

Passando adunque ad applicare tutt' i principj antecedenti al caso d'una generale inalveazione delle acque del Bolognese, ho pensato che riunendo, e regolando tutte le acque in Primaro non vi potesse abbisognare pendenza alcuna di fondo dal Mare fino allo sbocco del Senio, e che rimontando dal Senio fino al Santerno dovesse bastare la pendenza presente di quattro once per miglio, e di once sette dal Senio fino a Longastrino. Mentre se l'accelerazione delle acque alla foce, e il flusso, e riflusso del Mare, e la suddetta declività dal Senio fino a Longastrino, vi hanno mantenuta finora quella inalterabilità fisica, che può averfi nei Fiumi; tanto
meglio

meglio si potranno in appresso smaltire le torbide quando vi si unisca un corpo d'acqua maggiore. Da Longastrino insù fino al Sillaro ho creduto che le cadenti si dovessero regolare in ragione di 9, o 10 once per miglio, di 11 dal Sillaro all' Idice, di 12 dall' Idice alla Savena, e di 13, o 14 di là fino al Reno. L'altezza totale del fondo del Reno innanzi alla rotta, da cui incomincia a spargerfi nelle valli, sopra l'orizzontale tirata per il pelo basso del Mare, è di piedi 37, once 7, e punti 7 del piede di Bologna: e la distanza del Reno a Longastrino è di circa miglia 31: onde la caduta totale è sovrabbondante al bisogno del corpo delle acque unite.

CAPO OTTAVO.

Della foce dei Fiumi, della protrazione delle spiagge, delle correnti, e delle variazioni dell'altezza del Mare.

I Fiumi d'Italia, dopo di essere sboccati in Mare, non devono ancora sfuggire all'occhio del Filosofo, e combinando la direzione del moto, con cui vi arrivano, col moto littorale del Mare istesso, presentano il curioso fenomeno di tenersi costantemente sulla sinistra della foce. Moto littorale, e radente si chiama quello, con cui l'acqua entrando continuamente dallo Stretto di Gibilterra, dopo di aver girata tutta la circonferenza del Mare superiore, e inferiore, cioè dell' Adriatico, e del Mediterraneo, esce poi dalle parti della Spagna. I marinari fino nel secolo decimosesto si accorsero di questo moto, per la diversità del tempo, che in parità dei venti, e delle altre circostanze impiegavasi nell'andare, e nel tornare da Corfù a Venezia, e s'è incominciata quindi la pratica di costeggiare le rive Settentrionali del Golfo nell'andare da Corfù a Venezia, e nel ritorno verso Corfù di costeggiare le rive Meridionali lungo lo Stato Ecclesiastico, e il regno di Napoli. Dal moto dei galleggianti si è poi ricavata la direzione precisa della

della correntia non solamente nell' Adriatico, ma ancora nel Mediterraneo. Geminiano Montanari nel suo discorso sopra il Mare Adriatico ricavò appunto dal moto dei galleggianti, che la velocità della correntia è di 3, o di 4 miglia in 24 ore. Onde essendo la velocità delle acque dei Fiumi di circa 3, o di 4 miglia per ora, la proporzione delle due velocità farà quella di 1 a 24,

Combinando il moto litorale del Mare col moto di qualche Fiume alla foce, è manifesto che le acque del Fiume devono prendere una direzione media, e rivolgere il corso a diritta, come già notò il Guglielmini nel Coroll. VII. della Propos. IV. del Cap. VII. In questa maniera deviando il Fiume, e la correntia dal corso di prima, e la direzione media, e composta accostandosi più a quella del Fiume, che a quella della correntia, per essere la velocità della correntia ventiquattro volte minore di quella del Fiume; il Mare più a destra tra la spiaggia, e tra il luogo della direzione composta di tutte le acque, resterà senza il moto della correntia medesima già rotta, e deviata. Però incominceranno a deporfi più copiosamente lungo la spiaggia destra le materie mescolate insieme colle acque del Mare, formando diversi scanni, o banchi d'arena, che anderanno a poco a poco, e continuamente crescendo. E così il Fiume trovando sempre maggiori impedimenti sulla diritta, si volgerà a poco a poco dove avrà il corso più libero, e finalmente arriverà a stabilirsi tutto al contrario della direzione presa a principio, cioè tenendosi costantemente sulla sinistra della foce. Il Montanari osservò, che tali si mantengono appunto gli sbocchi del Tagliamento, della Piave, e degli altri Fiumi dello Stato Veneto. Il Zandrini nella sua relazione sopra la diversione del Ronco, e del Montone, aggiunse ancora l'esempio dei Fiumi della Romagna: e nel capitolo primo dell' altra relazione sopra il porto di Viareggio applicò i principj medesimi ai Fiumi del Mediterraneo, colla sola differenza, che essendo nel Mediterraneo più debole il flusso, e riflusso, riesce più sensibile il moto litorale, e vi si lasciano per lun-

go tratto sulla diritta delle deposizioni assai più copiose senza punto vederfene sulla sinistra.

Ma le arene, e le altre materie depositate dai Fiumi sulla spiaggia del Mare, non si avanzano mai più di 7, o 8 miglia lontano dalla foce. Questa è la conclusione, che il Montanari ha cavato dalla lentezza della correntia, e che il Zandrini ha confermato colle osservazioni dei banchi d'arena, che si ritrovano alle foci dei Fiumi Savio, Ronco, Lamone, e degli altri Fiumi della Romagna. La protrazione, e l'avanzamento di tutta la spiaggia, che continuamente si osserva in tanti luoghi d'Italia, e massime della Toscana, della Romagna, e della Marca, proviene dalle materie staccate dal fondo del Mare nelle tempeste, e gettate dai venti lungo le spiagge. Il fatto non può mettersi in dubbio. L'antico porto Pisano è ora assai lontano dal Mare, e sono pure assai lontane diverse torri anticamente fabbricate per la difesa di quelle coste. Ravenna, che al tempo dei Romani era porto, resta ora lontana dall' Adriatico circa tre miglia. Zandrini nel Cap. IV. della citata relazione sulla diversione del Ronco, e del Montone ricavò da un decennio di osservazioni, che l'avanzamento della spiaggia dal Pò fino ad Ancona può valutarfi di circa 23 pertiche l'anno. Osservò ancora, che il lido dell' Italia da Pò fino ad Ancona, e ancor più oltre resta obliquamente esposto a Scirocco, ed Ostro, proprietà dei quali è di zapparlo, per parlare colla frase della marina, asportando altrove le sabbie, e ch'è esposto di fronte al Greco, ed al Levante, che spingono alla spiaggia le sabbie, e ve le addensano: e perchè il Mare non solamente nelle tempeste, ma ancora ne' suoi flussi ordinarj solleva le sabbie dal fondo; quindi ne nasce, che conspirando la direzione dei venti principali a trasportarle, ed amucchiarle sul lido, si protrae vieppiù la spiaggia, e il Mare si va allontanando.

L'allungamento della linea per circa 23 pertiche l'anno non può produrre nel corso dei Fiumi alcuna variazione, che si renda

senfibile nei tempi a noi più vicini. Ma rigorosamente parlando, colla più lunga continuazione del tempo, deve portare per conseguenza un rialzamento proporzionato di tutto il fondo, e il bisogno di rialzare ancora, e di continuare più lungi le arginature. Nel Mare Mediterraneo si combina ancora un'altra cagione per diminuire a poco a poco l'inclinazione del pelo alto, e del pelo basso dei Fiumi innanzi alle foci: ed è, che quantunque la spiaggia si avanzi generalmente nel Mare, come in tutt' i luoghi indicati, e si ritiri, e restringa in alcuni altri, come nei lidi della Dalmazia; ciò non ostante la superficie di tutto il Mare, riferita a dei termini stabili, si va col progresso del tempo sempre maggiormente elevando: e così in diversi luoghi succede, che il Mare guadagni, o perda secondo che le cause particolari concorrono più, o meno a rialzare la spiaggia di quello, che le cause generali concorrano all'elevazione di tutta la superficie del Mare.

L'alzamento continuo del livello medio delle acque dell'Adriatico non fu ignoto ai Periti del decimosesto secolo, come ci attesta l'Ingegnere Sabbadini nel suo discorso sopra la Laguna di Venezia. Eustachio Manfredi fu il primo a stabilire quest' opinione. Mentre colla livellazione del piano di Ravenna si accorse, che rimanevano sotto il livello del Mare i pavimenti delle tre Chiese, fabbricate circa dodici secoli fa, del Duomo, della Rotonda, e di S. Vitale: per modo che, se il Mare arrivasse ancora a Ravenna, come vi arrivava nel tempo di quelle fabbriche, resterebbero esse sottoposte ai ringorghi delle acque, e marine, e piovane: e però, non essendo credibile che quegli abilissimi Architetti commetteffero uno sbaglio così grande nella scelta dei luoghi, bisogna dire che la superficie del Mare fosse in quel tempo più bassa. Bernardino Zendrini confermò la stessa opinione con altre osservazioni confimili di Venezia, dove gli anelli, che una volta servivano per fermare le barche, restano in oggi al difotto del livello del Mare, dove non è più di alcun uso il tempio sotterraneo di San Marco per essere so-

ver-

verchiato dalle acque, e dove nelle Maree un poco alte resta inondato il suolo della piazza, quantunque da qualche tempo sia stato rialzato di circa un piede. Nel Mare Mediterraneo si osservano le stesse cose. Mentre nell' isola di Capri si trova ora inondato tutto il piano terreno di un antico edificio Romano, piantato nella riva del Mare: e così pure si trovano inondati altri pavimenti a Vioreggio, e in altri luoghi. E per levare ogni dubbio che le variazioni provengano da qualche casuale abbassamento di tutto il suolo, basta produrre le osservazioni fatte dal celebre Vitaliano Donati a Lissa, Diolo, Zara, e in altri luoghi della Dalmazia, dove il livello del Mare è più alto del piano terreno di molte fabbriche antichissime, posate sul vivo sasso, di cui è formata interamente quella spiaggia, e che non mostra di avere ceduto in nessun luogo neppure un pelo.

I Signori Eustachio Manfredi, e Francesco Zanotti, nelle Parti prima, e seconda del secondo tomo degli Atti di Bologna, ne hanno attribuito il fenomeno alle materie trasportate dai Fiumi, e deposte nel Mare, che vi devono alzare, e il fondo, e la superficie. La stessa idea era stata allo stesso tempo proposta dal Sig. Hartfoeker nel suo corso di Fisica, ed estesa al supposto alzamento del livello dei Mari di Olanda, e di Germania. Ma il Sig. Lulofs nel tomo primo degli Atti della Società di Harlem, col paragone di tutte le livellazioni del secolo passato, e del presente, e di più di cento altre osservazioni, ha fatto ampiamente vedere, che il Mare di Olanda, almeno negli ultimi ottant'anni, non erasi alzato sensibilmente di livello. Questo semplice fatto basterebbe per rigettare l'ipotesi, e la ragione addotta d'un generale rialzamento di tutti i Mari. Ma nel golfo Botnico, Filandico, e Baltico ci si presenta ancora di più, la protrazione delle spiagge, e il successivo abbassamento del livello di tutto il Mare. Negli Atti dell'Accademia di Stoccolma sono riferite copiosamente le osservazioni dei Signori Celsius, Dalin, Gadolin, Ferner, e di molti altri, che rapportando la

superficie del Mare a qualche segnale immobile vi hanno ritrovata una successiva diminuzione di altezza: come, che molte punte, donde una volta pescavano i cani marini, siano presentemente per la maggiore altezza fuori della portata della pesca: che molti scogli, dove una volta si rompevano le navi, si possano ora distinguere facilmente: e soprattutto che i segnali altre volte fissati per notare il livello medio delle acque, vi restino adesso più alti notabilmente.

La successiva diminuzione del volume, e le altre ipotesi addotte da alcuni per spiegare il successivo abbassamento del Baltico, non si accordano coll'alzamento di tutto il Mediterraneo, come le ipotesi addotte in Italia per questo fenomeno sono smentite interamente dall'altro. Siccome adunque i Mari, che comunicano insieme liberamente, devono insieme ridursi all'equilibrio, e i due stretti di Gibilterra, e del Sund sono tanto ampi da non poter dubitare della libera comunicazione del Mediterraneo, e del Baltico coll'Oceano; restava ancora da ricercarsi la ragion fisica, per cui la superficie media dell'equilibrio si vada continuamente abbassando verso la Svezia, non abbia variazione alcuna intorno all'Olanda, e per lo contrario si rialzi nei luoghi più vicini all'Equatore. Nel Cap. I. del Lib. IV. della Par. II. della Cosmografia ho prodotto una nuova ipotesi, che potrebbe soddisfare unitamente a tutti questi fenomeni: cioè che tra tutte le variazioni del nostro globo non ve n'è alcuna, che porti qualche ritardo, e ve ne sono molte, che porterebbero qualche accelerazione del moto diurno, come la caduta, e l'accostamento di molti corpi al centro della terra: che l'accrescimento della forza centrifuga porterebbe una maggiore elevazione dei Mari più vicini all'Equatore, ed uno schiacciamento maggiore di tutti gli altri in maggiore vicinanza dei poli: e che l'abbassamento da una parte, e l'alzamento dei Mari dall'altra può essere sensibile, senza che sia però sensibile la variazione, che dal moto diurno risulterebbe nella durata dell'anno tropico.

DELL'

DELL' ARCHITETTURA DE' FIUMI, E DE' TORRENTI LIBRO SETTIMO.

CAPO PRIMO.

Delle nuove inalveazioni dei Fiumi.



Acito nel primo libro de' suoi Annali riferisce, che essendosi proposta nel Senato Romano la diversione degl' influenti principali dal Tevere, benchè l'urgenza di rimediare alle troppo frequenti inondazioni della Città capitale del Mondo potesse rendere più plausibile quel progetto; ciò non ostante, sentiti i ricorsi delle Provincie interessate, prevalse a tutti il parere di Pisone, che disapprovò qualunque innovazione, con dire che la natura assai meglio dell' arte avea saputo assegnare ai Fiumi, come l'origine, e il corso, così ancora i confini, e i termini più convenienti. Il Guglielmini, ed il Grandi citarono questo passo di Tacito: il primo progettando di regolare il corso del Reno, e delle altre acque del Bolognese nella parte inferiore della campagna, più tosto che di deviarle per altre linee superiori, e farne una nuova inalveazione al piede delle montagne: il secondo disapprovando una nuova terminazione proposta nell' Era, e preferendo il progetto di rassettare, e fortificare l'alveo vecchio di quel torrente al progetto di un alveo nuovo. Anche il Viviani nella terminazione, che fece della Sieve, seguì quanto potè, i confini del letto antico delle acque: e così pure nella terminazione del Bisenzio non giudicò di portarvi alcun altro cambiamento di letto, che d'una semplice rettificazione in un luogo, dove prima formavasi un seno lungo, e tortuoso.

Potrei