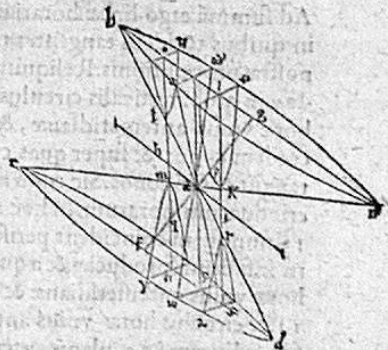


lineæ horariæ horizontalis, scilicet & horæ 12. in plano horologii meridiani per punctum. 1. quod est centrum hyperbolarum transmissæ sint ipsarum Non tangentes. Talis enim conditio nullis nisi. Non tangentibus, accidit. Et hoc erat demonstrandum. Hoc itaque horologium meridianum ita locandū erit, ut lineæ 1. in cum lineæ horizontali, angulū æqualem loci latitudini cōtineat, horologio penes meridianū disposito. ut licet stylus a. a. in axe meridiani situs respiciat ortum vel occasum umbramq; iaciat ad eius horæ lineam, cuius tūc circulum Sol possidet, quamquam istoc horologium super axe mundi fg. conuerti possit ad diuersos situs: sicut in 15. cap. præmissi libri docuimus.

De horologio verticali ad latitudinem gr. 45. maiorem, deq; contraposis periferijs, quas in eo lineæ horariæ secant & tangunt. Cap. 4.

IN horologio verticali ad latitudinem, quæ dimidium recti angulū excedit horariæ lineæ secantes, secant contrapositas hyperbolas singulæ in binis punctis: quæ duo puncta sunt, aut in vna tantum ex periferijs: aut singula in singulis: sic sunt 24. puncta, in quibus totidem lineæ horariæ tangentes contingunt dictas periferias. Quando autem circulus verticalis secat conos super bina latera cono statuum, abscindens videlicet de basi conico arcum duarum, aut 4. aut sex, aut alterius paris numeri horarum: tunc lineæ horariæ à circulis Conos super dicta latera tangentes in horologii plano factæ, nusquam cum periferijs tactum admittunt: quanquam in infinitum ad utraq; continuatæ: sunt enim non tangentes contrapositarum. lineæ verò horariæ à circulis per polos, qui super dicta latera conos secant, in horologio factæ sunt non tangentium singulæ singulariū equidistantes: quare per 14. secundi conicorum, & singulæ in singulis punctis vnā tantum hyperbolarū secabunt. Et euanescent de numero 24. punctorum, duo puncta cōtactuum, sicut & sectionum. Iam enim in præcedentibus cum constiterit ad latitudinem gr. 45. minorem, conos, quos Hori zon contingit verticalis horologii plano secto (singulas ellipses efficere, ad latitudinem verò præcise graduum 45. parabolas: Hic ad latitudinem gr. 45. maiorem demonstrandum est, eiusdem plani ducta in huiusmodi Conis effici contrapositas hyperbolas: Oportebit enim in præscripta Conorum descriptione angulū g. a. c. latitudinis talis excedere dimidium recti: & perinde totū angulū b. a. c. maiorem esse recto: Quare planū circuli verticalis secabit Conos per verticem a. faciens per 3. primi

cōntriangula a. b. c. a. q. w. Assumptis ergo, ut in præcedenti, æqualibus stylis a. k. a. m. ductisq; per puncta k. m. planū ad æquidistantiam verticalis, scilicet dictorū triangulorū, fiet per 14. primi conicorum ac 2. præambulū p. cap. huius lib. ductu taliū planorū vtrinq; à verticali binæ hyperbolæ ppositæ. Circa diametros k. r. m. t. Ita quidē ut puncta k. r. m. t. sint vertices ipsarum k. m. scilicet pedes gnomonū k. a. m. a. quæ sūt portiones axis ipsius verticalis qui axis est cōis sectio horozōti & meridiani, latusq; conicū contactus horizontis ad conos. sicut lineæ b. t. r. d. cōis sectio meridiani & circuli horæ 12. latusq; cōtactus eiusdē circuli ad conos. puncta autē p. q. in quib. axis mūdi occurrit diametris hyperbolarū: & i. q. b. lineæ horariæ secantes se inuicē secant, de quarum nūo sunt ipsæ ppositarū diameter l. k. s. n. m. o. puncta demū h. i. q. termināt umbras merid. æquinoctiales k. i. m. h. Sicut ergo lineæ l. p. s. a. mer. facta in plano ppositarū kx. rz. quæ lineæ mer. est, secat ppositas in punctis k. r. in quib. easdē tagūt in eodē plano lineæ horiz. & lineæ horæ 12. ita & singulæ cæteræ lineæ horariæ secantes à cæteris circulis horarijs p polos in dicto plano factæ seq; inuicē ad punctū p. secantes, secāt dictas ppositarū periferias i binis punctis, in quib. easdē tagunt lineæ horariæ tangentes, à cæteris circulis conos tagentibus in dicto plano factæ. Nam, per Coroll. 3. secundi conicorū, nulla lineæ periferijs ppositarum, plurib. quàm in duobus locis coincidere potest. Itaq; si lineæ horaria secās per punctū p. ducta, fecerit hyperbolen k. x. in duobus locis, iam tūc ipsi r. z. ppositæ coincidere non potest per 3. 3. prædictam. si autem in vno loco, tūc aut non coincidet ppositæ r. z. per 1. 3. secundi conicorū, quod tūc accidit, cum æquidistat Non tagenti: aut coincidet in vno tū loco, per 1. 6. eiusdem libri. Et hoc idem intellige de lineis horarijs in plano ppositarum t. u. m. y. apud punctum q. se vicissim secantibus. Namque sicut planum hyperbolarum k. x. r. z. ad meridiem vergens suscipit umbras styli k. a. Sole à circulo verticali ad austrū semoto: Ita & planum hyperbolarū t. u. m. y. ad altum polum respiciens suscipiet umbras styli m. a. Sole à præfato circulo eodem versus quandoque secedente. Sic habes theoriam horologii verticalis vtrouersum vergentis. Quanquam si fiat semicircularis reuolutio super axe meridiani vnus plani situs redigi potest ad situm alterius: ut in 15. cap. præcedentis libri accepisti,



Ad summā ergo lineæ horariæ secātes in 24. pūctis secabunt piferias, in quibus totidem tangentes tangent easdem. Sic constat prima pars nostræ propositionis. Reliquum sic ostendetur. Ponatur lineæ $\theta a \phi$. & $\lambda a \omega$. in quib. verticalis circulus secat conos, eadē, super quas circulus horæ vnus antemeridianæ, & circulus horæ vnus postmer.^{us} secant eosdem conos: & super quas circuli horarum 11^{us} & 13 ab or. vel oc. tangūt eosdē conos. Sic enim arcus paralleli $\theta b \lambda$. à verticali abscisus erit duarum horarum. In hoc enim casu lineæ dictarum horarū 11. & 13 nunquā coincident periferijs hyperbolarum, quanquā vtrinq; in infinitum productæ & æquidistant, lineæ quidem horæ 11 lineæ horæ vnus antemeridianæ & reliqua reliqua. Nā, cū circulus horæ 11. & circulus horæ vnus antemeridianæ & verticalis secēt se inuicē super lineam $\theta a \phi$. planū autem hyperbolarū $k x r z$. æquidistet plano verticalis: iam per 2^o lemma tertij cap. præcedenti libri, reliquorum circuloꝝ in plano hyperbolæ sectiones, hoc est, lineæ horæ 11. & lineæ horæ vnus añ meridianæ inuicē æquidistates erūt, & eodē syllogismo lineæ horæ 13 cōcludetur æquidistās lineæ horæ vnus post meridianæ. Cum autē per 16^a 11. ebor, lineæ $\theta a \phi$. æquidistet lineæ horæ 11. sunt enim eōs sectiones circuli talis horæ cū planis æquidistatib. s. circuli verticalis & horologij, sitq; $\theta a \phi$. latus cōtactus, super quod. s. circulus dictæ horæ tāgit conū: propterea, per 4. præambulū, primi cap. huius lib. lineæ horæ 11. q̄q; in immēsum vtrinq; cōtinuata, nunq; coincidet superficiē conicæ, & perinde neq; periferiæ hyperbolicæ. & hoc idem simili argumēto, de lineæ horæ 13. demonstrabitur. Quāobrē tales duæ lineæ, in hoc ex^o, horæ 11. & horæ 13. se inuicem in pūcto medio inter $k r$ secātes, quod est cōtrapositarum centrum, nusq; & si in infinitum vtrouersum productæ cōtactum cū periferijs admittēt. Imò quæcūq; lineæ ipsarum vni æquidistans, ipsiq; ac periferiæ interiecta, omnino cōtinuata periferiæ occurrer, per 3. præambulū primi cap. q̄nquidem, æquidistans erit, per 9. 11. ebor lateri cōtactus $\phi a \theta$. vel $\lambda a \omega$. & extra planum tāgens seorsum ad partes conij posita. Ex quibus cōcluditur, q̄ tales lineæ horæ 11. & 13. sunt Nō tāgentes hyperbolæ cōpositarū $k x r z$. & incedētes per pūctum medium ipsorum pūctoꝝ $k r$. quod est hyperbolarum cētrum: Talis em̄ cōditio nullis nisi Non tāgentib. accidit. Et hoc erat demonstrādū. Id idē faciemus p̄ plano hypbolarū $m y r u$. Quod, si p̄ circulis horæ vnus añ & postmer. asūplissemus circulos horarum duarum ante & post mer. & pro circulis horarum 11. & 13. ab or. vel oc. circulos horarum 10. & 14. indidē numeratarū, id idē pro lineis horarum talium cōclusissemus: Nā lineæ horarum 10. & 14. in eo casu essent Non tāgentes hyperbolæ. posito videlicet arcu paralleli $\theta b \lambda$. quatuor tunc horarū. Idemq; pro cæteris horarijs circulis

circulis hinc inde à meridiano æqualiter semotis. Hoc itaq; modo, cū tales duæ horariæ lineæ nunquā tāgant periferias, percunt iam duo pūcta cōtactuum de toto numero, sicut & totidē pūcta sectionū: Nam duæ lineæ horarum à meridiē hinc inde sumptarum dictis Nō tangētibus æquidistantes in singulis tm̄ pūctis hyperbolæ $k x$. per 13. secūdi conicorum, coincidūt. Vnde supersunt 22. pūcta cōtactuum in $q b$. & totidē sectiones: Quod de propositione demonstrādū supererat. Vnde manifestum est, q̄ id, quod in horologio merid. semper accidit de lineæ horizontali & lineæ horæ 12. ab or. vel occ. nō semper euenit in horologio verticali latitudinis dimidio recti anguli maioris de lineis aliquibus horarijs, nisi præsupposita circuli verticalis, qualem prædiximus, positione. Itē in meridiano euanescent nō solum duo pūcta cōtactuum cum sectionibus, sed etiam vna ex secātib. horarijs, q̄ scilicet mer. facere solet: q̄ tali horologio æquidistās nō facit lineā.

De flexis lineis in singulis horologijs per singulos locorum Solisq; situs, umbrarum desinentias suscipientibus. Cap. 5.

DICENDVM nunc de lineis umbrarum desinentias suscipientibus, hoc est, descriptis ab ipsa umbræ extremitate in horologij cuius vis plano, per singulos locorum Solisq; situs. Namq; Solaris radius ductus per acūmē styli, eiusq; umbram terminās ac describēs in ipso æquinoctij die planam æquinoctialis superficiem, describit in omnis horologij plano rectam lineam: Cum per 3. 11. planorum, cōis sectio sit recta linea. In cæteris autem diebus, describēs, vt diximus, conicas superficies, parallelorū equalium a Solis cētro & à pūcto diametralet opposito descriptorū, de lineat in horologij plano flexam lineam, quā ipsū planum conicas superficies secādo procreat. quæadmodum in 2^o præambulo primi cap. huius libelli tradidimus. Sed hic distiguēde sunt f. ctarum sic in horologiorum planis linearum. ad quemuis loci, Solisq; situm, species: Agemus autem per conclusiones & corollaria. Sitq; prima cōclusionum. 1. In omni horologio, Sole æquatorem possidēte, umbrarū termini per totū diē in vna recta linea termināt: quæ æquinoctialis linea vocat, & meridianā ad rectos secat angulos. Talis enim linea est cōis sectio æquatoris cum horologij plano, & ob id recta. 1. **C**ONCL. Horologium æquinoctiale in circulari periferia suscipit umbrarū terminos: hoc ē, ad singulas solis positiones singulis accommodatis circulis. Tale enim horologiū, cū æquidistet æquatoris plano, æquidistabit omnium parallelorum basibus. & perinde secans conicas eorū superficies, faciet, per 2^o primi cap. præambulū, & per 4^o

Horizon primi conicorum, circulos, quorum periferia vmbra-
rectus. rum delatas, suscipient. COROLL. Vnde manifestum est, q̄ in
horologio verticali horizontis recti, & in horologio horiz^{ali} cuius zenit

Polaris est mudi polus quotidianarū vmbra-
situs. rum termini, semp̄ in aliquā circuli
periferiam terminatur: ita vt Sole ad æquatorē magis accedēte maior
periferia terminet vmbra: minima verō ī solstitio. Sūtq; tales circuli
cocētrici: qñquidē cōe centrū in axe mudi ipsoq; styli siue gnomonis
pede sortiūtur. COROLL. 3^a. Si parallelus, ī quo Sol circūfertur t̄gat
circulū, cuius plano horologiū æquidistat, vmbra: limites suscipiētur
in periferia conicæ sectionis, q̄ parabola vocatur: Namq; huiusmodi
horologij planū secās conū dicti paralleli sectionē facit, cui⁹ diameter,
quæ linea mer^{na} est, cōis videlicet sectio eius cū mer^{no}, æquidistat lateri
conico præfati cōtactus: & ideo, p 11^a primi Conicorū, & 2^a p̄ambulū
primi ca. huius, facta sectio, q̄ vmbra-
rum desinētias excipit, parabola ē.

Latitudo lat^{do} suscipit cōplemētum maximæ decli^{nis}
gra. 66^½ Solaris, dū Sol in tropico
extāte, q̄ t̄git ibi horiz^{em}, posito, vmbra-
rum fines in periferia paraboles
deferūtur. COROLL. Itē in regione maioris latit^{nis} id ipsum accidit Sole

Latitudo illum paral^{li} possidēte, qui t̄git ibi supernē horizōtem.
maior quā COROLL. Itē in regione maioris latit^{nis} id ipsum accidit Sole
talis ē periferia vmbra: terminat in horologio verticali, vbi circulus
gr. 66^½ verticalis cōtingit aliquē parallelū Solarē: quod accidit habitantibus

Latitudo intra tropicos. 4^a Cōcl^o. Dū Sol fertur in parallelo secante circulū
minor gr. cui æquidistat planum horologij: tūc vmbra-
rum desinētias cadēt in
23^½ aut periferiam quādam sectionis conicæ, quam vocāt hyperbolē. Nā talis
æqualis. horologij planum secās conum dicti paralleli sectionem facit, cuius
diameter, quæ linea mer^{na} est, coincidit lateri conico supra verticem,
secatq; p̄positum conum faciēs p̄positam sectionem: quare per 12^a &

14^a primi conicorum & secundum præambulum, factæ sectiones, quæ
vmbra: à Sole in talibus parallelis eiaculatas excipiunt, Hyperbolæ
p̄positæ sunt. COR. Vnde manifestum est, id fieri semper in horologio

Horizon p̄positæ sunt. COR. Vnde manifestum est, id fieri semper in horologio
rectus. horizontis recti, & in quouis horologio mer^{no}. ¶ Item in horologijs
horizontalibus horizontum secantiū omnes Solis parallelus, in quib.

Latitudo videlicet latitudo minor est cōplemēto maximæ solaris declinationis.
minor q̄ ¶ Item in horologijs verticalibus, vbi verticalis circulus secat omnes
gr. 66^½ per zodiacum parallelus: vbi scilicet latitudo excedit maximā decli-
nationem. Nam in alijs latitudinibus id qñque non semper accidit.

Latitudo 3^a Cōcl^o. Quod, si Sol feratur in parallelo neque tangente, neque
maior gr. secante circulum, cui æquidistat planum horologij: tunc vmbra-
rum desinētias circumferentur in periferia perfecti ambitus, sectionis
23^½ videlicet conicæ, quam Ellipsim appellant. Nam huiusce horologij
planum ita conicā talis paralleli superficiem circūquaq; abscondit, vt

per

per 13^a primi conicorum: & dictum præambulū, conicam sectionē
faciat, quæ ellipsis appellatur. COROLL. Vnde manifestum erit hoc
quandoque accidere in horologijs horizontalibus latitudinis maioris

cōplemēto maximæ declinationis solaris: quando videlicet Sol
ibi fertur in parallelis horizonte sublimioribus. Item in horologijs
verticalibus latitudinis dicta maxima declinatione minoris: quando

scilicet Sol illic describit parallelus, quos verticalis neque secat, neque
tangit. COROLL. Quamobrem in talibus horologijs dictorū situm
cōtinget vmbra-
rum limites in triplicem cadere periferiam: Nā Sole

possidētē eum paral^{li}, qui tangit circulum horologio æquidistatē,
per postrema tertiæ conclusionis corollaria, Parabola: Sole autē hñte
eum paral^{li}, qui secat circulū horologio æquidistatē, p̄ postremū

Coroll. 4^a conclusionis, hyperbolæ: Sole denique eum parallelum
tenente, qui nec tangit, nec secat circulum horologio æquidistantem,
Ellipsis, p̄ precedēs immediate coroll^{as}, excipiet proiectæ vmbra-
rum desinētias. 6. Cōcl^o. Quod silubet has horologijs proprietates

in regione tua immotus experiri, fabrica tibi horologiū ad æquidistatiā
alieni horizontis seu verticalis, cuius in cidentias experiri velis: Nam
quidquid accidere in præmissis cōclusionib. diximus in tali horizōte
seu verticali hor^{no}, iam & in tuo ad eius æquidistatiā fabricato accidet.

Sed fabricandi modum in penult^o præcedētis libelli cap. exposuimus.

De lineis vtrunque, seu ad datam rationem se-
candis, aut inueniendis, deq; periferia diuisione

deq; chordis, ac similibus. Cap. 6.

IAM Flexam aliquam ad Solis locū seu astri cuiuspiam pertinētē,
hoc est, quæ ab ipsius astri radio per acumen styli porrecto in
cuiusvis horologij plano, primiq; motus conuersione delato de-

scribitur, in tali plano deducere volentibus: Itēque ad dati arcus
diurni parallelum, latitudinem ortus, ac declinationem, Solisque
locum debitum assignaturis, necessaria est declinationum, ascensio-

num, differentiarum ascensionalium, ac latitudinum ortuarum
notitia: Quos quidem arcus ne per easculū seu tabulas aut alienum
instrumentū mendicare cogamur, docebimus quo pacto solū lineādo

ac circūando, illos cōsequamur. Sed prius regulas quasdam negocio
necessarias præmittemus. REGULA 1. Si datam quamuis lineam a b.

vellim in quocūque, vtpote, quinq; partes æquales diuidere: tunc per
eius extrema a b. ducam in diuersum duas ei perpen^{ditas} seu inter se
æquidistantes & indefinitas a c. b. d. per regulas 7 cap. libri præmissi:

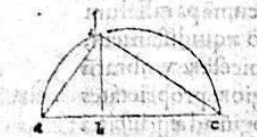
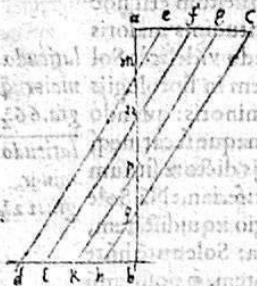
de quibus singulis assumam per circinū quatuor, una scilicet minus proposito partium numero, continuas portiones hinc inde a e. e. f. g. g. e. nec non d. l. k. k. h. h. b. Et coniungam puncta diuisionum per totidem lineas, ita vt parallelograma faciant: sintque iam coniuncte e. d. f. l. g. k. c. h. que secabunt lineam a. b. in totidem punctis m. n. p. q. Sic enim ipsa a. b. in ipsis punctis in quinque partes æquales, iuxta positum diuiditur, per 1^a sexti elementorum Euclidis. REGULA 2.

Si inter duas datas rectas a. b. b. c. velim compere mediam proportionalem; describam super rotam a. c. semicirculum a. d. e. & à puncto b. excitabo per 7^m cap. prædictum, lineam b. d. perpendicularem ipsi a. c. & periferiæ apud d. incidentem, que per octauam sexti Euclidis media perpendicularis est inter ipsas a. b. b. c. sicut volebam.

REGULA 3. Quod si inter lineas a. b. a. c. libeat mediam proportionalem inuenire; super a. c. maiorem lineabo semicirculum, atque vt in præmissa b. d. perpendiculari excitata, coniungam a. d. que erit media proportionalis inter ipsas a. b. a. c. propter octauam sexti prædictam. REGULA 4. Item, si opus sit ipsis a. c. c. d. datis tertiam proportionalem subiungere, quarum a. c. maiora describam super a. c. maiorem ex eis, vt prius, semicirculum a. d. e. Et intra semicirculum coaptabo per circinū ipsam c. d. Et à puncto d. ducam d. b. diametro perpendicularem eritque, per octauam memoratam b. c. tertia proportionalis ipsis a. c. c. d. sicut volui. REGULA 5.

Data sint tres lineæ a. b. b. c. b. d. si oporteat quartam inuenire, ad quam b. d. sit sicut a. b. — b. c. coniungam a. c. Et producam b. c. cui apud e. occurrat linea d. e. ipsi a. c. æquidistans: eritque, propter similitudinem $\Delta\Delta^{lo}$, sicut a. b. — b. c. sic b. d. — b. e. Itaque b. e. erit linea quaesita.

REGULA 6. Quod si oporteat lineam b. e. secare secundum proportionem ipsius a. d. sectæ in puncto a. tunc coniungam d. e. ipsique æquidistantem ducam a. c. que secet ipsam b. e. in puncto c. Eratque ob causam dictam, sicut b. a. — a. d. sic iam b. c. — c. e. REGULA 7. Vel si linearum æquidistantium a. c. d. e. altera diuisa, libeat reliquam similiter diuidere; coniungam earum extrema ductis d. a. e. c. ad punctum b. concurrentibus

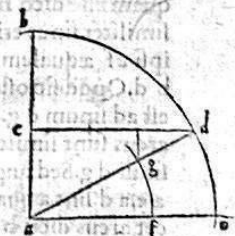


rentibus (concurrerent enim, si a. c. d. e. sunt inæquales) & punctum concurrentis b. iungam cum puncto lineæ diuisæ, ducta b. g. que continuata secabit reliquam in puncto f. ita vt sicut est a. g. — g. c. sic sit d. f. — f. c. Quod ex similitudine $\Delta\Delta^{lo}$ per secundum sexti constat.

REGULA 8. Sit præterea in quadrante circuli a. b. c. linea d. e. alteri semidiametrorum vt pote ipsi a. c. æquidistans: sitque a. c. vtriusque secta in puncto f. si velim ipsam d. e. similiter secare; tunc coniungam a. d. ponamque per circinū ipsi a. f. æqualem a. g. de ipsa a. d. abscissam: & à puncto g. ducam per 7 præmissi cap. ipsi d. e. perpendicularem g. h. Sic enim g. h. secabit in puncto h. ipsam d. e. ad proportionem ipsius a. d. per secundam sexti, & ideo ipsius a. c. Erit enim, sicut a. g. — g. d. hoc est, sicut a. f. — f. c. sic e. h. — h. d. sicut facere volui. REGULA 9. Contra verò, proponatur d. e. secta in puncto h. si velim similiter secare a. c. coniuncta tunc prius a. d. excitabo à puncto h. ipsi d. e. perpendicularem, que secet ipsam a. d. in puncto g. Et per circinū faciam ipsi a. g. æqualem ipsam a. f. Sic enim eodem syllogismo fiet sicut e. h. — h. d. sic iam a. f. — f. c. quod faciendum fuit. Sed hæc & alia huiusmodi notiora sunt, quam canibus (vt aiunt) Delia nostris.

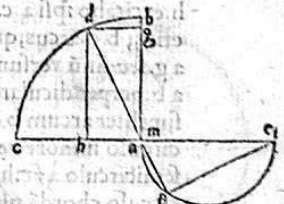
Quare ad reliqua properemus. ¶ Et quoniam circuli periferiam non temere in 360. partes secari solere: sicut quadrantem in 90. signum physicum, in 60. commune in 30. secari, quos gradus appellant: gradumque in 60. minutias & minutiam in totidem secundas: itaque deinceps, omnibus vel mediocriter eruditus est nouissimum; trāsibo ad chordas atque sinus.

Cum enim chorda sit recta linea iungens extremitates arcus: iam sinus alius arcus erit dimidium chordæ duplo ipsius arcus debite. Quare, sicut chorda maxima est circuli diameter; ita & maximus sinus erit circuli semidiameter. Item sinus complementi arcus cuiuspiam ad quadrantem, vocari solet sinus secundus talis arcus. Huius autem ad semidiametrum completio, sinus versus, & quasi sagitta sinus primi, que arcum chordamque per æqualia partitur. Itaque ad captandum sinum arcus propositi, arcumve dati sinus, duplex in promptu via: De lineamentis geometricis, non de calculo hic loquor. Exponam circuli quadrantem, sub duabus semidiamentis a. b. a. c. & quarta periferiæ totius parte b. d. c. contentum. Item producam e. a. ipsiq; æqualem continuabo a. c. rectam, super quam lineabo



Circuli diuisio.

Chorda. Sinus.



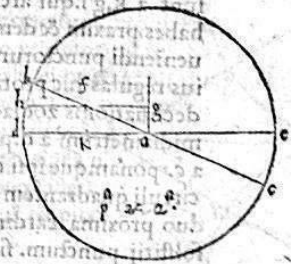
Regula
sinuum.

semicirculū a f e. REG. 1. Quibus peractis, si lubear arcus dati sinum inuenire, ut pote arcus b d. sinum primum & secundum; tūc ducam a puncto d. duas perpendiculares ad semidiametros quadratis, quæ sint d g. d h. eritque d g. quidem sinus rectus arcus b d. dati: At d h. sinus secundus eiusdem, æqualis quidem ipsi a g. quare b g. sinus versus eidē arcui b d. debitus vocabitur: quæ adeo aperta sunt, ut demonstracione non egeant. REG. 2. Eadem autem elicere poterō ex semicirculo sic. Si velim ortui a k. simili d b. sinum debitum assignare, continuabo in semicirculo a f e. ipsi a k. æqualem arcum k f. & ducam chordam a f. quam esse dico sinū ipsius arcus b d. Item coniungam f e. chordā, quæ similiter sinus erit secundus arcus b d. Item abscindā de diametro e a ipsi e f. æqualem e m. nam m a. residuū erit sinus versus eiusdē arcus b d. Quod sic ostēditur. In circulo b d c. chorda dupli arcus b d. dupla est ad sinum d g. & dupla itidē ad chordam a f. arcus a k. f. qm̄ scilicet arcus sunt similes, & diameter diametri dupla. Igitur chorda a f. æqualis sinui d g. Sed anguli ad g. & f. sunt recti, igitur per pen. primi ebor, cum a e a d. sint æquales: erit & f e. æqualis ipsi a g. vel d h. sinui scdo, scilicet arcus dicti b d. Vnde p̄ cōceptionē, supererit m a. æqualis ipsi b g. sinui verso arcus eiusdem b d. Sic quos habuimus sinus in circulo maiore b d c. habemus & in minore a f e. per chordas. Itē, qm̄ triāgulū a f e. est æquilaterum & æquiangulū triangulo d g a. & triāgulū a h d. in prīdem æqualis erit angulus d a h. angulo f a e. Sed angulus f a e. cū angulo f a c. per 13^a primi ebor. faciunt duos rectos: ergo & angulus d a h. cum angulo f a c. cōplet duos rectos: Quare per 14^a eiusdē da f. est vna recta linea. Et propterea dato arcui b d. sinū debitū quæsiturus possē continuare rectam d a. donec occurrat periferiæ circuli minoris ad punctū f. & inde connectere f e. ipsiq; æqualem e m. abscindere: sic enim, ut prius, habere chordam a f. pro sinu recto arcus b d. chordaq; f e. pro sinu eiusdē arcus secundo: & m a. sinum eius versus. REG. 3. Contrā, si iubear, dato sinui a h. exquirere arcū debitū: tunc a puncto h. excitabo ipsi a c. ad rectos h d. donec occurrat periferiæ in puncto d. eritq; b d. arcus, quē quærimus. Aut si eūdem arcū per sinū secundū a g. seu sinū versus b g. quætere iuberer: tūc a puncto g. excitare ipsi a b. perpendicularem g d. periferiæ in signo d. occurrentē, & habere similiter arcum b d. tali sinui debitum. REG. 4. Quod si hæc eadē ex circulo minore velim elicere: tunc sinum datum a h. cooptabo in semicirculo chordā immittā a f. nam assumpti arcus a k. f. dimidiū, hoc est, arcus a k. erit, quem volumus similis quidē ipsi arcui b d. Si autem eūdem arcū nascisci velim per sinū eius secundū a g. tunc rursus collocabo in semicirculo ipsi a g. æqualem chordam e f. Nam relicta periferia

periferia a k f. dimidiata in puncto k. exhibet arcū a k. ipsi b d. quæsito similem. Denique per sinum versus b g. arcum talem venaturus: abscindam de diametro e a. lineam a m. ipsi b g. sinui verso dato æqualem: reliquetur enim e m. ipsi a g. sinui secundo æqualis: cui æqualem inducam semicirculo chordam e f. & relicta a k. f. dimidiū, arcus scilicet a k. notescet ipsi b d. quæsito similis. Quod si quispiam secans quadrantem b d c. in 90. gradus, sicut fieri solet, partiatur & semicirculum a f e. in totidem partes, ut vnaqueq; binos cōplectatur arcus; iam sic in arcu a k f. apparebunt tot partes, quot gradus sunt in arcu b d. & arcus a k f. quamuis non dimidiatus offeret tibi numerum graduum arcus b d. quæsitū.

De declinationibus & ascensionibus rectis inueniendis. Cap. 7.

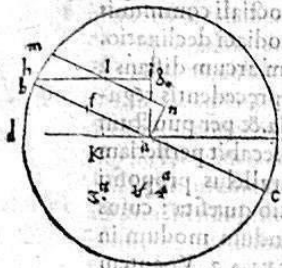
PROPOSITO. cuiusque zodiaci puncto debitam declinationem scio inueniemus. Describam circa centrum a. circulum b d c. qui representet colurum solstiorum: cuius diameter b a c. sit eius cum zodiaco: diameter autem d a e. ipsius cum æquinoctiali communis sectio. Sic arcus t a b d. quā ipse c e. fiet maxima zodiaci declinatio. Sit autem propositum punctum zodiaci per datum arcum distans à viciniori æquinoctij puncto: cuius arcus sinus per precedentis regulas inuentus sit a f. linea de semidiametro a b. abscisa. & per punctum f. ducam ipsi a d. æquidistantem lineam g f h. quæ secabit periferiam coluri b d. in puncto, quod sit h. in quo scilicet parallelus propositi puncti secat colurum: quare arcus h d. fiet declinatio quæsitā: cuius sinus erit a g. perpendicularis ad f g. cui per secundum modum in premisso traditum, poterō arcum ascribere. REGULA 2. Ut autem habeam ascensionē rectam dicto zodiaci puncto respondentem, tūc secabo semidiametrum a d. in puncto k. per nonam Regulam precedentis capita ut a k. — k d. sit sicut g f — f h. Et quoniam circulus declinationis cū coluro vtrolibet similes abscindūt arcus de equatore & parallelo puncti propositi, per quos determinātur ascensionē rectā: ideo a k. linea sinus erit ascensionis rectæ puncto zodiaci proposito respondētis, à sectione proxima cōputatæ, cui per alteram postremarū regularum precedentis cap. arcum debitum statim inueniemus.



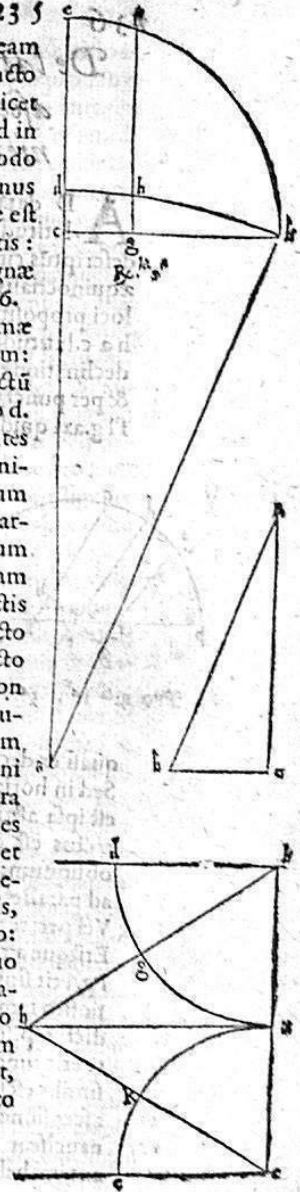
REG.

REGULA 3. Si autem velim inuenire declinationem stellæ, cuius longitudo & latitudo cognitæ sint, sic procedam: Sit locus eius longitudo à viciniore nodo remotus per arcum, cuius sinus sit a f. Latitudo autem eius sit arcus b m. Ducam ipsi b a d. æquidistantem m n. cui axis zodiaci a n. perpendiculariter occurrat apud n. Et per præmissum caput, secabo m n. in puncto l. ita vt sicut est a f — f b; sic sit n l — l m. Deinde per punctum l. ducam ipsi a d. æquidistantem g h. incidentem periferiæ apud h. & axi æquinoctialis perpendiculariter apud g. Namque arcus Coluri d h. quantuscunque sit, erit quaesita proportio stellæ declinatio. Nam si punctum l. super d a e. æquatoris diametrum caderet, nulla esset proportio stellæ declinatio. Cuius operationis demonstratio est: quod circuli latitudinum per locum stellæ, punctumque æquinoctij transeuntes abscindunt de zodiaco eiusque parallelo, quorum semidiameter sunt a b. m n. similes arcus, quorum sinus recti sunt a f l n. & parallelus æquatoris, cuius semidiameter g h. secans dictum zodiaci parallelum super locum siue centrum stellæ (ipsis iam semidiameter apud l. punctum se inuicem secantibus) secat colurum prædictum in puncto h. Quare arcus eius d h. erit quaesita declinatio. **REGULA 4.** Nunc eiusdem stellæ rectam ascensionem eliciam sic: Secabo ex præcedentis cap. doctrina ipsam a d. in puncto k. ita vt sicut est g l — l h. sic sit a k — k d. Namque a k. sinus erit ascensionis rectæ, quæ debetur proportio stellæ, à proximo nodo computanda: unde arcus tali sinui respondens ex præmissis cognitus, erit talis ascensio. Namque circulus declinationis stellæ cum coluro æquinoctiorum includit de æquatore & eius parallelo, quorum semidiameter a d. g h. similes arcus, quorum sinus

sunt a k. g l. qui arcus singuli sunt quaesitæ ascensionis quantitas. Sic habes praxim & demonstrationem. **REGULA 5.** Est & alia via inueniendi punctorum zodiaci declinationes & rectas ascensiones: cuius regulas hic protinus explicabo. Assumat angulus b a d. maximæ declinationis zodiaci periferiam b d. cuius sinus rectus sit b c. ad semidiametrum a d. perpendicularis. Mox cõtinuabo in rectum ipsam a c. ponamque ipsi c b. equalem c e. superque centro c. describam circuli quadrantem b f e. Intelligam autem b f e. quartam zodiaci inter duo proxima cardinum puncta: vt scilicet e. sit æquinoctij; b. verò solstitij punctum. sit autem f. punctum zodiaci propositum, cuius velim declinationem, vt scilicet eius à vicino æquinoctio distantia sit

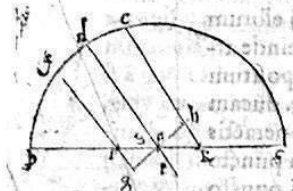


arcus e f. & per punctum f. ducam ipsi c e. parallelum lineam f g. quæ sinum b c. in puncto g. arcumque b d. secet in puncto h. Næq. arcus d h. erit quaesita declinatio respondens scilicet proposito zodiaci puncto f. Cuius demonstratio est, quod in quadrante b f e. sinus totus b c — sinum g c. arcus e f. à nodo propinquiori recepti, est sicut in circulo maiore. b d. sinus b c. maximæ declinationis — sinum g c. arcus d h. quæ est declinatio puncti zodiaci arcum dictum e f. terminantis: sicut in tertio sphericorum Menelaus. & in primo magnæ constructionis Ptolemæus demonstrauit. **REGULA 6.** Pro recta autem ascensione, ponam a c. angulum maximæ zodiaci declinationem: b. verò angulum eius complementum: & c. angulum rectum in Δ . a b c. Deinde coarptabo in rectum ipsas b a. a c. ipsisque ad rectos inducam angulos ipsas b d. c e. & super centris b c. lineabo duos circulorum quadrantes a g. d. a k. e. & à puncto a. ipsi b c. perpendicularem indefinitam excitabo a f. quæ per decimam quintam tertij eorum vtrunque circulum tanget in puncto a. faciam deinde arcum d g. æqualem arcui, qui punctum zodiaci propositum ab æquinoctij puncto seiungit: & per puncta b g. ducam rectam, quæ ipsi a f. ad punctum h. coincadat. His peractis coniungam h c. rectam, quæ periferiam a c. secet in puncto k. eritque arcus e k. ascensio recta proposito zodiaci puncto debita. Huius praxeos demonstratio, ingeniose lector, non est cæteris obscurior, si circulum a g d. pro zodiaco, & circulum a k e. per tropicorum vtrolibet considerabis: quorum, videlicet habent diametros, rectam quoque a f. pro communi sectione planorum talium circulorum se inuicem in sphaera tangentium: rectas demum b h. h c. communes sectiones eorundem circulorum cum circulo declinationis, qui scilicet per polos mundi punctumque zodiaci propositum g. incedens, abscindit de tropico arcum e k. simile arcui æquatoris, à viciniore æquinoctio ad eundem vsque circulum recepto: quæ est ascensio recta quaesita. Et est modus similis ei, quo in vndecimo capite libri præcedentis, ad elicienda horaria interualla tam in horizonte, quam in verticali circulo vsi sumus. Ibi namque in demonstratione pro zodiaco, ipsum horizontem, & pro tropico parallelum, quæ horizon tangit, sumpsimus, siue pro zodiaco verticalem: & pro tropico parallelum, quem verticalis tangebatur.



*De latitudine ortiua, differentia ascensionali,
ascensione obliqua, & arcu diurno inue-
niendis. Cap. 8.*

AD datam astri, siue paralleli declinationem sic aucupabimur latitudinem ortiuam. Super centrum a. diametrumque b a c. descriptus circulus b d c. representet mer^{idiem}. in quo a d. semidiameter æquinoctialis faciat angulum d a b. æqualem cõplemento latitudinis loci propositi. Axis autem a h. tali semidiametro perpen^{diculari} angulum h a c. latitudini dicte æqualem. Dein ponam arcũ d e. astri propositi declinationẽ ad partes manifesti poli. arcũq; d f. ad partes oppositas: & per puncta e f. ducam d a. semidiametro æquidistantes lineas e h k. f l g. axi quidem apud g h. puncta: diametroque b a e. quæ communis est sectio meridiani & horizontis, apud k l. puncta occurrentes. Quæ quidem erunt communes sectiones Meridiani & parallelorũ astri propositum. Sic enim linea quidem a k. erit sinus rectus latitudinis ortiue ad parallelum e h k. spectantis: Quare arcus illi debitus per sextum cap. præmissum inuentus erit talis lat^{itudo} ortiua: linea uero a l. quasi rect^{us} sinus latitudinẽ ortus paralleli f l g. similiter indicabit. posito sinu toto semidiametro a b. Qui modus similis est conuersione primæ Regulæ præcedẽtis cap.



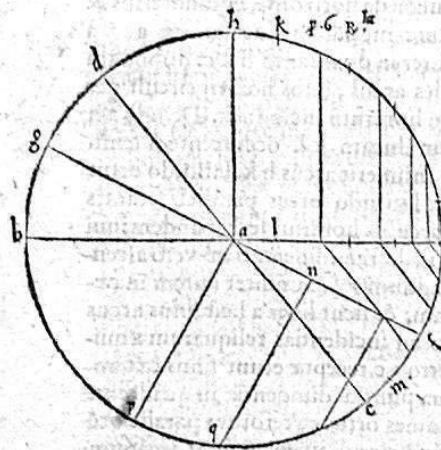
Pro, 2^a 1^a, 3^a.

quasi ex declinatione arcum zodiaci debitum elicerem. REGVLA 2^a. Sed in horizonte recto latitudo ortus alicuius astri seu paralleli semp̄ est ipsa astri vel paralleli declinatio: quandoquidem omnis horizon rectus est & declinationis circulus. REGVLA 3^a. Sed redeo ad obliquum: Nã h k. linea erit sinus differentie ascensionalis pertinẽtis ad parallelũ e h k. posito scilicet sinu maximo ipsa e h. semidiametro. Vel per regulam 5^a sexti cap. sicut est e h — h k. sic sit iam d a — a r. Eritque a r. sinus prædicte differentie posito sinu maximo a d. Similiter g. erit sinus differentie ascensionum spectantis ad parallelum f l g. posito tamen sinu toto f g. semidiametro. Quod si per regulã nonam dicti cap. sicut secta est f g. in puncto l. similiter secetur d a. in puncto s: erit tunc a s. sinus talis differentie. posito sinu toto a d. Quæ regulã similis est secundæ præcedẽtis, per quam uidelicet querimus rectam ascensionem alicuius zodiaci arcus. Itaque ex sexto cap. præmissio nanciscar arcus talibus respondentes sinibus. REGVLA 4^a. Vt autem habeam ascensionem obliquam astri ad extantem polum decli-

declinantis, talem ascensionum differentiam auferam de ascensione recta per præcedẽtis doctrinam inuenta: adiungam uero pro astro contrariam declinationem patiente: apposito vel abiecto integro circulo, si opus fuerit: sic enim conflabitur, vel supererit ascensio talis astri obliqua, hoc est, ad propositum obliquum horizontem.

REGVLA 5. Ad habendum denique arcum semidiurnum astri eiusdem, iungenda est ascensionum differentia cum quadrante pro declinatione ad extantem polum: Eadem uero de quadrante minuenda pro diuersi nominis declinatione. Sic enim colligitur vel residuatur arcus astri semidiurnus: qui duplatus totum integrat diurnum: hoc autem de toto circulo, siue horis 24^{or} sublato, superest seminocturnus. gradibus scilicet ad horas, si lubet, conuersis. Sed hæc supputatoribus vel mediocriter eruditis sunt notissima. REGVLA 6. Si autem ordinarijs arcuum diurnorum parallelis uelim suas singulis ortuum latitudines, suasque declinationes, locosque zodiaci respondententes: quod iam per tabellam expositam pro horizonte nostro fecimus in fine præcedẽtis libelli: nunc iam per lineationes assignare uelim haud iam difficilior mihi processus inseruiet. Intelligam enim in eadem superficie Meridiani d a e. diametrum æquinoctialis: & g a f. diametrum zodiaci ad angulos maximarum declinationum ita ut fg. sint solstitialia puncta: Item a h. sit axis horizontis. Deinde quadrantem h c. secabo in spacia, quæ Meridianus & cæteri circuli horarij per polos abscindunt de quarta horizontis inter æquatorem & meridianum posita: & hoc per doctrinam xi. cap. præmissi libri. Sitque exẽpli gratia, primum arcus h k. quem de horizonte, æquinoctialis & circulus horæ dimidiæ ac sextæ ante meridiem siue quintæ ac 1/2 à media nocte intercipiunt: & similiter in quadrante h k c. disponam alia puncta includentia horizontales arcus, quos horarij circuli per polos integrarum & dimidiatarum horarum includunt. Deinde per punctum k. ipsi a h. parallelum ducam k l. occurrentem semidiameter a c. apud l. punctum. Sic enim erit arcus h k. latitudo ortus prædicti circuli horarij: & ideo fiet latitudo ortus paralleli secantis horizontem in eo puncto, in quo circulus horarius secat eundem: qui parallelus habet arcum diurnum 13. horarum: differentiam uero ascensionalem horæ dimidiæ hoc est graduum 7 1/2. Similiter autem in cæteris punctis quadrantis a k c. faciã: & sicut linea a l. est sinus arcus h k. Sic & cætera lineæ à puncto a. ad incidentias reliquarum æquidistantiam ipsi a h. d e. semidiametro a c. receptæ erunt sinus cæterorum arcuum à puncto h. ad reliqua puncta diuidentia in quadrante h k c. receptorum, quæ sunt latitudines ortus cæterorum parallelorũ horizontem in punctis in quib. horarij circuli prædicti secant, secantium-
Quos.

Quos ego appello parallelos ordinarios; quoniam per cancellatas sectiones horariorum vtriusque ordinis circulorum incedunt, & arcus diurnos eodem tempore cremento adauctos complectuntur. His peractis, ducā per punctū l. lineā n. s. a. e. diametro æquinoctialis æquidistantem l. m. quæ incidat arcui e. f. maximæ declinationis apud m. semidiametro autem zodiaci a. f. apud n. punctum. Eritque linea l. m. sectio communis paralleli memorati cum meridiano: quare arcus e. m. de meridiano siue solstitiali coluro ab æquatore & ipso parallelo interceptus erit ipsius paralleli declinatio: & linea a. n. de semidiametro zodiaci a. f. recepta, erit sinus reclusus arcui zodiaci inter proximum æquinoctij punctum & non semel memoratum parallelū interiecto respōdens. Ducam ergo axem zodiaci a. p. & ei æquidistantē n. q. eritque arcus æqualis predicto zodiaci arcui: Sic notum erit zodiaci punctum pertinens ad dictum parallelum. Similiter faciam per ceteros parallelos zodiacum secantes. Sed ubi hæc perfecero ad vnum horizontis quadrantem æquatori & meridiano interiectum: eadem inuenta spacia, & iidem inuenti arcus ceteris quadrantibus horizontis inseruiunt: sunt enim æqualia singula singulis. Idemque de zodiaci quartis inter cardines positus dicendum. Hoc modo habes locos Solis parallelis singulis ordinarijs respōdētēs, ad latera horolij super ipsorum parallelorum flexas adnotandos. Et attendendum quod sicut recta linea, quæ ducitur à cetro spheræ ad punctum superficiæ sphericæ, in quo se inuicem secant quatuor circuli, scilicet circulus

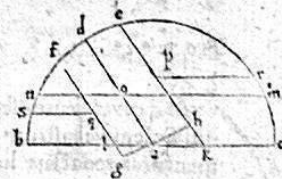


horæ 6^æ ac $\frac{1}{2}$ ante meridiem: circulus horæ 1^æ ab ortu vel occasu: Horizon: & parallelus continens arcum diurnum 13 horarum: est communis sectio eorundem quatuor circuloꝝ & latus conicum superficiæ conicæ, cuius basis est dictus parallelus: vertex autē ipsum spheræ cetro. Sic lineæ duæ horariæ scilicet 6 $\frac{1}{2}$ ante mer. & 11 ab ortu vel occ. quæ in plano horologij horizontalis æquidistant, & flexa, quam facit dicta conica superficies in vnâ rectam lineâ, predictâ scilicet latus conicū, & cōem dictorum

dictorum 4^{or} circulorum sectionem: quæ quidem ducta per verticem styli (quod est spheræ centrū) signari solet in fastigiatis planis parietū dictum horologium circumuallantium, planis inquam iuxta styli altitudinem ad æquidistantiam horologij, in eadem planitie extensis. Et hoc idem dicendum est de ceteris circulis horarijs se inuicē super horizontem cum ordinario parallelo apud punctum vnum secantibus, sicut in fine præcedētis libelli admonuimus. Semper enim duæ lineæ horariæ æquidistantes in plano quopiam horologij, & sectio conica seu flexa, quam facit in tali plano conus paralleli per sectionem circulorum lineas dictas horarias facientium incedentis, coeunt in vnâ lineam rectam in planitie per styli cacumen ad æquidistantiam horologij extensa, in vnâ inquam rectam, quæ communis est sectio dictorum circulorum & latus conicum prædicti coni. Poteris & in verticali horologio locum zodiaci ordinarijs parallelis, flexisque ascribere: si verticalem circulum tanquam horizontem, ac latitudinis loci complementum, tanquam ipsam latitudinem sumpserit.

De altitudine & umbra per singulas horas: ac de hora per altitudinem vel umbram captanda. lineisq; horarijs aliter describendis. Cap. 9.

VT AD horam propositam, altitudinem Solis, ac gnomonicæ umbræ longitudinē inueniam, repetam primam præmissi capitis figurationem: in qua b. e. c. circulus super diametrum b. a. c. meridianum representabat. & d. a. æquatoris diametrum: nec non g. a. h. eiusdem axem. Itemq; f. h. k. & f. l. g. diametros parallelorū, ad diuersas ab æquatore declinantium. Sitque primū Sol in æquatore: & hora ante meridiana vel post meridiana proposita: cuius ad gradus conuersæ sinus versus per Regulas sexti capitis præmissi compertus sit linea d. o. siue cuius sinus secundus sit linea o. a. Ducam per punctū o. rectam ipsi b. a. c. æquidistantem, quæ secet meridianum in punctis m. n. certum enim est hanc esse communem sectionem circuli a. i. m. u. c. in quo est Sol cum meridiano: & ideo tam arcum me. quam arcum n. b. esse Solis altitudinem ad talem horam. Quod si Sol sit extra æquatorem, sit in parallelo, cuius diameter e. h. k. Et tunc signato, vt prius, in æquatoris diametro per sinum horæ propositæ puncto o. secabo per s. Regulam sexti cap. præmissi, semidiametrum e. h. in



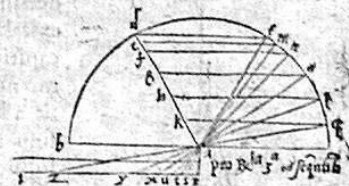
e h. in puncto p. Aut, si Sol sit in parallelo, cuius diameter fg. secabo itidem fg. in puncto q. ad eam rationem, qua secatur d a. in puncto o. & per punctum p. siue per punctum q. ducam p r. seu q s. æquidistantem ipsi b a c. quæ secent periferiam meridiani in puncto r. seu s. Tunc enim, vt prius, arcus meridiani r c. vel s b. erit altitudo Solis ad horam propositam: Nam in tali casu almucantaræ Solis in puncto r. vel s. meridianum secat. Similiter in ceteris casibus me expediam, quicquid; ad datam Solis aut etiã alterius cuiuscunque astri distantiam à mer^{no}, siue antemeridianam siue postmeridianam, eius altitudinem super horizontem elicere voluero. REGVLA 2^a. Contra verò, si ex alt^{re} Solis aut astri proposita distantiam eius à Meridiano comminisci iubeat. Tunc sit iam data ipsius altitudo arcus m c. & si sol sit in æquatore, ducam per m. punctum lineam m o. æquidistantem ipsi b c. & secantem ipsam d a. in o. puncto. nam arcus ipsi d o. tanquam sinui verso, aut ipsi o a. tanquam sinui secundo debitus per 6^a cap. præmissum inuentus erit distantium Soli vel astri à meridiano qua-

Pro Regla 2^a.

sita, siue antemeridiana siue postmeridiana. Quod si Sol vel astrum sit extra æquatorem, utpote in parallelo, cuius diameter e h. aut in parallelo, cuius diameter fg. ponaturque in illo eius altitudo r c. In hoc autè eius altitudo s b. ductisque penes b a c. lineis per puncta r s. quæ parallelorum diametris occurrant ad puncta p q. secabo iam per Regulam 3^a sexti cap. huius, ipsam d a. in puncto o. ad eam rationem, qua vel e h. secatur in puncto p. vel qua fg. secatur in puncto q. Sic enim, vt prius, ex sinu verso d o. vel sinu secundo o a. ex Regulis sexti cap. eliciam arcum, qui Solem vel astrum à meridiano semouet: qui arcus ad temporum mensuras redactus horam instantem indicabit ante vel post mer. Quod si talis distantia fuerit non Solis pro alterius astri, iam & hinc hora elici poterit, dum tempus, quo ad meridianum astrum tale perueniat, notum sit: quod ex differentia ascensionum rectorum ipsius astri & Solis colligi potest. Sed parallelorum diameter e h. fg. describendi sunt ad arcus d f. d e. declinationum per septimum caput præmissum inuentarum. Et notandum, quod si æquidistantes r p. s q. occurrerent ipsis parallelis ad puncta g h. iam tunc astri a merid. remotio esset circuli quadrans, hoc horarum sex^{ti}. cum e h. fg. sint semidiametri, & perinde sinus quadrantum. Si autem p r. ipsi e k. incidere in aliquo puncto inter h k. utpote in puncto t. tunc per Regulam 5^a sexti cap. sicut est e h — h t. sic fiat iam e a — a x.

Nam arcus

Nam arcus respondens sinui recto a x. per sextum cap. compertus, iunctus cum quadrante conflabit totam Sol vel astri à meridiano distantiam. REGVLA 3^a. Porro ex altitudinibus Solis ad horas singulas licebit umbras metiri, ad quemuis Solis situm. Sumam tamen exemplum super æquatore, in cuius semidiametro d a. signabo puncta e f g h k. quæ terminant sinus verfos atque secundos distantiarum Solis à meridie per singulas



sex horas. Et per singula puncta signata ducam lineas ipsi b a c. æquidistantes d l. e m. f n. g o. h p. k q. Mox faciam a r. styli mensuram ipsi b a c. perpendicularem, quæ pars est horizontalis axis: & per styli pedem r. ducam ipsi b a c. æquidistantem & indefinitam: & coniungam puncta l m n o p q. cum centro a. ductis totidem rectis, quas continuabo, donec ipsi r i. occurrant ad totidem puncta scilicet s t u x y z. Namque recepta spacia inter hæc singula puncta & pedem styli r. erunt umbræ ad altitudines horarum singularum videlicet r s. umbra meridiana r t. umbra horæ vnus ante vel postmeridiana r u. umbra horarum duarum e x. trium r y. quatuor r z. quinque: Nam umbra horæ sextæ tunc infinita est, quandoquidem Sol in horizonte iacet.

REGVLA 4^a. Similiter ad alium quemuis parallelum idem efficere poteris: si supponatur paralleli semidiameter pro sinu maximo, & secundum sinuum horariorum segmenta secetur.

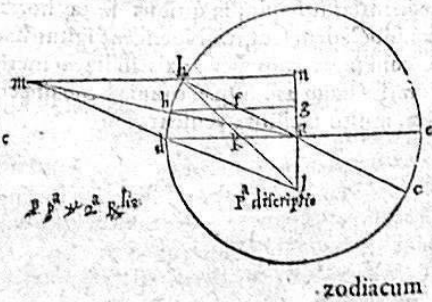
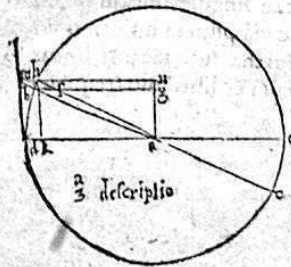
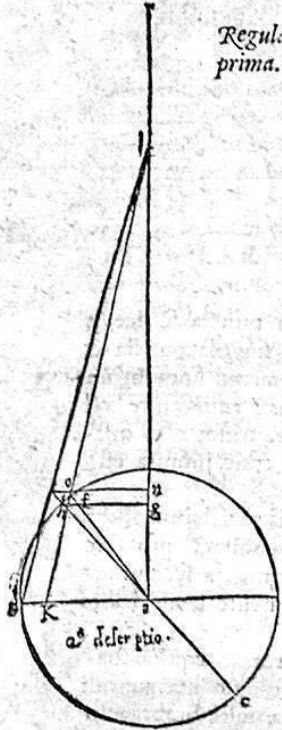
REGVLA 5^a. Et ex hoc quidem lineamento facile habes ex hora umbram, & ex umbra horam.

REGVLA 6^a. Item ex longitudinibus umbrarum æquinoctialium ad horas singulas habes interualla in horologio horizontali à pede styli ad puncta lineæ æquinoctialis, quæ tales umbrarum desinentias suscipit, in quibus lineæ horariæ singulæ lineam ipsam æquinoctialem secant. Notescunt igitur hac via puncta huiusmodi: & coniuncta cum pede axis in lineæ meridiana suscitabunt lineas horarias singulas. Quæ omnia bene præcepta & lineando frequentata, multo faciliora venient.

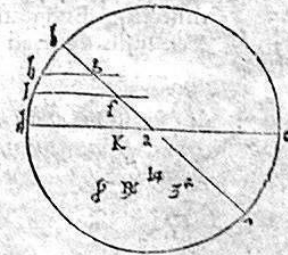
De quibusdam alijs extraordinarijs questionibus
circa declinationes & ascensiones rectas.

Cap. 10.

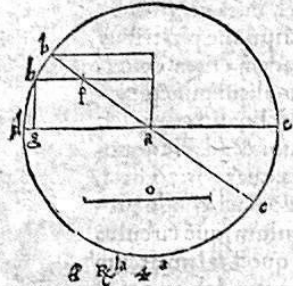
Regula prima. **S** I E X proposita recta ascensione velim arcum zodiaci tali ascensionis respondentem, ac etiam declinationem puncti arcum ipsum terminantis extrahere; repetam descriptionem primam septimi capitis præmissi. in qua data ascensionis à proximo nodo numerata sinus per 7^a cap. inuentus sit a k. de semidiametro æquatoris a d. tanquam sinu maximo abscissus: & coniungam punctum solstitiale b. cum puncto k. & continuabo in rectum b k. donec occurrat axi æquinoctialis a g. vbiunque fiat occurfus ad punctum l. Mox ducam lineam i a. eamque producam, donec coincidat ipsi b n. parallelo ipsius a d. in puncto m. Deinde iungam puncta m b. cum centro a. ductis b a. & a m. quæ secet periferiam b d. in puncto h. & per punctum h. agam ipsi a d. parallelum h g. quæ secet ipsam a b. in puncto f. Eritque propter æquidistantiam linearum sicut a k — k d. sic n b — b m. Et sicut n b — b m. sic g f — f h. Igitur g f — f h. sic a k — k d. Quare, circulus declinationis, qui determinat ascensionem rectam, cuius sinus est linea a k. abscindit cum coluro æquinoctiorum de parallelo, cuius semidiameter est g h. arcum similem tali ascensionis: cuius arcus sinus est linea g f. & de zodiaco arcum, cuius sinus est linea a f. Nam paralleli prædicti periferia secet



zodiacum in eo puncto, in quo secat eundem præfatus declinationis circulus. Quare arcus debitus sinui a f. per 6^a cap. cognitus, erit arcus zodiaci respondens arcui ascensionis propositæ, cuius sinus fuit a k. Et quoniam parallelus supradictus colurum secat in puncto h. ideo arcus d h. erit declinatio lini talis arcus zodiaci debita. Quæ quidem operatio procedit cum demonstratione sua, siue lineæ b k. m d. concurrant cum axe æquinoctialis a g n. ad punctum l. infra centrum a. siue supra, siue sint æquidistantes. vt in triplici descriptione pro tribus casibus huiusmodi apparet. **REGVLA 2^a.** Ex eadem etiam descriptione, si proponantur ascensio recta & declinatio alicui puncto zodiaci debite iam notæ, poterit & maxima zodiaci declinatio cognosci. Sed illud lectoris perspicacitæ indagandum relinquo: & ad aliud problema transeo. **REGVLA 3^a.** Pergens in eadem æquatoris, zodiaci, & coluri solstitialis descriptione: ablato iam arcu zodiaci à nodo proximo incepti, cuius sinus sit a f. volo sciscitari angulum, quæ circulus declinationis cum zodiaco facit super punctum, quod talem arcum terminat. Sit a k. sinus ascensionis rectæ oblato arcui debite per 7^a cap. inuentus: & eiusdem ascensionis sinus versus per 6^a cap. sit b g. linea. Ducam per punctum g. ipsi a d. æquidistantem & periferiæ in puncto h. occurrentem lineam g h. Namque d h. arcus ablati de quadrante, quæsitum angulum relinquet. Nam arcus, cuius sinus versus e g h. est qui à solstitiali puncto sumitur de zodiaco vsque ad periferiam paralleli sectionem g h. cum coluro facientis: qui arcus, quoniam æqualis est ascensionis rectæ, cuius sinus a k. quæ debetur arcui zodiaci, cuius sinus a f. propterea, p 37^a primi libelli nostrorum sphericorum, complementa declinationum ad terminos talium arcuum zodiaci debitarum æqualia sunt vicissim alteri angulo alterius, quem super ipsum terminum cum zodiaco facit circulus declinationis. Quæ obrem ducta æquidistante ipsi a d. per punctum f. quæ periferiam secet apud l. cum sit per 7^a cap. l d. declinatio pertinens ad terminum arcus zodiaci, cuius sinus a f. iam & arcus l d. de quarta circuli subtractus relinquet etiam angulum, quæ circulus declinationis cum zodiaco facit super terminum arcus, cuius sinus versus fuit b g. Hoc autem in sphericis ostensum est. **REG. 4^a.** Item, si velim determinare punctum zodiaci, qui terminat arcum maximè differentem à sua ascensione recta; sic procedam: In eadem descriptione ducam ipsi a d. æquidistantem l n. axique æquatoris occurrentem apud n.



Eritque $b n$. semidiameter tropici, atque sinus secundus maximæ declinationis $b d$. Capiam per sextum cap. præmissum, inter $a b$. $b n$. mediam proportionalem o . quæ quidem erit minor quàm $a b$. hoc



est quàm $a d$. Itaque de $a d$. abscondam ipsi o . æqualem $a g$. & à puncto g . excitabo ipsi $a d$. perpendicularem $g h$. quæ occurrat periferiæ $b d$. apud h . punctum: secabit enim omnino periferiam $b d$. cum o . hoc est $a g$. sit minor, quàm $b n$. Deinde per punctum h . ducam ipsi $a d$. æquidistantem $h f$. quæ secet ipsam $a b$. apud f . Dico itaque, quod arcus zodiaci cuius sinus est $a f$. est, qui maxime distet ab ascensione sua recta, & eius finis declinatio arcus $h d$. Hoc enim in 29^o primi nostrorum sphericorum ostensum est. Hæc autem per lineamenta iussisse placuit: ut qui horarias lineas est descripturus, iactare se audeat omnia per lineamenta posse ad rem spectantia inuenire absque calculi adminiculo: Quod si quis per calculum minutias discernere se iactet, quæ

lineator in paruo spacio animaduertere nequeat; idem lineator in spacio, quantum satis est, lato efficiet. Immo lineatio in hac excedit calculum dignitate, quod geometricum punctum assequitur: quod supputator minime potest. Sed de hac collatione alibi differetur. Et lineatio magis ad theoriam, quàm calculus accedit. Veniamus nunc ad id, quod dicendum superest.

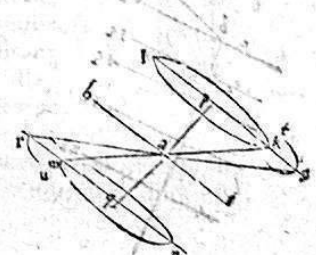
De flexa dati paralleli in plano cuiuslibet horologij ad quemlibet situm delineanda.

Cap. 11.

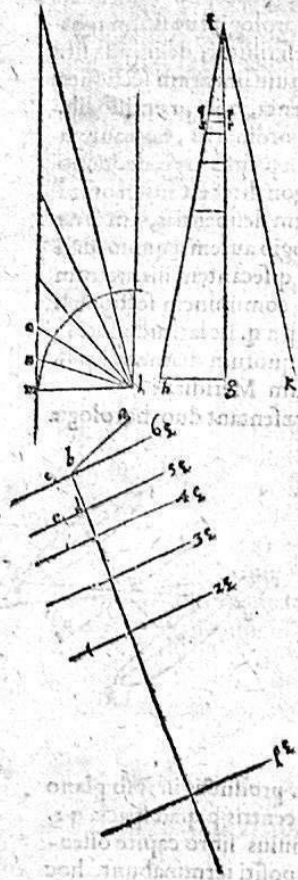
CVm satis notum sit ex præmissis & ex quinto capite huius libelli, æquinoctialis vmbre definentiam describere in omnino horologij plano lineam rectam: & in plano æquinoctialis horologij omnis vmbre limitem circumferri in aliqua circulari periferia: quod quidem horologium in sphaera recta verticale, sub polo autem horizontale est; in cæteris verò Solis sitibus, aliorum horologiorum omnium planis vmbrearum extrema circumferri per alias conicarum sectionum periferias, siue ea sit Ellipsis, siue

siue hyperbola: omnino dandus est modus & præceptio tradenda, quemadmodum ad propositum Solis, loci, horologijque situm talis periferia, quæ ab vmbre apice circumlato describitur, delineanda sit. Nam flexæ tales, quæ per cancellatas horariarum linearum sectiones incedût & facillimè super ipsa horarum lineamenta, vt in præmissis lib. docuimus, describi possunt; arcibus diurnis ordinarijs, non autem proposito Solis, altrive loco respondent. In primis ergo deductio æquinoctialis lineæ, quæ meridianam orthogonaliter secans in omni horologio suscipit æquinoctialium vmbrearum definentias, iam satis nota est ex præmissis libro. Pro horologio autem æquinoctiali intelligo in plano meridiani axem mundi $p a q$. secantem diametrum æquinoctialis $h a i$. ad rectos: $k a m$. lineam communem sectionem meridiani & horizontis, vt scilicet angulus $p a q$. sit latitudo loci. Item duos circulos æquales & æquidistantes, quorum diametri $l p k$. $m a n$. centro $p q$. orthogonales ad planum Meridiani.

Quorum quidem circuloꝝ plana representant duo horologia æquinoctialia, quorum styli $q a p a$. communem verticem a . sphaeræ centrum habentes: & in quibus lineæ horariae tangent & secant dictos circulos: vt habes in secundo capite huius libelli: In his itaque horologijs vmbre extremum quotidie defertur in periferia circuli. Ponatur ergo Solis locus habens declinationem ab æquatore angulum $h a r$. volo describere in planis horum horologioꝝ circulos, cuius periferia suscipit vmbrearum definentias ad dictum Solis situm. Continuabo $r a s$. lineam, donec diametris $l k m n$. productis in ipso plano meridiani occurrat ad puncta $r s$. Superque centris $p q$. ad spacia $q r$. $p s$. circulos describam: qui, vt in quinto huius libro capite ostensum est, vmbres per totam Solis in eo situ positi terminabunt. hoc est, circulus $r u$. terminabit vmbres, dum Sol declinat ab æquatore ad polum extantem per angulum $i a s$. dum verò ad diuersas declinat per angulum æqualem $h a r$. circulus $s t$. vmbrearum tunc limites definit. Similiter faciam ad reliquos omnes situs Solis, cum tales circuli ab vmbre vertice quotidie descripti sint concentrici. Atque si $r a s$. eundem cum æquatore, $h a i$. seruans angulum intelligatur perfecta reuolutione circumferri, describat ipsas $r u$. $s t$. circuloꝝ periferias, in quibus & vmbrearum $q r$. $p s$. extrema pariter eadem conuersione circumducuntur.



Q 3 Pro

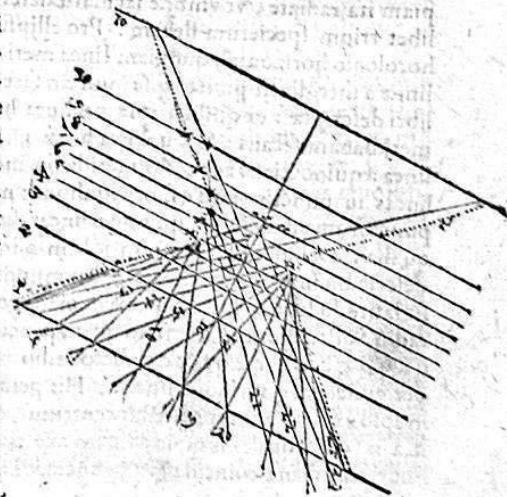
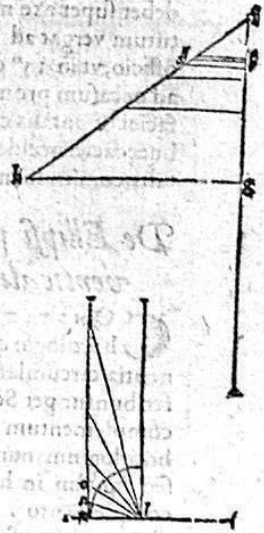


Pro horologio autem meridiano ad ortum vel occiduum verso sit a b. gnomon vel stylus ad planum horologii perpendicularis: b c. autem linea horæ sextæ ante vel post merid. d e. lineæ horæ 5^æ ante vel post merid. & deinceps reliquæ quatuor æquidistantes per 1^o cap. præcedentis libri ad propria intervalla lineatæ. Deinde lineæ fg, sit radius solis æquinoctialis: lineæ fh. radius Solis per angulum gfh. declinantis ad polum extatæ: lineæ fk. radius Solis per angulum gfk. declinantis ad diuersas: lineæ l m. æqualis gnomoni a b. Anguli m n l. n l o. & cæteri per circuli quadrantē distincti singuli quindenorum graduum. continuatis in rectum semidiametris ad lineam vsque m o. ipsi ml. perpendicularem. Quibus peractis, ponatur ipsi l m. æqualis sp. abscissa de radio fg. ipsiq; l n. æqualis fr. & ducantur p q. r s. perpen^{tes} ad fg. & similiter ipsi l o. & cæteri à puncto l. ad lineam m o. ductis æquales singule singulis de lineæ fg. abscindantur: & à pñctis abscissionum ipsi f g. perpen^{tes} excitentur vsque lineam fh. Post hæc ponatur ipsi p q. æquale spacium b c. in lineæ horæ sextæ: ipsiq; r s. æquale spacium d e. in lineæ horæ quintæ: & reliquis perpendicularibus ad fg. reliqua spacia in reliquis seriatiim horarijs lineis singula singulis æqualia. Nam sicut in conuersione motus diurni, radius æquinoctialis fg. porrigit extremum. vmbre styli a b. in puncta b d. & reliqua in lineæ æquinoctiali b d. signata, in quib. ea secant horariæ lineæ: ita radius fh. projiciet extrema vmbrearum in puncta c e. & sequentia in cæteris lineis horarijs prædicto. modo signata: sicut exposcit $\Delta \Delta^{10}$ sp q. a b c. similitudo & æqualitas: Itemque $\Delta \Delta^{10}$ f r s. a d e. per latera æqualitas & cæterorum. vnde puncta c e. & reliqua in cæteris lineis horarijs signata, erunt limites vmbrearum styli, Sole in tali situ locato: & lineæ flexa curuatim continuata per huiusmodi pñcta suscipiet terminos vmbre eius diei: quæ lineæ est sectio conicæ dicta hyperbole, per p^o Coroll. 4^æ cõclusioni quinti capitis præmissi.

Similiter

Similiter faciam pro radio Solis fk. declinantis ad diuersas: & pro quocunq; alio situ Solis. Eruntq; semper tales flexæ hyperbolæ: vt in quinto capite satis demonstratum est. Quæ quidem flexæ nõ nisi ad penicillum lineatoris per puncta dicto modo signata deduci possunt: cum neque rectæ sint vt Canonis, neque circulares vt circini officio describantur: & tanto certius lineabuntur, quo crebriora fuerint puncta signata: & semper sic molliter erunt à puncto ad punctum & per totum protrahendæ vt curuaturæ tenorem seruantes, anguli fracturam nec ubi admittant: quod etiam aliàs monuimus.

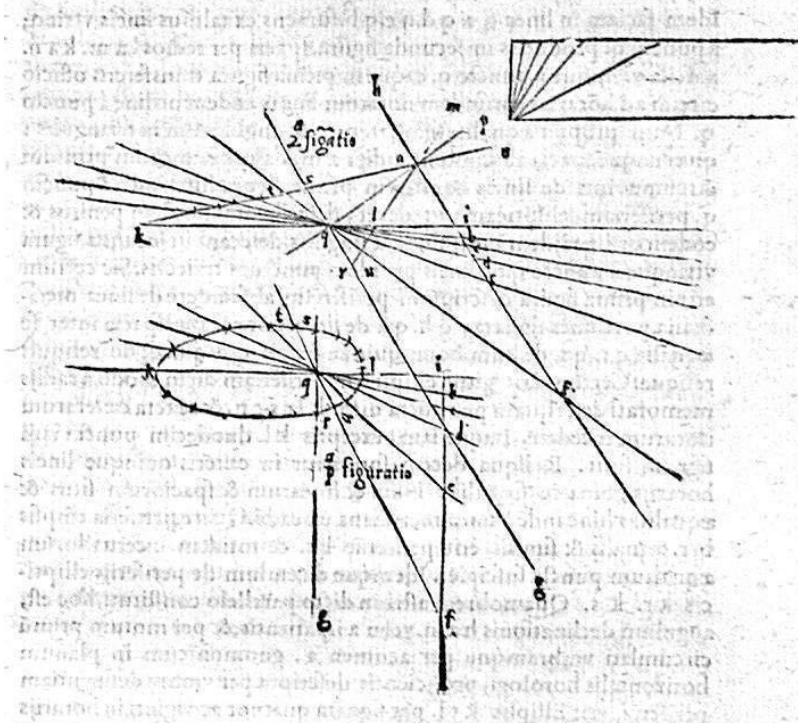
¶ Et notandum, quod si tam angulus g f h. quàm angulus g f k. fuerit æqualis cõplemento latitudinis loci: quantum scilicet declinant singuli paralleli æquatoris, quos tangit horizon: tunc hyperbole inuentæ per c e. puncta & reliqua in lineis horarijs signata incedens, & alia hyperbole contrapõsita ex aduersa parte lineæ æquinoctiale b d. essent illæ, quas vndecim lineæ horariæ æquidistantes secant singule in binis punctis, in quibus easdem tangunt 22^æ lineæ horariæ tangentis: Nam lineæ horæ mer^{id} non compareret, cum Meridianus horologio æquidistans lineam non faciat. Et duæ ex tangentibus fiant hic non tangentes, atq; ita, vt alibi diximus, duo pñcta cõtactuum ac sectionũ euanescent. Sicut autẽ hyperbole c e. ducitur p signata pñcta in lineis horarũ inferiorib. ipsa b c. ita & in superiorib. per eadem vtiq; spacia, erit continuanda. Et similiter hyperbole põsita: Nam dispositio & intervalla superiorum linearum eadem sunt cõ iuallibus inferiorib: vt in 1^o cap. præcedentis libelli satis ostenditur. Notadũ præterea, qd hor^{id} merid^{id} ad orientem vergens, cõuertit



debet super axe mundi, donec ad æquidistantiam prioris situs restitutum vergat ad occidentem, mutato tamen horarum numero & officio, vt in 1^o cap. præmissi libelli tradidimus. stylo quoq; tantūde ad occasum prominente. Vel si conuersio talis non placeat, tergum faciei orientalis conuersum scilicet ad occasum sic lineandum est, vt lineæ faciei occidentalis eadem sint singula singulis lineis faciei orientalis, cum stylo indidem & tantundem ad occasum exportecto.

De Ellipsi paralleli cuiuspiam in horiZontali seu verticali horologio describenda. Cap. 12.

CONSTITUITIAM per quintum caput, quas in quocunq; horologio cuiuslibet situs flexas describat quælibet vmbra delinencia circumlata: Non enim omnes flexarum species vbique describuntur per Solarem radium, vtpote in horizonte, cuius latitudo complementum maximæ declinationis non excedit, horizontale horologium nunquam suscipit vmbraꝝ delinencias in Ellipsi sed tantum in hyperbola, vel parabola, si latitudo sit par dicto complemento. nobis semper in hyperbola. Verum, quoniam placet nobis, non necessitatis, sed speculationis gratia, in horologijs omnes protrahere tam horarias quam flexas lineas etiam eas, ad quas vmbraꝝ solarium delinencia non perueniunt: intelligemus in quouis proposito parallelo, extra anni Solisque vias, astrum quodpiam ita radiare, vt vmbraꝝ iaculatu describat diurno motu cuiuslibet trium specierum flexam. Pro ellipsi itaque delineanda, sit in horologio horizontali quopiam linea meridiana k l. cum qua horariæ lineæ à meridie in puncto q. se inuicem secant, per 11^u caput præmissi libri descriptæ: ex quibus ipsa r s. linea horæ sextæ orthogonaliter meridianam secans: & t u. linea horæ 5^m & cætera deinceps. Item linea æquinoctialis ad rectos meridianæ incidens, secet ipsas horarias lineas in punctis b c d e f. orientalibus: nam spacia occidentalium punctorum ad reliquas quinque lineas sunt singula his singulis æqualia. Deinde ipsam lineam k l. in alium locum transferam: & describam in plano meridiani axem mundi q a p. Ita vt angulus a q i. sit latitudo loci: & linea h a i. axem orthogonaliter secans representet radiū Solis æquinoctialem. Ad quam per circinum transferam spacia q i. q b. q c. q d. q e. q f. & q g. dicto radio æquidistantem, continuatis per punctum q. vtrinque lineis: His peractis per punctum a. quod in ipso axe mundi representat centrum, ducam duos radios l a m. k a n. qui æquales hinc inde cum axe comprehendant angulos, & lineæ meridianæ coincidant ad puncta k l n. Sic enim tales radij coniungunt



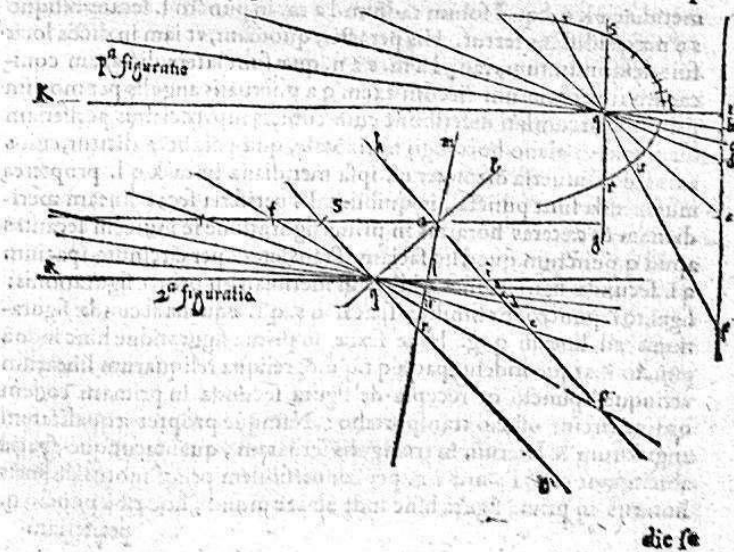
iungunt extrema diametrorum in parallelis æquatoris circulis. quo neque secat neque tangit horizon: quare conica superficies talis paralleli secta plano horizontalis horologijs per 5^a quinti capiti præmissi conclusionem, faciet ellipsim. Itaque radij tales l a m. k a n. circum axem q a p. per motum primum, seruatim angulis reuoluti, dum describunt conicas superficies, designabunt in dicti horologijs plano ellipticam periferiam, cuius diameter maior k l. per 2^u præambulum primi capiti huius libri. Ad inuenienda verò puncta, in quib. talis periferia secat horarias lineas, sic procedo: Radij l a m. k a n. vtrouersum producti secantes mer^{id} in punctis k l. secet reliquas per punctum q. traiectas lineas in senis hinc inde punctis: vtpote lineam q g. in punctis r s. lineam autem q f. in punctis t u. & deinceps reliquas. Et faciam in prima figura linearum horariarum eadem in earundem notorum lineis spacia: hoc est, in linea q g. spacia q s. q r. eadem: in linea q f. spacia t q. q u. eodem ordinis situ singula singulis æqualia. Idem

Idem faciam in linea q e. q d. q c. q b. sumens ex talibus lineis vtrinq; à puncto q. productis in secunda figura, spacia per radios l a. m. k a n. abscisa vtrinq; à puncto q. eaque in prima figura transferens officio circini ad horarias earundem notarum lineas eodem ordine à puncto q. Nam propter aequalitatem laterum & angulorum in triangulis: quaecunque spacia abscindunt radij l a. m. k a n. per motum primum circumuoluti de lineis horarijs in prima figura hinc inde à puncto q. periferiam ellipticam, vt decet, describentes; eadem penitus & eodem ordine ijdem radij singula singulis defecant in secunda figura vtrinq; à puncto q. de lineis per idem punctum traiectis. Sic certum erit in prima figura descriptam periferiam abscindere de linea meridiana portiones signatas q k. q l. de linea horæ sextæ spacia inter se æqualia q r. q s. de linea horæ quintæ spacia q t. q u. & de reliquis reliqua. Certum erit igitur ellipticam periferiam dicto modo à radijs memorati descriptam per pūcta dicta k l r s t u. & cætera cæterarum linearum incedere. Itaque iam, exceptis k l. duodecim puncta iam signata sunt. Reliqua decem sumentur in cæteris quinque lineis horarijs, bina in singulis: Nam & linearum & spaciolorum situs & æqualitas hinc inde à linea meridiana est eadē. Quare periferia ellipsis b r. æqualis & similis erit periferiæ l s. & totidem interuallorum æqualium puncta suscipiet. Idemque dicendum de periferijs ellipticis k r. k s. Quamobrem astri in dicto parallelo constituti, hoc est, angulum declinationis h a m. vel n a i. patientis, & per motum primū circumlati vmbraque per acumen a. gnomonicum in planum horizontalis horologij projicientis descripta per vmbre definentiam periferia, erit Ellipsis k t l. per signata quatuor ac viginti in horarijs lineis puncta. quæ fuerat describenda. Similiter pro cæteris astri ad aliarum declinationum radios operabimur. **REGVLA verticali hor.** Et eadem penitus via describemus ellipsim in verticali horologio descriptam per propositum radium: hoc solum mutato, vt angulus a q i. qui iam pridem constitutus fuerat latitudo regionis, fiat nunc complementum talis latitudinis: & lineæ horariæ in prima figuratone fiant in plano verticalis horologij, vt conuenit: Namque in verticali circulo linea meridiana, quæ axis est horizontis, continet cum axe mundi q a p. angulum æqualem complemento latitudinis loci. & omnia quæ in plano horizontalis, hic in plano verticalis horologij speculabimur & peragemus. **REGVLA.** Et notandum, quod si anguli h a m. n a i. declinationum singuli fuerint æquales complemento latitudinis loci; tunc radij l a. m. k a n. circumducentur in periferijs parallelorum, quos tangit horizon atque cæteri circuli horarij tangentis: atque ideo periferia elliptica k t s. in horologio verticali

verticali descripta per tales radios erit illa, quæ lineæ horariæ secantes secant in 24^{or} punctis, in quibus eam tangunt totidem horariæ lineæ tangentis: Quod accidit locis, quorum latitudo minor est dimidio recti anguli, quemadmodum in 13^o capite præcedentis libri, in quo pro tali situ facta est vniuersalis linearum vtriusq; ordinis descriptio. Postremo & hic non omittenda est illa cōsideratio: Sicubi horologij verticalis facies, quæ ad meridiem vergens sisti solet, conuertenda sit ad extantis poli partes: de qua conuersione in 15^o præmissi libri & in tertio presentis capite ad plenum locuti sumus: Sic rursus habes modum lineandi horarias lineas tangentes: cum pro vnaquaq; habeas punctum in quo cum secante secat lineam æquinoctialem, & punctū in quo tangit ellipsim, in quo scilicet alia secans secat eandem.

Quo pacto parabola per paralleli sui radios in horizōtali seu verticali horologio delineāda sit. C. 13.

PARALLELI circuli, quem tangit in sphaera circulus maior, cui æquidistat planum horologij, conica superficies tali plano secta facit parabolam, sicut in 2 & 3 cap. huius libri & etiam in quinto innotuit. Hic itaque viam dabimus signandi puncta in lineis horarijs à meridie, per quæ talis periferia incedit ac sui curuationis tenore delineanda est. Et primum pro horologio horizontali faciam in primis ea, quæ in præmissis cap. feceram: hoc est, lineas horarias à meri-



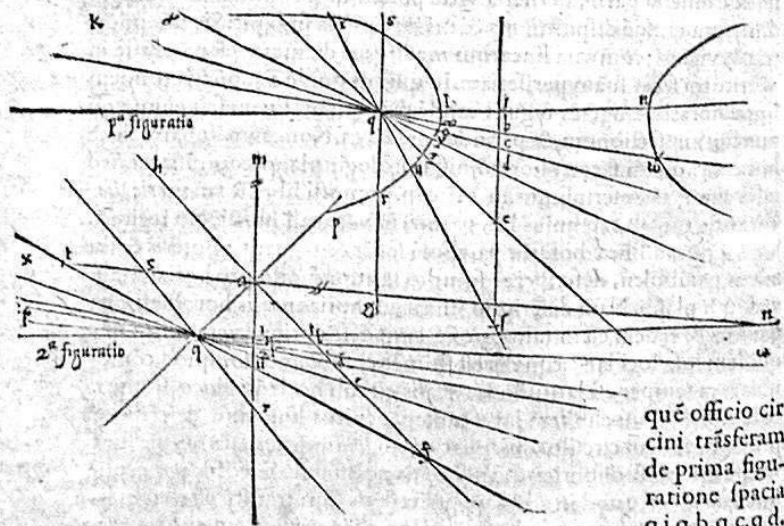
die se vicissim in puncto q. interfecantes: meridianam scilicet k q. in lineam horæ 6^a s q r. lineam horæ 5^a r q u. & cæteras lineæ æquinoctiali i. apud puncta b c d e. incidentes. per 1^a cap. præmissi libri: & hæc in prima figuratone, sicut in præcedenti fecimus. In secunda quoque descriptione faciemus angulum a q k. æqualem latitudini regionis: eique æqualem angulum q a l. quod est complementum declinationis radij l a m. qui fertur in periferijs circularum, quos tangit horizon, parallelorum æquatorum, quorū conicæ superficies, vt dictum est, faciunt in horizontali horologio parabolas, vnde contrapositus radius s a n. faciet cum axe mundi angulum s a q. æqualem angulo a q l. & ideo æqualem angulo a q i. latitudinis loci sibi coalterno. Quare, per 27^a primi elementorum, radius s a n. non conerret, sed æquidistabit lineæ meridianæ k q i. Cætera omnia disponuntur, vt in secunda figuratone præmissi cap. ita vt q i. spacium sit æquum spatio q i. primæ figuratōnis. Itemque reliqua spacia primæ figuratōnis scilicet q b. q c. q d. q e. q f. transferam per circinum in secundam figuratōnem à puncto q. ad eandem notas in lineæ æquinoctiali h a i. producta: & puncta sic inuenta iungere cum puncto q. protractis, continuatisque lineis vtrinque à puncto q. faciam quàm q g. ipsi h a i. æquidistantem, quæ secet radios prædictos in punctis r s. sicut lineæ q f. continuata secat eosdem in punctis t u. & cæteræ lineæ per q. secant eosdem hinc inde in cæteris punctis: excepta meridianæ k q i. quæ solum radium l a m. in puncto l. secans reliquos a n. æquidistans fertur. His peractis, quoniam, vt iam in dictis locis fuit demonstratum, radij l a m. s a n. quæ sunt latera dictarum conicarum superficierum circum axem q a p. seruatis angulis per motum primum circumlati describunt cum conicis superficiebus periferiam quandam in plano horologii horizontale, quæ parabola dicitur, cuius axis seu transversa diameter est ipsa meridianæ lineæ k q l. propterea inuenienda sunt puncta, in quibus talis periferia secat lineam meridianam & cæteras horarias in prima figuratone se inuicem secantes apud q. punctum. quod sic faciam: Transferam per circinum spacium q l. secundæ figuratōnis ad lineam meridianam primæ figuratōnis: signato l. puncto. Et similiter spacia q s. q r. æqualia secundæ figuratōnis ad lineam q g. horæ sextæ in prima figuratone hinc inde à puncto k. atque itidem spacia q t. q u. & reliqua reliquarum linearum vtrinque à puncto q. recepta de figura secunda in primam eodem ordine circini officio transportabo. Namque propter æqualitatem angulorum & laterum in triangulis seruata, quantacunque spacia abscindunt radij l a m. s a n. per conuersionem primi motus de lineis horarijs. in prima figura hinc inde ab axe mundi, hoc est à puncto q. periferiam

periferiam parabolæ describentes, tãta etiam & ordine eodẽ ijdẽ radij, singula singulis cõparando, defecant in 2^a figura vtrinque; de lineis per q. punctum vtrouerfũm p̄tinuatis. Quo fit, vt certum sit, in prima figuratone sic descriptam periferiam abscindere de lineæ mer^{na} portione q l. tã, cum p̄positus radius mer^{na} nulquã coincidat: de lineæ horæ 6^a spacia q r. q s. æqualia: de lineæ horæ 5^a spacia q t. q u. & de reliqs singulis reliqua bina: Nam, per 27^a primi conicorum, ois lineæ secas diametrum parabolæ, vtrinque; coincidit periferiæ. Quare certum erit parabolicam periferiam, vt s̄ dictum est, in horologii plano descriptã per ipsa puncta r s l u r. iam sic signata & cætera cæterarum linearum incedere. Itaq; excepto puncto l. qui vertex est parabolæ, bisseña puncta in quibus sex lineæ periferiam secant, inuenta sunt. Decẽ alia similiter in cæteris quinq; lineis horarijs per q. punctum ducẽdis inueniẽtur ad eadẽ spacia. Nã sicut in periferia l r. ipsis punctis l r. interiãcẽt quinq; puncta in quibus periferiã secãt totidẽ lineæ horariæ; ita & ex aduerso in periferia l s. totidẽ ad eadẽ spacia, eadẽq; in oppositũ dispositionẽ ipsis l s. punctis intersunt. Itẽ sicut periferia s r. cõtinuatur p̄ quinq; puncta, in quibus secatur à quinq; dictis lineis horarijs per punctũ q. traiectis: ita & è diuersa parte, periferia vltra punctum r. cõtinuata totidem in diuersum eiusdẽ dispositionis & mẽsuræ puncta suscipit: Sic sũt puncta tria & viginti: cum vna linearum mer^{na} quæ diameter est parabolæ in vertice tã secet suam periferiam. In quibus quidẽ 23. punctis totidem lineæ horariæ tangẽtes tãgunt eandẽ periferiam. Euanescit enim vnũ punctorum sectionum, & perinde contactus. Non enim apparet lineæ horæ 24^a quam faceret horizõ, nisi horologii plano æquidistaret. Sed tales lineas iã descripsimus in 12^o cap. præmissi libri. R. e. g. *verticalis*. Cũ aut, vt in 3^o cap. huius lib. patuit, in verticali horologio regionis lat^{na} 45. grad. lineæ horariæ parabolã secẽt & tangant: poteris & ibi talem parabolẽ, describere; sumpto tantummodo pro horizontali, verticali plano. Nam descriptio linearum horiaontalis horologii, vna penitus & eadem est in tali regione cum descriptione verticalis: quãquidẽ ipsa loci lat^{na} æqualis est suimet complemento, quod cõplementum semper est latitudo verticalis circuli horizõtis loco sumpti. & in horizõtibus eiusdẽ lat^{na} eadem penitus linearum descriptio, propter eandẽ circuloꝝ inclinationem situmq; seruatur. Quæ sunt in sphericis, astronomicisq; rudimẽtis notissima. Ecce hic præceptũ alterum ab eo, quod in 12^o cap. præcedẽtis libri traditũ est, habes lineã horarias tãgentes in horizõti plano, & in verticali memoratæ regionis: Nam pro vnaquaq; lineæ tãgente habes bina puncta, vnum, in quo ipsa cum secãte simul partitur lineam æquinã; reliquum, in quo tangit parabolẽ, vbi eandẽ secat alia ex numero secantum.

De contra-

*De contrapositionum flexarum descriptione in
horizontali, aut verticali horologio. Cap. 14.*

Sicirculus, cui planum horologii æquidistant, secet in sphaera parallelorum, facit hyperbolas contrapositionum, sicut in 4^o & 5^o capite huius libri ostensum est: quæ quidem ab æquinoctiali linea hinc inde auersis disponuntur brachijs, proque diametro lineam meridianam habent. Ad signanda igitur puncta, in quibus tales flexæ datorum parallelorum, ad propositi situs horologium secant horarias lineæ à meridiæ; faciam ea, quæ in præmissis duobus capitibus feceram. Et primùm pro horologio horizontali, describam lineam meridianam q l i. lineam horæ 6^æ s q g. quintæ t q u. quartæ x q z. tertiæ k q y. secundæ q o. primæ q æ. & earum spacia in æquinoctiali abscissa per occursum puncta b c d e f. vt prius. hæc autem in prima figuratone. In secunda verò, vt antea, Meridianā k q i. axem mundi q a p. angulum latitudinis loci a q i. radium æquinoctialem h a i. in



quæ officio circini transferam de prima figuratone spacia q i. q b. q c. q d. q e. q f. ipsique h a i. æquidistantem q g. & protraham per punctum q. rectas vtrinque productas. Deinde faciam angulos s a q. q a l. æquales singulos complemento declinationis parallelorum propositorum, quos

quos secans horizontalis horologii planum facit hyperbolas contrapositionum: & producam vltro citroque radios s a n. l a m. Quorum ipse quidam l a m. secet rectas per punctum q. traiectas in punctis l æ o y z u r. at ipse s a n. æquidistans supponatur ipsi q o c. & perinde incidere quatuor lineis sub ipsa q o c. scilicet ipsis q y d. q z e. q n f. q r g. in punctis videlicet k x t s. ad diuersas partes: necnon duabus ipsa q o c. superioribus scilicet ipsis q l i. q æ b. vltra æquinoctialem in punctis n ω. Et quoniam radij s a n. l a m. circum axem q a p. seruatis angulis, reuoluti describentes conicas superficies, describunt pariter in horologii plano hyperbolarum periferias; videndum est, in quibus punctis lineæ horariæ in prima figuratone secant eas periferias, eo modo & syllogismo, quibus in præcedenti & ante præmissis cap. vsi sumus. Transferam enim per circinum de secunda figuratone spacia q l. q æ. q o. q y. q z. q n. q r. & ex aduerso spacia q s. q t. q x. q k. Itemque vltra lineam æquinoctialem h a i. duo spacia q n. q ω. vnumquodque videlicet spacium ad suam lineam in prima figuratone. Sic enim, cum vnaquæque linearum per punctum q. traiectarum in secunda figura secet vtrunque radiorum s a n. l a m. excepta linea q o c. quæ ipsi s a n. æquidistans secat reliquum l a m. tantum in puncto o; inuenta & signata erunt tredecim puncta in prima figuratone, videlicet vndecim citra æquinoctialem lineam, quæ sunt l æ o y z u r. s t x k. & bina vltra eandem, quæ sunt n ω. Itaque certum est propter æqualitatem angulorum & laterum in triangulis seruata, radios circum axem seruatis angulis delatos ferri in prima figura per talia puncta, hoc est, radium l a m. per puncta l æ o y z u r. & radium s a n. per puncta s t x k. & vltra æquatorum per puncta n ω. immo vtrunque radium peragrarè omnia puncta, cum vterque circumferatur per vtrâque conicam superficiem. Quam obrem descriptarum per tales radios hinc inde ab æquatorè citerior incedet quidem per puncta l æ o y z u r. s t x k. vltior autem per puncta n ω. Verùm productis alijs quinque horarijs lineis per punctum q. in prima figura, iam periferia l s. suscipiet alia quinque puncta, ad mensuram & dispositionem eorum quinque quæ iam signata sunt in periferia l r. & ipsis t x k. punctis correlatiua suscipiet periferia vltra punctum r. continuata per eandem mensuram in dictis quinque horarijs lineis. Similiter in contrapositione periferia supra punctum n. cadet punctum ipsi ω. correlatiuum. Sic signabuntur puncta duo & viginti sumpta quidem in bis senis horarijs lineis in prima figura per q. punctum protracti. Namque linea q o c. horæ 2^æ postmer. & eius correlatiua horæ 2^æ antemer. singulæ in vno tantum puncto hyperbolæ s l r. coincident: Cæteræ autem lineæ horariæ 10. singulæ in binis: Nam

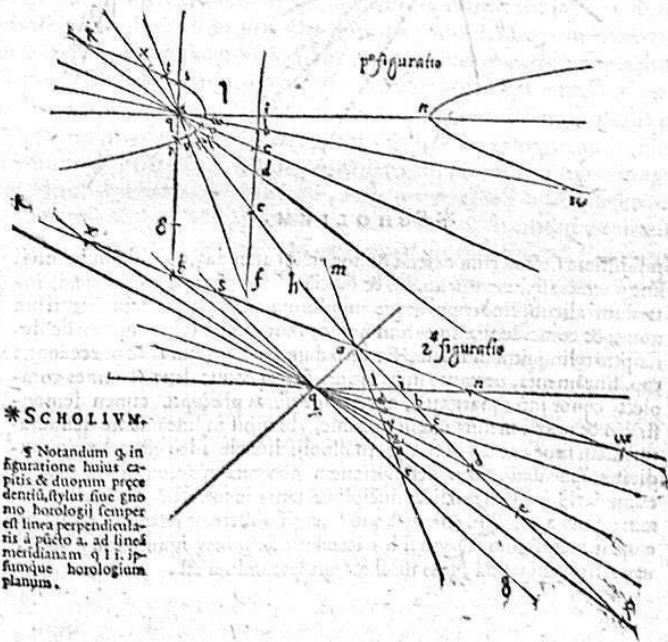
Nam linea q l n. meridiana; & linea horæ primæ q æ ω. singulæ singulas hyperbolas in singulis tantum punctis per 16^a secundi conicorum secant: sic habes sex puncta. Cæteræ octo lineæ horariæ secant hyperbolen s l r. singulæ in binis punctis, contrapositam verò non tangunt, per 3^a 4^a secundi conicorum: sic habes puncta 22. Cum igitur linea horaria q o c. eiusque correlatiua in vno puncto tantum hyperbolam s l r. secet, contrapositam non tangens, iam omnino æquidistare conuincitur vni Non tangentium in ipsis contraposis, per conuersam 13^a secundi conicorum: secus enim aut secaret ipsam s l r. hyperbolam in binis punctis, aut per 16^a prædicti, secaret hanc & contrapositam in singulis punctis, quorum neutrum supponitur. Sed delineata hyperbola s l r. iam & contraposita n ω. omnino ei similis & æqualis facile lineabitur. Quando autem in secunda figuratione radiorum s a n. l a m. neuter æquidistat alicui linearum per q. punctum transmissarum: tunc puncta sectionum sunt 24^{or}. cum enim tunc singuli duo radij singulas transmissas in singulis punctis secant, fiunt puncta 14. Quare in prima figuratione in totidem punctis lineæ horariæ septem coincident hyperbolis, hoc est, singulæ in binis: & quinque reliquæ singulæ similiter in binis, sic fiunt alia 10. puncta & vniuersa 24^{or}. Sed iam licebit hanc totam speculationem de horizontali horologio transferre ad verticale, pro regione latitudinis recti dimidium excedentis: in quo quidem horariæ lineæ secantes secant contrapositas hyperbolas in 24^{or} punctis, in quibus easdem tangunt totidem horariæ lineæ tangentibus: sicut iam docuimus & ostendimus in 4^o cap. huius libelli. Sic & alius constabit modus lineas tales tangentibus in dicto verticali horologio designare. Nam in vnaquaque linea tangente præter punctum, in quo ipsa cum aliqua secantium, secat æquinoctialem lineam, habes & punctum, in quo tangit hyperbolen, in quo videlicet alia de numero secantium secat eandem.

Sed pro verticali angulus a q i. qui fuit & horizontali latitudo loci, fiant complementum latitudinis: & in prima figura lineæ horariæ fiant per suam Regulam in plano verticalis horol.

SCHOLIUM

*SCHOLIUM.

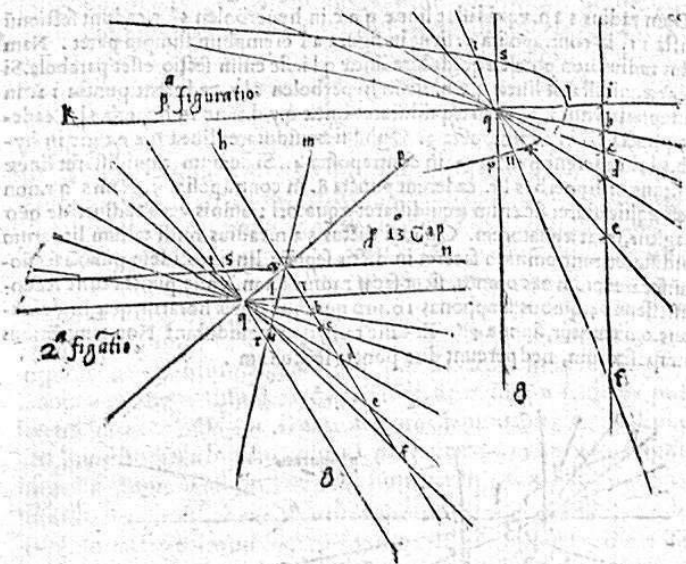
Dum radius s a n. æquidistat lineæ q o c. in hyperbolen s l r. cadunt sectionū puncta 11. in contraposita 2. sicut in figura ad exemplum sumpta patet. Nam dictus radius non potest æquidistare lineæ q l i. sic enim sectio esset parabola. Si autem æquidistaret lineæ q æ b. sic in hyperbolen s l r. caderent puncta 12. in contraposita vnum. Si verò æquidistaret lineæ q y d. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 10. in contraposita 3. Quod si æquidistaret lineæ q z e. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 9. in contraposita 4. Si demum æquidistaret lineæ q u f. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 8. in contraposita 5. Nams q r. non potest æquidistare: sic enim æquidistaret æquatori: omnis verò radius, de quo hic agitur, secat æquatorem. Quod si dictus s a n. radius nulli talium linearum æquidistaret; tunc omnino faceret in dictis septem lineis totidem puncta sectionum: secaret enim eas omnes, sicut secat radius l a m. vnde puncta tunc sectionum: essent 14. quibus si apponas 10. pro quinque lineis horarijs, quæ in descriptione omittuntur, fiunt 24^{or}. Et tunc radij non æquidistant Non tangentibus contrapositorum, nec pereunt duo puncta sectionum.



*SCHOLIUM.

¶ Notandum q in figuratione huius capitis & duorum præcedentium stylus sive gnomon horologii semper est linea perpendicularis a puncto a. ad lineam meridianam q l i. ipsamque horologium planum.

R. SCHO-



*SCHOLIUM.

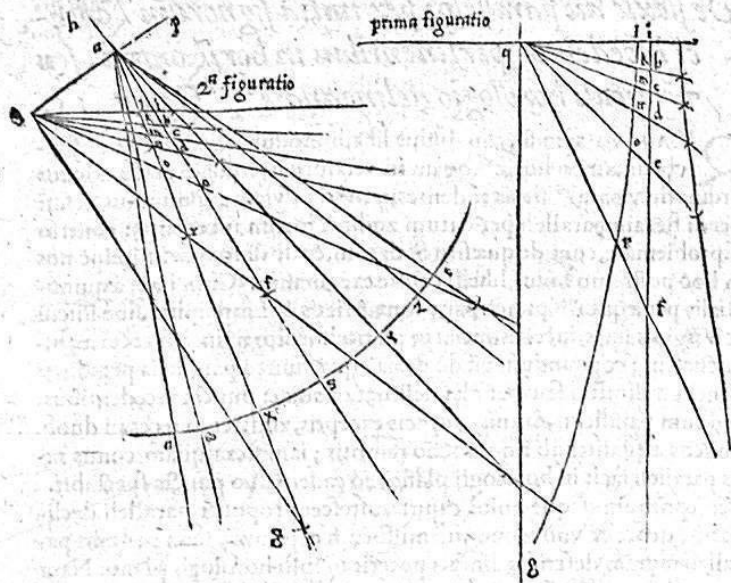
Candidissime Lector, cum cæteris & hoc velim attendas, quòd in huiusmodi lineamentis, si seruentur anguli & spacia iuxta præcepti traditionem, interdum alicubi linearum atque angularum angustia vix cupit literarum notas: & coincidentia linearum non cedunt intra paginæ limites: sic descriptio relinquitur mutilata. Hic verò dum repetens huius & præcedentis cap. lineamenta, permitto mihi latiora spacia & incidentias omnes complecti conor intra margines, neglexi mensuras præcepti. tamen demonstratio & praxis melius intelligitur hic, vbi nihil in lineamento desideratur. Idem sæpe accidit in conici Apollonij: difficile adeò est tantæ profunditatis speculationibus descriptionem opportunam accommodare. Hinc exemplarium Mathematicæ disciplinæ tanta incorrectio & intelligendi tanta difficultas. Nihil enim est quod magis absterreat lectorem, quàm exemplar mendosum. Quod si his accesserit scriptoris ignorantia, aut interpretis negligentia, iam nihil integri sperandum est.

De flexis

De flexis ad parallelos per initia signorum Zodiaci incedentes pertinentibus in horis ontali, seu verticali horologio delineandis. Caput 15.

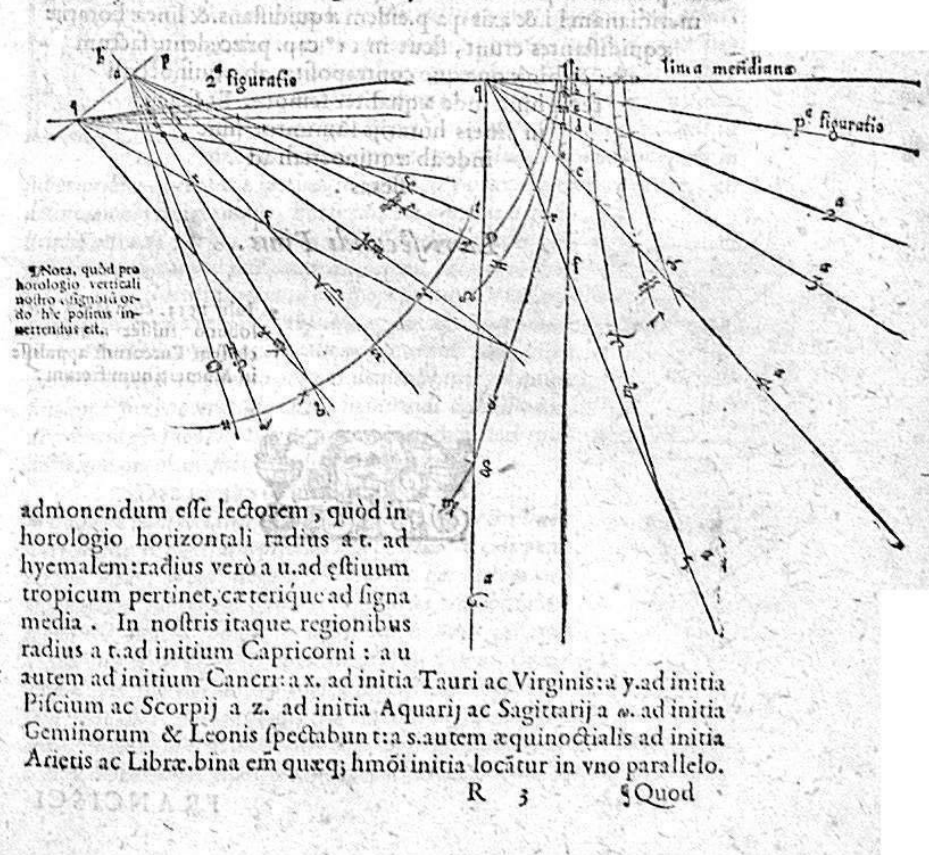
QVAMVIS in 8^o cap. huius libelli modum tradiderimus ascribendi tam in horis, quàm in verticali horologio zodiaci locos ordinario: parallelis flexis rudentes; nondum tamen viam exposuimus describendi flexam paralleli per datum zodiaci locum incedentis: cõverso .s. problemate, cum de quæsito fit datum, & de dato quæsitum. Hoc nos in hoc postremo huius libelli capite exequemur. Cum itaq; æquinoctialis per æquin^o puncta, quæ sunt Arietis & Libræ initia, siue Piscium & Virginis fines, incedens, faciat in plano horologij lineam rectam æquinoctialem; cogitandum est de flexis, quæ fiunt à parallelis per aliorum signorum limites seu per alia destinata zodiaci puncta incedentibus. Sed cum parallelus, omnis, tropicis exceptis, zodiacum secet in duobus punctis æqualiter ab æquinoctio remotis; iam flexa, quam conus talis paralleli facit in horologij plano, ad eadem duo puncta spectabit. Per septimum itaque huius caput notescet propositi paralleli declinatio, quare ex vno trium præmissorum capitum, flexa per talis paralleli radium descripta lineari poterit in ipso horologij plano. Nam si parallelus propositus neque tangatur neque secetur à circulo magno cui æquidistat horologij planum, flexa per paralleli radios descripta, erit ellipsis, & per 12^o caput huius, describetur. Si autem parallelus propositus tangitur à circulo magno, cui æquidistat planum horologij; tunc flexa, vt dictum est, facta erit parabola, & per 13^o cap. deducetur. Si tandem parallelus secatur à circulo dicto: tunc per binos radios præpositæ hyperbolæ fient, & per præmissum immediatè caput delineabuntur. Adducam tamen exemplum pro tropicis duobus & quatuor per initia mediorum signorum parallelis. Sitque in plano mer^m axis mundi q a p. angulus latitudini loci a q i. linea meridiana q i. radius æquinoctialis h a i s. radij tropicorum a t a u. radij parallelorum per initia signorum ab æquinoctialibus proximorum a x. a y. radij per initia sequentium a z. a w. singuli complectentes cum radio æquinoctiali a s. angulum suæ declinationis, per septimè cap. huius, inuenta. Secetque radius æquinoctialis s. lineam meridianam in puncto i. & cæteri radij hinc inde secent eandem in senis punctis. hæc autem in 2^a figuratio, in quam transportatum sit spaciū q i. lineæ meridiang in prima figuratio secantis orthogonaliter lineam æquinoctialem i f. quam & reliquæ horariæ quinque lineæ, per 11^o lib. p^o cap. descriptæ secent in punctis b c d e f. & cui linea horæ sextæ q g. æquidistet.

R 2 Mox &



Mox & ipsa spacia q b. q c. q d. q e. q f. transferam officio circini de prima figura in secundam, à puncto q. ad radiū æquinoctialem a s. sub eisdem signata notis. Et continuatis à puncto q. per signata puncta lineis radios cæteros secantibus: atque ipsa q g. æquidistante ipsi a s. videbo in quib. punctis continuatæ lineæ secent, exempli gratia, radium a x. utpote linea meridiana secet eum in puncto l. & cæteræ per ordinem in punctis k m n o r x g. Et eadem hæc spacia q l. q k. q m. q n. q o. q r. q x. q g. transferam per circinum à secunda figura in primam per ordinem in meridiana q i. cæteris que horarijs lineis, signando totidem sub iisdem notis puncta: Nam propter seruatam in triangulis angulorum & laterum æqualitatem, fit, ut radius a x. motu primo sub eodem semper declinationis angulo circumductus ac describens in prima figuratone hyperbolæ, abscindat eadem spacia de lineis horarijs à puncto q. recepta, quæ radius a x. de meridiana a i. cæterisque continuatis ab ipso q. puncto amputat. Quare certum erit descriptam hyperbolæ per talem radium in plano horologii ferri per puncta l k m n o r g. in prima figura: & per eadem puncta

puncta talem periferiam delineari posse. Similiter & cæterorum radiorum flexæ describentur singillatim. Vnde flexa, quam describet radius a y. erit contraposta ipsi l r g. periferiæ, propter parem & diuersam declinationem: Nec secus hyperbolæ duæ per radios a z. a u. descriptæ, contraposte erunt inuicem. Nec minus, quæ per a t. a u. tropicorum radios maximarum zodiaci declinationum depingentur. Sicut autem describimus periferiam l r g. circa meridianam q l. per puncta in cæteris horarijs lineis signata; ita & ultra eandem reliquum periferiæ brachium continuabimus per cæteras horarum lineas ad eadem spacia similemque penitus dispositionem: quandoquidem meridiana ipsa, est axis seu principalis hyperbolæ diameter similia, utrinque brachia periferiarum determinans. Et idem faciemus in reliquorum radiorum periferijs describendis. Nec arbitror



admonendum esse lectorem, quod in horologio horizontali radius a t. ad hyemalem: radius verò a u. ad æstiuum tropicum pertinet, cæterique ad signa media. In nostris itaque regionibus radius a t. ad initium Capricorni: a u autem ad initium Cancri: a x. ad initia Tauri ac Virginis: a y. ad initia Piscium ac Scorpij a z. ad initia Aquarij ac Sagittarij a u. ad initia Geminorum & Leonis spectabunt: a s. autem æquinoctialis ad initia Arietis ac Libræ. bina em̄ quæq; hmoi initia locatur in vno parallelo.

¶ Quod si flexas ad talia signorum initia spectantes velim in plano verticalis horologii protrahere, faciam in secunda figuratone angulum a q i. parem complemento latitudinis loci: & in prima figura distinguam linearum spacia vti ad verticalem circulum spectat. per 11^o præmissi. Præterea radiorum officia commutabuntur. Nam a t. pertinebit ad æstiuum: & a u. ad brumalem tropicum, & sequentes radij ad sequentia, vt ordo postulat, signorum initia. Sic itaque æquinoctialis linea l f. habebit hinc ternas & inde totidem flexas lineas, in quibus umbrarum desinentiæ deferentur Sole in ipsis, quorum sunt flexæ, parallelis constituto. Stylus autem in horologio vtroque semper erit perpendicularis à puncto a. ad lineam meridianam q i. ¶ Pro horologio autem horizontis recti, & pro omni horologio meridiano, radius æquinoctialis h a i. perpendicularis ponetur ad lineam meridianam l i. & axis q a p. eidem æquidistans. & lineæ horariæ æquidistantes erunt, sicut in 11^o cap. præcedente factum est: & binæ quæque contrapositæ ab æquinoctiali recta hinc inde æqualiter semotæ. Et spacia in lineis horarijs sumuntur hinc inde ab æquinoctiali ad flexas.

Libri secundi Finis.

9. Iulij 1553. cum iam Castellobono fuisset nunciatum classem Turcorum appulisse in Mamertinum fretum.



FRANCISCI

FRANCISCI MAVROLYCI,

ABBATIS MESSANENSIS.

DE LINEIS HORARIIS,

LIBER TERTIVS.

Ad Ioannem Vegam, Siciliae Proregem.

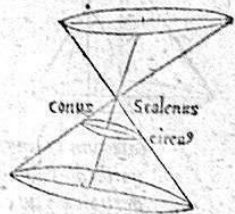
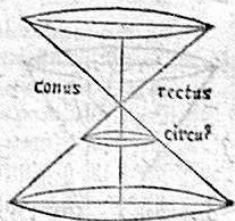
PRÆFATIO.



Q^UONIAM serè in assumpto negotio difficultas constitit in flexarum linearum notitia: qui locus tam neglectus est ab ijs, qui de gnomonica ratione conscripserunt hætenus, quam conicorum doctrina fuit incognita. Nos autem, quibus decretum est ea, quæ ab alijs omissa sunt, tractare, & quæ ad rei speculationem magis faciunt, id præcipuè curauimus explicandum. Quoniam igitur in superioribus libellis vix species flexarum, vix pauca circa earum axes, ac delineationes tetigerimus, lineis tantùm horarijs describendis intentis; in hoc postremo libello percurremus aliqua circa conicarum sectionum diametros, ac proprietates, & contactus, necnon circa contrapositarum Non tangentis. vt si quid remansit obscurum, hic apertius notescat. Perstringemus igitur aliqua ex Apollonio nostro partim decerpta, partim per nos demonstrata: vt quàm facillime fieri poterit, flexarum huiusmodi diffinitiones, accidentia & proprietates præcipuè aperiantur: ab ipsis diffinitionum elementis exordium capientes.

DIFFINITIONES & Elementa.

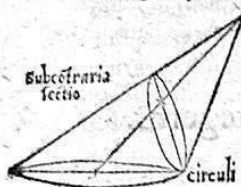
Si itaque à puncto extra circuli planum fixo, recta linea vtrouersus in infinitum producta per ipsius circuli periferiam totam circumducatur: descripta per lineam circumductam superficies, conica superficies vocabitur vtrinque à puncto sumpta in infinitum, habens vtraque vnum verticem, quod est punctum ipsum fixum. Conus autem erit sub circulo, & conica superficie comprehensum solidum. Conicæ basis erit circulus: & vertex, qui & conicæ superficiæ vertex. axis vero recta, quæ per verticem basisq; centrū traiecitur. Rectus conus est, cuius axis ad basim perpendicularis est.



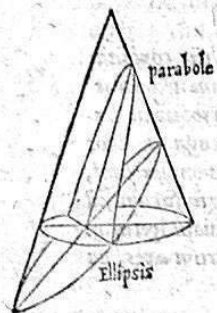
R 4

Scalenus

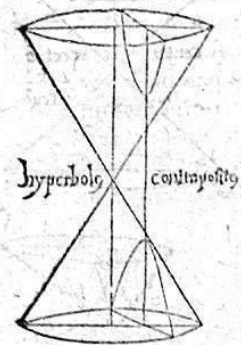
Scalenus uero conus, cuius axis obliquus est ad basim, plano autem conum per uerticem secante, sectio facta triangulum est, sub duobus lateribus conicis & basi diametro seu chorda contentum, per tertium primi Conicorum.



Plano item basi æquidistante conum secante, sectio circulus erit, per quartam prædicti. Si conus scalenus plano per axem recto ad basim secetur, sectio erit, ut dictum est, triangulum: cui si superueniat planum orthogonaliter simile sed sub contrarie positum triangulum abscindens, facta in cono per superueniens planum sectio, circulus erit, per quintam primi conicorum.



Triangulum itaque per axem in cono recto, semper rectum est ad basim: In Scaleno autem non semper. Basis autem talis trianguli semper est diameter circuli, qui basi est conus. Quoniam ergo planum dicto triangulo ita superuenit, ut sectione in plano dicti circuli faciat perpendicularē ad dictam ipsius circuli diametrum, nec subcontrarium auferat triangulum; tunc faciet in cono unā ex tribus flexis, scilicet parabolē, si communis sectio eius cum triangulo æquidistat uni laterum trianguli: ellipsim autem, si sectio dicta coincidat utriusque laterum. Hyperbolē uero, si sectio ipsa nec æquidistat, nec coincidat lateribus: Talisq; sectio erit diameter flexæ in cono factæ ipsius. s. paraboles, ellipsis, uel hyperboles, secans per æqualia omne lineam, quæ chorda est flexæ, æquidistantem communi sectioni superuenientis plani cum circulo. Tales autem chordæ sic à diametro per medium diuisa dicuntur Ordinatæ siue structæ actæ. & quæ triangulum per axem orthogonaliter instat basi conico, quod in cono recto semper fit, quæq; uero in Scaleno; tunc diameter flexæ secat ordinatæ ad rectos angulos, & dicitur axis ipsius flexæ. Quoniam uero triangulum per axem inclinatur ad basim conicum, quod in Scaleno cono accidit, diameter obliquè secat per medium ordinatæ, nec dicitur axis. Extremum axis seu diametri, dicitur solet vertex flexæ: flexæ autem ipsa siue parabole, siue ellipsis, siue sit hyperbole, dicitur solet conica sectio: quæquidem fit à plano conum secante. Quando ite planum triangulo per axem dicto modo superueniens, neutri

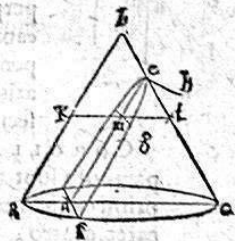


laterum trianguli æquidistans, & alterum tamen secans hyperbolē faciet in cono: secabit & contrapositum conum faciens similem & æqualem dictæ hyperbolē: quæ quidem dicuntur contrapositæ communem diametrum habentes centrum: Coniugati axes, siue coniugatae diametri in ellipsi seu in contrapositis dicuntur, quarum utraque reliquam, eiusq; parallelos ordinatæ intra periferiam receptas singulas per æqua diuidit, siue orthogonaliter,

naliter, si sint axes, siue obliquè, si tantum diametri appellantur. Quod autem diameter sectionis conicæ singulas suas ordinatæ per medium partiat, ostenditur in septima primi conicorum, in genere, speciatim uero in alijs propositionibus. Hæc est summa eorum, quæ tractantur in conicis. Nunc de diametris & descriptionibus singularum flexarum nonnulla exponemus.

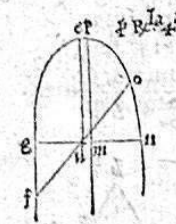
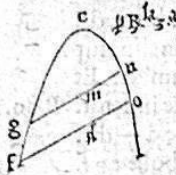
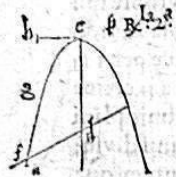
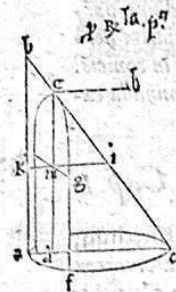
De Parabolæ diametris, & lineatione. Cap. 1.

VT sectionem conicam, seu flexam, quæ Parabolæ dicitur, eiusq; diametros intelligamus; esto conus a b c. cuius basis a c. vertex b. triangulum per axem a b c. Et à quolibet puncto diametri a c. utpote d. excitetur ipsi a c. perpendicularis d f. & uni laterum Δ^i utpote ipsi a b. æquidistans, & reliquæ incidēs recta d e. & producat planum, in quo f d. lineæ faciēs in cono sectionem seu flexam e g. quæ per 1^a primi conicorum parabolæ uocabitur. siue rectus sit conus a b c. siue scalenus, & eius diameter transuersa erit d e. sectio communis plani secantis & Δ^i per axem, quæ diameter secat per medium ipsam f d. usq; ad oppositas conu partes continuatā & omnem ei æquidistantem, quæ ordinatæ seu structæ actæ dicuntur: secat, inquam, orthogonaliter, & axis uocatur, si conus a b c. rectus est, aut si Scalenus & Δ^i a b c. rectum super a f c. planitiem sistitur: secat uero obliquè, si dictum Δ^i inclinatur dictæ circuli planitiæ: & tunc non dicitur axis, sed simplex diameter. Et solet dici transuersa diameter ad differentiā rectæ diametri, quæ sic inuenit. R. 1. 1. Sit per doctrinam 5^a Regulæ sexti cap. præmilli libri, sicut e d — d c. sic d a — c g h. Dico iam, quod e g. erit recta diametros parabolæ e g f. Ois enim ordinata poterit \square^m sub transuersa & recta comprehensum. Nā f d. ordinata est, & potest per 8^a sexti \square^m a f d c. Ergo per 1^a sexti & \square^m d e e h. hoc est, sub transuersa & recta contentum. Assumatur & contingens punctum g. in periferia parabolæ, & ordinata ducatur g m. hoc est, ipsi f d. æquidistans. & per punctum m. ipsi a c. æquidistans k m l. facietque planum in quo k l. m g. in cono circulum per 4^a primi conicorum: Eruntq; sicut e d — d c. sic e m — m l. Quare, sicut e m — m l. sic & a d. uel k m — e h. Sed m g. potest \square^m k m l. quando circulus est k g l. Ergo potest & \square^m e m e h. per 1^a sexti. Similiter ostendemus, quod omnis ordinata in parabola poterit \square^m contentum sub recepta ex diametro transuersa ad uerticem, & sub e h. & ideo, quod e h. est recta diameter parabolæ.



COROLL.

COROLL. Hinc sequitur ex prima sexti, quod ordinatarum potentia sunt receptis ad verticem diametris proportionales: hoc est, sicut $\square. f d$ — $\square. g m$. sic e, d — $c m$ $d h$. quod in 2^o primi ostendit Apollonius. Hæc autem rectæ diametro parabole inuentio est multo facilior & breuior demonstratu, quam ea quæ ponitur in 11^o primi conicorum.



REGVLA 2^a. Proponatur & in plano parabola fg c. circa transversam diametrum e d. & ordinatam f d. Est autem ordinata, quam diameter vtrinque periferiæ applicatam per medium partitur. Volo eius rectam diametrum inuenire: faciam per 4^{am} Regulam sexti cap. in præmissis lib. ipsis e d. d f. tertiam proportionalem e h. Sic enim f d. ordinata poterit $\square. d e e h$. & perinde e h. omnino recta diameter est, quæ queritur.

REGVLA 3^a. Quod si data sit parabola f g e. seu circuli, seu cuiuslibet alterius conicæ sectionis periferia nuda sine centro ac diametris: & velim aliquam in ea diametrum inuenire; ducam in tali sectione duas æquidistantes rectas vtrinque periferiæ applicatas f o. g n. quas singulas per æqualia secabo in punctis d m. Et agam per ea puncta rectam d m e. ipsa namque erit transversa diameter sectionis: & ad eam ordinatæ sunt ipsæ g n. f o. & omnes aliæ illis æquidistantes. & hæc est 44^a secundi conicorum.

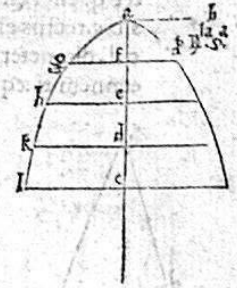
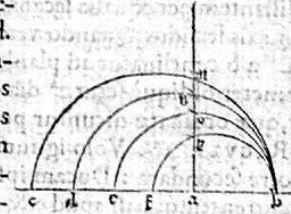
REGVLA 4^a. Dætur & parabole f g. Volo eius axem describere. Inueniam per præcedentem Regulam aliquam eius diametrum, quæ sit e d. diuidens per medium ordinatam f d o. Si itaque diameter e d. ad rectos angulos secet ordinatam f d o. iam per diffinitionem, axis est e d. Secus verò per punctum d. agam ipsi e d. perpendicularem g d n. vtrinque periferiæ applicatam, eamque per æqua diuidam in puncto m. ipsique perpendicularem excitabo m p. quæ per differentiam erit axis parabole. & hæc est propositio quadragesimasexta secundi conicorum.

COROLLARIUM. Vnde patet, quod axis & omnes diametri parabole sunt æquidistantes, sicut ostenditur in quadragesimasexta primi conicorum. Et perinde, sola parabola inter flexarum species, caret centro.

REGVLA

REGVLA 5^a. Ex datis denique parabole diametris duntaxat possum delineare periferiam: vt exempli gratia, sit recta diametros parabole a b. Axis verò, seu diametros a c. volo circa diametrum a c. lineare parabolen, cuius recta diametros sit a b.

Ponam in rectam vnã vtranque c a a b. & secta a c. per sextum cap. præmissi libri, in aliquot æquas portiones; vtputa quatuor in puncti d e f. describam super b c. b d. b f. diametros singulas singulos semicirculos b m c. b m d. b o e. b p f. Deinde à puncto a. excitabo ad rectos ipsi b c. lineam a m. secans periferias in punctis m n o p. In axe autem seu diametro parabole a c. vt dictum est diuisa in punctis



d e f. ducam ordinatas l c. ipsi a m. æqualem d k. ipsi a n. æqualem: e h. ipsi a o. æqualem. & f g. ipsi a p. æqualem; singulas ad aliam partem vltra diametrum a c. tantundem productas. Nam delineanda periferia parabole ibit per a g h k l. puncta & eorum correlatiua vltima diametrum. Quæ puncta quò plura fuerint, eò certius delineabo per eaductam periferiam leni flexu & angulose fracturæ expertem. Cuius operationis demonstratio est, quod in semicirculis, recte a m. a n a o. a p. singule possunt singula rectangula, quæ possunt singule ordinatæ c l d k e h f g. in parabola, quibus sunt æquales singule singulis.

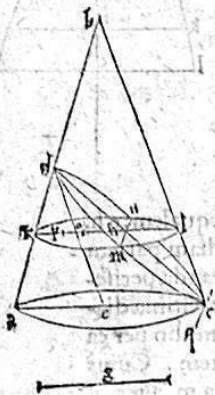
COROLL. Vnde manifestum est, quod in delineatione parabole semicirculi, ex quibus ordinatæ eliciuntur, sese contingunt apud extremum rectæ diametri. Habes itaque & hunc modum lineandi parabolen in horologijs.

De Ellipseos diametris & lineatione.

Caput 2.

Quo autem pacto conica sectio, quæ vocatur Ellipsis, fiat in cono, sic accipe: Esto, sicut in præcedenti, conus, a b c. cuius basis a c. vertex b. Δ^{hi} per axem a b c. Ducatur linea vtrinque laterum Δ^{hi} coincidens e d. sitque recta e q. ipsi c a. perpendicularis: Mox planum, in quo c d q. secet conum: eritque per 13^{am} secundi conicorum, facta

facta in cono sectio ellipsis, cuius diameter c d. qua per medium secta in puncto h. erit h. centrū ipsius: & secunda diameter m n. vtriusq; ad conicam superficiem incidens: Intelligatur autem c d. non abscindere de Δ^o a b c. sub contrarium Δ^o, quando conus est scalenus & perinde Δ^o non isosceles: Nam tunc facta in cono sectio per planum d c q. esset circulus per 5^a primi conicorum. Quando itaque conus a b c. rectus est. aut scalenus & Δ^o, a b c. rectum ad basim conī: tunc c d. diameter orthogonaliter secat secundam diametrum m n. & omnem ei æquidistantem per equalia secans; & dicitur axis primus, & m n. axis secundus. Quando verò conus a b c. scalenus est & Δ^o a b c. inclinatur ad planitiē basis conicæ; tunc c d. diameter obliquè secat 2^a diam. m n. & omnes æquidistantes, quæ ordinate dicuntur per æqua, nec vocatur axis.

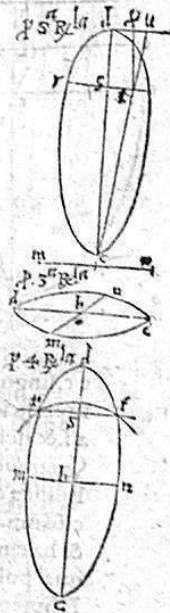


pro prima Reg.

REGVLA 1^a. Volo igitur ex c d. prima diameter elicere secundam: Ducam ipsi b c. æquidistantem d e. occurrentemq; basi apud e. & inter ipsas a c. c e. per 2^a Regulam sexti ca. in præmissio lib. ponam mediā m proportionalem c f. Dico; quòd c f. erit secunda diameter ellipsis d m c. videlicet ipsi m n. æqualis. Quod sic ostendam. Agam per punctum h. rectam k h l ipsi a c. æquidistantem. Nam sic planum, in quo sunt rectæ k l. m n. erit æquidistans circulo a c. quandoquidem k l. ipsi a c. & m n. ipsi c h. quia ordinata, æquidistant: & faciet per 4^a primi conicorum, circulum in cono k m l. Cumque angulus k h m. sit rectus, æqualis scilicet ipsi a c q. angulo iam per 8^a sexti Eucl. m h. erit mediā proportionalis inter k h. h l. Quare & m n. dupla ipsius m h. mediā proportionalis erit inter duplas ipsarum k h. h l. Dupla autem ipsius k h. est ipsa a c. (quandoquidem c d. dupla est ipsius d h. Dupla verò ipsius o h. hoc est ipsius h l. (sunt enim æquales o h. h l. propter ΔΔ^o h d o. h c l. Inuicem æquilatera) est ipsa e c. Igitur m n. erit mediā proportionalis inter a c. c e. Sed inter a c. c e. mediā proportionalis fuit c f. Ergo c f. æqualis ipsi m n. Quod fuit demonstrandum. His peractis, sicut est d c — c f. sic sit, per 4^a Regulā dicti sexti cap. c f. — g. quæ erit recta diameter ad transversam c d. Cum 2^a possit speciem primā, per Coroll. 13^a primi conicorū. Species enim est \square sub transversa, rectaq; diametris contentum. Potuissē & inter ipsas o h. h k. sumere mediā proportionalem h p. quæ iam æqualis esset ipsi m h. quippe quæ mediā proportionalis est inter ipsas k h. h l. hoc est inter ipsas k h. h o. cū m h o. h l. sint æquales: & sic habuissē semidiameter secundam h p. cum faciliori demonstratione.

REGVLA

REGVLA 2^a. Proponatur nunc & in plano ellipsis c r d. circa transversam diametrum c d. & ordinatam quandam r s. Volo talis Ellipseos secundam diametrum & rectam competire. Subiugam per 4^a Regulam sexti capitis in præmissio lib. ipsi d s. r. tertiam in proportionē continua s t. atque ita r s. poterit \square . d s t. Ducam ergo c r. lineam, quæ apud u. punctum occurrat ipsi d u. perpendicularis super c d. Dico itaque, quòd d u. erit recta diameter ad transversam c d. Ducatur enim ipsi d s. æquidistans r x. Eritq; species r x u. similis speciei c d u. quæ vocatur species sectionis. Igitur r s. ordinata potest \square . s x. applicatam ad s d. receptam ex diametro ad verticem deficiens à \square . s d u. in specie r x u. simili speciei c d u. Quare, per 1^a 3^a primi conicorum d u. Recta diameter est, ad quam possunt ordinatæ. Deinde, per 5^a Regulam sexti cap. prædicti, ponam inter c d. d u. mediā proportionalem m n. Igitur m n. poterit \square . c d u. speciem scilicet primæ diametri, & perinde per coroll. 13^a prædictæ erit secunda diameter Ellipsis propositæ r d. quod fuit faciendum.



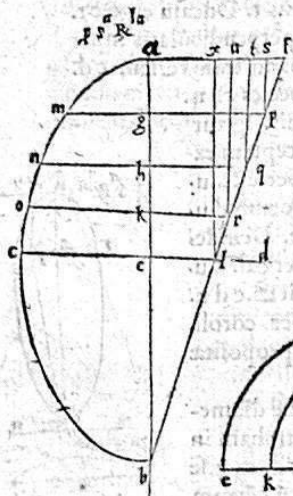
REGVLA 3^a. Offeratur & Ellipsis c d. absque diametris & centro: volo ipsius centrum reperire: Protraham in ea, per 3^a 2^a præcedentis cap. duas diametros c d. m n. se inuicem super h. puncto secantes: Eritq; h. punctū cætrum quæsitum. & hæc est propositio 45^a secundi conicorum.

REGVLA 4^a. Item exponatur Ellipsis c d. Volo eius axem inuenire primum ac secundum. Primò inueniam eius centrum, quod sit h. & super h. centro describam circulū, qui secet ellipticam periferiam in punctis r t. Et post hæc ducam chordam r t. quam per æqualia secabo in puncto s. & per puncta h s. continuabo lineam vtrinque periferiæ coincidentem c h s d. quæ axis erit quæsitus: quandoquidem diameter existens chordam r t. per æqualia & ad rectos partitur. & hæc est propositio 47^a secundi conicorū. Quæ Regula etiam per hyperbola seruiet. Secta demum c d. per æqualia in puncto h. ipsum erit sectionis centrum: per quod incedet secundus axis m n. ad primum orthogonalis.

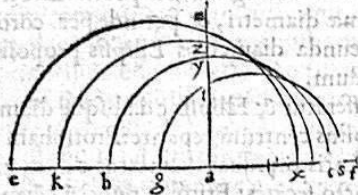
REGVLA 5^a. Proponantur etiam mihi transversa diametros ellipsis a b. recta verò a f. Volo delineare Ellipsim, cuius dantur a b. a f. diametri. Esto centrum ellipseos e. in quo secant se inuicem axes siue diametri a b. c d. Extendanturque in rectum e a. a f. Sitque f x. dimidiū ipsius a f. Et a e. secetur in quotlibet partes, vtrupta quatuor æquales in punctis g h k. & in totidem secetur f x. in punctis s t u.

His

His peractis, super e x. k u. h t. g. s. diametros singulas singuli semi-
circuli describantur e o. x. k z u. h y t. g. i. s. Erà puncto a. ipsi e f. per-
pendicularis excitetura o. secans periferias in punctis o z y i. In



femidiametro autem Ellipsis, à punctis g h
k e. educantur diametro perpendicularares siue
ordinate g m. h n. k o. e c. singulae ipsi a i.
a y. a z. a o. singulis aequales. Et per puncta
a m n o c. delinetur flexa necubi angularem
fracturam admittens: quae tanto certior de-
lineabitur, quo plures diuisiones crebriora
fecerint puncta. Et ad eandem dimensionem
ceteri tres quadrantes Ellipticos a c b d. ab-
soluuntur vtrinq; à punctis sectionum aequa-



libus lineis. Cuius
operationis demon-
stratio est, quod in
semicirculis lineae
a i. a y. a z. a o. singulae
possunt rectangula,
quae in descriptione
ellipticorum possunt
g m. h n. k o.

e c. singulae ordinate. Quarum quidem vnaquaque potest rectangula
superficiem recepta ex diametro ad verticem applicatam ipsi rectae
a f. & deficientem specie simili speciei sub b a f. diametris contenta.
Quamobrem, per 13^a primi conicorum delineata periferia a c b d.
Ellipsis erit, cuius diameter transuersa b a. recta verò a f. quod etat fa-
ciendum. Quod autem a o. sit maior, quam a z. & haec maior, quam a y.
& haec maior, quam a i. patet in descriptione ellipticorum ex rectangulis,
quae possunt. COROLL. Vnde manifestum est, quod in delineatione
Ellipticorum, semicirculi, ex quibus eliciuntur ordinate, sunt inaequales,
& habent diuersa centra: & vnusquisq; eorum secat reliquos vniuersos.
Et maiores circuli cadunt ad partes maioris semidiametri quor-
sum scilicet maiora spacia. COROLL. Hinc ergo rursus habes modum
lineandi Ellipticum in horologijs.

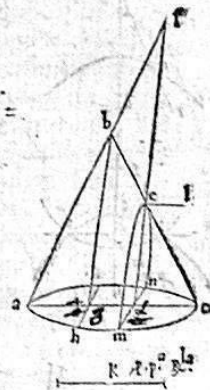


De Hy-

De Hyperboles diametris & lineatione.

Caput 3.

VENIAMVS nunc ad Hyperbolen, & in primis coni sectionem ad
eam flexam generandam accommodemus: vt inde diametros
eius eliciamus. Esto, sicut prius, conus a b c. cuius basis a c. circulus.
vertex b. Δ^{10} per axim a b c. cuius & plani secantis
cois sectio sit recta e f. occurrens lateri a b. producto
ad punctum f. Item qm intelligatur in basi conica ipsi
a c. perpen^{ta} ita vt planum secas sit, in quo sunt rectae
m d. e. & facta sectio in cono sit m e n. hyperbole sci^{ta} =
cet, cuius transuersa diameter erit e f. & qn conus a b c.
rectus est: aut si scalenus, Δ^{10} a b c. orthogonalit immi-
net basi conico: tunc d f. diameter secas m n. & omnem
aliam ordinatam ipsi aequidistantem in sectione per a-
qualia, secat orthogonaliter. Qn autem conus a b c.
Scalenus est; & Δ^{10} a b c. inclinatur ad basim: tunc d f.
diameter non ad rectos secat ipsam m n. & alias ordi-
natas: Et cum secat orthogonaliter, dicitur axis. secus
verò simpliciter diameter.



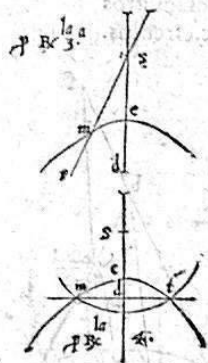
REGVLA 1^a. In primis ergo volo ex e f. diametro
transuersa hyperboles m e n. inuenire rectam eius diametrum hoc pacto:
Ducam ipsi d e. aequidistantem b g. & à pucto g. ipsi a c. perpendicularē
g h. quae media proportionalis erit inter a g. g c. Deinde ipsi b g. g h. p
4^a 2^a sexti praecedenti lib. subiugam in proportione continua lineam k.
Et per 5^a 2^a eiusdem capituli, sicut est b g. k. sic sit f e. e l. Eritq; per
12^a primi conicorum e l. recta diametros hyperboles m e n. quaesita.

REGVLA 2^a. Proponatur & in plano, hyperbole quaedam m e. cuius
diameter transuersa fe d. & ordinata m d. Volo hinc rectam eius diame-
trum elicere. Subiugam per 4^a 2^a sexti cap. i praemisso lib.
ipsis e d. d m. tertiam proportionalem d p. atque ita
m d. poterit e. e d. d p. Mox per puncta f p. traiciam
rectam, quae occurrat ipsi e l. ad puctum lipsi, in qua
e l. ad rectos excitata ad ipsam f d. & compleatur rectan-
gulum e d q l. Erit enim e l. Recta diametros ad trans-
uersam fe. quae quaerebatur. Naq; m d. ordinata potest
e d. p. sub recepta ex transuersa ad verticē applicatū
ipsi e l. & excedens specie l q p. simili speciei f e l. quae
species e sectionis sub diametris pucta. Itaq; e l. e recta
diametros ad q̄ possunt ordinate, p 12^a p¹ conicorum, in
pp^{ta} hypbola m e. tã si fe d. sit axis, q̄ si simplex diam.



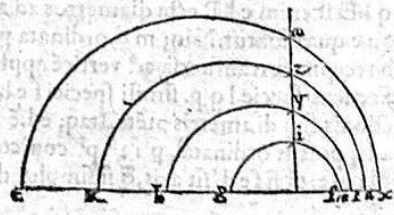
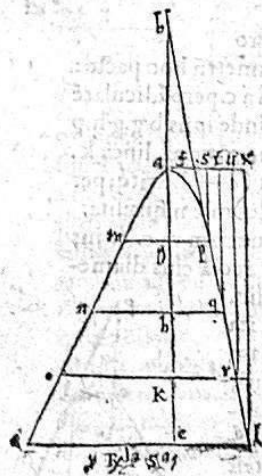
REGV-

REGVLA 3^a. Exponatur item hyperbole m e. absque diametris & centro. volo eius centrum inuenire. per tertiam Regulam antepremissi capiti, ducam in hyperbola m e. duas diametros r m. d e. quæ productæ se inuicem secant in puncto s. eritq; s. centrum hyperboles. sicut in 4^a secundi docet Apollonius. Nam cum parabole centri expers sit habens diametros æquidistantes. Ellipsis intra periferiæ ambitum: hyperbole verò extra centrum sortitur. Per illud enim incedentes diametri ordinatas singulas per medium partiuntur.



REGVLA 4^a. Esto & hyperbole m e. iubeor eius axim reperire. Inueniam primò, ex præmissa Regula, eius centrum: quod sit s. super quod describam circulum, qui secet periferiam hyperbolem in duobus punctis m t. Et ducam chordam m t. quæ secetur per æqualia in puncto d. Sic enim s d. recta, secas talem chordam orthogonaliter ac per medium, erit axis hyperboles m e. per 4^a secundi conicorum.

REGVLA 5^a. Esto denique hyperboles cuiuspiam transuersa diametros a b. Recta verò a f. Volo delineare hyperbolem talem. Capiam ex axe, siue diametro partem, vrputa a e. cui in rectum applico ipsam a f. Sitque, per 5^a Regulam sexti ca. in præmissò libro sicut b a — a f. sic a e — f x. Vnde, si b a. a e. fuerint æquales, erunt & a f. f x. æquales inuicem. Et continuabo in rectum ipsi a f. ipsam f x. Deinde secabo in aliquot partes æquales ipsam a e. vt puta quatuor in punctis g h k. & in totidem partiar ipsam f x. in punctis s t u. Post hæc super e x. k u. h t. g s. diametros singulas describam singulos semicirculos e o z. k z u. h y t. g i s. & à puncto a. excitabo ipsi e x. perpendicularem secantem periferias in punctis o z y i.



In diametro autè hypboles à punctis k h k e. educam diametro perpendiculari suæ.

sive ordinatas g m. h n. k o. e c. singulas ipsis a i. a y. a z. a o. singulis æquales. Et per puncta a m n o c. ducam molli flexu ac iuxta signatorum punctorum tenorem curuatam periferiam, quæ erit ipsius hyperboles iam delineandæ circumferentia, eò quidem certior, quò crebriora puncta exhibuerit in principio facta diuisio. Et similiter, à punctis g h k e. protensis vterius æqualibus spacijs, lineabo reliquum periferiæ. Cuius operationis demonstratio est, quòd in semicirculis, lineæ a i. a y. a z. a o. singulæ possunt rectangula, quæ in descriptione hyperboles possunt ipsæ g m. h n. k o. e c. singulæ ordinatæ: quarum quidem vnaquæque potest rectangulam superficiem sub recepta ex diametro ad verticem & ad rectam a f. excedentem specie simili speciei sub b a f. diametris contentæ. Quamobrem, per 12. primi conicorum, delineata periferia a m n o c. erit hyperbole, cuius diameter transuersa b a. recta verò a f. quod fuit faciendum. COROLL. Vnde manifestum est, quòd in delineatione hyperboles, semicirculi, qui absciunt ordinatas, minimè se contingunt, et habent diuersa centra: quando diametri transuersa et recta sunt inæquales. Concentrici verò, sunt semicirculi, quando dictæ diametri sunt æquales.

COROLL. Et hinc sumis alium modum lineandi hyperbolem, aut contrapositam. Nam postquam delineauero hyperbolem c m a. ex datis eius diametris b a. a f. sic & eius contrapositam, cuius periferia transit per punctum b. delineabo: Habent enim contrapositæ hyperbolæ communes diametros: commune centrum, quod transuersam diametrum a b. per medium diuidit: & perinde sunt similes & æquales.

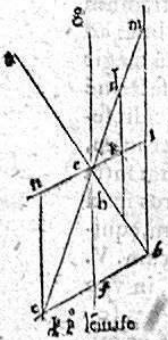
De tangentibus atque secantibus conicis sectiones. Cap. 4.

OMNIS recta linea tangens conicam sectionem apud extremum diametri, ordinata est ad talem diametrum. Et omnis linea ad extremum diametri ordinatè applicata apud dictum extremum tangit sectionem. hæc est 17^a primi conicorum. II. Ois linea tangenti sectione lineæ æquidistans per punctum intra sectionem, vtrinque coincidit sectioni. 18^a primi. III. Omnis linea tangens Parabolam, aut hyperbolem, coincidet diametro. 24^a primi. IIII. Omnis linea tangens ellipsim intra duas diametros, coincidet vtrique diametro 25^a primi. diametros intellige coniungatas. Quòd si tangat in extremo vnus diametrorum, æquidistans erit reliquæ diametro, quia ordinata ad illam diametrum. V. Omnis linea æquidistans diametro Parabolæ, aut hyperboles, in vno tantum puncto coincidet sectioni. 26. primi. VI. Omnis linea secans diametrum Parabolæ, vtrinque coincidet sectioni. 27^a primi.

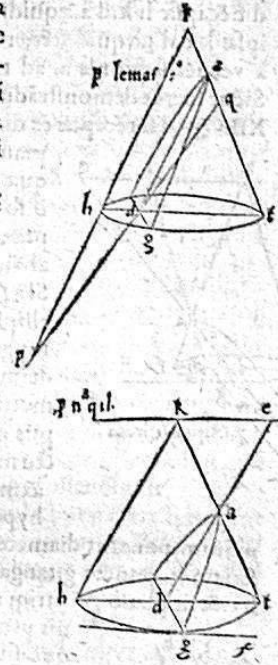
VII. Omnis linea ducta per centrum contrapositarum, ad vtrālibet periferiam, secat vtranque sectionem: quia communis diameter. 29^a primi. VIII. Omnis linea æquidistans alteri Non tangentium in contrapostis, coincidit vni contrapostitarum ad vnum solum punctum 13^a secundi. Quod si linea neutri Non tangentium æquidister, aut coincidet contrapostis singulis in singulis tantum punctis, per 16^a secundi: aut coincidet vtrinque vni contrapostitarum, reliquam non attingens, per 33^a eiusdem. IX. & in parabola, sicut est \square^{m} ordinata ad \square^{m} sub recepta ex diametro ad verticem contentum; sic est recta ipsa ad receptam prædictam. Quod quidem ex 26^a primi conicorum sequitur facillimè. X. In hyperbole, aut ellipsi, & circulo, sicut est \square^{m} ordinata ad \square^{m} sub receptis ab ordinata ad extremitates diametri contentum; sic est transversa diameter ad rectam: Vnde & \square^{m} \square^{m} ordinarum sunt talibus \square^{m} proportionalia. quod quidem demonstratur in 21^a prædicti. ¶ Nunc præmittemus duo lemmata demonstrationibus circa sectionum contactus ponendis necessaria.

Primum lemma. Quorum primum est hoc: Puncto intra lineas coincidentes signato, possibile est per punctum ipsum ita lineam ducere in occursum coincidentium, ut in puncto tali per æqualia secetur. Ut si, exempli gratia, a b. c d. lineæ coincidunt in puncto e. interque ipsas punctum signatum sit f. dico, quod possibile est per punctum f. agere lineam, ut puta b f. c. ita ut b f. sit æqualis ipsi f c. Coniungam enim f e. & continuabo f e g. cui æquidistantem ducam d h. ipsi c d. a b. occurrentem apud puncta d h. Mox secabo per æqualia ipsam d h. in puncto k. & coniungam e k. cui æquidistantem per punctum f. ducam lineam b f c. occurrentem ipsi a b. c d. in punctis b c. Dico enim, quod b c. tunc per medium secabitur in puncto f. Agantur enim per puncta b c. ipsi

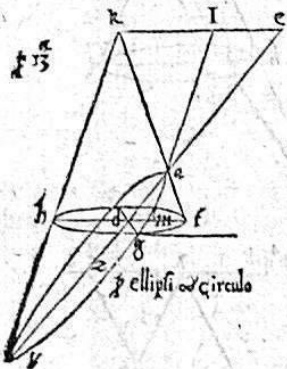
fg. æquidistantes b l m. c n. ipsi e k. e d. apud puncta l m n. occurrentes. Eruntque in parallelogrammo b c n l ipsæ b l. c n. æquales: Cumque b l. sit æqualis ipsi l m. quandoquidem l h. æqualis fuit ipsi k d. erit & l m. æqualis ipsi c n. vnde $\Delta \Delta^{a}$ e c n. e m l. inuicem erunt æquilatera, quia æquiangula. Quare ipsæ n e. e l. inuicem æquales: verum in parallelogrammo n e f. ipsæ n e. c f. æquales inuicem: & in parallelogrammo e l b. ipsæ e l. f b. æquales. igitur ipsæ c f. f b. inuicem æquales: quod fuit demonstrandum. *Secundum lemma.* Alterum lemma erit hoc: Omnis ordinata in sectione conica est vel circuli, vel ellipsis cuiuspiam diameter. Quod vt apertius intelligatur, esto conus h k t. cuius basis circulus h g t. vertex k. Δ^{m} per axem h k t. circuli diameter, basisque; Δ^{n} recta h t. cui perpendicularis sit g d. ordinata quidem alicuius sectionis



tionis conicæ, utputa paraboles, hyperboles, aut Ellipsos, cuius transversa diameter a d. in ipso Δ^{m} plano. Quod enim ordinata sit g d. patet per 7^a primi conicorum: ipsa enim et omnis eius parallelus in sectione per medium secatur à transversa diametro a d. Dico igitur, qd g d. ordinata erit diameter aut alicuius circuli, aut factæ in cono ellipsis. hoc est, qd possibile est producere planum per g d. quod secando conum faciat siue circulum siue ellipsum, cuius ipsa g d. sit diameter. Nam, si d. sit centrum circuli h g t. constat iam conclusio. Tunc enim g d. per centrum incedens, est in diametro. Si autem d. non sit centrum; tunc per præmissum lemma possibile erit per punctum d. agere lineam, quæ ipsi h k. k t. coincidens per medium secetur in ipso d. puncto. Agatur: sitque p d q. inuicem æqualibus. Et producat planum, existetibus p d. d q. in quo p q. g d. secas conum. Nam sic facta sectio, si conus h k t. sit scalenus, et Δ^{m} p k q. subcontrariū Δ^{n} e k h. circulus erit, cuius diameter p q. g d. per 5^a primi conicorum. Secus verò facta sectio erit ellipsis per 13^a primi, cuius diametri rursus p q. g d. centrumque; d. Oïno igitur g d. diameter erit, aut circuli aut ellipsis in cono factæ. quod erat demonstrandum. Quibus præmissis, qd demonstraturi eramus, demonstrabimus. XI. Si à puncto quopiam in diametro extra Parabolam ducta periferiam tangat; & à puncto tactus ordinata ducatur ad diametrum: tunc receptæ à vertice sectionis ex diametro ad punctum exterum & ad ordinatam, sunt æquales. Quod sic demonstratur. Sit in cono quopiam Δ^{m} per axem h k t. in quo diameter transversa parabolæ sit d a. ordinata d g. quæ, per immediatè præmissum lemma, erit pro diametro alicuius circuli vel Ellipsis; qui circulus siue ellipsis sit h g t. cuius periferiam in puncto g. tangat recta linea g x. quæ per primam harum conclusionum, ordinata erit ad diametrum d g. & perinde æquidistans diametro h t. Ducatur & in plano Δ^{m} h k t. per verticem k. ipsi h t. æquidistans linea k e. coincidensque diametro d a. apud e. Sic enim fiet, ut ipsæ k e. g x. sint æquidistantes & in plano positæ, quod conicam superficiem tangit apud latus k g. Sola enim k g. recta communis erit conicæ superficiæ,

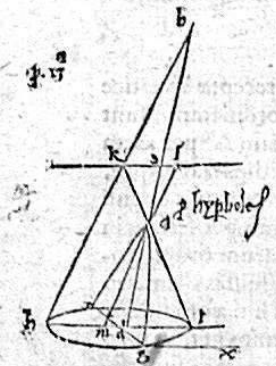


superficii, planoq; predicto, in quo k e h x. Quo fit, vt recta linea in eodē plano connectens pūcta e g. & ulterius producta tangat in solo pūcto g. conicam superficiē, & in eodem ipso pūcto paraboles a g. periferiam tāgat in eius plano iacens. Aequalis autem cum sit h d. ipsi d t. & ipsae h k. d a. æquidistantes: iam æquales erunt k a a t. cumque ipsae k e. d t. æquidistēt; erunt & d a. a e. inuicē æquales, receptæ scilicet à vertice sectionis a. ad terminum tangentis e. & ad ordinatam d g. Sicut fuerat demonstrādum. Et hæc propositio est 3^a pⁱ conicorum. XII. Quod si receptæ ex diametro Parabolæ à vertice ad pūctum. quod



pīam & ad ordinatam fuerint æquales; tūc recta, quæ à pūcto ad extremum ordinatæ ducitur, in ipso extremo tangit periferiam. Hæc est conuersa præcedentis conclusionis, quæ facile ostenditur ab impossibili: & est 3^a pⁱ conicorū. XIII. Si à pūcto quopiam in diametro extra circulum, ellipsim, vel hyperbolen linea ducta periferiam tangat, & à pūcto tactus ordinata ducatur ad diametrum, tunc receptæ ab extremitatibus diametri ad ordinatam, erunt proportionales receptis ab eisdem extremitatibus ad pūctū prædictū m. Repeto eādē descriptionem, & idem per axim Δ^{li} h k r. Et ordinata in circulo, ellipsi, vel hyperbole sit d g. quæ per 2^{am} præcedentium lem-

matum, ponatur diameter siue circuli, siue Ellipseos h g r. cuius periferiam in pūcto g. tangat recta linea g x. & ideo æquidistans diametro h t. & in plano Δ^{li} vtriq; æquidistans k e. coincidēsq; diametro sectionis propositæ apud e. Sic enim, vt prius, planum, in quo sunt k e. g x. tāget conū superlatus k g. & recta linea e g. tanget sectionem apud g. pūctum. Verum in ellipsi & circulo transfuersa a d. coincidat reliquo lateri Δ^{li} apud b. in hyperbole verò, eidem lateri supra verticē producto: eritq; a b. diameter sectionis transfuersa, in quo centrum z. Quibus actis & intellectis demonstrandum erit, quod sicut est b d—d a. sic erit b e—e a. Hoc pacto. Ducatur per pūctū a. ipsi h k. æquidistans linea m a l. ipsi quidē h t. apud pūctum m. ipsiq; k e. apud l. pūctum coincidens: Sic enim, propter æquidistantiam linearum h b. a m. Δ^{li} d b h. d a m. erūt inuicem æquiangula, & propor^{ta} laterum: hoc est, sicut b d—d a. sic iam h d—

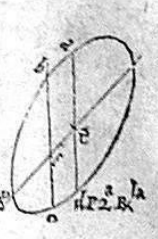


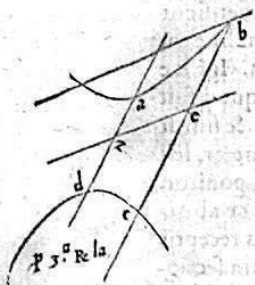
d m. hoc est, sic t d—d m. Sed propter æquidistantiam linearum k e. d t.

d t. Δ^{li} a k e. a t d, sunt similia & proportionalia laterum: Item que Δ^{li} a e l. a d m. similia & proportionalia laterum. Vnde fiet, sicut t d—d m. sic k e—e l. Verum adhuc, propter æquidistantiam linearū k b. a l. Δ^{li} b k e. a l e. similia & proportionalia laterum. Igitur k e—e l. sicut b e—e a. Quare, sicut b e—e a. sic fiet b d—d a. quod fuit demonstrādum. Et hæc est propositio 3^a pⁱ conicorum. & similiter ostēdi potest 3^a tertij conicorum v^a linea e a d b. nō diameter, sed secans circulum, ellipsim, hyperbolen, ac etiam parabolē ponitur. XIII. Contra verò, si in circulo, ellipsi, aut hyperbola, receptæ ab extremitatibus diametri ad ordinatam fuerint proportionales receptis ab eisdem extremitatibus ad pūctum quodpiā diameter extra sectionem: tunc linea ducta à pūcto tali ad extremū ordinatæ in periferia in tali extremo tangat periferiam. Hæc est conuersa præmissæ, & ab impossibili facile ostenditur: hoc est, destructis pⁱrijs. Atque in conicis est 3^a pⁱmi. In omnibus autem his 4^{or} conclusionibus processit Apollonius indirecte: nos autem in duabus tm. Et demonstratio nostra facilior est: quā illi plana descriptione vtatur: qua in re Apollonius ceteros ingenio antecellit. Et notandum, quod pro demonstratione circuli, necesse est vt conus h k t. sit scalenus & Δ^{li} a k b. subcontrariū Δ^{li} h k t. Sic enim, per 5^{am} pⁱmi conicorū, sectio a g b. super qua differitur, circulus erit, & tūc basis h g r. Ellipsis erit. Ecce 4^{or} conclusiones aliter, quā Apollonius, quod pulchrum fuit, ostendimus. XV. Item notandū qd in circulo, ellipsi, & hyperbola, lineæ d z. z b. z e. sunt continue proportionales: hoc est portio inter ordinatum & centrum: semidiameter transfuersa: & quæ à centro ad tangentem, ex diametro receptæ. & est 3^a pⁱmi conicorum.

De coniugatis diametris flexarum, deq; tangentibus flexas lineis ducendis. Cap. 5.

IAM ex diffinitione coniugarum diametrorum constat Parabolam coniugatas non habere diametros verum æquidistantes, vt in primo cap. ostensum est. Circuli verò coniugatae diametri semper se inuicem ad rectos dispescunt angulos: secus enim vtraque alterius parallelos per medium singulas secare non potest, quod est proprium coniugarum diametrorum. Superest ergo de coniugatis ellipseos, aut contrapostitarum diametris describendis Regulas tradere. REG. 2. Esto itaque ellipsis a b c. in qua data sit diametros a d. Volo in tali Ellipsi describere diametrum cōiugatum ipsi a d. Secabo per æqualia ipsam a d. in pūcto e. eritq; z. centrū sectionis. ducā ipsi a d. æquidistantē b c. eāq; in pūcto f. p mediū diuidā. Et p pūcta e. f. ducā recta g f z h.



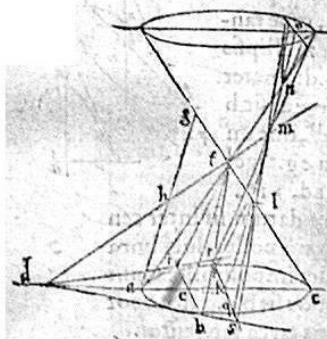


Diameter igitur erit g h. quoniam transit per z. cētrū sectionis: & cōiugata ipsi diametro a d. quoniam eius æquidistantem b c. per medium, & perinde reliquas secabit, modò recte formata sit. Et si data diameter fuerit axis sectionis: axis erit & cōiugata: & factæ tūc sectiones ad angulos rectos. Sicut autē diameter g h. secat diametrū a d. eiusq; parallelos singulas per mediū: Ita & a d. diam. ipsam g h. diam. eiusq; æquidistantes p æqualia partitur, sicut in 15, pⁱ conico: ostēdit. REG. 3^a. Sit deinde hyperbole a b. cuius diametro a d. centrum z. Volo ipsi a d. diametro coniugatam diametrum ducere. Ducā primo ipsi a d. diametro æquidistantem b c. quæ per 5^a Concl. præmissi capiti coincidet singulis contraposis hyperbolis ad singula puncta. Coincidat ipsi quidem a b. hyperbolæ ad punctum b. contrapositæ autem c d. ad punctum c. Deinde secabo ipsam b c. per æqualia in puncto f. & ducam e f. quæ erit coniugata diameter ipsi a d. diametro: quandoquidem secat eam, eiusque parallelum b c. per medium in punctis e f. sicut in 16^a primi conico: ostēditur. Et si a d. axis fuerit sectionum: & e f. axis erit secūdus, & sectiones linearū sient ad angulos rectos. Et sicut e f. secat ipsam a d. eiusque parallelos per æqualia: ita & a d. ipsam e f. eiusque parallelos intra sectionū periferias per medium partitur. Nunc veniam ad tangentes. REGULA 4^a. Proponatur sectio conica a g. & in eius periferia punctum a. Volo lineam rectam ducere, quæ sectionem a g. tangat in puncto a. Ducam per punctum a. diametrū sectionis, quæ sit a d. Et per præmissas regulas ipsi a d. coniugatam diametrum g h. secantes se in z. puncto, pro ellipsi & hyperbola: pro parabola verò g h. diametrum a d. Deinde per punctum a. ducam ipsi g h. æquidistantem a k. Igitur a k. ordinata erit ad diametrū a d. & ideo per p^o conclusionem præcedentis, tanget sectionē in puncto a. quod erat faciendum. REG. 5^a. Sed qm̄ in parabola non datur 12^a describendi ordinatam ad datam diametrum, quòd in alijs sectionibus fit per coniugas diametros: utemur alio modo. Sit Parabola a g. cuius diameter a d. Volo lineam ducere, quæ in puncto g. tangat parabolam. Ponatur primum a d. axis, & ducatur ipsi ad rectos linea g d. quæ erit ordinata ad axem. producat̄ ultra verticem axis, ponaturque ipsi d. a. æqualis a e. & ducatur

ducatur recta e g. quæ per 12^a conclusionē præmissi, tanget in puncto g. parabolā, quod fuit faciendum. REG. 6^a. Proponatur & Parabole a g. cuius diameter quælibet e a d. Volo per punctum aliquod periferiæ utpote g. ducere ordinatam ad diametrū a d. Per præmissam Regulam, ducam lineam a x. quæ tangat sectionem in ipso a. extremo diametro. Deinde per datum punctum g. ducam ipsi a x. tangenti æquidistantem d g. quæ per prima cōclusionem præmissi, erit ordinata ad diametrū a d. REG. 7. Si igitur per datū punctū g. tangētē in parabola describere iubeat: ducam diametrum quælibet e a d. & per punctum g. ordinatam ad talem diametrum ex præmissa Regula; quæ sit g d. deinde faciam ipsi d. æqualem a e. Nam, ut antea per axem, e g. tanget sectionem in puncto g. data per 12^a concl. dictam. REG. 8. Detur & extra parabolam a g. punctum quodpiam e. Volo à puncto e. lineam ducere, quæ parabolam a g. tangat. Agam per punctū e. diametrum æquidistantem scilicet axi. quæ diameter sit e a d. & ponam ipsi e a. æqualem a d. & per punctum d. ducam ordinatam ad a d. diametrum a d. quæ sit d g. per antepremissam Regulam. Nam sic recta e g. tanget sectionē in puncto g. per 2^a concl. quod erat faciendū. REG. 9. Sit præterea conica sectio a g. ellipsis vel hyperbole: eius diameter a d. Volo per punctum g. ducere ordinatam ad diametrum a d. Ducam per 2^a vel 3^a Regulam præmissam, ipsi a d. diameter coniugatam diametrum e f. Deinde per punctum g. datum ducam ipsi e f. æquidistantem g d. quæ erit, per 15^a vel 16^a primi conicorum, ordinata ad ipsam a d. diametrum. REG. 10. Esto Ellipsis a g b. & extra ipsam datū punctum e. Volo à puncto e. ducere lineam, quæ tangat Ellipsim a g b. Ducam per e. punctum, per q; z. ellipsis cētrum lineam, quæ secet ellipsim in punctis a b. diameter igitur erit sectionis a b. Dein faciam sicut b e — e a. sic b d — d a. & per punctum d. ducā, p præcedentem Regulā, lineam d g. ordinatam ad diametrum a b. Nam sic, linea e g. tanget periferiam in puncto g. per ult. concl. præced. cap. REG. 11^a. Similiter faciam pro hyperbole, modò punctum e. datum sit inter centrū sectionis & periferiā. secus enim per punctū e. nō posset duci linea tangens sectionem. & per consequēs problema esset impossibile. Cum enim sit sicut b d — d a. sic i a b e — e a. & semp maior sit b d. q̄ d a. oportet, ut & b e. maior sit, quàm e a. Et hæc sint satis circa tangentes.

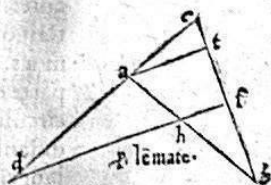
De Non tangentibus contrapositionum. Ca. 6.

QVONIAM Apollonius omnia ferè conicorū demonstrata conatus est in planum redigere, antiquioribus ingeniosior, neglecta conorum descriptione, & aliunde quærens argumenta cogitur per sepe obscuris & indirecte demonstrare id, quod contemplando solidæ figuræ sectionem, apertius & brevius demonstratur. Id nos fecimus in 4^o postremis præcedentis capiti conclusionibus: Idem nunc de Non tangentibus præpositarum locuturi faciemus. Sunt enim Non tangentes, duæ rectæ lineæ se inuicem in centro præpositarum hyperbolarū secantes & utrinque semper magis ac magis in infinitum periferijs approximantes, nunquam verò coincidentes. Et ob id Non tangentes, siue Nō coincidentes appellatæ: de quibus Apollonius in 2^o conicorum locutus est. Nos igitur huiusmodi linearū proprietates demonstraturi hoc præfabimur, duas hyperbolas in duobus rectis conis factas ac similibus triangulis per verticēs conorum ductis æquidistantes similes esse, vt in 6^o conicorum lib. ostensum est. Vnde omni propositione hyperbole similis ac etiā similis & equalis collocari potest in aliquo recto cono, vt ibidem traditur. Ostendemus igitur hic lineas Non tangentes incidere per cœtrum præpositarum, & complecti angulum æqualem angulo verticali trianguli, cui planum hyperbolæ æquidistat. Esto igitur conus basis circulus a b c. vertex f. In quo hyperbole r l s. propositæ similis & æqualis: cuius diameter transuersa k l m n o. Ita vt l n. sit diameter communis ipsius r l s. & suæ contrapositæ inter earum verticēs l n. Quarum plano æquidistat triangulum c f b. cuius basis b i ad rectos secat a c. diametrum basis conicæ basim q̄, Δ^{li} a f c. per axim, in p̄cto c. Vnde rectæ d i r. d b s. tangentes circulum apud b i. puncta concurrēt ad idem punctum cum

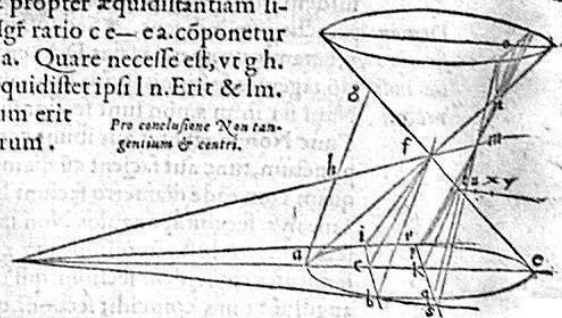
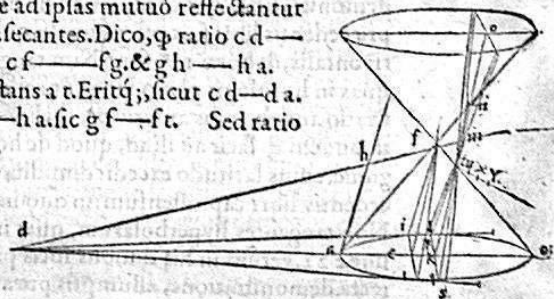


c a. producta, quod punctum sit d. & perinde tam planū ipsum, in quo sunt d b s. b f. lineæ, quàm planum, in quo sunt d i r. i f. lineæ tanget conum. & tales contactus fient super latera conica b f. i f. & communis sectio tangentium planorum, quæ linea recta est, ibit per verticem f. conicū eat, sitq; d f m. occurrens diametro l n. præpositarum apud m. punctum. Cui diametro æquidistat agatur a h g. conicæ superficiē, præpositæ occurrens in puncto g. & ipsam d f. secans in puncto h. Eruntq; lineæ d i r. d b s. tangentes basim conicam apud i b. puncta cōes sectiones planorum tangentium cum ipso basis plano. Sint demum tangentium eorundem planoꝝ cum

cum plano hyperbolarum communes sectiones per m. p̄ctum cūtes & utrinque continuatæ lineæ r m. m s. Quo fiet, vt puncta r s. in quibus dictæ lineæ coincidunt lineis basim conicum tangentibus: & p̄cta p q. in quib. hyperbolæ periferia occurrit periferiæ basis conici: necnon punctum k. in quo basis hyperbolæ siue ordinata p q. secat diametrum a c. hæc inquam quinque puncta sint in vna recta r p k q s. quæ communis sectio est plani facientis hyperbolam cum basi conico. hoc idem intellige per reliqua hyperbola contraposita. Ostendendū igitur est quòd linea d f. continuata secat per æqualia diametru l n. contrapositionum in puncto m. quodque m r. m s. lineæ sunt Non tangentes contrapositionum: ipsumque m. centrum est Sectionum. Lemma. Sed prius hoc lemma ostendendū est. Duæ lineæ sint ab vno puncto c. delapsæ cd. c g. & ab earum terminis aliæ ad ipsas mutuo recte stantur d f g a. se inuicem in puncto h. secantes. Dico, q̄ ratio c d — d a. componitur ex rationibus c f — f g. & g h — h a. Ducatur enim ipsi d f. æquidistans a t. Eritq; sicut c d — d a. sic c f — f t. Itemq; sicut g h — h a. sic g f — f t. Sed ratio c f — f t. cōponitur ex rationib. c f — f g. & f g — f t. Igitur & ratio c d — d a. componetur ex rationib. c f — f g. & g h — h a. quod est propositum. Sed per cōclusionem 13^a antepremissi cap. sicut c d — d a. sic c e — e a. & propter æquidistantiam linearum a g. e f. sic est & c f — f g. Igitur ratio c e — e a. cōponetur ex rationibus c e — e a. & g h — h a. Quare necesse est, vt g h. h a. sint æquales: Cumque a g. æquidistat ipsi l n. Erit & l m. æqualis ipsi m n. Quare m. punctum erit



centrum sectionum contrapositionum. Pro cōclusionē Non tangentium & centri. Superest nunc ostendere, quòd rectæ m r. m s. sunt Non tangentes dictarū sectionum: cōplexæ scilicet angulū æqualē angulo i f b. Nā, per 16^a 11. Eucl. lineæ i f. f b. sunt æquidistantes lineæ r m. m s. pp æquidistantiā planorū: Et ideo p 10^a eiusdē, angulus i f b. æqualis est angulo r m s. & singuli p lineas k m. e f. per mediū secantur. Duā ergo ipsi r s. æquidistantem & ipsi b i. lineam l u. quæ per p̄ Conclusionem ante præmissi cap. tanget sectionem p l q. in puncto l. Eritq; Δ^{li} m l u. æquian^{li} Δ^{li} f e b. Igitur, sicut f e — e b. sic m l — l u. Sit ergo ipsi l u. duplax. Eritq; n l — l x. sicut m l — l u. & sicut f e — e b.



Subiun-

Subiungatur ipsis $n l x$. tertia in proportione continua $l y$. siue longior, siue breuior: Eruntque sicut $\square f e - \square e b$. sic $n l - l y$. Quare per 12^a primi conicorum $l y$. erit recta diameter hyperboles $r l s$. Et $l x$. poterit $n l y$. speciem scilicet sectionis. Et ideo $l u \frac{1}{2}$ ipsius $l x$. poterit quadrantem ipsius speciei. Unde per primam secundi conicorum $m u s$. est Non tangens sectionis, & similiter ostendetur $m r$. ex alia parte esse reliqua Non tangens. Quando autem recta $b i$. diameter est circuli $a b c$. tunc lineae tangentes circulum in punctis $b i$. sunt aequidistantes ad inuicem, & ipsi $h f m$. communi sectioni planorum conus tangentium per 19^a . 11. Eucl. & tunc ipsae $f e n k g a$. lineae sunt perpendiculares ad $a c$. & vtrunque $\Delta \Delta^{10^a}$ $g f a$. $n f l$. isosceles. Et eorum bases $n l g a$. per mediū & orthogonaliter secantur in punctis $m h$. Constat ergo, vt prius, quidquid fuerat proprium. Et in hoc casu demonstratio faciet ad id, quod de horologio meridiano in 3^o capite praecedentis libri fuit ostensum: In quo lineae horariae duae, scilicet horariae, & horae 12^a sunt Non tangentes contrapositarum sectionū, quas in horologii plano tangunt reliquae 22^a horariae lineae. Demonstratio autem casus anterioris, vbi lineae tangentes circulum concurrunt in puncto d . facit ad illud, quod de horologio circuli verticalis in regione, cuius latitudo excedit dimidium anguli recti: fuerat in 4^o praecedentis libri cap. ostensum: in quo interdum duae lineae horariae sunt Non tangentes hyperbolarum, quas in tali horologio tangunt reliquae lineae 22 . verum in his duobus locis praecedentis libri, vbi fuimus in di-
 Demon-
 stratio a-
 lia indi-
 recta.

peractis non indigens. * Sed ipsam indirectam demonstrationem hic repetam, quo apertior fiat. Dico enim rursus ipsam $r m$. ms. lineas esse Non tangentes sectionis ipsius & oppositae ipsumque m . punctū cētrū eae. Nam si $r m$. $m s$. non sunt sectionum $p l q$. & oppositae Non tangentes. Tunc Non tangentes aut ibunt per punctū m . aut per aliud: Si per m . punctum, tunc aut facient cū diametro $l n$. maiores an¹⁰, aut minores, quàm cum eadē diametro faciunt lineae $r m$. $m s$. Si maiores; tunc ipsae $r m$. $m s$. secabunt angulos Non tangentium & nusquam coincident sectioni: quod est impossibile per 2^a 2^1 conicorum. Si minores; tunc Non tangentes coincident sectioni: quoniam omnis linea per punctum m . secans angulum $r m s$ coincidit sectioni, quandoquidem aequidistant ipsi $r m$. vel ms . hoc est ipsi $i f$. vel $f b$. lateri tactus, coincidit conicae superficiei, & perinde sectioni, per 3^a praebulum primi cap. praecedentis libri: quod est absurdum. Si autem non tangentes ibunt per aliud quàm punctū m . tunc aut ipsae contingunt cū diametro $l n$. angulos maiores, quàm cum eadem diametro faciant lineae $r m$. $m s$. aut non maiores.

Sima-

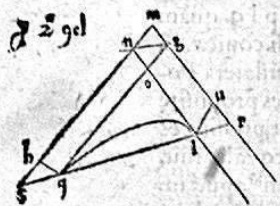
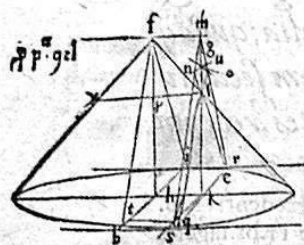
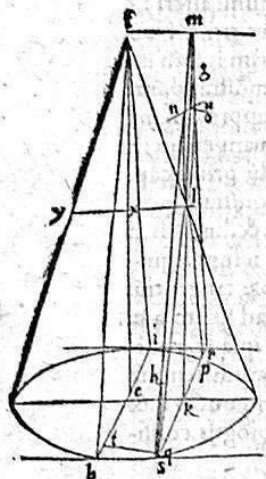
Si maiores, tunc ipsis $r m$. $m s$. aequidistantes & aliae infinitae secantes angulum Non tangentium non coincident sectionibus $p l q$. & contrapositae: quod est impossibile per secundam secundi conicorum. Si non maiores; tunc ipsae Non tangentes protactae secabunt ipsas $r m$. $m s$. atque coincident sectionibus, quandoquidem aequidistant vni dictarum coincidit per dictum praebulum, sectionum alteri: quod est absurdum. Non igitur aliae, quàm ipsae $r m$. $m s$. erunt Non tangentes oppositarum $p l q$. $n o$. Et perinde neque aliud, quàm ipsum m . punctum erit dictarum sectionum centrū. quod erat demonstrandum. Quod enim ipsae $r m$. $m s$. semper magis atque magis approximant superficiei conicae, & perinde periferiae sectionis, & nusquam etiam in infinitum continuatae coincidunt, patet per 4^a praebulum primi cap. in praemisso libro. Rursum ergo via indirecta idem demonstrauimus.

Notandum, quod si conus $a f c$. supponatur scalenus: & linea $b i$. diameter circuli $a b c$. tunc lineae tangentes in punctis $b i$. sunt aequidistantes inuicem & ipsi $h f m$. communi sectioni planorum tangentium. Verum tunc lineae $f e n k g a$. non sunt perpendiculares, ad ipsam $a c$. At quoniam tunc $a c$. per aequalia secatur in puncto e . & ipsa $e f$. aequidistat ipsi $a g$. atque similiter $h f$ ipsi $a c$. iam ideo per primum lemma quarti cap. praemissi, & ipsa $a g$. per aequalia secabitur in puncto h . & $l n$. in puncto m . sicut prius in cono recto. Sed pro horologijs considerantur conus tantum recti.

Quod parallelogramma inter Non tangentes & periferiam locata, sunt inuicem equalia: quodque tam tangens sectionem à tactu, quàm secans eandem à periferia ad Non tangentes, recepta segmenta sunt equalia. Caput 7.

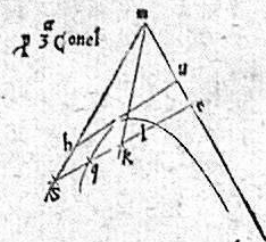
Ad haec demonstranda repeto descriptionem praecedentis cap. Ita vt linea $b e i$. sit diameter conicae basis: & ipsae $i r$. bs . tangentes aequidistantes, & perinde ipsi $f m$. cōi planorum conum tangentium sectioni aequidistantes. Item tam planum $r m s$. faciens hyperbolen $p l q$. quàm $\Delta \Delta^{10}$ $f b i$. inuicem aequidistantia perpendiculariter instet basi conicae. vñ $\Delta \Delta^{10}$ $a f c$. $b f i$. per axem conicū $f e$. ducta erunt inuicem aequalitera. Ponatur autē angulus $a f c$. equalis angulo, quē Non tangentes propositae hyperbolae comprehendunt: Sic enim hyperbole $p l q$. similis erit, propositae, & etiā similis & equalis, si $m l$. huius semid¹⁰ illius semid¹⁰ equalis fuerit. Tum inter Non tangentes & periferiam duo parall¹⁰ eōem an¹⁰ apud m . hūta intelligatur, vñ ad vtricē sectionis equalium laterū $m l n$. altere verò $m g q h$. ostendam quod haec duo parall¹⁰ sunt inuicem equalia, sic

Ducatur in parallelogrammo verticali diameter n u. secans axim hyperboles apud o. eritq; o. centrum parallelogrammi. Ducatur & l x y. æquidistans diametro a c. & per medium secta in puncto x. in Δ^{10} b f i. & eidem æquidistans in basi conico, linea q r. incidens ipsi b c. apud t. punctum. Iam enim, quia conus est rectus, erunt $\Delta\Delta^{12}$ f l y. m. n. u. similia. Sed illius latera dupla sunt laterum huius:



quandoquidem fx. perpendicularis, hoc est ml. dupla est ipsius m o. perpendicularis: quare n u. tota æqualis ipsi xl. dimidiæ basi. Sed per 8^a. sexti elementorum, b r. t q. r. i. sunt continue proportionales. Igitur & s q. n u. q r. singulæ videlicet illis singulis æquales sunt etiam continue proportionales, bases quidem $\Delta\Delta^{10}$ s q h. n u. m. q r g. similibus. quare & tria correlatiua eorundem latera eodem ordine continue propor^{ta} erunt, scilicet q k. u m. qg. Itaque parall^{la} m g q h. m n l u. inuicem æquiangulorum reciproca sunt latera: hoc est, sicut q h — u m. sic iam m n — q g. Nam m n. u m. æquales. Et ideo, per 13^a. sexti elementorum, parall^{la} m q. m l. inuicem æqualia erunt. Similiter ostendam, quod omne parall^{la} inter Non tangentes & periferiam coaptatum, æquale erit verticali parallelogrammo æquilatere. Vnde sequitur, vt omnia duo parallelogramma inter Non tangentes & sectionem sic locata sint inter se æqualia. quod fuit primum ex propositis. *Coroll.* Quare necesse est, vt quod sub vnus huiusmodi parallelogrammorum lateribus, æquum sit ei, quod sub reliqui lateribus continetur, rectan^{la}. quod Apollonius in 12^a. 2ⁱ demonstrauit. I I. Exponantur nunc in plano Non tangentes s m. m r. earumque hyperbole p l q. Et recta linea s q l r. secet Non tangentes quidæ apud r s. sectione verò apud q l. dico, quod s q l r. æquales erunt. Compleantur enim parallelogramma mn l u. m g. q h. quæ, sicut dudum ostensum est, æqualia inuicem erunt. Commune auferatur parallelogrammum m n o g. & supererunt parallelogramma n o q h. g o l u. inuicem æqualia. Quare per 13^a. sexti. erit sicut n o — o g. sic o l — o q. Igitur m g — m n. sicut h q — h s. cum $\Delta\Delta^{12}$ q o l s h q. sint similia & proportionalium laterum: & sicut u r — u l. similit enim dictū Δ^{16} l u r. Sed m g. h q. æquales: & mn. ul. æquales: Igitur

Igitur $\Delta\Delta^{12}$ m g n. h q s. u r l. inuicem sunt æquilatera: et ideo s q. l r. eorum bases æquales: quod fuit vltimum ex propositis. et est 8^a secundi. Denique tangat h z u. hyperbolæ q l p. apud z. punctum. coincidens periferiæ apud puncta h u. Dico demum, quod h z. z u. æquales erunt. Ducatur enim per m. centrum et z. punctum contactus recta m z k. ipsique h u. tangenti æquidistans, s q k l r. coincidens Non tangentibus apud r s. periferiæ verò apud q l. puncta. Eritque per primam Concl. quarti cap. huius lib. tam h z u. quàm et ipsa s k r. ordinata ad diametrum m z k. diameter enim est m z k. cum eat per m. centrum sectionis. Itaque æquales erunt q k. k l. quandoquidem diameter omnem ordinatam per æqualia secat: æquales item sunt s q. l r. vt dudum ostensum est: igitur et totæ s k. k r. inuicem æquales erunt. Sed



sicut s k — k r. sic h z — z u. propter æquidistantiam ipsarum h u. s r. ergo et ipsæ h z. z u. æquales. quod demonstrandum supererat. et est tertia secundi. Quæ quidem alio ordine, modoque in secundo conicorum ostenduntur.



Libri tertij Finit.

In monasterio S. Mariæ
à parte 19. Iulij die,
Q. 11. Indictionis,
1553.

