rizontem in meridiano per gradus 7 $\frac{1}{2}$. Tanta est igitur earum vrbium
in gradibus distantia: mensurata verò stadiis, habet stadiorum quinque
millia : vt ait Posidonius. Sed cum talis distantia 7 $\frac{1}{2}$. graduum, sit pars
quadragesima octaua totius circuli; iam 5000. stadia quadragies octies
multiplicata, exhibebũt totũ ambitũ per stadia, scilicet stadia 240000.
Cum verò stadia 8. milliarium constent; diuisa in 8. præstabũt milliaria
30000. posito, scilicet passu quatuor pedum. Cui si dentur quinq; pe-
des, tũc fient milliaria 24000. Hæc Posidonii obseruatio indicat, Rho
di latitudinem esse graduum 38 $\frac{1}{2}$. cum Alexandriæ latitudo per Pto-
lemæum suum ciuem proculdubio habeat gradus 31. quarum differẽ
tia sit graduum 7 $\frac{1}{2}$. Et est error notandus in Ptolemaicis numeris cir-
ca latitudinem Rhodi, quæ ponitur graduum 36. Hoc idem confirma-
tur per certissimam hydrographorum descriptionem. Quoniam à fre-
to Siculo directè versus Orientem nauigantes relinquunt Gnidum, &
Ielyssum vrbem Rhodi: (vbi incipit apparere Canobus) versus Septen
trionem. Porrò fretum Siculum, cui adiacet Messana, habet in nume
ris Ptolemæi latitudinem graduum 38 $\frac{1}{4}$. sicut & nos obseruauimus :
maiorem ergo necesse est Gnidi & Ielyssi latitudinem. Adducam nunc
aliud exemplum, per distantiam duarum ciuitatum Alexandriæ & Sye
nes: cuius latitudo habet gradus 23. m̃. 51 $\frac{1}{3}$. quanta est maxima Solis
declinatio secundùm Ptolemæum. Cum autem latitudo Alexandriæ
(vt dictum est) sit graduum 31. sintq; vrbes sub eodem meridiano : iã
earum distantia fiet graduum 7. m̃. 8 $\frac{2}{3}$, hoc est, graduum ferè 7 $\frac{1}{7}$. in
stadiis autem mensurata, fit quinq; millium stadiorum : quæ diuisa in
7 $\frac{1}{7}$. exhibẽt 700. & tot stadia debentur vni gradui. Vnde totus ambitus
comprehendet stadia 252000. Quibus per 8. diuisis, exeunt milliaria
31500. dum passus supponitur pedum quatuor. Si verò passus habeat
pedes quinq;, fiet milliaria 25200. Atq; ita gradus poscet milliaria 70.
Hæc est obseruatio Eratosthenis.

Globi terrestris diametrum sciscitari. Terræ ambitum ex præceden
21 ti cognitum multiplica per 7. & productum partire in 22. exibit enim
inde diameter. Exempli gratia: Terræ circuitus habet secundùm Erato-
sthenem milliaria 25200. Hunc numerum multiplica in 7. & produco
176400. Quod productum partior per 22. & prodeunt ex diuisione
8018 $\frac{2}{11}$ & tot milliaria complectitur diameter globi terrestris. Semi-
diameter autem milliaria 4009 $\frac{2}{11}$. Ptolemæus autem ponit ambitũ
terræ milliariũ 22500. Alfraganus verò & Tebit. 20400. Hipparchus
34625. Neq; alia est discrepantiæ causa, quàm diuersitas mensuræ, qua
vtuntur. Nam qui ponit plura milliaria, vtitur minore passu. quemad-
modum latius in dialogis Cosmographiæ tradidimus.

22 Quod si semidiameter ducatur in dimidium ambitus, producetur

plana

plana superficies circuli maximi terrestris. Quæ si quadrupliceiur, vel
si diameter in totum ambitum ducatur: producetur sphęrica superfi-
cies globi. Quæ demum in trientem semidiametri multiplicata, produ-
cet globi soliditatem siue corpulẽtiam. Item notandum quòd circulus
ad Quadratum suæ diametri se habet, sicut 11. ad 14. Sphæræ verò so
liditas ad cubum sphęricæ diametri, sicut 11. ad 21. Verũ hæc & alia
huiusmodi pertinent ad geometriam.

Hinc magnitudo molis terrestris coniici poterit: & simul certissimè 23
concludi multo maiorem esse terræ, quàm aquę corpulentiam; & pro-
culdubio decipi aliter sentientes. Verùm de magnitudinibus terræ, lu
minarium, astrorum & distantiis scripsere Aristarchus, Ptolemæus, Al-
fraganus, Tebitius, & alii recentiores. Quorum sententias nos in sum-
mam collegimus, & in calce Cosmographiæ dialogorum exarauimus.

Cognitis autem duorum locorum longitudinibus ac latitudinibus, 24
& quantum ab his singulis distat tertius locus; poterit ex distantiis pę
pendi longitudo ac latitudo tertii loci. Idq; per scientiam triangulorũ
sphæralium. Vel si distantiarum arcus parui sunt, vti possumus geo-
metria linearum rectarum: sicut in calculo Eclypsium, pro minutis ca-
sus, per latitudines ac visuales diametros, supputandis, propter parui-
tatem arcuum facere consueuimus. Id idem intellige, si per loca dua-
rum stellarum cognita, & earum distantias ad tertiã, volueris & ipsius
tertiæ locum in longitudine & latitudine indagare. Vnde Corollarium *Corol.*
illud infertur Ioannis Regimontii magnum. Si duarum stellarum tan-
tum, aut ciuitatum constet longitudo ac latitudo, omnium verò distan
tiæ inter se notæ sint; notescent etiam singularum longitudines ac lati
tudines, stellarũ scilicet respectu zodiaci: ciuitatũ verò, respectu Aequi-
noctialis. Sed hæc satis, quo ad locupletandam practicam Quadrãtis.
Nam scientia triangulorum planorum, quo ad speculationem, in ele-
mentis Sphæralium in Sphæricis. Quo ad praxim & calculum, in quę
stionibus Arithmeticis & geometricis, ac simul Astronomicis copiosè
traditur. Nunc libanda est instrumentorum reliquorum maximè com
munium materia.

DE ASTROLABI THEORIA ET FABRICA.

DE astrolabo multi tum veteres, tum recentiores scripsere. Mes-
sealla fabricam instrumenti huius, vsumq; satis tradidit, parcius
autem speculationem. Hanc dum Ptolemæus explicat in Planisphæ-
rio, lectorem laborioso calculo fastigat potius, quàm docet. Nicepho-
rus & Proclus apud Græcos adeò sunt obscuri & mutili, vt vel ipsi nõ
intellexisse speculationem, vel intellectam exprimere nescisse iudicẽtur.

Solus

Solus Iordanus videtur attigiſſe theoriam: quæ tota ferè ex Apollonii Conicis propagatur. De Stoflerino nihil audeo dicere: nemo enim negare poteſt tam fabricam, quàm vſum ab eo luculenter traditum. Miror tamen Ptolemęum, ſicut Theodoſii ac Menelai, ita & Apollonii ſtudioſum, in tali negocio (quod in Speculi Vſtorii libello fecit) Conicorum doctrina non vſum: præſertim, cum ex geminis eius concluſionibus tota ſpeculatio Aſtrolabi dependeat. Id nos paucis, ad ingenioſorum ſatisfactionem, in hoc Enchyridio exequi conabimur. Ita vt ex hoc fabrica & vſus facilius lectoribus innoteſcat.

SI polus Sphæræ Septentrionalis tangat planum: tunc, quoniam axis Sphæræ perpendicularis eſt plano, locus omnis ſtellæ, vel puncti in ſphærica ſuperficie conſtituti proiicitur in planum per lineam à reliquo polo per ſtellæ centrum punctumue propoſitum ductam.

Vnde manifeſtum eſt, quòd polus Septentrionalis in plano eſt ipſum punctum contactus. Cætera verò puncta & loca ſtellarum ſphæricæ ſuperficiei, in planum alicubi (hoc eſt in aliquo puncto, proiecta terminantur: excepto duntaxat meridionali polo, qui nuſquam in plano apparet.

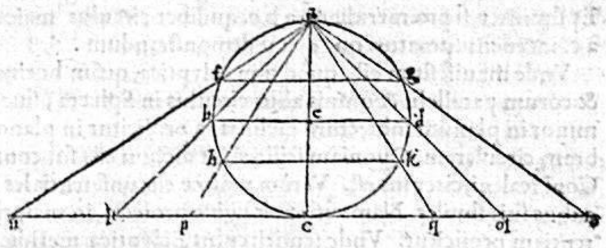
Quod, ſi lumen à meridionali polo radiare intelligatur: tunc vmbrę circulorum per dictum polum in ſphærica ſuperficie deſcriptorum in planum proiiciuntur per lineas rectas. Nam plana ſuperficies in cultrum ſpectata, per quam ſcilicet iacentes feruntur viſuales radii, tanquam recta linea viſui apparet.

Vnde manifeſtum eſt, quòd Meridianus, Coluri, & omnes declinationum circuli (qui ſub polo degentibus ſunt altitudinum circuli) & omnis horizon rectus, repręſentatur in plano per lineas rectas ſe inuicem in puncto contactus interſecantes. Item omnis circulus minor, per polum meridionalem (ſicut prædicti) in ſuperficie Sphæræ deductus, in rectam quoq; proiicitur lineam in plano, ſed extra polum contactus ductam.

Circulorum autem in eadem ſphærica ſuperficie deſcriptorum, & plano tangenti æquidiſtantium vmbræ in ipſum planum proiiciuntur in circulos concentricos, & commune centrum in puncto cõtactus habentes. Verùm circulus polo meridionali propinquior in maiorem periferiam proiicitur, & vmbræ circunferentiarum ſunt ipſis circũferentiis ſimiles. Nam ſi recta à polo dicto indefinita per circunferentiam alicuius ex dictis circulis in Sphæra, ſemel circunducatur, Conũ nectum rectum deſcribet. Et perinde planum ipſi circulo (qui baſis conicus eſt) æquidiſtans circulum in cono, quem ſecat, facit: ſicut in conicis oſtenſum eſt.

Vnde manifeſtum eſt, quòd Æquinoctialis, horizon pro vertice polum

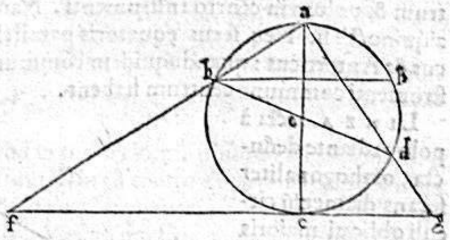
ſum habens, duo Tropici, circulus arcticus, antarcticus, & omnes eorum paralleli ſiue per Solem, ſiue per Stellas, aut quæcunq; puncta in Sphæræ ſuperficie deſcripti, & Climatum, prædicto modo in planum tãgẽs proiecti, vmbras faciunt circulares, hoc eſt circulos concẽtricos, & commune centrũ in



polo contactus (quod eſt Aſtrolabi centrum) habentes. Verùm hanc circulorum proiectionem Aſtronomi terminant in Tropico Capricorni, pro vſu inſtrumenti: ne deſcriptio moderatum excedat terminum.

Vt ſi Sphæra intelligatur a b c d. in qua polus meridionalis ſit punctum a. Centrum Sphæræ e. Axis Sphęræ a e c. Polus borealis & pũctum contactus in plano ſit c. Diameter æquinoctionalis b e d. cuius vmbra plano erit l c m. Hyemalis Tropici diameter f g. Et eius vmbra n o. quæ terminat limbum inſtrumenti. Diameter æſtiui Tropici h k. Cuius vmbra p q. recta. Quæ diametri, ſicut & omnium parallelorum ſunt inter ſe æquidiſtantes. Quòd autem vmbræ in plano ſimiles ſint ſuis periferiis, patet per collationem & æqualitatem triangulorum ſub lineis radialibus & chordis arcus ſubtendentibus contentorum.

Obliquorum quoque circulorũ in Sphęra exiſtentium vmbræ in planum ſubiectum circulares proiiciuntur. Intelligat in meridiani a b c. planitie circulus ſiue maior, ſiue minor in planũ ſubiectum obliquus: cu-



ius diameter b d. & plana ſuperficies in rectum inſiſtens ipſi meridiano. Dico, ꝙ talis circuli vmbra in planũ tangens proiecta circulus eſt. Producantur enim radiales lineę à polo meridionali a. vſq; ad planũ tangens. rectę a b f. a d g. Et agatur ipſi f g. parallelus b h. Eritq; angulus f. æqualis angulo a b h. & perinde angulo a d b. (quia ſuper æquos arcus a b. a h. ſunt) & ideo ſimile eſt triangulum a f g. triangulo a d b.

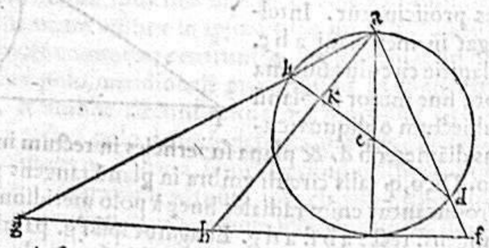
a d b. Quam ob rem, in cono, cuius vertex punctum a. baſis autem circulus b d. planum ſubiectum ſubcontrariam facit ſectionem ipſi baſi. Et perinde ſectio in plano facta (quæ vmbra eſt baſis circularis b d.) circulus eſt, cuius eſt: cuius diameter f g. ſicut in Conicis oſtenſum eſt. Et ſimiliter, ſi pro meridiano a b c. quilibet circulus maior per polos a c. incedens ſumatur. quod erat demonſtrandum.

Vnde manifeſtum eſt, quòd tam eclyptica, quàm horizon obliquus & eorum paralleli, & omnis alius circulus in Sphæra, ſiue maior, ſiue minor in planum ſubiectum inclinatus, proiicitur in plano ipſo in vmbram circularem. Quoniam ſcilicet (vt dictum eſt) ſubcontraria ſectio Coni ſcaleni, circulus eſt. Verùm vmbræ circunferentiales non ſunt arcubus ſuis ſimiles. Nam vmbra longius proiecta, in maiorem circunferentiam proiicitur. Vnde ſemicirculus Eclypticæ meridionalis proiicit vmbram in plano ſemicirculo maiorem: borealis verò minorem. & circunferētia vmbræ Capricornum repręſentans maior eſt, quàm duodecima pars circuli. Cancrũ verò repręſentans vmbra, eſt minor, quàm duodecima pars. Signa verò à Solſtitio ęqualiter remota proiiciunt arcuales vmbras æquales. Quæ omnia ſequuntur ex collatione triangulorum ſub lineis radialibus & chordis arcus ſingulos ſubtendentibus contentorum: & ex eorum inæqualitate, aut æqualitate.

Circulorum in Sphæra plano ſubiecto ęquidiſtantium vmbrę in plano ipſo circulares, tam centrum, quàm polum ſortiuntur in ipſo contactus puncto, qui polus eſt Sphęrę, & Aſtrolabii centrum. Patet hoc, quoniam axis Sphæræ eſt talium circulorum communis axis & communes poli. ſicut in antepręmiſſa fuit oſtenſum.

Vnde horizon habens pro zenit ipſum mundi polum ſortitur centrum & polum in cenrro inſtrumenti. Namq; eſt vnus & idem cum æquinoctiali. Nec ſecus ęquatoris paralleli, ſcilicet Tropici, Arcticus & Antarticus: quandoquidem communes polos, & in plano inſtrumenti commune centrum habent.

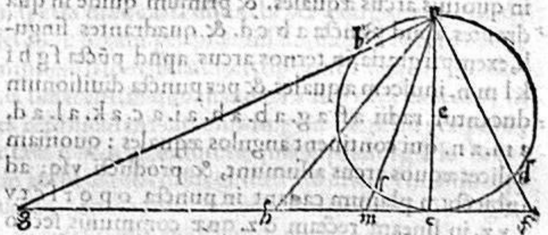
LINEA recta à polo radiante deducta, orthogonaliter ſecans diametrũ circuli obliqui maioris in Sphæra deſcripti, cadit in centrũ vmbræ circularis dicti circuli, in plano: & eſt ęqualis ſemidiametro ipſius vmbræ.



Vt, ſi in plano meridiani a b c d. intelligatur diameter circuli ad planum ſubiectum inclinati, quæ

quæ ſit b d. quam linea recta a k h. orthogonaliter ſecans in puncto k. cadat in punctum h. in plano. Dico tunc, quòd punctum h. eſt centrũ vmbræ circularis à circulo b d. in planum proiectę. Producātur enim rectæ a b. a d. in planum ad puncta f g. cadentes: eritq; f g. diameter circularis vmbræ proiectæ. Namq;, vt in antepręmiſſa oſtenſum eſt, triangulum a b d. ęquiangulum eſt triangulo a f g. & perpendiculares a c. a k. diuidunt dicta triangula ſingula in bina triangula ſibi inuicē & totis ſimilia. Hinc ſequitur, vt anguli a g h. g a h. ſint æquales: & ideo, vt lineę g h. h a. ſint ęquales. Item ſequitur, vt anguli a f h. f a h. ſint ęquales. & perinde lineæ f h. h a æquales. Igitur centrum circuli g f. (quæ eſt vmbra circuli b d. proiecta in planum) erit punctum h. & ipſa linea a h. quę indicat centrum ęqualis ipſis g h. h f. Semidiametris ſingulis: ſicut demonſtrandum proponitur.

Recta verò, quæ angulum ſub radiis per extrema diametrorum ductis comprehenſum per æqualia diuidit, producta in planum cadit in polum circularis vmbræ in ipſo plano factę. In eadem enim deſcriptione angulum b a d. per ęqualia diuidat linea a l m. cadēs in planũ ad pũctũ m. Dico iã, punctum m. polus eſt circuli in planum proiecti: cuius diameter f g.



Nam, cum anguli b a l. l a d. ſint ęquales, erunt ſuſceptę ab eis periferię b l. l d. ęquales. cumq; l. punctum in ſemicirculo b l d. medium ſit polus circuli b d. ſecantis ipſum a b c. circulum orthogonaliter; iam & punctum m. in plano, in quod cadit a l. linea erit polus circuli proiecti.

Vnde manifeſtum eſt, quòd in omni circulo obliquo ad planum ſubiectum, vmbra proiecta polum habet à centro diuerſum. Sequitur hoc Corollarium ex præſenti & præmiſſa: quoniam centrum & polus determinantur à diuerſis lineis. Verùm præſens propoſitio cum Corollario verificatur etiam de circulo minori: quandoquidem circulus maior cum ſuis parallelis habet communes polos: & paralleli obliqui centra ſemper à polo diuerſa. Item linea poli circuli maioris per æqualia diuidit angulum ſub lineis centrorum circuli dicti & Aſtrolabi contentum, hoc eſt angulum h a c. Item ſi in circulo a b c. capiatur pũctũ n. diametraliter oppoſitum pũcto l. erit l e n. axis circuli b d. cuius vmbra

bra proiicitur in plano. & ideo n. polus reliquum talis circuli. Quare linea recta a n. producta cadet in planum, & indicabit ipsum polum in plano.

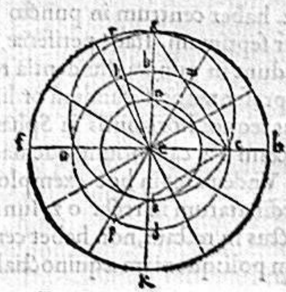
Vnde patet, quòd tam duo radii a b. a d. terminantes diametrum circuli obliqui maioris, quàm duo radii l a. a n. indices polorum in plano, continent angulum rectum.

Circvli per polũ radiantem in Sphæra incedentis (qui recti lineam vmbram proiicit) æquales periferiæ per radios, sub quibus æquales anguli cõprehenduntur, in spacia inæqualia in subiectũ planum proiiciuntur: quorum à contactu remotius maius est. Duo autem spacia æque à contactu remota sunt æqualia: siue ille circulus sit maior, siue minor. Sit polus radians punctum a. & circulus per eum ductus a b c d. centrum e. Punctum, in quo Sphæra planũ tangit c. Secetur circulus a b c d in quotuis arcus æquales. & primùm quidẽ in quadrantes, apud puncta a b c d. & quadrantes singuli, exempli gratia, in ternos arcus apud pũcta f g h i k l m n. inuicem æquales. & per puncta diuisionum ducantur radii a f. a g. a b. a h. a i. a c. a k. a l. a d. a m. a n. qui continent angulos æquales: quoniam scilicet æquos arcus assumunt, & producti vsq; ad subiectum planum cadant in puncta o p q r s t v x y z. in lineam rectam o z. quæ communis sectio est plani circuli a b c. cum plano subiecto. Iam ostẽdendum est, quòd spacia o p. p q. q r. r s. s c. & totidem reliqua, sunt inter se inæqualia, in quæ scilicet quasi vmbras proiiciuntur arcus ęquales, singuli singulas. hoc est, quòd spacium o p. maius est spacio p q. & hoc maius spacio q r. & hoc maius spacio r s. & hoc demum maius ipso s c. Nam per tertiam sexti elemetorum: sicut a q. a d. ipsam q r. sic est a s. ad ipsam r s. cunq; a q. sit maior, quàm a s. erit & q r. maior, quàm r s. Et similiter de duobus cæteris collateralibus spaciis ad eandem partem puncti c. ostẽdã. Bina verò spacia s c. c t. & bina sequentia quęque à puncto c. ęqualiter remota, erũt inter se ęqualia, propter æqualitatem laterum in triangulis. Quod erat demonstrãdum. Sed nota, quòd si a b c. est circulus maior in Sphæra; ipse tanget planum in puncto c. & centrum commune cum ipsa Sphæra habebit

bit e. punctum. Si autem circulus a b c. ponatur minor, tunc non tanget planum: sed habebit c. punctum plani inter puncta proiecta sibi proximum.

Vnde manifestum est, quòd tam meridianus, quàm Colurus Solstitialis, & æquinoctius, & quàm horizon rectus, & circuli per polos mundi, qui diuidunt æquinoctialem, & sunt circuli altitudinum sub polo degentibus, & habentibus pro horizonte æquinoctionalem: & quàm omnis circulus minor incedens per polum inspectorem, proiiciuntur in planum subiectum in vmbram linearem rectam: & eius circuli partes seu arcus æquales in spacia inæqualia & correlatiua, sicut ostensum fuit.

Horizon habens pro vertice polum mundi: qui & vnus & idẽ est cum æquatore, diuiditur per circulos magnos per vtrunq; polum ductos. Qui proiiciuntur in planum subiectum per lineas rectas se inuicem in astrolabi centro secantes, & æquatorem ac omnem eius parallelum in arcus æquos partientes. Periferiæ autem diuidentium circulorum, proiiciuntur in spacia inæqualia distincta per æquatorem, eiusq; parallelos. Constat hoc totum per præmissam, eiusq; corollarium, & per tertiam. Exemplum habes in hac descriptione: in qua circulus a b c d. est æquator. e. centrum: in quo diametri a c. b d. & cæteræ se inuicem intersecantes repræsentant circulos singulæ singulos per polũ, vel zenit ductos: & tam ipsum æquatorem, quàm ipsum f g h k. & ipsum n o. Tropicos in arcus æquos distinguunt. Itẽ arcus l b. b m. d p. singuli, æquales maximę declinationi zodiaci. Meridiana linea g k. vmbra meridiani. Cui recta c m g. occurrit in puncto g. & ipsa c l. in pũcto n. Item c p. in puncto o. per punctum g. incedet periferia tropici hyemalis. Per puncta n o. Tropicus æstiuus. Sic enim seruatur quantitas angulorum sub lineis radialibus contentorum: sicut tertia propositio in suo processu & lineamento docuit. Qui Tropici cum æquatore concentrici sunt. Et quoniam p a m. arcus est semicirculus, iam angulus g c o. rectus est: quẽ continẽt radii c g. c o terminantes g o. diametrũ zodiaci a g c o. per puncta Solstitialia g o. & per puncta æquinoctialia a c. incedentis. Quæ quidẽ lineę radiales in lineam meridianam incidentes deduci à puncto h. in periferia extremi Tropici, sicut postea declarabimus. Siquidẽ recta linea h b. ipsi c l. iam æquidistãs & producta abscinderet de tropico arcum g r. æquale maxime declinationi.



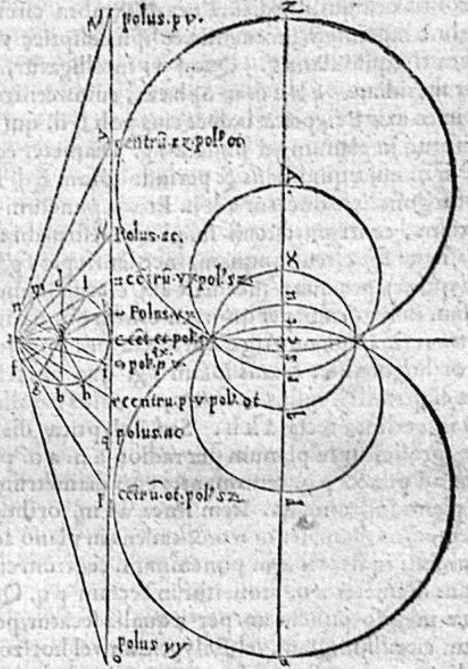
Quare linea h r. oſtenderet in linea meridiana punctum b. per quod ducenda eſt periferia æquatoris.

RECTVS horizon, qui in Aſtrolabo repręſentatur per colurum æquinoctiorum (quæ in plano ipſo inſtrumenti linea recta eſt) diuiditur per circulos ductos per vtrunq; ipſius polum in æquatore dimetraliter conſtitutos): de quorum numero eſt meridianus, qui proiicitur per lineam rectam alterius coluri. Et ipſe æquator habens centrum in ſectione rectarum, & circulorum proiectorum in planum & diuidentium lineam rectam horizontalem minimus. Et ipſius horizontis recti æquales periferiæ proiiciuntur in ſpacia ordinata, quemadmodum in antepræmiſſa oſtenſum eſt: quæ ſunt partes dictæ rectę horizontalis: quæ tranſit per centra circulorum. Quorum tam periferiæ, quàm centra & poli cadunt in puncta diuidentia. Repeto deſcriptionem antepręmiſſę, in qua circulus a b c d. repręſentet horizontem rectum diſtinctum, exempli cauſa, in arcus æquos duodecim. per quorum puncta diuiſionum ducantur circuli ſex. in primis videlicet meridianus a c. proiectus in rectam, quæ ſecat ipſam o z. quæ vmbra eſt horizontis recti in plano, orthogonaliter Secundus Aequator, cuius diameter b d. & eius proiectio in planum q x. Item alij quatuor circuli: quorum diametri in plano horizontis recti ſunt f k. g l. h m. i n. & quorum ſemi circuli proiecti in planum aſſumunt ſpacia c t. p v. r y. ſ z. Quam ob rem, per ſecundam meridianus (vt dictum eſt) proiicitur in rectam. Aequator autem, cuius diameter b d. per quintam habet centrum, polumq; in puncto c. contactus. Reliqui autem quatuor, ſcilicet circulus, cuius diameter f k. proiectus in ſpacium o t. in plano habet cētrum in puncto p. per ſextam, polos autem in punctus r y. per ſeptimam. Circulus, cuius diameter g l. proiectus in ſpacium p v. in plano habet centrum in puncto r. per ſextam, polos autem in punctis ſ z. per ſeptimam. Circulus, cuius diameter h m. proiectus in ſpacium r y. habet centrum in puncto v. per ſextam, polos autem in punctis o t. per ſeptimam. Circulus demum, cuius diameter i n. proiectus in ſpacium ſ z. habet centrum in puncto y. per ſextam, polos autem in pūctis p v. per ſeptimam. Itaq; periferiæ, centra, & poli circulorum diuidentium, cadunt in puncta diuidentia rectæ o z. in plano hic rectum horizontē repręſentantis, ſecundùm ordinatam diſtinctionem radiorum per arcus æquos horizontis in Sphæra deſcripti ductorum, & in planum ad rectam o z. cadentium: quemadmodum demonſtrandū proponebatur.

Vnde patet in hoc exemplo, quòd in vndecim punctis diuiſionum ordinatarum in recta o z. ſunt quinq; centra, nam meridianus proiectus in rectam, non habet centrum, vel habet in puncto c: Et vndecim poli: quoniam æquinoctialis in plano habet vnum polum b. & cę-

teri

teri quinque circuli ſinguli binos polos. Similiter procedere potes, ſi rectus horizon adhuc in plures æquas diuiſiones partiatur. Nam multiplicatis diuiſionibus, multiplicantur circuli, & perinde centra & poli. Paralleli autem circuli habent eoſdem polos cum ſuo maiori.



SICVT autem linea recta meridiana, ſiue recti horizontis, (quæ in plano aſtrolabij coluros repręſentant, & ad rectos angulos ſe inuicē in centro ſecant) diſtinguitur, ut dictum eſt, in ſpacia ordinata per radios, qui comprehendunt angulos æquales in periferia meridiani, ſiue recti horizonti in cultrum erecto ſuper planum Aſtrolabij: Sic etiam eadem linea meridiana, uel recti horizontis in planitie inſtrumenti, diſtingui poterit per diuiſionē circuli in planitie dicta iacentis; ut puta per diuiſionem Aequinoctialis, aut Tropici extremi, ut in antepręmiſſa dictum eſt. Item ſimiliter linea recta, quæ in plano Aſtrolabij ducitur per centra circulorum diuidentium Eclypticam, uel horizontem obliquum, per eius polos incedentium; poterit diſtingui per diuiſionem circuli medij inter ipſos diuidentes, & habentis centrum in linea meridiana. Sic enim producentur radij æquas periferias aſſumentes, & eiuſdem ordinatæ proportionis ſpacia in linea diuidenda ita, ut in diuiſionum puncta cadant periferiæ, centra & poli circulorum diuidentium, quemadmodum canones fabricæ præcipiunt.

ITAQVE, quoniam tam Eclyptica, quam horizon obliquus (ut dictum eſt) diuiditur per circulos per utrumque polum ſuum ductos; idcirco, iam ſicut diuiſimus in antepręmiſſa horizontem rectum, ſic &

 Eclypticam

Eclypticam & horizontem obliquum distinguemus : hoc excepto, quòd linea recta, quę in ipso plano Astrolabi per centra circulorum diuidentium ducta, in distinctione horizontis recti, repręsentat ipsum horizontem rectum: In distinctione autem Eclypticæ, aut horizontis obliqui, prædicta linea est vmbra circuli per polum radiantem incedentis, & ipsi eclipticę vel horizonti æquidistantis. Quod vt intelligatur, ponatur meridianus a b c d. in Sphæra, cuius centrum e. & in eo axis Eclypticæ b d. & eius poli b d. qui proijciuntur in planum ad puncta f g. Diameter eclypticæ n o. cui æquidistans & perinde ipsum b d. secans orthogonaliter ducatur a k h. Eritq; punctum h. per sextam, centrum circuli in plano Astrolabi : cuius diameter f g. circuli, inquam, incedentis per f g. polos eclypticæ, per quos incedent alij circuli diuidentes ipsam Eclypticam: per quorum centra omnia incedit linea recta in plano Astrolabi ducta per punctum h. & orthogonaliter secans ipsam f g. quæ linearis vmbra est paralleli ipsius Eclypticę: in cuius paralleli plano iacet linea recta a k h. Sed Eclypticæ diameter n o. proiicitur in planum per radios a n. a o. productos ad puncta p q. terminantes eius diametrum. p q. in plano instrumenti. Item linea a l m. orthogonaliter secans diametrum n o. & cadens in plano ad punctum m: indicat ipsum punctum m. centrum circuli, cuius diameter n o. proiicitur in rectam p q. Quippe quæ in ipso puncto m. per æqualia secatur, per sextam. circuli, inquam, vel Eclypticam vel horizontem obliquum repræsentantis: cuius axis (ut diximus) b d. poliq; b d. Hoc itaq; pacto diuidetur tam Eclyptica, quàm horizon obliquus per circulos per utrunq; polum ductos. qui Arabicè azimut uocantur.

PARALLELI autem circulorum maiorũ ducuntur per terminos diuisionum in linea meridiana : & singuli centrum habent in medio puncto sui diametri. Ex quibus quidem parallelis vnus, qui incedit per polum radiantem, proiicitur in lineam rectã, quæ transit in plano Astrolabi per centra circulorum descriptorum per polos ipsius circuli maioris & ipsum diuidentium. Cæteri verò paralleli proiiciuntur in vmbras circulares hinc & inde à

dicta

dicta recta polum ipsius circuli maioris circumambientes, nec concentricos, propter inæquales differentias diametrorum. Inspice pręcedẽtis descriptionem, in qua circulus a b c d. repræsentat meridianum: in quo b d. sit axis horizontis obliqui: cuius poli b d. proiiciuntur in planum subiectum ad puncta f g. Cumq; n o. sit diameter ipsius horizõtis, iam radij a n. a o. producti, (vt dictum est) indicabunt in plano puncta p q. per quæ incedet periferia horizontis in planum proiecta.

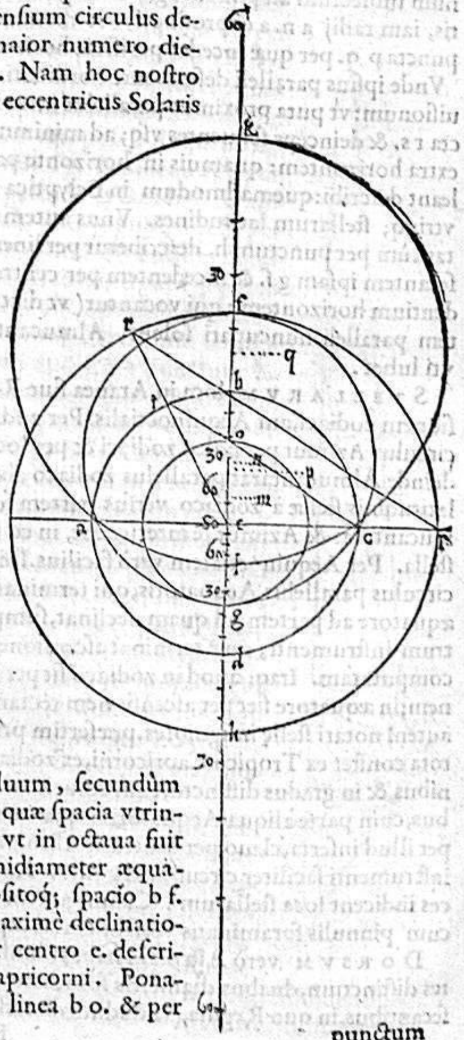
Vnde ipsius paralleli describentur ordinatim per sequentia puncta diuisionum: vt puta proximus parallelus intra ipsum horizontem per pũcta r s. & deinceps sequentes vsq; ad minimum circa polum f. Ita & extra horizontem: quamuis in horizonte paralleli exteriores non soleant describi: quemadmodum in Eclyptica fieri solet ad distinguẽdas vtrinq; stellarum latitudines. Vnus autem exteriorum parallelorum tantùm per punctum h. describetur per lineam rectam orthogonaliter secantem ipsam g f. & incedentem per centra polosq; circulorum diuidentium horizontem : qui vocantur (vt dictum est) Azimut. Ipsi autem paralleli nuncupari solent, Almucantarat, si Arabinis terminis vti lubet.

STELLARVM loca in Aranea siue Reti statuentur aut per diuisionem zodiaci, aut Aequinoctialis. Per zodiacum scilicet, vt ducatur circulus Azimut per polos zodiaci & per locum longitudinis Stellæ. & deinde Almucantarat parallelus zodiaco abscindens de azimut arcum latitudinis stellæ à zodiaco versus partem sui nominis. Nam vbi Almucantarat & Azimut se intersecant, in eo sectionis pũcto locanda est stella. Per Aequinoctialem verò facilius. Ibi enim locabitur stella, vbi circulus parallelus Aequatoris, qui terminat declinationem Stellæ, ab æquatore ad partem, ad quam declinat, sumptam intersecat semidiametrum instrumenti, quæ terminat ascensionem rectam stellæ, in limbo computatam. Itaq; quod in zodiaco fit per longitudinem & latitudinem; in æquatore fiet per ascensionem rectam & declinationem. Solẽt autem notari stellę insigniores, præsertim primi ordinis. Aranea verò tota constet ex Tropico Capricorni, ex zodiaco in signa cum suis nominibus & in gradus distincto, cum coluris ad rectos se inuicem secantibus, cum parte aliqua Aequatoris : quæ in medio foramen habeat, & per illud inserta, clauo per centrum Astrolabi transmisso, super faciem instrumenti faciliter circunduci possit. Radij quidam siue appendices indicent loca stellarum. Clauus autem ex dorso habeat Regulam cum pinnulis foraminatis versabilem ad captandas altitudines.

DORSVM verò Astrolabi habeat limbum in quatuor quadrantes distinctum, duabus diametris se inuicem orthogonaliter in centro secantibus. in quo Regula (vt dudum dixi) clauo inserta & circa centrũ

volubilis,

volubilis, transmisso astri per tabellarum foramina radio, indicat astri super horizontem eleuationem, siue à zenit regionis distantiam: quæ computatur in circulo altitudinis, quem repræsentat limbus instrumẽti. Intra limbum distinguuntur in ambitum signa zodiaci 12. totidẽ mensibus in dies distinctis respondentia in spacio interiori. Qui mensium circulus debet fieri eccentricus: vt maior numero dierum detur maior arcus. Nam hoc nostro tempore (quoniam Aux eccentricus Solaris est in principio Cancri) Sol peragit semicirculũ æstiuum zodiaci in diebus ferè 187. scilicet a die decimo Martij, vsq; ad 13. Septemb. reliquum verò semicirculũ in diebus 178.



Colligam nũc faciei Astrolabi descriptionẽ, repetitis regulis. Sit Aequator in plano instrumenti per tertiam, & per vndecimam descriptus a b c d. cuius cẽtrum e. iam linea meridiana b d. vtrinq; in indefinitum producta. & per radios, vt octaua docuit, diuisa in partes ordinatas vtrinq; à centro e. hoc est in spacia singula ternorum, quinorum, aut senorum graduum, secundùm capacitatem instrumenti: quæ spacia vtrinque à centro e. crescunt, vt in octaua fuit ostensum. Iam ex his semidiameter æquatoris e b. assumet 90. Positoq; spacio b f. graduum 23 ½. Solaris maximè declinationis. per punctum f. super centro e. describetur periferia Tropici Capricorni. Ponatur & totidem graduum linea b o. & per

punctum

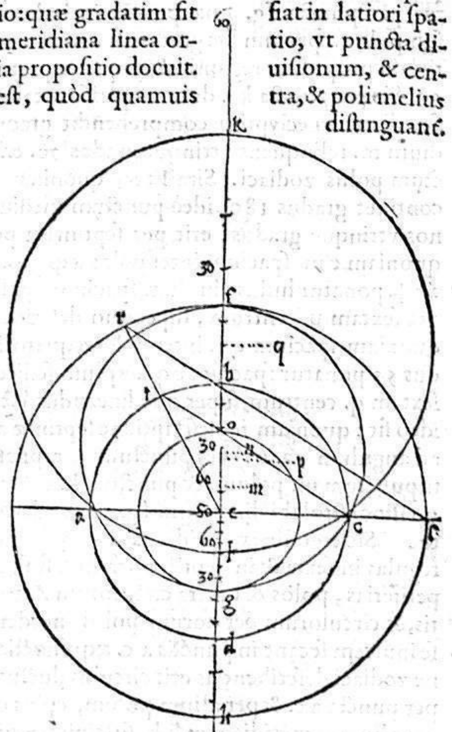
punctum o. ibit Tropicus Cancri. Vnde periferia zodiaci deducetur per puncta f g. quæ puncta includunt gradus 180. Sumatur sub polo e. spacium l e. graduum 40. vt tanta sit, exempli causa, latitudo propositæ regionis. & supra æquatorem linea b k. graduum 50. Sic per puncta k l. ducetur periferia talis horizontis. Et quoniam f g. diameter eclypticæ comprehendit gradus 180. sit punctum medium m. relinquens vtrinque gradus 90. eritq; per septimam m. punctum polus zodiaci. Similiter, quoniam k l. diameter horizontis, continet gradus 180. ideò punctum medium n. relinquens nonagenos vtrinque gradus, erit per septimam polus horizontis. Deinde quoniam e m. spacium inter polos æquatoris & zodiaci, habet gradus 23 ½. ponatur huius duplum spacium e p. scilicet gradus 47. eritque per sextam p. centrum, super quo describetur zodiacus. Similiter, quoniam spacium e n. inter polos æquatoris & horizontis habet gradus 50 ponatur spacium e q. duplum scilicet gradus 100. eritque per sextam q. centrum, super quo lineandus est horizon. Quæ duplatio ideò fit: quoniam in descriptione septimæ angulus h a c. duplus erat ad angulum c a m. vbi punctum c. repræsentat centrum instrumenti, punctum m. polum. & punctum h. centrum circuli habentis in plano istoc astrolabi diamerum f g. pro zodiaco, k l. autem pro horizonte. Sic ergo linea meridiana ordinatè diuisa per octauam, iam per regulas in sexta & in septima traditas suscipit in punctis diuisionum periferias, polos & centra circulorum Æquatoris, Zodiaci, & Horizõtis, & circulorum per horum polos incedentium: quorum periferiæ se inuicem secant in punctis a c. æquinoctialibus. Itaque pro diuisione zodiaci describendus erit circulus ductus per m. polum zodiaci, & per puncta a c. & per alium polum, cuius diameter orthogonaliter secans lineam meridianam h k. suscipiet periferias, polos, & centra reliquorum circulorum diuidentium zodiacum, & per eius polos ductorum. Similiter, pro diuisione horizontis, delineabitur circulus per n. polum horizõtis, & per ipsa a c. puncta, & per alium polum, cuius diameter ad rectos item secans ipsam meridianam h k. & ordinate diuisa suscipiet in punctis diuisionum periferias, polos, & centra reliquorum circulorum diuidentium horizontem, & per ipsius polos euntium, sicut duodecima ratiocinatur. Item, si de Tropico Capricorni f h. sumatur arcus f r. graduum 23 ½. Tunc recta r s. ibit per punctum b. Est autem s. punctum, in quo a e c. diameter occurrit Tropico. Item recta r e. secet æquatorem in puncto t. Nam tunc recta t c. transiet per punctum o. Atq, ita descripto primum Tropico Capricorni, habebis punctũ b. p quod circinabitur æquator, & punctum o. per quod circinatur Tropicus Cãcri: super e. centrũ. Sicut in q. factũ est.

SVPEREST

SVPEREST parallelorum tam zodiaci, quam horizontis delineatio: quæ gradatim fit per puncta diuiſionum in meridiana linea ordinatarũ: ſicut decimatertia propoſitio docuit.

Hæc deſcriptio fiat in latiori ſpatio, vt puncta diuiſionum, & centra, & poli melius diſtinguant.

ADHVC notandum eſt, quòd quamuis inſtrumenti deſcriptio non egrediatur (vt diximus) Capricorni Tropicum: tamen nõ ideo Aſtrolabũ imperfectionis argui poteſt, vel debet. Nam Sphæræ portionem à dicto Tropico abſciſſam ad polum auſtralem, quę in inſtrumento nõ apparet: ſupplere poteſt portio, quę à Cancri Tropico ad reliquum polum, quod inſtrumenti centrũ eſt, ſumitur: vt ſcilicet hæc illius vice fungatur, mutatis tantùm ſignorum nominibus & latitudinum partibus. videlicet, vt Cãcer Capricorni, & cætera cæterorũ, ſingula ſingulorum oppoſitorum ſigna nomen induant & officiũ. & vt latitudo ſeptentrionalis appelletur auſtralis; & econtrario. Nam, ſi cum iſto noſtro Aſtrolabio ad antœcos noſtros migraremus: hanc permutationẽ per totum inſtrumentum facere cogeremur. Nec magnus labor, ſi cæteris intactis, oppoſita quæq; bina ſigna commutent inuicem nomina: vtq; polus tangens planum Aſtrolabi ſit auſtralis; & ſuperſtans, vnde radij ad planum fluunt, ſeptentrionalis. Huc accedit, quòd ſi portio illa relicta deſcriberetur in planum, poſtularet immenſum ſpacium.



a b c d. Aequator: centrum, & polus e.
f a g c. zodiacus, polus m. centrum p.
f h. Tropicus Capricorni, o g. Tropicus Cancri.
k a l c. horizon r s. Polus q. Centrum f r. arcus g r. 23. $\frac{1}{2}$. t b. totidem b d. diam. æquatoris gr. 180. f g. diam. zodiaci gr. 180. K l. diam. horizõtis gradus 180. ſpacia f b. b o. g d. d h. ſingula gradus 23. $\frac{1}{2}$. m e. gradus 23. $\frac{1}{2}$.
b n. ſpacium vel e l. gradus 40. altitudo poli in dicto horizonte.
e p. gradus 47. p n. grad' 3. e n. gradus 50. n q. gra. 50.

De

De quadrato, quod in dorſo Aſtrolabi deſcribitur, ad captandas vmbras rectas ſeu verſas, & ad obſeruãdas turrium celſitudines, vel planetarum longitudines, ſiue puteorũ profunditates, nihil hic dicam. Nam de hoc in □^{lo} inſtrumento geometrico ſatis actum eſt.

Item de lineis horarum inæqualium ſatius tacere duxi: quoniam neque periferiæ, quoniam neq; periferiæ, quæ in dorſo, neque illę quæ in ſanè Aſtrolabi delineari ſolent, certis innituntur geometrię fundamentis. Vnde melius exiſtimo, eas ex ſupputatione horarum æquinoctialiũ elicere. Adde, quòd horæ, in quibus diſtinguitur ſucceſſiuum dominiũ planetarum, nõ ſunt 12^{æ} partes arcuum diurnorum ac nocturnorum, ut communiter aſtronomi opinatur; ſed debent eſſe ſpacia temporum, in quibus quindeni gradus de zodiaco peroriũtur. Vt ſicut horę ęquales ſequuntur Aequinoctialis eodem ſemper tenore procedentis diſtinctionem; ita horę inęquales, ſiue temporales cum arcubus zodiaci ſucceſſiue orientibus computentur. Quo fit vt horę temporales vnius diei, uel noctis non ſint 12^{æ} partes diei uel noctis: ſed inter ſe inæquales: quantas poſtulat ſingulorum arcuum zodiaci æqualium mora ad exoriendum. Quòd & ſi ratio uideatur poſtulare, nihil tamen decerno: eſſet enim res longiori tractatu diſcutienda. Quem ad modum in ipſa domiciliorum 12. diuiſione non parua inter Aſtronomos controuerſia uerſatur. Et adhuc ſub iudice lis eſt. Sed de his alibi.

Regula uolubilis in dorſo circa clauum centralem inſtrumenti Arabicè uocatur Allidada. In qua linea recta per centrum ducta dici ſolet linea fiduciæ, ſuper quam directe locari debent foramina tabellarum, ipſi regulę in cultrum inhærentium. Quę tranſitum ſolaris, lunarisúe radij, uel ſtellę uiſionem tranſmittant ad obſeruandam altitudinem.

Almuri autẽ uocatur index in Aranea principio Capricorni in limbo adhęrens, ad iudicandos, ſupputandosque gradus exterioris limbi, per quos Aranea tota circum cẽtralem clauum uerſata circumducitur.

Hæc de Theoria, ſtructuraq; Aſtrolabi pro modulo compendij ſatis eſſe duxi: arbitratus prolixitatem ſicut non prodeſſe craſsis, ita obeſſe acutis ingenijs. Nunc ad uſum paucis explicandum ueniemus.

Vſus Aſtrolabi.

SVSPENSO igitur ex armilla inſtrumento, ut libere, atque ad perpendiculum pendeat; vertatur ſic pendens, in cultrum verſus aſtrum, quod obſeruat. Et eleuata aut depreſſa Regula, ita ut Solis, Lunęúe, aut aſtri radius perforamina tabellarum tranſmittatur: capiatur in limbo graduum numerus inter regulam & diametrum dorſi tranſuerſam cõprehenſus: tanta enim erit Solis, lunæúe, aut ſtellæ altitudo. Mox in faciẽ Aſtrolabi uoluatur ſuper clauum ſuum centralem Aranea, donec

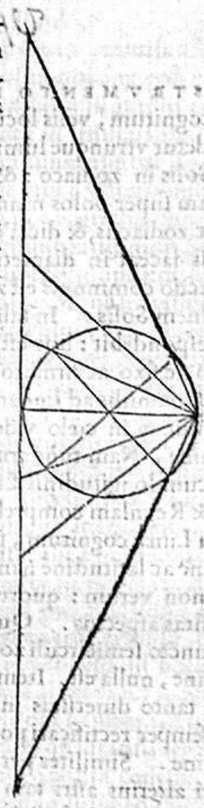
locus

locus Solis vel aſtri cadat ſuper parallelum ſiue Almucãtarat horizontis, qui determinat altitudinem in dorſo cludion acceptam, ſuper partẽ quidem horizontis orientalem, ſi obſeruatio fuit meridiana : aut occidentalem, ſi fuit poſt meridianam. Sic enim Aranea cum zodiaco, & locis ſtellarum in ipſo inſtrumento ſiſtetur ad ſitum cæleſtis zodiaci: & quidquid de Aranea in Aſtrolabo ſuper horizonte extat: ſic & in cælo extat. Et quidquid ibi latet ſub horizonte : latet etiam de cælo. Vnde gradus zodiaci in inſtrumento tangens periferiam orientalem horizontis (quæ ſcilicet ad leuam tibi ſtat) erit gradus aſcendens ad inſtãs obſeruationis. Gradus autem oppoſitus çadens ſuper periferiam horizõtis occidentalem, erit cuſpis ſeptimæ domus. Duo autem gradus ſuper lineam meridianam cadentes, & oppoſiti erunt gradus medij cœli ſupraterraneus, & mediæ noctis ; quæ ſunt cuſpides, ſiue anguli decimæ & quartæ domorum. Voluatur deinde Aranea donec locus Solis cadat ſuper horizontem occidentalem : nam periferia limbi, per quam mouetur almuri ſiue index, indicat tempus inter inſtans obſeruationis, & occaſum Solis elapſum vel elapſurum. Similiter habebis tempus inter inſtãs dictum & ortum Solis, aut inter inſtans ipſum & meridiẽ, ſiue mediam noctem cadens, loco Solis illucuſq; per motum Araneæ deducto : & arcum limbi, per quem mouetur almuri capiendo: ſi pro quindenis gradibus horas ſingulas, & pro ſingulis gradibus quaternas horę minutias acceperis. vnde & arcus diurni, ac nocturni Solis & aſtrorum in horizonte tuo noteſcent. Item aſcenſiones ac deſcenſiones Solis, ac ſtellarum tam rectæ, quàm obliquæ : & differentiæ ipſarũ aſcenſionum: Nec non declinationes in ipſa linea meridiana, vtrinque ab æquatore computandæ.

Accepta denique hora, potes præciſius, ſi lubet, ad ea loca planetarum cum aſcendente, cęteriſq; domibus per Diarium, ſiue per quaſuis tabulas ſupputare. Sed ex aſcendente noteſcunt aliæ domus, ſecto in 12. arcus ęquales zodiaco. Quæ diſtinctio ab Hieronymo Cardano comperta, mox à Ioãne Schonero, à Nicolao Copernico, alijſq; commendata fuit, ac probata, & meo quidem iudicio, imò ipſa ratione dictante, hæc ſolaris orbita, per quam annuo & perpetuò motu fertur hic vnicus mundi oculus, hæc unica & admirabilis uniuerſi lampas, hic venerabilis aſtrorum princeps, Naturæ miniſter, & temporis menſurator. Quam ſcilicet Luna & planetæ cæteri hinc inde ad eius nutum & obſeruatam regulam, obambulant: Hæc, inquam, notabilis ſemita, & arte, ac prouidentia diuina obliquatus, & ad generationes rerum adcommodatus circulus tantæ eſt excellentiæ, tantæ dignitatis, tantæ prærogatiuæ, ut non ſolùm 12. domorum diuiſio, ſed etiam aſpectuum ac radiationum dimenſio, item omnis directionum ac profe-

ctionum

ctionum computatio in eius periferia & arcubus computanda & numeranda ac diſtribuenda ſit. Quamquam ſi directio conſideretur in æquatore, vt pręcipit Alberagel, parum diſcrepet à zodiaco. Abraamus & Trapezuntius omnia referunt ad zodiacum.



Vnde ſequitur, vt omnis alius calculus, ſiue ſecundùm Campanum, ſiue ſecundùm Gazulum, ſiue ſecundùm Io. Regimontium circa æquandas domos, omniſq; labor circa poſitionis circulos ad dirigendos ſignificatores, ſiue promiſſores, ſit fruſtratorius & inanis. & vt omnia ſecundùm zodiaci longitudinem ſint conſideranda. Sed hæc alibi ſunt latius diſcutienda.

DE ARMILLARIS INSTRVmenti fabrica.

Dvae Armillæ fiant, quarum vna zodiacum, altera colurum Solſtitiorum repræſentet. In polis zodiaci, qui ſcilicet in ipſo coluro iacẽt, duo clauiculi interius & exterius prominentes figantur : in quibus clauis duæ armillæ, vna interior, altera exterior, ipſi zodiaco contiguæ, ſuper ipſos clauos (qui poli ſunt zodiaci) facile circunduci poſſint. Zodiacus & interior armilla diſtinguãtur in gradus: & interior habeat Regulam cum pinnulis foraminatis circa centrum volubilem. Mox in polis Mundi, qui ſunt in dicto coluro, & à polis zodiaci per arcum maximæ declinationis ſolaris diſtant, duo claui figendi ſunt, axem Mũdi repræſentantes. Qui claui ſunt inſerendi in foraminibus duobus diametraliter oppoſitis in quinta armilla totum inſtrumentum complectente & meridianum repræſentante. Quæ armilla in ipſo meridiano vrbis tuæ ſiſtenda eſt, ac firmanda in baſim, ita quidem, vt poli mundi eleuati ſint ſecũdùm ſitum & latitudinem loci. vnde ſequetur, vt axis inſtrumenti æquidiſtet axi Mundi, ſuper quo fit motus diurnus Cœli. Et ipſe meridianus perpendiculariter inſtet horizontis plano.

Vſus

Vsus instrumenti.

INSTRVMENTO ita, vt dictum est, collocato, si per locum Solis cognitum, velis locum Lunæ cognoscere; quando scilicet interdiu videtur vtrunque luminare: Pone armillam exteriorem super locum Solis in zodiaco: & ibi eam firma. Inde volue totum instrumentum super polos mundi, versus Solem, donec vtraque armilla, scilicet zodiacus, & dicta exterior, sese obumbret. vt scilicet linea loci Solis iaceat in diametro communi harum duarum armillarum: quæ sectio communis est zodiaci cum armilla tunc determinante longitudinem Solis. In tali enim situ zodiacus instrumenti zodiaco cœlesti respondebit: hoc est situs huius illius situi. Tunc itaque instrumento sic fixo ac firmato, volue armillam intrinsecam cum Regulæ sua, & pinnulis ad Lunam, donec per foramina, aut acies pinnularum Lunam in cœlo videas, siue Lunæ radius transmittatur per ipsa foramina. Nam tunc armilla ipsa interior in periferia zodiaci indicabit locum longitudinis Lunæ. Et eiusdem armillæ arcus inter zodiacum & Regulam comprehensus, erit latitudo Lunæ. Non aliter per locum Lunæ cognitum, planetarum & Stellarum loca singula in longitudine ac latitudine nanciſceris. Sed locum Lunæ hic intellige visum, non verum: quorum locorum diuersitas seu differentia dicitur diuersitas aspectus. Quod, si obseruatio fiat, Luna existente in medio puncto semicirculi zodiaci extantis: tunc diuersitas aspectus in lõgitudine, nulla est. Item quanto Luna fuerit vertici horizontis vicinior; tanto diuersitas in latitudine minor erit. Tamen instrumentum semper rectificari poterit, secundùm visum Lunæ locum in longitudine. Similiter per locum alicuius Stellæ cognitum, poterit inueniri alterius astri tam in longitudine, quàm in latitudine locus. Namque in astris superioribus, ac fixis Stellis diuersitas aspectus est insensibilis. Quandoquidem terra firmamenti respectu puncti quasi vicem habeat, & perinde centrorum instrumenti & terræ distantia nullam sensibilem differentiam obseruationibus dictarum Stellarum ingerat. Hæc de instrumento armillari ex quinto magnæ Ptolemaicæ constructionis in summam redacta sint satis. Nam Ioannes de Monte regio in libello quodam suarum obseruationum, huiusmodi instrumenti, ac Torqueti, & Quadrati fabricam, vsum & descriptionem satis exposuit. Nobis tamen, qui tam instrumentorum, quàm librorum penuria in hisce regionibus & hac tempestate laboramus, satis superque fuerit Quadrans: & pro miraculo Astrolabum uix intellectum ostentatur, adeo terrenorum curis inuoluimur.

DE

DE SPHAERA SOLIDA.

SPHAERA construatur ex metallo, aliave tenaci materia: in qua statuantur duo puncta diametraliter opposita, qui sint poli zodiaci. & zodiacus super vnũ polorũ descriptus diuidatur in gradus 360. & in 12. signa nominibus adscripti. Mox laminam in semicirculũ curuabis: qui polis zodiaci, clauis affixis, per duo foramina insertus applicetur, ita vt sup polos ipsos circũuolui possit per totũ ambitum zodiaci. Qui semicirculus hinc inde à periferia zodiaci, in 90. gradus distinguatur, ita vt positus super longitudine astri, in termino latitudinis Septentrionalis, vel australis indicet astri locum in superficie Sphæræ signandum. Hoc modo loca singula stellarum firmamenti per obseruationem, (vt præcedentis doctrina nos instruit) vel per calculum siue Ptolemaicum, siue Alfonsinum cognita, in superficie Sphæræ, vt in cęlo iacent disposita locabuntur. & imagines singularum constellationum graphicè depingi poterunt. Mox per polos eclypticæ & puncta Solstitialia describatur circulus colurum solstitialem repræsentans: & in eo duo puncta per maximã Solis declinationem à polis eclypticæ remota referant mũdi polos. In quibus duo claui figantur: sup quibus Sphæra circunuolui possit inter armillã p gradus diuisam, quæ meridiani vicẽ gerat: & in meridiani plano fixa statuatur. Sed inter aliã armillã, quæ horizontis officio fungatur, in horizontis plano iacentẽ, eleuari ac deprimi possit cũ tota Sphæra, secundùm altitudinem poli cuiuslibet regionis ac loci. Deniq; opus erit quadrãte cuiusdã quartæ armillæ, qui à vertice horizõtis (quod summũ in meridiano punctũ est) ad horizõtẽ descẽdẽs, inq; 90. partes diuisus, terminet stellarũ altitudines supra horizõtẽ. Nã reuoluta Sphæra, donec stella (cuius nota sit prius altitudo) statuatur in pũcto suæ altitudinis in periferia dicti quadrantis terminato; iam tota Sphæra sistetur, in eo instanti ad sitũ Sphæræ cœlestis, hoc est, Firmamẽti. Vnde tũc cõstabit in instrumẽto, quæ stellæ ad talẽ horizontẽ, oriantur, quæ occidãt, quæve in meridiano cõsistãt. Item, quę in ppetuũ delitescãt, & quæ occasum nesciãt. Et quo pacto, dũ poli mundi sistuntur in horizõte (hoc est in Sphæra recta) vniuersa astra oriãtur, & occidãt: & quo demũ pacto, dũ polus Sphæræ collocatur in vertice summo meridiani, dimidiũ cęli nunquã occidat, ac reliquũ dimidium (qm̃ ibi Aequator vnitur horizõti) nũquã oriatur. Itẽ cõstabũt stellarũ declinatiões, ascẽsiones, arcus diurni ac nocturni: & reliquę reliquorũ sitũ passiones, q̃ in astronomicis rudimẽtis exponunt̃. Hæc ex 8. magnæ Ptolemaicæ cõstructionis. Hæc cõpendio nostro sunt satis. hinc enim curiosus lector poterit sibi vnũquodùis ex dictis instrumẽtis fabricare. aut si instrumẽtũ paratũ habeat, hinc speculationẽ ad ingenij sui ornamentum, addiscere, & vsum instrumento adcommodare.

DE

DE LINEIS HORARIIS BREVIS TRACTATVS,

D. Franc. Maurolyco Authore.

PROLOGVS.

DE Gnomonica ratione, lineisq; horarijs complures, tum antiqui, tum neoterici ſcripſere. Anaximenes Mileſius fertur primus, Lacedæmone Sciotericum horologium inueniſſe. Romæ primum in xij. tabulis, ortus & occaſus tantum Solis notabatur. Poſt aliquot annos, meridies per Accenſum conſularem pronunciabatur, in ſerenis tantum diebus. Poſt primum bellum Punicum, M. Valerius Meſſala Conſul Solarium ſecundum roſtra in columna poſuit; ut ſcribit Varro. Poſt captam Catanam hemicyclium excauatum fecit Beroſus Caldæus, Ariſtarchus Samius ſcaphā, ſiue Hemiſphærium, & Diſcum Planum; Eudoxus Araneam in Aſtrolabo, ſiue Apollonius antiquior. Scopas Syracuſius plinthum, ſiue lacunar, quod Romæ in Circo Flaminio poſitum erat. Scipio Naſicam clepſydram, anno ab urbe condita quingenteſimo nonageſimo quinto. Cteſibius Alexādrinus horologium ex aqua, & hydraulicas machinas. Arenariæ ampullæ ſunt multo recentiores: ſicut horologia, quorum rotæ dentatæ uerſantur ui ponderum per funes: Quæ autem ſine ponderibus, per inuolucra laminarum ex chalybe rotas per uim intrinſecam mouentium: tum & aliæ machinæ innumeræ aſtrorum motus & loca indicantes, uel imaginum inceſſum facientes ſunt recentiſſimæ: niſi quis Archytæ columbam uolatilem & Archimedis Sphæram (ut Claudianus putat) uerſatilem pro ueris adducat. Sed loquamur de lineis horariis. hæc enim eſt compendij noſtri materia. De his recentiores quidam ſcripſere. Sebaſtianus quidam fabricam earum tradidit: ſed ſpeculationem neglexit. Federicus noſter Vrbinas, dum theoriam nimis affectat, obſcure locutus eſt. Sunt & alij, qui non ſuccurrunt, huiuſmodi negocium tractantes: qui ad praxim fabricæ ac deſcriptionis uſui eſſe poſſunt. Nos autem rem ipſam tribus olim libellis complexi ſumus, fundamentum Theoriæ & praxim exponentes. Lubet hic ſummā, & quaſi hypotheſim quandam totius operis tradentes repetere: idq;, ut prolixitatem uitemus, & tam breuiori, quàm faciliori uia ſtudioſis ſatisfaciamus. Oportebit autem lectorem in hac noſtra ſpeculatione prænoſcere terminos Conicorum elementorum, & diffinitiones ac proprietates Conicarum Sectionum, circuli; Ellypſis, Paraboles, & hyperboles, atque Non tangentium.

Theoria Solarij.

HORARII circuli, qui horas à meridie cœptas diſtinguunt, & quorum medius eſt meridianus, ſunt duodecim: qui per mundi polos incedunt: & Aequatorem in 24. arcus æquales (quæ horæ æquinoctiales dicuntur) diuidunt, in omni horizonte. Sed in recto, iidem horas ab occaſu & ortu inceptas determinant: quoniam rectus horizon eſt vnus de numero horum circulorum, quandoquidem per polos incedit.

IN obliquo autem horizonte, prædicti circuli partiuntur in 24. portiones æquas duos circulos (ſicut Aequatorem eiuſq; alios parallelos) maximum, ſcilicet extantium integre, & maximum integre occultorum: quos tangit horizon in illis punctis, in quibus ſecat Meridianū. Deinde in punctis diuiſionum ſingulis tangunt dictos duos parallelos 24. circuli magni: de quorum numero eſt ipſe horizon tangens dictos parallelos, in quibus eoſdē ſecat Meridianus. Hi 24. circuli diſtinguūt horas ab occaſu vel ortu exorſas. Nam, ſicut dictorum parallelorum arcus inter puncta contactuum ſunt inuicem æquales: ita arcus æquatoris & cuiuslibet eius paralleli, dictis circulis tangentibus interiecti ſunt æquales, ſcilicet quindenorum graduum (vt in ſphæricis elementis oſtenſum eſt: quæ ſunt horaria ſpacia, per motum diurnum, in quolibet parallelo computata. Itaq; circulos, qui horas à meridie ceptas diſtinguunt, appellabimus ſecantes. Eos autem qui horas ab occaſu, vel ortu exorſas determinant, vocabimus tangentes. Quod, ſi duo Coni communem verticem in centro mundi, & pro baſibus dictos parallelos (qui horizontem tangunt) ſortiti intelliguntur; iam tunc circuli ſecantes, qui ſuper axe mundi (qui & axis eſt conorum) ſe inuicem interſecant: & ipſos conos ſecabunt ſuper 24. latera ſingulos: in quibus & circuli tangentes tangunt conos. Hinc pendet tota linearum horariarum theoria. Nam quodcunq; planum horologij ſolaris ſecuerit ſiue vnum, ſiue vtrunq; conum; tunc communes ſectiones plani ſecātis cum planis circulorum ſecantium factæ: erunt lineæ horariæ, quę horas à meridie cœptas diſtinguunt: de quarum numero eſt linea meridiana, à meridiano facta. Quæ quidem lineæ in plano horologij Aequinoctialis, horologij horizontalis, & etiam verticalis in ipſo axe ſe inuicem interſecant: ſed in horologio meridiano, & horizontis recti æquidiſtant. Communes autem ſectiones plani ſecantis cum planis circulorum tangentium, erunt lineæ horariæ: quæ horas ab occaſu, vel ortu cœptas indicāt. De quarum numero eſt linea horizōtalis, vnde ſumitur exordium. Demum communis ſectio plani ſecantis cū vna vel vtraq; conica ſuperficie fiet curuilinea periferia, in horologio quidem æquinoctiali circulus: in cæteris sectio aliqua ex conicis, cuius periferia, quam lineæ à meridie horas partitę, secant: & in ipsis diuisionum punctis tangunt lineæ horarum ab occasu vel ortu ceptarum terminatrices. Nam huiusmodi curua periferia in horologio horizontis obliqui, & in horologio verticali loci latitudinis 45. graduum est Parabola. In verticali autem maioris latitudinis, & in meridiano horologio, fiunt duæ periferiæ contrapositarum hyperbolarum. In horologio verticali minoris latitudinis est Ellipsis. Itaq; sicut lineæ, quæ horas à meridie discernunt in obliqui horizontis horologio, in æquinoctiali & verticali se inuicem super vnum punctum axis intersecant, & in horologio meridiano & horizontis recti æquidistant; ita lineæ, quæ horas ab occasu distinguunt, tangunt ductas periferias: hoc est, in horologio æquinoctiali circulum: in horizontali omni, & in verticali 45. grad. latitudinis, Parabolam. In verticali minoris latitudinis Ellipsim. In verticali maioris latitudinis: & in omni meridiano horologio Hyperbolas contrapositas: tangunt, inquam, in illis punctis, in quibus easdem periferias secant lineæ horarum à meridie ceptarum terminatrices. Item illud nota dignum, & minimè omittendum, quòd in horologio meridiano, linea horæ 12. & linea horæ 24. ab occasu vel ortu, sunt duæ lineæ, quæ in conicis appellant Non tangentes, siue Non conincidentes. Quæ scilicet in infinitum productæ semper approximant, & nunquam concurrunt ipsis Hyperbolarum contrapositarum periferijs. Quæ Non coincidentes fiunt quandoq; in horologio verticali vltra latitudinem 45. graduum. Item in omni horologio horizontis euanescit linea horæ 24. Nam horizon faciens talem lineam, æquidistat plano horologij horizontalis. & in horologio meridiano euanescit linea horæ meridianæ, quam facit meridianus æquidistans plano horologij. & in horologio verticali latitudinis 45. graduum, euanescit linea horæ duodecimæ ab occasu. Nam planum circuli horę talis ęqui distat ipsi horologio. Demum in horologio quocunq;, si quis circulus horarius æquidistet ipsius horologij plano, in illo linea horaria circuli talis euanescit. Ex prædictis pendet omnis horologij Scioterici speculatio & fabrica.

De parallelis. Cap. II.

EX præmisso igitur capite constat circulos horarios meridianos, qui per mundi polos, esse 12. Qui secantes vocantur. Circulos autem horarios occasuales tangentes esse 24. Qui cum Aequatore simul sunt 37. Conos autem duos, quorum bases sunt duo Aequatoris paralleli, horizontem tangentes. & quemadmodum planum horologij, dum secat ipsos circulos, facit lineas horarias eiusdem nominis: dum autem

secat conicas superficies, facit curuas periferias, quas lineæ horariæ meridianæ, per vnum axis punctum ductæ secant, & in 24. sectionum pũctis tangunt lineæ horariæ occasuales. & quoniam 24. circuli tangentes secant in 24. punctis æquatorē, in quibus eum secant duodecimam circuli secantes, & tangunt dictos duos æquatoris parallelos in 24. pũctis, in quibus eosdem secant circuli secantes; Idcircò, (sicut eorum situs poscit) ipsi 24. circuli sese inuicem cancellatim vtrinq; ab Aequatore intersecant. Intelliges ergo 22. ęquatoris parallelos, vndecim, scilicet septentrionales, & totidem australes: qui cum duobus extremis horizontem tangentibus & cum ipso æquatore sunt. 25. ex quibus ipsi minores 24. iuncti cum 37. maioribus faciunt 61. Qui paralleli dum deducuntur per puncta sectionum, in quibus circuli tangentes sese cancellatim intersecant, hunc seruant ordinem: vt Aequator, qui medius est, habeat semicirculũ super horizontem, & semicirculum sub eo: hoc est duodecimam arcus horarios supra, & totidem subter horizontem. Deinde sequentes duo correlatiui hinc & inde paralleli, & deinde duo sequentes successiuē, vsq; ad extremos minimos, qui tangunt horizontem: & qui parallelorum integre apparētium sunt maximi (quæ sunt 12. paria) vt coalternos arcus habeant æquales: hoc est, vt quot horas parallelus borealis habet super horizontem, totidem australis habeat sub horizonte: & econtrario: quot hic super, totidem ille subter. Igitur primi paris parallelorum hinc & inde post Aequatorem sumptorũ coalternos arcus intelliges habere horas 13. & 11. Secundi autem paris, horas 14. & 10. Tertij paris horas 15. & 9. Quarti paris, horas 16. & 8. Quĩti paris, horas 17. & 7. Sexti paris, horas 18. & 6. Septimi paris, horas 19. & 5. Octaui paris, horas 20. & 4. Noni paris, horas 21. & 3. Decimi paris, horas 22. & 2. Vndecimi paris horas 23. & 1. Duodecimi paris (qui scilicet hinc & inde tangunt horizontem) horas 24. & 0. Nam ex his duobus borealis totus extat, australis totus delitescit, in puncto tangentes. Quæ omnia paruo negocio, ex æqualitate sphæralium triangulorum demonstrantur. Quod, si sicut in præcedenti capite imaginati sumus duos conos, quorum bases sunt circuli paralleli tangentes horizontem, vertex verò communis centrum mundi; ita nunc & in vnoquoq; pari dictorum parallelorum faciamus; iam adipiscemur vndecim alta paria conorum singula pro basibus correlatiuos parallelos, & pro vertice communi vniuersale centrum habētia, relinquētia in medio æquatorem: cuius superficies plana per dictũ centrum sibi commune incedit. Quibus ita intellectis, sequitur, vt sicut in capite præmisso, planum horologij secās circulos horarios, hoc est superficies eorum planas, faciebat lineas horarias eiusdem nominis: & secans conicas superficies parallelorum tangentium horizontem, faciebat curuas periferias, quas lineæ horarum meridianarum secant, & in sectionum punctis tangunt lineę occasuales; Ita nunc ipsum horologij planum secans Aequatorem faciat lineam rectam æquinoctialem: in quam desinunt vmbræ per totum diem æquinoctij. & secans vtrinq; ab ęquatore conicas superficies dictorum conorum, faciat hinc & inde curuas periferias hyperbolarum, in quas desinunt vmbræ hinc æstiuæ, inde hyemales: ita vt Sol in oppositi, hoc est, correlatiui paralleli periferiam iaculetur vmbram. Et notandum quòd hæ sunt periferiæ, & curuæ lineæ in horologiorum planis notandæ: quia fiunt à parallelorum conicis superficiebus ordinatorum secundùm crementa horarum. Sed infra in quinto & sexto capite dabitur modus describendi Aequatorem & lineas huiusmodi curuas hyperbolicas vtrinq; ab Aequatore, quæ pertinent ad parallelos tropicos, & per initia duorum mediorum signorum productos hinc & inde. Quo videlicet vmbra desinens in lineam rectam æquinoctialem indicet Solem esse in principio Arietis, aut Libræ: desinens autem in hyperbolem Tropici æstiui, ostendat Solem esse in principio Cancri, desinens in contrapositam, in principio Capricorni. Desinens in contrapositam iuxta æquatorem, hinc in principio Tauri, aut Virginis: inde in principio Piscium, aut Scorpij. In contrapositas sequentes, hinc in principio Geminorum, aut Leonis: inde in principio Aquarij, aut Sagittarij. & sic distinguitur zodiacus in plano horologij: sicut in duobus dudum memoratis capitibus inferius docebimus. Sed distinctio superior parallelorum vsq; ab tangentes horizontem facta pertinet ad totam arcuum diurnorum diuisionem, etiam si Sol, aut astrum quodlibet inde radiaret, vmbramq; proijceret. Quamquam habentibus zenit in Arctico, vel Antarctico tangentes horizontem sunt ipsi Tropici: qui tangunt zodiacum. qui ibi quotidie vnitur horizonti. Qui verò habent zenit inter arcticum, & polum, sortiuntur circulos tangentes horizontem maiores Tropicis. & extra tangentes habent parallelos aliquot Solis, aut integros super horizontem, aut integros subter eum, vt nox, vel lux continua complectatur plures dies. Vnde tunc vsu veniunt illis lineæ horariæ se inuicem in axe secantes, quandiu Sol non occidit.

Vlterius notatu dignum est, quòd si duo circuli per polos, quasi coluri, qui sunt de numero horariorum secantium, cũ Aequatore faciant in sphærica superficie, octo triangula ex quadrantibus circulorum composita: hæc erit prima diuisio, in qua considerantur 7. puncta, scilicet centrum mundi & sex puncta, in quibus periferiæ dictorum trium circulorum se intersecant: & qui sunt sex poli eorum. His tribus adde quatuor alios per mundi polos, qui cum coluris æquatorem in 12. arcus diuidunt: qui singuli comprehendunt duas horas. Adde sex pa-

rallelos hinc & inde totidem ab Aequatore, per crementa binarum horarum dispositos: & est secunda diuisio, quæ habet 19. circulos. Adhuc, si per polos ducantur 12. circuli secantes, per singularum horarum spacia; & per puncta diuisionum 24. tangentes (vt dictum est) cũ Aequatore facient 37. circulos magnos. Demum accumula sup hos etiam numerum parallelorum 24. per singularum horarum crementa (vt diximus) distributorum, in quorum medio Aequator maximus incedit. & conflabis 61. Quod mirabile mihi videtur: quoniam hi numeri 7. 19. 37. 61. sunt numeri hexagoni æquianguli, dignitatis eximiæ: quoniã super vnitatem successiue aggregati, cõstruunt cubos p ordinẽ.

Denique Regula hæc obseruanda: quòd vbicunq; se inuicem secant duo circuli horarij in sphæra, communis eorum sectio est diameter vtriusq; ac mundi. & tunc, si planum horologij secet talem diametrum, in eodem puncto secant se inuicem lineæ horariæ talium circulorum in ipso plano. Si autem planum æquidistet diametro, secans tamen planities circulorum: tunc lineæ horariæ sunt æquidistantes in plano horologij. Si verò planum æquidistet vni ex circulis horarijs: tunc eius linea horaria euanescit, apparente reliqua.

Super linearum sectione, & Aequidistantia Regulæ. Cap. III.

His prælibatis, sequuntur regulæ. Prima. Omnes lineæ, quæ horas à meridie ceptas distinguũt, in horologio horizontis obliqui, & verticali & Aequinoctiali, se inuicem super axe intersecant. Sed in horologio meridiano & horizontis recti sunt æquidistantes. Secunda Regula: duæ lineæ ex his quæ horas ab occasu distinguunt per quadrãtem remotæ à linea ex his, quæ horas à meridie terminant, in omni horologio, in vno se inuicem puncto, cum tali linea super lineam æquinoctialem intersecant: sed in horologio æquinoctiali æquidistant.

Tertia Regula: duæ lineæ horariæ tangentes vtrinq; æqualiter remotæ à linea horaria secante cum ipsa in vno se inuicem puncto secant.

Quarta Regula: sequitur ex secunda lineæ horariæ ab occasu secant lineam æquinoctialem in ijs punctis, in quibus eandem secant lineæ horarum à meridie ceptarum. Quinta Regula sequitur ex tertia. Nam quando tres circuli, duo tangentes à medio secante æqualiter remoti habent communem lineam pro sectione; tunc duæ lineæ horariæ, (quas faciunt duo circuli ex illis) in plano horologij æquidistantis reliquo circulo, sunt æquidistantes. & huius circuli linea euanescit in dicto plano: quia non secat ipsum. Sexta Regula est, quòd distantiæ linearũ tangentium à linea secante, considerantur in punctis contactuum periferię, & in puncto sectionis. Septima Regula: Planum horologij sistẽdum est ad æquidistantiam alicuius notabilis circuli: cuius situs est facilis cognitu. vt pote planum horologij æquinoctialis sistetur ad æquidistantiam æquatoris. Planum horologij horizontalis ad æquidistantiam horizontis. Planum horologij verticalis ad ęquidistantiam circuli verticalis. Planum horologij meridiani ad æquidistantiam meridiani. Octaua Regula: linea horæ vigesimęquartæ & horæ duodecimę ab occasu: & linea horæ sextę à meridie in horologio verticali sunt æquidistantes, sicut in horologio æquinoctiali. & tamen in plano circuli verticales & in plano horologij meridiani concurrunt. & est exceptio secundę regulę. Nona Regula. Omnes duę lineę horarię in plano cuiuslibet horologij ęquidistantes, in plano tamen circuli, cui horologium ęquidistat, concurrunt. Decima Regula: vertex styli seu gnomonis proijcientis vmbram, statuendus est in centro mundi, in quo cōcurrunt duo coni, de quibus in pręcedenti. Atq; ita vertex styli horarum indicis statutus in centro communi omnium circulorum horariorum, semper proiicit vmbram in planum circuli horarij à Sole possessi: & perinde in lineam horariam, quam facit planum talis circuli secans planitiem horologij cuiuslibet. Quę omnia ideo adducta sunt, vt speculatio melius intelligatur, & situs linearum intellectus ad fabricam vsu ueniat. Nunc his iam regulis pręscriptis, & iactis fundamentis, veniemus ad modum descriptionis ipsarum linearum. & vt à facilioribus exordium capiamus, eas, quę horas à meridie discernunt, primò tractabimus.

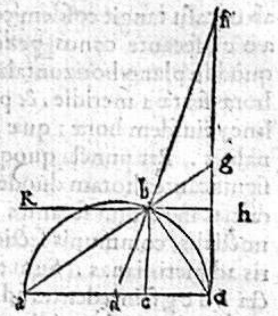
De lineis horariis à meridie incipientibus. Cap. IIII.

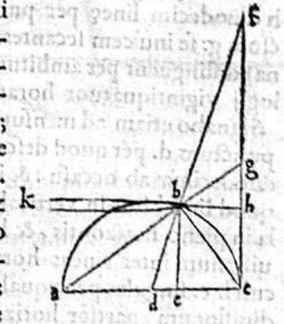
CIRCVLI horarij meridianarum horarum terminatores (vt dictum est) incedunt per polos mundi, & secantes Aequatorem, faciunt in eius plano 12. diametros: quę productę in communem sectionem Aequatoris & horologij meridiani cadentes terminant puncta, per quę ducendę sunt lineę horariæ æquidistantes quòd, (quoniam dictum horologium plano meridiani æquidistat) quæ horas à meridie distinguunt in dicto horologio, & in horologio recti horizontis. Quarum linearum media in illo, est linea horæ sextæ vel decimæoctauæ: in hoc autem ipsa linea meridiana, hoc est, communis sectio meridiani cū horologij plano. Ex qua consideratione facillimè sequitur modus huiusmodi lineas describendi, sicut postea docebimus. Nam prius horologium horizontis, dein verticale tractandum est. Hæc enim sunt magis necessaria, & vsui frequentiora.

Et in primis intelligatur semicirculus meridiani a b c. super diametro a c. centroq; d. Ponaturq; angulus b a c. latitudo loci, vtputa graduum

duum

duum 38. quanta est latitudo Messanæ hìc in freto Siculo. At b e. perpendicularis ad diametrum a c. ad quam & perpendicularis sit c f. cui ad punctum f. cōcurrat linea d b. & a b. producta ad punctum g. Demū b h. perpendicularis ad ipsam c f. & connectatur b c. Ex hac enim descriptione pendet speculatio & fabrica horologij tam horizōtalis, quàm verticalis. Nam recta a b g. est axis mundi, a c. linea meridiana in horologio horizontali c f. linea meridiana in verticali plano horologij b c. communis sectio meridiani & æquatoris b e. stylus perpendicularis ad planum horologij horizontalis b h. stylus perpendicularis ad horologium verticale. a. quoq; punctum, in quo lineæ horarium à meridie in horologio horizontali se intersecant. g. autem punctum, vbi lineæ prædictæ sese in plano horologij verticalis inuicem dispescunt. De quarum linearum numero est ipsa meridiana linea a c. in plano horizontalis. & ipsa c f. in plano verticalis horologij. Ipsum autem c. punctum, in quod cadit vmbra meridiana æquinoctialis, in confinium vtriusq; horologij. Hic notandum, quòd si a g. axis sit funis intentus; iam eius vmbra iudicabit horam à meridie. Nā ad instans meridiei cadet super ipsam a c. meridianam, & successiue super reliquas lineas antemeridianas & postmeridianas, vel in earum interstitijs. & similiter in horologio verticali, in meridie cadet super c f. meridianam, & super alias eiusdem plani verticalis, vel in earum interstitijs. Vnde vmbra talis funis erit communis iudex in vtroq; horologio, horizontali, scilicet & meridiano. (quod & fieri poterit pro horologio meridiano, in quo lineæ horariæ prædictæ sunt æquidistantes.) Igitur & punctū b. quod est vertex tam styli b e. quàm styli b h. iacens in ipso axe a g. proiiciet extremitatem vmbræ ipsius styli in lineam horariam horæ instantis, vel in earum interstitium: & iudicis officio fungetur pro vtroq; horologio. Quo si conos in primo capite memoratos recolis, intelliges rectam h b k. iacere in lateribus conorum continuatis: & esse tactum communem horizontis & conorum. Item intelliges lineam d b f. continuare latera opposita eorundem conorum; uibus planum circuli horæ duodecimæ



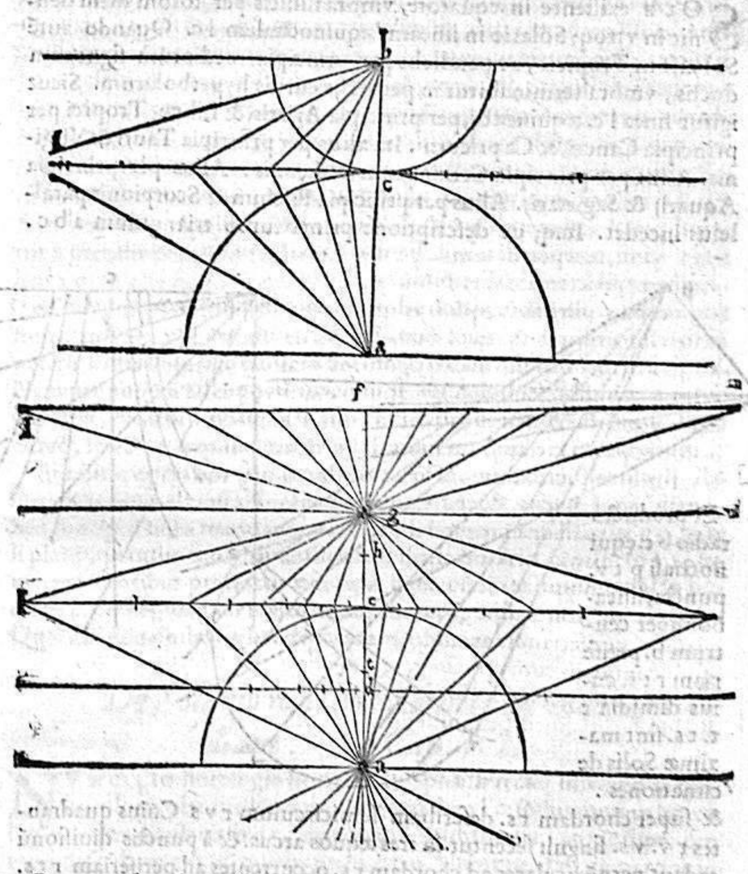


ab occaſu tangit eoſdem conos. Quæ d b f. iacet in plano meridiani a b c. ſecante conos prædictos per axem a b g. Item aduertendum, quòd in plano horizontalis horologij, per punctum a. incedit linea horæ ſextæ à meridie. & per punctum g. in horologio verticali tranſit linea eiuſdem horæ: quæ ſingulæ ſecant meridianas a c. c f. orthogonaliter. Per puncta quoque d f. in iiſdem horologijs tranſeunt lineæ ſignificantes horam duodecimam ab occaſu, vel ortu: & dictas meridianas in rectum ſecantes. Adhuc per punctum c. incedit linea æquinoctialis, communis ſectio dictorum horologiorum, & perpendicularis ad meridianas. Sunt autem hæ quinque lineæ per totidem puncta a d c g f. incedentes ad deſcribendũ faciles: quoniam, ſcilicet perpendiculares ad meridianam. & vſu venient ad lineas horarum ab occaſu vel ortu ceptarum deſcribendas. Sicut poſt meridianarum deſcriptionem pedetentim docebimus.

Sumo in præhabita deſcriptione lineam b c. pro ſemidiametro paralleli integre apparentium maximi. & lineam a c. pro ſemidiametro horizontis. quas in vnam rectam b c a. coniungo. Deinde ſuper centris a b, deſcribo ſemicirculos ſe inuicem in puncto c. tangentes. Sectaq; periferia ſemicirculi b c. in 12. arcus æquales, duco per centrum b. & per puncta ſectionum lineas, donec occurrant lineæ l c. tangenti vtrunq; ſemicirculum. Dein puncta occurſuum iungo cum centro reliqui ſemicirculi a. ductis totidem lineis. Nam ipſæ ſecabunt periferiam ſemicirculi a c. quæ eſt periferia horizontis. ſicut eam ſecant linea meridiana a c. & cæteræ horariæ ſequentes. & anguſtiora ſpacia erunt propinquiora meridiano. Quo peracto, coniungo ſemidiametros a c. horizontis, & c g. circuli verticalis in vnam rectam: linea l c. vtriuſq; periferiam tangente. & vt docuimus, diuiſa, & puncta diuiſionum coniungo cum puncto g. productis vtrinq; rectis quinq;. Produco & a m. g n. ad rectos ipſi a c g. Sic enim in horologio horizontali duodecim lineę per punctum a. & in verticali totidem per punctum g. ſe inuicem ſecantes. (de quorum numero eſt a c. c g. meridiana) diſtinguent per ambitum tam horizontalis, quàm verticalis horologij vigintiquatuor horarum ſpacia, circulis horarijs interiecta.

Signabo etiam ad menſuram primæ figurationis, in linea meridiana punctum d. per quod deſcribetur in horologio horizontali linea horæ duodecimæ ab occaſu. & in linea meridiana verticalis punctum f. per quod lineabitur in verticali linea eiuſdem duodecimæ ſuſcipientes illa in plano horizontis, & hæc in plano verticalis horologij ſpacia diuiſionum inter lineas horarias. Partior quoq; periferias horarias circuli b c. ſingulas per æqualia: & ſimiliter per lineas actas per puncta diuiſionum, partior horizontale, & verticale horologium: ſicut in integris

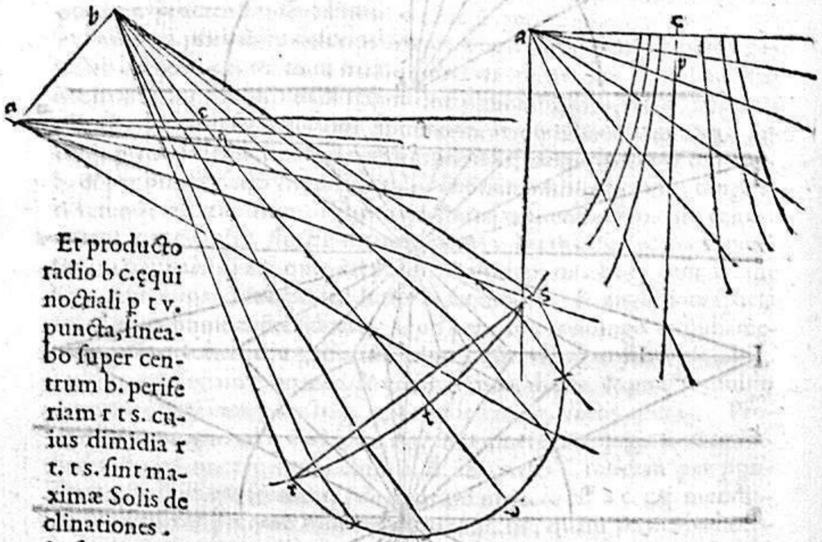
integris horis feceram. Sic enim tam in horizontali, quàm in verticali horologio, linea horæ duodecimæ per punctum ibi. d. hic per punctum f. deducta ſuſcipiet dimidiatas horarum in lineis diuiſiones.



Demum ſignabo in linea meridiana hic & ibi puncta e h. in quibus ſtyli ſinguli ad plana ſua perpendiculares erigendi ſunt, ſcilicet e b. h b. ex primo lineamento. cuius vmbræ extremitas hic & ibi erit horarum index.

De parallelorum per initia signorum descriptione. Cap. V.

SOLE existente in æquatore, vmbra iudicis per totum diem desinit in vtroq; Solario in lineam æquinoctialem l c. Quando autē Sol erit in Tropicis, ac parallelis per principia mediorum signorum ductis, vmbra terminabitur in periferijs curuis hyperbolarum. Sicut igitur linea l c. æquinoctij, per principia Arietis, & Libræ; Tropici per principia Cancri, & Capricorni. Ita alius per principia Tauri & Virginis. Alius per principia Geminorum & Leonis. Alius per principia Aquarij & Sagittarij. Alius per principia Piscium & Scorpionis parallelus incedet. Itaq; ex descriptione prima sumo triangulum a b c.



Et producto radio b c. æquinoctiali p t v. puncta, lineabo super centrum b. periferiam r t s. cuius dimidia r t. t s. sint maximæ Solis declinationes. & super chordam r s. describam semicirculum r v s. Cuius quadrantes r v. v s. singuli secentur in tres æquos arcus. & à punctis diuisionū cadant perpēdiculares ad chordam r s. occurrentes ad periferiam r t s. & puncta occursuum copuletur cum centro b. per 7. lineas rectas. quarum vna est b c t. radius Solis æquinoctialis. Extremę autem b r. b s. radij Solis in Tropicis. Binæ verò, & binæ mediæ, radijs Solis in principijs mediorum signorum constituti. Qui radij in arcu r t s. determinant Solis declinationes in eisdem locis. Hunc circuli sectorem cū suis radijs ad Solis parallelos per principia signorum ductos terminatis,

tis, voco Zodiacum horologij. Quem intelligo circunduci circū axem mundi a b g. ita vt radius æquinoctij b t. semper instet perpendicularis ad axem a b g. Nam per talem motum, radius vt qui semper fertur in plano Aequatoris, describet in plano horizontalis horologij rectam, quæ dicitur æquinoctialis linea. Radij autem b r. b s. Cum reliquis medijs describēt singuli in dicto plano curuas lineas, seu periferias hyperbolarum vtrinq; ab æquinoctiali linea. In rectam æquinoctialem desinet vmbra styli per totum æquinoctij diem. in cæteras curuas vtrinq; singulas desinent vmbræ, dū Sol existet in Tropicis, & in principijs mediorum signorum à quatuor parallelis radij descendunt. Ecce habes hìc Theoriam. Et quoniā super lineam meridianam a c. describitur linea æquinoctialis c p. cum ipsa a p. & cæteris lineis horarijs à meridie continuatis: faciam ipsi a p. lineæ in zodiaco, lineā æqualem a q. in alia figuratione. Nam a q. producta secabit radios zodiaci. inde sumam portionibus lineæ a q. inter radios cadentibus æquas portiones in linea a p. vtrinq, ab æquinoctiali linea. & similiter faciam in cæteris lineis horarijs, in dicto horologij plano sub ipsa a p. descriptis. Nam per puncta tales portiones diuidentia delineabuntur dictæ curuę periferiæ, in quas vmbræ ad signorum initia pertinentes desinent vltra citraq;, lineā c p. æquinoctialē: tā infra, quàm supra a c. meridianam.

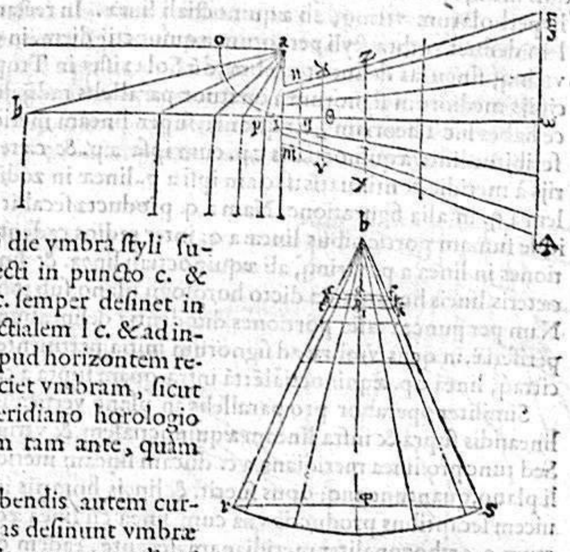
Similiter operabor pro parallelis in plano verticalis horologij delineandis supra & infra lineam æquinoctialem, & vtrinq; à meridiana. Sed tunc pro linea meridiana a c. ducam lineam meridianam g c. in tali plano, quantuncunq; opus fuerit. & lineis horarijs in puncto g. se inuicem secantibus productis vnà cum linea cū linea æquinoctiali p pūctum c. orthogonaliter meridianam secante, eadem omnia faciam. Quorum demonstratio haudquaquam obscura est.

De Solario recti horizontis, & meridiani. Cap. VI.

NVNC pro horologio horizontali Sphæræ rectæ intelligo in ipsa horologij planitie lineam æquinoctialem l c. stylus autem horologio perpendicularis sit a c. super quo semidiameter, atque super centro a. describam circuli quadrantem c p o. Cuius periferiam partior in sex æquos arcus. & per puncta diuisionum centrūq; a. duco rectas a l. a p. & reliquas cadentes in ipsam l c. æquinoctialem Spacijs autem l c. lineæ ponatur ex alia parte vltra punctum c. totidem spacia singula singulis æqualia. & per puncta diuisionum ducam lineas in rectum angulum ipsi l c. hoc per punctum c. lineam m c n. meridianam per puncta q θ. sequentium spaciorum rectas v q x. y θ z. & per sequentia puncta:

cta cæteras vtrinq; à meridiana m n. ad rectos ipsi l c. ipsæ nanq; erunt lineæ horariæ horizontis recti.

Et hæc eadem descriptio est cuiuslibet horologij meridiani. Sed tunc ipsa linea æquinoctialis l c. debet sisti in ipso plano meridiani horologij secundùm situm latitudinis loci, vbi constituitur horologium.



Atque linea m c n. ibi eleuabitur secũdùm altitudinẽ poli (quoniam æquidistat axi mundi) igitur in ipso æquinoctij die vmbra styli super planum erecti in puncto c. & æqualis ipsi a c. semper desinet in lineam æquinoctialem l c. & ad instans meridiei apud horizontem rectum non proiiciet vmbram, sicut in quocunq; meridiano horologio ad horam sextam tam ante, quàm post meridiem.

Pro describendis autem curuis lineis, in quas desinunt vmbræ Solis tropicæ, & quatuor mediorũ vtrinq; parallelorum; repeto zodiacum dudum compactum, in quo ex radio æquinoctiali b t. sumo ipsi a c. æqualem lineam l d. & per punctum d. duco e d f. ad rectos ipsi radio, cui facio æqualem m c n. in horologio. Item ipsi a p. siue a q. facio æqualem b g. & ducta similiter b g k. pono ipsi æqualem y q x. Adhuc ipsi a θ. facio æqualem b i. & similiter pono ipsi æ i œ. æqualem γ θ z. & sic deinceps, donec ipsi a ſ. fiat æqualis b ♃. ducteq; similiter r ♃ s. ponatur æqualis in horologio φ ω ξ. Nam per puncta m v y φ. & per puncta n x z ξ. ibunt curuæ periferiæ, in quas desinunt vmbræ tropicæ. & per alia puncta media, in quibus sumuntur spacia de zodiaci figuratione vtrinq; à radio æquinoctiali b t. ad laterales radios, ibunt curuæ periferiæ, in quas terminabuntur vmbræ reliquorum parallelorum per principia mediorum signorum. Nam dum totus sector b r s. circunducitur super axem mundi per motum primum: ipse b t. radius æquinoctialis fertur semper in ipsa linea l c ω. æquinoctiali. & radij tropici b r. b s. feruntur per cur-

uas

uas periferias m v y φ. & n x z ξ. & radij mediorum parallelorum per principia mediorũ signorũ, ibunt simul p medias periferias, singuli scilicet radij singulas, sicut æquinoctialis æquinoctialem lineam, describentes in plano ipsius horologij: quemadmodum idem sector b r s. similiter circa mundi axem circunductus cum suis radijs, in horologio horizontis obliqui, & eius verticali, lineam æquinoctialem, & easdem curuas periferias describebat. Vnde talis descriptionis Theoria, per situm, motum, & mensuras satis notescit acutis ingenijs.

Potest quoque in meridiano horologio recti horizontis fieri horarum descriptio similis & eadem penitus, quæ dudum facta est in ipsius Sphæræ rectæ horizonte. Omnis enim meridianus est rectum horizõ alicuius loci: cum transeat per polos mundi, sicut horizon rectus: Vnde suscipit eandem penitus lineationem.

Sed horologium verticale horizontis recti sistendum est ad æquidistantiam æquatoris, qui vicem gerit verticalis in Sphæra recta: in quo quidem horologio lineæ horariæ 12. secantes se inuicem in centro (de quarum numero sunt linea meridiana, & linea horæ sextæ) partiuntur periferiam æquatoris seu verticalis horologij in 24. arcus æquales. Et stylus ibi, est portio axis per tale centrum incedentis, siue æquidistans axi.

Vnde huiusmodi horologium æquinoctiale in quolibet horizonte obliquo constitui potest, secundùm inclinationem æquinoctialis, & situm axis ad eleuationem poli. Et tunc in punctis diuisionum dictorum 24. arcuum totidem rectæ circulum tangentes determinabũt horas ab occasu numerandas: vbi styli indicis vertex (qui portio est axis) statuendus est in plano horæ vigesimæquartæ. qui stylus vtrinq; promineat à centro æqualiter. Nam Sol existens in sex signis septentrionalibus illuminabit faciem horologij superiorem: in australibus inferiorem.

Demum horologium verticale Sphæræ rectæ pro habitantibus sub polo, fungatur officio horizontalis: & vicissim horologium horizontale recti horizontis his, qui sub polo habitant, conuertetur in verticale. Quæ omnia perspicacibus ingenijs tam facilia intellectu, quàm iucunda situ videbuntur. Sed hæc hactenus. Post hac de lineis horas ab occasu, vel ortu exorsas distinguentibus tractabimus: vt occasuales seorsum descriptæ facilius & distinctius intelligantur. Nam hæ vnà cum meridianis locatæ confusionem lectoribus ingerunt. Sed prius oportunum fuerit Regulas tertij capitis de sectionibus, & æquidistantijs linearum in tabellam exponere.

per

per 4^{a} Re^{li}. per tertiã. per tertiã. per tertiã. per tertiã 3^{tij} cap.

Æqnoctialis ĩ vno pũcto secat horas ab occasu · à mer.	Hora. 24. ab occasu in vno puncto secat horas ab occ. · à mer.	Hora. 12. ab occasu in vno puncto secat horas ab occ. · à mer.	Hora. 6. à meridie in vno puncto secat horas ab occasu	Meridiana linea in vno puncto secat horas ab occasu
24 . 6	24 . 12	24 . 6	24 . 12	24 . 0
23 . 5	23 . 11½	23 . 5½	23 . 13	23 . 1
22 . 4	22 . 11	22 . 5	22 . 14	22 . 2
21 . 3	21 . 10½	21 . 4½	21 . 15	21 . 3
20 . 2	20 . 10	20 . 4	20 . 16	20 . 4
19 . 1	19 . 9½	19 . 3½	19 . 17	19 . 5
18 . 0	18 . 9	18 . 3	18 . 18	18 . 6
17 . 11	17 . 8½	17 . 2½	17 . 19	17 . 7
16 . 10	16 . 8	16 . 2	16 . 20	16 . 8
15 . 9	15 . 7½	15 . 1½	15 . 21	15 . 9
14 . 8	14 . 7	14 . 1	14 . 22	14 . 10
13 . 7	13 . 6½	13 . 0½	13 . 23	13 . 11
12 . 6	12 . 6	12 . 0	12 . 24	12 . 12
11 . 5	11 . 5½	11 . 11½	11 . 1	11 . 13
10 . 4	10 . 5	10 . 11	10 . 2	10 . 14
9 . 3.	9 . 4½	9 . 10½	9 . 3	9 . 15
8 . 2	8 . 4	8 . 10	8 . 4	8 . 16
7 . 1	7 . 3½	7 . 9½	7 . 5	7 . 17
6 . 0	6 . 3	6 . 9	6 . 6	6 . 18
5 . 11	5 . 2½	5 . 8½	5 . 7	5 . 19
4 . 10	4 . 2	4 . 8	4 . 8	4 . 20
3 . 9	3 . 1½	3 . 7½	3 . 9	3 . 21
2 . 8	2 . 1	2 . 7	2 . 10	2 . 22
1 . 7	1 . 0½	1 . 6½	1 . 11	1 . 23
æquidistantes in horologio æquinoctiali.	ęquidistãtes in horologio horizontali.	æquidistantes in horologio verticali graduũ 45.	æquidistantes in horologio horę sextæ.	æquidistantes in horologio meridiano.

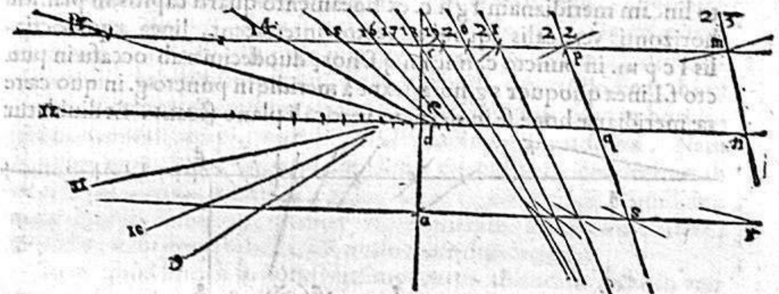
per 5^{a} Re^{li}. per quintã. per quintã. per quintã. per quintã. 3^{tij} cap.

Hæc tabula vsu ueniet deinceps descriptioni linearum occasuales horas indicantium. Sicut per ordinem docebimus.

De

De lineis occasualibus describendis. Cap. VII.

SECTIO & æquidistantia linearum supra scriptæ tabellæ sumuntur ex regulis tertij capitis. Hinc pendet modus describendi lineas horarum ab occasu exorsarum terminatrices. Exempli gratia, pro horologio horizontali latitudinis gr. 38. assumo ex descriptione quarti capitis lineam meridianam c e d a. lineam æquinoctialem l m. lineam horæ duodecimæ ab occasu d q n. lineam quoq; horæ sextæ à meridie a s r. cum suis singulas spacijs ac diuisionibus. Et in linea æquinoctiali sit m. punctum, per quod incedit quinta linea à meridie. In linea verò d q n. horæ duodecimæ ab occasu sit n. punctum, per quod transit linea horæ quintæ ac dimidię à meridie. Nam recta linea per puncta

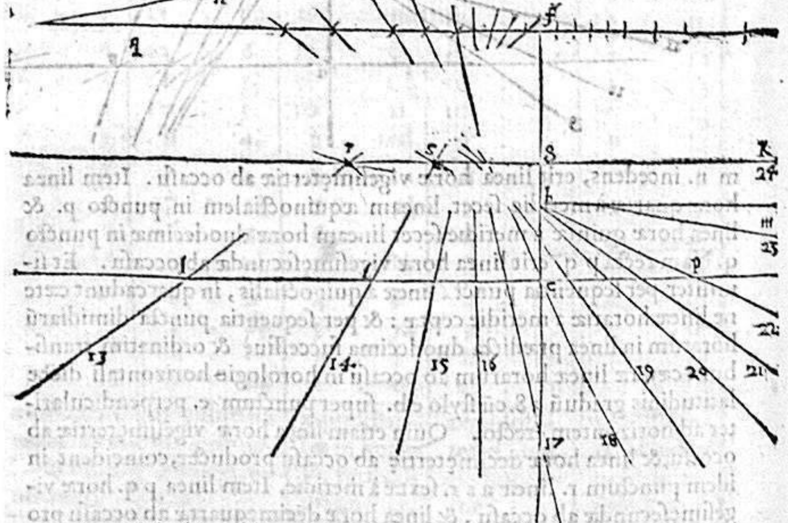


m n. incedens, erit linea horæ vigesimętertiæ ab occasu. Item linea horæ quartæ à meridie secet lineam æquinoctialem in puncto p. & linea horæ quintæ à meridie secet lineam horæ duodecimæ in puncto q. Nam recta p q. erit linea horæ vigesimęsecundæ ab occasu. Et similiter per sequentia puncta lineæ æquinoctialis, in quæ cadunt cæteræ lineæ horariæ à meridie ceptæ: & per sequentia puncta dimidiarũ horarum in linea prædicta duodecima successiuè & ordinatim transibunt cæteræ lineæ horarum ab occasu in horologio horizontali dictæ latitudinis graduũ 38. cũ stylo e b. super punctum e. perpendiculariter ad horizontem erecto. Quin etiam linea horæ vigesimętertiæ ab occasu, & linea horæ decimętertię ab occasu productæ, coincident in idem punctum r. lineæ a s r. sextæ à meridie. Item linea p q. horæ vigesimęsecundæ ab occasu, & linea horæ decimęquartæ ab occasu productæ coincident in idem punctum s. dictę lineę sextæ. & sic per ordinem cætera linearum paria in cętera puncta sextæ prędictę lineę cõcurrent. Adhuc in m. puncto, vbi vigesimatertia linea secat ęquinoctialem

ctialem

ctialem lineam, coincidit & linea horæ vndecimę ab occaſu. Sicut linea vigeſimęſecundę vnà cum linea decimę ab occaſu coincidũt ęqui noctiali dictæ in puncto p. Sic etiã lineę vigeſimæprimę & nonæ horarum ab occaſu in vno ſimul puncto concurrunt æquinoctiali lineæ, & deinceps ſucceſſiuè binæ ſequentes. Item, ſi à puncto a. ducatur linea horæ dimidiæ ante meridiem; ſiue 11½. poſt meridiem (quod idem eſt) ipſa æquidiſtabit lineæ m n. quæ indicat horam 23. ab occaſu. & ſimiliter linea horæ vnius ante meridiem, ſiue vndecimæ poſt meridiem æquidiſtabit lineæ p q. quæ horam vigeſimamſecundam ab occaſu ſignificat. & cæteræ cæteris eodẽ ordine ſequentes ſingulæ ſingulis ęquidiſtabunt. Quæ ſectiones & æquidiſtantiæ linearum ſequuntur ex regulis tertij capitis: & in tabella præmiſſi apparent.

PONAM nunc exemplum pro lineis ijſdem occaſualibus in horologio verticali ſupradictæ latitudinis graduum 38. Et in primis repeto lineam meridianam f g h c. ex lineamento quarti capitis, in planitie horizontis verticalis, quam ad rectos interſecent, linea æquinoctialis l c p m. in puncto c. linea n q f. horę duodecimæ ab occaſu in puncto f. Linea quoque r s g. horæ ſextæ à meridie in puncto g. in quo cæteræ meridianæ horæ ſe inuicem in verticali plano ſecant. Et diuidatur



æquinoctialis linea, ſicut ibi, in ſpacia horarum à meridie cœptarum. Linea verò n q f. horæ duodecimę in ſpacia dimidiata dictarum horarum: ſicut in horologio verticali per doctrinam quarti capitis.

Quibus

Quibus paratis, per punctum h. in quo figebatur ſtylus h b. agatur linea h k. æquidiſtans ipſi l c. Nam ipſa erit linea horæ vigeſimęquartæ ab occaſu. Deinde in linea ęquinoctiali l c. ſit punctum m. in quo ſecatur à linea quinta meridiei. & in linea n q. f. horę duodecimę punctum n. in quo ſecatur à linea horę 5½. à meridie. Nam recta m n. erit linea horę vigeſimętertię ab occaſu: item in linea æquinoctiali ſit p. punctum horæ quartę à meridie. At in linea horæ duodecimæ ſit q. pũctum horæ quintę à meridie. Nam recta per puncta p q. incedens erit linea horę vigeſimęſecundæ ab occaſu. Similiter deinceps ſucceſſiuè per bina quęque puncta ſequentia in lineis l c. & n f. deſcribentur per ſuccedentia ordinatim ſpacia, cæterę lineæ horarum ab occaſu. ſicut docet tabella ſub titulis Aequatoris, & horæ duodecimę. Quin etiam linea m n. horæ vigeſimętertię, & linea l r. horę decimętertię ab occaſu, ſecabunt lineam horę ſextę r g. in vno puncto r. & linea p q. vigeſimęſecundę cum linea s t. decimęquartę horæ ab occaſu, in vno puncto s. coincident in lineam dictam ſextæ. Et ſic per ordinem cætera linearum paria in ſingula puncta ſextæ concurrent: quamuis decimaoctaua non habeat comparem: ſicut in tabella ſub titulo ſextę horę patet. Sed hìc non ſequitur æquidiſtantia linearum, ſicut in horologio horizontali excepto verticali loci latitudinis 45. graduum. Nam eius loci verticale horologium æquidiſtat circulo horæ duodecimæ ab occaſu. & ideo per quartam regulam tertij capitis ſuſcipit æquidiſtantiam duarum linearum, quarum vna numeratur ab occaſu: altera à meridie: ſicut docet tabella ſub titulo horæ duodecimæ.

Item quòd linea h k. horæ vigeſimęquartæ ab occaſu ſecat in vno puncto ſingulas occaſuales iam deſcriptas, & ſingulas meridianas lineas: ſicut in tabella patet ſub titulo horæ vigeſimęquartæ non opus eſt hìc exprimere: cum puncta diuiſionum Aequatoris & lineæ duodecimę ab occaſu ſatis ſint ad deſcriptionem linearum ab occaſu: quam nos hic intendimus. & talis coincidentia in linea vigeſimęquartæ horæ neceſſario ſequatur.

Alia notanda. *Cap. VIII.*

PRAETEREA, quòd lineæ horarum occaſualium in horologio horizontali tangunt Parabolam, cuius vertex eſt punctum d. diameter autem ipſa meridiana linea a d c. & in horologio verticali tangunt Ellipſim, cuius diameter eſt f h. hoc iam in primo capite concluſum, & ſatis diſcuſſum eſt in Theoria. Sed pro fabrica horarum occaſualium in horologio meridiano, procedendum eſt per puncta diuiſionum, in quibus lineæ horarum meridianarum ibi iam æquidiſtãtes ſecant æquatorem & lineas vigeſimęquartæ & duodecimæ horarum ab

occaſu:

occasu : quæ sunt Non coincidentes duarum hyperbolarum contrapositarum. Quarum diameter communis orthogonaliter secat Aequatorem, & eius lineam in communi sectione Non tangentium dictarum. Quas hyperbolas facit planum horologij meridiani, secans contrapositos conos. Quorum vertex communis est in axe, centroq; mundi: qui & axis est ipsorum conorum . & quorum bases sunt duo circuli æquales æquatoris paralleli, tangentes horizontem : sicut in primo capite latius disseruimus. Item ad latitudinem graduum 45. tam in horologio horizontali, quàm verticali , horarum occasualium lineæ tangunt parabolam vtrobiq; similem, & æqualem in punctis , in quibus eandem secant lineæ horarum meridianarum: sicut in primo capite dictum est.

Vlterius notandum, quòd in horologio æquinoctiali, quod est verticale in Sphęra recta, si circa mundi axem circunducatur zodiacus quinti capitis : radij tropici, & per capita mediorum signorum incedentes, describunt in plano horologij circulos concentricos ei, quem secant lineæ meridianæ , & tangunt occasuales, & maiores eodem . Sed radius æquinoctialis non describit periferiam , quoniam æquidistat plano ipsius horologij .

Item notandum , quòd quando vmbrę styli vertex cadit in punctū, in quo se inuicem secant duæ , vel tres lineæ horariæ : in illo instanti terminatur simul hora singularum linearum. Exempli gratia, in lineamento septimi capitis, in puncto m. secant se simul tres lineæ, scilicet linea horæ quintæ à meridie, linea horæ vigesimætertiæ, & linea horæ vndecimæ ab ortu . Si igitur ab occiduo Sole proiiciatur vmbra styli in punctum m. tunc instat hora quinta post meridiem vigesimatertia ab occasu, & vndecima ab ortu . Similiter in quolibet puncto alterius coincidentiæ dicendum .

Regulæ generales. *Cap. VIIII.*

DENIQVE in omni horologio notandum , quòd planum sui circuli æquidistantis (qui circulus in horologio horizontali est horizon, in verticali verticalis, in meridiano meridianus : in æquinoctiali Aequator) transit per cacumen styli proijcientis vmbram & per planitiem labrorum vasis ipsius horologij (quæ labra sunt summitates parietum horologij eiusdem altitudinis cum stylo.) Vnde si ponatur super cacumen styli filum radens planitiem labrorum, & æquidistans alicui lineæ horariæ in fundo vasis descriptæ ; tale filum signabit lineam horæ eiusdem in planitie dicta. & tunc linea fundi cum lineis labrorū connectenda est, per lineas in parietibus lateralibus ductas . Nam circulus talis lineæ horariæ sortitur planam superficiem ductam per cacumen styli, & facientem in fundo, labris & parietibus lineas prædictas:

quæ

quæ sunt membra continuantia dictam lineam horariam in talibus superficiebus . Vnde Sol existens in plano dicti circuli proiiciet vmbrā dicti fili in lineam talem horariam per fundum, parietes, & labra horologij deductam. Atq; ita vmbra styli semper desinet intra vas horologij siue in fundum , siue in parietes . Quam ob rem , si super planum horologij horizontalis erigantur quatuor parietes secundùm celsitudinem styli, duo quidem æquidistantes meridiano : & duo circulo verticali ; habebis in ipsis parietibus singulis lineas horarias prædicto modo descriptas . Et si à cacumine styli in fundo (vt dictum est) erecti , ducantur quatuor styli singuli ad singulos dictos quatuor parietes perpendiculariter : iam tunc in singulis parietibus singuli styli erunt indices horarum : sicut & ipse stylus primum super horizontalem fundum erectus . Sic habes quatuor horologia cum stylis singula suis: bina verticalia, & totidem meridiana. Quod si parietes prædicti ponantur aliorsum vergentes, aut quomodocunq; inclinati ad fundum horizontis : eodem modo penitus, hoc est, per filum & eius æquidistantiā ad lineas fundi, sequetur in talibus parietibus singulis linearum horariarum (secundùm situm parietum) descriptio: ita vt semper styli habeant communem verticem cum primario stylo super fundum horizontalem fixo .

CVM his nota, quòd stylus in parietalibus horologijs semper sistēdus est in loco supremo, per quod incedit linea horæ vigesimæquartæ ab occasu : quandoquidem vmbra semper proiicitur deorsum . In horizontali autem horologio stylus figendus est in puncto lineæ meridianæ superius assignato: ita vt vmbra verticis styli desinat in lineas horarias, aut inter earum spacia : & in parietalibus conuenit, vt stylus excitetur ex linea meridiana . Quamquam non refert vbi configatur , sed vbi cacumen habeat , vnde delabitur vmbra .

Deniq; quoniam Sol semper versatur inter parallelos Tropicos : & idcirco in plano horologij omnis , necesse est vmbram styli terminari inter periferias talium parallelorum in ipso plano delineatorum per doctrinam quinti & sexti capitum : propterea satis erit lineas horarias intra tales periferias quasi limites terminari : quod tamen non est necessarium : semperq; licebit omnem lineam horariam produci per fundum parietes, & labra totius instrumenti. Sicut planum circuli talis horæ productum, & secans quamcunque planitiem facit in sectionem lineam horariam sui nominis . Vnde si ponatur imaginarius parallelus extra tropicum , atq; ibi positus Sol , aut astrum radiare intelligatur ; sic iam necessaria est prædicta linearum extra Tropicos productio .

SI quis porrò vult horologium iam descriptum coarctare, idem

G 2 breuiet

breuiet omnia proportionaliter. Exempli gratia: si dimidiet stylum, dimidianda erunt singula spacia, seruatis angulis. & sic in augmento.

De locatione Solarij. Cap. X.

CIRCVLVS in plano horizontis describatur: & ab eius centro stylus perpendiculariter erigatur. cuius vmbra ante meridiana in periferiam circuli desinat: & post meridiana rursus in periferiam. Mox arcus punctis periferiarum interiacens per æqualia secetur. Nam linea per punctum sectionis, & circuli centrum ducta erit linea meridiana: sicut docent Victruuius, Proclus, & Ioannes Regimontius. Nam dum vmbra styli cadet quolibet die super istam lineam, erit instans meridiei. In quo instanti vmbra cuiuslibet perpendicularis fili in quodcunq; planum proiecta faciet lineam meridianam. Super quam locanda est linea meridiana tui horologij per regulas superiores constructi, siue ad eius æquidistantiam, vt in situ debitum sistatur horologium. Sed & sagitta, vel acus nauticæ pyxidis per magnetem lapidem attemperata (quod est recentiorum inuentum) indicat meridianam. Conuertitur enim, quasi res animata, vel sensibilis, ad Septentrionē, sicut lapis, à quo virtutem talem recipit.

Tandem scito, quòd in describendis horarijs lineijs præsertim occasualibus, opus est instrumentis optimis & magna diligentia, planoq;, & amplo spacio: quod recipiat linearum concursus, quantūcunque opus est. Nunc aliqua occurrunt circa magnetis proprietatem, (quando consideratio talis huc pertinet) dicenda.

CIRCA MAGNETEM PROBLEMATA.

1 CVR magnes attrahit ferrum? An propter similitudinem lapidis cum metallo, cum vix aliunde causa petenda sit, quàm ex hac vniuersali naturæ lege, quæ similia semper copulat, & experientia causam quærit?

2 Num & vicissim magnes à ferro trahitur? Haud dubium id quidem: cum experientia id doceat. Nam, sicut lapis paruam acum: ita & ferrum maius exiguum lapidem attrahere probatur. Nam parua sunt ad mouendum faciliora. Vnde si magnes par ferro appropinquet, (dum à singulis funiculis pendent) fit vt vicissim vtrūque alterum attrahat, & vicissim in vnum accedant.

3 An & magnes magnetem attrahit? Vtique non aliter quàm lapis ferrum, aut hoc illum.

4 Cur ferrum instans attractionis virtutem per contactum lapidis ac-

quirit non autem lapis per contactum ferri? An quia prior est natura lapidis, qui mineræ vnde abscinditur, naturam sapit: & inde ferrum, sicut riuus à fonte, propagatur? Vnde fit vt & acus acum attrahat. & ordine longo concatenet?

5 Cur cætera metalla lapidem, à quo trahantur, vel quem trahant, non habent? An quia id proprium ac peculiare sit tenacissimi metalli: quod natura fecisse videtur ad terendum, acuendum, & collimandum cætera? An forte, quia cum cætera recipiant mixturam aliorum, idcircò non sortiuntur aliquem suæ puræ proprietatis, quē imitentur, sibique adscribant, lapidem? solumque ferrum mixturæ alienæ immune, similem sibi lapidem, & alterius proprietatis nesciū nanciscitur?

6 Vnde dictus Magnes? Siue ab inuentore, qui eum in India inuenerit, teste Nicandro Poëta; siue à Magnesia regione, in qua sit inuentus, nihil refert. Nam & in Aethiopia, & in Cantabria, & alijs in locis inueniri, certum est. Quo fit vt neque naues in Indico pelago periclitari, neque in Aegypto simulacrum ferreum Arsiones Reginæ in medio tholo ex magnetibus constructo, per Democratis artificium: Neque in Arabia ferreum Mahumetti sepulcrum in ædis medio similiter pendere, & si fabulosum esset, incredibile putandum est.

7 Cur magnes in vase ligneo innatante positus, determinatam sui partem semper ad Septentrionem (quamuis aliorsum detortus) conuertitur? An quia, cum corpus homogenum sit, naturam totius imitatur: & rupis, siue mineræ de qua fuit abscissus, situm semper quærit: hoc est, vt pars lapidis, quæ ibi ad Septentrionem vergebat (eo iam tralato) eodem respiciat, & eundem amet: vnde & lapide in quotcunque frusta diuiso, vnumquodque frustum naturam totius imitatur?

8 Cur & lapidis fragmentum id ipsum facit? Quia scilicet, vt dictum est, pars in homogeneis naturam totius imitatur.

9 Cur & acus seu sagitta, vel lanceola, siue obelus ferreus, post contactum lapidis id idem facit? An quia per contactum partes etiam metalli hauriunt, & imbibunt singulæ cognati lapidis partium proprietates: quo fit, vt partes contiguæ ament contrarias mundi plagas, cum separantur?

10 Cur magnes, vel acus ad eius contactum attemperata non respexit potius Ortum, vel Occasum? An quia Ortus, vel Occasus non est locus fixus, sed secundùm habitantium situm mutabilis: solusq; polus in cœlo stabilis est: quem secundùm mineræ suæ naturam & positionē lapis appetat, & ad eum vergens cum quiescente quiescat?

11 Cur nautæ vtuntur istoc artificio, & obelo tali ad magnetem temperato? An quia, cognito Septentrione, quem acumen sagittæ indicat, noscunt & cæteros per ambitum ventorum tractus, vt sic certi sint, quorsum sit nauigandum? Vnde maiores nostri, quibus ignotum erat huius nauticæ pyxidis masticnamentum, vt scirent in medio pelago quorsum tenderent; stellas circa polum Arcturum, Helicen, & Cynosuram obseruabant. atque ita polarem locum notantes, plagas reliquas conijciebant.

12 Sed cur sagitta, vel obelus à vero Septentrione, quandoque ad dextram, quandoque ad sinistram declinat? An quia sagitta, sicut magnes (cuius est simia) non verum Septentrionem, sed insulam quandam (quam Olaus Magnus Gothus in sua geographia vocat insulam magnetum) semper ex natura inspicere cogitur? Vnde, quoniam insula dicta ponitur ab authore prædicto aliquantum remota à polo, sub longitudine graduum 49. meridianoque transeunte per Peloponesum, vrbemque Coronen; idcirco citra talẽ meridianũ, obelus nauticæ pyxidis Gręcizat (vt vulgato, nauticoq; more loquar) vltra verò dictũ meridianũ maistrizat: sub ipso verò tali meridiano, recta Septẽtrionẽ, quorsum insula, respicit. Hãc ego declinationẽ obeli sepius olim admirabar. Sed postquã vidi Olai geographiã, hac mihi rõne satisfeci, siue quietiorẽ animũ reddidi. Existimo tñ sup istoc negocio cõsulẽdos esse peritiores nautas, vtrũ expiẽtiã dictã causam cõprobet. aut fortasse certius quidquã assignẽt. Quĩquã scio quosdã de arte nauigãdi scribẽtes rẽ in dubio reliquisse, adeo nõ solũ antiquis ignota, sed nobis quoq; alicubi dubia fit. Nec mirũ, cũ multa præterea sint artificia mechanica à recẽtioribus inuenta, & indies inueniant. Talis est ars separãdi aurũ ab argẽto. inuẽtio bõbardę, ars Impressoria, Saccari ex arũdinibus excoquẽdi, Speculorũ vitreorũ planorũ mixtura, Machina pistorũ cribratoria, Ignis excussio per collisionẽ sclopettis additus. Omitto propugnaculorũ structuras, machinarum genera, & quidquid quotidie noui hominũ malitia, cupiditasq; & vẽter artifex excogitat: Adeo nimirum facile est adinuenire, aut inuentis addere.

13 Cur sagitta pyxidis seu magnes poculo natãti impositus, detortus à situ suo nõ statim ad eũ rediẽs quiescit, sed pręterit semel, iterũ & deinceps? Nõne facit hoc impetus virtutis ferrũ aut lapidẽ mouẽtis? quẽadmodũ põd⁹ appẽsum si à situ ppẽdicularitatis dimouet, nõ quiescit, statim ad eã rediẽs, sed ab impetu proprio impulsum aliquoties vltra citraq; reuertẽs, tãdẽ remissa vi ĩ ppẽdiculo stabilit. quẽadmodũ & res grauis ad cẽtrũ vniuersale liberè dimissa faceret, donec in eo qesceret.

37. Febr. 12. Indi. 1569. aduesperascente die Iouis, quem vulgo vastum aut sagittatum vocant.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER TREDECIMVS, Solidorum tertius, & Regularium corporum primus

EX TRADITIONE MAVROLYCI,

PRÆFATIO.

QVINQVE sunt solida regularia Geometrarum, scilicet cubus, siue hexahedrum, quod sex basibus quadratis, & octo angulis solidis clauditur. Octahedrum, quod octo triangulis basibus, & sex angulis solidis finitur. vnde hæc duo sibi inuicem correlatiua sunt: quia quot bases habet vnum, tot solidos angulos habet reliquum. Sequitur Icosahedrum viginti triangulis basibus, & duodecim angulis solidis constructum. Inde Dodecahedrum sub duodecim basibus pentagonis & viginti angulis solidis clausum. & est aliud par correlatiuorum corporum vicissim alternans basium & angulorum numerum. Quintum verò solidum Pyramis vnicum est, ac solitarium, correlatiuo carens. ipsum enim met sibi respondet: quandoquidem quatuor triãgulas bases & totidem solidos sortitur. Nec aliud esse solidum Regulare præter hæc quinq;, certis ostenditur argumentis. Nam triangulum ęquilaterum, aut triplicatum, aut quadruplicatum, aut quintuplicatum tantum formare potest angulum solidum (cum anguli plani pauciores tribus non construãt illum) hinc ergo consurgunt tria solida,

 scilicet

scilicet pyramis, octahedrum, & Icosahedrum: sub quatuor scilicet, octo ac 20 triangulis basibus conclusa. tria inquam tantùm. Deinde quadratum (quę prima triangulum æquilatera, & æquiangula figura sequitur) triplicatum dumtaxat construit angulum solidum: & perinde solum generat cubum. & eadem ratione pentagonum æquilaterum & æquiangulum haud pluries quàm ter compactum ad anguli solidi formationem conuenit. & dodecahedrum solùm compaginat. Unde plura his quinq; regularia corpora non fiunt. Nam sex, aut plures anguli ex triangulo æquilatero non faciunt angulum solidum. Nec plures tribus ex quadrato aut pentagono. Nec minus ex reliquis æquilateris & ęquiangulis figuris. Horum constructio in Sphera, & collatio quo ad latera, quo ad bases, quo ad superficies, quo ad corpulentias: & mutua inter ea descriptio, in quibus tota eorum speculatio versatur, in tribus his libellis diligentissimè traditur, unde & calculus numerarius elici potest.

AD ILLVSTRISSIMVM DOMINVM D. HIERONYMVM BARRESIVM.

MAVROLYCI EPISTOLA.

VERE' tibi generosum, & uiro generoso, dignum est ingenium D. Hieronyme, uir clarissime: qui, ut de modestia, liberalitate, cæterisq; uirtutibus tuis taceam; bonis artibus, & mathematicis præcipuè disciplinis tantopere delectaris. Namq; hoc anno, dum Messanæ cum illustri socero tuo, urbis stratego commoratus es; cum alia multa, tum Euclidis elementorum libros duodecim, me legente, intellexisti: & adeo quidem acute, adeo perspicaciter, ut ante singula raperes, quàm ego demonstrarem. Quin etiam tuis me ingeniosis sæpe obiectionibus acutiorem reddebas. Vidisti, quæ Campani placita reijcienda fuerint, quæq; admittenda. Vidisti Zambertum noua sua tralatione, neque iniuria exultantem. qui tamen, quoniam uel paucam uel nullam mathematicæ facultatis peritiam tenet, neq; Campanum scit reprehendere, neq; ipse à Græco exemplari transuorsum pollicem audet excedere, quasi historiam transferret. Nunc autem, cum mense Iunio, unà cum illustri socero tuo, urbe, officij causa abesses: atq; interim ego tres elementorum libros, qui restabant, percurrerem: animaduerti in illis nonnulla facilius ac ordinatius demonstrari potuisse, multa quoq; necessaria deesse. Nec mirum. cum elementorum libri, atq; hi præsertim postremi diuersis traditionibus fuerint immutati. Redegi itaq; horum trium uoluminum propositiones in hunc, quem uides, ordinem. In ipso decimotertio libro addidimus propositionem unam, quæ hìc sexta est: quoniam ipsa decimæquartæ propositioni inseruit, & decimænonæ. Huc etiam ex sequenti libro duas propositiones transtulimus quæ sunt hìc septima, & duodecima. Nam septima facit ad octauæ ipsius & duodecimæ, ac secundæ demonstrationem. & duodecima ad faciliorem decimæquartę conclusionem. Hoc enim ordine, incredibile est memoratu, quanto faciliorem, breuioremq; reddiderimus decimæquartæ demonstrationem. in qua uidelicet pentagoni latus arguitur esse ex irrationalis, quæ Minor appellatur, existente circuli, cui pentagonum inscribitur, diametro rationali. Quartodecimo autem libro adiecimus propositiones quinq; supra uiginti. Quartam uidelicet cum quatuor & uiginti sequentibus: & quidem necessarias, ut pote sine quibus huiusmodi solidorum doctrina erat imperfecta. Nam, si Dodecahedri & Icosahedri comparatio, quo ad superficies, & solida per Hypsicles industriam laborata circunfertur: cur de comparatione trium reliquorum penitus tacetur? Si Dodecahedri, & Icosahedri bases ab eodem circulo comprehenduntur: nonne cubi *atque Octahedri quoque bases ab una periferia circunscribuntur? Si Dodecahedri & Icosahedri solida sunt superficiebus proportionalia: & sicut cubi atq; Icosahedri latera; nonne cubi quoq; & Octahedri corpulentiæ sunt spolijs proportionales, ac sicut Pyramidis & Octahedri latera? Sūt omnino: & id nos in nostris additionibus ostendimus: & illud pariter Icosahedrum cubo maius esse. Ut, sicut in ultima Tredecimi fit laterum cōparatio: ita in decimoquarto soliditatum magnitudines inter se per ordinem conferantur. Suspicor hæc eadem ab Apolonio, atq; Aristero fuisse tractata: quæ uel temporis iniuria perierunt, uel hominum inuidia, seu potius negligentia delitescunt. Quindecimum autem librum intactum dimisi, ut eum nobis Campanus exhibuit. quamquam ibi superflue, mea quidē sententia, docuit trium solidorum structuram: quæ in tredcimo ab Euclide explicatur. Hanc igitur lucubratiunculam tibi dedicamus, Barresi generose, literatorum amantissime. Videbis demonstrationes summatim collectas, latius posthac, ubi tempus & oportunitas dabitur, exarandas. Nam & totum Euclidem quādoq; emaculare, facilioremq; reddere decreuimus. interim his utere. Vale & uiue fælix. Messanæ ex ædibus nostris. 9. Iulij. M. D. XXXII.*

Carmen ad eundem.

Quis neget esse hominem cœlesti semine factum?
Quis neget humanos morte carere animos?
Aspice, quàm uarios speculetur acuta recessus
Mens Geometrarum non nisi plena Deo.
Hi pedibus terram calcantes astra perennis
Aetheris ingenio supposuere suo.
En bonus Euclides docet hic, Natura quòd æquis
Hæc tantum basibus corpora quinq; facit.
Pyramidem quatuor: mox octo Trigona secundum;
Constituunt stabilem sena Quadrata cubum.
Expediunt Solidum uicena triangula quartum
Postremum bissex pentagonæ facies.
Hypsicles horum confert ratione tenaci
Nunc spolia & massas, nunc latera atq; bases.
Quin ego sub tantis ducibus uestigia firmans
Multa quidem super his ingeniosa dedi.
Hæc tibi, cui sacrum est, soboles Barresia, nomen,
Mittimus. hæc auro sunt preciosa magis.
Diutijs inhiet tetris ignobile uulgus.
At tua te dignus pectora pascat amor.

EVCLI-

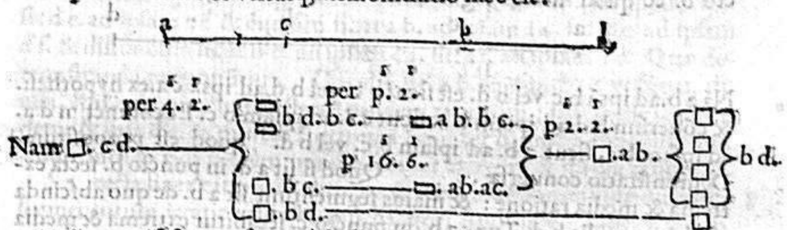
EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER DECIMVSTERTIVS, SOLIDORVM Tertius, & Corporum regularium primus.

Propositio prima.

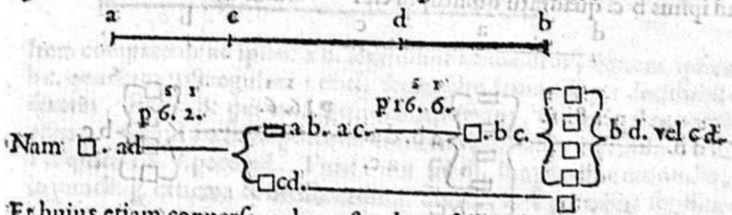
SI recta linea extrema, & media ratione secetur; maius segmentum admittens totius dimidium, quintuplum potest eius, quod ex totius dimidia. Linea a b. in pūcto c. secetur secundùm mediam extremamq; rationem: & maius segmentum sit b c. At b d. sit ipsius a b. totius dimidium: Aio, quòd quadratum ipsius c d. quintuplum est ad quadratum ipsius b d.

SI recta linea sui ipsius segmento quintuplū potuerit; dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta: maius segmentum reliqua est pars eius, quæ in principio, rectæ lineæ. Hæc est conuersa præcedentis. & vtriusq; demonstratio hæc est. 2



Vnde manifestum est, quòd data linea secundùm mediam extremamq; rationem secta, dantur singula eius segmenta.

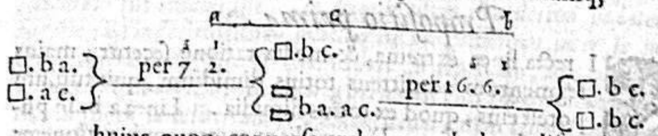
SI recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmentū admittens dimidiam maioris segmenti, quintuplum potest eius, quod à dimidio maioris segmenti, quadrati. Vt si a b. linea secetur in puncto c. media & extrema ratione: cuius maius segmentum b c. in puncto d. bifariam secetur. aio; quòd quadratum a d. quintuplum est ad quadratum c d. Potest ostendi sicut antepræmissa. Vel sic. 3



Et huius etiam conuersa eodem ostendetur syllogismo.

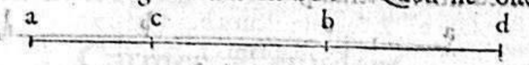
Sij

4 Si recta linea extrema & media ratione secetur: quod ex tota & minori segmento vtraq; quadrata triplum sunt eius, quod à maiori segmento sit, quadrati. Linea a b. in puncto c. secetur extrema & media ratione. & b c. maius segmentum: Aio, quòd quadrata ipsarum a b. a c. triplum sunt ad quadratum ipsius b c. Namq;



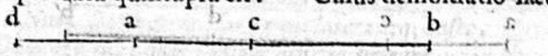
huius quoq; conuersa eodem concludetur discursu.

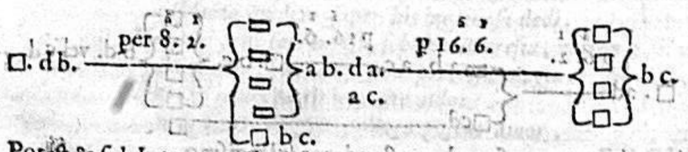
5 Si recta linea extrema & media ratione secetur: apponaturq; ei linea æqualis maiori segmento: Tunc & tota recta linea extrema & media ratione secabitur: & maius segmentum erit ea, quæ in principio recta linea. Sit linea a b. in puncto c. extrema & media ratione, secta. & maius segmentum b c. cui æqualis apponatur b d. Aio tunc, quòd & tota a d. extrema & media ratione secatur in puncto b. & quòd maius segmentum est a b. Quod sic ostenditur.



Nã a b. ad ipsã b c. vel b d. est sicut b c. vel b d. ad ipsã c a. ex hypothesi. & cõuersim b d. ad ipsam b a. sicut c a. ad ipsam b c. Et cõiunctim d a. ad ipsam b a. sicut a b. ad ipsam b c. vel b d. quod est propositum. Demonstratio conuersæ. Quòd si sit a d. in puncto b. secta extrema & media ratione: & maius segmentum sit a b. de quo abscindatur b c. æqualis b d. Tunc a b. in puncto c. secabitur extrema & media ratione. & maius segmentum b c. Nam d a. ad ipsam a b. sicut a b. ad ipsam b d. vel b c. & ideo per decimamnonam quinti, sic erit d b. vel b c. ad ipsam a c. quod est propositum.

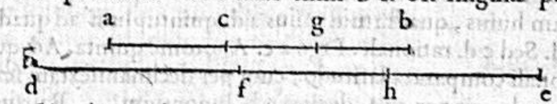
6 Si recta linea extrema & media rõne secet, apponaturq; ei æqualis minori segmẽto: Tota quintuplũ poterit eius, quod à maiori segmẽto, Quadrati. Linea a b. in pũcto c. secet extrema & media rõne. Cuius minori segmẽto a c. ęqualis applicet a d. Aio tũc, q̃ quadratũ ipsius d b. ad ipsius b c. quadratũ quintuplũ est. Cuius demõstratio hæc est.





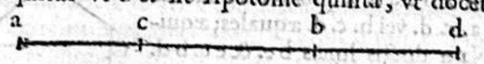
Potest & sub hoc processu, huius conuersa demonstrari. Si

Si duæ rectæ lineæ extrema singulæ & media ratione secentur, totæ ad maiora segmenta eandem habebunt rationem. item totæ ad minora eandem. Item segmenta segmentis proportionalia erunt. Vt si a b. in puncto c. & ipsa d e. in puncto f. extrema & media ratione secentur; quarum maiora segmenta sint b c. e f. Aio quòd a b. ad ipsam b c. & d e. ad ipsam e f. proportionales erunt. item a b. ad ipsam c a. & d e. ad ipsam f d. proportionales. Demum b c. ad ipsam c a. sicut e f. ad ipsam f d. Secentur enim b c. e f. singulæ per æqua- 7



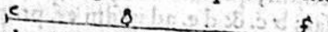
lia in punctis g h. Eritq; per tertiam huius, quadratum ipsius a g. ad quadratum ipsius g b. quintuplum. Itemq; quadratum ipsius d h. ad quadratum ipsius h e. quintuplum. Quare, per vigesimam primam sexti, erit a g. ad ipsam g b. sicut d h. ad ipsam h e. Ergo & coniunctim, a b. ad ipsam g b. sicut d e. ad ipsam e h. Sed sicut g b. ad ipsam b c. sic e h. ad ipsam e f. Igitur ex æquali, erit sicut a b. ad ipsam b c. sic d e. ad ipsam e f. & euersim sicut a b. ad ipsam a c. sic d e. ad ipsam d f. & disiunctim sicut b c. ad ipsam c a. sic e f. ad ipsam f d. Quæ demonstranda proponũtur. Quod si sit. a b. in puncto c. vt supra, diuisa. & d e. in puncto f. secta ad eandem rationem: iam facilè concludetur & ipsa d e. in puncto f. extrema similiter & media ratione secari. Vnde linea in vno tantùm puncto secatur extrema & media ratione.

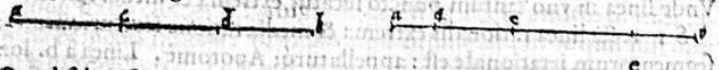
Si recta linea rationalis extrema & media ratione secetur; vtrunq; segmentorum irrationale est: appellaturq; Apotomè. Linea a b. longitudine rationalis, in puncto c. extrema & media ratione secetur. sitq; maius segmentum b c. Aio quòd tam b c. quàm a c. Apotomè est. Sit enim b d. dimidim ipsius a b. Eritq; per primam huius, quadratum ipsius c d. quintuplum ad quadratum ipsius d b. quæ rationalis est. Itaque c d. d b. sunt potentia tantùm commensurabiles. Quare, cum c d. maius nomen sit potentia solum rationale; sequitur vt b c. sit Apotomè quinta, vt docet calculus. 8



Item comparetur ad ipsam a b. lõgitudine rationalem, æquum ipsius b c. quadrato rectangulum: eritq; secundùm latus a c. per decimamsextam, sexti: & per nonagesimamseptimam, decimi, Apotomè prima. Quod si a b. sit potentia tantum rationalis: erit adhuc tam b c. quàm c a. Apotomè. Tunc enim sit e f. longitudine rationalis, in puncto g. extrema & media ratione diuisa: & f g. maius segmentum.

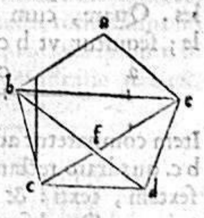
tum. Eritq; (sicut dudum ostensum est) tam fg. quàm g e. Apotomè. & quoniam per hypothesim e f. ipsi a b. potentia communicat; & tota e f. toti a b. & per præcedentem, sicut f g. ad ipsam b c. sic g e. ad ipsam c a. ideo segmenta segmentis in potentia communicant per vndecimã decimi: igitur, p 103. decimi, tã b c. quàm c a. Apotomè est.

Item lineæ a b. in puncto c. vt prius  secta maius segmentum b c. sit rationale. Aio, quòd a c. apotomè est; & a b. binomium. Secetur enim b c. in puncto d. per æqualia. eritq; per tertiam huius, quadratum ipsius a d. quintuplum ad quadratum ipsius c d. Sed c d. rationale. Ergo a c. Apotomè quinta. Ad quam ex b c. rationali comparata latitudo, cum per decimamsextam sexti efficiat ipsam a b. erit per 113. decimi, a b. binomium. Rursus si a c. minus segmentum sit longitudine rationale; Aio, quòd a b. erit binomium primum. & b c. tunc binomium. Secetur enim c a. in puncto d. extrema & media ratione: sitq; c d maius segmẽtum: eruntq; a b. b c. c a. c d. d a. continue proportionales. & ideo per æquam proportionem a b. c a. d a. in proportione continua. igitur ab ipsa c a. ad ipsam a d. Apotomen primam comparata latitudo efficiet per 113. decimi a b. binomium primum. Esto igitur ipsius a b. maius nomen a e. quod maius erit, quàm a c. quippe quæ minor est, quàm dimidium a b. erit igitur a e. longitudine rationale. Cunq; sit a c. longitudine rationale, erit & c e. longitudine rationale. Sed e b. rationalis tantum potentia. ergo b c. binomium.



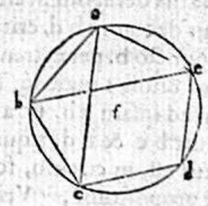
Quod si b c. sit potentia tantum rationale: erit adhuc a c. Apotomè & a b. binomium. & si sit a c. potentia tantum rationale, erit demũ a b. binomium. & b c. binomium, eo syllogismo, quo in principio de tota vsi sumus.

9 SI Pentagoni æquilateri tres anguli continui, aut non continui æquales fuerint; æquiangulum erit pentagonum. Vt si pentagonum a b c d e. æquilaterum habeat tres angulos, vt a. c. d. vel b. c. d. æquales; æquiangulum erit. Nam ductis lineis b e. & e c. b d. se in puncto f. secantibus, iam per quartam, quintam & sextam primi facile demonstratur æqualitas angulorum: & id quod proponitur.

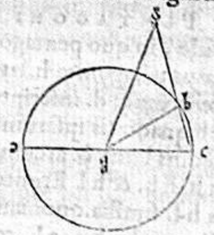


10 SI Pentagoni æquilateri & æquianguli binos continuos angulos binæ rectæ subtendant; extrema & media ratione se inuicem secabunt. & maiora segmenta singula erunt pentagoni lateribus æqualia. Esto pentagonum æquilaterũ & æquiangulũ a b c d e. circulo

circulo a b c. inscriptum. connexis a c. b e. in puncto f. se inuicem secantibus; Aio, quod tam a c. in puncto f. quàm b e. in eodem puncto secundùm extremam & mediam rationem secatur. & ipsa maiora segmenta c f. e f. singula sunt ipsis a b. a e. æqualia. Nam ipsa triangula a b c. b a e. a f b. sunt similia: quoniam ad inuicem æquiangula. Et quoniam angulus a f e. duplus est per trigesimamsecundam primi ad angulum f b a. & per vltimam sexti angulus c a e. duplus est ad angulum f b a. dictum. ideo anguli e a f. & e f a. inuicem æquales. & illis subtensæ e f. e a. inuicem æquales. & similiter b c. c f. ostendentur æquales. Quare, propter triangulorum similitudinem, sicut b e. ad ipsam e a. & ideo ad e f. sic erit a b. & ideo e f. ad ipsam f b. idemq; concludes de ipsa c a. secta in puncto f. Quam ob rem tam b e. quàm c a. linea in puncto f. secundùm extremam mediamq; rationem secatur. Constat ergo totum propositum.

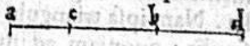


SI sexanguli & decagoni in eodem circulo descriptorum latera cõponantur, composita tota extrema & media ratione secatur: & maius segmentum est ipsius sexanguli latus. Vt si in circulo a b c. descripti latus decagoni sit b c. cui adnectatur in rectum b e. latus hexagoni in eodem circulo descripti, cuius diameter a d c. centrumq; d. Aio, quòd c e. in puncto b. extrema & media ratione secatur: & maius segmentum b e. latus hexagoni. Erit enim angulus a d b. duplus ad angulum d b c. per trigesimãsecundam primi. & angulus d b c. duplus ad angulum e. ergo angulus a d b. quadruplus ad angulum e. Sed idem angulus a d b. quadruplus ad angulum d b c. per vltimam sexti. igitur anguli e. & b d c. æquales. & idcirco triangula e d c. c b d. inuicem equiangula & similia. Quare sicut est e c. ad ipsam c d. hoc est ad ipsam e b. sic erit c d. vel e b. ad ipsam b c. Atque ideo e c. in puncto b. extrema & media ratione secatur. quod erat demonstrandum. 11



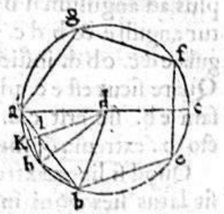
Quod si lineæ extrema & media ratione diuisæ maius segmentum sit latus hexagoni in aliquo circulo descripti; tunc minus segmentum erit latus decagoni in tali circulo clausi. Item si minus segmentum ponatur latus decagoni; tunc maius erit latus hexagoni eiusdem circuli. hæc sunt quasi conuersæ huius vndecimæ. & per ipsam vndecimam & septimam huius demonstratur.

SI latus sexanguli extrema & media ratione secetur, maius segmentum mētū erit Decāgoni latus circumſcripti in circulo ſexāgulum circūſcribente. Latus ſexanguli cuiuſpiam a b. ſecūdùm mediam extremamq́; rationem ſecetur in puncto c. ſitq; maius ſegmentum b c. Aio, ꝙ b c. eſt latus decagoni in circulo, qui hexagonū circūſcribit, deſcripti. Sit.n. latus decagoni b d. eritq́; per præcedentē a d.



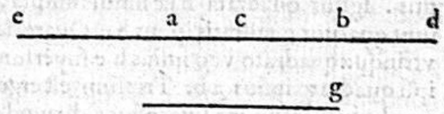
in puncto b. per extremam & mediam rationem diuiſa : maiusq́; ſegmentum a b. Ergo per ſeptimam huius: ſicut d a. ad ipſam a b. ſic a b. ad ipſam b c. Sed ſic etiam a b. ad ipſam b d. igitur b c. & b d. æquales. Sed b d. latus decagoni: quare & b c. idem latus eſt, in circulo, ſcilicet, cuius ſemidiameter a b. inſcripti. quod eſt propoſitum. Vel ſic. ſit ipſi b c. æqualis b d. eritq́; per quintam huius a d. in puncto b. extrema & media ratione ſecta. Sed a b. latus hexagoni. ergo per primam conuerſarum præcedentis b d. latus decagoni. Quare & b c. idem latus. Quod ſi linea quæpiam extrema & media ratione ſecetur : & maius ſegmentum ſit latus decagoni in circulo deſcripti : tunc tota linea erit latus hexagoni, ſiue ſemidiameter talis circuli. Hæc eſt conuerſa huius duodecimæ. & per ipſam duodecimam & ſeptimam huius oſtenditur. Hinc manifeſtum eſt, quòd ſi circuli decagonum circunſcribentis diametros, fuerit rationalis longitudine vel tantum potentia ; ipſum decagoni latus erit Apotomè. Hoc enim ſequitur ex hac duodecima & octaua huius. Item ſi de latere hexagoni abſcindatur latus decagoni : erit maius ſegmentum hexagonici lateris extrema & media ratione diuiſi.

13 Pentagoni latus poteſt hexagoni & decagoni latus in eo circulo, in quo pentagonum clauditur, deſcriptorum. Sit enim a b. latus pētagoni: a h. latus decagoni in circulo a b c. cuius diameter a d c. centrumq; d. inſcriptorum : Aio, quòd quadratum ipſius a b. æquum eſt quadratis ipſarum a d. & a h. ſimul ſumptis ducatur d l k. per ęqua ſecans latus & arcum decagoni. item chordæ a h. h b. & h l. Eruntq; duo triangula a b h. & a h l. ſimilia. quoniam æquiangula. & ideo tres lineæ a b. h a. a l. continue proportionales. Quare quadratum h a. æquum ei, quod fit ex a b. in ipſam a l. Itē duo triangula a b d. d b l. ſimilia, quandoquidem æquiangula : & idcirco tres lineæ a b. b d. b l ſunt in proportione continua. & propterea quadratum b d. ęquale ei, quod fit ex a b. in ipſam b l. Verùm hæc duo producta, ſcilicet quod ex a b. a l. quodq; ex a b. b l. ſimul ſumpta, ſunt per ſecundam ſecundi, æqualia quadrato ipſius a b. igit quadratū ipſius a b. æquale eſt quadratis ipſarū h a. & a d. ſiue b d. ſimul ſumptis. Quod fuit demōſtrādū.

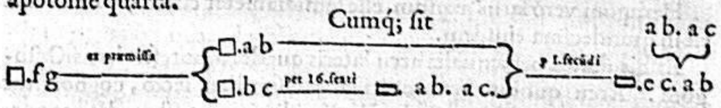


Si

Si in circulo rationalem habente diametrum Quinquangulum æquilaterum inſcribatur : quinquanguli latus irrationale eſt, appellaturq́; minor. Sit circuli ſemidiameter a b. longitudine primum rationalis. latus autem pentagoni circulo inſcripti f g. Aio, quòd f g. irrationalis eſt, quæ minor. Secetur enim a b. in puncto c. media, extremaque ratione. eritq́; b c. maius ſegmentum latus decagoni eidem circulo inſcripti per ante pręmiſſam. Sit quoque b d ipſius a b. dimidium & ideo rationalis. Et a e. ipſi a b. æqualis, & ideo rationalis. eritq́; tota e d. long^ne rationalis. & hoc vtere ſyllogiſmo. Quadratum ipſius c d. quincuplum eſt ad quadratum ipſius d b. per primā huius. & per ſextam. Quadratū ipſius e c. quincuplū eſt ad quadratum ipſius c b.



Quare p 21^a. ſexti, ſicut e c. ad ipſam c b. ſic c d. ad ipſam d b. Et permutatim, ſicut e c. ad ipſam c d. ſic c b. ad ipſam d b. Et coniunctim, ſicut e d. ad ipſam d c. ſic c d. ad ipſam d b. Sed quadratū ipſius c d. quincuplum ad quadratum ipſius d b. ergo & quadratum ipſius e d. quincuplum ad quadratum ipſius d c. Cumque e d. ſit longitudine rationalis: erit e c. apotomè. Et quoniam quadratum ipſius e d. quincuplum eſt ad quadratum ipſius d c. ideo quadratum ipſius e d. ad quadratum, quo ipſa e d. potentior eſt, quàm d c. eſt ſicut quinque ad quatuor. Quare per nonam decimi, e d. potentior eſt, quàm d c. In quadrato lineæ ipſi e d. longitudine incommenſurabilis. Igitur e c. eſt apotomè quarta.



Idcirco quadratum ipſius f g. æquum eſt ei, quod fit ex ipſa e c. apotome quarta in ipſam a b. lōgitudine rationalē. Quare per 94^a. decimi, ipſa f g. eſt irrationalis illa, quæ minor dicitur.

Quod ſi ponatur a b. potentia tantum rationalis: tunc f g. latus pentagoni circulo, cuius ſemidiameter a b. inſcripti adhuc erit minor. Nam tunc f g. communicabit in potentia lateri pentagoni deſcripti in alio circulo, cuius ſemidiameter longitudine rationalis ponitur propter ſemidiametrorum & laterum proportionem. Sed illud latus erit linea minor: ſicut dudum oſtenſum eſt. Ergo per 105. decimi f g. adhuc erit minor.

Si in circulo triangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: ipſius trianguli latus, potentia triplum eſt ad circuli ſemidiametrum. Circulo

H

culo a b c. triangulum æquilaterum a b c. sit inscriptum. cuius circuli centrum d. & diameter sit a d e: Aio quòd quadratum ipsius a b. lateris triplum est ad quadratum ipsius a d. vel d e. semidiameter. Conectatur enim b e. quod est latus hexagoni: & ideo æqualis ipsi a d. Et hoc vtere argumento.

Nam quatuor quadrata ipsius a d. siue b e. simul accepta, sunt æqualia quadrato ipsius a e. diametri. Sed quadratum a e. per penultimam primi, æquum est quadratis ipsarum a b. b e. simul sumptis. Igitur quadrata hæc simul sumpta, æqua sunt quatuor quadratis ipsius b e. Quare dempto vtrinque quadrato vno ipsius b e. supersunt tria quadrata b e. æqualia ipsi quadrato ipsius a b. Triplum est ergo quadratum ipsius a b. ad quadratum ipsius b e. siue ipsius a d. quod fuit demonstrandum.

Vnde manifestum est quod circuli diameter potest trianguli æquilateri & hexagoni æquilateri sibi inscriptorum latera.

Item patet, quòd a b. latus trianguli ad perpendicularem a f. potentialiter sesquitertium est. Et quòd d e. semidiameter per æqualia secatur in puncto f. ✻ *Pro reliquarum figurarum lateribus additio. Item pro scientia chordarum.*

Quadrati quoque latus in circulo descripti potentialiter duplum esse ad semidiametrum circuli constat per sextam quarti.

Descriptio autem Pentagoni intra datum circulum fit per decimam & vndecimam eiusdem.

Hexagoni verò latus æquum esse semidiameter circuli, conclusum est in quindecima eiusdem.

Ex his diuiso per æqualia arcu lateris quadrati, notescit latus Octogoni. Arcu quoque hexagonici lateris similiter secto, cognoscitur Dodecagoni latus. Namque chordā dimidiati arcus est media proportionalis inter diametrum circuli, & eius portionem, quæ à chorda totalis arcus abscinditur.

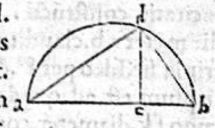
Porrò, si ponatur circuli diameter longne vel saltem potentia rationalis, latus Octogoni intra circulum descripti, erit irrationalis linea, quæ minor dicitur. Latus vero dodecagoni linea irrationalis, quæ apotomè vocatur. Quod quidem ex ipso calculo constare potest: sicut & de lateribus Pentagoni & Decagoni in circulo rationalem diametrum habente descriptorum: & de lateribus Icosahedri & dodecahedri facere possemus.

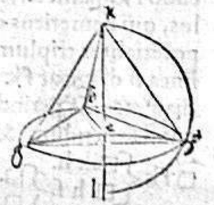
Item pro calculo chordarum illud notandum, quòd duæ chordę semicirculum complentes, continent angulum rectū: vnde vna earum data, dabitur & reliqua per penultimam primi.

Et si

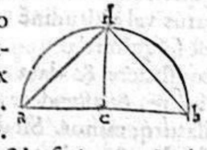
Et si quadrilaterum circulo inscriptum sit: tunc duo, quæ producuntur ex binis oppositis lateribus, pariter accepta rectangula sunt æqualia ei, quod sub diametris eius comprehenditur, rectangulo, vt Ptolemæus ostendit. Vnde, si duorum arcuum datæ sint chordæ, dabitur tam eorum aggregati, quàm differentiæ chorda. Hinc arcuum per totum semicirculum chordæ & sinus recti notescent. Et omnis Chordimetria, quæ tam ad planorum, quàm ad sphæralium triangulorum scientiam necessaria est. Nunc redeamus ad solida.

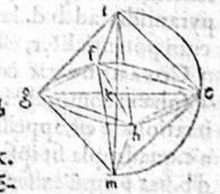
PYRAMIDEM constituere, & data sphæra comprehendere: & 16
demonstrare, quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia sesquialter est ad latus ipsius Pyramidis. Sit datæ sphæræ diameter a b. & ipsa a c. dupla ad ipsam c b. tum ducta c d. perpendiculari, erit per 17ª. sexti, quadratū ipsius a c. duplū ad quadratum ipsius c d. & per penult. primi, quadratū ipsius a d. triplū ad quadratum ipsius c d. Ponatur ipsi a b. æqualis k l. & ipsi a c. æqualis k e. & erecta perpendiculari e f. in semicirculo k f l. super centro e. fiat circulus f g h. & in eo triangulum æquilaterum f g h. & ducantur rectè f k. g k. h k. Sic pyramis f g h k. constabit intra sphæram, quam describet semicirculus f k l. æquilatera. Nam vnumquodque trium laterum k f. k g. k h. quadratū triplum erit ad quadratum ipsius e f. sicut quadratum triplum est ad quadratum ipsius c d. & per præcedentem vnumquodque trium laterum f g. g h. h f. quadratum triplum est ad quadratum ipsius e f. Igitur cuncta latera pyramidis k f g h. inuicem æqualia. Item quoniam b a. sesquialtera est ad ipsam a c. propterea per 8ª. & 17ª. sexti, quadratū ipsius a b. sesquialterum est ad quadratum ipsius a d. Igitur & quadratum ipsius k l. quę est sphærę diameter, sesquialterum est ad quadratum ipsius k f. quod est latus pyramidis, quod est propositum.





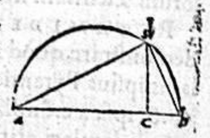
Octahedrum construere, & data sphæra comprehendere: & ostendere, quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia lateris ipsius octahedri duplus est. 17
Sit a b. datæ sphæræ diameter. quæ in puncto c. per æqualia secetur, & excitetur c d. perpēdicularis. Mox describatur quadratū e f g h. cuius latus sit ipsi a d. ęquale. Et productis diametris e g. f h. se in puncto k. secantibus, educatur l k m. plano quadrati perpēdicularis.

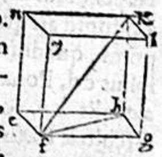




diculaꝛis.vtrinque ad æqualitatem ipſius k g.prominens. Connexiſq; tam l. quàm m. puncto cum 4^{or} angulis e f g h . completum eſt Octahedron quæſitum. & in ſphæra , cuius diametri l m. e g. f h. & quam deſcribit ſemicirculus l e m. çomprehenſum. Ad cuius diametrum g l. ipſe ſphæræ dimetiens l m.potentialiter duplus eſt.

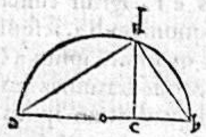
18 Cubum conſtruere, & data ſphæra comprehendere, & oſtendere quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplus eſt ad latus ipſius cubi. Sit datæ ſphæræ diametros a b. ponaturque a c. dupla ipſius c b. ſicut in pyramide. & ipſi b d. ęquum ſit e f.latus cubi e f g h k l m n.ſuper baſim quadratam e f g h.erecti lateribus ad perpendiculũ excitatis conſtructi . Ipſe enim in ſphæra , cuius diameter a b.clauditur. Cum enim a b.ipſius b c. tripla ſit.Ideo per 8^{a}.& 17^{a} ſexti.quadratum ipſius a b. triplum eſt ad quadratum ipſius b d. & ſimiliter in cubo f k.diameter,connectens oppoſitos ſolidos angulos, qui demetiens eſt ſphæræ cubum circumſcribẽtis, potẽtialiter triplum ipſius e f.lateris cubiti cui æqualis linea b d. Igitur f k. æqualis ipſi a b. propoſitæ ſphæræ diametro.Et perinde cubus ab ipſa propoſita Sphæra circumſcribitur. quod faciendum & demonſtrandum proponitur,

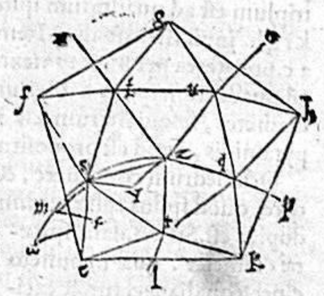




□.fk { □.kh.
□.hf. { □.fg. Igr potentia ipſius f k. ter continet potẽtiã cu-
□.gh.
(biti lateris.

Manifeſtum eſt igitur , quòd quadrata laterum pyramidis & cubi pariter ſumpta , ſũt æqualia quadrato diametri ſphæræ , in qua deſcribunt. Hoc enim quadratũ vni illorum ſeſquialterũ per ante præmiſſam , reliquo triplum eſt per præſentem. Item patet quòd a c. altitudo pyramidis ad b d. latus vel altitudinẽ cubi potentialiter, eſt ſeſquitertia.

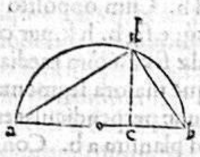


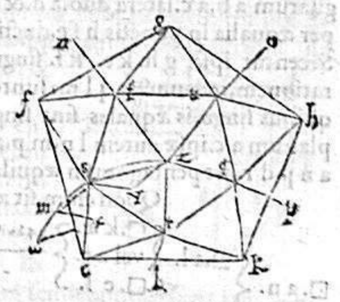


19 ICOSAHEDRVM conſtruere & data ſphæra comprehendere , & oſtendere , quòd ipſius icoſahedri latus irrationale eſt,appellaturq; minor. Sit datæ ſphæræ diametros a b. & a c.quadrupla ſit ipſius b c. & excitata c d. perpendiculari: ductiſq; ad d b.fiat primũ ex ſemidiametro b d. circulus e f g. intra quẽ claudatur

Penta-

Pentagonum e f g h k. & decagonum l m n o p. A quibus pũctis excitentur perpẽdiculares ad circulum l r.m ſ.n t.o u.p q.Quæ ſingulæ ſint æquales ipſi b d. A punctis autem q r ſ t u. ſingulis deducantur hypothemiſæ binæ ad angulos Pentagoni:quæ ſint q k. q h.v h.v g. t g. t f. ſ f ſ e. r e.r k.Et quinque aliæ tranſuerſæ ſcilicet q r. r s. s t. t v.v q. connectant vertices harum perpendicularium: & faciant pentagonum q r s t v.æquilaterum primo Quæ cum lateribus vtriusq; Pentagoni facient decem triangula æquilatera . Nam vnaquæque illarum hypothemiſarum, per penultimam primi,poteſt perpendicularem, quæ eſt latus hexagoni circuli f g. & latus decagoni. & ideo , per 13^{a}. huius,eſt æqualis lateri pẽtagoni . Item à centro circuli e f g.quod ſit punctum x.excitetur ipſi circulo perpẽdicularis x y.quę ſit ipſi b d.æqualis, ſicut aliæ prædictæ quinque perpendiculares . Cui apponatur in rectum y z.æqualis ipſi f n. lateri ſcilicet decagoni : & eidem æqualis x ω. Tamq; z. quàm ω. connectatur cum quinque punctis pentagoni ſubiecti. Videlicet z.cum punctis q r s t v. At vero ω,cum punctis e f g h k. Vnde fient,quina vtrinque, hoc eſt decem aliæ triangula prioribus æquilatera. Quinque ſtilum concurrentia ad z. punctum : & totidem ad ω. punctum . Vnaquæque enim linearum poterit hexagoni & decagoni latus. & ideo ſingulæ erunt æquales ipſi e f. ipſæ enim m x. s y. ſunt ſemidiametri circulorum e f g. & q r s. æqualium & latera hexagonica eorundem ; ſic completa ſunt viginti triangula icoſahedrum totum claudentia .





Et quoniam recta a b.quincupla eſt ad ipſam b c. ideo per 8^{a}.& 7^{a}. ſexti, quadratum ipſius a b. quincuplum eſt ad quadratum ipſius b d. ſed per 11_{3}.& 6_{3}.huius. quadratum ω z. quincuplum eſt ad quadratum ipſius x y. quæ fuit æqualis ipſi b d. igitur ω z. æqualis eſt ipſi a b. & quoniam x y. media proportionalis eſt inter z y. & z x. & ideo inter ipſas z y.& y ω. Ideo tam y s.quam x m.ipſi x y.æqualis media proportionalis erit inter portiones diametri z ω. Quare ſemicirculus deſcriptus ſuper z ω.diametro,ibit per ipſa s m.pũcta. & ſemicirculus igitur ſuper axe z ω. ſtante ſemel reuolutus deſcribet ſphæram contingẽtem ſingulos icoſahedri angulos. & perinde ipſum icoſahedrum circumſcribentem.Cumque ω z.ſit ipſi a b.æqualis,iam ſolidum ipſum à data

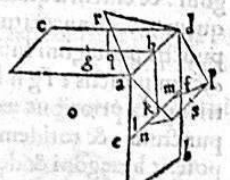
 ſphæra

ſphæra comprehendetur. Et quoniam rationalis eſt b d. quandoquidem in potentia commenſurabilis eſt ipſi a b. per hypotheſim rationali: ideo & m x. Illi æqualis rationalis eſt: ſemidiameter ſcilicet circuli, cui pentagonum e f g. inſcriptum eſt. Ergo per 14ª huius, & ipſum e f. pentagoni latus, quod eſt & icoſahedri latus, irrationalis eſt, quæ minor factum eſt g. quod faciendum, & oſtenſum quod oſtendendum proponitur.

20 DODECAHEDRVM conſtruere, & data ſphæra comprehendere: & oſtendere q̃ dodecahedri latus irrationale eſt, & appellatur apotomè. ſi rationalis fuerit ſphæræ diametros. Duarum baſium cubi contiguarum a b. a c. latera duo. a d. & d b. Cum oppoſito ſecentur ſingula per æqualia in punctis h f e. ductiſq; e f. g h. h k. per centra baſium g k. Secentur ipſæ g h. k e. k f. ſingulæ ſecundùm mediam extremamque rationem, in punctis q l m. ſuntque maiora ſegmenta g q. k l. k m. quibus ſingulis æquales ſint ſingulæ perpendiculares q r. quidem ad planum a c. ipſæ autem l n. m p. ad planum a b. Connexiſque punctis a n p d r. fiet pentagonum æquilaterum & æquiangulum

Quòd enim ſit æquilaterum, ſic patet,

□. a n. { □. a l. { □. k æ. vel a c. □. e l. } p 4 huiª { □ □ □ } k l. vel l n.
□. l n. —— □. l n. }



Ergo a l. dupla ipſius k l. quare æqualis ipſi l m. & ideo ipſi n p. Et ſimiliter oſtendemus, quòd d p. ipſi n p. quodque a r. r d. ſingulæ ſunt ipſis a n. d p. ſingulis æquales.

Quod autem totum pentagonum a r d p n. ſit in vno plano, Sic patet.

Exeat k s. ipſis l n. k p. parallelus: & ideo eiſdem æqualis & plano a b. perpendicularis. Eritque ſicut r q. ad ipſam q h: ſic h k. ad ipſam k s. Nam in linea ſecta extrema & media ratione, ſic eſt tota ad maius, ſicut maius ad minus ſegmentum. Ergo triangula r q h. h k s. ſunt ſimilia: & quia ſunt in vno plano, & latera r q. h k. Item ipſa q h. k s. ſunt æquidiſtantia: ideo per 30ª ſexti, linea r h s. eſt vna recta. Quare per 2ª vndecimi r h s. & a h d. rectæ ſunt in vno plano: & pentagonum ipſum in vno plano.

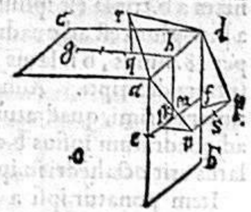
Quòd verò ſit æquiangulum, ſic conſtat.

Cum e k. ſit ſecta in puncto l. ſecundùm mediam & extremam rationem: & k m. ſit æqualis k l. maiori ſegmento: ideo per 5ª huius, ipſa quoque e m. in puncto k. ſimiliter ſecta eſt: & maius ſegmentum e k. Vnde ſic argue

□. a p.

□. a p { □ m p. vel m k. □. a m { □. e m. } per 4. huius. { □ □ □ } e k. vel a c.
□. a c. —— □. a c. }

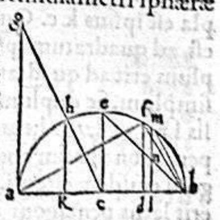
Ergo quadratum a p. quadruplum ad quadratum a c. & ideo a p. dupla eſt ipſius a c. Et perinde æqualis lateri cubi a d. Similiter oſtendemus) quòd d n. æqualis eſt eidem a d. Quare per 8ª. primi, tam angulus a n p. quàm angulus n p d. æqualis eſt angulo a r d. Eſtque pentagonum æquilaterum: ſicut dudum fuit demonſtratum. Igitur per 9ª. huius, pentagonum a n p d r. æquiangulum eſt. Non aliter ſuper vnumquodq; reliquorum vndecim laterum cubi comparetur pentagonum. Itaque duodecim pentagona component dodecahedrum. Et circumſcribitur ab eadem ſphæra, à qua & cubus. Quod ſic demonſtratur.



Duo plana per rectas h k. e f. ſecent cubum: quorum planorum communis ſectio ſit ipſa recta o k. quæ ſecabitur à diametro cubi. & ſecabat viciſſim eam per æqualia in centro cubi, per 40. vndecimi. Sit itaque o. centrum cubi. & ſic argumentare. In primis lineæ o a. o d. æquales: quoniam ſemidiametri ſunt tam cubi, quàm ſphæræ. per 40ᵃᵐ. vndecimi & 18ᵃᵐ. huius. & q̃m o k. ipſi e k. & k s. ipſi k m. ſunt æquales: Ideo o s. in puncto k. ſecatur extrema & media ratione. Vnde ſic procede.

□. o p. { □. p s. vel s k. □. o s. —— } per 4. huius. { □ □ □ } o k. vel a c.

Ergo quadratum ipſius o p. triplum eſt ad quadratum ipſius a c. Sed a c. dimidium eſt lateris cubi. Igitur per 18. poteſtatem o d. ſemidiameter eſt ſphæræ. Et ſimiliter oſtendemus, quòd à puncto o. rectæ vniuerſæ ad reliquos angulos dodecahedri ſunt ſemidiametri ſphæræ cubum circumſcribentis. Cumque 8. ex angulis dodecahedri ſint ſimul cũ angulis cubi, ſicut qui ad ipſa a d. puncta: patet quòd ſphæra ipſa, quæ cubum, circũſcribet dodecahedrũ. Quod tandẽ latus ipſum dodecahedri ſit apotomè, ſic patet.



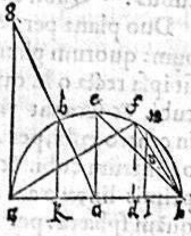
Agatur r p. quæ ſecabit ipſam a d. ſecundùm extremam & mediam rationẽ per 10ᵃᵐ. huius. & maius ſegmentum erit ipſi a r. æquale: cumque adſit potentia rationalis (quoniam ſphæræ diameter rationalis) ideo

a r. latus

à r.latus dodecahedri, per 8.huius, erit apotomè.

Vnde manifeſtum eſt, quòd cubi latere, in ſphæra quapiam clauſi, extrema & media ratione diuiſo; maius ſegmentum eſt dodecahedri in eadem ſphæra conſtituti latus.

21 Proposita ſphæræ diametro, quinque corporum regularium ab ipſa ſphæra comprehenſorum latera exponere, & inuicem conferre. Eſto ſphæræ datæ diametros a b. quæ ſecetur in puncto c. per æqualia: & deſcripto ſuper ea ſemicirculo: ſit a d. dupla ipſius d b. & excitentur perpendiculares c e. d f. & connectant a f. b e. f b. Et ſic procede. Quoniam a b. ſeſquialtera eſt ipſius a d. Ideo per 8. & 17. ſexti. quadratum ipſius a b. ſeſquialterum eſt ad quadratum ipſius a f. ergo, per 16. huius, a f. latus eſt pyramidis in ſphæra propoſita clauſi. Item quoniam a b. tripla eſt ipſius b d. ideo per 8. & 17. ſexti, quadratum ipſius a b. triplum eſt ad quadratum ipſius b f. Itaque, per 18. huius, b f. latus erit cubi, in propoſita ſphæra deſcripti. Adhuc, quoniam per penultimam primi, quadratum ipſius a b. duplum eſt ad quadratum ipſius b e. Ideo, per 17 huius, b e. latus erit octahedri in ipſa ſphæra conſtituti.

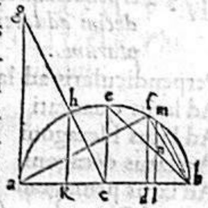


Item ponatur ipſi a b. perpendicularis & æqualis a g. & acta g c. ſecundæ periferiam in puncto h. ducatur h k. perpendicularis ad a b. Et quoniam g a. ipſius a c. dupla eſt, ideo propter triangulorũ ſimilitudinem h k. dupla eſt ipſius k c. ergo quadratum ipſius h k. ad quadratum k c. quadruplum. Quare, per penul. primi, quadratum ipſius h c. vel c b. quincuplum ad quadratum ipſius k c. Item tota a b. totius b c. dupla, & abſciſa a d. abſciſæ d b. dupla. Ergo relicta d b. dupla eſt relictæ d c. per 19. quinti. Sic b c. tripla ipſius c d. Quare quadratum ipſius c b. nonuplum eſt ad quadratum ipſius c d. & ideo c k. maior, quàm c d. Sit ergo ipſi c k. æqualis c l. & excitata perpendiculari l m. connectatur m b. eritque l b. æqualis ipſi a k. & k l. æqualis ipſi l m. quoniam ſcilicet vtraque dupla eſt ipſius k c. Quoniam itaque quadratum ipſius b c. quincuplum eſt ad quadratum ipſius c k. Ideo & quadratum ipſius a b. quincuplum erit ad quadratum ipſius k l. quoniam ſcilicet, ſicut ſimplum ad ſimplum, ſic duplum ad duplum. Igitur per 19 huius, k l & ei æqualis l m. eſt latus hexagoni, vel ſemidiameter circuli circumſcribentis pentagona baſim anguli ſolidi icoſahedri. & a k. l b. ſunt latera decagoni eiuſdem circuli. Quare per penultimam primi & 13 huius m l. erit latus pentagoni eiuſdem circuli, quod & ipſum per 19 huius, eſt latus icoſahedri. Tandem ſecetur f b. latus cubi ſecundùm extremam & mediam

& mediam rationem in puncto n. Cuius maius ſegmentum b n. per præcedentis corollarium erit latus dodecahedri in eadem ſphæra locati. Et quia quadratum ipſius a d. quadruplum eſt ad quadratum ipſum d b. & quadratum ipſius b f. triplum ad quadratum ipſius d b. per 8. & 17. ſexti. Ideo a d. maior, quàm b f. & eo magis a l. quàm b f. Sed a l. in puncto k. per 11. huius b f. vero in puncto n. per hypotheſim, extrema & media ratione ſecatur. Ergo, per 7. huius, k l. & ideo l m. maior, quàm b n. & eo magis b m. maior, quàm b n. hoc eſt icoſahedri latus maius, quàm dodecahedri latus. Inuenta ſunt ergo latera quinque corporum regularium à data ſphæra comprehenſorum: & ſimul oſtenſum, quòd maximum latus eſt a f. pyramidis. proximum in magnitudine latus b e. octahedri. Tertio dein loco latus b f. cubi. Poſt hæc latus b m. icoſahedri, vt patet per arcus aſſumptos. Sed b m. maius quàm b n. eſſe dudum oſtendimus. Quare b n. latus dodecahedri minimum.

Scholium ſuper calculo laterum figurarum æquilaterarum.

Illvd autem non ignotum debet eſſe ingenioſo lectori, quòd ſicut ſpecies linearum & magnitudinum tam rationalium, quàm irrationalium per terminos numerarios proponuntur, calculantur & noteſcunt cum omnibus his, quæ ad Symmetriam decimi elementorum pertinent: ita & latera prædictarum iſopleurarum figurarum, tam ſcilicet planarum, quàm ſolidorum, per memoratos numerorum terminos & congruum calculum dignoſcuntur. Nam calculus demonſtrationem comprobat, & pro demonſtratione vſuuenire poteſt. Sicut nos in 2. Arithmeticorum noſtrorum libello tradidimus. Sed ecce hic in tabella planarum & ſolidarum figurarum latera per dictos terminos exarabimus. vbi calculus theoriæ reſpondebit.



¶*Latera figurarum æquilaterarum circulo inſcriptarum: cuius diameter ponitur partium duodecim.*

Latus trianguli	℞.108
Latus quadrati	℞.72
Latus hexagoni, quod eſt ſemidiameter	6
Latus decagoni	℞.45.m̄.3
Latus pentagoni	℞ v 90.m̄.r.1620
eſt enim linea minor.	3.℞ v.45.p.r.1620.minus.℞ v.45.m̄.r.1620
Latus octogoni	℞ v—72.m̄.r.2592
eſt.n.linea minor.ſcilicet	℞ v—36.m̄.r.648.minus.℞ v-36.m̄.r.648

Latus

Latus dodecagoni ℞ v—72. m̄. r.3888
est enim apotomè scilicet ℞.54.m̄.r.18
Lineæ partium 6.extrema & media ratione diuisæ maius segmentum est.℞ 45.m̄.3. Minus verò. 9. m̄ r.45

¶ *Latera quinque corporum regularium intra spheram inscriptorum: cuius diameter habet partes duodecim.*

Latus tetrahedri siue pyramidis ℞. 96
Latus hexahedri, siue cubi ℞. 48
Latus octahedri ℞. 72
Latus icosahedri ℞ v—72..r.m̄1036.$\frac{4}{5}$
est enim linea minor, scilicet ℞ v — 36. p. r. 1036 $\frac{4}{5}$ minus. ℞ v— 36.m̄.r.1036.$\frac{4}{5}$
Latus dodecahedri ℞ 60. m̄.r.12
Nam lineæ.℞ 48.(quod est latus cubi)extrema & media ratione sectæ maius segmentum est.℞.60.m̄. r.12. Minus verò. ℞.108.m̄.r.60

¶ *Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter est partium duodecim ad latera figurarum æquilaterarum, intra ipsum descriptarum.*

Perpendicularis ad latus trianguli 3
Ad latus quadrati ℞.18
Ad latus Hexagoni ℞.27
Ad latus decagoni ℞ v—22 $\frac{1}{2}$ p̄ r. 101 $\frac{1}{4}$. linea maior.
Ad latus pentagoni ℞ v—13 $\frac{1}{2}$ p̄ r. 101 $\frac{1}{4}$
& est Binomium, scilicet ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̄ 1 $\frac{1}{4}$
Ad latus Octogoni ℞ v—18. p̄. r.162.linea maior.
Ad latus dodecagoni. ℞ v—18. p̄. r.243
& est Binomium, scilicet ℞ 13 $\frac{1}{2}$ p̄.1 $\frac{1}{2}$

¶ *Perpendiculares à centro sphæræ, cuius diameter est prtium duodecim ad bases quinque corporum regularium ab ipsa sphæra circumscriptorum.*

Perpendicularis ad basim pyramidis 2
Ad basim tam octahedri, quàm cubi ℞. 12
Ad basim tam icosahedri, quàm dodecahedri. ℞ v—12.p̄.r.115 $\frac{1}{5}$
& est linea maior.

¶ *Semidiametri circulorum circumscribentium bases quinque corporum regularium à sphæra, cuius diameter est partium duodecim circumscriptorum.*

Semidiameter circuli circumscribentis basim Pyramidis ℞. 32

Cir-

Circumscribentis triangulum octahedri & quadratum cubi ℞. 24
Circumscribentis triangulum icosahedri & pentagonum dodecahedri ℞ v— 24.m̄.r.115.$\frac{1}{5}$. linea minor.

Quæ quidem praxis, quo ad latera figurarum, bene respondet iis, quæ in hoc præmisso libro demonstrantur. Quo verò ad perpendiculares & bases, & ex eodem libro per calculum & elementarem doctrinam extrahi possunt. Qui calculus demonstrationis vicem agere potest, sicut & calculus laterum. Sed & in sequenti libro tam perpendicularium & basium: quàm superficierum & corpulentiarum collatio plenissimè demonstrabitur: Et in postremo libro, mutua corporum inscriptio & circumscriptio breuissimè tradetur.

Elementorum Euclidis tredecimi, solidorum tertij, & regularium corporum primi libri finis.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER QVATVORDECIMVS, SOLIDORVM Quartus, & Corporum regularium secundus.

Ex traditione Maurolyci.

TRIANGVLI æquilateri latus ad perpendicularem, quæ ab angulo ad basim, potentia sesquitertium est. 1

In triangulo æquilatero a b c. ab angulo a. cadat a d. b c. perpendicularis a d. Aio quòd a b. latus ad perpendicularem a d. potentia sesquitertium est. Nam quadratum ipsius a b. ad quadratum ipsius b d. quadruplum est. quandoquidem dupla est a b. ipsius b d. per penul. primi. Vnde sequitur vt quadratum ipsius a b. sit sesquitertium ad quadratum ipsius a d. Et hoc triplum ad quadratum ipsius b d. cum quadratum ipsius a b. sit æquum aggregato b d. a d. quadratorum.

SI trianguli æquilateri latus fuerit rationale, superficies eius est medialis. Quod enim fit ex a d. in ipsam b d. æquum est ipsius triãguli a b c. superficiei. Sed quadratum ipsius a d. ad quadratum ipsius b d. triplum est per præcedentem. Igitur per 9[a] decimi a d. b d. potentia tantum sunt commensurabiles: Quare per 21[a] decimi, productum ex a d. in ipsam b d. quæ est area trianguli, mediale est. Quod est proprium. 2

TOTA

3 TOTA superficies Pyramidis, vel octahedri, intra sphæram, cuius diameter rationalis est, descripti medialis est. Nam si sphæræ diameter sit rationalis: erit ipsum solidi latus, per 16ª. vel 17ª. libri præcedentis, rationale. Quare, per præcedentem, vna basium solidi medialis est. Igitur & omnium basium congeries, hoc est tota superficies solidi, medialis est, sicut proponitur.

4 PYRAMIDIS latus ad perpendicularem, quæ à vertice ad basim delabitur, potentia sesquialterum est. Inspice descriptionem 16ª. præmissi libri. in qua sicut est k l. ad ipsam k f. sic est k f. ad ipsam k e. Sed k l. ipsius k f. potentia sesquialterum est. Ergo k f. latus solidi ad ipsam k e. perpendicularem potentia sesquialterum est. Quod est propositum.

5 A SPHÆRÆ centro ad basim circumscriptæ pyramidis recta perpendicularis est sexta pars sphæricæ diametri. Nam in descriptione 16. præsenti libri, k l. diameter ad k e. perpendicularem est sicut 6. ad 4. Ergo semidiameter ad ipsam k e. sicut 3. ad 4. sed excessus ipsius k e. super semidiametrum est ipsa à centro ad basim perpendicularis. Ergo ipsa perpendicularis est semidiametri pars tertia. Quare diametri sexta.

6 SPHÆRÆ semidiameter ad perpendicularem à centro ad basim octahedri circumscripti, potentia triplum est. Vnde latus ipsius solidi ad eandem perpendicularem potentia sextuplum erit.

7 Nam per 17. præteriti, semidiameter sphæræ ad latus octahedri potentia est, sicut 3. ad 6. latus autem octahedri ad semidiametrum circuli, qui basim octahedri circumscribet, per 15. præmissi, est sicut 6. ad 2. in potentia. Ergo, per æquam proportionem, semidiameter sphæræ ad semidiametrum dicti circuli, est sicut 3. ad 2. Sed per penultimam primi, quadratum semidiametri dicti circuli cum quadrato perpendicularis æquum est quadrato semidiametri sphæræ. Igitur quadratum semidiametri sphæræ ad quadratum perpendicularis triplum. Quare latus octahedri sexcuplum potentialiter ad eandem, sicut proponitur.

8 PERPENDICVLARIS à centro sphæræ ad basim octahedri potentialiter tripla est ad perpendicularem ab eodem centro ad basim pyramidis in eadem sphæra locatæ. Nam, per præmissam perpendicularis octahedri ad semidiametrum sphæræ potentia est sicut 3. ad 9. Per ante præmissam autem, semidiameter sphæræ ad perpendicularem pyramidis, potentialiter est, sicut 9. ad 1. Per æquam ergo proportionem, perpendicularis octahedri ad perpendicularem pyramidis, potentia. sicut tertium à d. vnum, sicut proponitur.

PERPEN-

8 PERPENDICVLARIS à centro sphæræ ad basim cubi ab ipsa sphæra comprehensi, est dimidium lateris cubi. Patet hoc ex 18. 19. & 40. vndecimi.

9 DVÆ perpendiculares, vna à centro sphæræ ad basim octahedri: altera ab eodem centro ad basim cubi in eadem sphæra comprehensorum sunt æquales. Nam ex præmissa & 18. præcedentis, sphæræ semidiameter potentialiter tripla est ad perpendicularem cubi. Et per 6ª. huius, eadem semidiameter potentialiter tripla est ad perpendicularem octahedri. Quare perpendiculares ipsæ sunt inuicem æquales. quod est propositum.

10 BASIS pyramidis ad basim octahedri in eadem sphæra comprehensi est sesquitertia. Nam quadratum lateris pyramidis ad quadratum diametri sphæræ, est sicut 2. ad 3. per 16. præcedentis. & ideo sicut 4. ad 6. sphæricæ autem diametri quadratum ad quadratum lateris octahedri, sicut 6. ad 3. per 17. præcedentis. Quare per æquam proportionem, quadratum lateris pyramidis ad quadratum lateris octahedri erit sicut 4. ad 3. Quare sic triangulum ad triangulum per 18. sexti.

11 Hinc ergo manifestum est, quòd tota pyramidis superficies ad totam octahedri superficiem est sicut 16 ad 24. videlicet subsesquialtera.

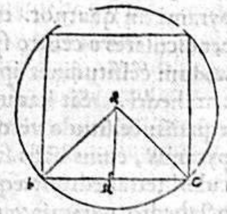
12 RATIO sexcupla superpartiens tres quartas, dupla est ad rationem, quam habet octahedri solidum ad pyramidis solidum in eadem sphæra existentium. E ductis à centro sphæræ ad angulos solidorum rectis, secetur octahedrum in 8. pyramides: Tetrahedrum verò seu pyramis in quatuor. eruntque 8. pyramidum celsitudines ipsæ perpendiculares à centro sphæræ ad bases octahedri. Quatuor vero pyramidum celsitudines ipsæ perpendiculares ab eodem centro ad bases tetrahedri. Sit itaque pyramis a. cuius basis sit superficiei octahedri æqualis: celsitudo vero æqualis perpendiculari octahedri. Sit item b. pyramis, cuius basis superficiei tetrahedri, celsitudo vero perpendiculari tetrahedri sit æqualis. Eritque per 6ª. vndecimi, pyramis a. octahedro: pyramis vero b. tetrahedro æqualis. Quibus suppositis, erit per 7ª huius, celsitudo pyramidis a. ad celsitudinem pyramidis b. potentialiter tripla. & ideo sicut 27. ad 9. basis verò pyramidis a. ad basim pyramidis b. per corollarium præcedentis: erit sesquialtera: & ideo potentialiter, sicut 9. ad 4. Ergo per æquam proportionem, ratio pyramidis a. ad pyramidem b. (quæ ex rationibus celsitudinum & basium componitur) duplicata erit, sicut 27. ad 4. sicut enim simplæ simplam, sic duplæ duplam rationem componunt. Igitur & eadem ratio octahedri ad tetrahedrum, sicut proponitur demonstrandum.

CVBI

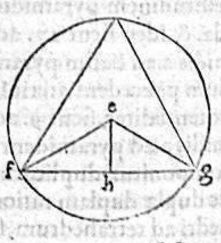
12 Cvbi quadratum & octahedri triangulum ab vna sphæra cōprehensorum, ab eodem circulo circumscribuntur. Per 9ª. enim huius, perpendiculares à centro sphæræ ad bases huiusmodi solidorum sunt inuicem æquales. Quæ autem à centro sphæræ ad angulos basium, sunt semidiametri sphæræ. Ergo per penultimam primi, si quadrata perpendicularium subtrahātur à quadratis semidiametrorum sphæræ; relinquentur quadrata semidiametrorum circulorum qui bases ipsas circumscribunt, per communem conceptum, æqualia. Quare & ipsæ circulorum semidiametri æquales erunt. quod est propositum. Idem aliter ostendetur, sic. Quadratum lateris octahedri ad quadratum diametri sphæræ, per 17ª præmissi, est sicut 3. ad 6. Quadratum verò diameter sphæræ ad quadratum lateris cubi, per 18ª. eiusdem, est sicut 6. ad 2. Per æquam ergo proportionem, latus octahedri ad latus cubi, potentialiter est, sicut 3. ad 2. Capiatur ergo circulus, cuius semidiametri quadratum sit dimidium quadrati cubici. eritque idem tertia pars quadrati lateris octahedri. Hic ergo circulus, per penultimam primi, circumscribet quadratam basim cubi: & per 15ª præcedentis libri, triangulam basim octahedri, quod est propositum.

Vnde rursus perpendiculares à centro sphæræ ad bases octahedri atq; cubi circumspectorum arguentur æquales, adducta penul. primi.

13 Qvod sub perpendiculari à centro basis cubi ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius cubicæ superficiei pars duodecima. A centro basis cubi a. ad latus b c. exeat perpendicularis a d. Aio, quòd id, quod sub a d. b c. comprehenditur, rectangulū est totius cubicæ superficiei pars 12ª. Patet: nam tota cubi superficies diuiditur in 2. triangula singula æqualia, & similia ipsi triangulo a b c. Et ex a d. in b c. producitur duplum trianguli a b c. per 41ª. primi.



14 Qvod sub perpendiculari à centro basis octahedri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius solidi areæ pars 12ª. A centro basis octahedri e. ad latus f g. cadat perpendicularis e h. Aio, quòd id, quod sub e h. f g. comprehenditur, rectangulum est totius octohedri superficiei pars 12ª. Patet hæc, sicut præcedēs. habet enim tota octahedri superficies 24. triangula æqualia singula ipsi $\triangle^{lo}$ e f g. adducta 41ª. primi.



Manifestum

Manifestum est ergo, quòd cubica superficies ad octahedri superficiem, est sicut rectangulum, quod sub latere cubi & ei perpendiculari à centro comprehenditur, ad rectangulum quod sub latere octahedri & ei perpendiculari à centro circuli continetur.

A centro circuli ad latus trianguli æquilateri in circulo descripti 15
perpendicularis dimidium est semidiametri eiusdem circuli. In circulo a b c. sit triangulum æquilaterum a b c. A cuius centro d. exeat perpendicularis d e. Aio, quòd d e. est dimidium semidiameter d b. Producatur enim d e. ad periferiam in punctum f. & connectatur b f. quod erit latus hexagoni: & ideo æquale semidiameter per 15ª. quarti. Quare, si à quadratis ipsarum d b. b f. æqualibus auferatur quadratum ipsius b e. per penultimam primi, supererunt quadrata ipsarum d e. e f. æqualia. Quare d e. e f. æquales. & ideo d e. perpendicularis dimidium est ipsius d f. semidiameter. quod est propositum. Idem consistit in 3° corollario 15. præmissi.

Sesqvitertia ratio dupla est eius, quam habet tota cubi super- 16
ficies ad totam octahedri superficiem. Inspice figurationes 13ª. & 14ª. præcedentium. sitque a. basis cubi: e. vero basis octahedri intra duos circulos inuicem æquales descriptæ per 12ª huius. quoniā solida in eadem sphæra locari supponuntur. Quoniam igitur quadratum a. & triangulum e. in circulo sunt æqualibus: ideo ratio dupla eius, quam habet b c. ad ipsam f g. erit sicut 4. ad 6. per 15ª. præmissi. Dupla verò ratio eius, quam habet a d. ad ipsam e h. est sicut 6. ad 3. Nam, per præcedentem e h. est dimidium ipsius a c. ad quod dimidium ipsa a d. potentialiter dupla est. Sed ex his duabus duplis, per 24ª. sexti, componitur ratio dupla eius, quam habet rectangulum sub ipsis b c. a d. contentum ad rectangulum sub ipsis f g. e h. comprehensum. Igitur, per æquam proportionem, ratio 4. ad 3. dupla est eius, quàm habet rectangulum ipsarum b c. a d. ad rectangulum ipsarum f g. e h. Sed hæc ratio, per corollarium antepræmissæ, est sicut cubica superficies ad octahedricam superficiem. Ergo & ratio 4. ad 3. dupla est rationis; quam habet cubica superficies ad octahedricam superficiem. hoc est sesquitertia: sicut proponitur demonstrandum.

Cvbica superficies ad octahedri superficiem est sicut pyramidis 17
latus ad octahedri latus in eadem sphæra. Nam pyramidis latus ad sphæræ diametrum, per 16ª. præmissi, potentialiter est sicut 4. ad 6. sphæræ autem diameter ad octahedri latus, per 17am eiusdem, est sicut 6. ad 3. potentialiter. Ergo per æquam proportionem, pyramidis latus ad octahedri latus, potentialiter erit, sicut 4. ad 3. hoc est sesquitertia:

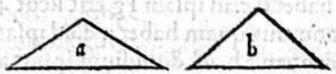
Sed

sed per precedentem, cubica superficies ad octahedri superficiem sesquitertia est potentialiter. Sequitur ergo vt cubita superficies ad octahedri superficiem, sit sicut pyramidis latus ad octahedri latus. quod est propositum.

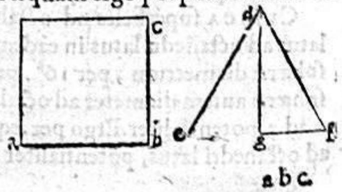
18 Sicvt est cubi superficies ad octahedri superficiem, sic cubi solidum ad octahedri solidum in eadem sphæra. Exeant enim à centro sphæræ ad singulos solidorum angulos semidiametri. Sic enim cubus secabitur in sex pyramides quadratas: octahedrum verum in octo pyramides triangulas. Eruntque perpendiculares à centro ad bases tam illarum, quàm harum pyramidum, per 9^{am} huius, vel per corollarium 12^{i} huius, inuicem æquales. Intelligantur itaque geminæ pyramides sub fastigio dictæ perpendicularis ambæ. Quarnm vna a. cuius basis sit omnibus cubi basibus æqualis. altera b. cuius basis sit omnibus octahedri basibus æqualis. Eritque per sextam vndecimi pyramis a. æqualis cubo. pyramis verò b. æqualis octahedro. Et quoniam sub eodem sunt fastigio, erit pyramis a. ad pyramidem b. sicut basis a. ad basim b. Quare & cubi solidum ad octahedri solidum erit, sicut cubi superficies ab cubi superficiem. Quod fuit demonstrandum.

Manifestum est ergo, quòd cubi solidum ad octahedri solidum est, sic pyramidis latus ad octahedri latus in vna sphæra contentorum, hoc est potentialiter sesquitertium.

19 Dvpla, decemque vicesimas septimas superpartiẽs ratio est, sicut ratio cubicæ basis ad octahedricam basim duplicata, solidorum in eadẽ sphæra locatorum.



Esto a b c. quadratum cubi. d e f. triangulum octahedri eiusdem sphæræ. Aio, ꝙ ratio 64. ad 27. dupla est eius, quã habet quadratum a b c. ad triangulum d e f. Cadat enim d g. ad basim e f. perpendicularis. Et quoniam quadratum a b c. & triangulum d e f. per 12^{am} huius, in eodem circulo inscribuntur: ideo latus a b. ad ipsum d e. potentialiter erit subsesqualterum, hoc est, sicut 8. ad 12. per quindecimam præmissi & sequentia corollaria. Sed d e. ad ipsam d g. per primam huius, sicut 12. ad 9. Per æquam ergo proportionem a b. vel b c. ad ipsam d g. potentialiter erit, sicut 8. ad 9. Item d e. ad ipsam e g. potentialiter est, sicut 12. ad 3. Rursus ergo per ęquã proportionẽ, a b. ad ipsam e g. potentialiter erit, sicut 8. ad 3. verùm ratio quadrati



abc. ad triangulum d e f. componitur ex ratione a b. ad ipsam e g. & ex ratione b c. ad ipsam a g. Ergo ratio dupla quadrati a b c. ad triangulum d e f. componetur ex duplis rationibus earundem. & quoniam dupla eius, quam habet a b. ad ipsam e g. fuit, sicut 8. ad 3. hoc est, sicut 64. ad 24. Dupla autem eius, quam habet b c. ad ipsam d g. fuit sicut 8. ad 9. hoc est, sicut 24. ad 27. Ideo, per æquam proportionem, dupla eius, quam habet quadratum a b c. ad triangulum d e f. erit sicut 64. ad 27. quod fuerat demonstrandum.

Sesqvitertia ratio dupla est eius, quam habet cubica basis ad 20
pyramidis basim in eadem sphæra. Patet. Nam per præmissam, ratio 64. ad 27. dupla est eius, quam habet cubica basis ad octahedricam basim. Item per 16^{am} huius, ratio 9. ad 16. hoc est ratio 27. ad 48. dupla est eius, quam habet octahedrica basis ad pyramidis basim. Per æquam ergo proportionem, ratio dupla eius, quam habet cubica basis ad pyramidis basim, est sicut 64. ad 48. & ideo sicut 4. ad 3. hoc est, sesquitertia. sicut proponitur. Hoc idem posses concludere laterum rationes componendo, sicut in præcedenti.

Hinc manifestum est, quòd cubica basis ad pyramidis basim est sicut tota cubi superficies ad totam octahedri superficiem. Et sicut solidum ad solidum. & sicut pyramidis latus ad octahedri latus. constat enim hoc ex præsenti 16^{a}. 17^{a}. & 18^{a}. præmissis.

Tripla ratio dupla est eius, quam habet cubica superficies ad 21
pyramidis superficiem in eadem sphera. Nam, per 16^{am} huius, sesquitertia ratio, scilicet 12. ad 9. dupla est eius, quam habet cubica superficies ad octahedricam superficiem. Item per corollarium 10^{i}. ratio 9. ad 4. dupla est eius, quam habet octahedri superficies ad pyramidis superficiem. Per ęquam ergo proportionem, ratio 12. ad 4. hoc est tripla, dupla est eius, quam habet cubica superficies ad pyramidis superficiem. Quod est propositum.

Cvbvs triplus est ad pyramidem in eadem sphera descriptam. 22
Nam, per 18^{am} huius, ratio sesquitertia, hoc est 36 ad 27. dupla est eius, quam habet cubus ad octahedrum. Item, per vndecimam huius, ratio 27. ad 4. dupla est eius, quam habet octahedrum ad pyramidem. Ergo, per ęquam proportionem, ratio 36. ad 4. dupla est eius, quam habet cubus ad pyramidem. Sed hęc eadem ratio 36. ad 4. per 11^{am} octaui, dupla est eius, quam habet 6. ad 2. Ergo cubus ad pyramidem, sicut 6. ad 2 hoc est sicut 3. ad 1. videlicet triplus. sicut proponitur demonstrandum.

Id idem potest aliter ostendi. Erecta enim pyramide super basim cubi ad altitudinem cubi: hæc pyramis quadrata erit æqualis tetrahedro. Sed cubus ad hanc pyramidem triplus per 7^{i}. 11. Ergo idem cubus ad tetrahedrum triplus. Quod autem pyramis ipsa cubi æqualis sit tetrahedro, patet. quoniam per 20ª. huius, sesquitertia ratio dupla est eius, quam habet basis cubicæ pyramidis ad basim tetrahedri. Rursum sesquitertia ratio dupla est eius, quam habet fastigium tetrahedri ad fastigium cubicæ pyramidis, per 2ᵘ corollarium. 18ᵉ præmissi libelli. Ergo bases cubicæ pyramidis, & tetrahedri reciprocæ sunt celsitudinibus. Quare per 9ª vndecimi, cubica pyramis tetrahedro æqualis est. quod supererat demonstrandum.

Idem sequitur, si pyramidis vel tetrahedri columnam triangulam erigas: quæ cum sit tripla tetrahedro & æqualis cubo: rursus arguitur cubus ad tetrahedrum triplus. Quod autem prædicta columna triangula sit æqualis cubo: patet, quoniam bases in ipsis sunt altitudinibus reciprocæ per corollarium dictum, & per 20ª. huius.

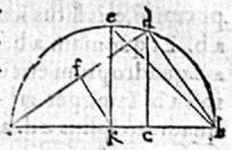
Idem aliter, & quarto modo demonstrabimus (quæ curiositas est ingeniorum) Sic. Diameter sphæræ potentialiter tripla est ad latus cubi sibi inscripti, per 18ª præcedentis. Ergo ad eius dimidium (quanta est perpendicularis à centro sphæræ ad basim cubi per 8ª. huius) erit duodecupla. Item, per 5ª. huius, sphæræ diameter est trigecupla sexcupla ad perpendicularem à centro sphæræ ad basim pyramidis. Igitur perpendicularis cubi, ad perpendicularem pyramidis potentialiter erit tripla. Quoniam vero ex ductu perpendicularis à centro sphæræ ad basim solidi regularis, in totam superficiem solidi producitur, triplum soliditatis: idcirco triplum soliditatis cubi ad triplum soliditatis pyramidis rationem habet compositam ex rationibus duabus, scilicet ex ratione perpendicularium & ex ratione superficierum. Sed perpendicularis cubi ad perpendicularem pyramidis, dudum ostensa fuit potentialiter tripla. Cubica vero superficies ad pyramidis superficiē, per 21ᵃᵐ huius potentialiter quoq; tripla est. Igr ratio tripli soliditatis cubicæ ad triplū soliditatis pyramidis, potētialiter sumpta, cōponetur ex duabus triplis rationibus. Quare potētialiter erit nonupla. Et ideo triplum cubi ad triplum pyramidis erit nonuplum potētialiter. Vnde & cubus ad pyramidem item potentialiter nonuplus: & perinde in magnitudine triplus. sicut tribus alijs processibus dudum demonstratum fuit. Et hic est quartus demonstrationis modus.

REPETITIO PRO CALCVLO.

ET QVONIAM, ingeniose Lector, harū diametrorum, laterum, perpendicularium ratio & collatio constat per calculum: ideo repetemus hic omnia, quæ circa sphæram, pyramidem, octahedrum & cubum tradita sunt, in lineamento & calculo, vt repetita melius teneantur. Sic. Super diametrum a b. centrumque k. stet semicirculus

a d b.

a d b. sitq; a c. dupla ipsius c b. & excitatis perpēdicularibus c d. k e. k f. Connectantur a d. d b. b e. Vnde constabit ex 16ᵃᵐ præmissi, quòd posita a b. diametro sphæræ, erit a d. latus pyramidis in sphæra descripti. Per 17ᵃᵐ e b. latus octahedri. Per 18ᵃᵐ b d. latus cubi Per 4ᵃᵐ huius, a c. perpēdicularis à vertice pyramidis ad basim. Per 5ᵃᵐ huius, k c. perpendicularis à centro sphæræ ad basim pyramidis. Per 6ᵃᵐ huius k f. perpendicularis à cētro sphæræ ad basim octahedri. Nam per 8ᵃᵐ est dimidium ipsius b d. Et per 9ᵃᵐ æqualis perpendicularis à cētro sphæræ ad basim cubi. Item ex 16ª præmissi, constat c d. esse semidiametrum circuli circūscribentis basim pyramidis. Per 12ᵃᵐ quoq; huius, patet triāgulū octahedri, & quadratum cubi ab eodem circulo circumscribi. Namq; b e. latus octahedri ad semidiametrū dicti circuli triplum: & b d. latus cubi ad eandem semidiametrum est potentialiter duplum. Cum illud latus ad hoc sit potētialiter sesquialterum. Exponetur nunc in tabella numerarius calculus, per quem nihilominus omnia demonstrantur.

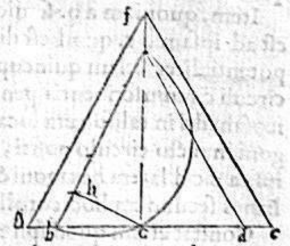


A b. diameter sphæræ supponitur			12
b k. semidiameter eius			6
a d. latus pyramidis			r. 96
b e. latus octahedri	r. 72	b d. latus cubi	r. 48
a c. perpendicularis à vertice pyramidis ad basim			8
c b. excessus diameter super dictam perpendicularem			4
k c perpendicularis à centro sphæræ ad basim pyramidis			2
k f. perpendicularis à centro sphæræ ad basim octahedri & etiam ad basim cubi.			r. 12
c d. semidiameter circuli circumscribentis basim pyramidis			r. 32
Semidiameter circuli circumscribētis quadratum cubi & triangulum octahedri			r. 24

Ad quam videlicet latus octahedri (quod & trianguli) triplum: latus vero cubi (quod & quadrati) duplum est.

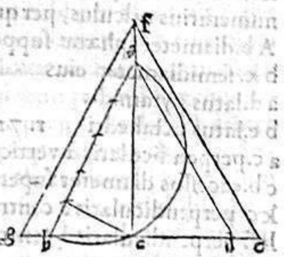
Quæ quidem pertinent ad tria solida, scilicet pyramidem, octahedrum & cubum.

ET NE quid intētatum relinquatur, subiungemus nunc duorum, quæ restant, solidorū lineamentum & calculū. Ponatur a b. semidiameter sphæræ: super quam describatur semicirculus b c a. Et in diametro, sit a h. quadrupla residui b h. Et excitata h c. perpendiculari, coniungatur b c. c a. & producantur vtrinque. Sitq; ipsi a b. æqualis b d. atque cōnectatur a d. quæ, per 21ᵃᵐ



 præmissi,

præmissi, erit latus icosahedri descripti in sphæra, cuius semidiameter a b. Et quoniam a h. quadrupla est ipsius h b. Ideo quadratum ipsius a c. quadruplum erit quadrati b c. & a c. dupla ipsius b c. & b d. æqualis ipsi a b. Iam, per 11^a. secundi, quod fit ex a c. in ipsam c b. æquum est quadrato ipsius c d. atque ideo per 16^a. sexti. si a c. secetur secundùm extremam & mediam rationem; maior eius portio erit c d. Vel quoniam a b. ad ipsam b c. potentialiter quincupla est: ideo a c. (quæ dupla est ipsius b c.) diuisa secundùm extremam & mediam rationem, maior eius portio erit c d. per 2^{am} præmissi libri. Producatur c a. & ponatur c f. latus cubi in dicta sphæra locati. Quod quidem ad semidiametrum potentialiter sesquitertium est. ad ipsam vero a c. sicut 5. ad 3. & agantur e f. f g. ipsis d a. a b. æquidistantes. Vnde ex similitudine triangulorum sequetur proportio linearum. Atque per 7^{am} præmissi, sicut ipsius a c. secundùm extremam & mediam rationem diuisę maior portio est c d. ita & ipsius c f. similiter sectę maior pars erit c e. Cumque c f. sit latus cubi: iam per 20^{am} præmissi, c e. fiet latus dodecahedri in eadem sphæra clausi.



Si autem ponatur a c. semidiameter circuli vel latus hexagoni: Tunc, quoniam a c. per mediam & extremam rationem sectæ maior portio est c d. Ideo per 12^{am} præmissi c d. erit latus decagoni à tali circulo circumscripti. & per 13^{am} a d. latus pentagoni.

Et quoniam a c. ad ipsam a b. semidiametrum sphæræ potentialiter est sicut 4. ad 5. Et ipsius a c. dicto modo diuisę maior portio est c d. Ideo sequitur hoc corollarium, quòd ipsum a d. latus icosahedri potest ipsas a c. c d.

Item, quoniam a b. semidiameter sphæræ potentialiter quincupla est ad ipsam b c. quod est dimidium ipsius a c. ideo diameter sphæræ potentialiter etiam quincupla est ad totam a c. quæ est semidiameter circuli circumscribentis pentagonum, cuius latus est ipsum a d. latus icosahedri in tali sphæra locati. Quod autem linea a d. sit latus pentagoni in dicto circulo positi, patet per 13^a. præmissi: quoniam potest ipsa a c. c d. latera hexagoni & decagoni à tali circulo clausulorum. Et habes secundùm hoc corollarium.

Constat etiam quòd sphæræ semidiameter æqualis est dimidio lateris hexagoni & lateri decagoni in circulo prædicto descriptorũ pariter acceptis. Namque a b. sphæræ semidiameter æqualis fuit ipsi b d.

quæ componitur ex b c. dicto dimidio, & ex c d. latere decagoni. Et hoc est tertium corollarium.

Notandum etiam quòd hæc eadem corollaria sequebantur in descriptione & lineamento 19. prætendentis libri.

Si sphæra circumscribat dodecahedrum & cubum: tunc latus cubi est linea, quæ subtendit angulum in pentagono dodecahedri. Et hoc etiam corollarim constat in 20^a præmissi.

Nunc veniamus ad praxim calculi theoriam comprobantes: & sphæræ semidiametrum partium 6. sicut antea, ponentes.

A b. semidiameter sphærę	6	c f. latus cubi	r.48
a h.	$4\frac{4}{5}$	c g.	r.12
h b.	$1\frac{1}{5}$	c e. latus dodecahedri. r.60. m̄	r.12
c h	$2\frac{2}{5}$		
a c	r. 28 $\frac{4}{5}$	Quæ singula respondent	
b c	r.7 $\frac{1}{5}$	iis, quæ superius de-	
a d. latus icosahedri. scilicet r.v.		monstrantur.	
72. m̄. r.1036 $\frac{4}{5}$			

Hactenus quæ circa latera & bases ac perpendiculares pyramidis, octahedri, atque cubi & eorum collationes. nec non circa latera icosahedri atque dodecahedri consyderanda sunt, tradidimus. Deinceps ad perpendiculares, bases, superficies ac soliditates horum duorum, & collationem demonstrandam veniemus. & hinc secundum hunc libellum terminabimus.

A Centro sphæræ ad basim icosahedri recta perpendicularis maior est, quàm perpendicularis ab eodem cẽtro ad basim cubi in eadem sphæra constituti. 23

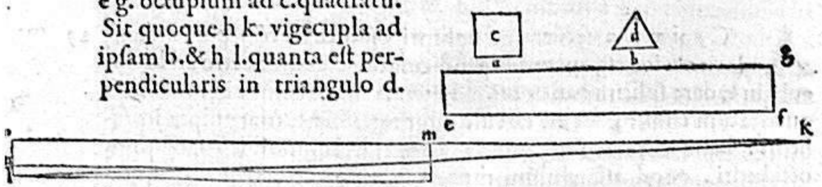
Patet. Nam circulus circumscribẽs quadratum cubi, maior est circulo circumscribente triangulum icosahedri. Nam ille circulus, per 12^a huius, circumscribit triangulum octahedri. quod triangulum maius est triangulo icosahedri, quod circumscribit hic. Ergo si quadrata horum semidiametrorum singula subtrahantur à quadrato semidiametri sphæræ; supererunt per penultimam primi, quadrata perpendicularium à centro sphæræ ad ipsas solidorum bases. Per subtractionem igitur minoris quadrati, supererit maius quadratum, & ideo maior perpendicularis. Quoniam igitur minor est circulus circumscribens basim icosahedri, & ideo minus quadratum eius semidiameter; ideo maior erit perpendicularis à cẽtro sphæræ ad basim icosahedri, quàm ab eodem centro perpendicularis ad basim cubi. Quod est propositum. Poterat & prius ostendi, quòd perpendicularis icosahedri maior est, quàm perpendicularis octahedri (quoniam illius triangulum minus est) & ideo maior, quàm perpendicularis cubi, sicut demonstrandum proponitur.

24 Maivs est icosahedri latus sphæræ, intra quam describitur, semidiametro. Intuere descriptionem vltimæ præcedentis libelli: in qua a h. & m b. sunt ęquales: & harum vtralibet maior, quàm m l. & ideo maior, quàm k l. & ideo maior, quàm h m. Igitur m b. assumit de semicirculo plusquàm tertiam partem: ergo maius est m b. quàm latus hexagoni in ipso circulo descripto. Quare latus icosahedri maius semidiametro sphæræ. quod est propositum. Idem constat in lineaméto prædictæ repetitionis. vbi a d. longum quàm a b. quoniã c d. longior, quàm b c. & similiter constat propositum.

25 Dvo quadrata, quæ ex sphærę diametro simul sumpta æqualia, sunt superficiei cubi in sphæra constructi. Per 18^{a} enim præmissi libelli, quadratum, quod est sphæræ diametro triplum, est quadrato cubiti lateris: cumque sex quadrata cubi perficiant cubicam superficiem. patet propositum.

Hinc manifestum est, quòd octo quadrata, quæ à sphærica semidiametro, adæquant cubicam superficiem.

26 Viginti triangula æquilatera maius sunt, quàm octo quadrata super eisdem descripta lateribus. Vt si sint super lineas a b. æquales, quadratum c. & triangulum d. æquilaterum: Aio, quòd 20. triangula æqualia singula triangulo d. maius sunt quàm 8. quadrata singula æqualia quadrato c. Sit enim e f. octupla ad lineam a. & f g. æqualis ipsi a. eritque rectangulum e g. octuplum ad c. quadratũ. Sit quoque h k. vigecupla ad ipsam b. & h l. quanta est perpendicularis in triangulo d.



Et erit triangulum h k l. vigecuplum ad triangulum d. Secta quoq; per æqualia h k. in puncto m. erit rectangulum l m. ęquum rectangulo h k l. per 41^{a}. primi. Eritque f g. ad ipsam h l. potentialiter sesquitertia, per primam huius. Sed h m. ad ipsam e f. per hypothesim, sicut 5. ad 4. & ideo potentialiter sicut 25. ad 16. Maior ergo est ratio h m. ad ipsam e f. quàm ratio ipsius f g. ad ipsam h l. Sit itaque sicut h m. ad ipsam e f. sic f g. ad ipsam h n. Eritq; per 8^{a} quinti h n. minor, quàm h l. Fiat ergo rectangulum m n. quod, per 13^{am} sexti, erit æquum rectangulo e g. propter reciprocam laterum rationem. Quare rectangulum l m.

maius

maius erit rectangulo e g. fuit autem rectangulum l m. æquum triangulo h k l. & ideo vigecuplum ad triangulum d. Et rectangulum e g. octuplum ad c. quadratum. Igitur dictum vigecuplum maius dicto octuplo: Quod erat demonstrandum. Imò 19. triangula huiusmodi excedunt dicti quadrati octuplum. vt docet ipsa rationum compositio.

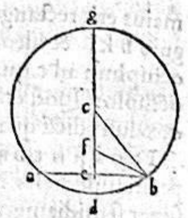
Icosahedri superficies maior est, quàm cubi in eadem sphæra 27
positi superficies. Nam, per præcedentem, viginti triangula æquilatera super semidiametro sphæræ cõstituta maius sunt, q̃ octo quadrata sup eadẽ semidiametro descripta. Sed p 24^{am} huius, latus icosahedri maius est sphæræ, in qua locatur, semidiametro. A' fortiori ergo 20. triangula super latus icosahedri constituta, maiora sunt, quàm octo quadrata sup semidiametro sphæræ descripta. Sed 20. triangula huiusmodi cõponũt totam icosahedri superficiẽ. Et octo quadrata semidiametri sphæralis, per 25^{am} conflant totam cubi superficiẽ. Ergo & icosahedri superficies maior erit, quàm cubi superficies. sicut demonstrandum proponitur.

Icosahedrvm maius est cubo secum in vna sphæra descri- 28
pto. Patet. Nam perpendicularis à centro sphæræ ad basim icosahedri maior est, per 23^{am} huius, quàm perpendicularis ab eodem centro ad basim cubi. Et, per præcedentem, superficies icosahedri maior est, quàm cubi superficies. Quam ob rem, si eductis à centro sphæræ rectis ad angulos solidorum distinguantur ipsa solida in pyramides: deinde fiat pyramis, cuius basis sit omnibus icosahedri simul sumptis basibus æqualis, celsitudo verò æqualis perpendiculari à centro sphæræ ad basim solidi: quæ pyramis sit, A. Mox fiat alia pyramis, cuius basis sit æqualis toti cubi superficiei: celsitudo verò æqualis perpendiculari ad basim cubi: quæ pyramis sit B. Iam per 6^{am} duodecimi, pyramis a. icosahedro, pyramis vero b. cubo æqualis erit. Et quoniam pyramis A. & basi & fastigio superat B. pyramidem: erit proculdubio maior eadem. Quare & icosahedrum cubo maius erit. quod est propositum.

Qvæ à circuli centro in pentagoni latus in ipso circulo descripti 29
perpendicularis ducitur, dimidia est simul vtriusque & eius, quæ ex centro & lateris decagoni in eodem circulo descripti. In circulo a b g. cuius centrum c. sit e c. perpendicularis ad a b. latus pentagoni: quæ producatur ad periferiam in punctum d. eritque b d. latus decagoni: Tunc aio, quòd c e. æqualis est dimidio ipsius c d. & dimidio ipsius bd. in rectum coniũctis. Sumatur enim ipsi e d. æqualis e f. & connectatur

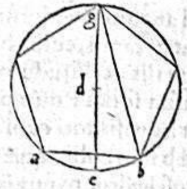
 b f. &

b f. & quoniam angulus g c b. duplus est ad angulũ d. vel b. p 32am primi: & quadruplus ad angulum b c d. per vltimam sexti. ideo angulus d. vel b. duplus est ad angulum b c d. Quare angulus b f d. ipsi d. angulo æqualis duplus est ad angulum b c d. & per 32am primi, ad ipsum angulum f b c: ipsi igitur b c f. f b c. anguli inuicem æquales. Quare lineæ c f. f b. b d. inuicem æquales. Cumque ipsæ f c. c d. iunctæ faciant duplum ipsius c e. iam & ipsæ b d. c d. simul sumptæ facient duplum eiusdem c e. Ergo & dimidia ipsarum b d. c d. coniuncta facient ipsam c e. sicut proponitur demonstrandum.



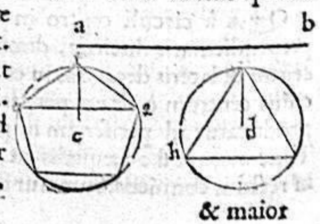
30 QVADRATA, quod à latere pentagoni, quodque ex eius angulum subtendẽte, simul sumpta, quincuplum sunt quadrati, quod ex circuli pentagonum circumscribentis semidiametro. Sit a b. latus pentagoni b e. latus decagoni: b c. subtendens angulum pentagoni c d e. diameter circuli a b c. centrum autem d. Aio, quòd quadrata linearum a b. b c. simul quincuplum faciunt quadrati d c. vel c d. Quod sic ostenditur.

□.d e.
□.d e. } p pen. primi — □ e.c — { □.c b.
□.d e.
□.d e. { □.b e. } p 13 præmissi. — □. a b.
□. d e ———————— □.d e.

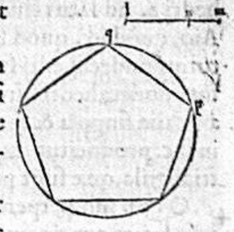


Hinc manifestum est, quòd quadrata, ex latere dodcahedri & ex latere cubi in eadem sphæra locatorum simul sumpta, quincuplum faciunt quadrati, quod ex semidiametro circuli pentagonum dodecahedri circumscribentis, fit. Nam si sphæra circumscribit dodecahedrum & cubum, latus dodecahedri cum sit a b. erit cubi latus a b c. sicut in 20a præmissi, vel per postremum corollarium repetitionis constitit.

31 IDEM circulus comprehendit dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum. Esto in sphæra, cuius diameter a b. clausi dodecahedri basis c. & in eadem sphæra descripti icosahedri basis d. Sintque hæ duæ bases intra circulos e f g. & h k. quorum semidiameter c f. d k. centra c d. Aio, quòd æquales sunt c f. d k. Si. enim a b. potentialiter quincupla ad ipsam l m. quæ in puncto n. secetur secũdùm mediam & extremam rationẽ, & maior



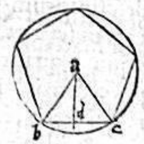
& maior portio sit l n. Sitque circulus p q. cuius semidiameter sit l m. quod erit latus hexagoni: & l n. latus decagoni, in circulo p q. descriptorum per 12a præmissi. Quare quadratum lateris p q. pentagoni scilicet in ipso circulo p q. descripti, erit æquum quadratis ipsarum l m. l n. per 13am præcedentis. Per corollarium autem secundum repetitionis, h k. latus icosahedri est æquale ipsi p q. & ideo quadratum ipsius h k. erit æquale quadratum ipsarum l m. l n. Sed a b. potentialiter tripla est a d. e g. latus cubi, per 18am præmissi. qui. s. cubus dictæ sphæræ inscribitur per vltimum coroll. repetitionis. Et si e g. secetur secundùm extremam & mediam rationem: maior portio erit e f. per 10a præmissi. Ergo per 7a. eiusdem. sicut e g. ad ipsam l m. sic e f. ad ipsam l n. Quare per 21a sexti, quadratum ipsius e g. ad quadratum ipsius l m. sicut quadratum ipsius e f. ad quadratum ipsius l n. Et ideo, per 13a quinti, sicut aggregatum quadratorum e g. e f. ad aggregatum quadratorum l m. l n. sic quadratum ipsius e g. ad quadratum ipsius l m. Et per 15a quinti, & permutatam proportionem, triplum quadratorum e g. e f. ad aggregatum quadratorum l m. l n. sicut triplum quadrati ipsius e g. ad triplum quadrati ipsius l m. Triplum autem quadrati ipsius e g. est quadratum ipsius a b. per 18am præmissi. Sed quadratum ipsius a b. quincuplum ad quadratum ipsius l m. Ergo triplum quadrati ipsius e g. quincuplum ad quadratum ipsius l m. Quare triplum aggregati quadratorum e g. e f. quincuplum est ad aggregatum quadratorum l m. l n. & ideo ad quadratum ipsius h k. Per 15am autem præmissi, quincuplum quadrati ipsius h k. quindecuplum est ad quadratum ipsius d k. & per 30am huius, triplum aggregati quadratorum e g. e f. quindecuplum est ad quadratum ipsius c f. Itaque quindecuplum quadrati ipsius c f. æquale est quindecuplo quadrati ipsius d k. Igitur quadrata ipsarum c f. d k. sunt inuicem æqualia. Et perinde ipsæ c f. d k. æquales. Quod fuerat demonstrãdum.



PERPENDICVLARES à centro sphæræ ad bases dodecahedri & icosahedri ab ipsa sphæra circumscriptorum sunt æquales. Namque huiusmodi perpẽdiculares cum semidiametris circulorum bases ipsas circumscribentium & semidiametris sphæræ ad angulos basium excitatis faciunt triangula rectangula. In quibus cum duo latera, scilicet sphæricæ semidiametro, & duo latera, scilicet semidiametri circulorum bases circumscribentium, per præcedentem sint æqualia, erunt per penultimam primi: duo reliqua latera, scilicet perpendiculares, inuicem quoque æqualia, sicut ostendendum proponitur. 32

QVOD

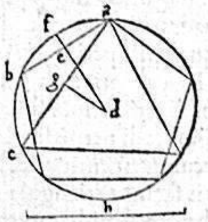
33 QVOD sub perpendiculari à centro basis dodecahedri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius superficiei dodecahedricę pars tricesima. A centro basis dodecahedri a. ad latus eius b c. exeat perpendicularis a d. Aio, quòd id, quod sub a d. b c. comprehenditur, est totius dodecahedri superficiei pars 30ª. Patet. Nam tota dodecahedri superficies dissecatur in 60. triangula æqualia singula & similia ipsi a b c. triangulo. Et ex a d. in b c. producitur duplum trianguli a b c. per 41ª primi. hoc est duo triangula, quæ sunt pars 30ª. sexagenarij.



34 QVOD sub perpendiculari à centro basis icosahedri ad latus & sub ipso latere continetur, rectangulum est totius icosahedricæ superficiei pars tricesima. A centro basis icosahedri e. ad latus f g. cadat perpendicularis e h. Aio, quòd id, quod sub e h. f g. est totius icosahedri superficiei pars 30ª. Patet. Nam tota icosahedri superficies dispensatur in 60. triangula æqualia singula & similia e f g. triangulo. & ex e h. in f g. producitur ipsius e f g. trianguli duplum. quod de sexaginta suscipit partem tricesimam.

Manifestum est ergo, quòd dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem est, sicut rectangulum quòd sub latere dodecahedri & ei perpendiculari à centro continetur, ad rectangulum, quod sub latere icosahedri & ei perpendiculari à centro basis comprehenditur. Patet ex præmissis & ex 15ª quinti.

35 DODECAHEDRI superficies ad icosahedri superficiem, est sicut cubi latus ad icosahedri latus, in solidis scilicet ab eadem sphæra contentis. Esto a b. quidem latus pentagonæ basis dodecahedri: a c. verò latus trianguli icosahedrici in eodẽ circulo a b c. (vt præmissa 31ª. ostendit) descriptorum: quoniam solida ipsa in eadem sphæra contineri supponuntur. Sintque à centro d. ad ipsa latera perpendiculares d g. & d e. quæ ad periferiam producta distinguat ipsum pentagoni latus f a. Tãdem h. linea sit latus cubi eiusdem sphæræ. Demonstrãdum est, quòd dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem est, sicut h. linea ad a c. lineam. Hoc modo. Nam d f a. in rectum posita, per 11ª præcedenti secũdùm mediam & extremam rationem secta est. & maior eius portio d f. Sed per 29ª. huius, dimidio ipsius d f a. æqualis est d e. At d g. per 15am. huius, est dimidium ipsius d f. Ergo, per conuersam, septimæ præmissi, ipsius d e. diuisæ secundùm mediam extre-

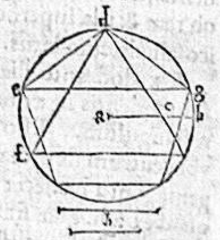


extremamq́ue rationem, maior portio est d g. Ex 20ª. autem præmissi, patet, quòd ipsius h. lateris cubici media & extrema ratione diuisi maior portio est a b. latus dodecahedricum. Igitur, per 7ª præcedentis, sicut h. ad ipsam a b. sic e d. ad ipsam d g. Quare, per 15ª. sexti, quod fit ex h. in d g. æquale est ei, quod ex a b. in ipsam e d. Sed per primam sexti, sicut quod fit ex h. in ipsam d g. ad id, quod fit ex a c. in ipsam d g. sic est h. ad ipsam a c. Ergo erit sicut h. ad ipsam a c. sic quod fit ex a b. in e d. ad id, quod ex a c. in d g. Verùm ea est per corollarium præcedentis, sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Quam ob rem & illa superficies ad hanc, sicut h. cubicum latus ad ipsum a c. icosahedricum latus. sicut proponitur.

EX dodrante diametri in dextantem lineæ angulum pentagoni subtendentis fit æquale pentagono, quod à circulo circumscribitur, rectangulum. Esto in circulo a b c. pentagonum æquilaterum a b c. vbi centrum sit d. diameter b d e. quam a c. linea subtendens angulum pentagoni a b c. secet in puncto g. Dico itaque quòd ex a h. quæ sit dextans, hoc est $\frac{5}{6}$ ipsius a c. in b f. quæ dodrans est ipsius b e. hoc est $\frac{3}{4}$ producitur rectangulum æquum areę pentagoni totius a b c. Hoc modo. Per 41ª. primi, quod fit ex b d. in a g. duplum est ad triangulum a b d. ergo, quod fit ex b f. in a g. triplum trianguli a b d. quodque ex b f. in g h. duplum ad triangulum a b d. Quare quod fit ex b f. in a h. quincuplum trianguli a b d. & ideo æquale toti pentagono: sicut demonstrandum fuit. 36

RVRSVM ostendere, quòd sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, in eadem sphæra conscriptorum. Descriptioni præcedentis addatur triangulum æquilaterum b k l. Eritque pentagonum a b c. basis ipsius dodecahedri. Et triangulum b k l. basis ipsius icosahedri in eadem sphæra locatorum. per 31am huius. Item a c. latus cubi, adhuc in eadem sphæra descripti per 20am præcedentis. Per præmissam itaque, ex b f. quæ terminatur in latere trianguli k l. per 15am huius vel præmissi. in ipsam a h. producitur area pentagoni a b c. & ex b f. in f k. producitur triangulum b k l. per 41am primi. Quare, per primam sexti, pentagonum a b c. ad triangulum b k l. sicut a h. ad ipsam k f. Igitur per 15am quinti & æquam proportionem duodecuplum pentagoni a b c. tota videlicet superficies dodecahedri, ad vigecuplum trianguli b k l. totam scilicet superficiem icosahedri: sicut duodecuplum. lineæ a h. ad vigecuplum lineæ k f. Sed duodecuplum ipsius a h. est decuplum ipsius a c. (quoniam a h. est dextans 37 dextans ipsius a c.) At vigecuplum ipsius k f. est decuplum ipsius k l. (quoniam k f. dimidium ipsius k l. Ergo superficies dodecahedri ad superficiem icosahedri, est sicut decuplum ipsius a c. ad decuplum ipsius k l. & ideo sicut a c. quod est latus cubi, ad k l. quod est latus icosahedri: quod rursus demonstrandum proponebatur.

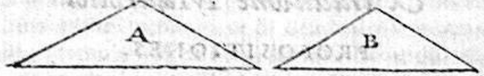
38 SI secetur linea secundùm extremam & mediam rationem: potens quod sub tota & quod sub maiori portione ad potentem, quod sub tota & quod sub minori comprehenditur, erit sicut cubi latus ad icosahedri latus in eadem sphæra locatorum. Secetur a b. in puncto c. secundùm extremam & mediam rationem, sitq; maior eius portio a c. & super a. centro, ad spacium a b. describatur circulus d e f, in quo sit pentagonū d e f. scilicet basis dodecahedri. & d f. latus icosahedri eiusdē sphæræ per 31a huius. Eritq; e g. latus cubi, in eadem sphæra per 20am. præmissi. Linea verò h. possit quadrata ipsarum a b. a c. linea verò k. possit quadrata ipsarum a b. b c. Et demonstrandum erit, quòd sic est e g. ad ipsam d f. sicut h. ad ipsam k. sic. Per 12am præcedentis, linea a c. est latus decagoni in circulo d e f. Quare, per 13am eiusdem, d c. latus pentagoni potest ipsas a b. & a c. & ideo æqualis ipsi h. Per 15am quoque præmissi, d f. potentialiter tripla est ad ipsam a b. Et per 4am eiusdem k. tripla est potentialiter ad ipsam a c. Ergo, per 21am sexti, sicut d f. ad ipsam a b. sic k. ad ipsam a c. Et permutatim d f. ad ipsam k. sicut a b. ad ipsam a c. Et quia per 10am præcedentis, diuisa e g. secundùm mediam extremamque rationem, maior eius portio est e d. Ideo, per 7am eiusdem e g. ad ipsam d e. sicut a b. ad ipsam a c. Igitur per 11am quinti e g. ad ipsam d e. sicut d f. ad ipsam k. Et permutatim e g. ad ipsam d f. sicut d e. ad ipsam k. Sed d e. ad ipsam k. sicut h. ad k. (quoniam d e. & h. æquales) propterea e g. ad ipsam d f. sicut h. ad k. Quod fuit demonstrandum.



39 DODECAHEDRI solidum ad icosahedri solidum, in eadem sphæra, est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Nam excitatis à sphæræ centro ad singulos solidorū angulos semidiametris, distinguetur dodecahedrum in 12. icosahedrum verò in 20. pyramides. Perpendiculares autem à centro ad bases tam illarum, quàm harum pyramidum, per 32am huius sunt æquales, quæ sunt ipsæ pyramidum celsitudines. Construantur itaque geminæ sub præfata celsitudine pyramides, quarum vna A. cuius basis sit omnibus dodecahedri basibus æqualis. altera B. cuius basis sit omnibus icosahedri basibus æqualis. Eritque per 6am. vndecimi, pyramis A. æqualis dodecahedrò.

pyramis

pyramis verò B. æqualis icosahedro. & quoniam eiusdem sunt celsitudinis: erit pyramis A. ad pyramidem B. sicut basis A. ad basim B. Quare & dodecahedrum ad icosahedrum, sicut illius superficies ad huius superficiem. Quod fuit demonstrandum.



Manifestum est ergo, quòd sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

Ostensum est ergo, quòd prædictorum quinque solidorum in vna sphæra constructorum maximum est dodecahedrum. Nam per præcedens corollarium, hoc maius est icosahedro. Item icosahedrum maius fuit cubo, per 28am huius. Cubus quoque per 18m corollarium, excedebat octahedrum. Hoc quoque, si non mentitur vndecima, pyramide corpulentius extiterat. Superficierum quoque ordo non alius erit. Nam per 35a. vel 37a. huius, dodecahedri superficies maior erat icosahedri superficie. Hæc autem per 27a. superabat cubicam. Rursus hæc per 27a maior erat octahedri spolio. Quod tandem ad totam pyramidis aream, per 10m corollarium erat sesquialterum.

Nec minus manifestum est, per præcedens corollarium & vltimam præcedentis libelli, quòd cuius ex his corpus est maximum & superficies maxima, eiusdem latus est minimum. Contra verò, cuius soliditas minima & superficies minima, eiusdem latus est maximum. Et in totum magnitudinis laterum ordo conuersus est ad ordinem superficierum, & soliditatum.

EVCLIDIS