ARIMMETICA
BINOMICA, E DIADICA,

In cui tutte le operazioni si fanno colle sole figure *Uno*, e *Zero*

DEDICATA

All' Illustrissimo, e Reverendissimo Signore

MONSIGNORE

GIAN FRANCESCO ALBANI

DA

D. SAVERIO BRUNETTI
DA CORINALDO
Cappellano della Santità di N. S. Papa
BENEDETTO XIV.

IN ROMA,
Nella Stamperia del Bernabò, e Lazzarini, MDCCXLVI.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

Illustrissimo, e Reverendissimo
SIGNORE

MEDITAVA *io le bellissime, e facilissime* Regole *non per anche divolgate del* Calcolo Binomico: *Calcolo, che tutto sull'* Uno, *e* Zero *raggirasi senz' altra figura, o segno. Con questo si ottiene ogni intento d'operazioni Arimmetiche sì dell' Algoritmo, sì anche dell' estrazioni delle radici di qualunque potenza, sì delle somme, sintomi, e proprietà delle serie non meno Arimmetiche, che* Geometriche *ne i numeri figu-*

rati, intieri, fratti, razionali, e sordi con somma facilità, e speditezza tale, che poco, o nulla abbisogna alla fantasia per formarne i fantasmi; e semplicissime sono le Idee, che dalla mente s'impiegano per tanti ogetti. Perciò mi cadde in pensiero, che utile, e giocondo altrui fosse il sapere un sì bel Metodo, ed insieme pensai al grande Personaggio, sotto i di cui eccelsi auspicj decorosamente uscisse a publico vantaggio. Quegli siete Voi Illustrissimo, e Reverendissimo Signore, *e vedete, se io abbia convenientemente pensato.*

Laddove tutto si fa coll' uno, e 'l nulla, v' è l'onnipotenza operatrice. E *chi gloriosamente s'impiega a tutto suo potere, per sollevare il nulla delle umane indigenze a stato di decentemente operare, più da vicino s'accosta a quel primo attivissimo principio, che sempre opera. Tal riconosco Voi,* Illustrissimo, e Reverendissimo Signore, *e chi meglio di me conosce l'indole sublime, l'ani-*

l'animo eccelso, l'ingegno docile, acuto, pronto, e vivace, e le sempre grandi, e magnifiche vostre idee, se fin dalla vostra fanciullezza ebbi la sorte, stando nella vostra Eccellentissima Casa, di familiarmente osservandovi ammirare insieme, ed apprendere quell' ottimo, che Voi quasi per natura operate, e a cui da altri a gran pena dopo lunga esperienza si arriva. Voi siete quell' uno, che nella vastità delle Scienze vagando, ve le rendete domestiche, e familiari; e che amico del giusto, e del vero, degli abiti delle piu belle virtù l'animo vostro adornate. Ma non voglio io altrui ridire, e di Voi, e delli Sogetti della Vostra antica sempre Illustre Prosapia quello, che ogn' un sa: bastando dire, che le Vostre esimie prerogative, vi fanno comparire Pronipote ben degno del gran Pontefice CLEMENTE XI.

Non ho io dunque con retta ragione pensato di far gir fastosa di sì bel

bel nome questa mia piccola operetta? Sarà questa come una di quelle tante nullità, che operando a far crescere l'uno in immenso, concorrerà a moltiplicare altrettanto e la Vostra gloria, e il mio rispetto. La materia è certamente per se idonea a tanta impresa. Ma il mio talento men forte al bisogno, per fretta ancora di presto far publico il suo appena ideato progetto, non l'avrà così ben ripulita, che corrisponda appieno al mio desiderio. Mi lusingo però, che il vostro perspicace discernimento supplirà al mio difetto, e saprà gradire quell' animo, che fa quanto può, non quanto vuole per testimoniarvi quel rispetto, stima, e venerazione, che a Voi professo, e con cui mi dichiaro.

25. Novembre 1745.

Umilis. Divotis. ed Obligatis. Servo
Francesco Saverio Brunetti.

PRE-

PREFAZIONE.

LA lunghezza, e difficoltà delle operazioni Arimmetiche, oltre il tedio, che tal volta apportano agli studiosi, e letterati Uomini, che s'affaticano a publico beneficio, sono bene spesso d'imbarazzo alla pronta produzione de i parti de i loro fecondi ingegni. Onde, ammirando io, come mai un calcolo facilissimo, e speditissimo usato già, ma non publicato da Giorgio Leibnizio, come si ha dagli atti dell'Accademia delle Scienze di Parigi an. 1703. non siasi a quest'ora almeno tra i Letterati divulgato, anzi tanto più mi cresce l'ammirazione, quando sento, che molti di questi nè pur sanno, che siavi il Calcolo Diadico, o come a me piace chiamarlo Binomico; fatto colle sole figure 1. ed 0.

Io perciò stimo fare cosa utilissima, se brevemente espongo sotto gli occhi d'ogn'uno una maniera di fare vastissimi calcoli per tutte le Regole Arimmetiche, che così pronti, facili, e sicuri, nè pure possono sperarsi giamai. E se la universale maniera usata fin' ora di contare per decadi sarà di un forte obice, come io dissi nella prima parte dell'Arimmetica art. 2. n. 3. a questa nuova di numerare

per

per dupli: può essere, che quì accada come nelle cose della Milizia, ove per secoli intieri usarono i soldati gire armati di corazza, e di maglie d'acciaro, ed ora veggiamo introdotto l'uso molto più facile, e spedito di presentare le squadre in faccia a i moschetti a petto scoperto. E se là soccombevano gli Uomini sotto il peso delle loro armature, quì s'infievoliscono gli studiosi sotto la dura fatica di lunghe operazioni, e bene spesso per noja tralasciano le nobili imprese.

Due altre per aventura potrebbero essere le obbjezioni, che far si potrebbero a questa maniera di calcolare: una, le molte figure, che per esprimere piccolissimi numeri occorrono: l'altra, la difficoltà, che incontrasi nel leggere, e nello scrivere i numeri.

Alle quali prontamente rispondo, che la fatica materiale di scrivere molte unità, e zeri viene in primo luogo compensata di soverchio dalla somma facilità di eseguire qualunque delle operazioni Arimmetiche, come chi che sia potrà da se medesimo osservare. In secondo luogo questa moltiplicità di figure ci risparmia la pur troppo tediosa fatica d'imparare l'abaco. In terzo luogo ci dà la regola di estraere le radici quadrata, cubica, quadroquadrata, quadrocubica ecc. da numeri piccoli, non avendo l'Arimmetica regola alcuna di estraere la radice quadra da numeri minori di cento, la cubica da numeri minori di mille, la radice di quarta potenza da numeri minori di diecimila, e la radice di quinta potenza da numeri minori di centomila ecc., onde la

la poca pena di scrivere alcune figure con tanti vantaggi, chi è di sano intendimento, che voglia riputarla qual cosa?

In quanto alla difficoltà di scrivere, e leggere i numeri, mi lusingo d'aver' io tanto facilitato il metodo co i nomi consueti de i numeri, che non sia poi maggior pena di quella, che porta seco il saper prontamente raddoppiare, o dimezzare un qualunque numero dato, per il che do ancora un qualche metodo facile da farsi a memoria. Altra objezione io non vedo, che possa farsi a questa maniera di calcolare. Ma nè pur queste si faranno da chi si sarà preso semplicemente il pensiero di leggere queste poche pagine.

Or se riesca aver facilitato una scienza cotanto all' umano comercio necessaria, ed alle scienze tutte proficua, lascio ad altri il giudizio, se egli siasi colle sue meditazioni acquistato il vantaggio di non essere annoverato fra quei, che di se con ragione dir possano col Satirico Oraz. ep. I.

Nos numerus sumus, & fruges consumere nati.

Che, se alla speranza sù tali fondamenti inalzata prosperi ne seguiranno i successi, parmi antivedere i giovani Uomini non ancora assuefatti al calcolo, veggendo la facilità del Binomico, e l'enorme fatica, che nel Decadico richiedesi, quello, e non questo, rendersi familiare.

Queste furono le ragioni, che m'indussero a dare un saggio delle presenti regole da me medesimo

 mo

mo per mio giocondo trattenimento titrovate sù la sola notizia, che Leibnizio soleva calcolare colle sole figure 1. ed o., Dangicourt nelle Miscellanee di Berlino dice qual cosa di questo metodo trattando delle serie, ma sì brevemente, che a gran fatica se ne raccapezza qual cosa. Che altri ne abbia parlato, a mia notizia non è. Accetti dunque il Lettore a buon grado quest' atto dell' animo mio, che altro non bramo, che di giovare ad altrui.

E questa è la terza parte della mia Arimmetica Commune, e Speciosa, in cui mi presi l'assunto di spiegare tutte le maniere di calcolare fin' ora usate fra Letterati, della quale così parlano gli atti di Lipsia ann. 1735. pag. 399.

De Arithmetica Communi & Speciosa Tractatus Francisci Xaverii Brunetti &c.

Non quidem alius hujus libri scopus est, quam ut introductionis loco sit, ad legenda, atque intelligenda præstantissima recentiorum Auctorum scripta Arithmetica, & Analytica; sed fatendum tamen est, singularem in eo elaborando operam collocasse doctissimum Brunettum. Nam non solum exquisitissimis, ex variis disciplinis, utitur exemplis, ad regulas suas illustrandas, & passim de inventionibus, inventoribusque præcipuorum theorematum mentionem facit, sed & integras addit tractationes curiosas, jucundas, atque utiles, quas in aliis hujus generis libris frustra quæsiveris.

Totum opus divisum est ecc.

Cristiano Wolfio Tom. v. pag. 54.

In Italia vero Franciscus Xaverius Brunetti . . . . sub titulo Dell' Arimmetica Comune, e Speciosa. *Introductionem edidit ad scripta Arithmetica, Algebram quoque, & Analysin infinitesimalem recentiorem perspicue explicat, ut adeo plura in hoc opere reperiantur, quam titulus promittit.*

I quali, ed altri vantaggiosi testimonj mi anno incoraggito a dare al publico i seguenti miei studj, stimandoli io egualmente profittevoli, quanto furono le cose già da me publicate.

IMPRIMATUR,

Si videbitur Reverendissimo Patri Magistro Sacri Palatii Apostolici.

F. M. de Rubeis Archiepiscopus Tarsi Vicesgerens.

IMPRIMATUR.

Fr. Aloysius Nicolaus Ridolfi Ordinis Prædicatorum Sac. Palat. Apostol. Magister.

ARIM-

ARIMMETICA BINOMICA

CAPO PRIMO.

Numeri intieri.

ARTICOLO PRIMO.

Definizioni.

1. UNITA' è qualunque cosa, che per se sola si considera senz' altra cosa, o simile, o uguale, e si nota con questo carattere 1.

2. Numero è un' aggregato di unità, che può crescere senza fine. E si nota con due soli caratteri 1 Uno; ed o Zero.

3. Nulla è la privazione d'ogni unità espressa dal Zero.

4. Frazione è una, o più parti dell' unità, che possono essere minori senza fine, che si esprime con due numeri uno sopra, e l'altro sotto una linea.

5. Progressione Arimmetica Naturale, è un processo della Unità per tutti i numeri.

6. Pro-

6. Progressione Geometrica doppia è il procedere dell' unità nel numero, radoppiando l'unità, e poi tutti i termini susseguenti.

7. Ogni numero moltiplicato in se stesso, e susseguentemente il prodotto moltiplicato per lo stesso numero produce una serie Geometrica, ogni termine della quale è una potenza. Il primo prodotto dicesi potenza seconda, o quadrato. Il secondo prodotto dicesi potenza terza, o cubo. Il terzo potenza quarta ecc.

8. Radice è il numero producente.

9. Arimmetica Binomica chiamo quella, che si serve delle sole figure 0., ed 1.

Postulato.

Il Zero solitario significa nulla, e l'unità solitaria significa uno: ma replicati significano un termine della progressione Geometrica doppia, secondo il sito ove sono, contando i luoghi dalla destra verso la sinistra, così 1101 il primo alla destra significa uno, il secondo è un Zero, che significherebbe due, se fosse l'unità; il terzo significa quattro; il quarto otto, e così si procederebbe, se altri termini vi fossero.

Proposizione.

Qualunque numero può essere espresso con uno, o più termini della progressione Geometrica doppia.

E' proprietà dimostrata della progressione Geometrica doppia, che il doppio dell' ultimo termine, o sia il termine seguente, meno il primo, ciò è meno l'unità, quando incomincia dall' uno, è la somma di tutti i termini di detta progressione: dunque ogni termine di detta progressione vien' costituito da tutti i suoi termini precedenti più l'unità: dunque qualunque numero può essere espresso con uno, o più termini progressionali di questa progression doppia. Ciò si farà manifesto a chi attentamente considera il seguente.

Esempio.

1	1	18	10010
2	10	19	10011
3	11	20	10100
4	100	21	10101
5	101	22	10110
6	110	23	10111
7	111	24	11000
8	1000	25	11001
9	1001	26	11010
10	1010	27	11011
11	1011	28	11100
12	1100	29	11101
13	1101	30	11110
14	1110	31	11111
15	1111	32	100000
16	10000	33	100001
17	10001	34	100010 ecc.

Se bene si osserva in questa Tabella i Zeri notano i siti de i termini progressionali inutili a significare, o comporre il numero desiderato, e le unità significano secondo i siti, ove sono, i termini della progressione, che compongono un tal numero. v. g. 11. è composto da i due primi termini, e dice tre. 10101 è composto dal primo, terzo, e quinto, e dice vent' uno; e così si dica d'ogn' altro numero.

ARTICOLO SECONDO.

Modo di leggere, e di scrivere i numeri con i nomi decadici usuali.

Per leggere i numeri binomici dalla sinistra verso la destra, in ogni figura dopo la prima si radoppi il numero antecedente, e se la figura è 1 si aggiunga. Alla fine vi troverete proferire per l'appunto il numero da dette figure significato.

Esempio.

Si voglia leggere l'anno corrente dell' era volgare 11011010010. alla sinistra dico uno nella prima figura, e poi tre nella seconda, e poi sei, e poi tredici, e poi venti sette, e poi cinquantaquattro, e poi centonove, poi ducento diciot-

diciotto, poi quattrocento trentaſei, poi ottocento ſettanta tre, finalmente mille e ſettecento quaranta ſei:

Per iſcrivere qualunque numero propoſto, ſe egli è imparo, ſi ſegni ſubito 1, ſe è paro, Zero, poi ſe ne prenda la metà, che, ſe ſarà imparo, ſi ſegni 1, poi di queſto, tolto l'uno, ſi prenda di nuovo la metà, che, ſe ſarà imparo, ſi ſegna 1, ſe paro Zero, e ſi va ſempre dalla deſtra verſo la ſiniſtra, finchè ſi venga alla unità, che ſi nota in ultimo.

Esempio.

Si voglia ſcrivere mille, e ducento ventiſei, anno in cui morì S. Franceſco, ſcrivo ſubito Zero, poi prendo la metà, è ſeicento tredici, ſegno 1, ſtarà così 10. poi prendo la metà, è trecento ſei, ſegno 0, ſtarà così 010, e così ſi ſeguiti, verrà 10011001010.

Sapendoſi dunque prontamente prendere la metà di qualunque numero paro, ſi potranno ſubito ſcrivere i numeri nella maniera binomica: perciò fare biſogna addeſtrarſi a preſto raddoppiare i numeri minori del cento, e preſto dimezzare i numeri minori di ducento, perchè la metà de i centenaja, migliaja, o millioni, preſto ſi vede. L'uſo renderà familiare queſta materia.

Se mi ſi chieda la ragione, perchè quelle unità, che ſi notano ogni qualvolta s'incontrano nelle ſuddiviſioni i numeri impari, ſegnino queſte di mano in mano ai loro ſiti i termini della progreſſione Geometrica doppia, ed i Zeri i termini mancanti.

Riſpondo, che le unità del numero aſſegnato ſono monadi. Ma le unità del numero dopo la diviſione ſono binarj, e le dette dopo la ſuddiviſione ſono quaternarj, dopo la terza diviſione ſono ottonarj ecc. dunque in ogni diviſione ſi nota un termine della progreſſione Geometrica, o reale, o deficiente: lo ſteſſo all'oppoſto ſi dica nel leggere, perchè le unità alla fine reſtano tante volte duplicate, quanti termini loro ſuſſieguono. v.g. 110000 la prima unità ſi raddoppia cinque volte, e la ſeconda quattro, onde fanno quarant' otto.

Al-

Altra maniera di ſcrivere i numeri.

1	1
2	2
4	3
8	4
16	5
32	6
64	7
128	8
256	9
512	10
1024	11
2048	12
4096	13
8192	14
16384	15
32768	16
65536	17
131072	18
262144	19
524288	20
1048576	21
ecc.	

Se ſi abbia avanti la ſerie Geometrica doppia, dal numero dato ſi tolga il maſſimo termine della ſerie, e ſi ſegni 1 con tanti punti quanti termini precedono il detto maſſimo termine; dal reſiduo ſi levi l'altro termine proſſimo minore, che o è il proſſimo antecedente al maſſimo, o nò, ſe è, ſi mette ſubito 1 al punto ſeguente, ſe nò, ſi fanno Zeri tanti punti, quanti termini s'interpongano tra 'l maſſimo, e queſto levato, e ſi ſcrive 1 per il ſottratto, e così ſi ſeguiti nelli altri. Alla fine, ſe vi reſtano punti, ſi facciano tutti Zeri. v. g. vogliaſi ſcrivere 18, levo 16 ſegno 1 . . . . reſta 2. levo 2. ſegno così 10010. all'ultimo punto metto Zero. Si voglia ſcrivere ſeicento, il termine proſſimo minore è 512, ſegno 1 con 9 punti, levo da 600, 512. reſta 88. il termine proſſimo minore è 64. ſegno due Zeri, e poi 1. reſta 24. ſegno uno per il 16, e poi 1. per l'otto, e poi tre Zeri, così 1001011000.

ARTICOLO TERZO.

Sommare, e Sottraere.

PEr ſommare ſi ſcrivono i numeri uno ſotto l'altro, poi ſi ſommano le unità della prima colonna alla deſtra, le quali, o fanno numero paro, o imparo, ſe fanno numero pa-

ro,

ro, ſi ſottoſcrive Zero, ſe imparo 1. e ſi portano nella colonna ſeguente i binarj.

ESEMPIO.

Si cerca l'età della Luna alli 11001 Decembre dell' anno corrente. Si ſommano

l' Epatta	111	7
le Calende	1010	10
i Giorni del Meſe	11001	25
	101010	42
Si ſottrae	11110	30
Reſta l'età della Luna	1100	12

Per ſottraere ſi pone il numero minore ſotto al maggiore. Poi ſi leva l'uno, o 'l Zero inferiore alla deſtra dalla figura ſuperiore, che, ſe non ſi può, s'aggiunge due, ſi ſegna il reſiduo, ſi porta uno nella figura inferiore ſeguente, come è ben noto, ecco nell' Eſempio ſuperiore la ſottrazione di 11110 da 101010. reſta 1100. cioè 12 di Luna.

Tanto nel ſommare come nel Sottrarre ſi portano, e ſi aggiungono i binarj, perchè l'unità della colonna ſuſſeguente vale il doppio della ſua proſſima antecedente.

Sommare, e ſottraere le coſe ſuddiviſe in varie parti nominate.

Si ſommano le infime parti a mano deſtra, poi da tal ſomma ſi ſottrae tante volte, quante ſia d'uopo il numero coſtitutivo delle parti ſeguenti (e per abbreviare le ſottrazioni ſi aggiunge un zero, o due, o tre per vedere quante coſe coſtituiſcono delle ſeguenti, un Zero radoppia, due quadruplicano, tre ottuplicano ecc.) e poi ſi ſegna l'avanzo, e ſi porta nella colonna ſeguente il numero ricavato dalle ſottrazioni.

ESEM-

ESEMPIO.

Il Sole al primo Gennaro 1746 ſtà a ſeg. 9. 9.° 32' 36'' ſul mezzo dì: ſi cerca il dì dell' Epifania a ore 5. 16' dove ſi trovarà?

Eſprimo con numeri binomici il detto luogo del Sole, e poi di mano in mano il moto, che fa in g. 5. h. 5. 16, che dalle Tavole ricavo.

S 1001.	1001.°	100000.'	100110.''
	100	110111.	101010
			1100
			100111
	. 1110°:	1011001:	10000011
		111100	111100,0
S 1001.	1110°:	11101'	1011''

perchè ſeſſanta ſecondi fanno un primo, e dalla ſomma di tutti i ſecondi poſſo detrarre il doppio di ſeſſanta, ſegno l'avanzo, e porto due primi, nel ſecondo porto un gr. nel terzo farei la ſottrazione di 11110, perchè trenta ſegni fanno un grado ecc.

Così per il ſottraere, quando non ſi può levare l'inferiore dal numero ſuperiore, s'aggiunge a quelle ſpecie di parti ſuperiori il numero delle parti, che compongono una delle ſeguenti, poi ſi fa la ſottrazione, e ſi porta 1, nella ſeguente colonna inferiore.

ESEMPIO.

In una Statua d'oro di libre dieci, once nove, e tre ottave; è ſtato rubbato un braccio di una libra, once dieci, e ſette ottave, ſi cerca il peſo che reſta di detta Statua. Ecco

l'opel'operazione: con le operazioni a parte, nelle quali si aggiunge un' oncia all' ottave, e una libra alle oncie, e poi si fa la sottrazione, e si porta uno nelle cose seguenti inferiori.

```
1010.  1001.   11        1000
   1.  1010.  111          11
------------------       ----
1000   1010.  100        1011
                          111
                         ----
                          100

                         1100
                         1001
                         ----
                        10101
                         1011
                        -----
                         1010
```

Sicchè restano libre otto, diec' oncie, e quattr' ottave.

Le prove di queste due regole sono reciproche, cioè del sommare è il sottrarre, e di questo quello; e ciò basti del sommare, e del sottrarre.

ARTICOLO QUARTO.

Moltiplicare.

Questa regola si fa ponendo i due numeri moltiplicandi uno sotto dell' altro, e poi, se il numero di sotto è zero, si nota, se è uno, si copia tutto il numero superiore tal quale, ritirandosi ogni volta una figura verso la sinistra, quindi si sommano i prodotti; molto meglio s'intenderà questa facilissima regola, coll' osservare il seguente Esempio, che, col moltiplicare i precetti.

Averto, che quando i numeri terminano con uno, o più zeri, questi nel moltiplicare si lasciano, per aggiungerli poi nel prodotto, come si vede pratticato nel seguente.

ESEMPIO.

Il Periodo Giuliano è composto dalli tre Cicli Solare, Lunare, e d' Indizione, si cerca qual' è.

```
                                            A
101 | 0       10011        19           111      7
 0  | 0       11100        28           101      5
              -----       ---          ----     --
              10011       152           111     35
             10011        38          1110
            10011         ---         ------
          ---------       532         100011
          10000101         15
              1111        ----
          --------        2660
          10000101        532
         10000101         ----
        10000101          7980
       10000101
       ------------
       111110010100
```

Questa regola risparmia d'imparare l'abaco, perchè con essa si moltiplicano tutti i numeri, anche piccioli, così cinque via sette fa trentacinque, come sopra lettera A.

Sono di mirabile facilità in tutte le regole le prove del sette, e del nove. Si faccia la croce nell' esempio primo, e si legga il primo numero, togliendo i sette, o i nove di mano in mano, che capitano, ed in fine si noti l'avanzo nella croce ecc. Così dico uno, due, quattro, nove, levo sette, resta due, segue cinque, noto. Poi, uno, due, sette, noto zero, e poi zero dall' altra parte, poi dico nel prodotto 1. 10. 100. 1000. 10. 101. 1010. 0, dunque va bene la prima operazione, così si faccia nelle altre, e similmente si faccia la prova del nove.

ARTICOLO QUINTO.

Partire.

SI pone il partitore ſotto le prime figure alla ſiniſtra, pigliandone tante, che facciano numero maggiore del diviſore, e ſi ſegna uno in parenteſi per il quoziente, poi ſi fa la ſottrazione, la quale eſeguita, ſi cala la figura ſeguente, che, ſe fa colle altre numero maggiore del diviſore, ſi fa nuova ſottrazione di detto diviſore, e ſi ſegna 1 in parentiſi. Ma ſe fa numero minore, ſi ſegna zero in parenteſi, e ſubito ſi cala l'altra figura del dividendo, e ſi vede di nuovo, ſe queſta fa creſcere il reſiduo maggiore del diviſore, che ſe lo fa, ſi ſegna 1, ſe non lo fa, ſi ſegna zero, e ſi cala l'altra figura ſeguente. In ſomma ogni figura del dividendo, che ſi cala, ſi ſegna una figura nel quoziente, 1. ſe ſi può ſottraere, zero, ſe non ſi può ſottraere il diviſore.

Esempio.

Si cerca qual numero aureo aveſſe il primo dell' Era volgare, eſſendo dicidotto dell' anno corrente 1746, queſto ſi divide per il numero del Ciclo metonico dicinnove, e dall' avanzo ſi conoſce qual numero correva il primo dell' Era, perchè, ſe l'avanzo della diviſione, è 18., il primo anno dell' Era, era eziandio il primo del Ciclo, ſe 17, il ſecondo, ſe 16, il terzo ecc. Segno 1 in parenteſi, e faccio la ſottrazione del diviſore, poi tiro giù il 0, e non potendoſi fare la ſottrazione del diviſore, ſegno zero in parenteſi, e calo l'1 ſeguente; ora può farſi la ſottrazione del diviſore, e ſegno 1. ecc. la coſa è faciliſſima, come ſarà manifeſto a chiunque conſidera la ſeguente operazione, o con la penna alla mano, ſi prenderà la cura di farne delle altre.

V'aggiungo l'operazione con i numeri decadici, acciocchè ſi poſſa fare il confronto d'ambedue le regole, ed appaja

paja chiaro le difficoltà di quella, e la facilità di queſta all' uſo binomico.

```
11011010010 (1011011      19) 1746
10011                     91    36
------                          17
 100001          11      1000
  10011         0|11      1|0
 -------       ----+--   ---+--
   11100      101|11      1|0
   10011          A        B
   ------
    100101
     10011
    -------
     100100
      10011
     -------
      10001
```

Eſſendo il partire prova del moltiplicare, e ſcambievolmente il moltiplicare prova del partire, com' è ben noto, non perciò non ſi fanno ancora in queſte, ed in altre regole le prove del ſette, e del nove con molta facilità, ſpeditezza, e quello, che più importa, con ſicurezza, perchè in queſto calcolo è moralmente impoſſibile fare l'errore di 111111., come richiedeſi, perchè sbaglino ambedue le prove.

Levo dunque i ſette dall' avanzo, e dico 1. due, quattro, otto, tre, e ſegno 11. ſopra la croce ſegnata lettera A.

Poi levo i ſette dal quoziente, e dico 1. due, cinque, undici, otto, cinque, zero. Segno zero.

Poi levo i ſette dal Partitore.

Finalmente levo i ſette dal numero diviſo, e vien 11, come dee venire.

Similmente ſi faccia la prova del nove ſegnata lettera B.

Esem-

Esempio notabile.

Io andava seriamente pensando ad esemplificare le regole di questo metodo con un qualche quesito proficuo alla Republica, allorchè mi sovenne, che fin da quando componeva la mia Arimmetica Commune, e Speciosa, predissi, che doveasi in appresso fugare la moneta d'argento dall' Italia, e da Roma in ispecie, lo che vedesi pur troppo presentemente verificato, ove poche monete minute vanno girando pcr la piazza, e per lo Stato Pontificio con gravissimo incommodo del publico comercio. A cui per provedere in qualche maniera, si pensò da Monsignor Giosia Gaucci, allora Prefetto della Zecca, a fare una qualche monetina d'oro di poco prezzo, per supplire alle minute spese quotidiane delle famiglie, sù cui, richiesto del mio parere, così brevemente risposi.

Se una libra d'oro di ventiquattro carati vale ♈ IOIIIIII $\frac{1001}{10100}$, cioè ♈ 191. 45. una libra d'oro di ventidue carati, o siano unici oncie d'oro puro valeranno ♈ IOIOIIII: IIOOOI: IO $\frac{1011}{1100}$, cioè ♈ 175. 49. 2 $\frac{11}{12}$; ma perchè con una libra d'oro di ventiquattro carati si coniano IIOOOII. zecchini, che ora sono ♈ IIOOIOIO: IOIIIII. si avanzano ♈ IOII: IIOOIO. con una libra d'oro di ventidue carati, o siano con unici oncie d'oro, si dovranno avanzare solamente ♈ IOIO: IIOIOI: IO $\frac{1}{100100}$, cioè ♈ IO: 53. 2 $\frac{1066}{38271}$, aggiungendo dunque quest' utile alli ♈ 175: 49. 2 $\frac{11}{12}$ risultano ♈ 186: 03. I $\frac{1}{4}$, e questo è il valore, che dee ricavarsi da una libra d'oro coniato di ventidue carati; volendosi poi di detta libra fare monete del valore di IOI paoli l'una, queste dovranno essere IOIIIOIOO, cioè 372, e dovranno pesare grani IOOIO: $\frac{10010}{11111}$, cioè 18 $\frac{18}{31}$

Il ripego di questa moneta (dissi) sarà utilissimo. Primo, perchè sarà bancale. Secondo, perchè sarà commoda. Terzo, perchè supplirà alla scarsezza delle monete d'argento. Quarto, perchè difficolterà l'estrazione la sua piccolezza, e la sua lega. Quinto, perchè l'uso, e l'esperienza d'altri principati la commendano. Sesto, perchè non è sì idonea a i crociuoli degli Orefici, o alle mazze delli Battilori, come le monete maggiori, e più pure. Settimo, perchè renderà il comercio minuto facile, potendosi i resti supplire con poca moneta di rame ecc.

Con tutto ciò (seguiva) questo nulla gioverà al gran disordine, che tuttavia cresce delle monete singolarmente d'argento, a cui seriamente dee pensarsi per non ridurci all' ultima miseria di questo utilissimo metallo, come fu ben previsto, ed ammonito da me fin dall' anno 1727., in cui scriveva la mia Arimmetica pag. *61*. e seguenti.

Ora l'esperienza assicurandoci e della fuga dell' argento, e del commodo de i Gauccini, sembrami sù medesimi fondamenai potere arguire anche oggidì, che il rimedio, acciocchè l'uso dell' argento non ci svanisca affatto (come gli siamo molto d'appresso) sarebbe quell' istesso, benchè ora non tanto efficace, che già suggerj nella mia Arimmetica sopra citata. Ma bisognarebbe unire almeno tutti i Prencipi d'Italia a dare un valore alle monete d'oro, e d'argento, che fosse proporzionato alla copia effettiva di questi due metalli, di modo che reciprocamente corrispondesse a proporzione il valore al valore, e 'l peso al peso. Il disordine consiste a mio giudizio, che in Italia v' è più argento, che oro, se si pesa; ma v' è più oro, che argento, se si valuta.

Ora per togliere questo disordine, bisogna fare l'equilibrio tra 'l peso, e 'l valore dell' uno, e dell'alrro metallo: cioè, che, se in Italia v' è il peso dell' oro al peso dell' argento, come uno a quindeci, a tale reciprocamente dee ridursi il prezzo ancora dell' argento al prezzo dell' oro; e quì si è pratticato tutto all' opposto, poichè in vece di calare il valore delle monete d'oro, sono state queste augumentate non poco, quasiche abbondanza avessimo di monete d'argento, e scarsissimi fossimo delle monete d'oro.

Problema.

Si desidera sapere qual prezzo debbasi dare al zecchino, per ridurre il prezzo dell' oro al prezzo dell' argento, come 1. a 1111. o a qualunque altra proporzione, che si stimi più conveniente, e che ha a Cadice, o in Levante, di dove viene, e dove va.

Si dica, se l'argento vale 1. quando l'oro vale 1111; una libra d'argento, che vale paoli 1110101. quanto valerà? ne vengono paoli 10101111100, ora perchè con una libra d'oro si coniano zecchini 1100011. si dividano i sudetti paoli per i detti zecchini, ne verrà il valore di un zecchino.

```
          1110101      0|
             1111     ——
          ———————      |0
          1110101
         1110101
        1110101
       1110101
       ———————————
         11011011011 (10001 11000/1000001 cioè 1:73.
Divisore 1100011
         ———————
          10101011        0
           1100011    1000|0
          ————————    ————
           1001000       0|0
```

E questo basti aver detto sù questa arduissima, e delicatissima materia, per il buon regolamento della quale vi abbisogna tutto l'acume degli ingegni più vivi, ed esperimentati. Laonde l'acutissima Nazione Inglese prescelse per sopraintendenti della loro Zecca il Lock, ed il Neuton, e dopo questi i loro più sublimi ingegni.

AR-

Articolo Sesto.

Estrazione della Radice Quadra.

Scritto il numero, da cui s'ha da estraere la radice, si fanno 'l punti alternativamente sotto le figure prima a destra, terza, quinta ecc., e questi punti significano il numero delle figure, che avrà la radice. Poi ad una ad una queste figure si trovano così: la prima sempre è 1., che poi si sottrae dal numero puntato alla sinistra, al residuo si aggiungono le due figure seguenti, poi si raddoppia la radice, ed in linea retta gli si pone l'ultima figura radicale, che si trova, poi si vede, se questo numero si può sottrarre dal sopra mentovato residuo, che, se si può, si sottrae, e si nota uno nella radice, se nò, si nota zero, e si tirano giù le due figure seguenti, e si replica l'istessa facilissima operazione fino al fine.

Esempio.

Un Cavalliere vuol far dipingere una Galleria, e chiama un' eccellente Pittore, a cui dice quanto tempo ei chiede per compire quell' opera, il Pittore promette darla terminata in un' anno. Il Cavalliere impaziente di ottenere più presto, che sia possibile il suo intento, dice al Pittore; io, oltre il prezzo stabilito, ti voglio regalare ancora, se prima dell' anno mi darai finita la Gallaria, e 'l regalo ha da essere così ordinato, che ti farò sborsare ogni giorno, dopo compita l'opera, tante doppie fino alla fine dell' anno, quanti giorni mancheranno alla fine dell'anno. Appare dalla computistaria, che il Cavalliere sborsò doppie 11111101001., cioè 2025., si dimanda quanto prima dell' anno il Pittore compì la Galleria? La radice quadra di detto numero sodisfa al quesito.

```
1111110i001   (101101
 . . .  . . .  ‾‾‾‾‾‾
01111          101              0|10
 1001          1001            ‾‾+‾‾
‾‾‾‾‾          10101           10|10
  11010        101101
  10101        1011001
  ‾‾‾‾‾                         0|0
    1011001                    ‾‾+‾‾
    1011001                     0|0
    ‾‾‾‾‾‾‾
     *  *
```

Oltre la prova di moltiplieare la radice in ſe ſteſſa, che dee riprodurre coll' avanzo il numero dato, ſi fanno ancora le prove del ſette, e del nove. Siaſi memore, che nella croce i due primi avanzi ſi ſommano, e che l'avanzo della radice ſi quadra.

Circa l'approſſimarſi, vedete l'Articolo ſeguente.

Averto, che l'avanzo può eſſere bensì maggiore della radice, ma non tale, che ſia d'una ſola unità di più aggiunta in linea retta alle figure della detta radice, perchè il quadrato proſſimo maggiore di ogni quadrato è coſtituito dal detto quadrato, più due radici, più uno, così il quadrato proſſimo maggiore di 100 è 100 + 10 + 10 + 1, cioè 1001, e 'l quadrato proſſimo maggiore di 1001. è 1001 + 110 + 1, cioè 10000. Così il quadrato proſſimo minore di qualunque quadrato è il detto quadrato meno il doppio della radice menò uno. Come il quadrato proſſimo minore di 1000000, è 1000000 — 10000 — 1 = 110001.

Averto inoltre, che la ſomma delli numeri impari produce la ſerie di tutti i numeri quadrati, e che ogni quadrato ha tanti termini di detta ſerie, quante unità ha la radice.

AR-

ARTICOLO SETTIMO.

Eſtrarre la Radice Cuba.

SI ſcriva il numero, da cui ſi vuole eſtrarre la Radice Cuba, e poi ſi faccia un punto ſotto la prima figura alla deſtra, quindi un' altro ſotto la quarta, poi ſotto la ſettima, e così ſi ſeguiti con queſt' ordine, finchè ſonovi figure, e queſti punti ſignificano il numero delle figure, che avrà la radice.

Ciò fatto, ſi noti ſempre uno nella lunetta, che ſi fa per luogo della radice, e queſta unità va ſottratta dal primo numero puntato alla ſiniſtra, all' avanzo poi s'aggiungono le tre figure ſeguenti ſino all'altro punto incluſivè.

Per trovare la ſeconda figura, ſe è 1, o zero, ſi fa così al triplo del quadrato della radice, cioè a 11. s'aggiunge una ſola figura più avanti ſempre il triplo della radice, e poi ancora più avanti 1, ſe queſta ſomma ſi può levare dalle ſudette figure unite all'avanzo, ſi ſegna uno nella radice, altrimenti ivi ſi notarebbe zero, poi ſi fa detta ſottrazione, e ſi calano accoſto all' avanzo le tre figure ſeguenti.

Quindi ſi fa il ſudetto eſame, ſi triplica il quadrato della radice, gli ſi aggiunge il ſuo triplo, e poi uno nel modo ſudetto, poi ſi oſſerva, ſe ſi può ſottrarre dal ſopramentovato avanzo unito alle tre figure ſeguenti, che, ſe ſi può, ſi nota 1. nella lunetta, altrimenti ſi ſegna zero, e ſi calano le tre figure ſeguenti. Con l'eſempio apparirà la ſomma facilità di queſta regola.

ESEMPIO.

Un Capitano dice a ſuoi ſoldati, andate, date l'aſſalto alla Piazza, prendetela, e vi prometto dare a ciaſcuno tante monete del valore di tanti paoli l'una, quanti reſtarete vivi, e vittorioſi; fu preſa la Piazza, e furono pagati alli ſoldati in quelle monete paoli 1010111011000010, cioè 44738., ſi cerca quanti ſoldati reſtarono vivi, e qual moneta riſcoſſero in premio.

Eſtraen-

Eſtraendoſi dal detto numero la radice cuba ſi ottiene l'intento.

```
1010111011000010 ( 10011
 1011101000
  1100110001
 ----------
 1010100111010
  1101111110011
  -------------
   1110100011 1
```

Operazione per la ſeconda figura.

```
  A
 1 | 1
 --+--
 0 | 1

    0 | 1000
 -----+-----
 1000 | 1000
      B
```

```
  11
  111
  ---
  1011
```

Per la quarta figura.

```
 110000
   11001
 --------
 11011001
```

Per la terza figura.

```
 10
 10
 --
 100
  11
 ---
 1100
  1101
 ------
 111101
```

Per la quinta figura.

```
 11000000   triplo del quadrato della R.
   110001
 ----------
 1100110001
```

Per la ſeſta figura.

```
      10001
      10001
      -----
      10001
   10001000
 ----------
  100100001   quadr. della R.
  100100001
 -----------
 11011000011   triplo del quad. della R.
      1100111   triplo della R. più 1 in fine.
 -------------
 110111110011 ſomma.
```


Non ha l'Arimmetica Decadica veruna regola per eſtraere la radice quadrata da i numeri minori di cento, nè la cubica da i numeri minori di mille, ma in queſto calcolo Binomico con le regole ſopra eſpoſte puntualmente ſi eſtraggono, e queſte, e le altre di altre potenze ſuperiori da quei numeri, a i quali l'Arimmetica ordinaria non giunge, e queſto è uno de' tanti vantaggi, che reca il concorrere molte figure ad eſprimere i numeri piccoli.

ESEMPIO.

Un Vecchio muore, e laſcia in una borſa novant'otto dobloni. Si legge nel ſuo teſtamento, che di queſti ne abbia la radice quadra ſuo figlio, la cubica, ſua figlia, e 'l reſto ſia parte per ſua moglie, parte per i poveri, ſi cerca, quanti ne tocca per uno?

Quì ſi dee eſtraere prima la radice quadra di 1100010

```
 1100010  (1001,       14 | 0
  100010     101      ----+--
   10001     1001      100 | 0
  ------     10001
  10001,0000
```

Eſſendovi queſto avanzo, ſe ſi voglia approſſimare, cioè trovare la porzione di doppia, che gli appartiene, ſi faccia una virgola dopo queſto avanzo, e gli ſi aggiunghino due, quattro, ſei, otto, o vero più zeri di nmero pari, poi ſi ſeguiti l'operazione, e le figure, che verranno, ſaranno numeratore d'una frazione, che ha per denominatore l'unità con altrettanti zeri, quante ſono le figure del detto numeratore dopo la ſudetta virgola.

```
10001,000000     (10001,111
100101           100101
------             1001101
  1111100          10011101
  1001001
  -------
   10111100
   10011101
   --------
      11111 ecc.
```

Si potrebbe proseguire all' infinito, che sempre si avrebbe la radice più prossima, ma non mai esatta, perchè il novant' otto è numero sordo, sicchè al figliuolo deono dare nove dobloni, e sette ottave.

Or vediamo quanti ne appartengono alla figlia, estraggo la radice cuba da

```
1100010,000000      (100,10
 100010,000
  11011001          110|0          11
 ----------         ----            111
    0110111000       1|10          -----
                                   10011
                   1000|1000       -----
                   ---------        1100
                      0|1000         1101
                                   ------
                                   111101
                                   ------
                                   110000
                                    11001
                                  --------
                                  11011001
```

dunque alla figlia ne toccaranno quattro, e due quarti.

Si vede, che per approssimarsi nella radice cuba, si aggiungono all'avanzo alcuni ternarj di zeri, dopo una virgola, e si seguita l'operazione, come diremo in appresso nel Calcolo Diadico.

Averto, che l'avanzo nella radice cubica non può essere

re maggiore di tre quadrati della radice, più tre radici, più uno, perchè ogni cubo di tanto è superato dal suo prossimo maggiore.

Oltre la prova di cubare la radice, e poi aggiungerci l'avanzo, per riavere il numero proposto, si fanno ancora le prove del sette, e del nove, questi prima si tolgono dall' avanzo, poi dalla radice, e si cuba il residuo; quindi si sommano nella croce questi due primi numeri ecc.

Qui non debbo lasciare di ripetere i canoni generali di estrarre la radice di qualunque potenza da qualsivoglia numero dato. Sono questi formati dal binomio $x+y$. in una serie Geometrica, i di cui termini sono susseguentemente moltiplici di $x+y$, onde sono qualunque serie si voglia.

$x^2+2yx+y^2$. Canone per estrarre la radice quadra.
$x^3+3yx^2+3y^2x+y^3$ per la radice cuba.
$x^4+4yx^3+6y^2x^2+4xy+y^4$ per la quarta potenza.
$x^5+5yx^4+10y^2x^3+10y^3x^2+5y^4x+y^5$ per la quinta ecc.

Questi si adoprano, come è ben noto agli Algebristi, e come io ho detto alla parte seconda cap.3. art:4.

ARTICOLO OTTAVO.

Modo d'abreviare l'espressione de i numeri, e di fare con essi ogni Calcolo.

Sono andato pensando a qualche modo di abreviare il numero delle figure, per esprimere i grandi numeri, ed ho stimato, che il seguente sia il più adattato di quanti me ne sono venuti in capo.

Mi servo de i soliti caratteri arabici 1. 2. 3. 4. ecc. i quali però altr' uso non debbono avere, che lo esprimere i puri termini della progressione geometrica doppia, che sono nel numero dato, v. g. 1010010, che vuol dire ottantadue, lo esprimo così 752, cio è il 7.° 5.°, e 2.° termine, così 64 vuol dire 101000, cioè quaranta, e 9 vuol dire il sesto termine nono, che è cinquecento dodici, e 'l o vuol dire

il

il decimo termine, v. g. 0 32. vuol dire i termini decimo, terzo, e secondo, cioe mille, e trenta.

Quando poi le figure sono più di dieci nel numero dato, all'ora ogni termine, che si debbe esprimere con le figure arabiche, si nota pure con una sola figura, distinta con una, o più virgole, una virgola vuol dire un numero sopra dieci, due virgole un numero sopra venti, tre virgole un numero sopra trenta, così 1,,50,862. vuol dire un numero composto dalli vigesimoprimo, decimoquinto, decimo, ottavo, sesto, e secondo termini della progressione; il quale si trova scritto così, perchè i zeri suppliscono agl' intervalli tra un termine, e l'altro, 1000000001000010101000010. vuol dire 1065634.

V' è maniera ancora di calcolare con le figure arabiche adoprate così a significare i numeri, ed ecco il

Sommare.

Le figure simili s'uniscono come unità, se fanno numero paro, non si segna niente, ma si porta 1, o due, o tre binarj alle figure una, due, o tre volte maggiori della sommata, se fanno numero imparo, si segna la figura, e si porta come sopra, come in esempio. Tre termini terzi fanno un termine quarto, ed avanza un termine terzo, segno il termine terzo, e porto il termine quarto, trovo un'altro termine quarto, che fanno un termine 5.° trovo un'altro 5.° che fanno un 6.° segno 6. poi 9, perchè due 8 fanno un 9. e poi zero, cioè decimo.

```
  83
 053
 843
────
0963
```

Sottrarre.

Se v' è di sopra un' altra figura, come quella, che si dee sottrarre, di sotto non si segna niente, se non v' è di sopra la figura, di sotto si segna la figura sottraenda, e si cresce d'una unità la figura di sotto prossima seguente, se vi è, e se non vi è, vi si suppone, quelle figure, che sono di sopra, e che di sotto non sono, si segnano tali quali v. g.


```
   0952
    853
   ────
0765432
```

Moltiplicare.

Si crescono le figure moltiplicande di mano in mano di uno meno della figura moltiplicante, poi tutte si sommano. Termini della Serie.

```
32768.16        853         148
 4096.13         92         258
 1024.11       ────        ────
  256. 9        964        1184
   32. 6       631,        740
    8. 4      ─────       296
───────      631,964      ────
38184                    38184
```

Altro esempio.

```
 8 5
 7 4
────
 1,8
 4 1,
────
42,8
```

Partire.

La divisione in compendio si fa così. Si vede quanto manca alla massima figura del divisore, per giungere inclusivè alla massima figura del dividendo, e quello si nota in parentesi, quando però moltiplicata con tutto il divisore, il pro-

prodotto si potrà levare dal dividendo, altrimente si calerebbe di una unità la detta figura.

Esempio.

Mille mesi quant' anni sono?

Scrivo mille in compendio, che vien formato dalli termini 098764, e 'l dodici dalli 43, poi vedo quanto manca al 4 fino al dieci inclusivè, trovo 7, pongo 7 in parentesi, perchè questo moltiplicato per tre, cioè unito con 7 inclusivè, fa 9, che può detrarsi. Così seguito fino all' avanzo 5, in cui il 4 pur' enrra 2, ma non può, perchè moltiplicato poi 2 per tre, che farebbe 4, non potrebbe levarsi, perciò si dice 1, che si segna in parentesi, e poi fatta la moltiplicazione di quest' uno col divisore, che pur è 43, si leva da 5, resta 3, cioè quattro. L'operazione a me riesce una delle più belle, facili, e gioconde, che abbia mai praticato, e pensato: Parrà certamente stravagantissima a chi non intende la forza, e l'artifizio, ma assicuro chiunque si prenderà la pena di rendersene possessore, che ubertosissimo frutto riscuoterà della sua ben impiegata attenzione.

```
43 ) 098764 (7521
     09
     —
     *87
      87
      —
      *64
        54
        —
        5
        43
        —
         3
```

Altro esempio notabilissimo.

L'acqua, che filtrasi per le viscere del Monte Vaticano, e che per i fessi strati della terra s'insinua sotto alli profondi fondamenti della più magnifica Fabrica dell' Universo, è senza dubbio, e non altra, la vera cagione dell' avallamento di tutto un' intiero quarto di essa. Si precipiti dunque l'inimico Monte nella contigua profonda Valle inferna, ed ecco assicurata, e scoperta la più bella, e più santa opera umana.

Per roversciare il Monte, si faccia una strada declive per esso al ciglio della Valle, a cima di essa si ponga una girella con una corda lunga poco più della strada, e vi si attacchino due Carrette che possino scorrere per i proprj canali adattatamente fatti. Poi si carichi una Caretta, e si lasci, ella spinta dal proprio peso scorrerà al fondo, ove sia chi la roversci intanto, che altri caricano la compagna, che andando ella portata dal suo peso tirarà su la già scaricata, e così si faccia in più luoghi del Monte, finchè v'è monte. Uno, o due uomini, che carichino, uno, o due che zappino, ed uno allo scarico, sono tutti i manuali necessarj a quest' opera.

Si cerca il tempo, e la spesa. Un cubo d'un' ottavo di miglio è $\frac{1}{0,}$ che vuol dire un cinquecento dodicesimo, che sono passi cubici 2,, che vuol dire il vigesimo secondo termine della progression dupla, cioè 1097152 (suppongo un miglio di passi mille, e ventiquattro) una Caretta ne porti due, faccia 5 cioè sedici viaggi per ora, e lavori 4 cioè otto ore al giorno, sianvi 5 strade, e 6 Carette, cioè sedici strade, e trentadue Carette. In un giorno si gettaranno 4, passi cubici di terra, che vuol dire il decimo quarto termine della progressione dupla, cioè 8192 dunque tutti li 2,, passi si gettaranno fatta la divisione in giorni 9: cioè in gorni ducento cinquanta sei, cioè quasi in un' anno toltene le Feste. Del che appare essere facile questo accorciamento di calcolo, forsi quanto il portar via il Monte. Continsi poi gli Operarj, il loro vitto, e mercede, le Carette, corde, e girelle, e s'avrà l'intiero computo dalla spesa. Se dico bene il tempo lo farà manifesto; non dico di più, perchè:

```
    5
    4
    —
    8
    6
    —
    3,
    2
    —
    4,
4,) 2,, (9
```

Spesso a quel ver, che a faccia di menzogna,
Dee l'Uom chiuder le labia, quant' ei puote,
Perchè senza sua colpa fa vergogna. Dante.

Estrar-

Eſtrarre la Radice Quadra.

Si ſcriva il numero in compendio, da cui ſi dee eſtrarre la Radice.

Poi della maſſima figura ſi prende la metà, che, ſe è numero paro, ſi ſegna in parenteſi, ſe è numero imparo, ſi ſegna la parte maggiore.

Quindi ſi quadri queſta prima figura della Radice, e ſi levi dal numero dato. Il quadrato d'una figura è il ſuo doppio meno 1: come il quadrato di 8 è 5,.

Terzo. Per trovare l'altro termine radicale, ſi creſca di uno la radice, e s'aggiunga il primo termine.

Quarto. Si veda, ſe queſto è maggiore al reſiduo, che, ſe è maggiore, la radice è già eſtratta. Se è minore, ſi aggiunga il ſecondo termine al ſopraderto numero, e ſi ſottragga dall'avanzo: poi ſi aggiunga a detto numero eſtratto di nuovo il ſecondo termine, e ſi ſottragga dal reſiduo: quindi ſi aggiunga il ſecondo termine, e via coſi, finchè ſi potranno fare queſte ſottrazioni.

Finalmente ſi veda quante ſottrazioni furono fatte, e tal numero ſcritto in compendio forma tutte le altre figure della radice.

Averto, che in ogni ſottrazione ſi trova il qnadrato proſſimo maggiore al già trovato, perchè ſi leva il doppio della radice più uno dall' avanzo.

ESEMPIO.

Tra 'l prezzo infimo, e maſſimo d'una merce evvi il prezzo medio, chiedo queſto qual ſia, e come debba prenderſi.

Il medio proporzionale altro è l'Arimmetico, altro il Geometrico, trattandoſi di mercanzie, ſi dee prendere il Geometrico, vedaſi la celebre conrroverſia del Cavallo nelle opere del Galileo, ſi vuole il medio proporzionale tra 5, e 4, cioè tra 'l quinto, e quarto termine della progreſſion dupla, moltiplico l'uno per l'altro, fa 8, e di queſto eſtraggo la Rad. quadra. Pren-

Prendo la metà di otto è 4, ed ecco la prima figura radicale. Quadro 4 fa 5, levo da otto reſta 7, per trovare la ſeconda figura, aggiungo uno alla Radice fa 5, e poi il primo termine fa 51, l'eſtraggo da 7, e reſta 64321, quindi aggiungo il ſecondo termine a 51, poi ſottraggo, e così ſeguito, finchè poſſo ſottrarre, vengono tre ſottrazioni, aggiungo dunque il ſecondo, e primo termine alla radice, che ſara undici, e avanza ſette.

```
8 ( 421
7
51
------
 64321
   521
------
 543
 531
------
  321
```

E ciò baſti aver' indicato in una materia certamente giocondiſſima, e che mi confido, che voglia apparire nuova affatto, e gradita per la ſua utilità alli ſtudioſi, a i quali ſpero, che ſiano per riuſcire utili, e dilettevoli le mie vigilie.

Niſi utile eſt quod facimus ſtulta eſt gloria. Cic.

ARTICOLO NONO.

Frazioni.

LE frazioni ſono parti dell' unità, e ſi eſprimono con un numero ſopra una linea, che diceſi numeratore, e con un' altro ſotto detta linea, che diceſi denominatore, così $\frac{11}{100}$ tre quarti.

Ogni frazione può eſſere propoſta, ed eſpreſſa in infinite maniere, cioè con tutti quei numeri, che anno l'iſteſſa ragione fra loro, così $\frac{11}{100}$ $\frac{110}{1000}$ $\frac{1001}{1100}$ ecc.

Schiſare i Rotti.

Quando abbiaſi una frazione eſpreſſa con numeri grandi, e ſi voglia ridurre alla minima ſua eſpreſſione.

Primo ſi divida il denominatore pel numeratore.

Secondo ſi divida il diviſore per l'avanzo, e poi di nuovo il diviſore ſi divida per l'avanzo, e così ſi faccia finchè reſta o 1. o Zero.

Se reſta 1. è ſegno, che la frazione non è riducibile, ſe re-

resta Zero, all' ora è riducibile, e l'ultimo divisore sarà il massimo divisore d'ambedue i numeri della frazione, che si riduce alla sua semplice espressione.

Ridurre le frazioni allo stesso denominatore.

Si moltiplicano insieme il numeratore d'ogni una per tutti i denominatori delle altre, ed i prodotti si notano sopra altrettante linee. Sotto le quali si replica il fatto di tutti i denominatori.

Sommare, e sottraere le frazioni.

Ridotte le frazioni allo stesso denominatore, si sommano i numeratori, e questa somma si pone sopra la riga, e sotto essa si pone il denominatore primiero, si sottraono levando un numeratore dall' altro.

Moltiplicare, e dividere le frazioni.

Si moltiplicano i numeratori, e 'l prodotto si mette sopra una linea, poi si moltiplicano i denominatori, e 'l prodotto si segna sotto detta linea, e questa nuova frazione è il prodotto, che si cerca.

Per dividere una frazione con un' altra, si rivolge sotto sopra il divisore, e poi si moltiplicano come sopra.

Estrazioni di radici dalle frazioni.

Si estrae la radice voluta da ambi i numeri della frazione, se sono razionali, altrimenti non si potrebbe.

Ridurre gl' intieri a frazioni.

Si moltiplicano gl' intieri per il denominatore della frazione, gli si aggiunge il numeratore, e tutto questo si pone sopra una riga, e sotto il detto denominatore.

Moltiplicare gl' intieri con le frazioni.

Si riducono gl' intieri a frazioni, poi si moltiplicano come sopra. Ma meglio, e molto più facilmente si faranno tutte le operazioni Arimmetiche con i numeri intieri, e fratti col Calcolo Diadico, che nel seguente Capo m'accingo a spiegare.

CA-

CAPO SECONDO.

Calcolo Diadico.

ARTICOLO PRIMO.

Nozione del Calcolo.

PEr abbreviare, e facilitare insieme il Calcolo delle frazioni nell' Arimmetica Decadica, fu inventato il Calcolo Decimale, ove le frazioni si maneggiano come i numeri intieri: con pari brevità, e facilità in questa nostra Arimmetica Binomica si fa qualunque Calcolo d'intieri con frazioni, riducendo prima dette frazioni sotto l'espressione diadica.

DEFINIZIONE.

La frazione diadica è quella, che si esprime col solo numeratore, intendendosi in essa il denominatore sempre un numero articolare, o sia un termine della progression doppia di tanti Zeri, quante figure sono nel numeratore, e l'unità di più, e và accompagnata da numeri, distinguendosi da essi con un punto, o con una virgola, e se gl' intieri non vi sono, in luogo di essi, si pone un Zero.

ESEMPJ.

101. 1.	Cinque. e mezzo.
111. 11	Sette, e tre quarti.
0. 001	Un' ottava.
1110. 0101	Quattordici, e cinque sedicesimi, ecc.

Ridurre le frazioni a frazioni diadiche.

Non è possibile ridurre esattamente ogni frazione a frazione diadica, perchè nessun termine della serie dupla è

di-

divisibile per tre, per cinque, per 7, e simili senza avanzo: ma si possono queste a quelle approssimare all' infinito, come succede nel Calcolo decimale.

Ora per ridurre una frazione alla espressione diadica, dividasi l'unità con un zero per il denominatore della frazione espressa binomicamente, e se non si può dividere, si nota o nel luogo del quoziente, poi si aggiunge un' altro zero al detto 10, e si vede, se si può detrarre il sopradetto denominatore, che, se si può, si segna 1 nel quoziente, e se non si può, si segna o, e così si seguiti, finchè il residuo o è zero, o è sì piccolo, che sia dispreggievole: il quoziente si moltiplichi pel numeratore, il prodotto sarà numeratore diadico. Se vi sarà avanzo, e si voglia frazione più prossima, si crescino i Zeri, come si è detto, al numero diviso, e si seguiti la divisione per il detto numeratore ecc. come sopra. S' averta, che ogni zero, che si aggiunge al dividendo, fa crescere il quoto d'una figura.

ESEMPIO.

Per ridurre $\frac{10}{11}$ si divida prima 100 per 11, e perchè vi è l'avanzo, si seguiti a dividere 1000, e poi 10000; e così aggiungendo Zeri, che sempre la frazione si approssimarà di vantaggio alla frazione data, il quoziente sarà 101010 ecc. e dirà ottantacinque cento ventottesimi.

ARTICOLO SECONDO.

Sommare, e sottrarre le frazioni diadiche.

Ridotte, che siano tutte le frazioni a frazioni diadiche, si dispongono tutte una sotto l'altra, con avertire, che tutte incomincino nella prima colonna alla sinistra; ove terminano gl' intieri col punto, poi si sommino, come gl' intieri, similmente si faccia nel sottrarre; quindi si raccolga la som-

somma, o si cerchi la differenza nel modo, a suo luogo nel primo Capo già detto.

ESEMPIO.

11.01	3 $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	6
1001.1	9 $\frac{1}{2}$				12
101.10101	5 $\frac{2}{3}$				16
—	—				—
10010.01101	18 $\frac{10}{24}$				34
110.0011	6 $\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{12}$		—
—	—				24
1100.00111	12 $\frac{44}{192}$	$\frac{36}{192}$	$\frac{80}{192}$	$\frac{44}{192}$	

Non confronta esattamente per ragione delli due terzi, che non sono riducibili, ma si possono approssimare all' infinito, come dissi.

Dovendosi ridurre le frazioni di numeratore maggiore dell' unità, consiglio ad aggiungere Zeri, quanti si voglino allo stesso numeratore, per non prendere equivoco nella moltiplicazione susseguente, v. g. $\frac{1}{11}$ aggiungo al numeratore 1. il zero, fo la divisione, e non si può, segno o nel quoziente, che se si dovesse ridurre $\frac{10}{11}$ aggiungo o, la divisione succede, e subito segno 1. nel quoziente, perchè ogni Zero, che si aggiunge dee segnarsi una figura nel quoziente. Ho voluto replicare tutto questo per più chiarezza.

ARTICOLO TERZO.

Moltiplicare le Frazioni diadiche.

Dopo ridotte le frazioni a frazioni diadiche, si moltiplicano come gl' intieri, e si fa un punto nel prodotto dopo tante figure contandole dalla destra verso la sinistra, quante ne anno i numeratori delle due frazioni moltiplicate prese insieme. Vi si fanno poi le prove del sette, e del nove, come a suo luogo abbiam detto, che sono speditissime, e sicure.

 ESEM-

ESEMPIO.

Vi è una Tavola di plasma lunga canne una, e mezza, larga canne 1, e tre palmi, si cerca alla ragione di 101000, e tre quarti la canna, quanto importa?

```
      101000.11        1.011
        10.0001          1.1
      ---------        -----
      10100011          1011
  1010001 10000         1011
  -------------        -----
  1010100.000011      10.0001
```

Sicchè importarà ottantaquattro, e tre sessantaquattr'esimi, le prove si fanno come abbiamo già nel primo Capo insegnato.

ARTICOLO QUARTO.

Partire gl' intieri con le frazioni.

ADoprasi il Calcolo Diadico singolarmente quando il divisore và unito con la frazione. Si riduce questa a frazione diadica, e distinta con un punto dagli intieri del divisore, si faccia ancora un punto dopo gl' intieri del dividendo, e gli si aggiunghino alcuni zeri, e si lasci spazio per aggiungerne altri se sia mestieri, poi si faccia la divisione, come sopra al Capo primo si disse, la quale eseguita finchè l'avanzo, o sia nulla, o minuzia insensibile, e 'l quoziente sarà composto d'intieri, e di una frazione, la quale sarà di tante figure alla destra, quante unite colle figure diadiche del divisore, fanno la somma delle figure diadiche del dividendo, che perciò le figure diadiche del dividendo sempre devono essere di numero maggiore delle figure dette del di-

visore, come appunto richiedesi ancora nel Calcolo decimale, e se vi sarà avanzo, potrà in questa maniera aprossimarsi senza fine.

ESEMPIO.

L'anno ha giorni 101101101.0100. un Mese Lunare sinodico ha giorni quasi 11101.1. Si dimanda quanti Mesi Lunari siano in un'anno.

Sicchè in un'anno saranno dodici Lunazioni, e tre ottave. La prova, che si vede fatta, è prova del sette.

```
101101101.0100   (1100.011
 11101.1
 -------                11
 1000000            1 | 110
  111011           11 | 110
 -------
   1011010
    111011
   -------
     111110
     111011
     ------
         11
```

ARTICOLO QUINTO.

Estrazione delle Radici da i numeri intieri, e fratti.

LA frazione, che trovasi col numero intiero si riduca a frazione diadica, la quale per estrarre la radice quadra sia espressa con figure di numero paro, che, se non lo sono, si aggiunge un Zero.

Per estrarre la radice cuba debbono essere le figure della frazione diadica, o tre, o un numero moltiplice di tre.

Per estrarre la radice quarta, o quattro, o numero divisibile per quattro. Per la quinta cinque ecc. che se non so-

no

no con aggiungere de i Zeri si accomodano. E poi si estrae la radice richiesta, come il solito, e vanno dopo il punto le figure radicali, che vengono dopo il numero puntato del numero dato. Averto, che con la estrazione, e sottoestrazione delle radici, quadra, e cubica si estraggono le radici di 4.ª 5.ª 6.ª ecc. potenze.

Questo vale ancora per approssimarsi, quando dopo estratta la radice resti qualche cosa, aggiungendo binarj di Zeri per approssimarsi alla radice quadra con il punto, ternarj di Zeri per la cuba ecc. il punto separa gl' intieri da i fratti, e le figure radicali, dopo esso punto, sono numeratore della frazione diadica.

ARTICOLO SESTO.

Logaritmi Diadici.

IO osservo, che molto più facilmente possono trovarsi i logaritmi a i numeri Binomici di quello, che vi volle per trovarli a i numeri decadici, e se là fu laboriosissima l'impresa, da non essere condotta a gran termine da molti bravissimi Calcolatori in lunghissimo tempo, come di fatto Enrico Briggio non potè assegnarli, se non che da 1. a venti mila, e da novanta mila a centomila, ed Adriano Ulac con l'opera di molti riempì finalmente la lagùna intermedia; quì da un solo Computista si possono formare le Tavole con molta facilità, e prestezza; e che sia vero, ecco brevemente, che espongo la dottrina de' logaritmi, e la maniera di ritrovarli co i numeri diadici.

DEFINIZIONE.

Se sianvi molti numeri, che dall' unità procedano nella stessa ragione, cioè, che siano susseguentemente equemoltiplici de i loro antecedenti, si chiamano essere in serie Geometrica. E se procedono dal 0 con egual differenza si chiamano essere in serie Arimmetica.

Quan-

Quando queste due serie sono tra loro combinate, la seconda è serie logaritmica dell' altra.

serie Geometrica	serie Arim.
1	0
10	1
100	10
1000	11
10000	100
100000	101
1000000	110
10000000	111
100000000	1000
ecc. al ∞	ecc.

La proprietà de i logaritmi nella serie Arimmetica è, che la somma di due termini, dà il prodotto de i due numeri corrispondenti nella serie Geometrica, cioè la somma di 11, e 100 fa 111, e a questo 111 corrisponde 10000000 prodotto de i due numeri 1000, e 10000 corrispondenti a 11, e 100.

Così per l'opposto se si leva un logaritmo dall' altro, il residuo indica il quoziente delli due numeri corrispondenti nella serie Geometrica, e se d'un logaritmo si prende la metà, questa sarà indice della radice del numero corrispondente al logaritmo diviso, e se si prende la terza parte, questa indicarà la radice cuba ecc.

Ora avendosi i logaritmi delli numeri della serie naturale si faranno tutte le operazioni Arimmetiche di moltiplicare, e dividere, e delle estrazioni delle radici col solo sommare, e sottrarre due soli numeri, perciò si è investigata la maniera di trovare questi logaritmi, i quali non possono però aversi esatti, ma col Calcolo Diadico sopra spiegato si danno tanto prossimi, che senza scrupolo d'errore sensibile si adopraranno utilmente in tutte le occorrenze sudette.

Si trovano dunque questi logaritmi a i numeri intermedj, come siegue.

Certo si è, che alla serie Geometrica dupla, si può di contro scrivere qualunque serie Arimmetica; si prenda dunque una serie Arimmetica, che vada con la differenza di 10000000000000000000, e la Geometrica dupla vada con

con altrettanti zeri diadici procedendo anch' essa, ciò fatto, si averanno i logaritmi di tutti i numeri articolari, o siano termini della progressione Geometrica i quali per essere molto più frequenti, che i numeri della progressione decupla, altrettanto ci scorciano la fatiga di cercare i logaritmi di tanti numeri di meno, e di tanti loro moltiplici.

serie naturale	Logaritmi.
1	0.0000000000000000000
10	1.0000000000000000000
11	
100	10.0000000000 000000000
101	
110	
111	
1000	11.0000000000000000000

Proposizione.

Avendosi i logaritmi di 10. e di 100 si vuole il logaritmo di 11.

Prattica.

Si prenda il medio proporzionale Geometrico tra 10, e 100, poi si prenda il medio equidifferente delli due logaritmi di 10, e di 100. che si trova togliendo l'ultimo Zero dalla loro somma, e questo sarà il logaritmo del sudetto medio proporzionale trovato, ma perchè questo viene minore del 11. Si cerchi ancora il medio Geometrico proporzionale tra questo trovato, el sudetto 100, e poi l'equidifferente dei due logaritmi, e ciò si replichi tante volte, finchè abbiasi il logaritmo di 11. da cui non sia differente appena una millionesima.

Si trova il medio proporzionale Geometrico, moltiplicando insieme i due numeri, e dal prodotto estraendosi la Radice quadra.

Trovato il logaritmo di 11. e sommato col logaritmo di due da il logaritmo di 110.

Sommato col L. di 100 da il logaritmo di 1100.

Radoppiato da il logaritmo di 1001.

Triplicato da il logaritmo di 11011. ecc.

onde si vede, che trovatosi il logaritmo d'un numero, subito di altri infiniti si trovano li logaritmi.

Lascio altrui la briga di formar queste Tavole, perchè in un calcolo tanto spedito, come questo, quel poco di commodo, che dette Tavole aportarebbero di più, viene impedito dall' imbarazzo d'aprire il libro, e voltar carte per ritrovare i logaritmi desiderati, La difficoltà delle operazioni decadiche fu la cagione di pensare a questi compendj, ma questa tolta felicemente dal nostro calcolo, non sono più al caso i logaritmi, e le Tavole.

Articolo Settimo.

Serie.

Il partire, e l'estrazione delle Radici, oltre averci condotto alla notizia delle frazioni, e degli incomensurabili, ci guidano ancora alla scoperta delle Serie. In Algebra la cosa è chiarissima, ed in questo calcolo si anno le serie con ambedue le sudette operazioni nelle espressioni diadiche, perchè se dividere si voglia, v.g. 101 per 11, ne viene questo quoziente 1.1010101 ecc., questa frazione non è altro, che una Serie Geometrica, che va così 1. $+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{32}+\frac{1}{128}+\frac{1}{512}$ ecc. all' infinito, come accade ancora nell' estrazione delle Radici, perchè volendosi la radice di 10, ne viene 1.011111 ecc. che è pure una Serie Geometrica, che va cotì $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$ ecc.

Ora perchè delle Serie il punto principale consiste a ri-

ritrovarne le somme, nè queste aver si possono con nessun Canone generale. In questo nostro Calcolo Diadico nasce la Serie distinta ne i suoi termini indefinita, ed insieme sommata: nasce distinta ne i suoi termini nella espressione Diadica, e sommata nel leggere l'espressione medesima, e ciò succede In questi casi, ove i termini progressionali vanno decrescendo continuamente, onde formano una Serie infinita, che tutta insieme è riducibile ad una quantità finita, e perciò dicesi convergente. Se si vuole un Canone generale per sommare tutte le Serie convergenti è questo $\frac{b}{a-1}$, cioè la somma di qualunque Serie Geometrica decrescente all'infinito, e'l numeratore diviso pel denominatore della serie sminuito della unitâ, così la somma di $\frac{10}{11}+\frac{10}{1001}+\frac{10}{11011}+\frac{10}{1010001}$ ecc. è $\frac{10}{10}=1$. ecc. la somma della prima sopra descritta è $\frac{1}{3}$, e della seconda è $\frac{1}{2}$, perchè manca il primo termine.

La Serie Gcometrica doppia ha tutte le prerogative comuni alle altre Serie Geometriche, come il fatto di due termini in tutte le Serie Geometriche producono sempre un termine lontano dal maggiore moltiplicato, quanto è lontano il minore moltiplicante dal primo, o pure il quadrato d'un termine produce un'altro termine lontano da se, quanto egli dal primo è lontano. E questa proprietà serve per trovare i termini della Serie ne i numeri grandissimi, come per l'invenzione del termine centesimovigesimoquarto nel famoso quesito della scala d'Araceli: si quadri il 17.° si avrà il 33.°, si moltiplichi questo pel 32°. si avrà il 64.° per la soluzione delli granelli della Scacchiera. Si moltiplichi questo per il 61.°, s'avrà il 124.°. Ha poi alcune sue proprie prerogative questa serie dupla, come quella di compiere tutti i numeri colli soli suoi termini (la riflessione sù questa proprietà mi ha fatto scrivere il presente libro). Che la sua somma sia il doppio dell' ultimo termine meno il primo, ed altre, che non è quì luogo ripetere.

Le serie Arimmetiche si sommano tutte, purchè sia determinato un termine ultimo, ed ecco come; il primo termine più l'ultimo si moltiplica per la metà del numero de i termini.

Dalle Serie Arimmetiche nascono i numeri figurati, o poligoni. La somma della naturale fa i numeri triangolari: i numeri impari fanno i quadrati. La serie, che va dall'uno crescendo coll' intervallo di tre in tre, fa i pentagonali ecc. ma di queste cose ne ho parlato a sufficienza al Capo 3. della seconda parte, ove si potranno riassumere i precetti, e gli esempj, che in questo calcolo riusciranno di più gioconda, e facile soluzione. Similmente consiglio rileggere attentamente tutto quello, che della progressione Geometrica ho detto ivi all' art. 3. pag. 167. e seguenti. Talvolta succede doversi scrivere numeri grandissimi, e se non si sanno le proprietà di questa serie, difficilmente si scriveranno, o leggeranno, v.g. tutte le combinazieni delle carte delle Minchiate a vent' una per vent' una sono 96,,,141.308,, 410.784,017.049. per esprimerlo all' uso binomico, vi vogliono settantacinque caratteri, i quali molto più facilmente si trovano per la invenzione de i termini della serie per salto, e perciò ho accresciuta in fine la Tavola della Serie doppia.

Si osservi la Serie de i numeri naturali posta sopra al primo Articolo, si vedranno le colonne de i numeri verticali essere disposti in certi periodi di zeri, e di unità. Nella prima colonna alterna il zero, e l'uno; nella seconda due zeri, e due unità; nella terza quattro zeri, e quattro unità, e così le altre. Nella considerazione di questi salti, e periodi unicamente si trattiene Dongicourt nella sua Dissertazione posta nelle Miscellanee di Berlino da me sopra nella prefazione citato.

Ed ecco quanto per ora ho stimato sufficiente esporre al publico d'una maniera facilissima di far calcoli colle sole figure 0, e 1. benchè a primo abbordo parrà forsi difficile.

Sed neque tam facilis res ulla est, quin ea primum
Difficilis. Lucrezio l. 2.

AGGIUNTA al Cap. I. art. 8.

Placemi veramente quel, che osserva S. Girolamo in una sua lettera, che la perfezione sia la cognizione della propria imperfezione: *Hæc est*, dice egli, *in omnibus sola perfectio suæ imperfectionis cognitio*. In questo embrione di calcolo, che appena ideato subito ho prodotto al publico, ravviso molte imperfezioni, non nel calcolo, che in se è ottimo, ma nella mia maniera di esporlo, e spiegarlo. Prima poteva io procedere con metodo scientifico, e geometrico, dimostrando le proposizioni, il che da me, per la fretta, con poca, o niuna accuratezza fu fatto. Ma di mano in mano, che ho pensato alle cose, le ho scritte più, per non dimenticarmene, che con idea, che così poi dovessero comparire sotto gli occhj degli uomini scienziati. Secondo sono non poche le cose, che di mano in mano mi sovvengono, che via più illustrarebbero, ed ampliarebbero questa materia: non posso a meno però non aggiungere all'Art. 8. Cap. I. la maniera di estrarre la Radice Quadra dalli numeri accorciati, non molto diversamente dalla maniera usitata nell'Arimmetica Decadica. Si voglia a cagione d'esempio la Radice di 083, prendo la radice di 0, che è 5, cioè la radice del decimo termine è 'l quinto, perchè la metà di dieci è cinque. Segno in parentesi 5, poi lo quadro fa 9, sottraggo da 0, resta nove: poi per trovare il secondo termine, raddoppio la radice 5, fa 6, divido 9 per sei, vien 4 (quì si osserva, se il quadrato di 4, che è 7, si può levare dal residuo, che nel caso nostro si può) segno 4 in parentesi, quindi moltiplico questo 4 per 6, fa 9, levo da 9, resta nulla notato dall'asterismo, poi quadro il 4, fa 7, lo levo dal-

083	(541	Prova
98	6	541
97	65	541
——		——
*73		541
65		874
——		985
53		————
1		07751
——		avanzo 521
521		——
		083

dalle figure residue, resta 73. Per la terza figura, radoppio la radice 54, fa 65, divido per questo doppio il 73, dicendo il 6 in 7 entra 2, ma perchè il 5 in 3 non entra 2, il 6 in 7 entrarà una sol volta. Segno dunque 1 in parentesi, per cui moltiplico il 65, che tolgo da 73, resta 53, da cui tolto il quadrato 1, ultima figura resta 521: dunque la radice di 083, cioè di seicento quarantaquattro è 541, cioè venticinque, ed avanza 511, cioè dicinnove.

La prova si fa moltiplicando 541 in se stesso, e poi aggiungendovi l'avanzo, tutto insieme ha da tornare il numero dato, come si vede eseguito. Chi non intende legga.

Qui nescit numeros, numerandi aut respuit artem,
Inter doctores respuit esse Viros. Gemma

Per estrarre la Radice Cuba si usi questa regola, si prenda la terza parte del numero, che esprime il massimo termine, e se vi è avanzo, si radoppi, cioè gli si aggiunga uno, così la Radice Cuba di 7, cioè del settimo termine è 3, perchè la terza parte di 7 è 2, che radoppio, e fa 3, ed in fatti quattro, terzo termine, è Radice Cuba di sessantaquattro. Questo termine dunque si segni in parentesi, e poi si cubi, e si sottragga dal numero dato, poi per trovare l'altro termine.

Si quadri la radice, e poi si moltiplichi per 21, cioè per tre, e poi si divida tutto l'avanzo per questo prodotto, il quoziente si metta in parentesi, e fatta la moltiplicazione del divisore per questo quoziente, si noti sotto il residuo, cioè sotto tutti i termini del nnmero dato, da i quali si dee poter levare questo prodotto, e poi il triplo di questo quoziente moltiplicato per le altre figure radicali, e poi anche il cubo di questo quoziente, le quali cose, se non si possono levare, bisogna sminuire il sudetto quoto.

Ciò fatto, si replica l'istessa operazione, finchè il triplo del quadrato di tutta la radice può entrare nell'avanzo con tutte le sopradette cautele. In prattica tutto questo è molto più facile di quello, che possa spiegarsi con parole, le, ed a me per ora pare effermi fpiegato a baftanza.

In fine prendo fcufa, fe non farà quefta operetta corretta fecondo i precetti della lingua Tofcana, perchè fono ftato molto più follecito all' efattezza della materia, che alli difetti d'un' accento, o d'un punto. I Saggi da per fe fteffi fapran correggere quefte, e fimiglianti inavertenze, ed infieme fapran compatire la mia ofcitanza, o fe vuolfi imperizia, effendomi io affaticato più tofto,

Ut mea rufticitas fi non valet arte polita
Scribendi, at certe valeat novitate probari.

Tito Calfurnio.

Segue la ferie doppia pofta a cart. 17.

2097152	22
4194304	23
8388608	24
16777216	25
33554432	26
67108864	27
134217728	28
268435456	29
536870912	30
1073741824	31
2147483648	32
4294967296	33
8589934592	34
17179869184	35
34359731868	36
68719463736	37
137438926572	38
274867853144	39
549735706288	40
1099471412476	41

E così fi feguiti fenza fine, ma molto più meco ogn' uno efclami con voci di carità fenza fine.

GLORIA TIBI TRINITAS ÆQUALIS, UNA DEITAS.

TA-

TAVOLA

Dell' Arimmetica Binomica.

CAPO I.

Numeri intieri.

CAPO II.

Calcolo Diadico.

AL

AL LETTORE.

Gli Antichi non vollero da principio ammettere in Geometria altre linee, che il circolo, e la retta. Ma poi s'avvidero, che molti erano i problemi, che col solo circolo, e retta linea non potevano sciogliersi come la trisezione dell' Angolo, la duplicazione del Cubo, la quadratura del Cerchio &c. E perciò furon poi forzati ad ammettere le Sezioni Coniche nella Geometria, ed i moderni Algebristi v'ammettono ogni qualunque curva, che con equazione si esprima, benchè Geometrico realmente sia quello non già, che ha semplice, e facile equazione, ma quello, che ha più facile la costruzione. Sarebbe vizio risolvere un problema, o costruirlo colla parabola, quando col circolo si possa risolvere, abbenchè la equazione alla parabola sia di gran lunga più semplice, che l'equazione al circolo.

Ecco in questo Calcolo, che noi abbiam fatto tutto all' opposto colle sole figure 0, *e* 1, *quasi col solo circolo, e colla sola linea facciamo tutto quello, che con tante figure fanno gli Arimmetici, e molto di più, onde con ragione contemplando questa maniera di calcolare il sommo e dottissimo Sig. Canonico Antonio Baldani Auditore esimio dell' Eminentissimo Signor Cardinale* ALESSANDRO ALBANI *disse*.

Naturæ vires, & summæ arcana Methesis,
Hæc duo Circulus, & Linea nosse dabunt.

DIALOGO ANALITICO.

A. B.

A. HO letto con sommo mio piacere, e profitto la vostra Arimmetica Comune, Binomica, e Diadica; ma nella Speciosa, confesso il vero, mi sono talvolta arrestato, perchè le materie ivi sono trattate così brevemente, che a gran fatica ne intendo qualche cosa; però se vi piace desidero di esse parlare, acciocchè me ne possa rendere istruito in maniera, almeno da intenderne gli Autori, che trattano di questi Calcoli, o che gli adoprano nei loro Libri, e ciò per passare con quest'onesto divertimento qualch'ora oziosa del viver mio: giacchè m'avvedo essere pur troppo vera la definizione della vita umana.

Vita quid est hominum? spes, & formido futuri,
Multum tristitiæ, lætitiæque parum.

B. Il vostro genio, che vi rende giocondo lo studio, vi farà sempre più commendabile. Siate però sempre memore di di quell' aurea verità avvertita da Cicerone l. 4. de finib. *Est insita in omnibus, vel potius innata cupiditas scientiæ, natique sumus ad congregationem, & societatem, ad communitatem generis humani*. Orsù io cosa più volontieri non farò mai, che compiacervi, ditemi pure quello, che vi occorre, che io più chiaramente che posso procurarò di sodisfarvi. Due sono i fonti della oscurità nei Libri, uno, che spesso i Scrittori suppongono, che i loro lettori sappiano quello, che non sanno, l'altro, gli equivoci, che prendono i studiosi nell' apprendere i precetti, che per altro nel Libro sono espressi con esattezza.

A. E perciò noi discorrendola evitaremo questi due scogli. Voi non mi potrete supporre quel, che non so, perchè io non mancarò d'interrogarvi, nè io prenderò equivoco, parlandomi voi chiaramente; principiamo dunque. Cos' è l'Analisi?

B. Le scienze procedono ad investigare la verità per due diverse strade, alle volte componendo, che dicesi Sintesi, ed è quando la verità nota altrui s'insegna, alle volte risolvendo, che dicesi Analisi, ed è quando si cerca una verità ignota. L'Architetto v. g. componendo insieme varj materiali, forma in fatti il suo ideato Palazzo, e risolvendo in varj pezzi una miniera, cerca, e ne leva le gioje, ed i preziosi metalli: così le verità Geometriche si trovano con l'analisi, e si dimostrano con la sintesi.

A. Qual' è l'oggetto di queste scienze?

B. La quantità.

A. Che cosa è la quantità?

B. Tutto quello, che è capace d'accrescimento, e diminuzione.

A. Di quante sorti è la quantità?

B. Continua, come lo spazio, el corpo, e discreta come il numero.

A. Come si chiamano le scienze, che trattano di queste quantità?

B. Geometria, ed Arimmetica, la prima si serve del metodo sintetico, la seconda dell' analitico.

A. Qual' è di queste due la prima, e la fondamentale?

B. Ambedue insieme fanno tutto il fondamento della scienza naturale; sono come due ali, colle quali scorre l'intelletto pel vasto regno della natura, e senza le quali va quasi carpone, e 'n tutta la vita fa poco viaggio; L'Arimmetica però giudico essere l'ala destra, dai cui principj ne sorge la Geometria, se questa necessariamente dee incominciare dalle dimensioni delle superficie, e dei corpi, dal numero dei lati, e degli angoli delle figure, dalla moltitudine delle contenenze nelle proporzioni, e simili, onde è necessario aver prima notizia del discreto per ben discorrere del continuo.

A. Spieghiamo dunque prima l'Arimmetica.

B. L'Arimmetica è scienza di computare, e si fa in due maniere, cioè per mezzo di cifre numeriche, le quali io ho ristretto alle due 0, e 1 nella Binomica, e dicesi propriamente Arimmetica; o per le lettere dell' Alfabeto, e dicesi Analisi, o Algebra.

A. Qual diversità è fra queste due maniere di calcolare?

B. Ambedue anno gl' istessi principj, e vanno all' istesso, fine, ma per istrade affatto opposte, e una è de' particolari, e l'altra è degli universali, quella poco si stende nello scibile ma questa non ha confine.

A. Spiegatevi meglio.

B. L'Arimmetica va a trovare la verità ignota col noto, e l'Algebra va coll' ignoto incontro al noto, e così divien tutto noto; quella va di giorno, e vede sempre ciò, che fa, e questa va di notte, e non vede mai ciò, che fa sino allo spuntare del Sole, che è l'esterminazione dell' ultima ignota, quella serve a questa, ed ambedue pajono una sola scienza, l'Arimmetica scioglie alcuni problemi, e non tutti; e l'Analisi tutti li sviluppa, e distingue i possibili, gl' impossibili, li reducibili, dagli irreducibili; gli limita, gli approssima, gli costruisce, in somma quel, che è impossibile per altra via, per Algebra si ritrova.

A. Qua-

A. Quali requiſiti ſi richiedono in chi vuole impararla?

B. Animo libero dalle paſsioni, e negozj, ingegno, ſalute, e voglia di ſapere; ſenza queſte condizioni indarno vi ci aplicareſte.

A. Se non mi manca l'ingegno, ſpero imparare l'Algebra.

B. Ecco le regole, ſommare, ſottrarre, moltiplicare, dividere, eſtrarre radici, ridurre le frazioni radicali, ridurre l'equazioni, coſtruirle, ed eſterminare le incognite, queſte ſono le regole con le quali ſi riducono i problemi all'equazioni, e ſi conſidera, e ſi ſcuopre la natura di dette equazioni.

A. Facciamoci da capo alle prime nozioni.

B. In primo luogo è neceſſario ſpiegare

Le Voci, ed i Segni,

che ſi adoperano dagli Algebriſti. Per numero ſi conſidera non ſolamente un' aggregato d'unità, ma qualunque altra quantità aſtratta, che con altra dello ſteſſo genere abbia qualche ragione; ed è di tre ſorti intiero, rotto, e ſordo, con cui ſono gli altri due incommenſurabili.

A. Non intendo bene queſti numeri ſordi.

B. La radice di 2. è un tal numero, che non ha eſpreſſione nè con numero intiero, nè fratto, e diceſi ſordo, perchè non riſponde a regole, che lo cercano, nè a quantità diſcreta, che lo eſprima, l'Algebra lo trova coſtruendo, ma meglio a ſuo luogo.

A. Già ſo, che nell'Arimmetica Comune dall'uno ſino al dieci ſi adoperano queſte cifre, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. e nella Binomica ſervono ſolo 0, e 1, ma come queſte combinate ſi leggono, io non lo ſo.

B. Quando ſono molte di queſte in linea retta, le prime tre a mano deſtra ſono numero, decine, e centinaja, le tre ſeguenti ſono migliaja, le ſei ſeguenti millioni, le altre ſei billioni, le altre ſei trillioni, e poi quadrillioni, quintilioni, ſeſtilioni, ſettilioni ecc.

A. Spiegatemi di grazia queſti numeri, e queſti nomi.

B. 10 volte 10 è il cento, 10 volte 100 è mille, e 1000 volte mille è un millione, che i Latini dicono *decieſcentena millia*, un millione di volte un millione fanno un billione, e così un trillione vuol dire un millione di volte un billione; e mi ſpiego con un' eſempio, ſupponete un libro, che abbia un millione di carte, ed ogni carta un millione di parole, quivi avreſſimo ſtampate un billione di parole, e ſe vi foſſe una libraria, che in una ſtanza aveſſe un millione di queſti libri, il numero delle parole ſarebbe un trillione, e ſe le ſtanze ſimili foſſero un millione, le parole ſtampate ſarebbero un quadrillione ecc.

A. E le frazioni come ſi eſprimono?

B. In molti modi, per ora v'indicarò la maniera di eſprimere le frazioni decimali; Si ſegnano i numeri intieri, e poi ſi fa un punto, dopo cui una figura ſignifica le decime, e due figure le centeſime, tre le milleſime, così 15. *6.* vuol dire 15, e ſei decime, 15.06 vuol dire 15. e ſei centeſime ecc. nella Diadica i denominatori ſono della progr. doppia.

A. E nell'Algebra come ſi eſprimono i numeri?

B. Qualunque quantità continua, o diſcreta nota ſi eſprime con le prime lettere dell'Alfabeto, le ignote colle ultime, in varie maniere portan ſeco i numeri queſte lettere, che ſono tutte ſignificative.

A. Con quali ſegni ſi notano queſte lettere?

B. Siccome le quantità altre ſono negative, altre poſitive, così il ſegno — ſignifica la quantità poſta dopo eſſo eſſere negativa, cioè da ſottrarſi, e ſi chiama meno, e 'l ſegno + ſignifica la quantità poſitiva, e diceſi più, e ſignifica la ſua quantità doverſi aggiungere, queſti ſegni $\pm$, $\mp$ ſono dubbj, ma uno oppoſto all' altro, come 5 ± 2, e 5 ∓ 2, non sò, ſe debbaſi aggiungere, o togliere nel primo caſo il 2 dal 5, ma sò, che, ſe l'aggiungo, o lo levo nel primo caſo, nel ſecondo debbo fare all'oppoſto, la quantità ſenza ſegno dinota eſſere poſitiva.

A. E i ſegni della moltiplicazione quali ſono?

B. La moltiplicazione ſi fa, quando, dati due numeri, e ſi cersi cerca il terzo, che contenga uno delli due dati tante volte, quante unità ha l'altro, in due maniere si fa la moltiplicazione nella Geometria, o date due linee, si cerca la terza, che contenga tante volte la maggiore, quante volte questa contiene la minore, o pure si cerca la superficie d'un paralellogrammo sotto queste due linee contenuto, e così la solidità di un corpo sotto tre linee, onde è consueto, adoperarsi dagli Algebristi i termini produrre, contenere, rettangolo, quadrato, cubo, dimensione, lato ecc. che sono proprj delli Geometri.

Le lettere unite insieme senza interposizione di segno veruno significano, che quelle debbono moltiplicarsi tra loro, ma perchè spesso accade, che debbonsi moltiplicare tra loro i moltinomj, cioè lettere, che sono distinte con segni, per un' altro moltinomio, è stato mestieri trovarsi un segno, che questa moltiplicazione significhi, e questo è $\times$ con due linee, che sopra si stendino ad ambi i detti Polinomj così $\overline{ab+c} \times \overline{ac-b}$

A. Ora passiamo alla divisione.

B. La divisione è, quando si danno due numeri, e si cerca il terzo, che dicesi quoto, ch' è la contenenza di uno di detti numeri nell' altro. Una linea frapposta a due quantità, una sotto l'altra, significa, che la quantità di sopra dee dividersi per quella di sotto, così $\frac{12}{3}$ vuol dire 12. diviso per 3, la superiore è il dividendo, e l'inferiore è il divisore, e perchè questa è una maniera di esprimere le frazioni, la superiore si chiama numeratore, e l'inferiore denominatore. Si esprime ancora così $ab{:}x$, e vuol dire ab diviso per x.

Alle volte s'include il divisore dentro ad una parentesi, singolarmente quando il dividendo è una frazione così $\overline{a-b})\frac{axx}{a+b}$

Se una quantità sia moltiplicata in se stessa più volte, v.g. aa si nota per brevità così a^2, $aaaaa$, si notarà a^5 ecc, e quel numero in alto dinota la quantità della potenza di a, o siano i gradi potenziali di a, così a^2 significa essere a inalzato alla potenza seconda, o sia quadrato, a^3 potenza terza, o sia cubo, a^7 potenza settima, ed a è la radice di queste potenze. Il numero, che gli si mette sopra, si chiama esponente di a, cioè a inalzato alla potenza indicata da detto esponente.

Per lo contrario la nota $\surd$ significa dalla quantità sotto essa doversi estrarre la radice quadra, se poi sopra essa sarà un numero, quello dinotarà il grado della radice, che debbe estrarsi dalla quantità sotto essa nota $\surd$. v. g. $\sqrt{64}$ è 8. $\sqrt[3]{64}$ è 4. $\sqrt[7]{ab+bx}$ dinota da $ab+bx$ doversi estrarre la radice settima. Se avanti al segno radicale v'è una quantità o numerica, o letterale, quella dicesi Coefficiente. Se questa sarà sopra al segno, dicesi Esponente: cioè che dalla quantità sotto al segno si debba estrarre una tal radice.

Questo segno $=$ vuol dire, che le quantità prima di esso sono eguali alle quantità dopo esso.

Questo segno :: vuol dire, che le quantità prima, e dopo sono proporzionali. $a.b::c.d.$ vuol dire come sta a al b così sta c. al d.

Ora per analogia potrete intendere tutte le altre maniere di scrivere i numeri, che si compongono da queste, così ancora le altre quantità, v. g. $\frac{1}{4}abb$ vuol dire doversi moltiplicare abb per un quarto, che è quanto dire, doversi dividere per 4, così $\sqrt[3]{7+\sqrt{8}-3}$ vuol dire doversi prendere la radice terza di $7+\sqrt{8}-3$ ecc. quando una linea sta sopra molti termini significa, che tutti quelli deono comprendersi nella operazione indicata dal segno, come $\overline{a+b} \times \overline{c-d}$ vuol dire, che il primo binomio dee essere moltiplicato per il secondo.

Il segno $>$ vuol dire maggiore, e posto così $<$ vuol dir minore, così $a>b$ vuol dire a essere maggiore di b.

Questo segno ∞ vuol dire l'infinito.

L'Aste-

L'Asterismo * significa mancanza d'un termine.

E' poi necessario, che siano bene intese le seguenti espressioni a^{0}, a^{1}, a^{-3}, $a^{2:3}$, $a^{-2:3}$

A. Spiegatemi prima, che cosa vuol dire a^{0}.

B. a overo a^{1} vuol dire la potenza prima, cioè l'istessa quantità significata da a, se questa si moltiplica per a viene aa, overo a^{1+1}, overo a^{2}, e questa moltiplicata per a viene aaa, overo a^{2+1}, overo a^{3}, e così seguitando viene la serie delle potenze a^{1}, a^{2}, a^{3}, a^{4} ecc. ora andandosi al roverscio, se si dividerà a^{5} per a^{3} verrà $a^{5-3} = a^{2}$, e dividendosi v. g. a^{4} per a^{4} verrà a^{4-4} cioè a^{0} perchè $\frac{aaaa}{aaaa} = 1$. Ma se si dividerà a^{4} per a^{5} verrà a^{4-5} cioè a^{-1} cioè $\frac{aaaa}{aaaaa} = \frac{a^{0}}{a^{1}} = \frac{1}{a}$.

A. Tutto questo ho bene inteso, ma non intendo come l'esponente possa essere una frazione.

B. Se voi voleste inalzare alla potenza terza $aaaa$ come fareste?

A. Moltiplicarò $aaaa$ in se stesso, e poi il prodotto di nuovo moltiplicarò per $aaaa$, e questo nuovo prodotto sarà la potenza terza di $aaaa$.

B. Benissimo. Ora più breve sarà se moltiplicarete l'esponente di a^{4}, per l'esponente della potenza a cui volete inalzare a^{4}, che se volete inalzarlo alla potenza terza verrà a^{12}. Ora andate all' opposto, se volete una qualunque radice di qualunque quantità, dividete l'esponente della quantità data, per l'esponente della radice, che volete estrarre, ed avrete l'espressione della radice desiderata, v.g. la $\sqrt[3]{a^{12}} = a^{12:3} = a^{4}$, e la $\sqrt[3]{a^{2}}$ sarà $a^{2:3}$, e la $\sqrt[3]{a^{-2}}$, sarà $a^{-2:3}$

A. Vor-

A. Vorrei, che mi dimostraste, che $\sqrt[3]{a^{-2}}$ sia uguale ad $a^{-2:3}$

B. Subito. Cubate $\sqrt[3]{a^{-2}}$

A. Viene a^{-2}

B. Fate l'istesso in $a^{-2:3}$

A. Moltiplico $a^{-2:3}$ per $a^{-2:3}$ viene $a^{-4:3}$, questo lo moltiplico per $a^{-2:3}$, viene $a^{-6:3} = a^{-2}$. Ho inteso. Passiamo alle regole.

B. Le quantità semplici tutte si uniscono insieme con i loro proprj segni per sommarle; e per sottrarle si mutano in segni contrarj i termini sottraendi.

A. El moltiplicare dei polinomj come si fa?

B. Come i numeri, e così ancora il dividere, vedete la mia Arimmetica, vi ricordo però, che $+ \times +$ fa $+$, e $- \times +$, o $+ \times -$ fa $-$, ma $- \times -$ fa $+$.

A. E perchè ciò?

B. Leggete la dimostrazione al Cap. 1. A 2. della seconda parte.

A. La leggerò, ma io qui vorrei qualche altra ragione.

B. Quando si moltiplicano le quantità, che anno segni diversi, per altre pur di tali segni munite, allora in sostanza altro non si fa, che moltiplicare le loro differenze: ora queste, o sono positive, o ambedue negative; o sono diverse: nel primo caso non v' a dubbio, che il prodotto sarà positivo, e nel terzo negativo. La difficoltà stà nel secondo caso. Vogliasi v. g. moltiplicare $a - b$ per $a - b$, quando a moltiplica, vuole positivamente $a - b$ tante volte, quante ella vale, per lo contrario, quando $-b$ moltiplica vuole sottrarre $a - b$ tante volte, quante ella vale, dunque alli termini del prodotto si mutaranno i segni.

A. Ho inteso benissimo, passiamo avanti, e parliamo delle

Quan-

Quantità affette da ſegno radicale,
voi a pagina 98 date una regola di ridurre le quantità con ſegno di diverſo eſponente allo ſteſſo eſponente, così v. g. $\sqrt{a}$, e $\sqrt[3]{b}$ ſi moltiplicano gli eſponenti, per avere l'eſponente comune 2×3 fa 6, poi ſi avanzano reciprocamente le quantità ſotto alli ſegni alle potenze indicate dall' eſponente dell' altra quantità nel caſo noſtro ſtarà così $\sqrt[6]{a^3}$, e $\sqrt[6]{b^2}$? Ne vorrei la ragione.

B. La ragione è facilisſima, perchè quì ſcambievolmente s'alzano tanto gli eſponenti, quanto le quantità ſotto eſsi, e così intenderete ancora, come negli eſponenti diviſibili ſenza avanzo la quantità ſotto al ſegno, elevata alla potenza del quoto fa una quantità, che poſta ſotto al ſegno dell' eſponente diviſo è uguale alla prima ecc.

A. La radice del maſsimo quadrato, o del maſsimo cubo ecc. che divide la quantità ſotto al ſegno poſta fuori di eſſo ſegno, e ſotto il quoto, è la minima eſpreſsione di un' incomenſurabile, v. g. $\sqrt[3]{2048}$ il maſsimo cubo, che divida 2048 è 512, la di cui radice è 8, e 'l quoto è 4 ſtarà dunque così $8\sqrt[3]{4}$ ridotta a minima eſpreſsione, quel, che io cerco, è la ragione di queſta coſa.

B. Se ſi moltiplicano due potenze fra loro dell' iſteſſa ſpecie producono una potenza, che ha per radice il fatto delle loro radici, come 9 via 25 fa 225 quadrato di 15 ora la ragione è ſcoperta, i due cubi ſono 512, e 4 le due radici 8, e $\sqrt[3]{4}$ che moltiplicate inſieme danno una quantità uguale alla propoſta $\sqrt{2048}$, queſta regola ſerve aſſai per ſommare, e ſottrarre queſte quantità incomenſurabili, quando ſono tra loro comenſurabili.

A. Come ſi conoſcono quando ſono comenſurabili?

B. Con la moltiplicazione, e con la diviſione; ſe le quantità ſotto al ſegno moltiplicate fra loro fanno quadrato nelli radicali quadrati all' ora ſono comunicanti, ſe ſono radicali di potenze ſuperiori le quantità ſotto al ſegno di una

di

di eſſe ſi alzi alla potenza un grado meno dell' eſponente del ſegno, e queſta ſi moltiplica per la quantità poſta ſotto all' altro ſegno, il che dee eſſere razionale, o pure quando ſi dividono le quantità ſotto al ſegno, e 'l quoziente è razionale, ſubito ſi conoſce eſſere i dui incomenſurabili comunicanti.

A. Come ſi moltiplicano le quantità affette da ſegno radicale.

B. Se ſono collo ſteſſo eſponente, ſi moltiplicano prima le quantità fuori del ſegno, e poi quelle ſotto al ſegno, e tutto reſta al ſuo luogo.

A. El partire come ſi fa?

B. Come nei numeri, e per lo più in modo di frazioni, e ſi caſſano ſotto, e ſopra le lettere, che ſono comuni a tutti i termini.

A. Io vedo beniſſimo, che quando ſi trovano ſopra, e ſotto la linea l'iſteſſe lettere ſi ſcancellano ſopra, e ſotto; mi viene quì un dubbio, quando aveſſi queſta, o ſimile frazione $\frac{ab}{abx}$ ſe ſcancello ſotto, e ſopra ab reſtarebbe x, o diviſore di Zero, o pure x aſſoluto, ma nè l'uno, nè l'ltro può eſſere, perchè quella frazione è qualcoſa, e non è x intiero.

B. Se ſi divide ab per ab ne vien 1, e ſe ſi divide abx per ab ne viene x, la ſudetta dunque ſtarà così $\frac{1}{x}$.

A. Ho inteſo, così intendo ancora la diviſione delle frazioni nelle quali ſi dividono il numeratore per il numeratore, e 'l denominatore pel denominatore, opure ſi capovolta il diviſore, e poi ſi moltiplica col dividendo ecc. ma quando ſi debbono dividere le quantità affette col ſegno radicale per un' altra affetta collo ſteſſo ſegno, come ſi farà?

B. Si dividono le quantità ſotto al ſegno, e 'l quoziente è affetto anch' eſſo collo ſteſſo ſegno, così $\sqrt{ab}$ diviſo per $\sqrt{a}$ viene $\sqrt{b}$.

A. E quando il diviſore è un binomio?

 B. Si

B. Si fa come in numeri, se le lettere del divisore si trovano nel dividendo, ma non essendovi, si adoprano i contrarj, quando sono radicali, perchè ogni binomio ne ha un' altro, con cui moltiplicato lo riduce a monomio, come $\sqrt{12}+\sqrt{18}$ ha per contrario $\sqrt{12}-\sqrt{18}$, queste due quantità moltiplicate fra loro danno 6, osservate la pag. 103. della Arimmetica Comune, e Speciosa ove si da la regola di trovare questi contrarj. Trovato dunque il contrario si moltiplicano il dividendo, e 'l divisore per esso, e 'l prodotto del dividendo si divide per il monomio trovato.

A. L'estrazioni delle radici ho visto come si fanno, ma per dire il vero io intendo benissimo quello, che voi dite a pag. 207 per estrarre la radice quadra, e cubica da un binomio, ma non intendo quello, che dice Neuton nella sua Arimmetica Universale alla pag. 49 dell' edizione di Leida. *Radices quantitatum, quæ ex integris, & radicalibus quadraticis componuntur sic extrahe. Designet* A *quantitatis alicujus partem majorem*, B *partem minorem: & erit* $\frac{A+\sqrt{AA-BB}}{2}$, *quadratum majoris partis radicis, &* $\frac{A-\sqrt{AA-BB}}{2}$ *quadratum partis minoris, quæ quidem majori adnectenda est cum signo ipsius* B, questo per me è un' oracolo delfico.

B. Non vi prendete pena, che subito lo interpretaremo. Eccovi la regola; dal quadrato del termine maggiore, si levi il quadrato del minore. Sia $7+\sqrt{33}$. dal quadrato di 7, che è 49, levo il quadrato di $\sqrt{33}$, che è 33, resta 16, si prenda poi la radice di questa differenza, che è 4, e questo 4 si aggiunghi, e si levi dal termine razionale 7 fa 11, e 3, la radice della metà di ciascuno di questi termini sarà la radice del binomio richiesta, cioè $\sqrt{5\frac{1}{2}}+\sqrt{1\frac{1}{2}}$. Così ancora se si voglia $\sqrt{8+\sqrt{39}}$ dal quadrato di 8, cioè da 64 levo 39 resta 25 la radice di 25 è 5 lo aggiungo, e levo da 8 viene 13, e 3, dunque la radice di $8+\sqrt{39}$ sarà $\sqrt{3:2}+\sqrt{13:2}$, fa-

fate la prova, quadrate questo binomio, e vi tornerà il binomio primiero.

A. Io ne deduco tre verità da quanto mi dite, prima acciocchè si possa estrarre la radice da un binomio, questo non dee essere di soli radicali, ma un termine sia razionale; secondo il quadrato del termine razionale sia maggiore del quadrato del termine radicale; terzo, che la differenza dei quadrati, sia quadrato, altrimenti tal binomio non avrà radice, e per esso bisognerà adoprare il segno $\sqrt{}$. Ora da i binomj si estraggono ancora le radici di gradi superiori, come voi ivi chiaramente insegnate. Quì sarebbe luogo di dire qualche cosa delle quantità immaginarie, che alle volte diventano reali, il che è incredibile quanta ammirazione mi arrechasse prima di leggere il vostro Art. 4. ma sarà meglio parlare

Delle equazioni

B. Tutta l'arte mirabile, e tutte le invenzioni, studj, e profonde speculazioni degli Algebristi consistono nello scioglimento delle equazioni, o nella loro costruzione. Queste equazioni, o sono finali, o sono mezzi con i quali alla finale si viene. Le prime sono quelle, che anno una sola incognita, le seconde ne anno più d'una, che variamente trasformandole, e con vario ingegnoso artificio variandole, si esterminano da loro le incognite, fuorchè una, onde ad una delle seguenti finalmente si riducono.

$x=p$ opure $x-p=0$
$x^2=px+q$ $x^2-px-q=0$
$x^3=px^2+qx+r$ $x^3-px^2-qx-r=0$
$x^4=px^3+qx^2+rx+s$ $x^4-px^3-qx^2-rx-s=0$ ecc.

A. E quando finalmente sarem giunti ad una di queste equazioni, che cosa avrem fatto?

B. Saremo, per così dire, a mezza strada dello scioglimento della questione proposta, e vedrem quasi da lungi un quasi barlume del vero, che poi a poco a poco ci si verrà manifestando colla esterminazione di quest' ultima incognita, venendo essa eguale alle note.

A. Dun-

A. Dunque altre saranno le regole, che ci guidano ad una di queste operazioni finali, altre saranno quelle, che le finali risolvono.

B. Così è, or prima parlaremo de i modi d'abreviare, e ripulire, per dir così, l'equazione solitaria, secondo Neuton p. 54. Arim. Universale.

Regola I. Se nell' equazione vi saranno termini, che, o col sommarli, o col sottrarli si possino unire, si unischino.

Regola II. Se tutti i termini fossero per una quantità, o moltiplicati, o divisi per quella, vanno o divisi, se molplicati, o moltiplicati, se divisi.

Regola III. Se l'incognita, alla quale si vuol ridurre l'equazione sarà nel denominatore della frazione, tutti i termini si moltiplicano per detto denominatore.

Regola IV. Se questa incognita sia sotto ad un segno radicale, tutti gli altri termini si trasportino, mutati i segni alla parte opposta, e poi ambe le parti dell' equazione si alzino, moltiplicando, alla potenza indicata dall' esponente del segno.

Regola V. Alle volte accade potersi dividere tutta l'equazione per un qualche binomio, e trinomio, il che dee farsi. Con queste Regole si procuri di fare restare una incognita sola da una parte dell' equazione.

A. Queste regole, benchè in astratto proposte, mi pare d'intenderle, passiamo dunque alla comparazione di più equazioni.

B. Quando si anno più equazioni con più incognite v. g. due con due incognite, allora in ambedue separatamente si procura di ridurre da una parte una sola incognita, e poi per l'asioma *quæ eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia*, ne insorgerà un' altra equazione, che avrà una sola incognita, la quale di nuovo va esterminata, cioè va resa solitaria da una parte, per iscoprirne il suo valore.

A. Datemi un' esempio di una equazione semplice, e poi me ne darete un' altro; ove siano due equazioni, e due incognite.

B. Ec-

B. Eccovene uno di Diofanto.

Una cum Mulo vinum portabat Asella,
Atque suo graviter ceu pondere præssa gemebat.
Talibus ac dictis mox increpat ille gementem.
Mater quid luges teneræ de more puellæ?
Dupla tuis, si des mensuram, pondera gesto,
At si mensuram cupias, æqualia porto.
Optime mensuras distingue Geometer istas.

Supponete, che l'Asina abbia $x-1$, dunque il Poledro avrà x, perchè ricevendone 1 dalla madre avrà il doppio di essa, e dandone esso uno alla madre, questa avrà quanto il figlio: dunque l'equazione starà così $x-3=\frac{x+1}{2}$, e moltiplicando tutto per 2 viene $2x-6=x+1$, e trasferendo -6, viene $2x=x+7$, e togliendo x da ambe le parti viene $x=7$, dunque il somarello aveva 7, e la madre 5

A. Ora datemene uno, che vi siano due incognite.

B. Eccovelo dell' istesso Diofanto.

Vim frater facit, in partes nec dividit æquas
Quæ nobis liquit quinque talenta Pater.
Nam multum lachrimans septem illius undecimarum
Quintam habeo partem. Jupiter ista vides?

Questo vuol dire si divida 5. in due parti, che la minore sia $\frac{7}{11}$ della maggiore siano queste x, y, sarà $x+y=5$, e $x=7y:11$ dunque $x=5-y$, ed $x=7y:11$, cioè $5-y=7y:11$, $55-11y=7y$, $55=18y$, $3\frac{1}{18}=y$, dunque $x=1\frac{17}{18}$

A. E quando l'equazioni sono molte, e molte incognite, allora come si fà?

B. Allora si considerano a due a due, cioè si toglie un'incognita da due, e se ne fa una sola, che serve ancora per togliere la stessa incognita da tutte, e così dalle altre, finchè si avrà un' incognita ed una sola equazione.

A. Io vedo benissimo, che per l'egualtà delli valori dell' incognita, questa si fa svanire, o pure colla sostituzione ne del suo valore, ma quando accade, che questa incognita sia nelle equazioni di molte dimensioni, come si fa a toglierla? v.g. in questo quesito: in una botte furono posti 1000. boccali di vino con una misura, la quale fu votata tante volte, quanti boccali ella teneva più 16 volte, colla stessa parimente votata tante volte, quanti boccali ella teneva meno 16 volte, fu riempita un' altra botte di 600 boccali, si dimanda quanto teneva detta misura, le equazioni saran queste $x^2+16x=1000=a, x^2-16x=600=b$

B. Sottraete un' equazione dall' altra, e vi svanirà x^2, cioè vi verrà $32x=400$, cioè $x=\frac{400}{32}=12\frac{1}{2}$, o pure trovate con ambedue l'equazioni il valore di x^2, ne avrete un'altra col x semplice $x^2=a-16x$, ed $x^2=b+16x$, dunque $a-16x=b+16x$, trovate il valore di x, che è $\frac{a-b}{32}=x$, sostituitelo in una delle sudette equazioni, avrete una equazione col x semplice $\frac{a^2-2ab+b^2}{32\times 32}+16x=a$

A. Ho inteso benissimo. Ora passiamo avanti. Quando nell' equazione sonovi molti termini sordi, come si fa a farli da esse svanire,

B. Denominate ciascuna di quelle assimerie con una lettera dell'Alfabeto, e poi con le regole date fatele svanire dalle equazioni, finchè ne resti una sola, alla di cui potestà potrete alzare l'altra parte dell' equazione, per levare, anch' essa di mezzo, e questo si tenga bene in mira, perchè spesso capita nelle soluzioni di moltissime questioni intrigatissime, e laboriosissime.

A. Come si risolvono le

Equazioni Quadratiche?

B. Brevemente vi sbrigo: purgate l'incognita di secondo grado da ogni Coefficiente, e se questa ha ancora un membro con l'incognita semplice (perchè, se non l'ha, con l'estrazione della Radice si sbriga l'affare) allora prendete la metà del Coefficiente della incognita semplice, quadra-

drate questa metà, aggiungete questo quadrato da ambe le parti dell' equazione: la Radice da una parte sarà $x \mp$ la detta metà: dall' altra parte sarà tutto sotto al segno radicale, di più sappiate, che in ogni equazione tante sonovi radici quante unità ha l'esponente. Il termine ultimo è il prodotto di tutte le radici, onde tentando la divisione dell' equazione per l'incognita $\mp$ un divisore dell' ultimo termine tal volta si risolverà, o si abbasserà ogni equazinne, purchè il divisore sia aliquoto del dividendo, o pure, se sostituendo ad uno ad uno nell' equazione in luogo dell' incognita, uno di questi divisori prima col segno $+$, poi col $-$, quei, che annullano l'equazione sono radici di essa equazione: v. g. $x^2+x-30=0$, i suoi divisori aliquoti sono $x+6$, ed $x-5$, che danno $x=-6$, ed $x=5$. Sostituite in luogo di x ciascheduno di questi valori, l'equazione svanisce. Eccovi un' esempio per ambedue i primi casi.

Un Cavalliere vuol comprare una Cavalla col suo Poledro, dimanda il prezzo. Il Padrone li vuol vendere a peso, e dice volerne tanti quatrini la libra d'ambedue, quanto è il numero delle libre, che pesa il Poledro, furono pesati, e la Cavalla pesava tre volte più del Poledro. Il Cavalliere pagandoli alla sudetta ragione, gli costarono ℣ 100: si cerca quanto pesò il Poledro, e quanto la Cavalla?

A. Io farò così: la Cavalla pesava x, dunque il Poledro pesava $\frac{x}{3}$, moltiplico $x+\frac{x}{3}$ per $\frac{x}{3}$ viene $\frac{x^2}{3}+\frac{x^2}{9}=50000$ quatrini, moltiplico tutto per 9, viene $4x^2=450000$, divido per 4, viene $x^2=112500$, estraggo da ambe le parti la Radice, viene $x=\sqrt{112500}$, peso della Cavalla, dunque il Poledro pesava libre $\frac{1}{3}\sqrt{112500}$.

B. Ora mutate nel detto quesito una circostanza, cioè il peso della Cavalla supponete, che fosse 60 libre più del peso del Poledro.

A. In questo caso farò così.

peso della Cavalla lib. x
peso del Poledro —— $x - 60$ sia $b = 60$
valore totale —— $a = 50000$
peso totale $2x - b$
peso del Poledro $x - b$

$$\begin{array}{r} -2bx + b^2 \\ 2x^2 - bx \\ \hline 2x^2 - 3bx + b^2 = a \end{array}$$

$$x^2 - \frac{3b}{2}x = \frac{a - b^2}{2}$$

$$x^2 - \frac{3b}{2}x + \frac{9b^2}{16} = \frac{a - b^2}{2} + \frac{9b^2}{16}$$

$$x \pm \frac{3b}{4} = \sqrt{\frac{a - b^2}{2} + \frac{9b^2}{16}}$$

B. Avete operato a perfezione, ed avete ancora in fine fatto il +, e — per distinguere le due radici dell' equazione.

A. Giacchè m'incoraggite, passiamo avanti, e sciogliamo gl'intrighi, che sono nella risoluzione delle equazioni di terzo grado. Ma prima vorrei, che mi scioglieste un dubio, come mai può essere, che il sudetto Poledro pesi più, e meno, se la sudetta equazione ha due radici.

B. Io son pronto a sodisfarvi. Vi dico al vostro dubio, che quando il quesito delle due radici non ammette due soluzioni è una quantità imaginaria, che dicesi Radice impossibile. Ma passiamo alle

Equazioni di terzo grado.

A. Desidero sapere esterminare l'incognita dalle equazioni di terzo grado.

B. L'equazioni di terzo grado tutte ammettono soluzione, costruendole, ma volendole risolvere v' è il caso irreducibile, che è quello, che involve la trisezione dell'angolo.

A. E noi risolveremo quelle, che si possono risolvere.

B. Ogni equazione ha tante radici, o siano valori dell' incognita, che sostituiti in essa in luogo dell' incognita, l'equazione svanisce, quanti gradi ha in essa l'incognita; così l'equazione di secondo grado, come abbiam detto, ha due radici, quella di terzo, tre ecc.

A. Questo come si prova?

B. Nell' istessa maniera, che si provano due altre verità, cioè, che in ogni equazione la quantità cognita del secondo termine è la somma delle Radici affette di segno contrario: la quantità cognita del terzo è il prodotto di tutte le Radici prese a due a due, del quarto prese a tre a tre ecc. finalmente l'ultimo termine è il prodotto di tutte le Radici. In ogni equazione sonovi tante Radici vere, quante permutazioni di segni, e tante false, quante successioni di essi. Vera, e falsa è l'istesso, che negativa, e positiva) le Radici impossibili sono, quando vengono quantità imaginarie. Ora queste verità si provano coll' origine delle equazioni. Ariotto per induzione offervò la terza.

A: Ditemi d'onde anno origine le equazioni.

B. Date all' x tre valori diversi, poi fate di esso tre equazioni $= 0$, moltiplicatele tra loro, considerate il prodotto, e vedrete le sudette tre verità.

A. Lo farò. Ora datemi la regola di sciogliere l'incognita dalle cognite, e farla restare solitaria eguale ad esse.

B. Prima bisogna premettere alcune notizie non ingioconde. Primo v' è maniera di augumentare, o diminuire la Radice, benchè ignota, di una qualunque quantità data: così si può ancora e moltiplicare, e dividere per qualunque quantità data. Secondo si può supplire qualunque termine, che manchi nell' equazione. Terzo si può dall' equazione levare il secondo termine: degli altri vedete le regole a pag. 129. Replico questa terza necessaria. Se il secondo termimine sia positivo, si accresca, se negativo, si sminuisca la Radice della quantità cognita del secondo termine, divisa per l'esponente del primo.

A. Ditemi dunque, come si fa a far crescere, o calare detta Radice.

B. Prendete la Radice x, aggiungeteli, o levateli quella quantità, che volete o aggiungere ad essa, o levare da essa, fate $x+n=y$, poi in luogo di x sostituite questo nuovo suo valore $x=y-n$, avrete una nuova equazione, ove y sarà uguale ad $x+n$.

A. Quando dunque avrò levato il secondo termine, che mi giova per risolvere l'equazione.

B. Allora avrete l'equazione ridotta ad una delle seguenti formole

$$x^3+px-q=0$$
$$x^3-px+q=0$$
$$x^3-px-q=0$$
$$x^3+px+q=0$$

le quali colle formole, come dicono del Cardano, si risolvono.

A. Perchè avete messo in dubio, che il Cardano non ne sia stato autore.

B. Lo stesso Cardano, che il primo le ha publicate, ne dà l'onore dell' invenzione a Scipione Ferreo Bolognese. Io però veramente stimo, che siano di Nicolò Tartaglia Bresciano.

A. Cosa vi muove a ciò pensare?

B. I documenti, che trovansi nel libro de i quesiti, e di varie invenzioni del Tartaglia, in cui si vede un comercio di lettere tra esso, ed il Cardano, ed alla pag. 120. si legge il seguente Capitolo, che il Tartaglia comunicò con molte riserve, e segretezza al Cardano. Io lo riferisco, perchè si veda sempre più di quanto acume d'ingegno, e di talenti inventori siano stati, e siano tutt' ora gl'Italiani.

Ca-

Capitolo di Nicolò Tartaglia. Bresciano.

Quando chel cubo con le cose appresso
Se agguaglia à qualche numero discreto
Trouan dui altri differenti in esso.
Dapoi terrai questo per consueto
Che 'l lor produtto sempre sia eguale
Al terzo cubo delle cose neto,
El residuo poi suo generale
Delli lor lati cubi ben sottratti
Varra la tua cosa principale.
In el secondo de cotesti atti
Quando che 'l cubo restasse lui solo
Tu osseruarai quest' altri contratti,
Del numer farai due tal part' à uolo
Che l'una in l'altra si produca schietto
El terzo cubo delle cose in stolo
Delle qual poi, per commun precetto
Torrai li lati cubi insieme gionti
Et cotal somma sara il tuo concetto.
El terzo poi de questi nostri conti
Se solve col secondo se ben guardi
Che per natura son quasi congionti.
Questi trouai, & non con passi tardi
Nel mille cinquecentè, quatro e trenta
Con fondamenti ben sald' è gagliardi
Nella città dal mar' intorno centa.

A. Come provate, che questo Capitolo sia del Tartaglia.

B. Perchè dopo averlo ricevuto Cardano non l'intendeva, e perciò scrisse al Tartaglia, che glielo spiegasse, ed egli glielo spiegò in una lettera responsiva.

A. Riferitemi queste lettere, ove vedrò nell' autore medesimo la spiegazione di sì bella, ed utile invenzione.

Pa-

Paragrafo della Lettera del Cardano.

Quanto alla questione del uostro capitolo di cosa è cubo equal à numero ui ringratio assai che mi dasesti tal capitolo, & ui faro conoscere ch' io non ui saro ingrato. Ma pero io confesso il mio errore di non hauer hauuto tanto ingegno che io lo habbia potuto anchora intendere, e pero ui supplico per l'amor che mi portati, & per l'amicitia ch' è tra noi che spero durara fin che uiueremo che mi mandati sciolta questa questione. 1. cubo piu. 3. cose, equal à. 10. & spero che mandandomela ue ne trovareti si contento quanto io di hauerla riceuuta non altro Christo da mal ui guardi in Millano alli. 9. Aprile. 1539.

Hieronimo Cardano medico tutto uostro.

Paragrafo della Risposta del Tartaglia.

Circa al detto mio capitolo de cosa è cubo equal à numero molto mi marauiglio, che vostra eccellentia non habbia inteso massime che io parlo chiaro neldetto mio capitolo, ma ho pensato che uoi ui siati ingannato in quel ditto, che dice al terzo cubo delle cose netto, cioe penso che uoi habbiati tolto il terzo del cubo delle cose, & bisogna tor il cubo del terzo delle cose essempi gratia à uoler risoluere quella equatione de. 1. cubo più. 3. cose equal à. 10. che uostra eccellentia mi ha mandata dico che bisogna trouar dui numeri (ouer quantita) che la differentia de luno à laltro sia. 10. (cioe tanto quanto è il nostro numero) & che il produtto de queste due quantita multiplicate luna fia l'altra facciamo à ponto. 1. cioe el cubo della terza parte delle cose, liquali dui numeri, over quantita, operando per Algebra, ouer per qual altra uia para piu commoda se trouara luna de loro, cioe la menore esser ℞. 26. men. 5. & laltra, cioe la maggiore ℞. 26. piu. 5. Hor de cadauna di queste due quantita bisogna trovar il suo lato cubo, cioe la sua ℞. cuba, & quella della menor sara ℞. universale cuba de ℞. 26. men. 5. & quella della maggiore sara ℞. universale cuba de ℞. 26. piu. 5. Hor bisogna sottrare il lato menore del maggiore, & il restante sara el valore della nostra cosa principale, el qual restante venira à esser el residuo di quelle due ℞. universale cu. cioe sara ℞. u. cu. ℞. 26. piu. 5. men ℞. u. cuba ℞. 26. me. 5. & tanto valse la nostra cosa principale, la qual conclusione, oltra che la isperienza ne renda bona testimonianza, cioe cubando la detta quantita, ouer cosa, & à tal cubo giongendoui il triplo di detta quantita tal summa fara precisamente. 10. come se propone, ma anchora Geometricamente facilmente se dimostra la bonta & causa di tal operare, & quando chel fusse. 1. cubo piu. 1. cosa equal à. 11. bisognaria pur trovar dui numeri, ouer quantita, che luna fusse. 11. piu de laltra, & che il produtto de luna in laltra faccia. $\frac{1}{27}$. cioe il cubo del terzo delle cose, onde operando come di sopra fu fatto se trouara la nostra cosa ualer ℞. u. cuba ℞. 30. $\frac{31}{108}$. piu. 5. $\frac{1}{2}$. men ℞. u. cuba ℞. 30. $\frac{31}{108}$. men, 5. $\frac{1}{2}$. non altro Iddio da mal ui guardi in Venetia alli. 23. di Aprile. 1539. aricordatiue della promessa.

Nicolo Tartaglia

A. Tutto questo ho bene inteso, avete altro da suggerirmi intorno a queste equazioni di terzo grado.

B. Moltissimo, ma mi restringerò alle cose principali. Sia l' equazione $x^3-px+q=0$, in cui siano le due Radici positive $m+n$, ed $m-n$, la negativa sarà $-nm$, sarà dunque $x-n+m=0$, $x-m-n=0$, $x+nm=0$

il prodotto di queste tre equazioni sarà $\begin{matrix} x^3-3m^2x-2m^3 \\ -nn\ \ x-2nnm \end{matrix}$

fatto il paragone de' termini si avrà $\begin{matrix} m^2+n^2:3=p:3 \\ m^3-nnm=q:2 \end{matrix}$

il cubo della prima è $m^6+nnm^4+n^4m^2:3+n^6:27=p^3:27$.

il quadrato della seconda e $m^6-2nnm^4+n^4m^2=q^2:4$

la loro differenza è $3n^2m^4-2n^4m^2:3+n^6:27=p^3:27-q^2:4$

Così operando nelle altre formole $x^3-px-q=0$ ecc.

si avrà finalmente la sudetta equazione. D'onde si cava, che se due radici sono eguali, il cubo della terza parte del Coefficiente del terzo termine è eguale al quadrato della metà dell'

dell' ultimo, cioè $p^3:27=q^2:4$. Se $p^3:27>q^2:4$, allora le tre radici saranno ineguali. Se $p^3:27<q^2:4$, allora saranno due radici imaginarie, ed una vera.

Quando tutte le radici sono reali, l'ultimo termine sempre è col segno $-$, se due radici sono positive, l'ultimo termine sarà col segno $+$, se negative col segno $-$. Si conosce poi, se due radici sono eguali, se $p^3:27=q^2:4$. In questo caso si trova una radice, dividendo il triplo dell' ultimo termine pel duplo del Coefficiente del tetzo.

Sia l'equazione generale $x^3-px+q=0$, che abbia due radici positive, ed una negativa eguali ad ambedue. Si cerca, se quella radice negativa sia razionale? Si prenda il quadrato prossimo maggiore di p, da cui si tolga p, pel residuo si divida q, se 'l quoziente sarà la radice di detto quadrato, questo medesimo residuo sarà la radice negativa cercata. Se poi successivamente non si troverà alcun quadrato maggiore di p, che faccia ciò, sarà segno, che quella radice sarà irrazionale: v.g. $x^3-5x+100=0$, il quadrato maggiore di 20 è 25, da cui tolto 20 resta 5, divido 25 per 5, vien 5, radice di detto quadrato preso, e però radice negativa della data equazione.

Se poi si voglia sapere, se alcuna delle radici positive sia razionale, si veda tra i quadrati prossimi minori di p, tolti da p, e 'l q sia diviso pel residuo, qual dà per quoziente la radice del detto quadrato, e tale sarà la radice positiva cercata: v.g. $x^3-6x+4=0$. $6-4=2.4:2=2, \sqrt{4}=x$.

L'equazioni Cubiche allora anno due radici imaginarie. Primo, quando il terzo termine ha il segno $-$ ma quando $p^3:27>qq:4$. Secondo, quando il terzo termine ha il segno $+$. Terzo, quando l'equazione è pura.

Ma oramai è tempo di terminare il nostro trattenimento. Sto lavorando cento di questi dialoghi nelle materie fisico-matematiche, ove spiego le cose più belle, ed utili, che nella scienza naturale abbin fino ad ora scoperto i grandi, e studiosi ingegni del mondo, i quali spero publicare un giorno a comune vantaggio. *A.*Pri-

A. Prima di sciogliere questo nostro erudito trattenimento, ditemi di grazia. Voi avete accennato nella Diadica a pag.36. la cagione del male, e 'l rimedio della famosissima Cupola di S. Pietro: non so, come si sia sparsa voce, che vostro sentimento sia legare con con corde quell' immensa mole, acciocchè non cada.

B. Questa voce ebbe origine da un discorso, posto da me in una scrittura, che fu la prima, che sù tal materia uscisse, più per bizzaria di pensare, che per bisogno di eseguirlo, non essendovi il caso, come ivi si vede, e quì lo replico, acciocchè i Letterati giudichino, se egli è da Geometra esperto, o da imperito, ed inconsiderato Scrittore.

A. Lo sentirò volontieri.

B. Se mai fosse vero (il che assolutamente non credo) o si dasse mai caso, che si dilatasse la cupola, e per conseguenza il tamburo piegasse in fuora, e s'abbassasse il cupolino, a cagione, che la cupola spingesse lateralmente, o per altro strano accidente. Vado pensando, e parmi fattibile, e da riuscire un rimedio in vero a primo abordo sorprendente, ma assai facile ad eseguirsi. So, che le grandi cose nuove, ed incredibili da altri secondo l'oportunità non pensate, abbenchè vere, cagionano in cert' uni derisione, e disprezzo, onde Dante saviamente avertì,

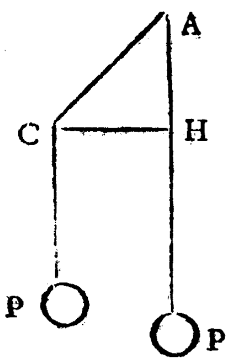
Spesso a quel ver, che ha faccia di menzogna
Dee l'Uom chiuder le labia quant' ei puote
Però, che senza colpa fa vergogna.

Nulladimeno vada come si voglia la cosa, se io lo tacessi, potrei forse nascondere una verità utilissima, se non nel caso nostro, in cui certamente non bisogna, almeno in altre occorrenze, ove si richiede immensa forza con poco sito, e dispendio.

Dico dunque esservi potenza naturale a restringere in tal caso tutto il diametro della cupola tanto, quanto dilatossi,

tossi, a chiudere tutte le fessure, che serpono per il catino di essa, ed a tornarla alla pristina altezza, e tutto questo potersi eseguire senza macchine, senza molto dispendio, ed applicata, che sia la potenza in non molti minuti di tempo. La cosa pare strana, ardita, ed impossibile, ma che non sia così, or' ora vedrassi.

Nella radice de' 16 costoloni, abbracciati da lunghe, e grosse spranghe di ferro, decussate in maniera, che per essi, ed il piano soggetto, e laterale vadino adattate alla distanza almeno di 7, o 8 palmi per ogni verso, vorrei tirare un canape per entro la cupola doppio, come nelle traglie, di modo che nel costolone opposto si prendessero i due capi in un arganetto di ferro, che con le vetti si tirassero a più potere, e ciò vorrei fare ad ogni paro de' costoloni, similmente armati. Ciò eseguito, vorrei tutto in un tratto, che queste corde si bagnassero, o con canali di latta pieni di acqua, o in altra miglior maniera, e scorciandosi così le corde con forza incomparabile, sarebbe necessario, che i muri cedessero alla violenza di quel breve sì, ma sufficiente scorciamento all' intento.



Vallisio nel fine del primo tomo dimostra, che una vessiga, a cui sia appeso un macigno di libre 70 possa col fiato, enfiandosi, alzarlo. Sia dal punto A, sospeso il peso P, e la potenza C scosti la fune da H in C, parte del peso, sarà sostenuto dal punto A, parte dalla potenza C, e sarà il peso totale al peso sostenuto dalla potenza C, come il seno dell'angolo A C H al seno dell'angolo A: ma l'angolo A può essere minore, e minore all' infinito: adunque qualunque potenza quanto si voglia piccola, potrà un poco elevare il peso P. Ciò posto, essendo le corde fatte di molti fili spirali, che formano molte serie di vesighette innumerabili, nelle quali insinuandosi l'acqua, dilatansi insieme, e scorcíansi con forza, che ha l'acqua di penetrare tra fibra, e fibra irresistibile da riazione, come sopra si dimostrò, infinitamente piccola. Onde lo scorciamento delle corde onninamente dee seguire. E se ogni vessighetta, o sia fibra di questi canapi enfiata può sostenere, come sopra, 70 libre, e siano 100 vessighette per ogni serie di palmo, e cento serie per sezione, si averanno 10000 vessighette per palmo di corda, potenti ad alzare 700m. libre di peso, ed essendo la lunghezza delle corde p. 200, e le corde 16, tutte insieme faranno una forza di 2240 millioni di libre: ora essendo tutto il peso della cupola, cupolino, e tamburo libre 103 millioni, e queste nè pure debbonsi tutte alzare, ma restringere: resta inconcusso, che la sudetta forza sia di soverchio bastevole a restituire la cupola nello stato primiero.

A. Avertite, che vi si possono fare assai gagliarde objezioni: v.g. Primo, questa trazione fatta così in un tratto, potrebbe scompagnare tutta la fabrica, e romperla in molte altre parti. Secondo, che tra le fessure già fatte, essendovi caduti i materiali, non potrebbero riattrarsi, come eran prima, sì ancora, perchè non rincontrarebbero i proprj siti i matoni sconnessi. Terzo, che la trazione, essendo maggiore del bisogno, potrebbe, oltre il sito pristino, condurre i muri del tamburo, e del catino, e cagionare al di dentro un nuovo sconcerto. Quarto, che dato ancora, che tutto succedesse a puntino, chi la riterrà in questo stato, al cedere delle corde nell' asciuttarsi? Quinto, e poi le corde a tanta forza si strapparanno.

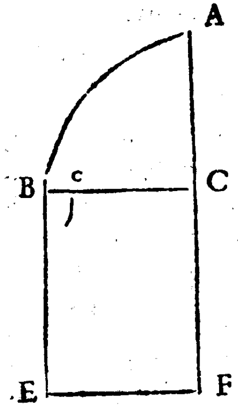
B. Rispondo, che questa trazione fassi a poco a poco, cioè di mano in mano, che l'acqua vassi insinuando dentro alle spire delle corde, e queste lentamente scorcinndosi, prima scemano la loro catenaria, e poi incominciano a tirare le opposte pareti, che non essendo di resistenza insuperabile, per essere aperte le fessure, forz' è, che cedano, e va-

vadano a chiudersi. Suppongo, che queste fessure siano prima visitate, e tolti via gl'impedimenti, se mai vi fossero, e siccome lo scorciamento delle corde, che segue dal bagnarle, non è grandissimo, ma circa il preciso bisogno, perciò non dee temersi di troppo. In fine rispondo, che, seguendo tutto a puntino deesi ne i loro siti tener pronti i grossi cerchi di ferro, ed adattarli subito con zeppe, e perni a' loro luoghi, ed i materiali per subito d'intorno intorno fermare sù contraforti, e muri l'imposte.

Non debbo lasciare sotto silenzio però, che le corde non si strapperanno, abbenchè esercitino una forza sì enorme, qual'è questa di restringere, e d'elevare la Cupola. I muscoli del corpo umano sono composti di fibre assai più delicate, e tenere di quello, che siano certamente le fibre d'una corda, o di un canape, e pure dimostra il Borelli, che nelle azzioni ordinarie de i moti spontanei, e volontarj, ed in occasione di sollevar pesi, questi muscoli esercitano forze per la grandezza loro assai sorprendenti, ed a chi non intende le Geometriche dimostrazioni meccaniche incredibili, v. g. il cuore per espellere nella sua sistole il sangue fa una forza maggiore di 100. m. libre, Borelli §. 76. p. 11. Un Uomo retto in piedi, se salta a due palmi di altezza esercitano i muscoli, che servono a questa funzione una forza di 300. m. libre di peso, lo stesso p. 175. Un peso nel gomito di 55. libre, se l'umero stia orizontale, il muscolo deltoide esercita una forza di 60. m. libre, lo stesso §. 124. e se tengansi in mano col braccio orizontale il detto muscolo esercita una forza tale, quale eserciterebbe una corda da cui fossero sospese 96 m. libre, e pure i muscoli, che ordinariamente esercitano queste forze non solamente non si strappano, ma nè pure eccitano nell' Uomo segno notabile di dolore per la violenza, che soffrono. Ora con quanta maggior ragione dovrà dirsi, che le corde abbenchè faccino seguire un' effetto sì vasto, qual'è quello di restringere la Cupola non si strapparanno, se sono tanto più robu-

buste della carne, o sia de' muscoli del corpo umano?

Ora vediamo col calcolo se le corde sono valevoli a fare questa funzione in apparenza sì spropositata. Sia la gran cupola B A, il suo tamburo B E, e si sia dilatata, e spostata dal suo pristino stato un palmo B c per ogni intorno: è certo, che tutto il peso del catino posa sopra B E: sicchè le corde altro non debbon fare, che tirare i due muri E B del tamburo, e B A della cupola da B in c. Ora la resistenza B E, cioè tutto il peso della cupola, e tamburo di 200 millioni di libre, parte vien sostenuto, parte dee tirarsi, ed inalzarsi, il sostenuto si rappresenta dal seno dell'angolo c B E (la linea B E ha p. 91) il residuo si rappresenta dal seno dell'angolo (B E c ha p. 1.) Ora dicasi come il raggio al seno di c E B, così il peso 200,000000 al qnarto termine 2,340000, che deono tirarsi dalle 16 corde, cioè ogn'una d'esse dovrà far forza di sole libre 146240, che per un canape, o sia gomina non è gran cosa, tenendo questi forti su l'ancore i gran vascelli spinti bene spesso dalla ferocia de' venti, senza strapparsi. Pongo 200 millioni per torre ogni cavillazione.



A. Diranno alcuni, che le cose spesso sono vere in speculativa, che poi in prattica non succedono.

B. Rispondo essere questo un dettame del volgo sciocco, ed ignorante, nato dalle falze speculazioni di alcuni scioli, e semidotti, che spacciano spesso dimostrazioni, e sono paralogismi, o per difetto di forma sillogistica, o per mancanza di non avertite circostanze, onde le loro false proposizioni in Teorica non è maraviglia, che non riescono in prattica. Tutte le forze ben prodigiose delle Macchine tanto sono vere in teorica, tanto riescono in prattica, e la forza de' muscoli sopra divisata, tale apunto dimostrasi, quale è in ef-

effetto, se una speculazione in prattica non riesce, dee dirsi, che assolutamente, o sia falsa, o che sia impossibile a pratticarsi, come la grande proposizione d'Archimede: *Da ubi consistam, & Cœlum terramque movebo*. Si trovi ad Archimede il luogo richiesto, e vedrassi, se in effetto ciò, che egli promise, si fa?

Tutto questo sia detto per bizzaria d'ingegno, non perchè siavi mai stato bisogno di tanta forza a cagione di spingimento, o di dilatamento, o di sbilanciamento in quella smisurata mole. Altra è la cagione di quelle fessure ora la su velate, come ben palesa quella universale fessura, che stacca netto da' fondamenti da SS. Simone, e Giuda, alla Cattedra tutto il quarto di S. Leone. Verrà tempo, e forsi non guari egli è lontano, che l'acqua dalle viscere del vicino colle tuttavia filtrandosi, e per i squarciati strati della terra, insinuandosi continuamente sotto i fondamenti delle pesantissime mura, di nuovo squarcierà i veli importuni, e renderà la verità manifesta. Le circostanze poi, che debbono considerarsi da veruno fin' ora non avertite. Sono. Primo, che la cupola scema, e cresce di peso da un'ora all' altra millioni di libre. Secondo, che i quattro piloni ne' terremoti diversamente oscillano. Terzo, che i muri nelle loro grossezze non egualmente cedono, e si ritirano. Quarto, che gl'inutili contraforti furono staccati affatto dal tamburo dal peso del cornicione del muro estrinseco, staccato d'intorno intorno da un vano alto 28 palmi, sul margine di cui riposano, e simili.

A. Questi pajono paradossi.

B. In poche parole vi accennarò le ragioni delle dette verità. Al primo, nel variare dell' Atmosfera da scirocco a tramontana il cilindro aereo di fuori cresce di peso, di dentro il gran vano resta per qualche tempo notabile nella sua rarefazione: dunqae ecc. Al secondo, i pendoli retti, o inversi vibrano in ragione duplicata reciproca delle loro lunghezze: i quattro piloni sono quattro pendoli inversi, non

non egualmente lunghi: dunque ecc. Al terzo, i muri esteriori sono di travertino, l'interiori di mattoni, questi, e non quegli bevono dell'acqua, onde nell' asciuttarsi scemano di mole. Al quarto, il gran toro, e l'intrinseco corridore rende la cosa chiara per se medesima. Vedete la Binomica pag. 37. E ciò sia detto, acciocchè sappiano i posteri, che anche oggidì v'è chi pensa così, e che non vuol' essere annoverato fra quei mutoli, che mentova Cicerone nel primo de offic. *Sunt plerique, qui quod sentiunt, etiamsi optimum est, invidiæ metu non audent dicere*, a' quali chiunque sia di tale indole insana, dico con Verino.

Qui ducis vultus, & non legis ista libenter,
Omnibus invideas livide, nemo tibi.