

²³⁰
che, per cui le forze dirette ai due poli della calamita, lungi da qualunque assurdo, di attrattenti si trasformano in ripulsive. E se ciò non piace, meglio farà, non mica cancellar dalla Fisica si fatte leggi comprovate dagli esperimenti, ma piuttosto adottarle in figura di fenomeni.

VII.

Nè ho detto a caso, che vogliono le attrazioni riceverfi in qualità di fenomeni, perciocchè come ho notato di sopra, s'ingannerebbe a partito chiunque si desse a credere d'esprimere a sufficienza con questo nome l'essenza della cagione. Giusto i dettami della nuova filosofica famiglia i pianeti, che incessantemente colle mutue gravità si sollecitano, nuotano nel vano, e per ispazj sterminati tra loro, e dal comun centro del sole sono disgiunti. Convien dunque ammettere le azioni in distanza tanto abborrite da' Fisici, nelle quali non si riconosce influsso di forza, e che finalmente ricadono nelle cause occasionali del P. Malebranche, per cui si lascia a Dio solo la cura di operare alle occasioni con quelle leggi, che non già alle sue creature, ma a se medesimo egli ha prescritte. Ripudiata una tale sentenza, fa d'uopo concepire una virtù, un non so che propagato in giro non si fa come per l'inane all'infinito; imperciocchè in qualsivoglia sito, ed in qualsivoglia lontananza i corpi si collocino, sentono subito il vigore delle vicendevoli forze attrattive.

A me pare, che il più sicuro metodo di filosofare richieda, che non si perdano mai di vista gli attributi cognitivi della materia come altresì quelle forze, le quali da fenomeni analoghi ci sono manifestate, e che faccia d'uopo star sempre intesi a spiegare con questi mezzi, almeno per quanto si può, i lavori mirabili della Natura. Se la cosa non riesce, gli effetti noti nascenti da cagioni sconosciute si assumano in figura di fenomeni, e di dati fisici, de' quali dietro la scorta dell'esperienza si cerchino le leggi, e le conseguenze. Quindi da una verità ipotetica palese ai sensi si faccia transito alle più remote, che si svelano passo passo coll'uso del raziocinio. Ma di ciò ho discorso nella mia prefazione, ed ho insinuato, che non si trascuri quel poco, che può saperfi, giacchè non si può saper tutto.

Io non mi dichiaro del partito di coloro, che odiano per fino il nome di attrazione, e la registrano nel catalogo delle qualità occulte. Non sono alieno dal riceverla nel senso poco fa esposto; imperciocchè non potendosi dubitare dell'effetto ben avverato, e delle leggi, che l'accompagnano; non importa con qual vocabolo si chiami la causa secreta, che lo produce. Tal fiata si piglia la denominazione dalla materia, e si dice virtù magnetica, ed elettrica, e più spesso per non moltiplicare le voci si usa l'espressione generale di forza attrattiva: ma con ciò non crederci, che si pretendesse essere le cagioni simili, ed analoghe, mentre sono frequentemente tanto dissimiglianti gli effetti, e tanto differenti le regole; da cui vengono detern inati. Oltre modo equivoca si è la parola di attrazione, ed avvegnache se ne ritenga il suono, e si procuri con un solito volo di mente di adattare una idea generale; non ostante ciò nelle particolari ispezioni siamo astretti di distinguere i varj significati, e a separare i diversi concepimenti.

LIBRO SECONDO

De' principj Particolari della Fisica.

..*.*.*

CAPITOLO PRIMO.

Cosa sia la Materia.

I.

DOvendo io discorrere a lungo sulla natura, e su i principali attributi della materia, avrei prima d'ogni altra cosa, a litigare con certi Filosofanti, i quali soprastati da alcune difficoltà da loro credute insolubili, e massime dall'unione dell'anima col corpo, coraggiosamente ne negano l'esistenza, ed appellansi Idealisti, stando di mezzo fra i Dogmatici, e i Settici. Costoro, trattano la mente colle sue idee, e colle sue rappresentazioni, altra sostanza in Natura non ammettono, e particolarmente escludono la corporea. Da questa noiosa disputa mi dispensa la bella riflessione di Cristiano Wolffio, che egli a pari degli altri attendono seriamente alla Fisica, e sebbene non rendon ragione delle cose, che sono fuori di noi, non pertanto ragionano come noi, ed al Mondo reale ci sostituiscono l'ideale.

Per ben conoscere, non dirò già l'intima essenza della materia, perchè di tal metafisica indagine un Fisico non si prende guari pensiero, ma almeno i suoi primigenj attributi; fa di mestieri gittar lo sguardo su tutte le proprietà positive, e negative, assolute o di relazione, particolari o comuni, palesi o dubbiose; affinchè istituita una giudiziosa analisi, si pervenga a discernere cosa sia materia, e quali le sue affezioni fondamentali, da cui tutte le altre traggon l'origine.

Aristotile si è attenuto ad una particolarità relativa, col definir la materia prima, subietto comune delle forme, dandocene una semplice spiegazione del vocabolo, e non mica una chiara e distinta idea fondata sull'assoluto. A questa definizione il Filosofo ne aggiugne una seconda lavorata sul negativo, insegnando, che la materia non è sostanza, non quale, non quanta, ed in una parola nulla di ciò, per cui il composto viene nel suo

232
essere costituito. Di cotali nozioni troppo generali, ed astratte, siccome inutili e sterili, non fa conto la Fisica; mentre con l'aiuto d'esse non si muove mai un passo, nè si arriva mai a dilucidare nè pure il più meschino fra suoi fenomeni.

E vaglia il vero, quando lo Stagirita medesimo si è accostato più da presso alla Natura, ci ha fatto avvertiti, che la quantità, o sia l'estensione è coetanea alla materia, e che l'una dall'altra disgiungere non si ponno, se non se per via d'una mental precisione. In oltre, professando egli d'escludere il vano introdotto da Democrito, si è espresso, che ovunque si rinviene trina dimensione, cioè lunghezza, larghezza, e profondità, ivi ci è corpo, e conseguentemente materia: la qual sentenza insieme con la sua prova è stata dal Cartesio adottata.

II.

I misti, che tutto di ci si affacciano, e sotto gli occhi nostri continuamente si mutano, sono forniti d'immumerabili proprietà. Ce ne sono di rari e di densi, di fluidi e di solidi, di molli e di duri, di opachi e di trasparenti. Alcuni si veggono animati dal moto, ed altri posti in quiete almen relativa; ma i primi perdon bene spesso la forza impressa, ed i secondi l'acquistano. Alcuni sono pigri, ed inerti; altri guarniti d'una resistenza virtù di molla, e così vadasi discorrendo. La materia è dunque capace di tutte le premesse qualità, e d'altre moltissime, che sovente in essa risleggono. Ma perchè del pari può starne senza, e tutta via sussistere; è cosa chiara, che anno a riporsi fra gli attributi secondarj, e non tra primitivi, i quali si trovano indispensabilmente ovunque c'è materia, e servono di base alle modificazioni men principali.

Ora mi si assegni un composto privo di estensione, e sia pure oscuro o luminoso, tenue o massiccio, e che lo io; non è egli evidente, che ognuna delle menzionate particolarità alla trina dimensione si appoggia, e che, se ad esse manca il sostegno, si risolvono in nulla? Appreso ne' prodotti fisici non può concepirsi mutamento senza moto, nè moto senza estensione; onde riguardate le cose da tutti i lati, è verità più splendida della luce del Sole, essere l'estensione, o la trina dimensione uno degli attributi capitali della materia.

III.

Ed ecco mosso il primo passo: resta che si faccia il secondo, e che impariamo a distinguere l'estensione vera e reale dalla relativa ed immaginaria. Una nuda estensione, tal quale il Geometra la concepisce, badando soltanto, che una parte coll'altra non si confonda, è uno spazio puramente ideale, e non una fisica materia, che non vuolsi spogliare di consistenza, e d'impenetrabilità. In fatti non avviene mai, che s'imprima nella nostra mente la nozione d'un corpo qualunque dalla sua figura circoscritto, che nello stesso tempo non si risvegli in noi quella altresì del luogo, in cui
per

233
cui per avventura il corpo soggiorna. E la ragione si è, perchè, facendosi i corpi in virtù del movimento ora ad un sito, ed ora ad un altro presenti; egli è d'uopo, che per nostro modo d'intendere, si separi in qualche maniera il contenuto dal continente, e che si attribuiscono al luogo le dimensioni proprie del corpo.

Fingo, che una massa di determinata grandezza il suo solito posto abbandoni, e in sua vece, per riempire il loco lasciato vacuo altrettanta non ne sottratti; mi farò bensì a misurare lo spazio cubico d'un palmo, a cagion d'esempio, o per mezzo del solido, che si è partito, o per via della superficie, che lo circonda: ma dopo ciò non m'indurrò mai a credere, ch'ivi ci sia materia. Ivi non si rinvencono parti, salvo che immaginate; imperciocchè non possono scambievolmente permutar sito in passando dall'alto al basso, o da destra a sinistra. Conseguentemente non si dà nè azione, nè reazione, ed un mobile, che a traverso del predetto spazio cammina con una costante celerità, non urta in contrasto di sorta, nè perde una qualunque minima porzione della sua forza; perchè non si fanno ad esso incontro altri corpi, cui possa comunicarla.

Se poi si pretendesse, che alla suddetta estensione ideale non ripugnè il movimento; onde sollevata allo stato di materia fisica ita sempre pronta a cangiar luogo, conforme pensava forse il Cartesio; pare a me, che da un solo palmo di tal quantità continua estraere si possa tanta mole, che sia bastante a riempire infiniti Mondi. Trasferita altrove, giusto l'ipotesi, la prima palmar magnitudine, non si toglie di mezzo la seconda, che ugualmente lunga, larga, ed alta occupa il medesimo sito, ed è del pari preparata a mutarlo, indi la terza, e poi la quarta, e così di mano in mano. Per la qual cosa collocando in ordine i pezzi uno accanto all'altro si metterà in essere una estensione maggiore di qualunque data, la quale non si fa come stava tutta, quanta ella è, in un cubo di poche dita ristretta, e compenetrata.

IV.

Non bisogna dunque confondere il vano col pieno, e lo spazio colla materia. Lo spazio vuoto è un pretto nulla, che non può prodursi, nè annihilarsi, che si presenta alla fantasia siccome invariabile, immobile, immenso, ed eterno. E giacchè non siamo tanto prevenuti, che esso non si conosca inetto ad agire, e a patire; sappiamo altresì, che per suo conto niente si genera, e si corrompe. In somma altro non è che una estensione relativa, o per dir meglio una mera capacità, in cui un corpo ita collocato, o almanco, secondo la nostra maniera di concepire, può collocarsi. Va riposto esso spazio fra le privazioni, essendo somigliantissimo alle tenebre, ed al silenzio, che sebbene non si contano fra le cose esistenti, si considerano tutta via sotto una specie di rapporto in ordine all'aere oscuro, o muto, che potrebbe essere rischiarato dalla luce, e agitato dal suono.

In simil guisa guardiamci di non dare alla nuda estensione, per così esprimermi, troppa realtà, come ha fatto forse Aristotile, e dopo lui

tamente Giordano Bruno; mercè che s'intorbida da capo a fondo la chiarezza delle idee originali, qualunque volta si appropria l'essere al nulla, e ciò, che più rileva, un essere trascendentemente infinito, che non ha limiti, rispetto la grandezza, e la durazione. Non si copre l'inconveniente, anzi vie più si palesa col surrogare all'infinito l'indefinito, come fece Renato Cartesio, il quale col velo d'un vocabolo s'ingegnò di nascondere l'assurdo: se pure, conforme suol dirsi, non volle gittar la polvere negli occhi de' suoi Lettori. In tanto si noti, che i Nevvtoniani favoriscono soverchio lo spazio per immenso, e per eterno senza alcuna esitazione, spacciandolo: anzi il loro Maestro l'ha dotato d'una strana prerogativa, arricchendo l'ardita proposizione, che in esso, come in suo intimo, ed unico sensorio, Iddio tutte le cose conosce, e distingue.

V.

Mi rivolgo ad ascoltar gli Avversarj. Il nulla dicono eglino non è fornito di qualità, giusta il comune assioma: *non entis nullae sunt qualitates*; dunque, dove si rinvencono proprietà, ivi certamente ci è qualche cosa, che ad esse serve di fondamento: ma lo spazio è lungo, largo, e profondo, è circondato dalle sue figure, e nelle sue parti divisibile; conseguentemente la trina dimensione, base delle mentovate affezioni, non è un semplice nulla, ma una vera, e real entità.

Andava con meco divisando, qualmente i citati Fisici non si sieno accorti della fallacia del loro discorso. Se avessero posto mente, che a parecchie privazioni si adatta una relativa estensione, di cui per se stesse non sono capaci, e che questa si attribuisce non solo allo spazio inane, ma di più alle tenebre ed al silenzio, occupanti ora un maggiore, ed ora un minor tratto; farebbero rimasti convinti, che non an sempre a moltiplicarsi le cose a norma delle nostre percezioni, e che tutto di siamo soliti di appropiare alle privazioni alcune particolarità di que' soggetti reali, che si sono tolti di mezzo, e che dovrebbero, o almeno potrebbero esser presenti.

Spendo alquante parole in rintracciare l'origine di questi equivoci concepimenti, i quali addossano al nulla un'apparente realtà, e perciò tirano facilmente in errore i Filosofi più accreditati. Sono senza dubbio le privazioni un niente fuori di noi; ma nell'affacciarsi, per così esprimermi, negativamente all'intelletto, vengono accompagnate dai fantasmi della immaginativa, e per conseguenza dagl'interni sentimenti dell'anima. Quindi è costume invalso nell'ordinario favellare degli uomini, che, se non se a tutte, almanco alle più comunali, i nomi s'impongano significanti per una parte il loro non essere, e per l'altra quegli idoletti, che si formano nella fantasia, e quelle intime affezioni, che nella mente si destano. All'improvviso estinta la candela, rimango di notte al bujo. So benissimo, che nulla di nuovo s'introduce nella mia stanza, e che cessa soltanto l'azione del lume. Con tutto ciò mi avveggo, che non resto talmente nudo d'ogni percezione spettante al senso della vista, che non mi paja di vedere ad occhi aper-

un non so che di tetro al dolor negro semblante, quantunque io sappia d'essere involto fra le tenebre, le quali, essendo tal fiata associate ad una insolita densità d'aere, con una espressione enfatica, dalla Sacra Scrittura si chiaman palpabili.

Appreso le privazioni nell'atto d'essere da noi concepute, non vanno mai sole, perchè si accoppiano colle circostanze precedenti, e susseguenti, che pigliandosi volgarmente siccome cause ed effetti, sebbene improprij, in qualche maniera le sostentano, e ce le imprimono più saldamente nella fantasia, e nella memoria. La cecità, a cagion d'esempio, ci fa sovvenire della luce, e de' colori con piacere in altri tempi veduti, e noja e tedio ci apporta. Con tal artificio i Poeti facitori d'idoli, e d'immagini, che ad ogni subietto, e per fino al niente, fanno dar corpo, adornano le privazioni di gentilissime fantasie, e vaglia per tutte quella del silenzio lavorata dall'Ariosto. L'esperta foggia di popolarmente pensare, benchè lontanissima dal buon senso, tuttavia dai Filosofanti, non saprei dir come, adottata, è giunta tal volta ad un'appena credibile stolidità. Me ne rendano testimonianza le visioni de' Gentili, dai quali le privazioni, verbi grazia la morte, ed altre parecchie, si sono alzate al posto eminente di tante Deità.

Applico le premesse riflessioni allo spazio vano, e dico, che l'estensione solida facilmente degenera nell'immaginaria, qualora cioè la prima, per via d'una mentale precisione, de' suoi reali attributi si spoglia. Una massa fisica non è separabile dalla sua figura; conciossiachè, a forza di astrazioni, le figure estese dalle altre qualità corporali, per esempio dalla impenetrabilità, ponno disgiungersi, ma non al rovescio; mentre non arriveremo mai a concepire un pezzo finito di materia, che da una qualche figura non sia circoscritto. Quindi esse figure ci stanno per guisa stampate nella fantasia, che, per quanto il corpo si estenui, e si riduca ad un mero nulla; non avviene mai, che le loro immagini in noi si cancellino. E sebbene, chi non si lascia sedurre dall'apparenza, comprende apertamente, che altro non rimane, salvo che una pura capacità atta a contenere un vero corpo massiccio e figurato; non per tanto stenterà a purificare le sue idee, ed a liberarsi dalle fallacie de' suoi radicati pregiudizj.

VI.

E giacchè mi si offre l'occasione, intorno le figure convien fare qualche avvertenza. Ogni qual volta alla estensione da tutti i lati si assegnano i termini, oltre i quali si suppone, che non trascorra, si determinano le sue dimensioni, un pezzo dall'altro si discerne, e si separa, ed in tal guisa si formano in noi le idee delle innumerabili differenti figure. Queste sono il principale soggetto della Geometria, la quale nell'investigare le loro affezioni unicamente s'impiega, ed entrano necessariamente nella Fisica, in quanto ne' suoi lavori la Natura, per dir così, geometrizza. La matematica pura prescinde da tutte le passioni de' corpi, e per fino dalla solidità, contentandosi di assumere per proprio obbietto la sola trina dimensione, siccome figurata. Finge per tanto nello spazio nudo e solidi, e superficie,

e linee, che, per dar campo alle dimostrazioni, s' incontrano, si tagliano, e sal fiata si compenetrano: ed appresso s' immagina delle superficie senza profondità, delle linee senza larghezza, e de' punti onninamente indivisi: colle quali astrazioni la quantità continua vaffi al mero niente. passo passo accostando.

In fatti nulla serve al Geometra l' accumular proprietà; conciossiachè, bastando a lui, che una parte ideale sia fuori dell' altra, e che insieme non si confondano; le sue conclusioni del pari si verificano applicate alla materia fisica corredata de' suoi reali attributi. In questo mentre facendo egli lega colla scienza naturale, congiunge sovente all' astratta quantità continua una qualche affezione corporea, per esempio, la fluidità, la durezza, la forza, e più frequentemente d' ogni altra la gravità. Non si scorda però delle sue precisioni; mercè che addossa il peso, non solo ai solidi, ma di più ai piani, e alle linee, e segna i punti indivisibili, siccome centri di gravità, ne quali sta concentrato il peso intero della figura. Quindi è furta la Centro-barica, scienza egualmente alla Fisica, ed alla Geometria profittevole indicata da Pappo, coltivata dal Valerio, dal Guldino, e da parecchi Valentuomini a maggior perfezione ridotta, di cui ci ha dato il primo saggio Archimede nella sua meccanica quadratura della parabola.

Egli è vero, che ne' prodotti naturali non si ravvisano, se non se corpi, cioè di tutte e tre le dimensioni forniti; imperciocchè, conforme ne' seguenti Capitoli io dimostrerò, non si danno superficie prive di altezza, nè linee senza larghezza, e profondità. Ogni corpo è sempre corpo, per quanto si sminuzzi, e si sritoli; avvegna che egli è impossibile, che fino al punto spogliato di parti proceda la divisione.

Appresso vuole notarfi, che le figure reali, e non immaginarie sono sempre mai solide, e siccome tali misurano i volumi, e non già le masse: viene a dire, che quella quantità di speciale materia, che sotto una data figura si contiene, non riempie di gran lunga il volume, o sia la capacità della figura continente. Così non è tutto oro ciò, che in una sfera riputata d' oro si comprende, ed oltre le materie eterogenee, che vi s' insinuano, probabilmente, come a suo tempo vedrassi, c' entra anco il vacuo disseminato.

I fluidi a differenza de' solidi non affettano particolari figure, e si adattano prontamente a quelle dei vasi, in cui si ripongono. Negli uni, e negli altri però, oltre le figure totali proprie de' secondi, ed a primi appropriate, anno a considerarsi le parziali, da cui sono abbracciate le piccole componenti, le quali si formano dall' unione d' altre ancora più piccole, e così di mano in mano, sinattantochè per evitare l' assurdo di progredire all' infinito si perviene a quegli ultimi elementi, in cui la partigione si ferma, e ne quali dalla capacità delle figure si misura non più il volume, ma bensì la massa da esse compresa.

Spessissime fiata la Fisica chiama in ajuto la Geometria, e l' Analitici, e perciò non può dispensarsi dall' adottare alle occasioni le loro idee lavorate a fior di astrazioni. Si vale dunque di punti centrali, di linee,

nec,

nee, e di piani immaginati, quando massimamente vengono ad uso, senza portar con seco ripugnanze, ed assurdi. Prendo ad investigare la lontananza del Sole dalla nostra Terra per mezzo della lunare dicotomia accuratamente osservata. Io stampo nell' etere un triangolo rettangolo congiungendo con tre rette ideali i centri de' tre menzionati Pianeti, indi, supposta nota la distanza della Terra dalla Luna, e misurato un angolo acuto, coi canoni trigonometrici vengo a capo della inchiesta. Che importa a me di perdermi sulla sottigliezza delle linee visuali, e sul fondo della superficie triangolare, mentre non si tratta, se non se di lunghezze? Anco l' Algebra Cartesiana ci offerisce le sue grandezze negative, e le immaginarie, e la Leibniziana le sue differenze infinitesime di varj ordini, e le sue sommatorie: ma cotali magnitudini debbono adoprarsi in fisica con quelle cautele, che anderò in progresso esponendo.

VII.

Abbiati per stabilito, che la materia fisica è bensì una estensione, ma corporea, o sia impenetrabile; ma resistente, viene a dire pigra, ed inerte; ma mobile, e capace, sebbene con qualche ritrosia, di cangiamento di stato, e di essere animata dalla velocità, e dalla forza; ma divisibile in modo, che una delle sue parti possa colle altre permutar sito; ma tale, che dallo spazio inane è tanto remotissima, quanto l' essere dal non essere: in poche parole atta alle azioni, ed alle passioni, e si fattamente feconda, che dal suo seno tutti i prodotti naturali traggono l' origine.

Qui mi si fa incontro il celebre Signor Muskembroek, il quale inteso ad arricchire la materia di quante affezioni a lui sono venute in mente, senza prendersi cura di separare le certe dalle dubbiose, e le principali dalle secondarie, non si mostra pago della premessa maniera analitica di filosofare. Dic' egli, che a forza di mentali precisioni, la materia si spoglia di quelle proprietà, che ad essa sono essenziali, a cagion d' esempio della universal gravità. Aggiunge, che tal sorta di risoluzione arbitraria va a terminare dove si vuole, laonde potendo io a mio piacere fermarmi più presto, o più tardi nella scala delle astrazioni; sarò sempre ambiguo qual sia l' originale attributo, su cui si fonda la natura della materia. Siccome disgiungo da essa il moto, la forza viva, e l' attrattiva, la durezza, e l' elasticità, proprietà capitali, ed inseparabili, ed infelice alcuni Fisici nel suo essere la costituiscono; così chi mi vieta di prescindere coi Geometri dalla impenetrabilità, e dalla inerzia, e coi Metafisici per sino dalla trina dimensione, apigliandomi a qualche attributo anteriore, che la sostiene, e ricorrendo all' esigenza degli Scolastici, o alle monadi del Leibnizio?

Non si dee risparmiare industria per collocare in tutto il suo lume una verità capitale, e base di tutte le mie perquisizioni, che da essa immediatamente deriveranno. Convien dunque separare nelle lor classi le differenti affezioni, alle quali la materia soggiace, ed istituire un' analisi più rigorosa. E primieramente non cade senza fallo la questione sulle modificazioni, che a tutti i corpi non son comuni, e tali sono la fluidità, la trasparenza, ed altre

altre moltissime, intorno le quali siam sicuri, che da per tutto, dove c'è materia non si rinvengono, e perciò non ragionevolmente porsi da canto, non essendoci disdetto di assumere que' prodotti, in cui mancano, ed indagare cosa sia la materia fisica, che li sostiene.

Secondariamente alquante proprietà, delle quali si dubita, non senza il suo perchè, e sono le poco fa nominate, che giusta le varie filosofiche sentenze alla materia essenzialmente convengono, o non convengono, pare a me, che, se non per altro titolo almeno in grazia del buon metodo, abbiano per provvedimento a trasandarsi, sin a tanto che sopraggiungendo nuovi lumi si tolga di mezzo l'ambiguità. Di tali attributi il lodato Scrittore con troppa liberalità ha adornata la materia, e mi sovviene di Ruggero Cotes, il quale nella sua prefazione ai Principi Nevvtoniani più coraggioso del Maestro ha pronunciato, che la gravità è tanto essenziale alla materia, quanto l'impenetrabilità. Nello stabilire i primi principj della scienza naturale non si dee mescolare il certo coll'incerto, adottando, fuor di proposito, e senza bisogno alcune massime contrattate, e generalmente non ricevute, mercè che in tal guisa le supposizioni dubbiose coi principj fermi mal si confondono.

In terzo luogo, ci sono nella materia degli attributi essenziali bensì, ma che nascono di conseguenza, e fra questi la divisibilità, e la mobilità, che all'estensione impenetrabile immediatamente si appoggiano, de' quali se non fosse capace, in nulla si risolverebbe; distruggendosi insieme le proprietà principali, che colle secondarie si uniscono di stretta indissolubile necessità. Ed appunto le assegnate particolarità, che in una mera potenza consistono, ridotte all'atto suppongono la materia già organizzata, e disposta in un sistema; e tali sono il moto locale, la forza attiva, e se così piace l'universal gravità, con altre parecchie, che dalle varie Sette de' Filosofi vengono o bene, o male introdotte, come la durezza infinita degli atomi Epicurei, e la perfetta fluidità dell'etere Cartesiano: intorno le quali basta riflettere, che non si legano talmente colla materia, che non possa sussistere, senza che nelle sue primarie proprietà, cioè estensione, ed inerzia rimanga nè punto nè poco pregiudicata.

VIII.

Per la qual cosa il filo d'una fisica analisi ci conduca fin a quel segno, che passando gradatamente da astrazione ad attrazione, l'idea del soggetto nella nostra mente non si cancelli, e non si vanisca. Dichi, che la gravità Nevvtoniana sia talmente immedesimata coll'esser corporeo, che lo staccarla onninamente ripugni. Non resta però, che, se io dal considerarla il mio pensiero ritraggo, o pure che di bel nuovo prescindendo la metto in disparte; non resta, dico, che in me non si conservi un limpido, e distinto concetto della materia; in quanto cioè mi si presenta sotto l'idea d'una trina dimensione impenetrabile, ed inerte, attributi essenziali, ed anteriori, che sostentano la gravità affatto inetta a reggersi da se stessa.

Di

Di passaggio si avverta, in quale sconvenevolezza incorrerebbe colui, che con uno sforzo d'intelletto tentasse di prescindere dall'estensione solida, tenendo soltanto saldo il concetto della gravità. Io sono convinto dal mio interno sentimento, che per quanto s'ingegnasse di affottigliare la cosa, non arriverebbe mai ad astrare assolutamente dalla sostanza corporea, che alla gravità serve di base, e che voglia o non voglia, la nozione della massa, che a' pesi dà regola, ne' suoi divisamenti s'insinuerebbe. Non così all'opposto; conciossiachè, senza ripugnanza di sorta, la materia inerte fornita, o spogliata di gravità del pari si concepisce.

Più oltre non dee progredire l'analisi; imperciocchè pervenuti che siamo alla trina dimensione solida, ci manca il campo di maggiormente trascorrere. E vaglia il vero qual è quell'antieriore attributo reale e positivo, che mi si affacci, e della materia mi dia contezza? O convien dunque sulle orme del citato Signor Muskembroek tornare indietro, e disfare il già fatto, accumulando per via di fintesi le affezioni meno principali già trasandate: che dal buon metodo non ci viene permesso; avendosi esse nel progresso de' nostri ragionamenti a ripigliare in figura di dipendenti, e di secondarie. Ovvero fa di mestieri ingolfarsi in remote metafisiche speculazioni per lo più vacue di realtà, e fantasiare sulle potenze, sugli individui, sull'entità, sull'esigence, e che so io: con che, surrogando al noto lo sconosciuto, l'oscuro al chiaro, ed al distinto il confuso, si fa di tutto per abolire le nette idee, che benignamente dalla Natura per lo canale de' sensi nella nostra anima vengono impresse.

Mi fermo pertanto sulla menzionata impenetrabile estensione, nè di vantaggio m'inoltro. E per iscanfare le dispute inutili non mi prendo la briga di definire, se in essa consista l'essenza delle cose materiali: e siccome per così esprimermi, al di sotto di essa varj attributi, ma di conseguenza, io ravviso; così non vado dietro a quelle, che ci stanno sopra, e che se per avventura ci fossero, alla mia intelligenza sottragonfi, de' quali non formo idea, e non ci vedo la connessione. Io li lascio di buona voglia ai cultori della più sublime Filosofia; imperocchè non abbiám a poggiar tant'alto, quando si tratta dei fisici investigamenti.

IX.

Verrà forse a tal'uno la curiosità di sapere, quale de' due attributi alla materia essenziali, di cui mai non va priva, e sono la trina dimensione, e la ripugnanza a cangiare stato, che col vocabolo assai espressivo d'inerzia fu dal Keplero contrassegnata, faccia comparsa di principale, e qual di secondario. Se io bado all'ordine delle cognizioni umane, il quesito ammette una pronta soluzione; imperciocchè prima d'ogni altra proprietà i Fisici, e per sino Aristotele, anno riconosciuta nella materia l'estensione, e la quantità in figura di sua perpetua ed indivisibil compagna: laddove non si è scoperta l'inerzia, se non dappoi che la scienza naturale era già vecchia di molti secoli. E dall'ignoranza appunto di questo essenziale attributo

to è derivato, secondo il mio parere, che mal si confonda da molti capi di Setta il pieno col vacuo, e lo spazio colla materia.

Avuto poi riguardo alla cosa in se stessa, fra le due menzionate affezioni non si scorge priorità d'origine, o di dipendenza; conciossiachè, se con uno sforzo di mente separo l'inerzia dalla estensione, questa degenera in una privazione, ovvero in un puro nulla, e se tolgo di mezzo l'estensione non so a qual subietto appoggiare l'inerzia. Arroge, che tutte le sperienze mi ammoniscono, essere in ogn'incontro l'inerzia proporzionale alla massa, di cui i corpi sono composti, prendendosene la misura, non già dal volume, che secondo le circostanze, ora si restringe, ora si dilata, ma bensì dalla quantità della materia, che in essi corpi risiede.

Si ragionerà esattamente in dicendo, che l'inerzia è una cosa medesima colla materia; perchè cresce, e si diminuisce non mica in se stessa, ma soltanto relativamente all'augmentazione, e minoranza della massa. Se taluno s'immaginasse, che ad una determinata quantità di materia si addossasse, o almeno in qualche altra costituzione di Mondo, si potesse addossare una più grande, o più piccola ripugnanza a mutare stato; darebbe di petto nell'assurdo, e nell'impossibile. Essendo l'inerzia conforme a suo luogo dimostrerò una conseguenza immediata della impenetrabilità, ai corpi più e meno inerti corrisponderebbero li più, e li meno impenetrabili; lo che a chi ben ci pensa importa contraddizione.

X.

Do compimento al soggetto, facendomi ad esaminare per quai motivi alcune filosofiche Famiglie non si sieno mostrate paghe dell'idea semplicissima della materia, desunta dai due capitali attributi estensione, ed inerzia. Pareva, che non fosse di stagione tutto ciò, che non avea sentore di metafisica sottigliezza. Gli antichi anno annoverata la trina dimensione impenetrabile, ed i Moderni ci aggiungono la ripugnanza al cangiamento di stato fra le proprietà della materia: ma non contenti di queste viste, sono andati in cerca d'un qualche attributo anteriore, e primigenio, che serva ad esse di sostegno. Gli scolastici persuasi da alcune teologiche conghietture, che la materia spogliata delle predette affezioni possa nulladimeno nella sua più interna essenza sussistere, la diffiniscono un non so che esigente una quantità impenetrabile. Questa esigenza però va senza fallo riposta fra le proprietà relative, le quali da se sole non si reggono, anzi anno indispensabile bisogno delle assolute, a cui si appoggino. L'attributo poi reale, e positivo base della predetta esigenza non è mai stato assegnato, nè farà mai assegnabile, mancandoci i criterj per iscoprirlo; dunque ci sia, o non ci sia, o in qualità di primitivo, o di dipendente da un altro ancor più recondito (perchè su ciò, che non può saperfi, è cosa vana il mover quistioni) esso indubitatamente nè punto nè poco appartiene alla Fisica, la quale per render ragione dei fenomeni, non ha da ricorrere a' principj sconosciuti.

In

In questo mentre il Leibnizio ristoratore in parte delle sentenze Aristoteliche ha creduto di supplire al difetto, suggerendoci le sue monadi, sulle quali con un grand'apparato di sottigliezze si è trattenuto lungamente il VVolfio nella Cosmologia. Se mi venisse permesso di esporre i miei sensi con libertà direi, che il lodato Scrittore altro non ha fatto, che tirarfi un passo addietro; qualunque volta in vece di attribuire la serie delle cagioni, e degli effetti naturali alla materia inerte avvalorata dalle forze vive, e morte, l'ascrive alla misteriosa energia di certe unità elementari immobili, ed indivisibili, che quanto più si considerano, tanto meno s'intendono.

Sia però la cosa, come si vuole, per confessione dello stesso VVolfio nell'opera testè citata, sebbene l'estensione, l'inerzia, e la forza anno a prendersi siccome altrettanti fenomeni, e macchine messe in azione dalle suddette entità, a guisa d'una scena di fantocci mossi da mano nascosta; non per tanto la materia fisica, per valermi della frase dell'Autore, è un fenomeno sostanziale, cioè a dire, che fa la figura, o almeno l'apparenza d'una vera, e reale sostanza, e siccome tale si debbe assumere, e maneggiare, cavandone quelle conseguenze, che fluiscono dalle idee semplici a noi familiari, e più alla nostra portata. A che pro dunque imbrogliare la scienza della Natura d'individui, e di monadi, le quali non vengono ad uso, e non sono oncie a spiegare qualsivisa fisico effetto?

Se io mi farò a render ragione di alquante proprietà della luce, per qual causa cioè sia atta a rifletterfi, a rifrangerfi, e a diffarsi, appagherci forse i Lettori, quand'altro di migliore dir non sapessi, se non se che gli elementi VVolfiani sotto la scorza materiale appiattati ne contengono intimamente in se stessi l'unica e germana cagione; essendo non si fa come disposti, e talmente preordinati, che necessariamente le divise apparenze a nascer si veggono? Io quanto a me, lasciate ad intelletti più acuti le altruse meditazioni, rifuggirei alle regole de' movimenti, e delle resistenze, alle forze composte, e ad altri principj fisici, e geometrici, coll'ajuto de' quali si svela il meccanismo della Natura. Il bello si è, che dietro la scorza del loro illustre Maestro così si adoperano i medesimi Leibniziani, e che per troncargli, piuttosto che per sciogliere alquanti nodi metafisici, si sono appigliati a cotale strano partito.

XI.

Messe da canto le accennate acutèzze, che non fanno per la Fisica, ed épilogando le cose dette, io conchiudo, che mal si appongono coloro, i quali fondano l'essenza della materia su certi attributi, che non sono realmente in Natura, e debbono piuttosto riporsi fra i concepimenti venuti in testa ai Filosofi, per sostenere i differenti, anzi contrarij sistemi di loro particolar invenzione. Tali io reputo le forze attrattive, e repellenti, e l'immensità vacua della scuola Nevttoniana; tali gli atomi di Epicuro solidi, infrangibili, e d'infinita durezza forniti; tale la materia sottilissima del Cartesio, sì fattamente sminuzzata, che prontissima s'insinua in qualsivoglia me-

nomissimo spazio. Appresso nella primitiva idea delle sostanze corporee non entrano quelle proprietà secondarie, che alla materia convengono, in quanto dalla forza è animata; conciosiachè, se l'estensione inerte può sussistere in una perfetta quiete, e spogliata onninamente di forza; è manifesto, che le affezioni soltanto passive, e non le attive sono ad esso lei essenziali. A cagion d'esempio io non conosco corpo, che d'ogni vigore di molla fornito sia totalmente: ma ciò non ostante io non conterò fra le primarie proprietà della materia la forza elastica.

Sopra gli attributi del primo genere o falsi, o almanco dubbiosi, e nè tampoco su quei del secondo, che quantunque veri, di men principali fanno comparso, io non istabilirò le mie fisiche fondamentali perquisizioni. Ci corre un gran divario tra ciò, che si debbe assumere, e ciò che dee dedurre. Non consente il buon metodo, che si accettino per originali nozioni, se non se quelle, che sono chiare, feconde, e non contraddette. Il rimanente vuol dimostrarci, e per questa strada le scienze matematiche all'ultimo grado dell'evidenza son pervenute. Io m'ingegnerò di batterla, per quanto il soggetto me lo permetterà, nulla però promettendo della buona riuscita. Procederò dunque passo passo, e farò primieramente parola delle proprietà nascenti dall'estensione, indi di quelle, che dall'impenetrabilità immediatamente dipendono. Quindi mi si aprirà l'adito di ragionare delle secondarie, cioè del moto, delle forze vive, e morte, e delle resistenze. Per ultimo parlerò delle affezioni de' corpi in particolare, almeno delle più note, e comunali, che dal combinamento delle generali risultano.

CAPITOLO SECONDO

Della divisibilità della materia.

I.

Messe da parte le altre proprietà de' corpi, alla sola, e nuda estensione presentemente mi attengo, la qual in se stessa le sue parti comprende o separate, o separabili, e conseguentemente tra loro disgiunte, ed una accosto all'altra, e fuori dell'altra. In questo secondo, e nel terzo la farò da geometra, e nel quarto, e ne seguenti vestirò la persona di fisico. Non si cerca già, se la materia corporea ammetta divisione, essendo la cosa troppo manifesta, ma bensì a qual termine arrivi la sua divisibilità. Un corpo non è mai tanto grande, che ad esso nuova materia aggiungere non si possa, nè tanto minimo, che possa dirsi pervenuto all'ultima divisione.

Stimò Zenone, che l'analisi andasse a finire nell'individuo, onde di punti non estesi l'estensione si componesse. Conobbe Aristotele, che la partizione progrediva all'infinito, ma secondo lui solamente in potenza, alla qual espressione si può adattare un ottimo senso. Alcuni abborriscono tutto

ciò

ciò, che risente dell'infinito, spacciando per contraddittorie le grandezze, che per un verso poggiano all'infinito, e per l'altro discendono all'infinitesimo. Il Nievvenzit riceve le quantità infinitamente menome del primo ordine, e computa tra i meri nulla le altre tutte di grado più rimoto.

Oggi di si sono dileguati gli scrupoli, e le predette magnitudini oltre ogni limite crescenti, o decrescenti, le quali ai diversi innumerabili ordini degli infiniti, e degli infinitesimi appartengono, si maneggiano con franchezza, e si riducono a calcolo a pari delle finite. Vengono in conseguenza ad uso nello scioglimento de' più ardui problemi della Geometria, e della Fisica: sebbene l'incomparabile Leibnizio, cui si debbe certamente la lode, d'averne prima d'ogni altro pubblicato l'algoritmo, ed insegnato il modo di speditamente adoperarlo (disputandosi tutta via dell'invenzione) non si arrischiava, giusta la graziosa espressione del Signor Fontanelle, di prender alloggio nella casa, ch'egli s'avea fabbricata.

II.

Tolta a considerare la trina dimensione nella sua semplice idea, e per nostro modo d'intendere, prima che venga ridotta a sistema, e quale cade sotto la ispezione del geometra, il partimento inesauribile della materia è certissimo. Fra le molte dimostrazioni, che addurre potrei, piacemi sopra tutte quella, che leggesi nelle Istituzioni analitiche della Contessa Donna Maria Gaetana Agnesi. C'insegna Euclide nel libro decimo, che si danno le quantità incommensurabili, cioè tali, che non si ponno esattamente misurare da una comune assegnabile grandezza, per quanto picciola ella si assuma. Quindi è facile a provarsi, che due linee, per esempio il lato, ed il diametro d'un quadrato, non sono fatte assimetre da una lineetta data e finita: altrimenti accaderebbe, ch'essendo di lor natura incommensurabili, per via d'una supposizione contraddittoria fossero amendue misurate da una determinata linea del genere delle finite. Per la qual cosa l'assimetria dimostrativamente proviene dalle quantità minori di qualunque data, o sia infinitesime. Proseguendo il discorso, i quadrati delle assegnate due rette si rispondono in proporzione razionale, come $1 : 2$: e perchè sono irrazionali le basi, e come $1 : \sqrt{2}$; si deduce, che le aje sono ridotte commensurabili da un quadrato infinitamente minimo, il quale appartiene alle flussioni del secondo ordine. Parimente i cubi, che tornano ad essere assimetri in ragione di $1 : 2\sqrt{2}$, tali si rendono da un cubo di base inassegnabile, viene a dire da una terza differenza, e così di mano in mano, scorrendo per tutte le potestà pari ed impari. Istituite poscia le debite analogie, prendendo una terza proporzionale alla prima infinitesima di qualsivoglia grado, ed alla seconda finita, ci si presentano gl'infiniti di varie innumerabili classi, uno dell'altro infinitamente maggiore. In tal guisa si discende all'infimo, e si monta al sommo nella divisione, e nell'accrescimento della materia: senza che mai all'uno, e all'altro estremo prevenir si possa.

III.

Prima d'inoltrarmi deggio esaminare una strana immaginazione del Signor Fontanelle celebre segretario della Reale Accademia delle scienze di Parigi. Oltre le grandezze finite, e d'ogni grado infinitesime, ed infinite, egli ne ha introdotta una quarta specie, cui dà nome di finite indeterminate. Al vocabolo di nuova stampa nessuna idea corrisponde, e l'origine dell'inganno in ciò consiste, che mal si suppone, essere il finito immediatamente vicino da un lato al primo ordine degli infinitesimi, e dall'altro al primo degl'infiniti; di modo che per far transito dal mezzo ad ambo gli estremi, non s'abbia a muovere salvo, che un passo. Troppo più lunghi- mo viaggio di quello, che il citato Scrittore si pensa, haffi ad intraprendere in seguendo le vestigia d'una grandezza finita, la quale continuamente crescendo, va a terminare nell'infinito, ovvero successivamente estenuandosi perviene all'infinitesimo. Dall'uno agli altri generi di tali magnitudini eterogenee non si passa, se non se per una progressione di termini innumerevoli parte finiti, e parte infinitamente grandi, o piccioli d'infiniti ordini. E siccome non può assegnarsi l'ultimo numero fra i finiti, o l'ultima frazione della medesima specie; ateso che coll'adizione per un verso dell'unità; e per l'opposto della frazione immediate prossima si farebbe il gran salto dal finito all'infinito, o all'infinitesimo; così è un massimo inconveniente il presumere di restringere fra suoi limiti le due prime classi della quantità, una minore, e l'altra maggiore di qualunque data.

Piglio sotto gli occhi un esempio addotto dall'Autore Francese. Sia la serie d'unità, che mai non finisce: la sua sommatoria è una progressione di numeri naturali, che dopo aver valicati i confini del finito, nell'infinito si perde. Io non so tener dietro all'andamento di questa serie, la quale da mente umana non può essere se non se confusamente capita. Fingo però d'aver fatto il volo, seguendo i principj del Signor Fontanelle, al primo genere degl'infiniti, uno de'quali espongo per la specie ∞ . Ora egli così la discorre. Mettasi tra l'unità ed ∞ una media proporzionale $= \sqrt{\infty} =$

$\infty^{\frac{1}{2}}$: e se questa quantità, che del primo infinito ∞ è infinitamente minore, ateso l'analogismo $1 : \infty^{\frac{1}{2}} : : \infty^{\frac{1}{2}} : \infty$, fosse anch'ella infinita; interverrebbe, che ∞ , non appartenesse alla prima classe degli infiniti, ma ad un'altra di lunga mano superiore: con che si distrugge l'ipotesi. Per la

qual cosa la grandezza $\infty^{\frac{1}{2}}$ sta dentro i confini del finito: e perchè non è assegnabile, e di natura diversa dai numeri determinati; vuol esser collocata tra que' finiti, cui piacque all'Autore di appellare indeterminate.

Ma se la supposizione, che alle quantità finite succedano prossimamente le prime infinite, e le prime infinitesime, contiene in se stessa l'assurdo; non è

è maraviglia, che siano del pari ripugnanti le conseguenze. Non si comprende, qualmente in una proporzione di tre termini i due primi sieno finiti, ed

il terzo infinito. Oltre che dimando, se la grandezza $\infty^{\frac{1}{2}}$ relativamente all'unità assunta è maggiore di qualunque data? Mentre mi venga risposto che sì, io la ripongo senza esitazione nell'ordine delle infinite; mercè che fra l'una, e l'altra espressione i Geometri non ci metton divario. Se poi mi si dice di no, egli è un paradosso, che una linea, o un numero, che di qualsivoglia dato non è più grande, alzato alla seconda dignità, poggi all'infinito.

Potrei venire più alle strette, e mostrare, che il Signor Fontanelle nelle sue asserzioni patentemente si contraddice. Egli dietro la scorta de' matematici, e dalle loro dimostrazioni convinto, ammette, che sia realmente infinita la somma d'una serie armonica di frazioni infinitamente continuata, e reciproca alla progressione aritmetica de' numeri naturali. Ora è facile a

provarsi, che la quantità $\infty^{\frac{1}{2}}$, con tutte le altre, ch'anno per esponente una

frazione finita minore della unità, per esempio $\infty^{\frac{1}{3}}$, $\infty^{\frac{2}{5}}$ &c. sono alla suddetta serie armonica in proporzione maggiore d'ogni assegnabile; dunque confessando il nostro Autore, che la menzionata progressione composta d'infiniti termini è infinita, si danno degl'infiniti del suo primo infinito ∞ infinitamente minori, i quali non sono già finiti indeterminati: lo che dovessimo dimostrare.

IV.

Io mi sono più del bisogno perduto dietro le visioni del citato Analista, fondate sull'abuso d'un vocabolo. Abbiai per istabilito, che qualora l'intelletto considera una grandezza crescente, o calante, senza mai metterci limite, entra egli nelle regioni degl'infiniti. E quando stima d'essersi giunto, se non si volta indietro, non si accorge d'aver con un salto trascorsi oceani innumerabili, che non an lido. Fermiamci su quella classe degl'infinitesimi, che comunemente prima si appella, e suole segnarsi per la specie dx , alla quale corrisponde il suo particolare infinito, facendo $dx : 1 :: 1 : \infty$. Egli è certo, che moltiplicando, o dividendo tanto l'infinito

per dx , quanto l'infinito ∞ per qualsivoglia numero finito n , intero, o rotto, irrazionale, o trascendente, non usciremo dai confini delle predette quantità nè per un verso, nè per l'altro: ma tutte saranno abbracciate da un genere di sua natura determinato, e tante nè più, nè meno, quante sono le grandezze finite.

Quinci si rende ragione, per cui tal una delle differenze dx , e taluno degli infiniti ∞ possano assumersi siccome costanti, e facciano bene spello

246
 figura di unità; avvegnachè, conforme l'unità sta di mezzo nella serie delle grandezze finite d'esso lei maggiori, e minori, e moltiplicando, o partendo qualsivoglia numero intero, o rotto non apporta alterazione di sorta; così mantiene il suo privilegio, mentre si solleva a far comparla fra gl'infiniti, e gl'infinitesimi.

V.

Ma se il numero n trascende le quantità finite o aumentandosi, o diminuendosi, il prodotto ndx entra in paesi incogniti, nè si fa a qual posto precisamente monti, o discenda; imperciocchè, giusto il valore di n , può essere finito, ed infinitamente picciolo, o grande d'infiniti generi. Sia $n =$

$\infty^{\frac{1}{2}}$, ed abbiati $\infty^{\frac{1}{2}} \cdot dx = dx$, ed alzati ambo i membri della equazione al quadrato $\infty dx^2 = dx^2$: ma per la premessa supposta analogia

$\infty dx = 1$; dunque $dx = dx^2$, o sia $dx^{\frac{1}{2}} = dx = \infty^{\frac{1}{2}} dx$, e conseguen-

temente $1 = \infty^{\frac{1}{2}} \cdot dx^{\frac{1}{2}} = \infty dx$. Passando poscia all'analogismo, $\infty :$

$\infty^{\frac{1}{2}} :: dx^{\frac{1}{2}} : dx$: ma il primo termine è del secondo infinitamente maggiore; dunque anco il terzo del quarto: Si danno per tanto delle flussioni, che quantunque minime, ed inassegnabili per rapporto alle quantità finite, appartengono però ad un ordine d'infinitesimi infinitamente più grandi di quelli, che per dx si espongono, e mal siccome primi si adottano: la qual

osservazione si applichi agli infiniti di grado diverso $\infty^{\frac{1}{4}}$, $\infty^{\frac{1}{3}}$ &c., che sono fra loro incomparabili, ed amendue restano dall'infinito ∞ infinitamente superati.

Appresso piglio anzi gli occhi la proporzione $\infty : 1 :: dx : \frac{dx}{\infty}$, ed in

tal guisa pervengo a quegli infinitesimi, cui si dà nome di secondi, e potrei progredire ai terzi, ai quarti, e così all'infinito. In questo mentre s'io divido

la prima flussione dx per la potestà imperfetta ∞^n , colla condizione, che n sia un numero intero; non ci vuol molto a dimostrare, che le quantità tutte innumerabili esposte generalmente per $\frac{dx}{\infty^n}$ sono infinitamente più picciole

di dx , e di $\frac{dx}{\infty}$ infinitamente più grandi. Per la qual cosa fra gli elementi

chiamati primi, e secondi si danno senza fine delle grandezze inassegnabili intermedie, che ad altri ordini d'infinitesimi appartengono, e sono come

me

247
 me altrettanti impercettibili gradi, per cui dal primo al secondo ordine si discende, o per l'opposto si ascende. Ma di ciò abbastanza; ateso che spianata una volta la strada, coloro, che del calcolo differenziale, e sommatorio anno buona pratica, vedono chiaramente, dove vada a riufrir la faccenda.

VI.

Quello che più importa si è, che si fa d'uopo star in guardia, e non lasciarsi sedurre dalla mala intelligenza delle parole. I menzionati generi d'infiniti, ed infinitesimi, tenuti fermi i nomi, quantunque improprij, per cui siamo soliti a contrassegnarli, mentre colla debita circospezione si adoprano, in nessun modo turbano i computi analitici, nè le conclusioni indi dedotte. Nulla rileva, che fatto il viaggio, o piuttosto il salto, ed il volo dalle grandezze finite alle infinitamente menome del primo grado, e da queste a quelle del secondo, e così di mano in mano, da noi si sappia in qual provincia, per così esprimermi, ci ritroviamo. La curiosità è vana, e dannosa, ed il venir a capo dell'inchiesta è assolutamente impossibile. Per la qual cosa dobbiam fondare le nostre idee, ed i nostri divisamenti sopra una base stabile, che qualunque volta si concepisce una quantità infinita, variabile ricrescere rispetto ad un'altra per un elemento minore di qualsivoglia dato, ed inassegnabile, sia pur esso di che natura esser si possa, ed a qualsivoglia ordine d'infinitesimi appartenga; sempre mai ci si parano innanzi differenze del primo grado, e siccome tali vogliono essere maneggiate. Il principio è comune; e similmente se due prime flussioni, non si rispondono in qualunque data proporzione, ma si accostano talmente all'egualità, che differiscono per una quantità ad entrambe incomparabile, questa, senza pensare più oltre si dica differenza seconda, e si applichino ad essa le regole a tal grado di magnitudini dagli Analisti assegnate. Stendendo poi la riflessione medesima ad altre di genere più remoto, ci verrà fatto di formarcene un chiaro, e non ambiguo concepimento. Non si badi punto a qual gradino siam giunti nella scala degl'infinitesimi; imperocchè le loro inefauribili progressioni con passi numerati non si misurano, ed il fingerseli siccome primi, secondi, e terzi, per modo che un ordine d'essi col più vicino immediatamente confini, mentre non si usino i numeri colle precauzioni testè stabilite, è una illusione della fantasia avvezza ad accomunare all'inassegnabile le proprietà del finito.

VII.

Per dar maggior risalto alla verità, giova il considerare le grandezze finite indeterminate siccome fluenti. Sia la curva regolare ACE (Figura 1.) colle due ordinate BC, DE distanti per la data BD, onde la lor differenza FE sia parimente finita. Cammini la BC parallela a se stessa, e sempre più si accosti alla DE, aumentandosi passo passo, conforme richiede l'indole della curva. A tutti è palese, che quando l'applicata BC alla DE esattamente

si sovrappone, si ravvifa fra esse una perfettissima egualità. Ma qualora; giunta BC nel sito GH, sono nell'atto prossimo di congiungersi, e non si possono dire nè ben distinte, nè bene accoppiate; in tal caso l'uguaglianza si cangia in adeguazione, atteso che l'ordinata DE supera la GH per il divario IE, che dell'una, e dell'altra è incomparabilmente più picciolo.

Chiamando giusto il solito l'assissa $AG = X$, e l'applicata $GH = y$, farà GD , ovvero $HI = dX$, $IE = dy$, ed $HE = dx = \sqrt{dX^2 + dy^2}$; laonde il triangolo evanescente HIE si compone bensì di lati infinitesimi, ma i suoi tre angoli sono per lo più finiti, ed assegnabili, ed in conseguenza i lati stessi si riguardano con una data ragione. In questo mentre non ripugna, che la retta GH colla regola prescritta seguiti il suo viaggio, e si adatti alla posizione KL, per guisa che KD sia minima rispetto GD, ed ME rispetto IE. Ed in vero non essendo per anco le due ordinate GH, DE insieme unite e, per così dire, incorporate, la divisibilità indefinita dell'estensione, che non ha limite, e discende per tutta la scala delle grandezze infinitesime, permette, ch'esse sempre più da vicino si appressino. Non per tanto le due linee LM, ME, si assumono in figura di primi elementi, e vanno contrassegnate colle medesime spezie dx , dy ; conciossiachè i varj ordini delle quantità infinitamente picciole non recano sconcerto di sorta alle operazioni analitiche, ed alle geometriche dimostrazioni.

E' sempre vero, tirata la tangente EN, che i tre triangoli EML, EIH, EDN sono adeguatamente simili, e che stanno salde le analogie $LM : ME :: HI : IE :: ND : DE$. Per la qual cosa nelle flussioni, che non si fanno collocare in una particolare classe d'infinitesimi, nè determinata, nè determinabile (consistendo la lor natura nel fluire, e nel continuamente decrescere tra i confini del finito, e del nulla) non si considera la grandezza, ma semplicemente la lor mutua relazione; bastando, che le prime differenze sieno incomparabili colle quantità date, e le seconde colle prime, non dovendosi tener conto a qual grado d'infinitamente minimi successivamente pervengano.

E di fatto frequentemente interviene, che nella medesima curva i primi elementi, dai quali se ne determina l'andamento sieno fra loro in proporzione o maggiore, o minore di qualunque data. Abbiasi (Figura 2.) il quadrant: di cerchio AED, il cui raggio AD si divida in menome innumerabili particelle uguali: due se ne segnino all'estremità, cioè Ao , KD , e la terza BQ verso il mezzo. La posizione delle tre toccanti, una al punto S, che va a congiungersi coll'asse DA prolungato, l'altra che ad esso è perpendicolare nel punto A, e la terza, che passa per E, parallela all'asse medesimo, fa sì, che gli elementi CR, RS siano in ragione data, che Ao sia infinitamente minore di oP , ed all'incontro LM infinitamente maggiore di ME. Non ostante ciò, tanto gl'incrementi delle assisse, quanto quelli delle ordinate ritengono le loro denominazioni dx , dy , e nella classe delle prime differenze legittimamente ripongonli. La formola generale delle suttangenti $ydX = s$ verrà ugualmente ad uso e ne casi intermezzi, e negli estre-

mi. Ridotta all'analogia $dy : dx :: y : s$, se $dy = ME$ è infinitamente picciola per rapporto a $dx = LM$, anco l'ordinata $LK = y =$ al raggio ED farà tale rispetto alla sottotoccante infinita. All'incontro, se la $PO = dy$ supera infinitamente l'assissa $AO = dx$; del pari la stessa PO alla suttangente $= s$ avrà una proporzione maggiore di qualunque data, e la linea retta normale all'asse, che passa per il punto A, toccherà la curva nel detto punto.

Mi si chiederà, qualmente l'applicata PO possa esprimersi per l'assissa AO, cioè per dx . Piglio per mano l'equazione locale del circolo: $2x - x^2 = y^2$ esponendo il raggio AD per l'unità. Essendosi stabilita $AO = dx$, regolo la formola su questa ipotesi, ed ho $2dx - dx^2 = y^2$. E perchè nel primo membro il secondo termine dx^2 svanisce, siccome incomparabile al primo resta l'espressione $2dx = y^2$, o sia $\sqrt{2dx} = y$. Per la qual cosa il valore dell'ordinata OP appartiene ad un genere d'infinitesimi infinitamente maggiori di quelle quantità minime dx , che prime si appellano. Ma di tali ordini di grandezze ho superiormente tenuto discorso, ed ora ne adduco un geometrico esempio.

VIII.

Non vogliono essere messe in dimenticanza le differenze seconde, pigliandosi da queste la norma generale di maneggiare le terze, e le quarte, e le altre tutte più lontane all'infinito. Nell'asse AD della curva ACE (Figura 3.) si assumano due elementi BG, GD vicini ed eguali, e condotte le tre ordinate infinitamente prossime BC, GH, DE, l'ultima delle quali protratta si unisca nel punto L colla secante CHL. Essendo simili, ed eguali i triangoli CFH, HIL, saranno uguali i lati FH, IL, e la intercetta EL, farà la differenza fra le due prime flussioni FH, IE, la quale pogerà al secondo grado, siccome d'ambo esse prime infinitamente più picciola: lo che si dimostra per via de' raggi combacianti. Esponendola dunque per la spezie $\mp ddy$, secondo che la curva volta all'asse AD il concavo, ovvero il convesso, si noti essere in primo luogo affatto indifferente, che si prenda in qualità di costante, o la $BG = dx$, o la $FH = dy$, o l'arco $CH = dx$, o qualunque altra flusione più composta del primo grado, o finalmente, che s'istituiscano i computi, senza valersi delle costanti. Tutte le predette posizioni tornano allo stesso, e ben adoperate, giusto le regole dagli Analisti prescritte, ci danno le conclusioni medesime.

Secondariamente la proporzione, o l'egualità, che passa fra due elementi della medesima classe, non resta in conto alcuno alterata, mentre all'uno, o all'altro di essi si aggiunga, o si levi una qualche grandezza spettante ad un genere più lontano. Nella curva AHE si segnino i due punti infinitamente prossimi H, E, dai quali si tirino le due toccanti HT, EN, che saranno fra loro, se non se uguali almeno adeguate, tutto che differiscano per le due flussioni $HE + UN$. Col surrogare a tempo e luogo in vece dell'uguaglianza l'adequazione si rende oltre modo agevole, e compendioso il calcolo differenziale, e sommatorio.

In terzo luogo guardiamci sopra tutto dal confondere insieme la posizione di quelle linee, che determinano la proporzione, o la grandezza degli elementi di qualunque ordine esser si vogliano, i quali nelle nostre ricerche vengono ad uso. Dappoichè si è ridotto a perfezione il computo, nel trattare le prime differenze si è proceduto con franchezza. Ma in ciò, che concerne il maneggio assai più difficile delle seconde, il Signor Dottor Giuseppe Suzzi primario Professor di Fisica nella Università di Padova, e mio stimatissimo Amico in alcune sue lettere a me indiritte ci ha fatti accorti, che parecchi valentuomini dalla malagevolezza della materia, non si fa come, si sono lasciati ingannare.

Si crederettero eglino, che prorogato l'arco inassegnabile CH assunto in figura di linea retta, o per parlare più esattamente la corda CH verso L, venisse questa a confondersi colla retta toccante la curva nel punto H. Sin a tanto che ci trattiamo nelle prime differenze la cosa va bene, e lo sbaglio è incomputabile, perchè l'adequazione salda le partite. Quando poi i problemi richiedono, che ai secondi elementi facciamo passaggio, l'errore si manifesta, e bisogna accuratamente distinguere la posizione della secante CHL da quella della vera tangente HM; conciossiachè tanto è lontano, che le due rette HL, HM coincidano, quanto che questa divide per mezzo l'angolo LHE, e taglia fuori l'intercetta ME, che non è già la seconda differenza di dy , ma solamente la sua metà, ed in conseguenza $= \mp \frac{dy}{2}$

Ora descrivendoci da un mobile la curva AHE in virtù di due differenti impressioni una, che lo spigne per la toccante HM, e non mai per la secante HL, e l'altra che lo accosta alla curva per lo spazio menomissimo ME; non si può a questo sostituire l'altro LE senza incontrar nell'assurdo; che si prendano per una sola due quantità dello stesso genere, che sono fra loro in proporzione doppia. Per la qual cosa consiglierai il Geometra, che entra nella regione de' secondi differenziali a considerare le curve composte di minimi archi circolari, piuttosto che come poligoni di lati infiniti, ed a far uso de' raggi osculanti.

Non è mia intenzione di fermarmi di proposito su i Canoni, che danno norma al calcolo delle grandezze infinitamente piccole di tutti i gradi, avendo a sufficienza fatto parola delle varie innumerabili divisioni, di cui la materia è capace, ed indicatene con brevità le regole, qualmente deggiano insieme paragonarsi. Soggiungo intorno gl'infiniti, che se si rispondono in ragion data, appartengono allo stesso genere, e soggiacciono alle leggi delle quantità finite. Che se la differenza consiste in una grandezza finita, si pigliano siccome eguali, o adeguati. E questi tal fiata non sono da trascurarsi, perchè una qualche recondita, e stupenda verità ci palesano. Per esempio il divario fra due conosciute serie armoniche all'infinito in frazioni continuate, ed ambo di sua natura infinite, si dimostra eguale all'area d'un dato circolo, o d'una iperbole. Se poi una magnitudine infinita è dell'altra incomparabilmente più grande, non si fa transito dalla minore alla maggiore, senza passare per ordini d'infiniti innumerabili, che ci stanno di mezzo.

Mi si permetta di svagare alquanto coll'aggiungere un corollario: ed è, che la divisibilità illimitata della materia, che scorre per tutti i gradi delle quantità minime, si oppone direttamente alle monadi Leibniziane. L'estensione corporea, di cui è formato un cubo palmare, è sostenuta dagli elementi, che si dicono di Natura, non estesi, ed indivisibili, ma fra loro distinti, e numerabili; atteso che di molte monadi una monade non si compone. Dimando quanti individui si adoperino a produrre il suddetto palmo cubico, giacchè la materia, di cui consta, non è sostanza, ma un fenomeno sostanziale a detta di Cristiano Wolff? Poco importa, che se ne assegni una moltitudine finita, o piuttosto infinita di qualsivoglia ordine; imperocchè essendo nel suo genere determinata, non può crescere, nè minorarsi. Ma non ripugna, che la menzionata materia si divida, e si separi in un numero di particelle o finite, o infinitamente minime assai maggiore di quelle, che alle predette entità indivisibili è stato accordato; dunque egli è necessario, che queste unità ammettano una nuova partigione, e si moltiplichino a misura del bisogno; o che a certi minutissimi corpiciuoli tocchi in sorta la metà, od una qualunque porzione di monade; ovvero che ci restino moltissimi atomi materiali dalle lor monadi non sostenuti: ed in tal guisa, quantunque non forniti della immaginata semplicità, passino ad essere vere sostanze, o pure si dileguino in nulla.

Non so a quale partito sieno gli avversari per appigliarsi. Diranno per avventura, che gli elementi Leibniziani sotto qualunque magnitudine, eziandio menomissima di materia, sono trascendentemente infiniti, e tanti; che per quanto il corpo si partisce, di gran lunga sovrabbondano. A questa spezie d'infinito assoluto niente si può aggiungere; perchè tale più non farebbe; e per conseguenza da qual maniera si caverebbero le altre monadi, che attualmente ad altri pezzi di materia si sottopongono? Nel seguente capitolo io dimostrerò essere onninamente impossibile, che le cose capaci del più e del meno, ed in particolare il numero, poggino ad un infinito assoluto, e trascendente. Le premesse illazioni, per qualsivoglia verso si guardino, superano talmente i miei concepimenti, che io non saperci come dar il nome alla scuola del Leibnizio.

CAPITOLO TERZO

Che non perviene sino al punto la divisibilità della materia.

I.

Galileo Galilei del metodo degl' indivisibili primo ritrovatore, dà in quali, siccome da semi, le nuove scoperte in Geometria pullularono, in adattando la sua compendiosa maniera ad alcune proposizioni per altra più malagevole strada già dimostrate da Archimede; in uno strano, e curioso paradossò diede di petto, che brevemente ad esporre mi accingo.

Sia (Figura 4.) il semicircolo ABC col rettangolo circoscritto AF, e tirate dal centro D le rette DE, DF, abbiati il triangolo EDF. Girate tutte e tre le predette superficie intorno l'asse BD, nasceranno tre solidi, cioè il cilindro AF, l'emisfero ABC, ed il cono EDF. Quinci condotta ad arbitrio l'ordinata GIKH parallela al diametro AC, e congiunti i due punti D, I col raggio DI, si rifletta, che il quadrato DI, ovvero HG è uguale ai due quadrati IH, HD, o pure HK, attesa l'uguaglianza delle due rette DH, HK; dunque il cerchio descritto col semidiametro HG, fezione del cilindro, è uguale alle due sezioni della semisfera, e del cono, cioè ai due cerchi generati dalla rivoluzione delle due linee HI, HK. E perchè in qualunque sito dell'asse DB si prenda il punto, con un pari giro di discorso la medesima verità si dimostra; ne segue, che l'aggregato degli infiniti cerchi componenti il cilindro AF si trova eguale alle due somme di tutti i cerchi, una delle quali costituisce l'emisfero ABC, e l'altra il cono EDF. Di conseguenza per il metodo degl' indivisibili il cilindro è uguale all'emisfero, ed al cono presi insieme: ma il cilindro è triplo del cono; dunque sta alla semisfera in ragione sesquialtera.

Raccogliasi per via di corollario, che levato da ambo i membri dell'egualità l'emisfero ABC, restano da una parte il cono EDF, e dall'altra la scodella nata dal rotamento del trilineo EAIB circa l'asse DB, i quali solidi sono fra loro eguali. Appresso si verifica, che la fascia circolare descritta dal rivolgimento dell'intercetta IG s'eguaglia al cerchio del cono, il di cui raggio è HK. Ma quanto più si accostano alle base ADC, tanto le zone si fanno più strette, ed i cerchi del cono più piccioli; attalchè l'ultima di quelle va finalmente a terminare nella circonferenza, ch'ha DA per semidiametro, e l'ultimo di questi nell'apice del cono, o sia nel punto D; dunque il centro D è uguale alla menzionata periferia: lo che ec. Sopraffatto dalla stravagante conclusione il Sagredo, uno degl'interlocutori de' Dialoghi Galileiani, ebbe a dire, non doverà con inurbane opposizioni guastare una sì bella struttura.

II.

II.

Messa sotto un altro aspetto la cosa, gl'inconvenienti si aumentano. Intorno il centro A (Fig. 5.) descrivasi il circolo BCDE, che col secondo cerchio minore FGHQ si divida per metà; onde questo sia eguale alla corona compresa dalle due circonferenze BCDE, FGHQ. Profeguiscafi la partigione, facendo, che il circolo interiore IKLP sia la metà dell'altro FGHQ, ed eguale alla zona esterna abbracciata dalle due periferie BCDE, MNOR, e si continui colla stessa regola all'infinito la suddivisione. E conciossiachè sottraendosi sempre quantità eguali da eguali, quelle che rimangono sono altresì eguali, ne nasce, che estenuata successivamente la fascia esteriore, per ultimo si confonderà colla circonferenza BCDE, ed impiccioliti sempre più i cerchi interni, si ridurranno finalmente al centro A; dunque si darà egualità fra il punto A, e la periferia BCDE.

Perchè poi posso suddividere i cerchi interiori per una parte, e qualsivoglia delle zone intermezze per l'altra, ovvero due zone prossime, o disgiunte a mia elezione; conchiuderò, che il punto A sia uguale a qualunque delle circonferenze, che nel vano del maggior cerchio, che non ripugna di ricrescere all'infinito, delineare si possono, e che queste tutte sieno parimente fra loro eguali, non ostante, che si rispondano in qualsivoglia proporzione assegnabile, e non assegnabile.

III.

Gli addotti assurdi ci fanno toccar con mano esserci un qualche vizio nel metodo degl' indivisibili, o vogliam dire degli eterogenei, conforme da alcuni Autori è stato denominato. Secondo me, il mancamento sta tutto nella supposizione, per cui si passa con troppa franchezza da genere a genere di quantità. Malamente si assume, che i punti sieno gli elementi delle linee; le linee delle superficie, e le superficie dei solidi; imperocchè per quanto un corpo si parte, e torna a partirsi, della sua natura mai non si spoglia, e la trina dimensione conserva. Può ben concepirsi sminuzzato in atomi infinitamente menomi di qualunque ordine, ma tutta via corporei, e divisibili. Se il partimento va a finire nel punto, e nell'individuo, che è un infinitesimo assoluto privo di parti, e d'ulterior divisione incapace, ci si parano innanzi le ripugnanze, e le contraddizioni, delle quali ho testè ragionato. La considerazione si applica del pari alle superficie, ed alle linee, le quali benchè sieno piuttosto quantità ideali, che vere, non vogliono però essere divise, salvo che in superficie, ed in linee.

Adoprata la opportuna correzione, svaniscono i paradossi Galileiani; attesochè surrogate nel progresso della dimostrazione dell'Autore, in cambio delle grandezze superficiali, cioè in vece dei cerchi del cono, e delle zone della scodella, i cilindri, ed i tubi cilindrici d'inassegnabile altezza (giacchè fra solidi, e non fra piani il paragone s'istituisce) si caveranno le medesime conseguenze immuni da qualunque sospetto d'errore: eccettuata però

254
 però quella, che facendo il punto eguale ad una data circonferenza, porta con seco l'assurdo. Finattantochè le fascie esterne, ed i cerchi prossimi al centro faranno quantità di due dimensioni, quantunque menomissime, starà salda la loro eguaglianza dipendente dalla premessa costruzione, nè si opporrà ai principj geometrici. E vaglia il vero gl' inassegnabili accrescimenti, o diminuzioni d' una grandezza variabile seguitano la Natura del tutto, e perciò la linea si aumenta per via di linee infinitesime, viene a dire x per dx , le superficie per gli elementi piani ydx , ed i corpi per le differenze solide ydx . Per la qual cosa il metodo Leibniziano, che contro questa legge inviolabile non pecca mai, va esente dai paradossi, e dai paralogismi, ed è stato meritamente preferito a quello degl' indivisibili.

IV.

Mi verrà opposto, che il Cavalieri, il Torricelli, e parecchi altri Valentuomini per tale strada anno scoperte verità importanti, ignote all' antichità, e dilatati, oltre ogni credere i confini della Geometria. Pare impossibile, che da un metodo fallace, e mancante siano nate moltissime legittime conclusioni. All' obbiezione mi faccio incontro, e dico, che i citati Scrittori anno conosciuti i difetti del metodo inculcando sopra tutto, che non si pecchi contro la diversità del transito, la quale consiste nel non istare ben intesi alla varia posizione degli elementi.

Convengo, che si può far buon uso di tal maniera di procedere; ogni qual volta però fra gl' indivisibili, e le quantità differenziali, si mantiene la medesima proporzione. Nello schema del Galileo si dimostra, che le sezioni circolari del cilindro sono eguali alle analoghe dell' emisferio, e del cono, e tali sono eziandio i cilindretti elementari, che i detti solidi compongono, ed esauriscono; dunque come cerchj a cerchj; così cilindri a cilindri sotto pari minime altezze. Quindi non è maraviglia, che servendoci noi o de' piani indivisibili, o de' picciolissimi corpicciuoli, per provare l'assunto; se ne deduca la stessa stessissima conclusione, vale a dire, che il cilindro sia eguale all' emisferio coll' aggiunta del cono.

Appresso soggiungo, che il metodo del Cavalieri è mal atto a misurare le linee curve per via di punti, o le superficie; e i corpi per mezzo degl' indivisibili curvilinei. Chi non cammina con tutta la circospezione, e dell' avvertenza proposta si dimentica, cade facilmente in errore: ed io potrei chiamare al sindacato molti Autori per altro famosi, e delle scienze matematiche benemeriti, i quali in qualche incontro anno mostrato d' essere uomini. Mi fo lecito di addurre il seguente esempio.

V.

Descritto il quadrante di cerchio ABC (Fig. 6.) pongasi la retta CD normale al raggio AC, ed uguale all' arco CB, indi tirata l'ipotenusa AD compiasi il triangolo rettangolo ACD. Alla maniera del Cavalieri io dimostrarò

255
 mostrò, che il triangolo suddetto è uguale al quadrante. Piglisi nell' asse AC il punto E a piacimento, e per il segnato punto E passi l' arco EH delmeato col raggio AE, e la perpendicolare EF ordinata al triangolo: conciossiachè le periferie simili sono come i semidiametri, avrassi CB:EH::CA:EA; ma CA:EA::CD:EF; dunque CB:EH::CD:EF. Il primo termine dell' analogia per la costruzione è uguale al terzo; dunque anche il secondo al quarto, cioè l' arco EH uguale all' applicata EF: Verificandosi ciò in qualunque sito del raggio AC si segni il punto E; interverrà, che gli archi circolari EH, GI ec. ad uno ad uno faranno eguali alle corrispondenti ordinate EF, GK; dunque tutti insieme a tutte insieme, e conseguentemente il quadrante CBA uguale al triangolo CDA; lo che ec.

Muto ipotesi, e procedo per via di elementi curvilinei. Fatto il rettangolo $cab =$ al quadrato CA (Fig. 6. e 7.) col semiasse minore ac , e maggiore ab s' intenda descritta la quarta parte cab d' un' ellissi apolloniana, il vano della quale sia riempito d' infinite curve ellittiche simili, lm, eb, gi ec. Scelti i due punti l, m , serbata la premessa condizione, fra gli assi al, am spettanti alla curva lm si pigli la media proporzionale AL, e dal centro A si descriva il quadrante LM. Ci vuol poco a dimostrare, che gli spazj circolari CBA, LMA, e gli ellittici cba, lma a coppia a coppia sono fra loro eguali; dunque tali faranno le due fascie CBML, $cbml$. Ora, se stando ferma l' egualità delle zone dipendente dalla costruzione, s' andranno esse sempre più estenuando, in maniera che passino dalle due dimensioni ad una sola lineare, e possano degenerar finalmente nelle due curve, CB, cb ; che sono gli elementi indivisibili delle aree, giusto i principj del metodo, di cui ragiono: s' avrebbe a concludere, che levando dall' una e dall' altra parte quantità sempre uguali, le rimanenti, cioè le curve CB, cb fossero fra loro eguali. Ma sono altresì eguali i due quadranti circolare CBA, ed ellittico cba ; dunque l' intero cerchio, e l' intera ellissi sono eguali d' aja, e circondati da perimetri eguali; dunque il cerchio fra tutte le figure di pari ambito non è la più capace: il quale assurdo sconvolge da capo a fondo la dottrina degl' isoperimetri. Oltre che, se così fosse, la rettificazione dell' ellissi dipenderebbe da quella della periferia circolare, la qual conseguenza non verrà menata buona da coloro, ch' anno penetrato più addentro nella interior Geometria.

Mi si dimanderà per qual cagione regge il metodo degli indivisibili; qualora si tratta di misurare il cerchio per mezzo delle circonferenze assunte siccome elementi dell' aree, e manchi poscia, quando il modo medesimo all' ellissi, ed alle altre figure curvilinee si trasporta. Soddisfaccio alla richiesta col riflettere, che presa la flussione $CL = EG$ le due corone circolari CBML, EHLG sono proporzionali alle loro basi CB, EH. Per la qual cosa quantunque io non approvi, che si mettano in opera gli elementi eterogenei; non per tanto adempiuta la premessa condizione, le illusioni saranno legittime. Tutto all' opposto nella ellissi, posta $cl = eg$, le due zone minime $cbml, ehlg$ non si rispondono in ragione delle curve cb, eb , che servono loro di base. In fatti s' io pongo la curva $bc =$ alla normale cd ,

cd, e compio il triangolo *acd*, farà vero, attesa la similitudine delle ellissi, che la curva *bc* s'eguaglia alla corrispondente ordinata *ef*; ma farà falso, che l'aja del triangolo *acd* sia eguale al quadrante ellittico *bca*. All' incontro messe uguali queste due superficie, gli elementi curvilinei *bc*, *be* non faranno altrimenti eguali agli analoghi rettilinei *cd*, *ef*: condizioni, che ammendue nel circolo si verificano. Non possiamo dunque, senza che s' infinuï il paralogismo, far transito da genere a genere di quantità, e valerli delle linee ellittiche, in cambio delle superficie.

VI.

Non ho creduto bene di risparmiar le parole, raggirando la materia per ogni verso, mentre si trattava di collocare in tutto il suo lume una verità importantissima, e fondamentale, che l'ultima analisi della materia non va mai a finire nel punto. Le ripugnanze geometriche, le quali risultano, ci convincono ad evidenza essere tale divisione impossibile di quella rigorosa impossibilità, che si dice assoluta, e metafisica, che va accompagnata dalla contraddizione. Il corpo per qualunque partimento non lascia d'esser corpo, e siccome in superficie, in linee, ed in punti ultimamente non si risolve, così de' predetti individui primieramente non si compone. Sono effimere astrazioni dell' intelletto umano, il quale per agevolarsi il concepimento delle affezioni corporee, separa le tre dimensioni lunghezza, larghezza, e profondità, mettendone in disparte una, o due, che bene spesso a suo proposito non vengono. Nè si può fare altrimenti; conciossiachè, specialmente nelle linee immaginarie, che per misurar le distanze, condotte da luogo a luogo si fingono, a cagion d'esempio dalla Terra al Sole, nulla rileva il considerarle le grossezze. E quando si stampa, per così dire, un triangolo in aria, congiungendo con tre rette i centri della Terra, della Luna, e del Sole, che importa a noi mostrarci solleciti intorno la profondità di questa piana superficie?

Dirò di vantaggio, che sebbene gl'indivisibili, in qualunque modo si prendano, nè sono in natura, nè sono possibili; ciò non arreca pregiudizio di sorta alla certezza della Geometria. Questa scienza attribuisce alle figure una perfezione, che non anno, e non sono mai per avere; imperocchè se si desse una sfera, un cono, un cubo esattamente tali; farebbe d'uopo il portar avanti sino al punto la partigione della materia. Punti individui farebbono il centro della sfera, l'apice del cono, e le punte degli otto angoli solidi del cubo. Ma di ciò briga non si pigliano i Matematici, i quali sapendo, che l'estensione può partirsi in infiniti ordini d'infinitesimi, e tal fiata siccome segni, e termini delle grandezze, anno il privilegio di scerre le quantità di quei generi, che meglio vengono a festa. Una linea retta, o curva, ch'io m'immagino generata dal flusso del punto, e la diffinisco una lunghezza senza latitudine, e profondità, farà, quanto basta, acconcia alle geometriche dimostrazioni, ogni qual volta le due dimensioni, dalle quali prescindendo, colla terza, cioè colla longitudine avranno una proporzione minore di qualsiasi data. Se la detta linea starà dentro i limiti del finito,

ogni grandezza infinitesima di qualunque grado può far l'ufficio di punto, segnandone il principio, ed il fine, e le intersecazioni con altre linee del medesimo genere. Qualora poi la nostra linea si concepe come variabile, e si pigliano di mira le sue differenze prime, e seconde, o di ordine più rimoto; egli è manifesto, che la quantità, la quale faccia figura di punto, si abilita sovente a diventar una linea; composta anch'ella de' suoi punti divisibili, tali però, che messi a confronto cogli assunti da prima, sono incomparabilmente più piccioli.

VII.

Dai principj stabiliti trae l'origine la licenza, che tutto di si arrogano i Geometri di contemplare le linee curve, e conseguentemente le superficie, ed i solidi sotto varj aspetti. Una curva regolare frequentemente si trasforma in un poligono d'infiniti lati, o per via delle corde, che fottendono gli archi minimi, o per mezzo delle toccanti inassegnabili, che esternamente gli stringono. Tal fiata si finge essa curva composta d'innumerabili archi circolari, che la combaciano da varj centri, e con diversi raggi descritti. Non solo in ambo le ipotesi, che secondo le occorrenze vengono ad uso, ma in tutte le operazioni geometriche, ed analitiche, e specialmente nelle progressioni d'infiniti termini decrescenti, il matematico piglia sempre per iscopo il punto, e di conseguenza non mette mai sotto gli occhi della mente, se non se quelle quantità, e quelle figure, che suppono di aver ridotte all'ultimo stato di perfezione.

Ben è vero, come altrove ho provato, che nelle cose, le quali ammettono il più ed il meno, indarno si cerca l'ottimo, ed in ordine a ciò un cerchio a cagion d'esempio perfettissimo è un impossibile. Tuttavia se l' intelletto non comprende l'ottimo, con esaurirlo; s'ingegna niente di meno di afferrarlo, con accostarvisi. Per evitare i disordini di sopra esposti, nascenti dall'assurdo partimento della materia perfino al punto indivisibile, concedasi, che non si può concepire una periferia circolare esattamente delineata, e che per quanto si divida, e si suddivida la materia, non si torranno di mezzo tutte le irregolarità; non è però impossibile conseguirsi, che i difetti all'infinito si vadano minorando. E perchè la minutezza delle parti non ha termine, e giunti che siamo ad un grado qualunque d'infinitesimi, non ci è vietato il passar oltre; la cosa si riduce a tale, che le mancanze, e gli errori sempre più estenuandosi, arrivano finalmente a dileguarsi, e per così esprimermi, ad equivocare col nulla.

VIII.

Lascio addietro le grandezze inassegnabili, e spiego le vele per correre maggior acqua. Ho dimostrato nell'antecedente capitolo, che nulla ripugnanza s'incontra, in distinguendo innumerabili generi d'infiniti reciproci agli ordini altresì innumerevoli degl'infinitesimi. E chi bramasse formar-

sene una idea distinta, e geometrica, pigli per mano il Libro del P. Ab. Don Guido Grandi *de infinitis infinitorum* scritto contro il Signor Varignon, in cui si prova, che gli spazj affintotici delle iperboloidi esposte dalla generale equazione $a^{n+1} = x^n y$ poggiano passo passo ad infiniti tali, che l'uno dell' altro è infinitamente maggiore. Ora nelle cose quante atte nate a ricscersere ed a scemare, conforme non si dà l'infinitesimo minimo; così neppure l'infinito massimo. Quello porrebbe fine al minimamento della materia; e questo all'aumentazione: laonde, se porta seco contraddizione una particella così picciola, da cui qualche cosa togliere non si possa; da pari assurdo va accompagnato quel tutto, cui nulla si possa aggiungere. In somma la quantità è di tal natura, che nè per un verso, nè per l'altro vuol essere fra limiti rinferrata. Una estensione, un numero, un tempo, una velocità, e che so io, assolutamente, e metafisicamente infiniti sono altrettanti impossibili.

E vaglia il vero, una sì fatta proprietà liberalissimamente alla moltitudine de' suoi atomi attribuisce Epicuro. Ma gli Aritmetici fanno, che il numero delle combinazioni, per cui possono gli atomi raccozzarsi insieme è sterminatamente più grande di quello degli atomi stessi, e che la proporzione tanto più si allontana, quanto più si accresce la moltitudine delle cose, che in tutte le maniere possibili si accoppiano. Per la qual causa non accorderò mai, che la coppia degli atomi Epicurei monti ad un infinito supremo, mentre io ne assegno un altro d'esso lui infinitamente maggiore.

Coloro, i quali vorrebbero, che lo spazio nudo fosse pure una qualche cosa, sono necessariamente obbligati ad immaginarfelo immenso, ed eterno, e d'una immensità, e d'una eternità tale, di cui nè la più vasta, nè la più lunga escogitare si possa. Agevolmente intendo, che la materia corporea fornita delle sue proprietà giunga fino ad un dato segno, oltre cui non si estenda: ma quando si tratta di prescrivere i confini del vacuo, la fantasia si perde; imperciocchè fuori d'essi se lo rappresentà infinitamente continuato. Lo stesso dicasi del tempo, che, ingolfandosi nella eternità, assorbe l'immaginazione. In tal guisa giusto il parere, o piuttosto il pregiudizio di questi filosofanti, l'infinito sommo, e metafisico si è l'attributo del nulla.

Senza il foccorso della Geometria non isperino i Fisici di formarli un giusto, e sufficiente concetto dell'infinito, almeno per quanto alla fiacchezza della mente umana è conceduto. Prima di tutto si spoglino delle vecchie anticipazioni, e mettan da parte certe dispute, che ad altro non servono, fuorchè a fomentare le loro immortali altercazioni. Quindi si lascino persuadere, che tutti gl'infiniti non sono eguali, che mal si confondono i relativi con l'assoluto, e che siccome quelli inconveniente alcuno in se non contengono; così questo si oppone alla natura della quantità, ed i suoi fondamentali attributi distrugge. Per ultimo non rallentino il freno alla fantasia, e non permettano, che ne' nostri divisamenti essa sottome tta l'intelletto, ed acquisti dominio sulla ragione.

Dalla premessa incontestabile dottrina spunta un importantissimo corollario. Se repugna, che le cose, nelle quali ha luogo il più, ed il meno, ascendano all'infinito trascendente; non sussistono però gli assurdi, e le contraddizioni, qualunque volta esso si accoppia coll'unità, e coll'indivisibile. L'intimo, ed inseparabile sentimento, per cui una sostanza fa di essere, e che coscienza si appella, è certamente uno, ed individuo; perchè in molti non può partirsi. Ponghiamo, che sia infinito quell'essere, che di se medesimo è contapevole, non solo ritien egli la prerogativa di essere perfettamente uno, ma, per nostro modo d'intendere, acquista l'altra d'esser unico. Ed attesochè a lui nulla può togliersi, e nulla aggiungersi, siccome a quello, che è fuori della linea delle cose quante, egli è infinito trascendente, che non ammette uguale, non che maggiore. In lui tutte le perfezioni in grado eminente si accumulano, anzi tutte in una sola si epiloga, ch'ei da se solo il suo essere riconosce.

A me pare, che questa idea cavata dal fondo dell'infinito, che dà parti non è composto, sia la più sacra, e la più acconcia a darci un qualche saggio della natura di Dio Ottimo Massimo, sebbene alle menti umane per ogni titolo incomprendibile. Le cose limitate, siccome prodotte da un ente infinito, della infinità in qualche modo partecipano. Così la nostr'anima d'innnumerabili cognizioni è successivamente capace, e tal fiata sotto un canone, o formola generalissima infinite ne abbraccia: e la materia può infinitamente crescere, e diminuirsi. All'incontro Iddio dotato d'una perfettissima indivisibile unità esclude da se gl'infiniti relativi, ed imperfetti di tempo, di numero, e d'estensione, o per dir meglio tutti in se stesso transcendentemente gli unisce, e raccoglie, delle loro imperfezioni spogliandoli. Per la qual cosa egli è immenso, e non occupa spazio; e terno, ma senza prima, nè poi; invariabile in se, e vario nelle sue creature. Egli beato in se stesso, e di se stesso, e sempre a se medesimo presente possiede tutta insieme una vita incommutabile, che non ha nè passato, nè futuro, nè principio, nè fine, ed in un indivisibile eterno momento consiste.

CAPITOLO QUARTO

Che l'universalità delle cose è regolata da un sistema temperato.

I.

DEggio prevenire una dimanda, che mi potrebbe esser fatta, cosa intenda io sotto il nome di sistema temperato. Dico per tanto aver luogo il temperamento, ogni qual volta il prossimo si sostituisce all'esatto, e tolta di mezzo l'indifferenza, l'indeterminato viene opportunamente a determinarsi. Le Arti tutte inventate dall'umana sagacità, delle modificazioni si vagliono; conciossiachè non condurrebbono mai a fine i loro magisterj, se in ogn'incontro la massima perfezione si prefiggessero. Per non ingolfarmi in una farragine d'esempj, un solo dalla Musica ne piglio ad imprestito.

Due Modi riconoscono in essa i Maestri, uno per terza maggiore, e l'altro per terza minore, i quali usandosi separatamente cogli accompagnamenti alla loro origine, ed alla loro natura appropriati (sopra di che non occorre far presentemente parola) sono ambo perfetti nel loro genere, e di temperatura non an bisogno. Per ampliare la varietà dell'armonia, ed accrescere con ciò il diletto, fa di mestieri accoppiarli insieme: lo che agevolmente si ottiene; mentre essendo sette le corde diatoniche, in sei esattamente i predetti Modi convengono, ed in una sola per un coma discorrono. Quinc' i sistemi musici temperati anno per iscopo di partecipare il menzionato coma, dividendolo, e distribuendolo in maniera, che i due Diatonici riescano all'udito adeguatamente giusti, ed a diverse basi appoggiandoli, nella medesima scala partecipata si uniscano. Si è preso dunque il partito di sconcertare le consonanze tutte per una parte appena sensibile del coma; piuttosto che addossare ad un solo intervallo il troppo notabil difetto.

II.

Il gran punto, che io prendo ad esaminare, si è, se l'Autore della Natura nel creare, e disporre la fabbrica dell'Universo siasi servito d'un sistema temperato, e se, attese le proprietà essenziali della materia, potesse fare altrimenti. Supposta per una parte la necessità metafisica, ed inevitabile del temperamento, il preferire per l'altra un sistema a tutti i possibili dipende certamente dal fine, e dall'elezione. Negli antecedenti Capitoli ho stabilito i principj, rimane, che nel presente io mi adoperi a cavare le conclusioni.

In

In prima io dico, che la materia non può mai conseguire l'esistenza, se non se per via di creazione. Il detto parerà coraggioso perfino a coloro, i quali, sebbene ammaestrati dalla Religione l'ammettono per vero, logudicano però indimostrabile. Sia da se la materia prodotta, e per uscire alla luce non abbia bisogno dell'opera altrui; ne nasce di legittima conseguenza, esser onninamente impossibile un pezzo di materia, che non esista. Essendo ella d'una natura medesima, e de' medesimi attributi essenziali fornita, non ha maggior giurisdizione di ridursi all'atto in una parte, piuttosto che nell'altra. E se così è, la materia esistente non va riposta fra le quantità finite, e nè meno fra gli ordini delle infinitamente grandi, che da me si appellano infiniti relativi; perchè non ripugnano d'essere aumentati. Resta dunque, ch'essa poggi ad un infinito assoluto, e supremo, di cui non possa darsi il maggiore, ed a cui nulla possa aggiungersi. Ma questa sorta d'infinito alle cose quante addossato porta con seco la contraddizione; adunque ripugna, che la materia abbia in se stessa la prerogativa d'essere da se medesima.

III.

Avuto in considerazione il tempo, ci si affaccia un pari inconveniente; atteso che la materia nello stesso stato mai non persiste, ed è soggetta ad innumerabili successive alterazioni, le quali prendendo norma dal prima, e dal poi, e distinguendosi in preterite, in presenti, ed in future, ci ammoniscono, che dal tempo si misura la durata della materia. Ora cadendo il tempo sotto la generale idea della quantità, io dimando, quanti secoli sono corsi da che la materia per la sua virtù innata è uscita dal nulla? Se mi si assegna un'epoca o finita, o pure relativamente infinita, chieggo, perchè non sia nata avanti, perchè non dopo. Non arrivo a capire, che essendovi stata una stagione, quanto fa bisogno molto lontanissima, in cui la materia non c'era, sia all'improvviso spuntato quel felicissimo istante, nel quale ella si è disposta a fare la sua novella comparsa.

Si dirà forse, non aver mai avuto cominciamento. Ed ecco di bel nuovo l'assurdo in campo; imperocchè conforme per un verso è impossibile, che una sostanza si conservi per un solo indivisibile momento, mentre il produrla, e l'annientarla farebbe una cosa medesima; così per l'altro verso agli enti, i quali alle mutazioni soggiacciono, non può convenire una eternità trascendente. Oltre che, per dare un'occhiata alla durazione assolutamente infinita, di cui si disputa, fa d'uopo, che addietro io mi rivolga; mercè che, quantunque essa vada tuttavia ricrescendo colla continua addizione d'anni, e di secoli; egli non è possibile, che l'avvenire mai si esaurisca: particolarità, che nè punto, nè poco si accorda coll'infinito sommo, e metafisico. Per la qual cosa mal possono conciliarsi insieme tempo successivo, ed eternità permanente; richiedendo questa, che si congiunga ciò, ch'è, con ciò, che fu, e che farà: privilegio supremo, e proprio soltanto di quella Coscienza indivisibilmente infinita, rispetto cui il tempo colle sue differenze svanisce.

IV.

IV.

Aggiungasi, che la materia non è una massa informe, ed immota. Essa è ridotta a sistema, agitata dal movimento, ed in minutissime parti divisa. Posto che si sia ab eterno da se medesima generata, ci si para innanzi una insolubile dubbietà, sino a qual segno cioè la sua partigione pervenga. Conciossiachè non potendo lo sminuzzamento progredire in fino al punto, e fermarsi nell' indivisibile, siccome a lungo è stato da me dimostrato, deducendo la cosa all' assurdo geometrico; chi saprà indovinare, qualmente si sia la materia da se determinata a non sortire dai limiti del finito, o pure da quelli d' un qualsivoglia ordine d' infinitesimi? Il gran principio della indifferenza, intorno cui nel primo libro ho impiegato un intero capitolo, non permette, che l' estensione inerte, di discernimento incapace dia norma alla propria divisione: altrimenti converrebbe addurre il motivo della scelta, impossibile ad allegarsi.

Ed in vero come mai può affettare una massa qualunque di sussistere piuttosto sotto un partimento, che sotto l' altro: ella, che per essere all' infinito divisibile, ad ogni stato senza pregiudizio della sua natura, e delle sue fondamentali proprietà del pari si accomoda? Sarei curioso, a qual fuffertugio fossero per ricorrere gli antichi Filosofi, e taluno fra moderni, affine di uscire da tal' impaccio. Appoggiati eglino al comune assioma, che il nulla non può abilitarsi a generar qualche cosa, non anno mai volto il pensiero alle difficoltà insuperabili, nascenti dalla indifferenza della materia. Poco loro costava, dietro la scorta, non già della ragione, ma della fantasia il fingerla eterna, ed immensa; e poi nulla badando, che la picciolezza alla grandezza è reciproca, anno ristrette dentro i confini del finito le particelle, che la compongono. In tal guisa adottarono una spezie di temperamento, ma sol per metà, e rallentando la briglia alla immaginazione, spaziarono per l' eterno, e per l' immenso. Trattandosi poi di partir la materia, non venne loro pensato di valicar ogni limite, e di discendere sino al punto, trattenendosi nelle regioni del finito senza render conto dell' arbitraria limitazione.

Se così adoperati si sono, perchè in vista delle loro ipotesi la faccenda non dovea camminare diversamente, oltre che non istà salda la congruenza, e l' analogia, sono incorsi in una palpabile petizione di principio. Il peggio si è, che trovandosi sempre da capo, mal soddisfanno all' obbiezione. Credono eglino, che nelle grandezze finite, le quali alle nostre comuni misure con assegnabile proporzione rispondono, non signoreggi l' indifferenza, e che esse sieno rinferrate da così angusto circuito, che di determinazione non abbian bisogno? Piglia anzi gli occhi dell' intelletto il più minuto atomo Epicureo, che si ritrovi in natura, e me n' immagino alquanti per la metà, o per la quarta parte più piccioli. Con ciò non isvago certamente fuori de' termini delle grandezze finite. Chi mi fa render ragione, per cui esse nel seno del niente sieno rimaste, e la necessità, o il caso non abbiano avuta forza di partorirle? Il punto sta, che dove

domina l' indifferenza, non ha luogo nè il necessario, nè il fortuito, e ci si richiede indispensabilmente una causa determinatrice.

V.

E' verissima, ed incontrastabile la proposizione del Signor Loke acutissimo Metafisico Inglese; che qualche cosa sia stata da tutta l' eternità; imperciocchè stabilito un tempo, in cui nulla c' era, nulla in progresso si farebbe mai generato. E qui ha luogo in tutto il suo vigore il vecchio pronunciato, che del nulla, e dal nulla non si fa altro, che il nulla. Ma la materia, e le cose tutte capaci del più, e del manco, e soggette a successive mutazioni, la durata delle quali si misura per via del tempo, non anno in se tanto capitale da creare se medesime; dunque da un Essere supremo trascendentemente eterno, ed in conseguenza assolutamente infinito deggono riconoscer la loro origine. Per cavarle fuori dall' abisso delle cose meramente possibili, in passando dall' idea all' opera, atteso che in altra maniera uscire alla luce non ponno, ci vuole una Sapienza, che comprenda tutto il possibile, una Potenza, che a tutto il fattibile si estenda, ed una Libertà, che all' infinita indifferenza dia regola.

E perchè farebbe Iddio debolissimo, se potesse produrre l' impossibile, cioè fare, e disfare nell' atto stesso la cosa medesima; abbiassi per indubitato, che la materia da Lui creata non è immensa, non assolutamente eterna, e non per fino al punto divisa. Per la qual causa ha dovuto Egli limitarla con tre necessarie modificazioni. La prima riguarda il tempo, che non può essere senza principio. La seconda piglia di mira la quantità, acciocchè non trascorra all' immenso, oltre i prefissi confini. La terza prescrive norma alla divisibilità, che non potendo giugnere all' indivisibile, dentro i termini stabiliti viene a ristignerli.

Ed ecco in che modo, e per quali ragioni s' introduca necessariamente nella Università delle cose il sistema temperato. Ricerca il temperamento, che si abbandoni nella linea della quantità il massimo, e il minimo, siccome impossibili, e che vanno a finire nella contraddizione. Appreso le magnitudini all' uno, ed all' altro estremo infinitamente ponno accostarsi, ma non toccar mai la meta; laonde stanno sempre nell' indeterminato, e niente mai si otterrebbe, se il loro flusso non si fermasse con una congrua determinazione. Ciò deriva in parte dalla natura della materia, che senza le debite limitazioni non può sussistere, ed in parte dall' arbitrio del Creatore, il quale in ordine a' suoi fini ha eletta una costituzione di Mondo opportunamente partecipata.

VI.

Innumerabili generi di grandezze sono tolte in mezzo dal punto, e dall' immenso. L' investigare di quali abbia Dio fatta la scelta, per valersene nella presente struttura, egli è un' arrogante curiosità, perchè non debbe la mente umana consapevole di sua fiacchezza in questo pelago, non

non ha fondo, ciecamente precipitarsi. Posso soltanto avvertire, che l'uomo, il quale nasce colla prevenzione di riputarsi la misura dell'universo, in qualunque altro mondo, sotto differentissime dimensioni fosse stato per avventura col'otato, crederebbe se stesso finito, e finiti altresì tutti que' corpi, che al suo proprio con una data proporzione corrispondessero. Ciò senza fallo accaderebbe; mercè che, quando si tratta di noi medesimi, facilmente confondiamo il relativo coll'assoluto. Per altro il finito, l'infinito, e l'infinitesimo abbianfi per vocaboli atti solamente ad esprimere un semplice rapporto, che prende norma dall'unità, che si assume, o ci piace di assumere. Così io sono tutto quello, che voglio essere, ora grande, ora picciolo, e relativamente o massimo, o minimo, secondo le quantità, colle quali io mi metto a confronto.

Coloro, i quali si mostran vaghi di penetrare ne' più cupi ripostigli del possibile, m'interrogheranno, se Dio possa creare de' Mondi in data ragione al nostro; ovvero che del nostro sieno infinitamente più ampi, o più ristretti. Io per me non ci vedo ripugnanza; conciossiachè, a cagion d'esempio, quantunque le linee rette, e curve, le superficie, ed i solidi facciano in talipotessi figura d'inaffegnabili paragonati con quelli, ch'abbiam sotto gli occhi, non soggiacciono tutta via ad alterazione di sorta i numeri, le proporzioni, e gli angoli. I numeri si applicano bensì a quantità di genere diverso, ma pure per la serie naturale procedono: e lo stesso dicasi delle ragioni fra grandezza, e grandezza, le quali fondandosi sul più, e sul meno, da leggi immutabili vengono regolate. Appresso fingasi un triangolo infinitamente picciolo, o grande, farà sempre vero, che i suoi tre angoli sono eguali a due retti. Per la qual cosa nel sistema, di cui ragiono, ed in qualunque altro sussistono nel loro vigore le verità eterne, vale a dire i teoremi della Geometria, ed i canoni dell'Aritmetica, e dell'Analisi. E sebbene le quantità integrali si suppongono inaffegnabili, non ostante ciò dalle creature ragionevoli di quel menomissimo universo verrebbero considerate, siccome finite, e fluenti, e perciò si farebbe uso delle flussioni prime, e seconde, e di tutto ciò, che appartiene al calcolo differenziale, e sommatorio.

VII.

Io non niego, che in sì fatte partecipazioni totalmente aliene da' nostri concepimenti la fantasia assuefatta a dipingere in se stessa le immagini delle cose quante, che a noi come limitate si affacciano, si confonda, qual ora si sforza d'estenuarle in modo, che diventino infinite. Ma per agevolarsene l'intelligenza, si di mestieri mettere attenzione, e ben fissare le grandezze, che rispettivamente si assumono per unità. Ad ognuno è noto, che ne' movimenti uniformi, il tempo applicato allo spazio ci dà la velocità; onde proviene la volgar espressione $\frac{s}{t} = v$. Si rifletta, che i due membri

dell'equazione sono due quantità eterogenee; avvegnachè lo spazio s , che si percorre, da una semplice linea ci viene rappresentato, e da un piano il pro-

prodotto del tempo t nella velocità v . Per tener ferma la legge degli omogenei moltiplico lo spazio s nell'unità esposta per a , ed in tal guisa si ha l'equazione compiuta $as = vt$, ed in conseguenza l'analogia $a : v :: t : s$. Ora posti l tempo t , e lo spazio s finiti, farà parimenti assegnabile la celerità v ; essendo impossibile, che un corpo cammini uno spazio dato in tempo altresì dato, se non si muove con una velocità finita. Per ciò l'unità assunta a entrà nell'ordine delle quantità finite, e non lascerà d'esser tale, quand'anche il tempo, e lo spazio si considerassero come crescenti per le differenze dt, ds , ed in quel minimo aumento costante la velocità; conciossiachè non c'è inconveniente, che tra due elementi minimi ci passi quella medesima proporzione, con cui si rimirano due finite magnitudini. Di più se il tempo, e lo spazio infinitamente ricrescono, possono tuttavia star salde le due grandezze assegnabili a , ed v , e conseguentemente il premesso analogismo $a : v :: t : s$.

In questo mentre nel picciolissimo mondo l'unità, che per comune misura si piglia, debb'essere infinitesima, e serbar corrispondenza col tutto, e colle parti componenti. Ne la cosa può stare diversamente; atteso che, se la velocità v appartenesse ad una classe di quantità infinitamente più grandi dell'unità assunta; il mobile prestissimo svagherebbe fuori de' confini del sistema, e la nostra costituzione di cose tutto verrebbe a sciogliersi, e a dissiparsi. Dello stesso genere dovrebbero essere il tempo t , e lo spazio s , e per conseguenza tutti e quattro i termini della premessa proporzione; perchè se si prendessero i due ultimi relativamente a' due primi in ragione, o minore, o maggiore di qualsivisa data; c'entrerebbe necessariamente la partecipazione a porci compenso. Ma circa l'accoppiare insieme nella medesima struttura quantità di ordini infinitamente lontani, ne faccio parola nel seguente capo verso: ed intanto io noto, che fatto buon uso dell'unità, tutte le nostre formole portate all'infinito, o all'infinitesimo del pari reggono, e sussistono.

Mi si opporrà, che spesso siate la proporzione delle parti mal risponde a quella del tutto; avendoci resi avvertiti il Galileo, che la statura degli animali, e delle piante non può ricrescere oltre una certa misura, altrimenti le ossa, ed i rami sotto il peso si fiaccherebbono. Così però non succederebbe, quando si aumentasse la coerenza, e la tenacità, e quand'anche i rapporti esattamente non si osservassero, non mancherebbero partiti al sapientissimo Autore della Natura, il quale a norma del temperamento da lui preferito, regolerebbe le simmetrie de' corpi organici.

VIII.

E' tempo ormai di farsi ad esaminare un punto di sommo rilievo per la Fisica, ed è: se nella presente costituzione, ed in qualunque altra possibile, in cui c'entri la materia colle sue innate proprietà (conciossiachè di quella sorta di mondi, che contener possono creature da' nostri concepimenti totalmente aliene, è una temerità il ragionare) la divisione delle particelle elementari si fermi nel finito, inteso il vocabolo relativamente all'unità assunta.

ta, conforme di sopra mi sono spiegato. Voglio dire, se ridotto il sistema nostro alla debita, e necessaria partecipazione, il più picciolo elemento, che si rinvenga in Natura, risguardi con una data ragione le comuni misure; oppure il finito sia talmente misto coll'infinitesimo, che si diano innumerevoli particole, che rispetto alle altre siano minime, ed inassegnabili; per modo che l'Universo, in cui viviamo, si componga di grandezze, le quali ad ordini incomparabilmente diversi appartengano. Si può raggirare la questione per un altro verso, e cercare, se la mole totale del mondo, paragonata, a cagion d'esempio, col globo terraqueo sia uno di quegli infiniti relativi conosciuti solamente da' Geometri: laonde se ripugna, che la materia occupi un'assoluta immensità; almanco tanto si stenda, che superi finalmente tutte le magnitudini da noi chiamate finite.

Molte investigazioni, che ci vengono in mente, sono malagevoli a svilupparfi. Tale si è la proposta, intorno cui si può procedere, piuttosto per via di conghietture, e di congruenze, che di dimostrazioni. Io per me giudico, mentre mi si permetta di esporre i miei sensi liberamente, che l'università delle cose, in cui Dio ci ha collocati, sia relativamente a noi, limitata, e per quello appartiene all'estensione, e per quello concerne il partimento della materia. Ed in vero, sin a tanto che gli elementi, dall'aggregato de' quali i corpi maggiori si formano, e paragonati fra loro, e con i composti delle cose, che ne risultano, sono tutti del medesimo genere, in qualunque modo si dispongano, e prendano qualsivoglia figura, non introdurranno mai quantità tali, che aspettino ad un ordine più minuto. Similmente nelle comunicazioni de' moti, e negl'impulsi delle forze continuamente applicate, gli spazj, i tempi, e le velocità non fortiranno dai cancelli delle grandezze assegnabili. E sebbene le figure dei solidi non giungono ad una scrupolosa esattezza; ciò poco importa, perchè, non potendosi colla divisione progredire fino all'indivisibile; egli è indifferente muover un passo di più, o di meno, mentre per quanto viaggio si faccia, non si toglie l'imperfezione.

IX.

Disputando io contro l'opinione del Signor Nievenzit, ho mostrato, che ammesse due classi di quantità una dell'altra infinitamente maggiore, siamo stretti ad introdurne una serie, che mai non finisce. Per recarne un esempio, la particella minima m animata dalla velocità finita U urti nella massa M incomparabilmente più grande costituita in riposo, e facciasi la distribuzione del moto giusta le leggi de' corpi molli. Dopo il colpo ambo le masse procederanno colla velocità comune espressa per $v = \frac{mU}{m+M} = \frac{mU}{M}$,

giacchè m rispetto ad M svanisce. Sarà dunque la velocità restante $= v$ infinitamente minore della primitiva U . Di bel nuovo la massa m colla velocità conservata u percuota un altro corpo $= M$, e compiuta la collisione

ne, avrassi la celerità nascente $u = \frac{m u}{m+M} = \frac{m u}{M}$, e surrogato in vece di

u il suo valore $= \frac{mU}{M}$, farà $v = \frac{m m U}{M M}$. Così all'infinito si cammina, e

si raccoglie, che le velocità, le quali passo passo ci si presentano esposte per la formola generale $\frac{m^n \cdot U}{M^n}$ vanno in maniera estenuandosi, che ad innumerevoli

generi di grandezze inassegnabili pervengono di grado in grado infinitamente più menome.

Per la qual cosa sarebbe d'uopo trascorrere fuori de' limiti del temperamento prefissi, se il temperamento medesimo non mettesse compenso all'inconveniente. E' una verità da tenerfi sempre a memoria, che nelle cose quante il minimo, ed il massimo assoluti, e trascendenti sono due impossibili. In ogni sistema dunque moderato dalla partecipazione, conformemente hanno a determinarsi particelle tali, di cui non si danno le più picciole; così si arriva all'ultima velocità, di cui non si dà la più lenta. E quando pare, che l'ipotesi, come nel caso addotto, altrimenti richieda, sappiasi, che l'effetto non segue; osservandosi tutto di, che un corpicciuolo non fa impressione in uno di vasta mole, almeno per quello concerne il moto locale, spendendosi il fievole impulso in una leggerissima ammaccatura. Sovente bisogna modificare le proposizioni de' Matematici, mentre si applicano alla Fisica, valendosi delle temperature da essi, o non curate, o non conosciute. Non può frattanto negarsi, che quanto più si moltiplicano le classi delle quantità eterogenee, tanto più ha luogo l'indifferenza, e tanto più si dee far uso delle partecipazioni.

Appresso esaminando io la sentenza del Signor Fontanelle dei finiti indeterminati, ho chiaramente provato, che tra le grandezze infinitesime, dette del primo grado, e le finite ci stanno di mezzo innumerevoli ordini di quantità sterminatamente maggiori delle prime, e minori delle seconde, e che si fatta progressione è talmente inesauribile, che non ci può tener dietro intelletto umano. Nel finito si cammina a passi misurati, ma nel far transitò da genere a genere si procede per via di salti, non potendo noi avere, se non se una confusissima idea de' gradi intermezzi. Iddio solo tutti ad uno ad uno li distingue: e perchè la sua intelligenza va del pari con la sua possanza, per costruire un temperato sistema, poteva egli eleggere a suo piacimento alquante ordinanze disparate di grandezze eterogenee, ovvero metter in essere tutte quelle, che stanno rinferrate per un verso, e per l'altro fra due termini, che circoscrivono il temperamento. A me sembra, che amendue le proposte maniere troppo dalla semplicità si discostino, e che si ponga a campo un massimo apparato di cose per ottenere pochissimo.

Oltre modo vasto si è l'ambito del finito, e bastante a somministrare al Creatore una miniera inesaurita, onde si organizzò il nostro Mondo, e si soddisfa alle apparenze della Natura. Il prossimo, che si ha supplisce all'esatto, che non puote averfi, con quest'avvertenza però, che quanto più gli atomi elementari, ne quali si termina la partigione della materia s'allontanano dal punto, e piegano verso l'immenso; altrettanto è maggiore il divario fra l'esatto ed il prossimo. Ed atteso che la differenza è relativa, in qualunque genere di quantità noi fossimo collocati, sempre finita la crederessimo.

Abbiasi un poligono regolare d'un milione di lati, il cui diametro sia d'un palmo. Gli Artefici non aguzzeranno mai tanto la punta del compasso, che giungano a delinearlo. E pure non sarebbe questo un perfetto cerchio, al quale s'anderebbe accostando più da presso, se i lati si moltiplicassero all'infinito. Ma cosa poi si guadagna, avuto riguardo alla capacità, all'uso della figura? tanto poco, che non mette conto l'inoltrarsi a maggior precisione. Perciò non mi lascerò mai persuadere, che Dio, il quale, stante la ritrosia della materia, non può introdurci l'ottimo, almeno al più semplice non si appigli, e che dia mano ad una macchina incomprendibilmente composta partecipante dell'infinitesimo, o dell'infinito, per aggiungere agli effetti una perfezione appena sensibile. Di più nella scienza fisica non interverrà mai, che per esplicare un qualche fenomeno, abbiasi a ricorrere a grandezze misuratamente minori, o maggiori delle comuni. E quando ciò mi venisse ad evidenza provato, adesso per allora prometto di mutar linguaggio, e di ritrattarmi. Intanto stia salda la massima capitale, e dimostrata, che l'economia della Natura si appoggia ad un temperamento, tal quale si possa essere, e che su questa base stabile io fonderò in buona parte le fisiche perquisizioni. Se mi servirò in alcuni più astrusi problemi delle differenze di varj gradi, giusto lo stile de' Geometri, sappiasi, che esse ridotte a dovere equivaleranno ai minimi fisici.

CAPITOLO QUINTO

Della impenetrabilità, e della inerzia della materia.

I.

Ognuno facilmente comprende ammonito dalle quotidiane sperienze; che la materia è impenetrabile, o come altri la chiamano solida, e consistente; conciossiachè nè un corpo duro s'apre la strada traverso d'un mezzo fluido, se questo dai lati prontamente non cede; nè una massa solida urtando in un'altra della stessa natura può avanzar cammino, se non caccia di luogo l'ostacolo. Spogliata di tal proprietà la materia, altro non resta, salvo che una pura ideal estensione, o come altrove mi sono espresso, una mera capacità, atta a contenere dei veri corpi, che in essa per avventura si collocassero, ed in conseguenza una privazione sfornita di moto, di forza, di resistenza, in cui non si può concepire nè causa, nè effetto, nè azione, nè reazione.

Non così agevolmente s'intende cosa sia inerzia, attributo talmente, per così dire, sepolto nel fondo della materia, che non è stato conosciuto dagli antichi Filosofanti. Anco tra moderni alcuni ce ne sono, che non ne forman distinta idea, e fra le immaginazioni de' Fisico-Matematici la ripongono. Costoro non ammettono ne' corpi, se non se la trina dimensione, ed il moto, e sì fattamente di questo loro concepimento, siccome semplicissimo, s'invaghiscono, che non si avveggonno, ch' esclusa l'inerzia, o la ripugnanza al cangiamento di stato, irreparabilmente la reale estensione, ed il movimento distruggono. Affinchè si dileguino queste tenebre, che offuscano gl'intelletti; mi accingo a provare, essere l'inerzia una conseguenza della impenetrabilità. Io presentemente piglio per mano un'azione, nella quale c'interviene il moto locale: delle altre in progresso discorrerò. Abbiasi la sfera A (Fig. 8.); che con una determinata velocità urti nella palla B immota, ed amendue siano molli, e non guarnite di forza elastica; onde dal ribattimento una seconda azione non nasca; io dimando qual effetto possa prodursi, compiuta la collisione. Tre differenti ipotesi mi fingo, che tutte e tre si vogliono esaminare.

II.

E primieramente mi può cadere in pensiero, che seguita la percossa, il movimento si estingua, e che il globo A nell'atto di colpire il corpo B di botto si fermi, e perda tutta la sua forza viva, senza che ne comunichi alla massa B una qualsivoglia porzione. Ma chi non iscorge, che non essen-

domi difetto di accrescere, quanto mi piace, la velocità della palla A; e senza ripugnanza di sorta supporla all'infinito aumentata; vengo ad attribuire alla sfera B una inerzia maggiore di qualunque assegnabile, che non possa esser vinta nè pure da una infinita energia?

L'assurdo che mi si para innanzi, mi costringe a mutare supposizione. M'immagino che dopo l'urto ambo le sfere camminino di conserva colla velocità primitiva, da cui prima dell'azione il globo A era animato. In tal positura di cose cresce all'infinito la massa B, e congiunti in una somma i due corpi A + B, avremo un complesso di masse maggiore di qualsiasi dato procedente colla celerità iniziale; ed in ordine a ciò il vigore dell'effetto supera infinitamente quello della propria cagione: con che si sconvolge da capo a fondo il gran principio stabilito nell'antecedente libro, che tra le azioni delle cause, e le reazioni degli effetti dee passare una stretta uguaglianza. Poichè nel caso, su cui ragiono, la velocità, che da principio risiede nella palla A, in essa senza punto diminuirsi si conserva, e non ostante ciò tutta intera al globo B si comunica; di modochè l'intoppo nulla opera, come se non ci fosse, e come se la suddetta sfera A per lo vanò il suo viaggio continuasse; convien dire, che l'inerzia della massa B sia nulla, ed oziosa l'impenetrabilità; atteso che passando il corpo paziente dalla quiete al moto, ed in conseguenza cangiando stato; in conto alcuno non perturba, nè diversifica la costituzione del corpo agente.

Ora fra le due ipotesi estreme, una delle quali ci dà l'inerzia infinita, e l'altra ce la dà nulla, e che vanno accompagnate da repugnanze, e da contraddizioni, la germana, e la legittima ci sta di mezzo. Compiuta la percossa, le masse A, B, quando altro impedimento non osti, progrediranno con una velocità comune, ma sempre minore della primitiva. In tal guisa si mantiene l'analogia fra la cagione, e l'effetto; mercè che se per una parte ricresce la quantità della materia messa in movimento; si minora per l'altra con giusta misura la celerità, e nello stesso tempo sta salda la forza viva, che da principio nel globo A risiedeva, la quale distribuendosi a due masse, ed impiegandosi in qualche altro effetto, viene congruamente modificata. Per la qual cosa si scopre, che il corpo B, mentre sia obbligato da una particolare azione a mutare stato dentro i confini del finito, è dotato d'una assegnabile inerzia; conciossiachè posta nulla l'inerzia del globo B, l'altro A niente perderebbe della sua forza; e se all'incontro fosse maggiore di qualunque data, non lascierebbe vincersi da una forza limitata.

III.

Facciasi, che la palla B diventi infinitamente picciola, in tal caso non s'induce alterazione di stato nella massa A, la quale trasportando con seco la B, non perde, salvo che un grado menomo di velocità espresso per dV , e conseguentemente un grado minimo di forza viva $= A V dV$, come si potrà raccogliere da ciò, che diremo intorno alla comunicazione del moto fra i corpi molli. Le masse per tanto elementari ripugnano al cangiamento di stato con una inerzia proporzionale alla quantità della ma-

teria in esse contenuta, la quale può computarsi per nulla. Ma se la sfera B all'infinito ricresce, persiste nella sua quiete, acquistando solo un grado inassegnabile di celerità. E sebbene la velocità dV minima della prima classe moltiplicata per una massa infinita ci dà una quantità di moto finita; si rifletta però, che la forza viva comunicata al corpo B si trova essere infinitamente picciola, siccome $= B \cdot dV^2$. In questa posizione l'inerzia in-

2

finita del corpo B fa sì, che la sola palla A muti stato, e faccia transito dal moto alla quiete, impiegando tutta la sua forza in una scambievole ammaccatura. Essendo dunque inabile a superare l'inerzia smisurata della molle B, si converte a cozzare con quella parte, che sostiene il colpo, e ne vince l'inerzia, imprimendoci una contusione.

Mi sono trattenuto alquanto sulle due ipotesi di limite, nella seconda delle quali tutta l'energia della palla A in contusione si spende, e nella prima una porzione soltanto infinitesima se ne consuma. Quinci si comprende ad evidenza, cosa succeda ne' casi intermezzi, ne' quali la forza della sfera A in doppio effetto s'impiega, e si distribuisce, parte nella vicendevole ammaccatura, e parte nel comunicare al globo B il movimento, cui debbe aggiungersi quello, che nel corpo A si conserva.

IV.

E qui richiamato a memoria l'assioma, che la Natura non cammina per via di salti, si avverta, che qualora un mobile si accelera, o si ritarda appoco appoco; le scale delle velocità riferite ai tempi, e quelle delle forze vive per rapporto agli spazj non sono mica curve rigorosamente geometriche, ma piuttosto fisiche, corrispondenti alla prestabilita divisione della materia, ed alla scelta del presente temperato sistema: lo che basti d'aver insinuato una volta per sempre.

M'immagino, che la massa A giunga appena a toccare la B, e dal mutuo contatto piglierà il suo cominciamento l'azione, e la reazione. Ed avvegnachè egli è impossibile, che si diano corpi forniti d'una durezza assolutamente infinita, e nè tampoco relativamente tale, come l'esperienza ci insegna; fa d'uopo, che nell'atto stesso in cui principia la contusione, s'imprima al corpo B un grado fisico di forza viva, quantunque impercettibile, e che un simile altresì minimo si tolga alla palla A. Qui comincia a far di se mostra l'inerzia proporzionale alla quantità impenetrabile della materia: e sebbene sono molto picciolissime le alterazioni di stato, non si creda però, che persistendo invariata la massa, ricresca, o si minori l'inerzia. Egualmente ad ogni elemento di forza viva acquistato dal corpo B, o perduto dal corpo A ripugna quella pigrizia costante, che in essi risiede; conciossiachè costituiti o in moto, o in quiete conservano immutabilmente la medesima ritrosia a qualsivoglia nuovo, quantunque minimo, cangiamento di stato. Chi potesse, seguito il primo colpo, arrestare l'impeto della massa A, o divertirlo altrove; accaderebbe, che il corpo B, affetto

fetto dalla menoma forza acquistata camminerebbe all' infinito per lo spazio inane con eguali, e lentissimi passi: ed in tal caso l'inerzia appoggiata al mobile B a se stessa sempre uniforme lo accompagna, e custodisce, per così dire, la guadagnata infinitesima forza viva: conseguita la quale, con pari ripugnanza la sfera B si riduce alla sua primiera quiete.

In questo mentre continuando a predominare la velocità nella sfera A, egli è necessario, che sottratti il secondo impulso, indi successivamente il terzo, ed il quarto, e così di mano in mano: con che si minora la celerità del mobile A, si aumenta quella del corpo B, e ricresce di tempo in tempo la reciproca ammaccatura, sinattantochè, replicato il numero pressochè innumerabile delle fisiche impressioni, si riducano finalmente ambe le sfere a progredire di conserva con pari velocità. Allora cessa l'azione, e per conseguenza la reazione; conciossiachè una massa non può spingere avanti l'altra, quando questa con egual prontezza si sottragga alla percossa. In sì fatto incontro non diversificandosi punto la costituzione de' solidi messi in movimento, se ne sta onninamente oziosa l'inerzia; non essendoci motivo, per cui abbia ad esercitare il suo ufficio. Per la qual cosa siccome le forze vive, non già di salto, ma passo passo si guadagnano, e si perdono, e le variazioni di stato in qualsivoglia massa gradatamente procedono; così l'inerzia appoco appoco si vince: e siccome la mutazione totale di stato, compiuta interamente l'azione, si compone di tutte le precedenti insensibili mutazioni; così quanti gradi di forza viva si vanno successivamente accumulando, o distruggendo, tante fiate s' induce un novello mutamento di stato, ed altrettante si replica la ripugnanza, con cui ad ogni minima variazione ugualmente si oppone l'inerzia. Ma di ciò si ragionerà nel seguente Capitolo.

Ed ecco messa in chiaro l'economia della Natura, la quale non fa mai passare il movimento da corpo a corpo, se non se per via di forze sollecitanti continuamente applicate: altrimenti procedrebbe di salto, e con un solo impartibile impulso, ed in un momento di tempo una porzione della energia del mobile agente A nel paziente B si trasfonderebbe. Tocca poi all'inerzia, o alla corpulenza della massa il distribuire con leggi immutabili la forza, che tutta da principio nel solo corpo A risedeva. E qui opportunamente si noti, che nel caso nostro io ravviso tre ripugnanze al cangiamento di stato, due rispetto alle forze vive, ed una concernente le forze morte. Contrasta la massa B in facendo transito dalla quiete al moto, e la massa A nel perdere una parte della sua forza, ed amendue i corpi senza ritrosia non ammettono il mutamento delle figure cagionato dalla vicendevole contusione. Non separo questo elemento in due; perchè, sebene mi è noto quanta forza primitiva nella doppia ammaccatura si consumi; non so poi, in qual proporzione si divida, attesa massime la varietà delle figure, e la diversità delle materie.

Avverto frattanto, che ogni percossa non porta con seco il moto locale. Egli è vero, che durante la quiete, non fa il suo ufficio l'inerzia, perchè non s'introduce mutazione di stato. Ma senza che il corpo intero si trasporti da sito a sito, basta, che in qualunque modo si turbi l'ordine, e la connessione di molte, se non se di tutte le particole, che lo compongono. Ciò fassi per via di piccole successive alterazioni, e di movimenti appena percettibili al senso, dai quali non va mai disgiunta l'inerzia.

Troppe spezie di resistenze mette in pratica la Natura, per assorbire in parte, o per estinguere totalmente la forza viva, di cui è fornito un mobile. Di tal genere sono la coesione, l'intralciamiento delle fibre, la tenacità, la costipazione, ed i fregamenti. E se tal fiata c'entra la forza di molla, interviene, che l'efficacia dell'azione si consumi tutta, o pressochè tutta nel porre in tremito la massa paziente. Così lo scoppio delle bombe, e de' fulmini scuote gagliardamente la vasta mole d' un tempio, o d' un palagio, e le interne fermentazioni agitano sì fattamente la Terra, che diroccano i più robusti edifizj.

Certi solidi per altro duri, ma nel tempo stesso fragili, e mal coerenti, come il vetro, ed il marmo spinti violentemente contro un ostacolo fermo, corrono rischio di spezzarsi, e talora spargono all'intorno delle schegge minute, che dal loro tutto impetuosamente si staccano. Bisogna tener gli occhi chiusi, dove lavorano gli scultori; imperocchè i colpi del martello s'impiegano a separare, e a far volare per l'aere i minuti frammenti, che dalla pietra viva disgiungonsi.

Frequentemente un mobile cacciato con istraordinaria prestezza trova più facilità a penetrare, e a forare l'intoppo resistente, che a muoverlo di luogo. L'esperienza ci documenta, che una palla da moschetto sparata contro alquante porte situate in linea, e sospese dai loro gangheri, onde possano agevolmente girarsi, buca, per esempio, le due prime, e nella terza si ferma, producendo in essa una semplice ammaccatura. Quanto è più celere la palla del piombo, in più breve tempo resta la porta pertugiata, e tanto minor moto locale in essa s'imprime; a tal che si rende appena sensibile: laddove quanto più tempo si spende nel bucare le tavole, e particolarmente, se l'ultima d'esse riceve soltanto una contusione, tanto è maggiore l'arco di cerchio, che intorno ai cardini si descrive.

A bello studio ho messo in vista le differenti fogge, con cui l'inerzia dà motivo alle resistenze di attutare le forze vive; acciocchè chiaramente si comprenda, quanto vadan lontani dal vero coloro, che nella comunicazione del movimento non arrossiscono d'affermare, che nulla forza si spende nella vicendevole contusione: quasi che si possa mai dar effetto in Natura, cui una qualche cagione non corrisponda. Tanto è pernicioso alle scienze l'amor di parte, che sostenendo a tutto costo una opinione tenacemente radicata, riduce gli uomini a conseguenze oltre ogni credere assurde.

Le prefate resistenze operano in figura di forze morte successivamente applicate, e ricevendo in se stesse la forza viva, che passo passo il mobile va perdendo; per gradi menomi il corpo da essa animato in tutto, o in parte ne spogliano. Nel primo caso l'impedimento stasene immoto, e non trafigge da sito a sito; perchè l'azione intera contro quella porzione, su cui cade il colpo, soltanto si esercita; ovvero alle volte scuote, e mette in tremito le fibrille elastiche, dalle quali è composta la massa reggente, restando poscia il tremore dalla resistenza dell'aere sopito, ed estinto. Nel secondo caso, se la contusione non assorbe, per così dire, tutta la forza viva, che nel corpo in moto risiede, egli è indispensabilmente necessario, che la residua un qualche effetto produca: il quale in altro non può consistere, se non se in cacciare avanti l'intoppo, ed in comunicare ad esso il moto locale.

VI.

Ad oggetto di ben comprendere, quale sia l'ufficio, che all'inerzia; ed alla impenetrabilità della materia compete, e così dar compimento alla presente ispezione; giudico opportuno l'investigare, con che regole nel congresso de' corpi le forze vive si compartiscano. A norma della ipotesi assunta, nella collisione delle due masse A, B si esponga per V la velocità primitiva della palla A, e dicasi u la celerità variabile, che il mobile B in vigore degli iterati urti va passo passo acquistando. E per agevolare i calcoli, tanto la velocità costante V, quanto la massa B, lo che ci è concesso di fare, pongansi eguali all'unità.

In qualunque stato si trovino i due solidi A, B, egli è certo, che il loro comune centro di gravità viaggia per la stessa direzione, e colla medesima velocità, e conseguentemente in essi si mantiene in solido la quantità iniziale del moto $= AV$; onde ha luogo nel caso nostro in ogni circostanza la legge secondaria de' Cartesiani, la quale non si diversifica punto nel principio, nel progresso, e nel fine della mutua azione, e reazione. Per la qual cosa se nel momento, in cui cammina il globo B colla celerità u, cercheremo, con quale velocità proceda il corpo A, la troveremo espressa per la quantità $\frac{A-u}{A}$.

Dopo ciò ricorro al canoné principale Leibniziano, che ci dà primieramente la forza viva variabile dalla massa B acquistata $= \frac{B \cdot u^2}{2} = \frac{u^2}{2} = f_2$

indi quella, che nel mobile A si conserva $= \frac{A-u^2}{2A} = F$, e per ultimo u-

na terza forza, che nella reciproca contusione si spende, la quale ci si ren-

de

de nota; sottraendo dalla forza primitiva $\frac{A \cdot V^2}{2} = \frac{A}{2}$ le due teste asse-

gnate $F = f_2$; laonde, ridotti i computi, abbiamo, $\frac{A+1}{2A} \times$

$$\frac{2A \cdot u - uu}{A+1} = b.$$

E qui si noti, che qualora la forza b consumata nell'ammaccatura è la massima, i corpi A, B, già compiuta la prima azione, procedono in figura di masse molli con pari velocità $= \frac{A}{A+1}$, e per rinvenirla basta valerli del

metodo de' massimi, e de' minimi. E determinata una volta essa celerità, vengo in cognizione della forza impiegata nella contusione, cioè $\frac{A}{2 \cdot A+1}$

$= b$. Nel modo medesimo si misura la forza viva acquistata dalla palla B $= \frac{u^2}{2} = f = \frac{A^2}{2 \cdot A+1}$, ed inoltre l'altra, che la sfera A in se stessa

ritiene, cioè $F = \frac{A-u}{2A} = \frac{A^2}{2 \cdot A+1}$. Ora conviene paragonare insieme

le predette forze. Le due vive, una, che si conserva nel mobile A, e l'altra, che si trasfonde nel corpo B, viene a dire $F : f$ stanno in ragione di $\frac{A^2}{A+1}$

$:\frac{A^2}{A+1} :: A : B$, o sia in proporzione delle masse. Appresso essendo

$f : b :: \frac{A^2}{2 \cdot A+1} : \frac{A}{2 \cdot A+1} :: A : A+1$; farà la forza comunicata al cor-

po B, a quella, che nell'ammaccatura si spende; come la massa A, alla somma delle due masse $A+1$: e di più come $F : b :: \frac{A^2}{A+1} : \frac{A}{A+1}$

$:\frac{A^2}{A+1} :: A : A+1$.

M m 2

Con-

Convertita poscia in analogia l'equazione $\frac{A}{2 \cdot A + 1} = b$, avrassi $A + 1$:

$$2 \cdot A + 1$$

1, ovvero $A + B : B :: \frac{A}{2} : b$; dunque come l'aggregato d'ambo le masse

$A + B$ alla massa B costituita da principio in quiete; così la forza primitiva

$\frac{A}{2}$, o pure $\frac{A \cdot V^2}{2}$ alla porzione, che nell'ammaccatura si consuma. Quindi

ci dividendo, $A : B :: \frac{A \cdot V^2}{2} - b : b$. Ma se dalla forza iniziale $\frac{A \cdot V^2}{2}$

sotto la b , che nella contusione si adopera, ho la somma delle due forze vive, che risfeggiano nelle sfere A, B ; dunque siccome la massa A , alla massa B ; così le suddette due forze vive $F + f$ alla terza b . Ed in ordine a ciò come le due forze, dalle quali sono separatamente animati i corpi A, B ; così la loro somma all'altra, che in morta si trasforma, cioè $F : f :: F + f : b$.

VII.

Elegantissima si è la distribuzione di queste forze, le quali mostrano d'aver colle masse una stretta corrispondenza. E sebbene non può negarsi, che l'inerzia ne' corpi dipenda dalla quantità della materia; tuttavia la Natura regola talmente le mutazioni di stato, che per lo più non adotta, come nel caso precedentemente considerato, le più semplici analogie. Me ne somministran l'esempio i solidi guarniti d'una perfetta virtù di molla. Terminata l'azione, si rimette interamente l'elastro, e diventa nulla quella parte della forza primitiva, che nella costipazione s'era consumata. E perchè la forza $\frac{A \cdot V^2}{2}$ in due soli elementi si divide; sappiamo di certo, che si

tolge al mobile A la forza viva dal corpo B guadagnata. Ripetuta pertanto la formola $\frac{2A \cdot u}{A + 1} - u^2 = \frac{2A}{A + 1} \cdot b$, facciasi $b = 0$ giusta l'ipotesi, ed

avrassi $\frac{2A}{A + 1} = u$. A prima vista si scopre, che la velocità del globo elasto

fico B riecresce al doppio sopra quella, con cui camminava in figura di molle nell'istante, che sta di mezzo fra la compressione, e la restituzione della molla, e che conseguentemente procede con forza quadrupla =

4. $\frac{A^2}{2 \cdot A + 1} = f$. In questo mentre la forza restante nella palla A si esprime

me per $\frac{A - u^2}{2A}$, e collocato in vece di u il valore testè trovato $\frac{2A}{A + 1}$, ha-

si l'equazione $F = A \times \frac{A - 1}{2 \cdot A + 1}$, indi l'analogia $F : f :: \frac{A - 1}{2 \cdot A + 1} : 4A$.

Corollario. Posso determinare il valore della massa A , per modo che le forze F, f si rispondano in qualsiasi proporzione di $n : 1$. Per la specie n contraffegno qualunque grandezza maggiore, o minore dell'unità. Sarà

per tanto $\frac{A - 1}{2 \cdot A + 1} = 4nA$, e maneggiata l'espressione colle regole dell'Algebra comune, avrassi $2n + 1 \pm \sqrt{4nn + 4n} = A$. Ambo i valori di A sono positivi; conciossiachè nell'apotome $2n + 1 - \sqrt{4nn + 4n}$ il quadrato del primo membro = $4nn + 4n + 1$ supera per l'unità la quantità $4nn + 4n$ posta sotto il segno radicale; dunque la radice $2n + 1$ è maggiore dell'altra $\sqrt{4nn + 4n}$, e conseguente il valore più picciolo della massa A è sempre affermativo. Per la qual cosa non incontrandosi l'assurdo, che la massa A ci comparisca in figura di negativa; il problema proposto ammette una doppia fisica soluzione.

Vogliasi la proporzione d'egualità fra le due menzionate forze; onde sia $F = f$, ed $n = 1$, e scopriremo i due valori di $A = 3 \pm \sqrt{8}$. Ma se fosse $n = 0$; la duplicata espressione di A in una sola si riunisce, cioè $A = 1 = B$; caso, in cui essendo pari le due masse A, B , la prima perde tutta la sua forza, che intera si trasfonde nella seconda; per guisa che la forza nulla della palla A , compiuta l'azione, sta a quella della palla $B = A$ in una ragione minore di qualunque data. Similmente se la specie n cresce fino all'infinito, ci si parano innanzi due valori di $A = 2n \pm 2n = \begin{cases} 4n \\ 0 \end{cases}$, cioè

uno quadruplo della magnitudine infinita n , e l'altro nulla, o meglio infinitamente minimo. Ma queste si prendano siccome espressioni di limite.

CAPITOLO SESTO

Si continua a ragionar dell' inerzia.

I.

M Eglio forse delle espressioni analitiche, la geometrica costruzione ci porrà anzi gli occhi l'andamento delle forze fin ora considerate. Comincio dal soddisfare alla prima equazione $\frac{A-u^2}{2A} = F$. Prendasi (Fig. 9.)

la indefinita CDE, siccome linea dell' assisse crescenti, che dinotano le velocità u , ed anno l'origine nel punto C; e fatta $CD = A$, dal vertice D col parametro doppio di CD descrivasi la parabola FDH, e questa ci darà il luogo cercato. La seconda formola locale $f = \frac{B \cdot u^2}{2}$ chiede il trilineo

parabolico CTR, il cui apice sia in C, ed il lato retto $= \frac{2}{B} = 2$. Resta,

che si delinei la scala di quella spezie di forze, che nell'ammaccare si esercitano, e che ci vengono esposte dall'equazione $\frac{2A}{A+1} \times u - u^2 = \frac{2A}{A+1}$

$\times b$, la quale appartiene altresì ad una terza curva parabolica. Determino dunque nella linea delle assisse la retta $CM = \frac{2A}{A+1}$, e partendola per

metà, alzo la normale $KL = \frac{CK}{2}$, ed intorno l'asse LK descrivo una pa-

rabola, che passi per il vertice L, e per i due punti C, M. Ho superiormente provato, che quando si giunge alla massima confusione KL, la forza b in tal effetto impiegata si esprime per $\frac{A}{2 \cdot A+1}$, o sia per $\frac{CK}{2}$. Così

lo stesso metodo, giusto i varj valori della quantità $\frac{2A}{A+1}$, s' intendano

delineate le parabole CID, CZP, le quali in progresso verranno ad uso. In tal guisa compiuta la costruzione, ne segue, ch' essendo, a cagion d' e-

fem-

fempio, la frazione $\frac{2A}{A+1}$ uguale alla base CM della parabola CLM, se si

dinota per Ca qualunque velocità variabile u acquistata dal mobile B, le tre ordinate ad , ab , ac ci rappresentano le tre forze F , f , b , cioè le due prime vive, una, che nella massa A si conserva, l'altra, che al corpo B si comunica, e la terza, che si spende nell'ammaccatura. Ed atteso che la forza iniziale $\frac{A \cdot V^2}{2}$ si contrassegna per la retta CF, ovvero ae , e la palla

A nel nostro caso mantiene in se stessa la forza ad ; ne nasce, che la forza da essa perduta si esponga per l'applicata ed , e si uguagli all'intercetta cb , viene a dire alla forza ab partecipata al mobile B più la ca , che nella confusione si perde.

II.

Io non istò a segnare partitamente la intersecazione fra le curve FDH, CID, ovvero CZP, e nè tampoco quelle tra le dette due curve, e la terza CTR, quando ad esse venisse sovrapposta: lo che non si è fatto per evitare la confusione nelle figure. Ciò significa, che in cert' incontri le forze vive F , f si pareggiano, e che alle volte l'una, e l'altra di esse s' eguaglia alla forza b , che nella mutua compressione de' corpi si consuma.

Fia meglio trattenerci per poco sulla economia di queste forze. Egli è certo, che la forza viva risiede da principio nel solido A. E perchè esso non si spoglia di tutta in un solo momento; egli è necessario, che per comunicarla al corpo B, si replichino le successive impressioni, le quali nella posizione da me assunta fanno un doppio effetto; cioè a dire, cacciano avanti la palla B, e nel contrasto fra le due sfere una vicendevole confusione producono. Amendue gli effetti, come ognun vede, dalla forza iniziale procedono, e sono regolati dalla impenetrabilità, e dalla inerzia. Quindi calando passo passo la forza nel mobile A, fino ad estinguerli totalmente, ed anco sovente tornar a rinascere, e a pigliar lena, ma con direzione contraria; si aumenta di grado in grado quella, che al corpo B si partecipa: colla condizione, che se tal fiata alla primitiva si uguaglia, non giunge mai a superarla; perchè nol consente la debita corrispondenza fra la cagione, e l'effetto.

La terza poi, per cui i corpi mutan figura, e nell'urto si comprimono, seguita uno stile diverso; conciossiachè cresce da principio, a misura che crescono le ordinate nella femiparabola CLK: ma pervenuta al sommo la confusione esposta per l'asse KL, se le masse sono molli, cessa l'azione, ed ambo camminano con pari velocità. All'incontro, se i corpi d'una squisita virtù elastica sono dotati; nell'atto di rimettersi si minora la forza, che nell'ammaccatura s'era perduta, fino a diventar nulla nel punto M, quando la massa B procede colla velocità CM: e così la forza viva interamente si restituisce, e colle debite modificazioni tra i due solidi A, B si comparte.

Que-

Queste diminuzioni pigliano norma dalle applicate decrescenti nell'altra metà KLM della suddetta parabola: e perchè i due rami CL, LM sono eguali, e similmente posti a destra, e a sinistra dell'asse KL, mi somministrano un bell'esempio dell'uguaglianza, che passa nel caso nostro fra una serie di azioni, e l'altra di reazioni.

Altrove ho insinuato, e presentemente lo replico, che quella porzione di forza, che nelle reciproche contusioni s'impiega, non si divide in due parti eguali; per guisa che la metà di essa si adoperi contro il corpo A, e l'altra metà contro il corpo B. Non ha qui luogo il principio delle azioni, e delle reazioni preso in tutto rigore; ed alcuni su questo punto sono caduti in errore; conciossiachè le differenti magnitudini, figure, e durezza de' solidi o molli, o elastici non permettono, che delle accennate forze si faccia una pari distribuzione. Ben è vero, che considerate, non già separatamente, ma insieme unite, abbiamo della lor somma una precisa misura, che ci viene rappresentata dalle ordinate ac , KL della parabola CLM.

Segno pertanto due punti a , g egualmente distinti dal mezzo K, e le velocità Ca , Cg crescano per l'elemento costante $+ du$; ne segue, che la forza ac spesa nell'ammaccare per la differenza dell'applicata $ac = db$ positivamente si aumenta; ed all'incontro, che la forza $gb = ac$ si altera per la medesima differenza, ma negativa $- db$. La spunzione dunque di forza viva, che in un caso si perde, nell'altro si riacquista: e ciò succede quando il corpo B è affetto, prima dalla velocità Ca , e poscia dalla Cg , l'aggregato delle quali $= CM$ s'eguaglia alla massima celerità, che ad esso corpo possa essere comunicata.

III.

Per maggior chiarezza anno tre casi a distinguersi. Le basi delle scale paraboliche dinotanti le forze, che nelle contusioni si perdono, ci vengono esposte dalla frazione $\frac{2AB}{A+B}$, o meglio, chiamate x queste basi variabili,

dall'analogia $A+B:2B::A:x$. Quindi, se la massa A supera la B, essendo il primo termine della proporzione maggiore del secondo; anche il terzo eccederà il quarto: quindi la corda CM dell'arco parabolico CLM farà minore più, o manco di CD, secondo la varia relazione di maggior inegualità fra le due masse A, B. Per la qual cosa la curva locale CLM, che nella presente posizione dà norma al compartimento della forza primitiva $A \cdot U^2$, c'insegna, che se i corpi sono molli, la velocità finale partecipa al

mobile B, ed altresì la restante nel mobile A, si esprimono per CK metà di CM, ovvero per $\frac{AB}{A+B}$; e di più, che l'asse KL metà dell'assisa CK di-

nota quella forza maggiore, che nell'ammaccatura possa impiegarsi; e che

le due ordinate, che partono dal punto K, e vanno a terminare nelle curve DF, CT, ci danno la misura delle forze, una, che compiuta l'azione nel mobile A perfinite, e l'altra, che al mobile B si comunica. Se poi i solidi A, B sono perfettamente elastici, si noti che la celerità terminale del corpo B cresce al doppio sopra la CK; che arrivata a tal segno, l'applicata nel punto M esponente la forza nell'ammaccare confusa diventa nulla; e che le forze vive, da cui si trovano animate le sfere A, B, uguali in solido all'iniziale nel modo addotto si determinano. Non importa l'avvertire, che la parabola CLM sta tutta al di sotto dell'altra FYD, che tal fiata la tocca, e bene spesso in due punti la taglia, e che sempre incontra in un punto la curva CTS. Ci vuol poco a vedere le conseguenze, che da tali intersecazioni si cavano.

La seconda ipotesi è la più semplice, in facendosi $A=B$. Viene essa accompagnata da una particolarità, che la base del luogo parabolico CID coincide colla linea $CD=A$. Le illazioni sono simili alle già dedotte; se non se che nel punto D svaniscono le due ordinate spettanti alle due parabole CID, FDH: e ciò significa, che guadagnata dal mobile B la massima velocità CD, di cui è capace, si è reintegrata totalmente la forza viva $A \cdot \frac{U^2}{2}$,

e che ad esso si è tutt'addossata; per guisa che nel corpo A ridotto allo stato di quiete non ne rimane vestigio.

Il terzo caso merita una particolare ispezione. Posta la massa A minore di B, la base, per esempio CP della parabola CZP, è maggiore della linea CD, ma non mai tanto, che del doppio la superi. Segnata dunque $DE=CD$, qualunque siasi l'analogia di minore inegualità fra i due solidi A, B, interverrà, che la suddetta curva locale tagli l'asse fra i due punti D, E, accostandosi, secondo le circostanze, ora all'uno, ora all'altro estremo. In questo mentre, non avendo ancora il corpo B acquistata la velocità intera CP, ma soltanto una parte d'essa, cioè CD; la linea CDE delle assisse crescenti tocca nel vertice D la parabola FDH; ed in tal punto l'ordinata corrispondente diviene zero. Con ciò la costruzione ci ammonisce esserci un istante, in cui il mobile A di tutta la sua forza primitiva si spoglia, e sta per un momento in riposo, e quasi in bilancia fra due moti direttamente opposti.

E perchè non si è ancora totalmente rimessa quella sorta di forza, che si è spesa nella contusione, la quale ci viene anzi rappresentata dalla retta DO; due conclusioni ne nascono. La prima, che la differenza fra le due forze XZ, DO è bastante, per toglier al corpo A il residuo di forza viva, che si era in esso conservata, mentre camminava in figura di massa molle. La seconda, che seguitando ad agire la predetta forza DO, a guisa d'un elastico compresso, che collocato fra due corpi per un verso, e per l'altro si dilata; non solo aumenta la forza del solido B già messo in moto, ma cominciando dalla quiete stimola il mobile A, e gl'imprime a poco a poco que' gradi di forza viva, de' quali è scala il ramo parabolico DQH. Così terminata l'azione nel punto P, qualora la molla il suo stato naturale ha

ricuperato, procede la palla B colla sua solita direzione, e colla forza PR, e la sfera A colla forza PQ in senso contrario.

E sebbene il ramo DQH ci dà indizio col suo andamento, rispettivamente alla positura dell'altro ramo FYD, che la celerità del globo A per mezzo della quiete passa dal positivo al negativo; ciò non ostante, stendendosi amendue i rami dalla medesima parte dell'asse CDE, impariamo una importante verità, che le forze vive xy, PQ, che ai due diversi rami appartengono, sono del pari affermative, e che la Geometria d'accordo con la Fisica ammette bensì velocità, ma non forze negative.

IV.

Ho battuta una strada piana, appoggiandomi ad un esempio assai semplice, acciocchè il Lettore senz'imbarazzarsi in calcoli di lunga lena, ed in costruzioni intralciate, si formi una qualche idea dell'economia, con cui si distribuiscono le forze. So benissimo, che il celebre Signor Leonardo Eulero si è servito d'un metodo più ingegnoso, e più magistrale. Fa egli nascere le leggi delle comunicazioni dei moti dalla teorica delle forze continuamente applicate: ed un Fisico non può dispensarsi dal ben capirne il progresso, come altresì dal ponderare ciò, che ci ha aggiunto il P. Vincenzo Riccati della Compagnia di Gesù nel suo Trattato delle forze vive. La cosa riesce a maraviglia ne' casi di limite, quando cioè l'elastro collocato fra due corpi, attese le circostanze, in cui opera, o si riduce al massimo restringimento, ovvero spiegandosi, ricupera la sua natural dimensione. Nel primo incontro camminano ambo le masse in figura di molli, e nel secondo di elastiche. Ma nelle posizioni intermedie il problema è di difficilissima soluzione; perchè i più fini artifizi dell'Analisi ci abbandonano.

I due subbietti, de' quali fo parola, sono stati separatamente maneggiati dai Fisico-Matematici, e con varj giri di raziocinj le proposizioni ad essi spettanti si leggono accuratamente dimostrate; laonde pareva, che nulla si potesse bramar di vantaggio. In questo mentre niuno, ch'io sappia, prima del lodato Eulero s'era accorto, che le verità già conosciute, ed in apparenza disparate si dessero scambievolmente la mano, o almeno non se ne scorgeva la loro immediata connessione. Ci voleva dell'industria ad accoppiarle insieme, e a farle pullulare amendue dal principio generalissimo delle azioni.

In fatti se la Natura non va di salto, ed i movimenti, e le forze, che fanno transito da massa a massa, a gradi menomi si accrescono, e si minorano; si producono, e si estinguono; ci doveano entrare indispensabilmente i conati inassegnabili, da cui i mobili sono successivamente accelerati, e ritardati. Per la qual cosa, quantunque non ci siano note frequentemente le leggi, e le scale moderatrici delle azioni, e delle resistenze; aveasi senza esitazione a ricorrere alle formole fondamentali $f ds = mdu$, $rd s = -mdu$, e tal fiata alle secondarie $f dt = mdu$, $rd t = -mdu$, ed opportunamente integrandole, a luogo, e a tempo valerfene.

V.

V.

Mi accosto più da vicino, ad investigare le proprietà dell'inerzia, e molto ci gioveranno le premesse osservazioni. Ma prima conviene toglier di mezzo un'ambiguità. Bisogna distinguere la ripugnanza a mutare stato dall'attuale mutazione; conciossiachè l'una dall'inerzia unicamente dipende, e l'altra dalla forza estrinseca, che vi s'impiega. Ogni corpo è composto d'una quantità determinata di materia impenetrabile, nè altro soggetto si escogiterà mai, su cui si fondi l'inerzia: la quale conseguentemente non può ricrescere, o diminuirsi, se non si aumenta, o minora la massa. E se la massa stessa persiste invariata; non c'è ragione, per cui la ripugnanza al cambiamento di stato abbia a diversificarsi. All'opposto le mutazioni di stato, di cui qualsivoglia corpo è capace, sono infinite, e si misurano dalla efficacia della cagione agente, che la procura.

Per la qual cosa una quantità limitata di materia è sempre guarnita della stessa stesima inerzia, in qualunque circostanza si trovi, o di movimento, o di riposo; imperciocchè conserva in se medesima l'innata ritrosia al mutamento del proprio stato. Non vorrei che taluno s'immaginasse, che impressa una volta in un mobile una data forza, la sua inerzia si fosse almanco in parte vinta; onde acquistasse una maggior facilità, a riceverne di nuova; e tanto più prontamente, quanto fosse più grande la forza partecipata. Un corpo messo in moto si rinviene in una costituzione particolare, e permanente, nella quale in eterno persevererebbe, se da una qualche impressione forestiera non ne venisse rimosso. In tal positura di cose mantien esso intatta la sua solita repugnanza, per cui ricusa del pari, e di guadagnare novella forza, e di perdere la già acquistata. Presa per comune misura l'inerzia conveniente allo stato di quiete; si dee inferire, che sussiste sempre la stessa anco in quello di movimento.

VI.

Considerata l'inerzia sotto questo aspetto, pare, che non resti abbracciata dall'idea della quantità; se non se in quanto si associa colla massa; ed in tal senso può essere grande, e picciola, infinita, ed infinitesima, secondochè è appoggiata a masse degli ordini assegnati. Io lascio a ciascuno la libertà di usar le parole a suo piacimento, purchè si tenga fermo, ch'essa non ricresce, nè scema per un altro titolo, cioè a dire perchè un dato corpo, a cui è addossata, a variare stato è frequentemente costretto.

Come dunque in tali mutazioni si comporta l'inerzia? Atteso che la forza viva, che nella causa risiede, in passando da massa a massa, o dividendosi fra più corpi, invariata senza punto alterarsi persiste; convien dire, che abusivamente all'inerzia si dia il nome di forza. Non va certamente tra le forze vive riposta; mercè che col moto, e colla quiete ugualmente si accoppia, ed una data quantità di materia nell'una, e nell'altra positura è del pari pigra, ed inerte. Non si debbe tampoco annoverare tra le forze morte

resistenti, le quali coi replicati innumerabili ostacoli estenuano passo passo la forza viva, ed in progresso totalmente la estinguono. Ciò non succede nell'inerzia, che ripugna bensì al cangiamento di stato, ma senza infievolire nè punto, nè poco la forza viva, che lo introduce.

Mi si chiederà, qual dunque è il concetto, che dell'inerzia abbiamo a formarci, e quale il suo vero ufficio, per cui in un certo modo tempera essa le azioni, e le reazioni? L'incomparabile Cavalier Nevvton, che più interamente l'ha conosciuta, soleva chiamarla una virtù insita, da cui la materia va sempre accompagnata. Per la qual cosa non le conviene, a parlar esattamente, la nozione di forza, o viva, o morta, nè quella di vera causa, o di effetto reale. Essa nulla di nuovo in Natura produce, nulla distrugge; ma modera soltanto le forze d'amendue i generi, che da tutt'altro principio, fuorchè da lei, riconoscono la loro origine. Non si adopera dunque, salvo che in distribuire le forze, che per avventura si trovano in azione, e ciò con qualche rapporto alle masse: e questo si è l'unico effetto, o per dir meglio, l'unica particolarità, a cui viene abilitata. Conciossiachè la pigrizia de'corpi non ha vigore di minorare la forza primitiva, e molto meno di accrescerla, ma semplicemente in compartirla s'impiega: laonde io la riporrei sotto la classe delle condizioni puramente determinanti, di cui non mancano gli esempi in Fisica, e le quali secondo le circostanze fan sì, che nasca l'una piuttosto, che l'altra distribuzione, salva sempre l'energia della cagione operante, che a varimento non è soggetta.

VII.

Insistendo sull'addotto esempio, sia la forza iniziale, da cui è animata la palla $A = A \cdot U^2$ prima di comunicare il moto alla palla B, e seguita

2

la collisione giusto i canoni de'corpi molli, ci si presenti in tre membri divisa. Una parte rimanga nel mobile A, la seconda al solido B si partecipi, e la terza nella doppia ammaccatura si spenda. Egli è certo, che la somma delle predette tre forze alla primitiva s'uguaglia, e che niente di nuovo concernente la quantità delle forze stesse in Natura o si annichila, o si crea. Conseguentemente altro non succede, se non che quella forza, da cui era affetta la sfera A avanti l'urto, e che stava, per così esprimermi, nel solo corpo A epilogata, appoco appoco abbandona in parte il suo primo soggetto, ed entrando in un altro, in più porzioni equivalenti al suo tutto si divide. Ed è notabile, che finattantochè l'azione si compie, ad ogni minimo passo ambo le masse A, B successivamente mutano stato, e che una novella partigione della forza totale, a norma delle leggi esposte, di tempo in tempo s'introduce. Se poi ne'corpi elastici le due contusioni gradatamente si restituiscono, torna in campo l'inerzia restia ad altre differenti mutazioni di stato, e nasce una nuova economia ne'successivi compartimenti della forza iniziale.

Non

Non è difficile a comprendersi, d'onde provenga l'inerzia, proprietà innata della materia, ed inseparabile dall'essere corporeo. Essa è una cosa medesima coll'impenetrabilità, ed in ordine a ciò un attributo soltanto passivo, che consiste nella ripugnanza a cangiare stato in proporzione della massa, e fa sì, che ogni corpo nell'acquistare, o perdere la forza eserciti una pari ritrosia. La solidità della materia ricusa assolutamente d'essere penetrata, ma non già di ricevere in se stessa dall'agente estraneo una qualche impressione: e per quanto l'azione sia molto picciolissima, tale sarà bensì la reazione, ma di necessità dovrà nascere l'effetto corrispondente. Per la qual cosa una massa ammette non senza contrasto un grado minimo di forza partecipata; perchè nell'atto medesimo alla causa operante lo toglie: sebene l'opposizione è così fievolissima, che lascia vincersi da qual si sia infinitesimo impulso. In simil guisa si discorra intorno l'inerzia superata da qualunque effusione di forza viva, che ad ogni passo si comunica al corpo paziente, e l'obbliga a mutare stato, non ostante la natia ripugnanza; e si conchiuda, che l'impenetrabilità, e l'inerzia, le quali nelle assegnate proprietà del pari convengono, sono lo stesso stessissimo attributo inserito nella materia, che unito alla trina dimensione ne costituisce l'essenza, e che con due differenti vocaboli significanti una sola cosa si esprime.

La palla A dotata di forza viva urti nella B posta in quiete; egli è palese, che la prima non può proseguire il suo viaggio, se non penetra la seconda, o pure se non la caccia di luogo. La sfera B non consente d'essere penetrata, perchè non sarebbe un corpo: è bensì pronta a cedere al colpo; ma non può farlo, se non si muove con qualche celerità, e non acquista una porzione di quella forza, che risiedeva nella palla, che la perseguita. E questa come perderebbe in parte la sua forza, se non fosse inerte, ed impenetrabile? Anco le contusioni importano cangiamento di stato; perchè quando un solido muta figura, non persiste nella sua primiera costituzione. Ed in tanto nell'ammaccare si consuma forza, in quanto le particole, su cui cade la percossa, siccome impenetrabili a variar di sito sono costrette.

E perchè in ogn'incontro sta saldo l'assioma, che l'aggregato degli effetti ben misurati s'uguaglia alla somma delle cagioni, o sia nell'atto, che il movimento si trasferisce da massa a massa, o sia dopo terminata la comunicazione; s'inferisca, che l'impenetrabilità, e per conseguenza l'inerzia, non può in altro adoperarsi, fuorchè nel procurare una giusta distribuzione della forza primitiva, regolandosi il partimento sulla quantità della materia, la quale, siccome subbietto, la predetta virtù insita sostiene.

Appresso un qualsivoglia corpo, o che si muova, o che stia fermo, è sempre ugualmente impenetrabile; imperocchè questo attributo essenziale alle cose materiali non ammette accrescimento, o diminuzione, se non se in quanto può aumentarsi, o scemare la massa, che in ogni sua particella eguale è corredata d'una pari impenetrabilità. Ma similmente, conforme ho di sopra provato, una quantità data di materia è guarnita della stessissima inerzia, in qualunque circostanza si trovi, o di riposo, o di movimento, conservando in se medesima l'innata ripugnanza alla mutazione del proprio stato; dunque torna in campo l'illazione, che nelle stesse proprietà

eliat.

esattamente convengono l'impenetrabilità, e l'inerzia; dunque non c'è motivo, per cui abbiano a distinguersi, e a separarsi.

VIII.

Dopo aver ragionato quanto basta intorno la ripugnanza a cangiare stato, mi faccio a considerare, in che consista, e da qual origine la reale mutazione provenga. Queste due particolarità affatto diverse non vogliono insieme confonderli. La materia in qualità d'impenetrabile, ed inerte, lungi dal promuovere qualsivisa mutazione, vi si oppone indefessamente. Il corpo varia di stato ogni qual volta è costretto a ricevere nel suo seno un grado di forza, che non aveva da prima, o a perderne una porzione, di cui era precedentemente fornito. Il cangiamento attuale di stato adunque ricresce, o scema, conforme che alla massa viene impressa, o levata dagli agenti estrinseci una maggiore, o minore quantità di forza, e per conseguenza è proporzionale a cotale forze o tolte, o impartite. Ma qual principio riconoscono esse, se non se le azioni delle forze morte, o vogliam dire i conati minimi, che al corpo paziente si vanno a gradi a gradi applicando? Dagli sforzi dunque elementari, che accompagnano le masse per ispazj inassegnabili, nascono le flussioni del mutamento di stato; ed il total mutamento, terminato il contrasto, si eguaglia alla somma delle azioni acceleranti, o delle reazioni ritardanti. Per la qual cosa vengono a festa gl' integrali

$$\int f ds = \frac{mv^2}{2}, \quad \int r ds = \frac{m \cdot c^2}{2} - \frac{mv^2}{2},$$

che misurano del pari e le forze;

che passano dall'una all'altra massa, ed i cangiamenti di stato, ai quali i corpi soggiacciono. A questo passo riflettasi, che nelle premesse formole, entrandoci indispensabilmente le masse, non ne vien esclusa l'inerzia.

L'estensione solida è restia al moto locale, al tremito delle parti, alle contusioni, allo spezzarsi, a separarsi in minute scaglie, allo scioglimento dell'unione, ed a parecchie simili particolarità da me toccate nell' antecedente capitolo. Ognuno di questi effetti ha la sua scala a parte di forze sollecitanti, quantunque per lo più sconosciuta; mentre non se ne fa determinare, e costruire la curva locale appropriata. In ciascun corpo altresì risiede la solita ripugnanza a tali mutazioni, che lasciandosi vincere dagli iterati esterni impulsi, senza punto estinguerli, o debilitarli, è atta nata soltanto a compartire opportunamente le forze operatrici. Io per me giudico, che non diai fisico cangiamento di stato, se il tutto, o le parti, o taluna d'esse non si trasferiscano da luogo a luogo; imperocchè non succedendo novità di sorta, rispettivamente alla sostituzione, in cui il corpo si ritrova, nè c'è causa agente, che si adoperi nell'introdurla, ne esercita il suo ufficio l'inerzia. Fa di mestieri star intesi alla diversità degli effetti, e specialmente alla quantità della massa o costante, o talvolta variabile, che si obbliga a mutare stato, ed al grado di mutazione, che le si partecipa.

Ne

Ne prendo un saggio dalle ammaccature. Qualora due palle vengono all'urto, e sul bel principio appena si toccano, l'alterazione della figura è quasi insensibile, e pochissime particelle cedono, e cambiano sito. In progresso poi, quando i segmenti sferici seguivano l'un contro l'altro a spianarsi, ovvero il convesso dell'uno nel concavo dell'altro s'interna; la forza, che vi s'impiega, cozza con una maggiore copia di materia, e si comunica ad un maggior numero di particole, che colle loro resistenze, di qualunque genere esser si possano, ci fanno contrasto. Dalla espressione generale $rds = -mdu$ non si trae costrutto; non perchè nel nostro caso non abbia luogo, ma perchè le variabili r , m dinotanti le resistenze, e le masse, ci sono talmente ignote, che non danno campo all'integrazione.

Aggiungo, che tenute ferme le masse, e le celerità delle predette due palle; se una di esse è più dura, e l'altra più molle si diversifica la partizione di quella forza costante, e nota, che in ambo le contusioni si spende. E la ragione si è, che sperimentandosi assai più facilità nell'ammaccare il globo cedente, l'azione in gran parte da quel lato si volta, e conseguentemente mettendosi in movimento una maggior quantità di massa, e con maggior velocità, si assorbe, per così dire, una maggior porzione della menzionata forza. Per ultimo sappiasi, che negli investigamenti dinamici fatti della inerzia pochissimo uso. Il principio viene piuttosto implicitamente assunto, che adoperato espressamente. Anno meglio amato i Meccanici di valersi della massa proporzionale all'inerzia, e le formole comuni superiormente da me addotte me ne rendono testimonianza.

CAPITOLO SETTIMO

Della durezza.

I.

LA durezza de' corpi è un fenomeno talmente oscuro, ch'ha superata la sagacità de' più accreditati Filosofi. Per metterlo in qualche buona veduta, non troveremo mai nè capo, nè via, se non si chiama in soccorso un metodo accurato, e rigoroso, che ci serva di scorta, e non ci lasci andar di traverso. Basterà, che ci appaghiamo di quel poco, che può sapersi, e ciò si ottiene tentando a tutto potere di scoprire alcune verità più palesi, che ad un intelletto attento non si nascondono. Vi è certamente durezza ne' composti, e si disputa, se ci sia durezza ne' primitivi elementi. Vuol dunque la retta ragione, che si proceda dal noto all'ignoto, e non al rovescio, e che prima d'ogni altra cosa alquant' incontrastabili principj, siccome basi de' nostri investigamenti, si stabiliscano.

II.

II.

Sia il primo, di cui siamo debitori al Cavalier Nevvton, che d'un ammassamento di corpicciuoli duri, e disgiunti può comporsi un fluido, che prontamente ceda dai lati, e che ad ogni minima forza, che vi s'impieghi, si metta in moto ed ondeggi: laddove d'una massa perfettissimamente fluida, e cotale si è la materia sottile del Cartesio, un corpo duro non può formarsi. Un pò d'attenzione è sufficiente, senz'altra prova, a convincerci dell'evidenza del pronunciato, dal quale inferisco, che l'ultima analisi della materia, in quanto fisicamente divisibile, non va a terminare in una squisitissima fluidità, e non discende per fino ai punti individui, ma soltanto perviene ai corpuscoli solidi, e di durezza forniti.

III.

Sia la seconda proposizione di pari certezza. Non si vuole confondere l'assoluto col relativo: massima, che trascurata, come pur troppo frequentemente interviene, vizia i nostri raziocinj, e di paralogismi gl'infetta. Ponghiamci in guardia, e riflettiamo, che non si dà in Natura durezza, salvo che relativa; conciossiachè non ci ha misto, per quanto consistente si finga, che a qualche forza non ceda, e massime al vigore della percossa. I marmi sotto lo scalpello si scheggiano, i metalli col martello si domano, e per fino i diamanti gagliardamente battuti si spezzano, e dalle ruote si sritolano. La fermezza dunque è proporzionale a quel grado finito d'energia, di cui si fa uso per vincerla. Dobbiamo liberarci da un comunale pregiudizio, il quale ci porta a misurar le durezze col fallace criterio de'nostri sensi. Chi non sa, che un fanciullo non valevole a rompere un corpo, assai duro lo stima, e che tale non pare ad un uomo robusto, che ci spende poca fatica.

Parlando accuratamente, avrebbe a distinguersi la saldezza naturale, che ad un qualche misto compete, dalle accidentali resistenze, con cui, variate le circostanze, alla rottura si oppone. Benchè non si alteri nè punto, nè poco la coerenza delle particole componenti, ciò non ostante, la mole, la figura, e parecchie altre particolarità fanno sì, che ricresca, o scemi la ripugnanza d'un corpo ad essere spezzato. Una trave, in cui il piano alla schiena stia in proporzione come il lato d'un quadrato al diametro, o come l'unità alla radice del binario, è della massima robustezza, ed il massimo peso sostiene. Ci saranno delle altre travi, che quantunque di pori, o di maggior mole, si sperimenteranno meno gagliarde. Basti questo tocco alla sfuggita; perchè l'internarmi in tali vicende, propriamente al mio soggetto non appartiene.

IV.

Propongo il terzo fondamentale principio, e giro per un altro verso il discorso. Quante volte compariscono in Fisica fenomeni similissimi a primo

mo aspetto, che inducono i Filosofi a crederli procreati o dalla stessa cagione, o almeno da cause tali, che si corrispondano con una strettissima analogia. Ma bene spesso a partito s'ingannano, delusi dall'apparente somiglianza; imperocchè molti, e diversi artifizj sovente mette in opera la Natura, in produrre effetti, ne quali è malagevol cosa il discernere la differenza. Ci vuole una scrupolosa attenzione, e sopra tutto giova venire ai confronti, ed esaminare distintamente le individuali particolarità. Ciò, che non si scorge in una occhiata passeggera, si ravvisa talora aguzzando bene la vista, e contemplando da tutti i lati i composti: lo che non si conseguisce, se non se in parte, ed imperfettamente, aggiungendo esperimenti ad esperimenti, e conseguenze a conseguenze. Questo canone di metodo ci renderà alle occasioni più circospetti; onde in qualche errore massiccio non si precipiti.

La fermezza, la rigidità, la coerenza, e che so io, sono tutte nozioni equivoche, le quali non ci mettono anzi gli occhi dell'intelletto concepimenti chiari, e distinti. Non ci ha corpo duro, e solido, che alterate le circostanze, senza punto mutar di natura, non si trasformi in pieghevole, in fusibile, e tal fiata in liquido. Non occorre perder di mira questi cambiamenti, che tutto di ci si affacciano, dai quali siamo ammoniti, essere la durezza un fenomeno compreso sotto un solo vocabolo, ma non sotto una sola idea, ed un effetto ambiguo, che deriva da cagioni onninamente disparate.

Per la qual cosa investigando noi la natura, e le proprietà della durezza, non si creda di poter soddisfare a tutte le fisiche apparenze con una sola spiegazione. Ogni Capo di Setta ha fatto pompa della sua particolare sentenza, e si è ingegnato a tutto colto di difender la propria, e d'impugnare le altrui. Non nego già, che tal una d'esse in molti casi non venga ad uso, ma generalmente non mai. E per ciò non bisogna formarsi un'ipotesi, che a tutte le altre dia l'esclusione; conciossiachè alla Natura, per rassodare le masse, differenti meccanismi non mancano. Quando dunque si piglia ad esaminar la coerenza d'un dato corpo, non s'abbia in vista un sistema universale, che a tutti i solidi del pari convenga, e sappiasi, che negli incontri particolari altrettanti problemi si prendono a sciogliere. Ci faranno de'principj più, o meno comuni, che a parecchi casi si adattano, ma ora uno, ed ora l'altro, e bene spesso misti, e confusi, e di più elementi composti: laonde il distinguerli partitamente, ed attribuire a ciascuno d'essi il loro singolare uffizio, è una quasi impossibile impresa.

V.

Diamo una ripassata sopra i varj generi delle durezze. Di fibre in fibre in mille maniere intralciate si compongono i legni, e di fili strettamente attorcigliati le funi. Il legno verde facilmente si piega, e difficilmente si scavezza; nel secco succede tutto all'opposto: così un poco di umido, che spalma le fibre, induce una differente indole di fermezza. E' vecchia quasi a pari degli uomini la questione, per qual causa il calore del

Sole, o del fuoco squagli il burro, e la cera, ed induri il loto, e la creta molle. Certe materie durissime, e fragili, come il vetro, e le gemme, quando un pezzo dall'altro si spicca, ci presentano due superficie talmente lisce, e spianate, che non si fa capire qualmente potessero forte connetterfi. Sembra dunque, che due piani, i quali esattamente si combagiano, alla faldezza contribuiscano: e ne abbiain la prova in un pajo di lastre di marmo, o di vetro ottimamente pulite, e leggermente bagnate, che sopraposte a fatica si staccano.

I metalli, che costipati s'indurano, e che fan mostra di tanto sodi, e massicci, dall'acque chimiche appropriate in minutissime particelle si sciogliono, e dal fuoco gagliardo si fondono. Al contrario i marmi, ed i sassi si spezzano in picciole schegge, che nell'asprezza delle superficie ci danno indizio del loro naturale attaccamento. Questi esposti a violento fuoco, giusto la diversa pasta, di cui sono stati composti, parte si calcinano, e parte si vetrificano. I sali dal fuoco stesso si squagliano, e dall'acqua prontamente si liquefanno, ed ivi sospesi, e divisi in atomi vanno nuotando. Le gomme indurate non cedono, se non se a mestruj più spiritosi, ed in oltre ci sono de' misti poco consistenti, che dai fluidi, e per fino dall'aere si macerano, e si corrompono. E quì si noti, che la fermezza con molte proprietà d'indole affatto differente si accoppia. Alcuni corpi nel tempo stesso sono oltre modo duri, ma fragili come i diamanti; altri friabili, che facilmente si sfarinano, come i sali. Quanti diversi generi poi di adesioni ci si parano innanzi ne' legni, ne' marmi, e ne' metalli! Basta dare un'occhiata alla ruvidezza delle superficie a forza disgiunte, per accertarsi de' varj modi, con cui le fibre prima della rottura erano mutuamente involuppate.

VI.

Che diremo di quella sorta di liquidi, che mescolati insieme in masse solide si trasformano? Risuggirei all'Arte Chimica, che me ne porge alquanti curiosi esempj, se la Natura non me ne desse un saggio nella maravigliosa formazione del ghiaccio. I Fisici anno-osservato, ch'ella si comporta a guisa d'una perita tessitrice. Raccomanda in prima l'orditura a qualche cosa di sodo, cioè alle sponde de' fiumi, e del mare, o agli orli d'un vase, e ne stende gli stami per lungo, e poi colla trama di traverso gli riempie, onde si lavori una tenuissima tela. Quindi prosegue l'operazione, aggiungendo in profondità filo a filo, e strato a strato fin a tanto che, dove penetra il freddo colla sua forza, la massa trasparente s'induri a similitudine di cristallo. Il diaccio è specificamente più leggieri dell'acqua, e siccome tale in essa galleggia. Ma nella macchina Boileana cala a fondo, ed il fluido acquoso si gela a guisa di sorbetto, ed in una mole consistente non si rassoda.

C'è un altro strano fenomeno notato da Olao Borrichio, viene a dire, che l'acqua marina nell'atto di rappigliarsi deposita tutto il suo sale. Un mio dotto amico si è presa la cura di replicarne l'esperienza in Vinegia, ed esposti all'aria notturna, e rigidissima due catini eguali, uno pie-

no d'acqua falsa; è l'altro di dolce; trovò questa dopo poche ore interamente agghiacciata: non così l'altra, che non tutta, e soltanto nella parte superiore si congelò, restandone nel fondo del vase una qualche porzione, che fluida si mantenne, ma tanto aere, e pregna di materia salina, che la lingua non ne soffriva le punture. Sciolto poscia il pezzo indurito, l'acqua si fe sentire insipida al gusto, e del suo sale orninamente spogliata. Quindi è notabile, qualmente i sali applicati al di fuori, e che stanno intorno al vaso, in cui si contiene il liquore, nè promovono il congelamento: lad-dove lo impediscono qualunque fiata il fluido se ne trova imbevuto, e perchè nasca l'effetto, egli è necessario, che il sale si separi. Dopo le addotte particolarità, crediam noi d'aver tanto alle mani per isvelare il recondito magistero, con cui la Natura lega strettamente insieme le particole acquose, ed aeree, onde acquistino coesione, e rigidità?

VII.

Poco dissomigliante industria viene usata dalla Natura nel rappigliare per mezzo della gelata i liquori più spiritosi. Questi s'agghiacciano tutto all'intorno in una soda crosta, e durante la congelazione, il succo più attivo, che fluido si conserva, dall'altro si sprema, e si separa, e nell'interno in piccola quantità si concentra, e raccoglie. Il diaccio liquefatto è oltre modo scipito, e perde in gran parte il nativo gusto, ed anco l'odore, e la tinta. All'incontro la porzione, che persevera sciolta, ed intorno al centro si aduna, acquista qualità, e vigoria, ed in uno spirito forte, e penetrante si cangia: laonde per rimettere la pristina bevanda, haifi a squagliare la crosta gelata, ed a mescerla, ed incorporarla col prefato vigoroso liquore. Così ammoniti dal bisogno, e dall'esperienza fecero gli Olandesi, quando astretti a svernare nella nuova Zembla, si videro convertita in ghiaccio l'acquavite unico loro ristoro in quel freddissimo, ed infossibile clima.

A me di vedere un similissimo effetto è toccato in sorta. Nel verno dell'anno 1709, in cui venne a Vinegia il Re di Danimarca, si fe sentire fuori del consueto un acutissimo freddo. Aveva io alquanti fiaschi di vino puro, e di ottima qualità. Non mi andò fatto di preservarli dal gelicidio, ed i vetri in minuti frammenti si ruppero. Mi restò dunque in mano il liquore rassodato sotto la figura del fiasco. Mi avvifai di spezzare colla manaja la dura scorza, e mi accorsi, che il luogo di mezzo era occupato da una materia fluida, alquanto più densa, e più colorita, che non cecceva la nona, o la decima parte di tutto il vino. S'io dicesi, che una tal quint'essenza espressa dal freddo, ed immune dall'empireuma igneo, che infetta le comuni manipolazioni, è un liquore a nullo altro secondo, dotato d'un sapore, e d'una fragranza tale, che non so d'aver affaggiato il migliore; non direi forse troppo. Dio faccia, che una fiata, o l'altra la moderna delicatezza non lo procuri ad accrescere il lusso, ed il dispendio delle mens nobili.

VIII.

Mefsa per poco la Natura da canto, mi rivolgo alle Arti, e confidero con qual induttria fi adoperino, per congiungere infieme i pezzi della fteffa, o di differente materia; onde di più corpi un corpo folo fi faccia. Ci porge un grand' ajuto la fufione, per mezzo di cui i metalli efrattati dalle vifcere della Terra, ed in minute particelle divifi, primà fi purgano, indi colla violenza del fuoco in mafse riduconfi, e finalmente fi dà ad effi la forma, che più ci aggrada. Con pari artificio fi cava il vetro dai faffi, e fin a tanto che l'agent' efterno tiene difgiunte le particole componenti, e le agita, e le fconvolge, per guifa che unirfi non poffano; i menzionati corpi an fombianza di fluidi, e perchè s'indurino, bafia, che ceffi l'azjone. Pare dunque, che la fermezza dipenda in parte dalla quiete, e dalla coftipazione accrefciuta: ma ci vorrà quel non fo che di più, per cui una particola alle contigue fortemente fi attacca.

Sebbene fa d'uopo guardarfi da un equivoco. Si prova dello ftento in rompere un corpo duro, mafficcio, ma la cofa non va così ne' minimi componenti, l'adeffione de' quali è così debole, che da ogni piccioliffima forza vien fuperata. Un tocco, un fofto gli ftacca, altrove li trafporta, e quà, e là li difperge. In tal guifa le monete frequentemente maneggiate fcarfeggiano, e gli anelli d'oro portati in dito infenfibilmente fi logorano. C'è in Roma una grande ftatua di bronzo rappresentante S. Pietro, il cui piede è quafi confunto dagl'iterati bacj impreffi dalla turba innumerabile dei devoti. Chi potefse ridurli al calcolo, e fapere, quanto fia menomiffima oltre ogni credere la porzioncella, che ad ogni accoftamento del labbro fi deliba, e benchè non vada in nulla, fi dilegua, e fi perde; verrebbe a conoscere l'immaginabile divifibilità della materia, e nello fteffo tempo a comprendere, quanto poco ci voglia a difgiungere l'una dall'altra le particiucle elementari, e quanto fia inaffegnabile la loro coerenza.

IX.

Non deggiono porfi in cale i varj generi di cementi, e delle colle, per cui un folido all'altro quafi indiffolubilmente fi appicca. Le faldature unifcono i metalli, e confiftono in un po' di metallo difciolto (il rame è il migliore, ed il più tegnente) che fi mette infra due, e li rarefa, e vi s'infina, indi raffreddandofi s'indura, e li conglutina. Per connettere due baffoni di ferro, conviene infocarli, onde diventino una pasta alquanto molle, e cedente. Sovrappofti fi battono a colpi di martello, e fi domano, per modo che le fibre s'intralciano, s'intricano, ed infieme ftrettamente fi abbracciano. Rimefse poi dal freddo nel loro ftato naturale con gran difficoltà fi divellono.

I legni, ed i marmi richiedono per congiungerfi differenti fpezie di glutini. Ma prima fa di metterli preparare le colle compofte di materie tenaci, e vilcofe, le quali in molte maniere, o fcogliendole al fuoco, e tal

vol-

volta coll'acqua mescendole, e ben bene maneggiandole, come quella di formaggio ufata dai Legnajuoli, s'intenerifcono, e fi rendono poco meno che liquide. Unte a dovere le due superficie a bello ftudio intaccate, e fatte fcabre, infieme fi adattano, e forte col torchio, o con qualche ordigno equivalente fi stringono, e l'una contro l'altra fi premono; per guifa che la materia molle, e bene fpeffo bollente riempia le piccote cavità, e penetri eziandio ne' pori de' corpi, che quanto fono più rari, tanto meglio fi avviticchiano. Si lascia poi, che col tempo infenfibilmente fvanifca l'umidità contenuta nel glutine, il quale appoco appoco acquifia maggior fermezza, e tiene faldo di fotta, che i legni fi fiaccano fovente in tutt'altro fito, fuorchè in quello, dove fono ftati tenacemente incollati.

X.

Dirò alquante parole intorno il cemento, che nelle fabbriche comunemente fi adopera. Chi fi farebbe avvifato, che per ergere una vafia mole, è mafficcia, formata di migliaje di pezzi, prima ftaccati, e pofcia sì fattamente conneffi, e conglutinati, che non cedono all'impeto de' turbini, ed alle fcoffe de' tremuoti; s'aveffe a fcerre una fpezie di faffi atti a calcinarfi nelle fornaci, i quali cotti a dovere, fe d'acqua abbondantemente s'inzuppano, queffa penetrandoli bolle a ricorfofo, ed unita alla foftanza del fuoco, che fi fpirigiona, ed alle particole più fottili della calcina, efala in un fumo denfo, e corrofo, che da per tutto all'intorno fi fpande. Ceftato il tumulto, rimane nella buca una polta bianca alquanto tegnente, e caufica, che raffreddata alle occorrenze fi riferva. E quando fe ne vuol far ufo, conviene di bel nuovo bagnarla con acqua in copia, e ben bene con fabbia macra mescerla, ed incorporarla. Così l'intrifo da noi chiamato malta artifiziosamente s'apprefa.

A chi fiamo debitori di tal antica invenzione non rendo conto: fo bene, che fe per avventura fi perdesse, ficcome di tant'altre vecchie ritrovate è fuffeppo; non farebbe tanto facile il richiamarla dall'obblivione; imperocchè troppo ci vuole per ifcoprirla, conforme fuol dirfi a priori, e converrebbe raccomandarfì al cafo, piuttosto che al raziocinio. Ora l'intrifo tiene quanto bafia congiunti i mattoni prima tuffati nell'acqua, le pietre vive, i macigni, ed anco i faffi rotondi, e fluitati, fin a tanto che fi va alzando la ftuttura, quantunque effo tenero, e fluffibile per molto tempo fi mantenga. Col dileguarfì poi appoco appoco dell'umido, che ha fervito ad impaftarlo, fi raffoda a confiftenza di marmo, onde agli fcaltelli refifte, e tanto più s'indura, quanto più lentamente fi afciuga, quanto un maggior pefo vi fi addoffa, e quanto è più vecchio l'edifizio.

Un fimil lavoro fi mette in opera dalla Natura in quella fotta di corpi, i quali erano certamente fluidi nella loro primiera origine, e che col progrefso de' fecoli, fvaporando infenfibilmente l'umidità, che li tenea fcioolti, e flegati, fi fpogliano a gradi della mollizie, ed acquifano una ftordinaria fermezza. Tra quefti annovero i Criftalli montani, le gemme, e le varie fpezie di marmi: e ne abbiám un ficuro indizio, dal vede-

re

re nel loro interno racchiuse, e convertite in petrigne le foglie, l'erbe; e perfino gl' insetti, e le chiocciole terrestri, e marine. Que' marmi finissimi di Sicilia, che lumachiglie si appellano, sono impastati di lumache di mare da un tenace cemento insieme conglutinate, che ne riempie i vani, e forma una massa durissima di parti eterogenee composta.

CAPITOLO OTTAVO

Esame delle sentenze de' Fisici intorno la durezza.

I.

Non verrei mai a termine dell' inchiesta, se volessi spaziare per tutti i generi delle differenti durezze, ed indagare partitamente, in quante fogge si diversificano, e qualmente si mescano gli eventi, da cui sono accompagnate, o prodotte. Dimando intanto, se gli effetti tutti di passaggio toccati, con altri, che per istrada ci si presenteranno, e con moltissimi, che alla scarsa cognizione faranno senza fallo sfuggiti, da una sola cattolica ipotesi abbracciare si possano? Penso, che non s'abbia a tergiversare sulla risposta, e che i Fisici verranno con meco in opinione, che bisogna moltiplicare le cause a norma della varietà dei fenomeni.

Per la qual cosa non si vuol trasandare ciò, che i nostri più riputati Maestri dopo lunghe meditazioni ci anno insegnato; conciossiachè, sebbene non avranno totalmente esaulto l'oltre modo esteso subbietto, nè sempre afferrata la verità; non resterà però, che qualche bello, e buono divisamento non sia loro uscito dalla penna, e che non abbian luogo, almeno in certi casi particolari, le differenti sentenze, che forse intanto sono mancanti, in quanto se n'è fatta una troppo generale applicazione.

II.

Mi si conceda, ch'io non m'inviluppi in certe metafisiche supposizioni, intorno l'esistenza delle quali i Filosofi non van d'accordo, ed io confesso ingenuamente di non intendere verbo. Esse si lavorano a fior d'astrazioni della nostra mente, e dopo un lungo giro di aridi concetti vanno finalmente a terminare in una misteriosa parola affatto vuota di senso. Non c'è cosa più facile, quanto lo spiegar la durezza colle monadi del Leibnizio, in cui tutti i sintomi fisici stanno, per dir così, concentrati, ma solamente in potenza. Queste unità di Natura non sono nè dure, nè fluide, non estese, non mobili, o che so io, e pure in esso loro an gittate profonde radici, e pullulano secondo le occasioni la durezza, la fluidità, l'estensione, ed il movimento. Quindi andando dietro a sì fatte fantasie, poco ci vuole

vuole a fare il gran salto, ed innestare nelle monadi, che certamente non fanno d'essere, i forcoli delle coscienze, e secondarle coi semi, dai quali germogliano le intime affezioni delle nostre anime. Appresso nè punto, nè poco mi appagano le Nevvtoniane attrazioni, che si fingono atte giusto le occorrenze ora a tirare, ed ora respingere. Non capisco lo perchè, quando l'acqua in ghiaccio si converte, un po' d'aere, che parte scappa fuori, e parte nell'interno si rarefa, operi in maniera, che all'improvviso si muta scena, e la forza repellente in attraente si cangi, conforme richiede una massa fluida, che in solida si trasforma.

Per dire il vero cotali ipotesi mi riescon sospette, se non se per altro, perchè in due parole, e con pochissima indagine si rende ragione di tutto ciò, che concerne la varia coerenza delle particole, che i misti naturali compongono. Per me penso essere questo un giuoco di studiate espressioni, che sostanzialmente nulla significano; imperciocchè altre chiavi ci vogliono, per aprire le porte della Natura, e per entrare ne' suoi più cupi nascondigli. Mi appiglierò dunque ad esaminare soltanto le più famose, e divulgate opinioni, che ai principj meccanici si appoggiano; conciossiachè se non ci verrà fatto di mettere in chiaro ad uno ad uno gli artifizj reconditi della Natura, almeno non ci farà disdetto di scoprire qualche cosa, e di spargere sulla materia un qualche sievole barlume, che ad illustrarla cominci, lasciando la briga a' nostri Posterì di darle l'ultima mano, se mai a tanto potranno giugnere.

III.

Venga prima d'ogni altro in campo Renato Cartesio colla sua quiete. Siccome costui al moto intestino, e perenne delle particelle componenti, cagionato dalla vertigine della materia sottile, attribuisce la fluidità; così per lo contrario pare, che al riposo d'esse un'acosto l'altra deggia ascrivere la fermezza. In fatti questo è un requisito, senza cui non si fa capire, qualmente la durezza possa sussistere; attesochè l'agitazione interna, atta a tenere le parti staccate, mal si accorda colla solidità. Qualunque volta in tempo di freddo acuto scema la forza dell'etere, si minora di conseguenza, o si toglie affatto il moto delle particole più grosse, che in esso nuotano; e perciò i fluidi gelano, e molti, come l'acqua, s'indurano; e non si scorge, che ci sia bisogno d'altro glutine, che della sola quiete; giacchè la gelata nella semplice privazione del movimento consiste.

In questo mentre il P. Malebranche, a cui rimando il Lettore, nella sua grand'Opera della Ricerca della verità, benchè Cartesiano, impugna gagliardamente il parere del suo Maestro, e professa, che la quiete da se sola non è bastante a mantener l'adesione. Un granello d'arena agevolmente dai contigui si separa, e lo stesso dicasi delle polveri macinate, e d'un cumulo di minuti corpicciuoli, i quali tanto sono più sdruciolevoli, quanto più lisci, e di figura, che più si avvicina alla sferica. Sembra pertanto, che ci si richieda un non so che di vantaggio, per cui si avvalorì l'unione degli elementi in riposo costituiti.

IV.

IV.

S'io volessi assumere la difesa del Cartesio, ripiglierei, ch'essendo la durezza una proprietà non assoluta, ma relativa, come nell'antecedente capitolo ho insinuato; accade bene spesso, che mutate le circostanze, intor-nod'essa si formino differenti giudizi, e tal'fiata direttamente contrarij. Posi sopra un piano una mole smisurata, che da forza umana non possa smuoverfi, e saremo portati ad opinare, che attaccata forte al terreno, che le serve semplicemente di base, e con cui non ha connessione, formi ciò non ostante con esso una sola, e durissima massa. A quegli entomi invisibili all'occhio, tutto che munito d'un finissimo microscopio, i quali an'fortito per mondo un molto menomissimo spazietto, appariscono i granelli di sabbia siccome montagne immobili, ed insieme concatenate. In tal guisa vadasi divisando, e si conchiuda, che non conviene misurar la Natura col criterio de' nostri sensi, e che colla fermezza spesso fiata equivoca un semplice combagiamento.

Per la qual cosa non sarei affatto alieno dall'asserire, che sovente la quiete Cartesiana al relativo induramento contribuisce, e massime, se le particole sono disposte in maniera, che alquanto non possan muoverfi, e disgiungerfi dalle vicine, senza che tirino in consenso un buon numero delle più lontane. In tal caso l'inerzia, o sia la renitenza alla mutazione di stato, che nella materia risiede, i gradi di forza viva, che ad una moltitudine di particelle nel tempo stesso s'imprimono, ed i fregamenti, che vi si accoppiano, fan sì, che si senta una notevole resistenza nel separare, e nel trasferire da luogo a luogo quegli elementi, che da altra colla non sono insieme legati, salvo, che da un mutuo contatto.

E vaglia il vero, i corpi tanto più, o manco fermi si reputano, quanto maggiore, o minore fatica si dura nello sciogliere le lor tessiture, e nulla rileva, da qual causa ciò proceda, quando specialmente s'ignora l'artificio, con cui dalla Natura sono stati commessi. Nelle masse staccate, e sottoposte alla giuridizione de' sensi, nelle quali non si ravvisa coesione di sorta, non si prende inganno, e la loro ritrosia al movimento, e alla disunione ai testè allegati motivi senza esitazione si attribuisce. Ma dove non arriva la vista, ed il tatto, è facile ad equivocare, quasi che ne corpicciuoli minimi non possa proporzionatamente aver luogo un simile magistero, che ne più grandi palesemente ci si presenta.

V.

Il lodato P. Malebranche, ripudiata la quiete del Cartesio, per ispiegare generalmente, in che la durezza consista, ricorre alle pressioni de' fluidi, ed in ispezie alla forza sterminata della materia sottile. Non basta, che i corpuscoli immediatamente si tocchino; fa di mestieri, che da un agente efrinisco gli uni contro gli altri vigorosamente si premano; laonde per istaccarli abbiasi a vincere l'energia del fluido, che insieme forte gli strin-

stringe, ed unisce. Quanto sono più lisce, e più estese le superficie, che si combaciano; tanto è più possente l'azione, e tanto più tenace la faldezza: la quale ricresce per un altro titolo, cioè quanto manco fra atomo, ed atomo la menzionata materia sottile s'insinua.

L'etere, che col veicolo della luce è una cosa medesima, certamente dal presente Universo non vuole escludersi, per surrogarci lo spazio vuoto, ed ozioso de' Nevttoniani. Egli è fuor d'ogni dubbio il grand'organo della Natura. Se poi, oltre gli stupendi effetti, che ne derivano, contribuisce altresì alla fermezza de' corpi; l'ipotesi mi pare così ragionevole, che non possa essere convinta di falso, e che da un Fifico discreto meriti d'essere adottata, almanco in figura d'un postulato. Il punto sta, che ad ogni genere di durezza rispettivamente non debbe, conforme si è divisato, applicarsi. In ordine a ciò saremo sempre all'oscuro, a quali effetti particolari, ed in quali circostanze ci sia concesso adattarla.

VI.

Su tale incertezza gioverà appigliarci ai fluidi meglio conosciuti, ed a noi, per dir così, familiari, su i quali non c'è disdetto d'istituire gli esperimenti. Nuotano i pesci nell'acqua, e nell'aere gli altri viventi. Abbiamo aria al di fuori, che preme, ed aria al di dentro, che sfianca: e l'esteriore coll'interna talmente si equilibra, che mantiene le membra in quel grado di consistenza, che meglio a noi si conface. Turbata l'economia, che consiste in un bilanciamento piuttosto di moto, che di quiete, gli animali non reggono, e posti nella macchina del Boile, coll'estenuarsi dell'aere si gonfiano, e muojono. Quindi si rende ragione d'un fenomeno, che succede ne' cadaveri degli annegati. Questi da principio vanno a fondo; e dopo qualche tempo galleggiano, e l'effetto all'aere ne' corpi morti racchiuso si ascriba; conciossiachè perdendo le fibre nell'atto del corrompersi la lor nativa rigidità, e quella virtù elastica, per cui lo tenevano sospeso, si dilata esso notabilmente, e gonfiando, i corpi, dai quali non trova l'uscita, li rende più leggieri in ispezie del fluido, in cui stavano immersi.

Della efficacissima, ed appena credibil energia dell'aria, nel congiungere, e stringere insieme i solidi, dal suo peso, e dalla sua elasticità proveniente, ne abbiamo un esempio ne' vasti globi di rame al di dentro vuoti del celebre Ottone Guerichio Console di Magdeburgo. Metteva egli al mutuo contatto due emisferi uguali esattamente combaciantisi, per modo che otturati con diligenza tutt'i pertuggi, venisse vietato all'aria l'ingresso. Quindi ordigni appropriati estratto l'aere interno, e ridotto ad una tenuissima rarità; esperimentò, che l'esterno con tal vigoria premeva l'una contro l'altra le due semi-sfere, che per istaccarle, ci voleva una sterminata violenza, e non erano alle volte sufficienti le forze di alquanti cavalli con direzioni contrarie applicati. Veggasi il Gesuita Gasparre Scoto, che nella sua Tecnica curiosa ci dà un'accurata descrizione di tali ammirande sperienze. Egli è dunque indubitato, che dalla pressione de' fluidi nasce fre-

quenticamente l'adesione, e la fermezza de' corpi di maggior, o minor durezza forniti.

VII.

Il celebre Signor Giovanni Bernoulli propone una spezie di paradossio, che i fluidi, senza punto cangiar di natura, concorrono tal fiata a produrre la durezza, e talora ad accrescerla. Cotali effetti a prima vista sembrano strani, e pure sono palesi, e comuni: Ma per lo più non ci si bada, e non se ne cavano le conseguenze. Abbiasi un pallone affaissimo tronfo, che appena ceda ad una robustissima compressione. Chi non sapesse altronde, che l'aria violentemente costipata fa tutto il giuoco, e non avesse anzi gli occhi, salvo che la sua consistenza; sarebbe portato ad annoverarlo tra i solidi duri, ed elastici, ed a porlo del pari colle palle d'acciajo, e di avorio.

Appresso nel globo d'argento, che gli Accademici Fiorentini riempivano d'acqua, e chiudevano esattamente con una vite, assai minor effetto faceano i colpi del martello nell'ammaccarlo pieno, che vuoto. E la ragione si è, perchè il fluido rinferrato, che non pativa d'essere sensibilmente condensato, e piuttosto trapelava a guisa di sudore per i pori del metallo, col sostenere in parte l'impeto delle percosse, aumentava di gran lunga la resistenza della corteccia d'argento, e la rendeva più calda, e più renitente a soffrire le contusioni.

Non sono lontano dal credere, che di simili artifizj, ed anche de' più reconditi la sagace Natura alle occorrenze si vaglia. A buon conto nel nitro l'aere si ravvisa oltre modo costipato; e chi sa, che la durezza di questo sale massimamente raffinato, come suol dirsi, a marmo in qualche guisa non derivi dall'addotta cagione. La Natura ci nasconde i suoi lavori, e li va perfezionando a tempo, e con segretezza; attalchè si giuoca ad indovinare, qualunque volta si presume di accertare, di qual meccanismo ne' casi particolari si disponga a far uso. Si contenti dunque un Fifico giudiziofo di acquistare una qualche imperfetta contezza delle varie maniere, con cui può operare la gran Maestra; ma non si arrischi di decidere, qualmente di fatto in molt'incontri ella operi.

VIII.

Epicuro fa valere l'asprezza, e gli uncini de' suoi atomi. Ma qui ci si para innanzi una difficoltà, ch'essendo i primi elementi di sua natura solidi, ed infrangibili, se l'uno all'altro per sorta si appicca, e due uncinetti scambievolmente si abbracciano; egli è impossibile, che senza spezzarsi si disgiungano, almanco stirandoli per una spezial direzione, quando ciò non si ottenesse per via di scosse, e di contrattempi. Ed ecco, che senz'avvedermene sono poggiate a principj originali, e che la durezza relativa mi si è cangiata in mano, e convertita in assoluta, giusto il parere degli Atomisti. Di ciò ragionerò nel seguente capitolo: intanto mi trattengo su quelle par-

ticole minutissime bensì, ma lontane per lungo tratto dalle primigenee, e che ne' prodotti fisici fanno figura di elementari; attecchè mi sembra ragionevole, che la Natura nelle sue ordinarie operazioni non discenda sino all'ultima analisi della materia. Se queste, siccome scabre, e di asperità irregolare guarnite, s'insinuano l'una nell'altra, e mutuamente s'involuppano, e si scavalcano: se in qualità di flessibili a guisa di tela si ordiscono, e si tessonno: se fortemente l'una contro l'altra si ferrano, e per così dire s'incuneano; egli è manifesto, che ricresce la resistenza, e che ci vuole uno sforzo grande ad isbarbicarele. E tanto più la fatica si aumenta, quanto è maggiore la copia delle fibre, che sostengono l'azione, e nel tempo medesimo o si stimolano, o si divellono.

Non si metta per tanto in non calere la sentenza degli Epicurei; conciossiachè ne' legni, e specialmente nelle radici, e ne' gruppi, il mentovato intralciamento di stami ad occhio nudo, e molto meglio col microscopio apertamente si discerne. Assaissimo contribuisce alla fermezza la ruvidità, la costipazione, ed il fregamento. Fra varj esempi, che addurre si potrebbero, vaglia per tutti quel delle funi, i cui filamenti stretti, e in linee spirali contorti alla strappata gagliardamente si oppongono.

Aggiungasi la tenacità, per cui si legano insieme, e si avviticchiano le particole de' composti. Ci sono certi semi-fluidi teggenti, e viscosi, come il mele, i quali versati da vasi speditamente non iscorrono, ma colano lenti, e per così dire si filano. Nell'atto del discendere la vena si va sempre più affottigliando, e si riduce a tal tenuità, che finalmente il filo si rompe, quando cioè il peso supera la viscosità.

IX.

Non abbiam sempre a rifuggire all'avviticchiamento delle fibrille; perchè già si è detto, che ad altre cause, e specialmente alle pressioni, vuole in parecchi incontri ascriversi la consistenza. A questo passo non si debbe omettere un'avvertenza, ed è, che i corpi in tutte le loro parti non sono forniti di pari fermezza; imperciocchè le più grosse rispetto le più minute, o pure al rovescio, ponno crescere, e scemare di durezza, secondo che la Natura le raccozza nel produrre, e nel consolidare i misti, i quali non già della stessa pasta, ma di pezzetti dissimiglianti sono composti.

Se la diversità sta nelle particole minime, ed indivisibili, come in quelle del bronzo, ch'è un ammassamento di rame, e di stagno, chi non avesse contezza del modo, con cui si forma, per poco il reputerebbe un metallo omogeneo, conforme dell'argento, e dell'oro popolarmente si giudica. All'opposto, quando le parti più grosse al senso non si nascondono; di tal verità dalla pratica siamo ammoniti: atteso che frequentemente intervengono, che un medesimo corpo ci dia indizio d'essere impastato di pezzi eterogenei insieme connessi; perchè più resiste in un sito, che nell'altro, e meno per lungo, che per traverso. I Legnajuoli ammassati dall'uso fanno, che un'asse si divide agevolmente per lunghezza, e con più stento per

larghezza. E fanno altresì dietro qual andamento di vene abbiano a condurre la pialla; onde meglio i legni si spianino, e si poliscano.

X.

Spesse fiate bisogna por mente agli Artefici, i quali intorno le durezze de' corpi da loro tutto di maneggiati anno una più accertata notizia, e ne desumono i segni da certe minute particolarità, di cui la lunga esperienza gli ha resi avvertiti; laonde per superare gl'intoppi ad ingegnossissimi partiti si sono appigliati. E' una maraviglia, quanti stromenti a prò delle Arti siano stati inventati, e massimamente per vincere la coerenza de' solidi, cioè e lime, e feghe, e scalpelli, e fucchi, e trapani, e cunei, e che sono. Ma non ognuno d'essi è atto ad insinuarsi in qualunque materia, e a superarne l'adesione. Per ciò nel bucare i metalli, ed i marmi si adopera il trapano, e per trivellare i legni il fucchiello. Tutti ai divisati fini si dirriggono con doppia maestria, viene a dire, e si fanno lavorare per lungo tempo contro una picciola quantità di particelle, che dalle contigue a poco a poco si staccano, e si rendono più attivi coll' adattarci una qualche potenza meccanica, da cui restano avvalorati.

XI.

Ma che: non sa forse la Natura di Meccanica? Il suo sommo Facitore nel provvedere le officine di costei d' innumerabili ordigni vivi, i quali da se stessi crescono, e guasti si risarciscono; ha prevenuta, e si è lasciata addietro per un tratto incomprendibile l'umana sagacità. Oltre che ha ella in sua balia un vasto apparato di forze morte, e vive, e di continuamente applicate, delle quali ne' suoi giornalieri lavori opportunamente si serve.

Alle volte pare, che ottenga un massimo effetto con picciolissimi sforzi. Lo simembrare in due tocchi una grossa pietra, non si fa da Noi, senza impiegarci un grandissimo dispendio di fatica. Non per tanto,

Marmora Messalae findit Caprificus.

Se questo ar busto caccia profondamente le sue sottili, e tenere radici in qualche vena del marmo; il sugo nutricante, che circola per i tenuissimi canali della pianta, a tal crassizie insensibilmente le riduce, che superate coll' andare del tempo le resistenze, finalmente la pietra viva si spezza. Non ci sia chi deluso da tal falsa apparenza s'immagini di mettere una eccezione all'irrefragabile assioma, che stabilisce la perfetta egualità tra la causa piena, e l'effetto intero. Convien dire in molti casi, e specialmente nell'addotto, o' che la cagione è più efficace di quello, che appaja a primo aspetto, o che l'effetto è più debile. Io ne rimetto ai Lettori la decisione.

In

In questo mentre la Natura non è guari prodiga delle sue dovizie, e nell'operare ci spende quanto basta di azione, e nulla di soverchio: laddove gli uomini ignari delle giuste misure, ci consumano de' conati soprabondanti, i quali, oltre il conseguire il fine principale, in altri effetti non procurati inutilmente si perdono. Conchiudo per tanto, che siccome i nifi successivamente applicati sciolgono l'orditura de' corpi, e vincono qualunque durezza; così essi agenti in senso contrario, sono capaci di restituirla; stringendo, e costipando le particole, che formano i misti. Si osserva, che le radici degli arbori sono più salde, e più tegnenti dei rami, e del tronco, quantunque dallo stesso sugo, che va in giro riconoscono il loro alimento, e la loro aumentazione. Ma dovendosi le prime aprire stentatamente la strada per una terra foda, e tenace; ne segue, che a un maggiore addensamento soggiacciono, e conseguentemente acquistano una maggior fermezza.

CAPITOLO NONO

Della natura, e della consistenza de' primordiali elementi.

I.

E' Tempo ormai di discendere per la scala della divisione de' corpi, e per venire sino a quelle primitive particole, nelle quali si ferma l'ultima analisi della materia, non già in se stessa, che nel suo inesauribile partimento non ammette limiti, ma per ciò che concerne la struttura organica del presente Universo regolata dalla Sapienza, e dalla Libertà del Creatore, giusto i fini, ch'egli si ha prefissi sin dalla prima origine delle cose. Sopra questi elementi, che sono la base de' composti solidi, e fluidi, ho creduto bene di riferbare, dove della durezza mi sono proposto di discorrere, alcune mie conghietture, che di buona voglia alla discretezza de' Filosofi io sottometto.

Sebbene le particelle primigenie di consistenza fornite dovrebbero in Fisica assumersi siccome postulati, senza prenderli l'impaccio d'internarsi profondamente nella lor intima natura, che di lunga mano è superiore alla nostra intelligenza. Torno ad inculcare la massima Nevvtoniana, che facilmente si concepisce, come di minimi corpicciuoli duri, e disgiunti una massa fluida possa formarli, ma all'incontro non si arriva a comprendere, qualmente la materia dotata d'una perfettissima fluidità si raccozzi, e si unisca con una immaginata adesione, per costituire una mole di saldezza, e di consistenza guarnita.

II.

II.

Per la qual cosa io giudico, che le opinioni de' più famosi Filosofanti poco fa ricordate mal reggano ad una retta ragione, qualora all'elementari si adattano. Sopra tutto anzi a ripudiare le due estreme, la prima delle quali attribuisce all'estensione inerte una infinita stufibilità, per guisa che l'attual partimento valichi oltre tutti gli ordini delle quantità infinitesime, e vada sino ai punti indivisibili. La seconda poi termina bensì nelle magnitudini finite, e cotali sono gli atomi Epicurei; ma poggia al sommo per un altro verso, ascrivendo ad essi una durezza trascendentemente infinita. Ho dimostrato altrove, che le cose quante, in cui si ravvisa essenzialmente il più, ed il meno, non montano da un canto al supremo grado della grandezza, e dall'altro non precipitano all'infimo. Chi di tal importantissima verità non fa capitale, urta in palpabili contraddizioni, ed in vece di edificare, distrugge dai fondamenti la fabbrica.

Dei seguaci di Epicuro io guarì non mi piglio fastidio; perchè è stato ad evidenza provato, che l'ipotesi della durizie assolutamente infinita ripugna ai canoni della comunicazione del moto fra i corpi molli, e gli elastici, e sovverte da capo a fondo le leggi principali della Natura, le quali, conforme farò vedere, non sono di scelta, e di convenienza, ma di precisa necessità, e coll'essenza della materia inerte indissolubilmente legate. De' tre elementi di Renato Cartesio non so che dirmi. I globuli, ed i frammenti di figure irregolari, e di grandezze differenti equivocano cogli atomi del Fisco Ateniese; imperciocchè se dal cominciamento del Mondo sino al dì d'oggi col mutuo fregamento di tempo in tempo si logorassero, e non si fossero mantenuti costantemente illesi; accaderebbe, che in progresso de' secoli venisse a perturbarsi l'economia del sistema, e che tolto di mezzo il primitivo equilibrio fra i tre generi de' corpi costitutivi dell'Universo, la sola materia sottile, sminuzzati gli altri due, a poco a poco predominasse. Ed appunto essa indefinitamente divisa, e sfarinata dal Filosofo Francese al vano Epicureo è stata sostituita; onde prontissimamente, e senza il suo perchè accorra a riempire tutti gl'interstizj, che fra i più crassi elementi s'interpongono. Questi moti tal fiata istantanei dell'etere, de' quali non si assegna cagione fisica, per cui rapido corre ad occupare i posti, che i corpi distaccantisi lascierebbono vuoti, mi fanno sospettare, che il nostro Autore non potesse esimersi dall'adottare inavvertentemente l'orrore del vacuo tanto prezioso alla scuola Peripatetica.

III.

Io desidererei col Siracusano Archimede, che mi si assegnasse un punto immobile, a cui appoggiarmi.

Dic ubi consistam.

Bene spesso si tenta di fabbricare in aria, e la vana struttura, a guisa delle
nu-

nuvole, con un soffio si dissipa, e si dilegua. Tal fiata in mancanza di dati fisici, e meccanici, si d'uopo indispensabilmente ricorrere a qualche pronunziato metafisico, sostenuto massimamente dalle dimostrazioni geometriche, dal quale si ritrae l'importante beneficio di non dar di petto, come sevente avviene, nell'impossibile. Nel subbietto, ch'abbiam alle mani, cade in acconcio il principio del sistema temperato da me di sopra stabilito, e ch'è più fecondo di conseguenze, di quello che a prima fronte mostrava di promettere.

La divisibilità della materia non ha confini, e spazia per tutti gli ordini delle quantità infinitesime. In questo mentre per quanto la partigione proceda, la Geometria c'insegna, che non arriva mai sino al punto indivisibile, perchè se ci prevenisse, uscirebbe in campo l'assurdo, e la contraddizione. Si concede agli Analisti il discendere successivamente alle differenze di qualunque grado nella soluzione de' più ardui problemi, e ce ne somministra uno stupendo saggio il profondissimo Lionardo Eulero nella sua generale teorica de' massimi, e de' minimi. Ma il progresso medesimo ci documenta, che qualsivisa magnitudine, benchè molto menomissima, in cui il calcolo si ferma, è tanto lontana dall'individuo, quanto l'essere dal non essere, e il possibile dall'impossibile. Egli è dunque manifesto, che ai Matematici non è permesso di sortire fuori delle regioni dei temperamenti, e che coll'assumere, secondo le occorrenze, stufioni di varj generi, altro non fanno, salvo che portare alcuni passi avanti la partecipazione, e giugnere a più accurate, e necessarie adeguazioni.

IV.

Frattanto la Natura non muove il gran salto dalle grandezze date all'inassegnabili, e rinferra il temperamento congruo, per cui dà norma all'economia del nostro Mondo, dentro i termini del finito. Ed in fatti non si può progredire dalle grandezze determinate a qualsivoglia classe d'infinitamente piccole, senza che vi si passi per una serie incomprendibile di quantità, che vanno successivamente degradando, per guisa che la susseguente dell'antecedente è fuori d'ogni paragone minore. Egli è affatto inutile, anzi nocivo ad un Fisco il viaggiare per una strada, che non ha uscita, attesa specialmente le strane conseguenze, che ne derivano, da me indicate, quand'io ragionava delle stufioni di qualunque ordine, che non sono per se stesse nè determinate, nè determinabili. All'incontro avvegnachè il numero delle magnitudini finite decrescenti, non si esaurisca mai, assunta però una d'esse a piacimento, siccome comune misura; e messala delle altre a confronto, siamo sicuri, che unqua non si perviene ad una proporzione o maggiore, o minore di qualsivisa data.

Appresso non è così povera, e ristretta la menzionata partigione, che nella materia distintamente si concepisce, e che dall'Autore della Natura poteva mettersi in opera, che non vaglia a supplire ad ogni bisogno, ed a fondare un ottimo temperamento. Sin quì non ci si parano innanzi nè riugnanze, nè sconvenienze: anzi si libera la Fisica da quegli assurdi, che nelle
ipo-

ipotesi de' più rinomati Filosofanti pur troppo s'incontrano; mercè che costoro conforme ho notato, vanno irreparabilmente a smarrirsi o per un verso, o per l'altro nell'Oceano dell'infinito. Abbiassi dunque per massima fondamentale, e su fortissime ragioni, per non dirle evidenti, stabilita, che Dio Ottimo Massimo, nel vincere l'infinita indifferenza della materia per quello concerne la divisione, ed avuto riguardo a' suoi fini impercettibili, ha fabbricato il nostro Universo, assegnando ad esso un temperamento, che sussiste dentro i confini del finito.

Non dico già, che le speciali dimensioni de' corpi, che abbiamo anzi gli occhi, le quali appartengono tutte al medesimo genere di grandezze, siano più privilegiate delle altre infinitamente più grandi, e più piccole, che potrebbero servir di base a partecipazioni onninamente diverse, e da noi inconcepibili; se non se in quanto, con l'esclusione di qualsivoglia altra classe, si è compiaciuto Dio di dare alle nostrali la preferenza. Dico bensì, che appoggiandosi le cose create non all'assoluto, ma al relativo, per questo capo ancora aveano dal Supremo Artefice a determinarsi e la precisa quantità, ed il partimento della materia. Aggiungo, ch'era soverchio mescolare in una prescelta costituzione di mondo magnitudini incomparabili; imperocchè il profitto, che se ne trae, mal compensa i disordini, che ne risultano. Ora io dimando, per qual virtù, e con quale industria il caso stolido di Epicuro, o la brutal necessità di Stratone signoreggiassero ab eterno l'indifferenza forda, ed inesorabile della materia; onde fossero possenti ad introdurci le divise determinazioni?

V.

Poco si è fatto fin ora, per architettare un compiuto sistema, e di temperamento fornito. Perchè sia repente surta la materia, che prima non era, corredata di estensione, d'impenetrabilità, e d'inerzia, attributi, che ne costituiscono l'essenza (altrimenti sarebbe nata tutt'altra cosa, fuor che materia) bastò un cenno onnipotente del Creatore. Perchè poi si cominciasse ad abbozzare una costituzione di Mondo eletta liberamente fra tutte le possibili, aveansi ad accoppiare alle mentovate proprietà passive due necessarie altresì passive determinazioni, ambo introdotte, per iscarsare le ripugnanze, ambo ristrette dentro i prescritti confini del finito, viene a dire una limitata quantità di estensione solida, ed una congrua divisione fino ad un certo segno, oltre cui non si trascorra.

Fin qua io non ravviso azioni, e reazioni; cause, ed effetti, senza i quai requisiti langue l'Universalità delle cose, ed altro non si ha, fuorchè una trina dimensione inerte, e smembrata nelle sue parti, ma totalmente oziosa, e sfaccendata. Io non ardisco decidere, se in tale stato gli elementi primordiali siano di durezza guarniti. Il Cavalier Nevvton nella seconda parte della sua Ottica, avvertendo, che sono essi i semi de' corpi solidi, e fluidi, ha creduto, che di lor natura siano saldi, e consistenti, e di tanta fermezza dotati, che non ci sia agente creato valevole a scioglierli, e a diffonderli. E questa prerogativa l'ha egli fondata sulla Divina volontà; atte-

fo

so che non se ne fa svelare la causa fisica. Io non mi sento di ammettere la durezza in macchina, senza una precisa necessità.

Nec Deus interfit, nisi dignus vindice nodus.

Quando mi si dice, essere la materia attualmente partita in minutissimi atomi, subito nelle sue tre misure, ci scorgo l'origine della divisibilità: ma con pari evidenza non ci ravviso la radice della durezza. E se tal uno me l'addita, siccome annessata sull'inerzia; ripiglio, che la renitenza al cangiamento di stato sempre alla massa proporzionale, non ha punto che fare colla fermezza, che non prende norma dalla predetta analogia.

VI.

La materia sterile di sua natura non ha in se stessa fondo bastantè, per partorire la forza. Era per tanto indispensabile, che il Divino Artefice perfezionasse la sua grand'Opera, e proseguisse a temperarla opportunamente, giusto le leggi, ed i fini, che la sua infinita Sapienza s'era prefissi. L'intero compimento richiedeva, che si addossasse, e si distribuisse alla massa impenetrabile una determinata quantità di forza, che la mettesse in azione, e per così dire la ravvivasse. E benchè la forza sia un non so che di superiore alla materia, in cui si annida; la corrispondenza però fra l'una, e l'altra è fuor di modo maravigliosa. Dobbiamo stare attenti per ben comprendere la strettissima connessione fra le proprietà attive, e le passive della materia, e qualmente non si cessi mai di esercitare tra esse un mutuo commercio: il quale, sebbene vien regolato, conforme altrove ho detto, da leggi, in cui domina un'espressa inviolabile necessità, fondata sull'estensione delle cose, con tutto ciò non esclude le cause finali, e colla libertà, e colla sapienza dell'Artefice Supremo mirabilmente si accoppia.

E vaglia il vero, l'inerzia, il di cui unico ufficio consiste nel ripugnare a qualsiasi cangiamento di stato, è una conseguenza della impenetrabilità, e risponde con giusta misura alla quantità della materia. Nel moderare, ch'ella fa di continuo, i passaggi delle forze e vive, e morte da corpo a corpo, la ragione consonante agli sperimenti c'insegna, non aver lei vigore di generare, o di distruggere forza, la quale, benchè ad ogni momento si muti stato, tutta via si mantiene intatta, perchè l'inerzia soltanto si adopera in modificarla, e distribuirla proporzionatamente alle masse, giusto le regole da noi conosciute. Per la qual cosa, a parlare accuratamente, non debbe assegnarsi al mentovato attributo, nè vera azione, nè vera reazione; mercè che la medesima forza nè punto, nè poco si diversifica, quantunque sotto varj aspetti faccia la sua comparsa. E da ciò deriva l'irrefragabil principio, per cui si stabilisce la perfetta uguaglianza fra le cagioni, e gli effetti, base immobile dell'aggiustatezza degli umani ragionj.

VII.

E qui farà un punto di grand'importanza il separare in due classi le proprietà della materia. Le primarie ad essa essenziali, di cui non si spoglia giammai, ed alcune altre, che nascono di conseguenza, sono anteriori a qualunque sistema, e ne precedono la formazione. Fa d'uopo aiutare la nostra debolezza, e distinguere ciò, che da prima, e da poi nel subbietto si concepisce. Egli è certo, che tolta di mezzo l'estensione solida, ed inerte, l'idea della materia nella nostra mente s'annulla, e si annienta. Ma col tenerla ferma, ci si presentano alquante nozioni secondarie, che da essa immediatamente fluiscono, e sono la divisibilità, le grandezze, le figure, i luoghi, ed i tempi. Siccome in tutte le nominate affezioni signoreggia una perfetta indifferenza; così richiedono esse una necessaria determinazione corrispondente al prestabilito temperamento.

L'altra classe poi comprende quelle proprietà della materia, che suppongono il sistema bello, e compiuto. La forza non entra a costituire l'essenza della materia, e non ripugna, che questa sussista nella sua purità, ed in una perpetua quiete. Ben è vero, che essa è, per così esprimermi, la matrice della forza, la quale da se sola non regge, e non vive, se nel di lei seno non si alloggia. Ambo insieme accoppiate, ed unite in lega sono la fonte inesaurita d'innumerabili effetti, de' quali è piena zeppa la Natura, e che per la maggior parte pullulano dal lavoro del sistema. Tali si reputino senza esitazione il moto, gl'impulsi centripeti, e centrifughi, la virtù elastica, l'elettrica, e la magnetica, con altri moltissimi eventi, che farebbe cosa stucchevole l'annoverarli partitamente. La materia, e la forza, ognuna da per se, non è capace di produrli, e nè meno congiunte, mentre in lor balla lasciate si fossero. Convenne dunque, che il Sapientissimo Operiere organizzasse magistralmente la prima, e temperasse a dovere la seconda; onde venisse a risultare una ben concertata costituzione di Mondo di regolari fenomeni a dovizia fornita.

VIII.

Dopo una lunga, ma necessaria deviazione torno in sentiero, e chiedo, sotto quali delle due classi poc' anzi ricordate deggia collocarsi la durezza con altre affezioni analoghe, in cui si mesce il rigido, ed il flussibile, a cagion d'esempio, la mollezza, e la viscosità. Io per me, senza punto tergiversare, le riporrei, non già fra le primitive, ed originali, ma tra le secondarie, e le sistematiche. La ragione, che a ciò mi muove, io la desumo dall'ambiguità, che mi nasce in mente; imperocchè non so quale delle accennate proprietà relative, e molto meno in qual grado, abbiano ad inserirsi negli elementi primordiali affatto affatto nudi di forza.

Arroge, che per iviluppare la tessitura de' corpi, e vincerne l'adesione ci vuol forza, e forza proporzionata alla resistenza; dunque, se l'azione è nel caso nostro eguale, e contraria alla reazione, per rimettere i compo-

sti

sti nello stato di prima, s'avrà ad impiegare altrettanta forza, quanta se n'è spesa in discioglierli; atteso che siamo nella circostanza, in cui la causa diventa effetto, e l'effetto si converte in cagione. Perda un misto col rarefarsi una perfezione della sua natia fermezza, per restituirla, converrà costiparlo, ed a tal fine valersi dell'energia della percossa.

Già si è detto, che non si riduce a perfezione il sistema, se non si addossa, e non si distribuisce alla massa impenetrabile una determinata quantità di forza, che la metta in azione, e per dir così la ravvivi. E questa forza fra gli atomi originali, semi primitivi di tutto ciò, che si produce in Natura, congruamente dovea compartirsi. Ma qualmente fra essi facciasi la comunicazione de' moti, e delle forze, farà sempre un misterio a noi ignoto, ed un arcano del temperamento, di cui solo Dio ha la chiave. Gli elementi, se mal diviso, sono piuttosto solidi che duri, viene a dire, ne' lor corpicciuoli il vuoto non s'intromette, nè di forza morta, che ne conati consiste, e colla quiete si affocchia, son correati: altrimenti la partigione non sarebbe pervenuta all'ultimo termine, lo che ripugna ad un sistema partecipato: Per la qual cosa non si è forse mal apposto Aristotele, quando ci ha avvertiti, che le azioni appartengono ai supposti. Conseguentemente prima fa di mestieri, che la Natura ordini, e disponga i materiali apprettati, e ne formi i composti, e questa è, per così dire, la primitiva orditura dell'Universo organizzata da una mano onnipotente, e che poscia si proseguiscano i lavori, mettendo in azione le forze morte, e vive, e continuamente applicate dirette da leggi ferme; onde costante, e varia ad un tratto perfeveri l'economia del prescelto temperamento.

IX.

Prevedo, che mi verranno mossi alcuni dubbj, e primieramente mi si chiederà, se le particelle elementari fra loro disgiunte dal vacuo disseminate, si deggiano riputar differenti, per quello spetta alle magnitudini, e alle figure. La questione è insolubile per mancanza dei dati, e quand'anche si avesse in pronto una qualche probabile conghiettura; crederei miglior partito l'astenersi da cotale ricerca, ch'ha recato tanto detrimento alla scienza naturale. La facilità di filosofare è stata senza fallo la principal cagione, per cui i Fisici intesi a spiegare i fenomeni, che alla giornata ci si affacciano, anno allentato il freno alla fantasia, assegnando agli elementi, che compongono i misti, quelle speciali figure, che meglio al lor intento si confacevano. Da questo torbido fonte è scaturito il capriccioso, ed arbitrario metodo di ragionare per via d'ipotesi, che nel secolo passato ha inondata l'Europa tutta più colta, e di cui potrei recare innumerevoli esempi tratti dalle Sette Epicurea, e Cartesiana.

Non per tanto io mi sento propenso ad opinare (e ciò sia detto per una specie di soprabbondanza, e non perchè della varietà delle grandezze, e delle figure onninamente ignote s'abbia a far uso ne' nostri divisamenti) che i semi delle cose materiali non sieno tutti lavorati ad un tornio. Fa forza al mio intelletto un principio d'esperienza memorato da Anassagora,

Qq 2

e da

e da lui troppo esteso fino alla sua famosa Omeomeria, che di tutto non fa tutto, *ex omnibus omnia non fiunt*. I sassi, a cagion d'esempio, in nostro alimento non si convertono, e quando un misto in un altro si trasforma, è notabile, che le particelle inutili si separano, e restano soltanto quelle, che al nuovo prodotto convergono. Così una porzione de' cibi diventa carne, e sangue, e l'altra inetta a tal mutazione dalla provida Natura si caccia fuori in escrementi. Appresso si danno corpi, quasi direi, tant'ostinati, e tanto tenaci della loro specifica maniera d'essere, come i metalli, gli olj, i sali, il vetro, la terra vergine, ed altri di simil fatta, che a pochi si riducono, i quali, per quanta industria vi si adopera, non soggiacciono a cangiamenti, e della propria natura non mai si spogliano.

X.

Insorge a questo passo una seconda controversia. Gli Atomisti pensano, ed io dal loro parere non mi diparto, che dalla sola diversità delle figure, massime ai casi particolari appropriate, or angolari, ed ora rotonde, alle menzionate apparenze, senza ricorrere a più remoti, ed occulti principj, si soddisfaccia. All'incontro il celebre Boherave nella sua Chimica (opera in cui, per non essere uscita vergine dalle sue mani, ma mal menata dai suoi Discepoli, si parla con ambiguità) e con maggior apparato di argomenti l'Autore dello Spettacolo della Natura, professano, che ci passi un'essenziale divario fra certi corpi nostrali riputati più semplici, che non eccedono una ventina, fra quali, oltre i già ricordati, si contano il fuoco, l'acqua, l'aere, l'argento vivo, e per fino la calamita. L'acqua, a cagion d'esempio, è sempre acqua, o si stringa in ghiaccio, o si attenni in vapori, o con i misti si mescoli. Non accadrà mai, che si trasformi in un'altra sostanza, come in aria, o in mercurio; nè il ferro, che in minutissime foglie ne' composti s'insinua, vi s'impieghi pure o l'Arte, o la Natura, farà mai altro, che ferro, e così dicasi di tutti i metalli, e di quelle materie, che a dispetto degli Alchimisti non ammettono le sperate metamorfosi.

Pare, che i citati Scrittori vengano a patti con Anassagora, purchè lor si permetta di restringere i confini della Omeomeria. Io non nego, che ci siano de' prodotti, i quali lentamente maturano, e stentatamente si sciogliono. Ponno essi fervire d'elementi secondarij per que' misti di poca durata, che soggiacciono ad una facile corruzione, e mantenersi intatti dopo il dissolvimento del composto. Così il ferro, ch'entra in poca quantità, siccome ingrediente ne' vegetabili, dalle lor ceneri si raccoglie, ed in corpo può di bel nuovo ridursi. Ma che presentemente ci sia tanta copia d'oro, nè più nè meno, quanta ce n'è da principio delle cose, e che abbia da perseverare illesa fino alla fine del Mondo, senza che se ne generi, o se ne distrugga un granello; egli è una petizione, che non vuole così facilmente accordarsi. Ne giova il dire, che tali materie tormentate in qualunque modo si mostrano onninamente contumaci; conciossiachè non sappiamo, fin dove giunga la forza della Natura, e talvolta ancora dell'Arte. E' famosa l'esperienza dell'oro esposto al fuoco cocentissimo della gran lente d'Orleans. Svarora

esso

esso in fumo, dispergendosi per l'aria lo zolfo, di cui è composto, e rimane un po' di terra, che finalmente in vetro si converte. Troppo palese sono le conseguenze, che se ne deducono, e per non abbandonare l'ipotesi, si nega il fatto, che si professa non aver avuto buon esito in parecchi incontri. Non saprei come mettere in dubbio la fede d'Uomini accreditati, e per me basta, che qualche fiata sia riuscito l'esperimento, benchè in altri casi, o per difetto delle lenti, o delle circostanze mal abbia corrisposto all'aspettazione.

XI.

Ascoltiamo ciò, che la ragione ci detta. I memorati Filosofi an prelo l'assunto di provvedere la nostra Terra d'alquanti prodotti secondo la lor opinione inalterabili, ed incorruttibili, a guisa della materia celeste d'Aristotele, ma non anno guari posta cura agli altri Pianeti, ne quali ci faranno de' corpi semplici, e non trasmutabili, siccome richiede l'analogia. Io non sono tanto indiscreto, sino a pretendere, che mi si renda conto delle lor qualità: mi basta, che siano dai nostrali totalmente diversi. Ed in fatti l'aere, e l'acqua nulla an che fare colla Luna, in cui non si ravvisa indizio nè di nuvole, nè di atmosfera. Questi fluidi sono temperati a quel grado di valore, che risulta dalla lontananza della Terra dal Sole, per guisa che se ne perderebbe l'uso col trasportarli in Mercurio, o in Saturno; ai quai globi dominati da un caldo, o da un freddo eccessivo conviene attribuire un'altro ordine di cose, ed altri generi di produzioni: con che si stendono oltre modo le regioni dell'Omeomeria.

Andava meco stesso pensando, in che mai potesse consistere la differenza essenziale, che si mette fra corpo, e corpo, e non mi è riuscito di scoprire alcun principio, a cui potessi ragionevolmente appoggiarla. Discorriamo dunque così. Certamente il preteso divario non nasce dalle proprietà passive della materia anteriori al prestabilito sistema. L'estensione, e la divisibilità a tutte le masse è comune, ed una massa dell'altra non è più, o meno impenetrabile. L'inerzia poi non dipende dalla varietà delle sostanze, che del pari ripugnano al cangiamento di stato, e la renitenza è sempre proporzionale alla quantità della materia, di cui si compongono i misti, e non alla loro speciale natura. Ricorreremo forse alle grandezze, alle figure, alle posizioni, ed ai loro diversi combinamenti? Ma chi non vede, che con ciò si ricade nella sentenza degli Atomisti, e che le immaginate differenze sostanziali si dileguano, e sussistono soltanto ne' mal ideati concepimenti di qualche Filosofante.

Per la qual cosa se le particelle primordiali son tutte omogenee, quand'anche in innumerabili maniere si accoppiano, e quand'anche vi si aggiunge la forza, ed il sistema si compie, non c'è motivo di sorta, per cui abbiano a mutar di natura, e vestirsi ch' d'una, e ch' d'un'altra essenza. Principieranno per avventura a distinguersi, ogni qual volta ad esse il movimento s'imprime? Siccome la materia non ha virtù di cavare dal suo intimo seno la forza; così la forza, che le si addossa, non è valevole ad alterare sostanzial-

zial.

zialmente la materia. Ben è vero, che la forza di conserva con l'inerzia danno regola alle azioni, ed alle reazioni, ed a quel mutuo commercio, che di continuo fra i corpi s'esercita: ma i corpi stessi non si diversificano, se non se accidentalmente, e si procede con leggi ferme, ed inviolabili, nelle quali non si scorge vestigio, che da essenza a essenza si faccia transito. Piglio per mano due prodotti, uno più denso, e l'altro più raro, e differentemente sotto pari volume pesanti: ma che importa ciò? Già m'è noto, che in tal fenomeno sogliono trasandarsi le sostanze; imperciocchè le densità, e i pesi seguitano soltanto la proporzione delle masse. L'avvertenza si applichi a tutti i canoni della Natura, de' quali abbiamo contezza, ed alle apparenze, che alla giornata ci si affacciano. A cagion d'esempio bisogna star intesi, se i corpi sono molli, od elastici, e di qual vigore di molla sono guarniti, per sapere qualmente si faccia la comunicazione del moto. Che siano poi di vetro, o d'acciajo, o di qualsivoglia materia, nulla rileva. Lo stesso dicasi delle leggi statiche, e dinamiche, concernenti gli equilibri, le forze vive, o morte, le impressioni successivamente applicate, e le resistenze, nel maneggiare le quali altro non cade in considerazione, salvo che forza, e quantità di materia inerte. Possibil mai, che se gli elementi primitivi fossero d'indole essenzialmente diversa, e bene spesso contraria, e tali altresì i composti, che ne risultano; non se ne scorgesse un qualche segno, e i canoni generali modificati dalle differenze sostanziali in particolari non si cangiassero?

Si faranno forti gli Avversarij nell'ultima ritirata, e ripiglieranno, aver noi un sicuro indizio della differente natura dei prodotti nelle varie affezioni, che in noi risvegliano. Verrà in campo la luce, che secondo i Nevvtoniani è composta di raggi tinti d'una serie di colori, che nelle refrazioni si sviluppano, e si separano, e con ciò ci convincono, che gli atomi luminosi ad una sola spezie di sostanze non appartengono. Questo non è il tempo di prender per mano un subbietto, che vuole a suo luogo essere dilucidato. Per ora dico, che mal confondendosi le sensazioni della nostra anima colle proprietà della materia, e facendosi passaggio dallo spirituale al corporeo, s'inciampa in un manifesto paralogismo; perchè si assume ciò, che dovrebbe provarsi.

XII.

Per compimento del discorso rimane, che s'indaghi, se ci possa essere alcun criterio, per cui si venga in cognizione, qual sia quel corpo, in cui finisce l'attuale divisione della materia. A tal uno verrà in mente la luce, e fonderà la sua opinione su parecchie plausibili conghietture. Dirà, che questo è un fluido, che non ristretto a siti particolari da per tutto si spande, e si dilata per l'immenso spazio de' Cieli. Dirà, che da per tutto s'insinua, e che si trattiene in ogni corpo, che penetra ne' canaletti degli animali, eziandio di que' molto minutissimi entomi invisibili anche coll'ajuto de' più fini microscopi, che agita, e tiene in moto il sangue, e gli spiriti, e che, qualora cessa in parte la sua azione, i viventi o intorpidiscono, o

muo-

muojono, Conchiuderà finalmente non esserci in Natura stromento più attivo della luce, nè particole più sottili, e che non occorre cercar di vantaggio.

Consento, che il Fifico di più non deggia progredire, e che la luce sia il limite delle umane perquisizioni; imperocchè ogni sforzo, che si facesse, per sapere ciò, che non può sapersi, farebbe vano, ed inutile. Non ostante ciò la ragione mi documenta, che fra i corpi composti debbe annoverarsi la luce. Essa è dotata d'una squisita elasticità; conven dunque, cheurtando in un ostacolo solido, ed obbligata a risfettersi, muti figura, e gli elementi, de' quali è formata, si mettano in tremito. E se così è, consta di particelle attualmente distinte, e poste in azione, e Dio solo sa fin a quanto proceda la divisione. Se poi un atomo luminoso nella presente costituzione di cose possa sciogliersi ne' suoi componenti; nè per il sì, nè per il no ardisco di dichiararmi.

CAPITOLO DECIMO

Del Vacuo.

I.

HO sempre eredito, che non possiamo formarci una chiara, e distinta idea della Fisica generale, ogni qual volta il vuoto dalla presente costituzione di cose si esclude. Non parlo del Nevvtoniano diffuso per la sterminata ampiezza de' Cieli, ma del disseminato, ed interserito tra le menome particelle della materia inerte. Il primo mal si sostiene a fronte dell'esperienza; imperocchè ovunque la luce esercita la sua azione, ivi c'è corpo, e si osserva, che i Pianeti vaganti quà, e là, in qualsivoglia sito si trovano, vengono dal lume investiti. Ragionerò dunque della seconda sorta d'inane, ed addurrò que' motivi a mio parere fortissimi, che ad ammetterlo mi persuadono.

Primieramente deggio tessere in compendio la storia degli argomenti in pro, ed incontro cavati dalle fisiche apparenze, e per fino dalle metafisiche sottigliezze. E' celebre la massima del Cartesio tolta in prestito da Aristotele, che dove c'è trina dimensione, ci sia materia: e perchè nessun luogo immaginabile è nudo di estensione; ne segue, che non ci rimane sito di sorta per alloggiare il vacuo. Così si confonde il vano col pieno, lo spazio col corpo, ed una pura relativa capacità con una vera, e reale sostanza. Ma di ciò altrove ho favellato abbastanza, in trattando della natura della materia, e de' suoi principali attributi.

Succede il Leibnizio, e tenta di far colpo colle sue metafisiche idee. Pretend' egli, che Dio abbia creato fra tutti i possibili l'ottimo Mondo.

La

La massima imperfezione al nulla si appoggia; dunque tanto più l'Universo è perfetto, quanto più materia contiene, e quanto meno colle cose il niente si mesce. Per la qual cosa il nostro sistema sarà perfettissimo, quando bandito l'inane, sarà pieno zeppo di massa corporea, e tale debb' essere uscito dalla Sapienza infinita ed onnipotente del suo Creatore, il quale prende l'ottimo semplice di mira. Non vorrei, che per perfezionare il Mondo si riducesse all'ultima imperfezione, che consiste nella ripugnanza, e nella contraddizione. Ed in fatti, se per organizzarlo, per disporlo, e per mantenere fra le sue parti picciole, e grandi un perpetuo commercio di movimento, di azioni, e di reazioni, fosse il vuoto indispensabilmente necessario; per guisa che senza gl'intervalli vani non si potesse architettare un sistema, vale a dire, se Dio per soverchia delicatezza d'introdurre il vuoto s'astenesse di muover corpi, e lasciasse la materia oziosa, ed immota per tutta l'eternità; l'ottimo del Leibnizio anderebbe a terminare nel pessimo. La quistione non è così facile, come altri pensa, a decidersi.

II.

Ed appunto dal fenomeno soggetto ai sensi, cioè dal moto, anno tratto le loro più robuste ragioni gli Epicurei (avvegnachè di congruenze, e astratte specolazioni non si dee far molto caso in soggetto fisico). Il celebre Pietro Gassendo ne' suoi Comentarj sopra l'Epistole d'Epicuro conservateci da Diogene Laerzio, ha raccolto intorno il vano tutto ciò, ch'è saputo dire gli Antichi in favore, e in disfavore, e ci ha aggiunto del suo, incalzando specialmente l'argomento preso dal moto, di modo che non mi è caduta per anco sotto gli occhi un'adeguata risposta.

Nel mentre, che due particole si staccano per opposte direzioni, fa d'uopo, che le vicine spontaneamente s'attornino ad occupare lo spazio abbandonato. Chi le invita, chi le determina, chi le ammonisce del pericolo, che si sconvolga da capo a fondo l'economia della Natura colla temuta insinuazione del vacuo? Onde nasce in esso loro la prontezza di cangiar sito, quando bene spesso non si ravvisa motivo, che le spinga, nè forza, che le trasporti? Dico di più, che s'inducono ad operare non solo senza il suo perchè, ma contro la propria indole; vincendosi non si fa come quella ripugnanza, che in esse indispensabilmente risiede, a mutare stato. In tali casi dunque si dimenticano della innata pigrizia, ed acquistano una proprietà insolita del movimento, e della forza viva produttrice.

Si dirà forse, che i corpicciuoli solidi sono circoncinati da un fluido d'incomprensibile sottigliezza, atto a sminuzzarsi in particelle, quanto si vuole minime, ed anco infinitesime, a misura delle occorrenze, e si professerà, che in tale indefinito partimento consista la vera nozione d'una perfettissima fluidità. Se poi la materia eterea è guarnita, se non se di gravità, almeno di virtù elastica, come si raccoglie dai fenomeni della luce; ognuno comprende, per qual cagione sia ella obbligata a riempire tutti i vani, ed a non lasciare qualsivoglia picciolissimo spazio privo di materia. Ma tutto ciò non è sufficiente a sciogliere l'opposizione. Converrebbe, che

la

la materia eterea fosse guarnita di gravità, o almeno di forza elastica; ed avesse fortite o l'una, o l'altra, o amendue queste proprietà in grado infinito; onde accorresse a riempire ogni vano in un istante, perchè tra il lasciare, ed occupare il sito non ci ha da esser tempo di mezzo, e non ha luogo il prima ed il poi.

Appresso gli esperimenti m'insegnano, che qualunque fluido posto in tumulto si dirada, e di volume ricresce, e l'effetto debbe alle forze centrifughe attribuirsi principalmente. Convien eccettuare da questa legge naturale, per altro indispensabile, la materia sottil de' Cartesiani: altrimenti non potendosi concepire la rarefazione senza i vani intermedj; si dovrebbe rifuggire ad un secondo fluido, che gli occupasse, indi per l'addotta ragione al terzo, e così di mano in mano all'infinito.

III.

Si fece forte lo Stagirita sull'esempio d'una ruota, che gira intorno il suo centro: nel qual movimento di circolazione, non essendoci alcun indizio di vacuo, si diede a credere, che tutti i corpi solidi, e fluidi potessero principiare, e continuare i lor moti per linee rette, o curve senza l'interrompimento del vano. Oltre che ci passa un gran divario tra la coerenza de' corpi duri, e la stufibilità de' liquidi: egli così alla buona la discorreva, perchè non avea contezza de' conati centrifughi. Questi s'impiegano incessantemente per allontanare giusta la direzione delle toccanti le particelle, onde si forma la ruota, poste ne' cerchj concentrici, e maggiormente quelle, che sono più lontane dal centro della vertigine. So che l'effetto di romperne l'unione, e di cacciarle di luogo per lo più non succede, salvo che nel caso, in cui qualche pezzo leggermente alla superficie si attacchi: e la ragione si è, perchè la tenacità della materia solida, superando l'energia della forza centrifuga, all'estruzione fa contrasto. Ma accresciuto l'impeto del giramento alla per fine si verrà a tale, che si vincano le resistenze, e che si disciolgano i vincoli, che tengono le parti strettamente insieme legate. Che se non segue la separazione, e il dissipamento, egli è però certo, che la forza estrudente non se ne sta oziosa, e ch'èsercita il suo vigore contro la tregenza della ruota, stirando le sue fibre, e sforzandole a dilatarsi oltre la loro naturale costituzione. Per la qual cosa in tal sorta di rarefazione dee necessariamente insinuarsi il vuoto, ed il movimento circolare d'Aristotele non vanta sopra gli altri alcun privilegio.

Il moto per tanto mal si concilia col pieno, e non usciremo di brigammai, se non si adotta qualche fantastica, e screditata opinione. Fa di mestieri, o richiamare dall'obblivione l'orrore del vacuo tanto formidabile alla Natura, inventato dai Peripaterici; o gittarsi in braccio delle più recenti cause occasionali con grande apparato d'inconcludenti ragioni dal P. Malebranche inculcate, ovvero abbracciare i punti inflati, strana immaginazione di alcuni Scolastici, per esplicare le rarefazioni.

IV.

Diamo alla sfuggita un'occhiata, quali stravaganti portenti s'introducano nella scienza della Natura da coloro, i quali, aderendo alle loro invecchiate preoccupazioni, mettono ogni studio, per esiliare il vuoto dall'Universo. Egli è manifesto, che la materia non può ridursi a sistema, se non è animata dal moto: e siccome gl'impedimenti, che per istrada s'incontrano, fanno deviare i mobili dal cammin dritto, e gli obbligano a viaggiare per linee curve, così nascono di conseguenza le forze centrifughe, e secondo il parer del Cartesio ancor le centripete, fra le quali si annovera la gravità. Ora dalle oscillazioni de' penduli ha dimostrato l'Ughenio, che questa potenza in distanza eguale dal centro, è sempre proporzionale, non già al volume de' corpi, ma bensì alla quantità della materia, ch'essi contengono. E se di materia ogni corpo è pieno zeppo egualmente, e se fra gli atomi nessuno spazietto inane si frapponesse; dee necessariamente conchiudersi, che qualunque misto è composto di due spezie di materia, una pesante, che continuamente è spinta verso il centro della Terra, e l'altra non grave, ed indifferente a persistere nel sito, in cui si ritrova, ammonendoci l'esperienza, che varj corpi sotto pari volumi, di peso ineguale sono forniti.

Poco importa, che l'ipotesi sia ricevuta dagli Avversarij, i quali ad altro sutterfugio non sapranno ricorrere. A me basta, che s'ami nota la proporzione fra le particelle realmente dotate di gravità, che da due masse di qualunque genere si comprendono. Delle restanti non faccio conto, che ad altri centri forse diriggonsi, come l'etere Cartesiano, veicolo della luce, a quello del Sole. Ed in vero questa mole immensa girata intorno il suo asse con rapidissima velocità si farebbe a quest'ora dissipata, e confusata, se la forza centripeta non mettesse freno alla centrifuga, e tra le due forze contrarie, sin dal principio delle cose, non si fosse formato un durevole giusto equilibrio.

V.

Dalla gravità mi fo strada a favellar dell'inerzia, dalla qual proprietà spero di trarre un argomento convincentissimo a favore del vacuo. La ripugnanza a cangiare stato essenziale alla materia fisica, risiede in tutti i corpi, quanti sono in Natura, siano pure fluidi, o solidi, rari, o densi, e rimirino un centro piuttosto che l'altro, o, se così piace, nessuno; per guisa che spogliati essi di tale attributo, cessano d'essere, ed al mero nulla riducansi. E' legge naturale inviolabile, che l'inerzia si misura dalla quantità della materia; onde sia in qualunque incontro come massa a massa, così inerzia ad inerzia. Il vano soltanto, per nostro modo d'intendere, va esente dalla ritrosia di mutare stato; perchè il niente a cangiamento non è soggetto. Esso altrove non si trasporta, nè abbandona un luogo, per occuparne un'altro: non esercita azione, o reazione, e non è guarnito di forza, e di

e di resistenza: in due parole non può far figura nè di causa, nè di effetto.

Premesse le necessarie notizie, assumo una posizione, che non mi può essere contrastata. Abbianfi tre palle A, B, C eguali di diametro, e conseguentemente di volume. Esplorate ad una ad una colla bilancia, sappiasi, che le due A, B sono pari di peso, e che paragonate colla terza C più leggiera, i pesi stanno in ragione del numero intero n all'unità, cioè come $n:1$. Quindi si conosce il rapporto tra la quantità maggiore della materia compresa dal globo B, e la minore contenuta nel globo C, e di conseguenza qual proporzione ci corra fra la doppia ineguale inerzia, di cui ambo i globi son corredati.

Siano Fig. 10.) tutte e tre le suddette masse perfettamente molli, e prive di qualunque virtù di molla, ed urti la prima A animata dalla velocità u nella seconda B costituita in quiete. Compiuta la comunicazione del moto, trovo, che le due sfere camminano colla medesima celerità espressa per $\frac{nu}{n+1}$, cioè colla metà della primitiva. Tenuta ferma l'ipotesi,

la palla A percota la terza C parimente quieta, e dopo la collisione procederanno amendue colla comune velocità espressa per $\frac{nu}{n+1}$.

cosa confrontate le due velocità, saranno come $2:n+1$, cioè viaggerà più pigra la massa B, e la C quanto si vuole più celere.

Qui bramerei d'udire, come i Fattori del pieno spieghino il semplicissimo fenomeno. Donde proviene la disparità delle velocità, e delle forze? Dove c'è minor massa, ivi la velocità cresce, ed all'incontro, all'aumentarsi della massa, scema la celerità. I Cartesiani, che stimano la forza viva dalla quantità del moto, la quale seguito il congresso si conserva intatta; saranno astretti a dire, che si fa una compensazione tra la minor massa, e la maggiore velocità, o pure al contrario. Ma se tutto è pieno, e non ci ha un minimo spazietto, in cui non alloggi la materia accompagnata dall'inerzia; egli è manifesto, che i due volumi eguali B, C abbracciano una pari quantità di materia; dunque in essi soggiornano masse tali, che alla mutazione di stato ripugnano con egual ritrosia. E perchè la palla A investe entrambi colla medesima energia; mi si dica, per qual ragione non succeda lo stesso effetto relativamente alle velocità impresse?

Mi rivolgo ai Leibniziani, i quali dal prodotto della massa A nel quadrato uu della velocità diviso per due misurando la forza viva; vogliono, che perseveri intiera dopo la percossa; purchè si metta in conto quella parte, che rimane in qualità di viva, e l'altra porzione, che passa in morta, e nella scambievole ammaccatura si spende. Nel primo colpo tanto la forza viva superstita, quanto la impiegata nella confusione ugualmente si esprime per la grandezza $\frac{n \cdot u^2}{2}$, ma nel secondo l'una per $\frac{n^2 \cdot u^2}{4}$, e l'altra per $\frac{n \cdot u^2}{2}$.

4

2. $\frac{n+1}{2}$

R. r. 2

2. $\frac{n+1}{2}$

Quin-

Quinci le due forze vive residue si rispondono in ragione di $n + 1 : 2n$, e le perdute come $n + 1 : 2$. Anco nella sentenza del Leibnizio ha luogo il compensamento; imperocchè, essendo in ambe le azioni costante la forza impressa nel globo A, si produrranno bensì effetti pari, ma in maniera dissimile distribuiti. Giacchè nel corpo C si rinviene minor ripugnanza alla mutazione di stato, acquista esso una maggior porzione di forza viva, ed una più picciola nel mutuo costipamento se ne consuma: all'opposto di ciò, che succede nella sfera B, rispetto cui più si perde della forza primitiva nell'ammaccare, e manco, siccome forza viva, se ne conserva. Io non capisco, qualmente la Natura fuori d'ogni ragione nella guisa esposta diversifichi le sue operazioni. I due volumi B, C contengono in se stessi eguale quantità di materia; dunque di pari inerzia sono forniti, ed all'impeto costante del corpo B con eguale resistenza si oppongono; dunque al cambiamento di stato egualmente ripugnano. E se tutte le cose sono pari, e non ci si scorge la menoma differenza; si conchiuda, che gli effetti a coppia a coppia di muovere, e di ammaccare, non ostante che la speranza ci assicuri del contrario, dovrebbero essere somigliantissimi: altrimenti nel caso nostro si porrebbe una irragionevole eccezione al gran principio della indifferenza.

VI.

Siamo di bel nuovo da capo. Andava meco medesimo dividendo, con qual risposta possano farsi incontro gli Avversarij del vacuo. A due parti si appigliarono in dicendo, o che si danno in Natura infinite spezie d'inerzia addossate a varj corpi, e più, o meno sofferenti del mutamento di stato; ovvero che siccome si sono dovuti ammettere due generi di corpi, alcuni pesanti, ed altri spogliati di gravità, così conviene adottare la divisione delle masse in due spezie, cioè inerti, e non inerti, professando, che quest'ultime ci diano agio di salvare moltissimi fenomeni, e specialmente i menzionati, perchè non sono a parte d'innnumerabili effetti naturali, e non an particolarmente luogo, dove si tratta di forze, e di resistenze. L'una, e l'altra supposizione è stata sufficientemente rifiutata ne' capitoli 6°, e 7°, dove ho fatto vedere esser l'inerzia una conseguenza dell'impenetrabilità. Imperciocchè non ricevendo l'impenetrabilità il più, ed il meno; ne viene di conseguenza, che posta la massa costante, lo stesso debba dirsi ancor dell'inerzia. Solamente avverto, che cotali supposizioni non possono conciliarsi nè cogli esperimenti de' penduli, nè colle dimostrazioni indi dall'Ughenio dedotte.

Per altro, se uscisse mai di bocca a' Cartesiani, ed ai Leibniziani l'orbitanza, che v'abbia corpi privi d'inerzia, vorrei pregarli a tenermi dietro nel seguente raziocinio. Questa materia priva d'inerzia ritiene abusivamente il nome della cosa, ma non mai la sostanza. Se l'inerzia nasce dalla impenetrabilità; ne segue, che la materia non inerte senza fallo è penetrabile, e per legittima conseguenza anco immobile; conciossiachè ripugna, che ad essa si comunichi il moto, quando la penetrazione non consente, che venga tra-

spor-

sportata da luogo a luogo. E se così è, ella è onninamente incapace di agire, e di patire, ed affatto inetta per sostenere la forza attiva, o la passiva resistenza. E se il niente di nessuna qualità è guarnito, giusta l'antichissimo comune pronunziato *non entis nulla sunt qualitates*; inferisco, che tal sorta di materia inventata ad unico oggetto di escludere il vuoto, si risolve in un puro nulla. Mi si opporrà, che in essa quanto si voglia estenuata si rinviene tuttavia la trina dimensione, da cui nel suo essere è costituita: ma questa proprietà semplicemente immaginata, per riempere lo spazio, dallo spazio medesimo non si distingue, siccome quella, che consiste in una mera privazione, ed in una relativa capacità. Per altro se nulla opera, nulla è, e bramerei venire istruito, qual fisico effetto ad essa attribuire si possa.

Appresso la materia, che io chiamerò inane, s'allontana sì fattamente dalla reale, e solida, che ci passa un infinito di mezzo, ed appunto quello, che sta fra il non essere, e l'essere. Essendo poi nuda d'ogni positivo attributo, al nulla talmente s'accosta, e si rassomiglia, che con esso si confonde, e giudico uno sforzo vano l'andar in traccia delle differenze, per cui si distingue dal nulla. Tutta dunque la gran controversia, che ha posto in tumulto la Repubblica de' Filosofanti, e gli ha in due fazioni divisi, va a terminare nell'uso, o meglio nell'abuso d'un vocabolo. Se a quel non so che, cui piace a parecchi Fisici d'appellare materia, o estensione, ma penetrabile, e non inerte, io darò il nome di vacuo; non credo, che mi si muoverà questione sulla parola. Il punto sta, ch'io all'inane subbietto non accorderò mai una quantunque imperfettissima realtà, e con questa chiave alla mano m'aprirò l'ingresso nelle segrete stanze della Natura, spiegando molti fenomeni, che per altra via si rendono inesplicabili.

VII.

Uno fra gli altri sarebbe appropriato alla presente ispezione. I corpi solidi, che a traverso de' fluidi si fanno strada, perdono appoco appoco il lor movimento, e si riducono alla quiete, ogni qual volta la forza impressa resta dal mezzo, cui passo passo si comunica, intieramente assorbita. Mi appoggio alla sola speranza, e non mi curo per ora della teorica involupata d'insuperabili difficoltà; non essendoci per anco stabilite le vere leggi delle resistenze. Contentiamci di sapere, che si danno liquidi rari, e densi, di maggior, e minor inerzia dotati, e che conseguentemente contengono più, e meno quantità di materia. Attese le circostanze, una palla da moschetto compie un lungo viaggio per l'aria, ed un assai più corto per l'acqua, e brevissimo per l'argento vivo. Anche i tempi sono d'inequal durata, estinguendosi tanto più presto il moto, quanto il mezzo è più consistente.

Io, che non abborro il vacuo, uscirò agevolmente d'impaccio; imperciocchè negli effetti memorati, oltre il fregamento, e la tenacità, c'entra, siccome elemento principale, la differente quantità della massa, che viene cacciata di luogo con velocità pari a quella, che nel corpo duro attualmente risiede. I Difensori della contraria opinione si troveranno imbarazzati dalle medesime ragioni, che nell'antecedente paragrafo si sono allagate. Ogni

it-

318
 interstizio, secondo loro, fra le particelle del fluido è pieno di materia sottile, pigra, densa, e ripugnante ad essere trasferita altrove, al pari della più grossa, e massiccia. Donde dunque procede la grande disparità tra le resistenze? Non credo mai, che mi verrà risposto, doverli in tali contrasti tener conto, non già della materia, quantunque inerte; ma bensì delle frizioni, e delle viscosità, le quali accreiscute, o diminuite, alle resistenze dan norma. E' un gran postulato, che s'abbia a trasandare l'elemento principale, per attenersi ai secondarj. Non è in nostra balia il diversificare le densità de' liquidi, e massime di quelli, che come l'acqua, e il mercurio non soffrono sensibile costipazione. Possiamo però valerci de' solidi lisci, e puliti, onde la fregagione rechi pochissimo intoppo. Possiamo altresì scegliere fluidi, ne' quali non si scorga notabil teggienza, come certi spiriti lavorati da' Chimici, e dietro la scorta del Cavalier Nevvton assicurarci per via delle refrazioni, della loro tenue viscidità. Ridotte le cose a dovere, sussiste l'argomento nel suo vigore; attesochè le resistenze, quasi interamente dalle quantità della materia inerte ponno in qualche incontro dipendere.

CAPITOLO UNDECIMO

Della Velocità.

I.

Rarissimi, a mio giudizio, si contano i casi fisici, ne' quali i corpi camminino con equabile velocità; imperciocchè o sono continuamente accelerati dalle forze impellenti, o ritardati dalle resistenze; onde non mai nello stesso stato persistano. Ciò non ostante i Meccanici sul moto uniforme, idea semplicissima, e che nulla in se contiene di ripugnante, anno fondati alcuni primi evidentissimi principj, che felicemente si applicano ad una gran parte degli effetti della Natura, i quali dal movimento pochissime siate vanno disgiunti.

Non può concepirsi la velocità, che subito non si presenti la nozione dello spazio, e del tempo. Trasferito un mobile da luogo a luogo, mi cade in mente di misurare l'intervallo fraposto tra il punto delle masse, e la meta, a cui si perviene: indi mi nasce la curiosità di sapere, quanto tempo si sia impiegato. Egli è vero, che le tre magnitudini tempo, spazio, e celerità sono eterogenee, e conseguentemente tra loro mal comparabili: attesochè per quanto una di esse si accresca non arriva mai a superare le altre, colle quali non passa, secondo Euclide, una legittima proporzione. Ma i Geometri anno trovato il modo di farne uso, non solo per via di analogie, ma riducendole all'egualità; e l'artificio consiste nell'esponele con quantità omogenee, o siano numeri, o linee, o meglio segni, e spezie analitiche, che ad ogni genere di grandezze del pari si adattano.

II.

II.

Egli è manifesto, e basta metterci un po'd'attenzione, che correndo due corpi per linea retta con eguale velocità, gli spazj trascorsi sono in ragione de' tempi spesi a trascorrerli; che posti i tempi eguali, gli spazj sono come le velocità; e che fatti di pari lunghezza gli spazj, si trovano eguali i prodotti de' tempi, e delle velocità. Quindi nasce la formola generale $s = tu$ (le lettere iniziali s, t, u , dinotano spazj, tempi, e velocità) da cui si cavano i teoremi dimostrati dal Galileo nel suo Trattato de' moti equabili; cioè gli spazj sono in ragione composta de' tempi, e delle velocità; i tempi in ragione diretta degli spazj, ed inversa delle velocità; e le velocità in ragione diretta degli spazj, e reciproca de' tempi.

Se mai le velocità si denno assumere siccome equabili, ci si concede una piena licenza di supporre tali, qualunque volta il mobile cammina in un tempo inassegnabile per uno spazio infinitesimo. Allora sebbene la velocità non è in rigor geometrico squisitamente costante; tuttavia gl' incrementi, e le diminuzioni sono tanto menomissime, che appartengono ad un ordine inferiore di quantità infinitamente picciole, e cotali sono $u \pm du$. Per la qual cosa in cambio della perfetta uguaglianza, sottentra l'adequazione, e si trascurano le menzionate grandezze, che portano con seco errori non computabili, e nulla turbano le operazioni.

Coloro, che sono avvezzi a maneggiare problemi ardui, e massimamente quelli, in cui si cerca di determinare i moti per linee curve, fanno qual profitto si tragga dalla formola ridotta alle quantità elementari $ds = udt$, nella quale la velocità u è finita, e lo spazio ds , ed il tempo dt infinitesimi. Di cotal formola debbo far uso nel progresso del movimento, qualunque volta la velocità acquistata sia infinitamente maggiore del suo incremento, o decremento. Ma nel principio del moto, essendo la velocità $= 0$, e in un minimo tempicello acquistandosi per tutt' i gradi una velocità comunque infinitesima, non può mai aver luogo l'ipotesi della costante velocità. In quest'incontri farà necessario ricorrere ad altre formole.

Sono note le leggi, con cui s'accelera il movimento da una forza costante, e dinotando la forza per f , la massa per m , vengono espresse dalle seguenti formole $\frac{ft}{m} = u; \frac{2ft^2}{m} = u^2$, dalle quali deriva la terza $\frac{2ms}{f} = t^2$

In queste, supponendo $s, o t$ infinitamente picciole, si verranno a determinar l'altre spezie, ed a fissare a qual genere d'infinitesimi esse appartengano. Sebbene poi le forze sieno variabili, pure per uno spazietto, e per un tempicello minimo si vogliono considerare come costanti, essendo inassegnabile la loro alterazione; laonde sostituendo in luogo di s, t, u , le infinite-sime ds, dt, du , nasceranno le formole appartenenti a qualsivoglia genere di forze; cioè $\frac{f dt}{m} = du, \frac{2f ds}{m} = du^2; \frac{2m ds}{f} = dt^2$, di cui ne' moti iniziali

320
abbiamo a valerci. Potrei dalle proprietà indicate dedurre qualche fisica
consequenza, ma la ricerca non è della presente stagione.

III.

Abbracciano concordemente i Fisici un assioma spacciato per irrefragabile, e sovente inculcato dal Cavalier Newton, che negli effetti particolari non va considerato il moto comune. Un uomo, o sia trasportato dalla Nave, o pur la nave stia ferma, esercita le medesime azioni con pari facilità, nè si stanca più ad operare nella barca mossa, che nella quieta. Del moto traslato, dietro la scorta dell' Ughenio ho dato un tocco nel primo libro, ma non erano ancora state premesse le cognizioni tutte necessarie per dilucidar la materia. Il pronunziato è verissimo, ogni qual volta i movimenti particolari nel comune nè punto, nè poco influiscono, o pure l'azione è così minima, ed inassegnabile che può trasandarsi. Sarà poi fisicamente vero, quando l' influsso è bensì qualche cosa, ma tale, che il principal effetto sensibilmente non altera. Per altro conviene star bene intesi, per non lasciarsi ingannare; imperciocchè sovente s' inciampa in paralogismi nascosti, ed appena evitabili. E di questa fatta si è quello, in cui sono incorsi li Signori Mac-Laurin, e Turin, impugnando il sistema Leibniziano delle forze vive. L' uno si serve dell' azione di un uomo, e l' altro di quella d' un elastro. Alla seconda io mi appiglio, siccome più conosciuta, massime dappoichè il celebre Leonardo Eulero, per mezzo delle molle, ha dimostrato le leggi della comunicazione del movimento.

Debbo esporre prima d' ogni altra cosa il loro sottilissimo raziocinio. Collocano dentro una barca un elastro chiuso applicato alla palla A, il quale aprendosi le comunica la velocità $= V = 1$. Chiara cosa si è, che l' energia dell' elastro può esprimersi per l' unità. Indi suppongono la barca dotata della velocità $= V = 1$, colla quale si muoverà di conseguenza il corpo A posto dentro la barca. Aprasi di bel nuovo l' elastro, la speriienza, e la ragione dimostra, che egli aggiunge al corpo A la velocità $= 1$, onde si muoverà colla velocità $= 2V = 2$. Se ascoltiamo i Leibniziani, dicon essi, il corpo A farà dotato della forza $= 4AV^2$. E qui domandano, donde

risulti un effetto, che supera di gran lunga la propria causa? Egli è certo, che prima dell' azione della vega elastica la sfera A era animata dalla forza $A \cdot \frac{V^2}{2}$ proveniente dal vascello. E perchè attesa la teorica de' movimenti

traslati, il moto, e la quiete della nave non diversifica la impressione dell' elastro, che non è capace di esercitare, se non se la sua solita forza; ne segue, che per tal titolo la nostra palla ne riceverà un secondo grado pari al primo, ed uguale ad $A \cdot \frac{V^2}{2}$. Unite insieme le due forze, una nascente dal

moto

321
moto uniforme della barca; e l' altra dal vigor immutabile della molla (conciossiache non si può immaginare novella forza, che venga altronde, ed alla sfera si addossi) il mobile camminerà colla forza viva $\frac{2A \cdot V^2}{2}$, e

non mai con $\frac{4A \cdot V^2}{2}$, e conseguentemente colla velocità $= V\sqrt{2}$, e non

colla $2V$, conforme richiede e la ragione, e la speriienza. Per evitarsi l' assurdo convien adottare la sentenza de' Cartesiani, i quali misurando le forze dalla quantità del moto pretendono, che le cose riescano a dovere, mentre nella massa A risiede la quantità del moto, o sia la forza $2AV$ eguale alle due $AV + AV$, che dalla doppia cagione le vengono somministrate.

IV.

Per aprirmi l' adito ad isvelare l' inganno, io avverto, che un elastro posto dentro una barca, ed applicato al corpo A esercita la sua azione, e contro al corpo, e contro alla barca. Due ipotesi si possono istituire; la prima, che l' elastro nel dilatarsi comunichi, od aggiunga al corpo A la velocità assoluta $= V = 1$; la seconda, che la detta velocità $= 1$ in luogo d' essere assoluta, sia relativa per riguardo alla barca. Della prima ipotesi è stato trattato abbastanza, e dimostrato, com' ella s' accordi colla sentenza del Leibnizio nel Dialogo delle forze vive del P. Vincenzo Riccati: mi tratterò al presente solo nella seconda, facendo vedere, che se dall' elastro nella barca quieta riceve il corpo la velocità relativa $= V = 1$, questa stessa velocità gli farà aggiunta nella barca mossa, salva la giusta distribuzione delle forze secondo la sentenza del Leibnizio. Chiamo la massa della barca $= M$, quella del corpo $= A$, e supposto quieto il vascello, si spieghi l' elastro, e metta in moto tanto il corpo A, quanto il vascello M. La velocità assoluta del corpo ricevuta dall' elastro si chiami $= x$. Poichè le velocità comunicate dall' elastro ai due corpi, in mezzo de' quali è posto, serbano la ragion reciproca delle masse; il vascello si muoverà colla cele-
rità $= \frac{Ax}{M}$. La velocità del corpo A relativamente al vascello eguaglia le

due contrarie velocità ora determinate: dunque nascerà l' equazione $\frac{Ax}{M} = x - V$, d' onde si trae $x = \frac{MV}{A - M}$, velocità assoluta del corpo; e sostituito

322
 tuito questo valore nella assoluta velocità della Nave, 'la troveremo =

$$\frac{AV}{A+M}$$

Essendo cosa manifestissima, che le forze vive de' corpi in moto de-
 von desumerfi, non dalle velocità relative, ma dalle assolute; ne risulta
 la forza viva del corpo $A = \frac{AM^2V^2}{2 \cdot A+M}$, e quella della nave =

$\frac{A^2MV^2}{2 \cdot A+M}$. Ma a queste due devefi uguagliare l'energia dell' elastro;

dunque essa esprimefi per la formola $\frac{A^2MV^2 + AM^2V^2}{2 \cdot A+M} = \frac{AMV^2}{2 \cdot A+M}$.

V.

Passo al secondo caso, in cui supponesi essere trasferita la nave insieme
 col corpo, e coll' elastro colla celerità = U. Nello spiegarfi dell' elastro
 s' accresca al corpo la velocità = z; dunque la velocità levata alla nave =
 $\frac{Az}{M}$; perciocchè questa è a quella, che il corpo acquista, in ragion recipro-

ca delle masse. Per tanto il corpo si muoverà colla velocità assoluta =
 $U + z$, e la nave colla velocità = $U - \frac{Az}{M}$. Essendo queste cospiranti, sot-

traendo l'ultima dalla prima, avremo la velocità del corpo relativamente
 alla nave = $U + z - U + \frac{Az}{M} = z + \frac{Az}{M} = V$ per l'ipotesi; dunque

$z = \frac{MV}{A+M}$: ma lo stesso valore aveva la x nell' ipotesi della nave quie-

ta; dunque quella velocità assoluta, che nel primo caso novellamente im-
 primefi al corpo, si aggiunge nel secondo.

Fa di mestieri determinare la forza viva dalla nave perduta; mercè
 che questa per mezzo dell' elastro passa nel corpo. Essa prima dell' espan-
 sion dell' elastro era dotata della forza viva = $\frac{MV^2}{2}$: aperto l' elastro si

tro-

trova aver la forza = $\frac{M}{2} \cdot \frac{U - \frac{AV}{A+M}}{2}$. Sottraendo questa da quella ri-

troveremo la forza dalla nave perduta = $\frac{2AMUV}{2 \cdot A+M} - \frac{A^2MV^2}{2 \cdot A+M}$: Se que-

sta si aggiunga all' intera energia dell' elastro, avremo novellamente trasfu-
 sa nel corpo $A = \frac{2AMUV}{2 \cdot A+M} - \frac{A^2MV^2}{2 \cdot A+M} + \frac{AMV^2}{2 \cdot A+M}$, la qual formola,

se riducafi alla medesima denominazione, e si faccia la necessaria sottrazio-
 ne, si cangia nella seguente $\frac{2AMUV}{2 \cdot A+M} + \frac{AM^2V^2}{2 \cdot A+M}$: ma il corpo prima

dell' espansion dell' elastro era fornito della forza = $\frac{AU^2}{2}$; dunque l' intera

forza dell' istesso corpo, aperto l' elastro farà = $\frac{AU^2}{2} + \frac{2AMUV}{2 \cdot A+M}$

$\frac{AM^2V^2}{2 \cdot A+M} = \frac{A}{2} \cdot \frac{U + \frac{MV}{A+M}}{2}$, cioè alla metà del prodotto della massa

nel quadrato della velocità assoluta.

VI.

Ricaviamo alcuni corollari. Se la velocità U, con cui si suppone nel
 secondo caso viaggiar la nave, si faccia = $\frac{MV}{A+M}$, cioè uguale a quella, che

al mobile si dà in caso della barca quieta, o che se gli accresce nel caso
 della barca mossa; si ritroverà la forza aggiunta al mobile esser tripla di
 quella, ond' era fornito prima dell' espansion dell' elastro: la qual conse-
 guenza mostra, essere affatto insufficiente l' argomento prodotto dai due
 celebri Geometri Inglefi.

Se poi si supponesse la barca muoversi colla velocità V , ch'è la velocità relativa acquistata dal corpo per riguardo alla barca, la forza di nuovo introdotta nel corpo A non farebbe, nè dovrebbe essere tripla di quella, da cui era antecedentemente animato; perciocchè la velocità assoluta nuovamente acquistata non è uguale alla precedente comune col vascello, siccome le formole manifestamente il dimostrano. Ben è vero, che se la massa del vascello fosse infinita, la velocità relativa si adeguerebbe all'assoluta, onde le premesse due ipotesi si unirebbero in una. E questa posizione si verifica fisicamente, ogni qual volta la massa del corpo è fisicamente incomparabile con quella del vascello.

VII.

Nella mia analisi ho supposto, che la forza perduta dalla nave passi nel corpo. Sarà bene metter in chiaro questa verità con alcune riflessioni. L'elastro esercitando i suoi conati non può togliere alla barca un qualsivoglia grado di forza viva, se in se stesso non la ricetta; perchè certamente la tolta non si annichila. Dimando per qual mezzo giunga la molla ad acquistare novella forza, oltre quella, che nel rannichiarla s'era antecedentemente impiegata. Ciò senza fallo non si conseguisce, mentre non si accresca la costipazione; imperciocchè altronde la nuova forza non sopravviene. Il moto dunque del vascello stringe di mano in mano l'elastro, e passo passo, e non già di salto, la forza da un corpo all'altro si trasferisce. Ma qui non manca l'azione; conciossiachè la molla, la quale dalla parte C (Fig. 11.) liberamente si spiega, e non incontra salvo che l'inerzia del globo A , non trattiene in se medesima la forza, per così dire, straniera; anzi speditamente nella massa A la trasfonde. Basta un'occhiata di mente attenta, per capire, che ci ha da essere necessariamente un notabil divario in ciò, che concerne l'azione, e la reazione dell'elastro, e la forza comunicata alla palla A nella doppia ipotesi, che stia ferma, o che si muova la nave.

Agevolando l'intelligenza dell'artificioso meccanismo, considero a parte a parte la gemina impressione fatta dalla molla nel mobile A . Proviene la prima dalla forza, per cui si suppone precedentemente corrugata la verga BC , la quale svogliendosi scarica tutto il suo vigore sul corpo A , che in se stesso senza alcuna diminuzione il riceve, mentre la nave, anzi che acquistare, perde forza, e velocità. La seconda procede dagli iterati stimoli della nave. Comincia essa a sollecitare la prima fibrilla BF , che costipata fa sforzo di dilatarsi, ma non potendo stendersi dal canto B , perchè la forza viva predominante ci mette un insuperabile ostacolo; si volta a premere la vicina FH , e questa la terza, e così di mano in mano, fino a che, pervenuta l'azione all'ultima fibra GC , nella palla A fa passaggio. Continua il giuoco per tutto il tempo, che la molla a ricuperare il suo stato naturale ci spende, e compiuta la restituzione, più non appoggiandosi alla massa A , nè più oltre accelerandola, di conseguenza non sente più l'azione del vascello mosso; se non se in quanto cammina colla velocità impressa, di cui anco prima di rimettersi era fornita.

E con-

E conciossiachè gli elementi menomi della nostra verga con pari facilità si comprimono, e si spiegano; ne nasce, che in qualunque istante l'elastro per questo titolo sensibilmente non muta stato; atteso che per conto della nave in moto, le sue fibre non sono successivamente soggette, se non se rispetto alla dimensione, ad uno inassegnabile restringimento. E quanto la fibra BF si serra, e si apre verso H , altrettanto fanno quelle di mezzo per fino all'ultima GC . La forza dunque, ch' esce dal vascello, passeggia da capo a fondo per tutta la serie delle fibrille, e quanta essa è, alla palla A si addossa, senza che l'elastro soffra una computabile alterazione. Per la qual cosa la detta forza, che viene al di fuori, non si oppone, e non perturba l'ordinaria espansione della molla, che in pari tempo si compie, o nella nave immota, o nella trasferita con qualsivoglia velocità;

VIII.

Il P. Riccati ci ha fatti accorti d'una importante cautela, di cui bisogna far uso nella teorica de' moti traslati, principio per altro fecondo ed utilissimo, purchè non si applichi a contrattempo. Sino che si tratta di semplici velocità, esso è generalmente infallibile, e sicuro: ma ci vuole una grande circospezione per adattarlo alle forze vive; imperciocchè si corre facilmente rischio di cadere in qualche nascosto paralogismo. Nell'esempio addotto, se i lodati Matematici, che sul movimento trasferito si sono fatti forti, avessero saputo, che seguita l'azione, la forza viva impressa nel mobile A dall'unione delle cause operanti debbe esprimersi per la grandezza

$$\frac{A \cdot U + MV^2}{2 \cdot A + M}, \text{ e per } U + \frac{MV}{A + M} \text{ la velocità relativamente allo spazio}$$

immoto, si sarebbero avveduti, che svaniva la difficoltà da loro promossa. Ma non era così agevole il venir a capo dell'inchiesta, e perciò non è maraviglia, che l'opposizione sia rimasta parecchi anni senza l'adeguata risposta.

Per ben valersi del moto traslato, io propongo tre canoni di metodo. Coll'aiuto d'esso si determinino soltanto le velocità assolute, e più oltre non si proceda: indi alzandole opportunamente al quadrato, si faccia passaggio ad investigare la misura delle forze vive: per ultimo si vada in traccia delle cagioni, da cui esse forze vengono prodotte, e se ne separino gli elementi. Tutto ciò nel soggetto, che si è preso a dilucidare, si è puntualmente eseguito.

CA-

CAPITOLO DUODECIMO

Si prosegue a discorrere della velocità.

I.

Ripiglio per mano la materia delle velocità, e poste in non calere le metafisiche specolazioni, di cui guari non curano i Fisici, mi riservo a provare ne' seguenti capitoli, che forza non distrugge forza, e nel presente, che trattandosi di velocità contrarie, dee dirsi tutto all'opposto. Qualunque volta un corpo da una data forza si rinvien animato, non se ne può spogliar mai o in tutto, o in parte, se non la impiega a produrre un qualch' effetto proporzionale alla cagione, o vogliam dire alla forza perduta.

All'incontro delle velocità, che da cause separate, e distinte traggon l'origine, e che nella medesima massa si annidano, haasi a prender la somma, se sono conspiranti, e la differenza, se sono contrarie (dell'equipollenti tra poco terrò ragionamento) e sollevando l'una, o l'altra, cioè la somma, o la differenza alla seconda dignità, non ommesse le masse, si conseguirà la vera stima delle forze vive. In fatti per misurarne l'energia, la Natura non tien conto, salvo che delle celerità, che attualmente sussistono, nè mancano ad esso lei gli artifizj per generarle, e per accrescerle, o diminuirle, conforme le circostanze richiedono, tenuta però sempre ferma la necessaria corrispondenza fra le cagioni, e gli effetti.

II.

Nel capo premesso se ne è dato un saggio, ed ora non mi sia disdetto d'aggiugnerne un altro più semplice. Cada la palla A (Fig. 12.) dalla sublimità A, e pervenuta che sia in B animata dalla sua costante gravità, cominci a discendere la seconda sfera C = A dal punto più basso C per la medesima linea del piombo ACD. Prima d'ogn'altra cosa determino il sito D, in cui il globo A urta nel corpo C, e partecipa ad esso una porzione della sua forza acquistata per la caduta: Facciasi come la quadrupla AB alla BC; così la BC alla CD, e sarà segnato il punto D, nel qual segue la percossa. Ora essendo eguali per l'ipotesi le due masse A, C, se saranno ambe fornite d'una squisita virtù di molla, ed anco, se così piace di mole infinitesima, onde la comunicazione del moto si compia in un tempo minimo; attesi i canoni noti, le suddette sfere permuteranno le velocità; per guisa che il solido A, il quale prima del colpo camminava nel punto D colla velocità espressa per \sqrt{AD} , e l'altro C colla velocità espressa per \sqrt{CD} , pro-

ce-

cederanno seguita la collisione, il primo, come se disceso fosse dall'altezza CD, ed il secondo, come se fosse caduto dalla sublimità AD.

Egli è vero, che se AD fosse per avventura quattro fiata maggiore di CD, le velocità sarebbono in ragion doppia, e le forze vive in quadrupla tanto prima, quanto dopo la permutazione, essendosi in molte occasioni dimostrato, che le dette forze si misurano dall'azione della gravità costante moltiplicata nello spazio trascorso, e non nel tempo, in cui percorre: laonde fornito il globo C di un grado di forza per il disendimento CD, debbe guadagnare altri tre acquistati già dal corpo A nella caduta per AC tripla di CD che totalmente li perde, riferbando solo per se il quarto grado, come se principiando a muoversi dalla quiete fosse piombato per la linea CD. Qualmente poi nella comunicazione del movimento fra le masse perfettamente elastiche la Natura distribuisca le forze vive, si è altrove ad evidenza spiegato.

III.

Tengasi per indubitato, che le velocità provenienti da principj disgiunti per lo più si avvalorano, o si elidono, qualunque fiata accade, che al medesimo corpo si addossino. Affine di ben capirne l'economia, gioverà trattenermi di proposito sulle velocità composte, che con altro nome sogliono chiamarsi equipollenti. Cammini un mobile per la retta ACB (Fig. 13.) colla celerità equabile rappresentata dalla linea CB, e giunto in C, sopravvenga una impressione istantanea, che lo spinga per la direzione CD colla celerità costante CD; per modo che se il corpo C si movesse primieramente colla prima velocità, e poscia colla seconda, scorrerebbe in tempi pari gli spazj CB, CD proporzionali alle velocità prese separatamente. Tutti i Fisici convengono, che compiuto il parallelogrammo CDEB, e tirata la diagonale CE i moti semplici si complicano, ed il solido è obbligato a volgersi per il diametro CE, e seguitando una media direzione, a progredire colla celerità invariata CE, che viene a formarsi dalla composizione delle due laterali CB, CD.

Questo Teorema suole comunemente dimostrarsi per via del moto traslato. Fingasi, che la retta ACB sia trasportata da una nave, che si muove per la direzione CB, e colla celerità CB, ed appresso che nello stesso tempo strascichi con seco la linea CD raccomandata al punto C, e sempre a se medesima parallela. Si ponga, che il mobile C proceda colla velocità uniforme CD per la retta CD; egli è manifesto, che i naviganti, i quali del movimento del vascello partecipano, vedranno soltanto la palla C messa con passi eguali per la strada CD. All'incontro coloro, che sul lido dimorano, ai quali è palese del pari la traslazione del lato CD, ed il viaggio della palla C, quando la linea CD sarà pervenuta a cagion d'esempio in FH, si accorgeranno altresì, che il globo C, il quale attesa la velocità ad esso impressa, non se ne sta ozioso, avrà trascorsa la retta FG, e comparirà loro nel sito G. E perchè gli spazj passati in tempo eguale sono come le velocità; avraasi CB: BE = CD:: CF: FG, e conseguentemente il punto G, e

così

così diasi di qualunque altro, farà nel diametro CE. Per la qual cosa il mobile C guarnito della velocità CE in un tempo dato correrà lo spazio CG per la direzione CE equipollente alle laterali CB, CD.

IV.

La dimostrazione ci convince, ma non c'illumina. Non si vede chiaro, da qual meccanismo, e da quali originarij principj venga diretta la composizione delle velocità, e la equipollenza delle direzioni. La cosa è talmente perplessa, che alcuni Geometri si sono lasciati uscir di bocca delle strane proposizioni. I Cartesiani, che fanno essere i due lati del triangolo CDE maggiori della base CE, non an potuto raccapezzare alcun sutterfugio, per tener ferma la debita uguaglianza fra le quantità del moto, misure secondo loro delle forze vive; imperciocchè le quantità del moto componenti $Cx\ CB$ e $Cx\ CD$ colla composta $Cx\ CE$ ponno serbare qualunque proporzione di maggiore inegualità. Anzi taluno d'essi ha con franchezza asserito, che nel caso nostro non trova luogo l'irrefragabile assioma, che stabilisce la necessaria corrispondenza tra le cagioni, e gli effetti.

I Leibniziani non pareggiano le partite, salvo che nell'unica circostanza, che l'angolo BCD sia retto. Allora il quadrato \overline{CE}^2 della velocità equipollente s'eguaglia alla somma dei quadrati $\overline{CB}^2 + \overline{BE}^2$ delle celerità laterali, sta salda l'eguaglianza fra le forze vive, che fanno figura di cause, e quella, che dal combinamento d'esse ne nasce siccom'effetto. Negli altri casi, fatto l'angolo CDE ottuso, o acuto, mal si rispondono le forze generanti colla generata.

V.

Fa di mestieri per tanto girare diversamente il nostro soggetto. Ed in prima liberiamci da un legieri equivoco. Altra cosa è, che non operando mai la Natura di salto, le velocità CB, CD si formino, e si aumentino in vigore de' successivi impulsi continuamente applicati; ed altra, che le predette velocità si concepiscano già prodotte, e per così esprimermi, amendue innestate nella massa C; onde non ammettano incremento, o diminuzione. Il primo caso non fa a nostro proposito, e sarà colpo di mera fortuna, se il corpo C camminerà con moto variabile per la direzione CE. Per lo più descriverà esso una curva appropriata alla doppia scala de' conati acceleranti.

Ne abbiain l'esempio ne' gravi, che spinti con una celerità equabile per una retta o orizzontale, o inclinata, nel tempo medesimo sono cacciati abbaso per la linea del piombo dalla lor naturale, e costante gravità. Corrono essi per un arco parabolico dalla complicazione de' moti delineato. Cessando la velocità equabile di traverso, il peso accelerandosi discenderà per la verticale, e tolte di mezzo le impressioni sollecitanti, il mobile abbandona la curva, e continua il suo viaggio per la tangente. Quindi obbligati i corpi a descrivere linee curve, la composizione, e la risoluzione delle velocità

ciò ha soltanto luogo ne' triangoli elementari, i quali ad ogni minimo passo variano di grandezza, e di posizione; e l'ipotenusa dell'ultimo triangolo, o la flussione della curva prorogata si è quella, che determina la direzione del movimento uniforme.

VI.

Cadono unicamente sotto la mia ispezione le velocità CB, CD in qualunque modo ridotte all'equabile: e per farmi strada ai casi intermedj, piglio a considerare gli estremi. Sia l'angolo DCB infinitamente acuto; egli è manifesto, che le due linee CD, CE coincidono colla terza CB, e costituiscono una sola linea. Si uniscono dunque le due velocità CD, CB, e fanno sì, che il mobile C s'inoltri per la via CB con una celerità uguale alla loro somma $CD + CB$, o meglio colla velocità composta CE, che ambo in se stessa adeguatamente contiene. All'opposto abbiain l'angolo BCI ottuso a due retti infinitamente prossimo, e le linee CB, CI ci rappresentino le velocità inserite nel solido C; la retta CI sovrapposta alla CA indica, che la palla è spinta nell'atto medesimo per due strade direttamente contrarie. Ed in ordine a ciò, per misurarne l'andamento, va assunto non più l'aggregato, ma la differenza delle due velocità: di modo che se CB è maggiore di CI, il corpo C s'incamminerà dalla parte CB colla celerità $CB - CI$, ed all'incontro posta CB minore di CI, s'inoltrerà per la via CA colla velocità $CI - CB$. Che se per avventura le due celerità fossero eguali, la sfera C persisterebbe immota nel punto C; mercè che le velocità opposte scambievolmente distruggonsi.

Succede dunque, che le velocità cospiranti si aiutano insieme, e si avvalorano, e che le contrarie giusto la lor prevalenza si contrastano, ed in tutto, o in parte si elidono. Le forze vive poi si misurano dai quadrati

$\overline{CB + CD}^2$, $\overline{CB - CI}^2$, ai quali va applicato il binario; imperciocchè non

an punto che fare colle velocità componenti, che per farmi intendere io chiamerò virtuali, ma solamente coll'attuale, che dall'accoppiarle risulta, e da cui il mobile secondo le circostanze si trova realmente impressionato.

E se così è, non facendosi transito nella posizione, che abbiain per le mani, dal positivo al negativo, se non se per il nulla; ci farà necessariamente una particolar positura della linea CD, in cui le velocità CB, CD non influiscono punto l'una nell'altra, nè si porgono vicendevolmente o soccorso, o impedimento. Il principio generalissimo dell'indifferenza ci si toccar con mano, che ciò dee intervenire nel caso unico, mentre cioè l'angolo DCB sia retto. E la ragione si è, che la celerità normale CD non piegando più verso la CB, che verso la CA, non può mai accrescere la velocità CB coll'aggiunta d'una celerità cospirante, nè diminuirla colla sottrazione d'una contraria; non essendoci motivo di forza, per cui deggia seguire piuttosto l'uno, che l'altro effetto.

Per la qual cosa le due forze vive laterali $\frac{CB^2}{2}$, $\frac{CD^2}{2}$, dalle quali nel

tempo stesso si rinviene affetto il corpo C, e che da principj distinti traggono l'origine, non turbandosi mutuamente nè punto, nè poco, si conservano intatte, e mantenendo il loro primitivo vigore o agiscono separate, o insieme congiunte per via della composizione, sono egualmente valevoli a produrre effetti pari. Ed in vero essendo il quadrato dell'ipotenusa CE uguale ai quadrati delle linee CB, BE, che formano l'angolo retto; si cava di conseguenza, che la forza composta alle componenti esattamente s'agguaglia. Il raziocinio alla risoluzione si estenda; mentre ogni ragion vuole, che la forza equipollente $\frac{CE^2}{2}$ non possa separarsi in due,

che scambievolmente nel generarsi non si contrastino, se le laterali non comprendono un angolo retto, e l'apice del triangolo CDE non sia alla periferia di un cerchio, che abbia la retta CE per diametro.

VII.

Per far passaggio con chiarezza alle forze, io m'immagino un corpo collocato dentro una nave, al quale sia applicato un elastro, che nello sciogliersi sia valevole di cangiare il suo stato. La soluzione, che abbiamo data nel capitolo precedente al sottile argomento de' Signori Mac-Laurin, e Jurin, fa vedere, che non egual forza s'introduce nel corpo nelle due ipotesi della nave quieta, e della nave mossa per l'espansion dell'elastro. Questo caso, che è il più semplice di tutti gli altri, perciocchè la stessa è la direzione dell'elastro, e della nave mentre cammini, ci dee fare avvertiti, che quando la direzione dell'elastro faccia un qualche angolo colla direzione della nave, la molla non agirà egualmente contro del corpo o stando in riposo la nave, o essendo fornita di movimento. Io son d'avviso, che chi entrasse in cotai ricerche, la quale per certo è degna della industria, e dell'attenzione de' Geometri, paleferebbe dimostrativamente, che sebbene lo stesso elastro o stando ferma, o viaggiando la nave, comunicherebbe al corpo per la sua direzione la stessa velocità; pure non eserciterebbe contro ad esso una egual azione. Ma di buona voglia sgravandomi dal peso d'intricati calcoli, amo di battere un'altra strada, che ci aprirà un metodo più spedito: e per maggiore facilità considererò in appresso essere la massa della nave infinita per riguardo a quella del corpo.

La riflessione di sopra fatta, che una velocità non accresce, nè diminuisce un'altra, che le sia perpendicolare, patentemente dimostra, che l'elastro, se sia normale alla direzione della nave mossa, comunica al corpo la stessa forza, o cammini, o stia in quiete il vascello. La ragione è manifesta; perciocchè essendo la nave infinita, tutta l'energia dell'elastro si trasfonde nel corpo, e la nave niente perde della sua forza, e nell'un caso, e nell'altro. Quindi è, che i quadrati delle due velocità laterali CB,

CD

CD posto l'angolo DCB retto, squisitamente s'eguagliano al quadrato della diagonale CE. Fissiamo dunque siccome principio certissimo, che risolvendo una velocità in due, che formano un angolo retto, o componendone due, che sieno a squadra; non cangio per nulla la forza, che v'ha in Natura, surrogando eguale all'eguale, il qual principio ci somministra un metodo spedito per trattar gli altri casi più involuppati.

VIII.

I passi mossi ci anno guidato alla metà del cammino, onde non lungo viaggio resta da farsi. Non bisogna contentarsi d'una sola composizione, o risoluzione introdotta dalle circostanze; ma usando il metodo indicato convien passar oltre alla seconda, e tal fiata alla terza, sinattantoche le cose si riducano a tale, che le velocità laterali concorrendo ad angolo retto l'una nell'altra non influiscano. Calate da due punti D, E sopra la retta CB le perpendicolari DK, EL, si noti, che la velocità obliqua CD si risolve nelle due KD, CK. La prima discosta il mobile dalla retta CB per la normale KD, e così le direzioni in nessun conto si turbano: l'altra CK, che non devia dalla CB, lo porta per la medesima strada; laonde le due velocità cospiranti vanno insieme congiunte, e deesi considerare il corpo C procedente per la linea CB colla somma delle velocità CB + CK = CL. In fatti il moto per l'inclinata CD s'impiega del pari ad avvicinare proporzionatamente la palla per un verso alla parallela DE, e per l'altro alla perpendicolare LE, e le misure degli accostamenti dalle rette KD, CK si desumono.

Piglio la cosa sotto un differente aspetto, e lasciata nel suo essere la velocità, e la direzione CD, mi faccio a risolvere colla premessa avvertenza la celerità CB, ovvero la equivalente DE. Prorogata dunque la linea CD, dal punto E tiro ad essa la normale EM. E perchè la velocità DE si compone delle due DM, ME, che tagliandosi in M ad angolo retto vicendevolmente non si modificano; ne segue, che il solido C farà spinto per la direzione CD colla velocità CD + DM = CM; e si approssimerà alla parallela BE colla celerità ME. In ambo le ipotesi esposte non si diversificherà punto l'effetto; conciossiachè il mobile farà a stretto a camminare per la strada di mezzo CE, e ad acquistare la velocità equipollente CE.

Ci viene insegnato dal nostro metodo, qual forza debba dall'elastro trasferirsi nel globo C, acciocchè riceva la velocità CD, essendo prima dotato della CB. La forza, di cui si trova al fine fornito s'eguaglia a

$$\frac{C \cdot CL^2}{2} + LE^2: \text{ ma prima dell'espansion dell'elastro era animato dalla}$$

$$\frac{C \cdot CB^2}{2}; \text{ Dunque la forza richiesta farà } = \frac{C \cdot CL^2}{2} + LE^2 - \frac{C \cdot CB^2}{2}$$

T t 2

$= \frac{C}{2} \cdot \overline{CD}^2 + 2 CB \cdot CK$. Se la sfera C fosse spogliata d'ogni altra velo-

cità, a comunicarle la CD farebbe d'uopo della forza $= \frac{C}{2} \cdot \overline{CD}^2$: dunque

a darle la stessa velocità, mentre precedentemente viaggiava colla CD, dee ricevere forza maggiore, e l'eccesso s'esprime per $C \cdot CB \cdot CK$. Questa conseguenza è adattata alla figura, che mostra l'angolo DCB acuto. Se il detto angolo fosse retto, la $CK = 0$, onde viene ad annullarsi l'eccesso. Se poi l'angolo sia ottuso, la CK divien negativa, e l'eccesso passa in difetto, e per conseguenza minor forza sarà necessaria a comunicar la velocità CD viaggiando la nave, che stando ferma.

Da qui è facile imparare, quale sia la forza perduta dalla nave, o acquistata. Supponendo la nave quieta, veggiamo essere l'energia intera dell'elastro $= \frac{C}{2} \cdot \overline{CD}^2$; dunque la forza, la quale oltre l'energia dell'elastro

riceve di più il corpo in caso dell'angolo acuto, o riceve di meno in caso dell'angolo ottuso, è espressa per il rettangolo $C \cdot CB \cdot CK$: ma la forza, ch'egli di più acquista, è perduta dalla nave, e quella, che riceve di meno, è la acquistata dalla stessa nave, secondochè insegnano le cose spiegate; dunque si è determinata la forza, che si toglie, o si accresce alla nave $= C \cdot CB \cdot CK$, la quale nell'angolo retto si trova nulla.

A dichiarar meglio la cosa avverti, che in luogo dell'elastro, la cui direzione è CD, e l'energia $\frac{C}{2} \cdot \overline{CD}^2$, posso sostituire due elastri ad an-

golo retto, le cui direzioni sieno CK, KD, e l'energie $\frac{C}{2} \cdot \overline{CK}^2$, $\frac{C}{2} \cdot \overline{KD}^2$,

che unite eguagliano l'energia $\frac{C}{2} \cdot \overline{CD}^2$. Quanto al secondo elastro, il

quale è perpendicolare alla velocità CB, questo trasfonde tutta intera la sua energia nel corpo per modo che nulla altera la forza del vascello. In riguardo all'altro elastro CK ci si presenta l'ipotesi considerata da Signori Mac-Laurin, e Jurin, di cui abbiamo parlato nell'antecedente Capitolo. Contraendo per tanto le formole ivi esposte alla supposizione della nave infinita, discopriremo le stesse conseguenze poc' anzi ricavate coll'altro metodo. Le medesime riflessioni vengono a festa, quando data la velocità CD debba ricevere il corpo la velocità CB.

Ricorrendo al moto traslato farà bene mettere sotto degli occhi come per opera della velocità CD s'aggiunga alla velocità CB la CK, e per opera della CB s'aggiunga alla CD la DM. Colloco dunque il corpo C sopra un vascello, il quale proceda equabilmente per la direzione DK colla celerità DK. Coloro, che stanno fermi sulla spiaggia, non vedranno mai il mobile staccarsi dalla retta CL. Ma quale sarà la sua velocità? non certamente la CB, ma bensì la formata dalle due $CB + CK$, o vogliam dir la CL. In tal posizione dunque rispetto ai prederi Spettatori la palla C realmente cammina per la strada CB, e colla celerità CL, una porzione della quale, cioè CK, che deriva non mica dal moto della barca, ma dall'obliqua CD, si aggiunge siccome cospirante alla CB, e ne accresce il movimento.

Similmente facciasi, che la navicella volti il suo corso per la direzione EM colla velocità EM, ed accaderà, che si offervi dal lido la sfera C progredire senza dilungarsi dalla linea CDM, ed acquistare l'aumento di velocità DM proveniente dalla CB, o sia DE; di modo che per un verso la celerità CD si accresce, e per l'altro quella del vascello esposta dalla normale EM, relativamente alla impressa DE si minor. In ambo le posizioni i Naviganti, che del moto della barca sono a parte, mirano il globo C procedente giusta il diametro CE, e spinto dalla velocità equipollente CE. O convien dunque dar di penna al principio del moto trasferito applicato alle sole velocità, o possiamo, per venir a capo della nostra ricerca, servirci senza scrupolo delle velocità CL, CM, che non sono mica totalmente immaginarie, e create dal Geometra, ma compariscono ad esso lui siccome fisiche, e reali, se dalla terra ferma le mira, ed appunto tali, quali nelle dimostrazioni le assume. Non si vuole dissimulare una difficoltà. Per comporre la velocità equipollente CE abbiamo a valerci delle due velocità laterali CL, LE, o piuttosto delle due CM, ME? Non essendoci ragione, che militi per l'uno, o per l'altro pajo, la Natura starebbe in ambiguo. In fatto ella non riconosce, salvo che la velocità CE diretta per il diametro nascente dalle suddette coppie, e da altre infinite, che nello stesso effetto cospirano. E se il vascello mosso colle condizioni prescritte ci pone innanzi le celerità CL, CM; avvertasi, che fa di mestieri perder di vista le due LE, ME. Per la qual cosa le velocità CL, CM, che attesa la lor direzione, dai moti normali della nave non sono in conto alcuno turbate, coll'aggiunta dell'analoghe LE, ME ci somministrano il modo di dimostrare la legge, di cui mai la Natura non si dimentica, cioè l'egualità tra le forze vive laterali, e la diagonale. Quindi d'ambo le coppie indicate egualmente in via di metodo possiam valerci; perchè amendue le strade vanno a metter capo nella medesima verità.

E nel tempo stesso si rifletta, che del principio del moto traslato bisogna saperne fare buon uso, e servirsene con cautela, secondochè le circostanze richiedono. So ancor io, che si potea diriggere la nave per ogni ven-

to: ma tutte le innumerabili direzioni, trattone le due testè adoperate, che sono perpendicolari ai lati CB, CD, in vece di sviluppar la faccenda, vie più la imbrogliono. A cagion d'esempio muovasi la barca per la retta DC colla velocità DC; egli è certo, che il mobile C non abbandonerà il sentiero CB rispetto coloro, che dalla spiaggia lo guardano: ma dal movimento del vascello verrà strascinato in senso contrario colla velocità KC; per guisa che l'osserveranno incamminarsi verso L affetto soltanto dalla celerità KL. Per la qual cosa fa d'uopo determinare le direzioni della navicella in maniera, che il trasporto d'essa non turbi in conto alcuno la velocità CL accrescendola, o minorandola: lo che si ottiene, quando le celerità laterali CL, LE costituite ad angolo retto equivagliano alle oblique CB, BE, e mutuamente non si frastronano.

X.

Spendo alquante parole intorno quelle velocità, che con opposta direzione si elidono. Sia (Fig. 14.) l'angolo BCD ottuso; e le linee CB, CD ci rappresentino le due direzioni, e le due velocità al mobile C comunicate da due differenti azioni. Lasciata cadere dal punto D sulla retta AB la perpendicolare DK, la celerità CD si risolve nelle due DK, KC fra loro nè conspiranti, nè contrarie. In questo mentre la CK direttamente si oppone alla CB; laonde se ne dee prendere la differenza, e tre casi possono succedere, secondochè l'apotome BC—CK ci dà una quantità, o positiva, o negativa, o nulla. Nel primo caso, in cui BC supera CK, il diametro CE del parallelogrammo CDEB, per il quale il corpo C attualmente dee procedere, pigia verso CB formando l'angolo acuto ECB. Nel secondo, quando cioè BC è minore di CK, interviene al rovescio, e la diagonale CE inclina dalla parte CK, e si dilunga dall'altra per via dell'angolo ottuso ECB.

Così si determina da che lato il moto prevaglia, e non se ne desume già l'indizio dall'essere la velocità CD maggiore di CB; perchè ciò non ostante bene spesso la retta CK è più picciolo della CB. Allora il mobile si torce dalla banda sinistra CB, laddove si torcerebbe a destra, qualunque fiata accadesse all'opposto. Se poi, ed ecco il terzo caso, fossero eguali le quantità CB, CK, il mobile starebbe in bilancia fra le due contrarie direzioni CB, CK, e camminerebbe per la CE perpendicolare a CB colla celerità CE; per guisa che se il vascello si movesse da E in C colla velocità stessa, gli spettatori della terra ferma vedrebbero la palla C starfene in quiete nel sito C.

XI.

Viene a festa un teorema elementare, che dalle dimostrazioni di Euclide si cava per via di corollario: ed è, che in qualsivoglia parallelogrammo i due quadrati delle diagonali sono eguali ai quattro quadrati dei lati. Per quella medesima quantità, con cui il quadrato del diametro DB opposto all'angolo ottuso DEB supera i due quadrati DE, EB, il quadrato dell'

al-

altro diametro CE opposto all'angolo acuto CDE resta superato dai due quadrati CD, DE. Applico la proposizione alle forze vive, e dico, che le quattro laterali alle due diagonali si agguagliano. Fassi dunque una giusta compensazione, la quale altronde non può nascere, fuorchè dalla inclinazione degli angoli, che uniti compion due retti, e dalle direzioni delle velocità in parte conspiranti, o contrarie.

Le conclusioni superiormente dedotte si uniformano talmente alle velocità altronde conosciute, ed alle leggi generali, ed immutabili della Natura, che io mi lusingo d'aver sparso qualche nuovo lume sulla teorica delle velocità equipollenti, e de' moti traslati. Se per l'una parte nel presente incontro non ci s'affaccia veruna assurda conseguenza in riguardo alle forze vive misurate alla foggia del Leibnizio, e se per l'altra ne abbiamo tante dimostrazioni nell'opere de' migliori Geometri dell'età nostra, e specialmente in quelle del Signor Giovanni Bernoulli, siamo astretti a confessare, non ostante le anticipata prevenzioni, doverci questo canone, che in qualsivoglia occasione di fare la sua comparfa non manca mai, assumere siccome un principio fondamentale, ed infallibile, a cui si appoggia la Dinamica. Ho insinuato abbastanza qual uso abbia a farsi delle velocità, e delle quantità del moto, le quali per se stesse, almeno in linea di cause primarie, non danno norma agli effetti fisici, e solamente in figura di regole secondarie, e dalle principali dipendenti ci si presentano. In tal modo, e non altrimenti vogliono maneggiarsi colla debita circospezione.

CAPITOLO DECIMOTERZO

Delle potenze, e delle azioni.

I.

Quando io mi accingo a ragionar della forza, entro mal mio grado in un laberinto di difficoltà poco meno che inestrigabili. Per uscirne con franchezza, la sola ragione avvalorata dai fenomeni me ne può porgere il filo: ma temo, che a mezza strada mi si rompa in mano, tanto è lungo, ed intralciato il viaggio. Fa d'uopo dunque camminare a passi lenti, e sospesi, ed aver l'occhio intento da un canto alle mosse, e dall'altro alla meta: conciossiachè se non si prenderanno di mira amendue gli estremi, si corre rischio di aggirarsi senza mai trovare nè capo, nè via per sentieri obliqui, ed incerti, i quali al luogo d'onde siamo partiti sovente ci riconducono.

Per procedere con buon metodo fa di mestieri togliere quegli equivoci, che s'appiattano in questa parola Forza, distinguendo diligentemente i diversi generi di forza, di cui serve la Natura. In prima considero la forza in figura d'una mera potenza, quando soltanto si adopera in premere, e nulla più, viene a dire ogni qual volta impedita da un qualche est solo insuperabile, non è valevole a produrre qualunque effetto, ed in continui

co-

conati il suo vigore si perde. In secondo luogo rimossi gl' intoppi, le menzionate potenze si mettano in libertà, e diasi agio ai loro conati di usare la propria energia. Accompagneranno esse passo passo, e con nisi variabili il mobile, a cui per forza si applicano, per un dato spazio, e per un dato tempo, sino a tanto che le fibre del corpo agente, che si suppongono in uno stato violento, interamente si sviluppino, e riedano alla loro naturale misura, ed affatto cessi l'azione. In terzo luogo gl' impulsi uno dopo l'altro al mobile paziente si partecipano, il quale, benchè a grado a grado in se li riceva, tutti e quanti sono nel suo seno li raccoglie, e conserva.

Ed è notevole, che nella causa le azioni sono successive, e replicano senza interruzione le spinte: laddove nell' effetto si accumulano, e divantano simultanee, e permanenti. Per la qual cosa se a tre generi di forze da me accuratamente distinti proprietà differenti convengono; richiede il buon metodo, che con tre nomi si esprimano; onde non si confondan le idee, come pur troppo è accaduto. Chiamerò dunque le prime potenze, nisi, o forze morte: le seconde forze continuamente applicate, ed acceleranti, o meglio azioni di forze morte: e le terze forze vive. In quale buon senso le forze vive si pongano nel numero delle forze, tra poco lo spiegherò con chiarezza. Per ora basti sapere, ch' esse eguagliano un aggregato d' impressioni elementari esercitate a poco a poco dalle forze morte sollecitanti, ed in solido alla massa paziente comunicate. Colle premesse avvertenze ci verrà fatto di camminare per un sentiero sgombero d' ogni intoppo, e d' evitare i paralogismi.

II.

Della trina dimensione impenetrabile, e de' suoi principali attributi ho discorso abbastanza, e dalle verità già stabilite si dee cavare una legittima, ed infallibile conseguenza, che nella idea originale della materia non si contiene la forza. E qui si rifletta, che le proprietà alla materia essenziali, cioè la quantità continua, l'impenetrabilità, l'inerzia indivisibilmente accompagnano; per guisa che lo spogliarla di taluna di esse è lo stesso, che annichilarla. Oltrechè costituendone la natura, e sto per dire la realtà, immutabili, ed invariate persistono, e non ammettono incremento, o diminuzione. Un pezzo di materia è sempre tale in qualsivisa circostanza, ed usualmente inerte, ed impenetrabile.

All' incontro non è necessario, che un corpo sia corredato di forza. Può acquistarla, e perderla, e ciò non ostante nel suo vero essere mantenersi. Ha dunque una perfettissima indifferenza per sostenere qualsivoglia grado di forza, poggiando per un senso all' infinito, e per l'altro discendendo all' infinitesimo. Egli è verissimo, che una data qualunque massa non richiede indispensabilmente d'esser animata dalla forza: ma se fosse affatto incapace di riceverla nel suo seno, verrebbe senza fallo a distruggersi.

E questo si vuol intendere di qualunque de' tre generi di forza, che abbiamo poc' anzi distinti. Imperciocchè la stessa materia può sostenere maggiori, e minori conati; può essere animata da maggiore, e minore azione, e per

per conseguenza può in se ricevere maggiore, e minor forza viva, che dalla quantità dell'azione dipende. Un corpo non farebbe più corpo, se ripugnasse onninamente a mettersi in movimento, ad essere trasportato da sito a sito, e se una parte con l'altra non potesse permutar luogo; imperciocchè allora equivocherebbe collo spazio inane, il quale si finge immobile. Appresso l'impenetrabilità, e l'inerzia farebbono proprietà della materia, ma totalmente inutili; attefo che avendo esse relazione al cambiamento di stato, se ne starebbero eternamente scioperate, ed oziose, ogni qual volta qualunque mutazione fosse impossibile.

III.

Ed appunto giacchè nella materia risiede una ripugnanza a variare stato, ed affetta essa di sussistere sempre mai nella costituzione, in cui si ritrova, o di quiete, o di moto; abbiati per una palpabile contraddizione, che la materia possa giugnere a tanto d'imprimere a se stessa qualsivisa forza, e che da se mutando stato si scordi della sua inerzia. Da qual fonte scaturisce una virtù spiritosa, ed attiva, che alle menzionate passive affezioni delle masse corporee non ha proporzione di forza, anzi vi si oppone direttamente? E poi fra gl' infiniti gradi di forza, de' quali un dato corpo è capace, chi fa dirmi lo perchè ad uno piuttosto che all'altro diasi la preferenza? Da chi vengon prescritti i limiti, per modo che un pezzo di materia, quasi direi nel suo grembo, concepisca un dato conato, e non più, sia avvalorata da una data azione, e poi si arresti nel corso, e piuttosto da una, che da un'altra quantità di forza viva venga animata? Egli è evidente, che a cotali effetti nè determinati, nè determinabili non si assegneranno mai cagioni proporzionate; imperciocchè dove domina una totale indifferenza, nessuna causa s'impiega, e nessun effetto si genera.

La ragione, e l'esperienza m' insegnano, che la forza ad un corpo fa passaggio per mezzo di un altro. E questo d'onde l'ha tratta? Certamente da un'altro, e così di mano in mano. O bisogna dunque ingolfarsi nell'oceano dell' infinito, senza speranza d'afferrare il lido; o pervenire a quel corpo fra gli altri distinto, e privilegiato, che a guisa di sorgente inesaurita di continuo produca forza, ed alla pigrizia altrui incessantemente supplisca. Ma quale, ma quanta forza da esso passo passo germoglia? Qui torna in campo l'indifferenza, ne ci sarà chi tra gl' innumerabili gradi di forza me ne assegni un particolare, e determinato; essendo tutti i possibili egualmente a sortir proclivi. Oltrechè il menzionato corpo faria d' indole onninamente diversa da' suoi compagni, e dovrebbe concepirsi dotato bensì di estensione, e d'impenetrabilità, ma sproveduto d'inerzia, e sempre a cambiare stato molto prontissimo.

IV.

La forza pertanto, da cui sono i corpi animati, procede infallibilmente da un esterno principio, e non è radicata nella effenza della materia, la quale

può sostenerla, e conservarla, ma non produrla. Quindi appare, quanto siensi discostati dal vero gli antichi Filosofanti, che l'anno creduta nella estensione intimamente inserita: sebbene Epicuro, preveduto forse l'inconveniente, ha messo in iscena la gravità universale produttrice del moto discensivo degli atomi verso un centro immaginario. Potrebbe essere, che i moderni Newtoniani attribuissero alle favorite attrazioni l'origine delle forze: ma secondo me le predette Sette con nessun profitto si tirano un passo addietro; conciossiacchè resta a provarsi, che nell'idea primitiva della materia si racchiuda il conato pesante, o la virtù attrattrice: contro le quali proprietà, di cui non si additano i principj, militano le ragioni medesime, che intorno la forza in generale testè si sono allegate.

Per accertare il vero facciamci a contemplare la gran mole della materia creata. Era impossibile assolutamente, che per un verso poggiasse ad un infinito metafisico, e trascendente, e che per l'altro discendesse sino al punto, cioè sino ad un impartibile infinitesimo. Si è dunque compiaciuto l'Autore sapientissimo delle cose di moderarla con due necessarie determinazioni: l'una riguarda la quantità, e l'altra la divisione, ed ambo non escono dai confini del finito per que' motivi, che altrove si sono a lungo dedotti. Se da un poter sommo, e libero non si fosse vinta l'infinita indifferenza, che risiedeva nella materia conceputa siccome possibile, non sarebbe mai forata dall'abisso del nulla. Per la qual cosa si è dovuto scegliere un sistema regolato da un temperamento, e dalle congrue modificazioni, nel quale, esclusa qualunque necessità, riluce egualmente la potenza, il sapere, e la libertà del supremo Artefice.

Ma ciò non bastava alla intenzione, ed ai fini, che Dio Ottimo Massimo nella sua mente s'era prefissi. Ed in fatti che comparso farebbe la materia lasciata nel suo essere primitivo, e fornita soltanto di trina dimensione, e d'inerzia. Sarebbe una massa informe, oziosa, ed indigesta, di cui altro non si potrebbe dire, se non ch'è materia. Bisognava dunque metterla in moto, ed animarla colla forza, la quale non potendo pullular dal suo interno, dovea da un Agente al di fuori esserle conferita: e da un Agente tale, che in numero, e in misura la dispensasse, e la compartisse a suo beneplacito in una parte più, e meno altrove.

E siccome anco la forza, che può crescere, e scemare, cade sotto l'idea generale della quantità; così in esso lei domina una pienissima indifferenza. Può accostarsi all'infinito, ed all'infinitesimo amendue assoluti senza mai giungervi; perchè se li toccasse, darebbe di petto nell'assurdo: e perciò al pari della materia ha bisogno di limitazione, ed il limite chiama indispensabilmente la scelta, e la scelta richiede una libertà determinante. La forza dunque entra nel sistema temperato dell'Universo, e ne compie la partecipazione. Iddio ne ha eletto, e prodotto una quantità nè più, nè meno proporzionata a' suoi disegni, e corrispondente alla magnitudine, ed al partito della materia inerte, cui l'ha addossata. Per la qual cosa si dee riporre nell'ordine delle grandezze finite quella forza in solido, ch'è esistente attualmente in Natura; imperciocchè mi sembra una ripugnanza, che ad una mole finita di estensione si adatti una forza infinita.

V.

V.

Premesse cotali avvertenze, che appartengono alla forza in generale, farà ben fatto, che ci fermiamo a trattar con minutezza delle forze morte, delle loro azioni, e degli effetti indi derivati, o sia delle forze vive. Per nome di forze morte altro non si vuole intendere, se non se quelle potenze, le quali entrando in azione son vevoli di cangiar lo stato de' corpi. Ne possiam distinguere di due generi: le prime cangiano lo stato del corpo col portarlo tanto dalla quiete al movimento, quanto dal movimento alla quiete, come la gravità, l'elasticità, ed altre simili; le seconde mutano lo stato col diminuire, o coll'estinguere il movimento nel corpo: di tal genere sono la tenacità, la frizione, ed altre. Parlando in rigor geometrico, l'unico criterio, onde ci si manifesti la giusta estimazione delle potenze, o delle pressioni, sono le potenze, e le pressioni medesime. Taluna di queste potenze, o più generale, o meglio conosciuta si assume come misura delle meno palesi, e l'ingegnoso Cristiano Ughenio si è valso della gravità costante per iscoprire le proprietà delle forze centrifughe.

VI.

Sino a tanto che da qualche ostacolo insuperabile viene ad esse conteso l'esercizio delle loro azioni, si accoppiano con una eterna quiete, e tutto il loro vigore consiste nel premere, e nello sfiancare, impiegando gli scambievoli, ed inutili sforzi per sottrarsi dallo stato violento, in cui si rinven- gono. Ma perchè ciascheduna d'esse in particolare non può vincere le vicine, alle quali s'appoggia, e che con pari conati la tengono in freno; non segue effetto di forza, atteso l'esatto, e non mai interrotto equilibrio. Se poi si tolgono di mezzo gl'intoppi, i nisi non se ne stanno oziosi, volgendosi verso dove cessa, o si minora la resistenza: e così nasce l'azione, e la forza viva, e ne risulta il moto locale. Poichè la forza viva si è generata, se il corpo incontra una potenza, o una resistenza, la cui direzione sia contraria alla direzione della velocità, s'esercita da essa un'azione, che chiamerò negativa, per cui la forza viva si minora, ed il corpo si avvicina alla quiete.

In cotale economia della Natura altro non vi ha se non l'azione della potenza, ch'è la vera causa, e la mutazione dello stato seguita nel corpo, ch'è il vero effetto. Nulla però di manco è tornato in acconcio a Geometri d'immaginarsi, che l'energia delle azioni elementari venga nel corpo trasfusa, raccolta, e conservata, al qual cumulo anno essi dato il nome di forza viva. L'utilità di cotale idea si fa palese nelle azioni negative relativamente alle quali si considera siccome curva la forza viva, che si distrugge, e la reazione siccome effetto; la qual mutazione mentale di causa in effetto, e di effetto in causa non porta verun disordine alle operazioni della Natura. E per questa ragione la forza viva si colloca nel numero delle forze.

V 2

Sta-

Stabilitè in tal guisa le idee non vi ha Filosofo, che possa richiamar in dubbio non altro esser l'azione, se non se le infinite, successive, iterate sollecitazioni, colle quali la potenza accompagna il corpo. Ma perciocchè nel movimento intervengono due elementi, cioè il tempo, e lo spazio, è nata ostinatissima controversia, se il tempo, ovvero lo spazio sia la misura, relativamente alla quale la forza morta va i suoi impulsi, o sollecitazioni moltiplicando; e se la minima azione voglia porsi in ragion composta della potenza, e del tempicello, ovvero della potenza, e dello spazietto. Non voglio presentemente rifare il già fatto, ma supponendo le dimostrazioni già prodotte, prenderò dallo spazio la misura dell'azione, e su questa ipotesi faranno in avvenire fondate le mie deduzioni. Con tutto ciò quando mi si porgerà opportuna occasione, non mancherò di porgere nuova luce sopra una tal verità, adducendo quelle ragioni, che vie più la rischiareranno. Per ora mi fermerò nel mettere in veduta alcune leggi, onde le potenze agenti son regolate.

So benissimo, che intorno le sollecitazioni successivamente agenti si sono affaticati con esito fortunato i più valenti Geometri del nostro secolo, fra quali, ommessi gli altri per brevità, il Nevvton, il Varignone, il Bernoulli, l'Ermanno, ed il P. Grandi, e che dopo una sì copiosa ricolta a me non resta, salvo che andar ragunando alquante spighe lasciate addietro; mentre non intendo di farmi ricco dell'altrui messe. Mia intenzione si è di stabilire i primi elementari principj della Dinamica, e di trattenermi su certi particolari, che quantunque a prima vista pajano di picciol momento; per non essere tuttavia abbastanza capiti, partoriscono frequenti equivoci, ed ostinate dissension.

VII.

Per metter in chiaro il progresso della Natura, abbiassi (Fig. 15.) l'elastro AB , cui convenga nello stato suo naturale la lunghezza AC , ma che da una esterna violenza sia stato compresso, e ridotto alla misura AB . Se egli è trattenuto da due ostacoli insuperabili ne' punti estremi A , B , onde non possa spiegarsi; ognuna delle fibre, di cui è composto, conforme si è detto, di forza morta è fornita consistente in un perenne conato di recuperare la sua primiera dimensione, ma senza profitto; perchè le propinque vi si oppongono con nisi eguali, e contrarj.

In questo mentre, levato l'intoppo in B , vi si sostituiscia il mobile B . Questa massa, che all'azione dell'elastro non contrasta se non se colla sua inerzia, non è valevole d'impedire, ch'esso dalla parte B non si svolga, e non si dilati; conciossiachè l'inerzia, se la quantità della materia, a cui è proporzionale, non fosse per avventura infinita, cede prontamente a qualunque impressione di forza morta. Quindi posta la molla in libertà, accompagna essa la sfera B per tutto il tratto BC , oltre a cui non si estende; imperocchè recuperata dall'elastro la sua natural dimensione, non ha più forza di spingere innanzi il corpo B . E quand'anche in vigore dell'impeto concepito seguitasse a dilatarsi verso G , la sua velocità, che in tal caso an-

derrebbe scemando sino a diventar nulla, farebbe sempre minore di quella, con cui nel sito C cammina tanto la palla, quanto l'estremità della verga elastica; laonde mancano gl'impulsi acceleranti, qualora il globo suggendo con maggiore celerità dall'elastro si stacca.

A misura che si moltiplicano le spinte, ricresce la velocità. Nel cominciamento del moto, cioè nel punto B , è inassegnabile, ed in progresso acquista polso, e lena, sinattantochè nel sito C diventa la massima, chedal mobile B può guadagnarsi, e si espone a cagion d'esempio dalla retta CD normale alla direzione del movimento. Ne' luoghi intermedj, come in E , ci venga espressa dalla perpendicolare EF , e così di mano in mano; per guisa che i punti B , F , D ed altri innumerabili appartengano tutti ad una curva regolare, che ci rappresenta la scala delle velocità crescenti. Se nel punto E cessasse affatto l'azione della molla; non v'ha dubbio, che il solido B seguirebbe a camminare per il tratto vano, ed indefinito EG colla celerità invariata EF . Ma perchè si suppone, che l'elastro tuttavia proseguisca a stimolare la palla B ; egli è manifesto, che nel luogo E , come parimente in tutti gli altri punti dello spazio, che si percorre, riceve la palla nuove impressioni da quella forza, per cui l'elastro si va spiegando.

Dalla notissima proprietà della molla d'essere tanto più vigorosa, e risentita, quanto è più chiusa, e compressa, ne segue, ch'esserà essa la sua maggiore attività nel punto B , e la minima, o piuttosto nulla nel punto C : e diminuendosi questa forza accelerante non già di salto, ma per via di gradi infinitamente piccioli, la scala delle impressioni sollecitanti ci verrà rappresentata dalla curva regolare IKC , di cui per ora non fa a nostro proposito d'investigarne la Natura.

Sia giunta la palla B al punto E , e siasi sviluppato l'elastro per lo spazio BE ; è cosa certa, che s'io farò sì, che la sfera verso C il suo viaggio non proseguisca, mettendoci un impedimento insuperabile; la molla sotto la lunghezza AE si ridurrà alla quiete. E perchè ancora persiste in istato violento, non lascerà di premere la palla, e l'ostacolo. Ma questi nisi successivi infruttuosamente impiegati, che di procreare qualsivis grado di forza viva sono incapaci, e che in ogn'istante si estinguono, e si riproducono, altro non sono fuorchè forze morte, e mere potenze, che all'atto non riduconsi. Poste dunque a confronto colle azioni, ed eziandio colle loro flussioni, appartengono ad un ordine di quantità onninamente diverso, ed incomparabile. Per la qual cosa se un'azione elementare, lo che non ci è disdetto, si espone per una grandezza eterogenea, verbigratia per una infinitesima superficie; vogliono esse esprimersi per un altro genere di quantità analogo, cioè a dire per una linea, dal flusso della quale nasce la superficie.

Abbiassi per tanto uno di cotali nisi indicato dall'ordinata EK , il quale rimosso l'intoppo superi l'inerzia del mobile B , e lo accompagni per il tratto inassegnabile Ee ; egli è palese, che il conato EK si mette in azione, che dalla dimension lineare si passa alla superficiale, e che l'azione esercitata contro al corpo B si misura dal rettangolo $BE \times Ee$; laonde esso

corpo riceve, e conserva in se medesimo un grado infinitamente piccolo di forza viva.

VIII.

E qui si noti poterfi da noi francamente supporre, che la forza morta EK con impressione uniforme, e costante spinga avanti il mobile B per lo spazietto infinitesimo Ee. Essendoci fra le due applicate prossime EK, ek la differenza inassegnabile LK, la quale all'una, e all'altra di esse ha una proporzione minore di qualsivoglia data; non viene in conseguenza a turbare la loro egualità, o per favellare più esattamente la loro adeguazione. E questo si è l'ingegnoso artificio, per cui gli Analisti moderni riducono a computo con pari facilità una forza morta continuamente applicata, che sia di sua natura variabile, come farebbono preso a poco, se fosse uniforme, ed operasse costantemente per l'intero spazio BC a guisa della gravità invariata introdotta dal Galileo; non avendosi a far altro, che assumere come costante l'impulso per l'elemento Ee, e passare alle integrazioni.

Appreso gioverà l'oservare, che l'azione della forza EK si espone del pari per il prodotto $KE \times Ee$, o per il trapezio mistilineo $KEek$; imperciocchè queste due quantità differiscono soltanto per il triangolo LKk , grandezza infinitamente menoma della seconda classe degl' infinitesimi. Quindi la potenza EK opera senza variazione, sino a tanto che si può assumere in qualità di costante, onde sia minore di qualsivoglia data la sua diminuzione LK. E giacchè conforme altrove ho avvertito, la differenza Ee debbe considerarsi non già stabilita nella sua magnitudine, ma siccome fluente, e che va sempre più scemando a mio piacimento, senza però totalmente svanire, e ridursi al nulla; accaderà, che le due ordinate EK, ek talmente si accostino, che non sovrapponendosi l'una all'altra, l'adequazione equivochi con l'egualità.

Egli è vero, che in rigor matematico ad ogni punto dell'asse BC corrisponde una differente applicata, e di conseguenza una diversa forza stimolante esposta per una linea assegnabile: ma ripugnando il punto indivisibile in geometria, e molto più nè lavori della Natura regolati da un sistema temperato, come ho detto in parlando della partigione della materia; a discorrerla accuratamente, tengasi per indubitato, altro non essere il punto, se non se un segno nella quantità continua, ed un segno tale, che alla quantità medesima è incomparabile. Chi ci vieta dunque di assumere in figura di segno la lineetta Ee infinitamente menoma, o pure fisicamente picciolissima? Dall' elemento Ee piglieranno norma gli altri analoghi, cioè la potenza EK decrescente per la spulsione LK, la forza viva, che si aumenta per una grandezza equivalente al rettangolo Ek, in oltre la velocità EF accresciuta per la differenza Hb, e per ultimo il tempo, cui si aggiunge un geometrico, o fisico istante.

E qui cade in acconcio di brevemente dilucidare da qual principio derivi, e fin a qual termine s'estenda in fisica la legge, che suol appellarsi di

con-

continuità. Siccome, per quel che si è detto, le azioni sono del genere delle quantità successive, dovendosi la potenza applicare a ciascun elemento dello spazio; così successivi devono pur esser gli effetti, e per conseguenza ancor le velocità, le quali non potranno crescere, se non gradatamente, o diminuire. Se dunque la Natura non può dispensarsi dall'operare per via di salti, i quali per quanto menomi si fingano, non ci è disdetto di concepirne degli altri infinitamente minori; non so vedere per qual motivo abbiamo da uscire dai limiti del finito; e perchè non possa adottarsi una legge congrua di continuità coll'ascendere, e col discendere per una scala di minimi fisici adattati al prestabilito partimento della materia inerte, ed all'economia del presente temperato Sistema. Lascio per tanto ai Matematici i loro infinitesimi relativi di qual si voglia classe, coi quali sebbene meglio si accostano al prossimo, tuttavia non arrivano ad afferrare l'esatto; e dico, che non torna il conto per regolare con poco profitto i picciolissimi salti, spiccarne un massimo dal finito all'infinitesimo. Forse nel finito non ci sono particole, e forze impercettibili, che superano di lunga mano la nostra immaginazione, atte a salvare un'adequata continuità. La perfettissima idea dai Metafisici, e specialmente dai Leibniziani per escludere il vuoto dall'Universo, ripugna ai fenomeni della Fisica, e ciò che più rileva, porta con seco le geometriche contraddizioni.

IX.

In questo mentre per internarmi nel mio soggetto dimostro la seguente.

Proposizione prima. Teorema. Stando tutte le cose come sopra, dico, che l'aumentazione Hb della velocità non è proporzionale all'azione esposta dall'area $EKke$, e conseguentemente, che le velocità attuali EF, eb, CD prese in diversi punti dello spazio scorso BC non serbano le ragioni fra l'aree crescenti $IBEK$, $IBek$, IBC .

Chiamando f le forze variabili EK, s gli spazj crescenti BE, ds , i loro elementi Ee, ed inoltre u le velocità acquistate EF, du le loro flussioni Hb, e finalmente m la massa del corpo B, riflettati, che se l'area $EKke$, o sia il prodotto $f ds$ fosse proporzionale all'elemento $Hb = du$ della velocità, ovvero all'aumentazione della quantità del moto $= m du$, si avrebbe l'analogia $f ds : m du :: 1 : n$; dunque $nf ds = m du$: ma lo spazio $d s$ trascorso colla velocità equabile $EF = u$ è sempre uguale alla velocità stessa moltiplicata nel tempo minimo dt , in cui detto spazio si compie;

dunque fatta l'opportuna sostituzione $nf u dt = m du$, ovvero $\frac{nf dt}{m} = \frac{du}{u}$,

ed integrando $\frac{n}{m} \int f dt = \log. u$: dalla qual formola si raccoglie, ch'ef-

sen-

344
fendo nel cominciamento del moto, cioè nel punto B, la velocità $u=0$, ed avendo siccome ognuno fa, il nulla per suo logaritmo una quantità in-

finita; accaderebbe, che fosse altresì infinito l'integrale $\int . f dt$, e la differenza $f dt$ finita. Per la qual cosa non ci vorrebbe meno di un tempo finito, perchè il mobile B acquistasse una velocità infinitesima, e non manco di un tempo infinito, onde il detto mobile camminasse con una finita quanto si voglia lentissima celerità. Ambo le illazioni portano con seco due manifestissimi assurdi.

Scolio. Se dunque ogni corpo sollecitato da una forza morta continuamente applicata (non avendo io considerato l'elastro AB, se non per un semplice esempio) riceve in qualunque punto E un nuovo minimo impulso corrispondente alla potenza EK moltiplicata nello spazietto Ee, e se gli aggregati di tutte queste successive impressioni ci vengono rappresentati dall'area crescenti IB EK, IB ek; ne segue, che nel movimento del suddetto corpo avrà certamente a ravvisarsi una qualche affezione, che colle menzionate aje serbi la debita corrispondenza, o sia colla somma di tutte le azioni, le quali nella massa B in virtù della sua reazione passo passo si trasferiscono, vincendo la sua inerzia, e la forza viva ad essa comunicando. Intanto essendosi dimostrato, che le dette somme non an punto che fare colle velocità acquistate; bisogna porsi ad investigare qual altra funzione della velocità u accoppiata colla quantità della materia m si confac-

cia, e risponda in ragione costante all'integrale $\int . f ds$ uguale all'area indeterminata IB EK.

Sopra ciò non avrassi molta briga a prender partito; perocchè è stato dimostrato da altri, e da me ancora chiaramente si proverà, quando farò parola dei canoni, che si osservano nella comunicazione del movimento, che le forze vive de'corpi in moto sono in ragione composta, semplice delle masse, e duplicata delle velocità; e che questa legge è talmente necessaria in Natura, che un'altra sostituire non se ne può senza incorrere in contraddizione. La forza viva adunque del corpo B, giunto che sia al punto E, sta sempre come la massa m nel quadrato della velocità EF, o sia come il prodotto mu^2 . E perchè la suddetta forza viene generata dall'aggregato di tutte le azioni al mobile di mano in mano partecipate, le quali, come che non sono distrutte nè da resistenze, nè da sollecitazioni contrarie, in esso risiedono, e si conservano; manifestamente si scòpre la stretta connessione, che passa fra la cagione produttrice, e l'effetto prodotto. Avremo per tan-

to $f ds = m u du$, e sommando $\int . f ds = \frac{m u^2}{2}$.

X.

Proposizione seconda. Problema. Stabilita la legge principale si proponga di determinare la secondaria. Basta riflettere, che per la teorica de' moti uniformi il tempo applicato allo spazio ci dà la velocità equabile, viene a dire $s = u \cdot t$. Ma lo spazietto infinitesimo Ee si scorre dal mo-

bile B in tempo minimo colla velocità costante EF; dunque $\frac{ds}{dt} = u$, ovv-

vero $ds = u dt$. Quinci collocando nella nostra formola $f ds = m u du$ in vece della differenza ds il suo valore $u dt$, farà $f u dt = m u du$, oppure $f dt = m du$, cioè come la massa m alla forza accelerante EK = f ; così il minimo tempo dt , in cui si compie lo spazio elementare Ee, all'accrescimento $Hh = du$ della velocità EF. In conseguenza le aje d'una curva regolare nascente dai tempi presi in figura di asisse, e dalle forze acceleranti prese in figura di ordinate, sono sempre uguali alle quantità del moto, che dal corpo B suc-

cessivamente si acquistano; laonde $\int . f dt = m u$.

Scolio primo. Quand'anche ci piacesse di scegliere una di quelle ipotesi, che in progresso si dimostreranno impossibili, in cui si finge una potenza qualunque u^n della velocità proporzionale all'una, o all'altra delle

due sommatorie $\int . f dt$, $\int . f ds$; accaderà sempre, che si mettano in essere due leggi diverse, la prima relativa ai tempi, e la seconda agli spazj. Facciasi $f dt = m u^{n-1} du$, e perchè si ha $dt = \frac{ds}{u}$, se ne deduce un nuovo

canone $f ds = m u^n du$, e passando all'integrazioni, si trova per una parte $\int . f dt = \frac{m \cdot u^n}{n}$, e per l'altra $\int . f ds = \frac{m \cdot u^{n+1}}{n+1}$.

Scolio secondo. Ma ritornando alle leggi, delle quali può solamente la Natura far uso, abbiassi la massa A (Fig. 16.) che partendosi dal punto di quiete A scorra con moto accelerato lo spazio AB; e sia la curva EFB scala delle forze sollecitanti, ed ABC quella delle velocità crescenti, onde diafi l'uguaglianza fra le aree A EFG, e la massa A moltiplicata nel semiquadrato $\frac{u^2}{2}$ della velocità GD. Arrivato che sia il mobile predetto al termi-

ne B, cessino dalla loro azione le forze impellenti, e comincino ad agire le resistenti, scala delle quali pongasi la curva HIK; per guisa che la veloci-

locità impressa BC si vada a gradi perdendo, siccome a gradi è stata acqui-
 stata, sino che il corpo si riduca alla quiete nel punto L, dopo aver trascor-
 so con moto ritardato lo spazio BL. Per le cose dimostrate agevolmente
 si comprende, che l'area AEFB è uguale all'area BHKL, e che l'ag-
 gregato di tutte le azioni, dalle quali vien generata la forza viva, si tro-
 va essere uguale alla somma di tutte le reazioni, da cui detta forza si estin-
 gue.

Scolio terzo. Similmente (Fig. 16.17.) sia *ab* il tempo, in cui si scorre lo
 spazio AB, ed *ag* quella porzione di tempo, che s'impiega nel correre lo
 spazio AG, ed al punto *g* erette le due normali *gf* = GF, *gd* = GD,
 per li punti *f*, *d*, ed altri in simil maniera determinati passino le due curve
efb, *adc*, la prima d'esse farà la scala delle forze acceleranti in relazione
 al tempo, e la seconda quella delle velocità di tempo in tempo acquistate.
 Col metodo stesso, se faremo *bn*, *bl* eguali ai tempi spesi nel camminare
 che fa il corpo A per gli spazj BN, BL, ed al punto per esempio *n* por-
 remo le due ordinate *ni* = NI, *nm* = NM, e per questa via si descriveran-
 no le curve *bik*, *cm*; sarà la prima la scala delle resistenze, e la seconda
 quella delle velocità descrescenti, ambe riferite alla durata della reazione.
 Anco in questa ipotesi avrassi l'uguaglianza fra le due aje *efb*, *bkl*, e
 sarà $\int f dt = \int R dT$, o $\int f dt - \int R dT = 0$.

XI.

Prima di dar compimento alla mia ricerca mi faccio a sciogliere al-
 quanti Problemi. Nel moto accelerato, e ritardato io distinguo quattro ele-
 menti, cioè a dire la forza, o la resistenza continuamente applicate, ed
 inoltre la velocità, il tempo, e lo spazio. Se di questi combinati a due a
 due l'uno per l'altro si rende noto; non è malagevole a chi è pratico del
 metodo degl'infiniti lo scoprire la relazione, con cui gli altri si riguarda-
 no in tutti e sei i diversi combinamenti, che possono istituirsi.

Proposizione terza. Problema. Dei quattro assegnati elementi se ne
 scelgano due ad arbitrio, la relazione de' quali suppongasi conosciuta, e si
 venga ingiunto di rintracciare con che rapporti tutti scambievolmente si
 corrispondano. Lo scioglimento di questo generale questo dipende dall'uso
 delle due formole $f dt = m du$, $f ds = m u du$, e dalle espressioni accef-
 sorie, che indi risultano. Sia dato per cagion d'esempio il tempo per una
 qualunque funzione della velocità, e dividasi membro per membro la se-
 conda equazione per la prima, onde abbiassi $\frac{f ds}{f dt} = \frac{m u du}{m du dt}$, o $ds =$

$$\frac{m u du}{dt}$$

$u dt$; dunque lo spazio *s* è dato tanto per il tempo *t*, quanto per la veloci-
 tà *u*. Quindi tolta per mano l'una, o l'altra delle nostre due formule, ci
 si presenterà la forza *f* data per ognuno de' tre elementi *u*, *t*, *s*. Un meto-
 do poco diverso ci servirà per tutti gli altri combinamenti, come in pro-
 gresso vedrassi.

Co-

Corollario primo. La forza stessa *f* ci si rende palese per via d'una
 geometrica costruzione. Sia la curva *BbD* (Fig. 15.) scala delle velocità
 crescenti rispetto gli spazj passati *Be*, *BC*, ed a qualsivoglia punto *b* si tiri
 la normale *bM*, che tagli l'asse nel punto *M*. Conciosiachè ha luogo l'a-
 nalogia $FH = ds : Hb = du :: be = u : eM$; sarà la funnormale $eM =$
 $\frac{u du}{ds}$; ma per le cose dette si ha l'equazione $f ds = m u du$, o sia $\frac{f}{m} = \frac{u du}{ds}$

$= eM$; dunque assunta la massa *m* siccome unità, la funnormale *eM* s'ag-
 guaglia alla forza *ek*, che nel punto *e* sollecita il mobile B. Quindi la sca-
 la *IKC* delle forze impellenti si genera dal porre le ordinate *ek* eguali
 alle funnormali corrispondenti *eM*; e data la curva *IKC* delle forze,
 quella, in cui le funnormali *eM* si eguaglieranno alle rispettive applicate
ek, farà la scala delle velocità.

Corollario secondo. I tempi poi *t*, ne' quali si scorrono gli spazj *Be*,
BC, si determinano con una formola secondaria, che richiede una doppia
 integrazione. Sommando l'espressione $f ds = m u du$, trovo $\int f ds = \frac{m u^2}{2}$

ovvero $u = \sqrt{\frac{2 \cdot \int f ds}{m}}$; ma $u = \frac{ds}{dt}$; dunque $dt = \frac{ds}{\sqrt{\frac{2 \cdot \int f ds}{m}}}$ e di

nuovo integrando, $t = \int \frac{ds}{\sqrt{\frac{2 \cdot \int f ds}{m}}}$

Corollario terzo. Parta il mobile dal punto di quiete B (Fig. 18.);
 e cammini per la retta BE con moto accelerato, impiegandoci il tempo
EF = *t*, e giunto in E abbia acquistata la velocità *EK* = *u*: si dimanda
 quanto spazio EA avrebbe esso corpo trascorso, se durante il tempo *t* si fos-
 se mosso colla velocità uniforme *EK*. Attesochè si ha $ds = u dt$, oppure
 $t ds = u t dt$; dunque $\frac{t ds}{dt} = ut$: ma lo spazio EA passato con moto equa-

bile sta come il prodotto della velocità costante *u* nel tempo *t*; dunque
 $\frac{t ds}{dt} = ut = EA$. Descritta per tanto la curva de' tempi *BFD* riferita

agli spazj, e condotta al punto F la toccante FA, si noti, che la quantità
 $\frac{t ds}{dt}$, si è l'espressione generale della sottangente EA; laonde lo spazio,
 da

Xx2

che

318
che si cerca, ci viene esposto dall'assegnata sotto-toccante. Queste verità sono state da parecchi Valentuomini già dimostrate, e perciò le tocco solo di passaggio.

XII.

Scolio primo. E' mia principale intenzione fra le molte combinazioni, che ponno istituirsi, il separar quelle, che si confanno colle leggi della Natura, dalle altre, che all'assurdo ci guidano. Primieramente piglio a considerate l'ipotesi, che diafi lo spazio per qualunque dignità del tempo, onde si abbia $c.t^n = s$, o differenziando $c.n.t^{n-1}dt = ds$; ma $\frac{ds}{dt} = U$;

dunque $c.n.t^{n-1} = U$, ovvero $c^n . n . s^{\frac{n-1}{n}} = U$.

Prese le differenze delle predette due equazioni, farà $c.n.n-1$;

$t^{n-2} dt = du$, e $c^n . n-1 . s^{\frac{n-1}{n}} ds = du$. Ma per una parte $f = \frac{mdu}{dt}$;

e per l'altra $f = \frac{mdu}{ds}$; dunque fatte le opportune sostituzioni, $f = mc.n.n-1$;

$t^{n-2}, f = m.c^n . n-1 . s^{\frac{n-1}{n}}$. Queste formole ci danno tutto ciò, che per noi si andava cercando.

Se i due esponenti $n-2$, $\frac{n-1}{n}$ si faranno ambi eguali a nulla, lo che

facilmente si ottiene ponendo $n=2$, onde le variabili t^{n-2} , $s^{\frac{n-1}{n}}$ si can-

gino in costanti eguali all'unità; in tal caso la forza f continuamente applicata sarà costante, e sempre la stessa tanto in relazione al tempo; quanto allo spazio: viene a dire facendo uso o dell'una, o dell'altra delle nostre equazioni, troveremo egualmente $f=2mc$, e mentre si voglia esprimere per la massa del corpo in moto la forza uniforme della gravità, la coefficiente c dovrà porsi eguale alla frazione $\frac{1}{2}$, e così avrassi $t^2=2s$, o sia $2fs=mt^2$: ipotesi, di cui si è servito il Galileo, e dietro lui tutti i Geometri, particolarmente dappoichè Cristiano Ughenio ha dimostrato, che i pesi sono sempre proporzionali alle masse. E quantunque la Natura non faccia uso di questa legge, diversificando le forze acceleranti, a misura che i gravi si accostano al centro, o da esso si dilungano; non ostante ciò (oltre che può aver luogo nelle piccole cadute, in cui per la immensa distan-

za dal centro l'impressione della gravità non varia sensibilmente) ci serve essa legge di principio per ridurre a computo le sollecitazioni variabili, che ne' minimi spazj, lungo i quali esercitano le loro azioni, ponno, e deono prenderfi siccome costanti.

E se le forze f non si mutano, e perseverano invariate in qualsiasi sito il corpo mosso si trovi, anzi per la massa m si esprimano; non c'è cosa più facile, quanto sommare le due equazioni $fdt = mdu$, $fds = mudu$, deducendosi dalla prima $ft = mu$ le velocità crescenti in proporzione de' tempi, e dalla seconda $2fs = mu^2$ gli spazj passati come i quadrati delle velocità acquistate, o come i quadrati de' tempi impiegati in acquistarle.

Può conseguirsi per un altro mezzo, che nelle due equazioni $f=mc$.

$\frac{1}{n-1} . t^{n-2}, f = m.c^n . \frac{1}{n-1} . s^{\frac{n-1}{n}}$ ci sia eguaglianza fra gli esponenti $n-2$, $\frac{n-1}{n}$ facendo $n=1$: nella qual circostanza essendo in parte

ambo le coefficienti, cioè $nn-n=0$, avremo nell'una, e nell'altra formula $f=0$. E da ciò si raccoglie, che il mobile non è sospinto, o ritardato da forza estrinseca sollecitante, o resistente, ma soltanto animato da una velocità insita, e costante, la quale fa, che gli spazj trascorsi si trovino sempre proporzionali ai tempi, cioè $t=s$: lo che non può verificarsi, salvo che nei moti uniformi. Ed ecco messi in chiaro due canoni fisici concernenti le forze o nulle, o costanti.

XIII.

Scolio secondo. Posto che nelle nostre formule l'esponente n sia maggiore del binario, la forza accelerante f tanto relativamente al tempo, quanto allo spazio sarà data per una dignità positiva dell'uno, e dell'altro: cosicchè presi i tempi, o gli spazj per le assisse, e le forze variabili per le ordinate, le curve nascenti faranno tante parabole, i vertici delle quali si congiungano con l'asse. Si collochi (Fig. 19.) in A un corpo quieto, e descrivasi la curva parabolica AC, le cui ordinate esprimano le forze sollecitanti. Egli è manifesto, che il globo A non principierà mai a muoversi, perchè nulla assolutamente è la forza, che lo spinge. Ben è vero, che se al mobile da un'altra scala di forze venga comunicata una determinata velocità, di cui si trovi fornito nel punto B, questa si potrà geometricamente concepire generata dalla scala delle forze AG per lo spazio, o nel tempo AB. Quando il mobile venga in progresso animato dalle forze espresse dalla stessa scala AGC, il proseguimento del moto non farà soggetto ad alcun assurdo. Affinchè però abbiano luogo l'equazioni poc'anzi esposte, convien avvertire, che gli spazj, o i tempi non vogliono incominciarsi da B, ma da A.

In questo mentre se le menzionate parabole sono mal atte a rappresentarci le leggi, per cui le forze impellenti esercitano le loro azioni; non

no niente di meno aver luogo nelle forze ritardanti, o sia nelle resistenze: In fatti non solo non c'è ripugnanza, ma frequentissimamente interviene, che gli ostacoli, i quali si oppongono ad un corpo in moto, ed a poco a poco estinguono la forza impressa, siano nel principio della reazione finiti, e vadano passo passo diminuendo fino a divenir nulli nel fine del movimento. Così le resistenze di molti generi, le quali serbano proporzione con qualche funzione della velocità, sono da principio finite, indi estinta la velocità, vanno a terminare nel nulla.

Scolio terzo. Che se per ultimo l'esponente n fosse minore del binario, due casi diversi ci si fanno incontro; atteso che la quantità $n-2$ è negativa, mentre la grandezza $nn-n$, che si trova nelle coefficienti delle nostre formole, persiste ad essere positiva; ovvero ponno essere negative amendue. Nel primo caso la spezie f , che dinota la forza sollecitante, è affetta dal segno affermativo, e nel secondo dal negativo: ma nell'uno, e nell'altro si ravvisa, ch'essendo negativo l'indice $n-2$ della dignità, abbiamo per iscale delle forze tante curve iperboliche fra i loro asintoti; di modo che nel principio dell'azione, o nell'origine d'esse iperbole l'impulso accelerante sarebbe infinito. Quantunque paja a prima vista, che queste ipotesi mal possano adattarsi alla Fisica; ciò non ostante cadono sotto la ispezione de' Fisico-matematici, i quali assumendo i dati precisi, sinceri, e liberi da certe affezioni della materia, siccome segnano un punto per centro delle forze, ch'eglino appellano centripete, e centrifughe; così non è maraviglia, che una forza, o una celerità, che in Natura va smisuratamente aumentandosi, dal computo analitico, o dalla costruzione geometrica ci venga rappresentata come infinita. Per darne un saggio, si noti essere una legge fisica comprobata dalle esperienze, che parecchi corpi posti in qualche vicinanza si allontanano l'un dall'altro con molta celerità. Chi ci vieta di considerare la causa di questo effetto, siccome una forza ripulsiva posta in mezzo ad essi, e ad entrambi continuamente applicata? In questo mentre non ripugna, che cotal forza cresca al diminuire della distanza, per modo che giunti i corpi ad uno stretto contatto divenga fisicamente infinita. In questa supposizione potrebbe la scala delle forze esser una delle nostre iperbole rappresentata nella (Fig. 20.) per DCE, nella quale quando la distanza de' corpi è nulla, la forza AD è infinita: alla finita distanza AF corrisponde la finita forza FC: e finalmente crescendo all'infinito la distanza AE, la forza interamente svanisce.

CAPITOLO DECIMOQUARTO

Degli Equilibrj, e della loro natura.

I.

STabilisco un pronunziato d'incontrastabile evidenza. Io non riconosco vera azione, quando non s'induce mutamento di stato, e senza una azione reale, che non va disgiunta dal moto, nulla di nuovo si mette in essere, ed ogni novità fisica importa passaggio da stato a stato. Le cagioni operanti nell'atto di produrre un qualche effetto si vagliono di quella forza, che in esse risiede, e che gradatamente nell'effetto si trasferisce, e ciò non può farsi, senza che quella forza, che dalla causa vasi successivamente perdendo, si vada con pari passo dall'effetto acquitando.

Quinci s'inferisca, che le forze morte fino a tanto che in semplici pressioni consistono, e colla quiete s'accoppiano, non sono costituite in tali circostanze, onde possano uscire in azione, e procurare cangiamento di stato. Sarebbero per mantenersi vicendevolmente equilibrate, ed in un eterno riposo, se col liberarle dagli ostacoli, che le tengono in freno, a far uso della lor energia non venissero abilitate. Ognuno facilmente comprende qual condizione si richieda, acciocchè nasca in Natura un fisico effetto, viene a dire acciocchè le fibre violentemente compresse si rimettano passo passo, e faccian transitò dallo stato di quiete a quello di movimento, ed appresso acciocchè, se per avventura stimolano una massa estranea, venga essa rimossa dal proprio stato, e costretta a soffrire una proporzionata alterazione. Fa di mestieri distinguere questa forzata costituzione da un'altra totalmente diversa, per cui le fibre collocate una accanto delle contigue stanno tutte in riposo senza premere, e senza sfiancare. Il divario consiste, che nella seconda ipotesi le particelle sono onniamente d'operare incapaci: laddove nella prima col porle in libertà, ad agire si rendono atte, ed a far uso di quella forza, che dagli agenti esterni si è spesa nel ridurle alla positura, in cui si rinvencono. Da cotali forze a ragione chiamate morte, siccome quelle, che sussistendo in semplici conati, lo stato de' corpi, in cui risiedono, in conto alcuno non diversificano, traggon l'origine gli equilibri con una perfetta quiete congiunti. Non ha dunque luogo l'azione; ateso che se le potenze potessero agire, non si mancherebbero bilanciate. Ed in tanto sta salda l'equiponderanza, in quanto, che l'azione d'una, o di molte dal contrasto dell'altre, che vi si oppongono, viene impedita: le quali nel tempo medesimo sono vaevoli di produrre un'azione pari, e contraria. Per la qual cosa egli è impossibile, che nè per una parte, nè per l'altra comincino ad agire, ed appunto da tal assoluta impotenza l'equilibrio si forma. M'è noto, che la Natura ad ottenere un perfetto equilibrio ha bisogno di qualche previa azione. Mi spiegherò con un esempio. Sovra un elastro situa-

to verticalmenté, e non precedentemente costipato colloco un corpo grave. Egli è manifesto, che da prima l'azion della gravità essendo maggiore di quella della elasticità, il corpo cangerà stato, e riceverà nuovi accrescimenti di velocità, finattantochè si pareggino queste forze, e per conseguenza le loro azioni. Ma in virtù della forza viva acquistata il corpo proseguirà il suo cammino, e serrando vie più l'elastro, avverrà, che l'azione della elasticità superi quella della gravità, onde appoco appoco diminuendosi la celerità, il corpo verrà ridotto allo stato di quiete. Quindi prevalendo la virtù di molla, farà colle stesse leggi portato in alto: quindi si anderanno alterando le reciproche oscillazioni, le quali durerebbero all' infinito, se il mezzo d'ogni resistenza fosse sfornito. Ma per cagione de' molti impedimenti, che non si possono mai rimuovere, si vanno estenuando appoco appoco così fatte oscillazioni, e tremori, finattantochè si riducono al nulla, e terminano in una quiete perfetta. Introdotto in cotal maniera l'equilibrio, cessa ogni azione, ed i nifi, se non sono liberati dagli impedimenti, in istato permanente, e non soggetto a variazione alcuna, sussistono.

II.

Il metodo spedito per determinare se due, o più potenze sieno in equilibrio, o no, si è di supporre, che si faccia un minimo movimento. Ciò tolto si computino diligentemente le azioni delle potenze, e si osservi in qual proporzione si riguardino quelle, che sono contrarie. Se la proporzione è d'inequalità, senza dubbio seguirà moto; ma se è d'equalità, le potenze sostenendosi vicendevolmente in equilibrio riposeranno. Cotal maniera di dimostrare non è diversa da quella, che i Geometri chiamano *ad absurdum*, supponendosi quel moto, che si vuol provare impossibile. Nè per certo v'ha ragione alcuna perchè piuttosto quelle, che queste potenze abbiano ad esercitare un'azione positiva, o un'eguale azion negativa.

Contuttociò per non fondare il raziocinio sopra un'ipotesi impossibile, la quale introduce l'azione, anche quando non vi può essere, abbiamo un modo facile, accrescendo una delle potenze per una quantità infinitesima, ed eccone l'esempio. Pendano dalle braccia d'una stadera due gravi, che sieno in ragion reciproca delle distanze dal comune sostegno, e conseguentemente in una esatta equiponderanza costituiti. Non si aspetti, che l'uno, o l'altro discenda; ateso che niuna delle due pressioni prevale. Per render ragione del fenomeno, si dee procurare una qualche minima azione: lo che si ottiene coll'aggiungere ad uno d'essi un peso minore di qualunque assegnabile. In tal guisa l'azione nascente ci dà agio di ragionare, e di dimostrare l'equilibrio: perchè la differenza delle due azioni contrarie è minor di qualunque data. In fatti non ci vorrebbe meno d'una eternità per fare, che il grave come sopra avvalorato discendesse per un arco finito; laonde il moto farebbe tanto impercettibile, che si confonderebbe colla quiete.

III.

III.

A questo passo mi rivolgo al Leibnizio, ed a' suoi seguaci, e non cesso di stupirmi, qualmente rinnegando in parte i principj ottimamente stabiliti, sieno giunti a tale di tradire la propria causa. Vogliono essi, e fanno ogni sforzo per sostenere la lor sentenza a fronte degli Inglese, e de' Francesi, che una forza viva qualunque, che chiamano F , doppiamente s'esprima

o per la $\int f ds$, cioè per l'aggregato delle azioni delle forze accelerantis, che accompagnano il mobile paziente per gli spazietti minimi ds ; ovvero per il prodotto della massa m nel semi quadrato $\frac{u^2}{2}$ dell'attuale velocità.

Qui bramerei sapere, come ci si facciano entrare le quantità nel moto mu , viene a dire le masse moltiplicate nelle velocità semplici, o pure l'integrale

$\int f dt$, in cui le forze sollecitanti f agli elementi del tempo si affociano:

e ciò quando si tratta di misurare le azioni impedito delle forze morte, e delle potenze, che soltanto s'impiegano nel premere, e nello sfiancare. E' una maraviglia, che appena trovar si possa un Geometra della mentovata scuola, che non abbia buonamente adottata, senza pensar di vantaggio, la strana e contraddittoria proposizione.

Se vagliono le formule $F = \int f ds = \frac{mu^2}{2}$, saranno di pari evidenza

za dotate le seguenti $\frac{F}{n} = \frac{\int f ds}{n} = \frac{mu^2}{2n}$.

Non si muta in conto alcuno l'eguaglianza coll'accrescere, o col diminuire il valore della spezie n . Poggi essa all'infinito, e la forza viva F , ed i due omogenei di comparazione discenderanno all'ordine delle grandezze infinitesime. Prese dunque le differenze, le due equazioni ci si presentano sotto un altro aspetto, ma simile, ed analogo $dF = f ds = \frac{mdu^2}{2}$, le quali

tre quantità appartengono al secondo genere delle infinitamente piccole: Per la qual cosa la forza viva $\frac{F}{n} = dF$ equivoca con una forza morta di

pressione, o parlando più accuratamente coll'azione menomissima $f ds$ esercitata nella prima origine del movimento dalla potenza accelerante f agente per lo spazietto ds , alla quale risponde l'effetto proporzionato $\frac{mdu^2}{2}$.

Fin ora i canoni del Leibnizio non mi si cambiano in mano, e non veggo per qual urgente motivo, ed in ché circostanze la Natura tenacissima delle sue leggi si disponga a variare stile. Certamente dentro i confini del finito non mai; conciossiachè raccozzerebbe insieme fuor di proposito due regole disparatissime ambo in figura di principali, e l'una dall'altra non dipendenti, e converrebbe segnare infra due una precisa linea di limite, che le distinguesse, e le separasse. Succederà dunque la mutazione nel volo dal finito all'infinitesimo, ed in tale incontro non si fa come verranno ad intrudersi clandestinamente l'espressioni differenti $dF = fdt = mdu$. Io non ho avuto ribrezzo di fare il gran salto dalle magnitudini finite alle infinitesime: e pure non mi si sono parate innanzi, salvo che potenze stimolanti, spazj pe' quali agiscono, e velocità non semplici, ma duplicate.

IV.

Una specolazione del Galileo creduta sincera è stata l'origine dell'equipoco. Egli fattosi a dimostrare il principio dell'equiponderanza, nel seguente modo la discorreva. Appiccata alla stadera orizzontale CAE sostenuta dalla potenza B (Fig. 21.) i due pesi disuguali P, p in ragion inversa delle distanze AC, AE dall'ipomoclio A, e conseguentemente equilibrati, ed in riposo, fingasi per una posizione ripugnante al fatto, che il braccio AC cali abbasso per l'archetto minimo CD, ed obblighi il braccio AE a poggiare in alto per l'archetto corrispondente EF. E conciossiachè i predetti archi si passano nello stesso tempo; le velocità dv, dV faranno come gli spazj trascorsi CD, EF, o come i raggi AC, AE, che segnano i discostamenti dal sostegno A. Ma come AC:AE; così le masse m, M proporzionali ai pesi p, P ; dunque $dv: dV:: m:M$, e di conseguenza $Mdv = m dV$. Per la qual cosa avrà luogo l'equilibrio, ogni qual volta gli elementi delle due quantità del moto saranno eguali. Soggiungono i Cartesiani: le forze morte, che si bilanciano, intanto sono di pari vigore, in quanto si agguagliano le quantità elementari del moto; dunque lo stesso dee conchiudersi delle assegnabili, non avendosi a far altro, che moltiplicare ambo i prodotti $Mdv, m dV$ per il numero infinito n ; onde abbiassi $Mv = mV$, cioè a dire pari forze vive, dove si rinvenno quantità di moto eguali. Almeno questi Filosofi ragionano coerentemente alle loro massime, mentre i Leibniziani all'incontro saltano da principio a principio.

Molto si avrebbe a contrapporre alla pretesa dimostrazione, e per varj mezzi se ne può scoprire la fallacia. Notava il P. Riccati, che mentre il grave P seguitando la direzione della forza centrale tira il braccio AC da C in D; l'altro braccio AE strascicando il peso p lo solleva per lo spazio EF contro il conato della sua natural gravità. Come vuolsi dunque, che la quantità del moto acquistata dal corpo p da esso provenga, quando sappiamo, che da se non può estollerli dalla parte opposta per l'arco EF? Nell'addotto raziocinio si paragonano le quantità del movimento, di cui si fingon dotate le masse M, m colle loro potenze P, p , siccome effetti colle proprie cagioni: ed in ciò appunto si pecca; essendovi una manifesta ripugnanza, che la quan-

ti-

tà del moto, che risiede nel peso p , proceda dalla sua gravità. Per la qual cosa l'immaginato movimento debbe attribuirsi alla supposta prevalenza dell'azione, per cui la massa pesante P vince la p , che ci fa contrasto.

Si avanza il citato Autore a darci un'altra importante avvertenza. Parlando co' suoi Dialogisti, dice egli. *Vorrei, che fissaste ben bene, che nè la grandezza, nè il luogo del corpo conferisce punto all'equilibrio delle potenze, alla cui applicazione, e grandezza soltanto si dee por mente. Che se le potenze non fossero in equilibrio, onde dovesse seguir movimento, allora per avere la giusta velocità, e la posizione, e la grandezza del corpo bisognerebbe dedur in computo.*

Alla solita stadera equilibrata applico in qualunque sito le masse Q, q , ed altre ad arbitrio incapaci d'agire, e fornite semplicemente della loro nativa inerzia: è cosa chiara, che non si toglierà l'equiponderanza, cagionata solo dai pesi P, p atti, conforme in appresso vedremo, ad esercitare azioni eguali. Ma prevalendo il grave P , e messa in movimento la leva, non si pongano in non calere le masse inerti Q, q costrette a mutare stato: e per venire a capo della inchiesta, haffi a ricorrere alla teorica de' pendoli composti, de' quali fra poco ci verrà occasione di ragionare almen di passaggio.

In confermazione di questa verità immergo la nostra stadera nell'acqua, e voglio, che la gravità specifica de' pesi P, p equiponderati superi quella del fluido, e che l'altra dei solidi Q, q la pareggi. Questi vi stanno, come se non vi fossero, e nulla influiscono nell'equilibrio; imperocchè il mezzo liquido, in cui stanno sospesi, li mantiene in una perenne quiete, e non permette ad essi l'esercizio d'alcuna azione. L'espressa dottrina ci convince, che per dimostrare le leggi dell'equiponderanza non vi an che fare le quantità eguali del moto mal asunte dal Galileo, e ricevute a contrattempo dai Leibniziani, le quali io non saprei come adattare alla precedente posizione.

V.

E vaglia il vero: quando i Discepoli del Leibnizio vennero quasi direi a patti co' Cartesiani, e diedero loro mezzo vinta la lite, s'insinuò di soppiatto nel sistema delle forze vive la notata incongruenza, dalla quale convenien liberarci, facendo constare, che un solo canone abbraccia le forze vive assegnabili, e le azioni inassegnabili delle morte.

Per non dar di petto nell'impossibile avaloro il peso P coll'aggiunta d'un altro infinitesimo esposto per $\frac{P}{n}$ (sappiasi, che la lettera n dinota un

numero, che può montare a qualsivoglia ordine d'infiniti relativi). Prevalendo dunque in qualche modo la potenza agente contro il braccio AC della stadera, il punto C discenderà fino in D, obbligando il punto E col peso p attaccato a poggiare da E in F. Non abbandonano la massima del Leibnizio, che l'azione del conato accelerante si misura dalla somma de' due gravi $P + \frac{P}{n}$ moltiplicata nello spazietto CD, per cui ambo calano abbasso. Chia-

n

mo v la velocità da essi acquistata nel sito infimo D , ed V quella, che risiede nel peso p giunto alla sublimità F , e noto, che le predette celerità si guadagnano in pari tempo.

Chi non vuole inciampare in qualch'errore stia bene inteso a non trandare tal uno degli effetti, che dall'azione $\frac{P+p}{n} \times CD$ vengon pro-

dotti, e tre nel caso nostro se ne annoverano. In prima l'aggregato delle masse $\frac{M+m}{n}$, che seguitano la ragione dei pesi, si trova animato dalla

velocità v , e per conseguenza dalla forza viva, che si espone per

$\frac{M+m}{n} \times \frac{v^2}{2}$. Secondariamente la massa m arrivata in F cammina colla

celerità V , ed è affetta dalla forza viva $= \frac{mV^2}{2}$: la qual forza dovrebbe

mettersi a computo, quand'anche la massa m non fosse pesante. Per terzo il grave p monta in alto contro la sua natural propensione: vi si richiede dunque una forza, che vinca i conati della gravità, i quali incessantemente abbasso lo spingono: e questa si misura dal prodotto $p \times EF$.

Quinci se la causa generante pareggia per il notissimo assioma tutti e tre in solido gli effetti generati (conciosiachè nessun'azione può attribuirsi al peso p costretto nelle premesse circostanze solamente a patire: nel qual punto consiste l'equivoco del Galileo) siamo pervenuti all'equazione

$$\frac{P+p}{n} \times CD = \frac{M+m}{n} \times \frac{v^2}{2} + \frac{mV^2}{2} + p \times EF, \text{ ovvero}$$

$$\frac{P+p}{n} \times CD - p \times EF = \frac{M+m}{n} \times \frac{v^2}{2} + \frac{mV^2}{2}.$$

Facciasi, che le due quantità $P \times CD$, $p \times EF$ siano eguali, onde abbiai $P \times CD - p \times EF = 0$: lo che interviene, qual'ora gli archetti CD , EF , o i loro raggi AC , AE , che determinano le distanze dei pesi dal comun fulcro, sono in ragione inversa de' pesi medesimi. Regolata su tal piede l'ultima espressione, abbiamo $\frac{P}{n} \times CD = \frac{M+m}{n} \times \frac{v^2}{2} + \frac{m}{n} \times \frac{V^2}{2}$. E per-

chè l'arco CD è minimo, ed altresì menomissima la magnitudine $\frac{P}{n}$; posso

fare, che il prodotto $\frac{P}{n} \times CD$ discenda a qualsivoglia ordine d'infinitesimi, e si

e si accosti al nulla quanto mi piace. D'un genere analogo faranno parimente, attesa la nostra equazione, le velocità duplicate v^2 , V^2 , le quali equivocando col niente ci fanno comprendere, che vi vorrebbe un tempo infinito, o pure infinitamente infinito per ottenere, che il grave $P + \frac{p}{n}$ per-

corresse un arco finito. I pesi dunque $P + \frac{p}{n}$, e p stanno bilanciati, ed in

quiete, e si dà un'accuratissima equiponderanza di adeguazione, che con quella di perfetta egualità si confonde. Ed ecco qualment' dai principj Leibniziani si dimostra la legge dell'equilibrio.

VI.

Non ci conduce del pari a buon termine la formola Cartesiana, e mal vi si adatta il metodo irreprensibile or ora adoperato. Ammesso il canone degli Avverfarj, sarà $\frac{P+p}{n} \cdot dt + pdt = \frac{M+m}{n} \cdot dv + mdV$. Gli ar-

chetti CD , EF si passano nel medesimo tempo dt : e benchè tanto il peso p , quanto il tempo dt sieno positivi, contrassegno colla nota negativa il termine $-pdt$, venendo da esso significata la reazione del peso p , la quale va sottratta dall'azione $\frac{P+p}{n} \cdot dt$, onde s'abbia l'azione residua $\frac{P+p}{n} \cdot dt - pdt$.

Per una opposta ragione, quantunque la direzione della velocità dV sia contraria a quella della dv , antepongo ad ambe le quantità del moto

$\frac{M+m}{n} \cdot dv$, mdV il segno affermativo; perchè l'effetto intero della no-

minata azione alla lor somma, e non alla loro differenza si eguaglia. Se per formar l'equilibrio, le velocità dv , dV , e conseguentemente le quantità del moto $\frac{M+m}{n} \cdot dv + mdV$ devono supporfi o eguali a nulla, o in-

finitamente infinitesime, tal dovrà essere l'omogeneo di comparazione, il che non può avvenire, quando $P-p$ almen per adeguazione non sia $= 0$, ovvero $P = p$.

Non ha luogo dunque l'equilibrio fuorchè nell'unico caso, in cui i due gravi P , p sieno eguali, e collocati in pari lontananza dal sostegno. Che se poi i pesi P , p stanno in ragion data, e reciproca delle distanze AC , AE ;

la quantità $\frac{P+p}{n} - p \times dt$ è infinitesima del primo grado, e tale sarà al-

presi la somma delle quantità del movimento $M \div \frac{M}{n} \times dv \div mdV$. Dassi

dunque equiponderanza, non ostante che le nascenti quantità del moto non siano eguali a nulla almeno adeguatamente. La prima illazione restringe l'i. potesi ad un solo caso, che non richiede d'essere dimostrato; mentre è un assioma evidentissimo nascente dal principio della indifferenza. La seconda ci guida all'assurdo, e ci ammonisce essere falsissima la teorica, da cui si deduce. Concludo pertanto, che l'energia pari delle pressioni equilibrate mal si desume dalle quantità minime del moto, che si fingono generate, o meglio si procurano coll'addizione dell'infinitesimo peso $\frac{P}{n}$; e che le azioni

delle forze morte, o delle potenze vogliono computarsi dal vigore de' conati sollecitanti moltiplicati negli elementi non già de' tempi, ma degli spazi.

VII.

A tal uno verrà la curiosità di sapere, per qual causa il canone secondario delle quantità del moto eguali alle sommatorie $\int f dt$, che regge in moltissimi casi, nel nostro, che abbiam per le mani, ed in altri parecchi ci abbandonati, anzi usandolo si cada in paralogismo. Il tante volte citato P. Riccati acutamente ne ha scoperta la regola generale, e l'ha munita colle dimostrazioni, e cogli esempj l'ha confermata. Qualora la forza morta accelerante spinge il corpo per la direzione del movimento, onde la stessa linea retta segni il minimo spazio, che si percorre, e dia norma all'azione della potenza; amendue le leggi Leibniziana, e Cartesiana sussistono, e dell'una, e dell'altra possiam valerci con sicurezza. Ma quando la detta forza stimola il mobile per una strada, ed esso dalle circostanze è obbligato per un'altra diversa, e disuguale ad intraprendere il suo cammino; la prima siccome legge principale sta salda, e manca la seconda, che dee riputarfi accessoria appunto per ciò, che in tutti gl'incontri non si sostiene.

Acciocchè si verificasse la legge Cartesiana, sarebbe d'uopo, che e i due pesi P, p, e le due masse M, m agissero, e si moveressero per eguali spazi: il che si adempie solamente, quando le masse gravi M, m sono collocate ad eguali distanze AC, AE. Si deduce ciò chiaramente dalla formola $Pdt = \frac{pVdt}{v} = \frac{Mdv}{v} + \frac{mVdV}{v}$ contenuta nel paragrafo IX, in cui ponendo $V = v$,

ci si presenta la formola Cartesiana $Pdt = pdt = Mdv + mdV$. Non isperiamo dunque, che fatto uso delle formole concernenti le quantità del movimento, conclusioni generalmente legittime si deducano. Ed intanto il Galileo co' suoi seguaci nella conseguenza non si sono dilungati dal vero, in quan-

quanto essendo notissimo il teorema dimostrato da Archimede per altra via sebbene indiretta, sono pervenuti dove li guidava non già un ben fondato discorso, ma un'anticipata precognizione.

VIII.

Mi verrà chiesto, se vi sia un qualche geometrico artificio, onde tolte di mezzo le opposte direzioni, del principio Cartesiano possiam valerci. Rispondo, che si può fare, ma con un progresso ricercato, e vizioso in linea di metodo. Sia la leva CAE, ed in essa sospesi due gravi P, p ad arbitrio intorno il fulcro A, e predominando il peso P, si cerchino le affezioni del moto indi nascente.

Prima d'ogni altra cosa ci converrà far passare l'azione del corpo pesante p dal braccio sinistro AE della stadera al destro AC, applicandola al punto C, salva però l'equivalenza. Appresso farà di mestieri sostituire forza a forza, e massa a massa. In vece del peso p metto una immaginata forza negativa, per esempio una forza centrifuga $-\frac{p \times EA}{AC}$

vera massa m la sussidiaria, ed ideale $\frac{m \times EA^2}{AC^2}$. Dopo ciò assumo il cano-

ne appartenente alle quantità del moto, e faccio $P - \frac{p \times EA}{AC} \times dt =$

$\frac{M + \frac{m \times EA^2}{AC^2}}{AC^2} \times dv$, e sommando, $P - \frac{p \times EA}{AC} \times t = M + \frac{m \times EA \times v^2}{AC^2}$. Chè

va in traccia della legge dell'equilibrio, ponga $v = 0$, essendo nulla la velocità, mentre i corpi stanno in una perfetta quiete: dunque $P - \frac{p \times EA}{AC}$

$\times t = 0$, e conseguentemente $P \times AC = p \times AE$. Dassi pertanto l'equiponderanza, ogni qual volta i pesi P, p si trovano essere in ragione reciproca delle distanze AC, AE dal comune sostegno.

Con tal apparato di sostituzioni cosa si è fatto, se non se inorpellare le azioni, che alla prima, e senza tanti raggiri l'espressione Leibniziana ci somministra? Torno a pigliarla per mano, e denominati ds , dS gli spazietti passati CP, EF, abbiati $Pds - pds = Mvdu + mVdV$: ma $ds = vdt$, e $dS = Vdt$; dunque $Pvdt - pVdt = Mvdu + mVdV$, ovvero dividendo per v ,

$$Pdt - \frac{pVdt}{v} = Mdv + \frac{mVdV}{v} = \overline{M + \frac{mVdV}{v}} \cdot dv. \text{ Ed ecco qualmente si}$$

passa dall'equazione principale alla secondaria, nella quale si ravvisa surrogata forza a forza, e massa a massa.

E ciò che merita una spezial riflessione si è, che la prima formola opportunamente c'insegna qual forza, e qual massa deggia sostituirsi. Dico per tanto, che in luogo del peso p va messa la forza $-pV$, ed in luogo della

massa m l'altra $\frac{mVdV}{v}$. Verificandosi le analogie $v : V :: dv : dV :: AC : AE$,

ad esse corrispondono l'equazioni $\frac{V}{v} = \frac{dV}{dv} = \frac{AE}{AC}$, ed $\frac{VdV}{vdv} = \frac{AE^2}{AC^2}$, e sostituito avremo come di sopra

$$\overline{P - p \cdot \frac{AE}{AC}} \cdot dt = \overline{M + \frac{m \cdot AE^2}{AC^2}} \cdot dv. \text{ Integrandosi}$$

tegrando poi, $\overline{P - p \cdot \frac{AE}{AC}} \cdot t = \overline{M + \frac{m \cdot AE^2}{AC^2}} \cdot v$. In questo mentre supponendo, che le medesime forze si mantengano sempre mai normali alle braccia del vette, nell'ultima formola in luogo di v si ponga $\frac{ds}{dt}$, e fatta

la moltiplicazione per dt , otterremo $\overline{P - p \cdot \frac{AE}{AC}} \cdot t dt = \overline{M + \frac{m \cdot AE^2}{AC^2}} \cdot ds$,

e in

è integrando, $\overline{P - p \cdot \frac{AE}{AC}} \cdot t^2 = \overline{M + \frac{m \cdot AE^2}{AC^2}} \cdot s$, la qual espressione es-

$$\text{purgata ci porge } t^2 = \frac{M \cdot AC^2 + m \cdot AE^2}{AC \cdot P - p \cdot AE} \cdot s$$

L'ipotesi, che le potenze si conservino al vette normali, non può aver luogo se non per uno spazietto infinitesimo, ed a questo caso conviene restringere la formola precedente.

Se da due vetti si descrivano archetti simili, la quantità s farà in AC

amendue la medesima: dunque la proporzione de' tempicelli verrà espressa

$$\text{dall'equazione } t = \sqrt{\frac{M \cdot AC^2 + m \cdot AE^2}{P \cdot AC - p \cdot AE}}. \text{ Non farebbe difficile a}$$

dimostrare, che la medesima formola vale ancor nel finito, purchè si prendano archi simili, e similmente situati.

Se il grave p fosse situato nel braccio destro AC della leva in qualunque distanza dal punto A, basterebbe nel divisore mutare il segno di negativo in affermativo. Quindi ne' pendoli composti, in cui due pesi P, p alla medesima verga sono raccomandati, ci si rende nota la ragione de' tempi delle loro oscillazioni per archi simili, e similmente posti, avendosi

$$t = \sqrt{\frac{M \cdot AC^2 + m \cdot AE^2}{P \cdot AC + p \cdot AE}}$$

Intanto l'esperienza ci ha insegnato a determinare i tempi delle vibrazioni ne' pendoli semplici per via di minuti, o di secondi, misure altronde conosciute: e sappiamo altresì, che le lunghezze d'essi pendoli sono proporzionali ai quadrati de' tempi, in cui si compiono le analoghe reciprocazioni. Resta dunque, che si trovi la lunghezza L d'un pendolo semplice isocrono al composto: lo che facilmente si consegue facendo

$$\frac{M \cdot AC^2 + m \cdot AE^2}{P \cdot AC + p \cdot AE} = t^2 = L. \text{ Finalmente nel caso di equiponderanza}$$

363
 essendo $P. AC - p. AE = 0$, una quantità data divisa per il nulla ci dà la lunghezza L infinita, e per conseguenza il pendolo semplice non camminerà per qualsivoglia picciolissimo arco finito, se non se in un tempo infinito, e così dovendo procedere di pari passo il composto, il suo moto infinitesimo dalla quiete non si discerne.

X.

La teorica de' pendoli composti, e degli equilibrj con far uso de' premeffi principj potrebbe estendersi alla generalità: ma si farebbe il già fatto, nè io questa fiata voglio metter la falce nella messe altrui. Per ora non ometto tre riflessioni concernenti lo scioglimento del proposto quesito per via del canone delle quantità del moto.

E primieramente col servirsi d'esso nella sua semplicità, la quale, per così esprimermi, è saltata agli occhi del Galileo, e di moltissimi Matematici dopo di lui, che si sono lasciati ingannare, s'inciampa in paralogismo. E quando si procura di ridurre il canone a dovere, s'incorre in una manifesta petizion di principio. Come si farà a surrogare francamente quelle precise masse, e potenze, che solamente vengono a festa, e sole ad esclusione di tutte le altre vogliono essere introdotte, se prima non ci sono note le proprietà delle leve? Si suppone dunque ciò, che si cerca, e la dimostrazione si mesce colla quistione.

Secondariamente nella nostra ricerca vogliasi, o non vogliasi ci avea da entrare, o palese, o pure occulta la formola del Leibnizio, e l'abbiam fatto toccar con mano; imperocchè ad essa siccome base stabile si appoggia la soluzione indiretta, la quale intanto è legittima, e non mica fallace come la Galileana, in quanto con qualche giro artificioso dalla principale si è derivata.

In terzo luogo: a che pro si lascia da canto il metodo fondamentale per attenersi al secondario? Quello va dietro passo passo alle operazioni della Natura, investigando qualmente in fatto s'impieghino le azioni delle forze morte. Questo introduce un meccanismo ideale, che col fisico nè punto, nè poco si accorda. Per la qual cosa sono costretti i Filosofi a crearli in mente delle masse, e delle potenze immaginarie, da surrogarsi in vece delle reali.

Se altro argomento produrre non si sapesse (che parecchi se ne allegano di dimostrativi, ed inviti) per provare, che l'espressione $fdt = mdu$ è bene spesso inutile, e tal fiata difettosa; questo solo che appartiene ad un caso semplicissimo dell'equilibrio fra due pesi in una stadera disposti, sarebbe sufficiente a farci entrare in noi stessi, ed a liberarci dai pregiudizj. E se talora la formola ben maneggiata, adempiute le condizioni superiormente inculcate, dalla verità non si allontana; non può negarsi, che il progresso sia indiretto, ed oltre modo ricercato, e che ai problemi per genere improprio si soddisfaccia.

CA-

CAPITOLO DECIMOQUINTO

Della composizione, e della risoluzione delle potenze.

I.

DESCRITTO un qualsivoglia parallelogrammo $ABDC$ (Fig. 22), e tirato il diametro AD , unanimi convengono i Fisco-Matematici nell'ammettere siccome indubitata la seguente proposizione. Si esponga per i lati AB, AC due potenze stimolanti di conserva un mobile collocato nel sito A ; accaderà, ch'esso corpo s'incammini per la direzione AD , e che la detta diagonale ci rappresenti una terza potenza equivalente ad ambo le laterali AB, AC concordemente operanti; per guisa che alla massa A si comunicherà nell'una, e nell'altra ipotesi una pari impressione. Lo stesso dicasi della potenza composta AD , la quale nelle due componenti AB, AC si risolve.

Non so, se di questo Teorema avessero qualche sentore gli antichi Meccanici: egli, che scrissero teoricamente de' sei noti stromenti, ed in pratica con tanta perizia li maneggiarono. Se ne valsero a gara i Geometri moderni, ed una buona parte delle recenti maravigliose scoperte dal menzionato principio trasser l'origine. Fra gli altri il celebre Sig. Varignon su questa base fondò la sua intera Meccanica, che per la semplicità, e per la chiarezza meritò l'applauso di tutti i Fisci dell'Europa.

Pare, che talvolta nelle menti umane riluca un raggio, ed un certo anticipato presentimento di verità, della quale sebbene non abbiamo alle mani le prove evidenti onde confermarla, viene però essa accompagnata da un lume sì forte, che senza esitazione siamo persuasi a servirsene, il criterio è bene spesso ingannevole, e pericoloso; perchè le opinioni false, ed incerte pullulano frequentemente da cotali preoccupazioni, e perciò vogliono adoperarsi colla debita circospezione. Qualche fiata però si coglie nel legno, e ne abbiamo l'esempio nelle forze composte, che in moltissime moderne specolazioni an fatta la loro comparfa, quantunque d'una rigorosa dimostrazione non fossero per anco munite.

La prima lode si debbe all'acutissimo Signor Daniello Bernoulli, che nel primo tomo de' Comentarj dell'Accademia Imperiale di S. Pietroburgo, ne ha cavate le prove da alcune massime metafisiche superiori ad ogni eccezione. La seconda al P. Vincenzo Riccati, che le ha dedotte dai principj fisici dell'azioni nella settima giornata de' suoi Dialoghi. Anch'io mi sono ingegnato di stabilire il Teorema con un metodo indiretto, che in altra congiuntura uscirà alla luce: ma presentemente, acciocchè la mia opera non resti imperfetta, raccoglierò in succinto da' predetti Autori ciò, che si a mio proposito.

II.

Si fa strada il Signor Bernoulli all' inchiesta con due evidentissimi pronunziati. Considera in prima le potenze componenti ne' due casi estremi di limite, cioè quando l'una è sovrapposta all'altra, ed agiscono unite colla lor somma per la medesima direzione: o pure quando essendo direttamente contrarie, scambievolmente si contrastano, e nulla operano se sono pari, o se sono disuguali soltanto colla lor differenza. Ne' casi di mezzo ha luogo il secondo assioma, che si premette siccome un Lemma, ed è, che poste equivalenti le tre potenze a, b, c , le loro multiple, o summultiple, o proporzionali in qualunque ragione di maggiore, o minore inegualità, cioè na, nb, nc sono di pari equipollenza fornite. Illustra la cosa con qualche semplice esempio. Imperciocchè se le forze morte a, b, c sono equivalenti, sussisterà l'equipollenza nelle altre tre $a \div a, b \div b, c \div c$; e così vadasi discorrendo.

Problema primo. Le due forze componenti AB, AC sieno eguali, e disposte ad angolo retto; si cerca la composta AD . E' cosa chiara, che la direzione AD taglierà in due parti eguali l'angolo retto BAC ; conciossiachè essendo eguali per la supposizione le due potenze AB, AC , il principio generale della indifferenza non consente, che la media AD pieghi più verso l'una, che verso l'altra: lo che importa, che l'angolo retto sia partito egualmente. Ora si tiri per il punto A la linea RAE normale ad AD , e facciasi come $DA : AB :: AB : AR :: AC : AE$, e si segni la retta $AH = AR = AE$.

La costruzione ci mette sotto gli occhi tre ternari di potenze proporzionali, e sono $AB, AC, AD; AR, AH, AB; AE, AH, AC$; dunque per il lemma premesso le due AR, AH equivagliono alla AB ; e le due AE, AH all'altra AC : ma la coppia AB, AC è equipollente alla ignota AD ; dunque le quattro potenze $AR \div AE \div AH \div AH$, ovvero le tre $AR \div AE \div 2AH$ pareggiano la composta AD . Le due prime AR, AE , siccome prementi, o tiranti in senso direttamente opposto, impiegano l'una contro l'altra i loro mutui conati, e vicendevolmente distruggonfi; dunque resta la sola $2AH = AD$. Sostituito poi in vece di

AH il suo valore $\frac{AB^2}{AD}$ nascente dalla premessa analogia $DA : AB :: AB : AD$

$AR = AH$; avremo $2 \cdot \frac{AB^2}{AD} = AD$, ovvero $2 \cdot AB^2 = AD^2$, ed estrar-

ta la radice, $AB \cdot \sqrt{2} = AD$: lo che etc.

Corollario. Compiuto pertanto il quadrato $ABDC$, il diametro AD dinota la potenza equipollente alle due laterali AB, AC .

III.

III.

Problema secondo. Le forze componenti AB, AC formino come sopra l'angolo retto BAC , e sia AB minore di AC , e ci venga ingiunto di determinare il valore AD della composta. Ritenuta la stessa preparazione

sia $AH = \frac{AB^2}{AD}$, cioè terza proporzionale alle due AD, AB : indi AR

$= \frac{AB \cdot AC}{AD}$, cioè quarta proporzionale alle tre AD, AC, AB . Ciò po-

sto egli è manifesto, che la potenza AB equivale alle due AH, AR ; imperciocchè le tre potenze AH, AB, AR sono per la costruzione proporzionali, e similmente poste colle altre tre AB, AD, AC , attesa l'egualianza degli angoli BAR, DAC . Ponno dunque alla potenza AB surrogarsi l'equivalenti AR, AH .

Facciasi lo stesso dall'altro canto, sostituendo in cambio della potenza AC le due equipollenti AE, AK tali, che AC, AD, AB sieno proporzionali alle AK, AC, AE : lo che si ottiene col mettere $AK = \frac{AC^2}{AD}$,

ed $AE = \frac{AC \cdot AB}{AD} = AR$. Così le quattro potenze AR, AE, AH, AK

equivaglieranno alle due AB, AC , e conseguentemente alla cercata AD . Ma le due AR, AE , siccome contrarie, ed uguali nulla operano, e non esercitano azione nel mobile; dunque rimangono soltanto le potenze AH, AK da eguagliarsi alla potenza AD . In questo mentre $AH = \frac{AB^2}{AD}$, ed

$AK = \frac{AC^2}{AD}$, dunque $\frac{AB^2}{AD} + \frac{AC^2}{AD} = AD$, ovvero $\overline{AB^2} + \overline{AC^2} = \overline{AD^2}$,

e per ultimo $\sqrt{\overline{AB^2} + \overline{AC^2}} = AD$: lo che etc.

Corollario. Per la qual cosa la potenza composta AD è uguale a quella, che ci viene rappresentata dal diametro del rettangolo $ABDC$, i di cui lati AB, AC ci espongono le forze componenti.

Siccome ci è venuto fatto di scoprire il valore della forza equipollente $AD = \sqrt{\overline{AB^2} + \overline{AC^2}}$; così siamo tuttavia all'oscuro per quale strada di mezzo il corpo sollecitato dalle potenze AB, AC abbia da incamminarsi. I Meccanici vanno d'accordo nell'assegnare ad esso la direzione per

per la diagonale AD del suddetto rettangolo; ma la proposizione non si suole assumere come un pronunziato.

Nel secondo Corollario nota il Sig. Bernoulli, che se ci riuscisse di dimostrare, che le due forze laterali AB, AC talmente nella doppia scambievole azione si contemperano, che non permettono alla massa paziente A di svagare fuori della direzione diagonale AD; allora con un breve giro di discorso si verrebbe a termine della nostra perquisizione.

In fatti ammessa l'ipotesi, due potenze AB, AC (Fig. 24.) abbracciano qualunque angolo BAC, che non sia retto, onde la cosa si pigli generalmente. Compiasi il rombo, o la romboide ABDC; dico, che la forza equipollente è diretta giusto il diametro AD, e da esso ci viene esposta. Prorogata se occorre le rette DB, AC, dai punti A, D si tirino le perpendicolari AG, DE, e si avverta essere il diametro AD comune tanto al parallelogrammo ABDC, quanto al rettangolo AGDE. In questo mentre la potenza AD e per la quantità, e per la direzione equivale alle due laterali AG, AE, ovvero alle tre AC, CE, AG = ED: ma essendo retto l'angolo CED, le forze CE, ED compongono la CD, ovvero la AB; dunque le potenze laterali AB, AC, sono equipollenti alla diagonale AD: lo che etc. S'inoltra il nostro Autore, e considerata l'equipollenza delle potenze nei rombi, passo passo s'apre la strada per dimostrare la verità della supposizione, cioè che la forza composta AD seguita la direzione del diametro AD. Non trascurino i Lettori di ben comprendere l'ingegnoso progresso.

IV.

Il P. Riccati nel luogo citato ci spiana il sentiero, e scoperto l'artificio, con cui la Natura si adopera nella composizione, e nella risoluzione delle potenze, ci fa palese, qualmente nel tempo stesso si mantenga ferma la indispensabile uguaglianza fra le cagioni, e gli effetti. Egli per agevolare la ricerca si serve di due corde elastiche AS, AT (Fig. 22.) raccomandate ai punti immobili S, T, ed appiccate alla massa A, le quali colle loro forze espresse per AB, AC promuovano il corpo A, accorciandosi, o stendendosi per tratti soltanto infinitesimi.

La preparazione porta con seco due beneficj: l'uno, che la contrazione, o il distendimento delle funi ci pone sotto gli occhi, quando i conati sono o cospiranti, o contrarj; l'altro, che operando le forze agenti per ispazj inassegnabili, esercitano sollecitazioni costanti; laonde possiamo ricorrere alla teorica del Galileo concernente i pesi stimolati all'ingiù dalla gravità uniforme. Le funicelle dunque tirino la massa A per la strada inassegnabile Aa, e per qualunque direzione o libera, o obbligata; si muteranno esse necessariamente di posizione passando la prima dal sito SA al prossimo Sa, e la seconda dal sito TA all'altro Ta. Quindi dai centri S, T coi raggi Sa, Ta descritti gli archetti minimi ap, aq, egli è manifesto, che la corda SA si farà contratta per la spulsione Ap, e la TA per un simile elemento Aq.

V.

Ciò premesso, primieramente si considera l'azione del solo elastico SA, che strascica il mobile A per la direzione necessaria AD, a cagion d'esempio per un canale, da cui uscire non possa. Sia Aa il primo passo, e la molla siasi accorciata per la lineetta Ap. Lasciata cadere dal punto B sulla retta AD la normale BH, si dimostra essere eguali le due azioni BA x Ap, HA x Aa. Dipende ciò dalla similitudine de' triangoli A pa, A HB, i quali oltre all'angolo comune all'apice A, anno gli angoli retti ai punti p, H. Adunque Ap: Aa :: HA: AB, e conseguentemente BA x Ap = HA x Aa.

Si fa poi vedere, che mosso il corpo A o per lo spazietto Ap, o per lo Aa, ne' punti p, a acquista una pari velocità, giacchè nell'uno, e nell'altro caso al centro s egualmente s'accosta, e per conseguenza una pari forza, conforme per altra via è stato da molti Geometri, dimostrato. Appreso si mette in vista la conformità di questa dottrina con quella del Galileo intorno ai gravi, che discendono ne' piani inclinati, e si ricava, che i tempi per Ap, Aa non sono mica eguali, ma in ragione di AH ad AB.

Non si omettono due Corollarj: il primo, che quanto più l'angolo acuto BAD si allarga, tanto più si minora la potenza equivalente AH; attalchè diventa nulla nella ipotesi dell'angolo retto BAD, perchè allora la perpendicolare cade sul punto A.

Corollario secondo. C'è un'altra potenza esposta per BH, la quale stimola il mobile ad abbandonare la direzione necessaria, e fa sì, ch'esso prema continuamente una sponda del canale. Essendo questa perpendicolare alla retta AD, col suo primo inassegnabile conato non produce salvo che un'azione infinitesima del secondo ordine, e perciò non va messa in conto, quando unicamente si tratta di azioni, che al primo appartengono. Misurandosi la predetta azione dal prodotto della potenza BH nella intercetta fra la tangente del cerchio, e la periferia; gli Analisti fanno, che una tal minima quantità è una spulsione del grado secondo, e coll'altra azione HA x Aa grandezza del primo onninamente incomparabile.

VI.

Vien dietro la supposizione, per cui due funi elastiche SA, TA attaccate alla massa A, la sforzano a camminare per la direzione obbligata AD situata nel piano delle corde. Condotta la normale CK, siccome la potenza AH equivale alla AB, così la potenza AK equivale alla AC; dunque posta KD = HA, la potenza AD composta di amendue AH + AK farà equipollente all'altre due AB, AC unitamente operanti. Già si è detto, che l'azione della potenza AH si eguaglia a quella della potenza AB, e per la stessa ragione faranno eguali le azioni delle due potenze A K, AC, e per conseguenza l'azione della sola potenza AD pareggerà l'aggregato delle azioni esercitate dalle potenze AB, AC.

Ecco-

Eccone la dimostrazione. Le coppie dei triangoli $AHB, Apa; AKC, Aqa$ siccome simili ci danno le seguenti analogie. $HA:AB::pA:Aa, KA:AC::qA:Aa$, e le due equazioni $BA \cdot Ap = HA \cdot Aa, CA \cdot Aq = KA \cdot Aa$; dunque $BA \cdot Ap + CA \cdot Aq = HA \cdot Aa + KA \cdot Aa = HA + KA \cdot Aa = DA \cdot Aa$: lo che etc. In questo mentre per i noti

canoni del Galileo le tre potenze costanti BA, CA, DA , che stimolano il corpo A , e che per avere le loro rispettive azioni vogliono moltiplicarsi per gli spazietti trascorsi Ap, Aq, Aa , sono eguali ai quadrati delle corrispondenti velocità contrassegnate per du^2, dv^2, dV^2 ; dunque essendo $BA \times Ap + CA \times Aq = DA \times Aa$, avremo altresì $du^2 + dv^2 = dV^2$: dalla qual cosa si raccoglie, che se la medesima massa ne' punti p, a, q guadagna differenti celerità, le sue forze vive si spongono per le dette velocità duplicate proporzionali alle azioni giusta la Teorica del Leibnizio.

Qui ci si presentano alcune illazioni. Posto che la potenza BA sollecitasse il mobile A con una direzione normale alla necessaria AD , operando essa forza con un'azione menomissima d'un grado inferiore, dee trasferirsi come se non ci fosse. Ed in ordine a ciò l'azione equipollente $KA \cdot Aa$ s'agguaglia alla sola $CA \times Aq$ infinitamente maggiore della $BA \times Ap$. Siamo dunque nel caso, in cui la corda TA animata dalla potenza CA esercita unicamente il suo vigore contro il corpo A per la direzione obbligata AD .

Ma se l'angolo BAD fosse ottuso (Fig. 25.), in tale incontro accorciandosi la fune TA , l'altra SA patirebbe una distrazione, oppure al rovescio secondo la prevalenza delle potenze CA, BA . In questa supposizione non va adoperata la somma delle azioni $CA \times Aq + BA \times Ap$, ma bensì la lor differenza $CA \times Aq - BA \times Ap$, per misurare l'azione equipollente. Ed in vero la potenza maggiore CA s'impiega in produrre due effetti: l'uno nello stirare la corda SA , che da se stessa di stendersi non è capace: l'altro nel promuovere la massa A per il canale AD . E siccome la sua energia ad ambi gli effetti equivale; così farà $CA \times Aq = BA \times Ap + KA \cdot AH \times Aa$. E se per avventura le forze KA, AH fossero eguali, il mobile A nel tubo HAK se ne starebbe immoto fra due potenze pari, e direttamente contrarie. Predominando poi la potenza BA , le conseguenze sono facili a dedursi, e comprende amendue i casi la seguente equazione, che concerne le velocità, $du^2 + dv^2 = dV^2$. Se gli angoli BAK, KAC eguagliassero due retti; allora la forza equipollente si ridurrebbe a nulla; e le funicelle elastiche contro le sponde del canale impiegherebbero i loro conati, che per linea retta si oppongono. Giudico soverchio l'avvertire, che se i predetti angoli BAK, KAC superassero i due retti, tornando ad essere conspiranti in senso contrario le azioni delle corde SA, TA , il corpo A farebbe affretto a camminare al rovescio per la direzione obbligata AH .

Prorogata la linea DA in d (Fig. 22.) si applichi alla massa A l'elastro dA fermato nel punto d , e corredato della forza $Ad = AD$; è cosa

chia-

chiara, che le due potenze uguali, ed opposte si equilibrano. Esercitano esse incessantemente i loro conati contro il solido A , ma senza profitto; perchè quanto la potenza DA si sforza di tirarlo da A verso D , altrettanto la dA lo stimola verso d . Ma si è provato, che la DA equivale alle due BA, CA unitamente operanti; dunque le tre potenze AB, AC, Ad si trovano costituite in una esatta equiponderanza. E ciò si verifica ogni qual volta le azioni, ch'io chiamerò virtuali, perchè all'atto non si riducono, squisitamente pareggiansi. In questo mentre le dette azioni virtuali, che in semplici perenni sfiancamenti, o pressioni consistono, ponno convertirsi in reali coll'accrescere le potenze BA, CA per un elemento infinitesimo di qual sivoglia grado. In tal ipotesi, non ostante il contraniso della potenza dA , promoveranno il mobile A per lo spazietto Aa appartenente a quell'ordine di quantità infinitamente menoma, che si avvicina al nulla quanto mi aggrada. Per la qual cosa avrò sotto gli occhi il meccanismo della Natura, senza che resti in conto alcuno turbato l'equilibrio.

VII.

Fra le innumerabili direzioni necessarie, per cui le azioni delle cordicelle BA, CA sollecitano il corpo A , ci sarà anche la libera, nella quale camminerà da se stesso, e dal canale non sostenuto. Questa vuole determinarsi. Convien dunque condurre la linea AD , per modo che sieno uguali le due perpendicolari BH, CK , che dai punti B, C ad essa si tirano. Di sopra al n.º 5.º s'è infinuato, che oltre le potenze HA, KA , che promuovono il mobile A per la direzione AD , ci sono le due normali BH, CK , tutte e quattro derivate dalle primitive BA, CA . La coppia BH, CK si adopera semplicemente nel premere il corpo A contro le pareti del tubo, prevalendo ora l'una, ora l'altra secondo la posizione del canale AD . Ma attesa la nostra costruzione sono esse eguali, e contrarie; dunque il solido A posto di mezzo fra due forze equilibrate non è stimolato a piegare più a destra, che a sinistra, e per conseguenza non si appoggia ai lati del tubo, e non esercita pressione di sorta. Per la qual cosa, rimosso il canale, procederà liberamente il mobile per la medesima strada.

Compiuto il parallelogrammo $ABDC$, e tirato il diametro AD , è facile a dimostrarsi l'uguaglianza delle perpendicolari BH, CK cadenti dai punti B, C sopra lo stesso diametro, e di più, che collocata in qualunque altra positura la retta AD , la premessa egualità non ha luogo. I triangoli ABH, DCK sono simili, ed eguali; conciossiachè eguali sono i lati opposti AB, DC del parallelogrammo, eguali gli angoli alterni BAH, CDK , e retti gli angoli ai punti H, K ; dunque $BH = CK$, e $AH = DK$. Ed in ordine a ciò la diagonale $AD = AK + AH$ ci esporrà la potenza equipollente alle due AB, AC tanto per la quantità, quanto per la libera direzione.

Ora piglio per mano la soluzione Bernoulliana del problema secondo, posto che sia retto l'angolo ABC . Ivi n.º 3.º si dimostra, che le quattro potenze AR, AE, AH, AK equivalgono alle due AB, AC , ovvero

370
all'unica AD uguale al diametro del rettangolo A BDC. Le due AR, AE, ciascuna delle quali si espone per la grandezza $\frac{AC \times AB}{AD}$, ed è quar-

ta proporzionale alle tre AD, AC, AB, siccome eguali e contrarie in nessun modo influiscono nell'equipollente: imperciocchè si sospende ogni azione, quando le forze morte cozzano insieme con pari mutui conati. E qui si rifletta, che passa eguaglianza fra la normale BH, e la linea AR, come altresì fra CK, ed AE; essendo simili i triangoli ABH, CAD, i quali oltre gli angoli BHA, ACD retti, hanno gli angoli ABH, CAD eguali; dunque DA: CA:: AB: BH, e conseguentemente BH = $\frac{AC \times AB}{AD}$: valore, che del pari si è veduto convenire alla retta AR, ovvero AE.

Ma le potenze AR, AE; HB, KC a coppia a coppia si contrattano scambievolmente; dunque in vece delle due prime posso surrogare le due seconde, le quali, conforme si è detto non permettono, che il mobile A stimolato dalla potenza composta DA si diparta dalla diagonale AD: con che si determina la linea di direzione, e si supplisce a ciò, che mancava nel problema secondo del lodato Signor Bernoulli, senza ingolfarsi in un lungo progresso di deduzioni.

VIII.

Con due metodi si è per noi dimostrato il Teorema della composizione, e della risoluzione delle forze concordemente ricevuto da tutti i Fisico-Matematici. Il primo, ch'è stato prodotto dal dottissimo Signor Daniello Bernoulli, è appoggiato sopra principj metafisici d'incontrastabile evidenza, i quali non possono essere richiamati in dubbio da chi che sia. L'altro pubblicato dal P. Vincenzo Riccati ha per base il principio delle azioni misurate per quello spazio, onde si fa l'accostamento, o il discostamento dal centro delle potenze, il quale, sebbene io lo reputo evidentissimo, pure da parecchi non è ricevuto per anco. Ma conciossiachè da amendue i metodi si traggono le medesime conseguenze, parmi, che il primo serva di forte prova, e confermazione del secondo. Mercè che posta l'incontestata verità del teorema, se noi pel detto spazio misuriamo le azioni, ritroviamo, che le azioni delle laterali eguagliano quella dell'equipollente; dunque si conserva una squisita egualità tra due cause atte a produrre lo stesso effetto: la qual egualità non potendosi ottenere nell'altra misura dell'azione, come si farà palese nel seguente capitolo, dobbiam dedurre, che dallo spazio vuolsi unicamente desumere l'estimazione dell'azione.

CA-

CAPITOLO DECIMOSESTO

Si prosegue a parlare della composizione, e della risoluzione delle potenze.

I.

LE potenze in quanto s'impiegano semplicemente nel premere, o nello stirare vi si adoperano con tutta quella vigoria, di cui in qualità di conati, o di forze morte son corredate. Non c'è ragione, per la quale abbiano a ricrescere, o scemare, mentre i nisi fra le sollecitazioni fisiche, e necessarie vanno riposti. E vaglia il vero, si applichi alla massa A la potenza AB, (Fig. 22.) che solitaria eserciti contro il corpo paziente la totale sua efficacia; è forse indovina, che vi si aggiunga una seconda potenza AC, che per un altro verso lo stimoli: laonde le due impressioni abbiano a passare di concerto, e d'intelligenza; per guisa che secondo le circostanze scambievolmente si contemperino, e si aumentino, o si minorino, a misura degli effetti, che dall'accoppiamento delle due forze morte abilitate ad agire tal fiata risultano? Fermo il mobile A con un chiodo, e so di certo, che la potenza AB lo tira quanto può, e ci spende l'intera sua energia, e lo stesso fa l'altra AC: ma non segue movimento di sorta, perchè la resistenza del chiodo non lascia vincersi. Metto in opera la terza potenza Ad equipollente ad amendue le AB, AC onde si formi l'equilibrio: anche questa impiegherà tutto il suo nisi contro il chiodo, che sosterrà tre stiramenti proporzionali ai tre conati AB, AC, Ad. Rimosso il chiodo, siccome le cose nello stato di prima persistono, e nulla di nuovo succede rispetto alla massa A, che dalla sua quiete non si diparte, attesa la supposta equiponderanza; così egli è manifesto, che i tre menzionati nisi senza punto modificarsi vicendevolmente a sollecitare il solido A si convertono.

Oltre ciò gioverà il riflettere, che ciascuna delle tre potenze AB, AC, Ad può assumerli a piacimento siccome equipollente rispetto alle tre coppie AC, Ad; AB, Ad; AB, AC; ma ognuna delle menzionate forze composte esercita contro il mobile A l'intero suo conato, conforme in appresso vedremo, perchè ad esso direttamente si applica, e per la sua direzione lo stimola, dunque s'inferisca, che la scelta arbitraria d'una, piuttosto che dell'altra, in figura di equivalente nulla contribuisce per accrescere, o diminuire la sua natural energia.

E qui si noti, che non si dubita della verità del teorema intorno le potenze equipollenti, che ora si compongono, ed ora si risolvono. I Matematici, ed i Fisici si sono unanimamente accordati in ammetterlo, ed in farne uso anche prima, che dal celebre Signor Daniello Bernoulli per via di chiarissimi principj metafisici venisse invincibilmente dimostrato. Si osserva, che con frequenza la Natura se ne serve, e che questa è una delle

372
sue leggi fondamentali, che non soggiacè ad eccezzazione. Per la qual cosa non vogliono ascoltarci coloro, che per sottrarsi a qualche difficoltà, che non fanno sciogliere, son giunti per sino a dire, (e chi potrebbe mai crederlo?) che la Natura non riconosce la composizione, e molto meno la risoluzione delle potenze, e che questi sono ingegnosi artificj de' Geometri, inventati per agevolare le dimostrazioni.

Io non nego, che bene spesso alle potenze reali si sostituiscono le immaginate, che sono soltanto nella mente del Matematico. Egl' improprie ad imitare la Natura, e scorgendo valersi lei alle occasioni delle forze morte equipollenti, onde da un niso ne nascon molti, e da molti un solo, crea, osserva le debite regole, qualche ideale conato. E con ciò null' altro si presfigge, fuorchè se quel conato, ch' egli industriosamente si finge, in fatto operasse, succederebbe il medesimo effetto, che dagli equivalenti si genera. Dalla qual cosa non si conchiuda, che cotali potenze sieno tutte parti del nostro intelletto in qualunque incontro, quasi che non possa mai darli il caso, che abbiano a considerarsi siccome realmente esistenti, e che la Natura non ne faccia uso, e sovente nel suo meccanismo non entrino.

II.

Dalle potenze primitive, quando o in tutto, o in parte venga l'azione loro impedita, ne nascono diverse infinite derivate, delle quali per formare una giusta idea fa di mestieri, che distinguiamo due casi. O vuolsi supporre, che i corpi, a cui le primitive si applicano, possano esser soggetti ad una notevole, o ad una insensibile compressione. Nel primo caso siccome per ridur le cose all' equilibrio richiedesi un considerabile costipamento, così fa d' uopo, che a produrlo siasi dalla primitiva esercitata una finita computabile azione. Ma nel secondo cotale azione farà minima, e fisicamente nulla, comunque la potenza derivata finita sia. Se rinnovassi interamente, o in qualche parte l'ostacolo, ch' era all' azione d' impedimento, o tutte, o molte di quelle molle, ch' eran comprese, messe in libertà si apriranno. Per determinare la mutazione di stato, che s' introduce nel corpo, non basta computare l'azione della potenza, ma è necessario aggiungere l'azione di dilatazione esercitata da questi elastri, la quale si eguaglia a quella della forza primitiva, che gli ha ferrati. Ben è vero, che nel secondo caso essendo così fatta azione fisicamente minima, ci è lecito trascurarla con sicurezza.

Se ogni impedimento all' azione venga levato, tutte le molle caricate si anderan rilassando, onde le forze derivate o in tempo come nel primo caso, o in un istante fisico come nel secondo, svaniscono. Ma se un qualche ostacolo pure rimanga, onde la potenza originaria con piena libertà non agisca, annientandosi molte delle potenze derivate, altre se ne conserveranno in Natura, o rimanendo le stesse senza alcun cambiamento, o scemando, e tal volta ancor ricrescendo. Per avere la giusta misura della forza viva impressa ne' corpi, è superfluo nel secondo caso ridur a computo cotali varietà per la ragione già detta; ma nel primo come non si possono di-

mi-

373
minuir le potenze, se non s' apron gli elastri; nè aumentarsi, se vie più non si estinguono; così farà d' uopo l'aggiungere, o il levare dall' azione della potenza primitiva, quelle degli elastri predetti.

III.

Dalla premessa dottrina, ch' è più chiara della luce del mezzo giorno impariamo, che non v' ha altro criterio per distinguere se sieno in Natura le forze derivate, se mantenganfi sempre le stesse, se si aumentino, oppure minorino, se interamente si annullino, salvo che quello, il quale è stato messo in veduta dal Signor Jacopo Mariscotti. Si concepisca posto nel luogo, ove si dubita se v' abbia, o no la forza derivata, un elastro minimo: s' egli mantiene la sua natural dimensione, non v' è forza alcuna; e quando nelle dimostrazioni suppongasi, farà essa parto della mente umana, non della Natura. Costipandosi poi l' elastro avremo sicuro indizio di forza, la cui grandezza si potrà dedurre dalla maggiore, o minore costipazione. Qual mutazione poi nelle circostanze diverse ricevano le forze derivate l' elastro il manifesterà or maggiormente serrandosi, or allargandosi, or alla sua natural dimension riducendosi.

Per dare della premessa teorica un qualche esempio nella risoluzione, tra due piani inclinati BF, BG (Fig. 26.), che facciano qualunque angolo FBG, sia collocata la sfera C. E' noto, che risolvendo la gravità AC espressa pel raggio verticale nelle due CM, CN normali ai due piani, si avranno contro de' piani due pressioni espresse per le stesse rette CM, CN. Queste sono veramente in Natura, perchè due elastri posti in D, E tra la sfera, ed i piani a compressione saran soggetti. Si rimuova un de' piani per esempio BG, l' elastro in E senza dubbio si apre, segno evidente, che svanisce, e si annulla ogni potenza nel dato punto: perciò se di qualche problema la soluzione si deduca dalla potenza CN si farà uso di un metodo de' Geometri, non di quello della Natura.

Quanto alla potenza CM, se l'angolo FBG sia retto, non soffrirà cangiamento alcuno, perchè l' elastro in D resterebbe egualmente compresso. Ma se FBG sia acuto, l' elastro si aprirà alquanto, e per conseguenza si diminuirà la potenza; all' opposto se il detto angolo sia ottuso, l' elastro vie più stringerassi con accrescimento della pressione. Rimosso ancor il piano BF, poichè rimane alla gravità interamente libera la sua azione, si dileguerà ogni pressione derivata, e ritornerà l' elastro in D alla sua naturale lunghezza.

IV.

Il punto sta, che per anco non convengono i Matematici, qualmente nella teorica delle forze equipollenti abbia a salvarsi il gran principio, che stabilisce una perfetta uguaglianza fra la causa piena, e l' effetto intero. Alcuni disperando di riuscirci non si sono astenuti dal dire, che niente importa, che nel caso in questione si verifichi l' assioma. Altri più ragione-

vo-

voli si sono ingegnati di tener ferma l'egualità fra le potenze componenti, e composta. Condotte al diametro AD dai punti B, C, (Fig. 22.) le perpendicolari BH, CK, risolvono tanto la potenza A B nelle due AH, BH, quanto la corrispondente AC nelle altre due AK, CK. Quindi fatta riflessione, che per le proprietà del parallelogrammo haffi $BH = CK$, ed $AH = KD$, conchiudono, che la prima coppia, in cui si rinviene uguaglianza, e contrarietà, si elide, e che la seconda si congiunge, e forma l'equipollente AD. Il raziocinio sarebbe giusto, se non incorresse in una palpabile petizion di principio. Si suppone cioè, che si cerca, ed io dimando, qualmente dalla potenza AB spuntino le due AH, HB, che di lunga mano la superano, e ciò non ostante si mantenga illesa l'analogia fra le cagioni, e gli effetti.

Indarno dunque si tenta in grazia del premesso pronunziato di modificar le potenze; imperciocchè non si raccozzerà mai una ipotesi congrua, che soddisfaccia ad entrambe le verità, ed insieme le concilij. Per la qual cosa fa d'uopo, messe da canto le potenze medesime, ricorrere alle loro azioni, e vedere se per tal mezzo ci vada fatto di dimostrare, che nel comporre, e risolvere i conati la Natura del suo capitale principio non si dimentica; anzi che da esso, assunto siccome base, l'economia delle potenze equipollenti immediatamente deriva.

Io non conosco Analista, il quale facendo uso delle forze morte costanti, e variabili, o sieno reali lavori della Natura, o surrogate in via di ausiliarie per servire al metodo, nel suo vero stato non le conservi, senza accrescerle, o minorarle, e senza che gli passi per mente, che nelle particolari occorrenze a vicenda si avvalorino, o si contrastino. Escano pure in azione coll' applicarle alla durata del tempo, o alla lunghezza dello spazio, per cui il mobile si accosta ai centri delle potenze, nè punto, nè poco si diversificano; laonde le loro elementari azioni si esprimono giusta le varie

opinioni per i prodotti fdt , fds , e le totali per $\int fdt$, $\int fds$. In questo mentre, stando sempre la potenza f intatta, non c'è ripugnanza, che si esercitino ora maggiori, ed ora minori le azioni, secondo che la combinazione delle circostanze permette, che la forza f stimoli una massa per tempo più diuturno, o più breve, ovvero per uno spazio più corto, o più lungo: in quella guisa appunto, che una linea, la quale cammina di traverso, col fermarsi più presto, o più tardi genera una superficie più ristretta, o più estesa.

V.

Nulla si profitta col valersi della formola fdt nella composizione, o nella risoluzione delle potenze; avvegnachè la misura delle loro azioni non può desumersi dal moltiplicare il conato nel tempo. Egli è certo, che i due nisi laterali BA, CA promovono il mobile A per lo spazietto A a in tanto tempo nè più, nè meno, quanto ce ne spende l'equivalente DA, che da essi risulta. Di conseguenza se gli effetti rispondono alle azioni delle cause operanti,

ti, cioè a dire ai prodotti delle potenze nei tempi, nascerà l'equazione $BA \times dt + CA \times dt = DA \times dt$, o sia $BA + CA = DA$, cioè i due lati del triangolo ABD uguali alla base. Il qual assurdo ci fa toccar con mano, che

l'espressione $fdt = mdu$, o sia $\int fdt = mu$ ci dà una legge secondaria spesso fiate negletta dalla Natura, la quale non ha luogo ne' moti indiretti, viene a dire qualunque volta la potenza agente segue una direzione, ed il corpo paziente per un'altra dalle circostanze, come nel nostro caso, è costretto a procedere.

Resta dunque, che per ultimo partito si ricorra alla formola Leibniziana $fds = mudu$, ovvero $\int fds = \frac{mu^2}{2}$, la quale è generalissima, non mai

trascurata dalla Natura, e che regge tanto ne' moti diretti, quanto negli indiretti. Per la qual cosa le azioni elementari si misurano dai nisi successivi delle forze morte f moltiplicate ne' minimi spazj ds , e le totali dalla sommatoria $\int fds$. Gli effetti poi passo passo nascenti s'eguagliano ai prodotti della massa m nel momento della velocità udu , e gl'interi alla integrale $\frac{m \cdot u^2}{2}$; onde le forze vive generate si spongono per le masse nei semi-

quadrati delle velocità. Ogni altra legge si dimostrerà da me impossibile; quando ragionerò de' canoni, che regolano le comunicazioni de' movimenti, e di vantaggio avvertirò, che la vera misura delle azioni si desume dalla

quantità $\int fds$, e che la corrispondente $\frac{m \cdot u^2}{2}$ da essa necessariamente deriva di conseguenza.

VI.

Qui mi si fa incontro il P. Balassi nella sua dissertazione delle forze vive, inteso a sostenere ad ogni costo la sentenza de' Cartesiani. Per me penso, che pochissimo ci voglia, perchè il detto Padre diventi un ottimo Leibniziano. A buon conto egli è convinto, che non bisogna far uso della opposizione fra le pure potenze, ma che indispensabilmente deggionsi prender di mira le azioni delle potenze medesime da chi si propone di conservare indenne l'analogismo tra le cagioni, e gli effetti. Muove un secondo passo, e non si fa forte sulla formola $fdt = mdu$ tanto inculcata dai Matematici di Francia, e d'Inghilterra; mercè che ha conosciuto, che manca, e non si verifica ne' movimenti indiretti. Si accosta per tanto al Leibnizio, e si appoggia al canone capitale $fds = mudu$, ed avrebbe afferrata la verità, se nella sua purità mantenuto l'avesse, senza metterci mano, e disfigurarlo. Come dunque egli si comporta? Divide per la velocità u ambo i membri dell'

dell'equazione, e ne viene $\frac{fds}{u} = mdu$, indi si fa strada all'integrazione $\int \frac{fds}{u}$

$= mu$. E conciossiachè nell'omogeneo di comparazione appare la quantità del moto mu , dalla quale secondo lui si piglia la stima delle forze vive, due conseguenze ne cava: la prima, che le minime azioni si misurano dal-

la flussione $\frac{fds}{u}$, ed il cumulo dalla somma $\int \frac{fds}{u}$: la seconda, che non es-

sendo soggetto ad eccezzione in qualsivoglia genere di movimento il ca-
none $fds = mdu$, è fornito d'un pari privilegio anche il surrogato $\frac{fds}{u} =$
 mdu .

Ed ecco l'ultimo refugio, a cui il P. Balassi riduce il Cartesianismo. Io non so, se i suoi Compagni d'Italia, ed oltre i monti si prevaleranno di questo tardo foccorfo; so bene, che a nessuno è caduto in pensiero di rifuggire a così strano partito. Resteranno sopraffatti gli Analisti, qualora per l'avvenire avranno a maneggiare la nuova formola. Imperciocchè se si tratterà dei moti diretti sostituendo in vece di $\frac{ds}{u}$ l'equivalente differenza

del tempo, cioè dt , ricaderanno nell'antica $fdt = mdu$, che siccome troppo limitata dal nostro Autore non si adotta. Se poi ci si presenteranno i movimenti indiretti, si rifletta essere ds lo spazietto, cui s'applica la potenza f , ed u la velocità, colla quale la massa m cammina con un'altra direzione, e per uno spazio affatto diverso, ch'io chiamo ds . Essendo per tanto $u =$
 $\frac{ds}{dt}$, fatta la surrogazione, l'egualità si trasformerà nella seguente $f \frac{ds}{ds} dt =$

mdu . Io dimando qual costrutto sieno per trarre i Geometri da questa formola imbarazzata di quattro elementi, e come verranno in cognizione dell'aggregato delle azioni esposto dall'integrale $\int f \frac{ds}{ds} dt$.

Facciamo un cattivo cambio surrogando questa espressione alla Leibniziana, in cui domina la semplicità, ed in cui la spezie s , e la sua flussione ds dinotano gli spazj crescenti, ai quali applicandosi la forza morta f esponente il conato, o sia la potenza sollecitante in qualsivoglia punto, obbliga la massa inerte m a cangiare stato, e ad acquistar passo passo nuovi gradi di forza viva.

E qui viene a festa la bella avvertenza del Sig. Jacopo Mariscotti nelle sue Annotazioni alla citata Dissertazione del P. Balassi, che fa di mestieri accuratamente distinguere gli elementi, che stanno dalla parte della causa da quelli, che all'effetto unicamente appartengono, e che non bisogna confonderli; perchè in tal guisa si turba da capo a fondo l'economia della Natura. Da tal metafisico ed evidente principio siamo convinti, che la potenza f entra senza dubbio nella cagione operante, ma non già sola; atteso che il conato, che non si sviluppa, persiste in figura di forza morta, e siccome tale non è capace di produrre cangiamento di stato, che s'introduce, qualunque sia il nido non se ne sta ozioso, e stimola costantemente il corpo, per uno spazio infinitesimo. Per la qual cosa il prodotto fds misura l'azione ele-

mentare, e la somma $\int fds$ l'aggregato di tutte le minime azioni, e conseguentemente la forza viva; laonde le assegnate quantità non vogliono con qualsivoglia grandezza estranea modificarsi, mentre siamo intesi a determinare la vera, e germana energia delle azioni. All'incontro egli è certo, che la massa m , di cui si vince l'inerzia, va computata nell'effetto, e lo stesso dee dirsi del momento della velocità udu , da cui dipende la mutazione di stato, alla quale la detta massa soggiace. E se così è, s'inganna il P. Balassi, qualora parte per la celerità u la flussione fds , ed estima il vigor delle azioni, e degli effetti dalle formole $f \frac{ds}{u} = mdu$, $\int f \frac{ds}{u} = mu$. E vaglia il

vero, chi mi vieta di servirmi di un'altra equivalente espressione, onde meglio appaja l'assurdo? Piglia anzi gli occhi l'equazione $fds = mdu$, che

integrata mi dà $2 \int fds = mu^2$, ovvero $\sqrt{2 \int fds} = \sqrt{m \cdot u}$, e multi-

plicati amendue i membri per \sqrt{m} haasi $\sqrt{m} \sqrt{2 \int fds} = mu$. Secondo il nostro Autore la quantità del moto mu , che ci espone la forza al mobile comunicata, esaurisce siccome effetto tutta la virtù della propria causa, cioè a dire dell'azione, la quale può del pari esprimersi per $\int f \frac{ds}{u}$, o pure per

$\sqrt{m} \cdot \sqrt{2 \int fds}$. La prima magnitudine viene affetta dalla velocità u , e

la seconda dalla massa m , ed entrambe passano dall'effetto a modificar la cagione. Ora io dimando, come nell'azioni ci possa mai entrare la massa paziente, che corredata d'inerzia è soltanto atta a ricevere in se stessa l'azione. A cagion d'esempio abbiani due elastri, eguali, e rinferrati da eguali

378
 forze. Nell' aprirsi, se saranno dotati di perfetto vigor di molla, restituiranno belle ed intere le forze, che si sono spese in comprimerli. Sono essi forse indovini a quali masse applicar si vogliano, e quali celerità sieno per imprimere alle masse medesime? Con qual meccanismo dunque si comporteranno nel regolare le loro azioni aumentandole o diminuendole, per modo che in vece d' esser pari stiano in ragione reciproca delle velocità, o diretta dimidiata delle masse? Da cotali incongruenze se ne va immune il canone Leibniziano; avvegnachè non si mesce ciò, che risiede nella causa con ciò, che si trasfonde nell' effetto. Frequentemente la potenza f daffi, massime nelle forze centrali, e nelle molle, per una qualche funzione dello spa-

zio s , e l'efficacia dell' azione ci si rende nota dall' aja curvilinea $\int f ds$ per via delle integrazioni o analitiche, o trascendenti. Dall' altro canto il vigore, che passa nell' effetto, si desume dalla forza viva partecipata al mobile, che si espone per il prodotto mu^2 . Ed è notabile verificarsi in qualunque caso l' analogia $\int f ds : \int F ds :: mu^2 : MV^2$, e se per forza si ha $\int f ds = \int F ds$ sarà altresì $mu^2 = MV^2$, e conseguentemente gli effetti pigliano norma dalle proprie cagioni, che a generarle s' impiegano, e ad esse puntualmente rispondono.

VIII.

Il subbietto richiede, che si esaminino, qualmente si comportino le potenze agenti o separate, o congiunte. Le diversità, che anderò esponendo, nascono dalla differente applicazione, e l'applicazione dalla varietà degli angoli con cui s' incontrano: stando però sempre fermo il principio fondamentale, che le azioni delle componenti $BA \times Ap + CA \times Aq$ (Fig. 22.) si eguagliano a quella della composta $DA \times Aa$. Se l'angolo BAC è retto, ognuno comprende, che attesa la nostra preparazione il rettangolo infinitesimo $Apap$ è simile al finito $ABDC$. Quindi le due funi elastiche SA, TA , o operino da se sole, ovvero unitamente trasportino nel tempo stesso il mobile A per lo spazietto Aa ; in ambo le circostanze si accorcieranno, la prima per l'elemento Ap , e la seconda per l'elemento Aq . L'angolo retto pertanto è privilegiato, mercè che non si alterano punto le contrazioni, o si accoppino insieme le due cordicelle, o si lasci, che fra loro disgiunte s'impieghino.

Non così succede posto l'angolo BAC acuto. Io noto, che perseverando nel loro stato le forze laterali BA, CA , l'equipollente AD si aumenta fino a divenire uguale alla lor somma $AB + AC$, mentre fosse infinitamente acuto il predetto angolo BAC, e le potenze ad essere cospiranti si ridurrebbero. Per avere il parallelogrammo elementare $Aman$ simile allo $ABDC$ fa d'uopo condurre la retta am parallela alla qA , e la an parallela alla pA osservando, che Am è minore di Ap , ed An di Aq . E giacchè la potenza diagonale Aa equivale alle due componenti Am, An ; accaderà, che le tre

po-

379
 potenze BA, DA, CA applicate ciascuna da se alla massa A la condurranno in tempi pari per le flussioni Am, Aa, An , e conseguentemente le funicelle SA, TA si restringeranno per gli spazj minimi Am, An . Ma se sono obbligate ad agire di conserva contro il corpo A , si dispongono ad esercitare maggiori azioni in dato tempo; avvegnachè per le differenze Ap, Aq di rannicchiarsi sono costrette. Ciò non puote attribuirsi, salvo che alla varia posizione delle corde, l'energia delle quali in se stessa nè molto, nè poco alterandosi, ne segue, che si applichi ora più, ed ora meno, ed accompagni il mobile A ora con maggiori, ed ora con minori contrazioni, secondo che l'angolo BAC o si ferra, o si apre.

Per la qual cosa non mi sottoscrivo al parere di que' Matematici, e massime del Bulfingero, il quale per mettere a coperto la teorica Leibniziana intorno le forze vive, che per mezzo dell' azioni si mantiene illesa, pretende, che le potenze BA, CA ora si avvalorino, ora si contrastino, e tal fia ta operino bensì unite, ma siccome indipendenti l'una dall' altra giusto la loro differente inclinazione. Nell' ipotesi dell' angolo acuto BAC egli è manifesto, che la CA non soccorre la BA , o al rovescio; perchè passando per cagion d' esempio una qualche parte del vigore della prima nella seconda, quanto si aumenterebbe l' azione della potenza BA , altrettanto si diminuirebbe l' azione della compagna CA . Eppure amendue unitamente esercitano maggior azione di quella, che eserciterebbero separate.

Se poi l'angolo BAC si allarga fino a divenire ottuso, i restringenti Ap, Aq delle funicelle sono minori di Am, An , ed in tale incontro vanno passo passo scemando le azioni laterali, e decrescendo altresì quella della potenza equipollente.

IX.

Sembrerà strano, che le potenze congiunte, che non possono andar immuni da opposizione, esercitino in un dato tempo azione eguale, ed anche maggior di quella, che opererebbero separate, quando nulla opposizione interviene. Ottimamente ci ha ammoniti il lodato Signor Mariscotti, che fa d'uopo guardarci da un equivoco, addossando a ciascuna d' esse potenze fegregate, e liberamente operanti una massa eguale alla massa A , a cui dà conserva si applicavano. E' cosa chiara, che si fanno agire contro una massa doppia, la quale si obbliga a cangiare stato, e che deggiono modificarsi le azioni a proporzione della inerzia due volte tanto accresciuta. Si noti dunque, che la potenza equipollente AD , che promuove la massa A per lo spazjo Aa , consta di due membri AH, AK , ognuno de' quali in particolare si adopera nel far mutare stato non a tutta la massa A , ma ad una determinata porzione, che al suo vigore corrisponde: adempiuta però la condizione, ch' esse masse parziali $m + n = A$, che si considerano come disgiunte, vengano stimolate dalle potenze AH, AK in tempo pari per lo stesso spazietto Aa . E giacchè $AH \times dt = mdu$, $AK \times dt = ndu$, essendo che scorso lo spazjo comune Aa in tempi eguali si acquistano velocità pari; ne segue, che

Bbb 2

fia

fia $\frac{AH}{m} = \frac{AK}{n}$; dunque $AH:AK::m:n$. Quindi fa d'uopo dividere la

massa A in due parti m, n in ragione delle potenze AH, AK, e concludere, che ciascuna d'esse potenze sollecita al moto quella porzione della massa A, che al suo nifo è proporzionata.

Dietro la scorta del Sig. Mariscotti facciamo, che le potenze laterali AB, AC (Fig. 25.) agendo separatamente, e con tutta la loro energia si applichino alle masse m, n , e nel tempo medesimo le trasportino, la prima da A in g , e la seconda da A in b . Anco in questa ipotesi avremo $BA \times dt = mdu$, $CA \times dt = ndv$, e dalla doppia equazione risulterà l'analogia

$$\frac{BA}{m} : \frac{CA}{n} :: du : dv :: Ag : Ab, \text{ ovvero (Fig. 22. 23.) } \frac{BA}{AH} : \frac{CA}{AK} :: Ag :$$

Ab, essendo $m:n::AH:AK$. Paragono ora le due azioni della medesima forza morta AB prima libera, e poi impedita. Nel primo caso la sua azione si ha dal prodotto $BA \times Ag$; nel secondo dal prodotto $AH \times Aa$. Ma essendo Ag, Aa spazietti dalla stessa massa m in egual tempo passati, faranno in ragione delle potenze AB, AH; dunque le nominate azioni so-

no in ragione di $AB^2 : AH^2$, cioè in duplicata delle potenze AB, AH: conclusione che si adatta parimente alla potenza AC, quando agisce ora da se sola, ed ora congiunta colla potenza AB. Egli è fuor di dubbio, che le due potenze AB, AC, tenute ferme le masse $m+n=A$, e la loro distribuzione in ragione de' conati equipollenti AH, AK, esercitano maggior azione in comunicando il moto separatamente a ciascuna delle masse m, n , e minore più, o manco quando ad agire contro il mobile A in figura di potenze componenti si accoppiano.

Dalle cose dette parecchi corollari cavar si potrebbero, alcuni de' quali nel luogo citato dal P. Riccati sono stati dedotti. Il più magistrale si è, che nella composizione delle potenze determinate a non impiegare le azioni intiere, che ad esse operanti liberamente competono, si anno a distinguere due generi d'impedimenti per ciò, che concerne l'imprimere nel corpo A il moto di traslazione. Il primo è generale, qualunque sia l'angolo BAC (Fig. 22.), purchè non infinitamente acuto, nel qual caso le due potenze siccome cospiranti vicendevolmente non si frastornano, ed esercitano tutto il loro vigore. Il secondo nasce, qualunque fiata interviene, che una delle potenze, per esempio AC, formi colla equipollente AD un angolo ottuso. Questa ipotesi porta, che per aver l'azione della potenza diagonale, non si pigli la somma delle azioni laterali, ma bensì la lor differenza. E la ragione si è, perchè va tolta la somma, quando amendue le funicelle BA, CA si accorciano nel promuovere la massa A, ed all'incontro la differenza, qualora restringendosi la corda BA, l'altra CA si distende: lo che succede mentre le rette AC, AD formano l'angolo ottuso CAD.

X.

Pel punto a menisi la *ras* normale alla direzione AD. Le due potenze AB, AH applicate alla stessa massa m le farebbero in dato tempo percorrere spazj in ragione delle stesse potenze; dunque se Aa sia lo spazietto passato dalla massa m animata dalla potenza AH, Ar farà quello, che passerà nello stesso tempo sollecitata dalla potenza AB: quindi le due azioni si esprimeranno per $AH \times Aa$, $AB \times Ar$: ma la seconda è l'azione della potenza AB, che agisce liberamente, l'altra eguaglia l'azione $AB \times Ap$ della stessa potenza agente in egual tempo con l'impedimento; dunque l'azione, che nel

dato tempo resta impedita, farà $= AB \cdot Ar - Ap = AB \cdot pr$.

Concepiamo, che una pari azione venga esercitata da una potenza normale alla AD, e di questa stessa potenza cerchiamo il valore. Egli è manifesto, ch'essa si applica allo spazietto ar; dunque dividendo $AB \cdot pr$ per ar, il quoziente indicherà la ricercata potenza. Per la similitudine de' triangoli AHB, apr farà $pr : ar :: BH : AB$; dunque $\frac{AB \cdot pr}{ar} = BH$, la quale,

ficcome per altri metodi erasi ritrovato, è la potenza nella direzione normale alla AD. Le stesse cose si adattino ancora all'altra potenza AC.

Ricavo come per corollario il seguente canone universale, cioè che le potenze derivate anno sempre origine da una qualche azione impedita, e per ritrovarle, basta cotà azione dividere per quello spazietto, a cui esse di fatto si applicherebbero.

Si avverta, che le due lineette ar, as sono in ragion reciproca delle masse m, n . Lo dimostro. Stà $ar : as$ in ragion $ar : Aa :: BH : AH$ composta $Aa : as :: AK : KC$ ⁵

dunque, essendo $BH=KC$, si averà $ar : as :: AK : AH :: n : m$, cioè in ragion inversa delle masse, come si dovea dimostrare.

Tra le masse m, n , si collochi un elastro. Se questo sia di nulla rigidità, e forza di molla guarnito, trattanto che il centro delle masse scorre la Aa, farebbersi dilatato per gli spazietti ar, as, e le masse m, n , si ritroverebbero ne' punti r, s. Ma se di qualche elasticità sia dotato, le sue dilatazioni faran minori, ma ferberanno sempre la ragion reciproca delle masse, cioè la diretta degli spazietti ar, as. Finalmente quando la rigidità dell'elastro infinita sia, le masse m, n non partiranno dal punto a. Per qualunque verso si girin le cose, a chi ha trovata la verità, ritornano sempre mai legittime le conseguenze.

CAPITOLO DECIMOSETTIMO

Della conservazione della forza.

I.

Vorrei sperare di non aver gittato il tempo, e la fatica nel confermare con replicate riflessioni alquante verità fondamentali della Fisica, le quali o ignorate, o mal intese, o contraddette sono l'origine d'innumerabili errori, e quanto più si crede di acquistar nuove cognizioni, tanto meno si penetra ne' reconditi magisteri dalla Natura. Non è andato interamente lungi dal vero il celebre Renato Cartesio, quando ha giudicato doverci la stessa quantità di forza mantenere, acciocchè la Natura non divenga a poco a poco più fiacca, e perda il primitivo vigore. Da cotai principj però a contrattempo applicato quali strane conseguenze non son derivate? Egli, che costituiva la forza nella quantità del movimento, ha formate, come ognun sa, alcune regole per la comunicazione del moto, che sono dalla esperienza state convinte di falsità, e da suoi medesimi Discepoli ripudiate.

Accettarono questi di buon grado le leggi prodotte dal Vallis, dall'Ughenio, e dal VVrenno; e non ostante furon d'avviso, che si salvassero egualmente i due principj del loro Maestro. Imperciocchè le vere leggi fortunatamente insegnavano, che quella quantità del movimento, che si avea prima dell'urto, anche dopo intera si manteneva. L'idea a prima vista sembra plausibile; ma esaminata con diligenza al buon discorso non regge, e cade in contraddizione. Lascio di considerare, che ad aver la quantità della forza fa di mestieri prender la differenza delle quantità del moto, allorchè si trovano contrarie: divisamento, che più si accosta alla immaginazione de' Geometri, che all'operazioni della Natura.

In effetto se due corpi molli vengano al congresso con celerità, che sieno in ragion reciproca delle masse, e si fermino come realmente succede dopo la collisione, sono essi costretti di confessare, che le due forze eguali, e contrarie, che v'eran prima, si distruggono, e vanno in nulla. Muovano frattanto un'altro passo, e c'insegnino, qualmente si ripari il discapito, e si supplisca alla forza perduta. Se nell'urto contrario de' corpi molli perisce forza, e non c'è mezzo fisico per ristorarla; ogni giorno si altera il sistema, ed il Mondo d'oggi non è quello, che fioriva alquanti secoli addietro. Così la Natura sempre più languisce; imperocchè dal principio delle cose fino ai nostri tempi la materia si trova spogliata d'una buona parte di quella forza, che in lei risiedeva, e peggio succederà negli anni venturi, in cui si mostrerà passo passo più fiacca, e fornita di minor energia: laonde estenuato a poco a poco il vigore delle cagioni, si debiliteranno proporzionatamente gli effetti.

Si

Si dirà forse, che il Sommo Facitore del tutto, per non lasciare andar a male la stupenda Macchina da lui fabbricata, sta sempre inteso a riparare i danni, e che quanta forza si annienta, altrettanta ne riproduce, supplendo in tal guisa alla impotenza della materia, che da se stessa è inabile a generar forza. Un tal sutterfugio è venuto in pensiero al Cavalier Nevvton inteso a salvare, che i Pianeti non discapitassero ne' periodi regolari delle loro rivoluzioni, non ostante la continua resistenza del fluido celeste, a traverso del quale si fanno strada. S'era immaginato, che Dio desse di quando in quando una riveduta alla sua grand'Opera, e ne togliesse i disordini, e ne acconciasse i difetti altronde non riparabili, a cui la struttura materiale imperfetta di sua natura inevitabilmente soggiace. Bramerei, che un Fisico qualunque fiata non sa sviluppare un qualche nodo, si guardasse dal far comparir sulla scena l'Autore dell'Universo, quasi che le regole prestabilite nella prima origine delle cose fossero insufficienti, onde restasse egli obbligato ad operare alla giornata con volontà particolari a guisa d'un imperfecto Artefice, che non leva mai le mani dal lavoro.

II.

Mal si appongono i seguaci del Cartesio nel credere, che le forze vive lottanti con moti contrarj vicendevolmente si elidano, e che insieme nel contrasto equilibrate si annientino, ed i corpi si riducano alla quiete: massimamente che per i principj de' lodati Scrittori nell'ammaccare neppur un minimo grado di forza si spende. Ma come poi le dette forze nel congresso onninamente annullate tornano a risuscitare ne' corpi elastici? E' forse privilegio delle molle il crear nuova forza? Io per me pensava, che rimettesse la ricevuta; altrimenti farebbe di mestieri, che guarnite di giudizio tenessero ben a memoria la forza annientata per farla rinascere, e per puntualmente restituirle. Diremo piuttosto non importare, che le forze in apparenza contrastanti sieno eguali, o ineguali, purchè le loro azioni talmente si temperino, che dopo la mutua percossa nulla di forza viva rimanga.

In ciò parimenti s'ingannano gli Avversarj, i quali metton l'equilibrio tra le forze primitive, che pugnando l'una contro l'altra reciprocamente si distruggono. Ma il vero equilibrio, e la legittima uguaglianza non s'istituisce dalla Natura, se non se tra la causa piena, e l'effetto intero. Nel caso nostro le forze nell'ammaccature confuse sono eguali, anzi le medesime colle vive, da cui erano impressionati i mobili avanti l'congresso: ed in ciò consiste il perfetto equilibrio tra la cagione generante, e l'effetto generato.

La esperienza ci documenta, che venendosi incontro le palle A, B dā molle creta colla quantità del moto $AV = BU$, indi le masse C, D colle altre due quantità del moto $Cu = Du$, in ambi gli urti si fermeranno bensì; ma quantunque tutte quattro esse grandezze sieno eguali, non si aspetti di vedere i globi egualmente costipati. Ci sarà una notevole discrepanza palese agli occhi ne' seguenti solidi spianati dall'impeto delle percosse: segno manifestissimo, che gli effetti non prendon norma dalle quantità pari del movimento.

Ogn

Ogni cosa camminerà a sesta, se misurinsi le forze alla foggia Leibniziana. Posso fare, che i loro aggregati, cioè per una parte $\frac{AV^2 + BU^2}{2}$,

e per l'altra $\frac{Cv^2 + Du^2}{2}$ si rispondano in qualsivoglia ragione di maggio-

re, o di minore inegualità, a cagion d'esempio come $n:1$, assumendosi la specie n per una magnitudine quanto si possa essere, o grande, o picciola. Io bramerei, che i sostenitori della opposta sentenza mi sviluppassero questo nodo; conciossiachè se diranno, che intanto si vedono minori le contusioni, in quanto forze più fiacche vi si consumano, ho senz'altro vinta la lite; e queste forze disuguali producenti effetti sensibilmente diversi non an che fare colle quantità del moto, che si suppongono eguali. A quali cause sieno per ricorrere affine di soddisfare al fenomeno, mentre si asseriranno probabilmente dal valersi delle forze computate alla Leibniziana; lo cerchino coloro, che adattano ostinatamente ad ogni gruppo il suo cuneo.

III.

Il Problema indicato ha qualche cosa di singolare, e merita che se ne accenni la soluzione. Giacchè $AV^2 + BU^2 : Cv^2 + Du^2 :: n:1$, facendo uso delle tre equazioni d'ipotesi $AV = BU = Cu = Du$ otterrò, che significano dall'analogismo o le quattro velocità, o pure le quattro masse; conciossiachè $\frac{A^2V^2}{B} = BU^2$, $\frac{A^2V^2}{C} = Cv^2$, $\frac{A^2V^2}{D} = Du^2$. Appresso

avrassi $\frac{AV}{U} = B$, $\frac{AV}{v} = C$, $\frac{AV}{u} = D$. Sostituiti nella premessa analogia i valori in tal guisa scoperti, sarà $AV^2 + \frac{A^2V^2}{B} + \frac{A^2V^2}{C} + \frac{A^2V^2}{D} :: n:1$,

ovvero $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} :: n:1$. Inoltre $AV^2 + AVU : AVv + AUu :$

$n:1$, o sia $V + U : v + u :: n:1$. Qui si rifletta alla proporzione $AV^2 + BU^2 : Cv^2 + Du^2 :: V + U : v + u$, la quale ci manifesta, che le due coppie di forze vive sono come le somme delle velocità rispettive: proprietà, che non era da trasandarsi.

Passo all'equazioni $B + A \times CD = C + D \times nAB$, $V + U = nv + nu$, in ognuna delle quali abbiamo quattro quantità differenti, e per proseguire l'inchiesta, due per ciascuna formola deggiono ad arbitrio assumersi siccome date, e lasciare le altre due in figura di variabili; onde risultino le curve locali appropriate al nostro Problema. Egli è vero, che quattro termini accoppiati a due a due ci danno sei diverse combinazioni; ma

ma comunque la cosa si prenda, ne nasce, che la prima espressione sarà sempre all'iperbola Apolloniana fra gli asintoti, e la seconda al triangolo. Fermandomi sulla prima scelgo il caso più semplice. Sien costanti le

masse A, B , e fluenti le C, D , e presentandosi l'equazione $CD = \frac{C + D}{A + B} \times nAB$, ci verrà fatto di costruirla nella seguente maniera. Nell'asse

EFL (Fig. 27.) segno il punto F , e metto a destra, e a sinistra due linee cognite FE, FG ambe $= nAB$, indi ne' punti E, G alzo le normali $A + B$

EN, GI , ciascuna d'esse eguale a FE , o sia FG , e poscia tiro la retta NO parallela ad EFL , e per ultimo la perpendicolare OFQ . Descritta fra gli asintoti FQ, FL l'iperbola SIM , che passi per il punto I ; dico, ch'è esposta la massa C per l'assisa qualunque NP , l'ordinata PM ci darà il valore della massa D .

Corollario. La massa C espressa per l'assisa NP dee necessariamente superare la linea NO ; perchè se fosse minore, l'altra massa corrispondente $= D$, atteso l'andamento de' rami iperbolici, o sarebbe immaginaria, o negativa: lo che apertamente ripugna alla natura della materia, che debbe essere indispensabilmente reale, e positiva.

Soggiungo un esempio. Sia $A = 1, B = 2$, e l'indice n della proporzione fra le menzionate forze vive pongasi $= 4$, ed avremo $nAB = \frac{8}{3}$.

Taglii a piacimento l'assisa variabile $NR = C = 3$ (con qualunque altro valore anco irrazionale, o trascendente si contrassegni la massa C , si dedurrà sempre la medesima conclusione) indi ripetuta l'equazione $CD = \frac{C + D}{A + B} \times nAB$, o sia $D = \frac{nABC}{AC + BC - nAB}$, scopriremo l'ordinata

$Rs = D = 24$. Ora qualsivoglia delle quattro velocità, per esempio V , si determini come più ci aggrada facendola $= 4$, e così le altre tre ci si manifestano, attesa la supposta eguaglianza fra le quattro quantità del moto; onde si ha $U = 2, v = \frac{4}{3}$, ed $u = \frac{1}{6}$. Quindi le assegnate limitazioni

ci danno l'analogia $AV^2 + BU^2 = 16 + 8 = 24 : Cv^2 + Du^2 = \frac{16}{3}$

$+ \frac{2}{3} = 6 :: n = 4 : 1$, lo che etc.

Dell'altra proporzione $V \div U : v \div u :: n : 1$, o della equazione $V \div U = v \div u$, luogo, che prese per costanti due d'esse velocità a ca-

gion d'esempio V, U , e le altre due v, u siccome indeterminate, appartiene alla linea retta, non faccio parola; essendo facile a maneggiarsi, a guisa dell'antecedente.

Non ci è pertanto disdetto, stando salda l'uguaglianza fra le mentovate quantità del moto, di far sì, che una coppia di forze vive $Cv^2 + Du^2$ messa a confronto coll'altra $AV^2 + BU^2$ sia quanto si voglia minore. In oltre si può fare valendosi del metodo di sopra esposto, che la quantità del movimento $Cv = Du$ superi di lunga mano la $AV = BU$, e che ciò non ostante la somma delle forze $Cv^2 + Du^2$ sia dell'aggregato $AV^2 + BU^2$ a nostro beneplacito più picciola. Anche nel caso addotto le contusioni fra le due masse molli C, D si riducono a tale, che rispetto a quelle de' due corpi A, B si rendono appena sensibili. Non essendoci dunque corrispondenza di sorta tra le forze misurate dalle quantità del movimento, e le ammaccature, le quali a detta de' Cartesiani altro non sono, fuorchè vestigi, ed impronti lasciati da esse forze nell'atto, che si distruggono scambievolmente, e che dovrebbero avere una qualche congrua relazione all'energia delle cause, da cui dipendono; siamo costretti ad adottare le forze Leibniziane, che di vive si convertono in morte, ed in tutto, o in parte nel costipare s'impiegano, servata in qualunque incontro la debita analogia fra le cagioni, e gli effetti.

Per la qual cosa l'eguaglianza tra le quantità del moto non si reputi la vera, e legittima causa, per cui i corpi dopo il congresso s'arrestano. Fa d'uopo ricorrere ad altri principj: febbene la menzionata egualità fra i movimenti direttamente contrarj è un segno, che accompagna sempre l'effetto, e ci assicura di ciò, che le dee infallibilmente succedere. E la ragione si è, che le quantità de' movimenti anno una stretta relazione coi tempi, che nella doppia contusione s'impiegano. Alle quantità di moto eguali i tempi eguali rispondono: ed i tempi pari sono un requisito onninamente necessario per ottenere, che ambe le forze vive interamente nell'ammaccare si spendano. In ordine a ciò il premesso canone, che ci serve d'indizio, si collochi fra le leggi secondarie della Natura, che dalle principali immediatamente derivano.

V.

Ma in qual senso deve riceverfi il principio del Cartesio, che la stessa quantità di forza si mantenga sempre in Natura? Per ben intenderlo mi convien premettere un'importante avvertenza, e questa si è, che le potenze tutto che non agiscono, pure son dotate d'una facoltà d'esercitare una determinata azione, e non più, la quale per esprimerci in avvenire con più brevità possiam chiamare azione in potenza. Sia a cagion d'esempio l'elastro CB non compresso (Fig. 18.), e raccomandato all'ostacolo immobile DE .

Ven-

Venga la palla A animata da un grado dato di forza viva, che lo ferri a misura del suo vigore, e dopo averlo ridotto alla dimensione BI si trovi essa di tutta la sua forza spogliata. In tale stato di cose metto l'ostacolo KL immobile, e faccio sì, che tanto la molla, quanto la sfera persistano in una eterna quiete. So che la massa A di forza viva è onninamente sformata, avendola tutta impiegata nell'effetto di chiuder la verga elastica. So, che non può ricuperarla, se l'elastro non si apre, e contro la sfera A non esercita la sua azione. So di più, che qualunque fiata, anco da qui a mille anni si toglie di mezzo l'intoppo KL , prescindendo da alcune filche circostanze, che coll'andar del tempo debilitano la virtù elastica, le cose allo stato primiero ritornano, e l'intera forza perduta al mobile A si restituisce.

Dimando se le fibre costipate, e ristrette violentemente, che compongono la molla BI costituita in riposo, possano riputarsi inerti, e di quella perizia dotate, che ad essa conveniva sotto la dimension naturale BC . Se tali fossero, dominando l'inerzia accoppiata colla quiete, ripugnerebbero ad ogni mutazione di stato, se non venisse introdotta per avventura da una forza estranea, che qui non si vede aver luogo. Levato dunque l'appoggio KL tanto e tanto se ne starebbero immote, come se la verga in un attimo di elastica fosse divenuta perfettamente molle. L'assurdo è troppo manifesto: per la qual cosa non può negarsi, che nell'elastro si concentri energia, in qualsivoglia maniera ciò avvenga, e tanta energia, nè più, nè meno, quanta equivaglia alla forza viva, da cui prima dell'azione il globo A era animato. E la ragione si è, perchè siccome la molla è stata capace di estinguere nel corpo A la forza viva, e quasi dirci di assorbirla; così è prontissima a farne la totale restituzione. In tal guisa la forza della palla A , che da principio fa figura di causa, e nell'effetto di rannicchiare la verga si adopera; quando la molla si spiega, permutate le vicende il suo vigore si converte in cagione, e la forza viva dal corpo A riacquistata in effetto. Dovendo per tanto indispensabilmente star salda l'uguaglianza fra le cagioni, e gli effetti, convien senza esitazione affermare, che l'azione in potenza, la quale nell'elastro si trattiene, sia equipollente alla forza viva, di cui la palla A era guarnita.

VI.

Premessa così fatta avvertenza io dico, che la quantità della forza viva esistente ne' corpi dotati di movimento non è in Natura sempre la stessa, ora diminuendosi, ed ora accrescendosi; ma se a questa si aggiunge la quantità di tutte le azioni in potenza sparse per l'Universo, ne risulterà una somma invariabile sempre, e costante: L'azioni in potenza, di cui parliamo, si possono chiamare ancora nel suo buon senso forze vive in potenza; perciocchè in quella guisa, che è l'azione, è lecito concepire anco l'effetto, che è la forza viva. Si è ricevuto comunemente il principio della conservazione delle forze vive, da cui è derivata la soluzione d'infiniti altrui pro-

Ccc 2

ble-

389
blemi. Il principio è vero, quando per forza viva s'intenda non quella sola, che esiste, ma quella eziandio, che è in potenza.

Verrò interrogato come vada la faccenda nelle forze vive, che nelle contusioni de' corpi molli almeno apparentemente si consumano, non rimanendo ne' corpi ammaccati alcuna vigoria per rimetterle. Per rimuovere la opposizione, che ha il suo peso, affermo, che in que' corpi ancora, cui noi diamo nome d'inerzi, egualmente che negli elastici, coll'urto vengono caricante le molle. Queste però o si restituiscono per una direzione diversa da quella, per cui sono state compresse, ovvero dalla struttura de' medesimi corpi vien loro impedito il restituirsi.

Diamo un esempio dell'una, e dell'altra maniera. Se un pallone ripieno d'aria costipata gagliardamente si percuote, finita l'azione ritorna con prestezza alla sua primiera figura, e riproduce la forza viva nella compressione impiegata, onde ne' corpi elastici si ripone: ma se nell'atto dell'urto s'apre un foro lateralmente, le molle caricate per quella parte si restituiscono, e producono una forza viva eguale alla loro energia in altri corpi particolarmente fluidi. In questo caso il pallone fa figura di corpo molle.

Le monete di metallo prima di essere coniate sono assai poco elastiche; conforme viene indicato dal muto suono, che cadendo producono. A colpi del martello percosse acquistano sonorità, e per conseguenza virtù di mollezza. Per qual cagione ritengono l'impronta, nè si restituiscono dalla contusione sofferta. Questo è un effetto dell'intralciamiento delle fibre, le quali sono di ritegno all'espansion degli elastri compressi, e stretti. Quando costal impedimento venga rimosso per qualunque arte della Natura, essi s'apriran con violenza, e faranno rinascere la forza viva nell'ammaccatura impiegata.

VII.

Qui però non è finita la materia della conservazion delle forze: sebbene le cose dette ci servono di guida fedele ne' naturali investigamenti. Ci sono delle particolarità di sommo rilievo, che non vogliono essere dimenticate. Mi faccio pertanto a considerare le forze, che chiamerò permanenti a differenza di certe altre, che fanno figura di transitorie. Ognà qual volta un corpo ha guadagnato una data velocità, egli si ritrova in uno stato fermo, e durevole. Quasi direi, che in tal positura la forza si unisca in lega coll'inerzia. Di fatto questa ripugna a qualunque novo cangiamento di stato, ed il mobile da se è totalmente inetto a mutarlo. La forza in esso non si aumenta, se non se da cagioni estrinseche, le quali per partecipargliela se ne spogliano: e non se ne perde dramma, mentre non sia obbligato a farne parte con altri corpi.

E' una maraviglia quanto la Natura sia intesa, e sto per dire affaccendata a conservare bene spesso, ed in parecchi mobili quella quantità di forza viva, di cui da principio li ha provveduti, almeno tra certi limiti. Ne abbiamo l'esempio nelle perenni rivoluzioni de' Pianeti circa il sole, e ne giuriamo intorno gli assi: moti amendue eterni, ed infatigabili. Che diremo degli

389
degli animali, macchine stupende, che da se stesse si muovono, e che portano con seco, e da luogo a luogo un apparato di forze vive indefessamente operanti? Palpita il cuore con alterne, e sincrone oscillazioni: il sangue cammina per le vene, e per le arterie con corso regolare, ed equabile: e così vadasi discorrendo delle altre vitali funzioni.

Il punto sta, che ad onta delle resistenze, che mai non cessano di far contrasto, i mentovati movimenti, e le forze impresse non si perturbano, nè si minorano. E ciò altronde non può nascere, salvo che da una perpetua, e non interrotta circolazione, per cui quella porzion di forza, che a cagion d'esempio passa dal globo solido del Pianeta nel mezzo fluido, permutate le vicende ripassi dal fluido al solido, e si faccia una specie di giusta compensazione. Del modo fin ora sconosciuto non ne sappiamo render conto; ma pure la ragione ci ammonisce, che la cosa non può andare altrimenti. Il pretendere, che la materia della luce, per quanto rara ella si finga, non ritardi la celerità delle sfere celesti, egli è un gran postulato. Penseranno più da Fisici coloro, che in ambi i casi addotti diranno, che le forze impellenti bilanciano le resistenti, e che con un equilibrio di moto si ottiene, che ai mobili non si aggiunga, o non si tolga, se non se qualche grado di velocità dentro i confini prescritti dal combinamento delle azioni, e delle reazioni, ed in tal guisa le cose nel solito stato quasi costantemente persistano.

VIII.

Le forze da me appellate passeggiere anno la proprietà di farsi strada da un corpo all'altro per mezzo di un terzo, che serve di veicolo alla forza transitoria, senza che l'intermedio per lo più se ne risenta, e soffra, fuorchè per un breve tempo una passante mutazione di stato, la quale non lo distorna dal ritornare un po' più presto, o più tardi alla sua primiera costituzione. Nel capitolo delle velocità ho fatto accorti i Lettori, che spiessandosi un elastro in una nave mossa equabilmente, e cacciando avanti una palla per la medesima direzione, qualche porzione della forza, che risiede nel vascello, per il canale della molla nella detta palla si trasferisce oltre quella, che dalla virtù intera dell'elastro le viene comunicata.

Aggiungo un secondo esempio. Dispongo in linea retta alquante sfere perfettamente elastiche e toccantisi. Venga un'altra sfera ad esse in tutto simile, la quale urti nella prima con una data celerità; ed accaderà, che compiuta l'azione tutte stieno immote eccettuata l'ultima la quale camminerà colla velocità della palla, d'onde precede la percussione. Non può negarsi, che la forza primitiva di questa palla alle altre in serie non si vada passo passo propagando, e che ognuna d'esse non riceva, e non conservi per corto tempo in se medesima tutta la forza iniziale; imperciocchè se non fosse l'ostacolo delle susseguenti, le quali in un istante, e quando fa d'uopo di mezzo si togliessero, ciascuna sfera in particolare sarebbe pronta a progredir sola coll'assegnata celerità. La forza dunque primaria scorre succes-

390
fivamente per la scala de' globi contigui, e procedendo di gradino in gradino sull'ultimo soltanto si arresta, e di passeggeria si trasforma in permanente.

IX.

La Natura spessissimo di tal artificio si serve, ed anche l'Arte facendo uso de' suoi ordigni, e delle sue macchine. Ma gli stromenti principali, che meglio vengono a festa per accomunare le forze, si reputano i mezzi fluidi differentissimi di genere, e di qualità. Ce ne sono di più densi, e di più rari; di più tenaci, e di più sciolti; di più risentiti, e di più inertis; di miscibili, e di non miscibili: in somma se ne trovano guarniti di proprietà o simili, o diverse, o contrarie, che riuscirebbe stucchevole l'andarle minutamente annoverando. Appresso o siano naturali, o artificiali i fluidi si ravvisano corredati di tal efficacia, che giusto la frase de' chimici servono secondo la lor indole di mestruj appropriati a' corpi di differente tessitura, e non c'è prodotto, che all'attività di taluno d'essi sottraggasi. L'acqua regia si carica d'oro in penetrandolo, e la luce concentrata dalle lenti caustiche fa sfumare i diamanti. E pure non ci ha prodotto più pesante, e più costipato dell'oro; nè più duro, e tegnente del diamante. Insinuandosi dunque i liquidi ne' pori dei solidi a forza d'urtare, di premere, e di sfiancare gli allargano, e ne superano la coerenza. Così prima macerano, e poi disciogliono i misti, e della materia non sua si satollano.

Presentemente cadono i mezzi fluidi sotto la mia ispezione, in quanto cioè, siccome facilissimi ad agitarsi, e a cedere a qualunque impulso (se pure non si deggiono credere posti in una perenne agitazione, come i fenomeni ce ne danno indizio) sono molto prontissimi a portar in giro le forze, facendolo trascorrere da un capo all'altro del mondo. L'azione delle stelle fisse (in qualsivoglia modo si eserciti, che presentemente non importa l'indagarlo) si dilata per immensi spazj, e giunge a ferirci il fondo dell'occhio, e ad imprimerci l'immagine di remotissimi obbietti. Quindi si ammira la Divina Sapienza, che distribuendo le cose, picciolo luogo ha destinato ai corpi solidi in confronto della sterminata estensione assegnata ai fluidi; e la ragione si è, se mal non mi appongo, che per questa via, cioè per mezzo de' veicolosi liquidi, e specialmente della materia luminosa, si mantiene assai meglio un lontano commercio fra le parti, che compongono l'Universo.

X.

Una fiacca percossa d'aere non fa ne' misti sensibile impressione: ma col rinnovarla incessantemente alla perfine si guastano essi, e si corrompono; e ne abbiamo la prova dal chiuderli nella macchina del Boile, dove cavata l'aria, lungo tempo si conservano. Egli è dunque palese, che gl'iterati colpi d'un fortissimo fluido dissolvono le orditure intralciate de' prodotti fisici, a quali mal reggendo alle scosse appoco appoco si logorano, e si consumano. Per la qual cosa staccate da' corpi le menomissime particelle vanno quà, e là

391
volando, e dispergendosi in guisa, che il fluido se ne imbeve, e per ogni dove in vigore del suo moto intefino le strascica, e tal fiata ad altri corpi, che alla corrente si fanno incontro, le appicca.

Tra solido, e solido si comunicano soltanto le forze: ma i fluidi anno la proprietà di trasportare con seco la materia consistente ridotta a tenuissimi effluvi, e ad una impercettibile divisione. Pongasi attenzione agli odori, che all'intorno si spandono, e che continuamente svaporando solleticano il senso dell'odorato. Diasi un'occhiata all'efficacia del Sole, e de' venti, per cui le acque specialmente del mare si attenuano, e sollevate in vapori, nonostante la lor maggiore specifica gravità, coll'aere si mescolano, e s'incorporano. Poscia condensate dal freddo dell'atmosfera, ed abbandonate in un mezzo più raro dall'impeto, che le sosteneva, sulla superficie della Terra ricadono convertite in piogge, in nevi, in grandini, in brine, ed in rugiade. Ed oltre che ristorano l'erbe, le piante, e gli animali, alle forgenti, ed a' fiumi somministrano gli alimenti. Moltissimi sono gli effetti naturali, in cui c'entrano i fluidi: massime se tra il corpo, nel quale risiede la causa, e l'altro, che in se riceve l'effetto, s'interpone un lungo, o corto intervallo.

Le azioni in distanza sono comunemente dai Filosofi abborrite, e molto più dalla Natura, che sarebbe obbligata a trasferire di salto le forze da soggetto a soggetto, piuttosto che propagarle per via de' liquidi, che sono tanti canali di comunicazione. Ella con taluno de' suoi più palesi fenomeni non manca d'instruirci, e non isdegna di talvolta porci anzi gli occhi suoi artificio: ma non ottiene, che alcuni, i quali dovrebbero essere consapevoli della sua costante maniera di operare, se ne formino in testa una massima stabile, e l'aplichino generalmente ai casi di più malagevole indagine. Il suono se ne viene dal corpo sonoro messo in tremito all'organo dell'udito per lungo tratto increspando l'aere. La luce si diffonde dagli Astri all'occhio con un analogo quantunque assai più mirabile meccanismo. Interrotto il corso del lume col frammetterci un obice opaco, si perde subito di vista l'obbietto; ed estenuata l'aria nella macchina del vuoto, il suono a poco a poco s'insievolisce sino a totalmente dileguarsi. Per qual motivo adunque in altri incontri si muta metodo, e si ricorre ad altri principj? Perchè si mettono in non calere i mezzi fluidi, quasi che fossero essi onninamente incapaci di agire, e di patire, ed affatto inetti a mantenere il commercio tanto necessario all'uniforme varietà delle azioni, e delle reazioni? Ma se la Natura tutto al rovescio si adopera, e non bada punto alle fantasie degli uomini: non saprei decidere, se sia di maggior importanza in Fisica la scienza meccanica de' solidi, o quella de' liquidi.

Non si può ammirare abbastanza la sagacità della Natura intesa a maneggiare le forze. Non fa uso soltanto delle forze vive attualmente esistenti, ma tiene una quantità d'azioni, o di forze vive in potenza riposte ed appiattate, e ne fa conserva, e tesoro per valersene alle occorrenze ne' suoi più segreti lavori. Un Fisco, che non ne penetra l'artificio fin ora forse poco conosciuto, o perde di vista questa importante verità, non si stupisca, se riesce

392
riesce corto nello spiegare certi imbrogliati fenomeni. Nel progresso de' miei
divisamenti mi nascerà l'occasione di produrne gli esempj.

CAPITOLO DECIMOTTAVO

Della comunicazione del moto fra i corpi molli.

I.

Non c'è fenomeno in Fisica nè più confermato dall'esperienza, nè più
munto da falde dimostrazioni, quanto i canoni della comunicazione
del moto fra i corpi perfettamente molli, ed elastici. E sebbene non si danno
in Natura misti o dell'una, o dell'altra proprietà squisitamente forniti;
l'assumerli siccome tali ci mette anzi gli occhi due supposizioni di limite,
dalle quali con facilità ci vien fatto di dedurre le leggi de' casi intermedj.
In succinto espongo gl'immediati principj, ed i varj metodi adoperati dai
Matematici per istabilire la teorica, di cui a ragionare mi accingo. Alcuni
mal si sono appoggiati alla sentenza Cartesiana intorno le forze vive, ed
altri assai meglio alla Leibniziana. A me pare, che i primi sieno caduti in
manifesti assurdi, e che i secondi non vadano immuni da qualche petizione
di principio. Ottimamente l'Eulero si è servito delle forze sollecitanti con-
tinuamente applicate, e l'Ughenio del moto traslato.

Piacemi di far nascere le conclusioni dalle prime originali idee senza
valermi di qualsivoglia teorema meccanico, e senza adottare qualsivoglia ma-
sima, benchè certa, e dimostrabile, che da taluna delle Filosofiche sette
mi possa essere contrastata. Nelle mie anteriori ricerche ho dovuto bene
spesso con una spezie di anticipazione far uso delle regole, per cui i movi-
menti passano da massa a massa: e perchè non ho posto cura di comprobare
a tutto rigore cotale verità comunemente ricevute, e da nessuno contrad-
dette; supplisco presentemente a qualche mancanza, che per avventura fosse
corsa, ad unico oggetto, che il Lettore non ricorra ad altri libri per im-
possessarsi appieno della materia.

Inoltrandomi poscia ne' miei divisamenti mi si aprirà l'adito di sod-
disfare ad un ardua quistione, ed è: se le leggi concernenti le affezioni del
moto, e le forze vive, e le morie, dalle quali è diretto il Sistema, in cui
siamo costituiti, sieno leggi di scelta, e di convenienza, come vogliono i
Leibniziani dietro la scorta del loro Maestro, o piuttosto di precisa, e stretta
necessità, siccome essenzialmente dipendenti dalla Natura dell'estensione im-
penetrabile, ed inerte.

II.

II.

Affirma primo. La forza viva ad una data massa addossata persevera
sempre la stessa, o cammini il mobile con una determinata velocità senza
mai fermarsi per un mezzo non resistente, oppure in progresso deggia in-
contrare per istrada un qualche ostacolo. Chi bramasse la dilucidazione dell'
evidentissimo pronunziato rifletta, che la forza impressa derivata dall'azione
della causa producente, a cui in qualità di effetto dee corrispondere, non
ha punto che fare, ne piglia norma dall'intoppo, che ad essa per sorta sta
per opporsi, nè resta in conto alcuno alterata da ciò, che sia per urtare in
corpi o grandi, o piccioli, o teneri, o duri, o solidi, o fluidi: altrimenti
converrebbe introdurre nella materia una spezie di anticipato presentimen-
to.

Affirma Secondo. Il corpo A (Fig. 29.) mosso con una data celerità in-
corra nel corpo B; o costituito in riposo, o procedente per la medesima dire-
zione, ma con minore prestezza, o con qualunque altra, rivolto il moto in
senso contrario, e sieno ambo perfettamente inerti; egli è manifesto, che non
essendoci in essi corpi alcuna virtù di molla, dalla quale nasca la riflessione,
non c'è motivo, per cui l'uno dall'altro li separi. Per la qual cosa termi-
nata la comunicazione del movimento o si fermeranno, o cammineranno con-
giunti con pari velocità. Sinattantochè le celerità all'uguaglianza non giun-
gono, o totalmente non si estinguono, il più lento al più presto dee cedere,
il quale non può continuare il suo viaggio senza aumentare il moto del com-
pagno, e conseguentemente senza perdere qualche grado del proprio. Al-
lora si toglie di mezzo l'impedimento, e cessa il contrasto, quando una mas-
sa fuggendo con egual prontezza dall'altra, che la persegue, si sottrae alla
percossa. I moti dunque deono temperarsi in maniera dopo una serie di
azioni, e di reazioni, ch'entrambi i corpi o progrediscano con pari passo,
o si riducano alla quiete.

Affirma terzo. Le leggi della comunicazione del moto fra le masse
molli non dipendono dalla varietà delle figure, nè dalle proprietà de' com-
posti. Le sfere A, B camminino di conserva colla velocità u dopo finita la
collisione, ed accaderà, che se le masse mutan figura, e prendono in vece
della sferica la cubica, o la cilindrica, purchè sieno ferme le velocità pri-
mitive, e nel movimento non s'indiversifichi la linea direttrice del colpo, la
celerità comune u non soffra alterazione di sorta. Nulla rileverà altresì di
qual pasta si formino le palle A, B ogni qualvolta sieno molli, e di virtù
elastica sornite, ed in ciascuna d'esse si conservi la stessa quantità di mate-
ria. Se così non andasse la faccenda, nascerebbe l'assurdo, che gli effetti
generati non risponderrebbero con certa, e determinata analogia alle cagioni
generatrici, e che la Natura in ogni particolar circostanza a cangiar le sue
leggi farebbe obbligata.

Corollario primo. Quinci partito il globo A in due, o più globi C, D
(Fig. 29., e 30.) i quali immediatamente si tocchino, ed unitamente feriscano
colla solita velocità U la massa B immota, procederanno tutti e tre con-
giunti

394
giunti colla celerità u , cioè colla medesima, con cui cammineranno i mobili A, B, compiuta la comunicazione del movimento.

Corollario Secondo. Un pari effetto si produrrà, quand'anche le sfere C, D fossero disgiunte per un intervallo infinitamente minimo; conciossiachè il doppio successivo urto del primo corpo D nel secondo B, indi del terzo C nell'uno, e nell'altro può riputarfi siccome unico. La gemina impressione sul principio della percossa si esercita in un momento di tempo, e per ciò non ci è difetto di assumerla o siccome una sola, o siccome duplicata in grazia del metodo, e secondo l'esigenza delle dimostrazioni.

III.

Proposizione prima. Teorema. Siano due corpi inerti A, B (Fig. 29.) e pongasi che il primo A dia direttamente di petto nel secondo B posto in quiete colla velocità U, e che dopo l'incontro s'incammino entrambi colla comune velocità u . Dappoi fingasi, che il corpo B colla medesima celerità U colpisca il corpo A immoto, e che seguita la collisione amendue procedano colla velocità v ; dico, che la somma delle velocità $u + v$ s'agguaglia alla primitiva U.

Si collochino essi corpi in un vascello, il quale si porti da A verso B colla predetta velocità V, e nel tempo stesso si comunichi al corpo B un moto tale, che sia trasferito da B verso A colla medesima celerità V. Egli è manifesto, che coloro, i quali stanno fermi sul lido, osservano, che il corpo B non muta sito; imperciocchè distruggendosi le velocità eguali, e contrarie della nave, e del corpo B, esso rispetto la spiaggia immobile si vede privo di moto. Ma il corpo A con quella velocità, per cui si muove la barca, pare che avanzi cammino, e percuota il corpo B costituito in riposo. In questo mentre i naviganti con un giudizio di senso totalmente diverso mirano il corpo A in quiete venir urtato dal corpo B colla menzionata celerità V.

Avuto dunque riguardo allo spazio immoto, la massa A animata dalla velocità V investe la massa B ferma, e dopo l'azione amendue congiuntamente progrediscono colla celerità u ; ma rispetto al movimento del vascello la palla B colpisce l'altra A colla solita velocità V, e compiuta la comunicazione del moto ambo procedono colla comune velocità V. Quindi per la nota dottrina de' moti traslati dovendo nell'uno, e nell'altro caso perseverare ne' corpi la medesima velocità, seguita la collisione, relativamente allo spazio immobile; sottratta dalla velocità della nave quella de' corpi, che uniti camminano contro la direzione del vascello, avremo la velocità d'essi corpi riferita alla spiaggia: cioè farà $V - v = u$, ovvero $V = u + v$: lo che dovea dimostrarsi.

Corollario primo. Fatte eguali le masse A, B, essendo che rinviene allo stesso, o che A percuota B, o che da B sia percossa con pari celerità, ne segue essere $u = v$, ed V doppia dell'una, e dell'altra.

Corollario secondo. Che se il solido B fosse così picciolo, che al solido A avesse una proporzione minore di qualunque data; allora il corpo A mos-

395
soffo colla consueta velocità U, dopo la percossa, nulla perderebbe della sua velocità primitiva; imperciocchè urtando in un ostacolo inassegnabile non soffire, salvo che un inassegnabile decremento di velocità. All'incontro se il corpo minimo B con pari velocità U fa colpo nel corpo finito A, non partecipa a questo, se non se un grado infinitesimo di velocità, che dee computarsi per nulla. Le stesse conclusioni si cavino dalla posizione, che un d'essi corpi fosse finito, e l'altro infinito.

IV.

Scolio primo. Suppongo, che oltre la sfera A affetta dalla velocità V, anche la B si muova avanti il congresso con la celerità $\pm U$, secondochè le direzioni de' moti sono o cospiranti, o contrarie. Primieramente i due movimenti si volgano verso la stessa regione, e dappoi che dall'urto di A in B si è generata la velocità u ad entrambi i corpi comune, permutate le celerità B investe A, e nasca dal secondo colpo la velocità v ; dico essere $V + U = u + v$. Poscia con opposta direzione i globi A, B colle velocità V, U scambievolmente si accostino, e barattate come sopra le celerità, dalla doppia collisione provengano le velocità u, v ; dico verificarsi l'equazione $V - U = u + v$.

Amendue i corpi si collochino in una barca, che dirigga il suo corso equabile in maniera, che agli Spettatori situati sul lido la palla B appaia immota, e la palla A si vegga camminare colla velocità $V \mp U$, alla qual velocità composta di due, ed espressa secondo le circostanze o per un appotome o per un binomio, si dà il nome di relativa. Seguita la collisione, progrediscono ambe le masse colla comune celerità $= x$, e similmente permutate le vicende, il mobile B colla velocità relativa $V \mp U$ incontra il corpo A, e dopo il congresso acquistino entrambi congiunti la velocità $= y$, rispettivamente a coloro, che sulla spiaggia dimorano: ed interverrà per il premesso Teorema, che la velocità relativa $V \mp U$, la quale in fatto è una velocità sola, si uguagli alle due $u + v$ al doppio colpo appartenenti guardate dal loco immobile.

Ma perchè del pari si soddisfaccia all'apparenza di quegli, che a seconda della navicella sono partiti, si debbe aggiungere, o sottrarre da ciascuna delle velocità trovate x, y il moto positivo, o negativo del vascello, onde abbiati $x \pm U = u, y \pm U = v$, ed accoppiate in una somma le due ultime equazioni, $x + y \pm 2U = u + v$. Ma testè s'è scoperta l'egualità $V \mp U = x + y$, dunque fatta la opportuna sostituzione, $V \mp U \pm 2U = u + v$, cioè $V \pm U = u + v$: lo che dovea dimostrarsi.

V.

Scolio secondo. Le addotte osservazioni mi documentano, che nel gemino congresso de' corpi A, B, mentre il paziente è quieto, le velocità indi generate u, v si corrispondono con un analogismo, che in qualche modo dipende dalla relazione fra le masse A, B. Si noti, che posta $A = B$,

per il primo corollario si rinviene $u=v$. Appresso per il secondo crescendo, o scemando all'infinito la massa B, l'una, o l'altra delle velocità u , ovvero v diventa minima, ed inassegnabile. Ma la Natura non opera per via di salto: dunque quanto più, stando costante la sfera A, che può esporfi per l'unità, decrefce la sfera B; tanto più la velocità u s'augmenta, e la v diminuisce. All'opposto ricrescendo la palla B, si fa minore la velocità u , e maggiore la v .

Per la qual cosa l'andamento delle menzionate velocità seguita l'analogia, che passa tra una qualche funzione delle masse. Dinoterò generalmente cotale funzione pel segno: ϕ , onde ϕA significhi una qualsivisa funzione di A, e ϕB una simile funzione di B. Quindi avremo $u:v::\phi A:\phi B$.

VI.

Proposizione seconda. Problema. Tenuta ferma l'ipotesi dell'antedente Scolio, si sia ingiunto di cercare i valori delle velocità u, v espressi per le masse AB, e per la velocità iniziale V. Giacchè da un canto giusta la prima proposizione $V=u+v$, e dall'altro a norma dello Scolio secondo $\phi A:\phi B::u:v$, cioè $\frac{\phi B}{\phi A}u=v$; dunque fatta la congrua sostituzione,

$$V = \frac{\phi B}{\phi A}u + u = u \cdot \frac{\phi A + \phi B}{\phi A}$$

Divido la massa A, che suppongo maggiore, in due porzioni (Fig. 29., 30.), la prima delle quali D sia = B, e la seconda sia C distante da D per un minimo spazio. La parte D urti nel corpo B quieto colla solita velocità V, ed essendo che le masse D, B si sono fatte eguali, dopo la percossa (Propoz. pr. Coroll. pr.) procederanno di conserva se non altro per un istante colla celerità $\frac{V}{2}$. Immediate dopo

il mobile C colla velocità relativa $\frac{V}{2}$ replichi il secondo colpo, e com-

piuta l'azione le tre sfere C, D, B congiuntamente s'incammineranno colla celerità u ; conciossiachè (Assioma terzo Coroll. sec.) non si muta la velocità seguito il congresso, o i due corpi C, D investano il terzo B con un urto solo, ovvero con due successivi infinitamente prossimi, che ad un solo equivagliano.

Affine di trovare la velocità u de' tre globi dopo la duplicata collisione, io noto, che questa si compone di due elementi, viene a dire della celerità $\frac{V}{2}$ partecipata nel primo colpo, e di quella, che nel secondo vi si

aggiunge, la quale nella seguente maniera si fa palese. Fingo, che le palle D, B

D, B eguali si congiungano in una sola massa, e che camminino colla velocità $\frac{V}{2}$, mentre la terza C vicinamente le perseguita colla celerità assoluta

ta V, o colla relativa $\frac{V}{2}$, e che terminata l'azione procedano tutte e tre di

conserva animate dalla velocità $= \frac{V}{2} + x$. Appresso voglio, che le due

sfere unite D, B mosse colla intera celerità V percuotano il corpo C impresso della velocità $\frac{V}{2}$, e che dopo il congresso tutti progrediscano

colla velocità $= \frac{V}{2} + y$.

Da un lato (Prop. pr. Scol. pr.) habbi la velocità relativa $\frac{V}{2} = x + y$,

e dall'altro (Scolio sec.) $\phi C:\phi D + \phi B = \phi 2B::x:y$; laonde $y = \frac{\phi 2B \cdot x}{\phi C}$

e surrogato questo valore nella formola, $\frac{V}{2} = x + \frac{\phi 2B \cdot x}{\phi C}$; dunque

$$\frac{V \cdot \phi C}{2 \cdot \phi C + \phi 2B} = x$$

Aggiungasi ad amendue i membri dell'ultima equazione la velocità $\frac{V}{2}$, e faremo pervenuti all'espressione $\frac{V + \frac{V \cdot \phi C}{2 \cdot \phi C + \phi 2B}}$

$$= \frac{V}{2} + x = u, \text{ cioè } \frac{V \cdot 2 \phi C + \phi 2B}{2 \phi C + \phi 2B} = u$$

Ma sul bel principio della ricerca ci si è presentato un altro valore di $u = \frac{\phi A \cdot V}{\phi A + \phi B}$, dunque debbe

$$\text{necessariamente verificarsi la seguente equazione } \frac{\phi A}{\phi A + \phi B} = \frac{2 \phi C + \phi 2B}{2 \phi C + \phi 2B}$$

fa quale liberata dai divisori per via delle volgari analitiche operazioni prende il nuovo aspetto $2 \phi A \cdot \phi C + 2 \phi A \cdot \phi 2B = 2 \phi A \cdot \phi C + 2 \phi A \cdot \phi 2B + 2 \phi B \cdot \phi C + \phi 2B \cdot \phi 2B$. Cancellinsi i termini, che si distruggono, e si avrà $\phi A \cdot \phi 2B = 2 \phi B \cdot \phi C + \phi B \cdot \phi 2B$, e ponendo in luogo di C, il suo valore $A=B$, e trasponendo i termini,

$\phi A \rightarrow \phi B \cdot \phi 2B = 2 \phi B \cdot \overline{\phi A - B}$. Nascerà pertanto la seguente analogia $\phi A \rightarrow \phi B : \phi A - B :: 2 \phi B : \phi 2B$; la quale debbe verificarsi posta qualunque proporzione tra le masse A, B.

Facciasi ora $A = 2B$, e l'analogia verrà ad essere $\phi 2B \rightarrow \phi B : \phi B :: 2 \phi B : \phi 2B$, e passando all'equazione $\overline{\phi 2B^2} - \phi B \cdot \phi 2B = 2 \cdot \overline{\phi B^2}$, la quale si può maneggiare col metodo delle equazioni quadratiche affette, aggiungendo dall'una parte, e dall'altra il quadrato della $\frac{1}{2} \phi B$, e nascerà $\overline{\phi 2B^2} = \phi B \cdot \phi 2B + \frac{1}{4} \overline{\phi B^2} = \frac{9}{4} \overline{\phi B^2}$, ed estratta la radice seconda, $\phi 2B - \frac{1}{2} \phi B = \pm \frac{3}{2} \phi B$, onde traggonfi le due seguenti formule $\phi 2B = 2 \phi B$, $\phi 2B = -\phi B$. E' necessario adunque, che la funzione ϕ sia fornita dell'una, o dell'altra di quelle proprietà, che nelle due ultime equazioni vengono espresse. La seconda di cotai proprietà esige, che posta positiva la ϕB , sia negativa la $\phi 2B$, o sia la ϕA ; dunque $u : v$ come il negativo al positivo, e conseguentemente una delle due velocità u, v dovrebbe avere una direzione contraria a quella della velocità primitiva, la qual conseguenza ne' corpi perfettamente molli è assurdisima. Rimane adunque provato essere necessario, che due funzioni ϕ di qualunque quantità B eguagliino la funzione della doppia B, cioè $2 \phi B = \phi 2B$. Quindi s'eguaglieranno i due ultimi termini della nostra generale analogia, e conseguentemente s'eguaglieranno anche i primi, e si avrà l'equazione $\phi A - \phi B = \overline{\phi A - B}$.

Facciasi generalmente $A = mB$, onde sia $\phi mB - \phi B = \overline{\phi mB - B}$, ovvero $\phi mB = \phi B + \overline{\phi m - 1B}$. Se $m = 2$, trovasi $\phi 2B = 2 \phi B$ come sopra; se $m = 3$, si ha $\phi 3B = \phi B + \phi 2B$: ma pel caso superiore $\phi 2B = 2 \phi B$. Dunque $\phi 3B = 3 \phi B$. Si proceda ad $m = 4$ e si trovi $\phi 4B = \phi B + \phi 3B$; ma per l'antecedente caso $\phi 3B = 3 \phi B$; dunque $\phi 4B = 4 \phi B$: e con questa serie si tratteranno tutti i numeri interi, onde posto m un numero intero sarà $\phi mB = m \phi B$.

Avremo qualunque volta m sia un numero intero $\phi B : \phi mB :: 1 : m :: B : mB = A$. Nella linea indefinita EH (Fig. 31.) prese eguali le EF, F2F, 2F3F ec., ciascuna delle quali esprima la B, indi menata ad angolo semiretto la EK, ed eccitate le normali FG, 2F2G, 3F3G, ec., se la GF = ϕB , 2G2F = $\phi 2B$, 3G3F = $\phi 3B$ ec.

Collo stesso progresso proverò, che prendendo $\frac{B}{n}$ submultiplo di B,

$\frac{B}{n}$

farà

399
sarà $\phi n \frac{B}{n} = \phi B = n \phi \frac{B}{n}$. Quindi segnata $EP = \frac{B}{n}$, e ordinata la P Q, que-

sta rappresenterà la $\phi \frac{B}{n}$; poichè $nPQ = FG$. Prendo ad arbitrio qualun-

que punto per esempio 3 P, ed innalzata la perpendicolare 3P3Q, se mi riuscirà di dimostrare, che questa esprime la funzione dell'assisa E3D; cosa manifesta sarà, che le funzioni tutte eguaglieranno le ordinate ad una linea retta, e che conseguentemente sono proporzionali alle funzioni lineari. Qualunque E3P si può sempre, almeno prossimamente esprimere per una frazione spuria, che faremo $= \frac{m}{n} B = A$; dunque $\phi \frac{m}{n} B = \phi B = \phi$

$\frac{m-n}{n} \cdot B$: ma $\phi B = n \phi \frac{B}{n}$, e $\phi \frac{m-n}{n} \cdot B = \overline{m-n} \cdot \phi \frac{B}{n}$; dunque, tra-

sposto il termine sarà $\phi \frac{m}{n} B = n \phi \frac{B}{n} + \overline{m-n} \cdot \phi \frac{B}{n} = m \phi \frac{B}{n}$: ma PQ

$= \phi \frac{B}{n}$ per le cose sopra provate; dunque la multipla, cioè 3 P 3 Q =

$\phi \frac{m}{n} B$. Per ciò tutti i punti 2Q, 3Q, 4Q ec. saranno nella medesima linea

retta EK: con che resta evidentemente provato, che altre funzioni non si possono da noi assumere, se non le lineari.

VII.

Corollario primo. Dalle verità esposte s'impara, che le velocità u, v sono fra loro in proporzione delle masse A, B, e che la velocità primitiva V avanti le percosse all'uno, o all'altro de' corpi addossata alle celerità u, v , ovvero v , che dalle collisioni risultano, sta come l'aggregato delle due masse mosse, e da moverfi A + B alla massa del corpo A, o B, cui è stato da principio impresso il movimento, secondochè o la palla A urta nella quiete B, ovvero succede al rovescio. In fatti essendo $u : v :: A : B$: dunque $u + v = V : u :: A + B : A$, oppure $u + v = V : v :: A + B : B$; e di conseguenza $u = \frac{AV}{A+B}$, ed $v = \frac{BV}{A+B}$

dono cognite le velocità cercate u, v , con cui camminano le sfere A, B dopo il duplicato congresso.

Corollario secondo. Quinci la quantità del moto, che si misura dal prodotto della massa nell'attuale velocità persevera invariata e prima, e dopo la collisione. Proceda il mobile A colla celerità iniziale V, e terminata la percossa ambo progrediscono colla comune velocità $z = \frac{AV}{A+B}$, la quale

si moltiplichi per la somma $A+B$ delle masse fornite di pari movimento, e si restituirà la primiera quantità del moto AV.

Corollario terzo. Che se amendue i solidi A, B, avanti che insieme contrastino, faranno animati dalle proprie particolari velocità V, e $\pm U$; la comune loro velocità compita il colpo si esporrà per $\frac{AV \mp BV}{A+B}$. Mol-

tiplicandola adunque per $A+B$ aggregato delle masse persisterà la primiera quantità del moto $AV \mp BV$, colla condizione però, che si aggiungano le parziali quantità di moto, se sono cospiranti, e si sottraggano, se sono contrarie. La dimostrazione si desume dallo scolio primo della proposizione prima; conciossiachè, essendo $A : B :: x : y$, cioè $A + B : A :: x + y$ $= V \mp U : x = z \mp U$, avremo $\frac{AV \mp AU}{A+B} = z \mp U$, cioè ridotta

l'equazione, $\frac{AV \mp AU}{A+B} = z \mp U$ lo che ec.

Corollario quarto. Il centro di gravità delle masse A, B cammina colla stessa velocità, e direzione tanto prima, quanto dopo la collisione: lo che dalle cose dette facilmente si dimostra. Così si è dato compimento per via d'un progresso libero da qualsivisa quistione a tutto ciò, che può ricercarsi intorno i Canoni della comunicazione del moto fra i corpi perfettamente molli.

CAPITOLO DECIMONONO

Si prosegue a parlare della comunicazione del moto fra i corpi molli, e si prova, che le leggi in essa dalla Natura impiegate non sono di scelta, ma di necessità.

I.

NELL'investigare qualmente si regoli la distribuzione de' movimenti tra le masse onninamente molli, e sfornite di qualsivoglia minimo grado di forza elastica ho preso il partito, per non ingolfarmi in dispute inutili, di metter da canto i principj contenziosi, e di valermi soltanto di tre evidentissimi assiomi, accoppiandoci la teorica de' moti traslati. So benissimo, che dai canoni delle forze vive, e morte poste in uso dalla Natura in tutte le sue operazioni, e che danno norma all'economia delle cagioni, e degli effetti, la comunicazione de' moti unicamente dipende. Appresso mi è noto, che il passaggio de' movimenti da corpo a corpo è un fenomeno, che suppone prestabilita la legge delle forze, le quali persistendo sempre nel lor vigore senza accrescimento, o diminuzione, non ammettono, salvo che d'esser compartite, e temperate secondo le circostanze.

Per la qual cosa richiedeva il buon ordine, che discussa prima la quistione intorno le forze, e messa in chiaro la lor indole, e le loro proprietà, si applicassero poscia al proposto subbietto, e se ne facesse vedere la connessione. E pure nel mio progresso di forze io non ho fatto parola. Due motivi mi anno indotto a prevenire il metodo naturale per appigliarmi all'artificiale: il primo si è, che anteriormente si sono scoperte, e dimostrate le regole de' moti partecipati, indi quelle delle forze vive, di cui non si è avuto bisogno per venir a capo della inchiesta: il secondo, perchè tuttavia si litiga sulla germana misura di queste forze, ed appoggiando ad esse le leggi de' moti comunicati, converrebbe adottare o la sentenza del Leibnizio, o l'altra de' Cartesiani: con che rispetto ad una delle due opinioni, s'incorrerebbe in una ipotetica petizion di principio.

II.

Ed appunto dalla comunicazione del moto desumono i Matematici Francesi, ed Inglesi un argomento creduto invincibile, che l'estimazion delle forze vive dee prendersi dalla quantità del movimento. E vaglia il vero, essendosi dimostrato nel capitolo antecedente (prop. seconda, corol. secondo), che le dette quantità, e prima, e dopo le percosse si mantengono invariate,

Ecc lo

Io che dicasi parimente delle forze vive, che denno sussistere intatte; non c'è ragione, per cui abbiano a distinguersi, e a separarsi; altrimenti non si conserva illesa l'indispensabile uguaglianza tra le cagioni, e gli effetti.

Io consento, che non diasi eccezzuazione di sorta al premesso incontrastabile pronunciato, e che le forze primitive non soffrano alcuna alterazione in passando da massa a massa (sebbene gli Avversarj adottano la massima ne' moti cospiranti, e la rinnegano ne' contrarj, quando asseriscono, che le forze stesse, le quali con direzioni opposte s'incontrano, scambievolmente distruggansi) e dico, che se nell'atto della collisione nessuna porzione della forza viva iniziale si spende nella mutua ammaccatura de' corpi, i Cartesiani anno tutte le ragioni del mondo, e che ogni loro sforzo dovrebbe diriggerli a sostenere la strana proposizione, che ha faccia di paradosso.

Io la ho impugnata in più d'un luogo colla ragione, e colla esperienza, ed ora foggio, che se un qualche grado di forza, quantunque fisicamente minimo, nella reciproca costipazione delle masse contrastanti al mutamento di stato si perde, siccome in fatto si perde, e si trasforma di viva in morta; la volgare sentenza va a terra irreparabilmente. Conciossiachè stando ferma la quantità del moto, che da principio risiede in una, o in ambo le masse, anche dappoichè si è dato compimento alla comunicazione; debbe colla forza viva, che intera sussiste, affociarsi quella parte, che nell'ammaccar si consuma. Così il doppio effetto, che altronde non può trarre l'origine, fuorchè dalla forza iniziale, supera o di poco, o di molto la cagione, da cui viene unicamente prodotto.

Salvi chi può l'assioma, che gli effetti in solido generati non eccedono l'energia delle cause generatrici. Convien pertanto battere un'altra strada, assumendo una formola generale, che metta sotto gli occhi tutte le leggi possibili concernenti la misura delle forze vive, a solo oggetto di escludere le repugnanti, ed accettare quell'unica, che viene adottata dalla Natura nella sua costante maniera di operare sempre a se stessa uniforme: lo che si ottiene confrontando la supposizione universale colle particolari verità conosciute.

III.

Lemma primo. In qualunque ipotesi le forze vive di due corpi A, B (Fig. 29.), che camminano con pari velocità, sono proporzionali alle masse. Sia comune misura delle masse A, B la quantità di materia E o finita, o infinitesima, secondochè le predette masse sono o commensurabili, o assimetre. Ed attesaochè in amendue i corpi ogni particella elementare E procede con celerità uguale; egli è manifesto, che ciascuna d'esse farà di pari forza guernita, non potendosi allegare motivo di sorta, per cui l'una all'altra prevaglia. Ma le forze in solido de' corpi A, B si formano dall'aggregato delle forze parziali, di cui ciaschedun corpiciuolo E è corredato; dunque le forze totali delle masse A, B sono in ragione de' numeri degli elementi, che le compongono, cioè come le quantità della materia lo che ec-

Scò-

Scolio. Se poi fossero eguali le masse, e le velocità disuguali, il superiore raziocinio nel nostro caso non reggerebbe; imperciocchè le flussioni DV, DU, o le parti aliquote $\frac{V}{n}$, $\frac{U}{n}$ delle velocità finite V, U seguitano la

$\frac{V}{n}$ $\frac{U}{n}$

proporzione de' loro tutti; onde siamo sempre da capo: e non potendosi assegnare a due velocità ineguali, conformesi è fatto delle due masse, una comune misura; legittimamente non s'inferisce, che le forze vive di due corpi eguali mossi con differenti celerità siano in ragion semplice delle velocità medesime. Potrebbe essere, che avessero piuttosto ad esprimersi per una qualche funzione, a cagion d'esempio per le velocità alzate al quadrato, come piacque al Leibnizio. Sin quì non ho ragione decisiva, che mi convinca, e perciò nulla determino.

Lemma secondo. Il corpo A (Fig. 29.) colla velocità V urti nel corpo immoto B. Chiamo F la forza originale qualunque si possa essere, ed in qualsiasi modo deggia esponderli: appello f quella, che si conserva viva in ambi i corpi seguita la collisione, e g l'altra, che passa in morta, e nell'ammaccatura s'impiega, e dico essere $F = f + g$. In fatti la forza primitiva F tutta si spende nelle due derivate f, g, ed i due effetti assorbono interamente l'energia dell'unica causa, che li produce; dunque per l'assioma tante volte inculcato si dà perfetta uguaglianza fra gli effetti nascenti, e la cagione, onde nascono.

IV.

Lemma terzo. Aggiungo, che la forza viva f, che si mantiene dopo il colpo, alla g, che si spende nella contusione risponde in qualche maniera alla relazione, che passa fra le masse A, B. Stia costante il corpo A, e la velocità U, ed appoco appoco si vada minorando il solido B sino a diventare una magnitudine infinitesima. Allora la velocità V non si diminuisce se non se per una velocità inassegnabile, e di conseguenza persevera adeguatamente intatta terminato il congresso. Ma non alterata punto la massa, e insensibilmente alterata la velocità, la stessa forza viva sussiste; dunque la g impiegata nella ammaccatura svanisce, e diventa minima. In questo mentre la Natura non opera a salti, avvegnachè qualsivoglia quantità gradatamente scema, e ricresce; dunque aumentandosi passo passo la forza viva f, passo passo altresì s'estenua la g. Ed in ordine a ciò, quanto è più grande la proporzione della massa A alla massa B, altrettanto è maggiore il trasporto della forza viva residua fallata perduta g. Per lo contrario crescendo il corpo B sino a pervenire ad una grandezza infinita, ambo i corpi dopo l'urto si fermano, e la forza totale F si eguaglia a (g), e la f onninamente si dilegua. Quindi quanto è più piccola la ragione di A a B, altrettanto è minore la forza superstite f rispetto alla estinta g. Per la qual cosa l'abitudine tra le due forze f, g prende in qualche modo norma dalla relazione fra le due masse A, B, e perciò f:g farà come una funzione di A ad una simile funzione di B, che seguirò ad esprimere generalmente con questi segni $\Phi A : \Phi B$.

Ecc 2

V.

II.

Lemma quarto. Resta, che si segni con una congrua, è generale espressione la forza primitiva F del corpo A affetto dalla velocità V . Il primo Lemma mi documenta, che non si metta mano nella massa A , e che si lasci nella sua semplicità, viene a dire che non s'alzi oltre alla prima dimensione: imperciocchè le forze de' corpi mossi con pari velocità sono in ragione delle masse. Lo Scolio annesso mi suggerisce, che così non siamo obbligati a trattare la velocità U , giacchè non è necessario, che la forza alla semplice velocità corrisponda. Potrebbe dunque la forza essere in ragione di qualunque funzione della velocità affetta di tal condizione, onde al crescere della velocità s'aumenti ancora la forza.

Ad ogni Geometra è noto, che tali funzioni si possono esprimere per un numero di semplici potestà della velocità se non altro infinito. Comincerò il mio raziocinio dall'assumere la forza F proporzionale a due potestà, cioè $AU^m + AV^n$, indi facendo passaggio a tre, quattro, ec. proverò, che tutti gli esponenti m, n ec. debbono necessariamente eguagliarsi, e che per conseguenza la forza viva viene ad essere in ragione d'una potestà semplice AU^m .

VI.

Proposizione prima. Problema. Tenute ferme le premesse supposizioni, si cerca qualmente abbia ad esprimersi la forza viva F avanti il congresso de' corpi A, B , e in qual modo risponda la forza viva residua alla perduta g compiuta la collisione.

Conciosiachè (Lemma 4.º) $F = A \cdot \overline{V^m + V^n}$, ed in oltre (Lemma 3.º) $f : g :: \phi A : \phi B$, ovvero $f : g = F = A \cdot \overline{V^m + V^n} :: \phi A : \phi A + \phi B$; farà $f = \frac{\phi A \cdot A \cdot \overline{V^m + V^n}}{\phi A + \phi A}$. Ma la velocità de' corpi dopo il congresso per

ciò, che s'è dimostrato lungi da qualunque considerazione di forze nel capo precedente, prop. 2.ª corol. aggiunti, si esprime per la frazione $\frac{AV}{A+B}$;

dunque la forza f farà $= \frac{A \cdot \overline{V^m + V^n}}{A+B} \cdot \frac{A \cdot \overline{V^m + V^n}}{A+B}$. Siamo pertanto per-

venuti all'equazione $\phi A \cdot \frac{A \cdot \overline{V^m + V^n}}{\phi A + \phi B} = \frac{A \cdot \overline{V^m + V^n}}{A+B} \cdot \frac{A \cdot \overline{V^m + V^n}}{A+B}$, la quale

quale dopo le debite riduzioni diviene $\frac{\phi A \cdot \overline{V^m + V^n}}{\phi A + \phi B} = \frac{A^{m-1} \overline{V^m + V^n}}{A+B}$

$$\frac{A^{n-1} \overline{V^n}}{A+B}, \text{ ovvero } \frac{\phi A \cdot \overline{V^m + V^n}}{\phi A + \phi B} = \frac{A^{m-1} \overline{V^m + V^n}}{A+B} = \frac{A^{n-1} \overline{V^n}}{A+B}$$

Poichè le funzioni ϕ , e gli esponenti m , ed n sono affatto dalle velocità indipendenti, è d'uopo, che ancor variata la velocità costanti sieno

le due grandezze $\frac{A^{n-1}}{A+B} = \frac{\phi A}{\phi A + \phi B}$, $\frac{\phi A}{\phi A + \phi B} = \frac{A^{m-1}}{A+B}$;

dunque variando anche la velocità V , dev' essere costante V^{m-n} : il che non può verificarsi se non mentre sia $m-n=0$, ovvero $m=n$.

Se avessi fissata $F = A V^m + A V^n + A V^p$, farei pervenuto all'equazione $\phi A \cdot \frac{\overline{V^m + V^n + V^p}}{\phi A + \phi B} = \frac{A^{m-1} \overline{V^m + V^n + V^p}}{A+B} + \frac{A^{n-1} \overline{V^n + V^p}}{A+B} + \frac{A^{p-1} \overline{V^p}}{A+B}$,

la quale la V può avere tanti valori dati per A , e per B , quanti richiede il grado dell'equazione; nè può essere generalmente vera posto qualunque valor della V , se non in caso, che tutti gli esponenti sieno tra loro eguali, cioè $m=n=p$: ma è necessario, che la velocità V possa avere tutti i valori, essendo lecito accrescerla, e diminuirla a piacimento; dunque è affatto necessaria l'uguaglianza degli esponenti m, n, p . Cotal discorso ha luogo in qualunque numero di potestà anche infinito; perchè in tal incontro la V sarebbe capace d'infiniti valori, ma non di tutti.

Ponendo nella formola tutti gli esponenti $=m$, e fatta la riduzione si troverà $\frac{\phi A}{\phi A + \phi B} = \frac{A^{m-1}}{A+B}$, nella quale metta $A=B$, e si avrà

$$\frac{\phi A}{2\phi A} = \frac{1}{2} = \frac{A^{m-1}}{2^{m-1} \cdot A^{m-1}} = \frac{1}{2^{m-1}}; \text{ dunque } 2^{m-1} = 2: \text{ la qual}$$

equazione richiede, che sia $m-1=1$, ovvero $m=2$.

Determinato il valor di $m=2$, lo sostituisco nella equazione $\frac{\phi A}{\phi A + \phi B} =$

$$\frac{A^{m-1}}{A+B}^{m-1}, \text{ ed ho } \frac{\phi A}{\phi A + \phi B} = \frac{A}{A+B} : \text{ dunque } \phi A : \phi A + \phi B :: A : A+B,$$

e dividendo $\phi A : \phi B :: A : B$; dunque la forza viva rimanente f alla estinta $g :: A : B$: le quali cose si devono determinare.

Scolio. Realmente la giusta misura della forza viva d'un corpo in moto si deduce dal prodotto della massa nella velocità duplicata partito per il binario, cioè dalla magnitudine $\frac{A \cdot V^2}{2}$: e che di tale precisione abbiamo

a valerci, ne siamo ammoniti dalla teorica delle potenze continuamente applicate, le quali operando per un minimo spazio ci danno l'elemento della

forza viva, viene a dire $pds = A \cdot VdV$, e sommando $\int pds = \frac{A \cdot V^2}{2}$.

Ma perchè nel giro del mio raziocinio non si è tenuto conto del divisor 2, sappiasi per liberarci da ogni scrupolo, che l'espressione $F = AV^2$ non si assume in via di stretta egualità, ma piuttosto d'un congruo analogismo.

VII.

Corollario primo. La forza iniziale a quella porzione di forza viva che dopo l'urto sussiste, sta come la somma delle masse $A+B$ alla massa A costituita in moto, ed all'altra, che nella compressione si spende, come l'aggregato delle masse $A+B$ alla massa B supposta in quiete, cioè $A+B : A :: A \cdot V^2 : A^2 V^2 = f$, ed $A+B : B :: AV^2 : AB \cdot V^2 = g$.

Corollario secondo. In due maniere si esprime la forza viva delle masse A, B , che seguito il colpo progrediscono colla velocità comune u : primieramente per $A+B \cdot u^2 = f$, indi per $\frac{A^2 V^2}{A+B} = f$; dunque sarà $\frac{A^2 V^2}{A+B}$

$u^2 = \frac{A^2 V^2}{A+B}$, o pure $u^2 = \frac{A^2 V^2}{A+B}$, ed estrarra la radice quadrata, $u = \frac{A V}{\sqrt{A+B}}$

AV

$\frac{AV}{A+B}$. Quinci col solo canone Leibniziano senza l'ajuto del moto trasla-

to si ha intorno la comunicazione del movimento fra corpi molli tutto ciò, che per altro mezzo si è dedotto nell'antecedente capitolo.

Corollario terzo. La forza g spesa nella vicendevole ammaccatura, ed esposta per $\frac{AB \cdot V^2}{A+B}$, che ne' corpi dotati di perfetta virtù di molla intera

si restituisce, serve per iscoprire le leggi, con cui la Natura regola la comunicazione del moto fra i solidi elastici. Ma di ciò altrove terrò discorso.

Corollario quarto. Nel capo precedente ho dimostrato, che se il corpo A colla velocità V urta nel corpo B in riposo, ed ambo dopo l'azione procedono congiunti colla velocità u ; e dappoi il corpo B colla medesima celerità V colpisce il corpo A , e compiuta la collisione camminino di conserva colla velocità v , queste due velocità generate dalla doppia percossa sono in ragione della massa A alla massa B . Ma nella stessa abitudine è parimente la forza viva f , che si mantiene, alla forza estinta g nel primo, ed all'incontro la estinta alla viva nel secondo congresso; dunque come le predette velocità, così le predette forze.

Corollario quinto. Quinci la forza viva dopo il primo urto alla viva dopo il secondo sta come $A^2 : B^2$, cioè come i due quadrati delle masse: ma le forze nella contusione impiegate in ambo i casi sono fra loro eguali, e in ragione del prodotto AB ; dunque l'una, o l'altra di esse forze è media proporzionale fra le due vive.

VIII.

Scolio primo. Essendo nella formola già trovata $\frac{A^2 V^2}{A+B} =$

$\frac{\phi A + \phi B}{\phi A}$, fatta A costante, lo che di fare ci è permesso, si assuma B

in qualità di variabile, ed in tal guisa correndo fra le masse A, B qualunque proporzione di maggiore, o minore inegualità, vado investigando ciò, che ne segue. Se pongo $m=2$, e $\phi A = A$, fra i due membri dell'espressione sta sempre salda l'uguaglianza, ancorchè la massa B gradatamente scemi, o ricresca. Nell'altre ipotesi ciò non succede, nelle quali, acciòchè si verifichi l'egualità dipendente da principj stabiliti, il valore della massa B dee necessariamente limitarsi, e ad una grandezza determinata ridursi.

Motto

Metto per fervire alla sentenza Cartesiana l'indice della potestà, cioè

$$m = 1, \text{ e conseguentemente } \frac{A+B}{A} = \frac{\phi A + \phi B}{\phi A}; \text{ dunque } \phi A = \phi A$$

ϕB ; dunque prescritta la legge, che le forze vive sieno come le quantità del moto, le sfere A, B non ponno avanzar cammino dopo il concorso colla celerità $\frac{AV}{A+B}$, se la B non è infinitamente picciola, e minima, o me-

glio nulla la porzione della forza primitiva, che nel formar la mutazione s'impiega.

Qualunque poi sia il valore dell' esponente m , e della funzione ϕ , si cava una simile conclusione: lo che non può essere ignoto a Geometri, che

fanno far uso delle curve locali. Valendosi per tanto de' luoghi $\frac{A+B}{A^{m-1}}$

$$= \frac{x}{a}, \frac{\phi A + \phi B}{\phi A} = \frac{y}{a}, \text{ e descritte le due curve, le coordinate variabil:}$$

delle quali siano nella prima B, ed x , e nella seconda B, ed y , stando la quantità A determinata; si noti in quali, e quanti punti si tagliano; imperciocchè i punti delle intersecazioni ci daranno l'uguaglianza fra le applicate x, y , conforme richiede la nostra formola, e segneranno uno, o più valori della ascissa B. Così verremo in cognizione de' casi particolari,

in cui puote aver luogo la premeffa equazione $\frac{A+B}{A^{m-1}} = \frac{\phi A + \phi B}{\phi A}$:

la quale perchè si verifichi universalmente, e senza alcuna eccezzuazione, fa d'uopo, che ambi i luoghi in un solo si uniscano, e le due curve l'una sull'altra ricadano. E ciò non si ottiene, se amendue non costituiscono una linea retta ripiegata ad angolo pari, e la funzione ϕ non sia lineare, e l'esponente m non eguagli il binario. Allora le due retti nascenti dalle espres-

sioni $\frac{A+B}{A^{m-1}} = \frac{x}{a}, \frac{\phi A + \phi B}{\phi A} = \frac{y}{a}$ scambievolmente si sovrappongono,

ed in una sola si confondono. In tal posizione semplicemente il problema della comunicazione de' moti ammette un generalissimo scioglimento, ed
in

in tutte le altre la Natura si troverebbe imbarazzata; perchè trattone qualche incontro particolare, e privilegiato, non saprebbe come adoperarsi nel far passare le forze da corpo a corpo, senza in ogni circostanza alterar le sue leggi, o senza incorrere nell'impossibile.

IX.

Scolio secondo. Mentre i due corpi A, B colle velocità $V, +U$ o per la stessa, o per l'opposta strada si movono, debbe avvertirsi, che nella partecipazione de' movimenti non sempre opera tutta la forza viva, di cui ambo le sfere sono separatamente fornite. Qualunque volta la palla B più pigra si sottrae in parte al colpo della più pronta A, che la persegue, si debilita l'energia della percossa, e per lo contrario si avvalorà, quando le due masse con opposta direzione s'incontrano. Qualora la massa B costituita in riposo soggiace all'azione della massa A animata dalla forza viva $A.V^2$, siamo in una circostanza, che sta di mezzo in fra due. Per la qual cosa dee considerarsi o l'unica, o la doppia forza, che nell'urto s'impiega, la quale si determina elevando al quadrato la somma, o la differenza delle celerità $V \mp U$, e moltiplicandola nella massa A, ovvero B, lo che è indifferente, per guisa che la virtù agente si esponga a cagion d'esempio

per il prodotto $A.V \mp U^2$. Se i predetti due globi si collocheranno in un vascello, che cammini colla velocità V , o U , e con tal direzione, che l'una, o l'altra delle due palle stia ferma rispetto allo spazio immoto, si scoprirà qual sia quella forza, a cui la comunicazione del moto si riferisce.

Sia la forza viva avanti il congresso $A.V^2 + B.U^2$, e la relativa decessivatrice dell'azione $= A.V \mp U^2$. Facciasi come la somma delle masse $A + B$ alla massa B, che si piglia siccome paziente; così la forza $A.V \mp U^2$ al quarto termine $= A.B. \frac{V \mp U^2}{A+B}$ dinotante quella porzione di forza, che

nell'atto della collisione nell'ammaccare s'impiega. Questa si sottra dalla forza primitiva $A.V^2 + B.U^2$, e ne risulta la forza viva, che dopo l'urto si mantiene $= A.V^2 + B.U^2 - A.B. \frac{V \mp U^2}{A+B} = f$, ed espurgata la formo-

la, $\frac{A^2 V^2 \pm 2ABVU + B^2 U^2}{A+B} = f$. Ma la forza f si esprime altresì per

il prodotto della massa $A + B$ nel quadrato u^2 della velocità, con cui ambo i corpi seguita la percossa congiuntamente procedono; dunque siamo
Tom. II. Riccati. Fff per-

pervenuti all'equazione $\frac{A \mp B \cdot u^2}{A \mp B} = \frac{A^2 V^2 \pm 2 A B V U \mp B^2 U^2}{A \mp B}$, ovvero

$$u^2 = \frac{A^2 V^2 \pm 2 A B V U \mp B^2 U^2}{A \mp B}, \text{ ed estra} \frac{A V \pm B U}{A \mp B}$$

dalla quale espressione si ha tutto ciò, che concerne la comunicazione del moto tra i corpi perfettamente molli, e si accorda colla dimostrazione della Prop. sec. Coroll. terzo dell' antecedente Capitolo. Se poi la massa B facesse figura di agente, ed A di paziente, lo che dall' arbitrio nostro dipende, converrebbe usare l' analogia $A \mp B : A :: B \cdot \sqrt{V \mp U^2} : \frac{A B \cdot \sqrt{V \mp U^2}}{A \mp B}$, in-

di tener dietro al filo dell' analifi, che ci guida alla medesima conclusione;

X.

Scolio terzo. Conciossiachè ne' moti contrarij la forza viva, che perfettamente terminato il mutuo contrasto, si espone per $\frac{A^2 V^2 - 2 A B V U + B^2 U^2}{A \mp B} = f$,

ed è noto, che la palla A ora supera il corpo B, trasportandolo giusta la sua direzione, ed ora succede al rovescio; si darà un caso speciale, in cui i predetti corpi, che cozzano l'un contra l'altro, non si vincano scambievolmente; onde cessando il movimento si riducano alla quiete. Ciò non può succedere, se la forza f, che suol restar dopo il colpo, non diventa infinitesima, o meglio nulla; imperciocchè in tal circostanza l'intera forza primitiva nelle contusioni si spende. Abbiamo pertanto $A^2 V^2 - 2 A B V U + B^2 U^2 = \frac{A \mp B \cdot 0}{A \mp B}$, ed estra la radice quadrata $A U - B U = 0$, o sia $A U = B U$.

Quinci si fermeranno i due corpi A, B, quando le velocità V, U faranno in ragion reciproca delle masse, ed i mobili si verranno incontro con quantità pari di movimento.

Qui non vorrei, che si cavasse una conseguenza, che intanto i corpi A, B si arrestano, in quanto gl' impeti A V, B U eguali, e contrarij, per cui da' Cartesiani si misurano le forze vive, vicendevolmente distruggonsi. Alle cose altrove dette su questo particolare aggiungo, che le quantità del moto non si reputino cause fisiche, ma piuttosto indizj, che ci danno contezza di alcune verità secondarie alla legge principale appoggiate. Gli effetti menzionati dalle forze vive A V², B U² unicamente, e non altronde traggon l' origine: e perchè si suppone, che compiuta la duplicata percossa, il movimento totalmente si estingua, ne segue per necessaria conseguenza, che in ambo le sfere l' azione nel medesimo tempo finisca: altrimenti se esaurito il vigore dell' una, e nell' ammaccatura onninamente confunto, l' al-

tra

tra con qualche residuo di forza seguitasse ad agire, il moto affatto non cesserebbe. Riflettendo poi, che quanto uno d' essi corpi opera, altrettanto l' altro patisce, e che le due azioni, e reazioni, cioè l' azione del primo A unita alla sua reazione, mentre si oppone allo sforzo del secondo B, ovvero al contrario, sono pari, ed in pari tempo si esercitano; è cosa chiara per i canoni delle forze, e delle resistenze continuamente applicate, che per una parte, e per l'altra deggiono i mobili venirsi incontro con eguali quantità di moto, le quali anno una stretta relazione alla formula $\int dt = mu$, cioè all' aggregato delle forze morte moltiplicate nelle flussioni del tempo. Ed in ordine a ciò nulla importa, che le forze vive contrastanti colle resistenze siano eguali, o disuguali; bastando semplicemente, che in produrre gli effetti delle contusioni alla lor energia proporzionati un pari tempo c' impieghino.

XI.

Voglio, che la quantità del moto A V sia maggiore di B U, e divido (Fig. 29. 30.) la massa A in due porzioni C, D, colla condizione, che abbiai D V = B U. Facciasi, che i corpi D, B impressionati di pari quantità di moto s' incontrino; e per le cose dette amendue si fermeranno, e la somma delle forze vive D V² + B U² tutta si spenderà in contusioni. Al primo urto succeda immediatamente il secondo, per cui la palla C animata dalla forza viva C V² percuota le sfere D, B unite, e prive di moto. E perchè una parte della forza viva C V² dopo il secondo colpo rimane viva, e l'altra parte passa in morta, istituisco conforme il solito l' analogia

$$C \mp D \mp B = \frac{A \mp B : D \mp B :: C V^2 : \frac{D C \mp B C \cdot V^2}{A \mp B}}$$

mine ci espone quella porzione di forza, che nelle ammaccature si spende. Appreso come $C \mp D \mp B = \frac{A \mp B : C}$, così C V² alla quarta quantità = $\frac{C^2 \cdot V^2}{A \mp B}$ esprime la forza viva, che si conserva, la quale se si partirà

$$\text{per la somma delle masse } \frac{A \mp B}{A \mp B}, \text{ indi si caverà la radice quadrata; avremo la comune velocità de' corpi A, B procedenti di conserva dopo la doppia percossa } = \frac{C V}{A \mp B} = \frac{A V - B U}{A \mp B}$$

mente la direzione del globo C, ovvero A, in cui la quantità del movimento, e non sempre la forza viva predomina.

XII.

Il metodo, che ho seguito ed in questo, e nel precedente capitolo per determinare le leggi della comunicazione del movimento tra i corpi perfettamente molli, m'apre la strada per decidere una curiosa, ed importante questione, se i canoni fondamentali, e secondarj, che prescrivono le regole ai moti comunicati, alle forze vive, e morte, ed alle continuamente applicate, sieno di congrua elezione, ovvero di precisa necessità. Non si disputa già, se la Natura metta in opera quelle leggi, che dai fenomeni ci vengono manifestate; imperciocchè su questo punto i Fisici ammoniti dalla esperienza vanno d'accordo: ma si dividono in due partiti, qualora si cerca per mettere la controversia sotto un altro aspetto, se dato l'essere alla materia, che corredata delle sue passive affezioni estensione, ed impenetrabilità si suppone priva di moto, e di forza, per ridurla a sistema possano stabilirsi nuovi canoni affatto diversi da quelli, che si veggono adoprati nella presente costituzione di cose; onde nasca un'altro ordine, ed un altro Mondo, senza che da tale arbitraria mutazione ne seguano assurdi, e contraddizioni. O pure se le leggi poste in pratica sieno talmente adattate all'essenza della materia, e sì fattamente legate colle sue originali proprietà, che l'alterarle, ed il variarle altro non sia, che introdurre ipotesi immaginarie ed impossibili, le quali non possano prodursi, ne sostenerfi. Sarebbe molto malagevole impresa farsi a sciogliere il quesito, come suol dirsi a priori, deducendo la vera sentenza da' primi immediati, ed incontrastabili principj. Converrà dunque procedere per un sentiero indiretto, ed andar in traccia di quelle sconvenevolezze, che indubitamente i sistemi mal concertati accompagnano: ma non è così facile lo svolgere un filo di legittime conseguenze, che ci guidino a ripugnanze assolute, e metafisiche, le quali sieno alla possibilità delle cose diametralmente contrarie. Parmi d'aver tanto in mano per le dimostrazioni, che ho esposte, che posso promettermi d'una buona riuscita, senza dipartirmi dal mio soggetto delle forze vive, e de' moti partecipati.

XIII.

Il celebre Leibnizio co'suoi Seguaci si è dichiarato per la prima opinione: e ciò non dee recarci meraviglia; imperciocchè egli ha ragionato coerentemente alle proprie massime, ed una preoccupazione tenacemente radicata, o vera o falsa che sia, tirasi dietro le sue conclusioni. Già si sa essersi lui dato a credere, che Dio abbia creato l'ottimo Mondo, e che la Divina Onnipotenza non possa estendersi a fabbricarne un migliore. Questa immaginazione ha fatto un grandissimo rumore nella filosofica Repubblica, e c'è tutta via chi la difende siccome una verità manifesta, e chi siccome uno strano paradosso la impugna. Ma se per condiscendenza si lascia correre, e si reputa almeno probabile, e d'una palese falsità non per anche convinta; ne segue, che mal potendosi combinare la necessità colla scelta dell'

dell'ottimo, ed avendosi ad accoppiare colla struttura dell'universo tra tutti i possibili il più perfetto quelle leggi, che poggiano ad un pari grado di perfezione; si debbe inferire, ch'esse leggi ad un massimo fine dirette sieno di elezione, e di convenienza, ed appropriate al premeditato disegno.

Al parere del Leibnizio si oppone una difficoltà secondo me oltre modo malagevole a superarsi. Sotto il catalogo di queste leggi preferite a tutte l'altre dalla Sapienza del supremo Artefice avrebbe ad annoverarsi la teorica delle potenze equipollenti, la quale se con una particolare eccezione fra le necessarie dee collocarsi, ci cade subito, e con ragione in sospetto, che le altre sovra menzionate alla stessa classe appartengano. E' riuscito al dottissimo Sig. Daniello Bernoulli di liberarsi in parte dal pregiudizio, dappoichè nel primo Tomo de'Comentarj della Imperiale Accademia di S. Pietroburgo con un ingegnoso progresso ha dimostrato, che le leggi moderatrici della composizione, e della risoluzione delle potenze non sono già contingentemente vere, ed adottate dall'Autore della Natura ad unico oggetto di cavare dal fondo della sua infinita possanza l'ottimo sistema; ma bensì certe, ed evidenti, e d'una certezza, ed evidenza metafisica ne' principj, e geometrica nelle deduzioni: per modo che non se ne ponno surrogare delle altre nè migliori, nè peggiori senza incorrere in una manifesta contraddizione.

Questo saggio dovea per lo meno ammonire il lodato Matematico a non fidarsi della sentenza Leibniziana, e potea ragionevolmente dubitare, se i Canoni del Galileo concernenti le forze sollecitanti, se quello del Leibnizio intorno la misura delle forze vive, se gli Ugheniani de' moti comunicati, e delle forze centrifughe fossero di congruenza, e di beneplacito, o pure di stretta indispensabile necessità. Egli è vero, che mancavano le dimostrazioni per l'una, e per l'altra parte: ma chi poteva indovinare, che col tempo non comparissero, e non togliessero di mezzo la perplessità? Tanto più che quella da lui novellamente scoperta stimolava i Geometri a fare nuovi sforzi per afferrare la verità.

Ed in fatti dachè il P. Vincenzo Riccati ci ha fatto toccar con mano, che nelle forze composte ha luogo l'uguaglianza delle azioni misurate dai prodotti delle potenze ne' minimi spazj, ed appresso quella, che si ravvifa fra i quadrati delle velocità elementari: dachè l'Eulero ha dimostrativamente dedotto le comunicazioni dei moti tra i corpi molli, e gli elastici dalle forze continuamente applicate; dachè io ho dimostrato la dipendenza immediata de' movimenti partecipati dalla teorica Leibniziana delle forze vive; eglie più chiaro della luce del Sole, che le leggi naturali sono talmente insieme connesse, che se taluna d'esse è assolutamente necessaria, le altre non possono mai essere d'indole diversa; onde fra le contingenti abbiano a risorgersi. Così la lite è sopita: ma per maggior dilucidazione gioverà riguardar la cosa da tutti i lati.

XIV.

Quando il ragionamento cade sul possibile, e sull'impossibile, fa dimestirsi procedere con accurata circospezione, e non siamo mai cauti abbastanza; conciossiachè spesso siate ci si fa innanzi un'apparente ripugnanza, che esaminata di fondo si dilegua e svanisce, ed alle volte per quanta industria si adopera non ci va fatto di scoprire quello inconveniente, che per esser messo in lume ha bisogno d'una lunga serie di deduzioni. Si dee dunque tenere il giudizio in bilancia, finattantochè una rigorosa dimostrazione cavata da principj fermi, ai quali non si possa negar fede, ponga in quiete il nostro intelletto.

Egli è certo, che i Teoremi d'Aritmetica, di Geometria, e di Analisi, che si appoggiano ad evidentissimi pronunziati, sono proposizioni di eterna ed immutabile verità. Si sconvolgano da capo a fondo le leggi della Natura, e si dia l'essere a nuovi Mondi dal nostro totalmente diversi; farà sempre vero a cagion d'esempio, essere i numeri forniti delle proprietà da noi dimostrate, le quali non ponno diversificarsi, senza dar di petto nell'impossibile. All'incontro nelle investigazioni fisiche la nostra mente bene spesso non vede chiaro abbastanza per discernere, se ci sia, o non ci sia la cercata contraddizione; imperocchè ci si presentano alle volte motivi del pari probabili, o almeno non convincenti, che lasciano nella primiera incertezza.

Maneggiata la quistione, che abbiamo alle mani, per via di semplici conghietture, egli sembra da un canto, che non essendo il moto essenziale alla materia (mentr'essa senza perdere alcuna delle sue innate proprietà può egualmente trovarsi in movimento, o in quiete) sembra dico, che le leggi spettanti al moto, ed alla forza, siccome accidentali, e straniere alla trina dimensione impenetrabile, e ad esso lei sovrapposte, ed al di fuori addossate, abbiano ad annoverarsi fra quelle, in cui ha luogo l'elezione, e l'arbitrio del sommo Facitore, ed in cui il motivo della preferenza nella maggior perfezione del sistema unicamente consiste.

Dall'altro canto fra gli attributi della materia non dee trascurarsi l'inerzia proporzionale alla massa, e che, come a suo luogo abbiamo spiegato, è una conseguenza della impenetrabilità, e pare inferita nell'estensione unicamente in grazia de' movimenti. Da essa deriva la ripugnanza, che si osserva in tutti i corpi al cangiamento di stato in passando dalla quiete al moto, o al contrario. Ora chi sa, se la materia guarnita delle accennate proprietà sia indifferente ad ammettere con pari prontezza quante si voglia diverse leggi di forza, o pure ne richieda una sola realmente limitata, e particolare, che il variarla tiri con seco qualche gravissimo inconveniente?

Le più sottili, e verisimili speculazioni anno talvolta la disgrazia di non essere le più avverate, e tra queste io conto l'ipotesi del Leibnizio intorno le leggi di scelta, e di convenienza, delle quali faccio parola. E per darne un riscontro non uscendo dal mio subbietto, io sono convinto, che
il

il canone delle forze vive proporzionali alle azioni, e alle velocità duplicate sia la base di tutte le leggi dinamiche de' fenomeni naturali regolarici; mercè che gli effetti fisici col movimento associati sono tutti giuochi delle forze vive, e morte nella materia inerte innestate. Ogni altra legge escogitabile, parto della nostra fantasia, ridotta dall'idea al fatto porta con seco disordini, e ripugnanze: e perciò francamente asserisco, che la legge Libniziana contro l'intenzione del suo celebre scopritore è di precisa necessità, e non d'arbitrio, e di congruenza.

XV.

Si rivolga la mente sopra la serie delle dimostrazioni, da cui ho raccolte le leggi, onde i corpi molli si comunicano il movimento. I principj, di cui mi sono servito, non sono fisici, e dedotti dalla speriencia, ma metafisici, e geometrici, e tali, che forniti vanno d'una evidenza incontrastabile, e necessaria. Da questi con rigorose deduzioni ho provato, che le forze vive devono ferbare la ragione composta, semplice delle masse, e duplicata delle velocità; che le quantità del moto, sottratte però le contrarie, sono eguali prima, e dopo dell'urto; che il centro di gravità conserva il suo movimento, e che quando un corpo in moto urta in un altro quieto, la forza residua sta a quella, che s'è consumata nell'ammaccare, come la massa del corpo urtante alla massa del corpo urtato, e tutte l'altre condizioni, che accompagnano la comunicazione del movimento. Pertanto conchiudo, che allora ci sarà permesso di collocare queste proprietà fra le contingenti, quando si crederà di poter cancellare i premissi Assiomi dal numero di quelle prime verità, che sono note per se medesime. In questo mentre non ci dia noja, che la legge regolatrice della presente costituzione dell'Universo sia necessaria, e non contingente; conciossiachè dove ho tenuto discorso delle cause finali, si è provato, che la necessità si concilia colla indifferenza, e che all'arbitrio Divino, ed Umano si sottopone.

CAPITOLO VIGESIMO

Della comunicazione del moto fra i corpi perfettamente elastici.

I.

DAppoichè mi è riuscito di dimostrare, riducendo la cosa all' assurdo; non esser possibile qualsivoglia altra legge di forze, trattane la scoperta dal Leibnizio, che la misura per il prodotto della massa nella velocità duplicata, proseguisco il mio cammino, e me ne vaglio nell'investigare la comunicazione de' movimenti tra i corpi di squisita virtù di molla forniti. Sieno due solidi A, B (Fig. 29.) di tal natura, i quali prima dell' urto procedano colle velocità date V, U, e dopo la percossa, e la riflessione colle velocità ignote v, u; si dimanda qualmente queste abbiano a determinarsi.

Il chiarissimo Signor Jacopo Ermanno elegantemente si fa strada alla soluzione del quesito nella seguente maniera. Premette egli, che si conserva compiuto il colpo quella medesima quantità di forza viva, da cui erano animati i due corpi avanti la collisione, e facendo uso del canone Leibniziano, propone per fondamentale la formula

$$(1^a) AV^2 + BU^2 = Av^2 + Bu^2$$

Quinci fingendo, che i detti corpi si muovano tanto prima, quanto dopo l'incontro in una nave, che cammini colla velocità infinitesima dW , giusta la direzione per esempio della palla A, osserva, che lo Spettatore costituito sul lido immobile, quand'avesse occhi acuti, che potesse discernere ogni minimo incremento di celerità, vedrebbe il corpo A muoversi prima della percussione colla velocità $U + dW$, e terminata l'azione colla celerità $V + dW$. Dicasi lo stesso del corpo B, ed in tale stato, prendendo di bel nuovo le forze secondo la sentenza del Leibnizio avremo

$$(2^a) A.V^2 + 2A.VdW + B.U^2 + 2B.UdW + A.dW^2 + B.dW^2 = A.v^2 + 2A.vdW + B.u^2 + 2B.udW + A.dW^2 + B.dW^2.$$

II.

Espurgata questa formola, prima col toglier di mezzo i termini $A.dW^2$, $B.dW^2$, che si elidono, indi col levare quegli altri, che formano egualità attesa la prima equazione, cioè $A.V^2 + BU^2 = Av^2 + Bu^2$, e final-

finalmente col dividere i termini restanti per la quantità comune $2dW$, nascerà la equazione

$$(3^a) AV + BU = Av + Bu,$$

dalla quale impariamo, che le quantità del moto, cioè a dire i prodotti delle masse nelle rispettive velocità sono eguali tanto avanti, quanto seguita la collisione: ed in oltre ricaviamo per via di corollario, che il centro di gravità delle due sfere A, B cammina e prima, e dopo l'urto colla stessa velocità, e direzione; essendo nel primo caso la celerità d'esso centro

$$\frac{AV + BU}{A + B}, \text{ e nel secondo } \frac{Av + Bu}{A + B}.$$

Prendasi per mano l'espressione prima, e trafrponendo i termini si riduca alla

$$(4^a) AV^2 - Av^2 = Bu^2 - BU^2,$$

e lo stesso facciasi della terza; onde si abbia

$$(5^a) AV - Av = Bu - BU,$$

e poi dividendo i membri della equazione 4^a per i corrispondenti della 5^a ci si presenterà la

$$(6^a) V + v = u + U,$$

dalla quale si deduce, che la velocità relativa, con cui le palle A, B si avvicinano avanti la percossa, non è diversa dalla velocità relativa, per cui dopo l'urto esse palle si allontanano.

Altro non rimane, se non che dalla formola 6^a si cavi il valore dell'una, o dell'altra incognita per esempio di $u = U + v - U$: il qual valore sostituito nella equazione 3^a ci darà là

$$(7^a) AV + BU = BV - BU + Bu + Av,$$

e fatte le debite operazioni,

$$(8^a) v = \frac{AV + 2BU - BU}{A + B},$$

e col medesimo metodo si viene a scoprire il valore di u

$$(9^a) u = \frac{BU + 2AV - AV}{A + B}.$$

III.

Sin qui il Signor Ermanno, ed io dalla ingegnosa specolazione pigliò il motivo di aggiugnerci alcune importanti considerazioni. Perchè i seguaci del Cartesio vorrebbero pure, che si prendesse la misura delle forze vive

dalla quantità del moto; facciamci ad esaminare cosa succeda nella loro ipotesi tenendo dietro al progresso di sopra esposto.

L'equazione adunque fondamentale in questo sistema farà .

$$(1^a) AV + BU = Av + Bu.$$

Ora posto che la comunicazione del moto facciasi in una barca procedente colla velocità infinitamente picciola dW ; ognuna delle quattro velocità, cioè V , U , v , u verrà aumentata rispetto coloro, che stanno fermi sulla spiaggia, della flussione dW , e conseguentemente le quantità del moto, che si eguagliano e prima, e dopo il colpo, ci danno l'equazione

$$(2^a) AU + AdW + BU + BdW = Av + AdW + Bu + BdW.$$

Cancellati i quattro termini finiti, fra i quali si dà uguaglianza, $AV + BU = Av + Bu$, e partiti quelli, che restano, per dW , haffi l'espressione inetta $A + B = A + B$, o sia $0 = 0$.

Da questa formola nugatoria dobbiamo inferire, che mal si è presa per fondamentale una legge, che da se sola non può condurci allo scioglimento del Problema. In fatti per rinvenire i due valori delle incognite velocità v , u ci vogliono due differenti espressioni, una delle quali nasca dalla legge principale, e l'altra da una legge di conseguenza dipendente dalla ipotesi, che la comunicazione de' moti si faccia in un vascello, che viaggi con inasfernabile celerità. Se prendiamo per canone capitale il Leibniziano, la supposizione asunta ci somministra il Cartesiano in qualità di secondario: ma se questo si piglia siccome principale, giacchè da esso stante la seconda equazione inutile non si cava l'accessorio; siamo sempre da capo, e nulla si ottiene; onde la soluzione del quesito si riduca a buon termine.

IV.

Quinci possiamo francamente conchiudere, che la legge Cartesiana sola non basta per conseguire l'intento, e che fa di mestieri accoppiarla con un'altra, che da essa in nessun modo dipende. Ed io sfiderei i Fattori della sentenza contraria a sviluppare compiutamente la proposta questione senza rifuggire alla legge del Leibnizio, o a qualche altra, che ne deriva immediatamente.

Ci serva d'esempio la legge, per cui il centro di gravità delle masse A , B e prima, e dopo la percossa cammina con pari velocità: la qual legge è una spzial conseguenza della supposta uguaglianza fra le quantità del moto. Ci si presentano dunque le due formole $AV + BU = Av + Bu$,

$$\frac{AV + BU}{A + B} = \frac{Av + Bu}{A + B};$$

ma nè meno questi due canoni uniti insieme ci

somministrano alcuna determinazione; imperocchè qualunque giro d'analisi si metta in opera, anderanno sempre a finire in equazioni nugatorie. E da ciò di bel nuovo s'inferisca, che non viene a festa nè la legge Carte-

sia.

siana da se sola, nè combinata con altre leggi, le quali come tanti corollari da essa fluiscono.

All' incontro se da noi si accoppierà col Cartesiano un qualche altro principio, che si riduca al Leibniziano, e sia dagli Avversarij ammeso per buono, le formole, che se ne deducono, non faranno altrimenti vane, ma tali, che ci guideranno speditamente alla soluzione. Potrei valermi del Canone di Cristiano Ughenio, da cui si fa aver tratta la sua regola il Leibnizio, ed è, che il centro di gravità dei pesi cadenti tanto ascenda, quanto è disceso.

Ma per non partirmi dalle cose, che si hanno sotto gli occhi, di sopra al numero 2.^o sonosi dedotti i valori delle due velocità ignote v , u dal congiungere le due equazioni 3.^a e 6.^a, la prima delle quali ci dà l'eguaglianza fra le quantità del moto, e la seconda fra le velocità relative. Ora io dico, che unite insieme queste due leggi, si perviene al canone Leibniziano. Essendo per una parte $AU + BU = Av + Bu$, e per l'altra $V + v = U + u$, se si moltiplicheranno uno per l'altro i membri corrispondenti delle predette equazioni, non si turberà l'egualità. Avremo pertanto

$$AV^2 + BU^2 + AVv + BUv = Avu + Bu^2 + AUu + BUu,$$

e trafronendo due termini,

$$AV^2 + BU^2 + BVv - BUv = Avu + AUu - AVu + Bu^2.$$

Ma $V + v - u = U$, ed $u + U - V = v$ in virtù dell'eguaglianza fra le velocità relative; dunque $V + v - u \times BU = BU^2$, ed $u + U - V \times AV = Av^2$. Dunque fatte le opportune sostituzioni, $AV^2 + BU^2 = Av^2 + Bu^2$, lo che ec.

V.

Siamo documentati abbastanza, che dal canone fondamentale delle forze vive misurate dalle masse nei quadrati delle velocità la regola secondaria concernente le quantità del moto, con tutte quelle, che dall'una, o dall'altra, o dai loro combinamenti dipendono, traggono l'origine. Per confermar maggiormente le cose fin ora dette io noto, che la legge primaria adoperata dalla Natura, a fine di regolare la distribuzione de' moti ne' corpi elastici, dee necessariamente esser fornita d'un requisito, di reggere in tutti que' casi, ne' quali la forza si mantiene intatta, e di reggere in maniera, che non resti punto alterata dalla mutazione di quelle circostanze, che non giungono a diversificare la quantità della forza primitiva. Questa verità deriva da un principio incontrastabile inculcato dal Leibnizio, che ad una causa piena risponde un effetto intero, e quelle ipotesi, sebbene comunemente abbracciate, che mettono all'assioma una qualche eccezione, si reputino senza esitamento o false, o per lo meno mancanti.

Ora se mi va fatto di dimostrare, che nella collisione de' corpi perfettamente elastici si mantiene dopo l'urto in tutti gl'incontri, ed in tutte le circostanze lo stesso aggregato di forze vive, da cui erano animati avanti la

percolsa, purchè le forze si misurino conformé la sentenza Leibniziana: e che all'opposto non istanno sempre salde, ed invariate le quantità del moto, le quali si rinvengono ora maggiori, ed ora minori, secondo che i casi si diversificano, con tutto che non ci sia nè accrescimento, nè diminuzione di forza, che non si disperde in altri effetti, salvo che in un solo impiegandosi; mi sembra evidente esser la legge del Leibnizio l'unica, e la capitale, su cui la Natura va temperando la comunicazione de' moti, e che la Cartesiana è puramente accessoria; perchè non ha luogo in tutte le particolari circostanze.

VI.

Viene a mio proposito una ingegnosa osservazione del Iodato Signor Ermanno. Se la forza viva d'un mobile dee stimarsi dalla quantità del moto, come pensano i Matematici di Francia, e d'Inghilterra comunemente, egli ne segue, che una forza determinata può generarne un'altra, la quale sia alla sua generatrice in qualunque proporzione di maggiore inegualità. Per esempio, io dico, che la massa $A = 1$ (Fig. 32.) mossa colla velocità n , essendo n un numero intero, è capace d'imprimere la velocità $= 1$ alla massa $= n^2$: laonde avendosi in tal incontro, anche per sentimento degli Avversarij, a computare le forze dalla quantità della materia messa in movimento con pari velocità; la forza prodotta alla producente sarà in ragione come il quadrato al lato, cioè a dire in qualsivoglia multipla proporzione: cosicchè si potrà accrescere quanto ci piace l'energia dell'effetto, a confronto di quella della propria cagione.

Urti dunque la sfera A, la cui massa si espone per l'unità, colla celerità $= n$ nella quieta B. di massa $= 2n - 1$, questa stanti le regole della comunicazione de' moti già dimostrate, cammina compiuto il congresso, e senza cangiar direzione colla celerità $= 1$, e la palla A retrocede colla velocità $= n - 1$. Qui per ridurre la cosa a maggior evidenza, e toglier di mezzo le gavillazioni de' Cartesiani facciasi, ch'essa palla dia di petto nella corda O squisitamente elastica; onde non soffrendo alcuna alterazione nella sua forza, sia obbligata a rifletterci, indi a percuotere la nuova sfera C immota, la di cui massa si ponga $= 2n - 3$. Accaderà, che il globo C proceda verso B colla velocità $= 1$, e che A torni indietro colla celerità $= n - 2$. Patisca esso una seconda riflessione, e nel voltar cammino incontri la terza palla. D parimente in riposo, e di massa $= 2n - 5$; per modo che dopo la percolsa progredisca questa colla velocità $= 1$ per la solita direzione, mentre si muove la sfera A in senso contrario colla celerità $= n - 3$.

In tal guisa si vada replicando il giuoco, sinattantochè dopo iterate riflessioni finalmente il corpo A venga ad urtare in un'altro eguale: lo che dee per necessità avvenire, sottraendosi dal numero pari $2n$ successivamente i numeri dispari 1, 3, 5, 7, ec. Allora restando immota la palla A, avrà perduta tutta la sua forza, e partecipatala passo passo ad una serie di corpi decrefcenti, le masse de' quali ci si rappresentano dalla progressione $2n - 1$, $2n - 3$, $2n - 5$, $2n - 7$ ec. E perchè questi corpi tutti camminano per la stessa di-

direzione, e con pari velocità esposta nella nostra ipotesi per l'unità; è comune sentimento d'amendue le Scuole, che la loro forza si misuri dall'aggregato delle masse, o sia dalla somma della predetta progressione, la quale si trova essere precisamente $= n^2$; sapendosi già, che sommata una serie di numeri impari decrefcenti sino all'unità, essa è uguale al numero de' termini \propto elevato al quadrato.

VII.

A buon conto si è provato evidentemente, che la massa $A = 1$ animata dalla velocità $= n$ ha vigore abbastanza per mettere in moto la massa n^2 colla velocità $= 1$: e quando non vogliam negare la necessaria immutabile corrispondenza tra la causa, e l'effetto; altro non possiam dire, se non che la forza viva del corpo A mosso colla celerità n sia $= A \times n^2$; viene a significare pari alla massa moltiplicata nel quadrato dell'attuale velocità, conforme a ciò, ch'è stato insegnato dal Leibnizio.

Per via di corollario si noti, che mentre la palla A va perdendo a gradi eguali la celerità, o la quantità del moto, riducendosi di passo in passo la velocità n ad $n - 1$, $n - 2$, $n - 3$ ec., onde si formi una serie aritmetica decrefcente, che ha per differenza l'unità, e finisce nel nulla; la forza viva della suddetta sfera A va con diversa legge scemando, cioè per mezzo d'un'altra serie aritmetica calante di numeri impari, che anno per differenza il binario, e terminano nell'unità. Per la qual cosa le forze, che nel corpo A si conservano, si esprimono sempre per i quadrati di que' numeri, che formano la progressione decrefcente de' numeri naturali.

A cagion d'esempio posta la velocità del globo $A = 5$, onde sia la sua forza viva $= 25$ se nella prima percolsa perderà essa un grado di celerità, e tornerà indietro colla velocità $= 4$, la forza comunicata al corpo B sarà $= 9$, e la residua $= 16$ quadrato di 4: e se nel secondo colpo perderà un altro grado di celerità, e ne conserverà tre gradi; la forza partecipata al folido C sarà $= 7$, e la restante $= 9$, e così di mano in mano. E quindi nasce una curiosa analogia fra le predette comunicazioni di moto, ed i gravi, che discendono, o ascendono accelerati, o ritardati da una forza centrale costante, ne quali ha luogo la stessa legge delle forze acquistate, o perdute per via dei numeri impari, giusto la dottrina del Galileo.

VIII.

Parmi, che sia messo abbastanza in chiaro con qual infallibile criterio abbianci a distinguere le leggi fondamentali dalle accessorie. So d'aver ancora tenuto qualche discorso in tal proposito, ma la materia vuole più accuratamente illustrarsi. Le prime con tutte l'altre, che da esse immediatamente dipendono, deggion sussistere in ogni evento senza qualsivoglia variazione; acciocchè non patisca eccezione l'assioma, che stabilisce una inalterabile uguaglianza fra la cagione, e l'effetto, quando la causa tutta nel produrre il suo effetto s'impiega. Non così le secondarie insieme con quelle, che da esse

422
 se derivano, e con certe altre leggi nascenti dal combinamento delle capitali, e delle accessorie, le quali tutte rimangono frequentemente alterate, mutata talvolta una sola circostanza: E la ragione si è, perchè non avendo esse punto che fare colla stretta relazione, che dee passare fra le cagioni, e gli effetti, purchè questa si mantenga illesa, non importa, che restino bene spesso diversificate certe affezioni, e proprietà secondarie, che in nessun modo turbano l'economia de' canoni fondamentali.

Appoggiato a questo principio di metafisica evidenza il P. Vincenzo Riccati ci ha fatto toccar con mano, che in parecchi casi, e moltissimi altri se ne potrebbero aggiungere, la Natura abbandona la regola Cartesiana intorno l'uguaglianza fra le quantità del moto, e che sempre mai alla Leibniziana delle forze vive costantemente si attiene. Per ora s'applichino i calcoli all' esempio poco fa addotto, e saremo convinti, che sebben dopo ciaschedun colpo in particolare si mantiene la stessa quantità relativa di movimento, che risiedeva ne' corpi avanti il congresso; ciò però non succede ogni qual volta la palla A senza accrescimento, o diminuzione della propria forza è obbligata a risflettersi. Precedentemente ad ogni azione era la quantità del moto della sfera $A = n$, e seguita la collisione, conforme il computo degli Avversarj $= 2n - 1 - n + 1 = n$. Ma dopo il ripercotimento si trova essere $= 3n - 2$, e di conseguenza la quantità del movimento non parreggerà la primitiva, se non se nell' unico caso, che sia $A = B$; nella qual ipotesi compiuto l'urto, la massa A si ferma, e non soggiace alla riflessione.

Non è dunque maraviglia variarli il solito moto del centro di gravità, il quale dopo il ribattimento non cammina colla medesima celerità, con cui viaggiava avanti, e dopo la percossa. Il moto riflesso altresì introduce una non dissimile alterazione nell' altra legge, che prima, e dopo la collisione siano uguali le velocità relative, formandosi questo canone, come si è veduto, dall' accoppiamento delle due leggi principale, e secondaria. La cosa è per se stessa manifesta, nè io mi fermerò di vantaggio a dedurne i computi.

IX.

Intanto non sarà soggetta a variazione la legge dell' Ughenio intorno la discesa, e l' ascensione del centro di gravità per essere una immediata conseguenza della dottrina Leibniziana, la quale mutate le circostanze non resta punto alterata; conciossiachè nel caso di sopra addotto, o prendasi la velocità negativa $= -n + 1$ del corpo A, che torna indietro dopo il colpo, o la celerità positiva $= n - 1$, che nello stesso corpo A dopo la riflessione risiede; la forza viva computata dalla sua massa moltiplicata per lo quadrato della velocità in amendue le supposizioni farà sempre $= n^2 - 2n + 1$, a cui aggiunta la forza del corpo B, la quale procedendo egli, colla velocità $= 1$ si dee misurare dalla massa $= 2n - 1$; avremo $n^2 - 2n + 1 + 2n - 1 = n^2$, viene a dire alla forza primitiva, da cui era affetta la massa A prima di qualunque azione.

S' in-

423
 S'incontrino dunque una, o più volte le due palle A, B, e partecipi-
 no ad altre C, D o tutta, o in parte la loro forza, e di più siano soggette
 a replicate riflessioni sotto qualsivoglia angolo; accaderà sempre mai, che
 tanta forza si confervi dopo le iterate azioni, quanta se ne aveva, prima
 che i corpi vicendevolmente se la comunicassero. Per la qual cosa conchiu-
 do essere fondamentale in Natura la legge menzionata, per cui viene gene-
 ralmente regolato il sistema del Mondo, che nelle particolari congiunture a
 variazioni a guisa delle secondarie non è sottoposta, e che sola salva il gran
 principio, che quella forza, che in se riceve l'effetto, alla cagione si toglie:
 laonde non può mai intervenire, che la virtù della causa dalla corrispon-
 dente dell'effetto sia superata.

X.

Ben è vero, e dal citato P. Riccati nella Giornata undecima de' suoi
 Dialoghi ne siamo stati ammoniti, che tal fiata le leggi men principali si
 separano, e mentre una d' esse tuttavia sussiste, l' altra si esclude, e si ab-
 bandona, sciogliendosi la connessione, che in molti incontri le teneva ap-
 parentemente insieme legate. Ma si complicano alle volte talmente i dati,
 e si mescono le circostanze, che si viene in cognizione non essere tanto stret-
 to il commercio, quanto da noi si supponeva delusi da una fallace analogia,
 e da una mancante induzione.

Considerata la mutua collisione di tre o più corpi, e siano pure o per-
 fettamente molli, od elastici, o d' una media consistenza, si dimostra, che
 seguito il congresso stanno salde le forze primitive, ma non già le quanti-
 tà del moto. In questo mentre chi si sarebbe avvisato, che ciò non ostante
 non succedesse alterazione di sorta nel centro di gravità, il quale dopo le
 scambievoli azioni proseguisce a camminare colla primiera velocità, e per
 la medesima direzione?

E' più facile perseverando sempre la somma delle forze vive, canone
 che non soggiace a variamiento, tener anco ferme le quantità del movi-
 mento, e nello stesso tempo far sì, che il centro di gravità muti stato, e
 nella sua celerità, e nella linea del suo viaggio: seppure si può appropia-
 re un vero, e fisico cangiamento di stato ad un punto immaginato da' Geo-
 metri per agevolare i loro investigamenti, il quale di massa, d' impenetra-
 bilità, e d' inerzia non è fornito, ed intorno cui non s'impiega forza,
 quando in certe congiunture è astretto a scorrere per istrade nuove, e con
 velocità differenti. Ricorra il Lettore alla dottrina degli accessi, e de' re-
 cessi spiegata dal menzionato Autore nell' ottava Giornata, e vedrà, che un
 mobile senza accrescimento, e diminuzione di forza, nè tampoco di quanti-
 tà di moto, si avvicina tal fiata ad un punto fisso, ovvero ad una linea da-
 ta di posizione, e tal volta vi si discosta.

XI.

Serva per ora il seguente esempio. Seguita la collisione fra due corpi elastici A, B (Fig. 33.) mossi da principio colle velocità V, U procedano sfaccati colle celerità v, u per la stessa direzione ABG, nella qual semplicissima ipotesi si mantiene nelle due sfere la quantità iniziale del moto in qualità di positiva, avendosi a prender la somma, e non la differenza delle due quantità di moto conspiranti, che dopo l'urto risiedono nelle masse A, B. La retta AG tocchi ne' punti C, ed E le curve CD, EF assunte ad arbitrio, ed i globi B, ed A, giunti ai punti C, E sieno obbligati dagli intoppi delle sponde, che accompagnano l'andamento delle curve, a torcersi dal diritto cammino, e a proseguire l'uno per la curva CD, e l'altro per la EF il loro viaggio. C' insegna il Sig. Varignon, ch'essi globi deviando dalla linea AB niente perdono di quella velocità, da cui sono attualmente animati, essendo la perdita infinitamente picciola. Conciossiachè l'inclinazione degli elementi curvilinei toglie ai mobili gradi tali di velocità, che appartengono al secondo genere degli infinitesimi, e poggiano al primo, quando si è scorsa in ambe le curve delineate un'assegnabile lunghezza. Trattanto il centro di gravità non seguirà la medesima legge, perchè sarà sforzato a muoversi ad ogni passo con variabile celerità: segno evidente, che la mutazione di velocità del centro di gravità, la qual si ha senza forza, è affatto disgiunta dalla mutazione di stato, la quale richiede una forza proporzionale.

Nel superiore esempio non si diversifica il movimento del centro delle masse; ma non ista faldà la quantità primitiva del moto: e nel presente succede tutto al rovescio. Per la qual cosa quasi direi, che la Natura va scherzando nell'uso delle leggi secondarie, ora col trasgredirle, ora coll'associarle, ed ora col disgiungerle. Quinci chi non è ben in possesso del subbietto, su cui sta meditando, e non ne vede per anche il fondo, non si fidi se non se del canone fondamentale, che mai non falla. Gli accessori si mettan da canto, di cui siamo all'oscuro, se nella investigazione abbian luogo: e se per sorta non l'anno, siccome sovente interviene, siamo certi d'incorrere in un nascosto paralogismo. Non mancherà l'occasione di riaffumerli in figura di corollari nel fine dell'inchiesta, ed allora apparirà con chiarezza, qualmente si adoperi la Natura o nel disunire le leggi principali dalle secondarie, o nell'accoppiarle.

Mi si conceda d'aggiungere un breve episodio. Mal si appongono i Cartesiani, quando a tutto costo sostengono, che dopo la lotta di due corpi elastici abbia a pigliarsi la somma delle quantità del moto, se corrono entrambi per la stessa direzione, ed all'incontro la differenza, se vanno a ritroso l'uno dell'altro. Nè ponno altrimenti opinare, qualora confessino, come di fatto non ci ha chi lo neghi, che avanti, e posteriormente alla percossa una pari quantità di movimento deggia persistere.

Non mi farà disdetto di descrivere quelle spezie di curve, che meglio al mio intento si confanno. Compiuta l'azione dell'urto, cammini il cor-

po

po B (Fig. 34.) colla sua velocità per la retta BE, ed il corpo A lo seguiti per la strada AE, sinattantochè pervenuto in C muti sentiero, e sia costretto da un canale ad aggirarsi per la curva CFGH dalla figura rappresentata, la quale tocca la linea ACB nella origine C, dappoi rivogliendosi per CFG, patisca in G un flesso contrario, e finalmente ritorni al contatto della linea ACB nel punto H. Egli è manifesto, che giunta la palla A al luogo H, abbandona la curva, procederà per la via della tangente, ed il suo centro non si partirà dalla retta AH. Così i due mobili A, B ognuno colla propria celerità s'incontreranno per la medesima orizzontale, con moti però direttamente contrarij. Qui dimando, se attese le opposte direzioni, le quantità dei moti, da cui essi corpi sono affetti, abbiano da sottrarsi, come in casi simili praticano gli Avversarij. No certamente; perchè non si manterrebbe l'uguaglianza cogli impeti, che prima della collisione in ambo le palle risiedevano. Bisogna dunque prenderne la somma; onde l'egualità non si turbi, e di conseguenza non è generale la regola Cartesiana, che dalla premessa posizione di falso resta convinta. In oltre se ne cava un corollario, che la forza de' corpi in moto, mentre novella forza non si aggiunga, o si levi per mezzo di qualche cagione eltrinfeca, nè punto, nè poco si diversifica.

XII.

Consiglierei i Matematici, che si esercitano nella soluzione de' più ardui problemi, a non perdere mai di vista il nostro canone principale, che conforme ho detto, e ridetto, tragge la sua origine dal principio generalissimo delle azioni produttrici delle forze vive, applicando le sollecitazioni delle forze morte agli elementi non del tempo, ma dello spazio. Se piglieranno di mira la conservazione d'esse forze vive, oltre che troveranno maggior facilità nello sviluppare le quistioni, faranno sicuri di comminare per una strada regia, che mentre non si lascino incautamente traviare, li guida spedatamente alla meta.

Consento, che alle occasioni facciano uso de' teoremi meccanici concordemente ricevuti, a fine di evitar le contese: ma quantunque volte allo scioglimento del questo son pervenuti, movano un altro passo, e riflettano, che in ogni caso particolare l'inalterabile mantenimento delle forze non patisce eccezione. Quindi volgendosi da questo lato conseguiranno l'intento per un altro progresso, e spesse fiate più elegante, e più magistrale. Appresso si ha frequentemente il beneficio, che coll'accoppiamento d'amen due i metodi si scoprono alcune verità, che valendosi d'un solo, non ci si farebbono palefate. Così si sono adoperati a nostri giorni li Signori Bernoulli, ed Eulero, ed altri Geometri di primo nome, i quali, o servendosi delle massime comuni, di dedurre per via di corollario la conservazione delle forze Leibniziane non si dimenticano, ovvero a questa sola base appoggiano le loro ricerche, oppure non trascurato l'uno, e l'altro modo, mostrano la conformità delle conclusioni, ch'indi risultano.

Dal Signor Giovanni Bernoulli piglio tre esempi ad imprestito. In prima vuol egli nel Tomo terzo delle sue Opere stampate in Ginevra al n.º 147, che il peso M (Fig. 35.) sdruccioli dalle resistenze non impedito per l'ipotenusa AC del triangolo ACK, e che nello stesso tempo il detto piano possa retrocedere senza patir fregamento per la linea orizzontale KH; si dimanda la velocità del corpo M, e del triangolo ACK, indi la strada, per cui procede esso corpo in virtù del moto composto, e per ultimo la legge d'entrambe le accelerazioni.

Per giungere alla soluzione si risolvono le potenze nelle appropriate equipollenti, e poi se ne misuran le azioni per via di serie geometriche, e si conchiude nel corollario primo, che la forza accelerante il grave M nella direzione dell'ipotenusa all'altra, che lo stimola unito al piano ACK nella direzione orizzontale, sta in proporzione composta della ipotenusa alla base del triangolo, e della massa di tutto il sistema alla massa del mobile M. Si aggiunga al coroll. 5.º, che moltiplicando il quadrato della velocità finale del triangolo nella sua massa, indi la massa del peso M nel quadrato della velocità acquistata nell'infimo punto, la somma di queste due forze s'eguaglia alla forza viva, di cui farebbe fornito il solo grave M, se fosse liberamente caduto a piombo per la verticale AK. Profeguisce l'Autore a soddisfare ad altri problemi per mezzo delle regole note, ma sempre ne deduce la conservazione delle forze computate dalle masse nelle velocità duplicate.

In secondo luogo assume egli unicamente questo principio al n.º 140, dove cerca l'analogia fra le vibrazioni delle corde elastiche, e le oscillazioni de' pendoli, e trova le sue conclusioni uniformi a quelle dell'Inglese Tailoro, ch'era per altro metodo venuto a capo di tale astruso investigamento.

Sia il terzo, ed ultimo saggio tolto dal n.º 145. Abbianfi (Fig. 36.) due pesi disuguali A, B legati dalla funicella ACB, che passa per la troclea C, ed il maggiore B discenda per la curva qualunque CGB tirando in alto il minore A per qualsivoglia altra curva FAC; si propone di determinare le velocità de' predetti gravi ne' punti B, A. Due scioglimenti del quesito ci dà il lodato Geometra. Nel primo da lui chiamato indiretto ricorre al canone delle forze vive, valendosi d'un Teorema dipendente, ed è l'Ugheniano, per cui il centro di gravità de' due pesi connessi dal filo tanto discende, quanto può ascendere, se l'uno, e l'altro d'essi colle velocità acquistate si dirigesse speratamente all'insù, e con un breve giro di raziocinio conseguisce l'intento.

Richiede più indagine il secondo metodo, che forse mal si appella diretto. Fa d'uopo determinare la tenacità della cordicella, e dappoi rifuggire alla formula fondamentale $Pds = VdV$, mentre egli è certo, che questa espressione, benchè da' Cartesiani non contrastata, ricade nella teorica Leibniziana delle forze vive. Si nota finalmente aver preso un manifesto sbaglio l'Ermanno; essendo totalmente discrepanti le illazioni. Chi s'internerà nel progresso di questo Scrittore, per altro seguace della vera sentenza, si accoggerà essersi lui abusato delle leggi delle forze continua-

men-

mente applicate, adattandole non alla velocità reale, ma a quella di accesso, o di recesso.

Siamo nel caso dal P. Riccati sagacemente avvertito, che gl'impulsi della gravità spingono i mobili per le linee verticali, e che essi sono obbligati dalle circottanze a progredire per istrade obbligue, e diverse. Per la qual cosa fa di mestieri star bene intesi, e procedere colla debita circospezione. In fatti se le due curve CGB, CAF in due rette si trasmutassero; le due soluzioni del Bernoulli, e dell'Ermanno anderebbero d'accordo, e non è difficile a capirne la ragione.

XIII.

Sappiano adunque i Geometri mantenitori del contrario partito, ch'io mi darò per vinto, allora quando faranno egliino altrettanto. Mettano mano in Problemi di pari lavoro, e dappochè per qualsivoglia via sieno arrivati al termine delle loro perquisizioni, s'arrestino, e mi mostrino, che gl'impeti, o vogliam dire le quantità del moto si conservano intatte, in qualunque modo nel modificare le cause operanti, e gli effetti prodotti la Natura si comporti. Io so, e dalle cose dette ne cavo una prova evidente, che non ci riusciranno; imperciocchè dopo una complicazione d'azioni, e di reazioni, il mantenersi costantemente invariate si è una prerogativa, che alle sole forze vive esclusa ogni eccezione compete.

Non mi si opponga, che bene spesso l'esito all'aspettazione risponde; conciossiachè non ho mai negato, che le leggi fondamentali, le quali sempre sussistono, alle volte colle secondarie si accoppino. Ma ciò non basta: converrebbe, che non mai fallissero. Un solo caso, in cui per avventura mancassero, e moltissimi io posso addurne oltre i già allegati, mi documenta di qual indole esse sieno, ed a qual classe appartengano. Le riporrò dunque fra quelle, che sovente siccome neglette nel meccanismo della Natura non entrano. Si contenta la gran Maestra di preservar illese le forze vive ad oggetto di tener ferma la necessaria corrispondenza fra le cagioni, e gli effetti. Delle leggi secondarie guarir non si prende cura, se non se in quanto in certe congiunture altrove notate, e sogliono esser le più semplici, non ripugna, che colle principali vadano di conserva.

Ora noi, che siamo unicamente intenti ad iscoprire gli artifizj segreti della Natura, sopra ogni cosa guardiamci di farla operare a nostro senno, o piuttosto a nostro capriccio. Non si vogliono introdurre a contrattempo negli incontri particolari que' canoni accessori, che sebbene frequentemente vengano a festa, non an però luogo in parecchj fenomeni; perchè coi capitali conciliar non si possono. E quando ciò interviene, ognuno comprende, che deggiono trasandarsi, appigliandosi semplicemente ai primari, che ci guidano dritto per ogni sentiero: altrimenti si rinnegano i principj generali, e sicuri, per troppo compiacersi degli ambigui, e de' manchevoli.

CAPITOLO VIGESIMOPRIMO

Si esamina se con altre leggi sia possibile la comunicazione del moto tra i corpi elastici.

I.

SEBBENE provate necessarie le leggi, che diriggon la comunicazione del moto tra i corpi molli, non possa mettersi in dubbio, che necessarie altresì non sieno quelle, che riguardano i corpi elastici, pure ho giudicato non esser cosa superflua d'accomodare il metodo del precedente capitolo ad altre leggi di forze vive, e di ricavarne con raziocinio geometrico le conseguenze: giacchè se non tutte, almen molte porteranno seco degli inconvenienti, e resteranno onninamente escluse dalla Natura. Con ciò verremo a confermare vie più, che le leggi naturali non sono di scelta, e d'arbitrio, ma di necessità indispensabile.

Prendo a considerare una supposizione delle più semplici, e voglio, che la forza viva di un corpo in moto sia in ragione composta, semplice delle masse, e moltiplicata delle celerità; onde si esprima per il prodotto della massa A in qualunque dignità della velocità, e sia $\equiv A \cdot a^n$. In tale stato di cose essendo principio fermo, ed immutabile in qualsivoglia sistema, che dee passare perfetta uguaglianza fra la forza della cagione, e quella dell'effetto intero; se piglieremo due corpi elastici A, B mossi rispettivamente colle velocità a, b , e si cercheranno le celerità x, y , che risulteranno ne' predetti corpi dopo la percossa, avremo l'equazione fondamentale

$$(1.^a) A \cdot a^n \neq B \cdot b^n \equiv A \cdot x^n \neq B \cdot y^n.$$

Facciasi, che al moto delle due palle A, B prima, e dopo l'urto giusta il metodo del Signor Ermanno, s'aggiunga la velocità infinitesima du per occasione della barca, che si fa camminare coll'assegnata minima velocità z e ci si presenterà l'equazione

$$(2.^a) A \cdot \overline{a+du}^n \neq B \cdot \overline{b+du}^n \equiv A \cdot \overline{x+du}^n \neq B \cdot \overline{y+du}^n.$$

Qui fa di mestieri, per maneggiare la formula, sostituire l'espressione del binomio alzato alla potestà indeterminata n

(3.^a)

$$(3.^a) A \cdot a^n \neq nA \cdot a^{n-1} du \neq \frac{\overline{nn-n}}{2} A \cdot a^{n-2} du^2 \neq \frac{\overline{n^1-3n^2+2n}}{2 \cdot 3} \dots$$

$$A \cdot a^{n-3} du^3 \text{ ec.} \neq A \cdot du^n \neq B \cdot b^n \neq nB \cdot b^{n-1} du \neq \frac{\overline{nn-n}}{2} \cdot B \cdot b^{n-2} du^2 \neq \dots$$

$$\frac{\overline{n^3-3n^2+2n}}{2 \cdot 3} \cdot B \cdot b^{n-3} du^3 \text{ ec.} \neq Bdu^n \neq A \cdot x^n \neq nA \cdot x^{n-1} du \neq \frac{\overline{nn-n}}{2} \dots$$

$$A \cdot x^{n-2} du^2 \neq \frac{\overline{n^3-3n^2+2n}}{2 \cdot 3} \cdot A \cdot x^{n-3} du^3 \cdot \text{ec.} \neq A du^n \neq B y^n \neq nB \cdot y^{n-1} du \dots$$

$$\neq \frac{\overline{nn-n}}{2} \cdot B \cdot y^{n-2} du^2 \neq \frac{\overline{n^3-3n^2+2n}}{2 \cdot 3} \cdot B \cdot y^{n-3} du^3 \text{ ec.} \neq B du^n.$$

Per espurgare la premessa equazione osservo, che essendoci egualità fra i due membri $A \cdot a^n \neq B \cdot b^n \equiv A \cdot x^n \neq B \cdot y^n$, questi vicendevolmente si distruggeranno, ed oltre di ciò, eccettuati i secondi termini affetti dal du , svaniranno tutti gli altri, che contengono le potestà più alte du^2, du^3, du^4 ec. che sono incomparabili, come infinitamente più piccioli di quelli, ne quali si trova la sola prima flussione du . Resterà dunque l'equazione $nA \cdot a^{n-1} du \neq nB \cdot b^{n-1} du \equiv nA \cdot x^{n-1} du \neq nB \cdot y^{n-1} du$, che divisa per du , e per n ci dà

$$(4.^a) A \cdot a^{n-1} \neq B \cdot b^{n-1} \equiv A \cdot x^{n-1} \neq B \cdot y^{n-1}.$$

II.

E qui si noti, che dalla legge principale assunta nasce di conseguenza la secondaria espressa con una equazione similissima alla prima, se non che si trova questa abbassata d'un grado. Così se verrà fissata per legge fondamentale la Cartesiana esposta per l'equazione $Aa \neq Bb \equiv Ax \neq By$, essendo in tal caso l'esponente $n=1$, nella formula accessoria troverassi $n-1=0$, cioè $A \cdot a^0 \neq B \cdot b^0 \equiv A \cdot x^0 \neq B \cdot y^0$, la qual equazione si risolve nella nugatoria $A \neq B \equiv A \neq B$, ovvero $0=0$.

Preso per legge principale la Leibniziana facendo $n=2$, nasce in forza del metodo per secondaria la Cartesiana: e se per avventura si assumerà come legge fondamentale, che le forze vive sieno come le masse moltiplicate nei cubi delle velocità, onde s'abbia $n=3$, ci si presenterà per secondaria quella del Leibnizio, e così di mano in mano.

Le due formule (p.^a) e (4.^a) si riducono alle due seguenti

$$(5.^a) A \cdot a^n \neq B \cdot b^n \equiv A \cdot x^n \equiv B \cdot y^n$$

$$(6.^a) A \cdot a^{n-2} \neq B \cdot b^{n-2} \equiv A \cdot x^{n-2} \equiv B \cdot y^{n-2}.$$

Que

Queste espressioni accoppiate insieme ci guidano alla costruzione geometrica per via de' luoghi, o solidi, o lineari; e per darne un saggio (mentre io stimo cosa soverchia il fermarmi lungamente su certi particolari, che non possono esser ignoti a chi ha qualche pratica d'Analisi, e di Geometria) prendasi la massa A per l'unità, e facciasi il binomio composto di quantità date $A.a^n + B.b^n$ uguale alla costante c; indi potta $x^n = z$, le due equazioni locali nascenti dalla sostituzione, cioè a dire $x^n = z$, e $c - z = B.y^n$, secondo il vario valore dell'esponente n in numeri interi, o rotti, positivo, o negativo, faranno alle infinite parabole all'asse, ovvero alle infinite iperbole fra gli asintoti; le quali essendo curve già note e per la genesi, e l'andamento, altro non ci resterà a fare, fuorchè descrivere col mezzo d'esse le curve corrispondenti alle formule (5.^a) e (6.^a), e farsi poi a considerare la natura, ed il progresso di queste, per segnare i punti d'intersezione, che ci danno la compiuta soluzione del problema.

III.

Nella retta AB (Fig. 37., 38., 40., 42., 43.) si noti il punto A origine delle variabili z, e fatta $AB = c$, sia punto A vertice della curva dipendente dalla equazione $z = x^n$, ed il punto B dell'altra curva simile procedente dalla espressione $c - z = B.y^n$. Lascio da parte le iperbole, parendomi impossibile quel sistema di cose, in cui poste eguali le masse, fossero le forze in qualunque ragione inversa moltiplicata delle velocità; da modo che quanto la velocità crescesse, altrettanto la forza calasse, diventando infinita, quando la velocità è nulla; ed infinitesima, qualora la velocità è infinita.

Descritte dunque le parabole, ci compariranno esse sotto varj aspetti; conciossiachè o due rami parabolici, come nelle figure 37, 38 abbraccieranno l'asse, ed all'ascissa positiva risponderanno due ordinate con segni diversi; ovvero procederanno i due rami con direzioni contrarie, come nella parabola cubica, ed in altre dello stesso genere delineate nella figura 40., o finalmente ambi i rami si stenderanno da un sol lato dell'asse, come nella figura 42, e 43.

Le ascisse \pm di quelle curve locali, che vogliamo descrivere, si prendono uguali all'ordinate crescenti della parabola DAd, e le ordinate $\pm y$ si fanno eguali all'applicate corrispondenti dell'altra parabola CBc. Nel punto A l'indeterminata x è sempre nulla, e la coordinata AC = y è sempre data: all'opposto nel punto B l'ascissa $x = BD$ è data, e l'applicata $y = 0$. Negli altri punti le cose si vanno variando conforme i casi.

E perchè nelle due figure 37, e 38 la nostra curva è talmente ristretta fra certi limiti, che non può avere nè ascissa maggiore di BD, o Bd, nè applicata più grande di AC, Ac, senza che per un verso, o per l'altro incontriamo quantità immaginarie; egli è manifesto, che la costruzione ci dà una specie di Ellissoide, i semiaassi della quale saranno eguali alle due rette AC, BD. Veggasi la figura 39, in cui si prende il punto a per origine delle ascisse $\pm x$. Nel caso secondo presa per mano la figura 40., e

cavata da essa la costruzione della curva da noi cercata, il suo andamento ci viene messo sotto gli occhi dalla figura 41. Alle ascisse ac negative = -x rispondono le applicate +y positive, che vanno tutte a terminare nel ramo bf, che all'infinito si stende. C'è poi l'altro ramo bc, che taglia l'asse nel punto c, e fra i due limiti a, c tanto le ascisse quanto le ordinate sono positive: al di sotto dell'asse continuando il predetto ramo all'infinito, sono positive le ascisse a g maggiori di ac, ma negative le applicate.

Il terzo caso ha relazione alle figure 42, e 43, e ci somministra la curva della figura 44, nella quale ad ogni ascissa positiva, eccettuati solamente i due punti a, c, convengono due ordinate parimente affermative.

Che se per avventura si facesse l'esponente $n = \frac{1}{2}$ la nostra curva sarebbe una parabola Apolloniana toccata dall'ascissa ac nel punto c, e dall'ordinata ab nel vertice b.

IV.

Dal combinamento delle due equazioni (5.^a), e (6.^a) si fa nascere la seguente. $A.a^n - A.x^n = B.y^n - B.b^n$, fu cui fatta l'osservazione, che

$$\frac{A.a^{n-1} - A.x^{n-1}}{c} = \frac{B.y^{n-1} - B.b^{n-1}}{c}$$

tanto i numeratori, quanto i denominatori delle frazioni hanno un comun divisore, si perverrà ad un'altra espressione locale più bassa d'un grado: per ciò dividendo il primo membro per A, indi per $a - x$; ed il secondo prima per B, e poscia per $y - b$, avrassi la formula più semplice per quello appartiene al grado; ma più composta per la moltitudine de' termini; i quali talvolta saranno innumerabili, mentre l'esponente n sia una quantità negativa, o una frazione, ed all'incontro finiti, posto n un numero affermativo, ed intero.

$$(7.^a) \frac{x^{n-1} + a.x^{n-2} + a^2.x^{n-3} \text{ ec. } + a^{n-1}}{x^{n-2} + ax^{n-3} \text{ ec. } + a^{n-2}} =$$

$$\frac{y^{n-1} + by^{n-2} + b^2.y^{n-3} \text{ ec. } + b^{n-1}}{y^{n-2} + b.y^{n-3} \text{ ec. } + b^{n-2}}$$

In qualche congiuntura potrà accoppiarsi colla 6.^a l'equazione 7.^a, onde spesse fiate si conseguisca una più netta, ed elegante costruzione.

Per conseguire l'intento, giusta il fine che ci siamo proposti, colla maggior facilità, gioverà supporre, che il corpo B avanti l'urto sia in istato di quiete; la qual posizione in qualunque caso agevolmente si ottiene collocando le due palle A, B in una Nave, che cammini con velocità pari a quella della sfera B, ma con contraria direzione. Nè l'ipotesi pregiudica punto alla soluzione, che si rende generale, ogni qual volta alle velocità delle due palle dopo la percossa s'aggiunge, o si leva la velocità costante impressa al vascello.

Ora

Ora sia per cagion d'esempio l'esponente n un numero positivo, ed intero, e posto $B = mA$, facciamo uso delle formole (6^a), e (7^a) riducendole al caso nostro nella seguente maniera.

$$(8) a^{n-1} - x^{n-1} = m \cdot y^{n-1}$$

$$(9^a) \frac{x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} \text{ ec. } + a^{n-1}}{x^{n-2} + ax^{n-3} \text{ ec. } + a^{n-2}} = y$$

Prima di passar oltre è necessario considerare la natura della curva corrispondente all'ultima equazione. Egli è certo, che fatta l'ascissa $x = 0$, l'ordinata y si trova = alla costante a , che si può assumere per unità, e fissata nel punto A (Fig. 45.) l'origine delle ascisse, la prima applicata sarà $AB = a$. Crescendo poi positivamente l'ascissa variabile AL espressa per $+x$; crescerà altresì affermativamente l'ordinata LK contrassegnata per $+y$; cosicchè la curva avrà il ramo BD, che all'infinito si stende, ed a cui serve di asintoto la retta AE piegata verso l'asse AC ad angolo semiretto. Per continuar poi la curva, e determinare le ordinate relativamente all'ascisse negative, è da notarsi, che se l'esponente n sarà un numero pari, sarà altresì pari il numero de' termini, che compongono il numeratore della frazione; laonde s'io metterò $x = -a$, tutti essi termini, che avranno alternativamente i segni del più, e del meno si distruggeranno, e l'espressione si ridurrà alla seguente, $0 = y$. Discenderà pertanto la curva verso l'asse, col quale si con-

giungerà nel punto F, onde sia $AF = AB$; distendendosi poscia in infinito col ramo FG, il cui asintoto non è diverso dalla retta EA prorogata al di sotto verso H.

E perchè tenendo ferma la supposizione, che l'esponente n sia un numero pari, egli è necessario, che nella equazione (8^a) diventi dispari l'indice della dignità $n-1$; per delineare la curva nascente dalla suddetta formola, giacchè in tale circostanza i rami parabolici camminano con direzioni opposte, dobbiamo ricorrere alla figura 40., dalla quale si deriva la curva della figura 41, che va raccozzata con quella della figura 45.

Quindi addossato asse ad asse, ed il punto a al punto A, vedremo, che ponno esse curve intersecarsi o nel punto B; quando sia $ab = AB$, e conseguentemente uguali le masse de' due corpi messi in azione; ovvero fra i due punti B, F per esempio in I, ed allora essendo ab minore di AB la palla B sarà maggiore di A, o finalmente in qualche sito del ramo BD come in K, ogni qual volta ab sia più grande di AB , ed il corpo B più piccolo di A. Lasciate cadere dalli punti d'intersecazione I, K le ordinate IM, KL.

Nel primo caso avremo la velocità $x = 0$, e la velocità $+y = AB$, cioè quella stessa, che prima della percossa risiedeva nel globo A, il quale restava immobile dopo l'urto, comunica la sua velocità intiera alla palla B.

Nel

Nel secondo caso il corpo B maggiore di A procede colla celerità positiva $MI = +y$ giusta la direzione del corpo A, e questo torna indietro colla velocità $AM = -x$.

Nel terzo caso essendo la massa A più grande di B, ambo essi corpi s'incamminano verso la medesima parte con velocità affermative, il primo colla celerità $AL = +x$, il secondo colla celerità $LK = +y$.

V.

Sin qui non so scoprire inconveniente di sorta alcuna, e trattane qualche alterazione, che dee indispensabilmente introdursi nelle accennate velocità a causa della diversità delle leggi, la distribuzione de' moti si fa poco presso nella stessa maniera, che si vede praticata dalla Natura: nè di ciò abbiamo a maravigliarci; conciossiachè la legge, per cui si regola il presente sistema di cose, è la più semplice fra quelle, che considerate si sono, tramutandosi solamente in tante linee rette le curve tutte, che miransi nello schema delineate.

Non così succede in cangiando ipotefi, e facendo l'esponente $n =$ ad un qualunque numero impari; perchè dagli assurdi, che in progresso si renderanno manifesti, verremo in cognizione, che queste leggi non trovano luogo in sistemi ben regolati, e che debbono assolutamente escludersi, come impossibili a mettersi in esecuzione. Ripigliata l'equazione (9^a.) il numeratore della frazione consta d'un numero dispari di termini, ed all'incontro d'un numero pari il denominatore. Fatta per tanto $x = -a$, l'espressione si tramuta in un'altra $\frac{a}{0} = y$, e l'ordinata al punto F (Fig. 46.) tanto al

di sopra, quanto al di sotto dell'asse AF diventa infinita. Quindi posta $AB = AF$, e piegata la retta EAH ad angolo semiretto; la parte DBN superiore della curva resta abbracciata dagli asintoti ER, RS, e l'inferiore GOP dalle stesse rette asintotiche verso H, e Q prorogate.

Avuto poi riguardo alla formola 8^a., in cui l'esponente $n-1$ è un numero pari, farà di mestieri porre mente alla posizione dei rami parabolici nella figura 37, o 38. per costruire la seconda curva locale, che non sarà diversa dall'ellissoide della figura 39. Sovrapponendo dunque asse ad asse, ed il punto a al punto A, il punto e caderà sopra il punto F; ma il vertice b dell'ellissoide potrà congiungersi col punto B, o montare al di sopra, o stare al di sotto, secondo la varia determinazione della coefficiente m .

Se i due corpi A, B saranno pari di massa, avremo la linea $ab = AB$ e l'ellissoide col suo apice b toccherà nel punto B l'iperboloide DBN, e così avrassi la velocità $x = 0$, o la velocità $y = AB$, e da ciò si deduce che dopo l'urto la palla A resterà immota, e la palla B camminerà colla celerità primitiva a per la direzione del moto, come appunto succede in fatto, tutto che la Natura si serva di leggi diverse.

Se poi la palla A fosse minore della B, e la retta ab minore altresì di AB , avendosi in tale incontro a far uso della ellissoide ottrusa; è cosa chiara, che

non arrivando questa a tagliare in verun punto la curva DBN, i valori delle due velocità x , y appartengono alla classe delle quantità immaginarie, le quali non trovandosi scritte nel libro della Natura, ci fanno vedere, che dalla legge assunta ne segue, che non si farebbe mai comunicazione di moto, quando un corpo con qualche velocità urtasse in un altro di se maggiore.

Finalmente se sarà AB minore di ab , onde la massa A superi la massa B, l'ellissoide acuta, che a questo terzo caso soddisfa, taglierà l'iperboloide nei due punti per esempio K, ed I, da' quali lasciate cadere le due ordinate KL, IM, accaderà, che si abbia un doppio valore di x , il positivo AL, ed il negativo AM, ed in oltre due valori di y LK, MI ambi affermativi. La Natura pertanto sarebbe indifferente, ed ambigua, non essendoci motivo, per cui la palla B dovesse camminare colla velocità positiva KL, piuttosto che colla celerità IM: e quel che è peggio s'accresce l'ambiguità, e l'incertezza nel moto della palla A, non essendoci modo di determinare nè la sua velocità, nè la sua direzione; perchè nel tempo stesso sarebbe obbligata a correre con due celerità AL, AM direttamente contrarie.

VI.

Impiegherò poche parole nell'esaminare gli altri casi più composti, quando cioè ci piacesse d'esporre la forza viva d'un corpo in moto per la massa moltiplicata in una potestà imperfetta della velocità. Già si sono generalmente considerate le curve corrispondenti alle due formule (5^a) e (6^a), le quali supposta la quiete del corpo B = $m A$, si riducono alle più semplici

$$(X^a.) a^n - x^n = m.y^m$$

$$(XI^a.) a^{n-1} - x^{n-1} = m.y^{m-1}$$

Di queste abbiamo presentemente a valerci; perchè il primo membro della equazione (IX^a) consta di termini infiniti, ogni qual volta l'esponente n s'esprime per una frazione. Ora questo numero rotto esser dee per le cose già dette positivo, e maggiore dell'unità; acciocchè l'indice $n-1$ dell'altra equazione (XI^a) non sia una quantità negativa. In tre differenti circostanze si accozzano le curve, secondo che il numeratore, ed il denominatore della frazione si vanno diversificando: il primo può esser pari, ed il secondo impari; può succedere tutto all'opposto, e ponno esser ambi dispari.

La prima, ed ultima posizione richiedono, che si congiunga insieme l'ellissoide della figura 39. colla curva della figura 41, come si vede fatto nella figura 47., da cui si ricava, che se il corpo A è minore di B, il primo retrocede colla velocità am , ed il secondo cammina avanti colla celerità mi : se sono eguali, A si ferma dopo l'urto, e B procede colla velocità primitiva

ab :

ab : se finalmente A è maggiore di B, proseguiscono ambo il loro viaggio giusta la direzione del moto, uno colla velocità al , e l'altro colla velocità lk . Amendue queste ipotesi da qual si sia inconveniente non si manifestano accompagnate.

Alla posizione media, nella quale il numeratore della frazione è dispari, e pari il denominatore, satisfanno due curve accoppiate insieme, ognuna delle quali è dell'indole, e dell'andamento di quelle, che ci vengono rappresentate dalla figura 44. Veggasi la figura 48.; e si noti che se le masse A, B sono eguali, succede ciò, che si verifica negli altri casi fin ora considerati: ma se sono inguali quantunque A sia minore di B, procedono ambo verso la stessa parte, il primo colla celerità am , il secondo colla celerità mi , nè si dà mai il caso, che la palla A sia obbligata a tornar indietro; da che io conchiudo, che questa sorta di leggi porterebbe un ordine di cose talmente modificate, che i corpi dotati di forza di molla fossero d'una natura di mezzo fra i molli, e gli elastici del nostro sistema. Si uniformerebbono con gli elastici, perchè gli uni dagli altri dopo la percossa si staccherebbero; e parteciperebbono della proprietà de' molli; perchè non farebbero a riflessione soggetti.

VII.

Dopo tutte queste osservazioni io dico, che dalle stesse non apparisce la ragione, per cui (escluse tutte quelle leggi, che tirano a manifesta contraddizione) la Natura non potesse mettere in opera una di quelle, che ad alcun assurdo soggette non sembrano, e specialmente quando l'esponente n fosse un numero intero, e pari. Si vede in fatto adoperata la più semplice fra queste, in cui l'indice n al binario s'eguaglia.

Chi per procedere più generalmente volesse far uso delle due formule 5^a, e 6^a, e valersi delle curve da esse nascenti, e poi confrontasse la sua soluzione con la più semplice, di cui mi sono servito; troverebbe per cagion d'esempio, che laddove le mie curve determinatrici del Problema si tagliano in un punto solo, come nella figura 45. le curve da lui adoperate, si taglierebbero in due punti diversi, ai quali corrisponderebbero due differenti ascisse, e due differenti applicate. E ciò potrebbe recare ambiguità, e sospetto d'errore a chi non è ben pratico di queste astruse ricerche. Ma perchè la Geometria non si contraddice, sappia, che i due punti d'intersecazione altro non significano, se non che uno ci dà colle coordinate ad esso spettanti le velocità cercate dopo l'urto de' corpi, e l'altro quelle già note, con cui procedevano i corpi stessi prima della percossa. Fra queste velocità ci è una corrispondenza tale, che se i corpi dopo la prima collisione si riflettessero, e tornassero a riurtarsi, si restituirebbono, compiuta che fosse la seconda azione, le due velocità primitive.