Riccardi, Correz. e Aggiunte, S. II^a, col. 85:
"Bella edizione" —

PRATTICA
D'
ALGEBRA
DI
ANTONIO
BIONDINI.

IN VENETIA.

M. DC. LXXXIX.
Per Gio: Battista Tramontin, à San Rocco.
Con Licenza de' Superiori.

AL SIGNOR IDDIO.

ALl' Altiſsimo ſopra gli Altiſſimi, conſacra vn trattato della più ſublime trà le Scienze Matematiche, il più humile di chi viue: Il donatore, la coſa che ſi dona, è quello à cui ſi dona ſono frà di loro coſe incomparabili è ſenza proportione perche il niente, il poco, & il tutto non poſſono parangonarſi: Il dar quanto può, vno che niente poſſiede, ad vno che tutto è ſuo. Scuſa il

do-

donatore ; fà apprezzabile la coſa donata, & è gradito dà chi vien donato, onde accordandoſi in certo modo queſte coſe tanto diſcordanti, ad'altri ch'à tè ò mio Signore non doueuo conſacrare queſt'Opera, perche tù ſolo magnifichi la coſa che ti ſi dona, ſoleui la viltà del donatore & fai ſpicare l'altiſsima tua gratia la quale permetimi ch'io poſſa in eterno adorare, per tua miſericordia, ſi come qui ſino, ch'io viuo t'adorerò come mio Signore,è mio Dio.

Della tua Altiſſima Maeſtà

Venetia primo Genaro 1688.

Tua Villiſsima Creatura
Antonio Biondini.

L'AVT-

L'AVTTORE

Al ſuo Libro.

GIà, che ò libro ti ſei laſciato conſigliare da gli amici miei d'intraprendere queſto ſcabroſiſſimo viaggio ſenza prima imparare da Tacito, che quelli, che ti perſuadeuano non s'eſponeuano teco nel pericolo. Giudico bene (già, che non poſſo leuarti d'impegno) prouederti almeno di qualche arricordo perche gli arneſi, che tù porti, io te li prouidi nella mia giouentù acciò, che eſſendo di mio ſolo ſeruitio, foſſero ornamenti di biſogno è non di pompa, onde non sò ſe hora potrai con quelli comparire ſotto l'ocobio de crittici ſenza eſſer lacerato la qual coſa non può fuggire niuno de pari tuoi, che viaggia, ſi che conſidero, che molto meglio proſeguirai il camino, che intraprendi, ſchermendoti da eſſi col mezzo di ciò, che voglio arricordarti.

Sappi dunque, che (à coloro, che con poco capital di fatica vogliono far groſſi auanzi di virtù) il tuo nome è odioſo perche ſono vſurari, e ſe da eſſi tù non fuggi lontano ti predicheranno per torbido, & infruttuoſo è tanto appreſſo d'altri ti metteranno in mal concetto, che quelli che non ti conoſcono, non credo, che nemeno ti voranno dar alloggio ò ſe pure lo faceſſero, reſtareſti ſepolto in vn'oſcura carcere: Per conoſcere dunque queſta odioſa gente ſeruiti della Trigonometria, che trouerai che hanno l'ingegno tanto ottuſo, che gli ariua alli gradi 179.

Vi ſono certi fiſonomiſti alla moda, li quali in vece di valerſi del Porta ſeguono l'Aretino: Coſtoro ſopra la ſola fronte fanno il loro giuditio ſenza la conſideratione, che douerebbero fare nel reſto del corpo è però ſgarano facilmente perche non hanno per mira altro, che il ſatirizare, onde per eſimere ſe ſteſſi (come cantò l'Abbati) trottano in ſuol natìo, come i ſomari, perche hanno l'orecchie di Mida: Se vuoi conoſcerli oſſerua ch'eſſi non poſſedono altra richezza di virtù, che i libri lacerati dalla polue de loro Antenati.

Da gli Antonomiſti maligni tù deui celeremente fuggire, perche eſſendo priui dell'odorato ſi perdono anatomizando gl'eſcrementi & artificioſamente tralaſciano le parti più nobili del corpo ſi che la loro giudicatura e ſozza, e ſchifoſa: Dimorano eſsi nelle dogane oue per forza tù capiterai, & inorpelati per la cognitione del ſolo nome de' paſſaggieri paiono à prima viſta figure di buon metallo, mà toccati con la pietra di paragone, ò cimentati col fuoco della verità ſi ſcuoprono per viliſsimi Saturni.

Ti voleuo maſcherare, acciò che non foſti conoſciuto coſi alla prima viſta, da

certi

certi curiosi impertinenti, simili à quello che si troua scritto nella fauola de Don Chixotes della Manchia, & coprendoti la faccia con qualche titolo spetioso voleuo che costoro con tal mezzo ti rispettassero per crederti venuti da gli Antipodi. Mà hò pensato, che gli huomeni sauij ciò hauerebbero, forse, attribuito à vanità onde hò rissolto, che vadi smascherato acciò tù non paressi la Cornachia d'Esopo, affidato, che comparendo in faccia à costoro non cureranno fauelarti perche l'orecchie loro non intendono il tuo linguagio.

Per giungere oue t'incamini, dì che sei Venetiano, che per essere tù il primo di questa natione ch'hà seco le merci che tù porti potresti muouere la curiosità di molti di mostrarsi teco cortesi se bene sei mal all'ordine.

Và dunque, che non è in tuo, nè in mio potere più di fermarti: Ti auguro felice incontro, è cortese ricapito il che spero da molti amici miei quantunque sei poco obligato all'vso, mà sarai compatito perche non hò voluto ch'altro sarto ti vesta, nè le tue conditioni admettono le mode, E se bene non hai teco rac comandationi in questo mondo, ad ogni modo spera in chi tutti protegge perche di tutti egli è Superiore.

AL

AL LETTORE.

L'Aritmetica comune con la quale si maneggiano i numeri ò, siasi, le quantità discrette non s'estende generalmente in maneggiar tutte le quantità. La Speculatiua è quella, che contiene in se stessa questo maneggio: Questa è quella virtù comendata da i primi ingegni del mondo riuerita, stimata, & encomiata come Regina delle Matematiche, & come infallibile indagatrice delle cose più occulte, in materia di quantità; Che però con raggione ALBERTO, GIRARDI FRANCESE la chiamò scienza Diuina, perche ad'essa sono cogniti i più occulti secreti de Problemi non potendone restar alcuno irresoluto, pur che in sè stesso contenga solutione, scoprendosi anzi col suo mezo gl'irresolubili. Questo è l'Eddippo d'Egitto, Il fillo d'Arianna, l'Ochio di Tiberio, e l'instromento di Galileo, in somma questa è la vera dottrina sopra ogn'altra dottrina numerica.

Con molta raggione, RAFAEL BOMBELLI, disse, che questa scienza non è cibo per ingegni ordinarij è mediocri, ricercandosi in essa d'hauer spirito nobile, e soleuato perche non e lecito à Gussi il poter fare l'istesso camino dell'Aquile, & il dottissimo GIOVANNI CARAMVEL. Narra, che molti huomini ingegnosi non hanno hauto ardire d'applicarsi, trà quali GIOVANNI ENRICO ALSTEDIO huomo Eminentissimo nell'Arti liberali la stimò così difficile, che non volse nella sua Enciclopedia farne trattato speciale mà seruendosi dell'opere di GEIISIO ornò la sua fatica, & confessò la sua debolezza; così hauess'egli fatto nella Teologia, che hauerebbe dato segni di maggior ingegno, & di miglior Cristiano.

Il nome più commune d'essa è ALGEBRA ancorche venghi chiamata con altri diuersi nomi come COSSICA, ALMVCABVLA, REGOLA DELLA COSA, ANNALITICA, METHARITMICA, & altri nomi ad'ogni modo sotto questo nome d'ALGEBRA ella è più conosciuta, che sotto ad'ogn'altro nome.

Questa è Scienza antichissima de' più secoli per quanto ci danno lume l'Istorie ancorche per esser molte discordino della sua vera origine, mà però ella non comparue giamai così illustrata come nel secolo

 pre-

presente, merce al VIETA, al CARTESIO, al SCROTENIO, e molti altri i quali passarono quei termini entro i quali gli Antichi l'haueuano circoscritta, & à nostri giorni il virtuosissimo CARLO RINALDINI l'hà resa così ordinata, che merita gli encomij delle penne più stimate del Mondo.

Viene diuisa questa scienza in due parti ouero distinta con due titoli, l'vno la chiama Speciosa, l'altro Numerosa. Della Speciosa, gli Antichi pare, che non n'hauessero cognitione ne sò che alcuno auanti di FRANCESCO VIETA n'habbi trattato, onde à lui si deuono le lodi come ad'inuentore di cosa così solleuata. Spirito de più nobili, e de più ingegnosi, che sijno comparsi al Mondo nelle Mathematiche.

Quantunque però ella sij così nobile qual'io la descriuo ad'ogni modo non può esimersi dall'opinione d'alcuni, che la stimano inutile è superflua, imitando, questi, LICINIO IMPERATORE che sprezzaua le lettere perche egli non sapeua scriuere il suo nome, ò come tanti Galli d'Esopo sprezzano questa stimatissima Giogia.

Alcuni altri temono tanto la sua scabrosità, ò vera, ò concepita, che non s'arrischiano di tentare la strada d'impararla, & ancor che curiosi sijno della sua bellezza, ad'ogni modo temono d'incaminarsi. E pure la Venere di Gnido, ch'era vna pietra, tirò à sè la curiosità d'vna gran parte de gli huomini del Mondo.

Molti altri quantunque disposti, habili, e curiosi non vi si applicano. Forse per la scarsezza de Maestri ò per ignorare di quei libri più à proposito (perche molti ve ne sono, che generano ne principianti la disperatione, & sbandiscono la curiosità) ò perche mancano della lingua latina (con la quale gl'ingeni più felici hanno scritto) ò per altre cause quali si sijno onde non è merauiglia se molti la giudicano vn Arte dificilissima, & oscura, cosa, che totalmente non è vera in quelli, che hanno il spirito nobile è capace.

Certo, ch'ella non è Arte facilissima, e volgare, mà ciò deue accrescergli stima perche consiste la bellezza nella difficoltà, altrimenti se questa, & l'altre scienze fossero cosa facilissima d'apprendere, ogn'huomo rozzo sarebbe scientifico, ne vi sarebbe distintione trà l'huomo dotto è l'indotto, ne meno trà gl'ingegni nobili è gli volgari.

Queste poche cose ch'io publico, me l'haueuo scritte nella mia giouentù per memoria senza alcun oggetto di publicarle, si perche vedeuo pochi applicati à questo studio come anco perche le conosceuo bisognose d'emendatione è di regola. Mà stimolato da molti che le viddero mi sono lasciato persuadere di esponerle, nè posso hora ch'hò l'ingegno più maturo da gl'anni meglio ordinarle perche me lo vieta l'applicatione de negotij, & altre particolari facende.

Tratto d'vn Algebra Mista cioè Speciosa, e numerica discorrendo di Quantità Rationali, acciò s'addeschino i curiosi: mezzo da me, & in me conosciuto per il più à proposito per approffitarsi, e per non confondere l'ingegno principiante; anzi auualorarlo, perche passi più auanti, supponendomi che ciò ch'a me hà seruito di giouamento, e d'agiuto possi far il medemo ne gl'altri.

Se quant'io scriuo non ti conduce à gl'vltimi termini di questo Mare, prima sappi, che questi, dalla nostra humanità, non sono stati per anco scoperti in niuna scienza, e poi quell'oggetto ch'hò di farti animo, perche passi inanzi, mi trattiene la penna, acciò ch'io non ti mostri quelle difficoltà che ti farebbero forse timore. Mà se la curiosità ti moue, appoggiati sopra l'ali di quei felicissimi Colombi, ch'hanno passato queste colonne, e si sono ingolfati in questo grandissimo Oceano, assicurandoti, che prouisto di quant'io scriuo ti sarà men fastidioso il Viaggio.

Ad'imitatione di Platone perche tratto di cosa graue, ingegnosa, & astratta, lontana dalla cognitione e dalla stima de gl'huomini volgari, non parlo con quelli, perche già essi non possono concepirla, & la stimano infruttuosa. Mà scielgo tè, ch'hai l'ingegno nobile, solleuato, e capace; e però osserua il poco, ch'in questi miei studij tù troui, e poi giudica s'ella è tale qual'io te l'hò descritta, ò pure inutile, e superflua, come coloro la credono.

Se Lettor mio caro tù sei vno de Professori di questa Scienza. Humilio à tè le poche cose ch'io mostro, e mi protesto, che quanto in esse vi sarà di buono, sarà tutto vscito dal fonte copioso di que' grand'huomini, ch'hanno illustrato il nostro secolo, è da quali hebbi il picciolo lume ch'hò di quest'Arte (mezzo da molti tenuto; mà da pochi confessato) non hauend'io procurat'altro se non à misura del mio intelletto, spiegar le cose con la maggior chiarezza che m'è parso. Gli errori saran tutti miei, de'quali da tè più, che da gl'altri mi prometto ed'imploro il compatimento, perche sai, che molte cose, scriuendo non si vedono, e molte ancora non si preuedono.

TAVOLA

Delle cose contenute nell'Opera.

TA-

TAVOLA

Delli Quesiti contenuti nell'opera.

Cosa

le quantità , e ſi ſegnano le medeſime , & ſecondo la loro aſceſa ſono ancora nominate il che non è neceſſario ſapere per quanto biſogni alla pratica di queſta Scienza.

E S S E M P I O.

Supoſto che vna quantità sij 4.

Radicale .	4	ſuoi ſegni	*a*	ouero	*b*	&c.
Quadrata .	16		*aa*		*bb*	
Cubica .	64		*aaa*		*bbb*	
Quadro Quadrata.	256		*aaaa*		*bbbb*	

6 Mà date due quantità ſemplici, che foſsero diuerſe l'vna dell'altra , & ſegnate perciò con caratteri diuerſi come l'vna. *a.* l'altra. *b.* (dal che ſarebbe manifeſto che l'vna foſse più dell'altra) ſe queſte l'vna con l'altra ſi moltiplicaſsero produrrebbero la ſeconda quantità che ſi chiamerebbe PLANA in vece di quadrata coſi pure in vece di ſegnarla . *aa.* ouero *bb. &c.* biſognarebbe ſegnarla. *a b.* che ſono li due ſegni delle due date quantità.

Se queſta PLANA ſi moltiplicaſſe con caduna delle due date quantità ſemplici, produrebbe la terza quantità, e ſi chiamerebbe. SOLIDA in vece di cubica, & ſi ſegnarebbe con li caratteri concorſi nel produrla, perche ſe la ſudetta PLANA. *a b.* ſi moltiplicaſse per la ſemplice. *a* ſi ſegnarebbe. *aab*, & ſe per quella ſegnata. *b*, ſi ſegnarebbe. *abb* Coſi pure moltiplicando queſta ſolida per vna delle ſemplici produrà la quarta quantità che ſi chiama PLANA PLANA in vece di Quadroquadrata , e però moltiplicando la ſolida, *aab* per. *a* ſi ſegnerebbe la Plana Plana coſi. *aaab*, e ſe per *b* coſi, *aabb* Parimente moltiplicando la ſolida, *abb* per, *a* ſi ſegnarebbe la plana plana coſi *a a b b*, ſe per *b* coſi, *ab b b*,

ES.

E S S E M P I O.

7 *Supoſto due quantità, l'vna sij 3. è ſi ſegni. a. l'altra sij. 4 è ſi ſegni. b*

a *b* . . . . . ſemplici, ò Lineali
3 4

12
a b . . . . . PLANA

36 48
aab *abb* . . . . SOLIDE

108 144 144 192
aaab *aabb* *aabb* *abbb* . . PLANE PLANE

8 Dall'ordine delle generationi qui ſopra dimoſtrate ſarà facile il conoſcere come ſi generino l'altre maggior quantità le quali coſi aſcendono in infinito , e però ſarebbe impoſſibile il nominarle con nome particolare à caduna, coſi pure è ſuperfluo nominarne qualche parte trattandoſi della pratica ſolamente come diſsi dell'altre. anzi per maggior facilità chiameremo le prime (cioè le ſemplici, Radicali ò lineali) Quantità del primo grado; le quadrate, e Plane, del ſecondo, le cubiche, e ſolide, del terzo, e le Quadroquadrate e Plane Plane, del Quarto grado.

9 Quattro conditioni oſſeruabili ſi trouano in tutte le quantità ſiaſi di qual ſi voglia ſorte ò grado. La prima è ſe la quantità è AFFERMATIVA ò NEGATIVA , intendendoſi per affermatiuo tutto quello , che è più di nulla , e per negatiuo tutto quello , che è men di nulla, che ſe bene queſto è vn termine abſurdo, ad'ogni modo qui ci biſogna concederlo per quello che ci accaderà con il progreſſo: La ſeconda conditione è, che la quantità può eſsere vna ſola, ò formata di più inſieme d'vn medeſimo genere ò ſorte è però ſe molte foſsero , e foſsero ſimili quel loro aggregato ſi chiamerà MOLTITVDINE: La Terza conditione, è, la diſtintione del loro grado il qual naſce dalla ſua generatione come ſi è viſto, potendo eſsere Radicale, Quadrata, Cubica, &c. ouero Lineale, Piana, Solida &c. per tanto queſto lor grado ſi chiamerà GRANDEZZA: E finalmente la quarta conditione, e il loro valore ò miſura potendo queſta eſsere più e meno come dall'eſsempio 7. s'è viſto che la quan-

tità, *a*, valſe 3. & la, *b*, valſe 4, onde queſto ſuo valore tanto nelle ſemplici come in tutte l'altre ſi chiamerà POTENZA.

10 Le quattro conditioni ſopranominate vanno ſegnate con proprij ſegni, acciò che ſi veghino diſtintamente, e però i ſegni della prima conditione ſono due, il primo è vna croce coſi ✛ che vuol dire ſegno AFFERMATIVO. Il ſecondo è vna lineeta coſi — che vuol dire ſegno NEGATIVO: Il ſegno della ſeconda conditione ſi fà con numeri ordinarij è però volendo moſtrar due, tre; quattro, &c. quantità (quando ſijno d'vna medeſima ſorte) ſi farà 2. 3. 4. &c: Il ſegno della terza ſi fa con li caratteri moſtrati per auanti valendoſi come ſi è detto per le cognite di, *a. b. c. &c.* è per l'incognite di *x y. z. &c.* & queſti replicati come ſi è detto alli numeri. 5. 6. 7: Il ſegno della quarta conditione, ſi fà con la varietà delli ſteſsi caratteri dalla quale ſi conoſce il loro vario valore ò miſura, che ſi è chiamato POTENZA.

11 Dalli predetti caratteri ſi poſſono ſcoprire dà qual principio venghino le quantità rappreſentate, perche moſtrandoſi la quantità: *aaa*, ouero la. *xxx*., & altre ſimili, ſi dirà eſsere originate da quantità ſimili. Mà vegendoſi queſte. *abc*, ouero. *xyz*. *&c.* ſi dirà eſsere originate da quantità varie ò non ſimili, onde le prime due ſi poſsono dire quantità omogenee; & l'altre due etereogenee.

12 Sarà bene ancora di dare vn nome alli ſegni delle quattro conditioni, moſtrati al num. 10, e però al ✛ & — ſe gli dirà SEGNO: Alli numeri che moſtrano le moltitudini ſe gli diranno NVMERI; & alli caratteri con cui ſi moſtrano la GRANDEZZA è la POTENZA delle Quantità ſe gli diranno CARATTERI.

13 Per rappreſentare le quantità biſogna oſseruare alcune coſe, che facilitano le operationi, e però per rappreſentare vna quantità affermatiua come ſarebbe ✛ *x* ouero ✛ *y*, & altre quali ſi voglia, ſi deue omettere il ſegno ✛ facendo ſolamente *x* ouero *y*, &c.

Parimente per moſtrare le quantità accompagnate da moltitudini come ✛ 7 *x* ouero ✛ 5 *a*, ò altra qual ſi voglia quantità ſi farà 7 *x* ouero 5 *a*, &c.

Lo ſteſso s'intende delle quantità maggiori quali ſi voglia come ✛ 7 *xxx* ouero ✛ 9 *xyz*, & altre ò cognite ò pur incognite che ſijno, ſi farà 7 *xxx* ouero 9 *xyz*, &c.

Mà

Mà ſe le quantità foſsero negatiue, ſi dourà ſempre anteporli il ſegno — come ſarebbe per rappreſentare le ſudette ſi farà — 7 *x* ouero — 5 *a* Coſi l'altre maggiori ſi farà — 7 *xxx* ouero — 9 *xyz*, & nota che il ſegno affermatiuo ✛ ſi chiama (per breuità) più, & il negatiuo, meno.

14 Quando biſogna moſtrare vnite più ſorti ò più gradi di quantità, e di neceſso, trà l'vna, e l'altra quantità ponerui li ſegni ✛ ouero — ſecondo occore, Omettendo ſolamente nella prima quantità il ſegno ✛ ſe foſse affermatiua (come diſsi) mà laſciarui il ſegno — ſe foſse negatiua.

Per eſsempio voglio moſtrare vnito, 4 quantità ſegnate *xx* mà affermatiue, 6 quantità negatiue ſegnate *x*, 2 quantità affermatiue ſegnate *ab* farò coſi

$$4xx - 6x + 2ab$$

Se per il contrario le ſteſse quantità, le affermatiue foſsero negatiue, e le negatiue affermatiue farò

$$-4xx + 6x - 2ab$$

Dalle ſudette dimoſtrationi ſi può concepire il modo di rappreſentare quante ſi voglia quantità non alterandoſi punto l'ordine per la varietà de numeri ò de caratteri, ò per la priorità de gradi, ò de ſegni.

15 Si vede dunque ch'ogni quantità hà quattro conditioni, & cadauna è moſtrata col ſuo ſegno come ſi è detto al num. 9. A quali ſegni ſi deuono attentamente applicare in tutte l'operationi per non confonderſi nel maneggio, delle medeſime quantità, il quale conſiſte, ò nella congregatione, ò nella ſegregatione di eſſe: La congregatione ſi fà ò ſummandole ò moltiplicandole: La ſegregatione ſi fà ò ſottraendole, ò diuidendole, ò eſtraendone le Radici.

Tutto ciò non è altro che vna pratica delli cinque atti dell'Algoriſmo la quale ſi moſtrerà à ſegno per ſegno per introdurſi poi nelle regole particolari di queſta nobiliſsima Scienza.

TRAT-

TRATTATO SECONDO.

16 SE non ſapeſsimo, ch'i numeri ſono compoſti di vnità, & che queſta, è, la loro vniuerſal miſura; non ſi potrebbe praticar la ſumma come ſi fà. Per eſsempio, per ſummar. 4. con 4. riſpondiamo eſser 8 poiche ſapiamo, che l'vno è l'altro 4 è quattro vnità, che inſieme fanno 8 vnità. Mà remote l'vnità di cadaun numero, direſsimo, che 4 con 4 ſommaſse 4 più 4 ouero due volte quattro: Coſi pure per ſummare 4 con 5 direſſimo la loro ſumma eſsere 4 più 5 (perche non può ſummare ne due, 4, ne due 5)

L'iſteſso dunque diremo de caratteri Algebrici; Per ſummare x con x diremo che fanno x più x ouero due volte x che si moſtrerà coſi $2\,x$ Coſi parimente ſummando x con y farà x piu y, che si moſtrerà coſi $x + y$, e coſi s'intende di tutti gl'altri caratteri reſpetiuamente, onde ſe ne caua gl'infraſcritti Eſsempij.

Per Summare li Caratteri.

x	xx	x	xx	xx
x	xx	y	x	aa
x	xx	z	x	xy
$3x$.	$3xx$.	$x+y+z$.	$xx+2x$.	$xx+aa+xy$

17 La ſottratione iſteſsamente cade ſotto queſta oſseruanza perche volendo da 6 leuar 4, e non ſapendo l'vnità che comprendono l'vn è l'altro numero si direbbe che il residuo foſse 6 meno 4; coſi pure ſe da 3 volte 6 si voleſse leuare 8 si direbbe che il residuo ſoſse 3, volte ſei, meno 8 è coſi &c.

Dunque ſe da x voremo leuar y. il residuo ſarà x meno y, che si moſtrerà coſi. $x-y$ è coſi ſe da 3 volte x, cioè, $3\,x$ si vorà leuar z rimanerà $3\,x$ meno z, che si moſtrerà coſi $3\,x-z$. Ma volendo leuar x dà $3\,x$, reſterebbe $2\,x$ perche l'vno, e l'altro è d'vna ſteſsa natura, e però ſe ne caua gl'infraſcritti Eſsempij.

Per

Per Sottrare li caratteri.

x	$3x$	$3x$	xxx	$x+3a$	$x+y$
y	z	x	xx	a	x
$x-y$	$3x-z$	$2x$	$xxx-xx$	$x+2a$	. y

18 La moltiplicatione de 4 con 4 ſe non ſi ſapeſſe, che queſti foſſero compoſti di vnità biſognerebbe ritrouar modo per rappreſentarla in vece di 16. Quella che ſi fà con li caratteri ſi moſtra con l'vnione delli medeſimi caratteri che vi concorono. Come per moltiplicare x con x ſi moſtrerà il prodotto coſi xx parimente per moltiplicare x con y ſi moſtrerà il loro prodotto coſi $x\,y$ & ſe queſto $x\,y$ ſi voleſſe moltiplicare per z, ſarebbe il prodotto $x\,y\,z$, e coſi tutti gl'altri. Dal che ſi moſtrerà queſti eſſempij.

Per Moltiplicare li caratteri.

x	x	xy	xx	xx	xab
x	y	z	x	xy	xb
xx	xy	xyz	xxx	$xxxy$	$xxbba$

Nota che il poner auanti ò doppo più l'vno, che l'altro carattere non importa niente. Si deue però oſſeruare di poner li ſimili vniti, come nell'vltimo eſſempio ſi vede.

19 Perche la diuiſione è atto contrario alla moltiplicatione ſi fà leuando il carattere diuiſore da quello ch'è diuiſibile e quello, che rimane ſarà il riſultato, come per diuidere xx per x, farà x coſi xy per x farà y & $x\,y\,z$ per z farà $x\,y$ e però ſi farà queſti eſſempij.

Per Diuidere li caratteri.

Diuiſibili	xx	xy	xyz	xxx	$xxxy$
Diuiſori	x	x	z	xx	xy
Riſultati	x	y	xy	x	xx

20 Mà perche non ſempre ſi poſſono leuare i caratteri delli diuiſori dalli diuiſibili, in tal caſo il riſultato formerà vn rotto, come

per

per Essempio volendo diuidere x per y risulterà $\frac{x}{y}$ così xy per z risulterà $\frac{xy}{z}$ &c. Per tanto si mostra gl'essempij infrascritti.

Diuisibili	x	xy	zb	xxx
Diuisori	y	z	xy	abc
Risultati	$\frac{x}{y}$	$\frac{xy}{z}$	$\frac{zb}{xy}$	$\frac{xxx}{abc}$

Se qualche carattere però si potesse leuare bisogna leuarlo come per diuidere xyz per yb risulterebbe $\frac{xz}{b}$ potendosi leuare y tanto dal diuisore quanto dal diuisibile, & parimente $xabb$ volendolo diuidere per bxz farebbe il rotto $\frac{ab}{z}$, & così &c. come da gl'infrascritti Essempij.

Diuisibili	$xyzb$	$abcd$	$xxxab$	$xyza$
Diuisori	ayb	bax	xbz	$bazn$
Risultati	$\frac{xz}{a}$	$\frac{cd}{x}$	$\frac{xxa}{z}$	$\frac{xy}{bn}$

21 Si praticano tutti li sudetti atti tanto frà caratteri, e caratteri, quanto frà caratteri e numeri, considerandosi il numero tanto quanto fusse vn carattere operandosi nel medesimo modo come si è fatto di sopra.

ESSEMPII.

Per summare	*Per sottrare*	*Per moltiplicare*	*Per diuidere*
x con 4	Dà x & 4 leuare 4 & x	x con 4	x & 4 per 4 & x
somma $x+4$ ouero $4+x$	Resta $x-4$ & $4-x$	fà $4x$	risulta $\frac{x}{4}$ & $\frac{4}{x}$
$8x$ con 4	da $8x$ & 4 leuare 4 & $8x$	$3x$ con 4	$12x$ per 4
somma $8x+4$ ouero $4+8x$	Resta $8x-4$ & $4-8x$	fà $12x$	risulta $3x$

22 Si Estragono le Radici dalli caratteri; ma per hora dirò solamente d'estraerle all'hora che, tutti li caratteri d'vna quantità rappresentata sijno simili, perche non è tempo ancora di mostrare l'estratione generalmente. Per tanto data vna quantità; se questa hauerà tanti caratteri che possiamo diuiderli in due parti vguali, vna d'esse parti sarà la radice quadrata della data quantità, se in tre parti, vna di esse sarà la radice cubica; e se in quattro la quadroquadrata, & così &c.

Esempij della quadrata.

Quantità date.			
$x.x$	vna d'esse parti è x	dunque x	è la Radice
$xx.xx$	vna d'esse parti è xx	dunque xx	è la Radice
$xxx.xxx$	vna d'esse parti è xxx	dunque xxx	è la Radice

Della Cubica.

$x.x.x.$	vna d'esse parti è x	dunque x	è la Radice
$xx.xx.xx$	vna d'esse parti è xx	dunque xx	è la Radice

Da questi Essempij si possono comprendere le altre.

E sì come la quantità xxx non può essere diuisa in due parti, e così la $xxxx$ non può essere diuisa in tre; ne nasce perciò, che la prima non può hauere radice quadrata, ne la seconda può hauerla cubica, mà bensì la prima l'hà Cubica, e l'altra quadrata.

Mà perche per il più le quantità sono composte de caratteri, e de numeri, pertanto, se da caratteri si hauesse qualche radice, e poi la medesima radice non si potesse hauere da numeri, si dirà che la quantità proposta non hà quella radice; come date le seguenti quantità.

$6xx$: La radice de xx sarà x (per hauerla quadrata) ma del 6 non ci è radice.

$9xx$: Questa hauerà la radice, perche quella de xx sarà x & de 9 sarà 3 dunque la radice sua quadrata sarà $3x$

Lo stesso diremo della cubica, & dell'altre, perche se volessimo la radice cubica de $9xxx$, non si può hauerla, perche 9 non hà radice cubica, se bene xxx l'hà, mà se la volessimo, da $8xxx$ all'hora s'hauerebbe $2x$ per radice. Per tanto in casi tali di non poterla hauere, ſi dirà, che le quantità hanno radice irrationale, e non rationale come ſi vedrà più auanti.

23 Nelle moltitudini (che ſono propriamente numeri) ſi praticano li cinque atti dell'Algoriſmo ordinariamente; & Aritmeticamente; mà perche il ſummare, & il ſottrare ſono ſottopoſti alla mutatione dell'ordine commune, naturale, à cauſa delli ſegni, + & — ch'accompagnano le dette moltitudini, perciò à cadaun'atto biſogna dar regole particolari, per maneggiar detti ſegni, ſenza le quali non ſi potrebber maneggiare le ſteſſe moltitudini.

Del ſummar li ſegni + & —

24 Propoſte quante ſi vogliano moltitudini, è certo, che queſte ſaranno ò più ò meno, cioè + ò — onde di tutte quelle; che ſaranno + ſe ne faccia vna ſola, e coſi pure di tutte quell' altre ſegnate — onde d'vn numero grande di moltitudini, ſe ne faranno due ſolamente ſegnate l'vna + & l'altra —

Per ſumare (+ 4 con + 5 con — 7 con — 6 con + 3. & — 8) vniſcanſi le ſegnate + cioè 4, 5, 3 che fanno + 12; coſi pure vniſcanſi le ſegnate — cioè 7, 6, 8, che fanno — 21; ecco dunque ridotto il ſummare à due ſole moltitudini cioè l'vna + 12 l'altra — 21, le quali ſummate inſieme fanno — 9 E da qui ſi moſtrano l'infraſcritte regole.

Prima. Sumando ſegni ſimili, Vniſcanſi le moltitudini & ſegnaſi la ſumma con i ſegni communi.

	+ 4	— 6
	+ 5	— 7
	+ 3	— 8
ſumma	+ 12	— 21

Seconda. Summando ſegni non ſimili, prendaſi la differenza delle date moltitudini, e ſegniſi queſta col ſegno della maggiore.

	+ 20	— 20	— 8	+ 8
	— 8	+ 8	+ 24	— 24
ſumma	+ 12	— 12	+ 16	— 16

Del Sottrare li ſegni + & —

25 Accade il ſottrare in due modi, l'vno quando ſi leua la moltitudine minore dalla maggiore; è queſto ſi chiama ordine dritto, l'altro quando la moltitudine maggiore ſi leua dalla minore, e queſto ſi chiama ordine contrario, e però deuonſi oſſeruare l'infraſcritte regole.

Prima. Se l'ordine è dritto.

Sottrando ſegni ſimili. Prendaſi la differenza è quella ſegniſi con i ſegni communi.

Da	+ 12	— 12	+ 8	— 8
leuar	+ 4	— 4	+ 0	— 0
Reſta	+ 8	— 8	+ 8	— 0

Sottrando ſegni diſſimili. Prendaſi la ſumma è quella ſegniſi col ſegno della moltitudine ſuperiore.

Da	+ 12	— 16	+ 4	+ 8	— 8
leuar	— 4	+ 8	— 4	— 0	+ 0
Reſta	+ 16	— 24	+ 8	+ 8	— 8

Seconda. Se l'ordine è contrario.

Sottrando ſegni ſimili prendaſi la differenza, e cambianſi i ſegni communi.

Da	+ 8	— 4	— 0	+ 0
leuar	+ 12	— 12	— 8	+ 8
Reſta	— 4	+ 8	+ 8	— 8

Sottrando ſegni diſſimili. Prendaſi la ſumma delle moltitudini, & ſegniſi col ſegno della Superiore.

Da	+ 4	— 6	— 0	+ 0
leuar	— 12	+ 18	+ 8	— 8
Reſta	+ 16	— 24	— 8	+ 8

26 *Del Moltiplicare li ſegni* ✠ , *&* —

Queſt'atto è faciliſſimo con l'oſſeruatione di queſte Regole.

Prima. Moltiplicando li ſegni ſimili producono più.
Seconda. Moltiplicando li diſſimili producono meno.

Eſempij della prima.		*Eſempij della ſeconda.*	
✠ 6	— 12	✠ 6	— 12
con ✠ 4	— 6	con — 4	✠ 6
fa ✠ 24	fà ✠ 72	fà — 24	fà — 72

27 *Del Diuidere li ſegni* ✠, *&* —

Queſt'atto parimente, e faciliſſimo, mediante le infraſcritte Regole.

Prima. Diuidendo ſegni ſimili producono più.
Seconda. Diuidendone diſſimili producono meno.

Eſempij della prima.		*Eſempij della ſeconda.*	
diuider ✠ 16	— 12	✠ 16	— 24
per ✠ 4	— 6	per — 4	✠ 3
produce ✠ 4	✠ 2	produce — 4	— 8

La Radice quadrata non ſi può eſtraere da vna moltitudine ſegnata col ſegno — mà ſolamente da quelle moltitudini, che hanno il ſegno ✠ perche chi voleſſe la radice de — 64, queſta non può eſſere nè ✠ 8 nè — 8; poiche nella moltiplicatione ſi è veduto, che tanto ✠ 8 via ✠ 8 fa ✠ 64 quanto — 8 via — 8 che fà iſteſſamẽte ✠ 64 onde queſt'eſtratione ſarebbe impoſſibile, dunque è neceſſario, che la moltitudine, dalla quale ſi cerca la radice, ſij ſegnata col ſegno ✠, & nõ col ſegno —

29 Mà la radice cubica ſi può eſtraere tanto da quelle moltitudini ſegnate col ſegno ✠, quanto da quelle ſegnate col ſegno — onde volendo la radice de ✠ 64 diremo, che ſij ✠ 4, & volendola de — 64 ſarà — 4 come per le moltiplicationi ſi è moſtrato, che il cubo de ✠ 4 farà ✠ 64, & il cubo de — 4 farà — 64

30 Per le dette ragioni la quadroquadrata hauerà l'iſteſſa conditione della quadrata, & la Relata, ò quadrocubica, l'iſteſſa conditione della cubica, ſi che tutte le radici camineranno con tal'ordine.

31 Nota che li ſegni delle Radici quadrate, e di tutte l'altre quadrate. eſtratte da vna moltitudine ſegnata ✠ poſſono eſſere tanto ✠ quanto — Mà li ſegni delle cubiche, quadrocubiche, &c. Sempre ſaranno li medeſimi con li quali ſarà ſegnata la moltitudine, dalla quale ſi vorrà eſtraerne la Radice.

Prattica del Summare le quantità con tutti li segni.

Summare
$6xx$ } fanno $10xx$ come si è mostrato al n. 16.
$4xx$
— $3x$ } fanno $3x$ come al n. 24. Regola seconda.
$6x$
— $4b$ } fanno $2b$ come al n. sudetto, & regola sudetta.
$6b$
— 7

$10xx + 3x + 2b - 7$ Summano in tutto.

33 *Prattica del Sottrare. Esempio primo.*

Dà $6xxx$
leuare $3xxx$
Resta $3xxx$ come al n. 17.
Dà $-4xx$
leuare $+8xx$
Resta $-12xx$ come al n. 25. Regola quarta.
Dà $+6b$
leuare $-4b$
Resta $+10b$ come al n. 25. Regola terza.
Dà nulla
leuar $+8$ ouero -8
Resta -8 ouero $+8$ al n. 25. Regola quarta.

Prattica con l'vnione di tutte le date quantità.

Dà	$6xxx$	$-4xx$	$+6b$	$.0$	$.0$
leuare	$3xxx$	$+8xx$	$-4b$	$+8$	-8
Resta	$3xxx$	$-12xx$	$+10b$	-8	$+8$

Si proua col summare il resto, con il leuato, che si trouerà il vero.

Esem-

Essempio Secondo.

Dà $6xx$
leuare $4y$
Resta $6xx - 4y$ come al n. 17. alla terza, e 4.ta dimostracione.
Dà $-4x$
leuare $+8y$
Resta $-4x - 8y$ come al sudetto n., e dimostracioni.
Dà $+6a$
leuare $-4b$
Resta $6a + 4b$ come vt supra.

Prattica con tutte le date quantità.

Dà $6xx - 4x + 6a$
leuare $4y + 8y - 4b$
Resta $6xx - 4y - 4x - 8y + 6a + 4b$

Coll'aggiungere il restato, & il leuato se ne farà proua.

Dal detto Esempio si vede, che non essendo simili le quantità leuate, alle quantità dalle quali sono leuate, bisogna seruirsi delli segni +, & — osseruando le regole già date nelle sottrationi de segni.

34 *Prattica del moltiplicare.*

Moltiplicare	$4x$		$-6ab$		$-5x+2a$
con	$-3a$	Item	$-5ax$	Item	$6x$
Produce	$-12ax$		$+30aabx$		$-30xx+12ax$

Da quello, che si è detto per auanti (cioè, che moltiplicando, si vniscono li caratteri; si moltiplicano aritmeticamente le moltitudini; & se li segni sono simili, producono più, & se dissimili producono meno) si potrà comprendere anco il seguente esempio.

Mol-

Moltiplicare $3xx - 4x + 5a - 8$
con $6a + 5x$

$+ 15xxx - 20xx + 25ax - 40x$
$+ 18axx + 30aa - 48a \qquad - 24ax$

Prodotto $18axx + 30aa - 48a + 15xxx - 20xx + ax - 40x$

35 Da queſt'eſempio ſi vede, che le quantità della ſeconda moltiplicatione, ò della ſeconda righa, che vogliamo dire, le quali non hanno li ſteſſi caratteri d'alcune di quelle della prima righa, ſi pongono in ſito ſeparato. (perche ſummandole, non si poſsono vnire ſe nō le conſimili, come nell'eſempio si vede,) (che le due quantità, cioè, $+ 25ax$, & $- 24ax$ ſono consimili, & non altre) che però quelle ſono ſeparatamente poſte, come si vede.

Accade queſto tutte le volte, che nelle moltiplicationi vi ſono più caratteri, e però più ſorte de caratteri, che vi concorreranno più difficili rieſcono le moltiplicationi, & più facili rieſcono, quando vna ſola ſorte di carattere concorre.

36 *Eſempij delle moltiplicationi più facili, e più difficili.*

Sono le facili, Moltiplicare $2xx - 4x + 4$
con $3x - 8$

$- 16xx + 32x - 32$
$6xxx - 12xx + 12x$

ſumma, e prodotto $6xxx - 28xx + 44x - 32$

ſono più difficili. Moltiplicare $6xx - 4a + 3y - b$
con $- 3c - 2d + 3$

Prima Righa $18xx - 12a + 9y - 3b$
Seconda Righa $- 12xxd + 8ad - 6yd + 3bd$
Terza Righa $- 18xxc - 12ac - 9yc + 3cb$

Eccoui dunque come tutte le quantità riſultate dalla moltiplicatione ſono trà loro diſſimili, nè si poſsono vnire, onde la ſumma farà compoſta d'altrettante quantità, quante ſono le riſſultate cioè $18xx - 12a + 9y - 3b - 12xxd + 8ad - 6yd + 3bd - 18xxc - 12ac - 9yc + 3cb$

Oſſeruationi.

Prima. Quando occorre di moſtrare vna quantità prodotta, ſi deue oſſeruare di ponere prima i caratteri cogniti, e poi gl'incogniti, come per eſsempio nella ſeconda righa della moltiplicatione le quantità $- 12xxd$, & la $- yd$ biſognaua moſtrarle coſi $- 12dxx$, & $- dy$ coſi quelle della terza righa $- 18xxc$, & $- 9yc$ fare $- 18cxx$ & $- 9cy$ e queſto deue farſi per quello, che à ſuo luoco ſi dirà.

Seconda. Se accadono due quantità, come per eſsempio, ax & xa ſapiaſi, che ſono ſimili, e ſi deuono moſtrare coſi tutte due cioè ax: Similmente $xcxb$ & $cbxx$, ouero $bcxx$, ò altre in altro modo meſcolate faciasi tutte $bcxx$, perche in cadauna vi ſono gli ſteſſi caratteri, e l'iſteſſo numero di quelli.

37 *Prattica del diuidere le quantità con tutti li ſegni.*

Sarà molto facile la diuiſione, oſſeruando il detto per auanti, perche li caratteri si ſeparano, cioè quelli del diuiſore, da quelli del diuisibile come al n. 19., Le moltitudini si diuidono Aritmeticamente, come al n. 23., & li ſegni, come diſsi al n. 26. ſe ſono simili producono più, ſe diſsimili meno: Quanto poi alle quantità incomēſurabili, biſogna pratticare il rotto, come al n. 21

E S S E M P I I.

Partire per $3x$. In $6\underset{*}{xy} + 9\underset{*}{x}$ Produce $2y + 3$

Partire per $- 2b$ In $8a\underset{*}{b} - 4\underset{*}{b}ac$ Produce $- 4a + 2ac$

Sue proue con la moltiplicatione.

Del primo $2y + 3$
$3x$

Produce $6xy + 9x$

Del Secondo $- 4a + 2 + 2ac$
$- 2b$

Produce $8ab - 4bac$

Si vede, che nel diuisibile li caratteri, che ſono ſotto ſegnati * vanno leuati perche quelli vi ſono nel diuiſore, & quelli, che reſtano accuſano la quantità prodotta.

Del Diuidere le incommenſurabili.

38 Quando non ſi poſsa pratticare ne caratteri, come si è detto biſogna formarne il rotto.

Eſsempio.

Partire per $3ab$ In $6xy + 9x$ Produce $\frac{6xy + 9x}{3ab}$

Ouero Schizando, il detto prodotto per 3 farà $\frac{2xy + 3x}{ab}$

39 *Eſsempio del diuidere à Danda le commenſurabili.*

Partire per $-3a + 2b$
In $-18ax + 12bx - 24ab + 16bb + 15ac - 10cb$

Dimoſtratione.

		Prodotto
	$-3a + 2b$	
	$-18ax + 12bx - 24ab + 16bb + 15ac - 10cb$	$6x + 8b - 5c$
	$-18ax + 12bx$	
reſta	$.0. + 0 \mid -24ab + 16bb + 15ac - 10cb$	
	$-24ab + 16bb$	
reſta	$0 + 0 \mid + 15ac - 10cb$	
	$+ 15ac - 10cb$	
auanzo del Patidore	$0 + 0$	

Habbiamo veduto, che partendo per $-3a + 2b$ In $-18ax + 12b$ il prodotto fù $6x$, i quali moltiplicati per $-3a + b$ producono $-18ax + 12bx$, che leuati dalle due quantità ſuperiori del partitore reſtano nulla, e coſi è fatta la prima diuiſione: Hor alla ſeconda ſi calano le quantità $-24ab$ &c, e ſi torna à diuidere per $-3a + 2b$, che produrrà $+8b$ li quali moltiplicati nel diuiſore, & il prodotto leuato vt ſupra, reſta nulla, & ecco fatta la ſeconda diuiſione: E coſi la terza ſi fà calando $+16ac - 10cb$. è queſti diuiſi per $-3a + 2b$ producono $-5c$, che poi moltiplicati col diuiſore fanno $+15ac - 10cb$, che leuati vt ſupra reſtano nulla, E quando vi foſſe auuanzo, ſarebbe ſegno, che la diuiſione ſarebbe incomenſurabile.

40 *Prattica dell' Eſtratione delle radici quadrate delle quantità con tutti li ſegni.*

Mi pare quaſi ſuperflua queſta prattica, mentre già ſi è moſtrato il modo di pratticare li quattro atti; tuttauia per maggior chiarezza eccone la dimoſtratione.

E S S E M P I O.

Cauar la radice quadrata de. $9aa + 12ab + 4bb$

Dimoſtratione.

		Radice
	$9aa + 12ab + 4bb$	$3a + 2b$
Puntamento	$*$ $\quad$ $*$	
quadrato di $3a$	$9aa$	Primo prodotto $3a$
Reſta	$+ 12ab + 4bb$	duplo $6a$
moltipl. di $6a + 2b$, con $2b$	$+ 12ab + 4bb$	Secondo prodotto $2b$
Reſto ouero auuanzo	0	duplo e prodotto $6a + 2b$

41 Delli tre membri della quantità propoſta per cauarne dunque la radice ſe ne pontino due, come ſi farebbe, ſe foſſero tre numeri cioè il primo, à mano dritta, & il terzo à ſiniſtra ſi caui la radice di $9aa$, la quale per il n. 22. ſi trouerà eſſere $3a$ (perche la radice de aa ſarà a, e quella di 9. ſarà 3) dunque il primo membro della radice ſarà $3a$; che ſarà anco il primo prodotto. E moltiplicando queſto in ſe ſteſſo farà per ſuo quadrato, $9aa$. il quale ſi pone ſotto il punto. $9aa$. e ſottraendo reſtarà nulla, mà calandoui li due membri ſino al ſecondo punto, reſtarà $+12ab + 4bb$

Radopiſi il prodotto $3a$ farà $6a$, che ſerue per partitore, e però $6a$ nelli $12ab$ produranno $2b$; che è il ſecondo membro della radice, qual s'aggionga al duplo $6a$ faranno $6a + 2b$ che moltiplicati per il ſecondo membro della radice fanno $12ab + 4bb$; & leuati queſti dal medemo reſto, reſta ouero auanza nulla: Dunque la radice riceuuta ſara $3a + 2b$.

Et perche ſi è moſtrato al num. 26, che tanto produce — via — quanto + via +, & al n. 28, che la radice d'vna moltitudine ſegnata + può eſſere tanto + quanto —, perciò ſi potrà dire, che la ſudetta radice ſij. $3a + 2b$. & poſſi anco eſſere. $-3a - 2b$.

42 Dalla prattica qui sopra mostrata per cauar le quadrate, si può comprendere il modo di cauar le cubiche, & l'altre maggiori (col supposto però che si sapia cauarle da numeri perche, altrimẽte bisognerebbe prima imparare à cauarle da quelli) si che dalla osseruatione delle cose passate, si potrà facilmente cauarle senz'altra dimostratione.

Vi sono però anco delle facilità in cauar queste Radici, e tanto nelle quadrate, come nelle cubiche (all'hora però che sono Rationali) come per essempio, per cauar la radice da queste quantità.

$$\underset{*}{9aa} + 48ab + \underset{*}{64bb}$$

Cauo la Radice dalli due membri puntati cioè dà $9aa$, & dà $64bb$, e trouo essere $3a$ & $8b$ le quali due radici moltiplico, e fanno $24ab$ il qual duplo & fà $48ab$. E perche questo è simile al membro non puntato nell'essempio, concludo essere la Radice (del dato Essempio) $3a+8b$ altrimenti non hauerebbe Radice se non irrationale.

Si può cauarla anco trouato che s'habbia $3a+8b$ col diuidere per questi l'Essempio, che se il prodotto sarà istessamente $3a+b$ si dirà quella essere la radice, che si cerca, altrimente sarebbe irrationale.

Per cauare la cubica. Diasi per Essempio.

$$\underset{*}{27aaa} + 216aab + 576abb + \underset{*}{512bbb}$$

Punto

Cauo la Radice, dal primo, e dall'vltimo membro, e la trouo $3a$ & $8b$ Diuido per $3a+8b$ l'essempio, e ne viene $9aa+484b+64bb$ che di nuouo diuiso questo per $3a+8b$ ne viene istessamẽte $3a+8b$ ch'è la radice del detto Essempio, altrimente sarebbe irrationale. Con la stessa forma si posson cauare l'altre che ascendono dalle Cubiche.

Altre facilità vi sarebbero; mà non è bene trattare diffusamente di cosa, che poche volte s'incontra.

43 Tutto ciò serue per cauare le radici Rationali da quelle quantità, che hanno Radice, che si conoscono dall'auanzar nulla, perche se qualche cosa auanzasse sarebbe segno d'irrationalità è bisognarebbe solamente mostrare la radice con vn segno

anteriore, cioè per le quadrate questo segno. $V\overline{\quad}$, & per le cubiche quest'altro $\underset{C}{V}\overline{\quad}$ e però douendosi cauar la radice de $8x$, ch'è impossibile, si direbbe essere $V\overline{8x}$ cosi pure douendola cauare cubica da $24xx$ si direbbe essere $\underset{C}{V}\overline{24xx}$ è cosi di tutte l'altre quantità, dalle quali non si possono cauare le radici, che si ricercano.

44 *Conclusione di questo secondo Trattato.*

Bisognarebbe, ch'io qui continuassi à mostrare il modo con il quale si maneggiano le quantità rotte, facendo queste dimostrationi nel modo stesso delle quantità intiere, mà parmi bene di ciò sospendere per hora, per farlo poi à luoco più à proposito come si vederà col progresso.

TRATTATO TERZO.

45 *Delle Vguaglianze.*

Prima di trattare dell'Vguaglianze dirò, che le linee parallele ═══ che si mostrano nell'vguaglianze significano, l'vna cosa esser vguale all'altra, come volendo mostrare che $8x$ sij vguale à 24 ouero ad'altra quantità, si mostra così $8x$ ═══ 24

Quando bisognasse rappresentare vna quantità di molti gradi per non replicare il segno vi si farà per facilità vn numero vicino al carattere mà più alto: Come douendo mostrare la quantità xx si può fare x^2, e per la quantità xxx fare x^3 così pure la $xxxx$ fare x^4 &c. e così sempre in tutti li caratteri simili.

46 L'Vguaglianza è vn paragone di cose incognite con cose cognite, ò sia di quantità ignote con quantità note è col mezo della cognitione di queste, si giunge (mediante certe regole) alla notitia dell'altre: l'oggetto è il conoscere la quantità radicale dalla quale si viene in notitia della POTENZA d'ogn'altra quantità.

Nascono l'Vguaglianze, più ò meno difficili da sciogliersi dalla construtione de Problemi ne quali cercandosi vna cosa cognita s'ottiene l'intento col mezzo de supposti i quali maneggiati secondo la medesima costrutione si giunge all'vguaglianza.

L'Vguaglianze sono più facili quando sono da minor termini formate, è più difficili quando maggiori termini le compongono.

47 Li Termini dell'Vgualiante sono parte incogniti, e parte cogniti; Gl'incogniti, si separano dàgli alti, e però i primi si chiamano col nome d'Antecedente, ò Subietto, gl'altri col nome di Predicato, Paragone ò Consequente.

ESEM-

ESSEMPIO.

Antecedente ò subietto ═══ consequente, Predicato, &c.

$xxx\ xxx + x$ ═══ abc

Terzo Termine

Secondo Termine

Primo, ò maggior Termine

Quarto, & vltimo Termine

48 Tutte l'Vguaglianze, ò che sono semplici, ò sono composte Vguaglianza semplice è quella, che hà vna sola quantità vguale ad vn'altra cioè, che la quantità incognita s'vguagli alla cognita.

ESSEMPIO.

xx ═══ 16

ouero $7x$ ═══ 28

ouero xxx ═══ 64, & simili

La Composta è quella, che hà più quantità vguali ad'altre, cioè, che le incognite s'vguaglino ad'vna ò più cognite, le quali cognite s'vniscono in vna.

ESSEMPIO.

$xx + 4x$ ═══ 32

ouero $xxx + 4xx + 2x$ ═══ 136

ouero $x^4 + 6x^2$ ═══ 252, & simili

49 L'Vguaglianze composte sono di due nature, cioè Complete, & Incomplete.

Le Complete sono quelle, che hanno tutti i suoi termini, che gradatamente discendono dal primo all'vltimo.

ESEM-

ESSEMPIO.

$x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x = 568$

Primo Secondo Terzo Quarto vltimo termine

Incomplete sono quelle, alle quali mancano qualche Termine.

ESSEMPIO.

x^4 O $+ 3x^2 + 2x = 312$

ouero $x^4 + 4x^3$ O $+ 2x = 520$

ouero $x^4 + 4x^3 + 3x^2$ O $= 560$

50 L'Vguaglianze Semplici non hanno bisogno d'altro artificio per scioglierle, solo, che (quando passano il primo grado) estraerne la loro Radice.

51 Le Composte hanno bisogno d'altre Regole, più è meno difficili secondo che di più ò meno termini sono composte.

52 Quando nell'Vguaglianze composte il più alto termine sarà di quantità quadrata, si dirà l'vguaglianza esser quadrata, e quando quello sarà di quantità cubica, si dirà l'vguaglianza esser cubica, e tanto si douerà intendere per le Complete, quanto per l'Incomplete è così tutte l'altre più alte si nominaranno col nome del più alto termine.

53 Si confondono le quantità alcune volte secondo porta la costrutione delli Problemi, onde è necessario di separare le cognite dall'incognite, per ridurre l'vguaglianze in stato solubile è quest'opera si chiama separatione delle quantità.

54 Ma prima di far detta separatione è da osseruare, che leuando vna quantità da vn lato, per portarla dall'altro bisogna cambiare i segni à detta quantità leuata, cioè se fosse $+$ farla $-$ è se $-$ farla $+$

ESSEMPIO.

$x^3 + 4x^2 + 2ab = 4bc + 6x$

Diuiene separata

$x^3 + 4x^2 - 6x = 4bc - 2ab$

Vediamo, che la quantità $+2ab$, ch'è cognita bisogna portarla al lato dritto, e però diuiene $-2ab$, così la quantità $+6x$, che và portata al lato sinistro diuiene $-6x$

Per separare quest'altra cioè $x^3 + 4x^2 + 6x = 4bc - 8x$

55 Qui si vede esserui la quantità x da tutte doi le parti, cioè dall'vna $+6x$ è dall'altra $-8x$, dunque questa, se si porterà dall'altro lato sarà $+8x$, e però da detto lato vi sarà $+6x$, & $+8x$ che vniti fāno $+14x$ pertanto l'vguagliāza separata restarà

$x^3 + 4x^2 + 14x = 4bc$

Medesimamente data quest'altra.

56 $x^3 + 4x^2 + 6x = 4bc + 10xx$

se portaremo $+10xx$ appresso $+4xx$ li $+10xx$ dueniranno $-10xx$ onde vniti con $+4xx$ faranno $-6xx$ dunque separata la detta Vguaglianza riuscirà $x^3 - 6x^2 + 6x = 4bc$

In tutte l'altre Vguaglianze teniremo lo stesso ordine, coll'os-
57 seruatione de segni $+$ & che si cambiano, cambiando luoco per le ragioni, che sotto si vederanno.

Data l'vguaglianza $x^3 + 6ab + 6x = 4bc - 3x$

Per leuar li $+6ab$ pongo sotto di essi altri $+6ab$, e così dall'altro lato faccio il medesimo, e sottrando da vna parte e dall'altra, mi resta l'vguaglianza $x^3 + 6x = 4bc - 3x - 6ab$

Adesso per leuar li $-3x$ pongo sotto di essi altri $-3x$, e così faccio dall'altro lato, e sottrando poi dall'vna, e dall'altra parte mi resta l'vguaglianza $x^3 + 9x = 4bc - ab$

Dalle seguenti dimostrationi si comprēderà quanto si è detto.

Dimostratione Prima.

$x^3 + 6ab + 6x = 4bc - 3x$

leuo $+6ab$ $\qquad +6ab$

Resta $x^3 + 6x = 4bc - 3x - 6ab$

leuo $-3x \qquad -3x$

Resta $x^3 + 9x = 4bc - 6ab$

Dimostratione Seconda.

$x^3 + 6ab + 6x = 4bc - 3x$

Per quello si è detto al n. 54. (cioè, che portando le quantità da vn lato all'altro, bisogna cābiar i segni) si portarà dal lato dritto li $+ 6ab$ facendo $- 6ab$, & dal lato sinistro li $- 3x$, facēdo $+ 3x$ e ponēdo dette quantità leuate, tanto da vna parte, quanto dall'altra, e poi sūmando s'hauerà la medema Vguaglianza separata,

ESSEMPIO.

$x^3 + 6ab + 6x = 4bc - 3x$

aggiongo $- 6ab + 3x \qquad + 3x - 6ab$

summa $x^3 + 9x = 4bc - 6ab$

ouero

$x^3 + 6ab + 6x = 4bc - 3x$

aggiongo $- 6ab \qquad - 6ab$

aggiongo $+ 3x \qquad + 3x$

summa $x^3 + 9x = 4bc - 6ab$

In cadauna di dette maniere restarà separata l'Vguaglianza.

58 Per risoluere l'Vguaglianze, bisogna ridur all'vnità la moltitudine della maggior quantità, il che si fà col diuidere tutte le moltitudini dell'vguaglianza per la moltitudine della maggior quantità.

ESSEMPIO.

Data l'Vguaglianza $6x^3 + 24x^2 + 12x = 18abc$

diuido per 6, e faccio $x^3 + 4x^2 + 2x = 3abc$

59 Si ricerca ancora (per la risolutione dell'vguaglianze), che la quantità maggiore sij affermatiua, e non negatiua, e però se fosse negatiua, si riduce in affermatiua col cambiar tutti i segni compresi nell'Vguaglianza.

ESSEMPIO.

Data l'vguaglianza $- 6x^3 - 24x^2 - 12x = - 18abc$

cambiando tutti i segni sarà $6x^3 + 24x^2 + 12x = 18abc$

che ridotta all'vnità la maggiore si farà come sopra $x + 4x^2 + 2x = 3abc$

Il medemo si farà se li segni fossero mescolati come per

ESSEMPIO.

Data l'vguaglianza $- 6x^3 + 24x^2 - 12x = 18abc$

si farà $6x^3 - 24x^2 + 12x = - 18abc$

è diuisa per 6 riuscirà $x^3 - 4x^2 + 2x = - 3abc$

60 Accadono delle Vguaglianze, nelle quali vi sono mescolati li caratteri cogniti con gl'incogniti, e però per la risolutione di esse ricercasi di ridurre à numeri tutto quello, che è possibile, è cognito.

Data l'vguaglianza $ax^3 + 5bx^2 + 2cx = 2\frac{1}{2}\, abc$

supponiamo che a sij 2
b sij 4
c sij 6

Dunque ax^3 sarà $2x^3$, & $5bx^2$ sarà $20x^2$, così $2cx$ sarà $12x$ Parimente abc sarà la moltiplicatione delli 3 numeri $2, 4, 6$, che fanno 48 dunque $2\frac{1}{2}\, abc$ fanno 120 è però la sudetta vguaglianza

si ridurrà à questa $2x^3 + 20x^2 + 12x = 120$

che diuisa per 2 farà $x + 10x + 6x = 60$

61 Nascono nelle opperationi alcune volte delli rotti nelle moltitudini delle quantità, i quali fanno più difficili le risolutioni dell'vguaglianze ò le impediscono, e però per leuarli, si moltiplicano tutte le moltitudini per qualche numero, col quale si possa generalmente leuarle.

Essempio primo.

Data l'Vguaglianza $1\frac{2}{3}x^3 + 5x^2 + 10x = 120\frac{1}{3}$

Se moltiplico tutto per 3 facciò $5x^3 + 15x^2 + 30x = 362$

Esempio secondo.

Dato l'vguaglianza $1\frac{1}{2}x^3 + 3\frac{1}{3}x^2 + 6\frac{3}{4}x = 36\frac{2}{5}$

Qui per esserui più forte de rötti moltiplico li denominatori di essi insieme cioè 2, 3, 4, 5, e faccio 120, col quale moltiplicata la sudetta Vguaglianza ne diuenirà quest'altra

$180x^3 + 400x^2 + 810x = 4368$

62 E perche da queste opperationi ne nasce, che volendo ridurre all'vnità la quantità maggiore, restano nelle moltitudini dell'altre quantità vno ò più rotti, per tanto con vn'altro artificio bisogna ridurre l'vguaglianza alla possibilità d'essere risoluta, il qual artificio si chiama Isomeria

Come data l'Vguaglianza $7x^3 + 24x^2 + 13x = 260$

diuisa per 7 riesce $x^3 + 3\frac{3}{7}x^2 + 1\frac{6}{7}x = 37\frac{1}{7}$

Qui bisogna valersi d'vna progressione Geometrica, il primo termine della quale sij l'vnità, e con questo si moltiplica il primo termine dell'vguaglianza: Il secondo sij vn tal qual numero, col quale moltiplicata la moltitudine del secondo termine la produchi intiera: Il secondo sij il suo quadrato è con questo si moltiplica la moltitudine del terzo termine: Il quarto sij il suo cubo, e con questo si moltiplica il quarto termine (il quale nel detto caso è l'vltimo) & se più termini nell'vguaglianze vi fossero, anco de più termini di progressione bisognarebbe valersi.

Dun-

Dunque 1 . 7 . 49 . 343 saranno i termini della Progressione, co quali si doueranno moltiplicare le moltitudini delli termini dell'vguaglianza.

operatione

$x^3 + 3\frac{3}{7}x^2 + 1\frac{6}{7}x = 37\frac{1}{7}$

Moltiplico per 1 7 49 343

si farà $x^3 + 24x^2 + 91x = 12740$

63 E perche possono accadere delle vguaglianze con più sorte de rotti, come data l'vguaglianza.

$x^3 + 2\frac{2}{9}x^2 + 4\frac{1}{2}x = 242\frac{2}{3}$

Per tanto in tal caso bisogna moltiplicare li denominatori de medesimi rotti fra essi, il prodotto de quali sarà il secondo termine della progressione: Il suo quadrato sarà il terzo: Il suo cubo il quarto, & cosi &c. Dunque 1. 54. 2916. 157464 sono i quattro termini, che in questà vguaglianza occorrono, per leuarli i rotti onde operando diuenirà.

$x^3 + 120x^2 + 13122x = 38211264$

Si può ancora tentare qualche facilità, come diuidendo la moltiplicatione, 54, (de' rotti) per cadauno de denominatori de medesimi rotti, che s'hauerà trè numeri cioè 6:18:27, che vno ò più, tal volta può seruire per il numero, col quale si moltiplica la moltitudine del secondo termine dell'vguaglianza, e qui se faremo la proua trouaremo che il 18 può seruirsi, dunque 1. 18. 144. 2592 possono essere li quattro termini della progressione, co quali moltiplicate le moltitudini della data vguaglianza diuenirà la medema Vguaglianza

$x^3 + 40x^2 + 648x = 628992$

64 Se l'Vguaglianze fossero incomplete s'accomodaranno in forma tale, come fossero complete, ponendoui però nel luoco del termine mancante questo segno O che significa vacuo come per essempio, data l'vguaglianza.

si farà

$$x^3 + 4\tfrac{1}{2}x = 36\tfrac{2}{5}$$

si farà $x^3 \; O \; + 4\frac{1}{2}x = 36\frac{2}{5}$

& moltiplicando li denominatori de rotti, s'hauerà la progressione . . . . 1 : 10 . 100   1000

onde come al num. 62 si hauerà l'vguaglianza $x^3 \; + 450x = 36400$

65 Parimẽte data quest'altra $x^5 + 3\frac{1}{2}x^3 + 2\frac{2}{3}x = 45\frac{3}{4}$

si farà $x^5 \; O + 3\frac{1}{2}x^3 \; O + 2\frac{2}{3}x = 45\frac{3}{4}$

li denominatori de rotti fanno 24 (moltiplicandoli tra essi) onde la progressione farebbe 1 : 24 : 576 : 13824 : 331776   7962624

Ma per quello si è detto al n. 63 può seruire ancora la progressione 1 : 6 : 36 : 216 : 1296   7776

con la quale si farà l'Vguaglianza $x^5 + 126x^3 + 3456x = 355752$

A questo passo ci sarebbe che aggiungere per causa della vguaglianza alterrata all'hora che si douesse scioglierla; mà perche è necessario prima d'intendere altre cose, per tanto se ne parlerà à luoco più à proposito come si vedrà al n.88.

66 Da questo artificio dell'Isomeria si può taluolta praticare qualche facilità, degradando le moltitudini delle quantità, che compongono l'vguaglianze come per Essempio

Data l'vguaglianza	x^3	$+96x^2$	$+1024x =$	163840
è diuisa per la progress.	1	16	256	4096
ne risulta l'Vguaglianza	x^3	$+6x^2$	$+ 4x =$	40

67 Data l'incõpleta ancora	x^3	O	$+1024x =$	65536
è diuisa per la progress.	1	32	1024	32768
ne risulta l'vguaglianza	x^3		$+ x =$	2

Anco

Anco qui ci sarà che dire à suo luoco per causa di detta degradatione.

68 Si possono anco degradare li caratteri, che mostrano le quantità comprese nelle vguaglianze, & questo si fà leuando da cadaun termine tanti caratteri, quanti ne ha il termine più basso, ò per meglio dire, diuidendo tutti i termini per il grado dell'vltimo, come per essempio

Data l'vguaglianza $x^5 + 4x^4 + 6x^3 = 36x^2$

li caratteri del termine vltimo che è x^2 sono due; onde leuandosi questi da ogni termine resterà l'vguagliãza $x^3 + 4x^2 + 6x = 36$

O pure diuidendo la data vguaglianza $x^5 + 4x^4 + 6x^3 = 36x^2$ per x^2 s'hauerà la risultata $x^3 + 4x^2 + 6x = 36$

69 Anco l'vguaglianze di più sorte de caratteri si possono degradare col mezo della diuisione, come per essempio

Data l'Vguaglianza $xy + 4y = 28$

se la diuido per $x+4$ faccio $y = \frac{28}{x+4}$

similmente data questa $xy + 12x = 48$

se la diuido per $y + 12$ faccio $x = \frac{48}{y+12}$

così ancora data questa $xz + 4x + zy + 4y = 24z + 96$

se la diuido per $z + 4$ faccio $x + y = 24$

le quali cose s'ottengono con la pratica della diuisione, che si è mostrata alli numeri 37 : 38 : 39

70 Per il contrario, si possono alzare (quando così bisognasse) col mezzo della moltiplicatione come alli numeri 34 : 36

Per essempio data l'vguaglianza $y = \frac{28}{x+4}$

se si moltiplicarà per $x + 4$ s'hauerà $xy + 4y = 28$

Istessamente data l'vguaglianza $x = \frac{48}{y+12}$

se si moltiplicarà per $y + 12$ s'hauerà $xy + 12x = 48$

così pure data quest'altra $x + y = 24$

moltiplicandola per $z + 4$ s'hauerà $xz + 4x + zy + 4y = 24z + 96$

TRAT-

TRATTATO QVARTO.

Della Risolutione delle Vguaglianze.

71 Quì parlerò della risolutione di tre sorti d'Vguaglianze, cioè delle Semplici, che hanno vn sol termine incognito; Delle Quadrate, che n'hanno due (il maggior de quali, è quantità quadrata) & delle Cubiche che n'hanno sino tre, il maggior de quali è quantità cubica, come dissi al numero 52 —

72 Possono andar più alte le dette Vguagliãze, secõdo che la costrutione de Problemi le portano; ma si come dissi di parlar sino ad'vn certo segno, così più oltre della risolutione delle cubiche complete non m'estenderò.

73 Sono (come dissi al num. 48) nel numero delle semplici tutte quell'Vguaglianze ch'hanno vn sol termine incognito, se bene questo ascendesse à maggior grado della quantità cubica come per essempio

$$x^4 = 256$$

$$x^6 = 4069$$

& altre simili, che però ne mostrerò la risolutione, così pure nel numero delle quadrate quelle, che il secondo termine incognito hauerà la metà de caratteri del primo, come

$$x^4 + 6x^2 = 352$$

$$x^6 + 4x^3 = 4352$$

& altre simili. E medesimamente nel numero delle cubiche quelle, che coll'istesso ordine delle cubiche caminano, come

$$x^9 + 3x^6 + 4x^3 = 274688$$

$$x^9 \quad 0 \quad + 4x^3 = 262400$$

cose, che se bene difficilmente s'incontrano, tuttauia se accadessero, è bene esserne auuertiti, per non confondersi credendo difficoltà ciò, che veramente non è.

74 In molti modi accadono l'vguaglianze, delle quali tratterò la risolutione, e ciò per causa delli segni + & — che accompagnano le quantità, che le compongono, e per li valori affermatiui ò ne-

negatiui delle medesime, à cadauno de quali modi è necessario d'osseruare, per la loro risolutione, come anderò mostrando, & in tanto qui assegnarò li modi possibili ch'esse accadono rispetto li segni + & — perche s'osseruino risoluendole, li quali modi però succedono, quando s'habbi ridotto il maggior termine all'vnità, & sij fatto affermatiuo, come dissi al n. 59 cosi pure, che l'vguaglianza resti purgata, come al n. 57.

SEMPLICI.

$$\ldots x = + \ldots$$

$$x^2 = + \ldots$$

$$x^3 = - \ldots$$

$$\ldots x = - \ldots$$

$$x^2 = - \ldots$$

$$x^3 = - \ldots$$

QVADRATE.

$$x^2 + \ldots x = + \ldots$$

$$x^2 - \ldots x = + \ldots$$

$$x^2 + \ldots x = - \ldots$$

$$x^2 - \ldots x = - \ldots$$

CVBICHE.

$$\text{Prima Sorte} \left\{ \begin{array}{l} x^3 + \ldots x = + \ldots \\ x^3 - \ldots x = - \ldots \\ x^3 + \ldots x = - \ldots \\ x^3 - \ldots x = - \ldots \end{array} \right\} \text{Incomplete}$$

Seconda Sorte — Incomplete

$x^3 + \ldots x^2 = + \ldots\ldots$

$x^3 - \ldots x^2 = + \ldots\ldots$

$x^3 + \ldots x^2 = - \ldots\ldots$

$x^3 - \ldots x^2 = - \ldots\ldots$

Terza Sorte — Complete

$x^3 + \ldots x^2 + \ldots x = + \ldots\ldots$

$x^3 + \ldots x^2 - \ldots x = + \ldots\ldots$

$x^3 - \ldots x^2 - \ldots x = + \ldots\ldots$

$x^3 - \ldots x^2 + \ldots x = + \ldots\ldots$

$x^3 + \ldots x^2 + \ldots x = - \ldots\ldots$

$x^3 + \ldots x^2 - \ldots x = - \ldots\ldots$

$x^3 - \ldots x^2 + \ldots x = - \ldots\ldots$

$x^3 - \ldots x^2 - \ldots x = - \ldots\ldots$

75 ***Della Risolutione delle Vguaglianze Semplici.***

Il risoluere l'Vguaglianze consiste in conoscere il valore, ò potenza della quantità radicale, come dissi al n. 46, dal che poi si viene in cognitione del resto, e però

Data l'Vguaglianza $6x = 24$

e ridotta all'vnità, come dissi al n. 58, s'hauerà $x = 4$

Dunque 4 è il valore ò potenza della quantità radicale x, che si cerca

Così data l'Vguaglianza $6x^2 = 96$

e ridotta all'vnità, come sopra, s'hauerà $x^2 = 16$

onde cauandone la radice quadrata dall'vna e l'altra parte, come mostrai al n. 22 s'hauerà $x = 4$

Dunque 4, come sopra è il valor della x

Data

Data l'Vguaglianza $3x^3 = 192$

che ridotta all'vnità, s'hauerà $x^3 = 64$

e cauatane la radice cubica dall'vna, è dall' altra parte, come al n. 22. s'hauerà $x = 4$

Parimente data questa $4x^4 = 1024$

e ridotta all'vnità s'habbi $x^4 = 256$

In due forme si possono risoluere simili Vguaglianze, La prima coll'estratione della radice quadrata che s'hauerà $x = 4$

la seconda con l'estratione della radice quadrata solamẽte, cauãdola però due volte, õde per la prima estratione s'hauerà $x^2 = 16$

e per la seconda $x = 4$

Si possono ancora nel medesimo modo risoluere l'vguaglianze più alte, come $x^9 = 262144$

che estratane la radice cubica, s'hauerà $x^3 = 64$

& per la seconda estratione $x = 4$

Che però quando graduatamente caminano ripiegandosi si può seruire di questa facilità replicando solamente l'estratione delle radici: cosa, che non si può fare in molt'altre come

$x^7 = 16384$

& simili.

Si possono ancora pratticare due sorti d'estrationi de radici come quando s'hauesse quest'vguaglianza $x^6 = 4096$

che cauatane la radice quadrata, s'hauerà $x^3 = 64$

& da questa la cubica, che s'hauerà $x = 4$

In conclusione tutte l'vguaglianze di questa sorte, che hanno il termine incognito in vn tal grado ripiegato, come li caratteri lo mostrano, saranno ò solubili assolutamente, ò si degradaranno sino, che il numero de caratteri si faccia numero primo, al quale poi giunti, bisogna all'hora estraere quella radice, che si ricerca come per essempio.

Data l'vguaglianza $x^{14} = 16384$

che estratane la radice quadrata, s'hauerà $x^7 = 128$

e però essendo x^7 numero primo, è impossibile con altro mezo ridursi alla cognitione de x, senza estraere quella propria radice, che mostra la quantità x^7 cosa difficile sì, mà possibile.

Della Risolutione delle Vguaglianze Quadrate.

76 Data l'Vguaglianza quadrata ridotta à stato solubile, come hò mostrato al n. 58: 59: 60: 61 così, che resti l'vguaglianza purgata di quanto bisogna: Per risoluerla si osseruino l'infrascritte regole; Per essempio.

Data l'vguaglianza $x^2 + 4x = 32$
si pigli la metà della moltitudine x che sarà 2
questa si quadri, che diuenirà 4
Il quale aggionto alla quantità cognita 32 ci darà 36
la radice quadrata d'esso 36 sarà +6 & −6
leuo da cadauna Radice, la sudetta metà della x cioè +2 +2
li suoi resti saranno il valor della x cioè +4 & −8
Dunque il valore ò potenza della quantità radicale x sarà, tanto +4, quanto −8 perche l'vguaglianze quadrate possono hauer due valori come à suo tempo mostrarò.

Essempio Secondo.

Data l'vguaglianza $x^2 - 2x = 8$
la metà della moltitudine x sarà −1 & il suo quadrato sarà +1
la summa sarà +9
le sue radici quadrate saranno +3 & −3
leuo da cadauna di esse la sudetta metà della moltitudine x cioè −1 −1
li suoi resti saranno il valor della quantità x cioè +4 & −2

Essempio Terzo.

Data l'Vguaglianza $x^2 - 8x = -16$
la metà della moltitudine x sarà −4 & il suo quadrato sarà +16
che aggionto alla quantità cognita sarà +0
le sue radici quadrate sono +0 & −0
leuo da cadauna di esse radici la metà della x cioè −4 −4
li suoi resti sono il valor della x cioè +4 & +4

Qui vi è da osseruare, che se bene i valori della x paiono due, sono però vn solo perche sono simili, cosa che accade in molte vguaglianze per le ragioni, che à suo luoco si mostraranno.

Essempio Quarto.

Data l'vguaglianza $x^2 + 10x = -24$
se quadraremo la metà della moltitudine x faremo +25
che aggionto alla quantità cognita −24 farà +1
le sue radici sono +1 & −1
leuo da esse la sudetta metà della x cioè +5 +5
li suoi resti sono il valor della x, cioè −4 & −6

Proue delle sudette Risolutioni.

Per proua del primo essempio doue la x valse +4 & −8
Il suo quadrato ouero la x^2 sarà +16 & +64
& le 4 x saranno +16 & −32
dunque $x^2 + 4x$ come mostra l'essempio saranno +32 & +32
Dal che viene comprobato, che x vaglia tanto +4 quanto −8
Per proua del secondo essempio doue la x valse +4 & −2
Il suo quadrato ouero la x^2 sarà +16 & +4
& le 2 x sariano +8 & −4
le quali per essere segnate − si leuano
e però il resto sarà +8 & +8
che tanto sarà $x^2 - 2x$ come mostra l'essempio
dunque x vale +4 & −2 come si è fatto nella risolutione
Così per proua del terzo, che la x val +4, & +4
Il suo quadrato ouero la x^2 valerà +16 & +16
così le 8 x valeranno +32 +32
che per essere negate cioè segnate − si leuano Resta −16 & −16

Dunque $x^2 - 8x$ sono $= -16$ come moſtrò l'eſsempio
Per proua del quarto eſſempio che x valſe -6 & -4

coſi x^2 valerà $+36$ & $+16$
& $10x$ -60 & -40

Dunque $x^2 + 10x$ vale -24 & -24 come moſtrò l'eſsempio.

77 Diſſi al n. 73, che nel numero delle quadrate s'intendono quelle ancora, che il ſecondo termine ſarà ſegnato con la metà de caratteri del primo e però

Data l'vguaglianza $x^4 + 6x^2 = 352$
preſa la metà della moltitudine x^2, che quadrata fà $+9$
ſumma 361
la ſua radice quadrata ſarà $+19$ & -19
dalla quale leuo la $\frac{1}{2}$ della moltitudine x^2 cioè $+3$ $+3$
reſta $+16$ -22

E queſto è il valor del ſecondo termine cioè x^2 onde volendo il valor della x ſi eſtraerà la radice quadrata e s'hauerà $+4$ per la prima. Mà per l'altra non ſi può hauer radice (come diſſi al n. 28) che ſij rationale

Dato ancora l'vguaglianza $x^6 + 4x^3 = 4352$
il quadrato della metà de x^3 ſarà 4
ſumma 4356
la ſua radice quadrata ſarà -66 & $+66$
dalla quale leuo la $\frac{1}{2}$ della moltitudine x^3 $+2$ $+2$
Reſta per il valor della x^3 -68 $+64$
onde volendo il valor de x ſi cauerà la radice cubica da -68 & da $+64$. Dalla prima non ſi può hauerla eſsendo numero inradicale, e però ſi moſtrerà coſi $\sqrt[C]{-68}$ Dall'altra s'hauerà 4.

Dunque x valerà 4 & anco $\sqrt[C]{-68}$

Da queſti Eſsempij ſi poſsono comprendere tutte l'altre, che cadono ſotto queſta ragione.

In

78 In vn altro modo ſi poſsono riſoluere l'Vguaglianze quadrate, & l'altre che cadono ſotto di eſse, e però data l'Vguaglianza riſolta nel primo eſsempio cioè $x^2 + 4x = 32$
Trouo le parti aliquote di 32 che ſono

1	&	32
2	&	16
4	&	8

Da vna di dette parti aliquote leuo la moltitudine della x cioè 4 con tall'oſseruatione, che ſe il reſto è vguale alla parte aliquota oppoſta, quell'appunto è il valore della x che ſi ricerca.

Non trouo da alcun'altra parte aliquota, ch'io poſsa leuarlo ſe non dalla 8 il cui reſto è 4, & è vguale alla parte oppoſta; ſiche che concludo x valere 4

Per ritrouar l'altro valore, ſi diuida la quantità cognita 32 per il valore già trouato, cioè per 4, che ne riſulterà 8, e queſto numero è il ſecondo valore; mà è da oſseruare, che ſe queſto riſultato è affermatiuo, il valore ſarà negatiuo, & ſe il riſultato foſse negatiuo, il valore ſarà affermatiuo: dunque in queſto caſo eſſendo il riſultato 8 affermatiuo, ſarà il ſecondo valore negatiuo, e coſi s'hauerà per il valor della x $+4$ & -8 come ſi è viſto dall'altro modo di riſoluere queſte vguaglianze.

Data l'vguaglianza del ſecondo Eſsempio $x^2 - 2x = 8$
Trouo eſsere le parti aliquote 1 & 8, 2 & 4

Da, 2, parte aliquota, leuo -2 moltitudine della x, e mi reſtarà $+4$, che è la parte aliquota oppoſta, Dunque, 4, e il primo valore della x. Hora diuido la cognita 8 per $+4$ ne viene $+2$ dunque non $+2$ mà benſi -2 ſarà il ſecondo valore.

Data l'Vguaglianza del Terzo Eſsempio $x^2 - 8x = -16$
Trouo eſsere le ſue parti aliquote
Se da -4 parte aliquota, leuo -8 Il ſuo reſto ſarà $+4$ che è la parte oppoſta dũque $+4$ e il valor de x
Per il ſecondo valore diuido -16 per $+4$ ne viene -4 dunque non -4 ma $+4$ e anco il ſecondo valore

$+1$	&	-16
$+2$	&	-8
$+4$	&	-4
	ouero	
-1	&	$+16$
-2	&	$+8$
-4	&	$+4$

Data

Data l'Vguaglianza del quarto Eſsempio. $x^2 + 10x = -24$
Trouo, che le parti aliquote de -24 ſono
Se da $+4$ parte aliquota leuo $+10$ moltitudine de x
Il ſuo reſto è -6 parte oppoſta dunque -6 è
il primo valore della x
Per il ſecondo diuido -24 quantità cognita per
-6 primo valor trouato è ne viene $+4$ dunque
non $+4$ mà -4 E il ſecondo valore.

-1 & $+24$
-2 & $+12$
-3 & $+8$
-4 & $+6$
ouero
$+1$ & -24
$+2$ & -12
$+3$ & -8
$+4$ & -6

Si poſsono in tal forma riſoluere anco quell'altre Vguaglianze che cadono ſotto di queſte come $x^4 + 6x^2 = 352$ & $x^6 + 4x^3 = 4352$ con queſta oſseruatione però, che doue nelle ſopradette ſi troua il valore della x, che è il ſecondo termine quiui ſi troua medeſimamente il valore del ſecondo termine (qual ſi ſij,) il quale nella prima delle due date vguaglianze è, della quantità x^2, & nella ſeconda, è, della quantità x^3 con l'eſtratione poi di quella radice ſi troua il valore della x

Certo è, che queſto ſecondo modo di riſoluere queſt' vguaglianze, e più faticoſo del primo, & meno vſitato, e che tanto più riuſcirebbe difficile quanto più foſsero grandi i numeri della quantità cognita, tuttauia l'hò voluto moſtrare per maggior ornamento di queſt' Arte potendo ſeruirſene vn pratico con più facilità di quello ſarà creduto da altri meno prattici, come per Eſsempio.

Data l'vguaglianza $x^2 + 20x = 55125$

Chi veramente voleſse andar à ritrouare tutte le parti aliquote di queſto numero ſarebbe coſa troppo faticoſa, & inutile perche con l'occhio ſi vede coſi di groſso, che il valore della x è più di, 1, di, 10, di, 100, e di 200, coſi ancora, che ella è meno di 300, onde le parti aliquote fuori di queſti termini di 200, & 300 ſono ſuperflue.

Se ſi cauarà la radice quadrata proſſima della cognita 55125, ſi trouarà eſsere 234 dunque il valor della x ſarà trà il numero 200, & il num. 234, e perche la quantità del ſecondo termine è ſegnata $+$ tanto più ſi vede, che il valor della x è meno di 234, e coſi diſcorrendo ſi troueranno le due parti aliquote à propoſito l'vna 225 l'altra 245

E pe-

E però ſe da 245 ſi leuarà la moltitudine de x cioè $+20$ reſtarà 225, ch'è la parte oppoſta, che tanto appunto è il valore ricercato della x.

Il ſecondo valore ſi troua, diuidendo la cognita 55125 per il 225 valor trouato che s'hauerà 245 dunque 245 mà negato, cioè -245 ſarà l'altro valore della x

A queſto paſſo dirò d'vn'altro modo per conoſcere il ſecondo valore della x ò ſia del ſecondo termine di queſte vguaglianze, & è, che praticando queſto modo di riſoluere, come hò moſtrato, e trouato il primo valore, ſempre il ſecondo ſi troua con facilità, perche queſto è la parte aliquota oppoſta, cambiandoui ſolamente il ſegno, perche ſe è $+$ ſi fà $-$ & ſe $-$ ſi fà $+$

Come nella prima vguaglianza, $x^2 + 4x = 32$ s'habbiamo ſeruito delle parti aliquote $+4$ & $+8$ onde trouato il primo valore eſſer $+4$ l'altro ſarà l'oppoſta con la mutatione del ſegno $+$ in $-$ cioè -8

Coſi nella ſeconda $x^2 - 2x = 8$, che s'habbiamo ſeruito delle parti aliquote $+2$ & $+4$ è trouato il primo valore eſſere $+4$ l'altro ſarà -2 perche la parte oppoſta e $+2$

Parimente nella terza $x^2 - 8x = -16$, che s'habbiamo ſeruito delle parti aliquote -4 & $+4$ e trouato il primo valore eſſere $+4$ l'altro ſarà $+4$ perche la parte oppoſta è -4

Il medemo ſarà per la quarta $x^2 + 10x = -24$ che s'habbiamo ſeruito delle parti aliquote $+4$ & -6 è trouato il primo valore eſsere -6 l'altro ſarà -4 perche la parte oppoſta è $+4$

La ragione perche ſi trouino in queſt'vguaglianze due valori ſi dirà più auanti al n. 91. oue ſi moſtrarà che le Radicali ne hanno vno, le quadrate due, le cubiche tre, &c. e coſi ancora ſi dirà come ſi conoſchino quanti valori affermati, ò negati vi ſi ſcuoprono nell'vguaglianze.

79 Hò distinto l'Vguagliãze cubiche in tre sorti come si è veduto al n. 74 e però più à sorte per sorte mostrarò la risolutione.

Risolutione della prima Sorte Essempio Primo.

Data l'Vguaglianza $x^3 + 4x = 80$

Trouo le parti aliquote della cognita 80 le quali sono

Da vna di esse parti aliquote leuo la moltitudine della x cioè 4 con tall'osseruatione che il resto, sij il quadrato della parte opposta, che se cosi trouo, dico essa parte opposta essere il valor della x

1	&	80
2		40
4		20
5		16
8		10

Dunque se dalla parte aliquota 20 leuo la moltitudine de x cioè 4 mi resta 16 e questo sarà quadrato della parte opposta al 20, che è 4 dunque 4 è il valore della x

Per ritrouare gl'altri due valori lo mostrarò alli n. 92: 93: 94: 95: 96 come si vedrà, essendo iui luoco più à proposito.

Essempio secondo.

Data l'Vguaglianza $x^3 - 4x = 48$

Parti aliquote

1	&	48
2		24
3		16
4		12
6		8

Qui bisogna leuar -4 da vna parte aliquota così; che il resto sij il quadrato dell'opposta parte; onde se si leuarà dal 12 ne rimanerà 16, che è quadrato della parte opposta 4. Dunque 4, è il valor de x

Essempio Terzo.

Data l'Vguaglianza $x^3 - 20x = -16$

Parti aliquote

1	&	-16
2		-8
4		-4

ouero

-1	&	16
-2		8
-4		4

Si leuarà dunque -20 dalla parte aliquota, che il resto sij quadrato all'opposta parte e però leuandosi da -4 parte aliquota rimanerà $+16$, che è il quadrato de $+4$ parte opposta alla -4 onde dico che 4 è il valore della x

Essempio Quarto.

Data l'Vguaglianza. $x^3 + 4x = -80$

Parti aliquote

-1	&	80
-2		40
-4		20
-5		16
-8		10

ouero

1	&	-80
2		-40
4		-20
5		-16
8		-10

Se leuarò $+4$ moltitudine della x da 20 parte aliquota, il resto sarà 16, e questo è il quadrato de -4 parte opposta ad'essa 20 Dunque -4 sarà il valor della x

Risolutione della seconda Sorte Essempio primo.

80 Data l'Vguaglianza $x^3 + 6x^2 = 160$

Parti aliquote

1	&	160
2		80
4		40
5		32
8		20
10		16

In quest'Vguaglianze si opera come nelle passate; mà con vna distintione, che doue in quelle il resto della parte aliquota presa era il quadrato della opposta parte, in queste il detto resto sarà la radice quadrata

Dunque se leuarò 6 moltitudine della x^2 da 10 parte aliquote mi restarà 4 che è radice di 16 altra parte opposta, dal che ne ricauo che 16 sij il valor de x^2 & 4 il valor de x

Essempio Secondo.

Data l'Vguaglianza $x^3 - 3x^2 = 16$

Parti aliquote

1	&	16
2		8
4		4

Leuo -3 dalla parte aliquota 1, e mi resta $+4$ il di cui quadrato è la parte opposta; dunque 4 e il valor della x

Essempio Terzo.

Data l'Vguaglianza $x^3 - 6x^2 = -32$

Parti aliquote

1	&	-32
2		-16
4		-8

ouero

-1	&	32
-2		16
-4		8

Leuo — 6 dalla parte — 2 e ne resta + 4 il di cui quadrato è la parte 16 opposta; dunque + 4 è il valor della x

Essempio Quarto.

Data l'Vguaglianza $x^3 + 6x^2 = -128$

Parte aliquote

— 1	& 128		1	&	— 128
— 2	64	ouero	2		— 64
— 4	32		4		— 32
— 8	16		8		— 16

Leuo + 6 dalla parte — 2 e ne resta + 8 il di cui quadrato è la parte 64 opposta. Dunque + 8 è il valor della x

81 Anco nell'Vguaglianze più alte, che cadono sotto di queste come dissi al n.73. potremo seruirsi di questa strada per risoluerle come per Essempio

Data l'Vguaglianza, che cade sotto la prima sorte $x^6 + 4x^2 = 80$

Se da 20 parte aliquota leuo 4 moltitudine della x^2 mi resta 16 il quale è quadrato di 4 parte opposta dunque x^2 valerà 4 e per consequenza x valerà 2

Parti aliquote

1 &	80
2	40
4	20
5	16
8	10

Parimente data l'Vguaglianza, che cade sotto la seconda sorte $x^9 + 6x^6 = 896$

Se da 14 parte aliquota leuo 6 moltitudine x^6 mi resta 8 e questo come dissi al n. 80 è radice della parte aliquota 64 opposta, dunque 64 sarà il valor della x^6

Se si estraerà la radice cubica dal 64, s'hauerà 4 per il valor della x^2 è così per consequenza s'hauerà 2 per il valor della x estraendo da esso valore la quadrata

Parti aliquote

1 &	896
2	448
4	224
8	112
14	64
16	56
28	32

Dalle predette due dimostrationi si possono intendere tutte l'altre, che possono cadere sotto cadauno delli otto essempij dimostrati, regolandosi dietro li segni + & — valendosene quando porta l'occasione, se bene questa nasce di raro, pure si può praticare questa strada quando dasse il caso. Ad'-

82 Ad'alcuni forse non sodisfaranno questi modi di risoluere quest'vguaglianze, quantunque molti grād'huomini se n'habbino seruito, & Alberto Ghirardi Francese l'hà mostrati per sua inuentione in vn libro stampato in lingua Francese intitolato (*Inuention Nouuelle en l'Algebre*) & ciò diranno, perche in numeri grandi è cosa faticosa il trouarui le parti aliquote

come data l'Vguaglianza $x^3 + 520x = 12416$

Risponderò con la penna dello stesso Ghirardi, cioè che vn pratico Aritmetico può considerare così di grosso, che il valor della x non possa essere nè 10, nè 20. mà bensì più di 10, e meno de 20. Dūque si cerchino le parti aliquote, vna delle quali sij trà l'vno è l'altro di detti numeri, che si troueranno essere 16, & 776.

Dunque se da 776 leuerò 520 moltitudine della x. resterà 256 il quale essendo quadrato della parte opposta, è, indicio, che 16. sij il valore della x, che si ricerca.

Maggiore si farà la difficoltà, quando il valore della x sarà con numero grande, e per ciò tanto più grande la cognita quantità:

come data l'Vguaglianza $x^3 + 512x = 16908288$

In tal caso, oltre il poter tenere la sudetta strada, si troui la radice cubica prossima della quantità cognita che sarà 256 è perche il secondo termine è affermatiuo sarà dunque cognito che il valore della x sarà sopra 256, e però si trouino le parti aliquote, che comminci da questo numero, e perche esso pure è vna parte aliquota, dunque l'opposta parte sarà 66048.

Prouiamo (senza più inoltrarsi) se questo ci seruisse e però si leui 512 dà 66048 ne rimane 65536 il qual è quadrato de 256 parte opposta; dunque 256 è il valor della x che si ricerca.

Chi hauerà le sue tauole de numeri quadrati, & altre cose, che agiutano nelle difficoltà, non spiacerà il praticar tal modo di risoluere dette vguaglianze, ne gli pareranno tanto difficili, oltre di che quest'Arte non è per correr le poste.

Qui non mostro il ritrouare gli altri due valori della x; hauendone tre, come dissi in fine del n. 78, perche al num. 92 lo dirò con altro, che in tal proposito occorre sino al n. 96.

83 In vn altro modo si può risoluere l'Vguaglianze Cubiche della seconda sorte riducendole alla risolutione di quelle della prima, il che poi seruirà per la risolutione ancora di quelle della terza come per esempio.

Data

Data l'vguaglianza del primo Essempio al n. 80. cioè

Caso 1.

$x^3 + 6x^2$ ——— 160

Prēdo il terzo della moltitudine x^2 qual è $+ 2$ è suppongo vna quantità nuoua radicale valer più de x quel terzo preso cioè $+ 2$ segnando, detta quantità supposta, y Dunque dico y valer 2 più de x & per consequenza $y - 2$ sarà vguale al x:
Se dunque $y - 2$ è ——— ad' x, dunque quadrando $y - 2$

fà $y^2 - 4y + 4$ questo sarà vguale ad' xx ouero x^2

Dunque in loco de x^2 scriuo $y^2 - 4y + 4$ & però in vece di $6x^2$ scriuo $6y^2 - 24y + 24$

se x^2 è ——— a $y^2 - 4y + 4$, dunque x^3 sarà vguale a $y^3 - 6y^2 + 12y - 8$ (che è il cubo de $y - 2$)

e però in loco de x^3 scriuo $y^3 - 6y^2 + 12y - 8$

summa y^3 O $- 12y + 16$

Se $x^3 + 6x^2$ fù ——— a 160 anco $y^3 - 12y + 16$ sarà ——— a 160 e però faccio la nuoua Vguaglianza

$y^3 - 12y + 16$ ——— 160
leuo $+ 16$ $+ 16$

Resta $y^3 - 12y$ ——— 144

& ecco la sudetta vguaglianza della Seconda sorte essere ridotta alla prima sorte., che praticando il secondo essempio del n. 29. s'hauerà 6 per il valor de y

E perche dicemo di sopra, che $y - 2$ era ——— ad' x dunque $6 - 2$ cioè 4 sarà Vgual ad' x, ch'è il medemo di quello si è trouato risoluendo la data Vguaglianza per l'altra forma.

Caso 2. Se il secondo termine dell'Vguaglianza fosse negatiuo in vece dell'affermatiuo, questo si leuarebbe dal cubo, in vece d'aggiongeruelo come dato il secondo essempio $x^3 - 3x^2$ ——— 16

Hora piglio il terzo della moltitudine x qual trouo essere $- 1$ e suppongo y valer meno de x il detto terzo preso dunque $y + 1$ sarà vguale ad x, à causa del termine negato.

Se

Se $y + 1$ è ——— ad x dunque $y^2 + 2y + 1$ sarà ——— ad x^2 è così $y^3 + 3y^2 + 3y + 1$ sarà ——— ad x^3 e però scriuo in vece de x^3 $y^3 + 3y + 3y + 1$
& in vece di $3x^2$ scriuo $+ 3y + 6y + 3$

mà per esser li $3x^2$ negati li leuo e resta y^3 O $- 3y - 2$

Dunque se $x^3 - 3x$ fù ——— a 16 anco $y^3 - 3 - 2$ sarà ——— a 16 per tanto scriuo la nuoua Vguaglianza.

$y^3 - 3y - 2$ ——— 16
v'aggiongo $+ 2$ $+ 2$

summa $y^3 - 3y$ ——— 18

che praticando l'essempio secondo della prima sorte si trouarà, che y sarà ——— a 3 dunque se $y + 1$ fù ——— a x, anco $3 + 1$ cioè 4 sarà ——— ad x come si è fatto nell'altro modo.

84 *Risolutione Della Terza sorte Essempio primo.*

Data l'vguaglianza $x^3 + 9x^2 + 6x$ ——— 126

Piglio il terzo della moltitudine x, che trouo essere $+ 3$ dunque $y - 3$ sarà ——— ad' x, onde scriuo in loco de $6x$ $6y - 18$
se $y - 3$ fù ——— ad' x dunque il suo quadrato

$y^2 - 6y + 9$ sarà ——— ad' xx è però

in loco de $9x^2$ scriuo $9y^2 - 54y + 81$

se il quadrato de $y - 3$ fù $y^2 - 6y + 9$ dunque

il cubo sarà $y^3 - 9y^2 + 27y - 27$ si che

scriuo in loco de x^3 $y^3 - 9y^2 + 27y - 27$

summa y^3 O $- 22y + 36$

Dun-

Dunque faccio la nuoua vguaglianza vgual all'altra

$y^3 - 21y + 36 = 126$

leuo 36 $+36$

$y^3 - 21y = 90$

che per quello si è detto y val 6, dunque $6 - 3$ cioè 3 val x

Essempio Secondo.

Data l'Vguaglianza $x^3 - 6x^2 + 4x = 160$

Per le cose dette si farà $y + 2 = x$

& $y^2 + 4y + 4 = x^2$

& $y^3 + 6y^2 + 12y + 8 = x^3$

scriuo dunque in loco de x^3 $y^3 + 6y^2 + 12y + 8$

in loco $4x$ $+ 4y + 8$

$y^3 + 6y^2 + 16y + 16$

per essere $6x^2$ termine negato, perciò si deue leuare, scriuendo in suo loco $+6y^2 + 24y + 24$

resta $y^3 \quad 0 - 8y - 8$

Dunque

$y^3 - 8y - 8 = 160$

aggiongo $+8$ $+ 8$

$y^3 - 8y = 168$

& operando come hò detto, s'hauerà $y = 6$ dunque $6 + 2$ cioè 8 sarà il valore de x, che si ricerca.

Essem-

Essempio Terzo.

Data l'Vguaglianza $x^3 - 12x^2 + 36x = 16$

Piglio come sopra $y + 4 = x$

così $y^2 + 8y + 16 = x^2$

& $y^3 + 12y^2 + 48y + 64 = x^3$

Dunque in luogo de x^3 scriuo $y^3 + 12y^2 + 48y + 64$

in luogo de $36x$ scriuo $+36y + 144$

$y^3 + 12y^2 + 84y + 208$

leuo per li $12x^2$ che scriuo $+12y^2 + 96y + 192$

Resta $y^3 \quad 0 - 12y + 16$

Dunque

$y^3 - 12y + 16 = 16$

leuo $+16$ $+16$

$y^3 - 12y = 0$

ouero $y^3 = 12y$

diuido per y resta $y^2 = 12$

& $y = \sqrt{12}$

Dunque y val $\sqrt{12}$ ch'è numero irrationabile e però essendo $y + 4 = x$ ne seguita che x vaglia $\sqrt{12+4}$ che pure è quantità, ò sia numero irrationale, e perche, come si può esperimentare la quantità x deue valere 4 per tanto in questo essempio si vede il bisogno di ritrouare gl'altri valori, ilche farò al n. 92 come dissi di sopra.

Da questi tre Essempij si possono comprendere tutti gl'altri che accadono in queste vguaglianze cubiche complete, osseruandosi che fatta la trasmutatione, si leuano i termini negati da gli altri affermati.

85 Si osserui inoltre, che quando il secondo termine, e negato la quantità y che si suppone valerà meno della x che si ricerca,

 quel

quel terzo della moltitudine de x^2 negato, e perciò (come al ſecondo eſsempio,) ſi è preſo $y + 2 = x$ Coſi per il contrario quando detto ſecondo termine è affermato, come al primo eſsempio, la quantità ſuppoſta y valerà più della x lo ſteſſo terzo onde ſi fece $y - 3 = x$ coſe, che iſteſsamente ſi ſono fatte anco nella riſolutione di quelle della ſeconda ſorte nell'vltimo modo inſegnato.

86 Con queſt' artificio ſi poſsono purgare dal ſecondo termine anco l'Vguaglianze maggiori (ſe bene come diſſi non poſso di queſte moſtrare riſolutione per quelle cauſe, che già hò eſpoſte) il che ſi fà con tal'oſseruatione, che ſi diuide la moltitudine del ſecondo termine per il numero del grado del primo termine, e da queſto ſi comprende, che anco l'vguaglianze quadrate potrebbero riſoluerſi in queſto modo, ſe bene più laborioſo dell'altro: Dunque tutte l'Vguaglianze ſi purgano del ſecondo termine diuidendo la moltitudine di queſto per il numero del grado del primo, cioè le quadrate per 2 le cubiche per 3 le quadroquadrate per 4 le Relate per 5 e coſi &c.

Eſſempio delle Quadrate.

$$x^2 + 6x = 40$$

Diuido 6 per 2 ne viene 3 dunque $y - 3 = x$

e però $y^2 - 6y + 9 = xx$ Per tanto ſcriuo

In vece de xx $\quad y^2 - 6y + 9$
In vece de $6x$ $\quad + 6y - 18$

ſumma $y^2 \quad 0 - 9$

Dunque

$$y^2 - 9 = 40$$

aggiongo $+ 9 \qquad + 9$

& $y^2 = 49$
$y = 7$ & -7

E però ſe $y - 3$ è $=$ ad x dunque $y - 3$ ſarà 4 & 4 valerà x della propoſta Vguaglianza, ouero -10.

Eſſempio delle Quadroquadrate.

$$x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 6x = 351$$

Piglio il quanto della moltitudine x^3 e faccio 2 dunque $y - 2$ dico eſſer $=$ ad x & coſi dico

ſe $y - 2$ è $=$ ad' x Dunque $6x$ ſarà $= + 6y - 12$

anco $yy - 4y + 4$ è $=$ ad' x^2 Dunque $4x^2$ ſarà $= + 4y^2 - 16y + 16$

coſi $y^3 - 6y^2 + 12y - 8$, è $=$ ad' x^3 Dunque $8x^3$ ſarà $= + 8y^3 - 48y^2 + 96y - 64$

& $y^4 - 8y^3 + 24y^2 - 3y + 16$ è $=$ ad' x^4 Dunq. x^4 ſarà $y^4 - 8y^3 + 24y^2 - 32y + 16$

ſumma $y^4 \quad 0 - 20y^2 + 54y - 44$

la quantità y valerà 5 dunque la x valerà 3

Eſſempio delle Relate.

$$x^5 + 10x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 4x = 288$$

Si ſarà $y - 2 = x$ per la diuiſione de 10 per 5, & operando come ſopra, s'hauerà la nuoua Vguaglianza purgata

$$y^5 \; 0 - 32y^3 + 118y^2 - 164y + 80 = 288$$

oue la quantità y valerà 4 dunque la x valerà 2.

In altri varij modi viene praticata la risolutione delle cubiche
87 vguaglianze della prima sorte, al qual segno l'altre si possono condurre, cadauno de quali modi meritarebbero lunga dismostratione, e discorso, à causa delle irrationalità che s'incontrano, del che non intendo trattare, per tanto qui portarò gl'essempij d'vno di detti modi, che con dismostrationi rationali posso farlo, il che sarà mezzo facile per concepirlo, e per valersene nell'occasioni praticando il passato ouero il presente modo à nostra elettione.

Primo Essempio. Dato $x^3 + 12x = 427$

Qui si considera che x^3 vale meno di 427 quello, che montano $12x$ perche separata l'vguaglianza così $x^3 = 427 - 12x$ me n'accerto.

Hora prendo la cubica prossima inferiore de 427 che trouo 7 & il di lei cubo 343 & faccio $x^3 + 12x = 427$

leuo x^3 & 343

Resta $12x = 84$

e però $x = 7$

E perche trouo il valore de x vguale alla radice presa, mi confermo, che x vaglia 7 perche se trouassi che'l fosse più della medema radice, ciò sarebbe indicio d'hauer preso vna radice troppo inferiore, e se lo ritrouassi più di 7, d'hauerla presa superiore.

Secondo Essempio. Dato $x^3 + 16x = -205$

& separata $x^3 = -205 - 16x$

la cubica prossima inferiore de -205 sarà -5 & il suo cubo -125

Dunque faccio $x^3 + 16x = -205$

leuo x^3 & -125

Resta $16x = -80$

& $x = -5$

Terzo Essempio. Dato $x^3 - 12x = 1584$

& separata $x^3 = 1584 + 12x$

Piglio la cubica superiore de 1584 (per esser accompagnato dalla quantità x segnata $+$ in vece di $-$) e la trouo esser 12, onde facio

$x^3 - 12x = 1584$

leuo x^3 & 1728

Resta $-12x = -144$

ouero $+12x = +144$

& $x = +12$

Quarto Essempio. Dato $x^3 - 125x = -250$

& separata $x^3 = 125x - 250$

Se x^3 fosse vguale à $125x$ solamente la x valerebbe (per le cose asegnate) 11 è più mà perche $125x$ sono accompagnati da -250, argomento, che esso x vaglia meno de 11. Dunque suppongo 10 & il suo cubo 1000.

$x^3 - 125x = -250$

leuo x^3 & 1000

Resta $-125x = -1250$

ouero $+125x = +1250$

& $x = 10$

88 Per ritrouar il giusto valore della quantità Radicale x (all'hora, che si saremo seruiti dell'Isomeria) non potei spiegarlo quando, che trattai di essa dal n. 62 vno al 67. perche era prima necessario sapere la risolutione dell'Vguaglianze per spiegarlo più facilmente.

Data l'Vguaglianza $x^2 + 4\frac{2}{3}x = 101\frac{1}{3}$

Progressione 1 3 9

Facio $x^2 + 14x = 912$

doue per le cose mostrate sarà $x = 24$

Diuido adesso questo valore 24, per il numero dell'ascendenza della progressione, cioè per 3, e ne viene 8: Dunque il giusto valore de x, nell'Vguaglianza data, sarà 8

Data l'Vguaglianza $x^2 + 3\frac{2}{3}x = 93\frac{1}{3}$

Progressione 1 3 9

$$x^2 + 11x = 840$$

E perche (per le cose mostrate) si deue pigliar la metà de 11 (moltitudine de x) ne venirebbe $5\frac{1}{2}$. Si che per fuggir questo rotto bisogna seruirsi d'vn'altra progressione nella risultata Vguaglianza: per essempio 1. 2. 4. che si farebbe

$$x^2 + 22x = 3360$$

ouero d'vna progressione più alta nella prima vguaglianza, come sarebbe 1: 6: 36 che venirà istessamente

$$x^2 + 22x = 3360$$

Se cercheremo il valore de x questo sarà 48, dunque lo diuido, ò per 2 via 3, (che sono i due numeri delle prime progressioni), ò per 6 (ch'è lo stesso) che è il numero dell'vltima progressione, che in ogni modo venirà 8 per valore della x della data vguaglianza.

Onde bisogna osseruare di valersi di progressioni tali, che volendo far il resto non ci naschino nuoue difficoltà, e si possi diuidere il secondo termine nelle quadrate per 2, e nelle cubiche complete per 3 all'hora, che si deue purgarle di esso secondo Termine.

Data l'Vguaglianza $x^3 + 6\frac{3}{4}x^2 + 8\frac{2}{3}x = 337\frac{1}{12}$

Progressione 1 12 144 1748

Faccio $x^3 + 81x^2 + 1248x = 582480$

Per le cose mostrate sarà $x = 60$

Il qual diuiso per 12, ch'è il numero dell'ascendenza della Progressione si trouerà essere $x = 5$

Data

Data l'Incompleta $x^3\ 0 + 12\frac{2}{3}x = 114\frac{2}{3}$

Progressione 1 3 9 27

$$x^3 + 114x = 3096$$

Et per quello si è detto sarà $x = 12$

Il qual diuiso per 3 ch'è il num. dell'ascendenza della Progressione si trouerà essere $x = 5$

Data l'Incompleta $x^3 + 10\frac{3}{4}x^2\ 0 = 393\frac{3}{4}$

Qui possiamo seruirsi delle due progressioni 1: 4: 16: 64 & 1: 3: 9: 27. Con la prima faremo $x^3 + 43x^2\ 0 = 25200$

e perche de 43 moltitudine de x^2 non possiamo pigliarne il terzo senza rotti bisogna adoprare l'altra progressione, alzando questa, che si farà $x^3 + 129x^2 = 680400$

doue si trouerà essere $x = 60$

che diuiso per li due num. delle progressioni insieme moltiplicati s'hauerà per il giusto valore della $x = 5$

Onde se alla prima si fossimo seruiti della Progressione 1:12:144: 1728 tanto ci sarebbe riuscito.

Nella degradatione si praticarà il contrario cioè, doue
89 qui si è diuiso il valor della x per il numero della progressione iui
si moltiplicarà detto valore per lo stesso numero.

Data l'vguaglianza $x^3 + 96x^2 + 1024x = 163840$

Progressione 1 16 256 4096

si farà diuidendo $x^3 + 6x^2 + 4x = 40$

& per le cose mostrate s'hauerà $x = 2$

Questo moltiplicato per 16 num. della progressione s'hauerà il giusto valor de x essere 32.

Nell'Incomplete istessamente si farà così non alterandosi l'ordine punto, solo che si lascia fuori quel termine, che manca come si è fatto nell'altre.

TRAT-

TRATTATO QVINTO.

Dell'Vguaglianze, che sono impossibili da risoluersi e prima delle Quadrate.

90 DIstinguerò l'vguaglianze impossibili in due sorti. La prima quando in natura non si dà alcuna possibilità. La seconda, quando la risolutione nasce irrationale, negata, ò generale.

Della prima Sorte.

Data l'Vguaglianza $x^2 - 6x = -25$
metà della moltitudine x -3 suo quadrato $+9$
summa -25

Da vn numero negato non è possibile estraerne la radice quadrata, come si ricerca qui, onde l'vguaglianza è impossibile da risoluersi.

Della seconda Sorte primo Essempio.

Data l'vguaglianza $x^2 + 8x = 27$
metà della moltitudine x $+4$ suo quadrato 16
summa 43

Il num. 43 non hà radice quadrata onde non si può proseguire l'opera che si ricerca, e però il valore della x sarà $\sqrt{43} - 4$ ouero $-\sqrt{43} - 4$ pertanto non essendo questi numeri reali, si dice esser la risolutione impossibile.

Secondo Essempio.

Data l'Vguaglianza $x^2 + 10x = -24$
metà della x $+5$ suo quadrato $+25$
summa $+1 - 1$
leuo $+5 + 5$
Resta -4 & -6

Onde hauendo tutti due i valori negati, si può dire essere l'Vguaglianza impossibile, quando si cercasse il valor affermato, altrimente ella è possibile negatamente.

Ter-

Terzo Essempio.

Data l'Vguaglianza $x^2 = x^2$
ouero $12x = 12x$

Queste, & altre simili Vguagliãze, oue tanto è il subietto, quanto è il paragone hanno vna general risolutione, perche qual si voglia numero può valere la x

Cadono ancora sotto il nome d'impossibili quelle che è più l'vna parte, che l'altra, come sarebbe
Data l'vguaglianza $4x = 20x$
ouero $5x^2 = 12x^2$ & simili.

Di questa sorte però ve ne sono, che hauendo visibilmente maggior vna parte, che l'altra, si risoluono negatiuamente
come sarebbe $xx + 24x + 144 = 144$
leuo $24x + 144$ $144 + 24x$
Resta $xx = -24x$
che diuiso per x farà $x = -24$

Dalle sudette dimostrationi si vede, che alcune di queste Vguaglianze sono impossibili assolutamente, & alcune conditionatamente, & io (se m'è permesso) dirò, che quelle, che hanno il valor della x negato, non si possano dire impossibili, perche possono risoluersi quantunque negatiuamente, & intenderei che fossero impossibili, solamente quelle, che non possono specificarci li valori della x come l'irrationali, & quelle che non possono terminarci l'operationi, che si praticano nelle solubili, e possibili.

Dell'Impossibilità Delle Cubiche Vguaglianze.

Data l'vguaglianza $x^3 + 15x^2 + 74 = -120$

Questa hauerà la impossibilità, per causa della negatione, perche operando, nelle forme assegnate per auanti, (& che si mostraranno col progresso) hauerà trè valori negati cioè -4 -5 -6 onde per quello dissi nelle quadrate, io non sò chiamarla impossibile assolutamente.

Data quest'altra $x^3 - 12x^2 + 36x = 16$

Al n. 84 si vede, che operando con le regole insegnate, si troua che la x val $\sqrt{12} + 4$ & $-\sqrt{12} + 4$ sin qui si potrebbe chiamarla impossibile; mà perche queste cubiche vguaglianze

 han-

hanno trè valori, l'altro valor ſarà 4, come moſtrarò al num. 94 ond'ella non è impoſſibile intieramente. Trouai nel libro d'vn grand'huomo queſto Eſſempio d'Impoſſibilità,

Dato $x^3 - 12x = -18$

ſi cuba il terzo della moltitudine x cioe 4, che farà 64

ſi quadra la metà della cognita cioè 9, che farà 81

E perche 81 e più di 64 l'vguaglianza è impoſsibile, & inetta, dunque 18 è troppo ſcorgendoſi che il 16 ſarebbe ſtato il più alto.

Queſte ſono le ſue parole, ſe bene tradotte da lingua à lingua.

Mà queſta Regola non la trouo generale, ouero non è queſta la ragione per conoſcere l'impoſsibilità, & mi ſeruirò d'vn eſſempio d'vn'altro grand'Huomo, ſe bene molt'altri potrei moſtrarne,

Dato $x^3 - 24x = 72$

Il cubo del terzo de 24 ſarà 512

Il quadrato della metà de 72 ſarà 1296

queſto è pure maggiore dell'altro, e pure la x val 6, come ſi può eſperimentare.

Trouo bene col mezzo delle parti aliquote, che ſi può conoſcere l'impoſsibilità con giudicar il valore della x irrationale.

Parti aliquote de -18

$+1 \; -18$ Leuando da cadauna di eſſe parti aliquote la molti-

$+2 \; -9$ tudine -12 trouo gl'infraſcritti reſti cioè

$+3 \; -6$

$-1 \; +18$ dalli numeri minori $+13 +14 +15 +11 +10 +9$

$-2 \; +9$ dalli numeri maggiori $-6 + 3 + 6 + 30 + 21 + 18$

$-3 \; +6$ E perche niuno di queſti reſti è quadrato della parte oppoſta, come s'inſegna al nu. 79. Eſſempio terzo, perciò concludo valere la x vna coſa irrationale; onde la chiamo impoſsibile.

Lo ſteſso Auttore pone vn'altro eſsempio d'impoſsibilità nell'vguaglianze della ſeconda ſorte.

Dato $x^3 - 12x^2 = -257$

ſi piglia li $\frac{2}{3}$ della moltitudine x^2, fanno 8, & cubato ſarà 512

ſua metà 256

con -257

-1

Que-

Queſto numero -257 eſſendo più alto dell'eſsere 256, per queſto 257 è troppo.

Queſte pure ſono le ſue medeme parole tradotte da lingua à lingua.

Io me n'accerto con il mezzo delle parti aliquote perche dato

la ſudetta vguaglianza $x^3 - 12x^2 = -257$

Parti aliquote $-1 \; +257$

$+1 \; -257$

Oſſeruo ch'io non poſso leuare -12 da niuna delle parti aliquote, coſi che il reſto ſij radice della parte oppoſta (ò che il quadrato di queſto reſto, ſij eguale alla parte oppoſta, ch'è il medeſimo) come moſtrai al numero 80, terzo Eſſempio; e perciò concludo, che la riſolutione di queſt'vguaglianza ſij impoſsibile.

Modo per conoſcere quanti valori affermatiui e negatiui habbino l'Vguaglianze.

TVtte l'Vguaglianze poſſono hauere tanti valori, quanti ſono i gradi del loro maggior termine, e però le ſemplici, ò Radicali n'haueranno vno, le Quadrare due, le cubiche trè: Queſti poſſono eſſere ò tutti affermatiui, ò tutti negatiui, ò pure meſcolati, il che ſi conoſce dalli ſegni $+$ & — perche quando due ſegni $+$ ouero due ſegni — ſi ſeguiteranno ſarà, ciò ſegno d'vn valor negatiuo, e quando detti ſegni camineranno alternatiuamente l'vno $+$ l'altro —, ſarà ſegno d'vn valore affermatiuo.

Eſſempij.

Primo Data l'Vguaglianza $x^3 + 4x^2 + 16x$ ——— -64
ſi portino tutte le quantità
da vna parte e ſi faccia $x^3 + 4x^2 + 16x + 64x$ ——— 0
Queſte Vguaglianze haueranno i tre valori tutti negatiui

Secōdo Data l'altra $x^3 - 4x^2 + 16x$ ——— 64
& fatto $x^3 - 4x^2 + 16x - 64$ ——— 0
Queſte haueranno tutti i valori affermatiui

Terzo Dato ancora queſta $-x^3 - 4x^2 - 16x$ ——— 64
& fatto $-x^3 - 4x^2 - 16x - 64$ ——— 0
Queſta pure hauerà li valori negatiui, e perche anco tramutando tutti i ſegni per cauſa della maggior quantità ſi farebbe l'vguaglianza ſimile alla prima cioè $x^3 + 4x^2 + 16x + 64$ ——— 0

Quarto Data queſta $x^3 + 4x^2 - 16x$ ——— -16
& fatto $x^3 + 4x^2 - 16x + 16$ ——— 0
Queſta hauerà vn valor negatiuo per cauſa delli 2 primi ſegni affermatiui, e due valori affermatiui, perche gli altri che ſeguitano cioè ſecondo, e terzo, e quarto ſono l'vno $+$, e l'altro — come dal ſeguente eſſempio Generale ſi può comprendere

$x^6 + 4x^5 - 4x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 2x + 16$

Valori — $+$ — $+$ $+$ $+$

L'Incomplete non caminano con queſt'ordine, per cauſa della loro diffettuoſità, per la quale variano li ſegni $+$ & — da quali viene cauata la ſudetta Regola, come per eſſempio.

Data l'Vguaglianza $x^3\ 0 + 6x$ ——— 45

& fatta $x^3\ 0 + 6x - 45$ ——— 0

Dalli ſegni delli due vltimi termini ſi conoſce eſſerui vn valor vero, & affermatiuo, mà dal reſto non ſi può farne giudicio ſicuro.

Modo per ritrouare tutti i valori d'vn'Vguaglianza, e prima delle Complete.

92 Data vn'vguaglianza di trè valori $x^3 - 12x^2 + 44x$ ——— 48

E ridotta come ſopra hò detto $x^3 - 12x^2 + 44x - 48$ ——— 0
che per quanto ſi è detto al nu. 91 hauerà tre valori affermatiui.

Per conoſcerli, biſogna accomodare l'vguaglianza in modo tale, che li gradi delli termini caminino alternatiuamente, in vece d'ordinatamente, ſeparandoli in tal forma

$x^3 + 44x$ ——— $+12x^2 + 48$

Hora ſi piglino i numeri, ò ſia moltitudine delli termini con l'ordine del loro grado, che s'hauerà

$+12 \quad +44 \quad +48$

Da qui ſi conoſce la cauſa della ſeparatione ſopradetta ſenza la quale li numeri ſudetti ſarebbero $-12 + 44 - 48$; che non ſarebbero à propoſito per ciò, che ſi cerca.

Per tanto dunque dalli numeri $+12$ $+44$ $+48$ ſi ricaua le coſe infraſcritte.

Prima, che li tre valori dell'Vguaglianza ſumino $+12$
Seconda, che detti valori moltiplicati à due à due & li prodotti vniti inſieme formino $+44$

Terza, che moltiplico il primo valore col secondo, & il prodotto per il terzo formeranno $+48$

Dalle cose dette al n. 84. si trouarà il primo valore essere $+6$ e però sopra di questo si formerà vn quesito, cioè.

Trouar tre numeri, che il primo sij 6, Li altri due, con lui, faccino $+12$, e moltiplicati à due à due, & vniti li loro prodotti faccino $+44$, & moltiplico il primo col secondo, & il prodotto per il terzo faccia $+48$.

Operatione

Primo numero	6	moltip.ne del primo col secondo	$6x$
Secondo suppono	x	moltip.ne del primo col terzo	$36-6x$
Terzo	$6-x$	moltip.ne del terzo col secondo	$6x-xx$
summa	12	summa	$36+6x-xx$

Dunque

$$36+6x-xx = 44$$

ouero

$$xx-6x-36 = -44$$

aggiungo $+36$ $+36$

$$xx-6x = -8$$

Dalla quali vguaglianza s'hauerà essere $x = 4$

E però se il primo num. fù 6, Il secondo si troua essere 4 dunque sarà per forza 2 il terzo (acciò, che la summa sij $+12$)

Parimente moltiplico il primo numero 6 col secondo supposto x farà $6x$, e questo prodotto col terzo numero posto per $6-x$ farà $-6xx+36x$

Dunque

$$-6xx+36x = 48$$

ouero

$$6xx-36x = -48$$

$$\&\quad xx-6x = -8$$

Onde essendo l'Vguaglianza simile alla sudetta s'hauerà $x = 4$ come pure si è visto in quella, e però si conclude, che li trè valori dell'vguaglianza proposta sijno $6: 4: 2$.

Del-

93 Data l'Vguaglianza $x^3 - 7x = -6$

e fatta $x^3\ 0 - 7x + 6 = 0$

e posta in ordine alternatiuo $x^3 - 7x = 0 - 6$

& estratine i numeri secondo il loro grado $0 \quad -7 \quad -6$

Per quello si vede nella risolutione delle cubiche della prima sorte si trouarà nella proposta vguaglianza. $x = 1$

E qui formando il quesito, come dissi, nelle complete si trouaranno gli altri due valori cioè $+2$, & -3 Dunque il valore della x sarà $+1$ $+2$ -3

Mà non sempre, come dissi al nu. 91, quest'incomplete hanno trè valori perche, data l'Vguaglianza $x^3 + 4x = 80$

e fatta $x^3 + 4x - 80 = 0$

e posta in ordine alternatiuo $x^3 + 4x = 0 + 80$

& estratine i numeri secondo il loro grado $0 \quad +4 \quad +80$

E trouato il valore de x della data vguaglianza (come si è veduto nelle risolutioni delle cubiche della prima sorte) essere $+4$ si formarà il quesito come al n. 92, & si farà la stessa operatione cioè

Primo num.	4	moltiplicatione del primo col secōdo	$+4x$
Secondo	x	del primo col terzo	$-4x-16$
Terzo	$4-x$	del secondo col terzo	$-4x-xx$
sumano	0	summa	$-4x-xx-16$

Dunque

$$-4x-xx-16 = 4$$

ouero $4x+xx+16 = -4$

ouero $xx+4x+16 = -4$

& $xx+4x = -20$

che volendo trouare il valore de x si vedrà essere impossibile, per quanto si disse al n. 90.

Lo stesso seguirà moltiplicando insieme li trè numeri come dissi nell'altre, perche moltiplicando il primo $+4$ col secondo x farà $4x$; e questo col terzo $-4-x$ farà $-16x-4xx$.

Dun-

Dunque

$-4xx - 16x = 80$

che diuisa per 4 fà $-xx - 4x = 20$

è cambiati li segni $xx + 4x = -20$

ch'è la medema vguaglianza impossibile scoperta di sopra.

Del modo di ritrouare il terzo valore quando se n'habbino trouati due Irrationali.

94 Data l'Vguaglianza $x^3 - 12x^2 + 36x = 16$
Ridotta à conoscere, che valori possa hauere

$x^3 - 12x^2 + 36x - 16 = 0$

& per quanto si disse al n. 91 resti scoperto d'hauerne tre tutti affermatiui per causa delli segni + & — che vanno alternatiuamente.
Si ponghino in ordine alternatiuo anco i termini

come si disse al n. 92 facendo $x^3 + 36x = 12x^2 + 16$
& estratine da gradi i numeri per ordine $+12 \quad +36 \quad +16$
Si vede al n. 84, & al nu. 90, che quest'Vguaglianza proposta haueua (per valore della x) $\sqrt{12}+4$ & $-\sqrt{12}+4$ la di cui sõma fà 8: Dunque (per le cose già dette auanti la summa di tutti trè i valori (douendo esser $+12$) sarà 4 il terzo valore della x
Chi volesse farne proua si può operare come al n. 92 formando l'infrascritto quesito.
Vi sono trè numeri, che vniti insieme fanno 12. Il primo col secondo fà 8; la loro moltiplicatione à due à due fà 36, & moltiplicati insieme fanno 16.

primo	x	primo col secondo	$8x - xx$
secondo	$8 - x$	primo col terzo	$4x$
terzo	4	secondo col terzo	$-4x \quad +32$
summa	12	summa	$8x - xx + 32$

Dunque $8x - xx + 32 = 36$

& operando, come si disse, si trouerà $x = \sqrt{12}+4$
& $-\sqrt{12}+4$

così pure moltiplicandoli frà loro faranno $-4xx + 32x = 16$

che istessamente si trouerà $x = \sqrt{12}+4$ & $-\sqrt{12}+4$

Altro

Altro modo per ritrouare i trè valori dell'Vguaglianza cubica, completa, e per conoscere quanti ne hanno l'Incomplete.

95 Data l'Vguaglianza al n. 92 $x^3 - 12x^2 + 44x = 48$
Della quale si sono trouati li valori essere $+6 \quad +4 \quad +2$
Vnisco tutti li termini dell'Vguaglianza, e faccio

$x^3 - 12x^2 + 44x - 48$

Diuido detti termini per x meno vno di detti valori, onde se si hauesse ritrouato il primo solamente, si diuiderà per $x - 6$

Il rissultato (chi opererà come al n. 39.) sarà $x^2 - 6x + 8$

Dunque si faccia $x^2 - 6x + 8 = 0$

ouero $x^2 - 6x = -8$

che si troueranno li due valori di quest'Vguagliãza essere $+4$ è $+2$
per tanto risolueremo, che li trè valori della proposta Vguaglianza sijno $+6 \quad +4 \quad +2$

operatione

diuisore $x - 6$

da diuidere $x^3 - 12x^2 + 44x - 48 \mid x^2 - 6x + 8$

	$x^3 - 6x^2$	Dunque
		$x^2 - 6x + 8 = 0$
	$-6x^2 + 44x$	ouero $x^2 - 6x = -8$
	$-6x^2 + 36x$	$-3 \quad +9$
		$+1$
	$+8x - 48$	Radice $+1$ è -1
	$+8x - 48$	leuo $-3 \quad -3$
Resta	$0 \quad 0$	$x = +4 + 2$

Data l'incompleta seconda al n. 93 $x^3 + 4x = 80$
& fatta (col portar tutti i termini da vna parte) $x^3 + 4x - 80 = 0$
Della quale si trouò il valore della x essere 4, e gli altri due si scopersero impossibili. Hora diuidassi $x^3 + 4x - 80$ per $x - 4$ che s'hauerà $x^2 + 4x + 20$ del quale fatta l'Vguaglianza $x^2 + 4x = -20$ si trouerà essere tali Vguaglianze impossibili, come mostrai.

L Ope-

Operatione

$x - 4$ | $x^2 + 4x + 20$

$x^3 \; 0 + 4x - 80$

$x^3 - 4x^2$

$+4x^2 + 4x$

$+4x^2 - 16x$

$+20x - 80$

$+20x - 80$

Resta $0 \quad 0$

Dunque

$x^2 + 4x + 20 = 0$

& $x^2 + 4x = -20$

$+2 \qquad +4$

summa -16

Dal qual resto -16 non si può cauar le radici, e perciò l'Incompleta data non hà più ch'vn valore.

Hauerà bene tre valori quella del primo essempio al num. 93

cioè data l'Vguaglianza $x^3 - 7x = -6$

che come si vede hà tre valori cioè $+1 \; +2 \; -3$

se si farà $x^3 - 7x + 6$ e questo si diuiderà per $x - 1$ s'hauerà $x^2 + x - 6$ & seguitando l'operatione si trouerà $x = 2$ & $= -3$ che sono gli altri due ricercati valori.

96 Si possono ricercare i valori dell'Incomplete anco col mezo delle parti aliquote; e però data l'vguaglianza sudetta

$x^3 - 7x = -6$

Parti aliquote	
-1	$+6$
-2	$+3$
$+1$	-6
$+2$	-3

Se da -6 leuaremo la moltitudine de x cioè -7 hauerà $+1$, ch'è il quadrato della parte opposta $+1$ dunque $+1$ è il valor de x

Se da -3 leuaremo il -7 s'hauerà $+4$ che è il quadrato della parte opposta $+2$ dunque $+2$ sarà il secondo valore.

Se da $+2$ si leuerà -7 resterà $+9$ che è il quadrato della parte opposta -3 dunque -3 sarà il terzo valore; dunque anco per questa strada si troua $x = +1, +2, \& -3$

Pa-

Parimente data quest'altra $x^3 - 39x = 70$

Parti aliquote	
1	70
2	35
5	14
7	10
ouero	
-1	-70
-2	-35
-5	-14
-7	-10

Se da $+10$ leuerò -39 mi restarà $+49$ il quale è quadrato di 7 parte opposta alla parte $+10$ Dunque x sarà 7 così pure se da -35 leuarò -39 mi resterà $+4$ che è quadrato di -2 parte opposta alla parte -35 dunque x sarà -2 parimente se da -14 leuarò -39 mi restarà $+25$ che è quadrato di -5 parte opposta alla parte $+25$ dunque x sarà -5

Si risolue perciò, che la data Vguaglianza habbia tre valori cioè $+7$, -2, & -5

Dato ancora $x^3 - 19x = -30$

Parti aliquote	
1	-30
2	-15
3	-10
5	-6
ouero	
-1	30
-2	15
-3	10
-5	6

Se da -15, da -10, & da $+6$ leuarò -19 mi restarà $+4$, $+9$ $+25$ Il $+4$ sarà quadrato alla parte opposta a -15. Il $+9$ dalla parte opposta a -10, Il $+25$ dalla parte opposta a $+6$. Dunque la x sarà 2, 3, & -5

Pertanto si risolue, che la data vguaglianza habbia tre valori cioè 2, 3, & -5

Se volessimo cercare detti valori da questa $x^3 + 4x = 80$ trouaressimo hauerne vno solamente, come si è visto al nu. 95.

Parti aliquote	
1	80
2	40
4	20
5	16
8	10
-1	-80
-2	-40
-4	-20
-5	-16
-8	-10

Li resti di tutte le parti affermate saranno $-3 \; -2 \; -0 \; +1 \; +7 \; +6 \; +12 \; +16 \; +36 \; +76$

Altro che $+16$ & $+36$ non sono quadrati la radice de 36, che e 6 non è la parte opposta al 40; e però non serue. Serue solo $+16$, la di cui radice è $+4$ che è la parte opposta à 20, da doue deriua esso resto $+16$ Dunque x vale 4

Dalle parti aliquote segnate negatamente, chi leuerà la moltitudine de x cioè $+4$ tutti li resti saranno negati. Dunque non haueranno radice, perche, come si è detto à suo luogo, da vn num. segnato negatamente non si può estraere radice quadrata.

Per tanto si conclude, che detta vguaglianza non habbi più, che vn valore cioè $+4$

L 2 TRAT-

TRATTATO SESTO.

Del maneggio ò sia Algorismo delle quantità rotte.

97 Se s'hauerà osseruato bene il maneggio delle quantità intiere, & s'hauerà la pratica del maneggiare i numeri rotti, ci riuscirà men difficile questo maneggio.

Del Summare.

Volendo summare $\frac{y}{x}$ con $\frac{a}{b}$ si moltiplicheranno in croce, e s'hauerà yb, & xa, quali vniti fanno $yb + xa$ che sarà numeratore della summa delli proposti rotti: Il denominatore s'hauerà moltiplicando x con b che fà xb

Pratica

$$\frac{y}{x} \qquad \frac{a}{b}$$

$$yb \qquad xa$$

summano $yb + xa$ numeratore
xb denominatore

E perche è bene poner le lettere cognite auanti dell'altre, perciò si farà (cambiandole di luogo) $\frac{by + ax}{bx}$

Pratica seconda.

summare $\frac{4ay}{6xy}$ con $\frac{12bx}{x^2}$

$$4ayxx \quad - 72byxx$$

summano $\frac{4ayx^2 - 72byx^2}{6yx^3}$ numeratore

Vo-

Volendo summare sani, e rotti come $x + \frac{a}{b}$ con $y + \frac{c}{d}$ Si può farlo in due modi. Il primo si fà summando li sani cioè x & y, che saranno $x + y$ e poi li rotti come nella prima pratica che saranno $\frac{ad + cb}{bd}$; onde vnito il tutto sarà la sũma $x + y + \frac{ad + cb}{bd}$

L'altro modo è di tirare li due rotti, e sani ad'vn sol rotto per cadauno facendo de $x + \frac{a}{b}$ il rotto $\frac{bx + a}{b}$ che si fà moltiplicando b con x aggiungendoui a ilche è numeratore restando denominatore b Così $y + \frac{c}{d}$ con l'istessa forma farà il rotto $\frac{yd + c}{d}$ Li quali due rotti summati faranno $\frac{ydb + cb + dbx + ad}{db}$ Il che sarà il medesimo come nell'altro, se quello si tirerà ad'vn rotto moltiplicando $x + y$ per bd aggiungendoui $ad + cb$ che farà lo stesso numeratore restando poi bd per denominatore.

Pratica

$x + \frac{a}{b}$ con $y + \frac{c}{d}$

fà $\frac{xb + a}{b}$ $\quad \frac{yd + c}{d}$

$$bux + ad \qquad bdy + bc$$

summano $\frac{bdx + ad + bdy + bc}{bd}$

Auuertendo che se bene le lettere sono cambiate di luogo non importa, perche tanto è che vadino prime, quanto dopò, essendo però bene che le cognite sijno prima delle incognite, e trà le cognite a prima de b & questo auanti di c &c.

Del Sottrare.

Dall'infrascritta pratica si comprenderà l'ordine che si tiene.

leuar $\frac{a}{b}$ dà $\frac{c}{d}$

$$ad \qquad bc$$

Resta

Resta $\frac{bc-ad}{bd}$ numeratore denominatore

Parimente leuar $\frac{4x}{3a}$ dà $\frac{8y}{6b}$

$24bx$ $24ay$

Resta $\frac{24ay-24bx}{18ab}$ numeratore denominatore

Dato ancora Sottrare $x+\frac{a}{b}$ da $y+\frac{c}{d}$

faccio $\frac{bx+a}{b}$ $\frac{dy+c}{d}$

$bdx+aa$ $bdy+bc$

Resta $\frac{bdy+bc-bd+-ad}{bd}$

Si potena anco sottrare x dà y, e fare $y-x$, e poi $\frac{a}{b}$ dà $\frac{c}{d}$ & fare $\frac{bc-d}{bd}$ concludendo essere il resto $9-x+\frac{bc-d}{bd}$ il qual ridotto ad'vn sol rotto farà come sopra $\frac{bdy-bdx+bc-ad}{bd}$

Del Moltiplicare.

Per moltiplicare $\frac{a}{x}$ con $\frac{b}{y}$ fà $\frac{ab}{xy}$

cosi si farà $\frac{-3b}{-4y}$ con $\frac{+8o}{-2x}$ che fà $\frac{-24bc}{+8xy}$

Dato ancora $4x+\frac{3a}{2b}$ con $6y+\frac{3x}{2c}$

Riducassi à rotti saranno $\frac{8bx+3a}{2b}$ & $\frac{12cy+3x}{2c}$ li quali moltiplicati come sopra fanno come hò mostrato al n. 34: 35: 36 $\frac{36acy+9ax+96bxcy+24bxx}{4bc}$

Da questi Essempij si potranno comprendere tutti gl'altri, hauendo mira à quello, che si è visto nel moltiplicare le quantità e sole & accompagnate da numeri.

Il Partire sarà ò comensurabile ò nò. Li comensurabili possono farsi cosi, come dato $\frac{ab}{xy}$ e volendolo diuidere per $\frac{b}{x}$ già si è detto, trattando delle quantità intiere, che leuando li caratteri del partitore, da quelli della quantità da partire, ne restarà il risultato; onde da ab numeratore si leui b numerator del diuisore restarà a cosi da xy denominatore si leui x denominatore del diuisore restarà y dunque $\frac{a}{y}$ e il risultato di detto partire.

Parimente diuidere $\frac{18bc}{-8xy}$ per $\frac{-3b}{-4y}$ risulterà per la sudetta ragione $\frac{bc}{2x}$ le quali cose parmi non habbino bisogno di maggior esplicatione, se s'hauerà osseruato quanto si disse delle quantità sane applicandosi à caratteri, numeri, e segni.

Gl'Incomensurabili come dato da diuidere $\frac{a}{b}$ per $\frac{d}{c}$ si moltiplicano in croce, cioè b con d; che fanno bd, & a con c fanno ac questo è numeratore del risultato, e l'altro è il denominatore.

Essempio.

Partitore da Partire

$\frac{d}{c}$ $\frac{a}{b}$ producono $\frac{ac}{bd}$

Anco li comensurabili si diuidono in tal forma la quale è regola generale tanto ne gl'vni, quanto ne gl'altri; e però dato il rotto comensurabile sopranominato $\frac{ab}{xy}$ da diuiderlo per $\frac{b}{x}$ si faccia l'Essempio.

Partitore da Partire

$\frac{b}{x}$ $\frac{ab}{xy}$ producono $\frac{abx}{bxy}$

Questo prodotto e simile all'altro riuscito di sopra cioè $\frac{a}{y}$ perche se tanto dal numeratore, quanto dal denominatore si leuaranno li caratteri bx restarà $\frac{a}{y}$, come si è detto, seruendosi di detta schizatione, il che si fà in altre occasioni ancora, per minorar le quantità, e ridurle ad'essere più facilmente maneggiate, come si costuma ne numeri.

Volendo diuidere ſani e rotti per ſani e rotti, ſi riducano l'vni, ē gl'altri ad vn ſol rotto e poi ſi operi come ſopra.

Eſſempio.

Partitore $\quad$ da Partire

$4x+\frac{3a}{2b}$ $\quad$ $6y+\frac{3x}{2c}$

che ſi farà $\frac{8bx+3a}{2b}$ $\quad$ $\frac{12cy+3x}{2c}$

Producono

$$\frac{24bcy+6bx}{16bcx+6ac}$$

Per cōcludere ſtimo ſuperflua ogni maggior dimoſtratione col ſuppoſto d'hauermi da far intendere da chi è pratico del maneggio de' numeri rotti, e ch'hauerà oſſeruato quanto diſſi maneggiando le quantità intiere.

Delle Vguaglianze con rotti litterali.

99 Accadono nelle operationi molte vguaglianze con rotti litterali che confondono; onde per leuarli ſi teneranno gl'infraſcritti modi.

Prima Data l'Vguaglianza $x+\frac{6b}{x} = c$

oſſeruato ciò, che ſi diſſe nel ſummare ſani, e rotti, ſi ridurrà $x+\frac{6b}{x}$ ad' $xx+6b$, col moltiplicare per x: anco c ſi deue moltiplicare per x che farà xc ouero cx dunque s'hauerà

$$xx+6b = cx$$

E ſeparando le quantità cognite dall'incognite s'hauerà

$$xx-cx = 6b$$

Secōda Data l'Vguaglianza $x^2+\frac{bc}{x} = abx+\frac{c}{x}$

Se ſi moltiplicherà tutto per x (parlando delle quantità intiere s'hauerà da vna parte x^3+bc, e dall'altra abx^2+c Dunque l'Vguaglianza viene ad'eſſere

$$x^3+bc = abx^2+c$$

& ſeparata

$$x^3-abx^2 = -bc+c$$

Terza Data l'Vguaglianza $x+\frac{bc}{x} = ab+\frac{5c}{y}$

Moltiplico li denominatori de rotti inſieme, cioè x & y, & faccio xy, con che moltiplico le quantità intiere; e faccio da vna parte xxy, e dall'altra $abxy$: hora moltiplico il numeratore d'vn rotto per il denominatore dell'altro, e faccio da vna parte; bcy, e dall'altra, $5cx$; Dunque l'Vguaglianza rieſce

$$xxy+bcy = abxy+5cx$$

Proua

Per prouare con numeri la verità della detta regola.

Supponiamo $a = 2 \mid b = 4 \mid c = 6 \mid x = 8 \mid y = 10$

Dunque $x+\frac{bc}{x}$ ſarà $8+\frac{24}{8}$ cioè 11

coſi $ab+\frac{5c}{y}$ ſarà $8+\frac{30}{10}$ cioè 11

Dunq. data l'vguagliāza ſudetta $xxy+bcy = abxy+5cx$
& alle lettere poſtiui ſotto i nu. 8.8.10 + 4.6.10 = 2:4:8:10 + 5.6.8

Moltiplicandoli trà eſſi fanno $640+240 = 640+240$

ſumma $880 = 880$

Dunque ſi come 11 è = ad' 11 coſi 880 è = a 880

Si ricerca maggiore auuertenza, quando vi ſaranno rotti negatiui in vece d'affermatiui, come dato

Prima $xx-\frac{3x+6}{x+2} = 3x+1$

Se ſi moltiplicherà xx con $x+2$ faranno x^3+2x^2 e perche il rotto è negatiuo; perciò ſi deue leuarli $+3x+6$ onde ſi farà x^3+2x^2-3x-6 da vna parte

Dall'altra poi ſe ſi moltiplicherà, $3x+1$, con $x+2$, s'hauerà $3x^2+7x+2$, dall'altra parte.

Dūque s'hauerà l'Vguagliāza $x^3+2x^2-3x-6 = 3x^2+7x+2$ che aggiuſtandola, come s'è inſegnato à ſuo luogo, s'hauerà

l'Vguaglianza ſeparata $x^3-x^2-10x = 8$

Per prouarla con numeri si supponga $x = 4$ onde si farà l'Vguaglianza à numeri $64 - 16 - 40 = 8$ che leuato dà 64 le due quantità negate 16, e 40 restarà $8 = 8$

Così nella data vguaglianza $xx - \frac{3x+6}{x+2} = 3x+1$

si farà alla sudetta ragione $16 - \frac{18}{6} = 13$

cioè $16 - 3$ che vuol dire $13 = 13$

Seconda Dato $xx - \frac{3x-6}{x+2} = 3x+3$

Moltiplicato xx con $x+2$ che farà $x^3 + 2x^2$ se gli leui $3x-6$ resterà $x^3 + 2x^2 - 3x + 6$ dà vna parte.

Dall'altra moltiplicãdo $3x+3$ con $x+2$ s'hauerà $3x^2 + 9x + 6$ Si riduca anco questa à numeri, che si trouarà la verità.

Terza Dato $xx - \frac{-3x-6}{x+2} = 3x+7$

Moltiplico xx con $x+2$ farà $x^3 + 2x^2$, se gli leui $-3x-6$, che restarà da vna parte $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$, Dall'altra moltiplicato $3x+7$ con $x+2$ s'hauerà $3x^2 + 13x + 14$ che prouata anco questa si trouarà lo stesso.

Delle Vguaglianze Plane, Solide, &c.

99 Mostrai al n. 7. come due quantità semplici di vario valore formano vna terza quantità, che chiamai Plana, e questa con cadauna d'esse semplici ne formaua vn'altra, che chiamai Solida, e così &c. Per tanto parmi necessario mostrar quì la risolutione di quest'vguaglianze, che nascono da questa origine. E per minor confusione mi seruirò di tre quantità solamente, cioè x y, & a, & le considero tutte come incognite.

Data l'vguaglianza Plana $xy = 20$

se diuido per x hauerò $y = \frac{20}{x}$

se diuido per y hauerò $x = \frac{20}{y}$

Qui non posso venire in cognitione di cosa alcuna, perche l'vna, e l'altra quantità può hauer molti valori; onde osseruo essermi necessario il sapere il valore d'vna di esse quantità, e supposto sapere, che sij 4 ricauo ancora, che y sarà 5 perche $\frac{20}{x}$ mi riesce $\frac{20}{4}$ ouero 5

Quante più saranno le quantità, tanto più difficile sarà la risolutione, perche

Data l'Vguaglianza Solida $xya = 120$

se diuido per xy hauerò $a = \frac{120}{xy}$

se diuido per xa hauerò $y = \frac{120}{xa}$

se diuido per ay hauerò $x = \frac{120}{ay}$

Onde non posso scoprire più di così; mà sapendo, che x vale 4, & y vale 5 all'hora saprò, che a vale 6

Data l'vguaglianza $xxy + xy = 100$

Mentre non sapiamo il valor de x ouero de y non possiamo se non astrattamente risoluere quest'vguaglianze, per tanto diuido la sudetta per y è ne nasce $xx + x = \frac{100}{y}$

che presa la metà de x farà $\frac{1}{2}$ & il suo quadrato

farà $\frac{1}{4}$ qual aggiongo $\frac{1}{4}$

summa $\frac{100}{y} + \frac{1}{4}$

cauo da questo la radice, e sarà $\sqrt{\frac{100}{y} + \frac{1}{4}}$

leuo secondo il praticato $\frac{1}{2}$

Resta per il valor de x $\sqrt{\frac{100}{y} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$

Per farne proua ſi ſupponga $y = 5$
dunque il valor de x ſarà $\sqrt{\frac{100}{5} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$

ouero $\sqrt{20\frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$

e però ſe da $20\frac{1}{4}$ ſi cauarà la radice
ſi trouarà eſsere $4\frac{1}{2}$ dal che leuatone
$\frac{1}{2}$ per la $\frac{1}{2}$ de x) s'hauerà il vero valor de $x = 4$

Si vede dunque, che tali vguaglianze, ch'hanno più ſorte de caratteri, che formano vna quantità, non ſi poſsono riſoluere à numeri, ſenza la cognitione del valore delli ſteſſi caratteri, eccetuandone vn ſolo, del quale poi ſi può venir in cognitione con li mezzi inſegnati, ſapendo quanto, che vagliono gli altri.
E però manifeſta che ci ſij x l'vguaglianza ſudetta ſi farebbe $16y + 4y = 100$, e ſummando $16y$ & $4y$ s'hauerà $20y = 100$
ouero $y = 5$

Coſi pure eſsendoſi cognito $y = 5$ ſi farebbe l'Vguaglianza ſudetta in queſt'altra cioè $5xx + 5x = 100$ che per le coſe già di ſopra moſtrate, ſi trouarebbe $x = 4$ come ſopra ſi è fatto.

TRATTATO SETTIMO.

100 Siamo giunti con l'aiuto dell'Altiſſimo al fine del maneggio di quelle quantità, delle quali mi ſono preſo l'aſſunto di trattare; hora ci reſta di vedere come cada l'occaſione di praticare queſto maneggio; ond'io la moſtrerò con la riſolutione d'alquanti queſiti che ci ſeruiranno d'eſercitio e di pratica.

Prima però è da ſapere ch'ogni queſito ricerca vna ò più coſe incognite, il che s'ottiene col mezzo d'vna ò più coſe cognite, eſpreſſe nello ſteſſo queſito.

Per eſſempio s'io ricerco vn numero, il quale moltiplicato per 8 faccia 32. eccoci due coſe cognite, dalle quali rintraciamo la incognita, che ſi cerca.

Segniamo dunque la coſa incognita con qualche ſegno à piacer noſtro; e ſupponiamo valerſi della lettera x come più vſuale. Dunque ſe queſta quantità incognita ſegnata x la moltiplicheremo per 8 ſi farà $8x$; Il queſito dice, che farebbe 32 dunque faremo l'vguaglianza.

$$8x = 32$$
$$\&\quad x = 4$$

Si riſoluè dunque, che il numero, che ſi cercaua ſij 4 perche queſto è il valore della coſa ſuppoſta.

Da queſta facilità paſſaremo auanti, e diremo per eſſempio: Cerco vn numero, che moltiplicato per 4 più di ſe ſteſſo faccia 32

Supponiamo quel tal numero, che ſi cerca, eſſer x il quale moltiplicato per 4 più di lui, cioè per $x + 4$, farà $xx + 4x$, & perche deue fare 32, perciò faremo l'vguaglianza

$$x^2 + 4x = 32$$

onde praticando la riſolutione inſegnata, al n. 76, ſi trouarà $x = 4$
Dunque il num. che ſi cercaua è 4

Coſi pure voltando in altra forma il predetto queſito dicendo. Trouami vn numero, che moltiplicato per 4 più di ſe ſteſſo faccia 8 volte ſe ſteſſo.

Suppoſto il numero cercato eſſere x, & moltiplicato per $x + 4$ come ſopra ſi farà $xx + 4x$ queſto deue eſſere 8 volte ſe ſteſſo Dunque ſarà $8x$: Da queſto ne naſce l'vguaglianza.

$$x^2 + 4x = 8x$$

Se si diuiderà tutta l'vguaglianza per x s'hauerà

$$x + 4 = 8$$

leuo $+4$ $\qquad$ $+4$

Resta $x = 4$

Dunque 4 è il numero ricercato.

Per passare più auanti diremo. Trouami trè numeri che il primo sij il doppio del secondo, & il secondo il doppio del terzo, & moltiplicati insieme facino il doppio della moltiplicatione del primo in se stesso.

Qui non ci è cognito se non l'ordine, col quale si fabbrica il Problema, onde col discorso si ricauerà il resto.

Per tanto diremo, che il terzo num sij x dunque il secondo ch'è il suo doppio sarà $2x$, & il primo ch'è doppio di questo sarà $4x$. Dunque

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Primo numero} & 4x \\ \text{Secondo} & 2x \\ \text{Terzo} & x \end{array}\right\} \text{sua moltiplicatione } 8x^3$$

Moltiplicatione del primo in se stesso $16x^2$ suo doppio sarà $32x^2$ e però se questa è vguale alla loro moltiplicatione faccio l'Vguaglianza.

$$8x^3 = 32x^2$$

Diuido per x^2 e faccio $8x = 32$

& $x = 4$

Dunque il terzo numero sarà 4, il secondo 8, il primo 16

Chi hauesse detto, che la loro moltiplicatione vnita col doppio della moltiplicatione del primo in se stesso facesse 1024 si farebbe più difficile il quesito, & l'vguaglianza sarebbe

$$8x^3 + 32x^2 = 1024$$

ouero $x^3 + 4x^2 = 128$

che per quello si è visto al n. 80. si trouera $x = 4$

Più difficile ancora sarebbe chi hauesse detto, che la loro moltiplicatione, & doppio sudetto con più 4 volte il primo numero facesse 1088 perche si farebbe

$$8x^3 + 32x^2 + 16x = 1088$$

ouero $x^3 + 4x^2 + 2x = 136$ On-

Onde al num. 84. s'è mostrato come si risoluono tali vguaglianze, e si trouerà (mediante anco l'Isomeria, che qui ci bisogna) essere $x = 4$ e così il numero ricercato essere 4

Dalli predetti Essempij si comprende, che si và costruendo l'vguaglianza secondo la costruttione del Problema, figurandosi per cognito quello, che si ricerca, ponendoui vna quantità, sopra la quale si và poi fabbricando il resto, come dalli seguenti quesiti vedremo, Concludendosi, che questa scienza è mista di specolatiuo è d'operatiuo. Con la specolatione si medita la strada, che si deue tenere, e con l'operatione si và costruendo l'vguaglianze, e si risoluono le medesime col mezzo di quanto s'è visto.

Si può ancora adoprare vn'altra quantità, nella positione, in vece de x mà il valore della cosa cercata, sarà la stessa quantità presa. V. G. Trouar vn numero, che moltiplicato per la metà di se stesso, faccia 32: In vece di x dirò questo tal numero essere $4xx$; ò altro à mio piacere; Dunque la sua metà sarebbe $2xx$, che moltiplicata con $4xx$, farebbe $8x^4$, & questo è vguale a 32: Io cerco il valor de $4xx$ e però diuido $8x^4$ per 8 ne viene x^4, & diuido il 32 ne viene 4 Dunque $x^4 = 4$ & $x^2 = 2$, e però volendo $4x^2$ quadruplerò il valor de x^2 & hauerò $4x^2 = 8$ che è il numero ricercato.

Que-

Ambidoi Zhetto, & Anfione, che compagni siamo 20 mine pesiamo: la terza parte di quant'io peso (dice Zhetto) con la quarta parte di quello pesa Anfione ascende à 6 mine. E tanto pesa la Madre nostra Antiope. l'Ad. quanto pesiamo ogn'vno.

Suppono, che Zhetto pesasse mine x
Anfione, che con lui pesaua mine 20 pesarà mine $20 - x$

La terza parte del primo sarà mine $\frac{1}{3}x$

La quarta parte del secondo sarà mine $5 - \frac{1}{4}x$

La summa di queste due parti sarà mine $5 + \frac{1}{12}x$

Questa summa (per quanto parla il Quesito) deue essere mine 6

Dunque

$$5 + \frac{1}{12}x = 6$$

Moltiplico per 12 per il rotto faccio $60 + x = 72$
leuo da cadauna parte 60 60

Resta $x = 12$

E però hauendo supposto, che Zhetto pesasse mine x si risponde che pesaua mine 12.
Et Anfione, che pesaua $20 - x$ dunque pesaua 8 mine.
Onde la terza parte del primo che e 4, è la quarta parte del secondo che è 2 farà in tutto mine 6.

In altro modo Specioso.

Mine 20 chiamo a
mine 6 chiamo b
Zhetto dunque pesaua mine x
Anfione pesaua mine $a - x$
la terza parte del primo sarà mine $\frac{1}{3}x$
la quarta parte del secondo mine $\frac{1}{4}a - \frac{1}{4}x$
la summa mine $\frac{1}{4}a + \frac{1}{12}x$

Dunque
$\frac{1}{4}a + \frac{1}{12}x = b$
moltiplico per 12
$3a + x = 12b$
separo le cogn. dall'altre
$x = 12b - 3a$
che ridotto à numeri sarà
$x = 12$

Il detto quesito non vol dir altro se non, trouami due numeri che insieme siano 20, e che il terzo del primo con il quarto dell'altro faccia 6 E pe-

E però dalla risolutione speciosa si ricaua la risolutione d'ogn'altro simil quesito come sarebbe. Trouami due numeri, che insieme siano 80, & che il terzo del primo con il quarto del secondo faccia 25

Faciasi $80 = a$, & $25 = b$
si valerà della sudetta risolutione cioè $x = 12b - 3a$

Che ridotta à numeri $12b$ faranno 300 & $3a$ faranno 240; onde per esser questi segnati — si leuino, e restarà $60 = x$, ch'è il primo numero ricercato, e l'altro per andar à 80 sarà 20.

In altro Modo.

Suppono, che Zhetto pesasse mine x
Anfione pesaua mine y e sij $\begin{cases} \text{mine } 20 = a \\ \text{mine } 6 = b \end{cases}$

summa $x + y$ dunque $x + y = a$

Preso $\frac{1}{3}x$, & $\frac{1}{4}y$ la summa sarà $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = b$

Moltiplico per 3 $x + \frac{3}{4}y = 3b$

ouero $x = 3b - \frac{3}{4}y$

Dunque Zhetto pesaua $3b - \frac{3}{4}y$

& Anfione y

summa $3b + \frac{1}{4}y = a$

ouero $\frac{1}{4}y = a - 3b$

& $y = 4a - 12b$

Riducasi $4a$: à numeri faranno 80, e così $-12b$ faranno -72 dunque $y = 80 - 72$ cioè $y = 8$, che tanto pesaua Anfione. Il resto andar à 20 mine pesaua Zhetto cioè 12 mine.

Più strade si possono tenere nella risolutione de quesiti, più ò meno difficili, secondo la capacità di chi opera con la meditatione, ricercando con questo mezzo la strada più facile.

Si trouino trè numeri, che il primo è ſecondo inſieme faccino 50: Il ſecondo, e terzo 70, & il primo è terzo 60.

Scriuo a in vece di 50		ſuppono il primo eſſer	x
b in vece di 70		il ſecondo ſarà dunque	$a - x$
c in vece di 60		il terzo ſarà	$c - x$

la ſumma del ſecondo, e terzo fà $a + c - 2x$ mà deue eſſere 70 Dunque

$$a + c - 2x = b$$

ouero $$-2x = b - a - c$$

ouero $$2x = a + c - b$$

& $$x = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}b$$

che ridotto à numeri $\frac{1}{2}a$ ſarà 25, $\frac{1}{2}c$ ſarà 30, & $-\frac{1}{2}b$ ſarà -35

dunque la ſumma di dette parti eſſendo 20, ne ſeguita, che x ſij 20 e però Il primo numero ſuppoſto x ſarà 20, Il ſecondo $a - x$ ſarà $50 - 20$ cioè 30, & il terzo $c - x$ ſarà $60 - 20$ cioè 40

Sempre dunque che ſi darà vn ſimile queſito, s'hauerà

$$x = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}b$$

Eſſempio.

Si trouino trè numeri, che il primo è ſecondo faccino 58. Il ſecondo, e terzo faccino 72, & il primo, e terzo 62

ſcriuo a in vece di 58		$\frac{1}{2}a$ ſarà $+ 29$
b in vece di 72	dunque	$\frac{1}{2}c$ ſarà $+ 31$
c in vece di 62		$-\frac{1}{2}b$ ſarà $- 36$
	ſumma	24

Dunque il primo num. ſarà 24 Il ſecondo ſi trouarà 34 & il terzo 38

Da queſti Eſſempij ſi vede quanto nobile ſij la ſtrada Spetioſa poiche da quella ſi caua la regola generale d'ogni queſito: coſa che per la ſtrada numerica non s'ottiene, come l'eſperienza di queſto, & altri queſiti può dimoſtrare.

Due numeri vorrei, che mi trouaſti
Che l'vn dell'altro tredeci men ſia
Per cinque, e mezzo l'vn moltiplicaſti
L'altro per ſette, e quello ch'ogn'vn ſia
In vna ſola ſumma li reccaſti
Che foſſe cinque, e vn quarto ſol vorria;
E ſe in ciò rettamente oprar ſaprai
Dirò ch'Algebra hai viſto, e che ne ſai.

Scriuo		Suppoſto	
a in vece di	13	Il primo num.	$x - a$
b in vece di	$5\frac{1}{2}$	Il ſecondo	x
c in vece di	$7\frac{2}{1}$	Moltipl. il pr. per b, il ſec. per c, & faccio	
d in vece di	$5\frac{1}{4}$	Il primo moltiplicato	$bx - ba$
		Il ſecondo	cx
		ſumma	$cx + bx - ba$

la ſudetta ſumma deue eſſere $5\frac{1}{4}$ cioè d, dunque

$$cx + bx - ba = d$$

ouero $$cx + bx = d + ba$$

diuido per $c + b$ $$x = \frac{d + ba}{c + b}$$ & à numeri $\frac{76\frac{3}{4}}{12\frac{1}{2}}$ | $\frac{307}{50}$

Il qual rotto, è, $6\frac{7}{50}$ Dunque $x = 6\frac{7}{50}$ e tanto ſarà. Il ſecondo numero che fù poſto x,: Il primo poſto $x - a$ ſarà $6\frac{7}{50} - 13$ dunque ſarà $- 6\frac{43}{50}$

Andaua il Mulo, e l'Asina portando il Vino, e perche dal dolor del peso l'Asina gemeua, il Mulo volto alla Madre disse: e perche piangi ò Madre? Se mi darai vna misura del Vino che tù porti, sostenerò il doppio di quello, ch'à te rimanerà; mà se tù pigliassi vna misura del mio, portaressimo peso vguale ambidue: si addimanda quante misure portauano cadauno?

Portaua il Mulo misure x, che aggiontane vna farebbe $x+1$
l'Asina misure y, che leuatane vna farebbe $y-1$
Dunque $y-1$ è la metà di $x+1$ e però faccio l'vguaglianza

$$2y-2 = x+1$$
ouero
$$2y-3 = x$$

Facciamo vn'altra positione, scriuendo in luogo de x $2y-3$
dal quale leuatane vna misura farebbe $2y-4$
E se questa misura s'aggiũgesse all'Asina, questa hauerebbe $y+1$
Il Mulo disse, che in tal caso hauerebbero egual peso. Dunque

$$2y-4 = y+1$$
ouero
$$2y = y+5$$
leuo y y

Resta
$$y = 5$$

Dunque tante misure hauea l'Asina, e perche si pose, che il Mulo ne hauesse (per la seconda positione) $2y-3$ dunque lui ne hauea 7 misure.

Due Soldati haueuano dinari. L'vno disse all'altro: Se tù mi presti vn terzo de tuoi dinari; hauerò scudi 60 da comprarmi vn Cauallo: L'altro rispose: S'io n'hauessi 14 de tuoi possederei tanti dinari, come quelli ch'à te restassero, da farmi vn vestito. Addimando quanti cadauno n'hauea.

---

scriuo a in vece di 60 b in vece di 14	Suppono hauesse il secondo Soldato scudi	x
	Il primo, che col terzo de sud. scudi n'hauerebbe hauuto 60, dunque hauea	$a-\frac{1}{3}x$
	Se il secondo appresso i suoi n'hauesse 14, hauerebbe	$x+b$
	& il primo con 14 meno restarebbe con	$a-\frac{1}{3}x-b$

Dunque, se il secondo con 14 del primo hauerebbe quanto al primo restasse; si farà perciò l'vguaglianza

$$x+b = a-\tfrac{1}{3}x-b$$
ouero
$$1\tfrac{1}{3}x = a-2b$$
ouero
$$4x = 3a-6b$$
&
$$x = \tfrac{3}{4}a-1\tfrac{1}{2}b$$

Onde ridotte à numeri le quantità cognite s'hauerà $x = 24$ che tanto hauea il secondo soldato: L'altro, che si pose ne hauesse $a-\frac{1}{3}x$ ne hauea 52.

Quesito Sesto Di Frà Luca dal Borgo.

Due Compagni hanno lana in vna Naue. L'vno n'hà sacchi 25 l'altro n'hà sacchi 31. Quello dalli 25 pagò di nolo vn sacco di Lana è soldi 23. Quello dalli 31 ne pagò due sacchi, & hebbe indietro soldi 50. Addimando quanto valse il sacco della lana, e quanto pagorono di nolo per sacco?

scriuo		suppono per valor d'vn sacco x
a	25 sacchi	se sacchi a.. pagò $x - c$.. quãto sacchi b
b in vece di	31 sacchi	
c	23 soldi	
d	50 soldi	

$$\frac{bx - bc}{a}$$

Pagò sacchi 31 di nolo $\frac{bx + bc}{a}$

E perche si disse, che pagò 2 Sacchi meno 50 soldi, dunque pagò $2x - d$ e però douendo questo esser vguale à $\frac{bx + bc}{a}$ faccio l'vguaglianza

$$2x - d = \frac{bx + bc}{a}$$

ouero $2x = d + \frac{bx + bc}{a}$

che moltiplicato per a fà $2ax = ad + bx + bc$

ouero $2ax - bx = ad + bc$

che diuiso per $2a - b$ s'hauerà

$x = \frac{ad + bc}{2a - b}$ ouero à num. $\frac{1963}{19}$ che sono $103\frac{6}{19}$

Tanto valse vn sacco di lana, che aggiuntiui 23 fanno soldi $126\frac{6}{19}$ e diuisi per 25 fanno soldi $5\frac{1}{19}$ che tanto pagorono per sacco di nolo.

Quesito Settimo Di Giacomo Peletier.

Due Capitani dispensarono scudi 1200 per cadauno ad vn certo numero de Soldati, che haueuano. L'vno hauea 40 Soldati meno dell'altro, onde quelli che erano in minor numero si trouarono con 5 scudi per vno de più de gl'altri. Addimando quanti erano li Soldati di cadauna Compagnia?

scriuo		
a	1200	Li Soldati della maggior compagnia suppono fossero x
b in vece di	40	A quali toccando scudi a in tutti, ne toccorno per ogn'vno scudi $\frac{a}{x}$
c	5	

Li Soldati della minore suppono che fossero $x - b$

A quali toccando a in tutti ne toccorno per ogn'vno scudi $\frac{a}{x - b}$

Leuiamo quello toccò à cadaun Soldato della maggior compagnia da quello, che toccò à cadauno della minore

$$\frac{a}{x} \qquad \frac{a}{x - b}$$

$$ax - ab \qquad ax$$

resta $\frac{ab}{xx - bx}$ dunque questo è $= c$

che disfatto il rotto sarà

$$ab = cxx - cbx$$

& à numeri

$$48000 = 5xx - 200x$$

e diuiso per 5

$$9600 = xx - 40x$$

onde per il secondo essempio del n. 76

s'hauerà $x = 120$

Dunque li Soldati della maggior compagnia erano 120, e gl'altri 80.

Vn Principe hà ſpeſo ſcudi 128000 in aſſoldare per vn meſe 7000 Caualli, & 7000 Fanti, & per ogni ſcudi 100 hebbe 18 Fanti più di quello, che per altri 100 ſcudi hebbe Caualli 5 Addimanda, al medeſimo modo, volendo aſſoldare per vn meſe 200 Caualli, e 300 Fanti; quanti ſcudi vi biſognaua?

ſcriuo

a	in vece di	ſcudi 128000	ſuppono per ſc. 100 haueſſe Caualli	x
b		7000 Caualli	& per altri ſcudi 100 Fanti	$x+c$
b		7000 Fanti	dunque ogni cauallo coſtaua ſcudi	$\frac{d}{x}$
c		18 Fanti		
d		ſcudi 100	& ogni Fante ſcudi	$\frac{d}{x+c}$

Dunque

Fanti b à ſcudi $\frac{d}{x+c}$ l'vno montano ſc. $\frac{bd}{x+c}$
Caualli b à ſcudi $\frac{d}{x}$ l'vno montano ſc. $\frac{bd}{x}$
ſumano ſcudi $\frac{2bdx+cbd}{xx+cx}$

E però faccio l'Vguaglianza

$$\frac{2bdx+cbd}{xx+cx} = a$$

ouero $2bdx+cbd = axx+cax$

& à numeri

$$1400000x+12600000 = 128000xx+2304000x$$

Diuido per 1000 $1400x+12600 = 128xx+2304x$

leuo $1400x$ $\qquad 1400x$

Reſta $12600 = 128xx+904x$

diuido per 128 $98\frac{7}{16} = xx+7\frac{1}{16}x$

Et operando ſecondo le regole dell'Iſomeria, & altre ſi trouarà che x valerà 7; onde tanti Caualli hebbe per ſcudi 100, & 25 Fanti per altri 100.

Et per regola del 3 ſe Caualli 7 coſtano ſcudi 100 quãto coſteranno Caualli 200; e ſimilmente ... ſe Fanti 25 coſtano ſcudi 100 quanto coſteranno Fanti 300 ſi trouerà, che in Caualli hauerebbe ſpeſo ſcudi $2857\frac{1}{7}$ & in Fanti ſcudi 1200.

Que-

Doi fanno Compagnia: il primo mette non sò quanto, & laſcia il ſuo capitale meſi 12 in compagnia: l'altro mette Ducati 30 e laſcia il ſuo capitale in compagnia meſi 17. In fine guadagnarono ducati $18\frac{3}{4}$ è diuidendoſi li compagni toccò al primo trà capitale, & vtile ducati 26. Addimando quanto eſſo miſe di Capitale.

ſcriuo

a	in vece di	12 meſi	Miſe il primo duc. x di capitale, & ſtette in compagnia meſi a che moltiplicando a, con x farà di compoſto	ax
b		30 duc.	Miſe il ſecondo ducati b ſtà meſi c dunque compoſto	cb
c		17 meſi	ſumma	$ax+cb$
d		$18\frac{3}{4}$ duc.		
e		26 duc.		

ſe $ax+cb$ —— guadagna d —— che toccarà à ax $\quad d$

Tanto li toccarà di guadagno ducati $\frac{adx}{ax+cb}$

Il ſuo capitale fù ducati x . . . .

Capital & vtile Ducati $x+\frac{adx}{ax+cb} = e$

ouero disfacendo li rotti $axx+cbx+adx = eax+ecb$

& ſeparando l'incognite $\left.\begin{array}{l} axx+cbx \\ +adx \\ -eax \end{array}\right\} = ecb$

& à numeri $12xx+423x = 13260$

che diuiſa per 12 $xx+35\frac{3}{12}x = 1105$

Onde per le coſe moſtrate s'hauerà $x = 20$ che tanto miſe di capitale il primo.

Scriue lo ſteſſo Rinaldini nel ſuo libro intitolato *Ars Analitica Mathematum* à carte 256, che il preſente queſito ſtete lungo tempo eſpoſto in Fiorenza da vn'Aritmetico, nè ſi trouò chi lo ſcioglieſſe. Lo ſciolſe poi lo ſteſſo Rinaldini, come lui ſcriue.

O Que-

Partiamo 26 in tre parti continue proportionali in tal modo, che il quadrato della media sij eguale al doppio della moltiplicatione della media per la minima, e più il sestupolo della medesima minima.

Parte media x
Parte minima y) moltiplicate fanno xy suo duplo $2xy$
aggiongo 6 volte la minima $6y$

Quadrato della media xx $=$ summa $2xy+6y$

diuido per $2x+6$ sarà $\frac{xx}{2x+6} = y$

Positione seconda
Parte media x suo quadrato sarà xx, che diuiso per $\frac{xx}{2x+6}$
Parte minima $\frac{xx}{2x+6}$ produce la parte maggiore, che sarà $2x+6$

Dunque
la parte maggiore $2x+6$
la parte media x
summa $3x+6$ Il qual leuato da 26, ch'è la summa di tutte trè le parti resta $-3x+20$, & questa sarà la parte minima.

Per tanto si pose la parte minima $\frac{xx}{2x+6}$ & è anco $-3x+20$
dunque faccio l'vguaglianza $\frac{xx}{2x+6} = -3x+20$
ouero disfatti li rotti $xx = -6xx+22x+120$
leuo $-6xx+22x$ $\quad -6xx+22x$
Resta $7xx-22x = 120$
& $xx-3\frac{1}{7}x = 17\frac{1}{7}$

Che risoluendo l'vguaglianza s'hauerà $x = 6$ per la parte media, così la parte maggiore sarà 18, e la minima 2.

Quest'è la stessa Risolutione di Alberto Ghirardi.

Altra

Altra mia rissolutione

scriuo a in loco de 26.
Positione prima
Parte minima x
media y
maggiore $a-x-y$

moltiplicatione della maggiore con la minima $ax-xx-xy$
quadrato della media yy
duplo della moltiplicatione della media con la minima, e sestuplo della detta minima $2xy+6x$

Queste trè cose sono vguali, perche essendo trè numeri proportionali Il quadrato del medio sarà vguale alla moltiplicatione delli due altri, come hà insegnato Euclide. Per tanto faremo.

$ax-xx-xy = yy = 2xy+6x$
diuido per x
$a-x-y = \frac{yy}{x} = 2y+6$

Positione Seconda
In luoco de $a-x-y$ faccio $2y+6$ per la parte maggiore
y per la media
x per la minima
summa $3y+x+6 = a$
ouero $3y = a-x-6$
& y $\quad \frac{1}{3}a-\frac{1}{3}x-2$

Positione Terza
Parte minima x
media $-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}a-2$ in vece di y
maggiore $-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}a+2$ in vece di $2y+6$
summa a ch'è $= 26$

& à numeri le cose cognite s'hauerà per le parti
minima x
media $-\frac{1}{3}x+6\frac{2}{3}$
maggiore $-\frac{2}{3}x+19\frac{1}{3}$
summa 26

Quadrato della media $\frac{1}{9}xx - 4\frac{4}{9}x + 44\frac{4}{9}$

moltiplicatione della media

con la minima $-\frac{1}{3}xx + 6\frac{2}{3}x$

suo doppio $-\frac{2}{3}xx + 13\frac{1}{3}x$

sestuplo della minima $6x$

summa $-\frac{2}{3}xx + 19\frac{1}{3}x = \frac{1}{9}xx - 4\frac{4}{9}x + 44\frac{4}{9}$

aggiongo $-\frac{1}{9}xx + 4\frac{4}{9}x \quad -\frac{1}{9}xx + 4\frac{4}{9}x$

$$-\frac{7}{9}xx + 23\frac{7}{9}x = 44\frac{4}{9}$$

ouero $-7xx + 214x = 400$

che ridotta la quantità massima all'vnità

$$-xx + 30\frac{4}{7}x = 57\frac{1}{7}$$

& fatta affermatiua

$$xx - 30\frac{4}{7}x = -57\frac{1}{7}$$

onde si trouerà $x = 2$ per la parte minima dal, che poi si conosceranno l'altre due.

Hò posto quì questa mia risolutione non già per mostrarla megliore di quella del Ghirardi,(che à ciò non mi sarei applicato per la veneratione, che hò à quel grand'huomo) mà per mostrare come con la meditatione si può tener più l'vna, che l'altra strada, onde molte volte si trouano, con questa, delle facilità, è senza di essa si restane tal volta inuillupati molti. Il qual mezzo non ci può essere insegnato da alcuno, poiche tutto dipende dalla nostra capacità è dall'essercitio.

Que-

Due Compagnie hanno ciascheduna pari numero de scudi da partire, l'vna hà 4 huomeni più dell'altra, e facendo le parti toccò alla minor compagnia scudi 8 di più per cadauno di quello toccò all'altra, è li scudi di ciascheduna compagnia furono 172 più de gli huomeni di tutte due le compagnie insieme, s'addimanda quanti huomeni haueua ciascuna compagnia?

scriuo a, b, c in vece di $4, 8, 172$

Minor compagnia huomeni	x
Maggiore	$x + a$
Tutte doi	$2x + a$
Aggiongo	c
Tanti scudi hauea ciascheduna	$2x + a + c$

Della prima: Dunque ogn'huomo hebbe scudi $\frac{2x + a + c}{x}$

Della seconda hebbe ogn'huomo scudi $\frac{2x + a + c}{x + a}$

Onde leuando queste parti l'vna dall'altra, restano $\frac{2ax + aa + ac}{xx + ax}$

Dunque

$$\frac{2ax + aa + ac}{xx + ax} = b$$

ouero $2ax + aa + ac = bxx + abx$

& à numeri $8x + 16 + 688 = 8xx + 32x$

leuo $8x \qquad 8x$

$$704 = 8xx + 24x$$

diuiso per 8 $88 = xx + 3x$, ouero $xx + 3x = 88$

che si trouarà $x = 8$

Dunque la minor compagnia hauea 8, huomeni, la maggiore 12 & li scudi di cadauna erano 192.

Que-

Si trouino trè numeri, che il quadrato del medio ecce di due vnità il minore, e sij 5 meno del maggiore, e che il prodotto del minore, e maggiore (trà loro moltiplicati) sij 2538.

minore x
medio y suo quadrato yy questo è due vnità più, che il minore
maggiore z

Dunque

$$yy-2 = x$$

e perche è ancora, 5 meno del maggiore

Dunque

$$yy+5 = z$$

Per tanto moltiplicato $yy-2$ con $yy+5$ fanno y^4+3y^2-10

ilche è vguale à 2538. Dunque $y^4+3y^2-10 = 2538$

aggiongo $+10$ 10

$$y^4+3y^2 = 2548$$

E per quello s'è mostrato al n. 78. si trouerà $y^2 = 49$

& $y = 7$

Dunque 7 è il medio, e perche $yy-2$, è, $= x$ dunque il minore sarà 47, & z che è, $= yy+5$ sarà 54, per il maggiore.

Cosi trouo questo quesito il quale per mè credo, non vadi bene in quanto alla proposta; perche il minor numero è 47 il medio 7, il maggiore 54 cosa che non può stare mà bensi il minore 7, il medio 47, & il maggiore 54: E se così è, bisogna regolare il quesito, perche può essere, che lo stampatore habbi errato, e dicasi.

Si trouino tre numeri, che il quadrato del minimo eccedi due vnità il medio, e sij, 5, meno del maggiore, e che il prodotto medio, e maggiore moltiplicati trà loro; sij 2538.

Que-

Vno vende vna quantità de oui in questo modo, che se n'hauesse dati 4 al Carlino meno, che lui non fece, hauerebbe fatto 16 Carlini più che non fece, e tante oua da al Carlino quanti Carlini si trouò venduto che hebbe le dette oua. S'addimanda quante oua hauea, e quanti Carlini fece?

Soggionge poi. Questa non vol dir altro se non trouami vn numero, che la sua radice moltiplicata per 4 meno di detta radice faccia 16 più che la radice di detto numero.

Risolutione del Quesito

Tanti oua dà al Carlino x
Tanti Carlini fece x
Tanti oui portò à vendere xx
Se n'hauesse dato 4 meno al Carlino n'hauerebbe dato $x-4$
che diuiso nella summa delli oua risulcarà $\frac{xx}{x-4}$ carlini
Fece carlini x e se n'hauesse fatto 16 di più n'hauerebbe fatto $x+16$

Dunque

$$\frac{xx}{x-4} = x+16$$

ouero $xx = xx+12x-64$
separata $-12x = -64$
& affermatiua $12x = 64$
$x = 5\frac{1}{3}$

Dunque tanti oua diede al Carlino, e tanti Carlini fece, che perciò hauea portato à vendere oua $28\frac{4}{9}$

Il detto Fortunato risolue il quesito per falsa positione, e conclude lo stesso, il che và bene in quanto à numeri, risoluendo per appunto la dimanda perche se ne hauesse dato 4 meno al Carlino (cioè $\frac{1}{3}$) certo che hauerebbe fatto $21\frac{1}{3}$ Carlini, che sarebbero 16 più di quello fece, se bene gli oui sono mal appropriati al detto quesito non potendosi spezzare per aggiustarli alli numeri espressi ne può essere, che ne portasse $28\frac{4}{9}$ da vendere, tuttauia replico che vanno bene gli numeri.

Mà

Mà quanto alla ſpiegatione che lui fà dicendo. Queſta non vol dir altro &c. non và bene, perche ſe la radice di $28\frac{4}{9}$ cioè $5\frac{1}{3}$ ſi moltiplicarà con 4 meno di eſſa radice, cioè con $1\frac{1}{3}$ farà $7\frac{1}{9}$ il che non è 16 più della medema radice onde tal verità io la moſtrarò per Algebra acciò ſi vegga, che gli errori ſi ſcorgono con queſto mezzo, e li queſiti impoſſibili ſi ſcuoprono come diſſi da principio.

Poſitione

numero, che ſi cerca ſuppono xx

ſua radice x

moltiplicata per 4 meno di detta radice cioè per $x-4$

produrrà $xx-4x$

ſe aggiongo 16 alla radice ſudetta x faccio $x+16$

Dunque

$xx-4x = x+16$

leuo $+x$ $+x$

$xx-5x = 16$

che per le regole date s'hauerà $x = \sqrt{22\frac{1}{4}}+2\frac{1}{2}$

La qual valuta de x deue eſſere $5\frac{1}{3}$, e queſta (coſi di groſſo) ſi vede eſſere più di 7; onde la dimanda non và bene in queſto caſo, ancorche ſi poſſa riſoluere il queſito (mà in numeri irrationali) perche il numero, che ſi ricerca ſarebbe il quadrato de $\sqrt{22\frac{1}{4}}+2\frac{1}{2}$ in vece di $28\frac{4}{9}$

Io non ſtarò applicarmi come ſi poſſa diffendere l'Auttore del queſito, & conſiderare ſe ſij error di ſtampa ò della ſpiegatione; lo faccino altri men occupati, e più curioſi.

Que-

Trouinſi due numeri tali, che leuati 15 dal primo, & aggionti al ſecondo, la ſumma ſij dupla al reſtante del primo, e leuandoſi tal parte al ſecondo qual'è 15 del primo, e giongendoſi ad eſſo primo, la ſumma ſij tripla al reſtante del ſecondo.

ſcriuo a in vece di 15

ſuppono il primo num. eſſer x, dal quale leuataui a reſta $x-a$, ſuo duplo $2x-2a$

il ſecondo eſſer y al quale aggiontoui a ſumma $y+a$

Dunque

duplo del reſto del primo $2x-aa = y+a$

aggiongo $-a$ $-a$

$2x-3a = y$

ſe x — mi dà — a — che mi darà — $2x-3a$

Mi darà $\frac{2ax-2aa}{x}$, che aggionto à x farà $x+\frac{2ax-3ax}{x}$

& leuato da $2x-3a$ reſtarà $2x-3a-\frac{2ax-3aa}{x}$

Il quale Triplato ſarà $6x-9a-\frac{6ax-9aa}{x}$

Dunque

$x+\frac{2ax-3aa}{x} = 5x-9a-\frac{6ax-9aa}{x}$

ouero $xx+2ax-3aa = 6xx-9ax-6ax+9aa$

aggiongo $-6xx+9ax-9aa$ $+6ax$ $\quad -6xx+9ax+6ax-9aa$

ſumma $5xx+17ax-12aa = 0$

& ſeparate le cognite dalle incognite

$-5xx+17ax = 12aa$

& fatta affermatiua la maggior incognita $5xx-17ax = -12aa$

diuiſa per 5 $xx-3\frac{2}{5}ax = -2\frac{2}{5}aa$

& à numeri $xx-51x = -540$

che riſolta s'hauerà $x = 36$ che tanto fù il primo numero, l'altro 27, perche fù $2x-3a$ come ſi vide, e come prouando ſi trouarà.

 Que-

Vno a fine d'edificare vna Casa, congregò Pietre, Calcina, e Sabione. Auuenne, che per certi accidenti colui non puote essequire il suo intento, onde vendete li materiali in questo modo.

Ad'A per lire 34 diede Carri 2 Pietre, Carri 3 Calcina, e Carri 7 Sabione, & alli medemi prezzi.

Ad B per lire 46. Carri 3 Pietre, Carri 4 Calcina, e Carri 12 Sabione.

Ad C per lire 42. Carri 4 Pietre, Carri 1 Calcina, e Carri 13 Sabione. Si addimanda il prezzo d'ogni cosa?

A per lire 34 hebbe

Pietre carra 2 à lire a il carro, monta lire $2a$
Calcina carra 3 à lire b il carro, monta lire $3b$
Sabione carra 7 à lire c il carro, monta lire $7c$

B per lire 46 hebbe

Pietre carra 3 à lire a il carro, monta lire $3a$
Calcina carra 4 à lire b il carro, monta lire $4b$
Sabione carra 12 à lire c il carro, monta lire $12c$

C per lire 42 hebbe

Pietre carra 4 à lire a il carro, monta lire $4a$
Calcina carra 1 à lire b il carro, monta lire $1b$
Sabione carra 13 à lire c il carro, monta lire $13c$

Dunque

$2a + 3b + 7c = 34$
& $2a = 34 - 3b - 7c$
& $1a = 17 - 1\frac{1}{2}b - 3\frac{1}{2}c$

Per il secondo che la sua robba val $3a + 4b + 12c$

per $3a$ faccio $51 - 4\frac{1}{2}b - 10\frac{1}{2}c$
per $4b$ $+ 4b$
per $12c$ $+ 12c$
summa $51 - \frac{1}{2}b + 1\frac{1}{2}c$

Dun-

Dunque

$51 - \frac{1}{2}b + 1\frac{1}{2}c = 46$
$-51 \quad -1\frac{1}{2}c \qquad -51 - 1\frac{1}{2}c$
summa $-\frac{1}{2}b = -5 - 1\frac{1}{2}c$
& $-b = -10 - 3c$
& $b = +10 + 3c$
& $1\frac{1}{2}b = +15 + 4\frac{1}{2}c$

Essendo dunque $a = 17 - 1\frac{1}{2}b - 3\frac{1}{2}c$
farò $a = 17 - 15 - 4\frac{1}{2}c - 3\frac{1}{2}c$
ouero $a = 2 - 8c$

Dūque $a = 2 - 8c$
$b = 10 + 3c$

E perche la robba del terzo monta $4a + 1b + 13c$
faccio in loco di $4a$ $8 - 32c$
in loco di $1b$ $10 + 3c$
in loco di $13c$ $+13c$
summa $18 - 16c$

E qui faccio l'Vguaglianza

$18 - 16c = 42$
aggiongo $-18 + 16c \qquad 18 + 16c$
$0 = 24 + 16c$
cambiata, & separata $16c = -24$
& $c = -1\frac{1}{2}$

Se, C vale $-1\frac{1}{2}$ si cōsidera, che il Sabione in vece di farselo pagare; il cōpratore pagò lui à quello, che lo portò via l. $1\frac{1}{2}$ il carro.

C dunque valendo $-1\frac{1}{2}$ ne seguita, che hauendo fatto $a = 2 - 8c$ valerà essa a lire 14, perche da lire 2 si leuano $-$ lire 12.

Cosi b, che si è vguagliato à $10 + 3c$ valerà l. $5\frac{1}{2}$, perche se à l. 10 se li aggionge $-$l. $4\frac{1}{2}$ (che vagliono $3c$) valerà lire $5\frac{1}{2}$.

Risolutione

Il Venditore vendete le pietre l. 14 il carro, la Calcina l. $5\frac{1}{2}$ il Carro, mà per il Sabione li conuenne pagar lire $1\frac{1}{2}$ il Carro.

Il presente quesito quantūque non habbi Vguaglianze difficili, mà solamēte semplici, ad ogni modo egli è curioso, & artificioso.

 Que-

Trè hanno dinari, Il primo con la meta degl'altri due ne hà 20. Il secondo con la terza parte de gli altri ne hà pur 20. Il Terzo con la quarta parte de gli altri n'hà similmente 20; s'addimanda quanti ne hà cadauno?

Supposto primo
hauea il primo x
il secondo y
il terzo z

Supposto Secondo
hauea il primo $20 - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z$
il secondo y
il terzo z

Supposto Terzo
hauea il primo $12 - \frac{2}{5}z$
il secōdo $16 - \frac{1}{5}z$
il terzo z

Supposto Vltimo
Primo $12 - \frac{2}{5}z$ hauea $5\frac{15}{17}$
secōdo $16 - \frac{1}{5}z$ hauea $12\frac{16}{17}$
terzo z hauea $15\frac{15}{17}$
Dunque tanti dinari haueua cadauno

Dunque Per il primo
$x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 20$
& $x = 20 - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z$

Per il Secondo
hauea dinari y
Il terzo del primo $6\frac{2}{3} - \frac{1}{6}y - \frac{1}{6}z$
Il terzo del secondo $+\frac{1}{3}z$
summa $6\frac{2}{3} + \frac{5}{6}y + \frac{1}{6}z$
Dunque
$6\frac{2}{3} + \frac{5}{6}y + \frac{1}{6}z = 20$
aggiōgo $-6\frac{2}{3}$ $\quad -6\frac{2}{3}$
$\frac{5}{6}y + \frac{1}{6}z = 13\frac{1}{3}$
ouero $5y + z = 80$
& $y + \frac{1}{5}z = 16$
& $y = 16 - \frac{1}{5}z$
e però $\frac{1}{2}y = 8 - \frac{1}{10}z$
Dūq. batto dà $20 - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z$ che val x
per $\frac{1}{2}y$ $\quad 8 - \frac{1}{10}z$
resta $12 - \frac{2}{5}z = x$

Per

Per il Terzo
hauea dinari z
per $\frac{1}{4}$ del primo in vece di $\frac{1}{4}x$ $\quad 3 - \frac{2}{20}z$
per $\frac{1}{4}$ del secondo in vece di $\frac{1}{4}y$ $\quad 4 - \frac{1}{20}z$
summa $7 + \frac{17}{20}z$
Dunque
$7 + \frac{17}{20}z = 20$
leuo 7 $\quad 7$
$\frac{17}{20}z = 13$
& $17z = 260$
così $z = 15\frac{15}{17}$

Que-

Si trouino trè numeri in proportione Aritmetica, che il primo moltiplicato per vno, il ſecondo per due, & il terzo per trè: queſti prodotti inſieme faccino 62, e la ſumma delli quadrati delli numeri che ſi cercano facci 275.

ſcriuo a in luogo di 62
& b in luogo di 275
ſuppono
il primo num. x
il terzo y
ſumma $x+y$
ſua metà $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y$
dũque il medio ſarà queſto

Suppoſto ſecondo
Primo x
Secondo $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y$
Terzo y
Moltipl. il primo 1 fà x
il ſecondo per 2 fà $x+y$
il terzo per 3 fà $3y$
ſumma $x+4y$

Dunque
$2x+4y = a$
& $2x = a-4y$
& $x = \frac{1}{2}a-2y$

Suppoſto terzo
Primo per x — $\frac{1}{2}a-2y$
Sec. per $\frac{1}{2}x$ — $\frac{1}{4}a-y$, per $\frac{1}{2}y$ — $\frac{1}{2}y$ $\Big\}$ $\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}y$
Terzo per y — y

Quadrati delli 3 numeri
del primo $\frac{1}{2}a-2y$ ſarà $4yy-2ay+\frac{1}{4}aa$
del ſec. $\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}y$ ſarà $\frac{1}{4}yy-\frac{1}{4}ay+\frac{1}{16}aa$
del terzo ſarà yy
ſumma $5\frac{1}{4}yy-2\frac{1}{4}ay+\frac{5}{16}aa$

Dunque
$5\frac{1}{4}yy-2\frac{1}{4}ay+\frac{5}{16}aa = b$
ouero $21yy-9ay+1\frac{1}{4}aa = 4b$
coſi $yy-\frac{3}{7}ay+\frac{5}{84}aa = \frac{4}{21}b$
& à num. $yy-26\frac{4}{7}y+228\frac{17}{21} = 52\frac{8}{21}$
aggiongo $-228\frac{17}{21}$ $-228\frac{17}{21}$
ſumma $yy-26\frac{4}{7}y = -176\frac{3}{7}$
doue ſi trouerà $y = 13\frac{4}{7}$

Riſolutione
primo ſuppoſto $\frac{1}{2}a-2y$ ſarà $3\frac{12}{14}$
ſecõdo ſuppoſto $\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}y$ ſarà $8\frac{10}{14}$
terzo ſuppoſto y ſarà $13\frac{4}{7}$

Facciaſi la proua del reſto, che andarà bene ſecondo la dimanda.

Si diuida il 12 in due parti, e la differenza loro ſi moltiplichi per 12 in modo, che ſe il prodotto s'aggiunga al quadrato del minore, facci 64, ſe al quadrato del maggiore, faccia 112, ſe alli due quadrati vnitamente faccia 128 e ſe alla loro moltiplicatione faccia 80.

maggiore, è prima parte x
minore, è ſeconda $12-x$ $\Big\}$ ſua differenza $-12+2x$.
moltiplico per 12
Produce la detta moltiplicatione $-144+24x$
v'aggiongo il quadrato della minore $+144-24x+xx$
& ſumma xx & queſto è $= 64$
dunque $x = 8$

Si riſolue, che la maggior parte ſarà 8, & la minore 4 le quali parti haueranno le conditioni ricercate nel queſito.

Sarebbe più curioſa la riſolutione, facendo la poſitione ſeguẽte
per la parte maggiore $12-x$
per la minore x
ſua differenza $12-2x$, che moltiplic. per 12 fà $144-24x$
v'aggiongo il quadrato della minore, cioè xx
ſumma $144-24x+xx$

Dunque
$xx-24x+144 = 64$
aggiongo -144 -144
ſumma $xx-24x = -80$
metà di 24 -12 ſuo quadrato $+144$
ſumma $+64$
Radice $+8$
leuo -12
Dunque $x = +20$

Il che non ſodisfarebbe al queſito (e pure la riſolutione è buona in quanto all'operatione) mà ciò naſce perche biſogna trouar il ſecondo valore della a, ilquale ſarà 4 che ſodisfarà alla dimanda; & ecco come tal volta ſiamo neceſſitati à cercar tutti i valori.

Quesito XIX. Del P. Lorenzo Florestani.

Si trouino trè numeri, che aggiunti 73 al primo, egli sij doppio à gl'altri due. Aggiuntiui 73 al secondo egli, sij triplo à gl'altri due, & Aggiuntiui 73 al terzo, sij quadruplo à gl'altri due.

Positione Prima

Primo numero x
Secondo y
Terzo z

aggiõtoui 73 sarà $x+73 = 2y+2z$
leuo 73 73
Resta $x = 2y+2z-73$

Positione Seconda

Primo num. $2y+2z-73$
Secondo y
Terzo z

aggiõt. 73 sarà $y+73 = 6y+6z-219$
leuo $+73$ & $+3z$
summa $6y+9z-219$
$+73$
Resta $y = 6y+9z-292$
leuo $6y$ $6y$
Resta $-5y = 9z-292$
& $-y = 1\frac{4}{5}z - 58\frac{2}{5}$
ouero $y = -1\frac{4}{5}z + 58\frac{2}{5}$
& $2y = -3\frac{3}{5}z + 116\frac{4}{5}$

Positione Terza

Primo in vece di $2y$ si faccia
$-3\frac{3}{5}z+116\frac{4}{5}$
aggiontoui $+2z-73$

dunq. il primo sarà $-1\frac{3}{5}z+43\frac{4}{5}$
secondo in vece di y si farà $-1\frac{4}{5}z+58\frac{2}{5}$
terzo sarà z

sũma del primo, & secõdo num. $-3\frac{3}{5}z+102\frac{1}{5}$

suo quadruplo $-13\frac{3}{5}z+408\frac{4}{5} = z+73$

aggiongo $-13\frac{3}{5}z-73$ $+13\frac{3}{5}z-73$

summa $+335\frac{4}{5} = 14\frac{3}{5}z$

ouero $1679 = 73z$

& $23 = z$

Hora si può venire in cognitione del resto facilmente, quando si hà visto z valer 23; onde si trouarà, che il primo num. è 7, il Secondo 17, & il Terzo 23, come si può esperimentare.

Quesito Vigesimo Dell'Auttore.

Quattro Giocatori vscendo dal gioco si misero à contare i loro dinari. Il Primo trouò d'hauer vinto alquanti scudi; Il Secondo due Scudi più del primo, & il Terzo due più del secondo, & 14 più del quarto, & osseruorono, che il quadrato di tutta la summa era vguale al quadrato di quelli del secondo moltiplicato con quelli del primo. S'Addimanda la Solutione?

Il primo vinse scudi x
Il secondo $x+2$ suo quadrato $xx+4x+4$ ilquale
Il terzo $x+4$ moltiplicato per x fà x^3+4x^2+4x
Il quarto $x-10$
summa $4x-4$ suo quadrato $16x^2-32x+16$

Dunque

$$x^3+4x^2+4x = 16x^2-32x+16$$

leuo $+16x^2-32x$ $16x^2-32x$

Resta $x^3-12x^2+36x = 16$

Che secondo l'essempio terzo del n. 82 si trouarà $x = \sqrt{12}+4$
& $= -\sqrt{12}+4$

Ma si cerca vn num. rationale, perche li Scudi saranno in numero reale; dunque è di necesso trouare il terzo valore. trouerà
Se si valeremo di quello hò mostrato al numero 91 si, che detta Vguaglianza hà tre valori affermatiui.
Et osseruando ciò, che dissi al num. 94 si trouarà esser 4 Il terzo valore della sudetta Vguaglianza

Dunque. Per risolutione del quesito diremo, che il primo

Posto scudi	x	vinse scudi	4
Il secondo scudi	$x+2$	vinse scudi	6
Il Terzo scudi	$x+2$	vinse scudi	8
Il quarto scudi	$x+10$	perse scudi	6

Et ecco come col mezzo de num. negatiui si scuopre tal volta ciò che pare, che il quesito non ricerca.

Eccomi patientiſſimo Lettore, giunto à quel termine intrapreſo à principio: Nõ sò, s'io t'habbi più acceſa, ò ſodisfatta la curioſità: Veramente l'ogetto mio fù d'accreſcerti il deſiderio; e per ciò ti conduſſi per quelle ſtrade, che mi paruero più facili, e ti naſcoſi quei laberinti, nè quali col progreſso s'incõtrano. Se le mie occupationi voleſſero, procurarei continuarti la ſcorta ſino à quel ſegno, che mi permetteſse la propria habilità, mà perche queſte mi rubbano il tempo; e l'età, che s'auanza non ſoſtiene quell'applicatione, che vi ſi ricerca; per tanto non credo poterti accompagnar d'auantaggio: Continua dunque nella tua curioſità, col lume di quelli, ch'hanno nel noſtro Secolo illuminato quelle oſcurità, che concepirono i ſecoli paſsati, e coſi applicandoti alla virtù, sbandirai da te ſteſſo l'otio nemico crudeliſſimo della noſtra fragile humanità, dal quale come da vn peſſimo fonte eſcono infiniti errori, ch'oſcurano il ſplendore delle ſchiate, & irruginiſcono gl'ingegni più ſpiritoſi, onde poi giunti alla vecchiezza, quantunque ſijno pieni d'vn gran pentimento, ad ogni modo però non poſsono ſcancellare, i proprij errori, dalla memoria di quelli à quali glie l'impreſsero in giouentù perche la malignità non contrapone giamai l'attioni honorate è virtuoſe fatte dagl'huomini nella virilità, à gl'errori comeſſi nel bollore della giouentù.

Queſt Arte ch' inſegna à ricercare la verità in-

inuiluppata trà numeri, e miſure, fà ch'ella t'ãmaeſtri, per ſcoprire frà le tenebre de vitij il bel ſplẽdore della Virtù, col mezzo della quale tù poſſi rẽderti più ſtimabile appreſso gli Huomini, e men peccabile appreſso Dio. 1 *Eſſendo impoſſibile, che gli huomini ignoranti ſi guardino di peccare* perche 2 *il vitio, ch'è fondato ſopra i peſenti diletti, tira molti dal canto ſuo; mà la virtù, che tenta coſe difficili, non li può tirare coſi ſubito, ſenza, che prima non vi penſino* queſta 3 *fà gl'huomini più modeſti mà l'ignoranza gl'inclina alla dapocaggine* Thiberio 4 *odiaua i vitij ſebene non voleua virtù ſingolari temendo i buoni dal ſuo paragone, & i cattiui, perche non dishonoraſſero la Republica* mentre. 5 *anco la virtù hà chi l'odia ſecondo l'animo intereſsato malignamente la giudica* oltre di che 6 *i ſentimenti rippoſti dal Principe, ò quello, ch'in ſecreto diſsegni non è lecito, nè ſicuro dà inueſtigare* Veramente 7 *ſogliono cõmunemente poter più negli huomini (ſenza paragone) gli ſtimoli dell' intereſse proprio, che il riſpetto del ben publico;* perche, 8 *Il deſiderio di gloria è l'vltimo affetto, che laſci anco gl'huomini prudẽti* Ad ogni modo 9 *non ſi deue attẽdere à ſtudij per velare ſolamẽte l'otio neghittoſo con la magnificenza del nome; mà per ſeruire ancora alla Republica con maggior fortezza d'animo contro i caſi di fortuna*: e da qui dunque ricaua di applicarti à queſt'arte con vn fine bipartito, cioè per conſeguir l'vno, & per eſercitar l'altro

E tù, che tanto la ſtimi difficiliſſima, & oſcura, e tanto temi d'applicarti per intenderla, humilia la tua mente ſuperba nella ſpeculatione di di quelle cose, che non sono nè lecite nè possibili da concepirsi, e mirando in questa come in vno specchio riconosci da tè medesimo la tua fralezza, imparando da quest'arte humana la modestia, per non inalzare la mente temeraria sopra i confini dell'humano sapere, argomentando dalla disuguaglianza delle cose l'impossibilità del tuo tentatiuo; altrimenti fatta vertiginosa, ella ti condurrà in quel precipitio dal quale non può ripararti altra mano se non quella d'vn Dio.

1 Senofonte nella Vita di Ciro lib.3
2 Senofonte nella Vita di Ciro lib.2
3 Senofonte nella Vita di Ciro lib.1
4 Tacito Annali lib. 1
5 Tacito Annali lib.3
6 Tacito Annali lib.6
7 Guiciardini Historie lib.
8 Tacito Historie lib.4
9 Tacito Historie lib.4

IL FINE.