DE SVPERFICIERVM DIVISIONIBVS LIBER MACHOMETO BAGDEDINO ASCRIPTVS

NVNC PRIMVM IOANNIS DEE *Londinensis, & Federici Commandini Vrbinatis opera in lucem editus.*

FEDERICI COMMANDINI DE EADEM RE LIBELLVS.

PISAVRI. M D LXX.
Apud Hieronymum Concordiam

Licentia Superiorum.

ILLVSTRISSIMO,

ATQVE EXCELLENTISSIMO

FRANCISCO MARIAE II

VRBINATVM PRINCIPI.

CVM Ioannes Dee Londinenſis vir præſtanti ingenio, atque eruditione ſingulari, ILLVSTRISSIME PRINCEPS, libellum hũc de ſuperficierum diuiſionibus mihi diſcedens amoris erga me ſui teſtem relinqueret, addidit nihil gratius à me ſibi poſſe contingere, quàm ſi mea opera in manus ſtudioſorum, pręſertim mathematices perueniret. Itaque ego & honeſtiſſima amici hominis, ac doctiſſimi voluntate commotus, & mira libelli vtiliſtate allectus, quòd nihil tale apud nos extare cognoſcerem, libentiſſime nunc illius deſiderio ſatisfacere ſtudui; atque, vti me rogarat, non ſum paſſus tractationẽ hanc in pentagonali diuiſione cõſiſtere; quæ enim libelli au ctor multis problematibus longe, lateque cõplexus est, ego duobus tantum omnia breuiter, summatimque perstrinxi, ita tamen vt ex iis perspicue appareat quo modo sectiones illæ in aliis figuris infinite produci possint. qua quidem re, ni fallor, admodum frũctuosa, & amico roganti sum obsecutus, & eorum studia promoui, qui præclarissimo hoc disciplinarum genere delectãtur, etenim haud facile dici potest, quantũ præsidii, atque ornamẽti futuro geometræ facultas hæc sit allatura, modo diligentem in ea operã ponere nõ recusarit. Hunc igitur cõmunis industriæ fructũ, quicunque est, tuo præstantissimo nomine insignitum in lucem prodire volui, dum longe maiora obseruantiæ in te meæ monimenta tibi diligenter exorno, tum ꝙ tuæ liberalitati, cui plurimum debeo, studium omne meũ dicaui; tum etiam ꝙ Dee ipsi, qui Illustrissima vestræ aulę fama compulsus maxima itinerum difficultate superata sese huc contulit, gratissimum id fore sum arbitratus. Vale ac litteras, & litterarum amatores, quod facis, benigne tuere, ac foue.

Federicus Commandinus.

FEDERICO COMMANDINO VRBINATI.

IOANNES DEE LONDINENSIS.

S. P. D.

MIHI per multos iam annos in hoc maxime incumbenti, doctissime mi Federice, vt maiorum nostrorum præclarissima (quam plurima possem) monimenta, in omni politioris philosophiæ genere conscripta ab interitu vindicarem, ne vel tanti viri iusta sua spoliarentur gloria, uel nos talium librorum amplissimis diutius careremus fructibus. Mihi inquam, operam ita collocanti inter cetera antiquissima philosophorum scripta, occurrit tandem hic libellus, charactere quidem scriptus deformi nimis, et ob ipsam etiam vetustatis iniuriam vix legibili. At oculos vt viderē effeci lynceos: & frequenti meditatione, vsuq; lectionis sum consecutus facilitatem. Vnde de libri excellentia, ac dignitate hoc modo factus certior, eundem statim philosophantium communicari studiis vehementer optabam. quod dum mente verso, tu mi Cōmādine hac nostra ætate, ante alios omnes mihi visus es dignus, qui nostris talibus fruereris laboribus; qui ipse quoque Archimedis, & Ptolemæi opera quædam excellentissima, quasi iam pereuntia in vitam reuocasti: & in publicum hominum conspectum habitu produxisti honorificentissimo. Hunc ergo libellum ego velut amoris etiam, quo te amplector, summi pignus sempiternum, tibi, tuæq; fidei concredo: & oro, atq; obsecro, vt quo soles ornatu ceteros emittere,

hunc

hunc noſtrum communem le[illegible]rem non patiaris deſtitutū prodire. Immo ſpero certe, ſi te ſatis noui, tuoſq; conatus, quod materiam hanc aliquando ita locupletabis, vt nec in pētagonali conquieſcere area permittas; nec ipſa ſolida ſimilibus per plana diu carere patiaris ſectionibus. Per ſe quidem hæc, ſi uel paululum ipſe velis impellere, progredientur ad reliquas ſuperficierum ſpecies. At vero vt ad ſolida applicentur, ſolidā tuam in mathematicis eruditionem, induſtriamq; non vulgarem requirent. De auctoris nomine hoc ſcias velim in ipſo, vnde deſcripſi uetuſtiſſimo exemplari, MACHOMETI BAGDEDINI, litteris (vt vocant) Ziphratis, aſcriptum fuiſſe nomen, qui an fuerit ille Albategnius, quem ſæpe ut teſtem grauiſſimum in aſtronomicis citare ſolet Copernicus, vel Machometus ille, qui AlKindi dicitur fuiſſe diſcipulus, et de arte demonſtrandi aliquid litteris mandaſſe memoratur, nōdum mihi ſatis eſt exploratum; an potius Euclidis noſtri Megarenſis, cuius omnes libri ex Græca in ſyriacam, arabicamq; fuerunt iam olim conuerſi linguam, hic cenſendus ſit liber. Vnde titulo apud arabes, syroſue aliquando repertus caruiſſe ſuo, facile ab amanuenſibus, mathematico inter illos præſtantiſſimo Machometo eſt aſcriptus. Quod ego in multis antiquorum monimentis factitatū, multis probare poſſum teſtimoniis: & nouerunt amici quidam mei, vt ex multis vnum in medium adducam, quòd nos hac ratione Anaxagoræ illius antiquiſſimi philoſophi, & præſtantiſſimi libellum vnum in philoſophia occulta, myſticaq; incomparabilem, Ariſtotelis vbique nomine per multa iam ſecula inſignitum, ipſi Anaxogoræ reſtituimus: idq; argumentis certiſſimus. nullius etiam Machometi tantum in mathematicis acumen adhuc perſpicere ex eorum, quæ habemus, monimentis, potuimus, quantum in his vbique elucet problematibus. Adde quòd & ipſemet euclides librum vnum περὶ διαιρέσεων, ideſt de diuiſionibus ſcripſerit, vt ex Procli in eius Elementorum primum commentariis perſpicuum eſſe poteſt: nullum autem, qui ſub hoc titulo extet, alium nouimus.

mus, nec qui iure meliori propter tractandi excellentiam, Euclidi ascribi queat, inuenire possumus ullum. Denique in antiquissimo quodam geometrici negocii fragmento memini me expressis verbis ex hoc libello locum citatum legisse, veluti ex Euclidis certissimo opere. Has igitur nostras coniecturas sic breuiter pro tempore perstrinximus. quas tantum habere ponderis cupio, quantum in se veritatis complectuntur. Et si quis vrgere me velit, illum d. diuisionibus titulum non magnitudinum in suas partes notare sectiones, sed generum per differẽtias in species diuisiones, veluti punctorum, linearum, angulorum, figurarũ, & similiũ diuisiones methodicas, quales nos plures, quám quingentas in nostro de acribologia mathematica, demonstrato opere exhibuimus. fateor ego quidem probabiliter & hoc dici posse, sed quàm vere tamen, nondum mihi constare magis, quam illi de nostra liquet coniectura. At qualiscunque ille de diuisionibus Euclidis fuerit, hic profecto talis est liber, qui & multorum studiis sit vtilissimus: & qui nobilissimo cuicunque antiquo mathematico honoris satis, & gloriæ reportare possit, propter inuentionis excellentissimũ acumen, & accuratissimam omnium casuum in vnoquoque problemate ventilationem. Atque hæc hactenus. Ad te iã meã conuertam orationem, qui hoc mihi summopere orandus venis vt maximos, vtilissimosq; tuos labores, quos heri humanissime mihi in Musæo tuo uidendos exhibuisti, quanta possis maxima promoueas diligentia. Sic enim ad nominis tui perpetuandam celebritatem, viam sternes amplissimã, qui tam paucis annis, tam bene, tam nitide, et tam multos proprios emiseris libros: qui excellentissimos mathematicorum Principes, Archimedẽ, Apollonium, & Ptolomæum solus nostra ætate suo singulos ornaris splendore debito. Sic studiis mathematicis quasi languentibus nouam, & mirabilem restitues alacritatem: sic denique me multis iam modis tibi obligatissimum totum efficies tuum. Huius autem libelli, quamprimum typis excusus fuerit, vnum alterumq; exemplar ad nobilissimum uirum, omniumq; bona-

rum

rum artium, & mathematicarum præcipue patronum singularem D. Gulielmum PyKeringum Equitem auratum, & amicum meum summum, londini in anglia agentem, transmittas oro. Tunc enim ad nostram commodissime transferrētur bibliothecam. Iam conficiendi itineris ratio me auocat, ne maiorem horum, qui nunc nos circunfundunt æstuum tolerare cogar iniuriam, antequam in umbras romanas hinc me recipere queã. Valeas itaque mathematicorum decus, valeas humanissime mi Commandine. Deumq; opt. max. enixissime precor, vt conatus egregios tuos singulari suo fauore ad optatos perducat exitus. Vrbini.

LECTORI.

ADmonendus es mihi candide lector, auctorem hunc, quẽ tibi exhibemus, Euclide vsum in arabicam linguam conuerso, quem postea Campanus latinum fecit. Hoc dictum volui, ne in perquirendis propositionibus, quas ipse citat, quandoque te frustra excruciares. Vale.

Errata sic corrigito

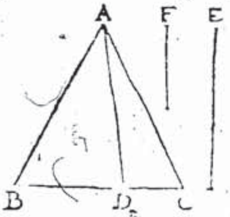
Folio 17. versu 8 D G F lege D G E: fol. 28. ver. 4. G B F lege. CBF. Fol. 48. ver. 3 inter H & F. adde vel inter F & L: fol. 51. ver. 31. F L K lege. ELK fol. 61. ver. i. pentagonum lege, hexagonũ. fol. 62. ver. vltimo A E C F G H K. lege A B C F G H K. fol. 75. ver. vltimo, & fol. 76. ver. primo, & hexagono L M G H I K est æquale triangulum L N M delenda hæc sunt, tamquam superuacanea.

DE SVPERFICIERVM DIVISIONIBVS LIBER.

PROPOSITIO. I. PROBLEMA I.

Per lineam protractam ab angulo trianguli, illum triangulum, ſecundum proportionem datam diuidere.

Sit triangulus A B C, & oporteat per lineā deſcendentem ab angulo A diuidere triangulum A B C ſecundum proportionē E ad F. diuidam enim lineam B C in puncto D ſecundum proportionem E ad F, per doctrinam duodecimæ ſexti Euclidis; & protracta linea A D propoſitum patet per primam ſexti Euclidis.

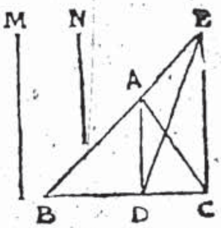


PROPOSITIO II. PROBLEMA II.

Per lineam ductam à puncto in latere dati trianguli aſſignato, dictum triangulum ſecundum proportionem datam diuidere.

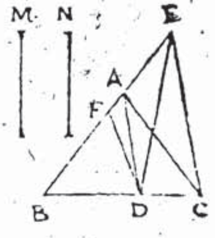
Sit triangulus A B C, in cuius latere B C ſignetur punctus D, à quo ducere oporteat lineam diuidentem triangulum ſecundum proportionem M ad N: & iungatur

D A. Ab illo igitur extremo lateris B C, versus quod voluero habere consequens in relatione diuisionis, quod (gratia exempli) sit punctum C, erigam lineam æquidistantem lineæ D A donec concurrat in E puncto cum linea B A vlterius protracta. quòd autem concurrent, patet per 29 & 17 primi Euclidis.



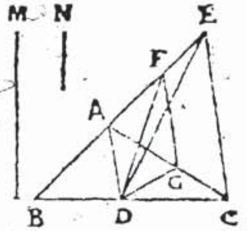
Erit igitur proportio M ad N aut equalis proportioni B A ad A E, aut maior, aut minor. Sit primo æqualis. Erit igitur per primam sexti, proportio B A D triãguli ad A D E triãgulum, sicut proportio M ad N. sed per 37 primi triangulus A D E est equalis triangulo A D C. igitur per 7 quinti proportio trianguli A B D ad triangulum A D C est sicut proportio M ad N. quod fuit probandum.

Sit autem secundo proportio M ad N minor proportione B A lineæ ad A E lineam. Itaq; diuidam B E lineam secundum proportionem M ad N. Cadet igitur diuisio inter B & A per 8 quinti. Cadat in puncto F, & protrahatur linea D F, quam dico diuidere triangulum secundum proportionē M ad N. *Probatio.* ducta enim linea D E, erit per 37 primi, triangulus A D E equalis triangulo A D C. Posito igitur triangulo A F D cōmuni, erit triangulus F D E equalis figuræ quadrilateræ A F D C. Cum igitur ex prima sexti proportio trianguli B F D ad triangulum F E D sit sicut B F ad F E; & per consequens sicut M ad N: proportio trianguli B F D ad figuram quadrilateram A F D C est sicut proportio M ad N. Patet igitur propositum.



Sit tertio proportio M ad N maior proportione B A ad A E. diuidatur igitur B E in puncto F, quod erit inter A & E, secun-

E, secundum proportionem M ad N: & ducatur F G æqui distanter lineę C E donec cōcurrat cum linea A C ad punctum G: deinde iungatur linea G D. Dico lineam G D diuidere triangulum secundum proportionem datam. ducantur enim lineæ D F & D E. Est igitur triangulus A D E æqualis triangulo A D C per 37 primi; & per eandem, Triangulus A D F æqualis est triangulo A D G. Duo igitur residui; scilicet triangulus F D E, & triangulus G D C sunt æquales. posito etiam triangulo A B D communi duobus triangulis A F D & A G D æqualibus; erit triangulus B F D æqualis quadrilateræ figuræ B A G D. igitur triangulus F B D ad triangulum F D E est sicut figura quadrilatera B A G D ad triangulum G C D: triangulus vero F B D ad triangulum F D E, est sicut M ad N per hypothesim, & primam sexti. igitur proportio figuræ quadrilateræ B A G D ad triangulum G D C est sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.

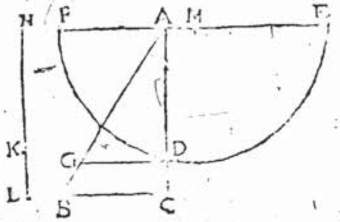


PROPOSITIO III. PROBLEMA III.

Per lineam æquidistantem assignato lateri noti trianguli, illum triangulum secundum proportionem datam diuidere.

Sit proportio data H K ad K L: & triangulus A B C, quem secundum proportionem datam volo diuidere per lineam ęquidistantem lateri eius B C. Ab angulo enim A versus quem volo habere antecedens in proportione quærenda, protraham lineam A E orthogonaliter super lineam A C; & sibi æqualem; & protrahatur linea E A secundum

cundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio E A ad A F, sicut H L ad H K, & posito centro in medio puncto lineæ F E, quod sit M, describatur semicirculus F D E, secundum quantitatē lineæ M E: qui quidem semicirculus secabit



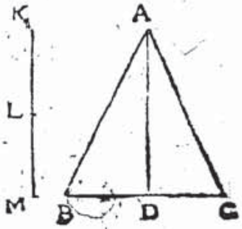
lineam A C super punctum D propter hoc, quòd linea A D minor est, quàm linea A E; & linea A E æqualis est lineę A C. ducta igitur linea D G æquidistanter lineę B C, Dico quòd proportio trianguli A G D ad superficiē G B C D est sicut proportio H K ad K L. *Probatio*. Proportio enim trianguli A B C ad triāgulum A G D est sicut A C ad A D proportio duplicata per 17 sexti. Sed A C & A E sunt æquales. igitur proportio A B C trianguli ad A G D triāgulum, est sicut proportio A E ad A D duplicata. proportio autem A E ad A D duplicata est sicut [illegible] ad A F per 30 tertii & 8 sexti. igitur proportio trianguli A B C ad triangulum A G D est sicut proportio E A ad A F: proportio vero E A ad A F est sicut H L ad H K. igitur proportio A B C ad A G D est sicut L H ad H K. igitur diuisim proportio superficiei G B C D ad triangulum A G D est sicut L K ad K H. igitur econtra A G D ad G B C D est sicut proportio H K ad K L. quod fuit probandum.

PROPOSITIO IIII PROBLEMA IIII.

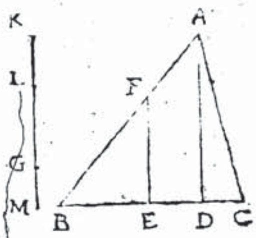
Per lineā æquidistantē perpendiculari ab angulo trianguli super basim protractæ, illū triangulum secundum proportionem datam diuidere.

Sit

Sit proportio data KL ad LM. secundum illam, volo diuidere triangulum ABC per lineam æquidistanté perpendiculari AD. diuidam enim lineam KM secundum proportionem BD lineę ad lineã DC. Et sit primo (gratia exempli) quòd illa diuisio cadat in puncto L. est igitur proportio KL ad LM sicut BD ad DC: & per consequens, sicut trianguli ABD ad triangulum ADC per primam sexti. Igitur linea AD diuidit triangulum secundum proportionem datam.

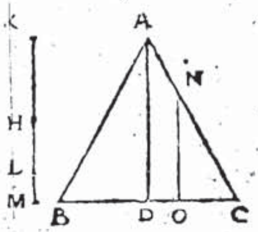


Sit autem secundo, proportio KG ad GM sicut proportio BD ad DC; ita quod G sit inter L & M: deinde diuidam triangulum ABD, iuxta premissam, per lineam æquidistantem lateri AD secundum proportioné KL ad LG: & sit linea diuidés sic triangulum FE. Dico igitur quòd proportio trianguli FBE ad superficiem AFEC, est sicut proportio KL ad LM. *Probatio.* Nam proportio trianguli ADC ad triangulum ABD est sicut proportio MG ad GK. igitur cõiunctim per 18 quinti, proportio trianguli ABC ad triangulum ABD est sicut proportio MK ad KG: proportio autem trianguli ABD ad triangulum FBE, est sicut proportio KG ad KL. igitur secundum æquam proportionalitatem per 22 quinti erit proportio trianguli ABC ad triangulum FBE, sicut proportio MK ad KL. igitur diuisim, proportio superficiei AFEC ad triangulum FBE est sicut proportio ML ad KL. igitur econtra proportio KL ad LM est sicut trianguli FBE ad superficiem AFEC. quod fuit probandum.



Sit

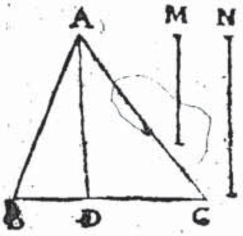
Sit tertio, proportio KH ad HM, sicut BD ad DC, ita quòd H sit inter K & L. deinde diuidam per præmissam triangulum ADC secundum proportionem HL ad LM per lineam NO æquidistantem lateri AD. Dico igitur quòd proportio superficiei NABO ad triangulum NOC, est sicut proportio KL ad LM. *Probatio*: Proportio namq; trianguli ABD ad triangulnm ADC, est sicut KH ad HM per primam sexti & 11 quinti. igitur coniunctim per 18 quinti proportio trianguli ABC ad triangulum ADC, est sicut proportio KM ad HM: proportio autem trianguli ADC ad triangulum NOC, est sicut proportio HM ad LM. igitur secundum ęquam proportionalitatem proportio trianguli ABC ad triangulum NOC, est sicut KM ad LM. igitur diuisim proportio superficiei NABO ad triangulum NOC, est sicut proportio KL ad LM. quod fuit propositum.



PROPOSITIO V. PROBLEMA V.

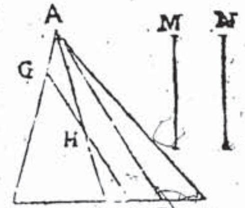
Triangulum notum, per lineam æquidistantem lineæ ab angulo eius ductæ, quæ nec æqui distet alicui laterum eius, neque alicui perpendicularium eius secundum proportionem datam diuidere.

Hæc conclusio probari potest sicut pręmissa. potest etiã & aliter sic probari. Sit proportio data M ad N: & sit triãgulus ABC, quem volo diuidere secundum proportionem



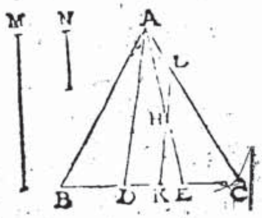
tionem M ad N per lineam æquidistantem lineæ A D, quę descendat ab angulo A; nec sit perpendicularis, nec ęquidistans alicui laterum trianguli. Diuidam igitur lineam B C secundum proportionem M ad N & cadat primo (gratia exempli) diuisio in puncto D. linea igitur A D per primam sexti diuidit triangulum secundum proportionem M ad N datam.

Cadat secundo diuisio inter B & D in puncto E; ita quod sit proportio B E ad E C sicut M ad N. tunc ponam lineam B F mediam proportionaliter inter lineas B D & B E: & protracta linea F G æquidistanter lineę A D, dico quod illa diuidit triangulum secundum quod proponitur. *Probatio.* Protraham enim lineam A E. Proportio igitur trianguli A B D ad triangulum G B F est sicut B D ad B F proportio duplicata, per 17 sexti. igitur est sicut proportio B D ad B E. Sed secundum proportionem B D ad B E est proportio trianguli A B D ad triangulum A B E. igitur eadem est proportio trianguli A B D ad triangulum G B F, & ad triangulum A B E. igitur trianguli G B F & A B E sunt æquales. posito igitur H in sectione linearum A E G F patet ꝙ trianguli A G H & E F H sunt æquales; quibus addita superficie A H F C, erit triangulus A E C æqualis superficiei A G F C. eadem igitur est proportio trianguli A B E ad triangulum A E C sicut trianguli B F G ad superficiem A G F C. Sed proportio trianguli A B E ad triangulum A E C, est sicut proportio M ad N data. igitur liquet propositum.



Cadat

Cadat tertio diuisio inter D & C in puncto E, ita quod sit proportio B E ad E C, sicut M ad N. ponam igitur lineā C K mediam proportionalem inter D C & E C. tunc protracta linea K L æquidistanter lineæ A D, dico quod illa diuidit triangulum secundum quod proponitur. Nā vt prius proportio trianguli A D C ad triangulum L K C, est sicut proportio D C ad K C duplicata: & per consequens, est sicut proportio D C ad E C, & secundum eandem proportionem est proportio trianguli A D C ad triangulum A E C. igitur trianguli L K C & A E C sunt æquales. quare & trianguli A H L & K H E etiam sunt æquales. superficies igitur L A B K æqualis est triangulo A B E. igitur eadem est proportio superficiei L A B K ad triangulum L K C, quę est trianguli A B E ad triangulum A E C. Illa vero proportio est sicut M ad N. igitur patet propositum.

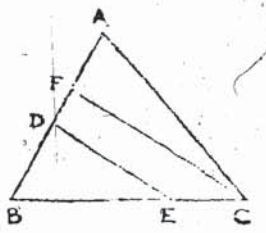


NOTA quod hoc modo probari potest premissa conclusio: & est hæc probatio facilior quàm premissæ.

PROPOSITIO VI. PROBLEMA VI.

Triangulum notum per lineam æquidistantem cuicunque lineæ in eo protractæ, siue ab angulo protrahatur, siue non, secundum proportionem datam diuidere.

Si enim linea signata sit equidistans alicui lateri trianguli, habebitur intentum per tertiam huius. Si etiam dicta linea ab aliquo angulo descendat, habebitur propositum ab per præmissam. Quòd si assignata linea neque descendat ab angulo aliquo trianguli, neque alicui eius lateri fuerit æquidistans, vt in triangulo A B C, assignetur linea D E, quæ non sit æquidistans lineę A C; sed concurreret cum ea ex parte C; si vtraque vlterius protraheretur, tunc ab angulo, ex parte cuius esset concursus, vt ab angulo C, protrahatur linea C F in triangulo æquidistanter lineæ assignatæ, scilicet lineę D E: & tūc per premissam diuidatur triangulus per lineam ęquidistantem lineæ C F secundum proportionem datam. patet per 30 primi quòd ille tunc diuiditur per lineam æquidistantem lineæ D E, & sic liquet propositum, quantumcumque extranee linea protrahatur.

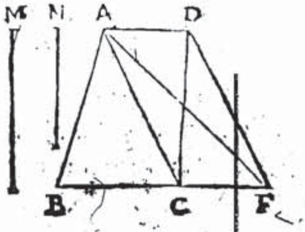


PROPOSITIO VII. PROBLEMA VII.

Per lineam protractam ab angulo noti quadranguli, illum quadrangulum secundum proportionem datam diuidere.

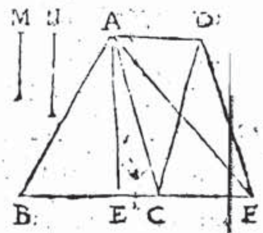
Sit proportio data M ad N: & sit quadrangulus A B C D; à cuius angulo A volo protrahere lineam diuidentem quadrangulum secundum proportionem M ad N. protraham enim diametrum A C; & à puncto D protraham lineam D F, æquidistantem lineę A C, donec concurrat cum linea B C in puncto F: deinde diuidam lineā B F secundum proportionem M ad N; & cadat primo diuisio in puncto C: ita quòd eadem sit proportio B C ad C F, quæ est M ad N. Dico igitur, quòd linea A C diuidit

B qua-



quadrangulum, secundum quòd proponitur. *Probatio*. Nam triangulus A D C æqualis est triangulo A F C per 37 primi. Sed proportio trianguli A B C ad triangulum A C F est sicut proportio M ad N, per primam sexti. Igitur proportio trianguli A B C ad triangulum A C D est sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.

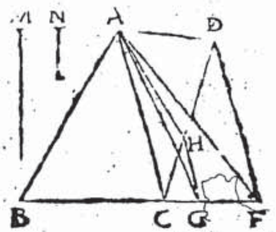
Secundo cadat diuisio in E puncto inter B & C; ita quòd sit proportio B E ad E F, sicut M ad N. Tunc protracta linea A E, dico ꝙ proportio trianguli A B E ad superficiem A E C D est sicut proportio M ad N. *Probatio*. Protraham enim lineam A F. erit ergo triangulus A D C æqualis triangulo A F C, per 37 primi. Posito igitur triangulo A E C communi vtrique, erit superficies A E C D ęqualis triangulo A E F. igitur eadem est proportio trianguli A B E ad superficiem A E C D, & ad triangulum A E F. Cum igitur per primam sexti proportio A B E trianguli ad A E F triangulum sit sicut M ad N; patet quòd proportio A B E trianguli ad A E C D superficiem est sicut M ad N. quod fuit probandum.



Cadat tertio diuisio inter C & F in puncto G; ita quòd sit proportio B G ad G F, sicut M ad N. tunc protraham lineam G H æquidistanter lineæ D F, quousque concurrat cum linea D C in puncto H: deinde protracta linea A H, dico quòd proportio superficiei A B C H ad triangulum A D H est sicut proportio M ad N. *Probatio*. Producam enim lineam A G. erit igitur triangulus

A H C

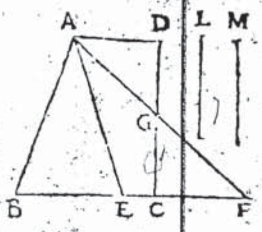
AHC equalis triangulo ACG. sed & totus triangulus ADC æqualis est toti triangulo AFG. ergo triangulus ADH residuus æqualis est triangulo AFG residuo. posito igitur triangulo ABC communi duobus triangulis ACH & ACG æqualibus; erit superficies ABCH equalis triangulo ABG. erit igitur proportio superficiei ABCH ad triangulum ADH, sicut trianguli ABG ad triangulum AGF. Sed proportio trianguli ABG ad triangulum AGF est sicut proportio M ad N. Igitur liquet propositum.



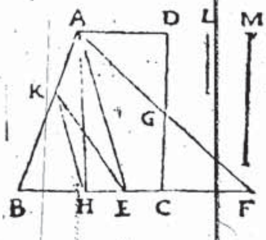
PROPOSITIO VIII. PROBLEMA VIII.

Quadrangulum notum duorum æquidistantium laterum per lineam ductam à puncto in altero æquidistantium laterum assignato secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus notus ABCD: & punctus assignatus in latere BC equ distante lateri AD sit E. Tunc volo protrahere lineam ab E puncto, diuidentem quadrangulum secundum proportionem L ad M. protrahatur enim BC vlterius secundum rectitudinem vsque ad F: ita quòd linea CF sit æqualis lineæ AD; & ducatur linea AF, secans lineam DC in puncto G. sunt igitur trianguli ADG, & GCF similes, & latera AD, & CF æqualia. igitur illi trianguli sunt equales. Addito igitur ABCG communi vtrique, patet quòd quadrangulus ABCD æqualis est triangulo ABF. *Istud memoriæ commenda*. Deinde diuidam lineam BF secundum proportionem L ad M. Et cadat diuisio primo in puncto E, ita quòd proportio B E ad E F sit sicut L ad M. tunc protracta linea E A, dico quòd illa diuidet quadrangulum secundum quòd proponitur. Nam propter æqualitatem triangulorum A D G & C G F, superficies A E C D æqualis est triangulo A E F. igitur eadem est proportio trianguli A B E ad superficiem A E C D, & ad triangulum A E F: proportio vero A B E ad A E F est sicut proportio L ad M. igitur proportio A B E ad residuum quadranguli est sicut proportio L ad M. quod est propositum.



Cadat secundo diuisio inter B & E in puncto H, ita quòd sit proportio B H ad H F, sicut L ad M. tunc protraham lineam H K æquidistanter lineæ A E; & secet lineam A B in puncto K: deinde protracta linea K E, dico quòd illa diuidit quadrangulum, secundum quòd proponitur. Protraham enim lineam A H. & quia lineæ A E, K H sunt ęquidistantes; erunt trianguli K A H, & K E H ęquales. igitur addito K B H vtrique, erit triangulus A B H ęqualis triangulo K B E. Sed & triangulus A K E ęqualis est triangulo A H E igitur addito A E C D communi vtrique; erit superficies A K E C D æqualis quadrangulo A H C D. Quadrangulus vero A H C D ęqualis est triangulo A H F, vt supra ostensum est. Igitur eadem est proportio trianguli K B E ad superficiem A K E C D, sicut trianguli A B H ad triangulum A H F: & per consequens sicut L ad M. quod fuit probandum.

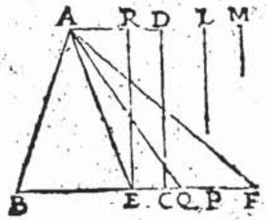


Tertio

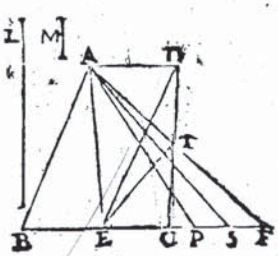
Tertio cadat diuisio inter E & F; & facta figura, resecabo de linea E F lineam E P ęqualem lineę D A: deinde secabo lineam B F, secundum proportionem L ad M.

Et cadat diuisio primo in puncto P; ita quòd sit proportio B P ad P F, sicut L ad M. tunc protraham lineam E D, quam dico diuidere quadrangulum secundum formam propositam. *Probatio*. Producam enim lineam P A, & quia linea E P est ęqualis lineę A D, & ęquidistans ei, erit triangulus A D E ęqualis triangulo A P E. Posito igitur triangulo A B E communi, erit quadrangulus A B E D æqualis triangulo A B P: & per consequens residuus triangulus D E C erit æqualis triangulo residuo A P F: propter id, quod supra probatum est: scilicet ꝙ quadrangulus A B C D æqualis est triangulo A B F. liquet igitur quòd eadem est proportio quadranguli A B E D ad triangulum D E C, sicut trianguli A B P ad triangulum A P F per 19 quinti. sed proportio trianguli A B P ad triangulum A P F est sicut L ad M. igitur proportio A B E D ad D E C, est sicut L ad M. quod fuit probandum.

Secundo cadat diuisio inter E & P in puncto Q: ita quòd sit proportio B Q ad Q F, sicut L ad M: deinde secabo ex linea A D lineam A R æqualem lineæ E Q. tūc protracta linea E R, dico quòd illa diuidit quadrangulū secundū quòd proponitur. Protraham enim lineā A Q. Et quia lineę A R & E Q sunt æquales, & æquidistantes, erunt trianguli A R E & A Q E æquales: quibus addito triangulo A B E communi, erit quadrangulus A B E R æqualis triangulo A B Q. sed probatum est superius, quòd ꝙ totus quadrangulus A B C D æqualis est toti triangulo A B F. igitur quadrangulus R E C D residuus æqualis est triangulo A Q F residuo. igitur eadẽ est proportio quadrãguli A B E R ad quadrangulum R E C D, sicut trianguli A B Q ad triangulum A Q F: & per consequens sicut L ad M. quod fuit propositum.



Tertio cadat diuisio inter P & F in puncto S: ita quòd sit proportio B S ad S F, sicut L ad M: diuidã autem lineam D C secundum proportionem P S ad S F, in puncto T: & protraham lineam E T. dico quòd illa diuidit quadrangulum secundum ꝙ proponitur: producã enim lineã A S. Quia igitur lineę A D & E P sunt ęquales, & æquidistantes; erunt triãguli A D E, & A P E æquales: & per consequens addito triangulo A B E communi, quadrangulus A B E D æqualis est triangulo A B P. sed & totus quadrangulus A B C D æqualis est toti triangulo A B F. igitur triangulus D E C æqualis est triãgulo P A F. sed & proportio trianguli D E T ad triãgulum T E C est sicut proportio trianguli P A S ad triangulum S A F. igitur triangulus D E T æqualis est triangulo P A S: & triangulus T E C ęqualis est triangulo S A F. Iam vero probatum fuit quòd quadrangulus A B E D æqualis est triangulo A B P. igitur addito triangulo D E T ad primũ, & triangulo P A S sibi æquali ad secundum, erit pentagonus A B E T D ęqualis triangulo A B S. iam vero probatum



fuit

fuit, quod trianguli T E C, & S A F sunt ęquales. igitur eadem est proportio pentagoni A B E T D ad triangulum T E C, sicut trianguli A B S ad triangulum A S F; & per consequens sicut L ad M. quod fuit propositum.

PROPOSITIO IX. PROBLEMA IX.

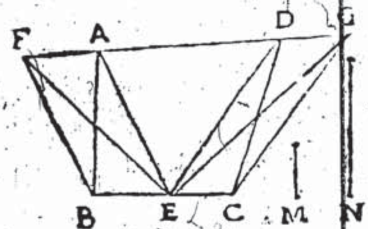
Quemlibet notum quadrãgulum per lineam ductam a puncto in vno laterum non æquidistantium assignato secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrãgulus A B C D; cuius duo latera A D, B C non æquidistent. illum igitur quadrangulum volo diuidere secundum proportionem M ad N notam, per lineã ductam ab E puncto dato super lineam B C. Producam enim duas lineas E A, E D: & extendam D A ex vtraq; parte secundum rectitudinem, donec linea B F concurreret cũ ea in puncto F, ęquidistanter lineę A E: & C G cõcurreret cũ ea in puncto G, æquidistãter lineę E D. Deinde diuidã lineam F G secundũ proportionem M ad N.

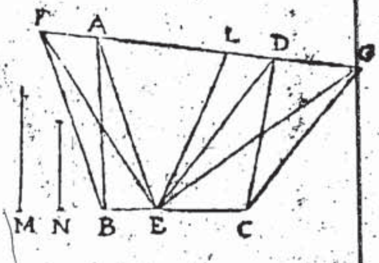
Et primo cadat diuisio inter F & A in puncto H, ita quod sit proportio F H ad H G, sicut M ad N; Diuidam etiã lineam B A secundum proportionem F H ad H A: & cadat diuisio in pũcto K: ita quod sit proportio B K ad K A, sicut F H ad H A. tunc ducta linea K E, dico quòd illa diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Protrahã enim duas lineas E F, E G. erit igitur triangulus A F E ęqualis triangulo A B E. per 37 primi, & trian-

triangulus DGE æqualis triãgulo DCE. Addito igitur vtrique triangulo AED, erit triangulus FEG æqualis quadrãgulo ABCD proposito. *Hoc memoriæ commẽda.* Et quia triangulus AFE est ęqualis triãgulo ABE, & eadẽ proportio FH ad HA, sicut BK ad KA. igitur ꝑ primã sexti triãgulus EHF ęqualis est triangulo EKB. igitur & residuũ residuo ęquale. triangulus igitur HEG residuus ęqualis est pentagono AKECD. eadem igitur est proportio trianguli EKB ad pentagonum AKEC D sicut trianguli EHF ad triangulum EGH. igitur sicut lineę FH ad lineam HG. & per consequens sicut M ad N. quod fuit probandum.

Secundo cadat diuisio in puncto A, ita quòd sit proportio FA ad AG, sicut M ad N. tunc protracta linea EA, dico quòd illa diuidit quadrangulum secundum ꝙ proponitur. Nam triangulus AFE ęqualis est triangulo ABE. igitur triangulus AEG residuus ęqualis est quadrangulo AECD residuo. eadem ergo est proportio trianguli ABE ad quadrangulum AECD, sicut trianguli AFE ad triangulum AEG igitur sicut lineę FA ad lineam AG, & per consequens sicut M ad N. quod fuit probandum.



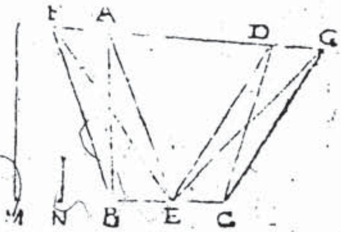
Tertio cadat diuisio inter A & D in pũcto L, ita ꝙ sit proportio FL ad LG, sicut proportio M ad N. tunc dico ꝙ linea EL diuidit quadrãgulũ secũdum quòd proponitur. Cũ enim triãguli AFE



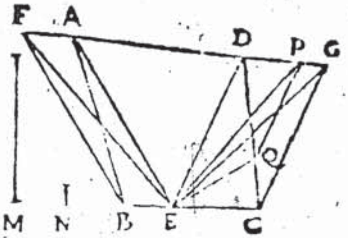
& ABE

& A B E sint æquales, addito vtrique triangulo L A E, erit triãgulus L F E æqualis quadrãgulo A B E L. Igitur triãgulus L E G residuus ęqualis est quadrangulo L E C D residuo. igitur eadẽ est proportio quadrãguli A B E L ad quadrãgulũ L E C D, sicut triãguli L F E ad triangulũ L E G: & per cõsequẽs sicut proportio M ad N. qđ fuit ꝓbandũ.

Quarto cadat diuisio in puncto D: quia tunc trianguli D G F, & D C E sunt æquales, erit triangulus D F E residuus ęqualis quadrangulo D A B E residuo, igitur eadem est proportio quadranguli A B E D ad triangulum D E C, sicut trianguli D F E ad triangulum D E G. igitur sicut lineæ F D ad lineã D G, & per consequens sicut M ad N, linea igitur D E diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur.



Quinto cadat diuisio in puncto P inter D & G; ita ꝙ proportio F P ad P G sit, sicut M ad N. tunc protraham lineam P Q æquidistantẽ lineę C G, donec concurrat cũ linea C D in puncto Q. protracta igitur linea E Q, dico quòd illa diuidit quadrãgulum secundum quòd proponitur. Protraham enim lineam P E. erit igitur triangulus D E P æqualis triangulo D E Q per 37 primi. Posito igitur triangulo A E D communi, erit triangulus A E P ęqualis quadrangulo A E Q D. duo etiam triãguli A F E & A B E sunt ęquales. igitur triangulus F E P ęqualis est pentagono A B E Q D. erit igitur triangulus P E G residuus ęqualis triangulo Q E C residuo, igitur



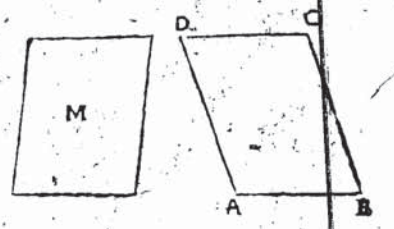
C eadem

eadem est proportio pentagoni A B E Q D ad triangulũ Q E C, sicut trianguli F E P ad triangulum P E G, igitur sicut lineæ F P ad lineam P G: & per cõsequens sicut M ad N. quod fuit propositum.

PROPOSITIO X. PROBLEMA X.

Proposita linea nota, duabusque lineis à terminis eius protractis, angulos qualescunque cum ea ex eadem parte causantibus, superficiem propositæ superficiei notæ æqualem, super lineam notam propositam designare, ita quod dicta superficies inter lineam illam notam, & lineam sibi æquidistantem, atque inter dictas duas ex vna parte, vel ex altera notæ lineæ protractas lineas, includatur.

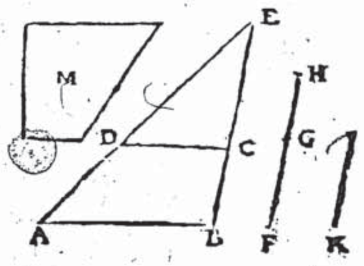
Verbi gratia sit linea A B nota: & duæ lineę A D, B C secundum libitum situatæ. Volo super lineam A B constituere superficiẽ ęqualem superficiei M notę, inclusam inter lineas A D, B C, & inter A B, & lineam sibi æquidistãtem. Duo igitur anguli D A B & C B A aut sunt æquales duobus rectis, aut maiores, aut minores. sint primò ęquales duobus rectis. erit igitur linea A D æquidistans lineę B C. faciam igitur per 44 primi



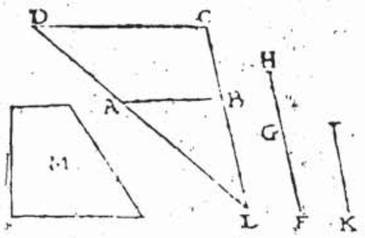
super lineam A B superficiem æquidistantium laterũ, cuius anguli sint æquales angulis D A B, C B A, & ipsa superficies sit ęqualis superficiei M: & patet propositum.

Sint

Sint secūdo duo anguli D A B, & C B A minores duobus rectis. concurrent igitur duæ lineę A D B C ex parte C D. concurrant autē in puncto E. Nisi igitur triangulus E A B fuerit maior superficie M, ex parte D C, nō potest talis superficies constitui, qualem voluimus: sed tunc ex parte alia fieri oportebit. Sit igitur triangulus E A B maior superficie M: & sit proportio trianguli E A B ad superficiem M, sicut linea F H ad lineam F G: & sit linea K media proportionalis inter F H & G H. Deinde secabo ex linea E B lineam E C; quę se habeat ad lineam E B, sicut linea K ad lineam F H. tunc protracta C D æquidistāter lineę B A, dico quòd superficies A B C D est equalis superficiei M. *Probatio*. Nam proportio trianguli B A E ad triangulum C D E est per 17 sexti sicut proportio B E ad C E duplicata. igitur & sicut proportio F H ad K duplicata: & per consequens proportio trianguli B A E ad triangulum C D E est sicut proportio F H ad G H. igitur euersim proportio trianguli B A E ad quadrāgulum B A D C est sicut proportio F H ad F G. sed quę est proportio F H ad F G, eadem est trianguli B A E ad superficiem M. igitur eadē est proportio triāguli B A E ad superficiēM, & ad quadrangulū B A D C. quare superficies M, & quadrangulus B A D C sunt æquales. & hoc est quod voluimus.



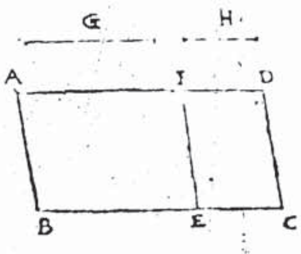
Sint tertio duo anguli D A B & C B A maiores duobus rectis. cōcurrent igitur ex parte A B. sitq; in puncto E. ponam igitur proportionem G H ad G F secundum proportionem trianguli A B E ad superficiem M: sitque linea K media proportionalis inter F H, & G H: & ponam proportionem E C ad E B secundum proportionē F H ad K. tunc protracta C D æquidistanter lineæ A B, Dico quod superficies M ęqualis est quadrangulo A B C D. *Probatio.* Proportio enim trianguli C D E ad triangulum B A E est (vt supra ostensum est) sicut proportio F H ad G H. igitur euersim proportio C D E trianguli ad quadrãgulum C D A B est sicut proportio F H ad F G. igitur disiunctim proportio A B E trianguli ad quadrangulum A B C D est sicut proportio G H ad G F: & per consequens sicut proportio eiusdẽ triãguli A B E ad superficiẽ M. igitur quadrãgulus A B C D, & M superficies sunt ęquales. & hoc voluimus demõstrare.



PROPOSITIO. XI. PROBLEMA. XI.

Quadrangulum æquistantium laterum per lineam vni suorum laterum æquidistantem, secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus ęquidistantium laterum A B C D: quem volo diuidere secũdum proportionẽ G ad H per lineam ęquidistantem lateri eius A B. Diuidam enim lineam B C in puncto E secundum proportionem G ad H: & protraham lineam E F ęquidistantem lineæ A B: & habetur propositum. Nã per primã sexti eadẽ est proportio quadrãguli A B E F ad quadrãgulũ F E C D, sicut lineæ B E ad lineã E C: & per consequens sicut G ad H. quod fuit propositum.

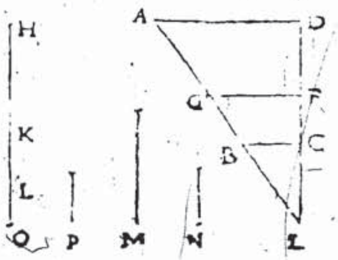


PRO-

PROPOSITIO XII. PROBLEMA XII.

Quadrangulum duorum tantum æquidiſtantium laterum per lineam æquidiſtãtibus eius lateribus æquidiſtantem ſecundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus A B C D, cuius tantum duo latera A D, & B C æquidiſtent. Illum igitur quadrãgulum volo diuidere ſecundum proportionem M ad N per lineam ęquidiſtantem lateribus eius A D & B C: latera enim eius A B & D C concurrent neceſſario. Sit quòd in puncto E: & ponam proportionem H O ad L O ſecundum proportionem trianguli D A E ad triangulum C B E conuertendo igitur, & diuidendo erit proportio trianguli C B E ad quadrangulũ D A B C, ſicut L O ad L H. diuidam autẽ lineam H L in puncto K ſecundum proportionẽ M ad N; ita quòd ſit proportio H K ad K L, ſicut M ad N. & ſit linea P media proportionalis inter lineas K O & O L: & ponam proportionem F E ad C E ſecundum proportionem K O ad P. deinde protraham lineam F G ęquidiſtantem lineę D A. Dico igitur quòd illa diuidit quadrangulum ſecundum quod proponitur. *Probatio.* Nam proportio trianguli F G E ad triangulum C B E, eſt ſicut F E ad C E proportio duplicata. igitur & ſicut K O ad P proportio duplicata: & per conſequens proportio trianguli F G E ad triangulum C B E, eſt ſicut proportio



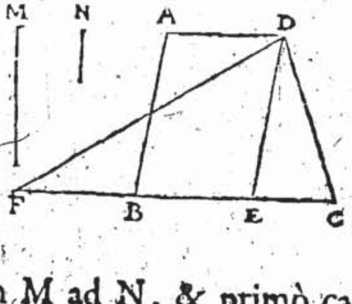
KO

KO ad LO. igitur diuisim proportio quadranguli FGBC ad triangulum CBE est sicut proportio KL ad LO. Proportio vero trianguli CBE ad quadrangulum ABCD (vt supra ostēsum est) est sicut proportio LO ad LH. igitur per æquam proportionalitatem proportio quadrāguli FGBC ad quadrāgulum ABCD est sicut proportio KL ad LH. igitur disiunctim proportio quadranguli FGBC ad quadrangulum AGFD est sicut proportio KL ad KH. igitur econtra proportio AGFD ad GBCF est sicut HK ad KL; & per consequens sicut M ad N. quod fuit propositum.

PROPOSITIO XIII. PROBLEMA XIII.

Quadrangulum duorum tantum æquidistantium laterum per lineam æquidistantem vni suorum laterum non æquidistantium secundū proportionem datam diuidere.

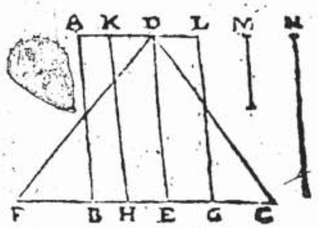
Sint quadranguli ABCD duo tantū latera AD, BC æquidistantia. Illum igitur quadrangulum volo diuidere secundum proportionem M ad N per lineam æquidistātem lateri eius AB. Ab altero igitur angulorum C, vel D, protraham lineam intra quadrangulum æquidistātem lineę AB: & sit gratia exempli linea DE. deinde protraham EB secūdum rectitudinem vsque ad F, donec BF sit ęqualis BE, & diuidam lineā FC secundum proportionem M ad N. & primò cadat



diuisio in

diuiſio in puncto E; ita quòd ſit proportio F E ad E C, ſicut M ad N. Dico igitur quòd linea D E diuidit quadrãgulum ſecundum quod proponitur. *Probatio*. Protrahã lineam D F. eſt igitur proportio trianguli F D E ad triangulum E D C, ſicut proportio F E ad E C. igitur & ſicut proportio M ad N. ſed per primam ſexti & 41 primi quadrangulus A B E D æqualis eſt triãgulo F D E. igitur proportio quadranguli A B E D ad triangulum D E C eſt ſicut M ad N. quod fuit propoſitum.

Secundo cadat diuiſio inter F & E; ita quod maior ſit proportio F E ad E C, quàm ſit proportio M ad N. diuiſa igitur E C linea per ęqualia in pũcto G, erit maior proportio B E ad E G, quàm M ad N, propter hoc quòd linea B E eſt medietas lineæ F E, & linea E G eſt medietas lineę E C. diuiſa igitur linea B G ſecundum proportionẽ M ad N, cadet diuiſio inter B & E: ſitq́ue in puncto H: ita quòd eadem ſit proportio B H ad H G, ſicut M ad N. tunc protracta linea H K æquidiſtanter lineæ B A, Dico quòd illa diuidit quadrangulum ſecundum quòd proponitur. Protraham enim A D lineam ſecundum rectitudinem vſque ad L; quouſque concurrat cum linea G L æquidiſtanter lineæ D E.

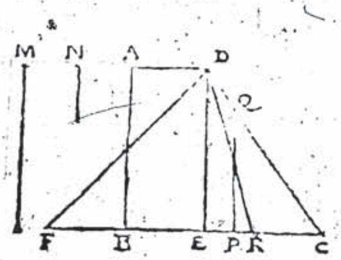


Quia igitur linea E C eſt dupla lineæ E G, erit parallelogrammum D E G L æquale triangulo D E C. Addito igitur vtrique quadrãgulo K H E D, erit quadrangulus K H G L æqualis quadrangulo K H C D. igitur eadem eſt proportio quadranguli A B H K ad quadrangulum K H G L, & ad quadrangulum K H C D. proportio vero quadranguli A B H K ad quadrangulum K H G L eſt ſicut proportio B H ad H G: & per conſequens ſicut M ad N. igitur proportio quadranguli A B

HK ad

HK ad quadrangulum KHCD est sicut proportio M ad N. quod est propositum.

Tertio cadat diuisio inter F & C in pũcto R, ita quòd sit proportio FR ad RC, sicut M ad N. tunc protraham lineam DR; & per 3 huius diuidam triangulum DEC secundum proportionem trianguli DER ad triangulum DRC, per lineam PQ æquidistantem lateri eius DE; ita quòd sit quadrangulus DEPQ æqualis triangulo DER: & etiam triangulus QPC equalis triangulo DRC. Dico igitur quòd linea PQ diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Proportio enim trianguli FDR ad triangulum RDC est sicut proportio M ad N. sed quadrangulus ABED æqualis est triãgulo FDE: & quadrangulus DEPQ æqualis est triangulo DER. igitur pentagonus ABPQD est equalis triangulo FDR. sed & triangulus DRC equalis est triangulo QPC. igitur proportio Pentagoni ABPQD ad triangulum QPC est sicut proportio trianguli FDR ad triangulum DRC: & per consequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.



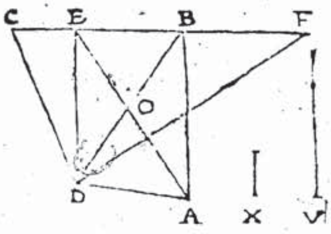
Consimiliter operaremur per lineam æquidistantẽ lateri eius DC, & patet totum quod proposuimus.

PROPOSITIO XIIII. PROBLEMA XIIII.

Quadrangulum nulla habentem æquidistantia latera, per lineam vni suorum laterum æquidistantem, secundum proportionem datam diuidere.

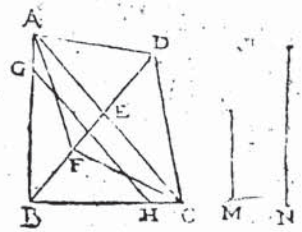
Verbi

Verbi gratia quadranguli A B C D nulla sint æquidistantia latera: illum tamen volo diuidere secundum proportionem V ad X, per lineam æquidistantem lateri eius A B. Protraham enim ab altero angulorum C vel D lineam æquidistantem lineæ A B, transeuntem intra quadrangulum: & sit gratia exempli linea D E, & protraham duas lineas E A, B D secantes se in puncto O: & extendam lineam C B secundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio F B ad B E, sicut proportio A O ad O E, & protraham lineam F D. deinde diuidam lineã F C secundum proportionem V ad X. & primo cadat diuisio in puncto E; ita quòd sit proportio F E ad E C, sicut proportio V ad X. dico igitur quòd linea D E diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. *Probatio*. Nam proportio trianguli A D O ad triangulum O D E est sicut proportio A O ad O E: & etiam proportio trianguli A B O ad triangulum O B E est sicut proportio A O ad O E. igitur aggregando, proportio trianguli B A D ad triangulum B E D est sicut proportio A O ad O E: & per consequens sicut proportio F B ad B E. & secundum eandem proportionem est triangulus F D B ad triangulum B E D. igitur triangulus B A D ęqualis est triangulo F B D. Addito igitur B D E triangulo, cõmuni vtrique, erit triãgulus F D E ęqualis quadrangulo A B E D. sed proportio triãguli F D E ad triangulum E D C est sicut proportio F E ad E C: & per consequens sicut proportio V ad X. igitur proportio quadranguli A B E D ad triangulum E D C est sicut proportio V ad X. quod fuit propositum.

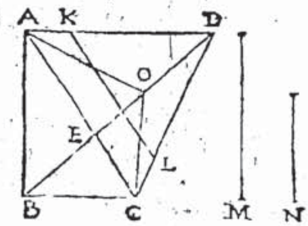


Secundo cadat diuisio inter F & E (siue intra quadrangulum, siue extra non est cura): sit quod in puncto G:

Secundo cadat diuisio inter B & E in puncto F: ita quòd eadem sit proportio B F ad F D, quæ est M ad N. Tunc protraham duas lineas F A F C; & erit proportio duorum triangulorũ A B F, C B F coniunctim ad quadrangulum A F C D, sicut proportio B F ad F D. ex triangulo igitur A B C secabo per tertiam huius triangulum G B H sibi similem, & ęqualem duobus triangulis A B F, C B F, coniunctim per lineam G H æquidistantem lineæ A C: Illam igitur lineam dico diuidere quadrangulum secũdum quòd proponitur. quia enim triangulus G B H est ęqualis superficiei A B C F, erit triangulus A F C ęqualis quadrangulo A G H C. Addito igitur A D C communi, erit quadrangulus A F C D æqualis pentagono A G H C D. proportio igitur trianguli G B H ad pentagonũ A G H C D est sicut proportio superficiei A B C F ad quadrãgulũ A F C D: & per cõsequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositũ.



Tertio cadat diuisio inter E & D in pũcto O: ita quòd sit proportio B O ad O D, sicut M ad N. tunc protraham duas lineas O A, O C. erit igitur proportio quadranguli A B C O ad superficiem A O C D, sicut proportio B O ad O D; & per consequens sicut M ad N. secabo igitur per tertiam huius ex triangulo A C D triãgulum K L D sibi similem, & ęqualem superficiei A O C D, per lineam K L ęquidistantem lineæ A C. Dico igitur quòd illa diuidit quadrãgulum secundum quòd proponitur. Triangulus enim A O C æqualis est quadrangulo A C L K. igitur quadrangulus A



B C O

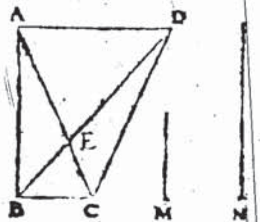
lus E D L æqualis est quadrãgulo D E M N: propter hoc quòd trianguli M N C & L D C sunt ęquales. Igitur pentagonus A B M N D ęqualis est triangulo F D L. igitur eadem est proportio pentagoni A I M N D ad triangulum M N C, sicut trianguli F D L ad triangulum L D C: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Sicut autem diuiditur quadrangulus secundũ proportionem datam per lineam ęquidistantem lateri eius A B, ita potest diuidi per lineam æquidistantem alteri eius lateri cuicunque; & patet propositum.

PROPOSITIO XV. PROBLEMA XV.

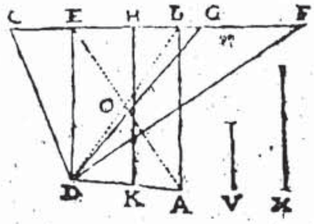
Quemlibet quadrangulum per lineam æquidistantem vni diametrorum eius secundum proportionem datam diuidere.

Verbigratia quadrangulum A B C D volo diuidere secundum proportionem M ad N, per lineam ęquidistantẽ diametro eius A C. Protraham enim diametrum B D secantem A C in puncto E: & diuidam lineam B D secundũ proportionẽ M ad N. Primo igitur cadat diuisio in puncto E; ita quòd eadem sit proportio B E ad E D, sicut M ad N. Dico igitur quod diameter A C diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur.

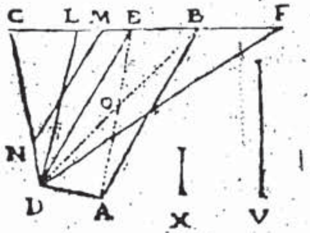


Nam proportio triãguli A B E ad triangulum A E D est sicut proportio B E ad E D. similiter proportio trianguli B E C ad triangulum E D C est sicut proportio B E ad E D. Igitur coniungendo erit proportio trianguli A B C ad triangulum A D C sicut proportio B E ad E D: & per consequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.

ita quòd sit proportio F G ad G C, sicut proportio V ad X; & protraham lineam G D. erit igitur proportio trianguli F G D ad triangulum G D C, sicut V ad X. Adiungã igitur per x. huius ad lineam A B superficiem ęqualẽ triangulo F D G; quam contineant duo anguli A B C & B A D, separando eam per lineam H K æquidistantem lineę A B. Dico igitur quòd illa diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Transibit enim intra quadrãgulum A B E D; propter hoc quòd triangulus F D E est æqualis quadrangulo A B E D; & triangulus F D G minor est triangulo F D E. Cum igitur triangulus F D E sit æqualis quadrangulo A B E D, & triangulus F D G sit æqualis quadrangulo A B H K: oportet quòd triãgulus G D E sit ęqualis quadrangulo K H E D. posito igitur triãgulo E D C cõmuni, erit triangulus G D C ęqualis quadrãgulo K H C D. eadẽ igitur est proportio quadranguli A B H K ad quadrangulũ H K C D, sicut triãguli F G D ad triangulũ G D C: & per cõsequens sicut proportio V ad X. qđ fuit propositum.



Tertio cadat diuisio inter E & C in puncto L: ita quòd sit proportio F L ad L C, sicut V ad X. Erit igitur proportio trianguli F D L ad triangulum L D C, sicut proportio V ad X. Deinde secabo per tertiam huius ex triangulo D E C triangulum similem ei & æqualem triangulo L D C, per lineã M N æquidistantem lineę E D. Dico igitur quòd illa diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur; Triangulus enim F D E æqualis est quadrangulo A B E D; & triangulus

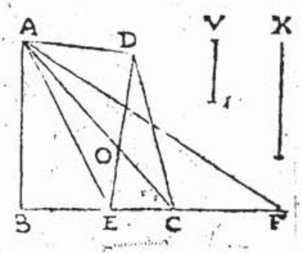


BCO æqualis est pentagono ABCLK, et triangulus KLD ęqualis superficiei AOCD. igitur proportio pentagoni ABCLK ad triangulū KLD est sicut proportio quadranguli ABCO ad superficiem AOCD; & per consequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositum. Consimiliter faciemus, vt diuidatur quadrāgulus ABCD secundum proportionem datam per lineam ęquidistantem diametro eius BD. & patet propositum.

PROPOSITIO XVI. PROBLEMA XVI.

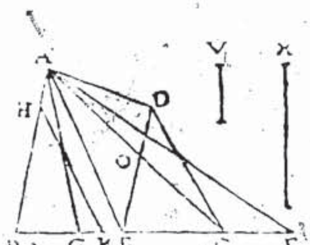
Quemlibet quadrangulum per lineam æquidistantem lineæ in quadrāgulo assignatæ, quæ nec æquidistet alicui laterum eius, neque alicui diametrorum eius secundum proportionem datam diuidere.

Vt verbi gratia Quadrangulum ABCD volo diuidere secundum proportionem V ad X per lineam æquidistantem lineę AE. Protraham enim duas diametros AC ED secantes se super punctum O: deinde producam lineam BC secundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio EC ad CF, sicut ꝓportio EO ad OD: & protraham lineam AF. tunc diuidam lineam BF secundum proportionem V ad X: & primo cadat diuisio in E puncto; ita quòd sit proportio BE ad EF, sicut V ad X. dico igitur quòd linea AE diuidit quadrāgulum secundū quòd proponitur. Nam proportio triāguli AEC ad triāgulum ACD est sicut proportio



E O ad O D. igitur est sicut proportio E C ad C F, & per consequens sicut proportio trianguli A E C ad triangulū A C F. igitur trianguli A C F & A C D sunt ęquales. totus igitur quadrangulus A E C D est æqualis toti triangulo A E F. eadem igitur est proportio trianguli A B E ad quadrangulum A E C D sicut ad triangulum A E F. sed proportio A B E trianguli ad triangulum A E F est sicut proportio V ad X. igitur proportio trianguli A B E ad quadrangulum A E C D est sicut proportio V ad X. quod fuit propositum.

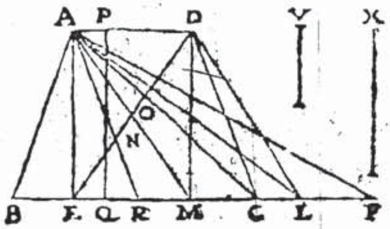
Secundo cadat diuisio inter B & E, in puncto G: ita quod eadem sit proportio B G ad G F, sicut V ad X. tunc protraham lineam A G: & secabo per tertiam huius de triangulo A B E triangulum H B K sibi similem, & ęqualem triangulo A B G per lineam H K ęquidistantem lineę A E. tunc illam dico diuidere quadrangulum secundum quod proponitur. Erit enim quadrangulus A H K E residuus de triangulo A B E æqualis triangulo A G E residuo de eodem A B E. sed & quadrangulus A E C D ęqualis est triágulo A E F. igitur pētagonus A H K C D ęqualis est triangulo A G F. igitur eadem est proportio trianguli H B K ad pentagonū A H K C D, sicut trianguli A B G ad triangulum A G F igitur sicut B G ad G F, & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.



Tertio cadat diuisio inter E & F. quia igitur A E non est æquidistans lineę C D, protraham ab altero duorū angulorum D C lineam intra quadrangulum æquidistātem lineę A E: quę gratia exempli sit linea D M: & protrahā lineam A M secantem lineam E D super punctum N. Deinde faciam proportionem L M ad M E secundū propor-

nem

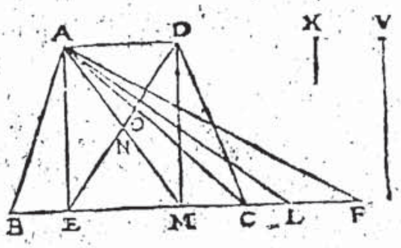
nem D N ad N E. hoc autem statim fieri potest, protrahendo lineam D L æquidistantem lineæ A M. Cadet igitur L citra F; eo quòd linea D F, si protraheretur, esset æquidistans lineę A C, si illa protraheretur. tunc protraham lineam A L. erit igitur triangulus A E L ęqualis quadrangulo A E M D. diuidatur igitur linea B F secundum proportionem V ad X: & nunc cadat diuisio inter E & L in puncto R, ita quòd eadem sit proportio B R ad R F sicut V ad X.



Deinde per decimam huius protraham lineam P Q æquistantem lineę A E, sic quòd superficies A E Q P sit æqualis triangulo A E R. & quia triangulus A E L est maior triangulo A E R: & triangulus A E L est ęqualis quadrãgulo A E M D: erit propter hoc quadrangulus A E Q P minor quadrangulo A E M D. Dico igitur quòd linea P Q diuidit quadrangulum A B C D secundum quòd proponitur. *Probatio.* Quadrangulus enim A E C D est æqualis triangulo A E F: & quadrangulus A E Q P est æqualis triangulo A E R. igitur quadrangulus P Q C D residuus est æqualis triãgulo A R F residuo. Similiter quia quadrangulus A E Q P est æqualis triangulo A E R; posito triangulo A B E communi; erit quadrangulus A B Q P ęqualis triangulo A B R. igitur eadẽ est proportio quadrãguli A B Q P ad quadrangulũ P Q C D sicut trianguli A B R ad triangulũ A R F. igitur & sicut B R ad R F: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

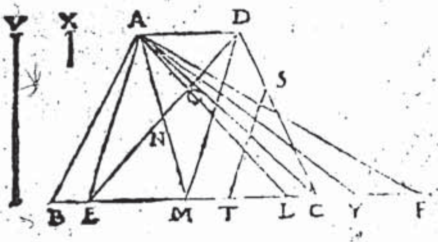
Quarto cadat diuisio in puncto L, ita quod eadem sit proportio B L ad L F, sicut V ad X. tunc dico quòd linea D M diuidit quadrangulum secũdum quòd proponitur. Nam triangulus A E F est ęqualis quadrangulo A E C D: & trian-

& triangulus A E L est æqualis quadrangulo A E M D. igitur triangulus A L F residuus est equalis triangulo D M C residuo. Similiter quia quadrãgulus A E M D est equalis triangulo A E L, posito triangulo A B E cõmuni, erit quadrangulus A B M D æqualis triangulo A B L. eadẽ



igitur est proportio quadranguli A B M D ad triangulum D M C, sicut trianguli A B L ad triangulum A L F: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Quinto cadat diuisio inter L & F in pũcto Y, ita quòd eadem sit proportio B Y ad Y F, sicut V ad X: & protraham lineam A Y. quia igitur triangulus D M C equalis est triangulo A L F; & triangulus A L F maior est triangulo A Y F; erit triangulus D M C maior triangulo A Y F. igitur ex triangulo D M C separabo per tertiam huius triangulum S T C sibi similem & æqualem triangulo A Y F



par lineam S T equidistantem linee D M. Dico igitur q̃ linea S T diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus D M C est equalis triangulo A L F; & etiam triangulus S T C est equalis triangulo A Y F, erit quadrangulus D M T S residuus equalis triangulo A L Y residuo. Cum igitur quadrangulus A B M D sit æqualis triangulo A B L; erit pẽtagonus A B T S D æqualis triangulo A B Y. eadem igitur est proportio pentagoni A B T S D ad triangulum S T C, sicut trianguli A B Y

ad

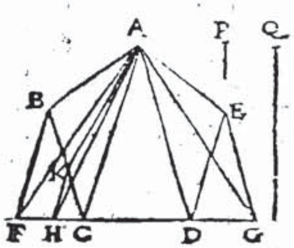
ad triangulum A Y F. igitur & sicut B Y ad Y F: & per cõsequẽs sicut V ad X. & hoc est quod voluimus demõstrare.

Et est notandum quòd sicut diuiditur quadrangulus per lineam æquidistantem lineæ ductæ ab Angulo eius, quæ nec æquidistet eius lateribus, nec eius diametris: ita potest diuidi per lineam æquidistantem lineę non ductę ab angulo assignato, vt protrahendo lineam ab aliquo angulo quadranguli cadentem intra quadrangulum, & ęquidistantem lineæ assignatæ: & tunc operabimur, sicut iam docuimus.

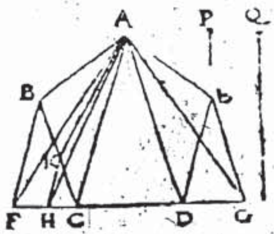
PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVII.

Pentagonum quemlibet notum per lineam à quolibet angulo eius ductam secundum proportionem datam diuidere.

Verbi gratia pentagonum A B C D E volo diuidere secundum proportionem P ad Q per lineam ductam ab angulo eius A. Protraham duas lineas A C, A D: & ab angulo B protraham lineam B F ęquidistantem lineæ A C, donec cõcurrrat cum linea D C. vlterius protracta in puncto F. similiter ab angulo E protraham lineam E G ęquidistantem lineę A D, donec concurrat cum linea C D vlterius protracta in puncto G. tunc protractis lineis AF, A G, erit triangulus A F G ęqualis pẽtagono A B C D E: propter hoc quòd triãgulus A B C est æqualis triangulo A F C; & triangulus A E D est ęqualis triangulo A G D, addito A C D communi vtrisque, patet quod diximus. Diuidam igitur lineam F G secundum proportionem P ad Q: & ca-



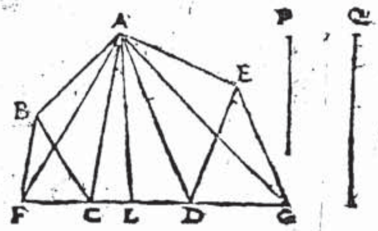
dat primo diuisio inter F & C in puncto H: ita quòd sit proportio F H ad H G, sicut proportio P ad Q. Protrahã igitur H K ęquidistanter lineę B F, donec tetigerit lineam B C in puncto K. est igitur eadem proportio B K ad K C, sicut F H ad H C, per secundam sexti. deinde protracta linea A K, dico illam diuidere pentagonum secundũ quòd proponitur. Protraham enim lineam A H. Quia igitur triangulus A E D est æqualis triangulo A G D; addito A C D communi, erit quadrangulus A C D E æqualis triangulo A C G. Similiter quia triangulus A K C est ęqualis triangulo A H C, propter æquidistantiam linearum K H & A C; erit pentagonus A K C D E æqualis triangulo A H G. Item quia eadem est proportio B C ad B K, sicut F C ad F H; erit eadem proportio trianguli A B C ad triangulum A B K, sicut trianguli A F C ad triangulum A F H. igitur permutatim eadem est proportio trianguli A B C ad triangulum A F C, sicut trianguli A B K ad triangulum A F H. Cum igitur trianguli A B C, & A F C sint ęquales; erunt trianguli A B K & A F H ęquales. eadem igitur est proportio trianguli A B K ad pentagonum A K C D E, sicut trianguli A F H ad triangulum A H G. igitur & sicut F H ad H G: & per consequens sicut P ad Q, quod fuit propositum.



Secundo cadat diuisio in puncto C: ita quòd eadem sit ꝓportio F C ad F G sicut P ad Q. tũc dico ꝙ linea A C diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Nam vt ostensum est supra, quadrangulus A C D E est ęqualis triangulo A C G, & triangulus A B C æqualis est triangulo A F C. igitur eadem est proportio trianguli A B C ad quadrangulum A C D E, sicut trianguli A F C ad triangulum A C G. igitur sicut F C ad C G: & per consequens sicut

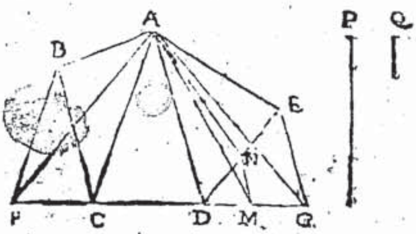
cut P ad Q. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio in puncto L inter C & D: ita quod sit proportio F L ad L G, sicut P ad Q. Protraham igitur lineam A L, quam dico diuidere pentagonum secundum quod proponitur. Quia enim triangulus A B C est æqualis triangulo A F C, posito A C L communi, erit quadrangulus A B C L æqualis triangulo A F L. Similiter posito triãgulo A L D cum vtrisque triangulis A E D, A G D; erit quadrangulus A L D E ęqualis triangulo A L G. igitur eadem est proportio quadranguli A B C L ad quadrangulum A L D E, sicut trianguli A F L ad triangulum A L G. igitur sicut F L ad L, G; & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

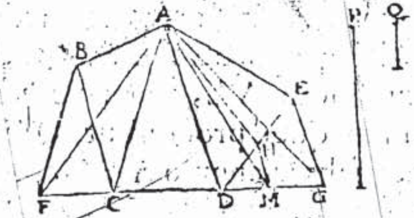


Quarto cadat diuisio in puncto D. tunc dico quòd linea A D diuidit pentagonum secundum quòd proponitur: & patet probatio, sicut patuit, quando cecidit diuisio in puncto C.

Quinto cadat diuisio inter D & G in puncto M; ita quòd eadem sit proportio F M ad M G, sicut P ad Q. tunc erigam lineam M N ęquidistãter lineę G E, quousque tetigerit lineam D E in puncto N: & protraham lineã A N, quam dico diuidere pentagonum secũdum quòd proponitur. protracta enim linea A M, arguitur vt prius in primo casu, quòd triangulus A E N est ęqualis triangulo



E 2 AG

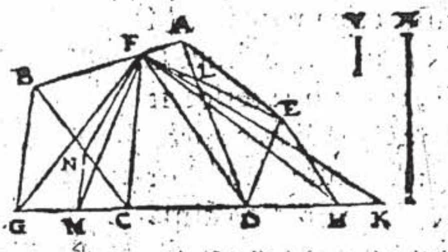


AGM: & quòd pentagonus ABCDN est æqualis triangulo AFM. igitur eadē est proportio pētagoni ABCDN ad triangulum ANE, sicut trianguli AFM ad triangulum AMG. igitur & sicut proportio FM ad MG: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

PROPOSITIO XVIII. PROBLEMA XVIII.

Per lineā ductam à puncto in latere noti pentagoni aſsignato dictum pentagonum ſecundum proportionem notam diuidere.

Verbi gratia pentagonum ABCDE volo diuidere ſecundum proportionem V ad X, per lineā ductam à puncto F aſſignato in latere eius AB. protraham enim lineas FC, FD, FE: & protraham lineam BG ęquidiſtanter lineę FC, & lineam EH ęquidiſtanter lineę FD, donec concurrant cum linea CD vlterius ex vtraque parte protracta, in punctis G & H. & protraham lineā AD ſecantem lineam FE in puncto L: Deinde extēdam lineam DH vſque ad K, donec ſit ꝑportio DH ad HK, ſicut DL ad LA.

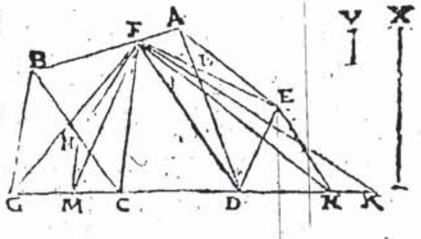


hoc autem fiet, imaginando lineam AK protrahi ęquidiſtanter lineę LH. tunc protraham lineas FG, FH, FK. Diuidam igitur lineam GK ſecundum proportionem V ad X ad *X* : & cadat diuisio primo inter G & C in puncto M: ita quòd eadem sit proportio G M ad M K, sicut V ad X. Deinde diuidam lineam B C in puncto N per lineam M N æquidistantem lineæ B G; eritque proportio B N ad N C, sicut proportio G M ad M C. tunc protracta linea F N, dico quòd illa diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. *Probatio*. Nam proportio trianguli F D E ad triangulum F A E est sicut proportio D L ad L A, igitur & sicut proportio D H ad H K, quę est sicut proportio trianguli D F H ad triangulum H F K igitur proportio trianguli F D E ad triangulum F A E est sicut proportio trianguli D F H ad triangulum H F K. igitur permutatim proportio trianguli D F E ad triangulum D F H est sicut proportio trianguli F A E ad triangulum F H K. sed trianguli D E H, & D F E sunt ęquales, propter ęquidistantiam linearum F D, & E H. igitur trianguli F A E, & F H K sunt æquales. Quadrangulus igitur F D E A æqualis est triangulo F D K. addito igitur F C D communi, erit pentagonus F C D E A ęqualis triangulo F C K. *Hoc memoriæ commendemus*. Ex alia parte protraham lineam F M. Quia igitur triangulus F B C est ęqualis triangulo F G C: & eadem est proportio B N ad N C, sicut G M ad M C: erit triangulus F B N ęqualis triangulo F G M: & triangulus F N C æqualis triangulo F M C. Congregando igitur, patet quòd hexagonus F N C D E A est æqualis triangulo M F K, & trianguli F B N, & F G M sunt ęquales. igitur eadem est proportio trianguli F B N ad hexagonum F N C D E A, sicut trianguli F G M ad triangulum F M K. igitur & sicut lineę G M ad lineam M K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio in puncto C; ita quòd eadem sit proportio G C ad C K, sicut V ad X. dico igitur quòd

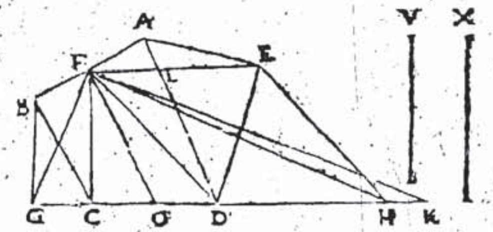
linea

linea F C diuidit pentagonum secũdum ꝙ ꝓponitur: Iam enim ostensum fuit, ꝙ pentagonus F C D E A est ęqualis triãgulo F C K, & ꝙ etiam triangulus F B C ęqualis est



triangulo F G C. igitur eadẽ est proportio trianguli F B C ad pentagonum F C D E A, sicut trianguli F G C ad triãgulum F C K. igitur & sicut lineę G C ad C K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter C & D in puncto O: ita ꝙ eadem sit proportio G O ad O K, sicut V ad X. dico igitur quod linea F O diuidit pentagonum secundum ꝙ proponitur. addito communi triangulo F O D ad quadrangulum F D E A, & ad triangulum sibi ęqualem F D K, erit pẽtagonus F O D E A ęqualis triã gulo F O K. Consimiliter addito triã gulo F C G cõi ad



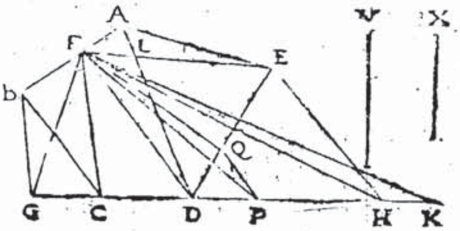
duos æquales triangulos F B C, & F G C; erit quadrangulus F B C O æqualis triangulo F G O. igitur eadẽ est proportio quadranguli F B C O ad pẽtagonum F O D E A, sicut trianguli F G O ad triangulum F O K: igitur & sicut G O ad O K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Quarto cadat diuisio in puncto D, ita ꝙ eadem sit proportio G D ad D K, sicut V ad X. dico igitur quod linea F D diuidit pentagonum secundum quod proponitur. Addito enim triangulo F C D communi ad æquales

trian-

triangulos F B C, & F G C, patet probatio.

Quinto cadat diuisio inter D & H in puncto P; ita ꝙ eadem sit proportio G P ad P K, sicut V ad X. tunc diuidã lineam D E in puncto Q, per lineam P Q ęquidistantem lineę E H. erit igitur eadem proportio D Q ad Q E, sicut D P ad P H. protracta igitur linea F Q, dico quòd illa diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. totus enim quadrangulus F D E A est æqualis toti triangulo F D K. sed & triangulus F D Q est ęqualis triangulo F D P. igitur quadrangulus F Q E A residuus æqualis est triangulo F P K residuo. Quadrangulus etiam F B C D æqualis est triangulo F G D. addito igitur triangulo F D Q ad quadrangulum



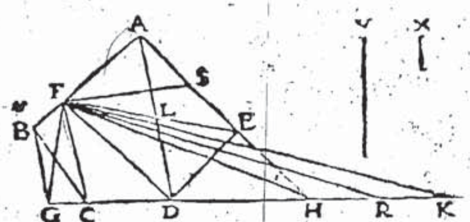
F B C D, & triangulo F D P ęquali triangulo F D Q, addito ad triangulum F G D; patet quòd pentagonus F B C D Q ęqualis est triangulo F G P. eadem igitur est proportio pentagoni F B C D Q ad quadrangulum F Q E A, sicut trianguli F G P ad triangulum F P K: & per consequens sicut proportio V ad X. quod fuit propositum.

Sexto cadat diuisio in pũcto H, dico igitur quòd linea F E diuidit pentagonum secundum ꝙ proponitur. Quia enim quadrangulus F B C D est ęqualis triãgulo F G D, & vt supradictum est, triangulus A F E æqualis est triangulo F H K, atque triangulus F D E ęqualis triangulo F D H. igitur pentagonus F B C D E [illegible] est triangulo F G H. igitur eadem est proportio [illegible] F B C D E ad triangulum F A E, sicut trianguli F [illegible] ad triangulum F H K. igitur & sicut G H ad H K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Septimo cadat diuisio inter H & K in puncto R: ita ꝙ

eadem

eadem sit proportio G R ad R K, sicut V ad X. tunc diui dam lineam E A in puncto S, ita quòd eadem sit proportio E S ad S A, sicut H R ad R K. dico igitur quòd linea F S diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim triãgulus A F E est æqualis triangulo F H K: & proportio E S ad S A est sicut proportio H R ad R K, erit triãgulus F E S æqualis triangulo F H R, & etiam triangulus F S A ęqualis triãgulo F R K. Sed & pentagonus F B C D E est ęqualis triangulo F G H. igitur hexagonus F B C D E S est æqualis triãgulo F G R. igitur eadem est

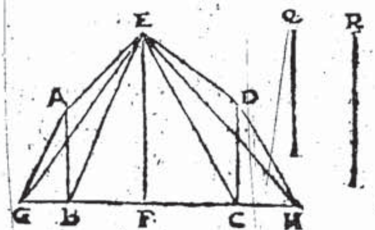


proportio hexagoni F B C D E S ad triangulum F S A, sicut trianguli F G R ad triangulum F R K. igitur & sicut lineę G R ad lineam R K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

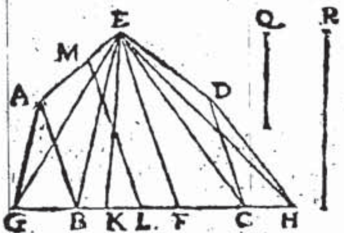
PROPOSITIO. XIX. PROBLEMA. XIX.

Pentagonum duorum æquidistantium laterũ per lineam æquidistantẽ æquidistantibus eius lateribus secundũ proportionẽ datã diuidere.

Verbi gratia pentagonũ A B C D E volo diuidere secũdum proportionem Q ad R per lineam æquidistantem lateri eius A B; quod quidem latus, aut ęquidistat lateri C D, aut lateri D E. ęquidistet igitur primo lateri C D, tunc protraham lineam E F ęquidistantem lateri A B: & producam lineas E B & E C: deinde protraham lineam A G ęquidistantem lineę E B, & lineam D H ęquidistantem lineæ rem lineę E C, quousque concurrant cum linea B C, vlterius ex vtraque parte protracta in punctis G & H: deinde diuidam lineam G H secundum proportionem Q ad R: & primo cadat diuisio in puncto F. dico igitur quòd linea E F diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. *Probatio.* Quia enim linea A G æquidistat lineæ E B, protracta linea E G, erit triangulus E A B æqualis triangulo E G B. addito igitur triangulo E B F communi, erit triangulus E G F ęqualis quadrangulo E A B F. Itē quia D H linea æquidistat lineæ E C, protracta linea E H, erit triangulus E D C æqualis triangulo E H C. addito igitur triangulo E F C cōmuni, erit triangulus E F H ęqualis quadrangulo E F C D. & prius fuit triangulus E G F æqualis quadrangulo A B F E. igitur eadem est proportio quadranguli A B F E ad quadrangulum E F C D, sicut trianguli E G F ad triangulum E F H. igitur & sicut lineæ G F ad F H: & per consequens sicut Q ad R. quod fuit propositum.

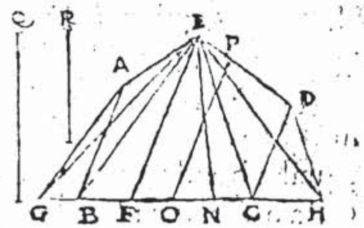


Secundo cadat diuisio inter G & F in puncto K, vt sit proportio G K ad K H, sicut Q ad R: tunc protraham lineam E K. quia igitur triangulus E G K est minor triangulo E G F: & triangulus E G F ęqualis est quadrāgulo A B F E: erit triangulus E G K minor quadrāgulo A B F E. adiungam igitur lineæ A B, per decimam huius, superficiem A B L M ęqualem triangulo E G K per lineam L M æquidistantem lineæ A B. Dico igitur quò d linea L M diuidit



uidit Pentagonum secundum quòd proponitur. Nam triã gulus E G K est ęqualis quadrangulo A B L M; & totus triangulus E G H est æqualis toti Pentagono A B C D E. igitur triangulus E K H residuus est ęqualis Pentagono M L C D E residuo. igitur eadem est proportio quadranguli A B L M ad pẽtagonum M L C D E sicut trianguli E G K ad triangulum E H K: & per consequens sicut Q ad R. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter F & H in puncto N: & protrahatur linea E N. erit igitur triãgulus E H N minor quadrangulo E F C D: eo quòd est minor triangulo E H F sibi æquali: Ideo per decimam huius adiungam lineæ D C superficiem P O C D æqualem triangulo E H N per lineam O P æquidistantem lineę C D. dico igitur quòd linea O P diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim quadrãgulus P O C D est æqualis triangulo E N H: & totus triangulus E G H ęqualis est toti pentagono A B C D E; erit pentagonus A B O P E residuus ęqualis triangulo E G N residuo. igitur eadem est proportio pentagoni A B O P E ad quadrãgulum P O C D, sicut trianguli E G N ad triangulum E N H: & per consequens sicut Q ad R. quod fuit propositum. Consimiliter autem sicut diuiditur pentagonus A B C D E habens duo latera A B, C D ęquidistãtia, facta ratiocinatione, super lineam B C oppositam angulo E inter duo latera ęquidistantia intercepto: Ita positis duobus eius lateribus A B, D E ęquidistãtibus, diuidetur per lineam æquidistantem lineę A B, facta ratiocinatione super latus eius E A oppositũ angulo eius C, inter duo eius latera A B D E, æquidistantia intercepto: Et patet propositum vtrobique.

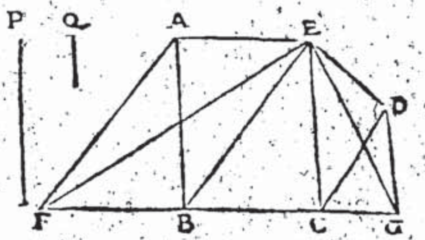


PRO-

PROPOSITIO. XX. PROBLEMA XX.

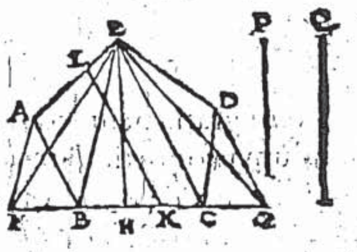
Pentagonum, cuius vnum laterum eius vni eius diametro æquidistat, per lineam æquidistantem illi lateri, & illi diametro secundum proportionem datam diuidere.

Verbi gratia pentagonum A B C D E volo diuidere secundum proportionem P ad Q, per lineam ęquidistantē lateri eius A B; quod quidem latus ęquidistat diametro eius C E. Protraham enim lineam E B. Et producam lineam A F æquidistantem lineę E B: & lineam D G ęquidistantem lineę E C: donec concurrant cum linea B C, protracta ex vtraque parte vlterius ad puncta F & G: deinde protractis lineis E F & E G, erit triangulus E F G ęqualis pentagono A B C D E proposito: Vt patet per modum arguendi in pręmissa. Diuidam igitur lineam F G secundum proportionem P ad Q. Cadat igitur diuisio vel in C, vel ante C, vel post C. Et primo cadat in puncto C: ita q; eadem sit proportio F C ad C G, sicut P ad Q. Dico igitur quòd linea E C diuidit pentagonum secundum quòd proponitur.

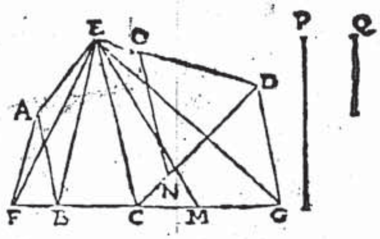


Quadrangulus enim A B C E est ęqualis triangulò E F C; propter hoc quòd triangulus E C D residuus est ęqualis triangulo E C G residuo; & totus pentagonus ęqualis toti triangulo. igitur eadem est proportio quadranguli A B C F ad triangulum E C D, sicut trianguli E F C ad triangulum E C G. igitur & sicut F C ad C G: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter F & C in puncto H: ita quod sit proportio F H ad H G, sicut P ad Q. Quia igitur quadrangulus A B C E equalis est triangulo E F C, & triangulus E F H minor est triangulo E F C; erit triangulus E F H minor quadrangulo A B C E. adiungam igitur lineę A B per decimam huius quadrangulum A B K L æqualem triangulo E F H per lineam K L æquidistantem lineę A B. Illam igitur lineã K L dico diuidere pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim ille totus pentagonus est æqualis toti triangulo E F G: & quadrangulus A B K L æqualis est triangulo E F H; erit pentagonus L K C D E residuus æqualis triangulo E H G residuo. eadem igitur est proportio quadranguli A B K L ad pentagonum L K C D E, sicut trianguli E F H ad triangulum E H G. igitur & sicut F H ad H G: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



Tertio cadat diuisio inter C & G in puncto M; ita quòd eadem sit proportio F M ad M G, sicut P ad Q. quia igitur triangulus E D C est ęqualis triangulo E G C: & triangulus E M C minor est triãgulo E G C; erit propter hoc triangulus E M C minor triangulo E D C. Adiungam igitur lineę E C quadrangulum E C N O ęqualem triangulo E M C per lineam N O æquidistantem lineę E C secundum doctrinã decimę huius: vel quod idem est, separab o per tertiam huius triãgulum D O N a triangulo D E C sibi similem, & æqualem triangulo E G M

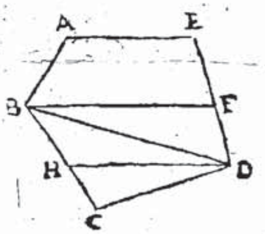


lo E G M. Dico igitur quòd linea N O diuidit pentagonũ secundum quòd proponitur. Quia enim totus pentagonus A B C D E est ęqualis toti triangulo E F G: & triangulus O N D æqualis est triangulo E M G, erit hexagonus A B C N O E residuus ęqualis triangulo E F M residuo. eadem igitur est proportio hexagoni A B C N O E ad triãgulum O N D, sicut trianguli E F M ad triangulum E M G. igitur & sicut F M ad M G: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA I.

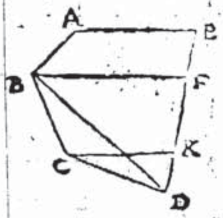
Quocunque latere pentagoni assignato, quod nec alicui eius lateri, nec alicui eius diametro æquidistet, protrahi possunt intra pentagonum ab aliquibus duobus trium angulorum dicto lateri nullactenus coniunctorum duæ lineæ æquidistantes illi lateri prætaxato.

Verbi gratia esto quòd in pentagono A B C D E latus eius A E neque sit æquidistans alicui lateri eius, neq; eius diametro B D. tunc dico, ꝙ ab aliquibus duobus trium angulorum B C D protrahi possunt duæ lineę intra pentagonum, quarum vtraque sit æquidistans lateri A E. Ex quo enim A E, & B D non sunt ęquididistantes, illę vlterius protractæ aut cõcurrerent ex parte A B, aut ex parte E D. si ex parte A B; tunc linea B F protracta a puncto B æquidistanter lineę A E necessario caderet super latus E D, sicut in vtraque superiorum figurarum: Si autem concurrerent ex parte E D, tunc linea D G à puncto D protra-

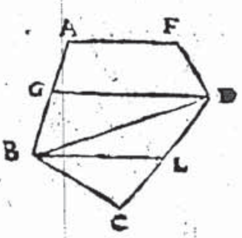


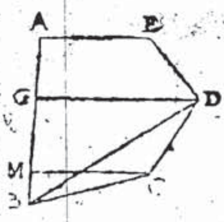
cta æquidiſtanter lineæ A E neceſſario cadet ſuper latus A B; ſicut in vtraque inferiorum figurarum.

Item ſi A E, & B D concurrerent ex parte A B, ſicut in vtraque ſuperiorum figurarum; tunc linea B F, ex quo non eſt ęquidiſtans lineę C D, aut concurrent cum ea ex parte F D, aut ex parte B C; ſi ex parte F D, ſicut in prima ſuperiorum; tunc a puncto D protrahi poteſt D H æquidiſtanter lineę A E, cadens in latere B C. Si vero concurrerent B F & C D ex parte B C, ſicut in ſecunda ſuperiorum; tunc a puncto C protrahi poteſt C K ęquidiſtanter lineę A E, cadens in latere E D. habemus igitur B F & D H ęquidiſtantes lineę A E in prima figurarum ſuperiorũ. Et habemus B F & C K ęquidiſtantes eidem lineę in ſecunda figurarũ ſuperiorũ.



Si autem A F, B D concurrerent ex parte E D, ſicut in vtraque inferiorũ figurarũ; tunc linea D G, ex quo non eſt ęquidiſtans lineę B C, aut concurret cum ea ex parte G B, aut ex parte D C. Si ex parte G B, ſicut in prima inferiorũ figurarũ, tunc à puncto B protrahi poteſt B L ęquidiſtãter lineę A E, & cadet in latere C D: ſi vero G D & B C concurrent ex parte C D, ſicut in ſecunda inferiorũ figurarũ; tunc à puncto C protrahi poteſt C M ęquidiſtanter lineę A F, cadens in latere A B. habemus igitur D G & B L in prima figurarum inferiorũ: & D G, & C M in ſecũda figurarũ inferiorũ æquidiſtãtes lineę A E, & cadentes intra pẽtagonũ. patet igitur totũ, qđ oſtendere volebamus.



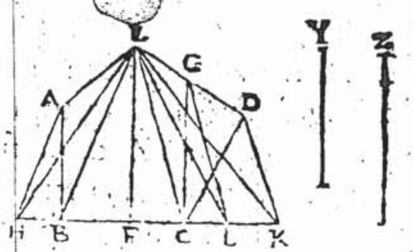


PRO-

PROPOSITIO XXII. PROBLEMA XXI.

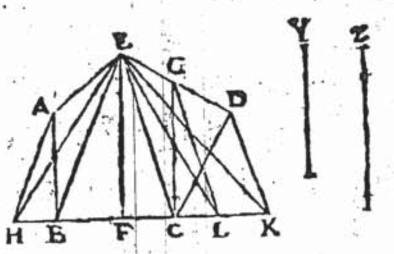
Pentagonum per lineam æquidiſtantem vni eius lateri aſſignato, quod quidem latus nullo eius alteri lateri, nec alicui eius diametro ſit æquidiſtãs, ſecundũ proportionẽ datã diuidere.

Sit pentagoni A B C D E latus A B, neque æquidiſtans diametro E C, neque alteri laterum E D, C D. Illum igitur volo diuidere ſecũdum proportionem Y ad Z per lineam æquidiſtantem lateri eius A B. A duobus enim trium angulorum eius C D E protraham duas lineas intra pẽtagonum ęquidiſtantes lateri eius A B. Aut igitur illæ duę lineę deſcendentes ſic ab angulis cadent ſuper idem latus, vel ſuper latera oppoſita. Cadant igitur primo ſuper latera oppoſita: & ſint E F, C G, ita quòd F ſit in latere B C: & punctus G ſit in latere E D. Ratiocinabor autem ſuper latus, in quod cadit parallelus propinquior lineę A B, videlicet ſuper latus B C. protraham igitur lineas E B & E C deinde protraham lineã A H æquidiſtanter lineę E B; & lineã D K ęquidiſtãter lineę E C, donec cõcurrant cum linea B C vlterius ex vtraque parte protracta in pũctis H & K: & protrahã lineas E H & E K. quia igitur triangulus E A B eſt ęqualis triangulo E H B: & triãgulus E D C ęqualis eſt triãgulo E K C, addito triangulo E B C communi, erit pentagonus A B C D E ęqualis triangulo E H K, *Quod eſt memoriæ commendandum.* Protraham etiam lineam G L ęquidiſtanter lineę E C: & producam lineam E L: tunc diuidam lineam H K ſecundum proportionem Y ad



Z, Aut

Z. Aut igitur cadet diuisio in pũcto F, vel in pũcto L, siue inter H & F; vel inter L & K. Cadat igitur primo in puncto F; ita quòd eadẽ sit proportio H F ad F K, sicut Y ad Z. dico igitur quòd linea E F

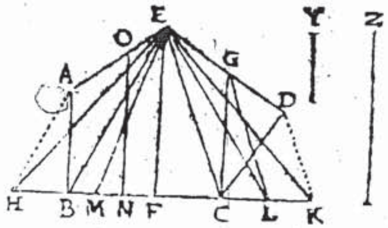


diuidit pentagonum secundum quòd proponitur, Quadrangulus enim E A B F æqualis est triangulo E H F, & Quadrangulus E D C F equalis est triangulo E K F. igitur eadem est proportio quadranguli E A B F ad quadrangulum E D C F, sicut trianguli E H F ad triangulum E K F. igitur & sicut H F ad F K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

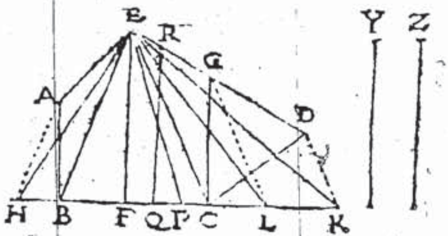
Secundo cadat diuisio in puncto L. dico igitur quòd linea C G diuidit pentagonum prout proponitur, Quia enim lineę E C, & G L sunt ęquidistantes, erunt trianguli E G C, & E L C ęquales. Sed totales trianguli E D C & E K C sunt æquales. igitur & triangulus G C D ęqualis est triangulo E L K. Quadrangulus etiam A B C E æqualis est triangulo E H C. igitur pentagonus A B C G E ęqualis est triangulo E H L. eadem igitur est proportio pentagoni A B C G E ad triangulum G C D, sicut trianguli E H L ad ad triangulum E L K. igitur sicut H L ad L K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter H & F in puncto M: & protrahatur linea E M. Quia igitur triangulus E H F est æqualis quadrangulo E A B F: & triangulus E H M minor est triangulo E H F: erit propter hoc triangulus E H M minor quadrangulo E A B F. adiungam igitur, per decimam huius, lineæ A B superficiem A B N O, ęqualem triangulo E H M, per lineam N O ęquidistantem lineę A B. dico igitur lineam N O diuidere pentagonum secũdum quod pro-

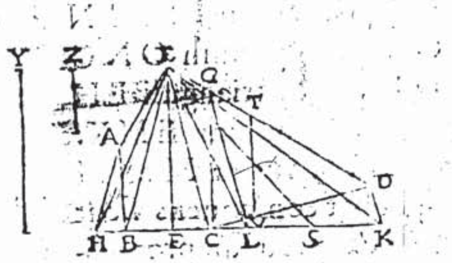
proponitur. Pentagonus enim ABCDE æqualis est triangulo EHK: & Quadrangulus ABNO æqualis est triangulo EHM, igitur pentagonus ONCDE residuus æqualis est triangu lo EMK residuo. igitur eadem est proportio quadranguli ABNO ad pentagonum ONCDE, sicut trianguli EHM ad triangulum EMK. igitur & sicut HM ad MK; & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.



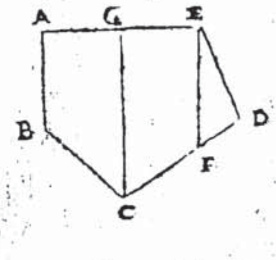
Quarto cadat diuisio inter F & L in puncto P: & protrahatur linea EP. quia igitur triangulus EFL ęqualis est quadrangulo EFCG: & triangulus EFP minor est triãgulo EFL; erit triangulus EFP minor quadrangulo EFCG. adiungam igitur lineæ EF, per decimam huius, quadrangulum EFQR ęqualem triangulo EFP, per lineam QR equidistantem lineę EF. dico igitur quòd linea QR diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. est enim triangulus EHP æqualis pentagono ABQRE: & totus pentagonus ABCDE ęqualis est toti triãgulo EHK. igitur quadrangulus RQCD residuus ęqualis est triangulo EPK. igitur eadem est proportio pentagoni ABQRE ad quadrãgulum RQCD, sicut trianguli EHP ad triangulum EPK. igitur sicut HP ad PK: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.



Quinto cadat diuisio inter L & K in puncto S. Quia igitur propter ęquidistantiam linearum E C & G L, trianguli E G C, & E L C sunt æquales: atque totales trianguli E D C & E K C etiam ęquales; erunt propter hoc trianguli G D C, E K L residui ęquales. Sed protracta linea E S, triangulus E K S minor est triangulo E K L. igitur triangulus E K S minor est triangulo G D C. per tertiam igitur huius, resecabo de triangulo G D C triangulum T D V sibi similem, & ęqualem triangulo E K S, per lineam T V æquidistantem lineæ G C. Dico igitur quòd linea T V diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Totus enim pentagonus A B C D E æqualis est toti triangulo E H K, & triangulus T D V æqualis triangulo E K S. igitur hexagonus A B C V T E residuus ęqualis est triangulo E H S residuo. igitur eadē est proportio hexagoni A B C V T E ad triangulum T D V, sicut trianguli E H S ad triangulum E K S. igitur & sicut H S ad S K: & per consequēs sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

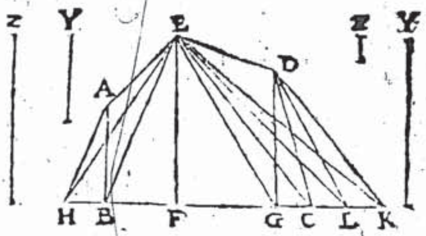


Si autem duæ lineæ E F & C G, quę sunt æquidistantes lineæ A B, ceciderint sic, quòd linea E F ceciderit super latus C D: & linea C G super latus A E; tunc erigemus angulum C; & ratiocinabimur super lineam A E, sicut fecimus super lineam B C; & deueniemus ad nostrum propositum, sicut prius. Si autem duæ lineæ, quæ protractæ sunt ęquidistanter lineæ A B, cadāt super vnū & idē latus, tunc ratiocinabimur super illud latus. Vt verbi gratia, sit q̄ in pentagono A B C D E duæ li



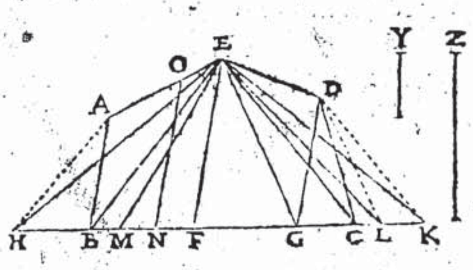
neę

neæ E F, & D G protractę ęquidistanter lineæ A B cadant super latus B C: tunc protraham A H ęquidistãtẽ lineę E B; & lineã D K ęquidistantẽ lineę E C; protrahã etiã lineam E G, & lineã sibi ęquidistantẽ D L: & producam lineas E H, E L, & E K. patet igitur ex præmissis, ꝙ triangulus E H K est ęqualis pentagono A B C D E, & quod triangulus E H L est ęqualis pentagono A B C D E, & ita relinquitur ꝙ triangulus D G C ęqualis est triangulo E L K. *Hæc autem sunt memoriæ cõmendanda.* Diuidã igitur lineã H K secundũ proportionẽ Y ad Z: & cadet diuisio vel in F, vel in L, vel inter illa, aut inter illa, & extrema. Cadat igitur primo diuisio in puncto F, ita ꝙ sit proportio H F ad F K, sicut Y ad Z. dico igitur ꝙ linea E F diuidit pẽtagonũ secundũ ꝙ proponitur. Nam quadrãgulus A B F E est ęqualis triangulo E H F, & quadrangulus E F C D est ęqualis triangulo E F K. igitur eadẽ est proportio quadrãguli A B F E ad quadrangulum E F C D, sicut trianguli E H F ad triangulum E F K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

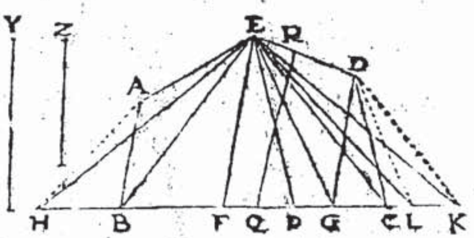


Secundo cadat diuisio in pũcto L. Dico igitur ꝙ linea D G diuidit pentagonũ secundũ ꝙ proponitur. Quia.n. triangulus E G D est ęqualis triãgulo E G L: & quadrãgulus A B G E ęqualis triãgulo E H G; erit pẽtagonus A B G D E ęqualis triãgulo E H L, sed & triãgulus D G C ęqualis est triãgulo E L K. igitur eadẽ est ꝓportio pẽtagoni A B G D E ad triãgulũ D G C, sicut triãguli E H L ad triãgulũ F L K. igit̃ & sicut H L ad L K: & ꝑ consequens sicut Y ad Z. qđ fuit ꝓpositũ.

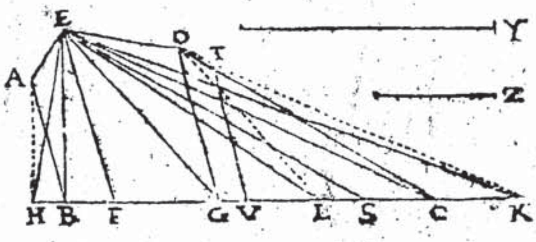
Tertio cadat diuisio in pũcto M inter H & F, ꝓtracta linea E M, fiat quadrãgulus A B N O ꝑ decimã huius ęqualis triangulo E H M, per lineam N O ęquidistantē lineę A B. patet igitur, sicut & supra, ꝙ proportio quadranguli A B N O ad pentagonum O N C D E est sicut proportio trianguli E H M ad triāgulum E M K: & per consequens sicut Y ad Z. linea igitur O N diuidit pentagonum secundum quòd proponitur.



Quarto cadat diuisio inter F & L in pūcto P; tūc protracta linea E P, fiat quadrāgulus E F Q R per decimam huius æqualis triangulo E F P. pentagonus igitur A B Q R E est æqualis triangulo E H P. eadem igitur est proportio pentagoni A B Q R E ad quadrangulum R Q C D, sicut trianguli E H P ad triangulum E P K. igitur & sicut H P ad P K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.



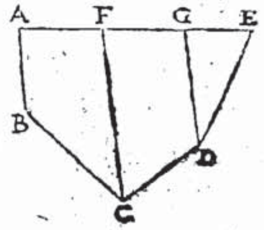
Quinto cadat diuisio in pūcto S inter L & K. ita quòd eadem sit proportio H S ad S K, sicut Y ad Z. Quia igitur, vt superius dictum est, triangulus D G C æqualis est triāgulo E L K; erit triāgulus E S K minor triangulo D G C. secabo



igitur,

igitur, per tertiam huius, ex triangulo D G C triangulū T V C sibi similem, & æqualem triangulo E S K, per lineam T V ęquidistantem lineæ D G. dico igitur quòd linea T V diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus T V C ęqualis est triangulo E S K; & totus pentagonus A B C D E ęqualis toti triangulo E H K; erit propter hoc hexagonus A B V T D E æqualis toti triangulo E H S. eadem igitur est proportio hexagoni A B V T D E ad triangulum T V C, sicut trianguli E H S ad triangulum E S K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

Si autem duę lineę, quę protractę fuerint ęquidistanter lineę A B, cadant super latus A E, secundum quòd cadunt lineę C F, D G: tunc erigemus angulum C: & ratiocinabimur super lineam A E, sicut fecimus super lineam B C: & deueniemus ad nostrum propositum, sicut prius. patet igitur quod voluimus demonstrare.



FINIS.

FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

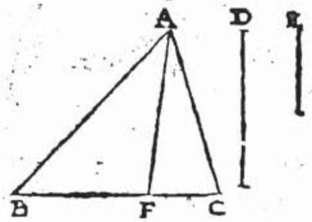
DE SVPERFICIERVM DIVISIONE LIBELLVS.

PROBLEMA. I.

A puncto in ambitu rectilineæ figuræ, siue in angulo, siue in latere quolibet sumpto, rectam lineam ducere, quæ ipsam diuidat in partes datam habentes proportionem.

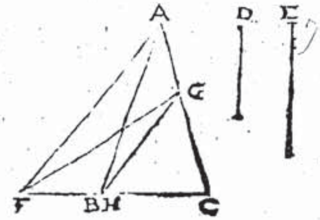
Figuram autem rectilineam nunc intelligo eam, quæ totidem lateribus, quot angulis continetur.

Sit triangulum A B C; data autem proportio sit illa, quam D habet ad E: & primum oporteat a puncto A ducere rectam lineã, quæ triangulum diuidat in proportionem D ad E. Secetur B C in puncto F ex x. sexti elementorum, ita vt sit B F ad F C, sicut D ad E; & iungatur A F. Dico iam factum esse, quod proponebatur. est enim ex prima sexti triangulum A B F ad triangulum A F C, sicut B F ad F C, hoc est sicut D ad E.

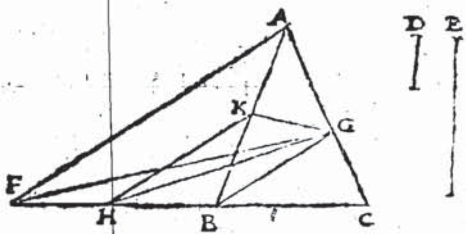


Sumatur deinde in latere A C eiusdem triãguli punctũ G, a quo ducere oporteat rectã lineã diuidentẽ triãgulum in datam proportionem D ad E. Iungatur G B; atq; a puncto A ad rectã lineã C B protractã ducatur A F ipsi G B æquidistans: & iuncta G F, secetur F C in H, ita vt F H ad

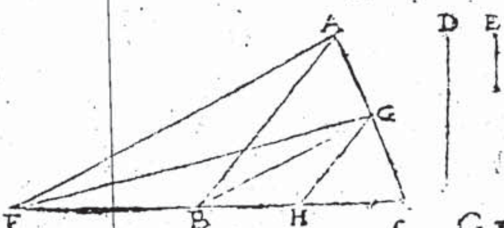
H C ean-



H C eandē ꝓportionē habeat, quā D ad E. Vel igitur punctū H cadit in B, vel inter F & B, vel inter B & C. Et si quidem cadit in B recta linea G B problema efficiet: triangulum enim G F B ad triangulum G B C est vt F B ad B C, hoc est vt D ad E. Sed triangulum A B G est æquale triangulo G F B, quòd sint in eadē basi, & eisdē parallelis. ergo triangulū A B G ad triangulum G B C eandem proportionē habet, quā triangulum G F B ad ipsum G B C, hoc est eandē quā D ad E. Si autē H cadit inter F & B, ducatur recta linea H K ipsi G B ęquidistans, q̄ secet A B in K, & G H, G K iungātur.



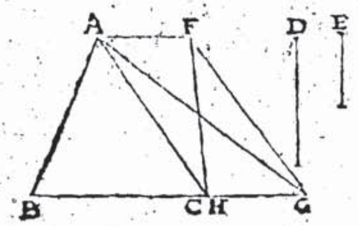
Dico G K diuidere triangulum, vt oportebat. Rursus enim triangulū A B G est ęquale triangulo G F B: & addito vtrique communi G B C, erit triangulū A B C triangulo G F C æquale, sed & triangulū G K B est ęquale triangulo G H B. quare & reliquū ęquale reliquo, videlicet triangulū A K G triangulo G F H: ac propterea quadrilaterum G K B C æquale triangulo G H C. triangulū igitur A K G ad quadrilaterū G K B C est vt G F H triangulum ad triangulū G H C, hoc est vt D ad E. Quod si H cadit inter B & C, ducatur G H, quę itidē problema efficiet. nā cū triāgula G F B A B G ęqualia sint, addito vtriq; communi triangulo G B H, erit triāgulū G F H quadrilatero A B H G ęquale. ergo vt triāgulum



G F

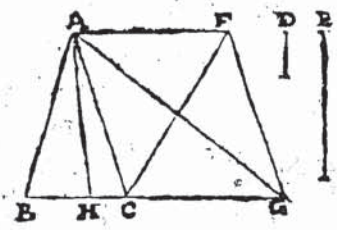
GFH ad triangulum GHC, videlicet vt D ad E, ita est quadrilaterum ABHG ad triangulum GHC. Si veró pũctum in alio angulo, vel alio latere sumatur, ad propositũ concludendum eadem ratione vtemur.

Sit quadrilaterum, siue quadrangulum ABCF, & oporteat ipsum diuidere per rectam lineam ab angulo A ductam, ita vt partes inter se eãdem proportionem habeant, quã D ad E. Iungatur AC, at-

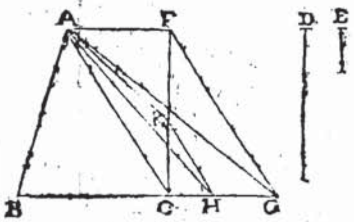


que a puncto F ipsi æquidistans ducatur FG, quę rectę lineæ BC protractæ occurrat in G: & iungatur AG. erit triangulum ACG ęquale triangulo ACF: & addito vtrique communi ABC, triangulum ABG quadrilatero ABCF ęquale erit. Secetur BG in H, sitq; BH ad HG, vt D ad E, & siquidem punctum H cadit in C, factum iam erit, quod proponebatur. triangulum enim ABC ad triãgulum ACF eandem habebit proportionem, quam ad triangulum ACG. hoc est eandem, quam D ad E.

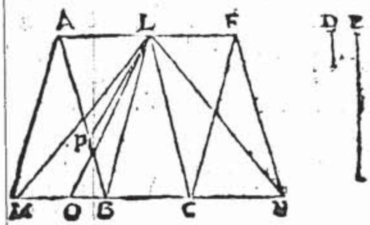
Si vero H cadit inter B & C, ducta AH problema efficiet. nam quadrilaterum AHCF æquale est triangulo AHG. quare ABH triãgulum ad quadrilaterum AHCF eandẽ proportionem habebit, quã ad triangulum AHG, videlicet eandem, quam D ad E.



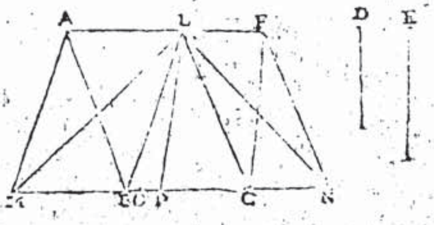
At si cadit inter C & G. rursus ad FC ducta HK ipsi AC æquidistãte, & iunctis AH, AK, recta linea AK quadrilaterum diuidet in proportionem datam. triangulum enim ACK ęquale est triangulo ACH. ergo & reliquum triantriãgulum A K F reliquo A H G, & quadrilaterum A B C K triangulo A B H ęquale erit. quadrilaterũ igitur A B C K ad triangulum A K F eandem proportionẽ habet, quã triangulum A B H ad A H G triangulum, videlicet quam D ad E.



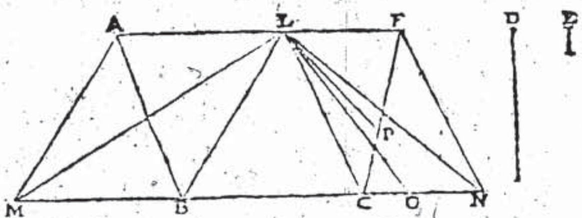
Sumatur prętere a in latere A F quoduis punctum L, a quo ducere oporteat rectã lineã, quę quadrilaterũ diuidat in datã proportionem D ad E. iungantur L B, L C; producaturq; B C ex vtraque parte: & ad ipsam a puncto quidem A ducatur A M ęquidistans L B; a puncto autẽ F ducatur F N ęquidistans L C: & iunctis L M, L N; erit ex iis, quę proxime tradita sunt, triangulum L M C ęquale quadrilatero A B C L: itemq; triangulum L C N triangulo L C F: & totum triã gulum L M N toti quadrilatero A B C F æquale. Secetur M N in O, ita vt M O ad O N eam habeat proportionem, quam D ad E, & iungatur L O. Itaque vel punctum O cadit in M C, vel in C N; & si cadit in M C ex antecedentibus diuidemus quadrilaterũm A B C L per rectam lineã ductam ab angulo L, quę sit L P, ita vt partes eam inter se proportionem habeant, quam M O ad O C. Dico rectã lineam L P quadrilaterum diuidere, vt proponebatur. nã vel punctum P erit in A B, vel in B C. Sit primum in A B. & quoniam triangulum A P L ad quadrilaterum L P B C est vt M O ad O C, videlicet vt triangulum L M O ad triã-



gulum L O C, erit componendo quadrilaterum A B C L ad quadrilaterum L P B C, vt triangulum L M C ad triangulum L O C: & permutando. Sed triangulum L M C est æquale quadrilatero A B C L. ergo & triangulum L O C quadrilatero L P B C, & triangulum L M O triangulo A P L æquale erit: ac propterea reliquum triangulum L O N pentagono L P B C F. Vt igitur triangulum L M O ad triangulum L O N, hoc est vt M O ad O N, ita erit triangulum A P L ad pentagonum L P B C F. Sit deinde P in linea B C, vt in alia figura. eodẽ modo demonstrabimus, vt M O ad O N, ita esse quadrilaterum A B P L ad quadrilaterum L P C F.

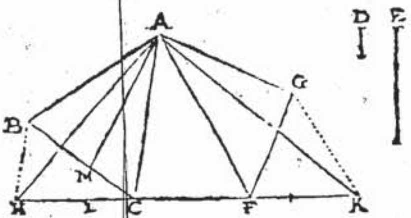


Si vero punctum O cadat in C N, diuidemus triangulum L C F per rectam lineam L P, ita vt L C P triangulum ad triangulum L P F eandẽ ꝓportionẽ habeat, quã C O ad O N. & factum erit, quòd oportebat. Quoniã enim triangulum L C P ad triangulum L P F est vt C O ad O N hoc est vt triangulum L C O ad triangulum L O N, componendo triangulum L C F ad triangulum L P F ita erit, vt triangulum L C N ad triangulum L O N; & permutãdo. triangulũ autem L C N est ęquale triangulo L C F. ergo & L O N & triangulũ triangulo L P F ęquale erit; & reliquum

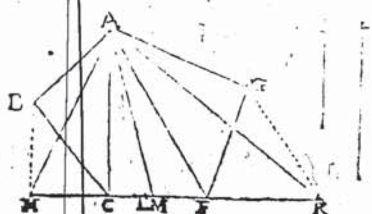


quā triangulū L M O pentagono A B C P I. quare vt triangulū L M O ad triangulū L O N, hoc est ut M O ad O N, hoc est ut D ad E, ita erit pentagonum A B C P I ad triangulum L P F. quadrilaterū igitur A B C F per rectam lineā à puncto L ductam ita diuisum est, vt partes proportionē habeant eādem datę proportioni. quod ipsum facere oportebat. Quòd si datum punctū sit in alio angulo, uel in alio latere ipsius A B C F, propositū eodē modo cōcludemus.

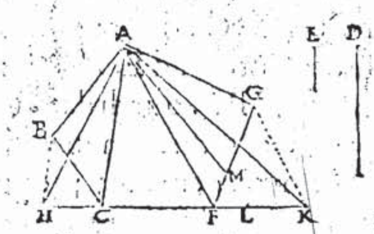
Sit pentagonū A B C F G, quod diuidere oporteat per rectā lineā ab angulo A ductam in proportionem D ad E. Iungantur A C, A F: & à punctis B G ducātur ad C F ex vtraq; parte ꝓtractā rectæ lineæ B H, G K, quarū B H ęquidistet A C, & G K ipsi A F; iunctisq; A H, A K, erit trangulum A H F ęquale quadrilatero A B C F. & triāguū A F K triāgulo A F G, totūq; triangulū A H K toti pentagono A B C F G æquale.



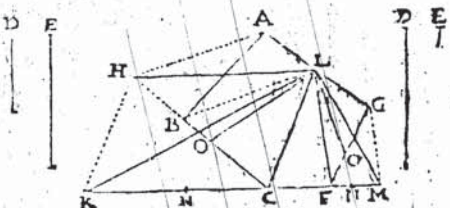
Secetur H K in L, vt H L ad L K eandē habeat proportionē, quā D ad E. Vel igitur punctū L cadit in H F, vel in F K: & si quidē in H F diuidatur ex antecedentibus quadrilaterū A B C F per rectā lineā ductā ab angulo A, quę sit A M, ita vt partes eā proportionē habeāt, quā H L ad L F: ipsa A M pentagonū diuidet, vt proponitur. eadē .n. ratiōe, qua supra, ostēdem⁹ triāgulū A B M ad pentagonū A M C F G, vel vt in alia figura quadrilaterū A B C M ad quadrilaterum A M F G eandem habere proportionē, quā H L ad L K.



Si vero L cadat in FK, similiter recta linea AM ab ãgulo A ducta, diuidemus triangulum A F G in proportionem F L ad L K: & denique ostendemus pentagonum A B C F M ad triangulum A M G ita esse, vt H L ad L K, hoc est vt D ad E.

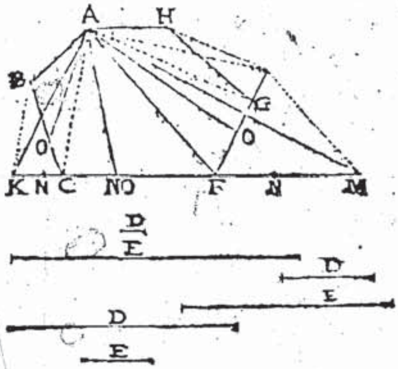


Sumatur in latere A G punctum L, à quo ducenda sit recta linea, pentagonum diuidens in datam proportionem D ad E. Iungantur L C, L F: & ipsa C B ex parte B producta, fiat per ea, quæ dicta sunt, triangulum L H C quadrilatero L A B C ęquale: deinde producta C F ex parte C, fiat triangulum L K F ęquale quadrilatero L H C F, hoc est pẽtagono L A B C F: & rursus producta ex parte F fiat triangulum L F M ęquale triangulo L F G. erit totum triangulũ L K M ęquale pentagono A B C F G. Itaq; secetur K M in puncto N, ita vt K N ad N M eandem proportionem habeat, quã D ad E. Et si quidẽ punctũ N cadit in K F, diuidemus pentagonum L A B C F per rectã lineam L O, ita vt sit quadrilaterum L A B O ad quadrilaterũ O C F L, sicut K N ad N F. erit quadrilaterum L A B O ad pentagonum O C F G L, vt K N ad N M. quod quidẽ eodẽ modo demõstrabitur. Si vero N cadit in F M, diuidemus triangulũ L F G per rectam lineã L O, ita vt triangulũ L F O ad triãgulum L O G eandẽ proportionẽ habeat, quã F N ad N M. Similiter demonstra-

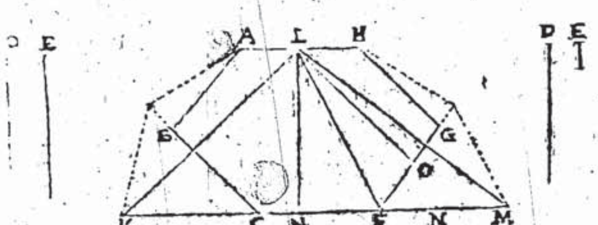


mõstrabitur pẽtagonũ L A B C F O ad triangulũ L O G ita esse, vt K N ad N M, hoc est vt D ad E. q̃d fecisse oportebat

Sit hexagonum A B C F G H: & oporteat ipsum diuidere per rectam lineam ab angulo A ductam, ita vt partes eandem habeant proportionem, quam D ad E. Iungatur A F: & ipsa C F ex vtraque parte producta, fiat triangulũ A K F ęquale quadrilatero A B C F: & triangulum A F M æquale quadrilatero A F G H ex proxime demõstratis. erit totum triangulum A K M hexagono A B C F G H ęquale. Secetur ergo KM in N, ita vt sit K N ad N M, sicut



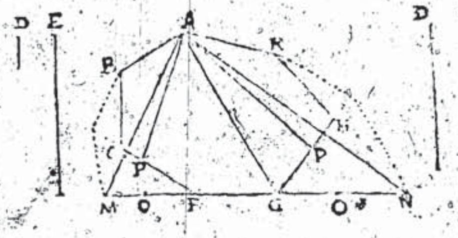
D ad E. Et si punctum N cadit in K F, diuidemus quadrilaterum A B C F per rectam lineam ab angulo A ductã, ita vt partes proportionem habeant eandem, quam K N ad N F. Sed si N cadit in F M, diuidemus quadrilaterum A F G H in proportionem F N ad NM: & ita hexagonum A B C F G H diuisum erit in proportionem K N ad N M, hoc est in proportionem D ad E datam. Sumatur in latere A H punctum L, a quo velimus ducere rectã lineã, quę hexagonũ diui-



dat

dat in datam proportionem. Iungatur L F: & producta C F constituatur triangulum L K F ęquale pētagono L A B C F: & triāgulum L F M ęquale quadrilatero L F G H, ita vt totū triāgulum L K M toti hexagono ABCFGH sit æquale. Rursus secetur K M in N secundum proportionem datam D ad E: & si punctum N cadit in K F, diuidatur pentagonum L A B C F recta linea ab angulo L ducta in proportionem K N ad N F: & si cadit in ipsa F M, diuidatur quadrilaterum L F G H in proportionē F N ad N M; eritque totum hexagonum diuisum recta linea à puncto L ducta in proportionem K N ad N M, hoc est in datam proportionem D ad E.

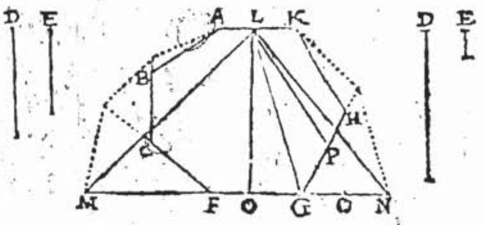
Sit heptagonū A B C F G H K, quod diuidendū sit recta linea ab āgulo A ducta in proportionē D ad E. Iūgatur A G; fiatque triangulum A M G ęquale pentagono A B C F G



& triangulum A G N ęquale quadrilatero A G H K, vt sit totum triāgulum A M N heptagono A B C F G H K æquale. Secetur M N in O iuxta proportionē D ad E. & si O cadit in M G diuidetur pētagonū A B C F G in ꝓportionē M O ad O G ducta recta linea A P: & si cadit in G N, diuidetur quadrilaterū A G H K in ꝓportionē G O ad O N: atq; erit heptagonū diuisum in proportionem M O ad O N.

Sumatur postremo in latere A K punctū L: & p L ducēda sit recta linea heptagonū diuidens in datā ꝓportionē. Iungatur L G, & cōstituatur triangulū L M G æquale hexagono L A B C F G: & triangulū L G N æquale quadrilatero L G H K, adeo ut totum triangulū L M N heptagono A B C F G H K sit ęquale. Rursus secetur M N secundum

dum datã ꝓportionẽ in O: & si O cadit in M G, diuidemus hexagonum in proportionem M O ad O G. at si cadit in G N, quadrilaterũ in proportionem G O ad O N diuidemus; eritq; totum heptagonũ

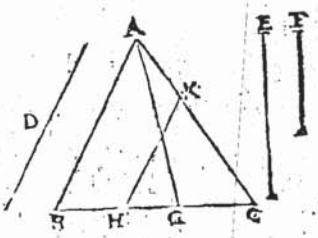


diuisum in proportionẽ M O ad O N. hoc est in proportionẽ D ad E datã. & eodẽ modo in aliis figuris procedemus, quotquot lateribus siue angulis cõtineantur. quod facere oportebat.

PROBLEMA II.

Figuram rectilineam in datam proportionẽ diuidere per rectam lineam alteri datæ lineæ æquidistantem,

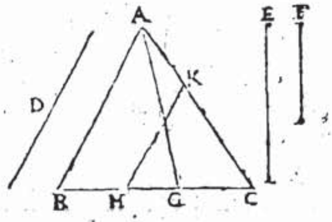
Sit triangulum A B C: data autem recta linea sit D: & oporteat triangulum diuidere in proportionẽ E ad F, per rectam lineã ipsi D æquidistantem. Secetur B C in pũcto G, ita vt B G ad G C ꝓportionem habeat eãdem, quã E ad F. Vel igitur D æquidistat vni laterũ triãguli, vel nulli æquidistat. æquidistet primũ lateri A B: & inter lineas B C, C G sumatur media proportiona



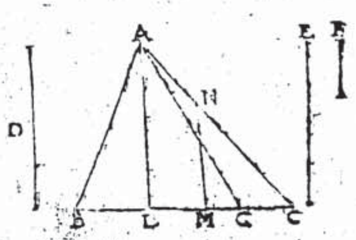
lis C H: perq; H ducatur H K ipsi B A æquidistans. Dico rectã lineã HK diuidere triangulũ, vt proponitur. iuncta

enim

enim A C, erit triãgulum A B G ad A C triangulũ, vt B G ad G C: hoc est vt E ad F: & componẽdo triangulum A B C ad ipsum A G C, vt B C ad C G. Vt autem B C ad C G, ita triãgulum A B C ad triangulum K H C ex 19 sexti elementorum, nã triangula A B C; K H C similia sunt: & B C ad C G proportionem habet duplam eius, quæ est B C ad C H. quare triangulum K H C triangulo A G C est æquale: & reliquum quadrilaterũ A B H K æquale triangulo A B G. quadrilaterum igitur A B H K ad K H C triangulũ proportionẽ habet eandem, quã A B G triangulũ ad triangulum A G C, videlicet quam E ad F. Similiter idem demonstrabitur, cum linea D æquidistet lateri B C, vel C A.

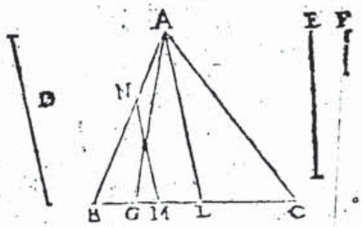


Quòd si nulli æquidistet, ducatur A L ipsi D æquidistãs. Itaque vel punctum G cadit inter L & C, vel inter B & L. si quidem inter L & C, sumatur inter L C, C G media proportionalis C M: & ducatur M N æquidistãs A L. erit ex iis, quæ proxime demonstrauimus, triãgulum N M C æquale triangulo A G C: & quadrilaterũ A L M N triangulo A L G. quare addito vtrique communi triangulo A B L, quadrilaterum A B M N triangulo A B G est æquale: & propterea quadrilaterũ A B M N ad triangulum N M C eãdem proportionẽ habet, quã E ad F. Si vero G cadit inter B & L, rursus inter L B

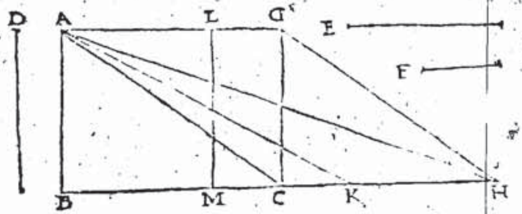


BG

B G media proportionalis ſumatur B M, & ducatur M N ipſi A L ęquidiſtans. eadem ratione triangulum N B M æquale erit triangulo A B G: & quadrilaterum A N M L triangulo A G L. ergo addito vtriq; A L C triangulo, quadrilaterum A N M C ęquale eſt triangulo A G C. triangulum igitur A B C in datam proportionē diuiditur p rectā lineā ipſi D æquidiſtantem. quod feciſſe oportebat.



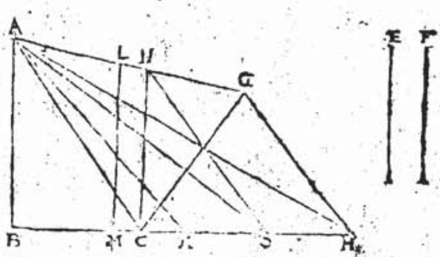
Sit quadrilaterum A B C G, quod oporteat diuidere in proportionē, quā habet E ad F per rectam lineam ipſi D ęquidiſtantem. Itaque vel D ęquidiſtat alicui laterum quadrilateri, vel non æquidiſtat. ęquidiſtet primum lateri A B: & iuncta A C ducatur a puncto G ipſi A C æquidiſtans G H, quę cū recta linea B C protracta conueniat in H; & A H iungatur. ergo triangulū A C H ex iā dictis eſt ęquale triangulo A C G; & addito vtrique cōi A B C, erit A B H triāgulū quadrilatero A B C G ęquale. Secetur B H in puncto K, ita vt B K ad K H eandem proportionem habeat, quam E ad F; & iungatur A K. Vel igitur latus quadrilateri C G eſt ęquidiſtās ipſi B A, vel non: & ſi ſit æquidiſtans, vt cumque cadat punctum K, applicetur ex decima antecedentis libri ad lineam A B ſuperficies A B M L ęqualis triāgulo A B K, ita vt L M ipſi ab ęquidiſtet. Dico L M problema efficere. Quo-



 niam

niam enim triangulum A B H est equale quadrilatero A B C G, & triangulum A B K quadrilatero A B M L, erit reliquum triangulum A K H reliquo quadrilatero L M C G æquale. ergo quadrilaterum A B M L ad quadrilaterum L M C G est vt triangulum A B K ad triangulum A K H. triangulum autem A B K ad ipsum A K H est vt B K ad K H; videlicet vt E ad F. quadrilaterum igitur A B M L ad quadrilaterum L M C G est vt E ad F.

Si vero C G non est æquidistans lateri B A, ducatur ab altero punctorum C G intra quadrilaterum recta linea ipsi B A æquidistans. Sit autem nunc C N: atque a puncto N ducatur N O equidistans A C, & A O iungatur. erit triangulum A B O quadrilatero A B C N æquale. ergo si punctum K cadet in O, linea C N problema efficiet. erit n. quadrilaterum



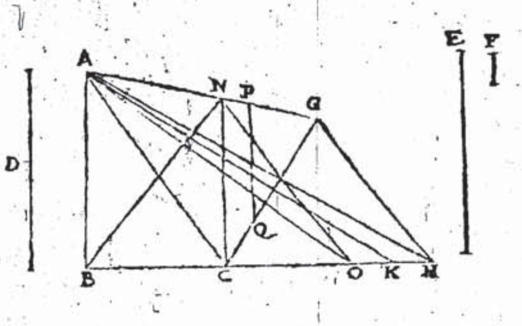
A B C N ad triangulum C N G, vt triangulum A B O ad triangulum A O H, hoc est vt B K ad K H, & vt E ad F.

Quod si K cadat inter B O, ad lineam A B ex decima ante dicta applicabimus superficiem equalem triangulo A B K, que sit A B M L, vt L M æquidistet ipsi A F, quam similiter demonstrabimus diuidere quadrilaterum A B C G, vt proponebatur.

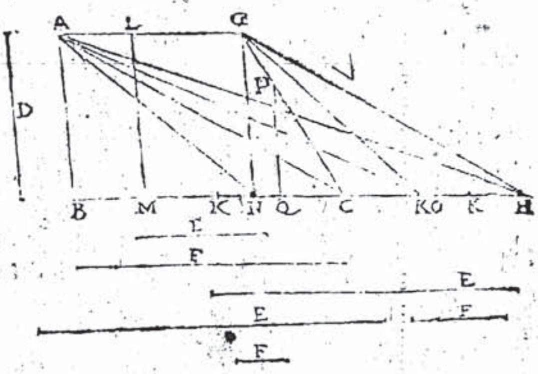
Denique si cadat inter O H, per lineam P Q ipsi N C equidistantem diuidemus triangulum N C G in proportionem, quam habet O K ad K H, hoc est quam triangulum A O K habet ad triangulum A K H. & cum triangulum N C G sit æquale triangulo A O H, erit superficies N C Q P equalis triangulo A O K, & triangulum P Q G equale tri

angulo

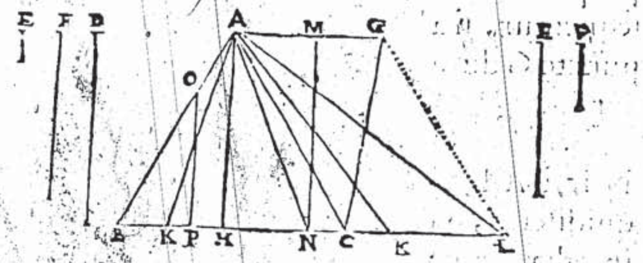
angulo AKH. pentagonum igitur ABCQP triangulo ABK est ęquale, & habet ad triangulum PQG eãdem proportionem, quam BK ad KH, hoc est, quam E ad F.



Non aliter propositum assequemur, si a puncto G ducatur intra quadrilaterum GN ipsi AB æquidistans, vt in alia figura apparet. iũctis enim AN, AC, & a puncto G ducta GO, quę ipsi AN ęquidistet, & ducta GH, quę ęquidistet AC, postremo iungantur AO, AH. erit triangulũ ABO quadrilatero ABNG ęquale, triangulumq; ABH æquale quadrilatero ABCG. Et si punctum K cadet in O, recta linea NG problema absoluet. Si inter BO, similiter faciemus, vt in superioribus dictũ est. Quòd si inter OH, a triangulo GNC abscindemus superficiẽ GNQP triangulo AOK ęqualẽ, ductã PQ ipsi GN ęquidistãte, & factũ iã erit, quod proponebatur. Si autẽ D nõ equidistet alicui laterũ quadrilateri ABCG, ducatur ab altero punctorum AB intra quadrilaterum recta linea ipsi D æquidistans. Sit autem primum

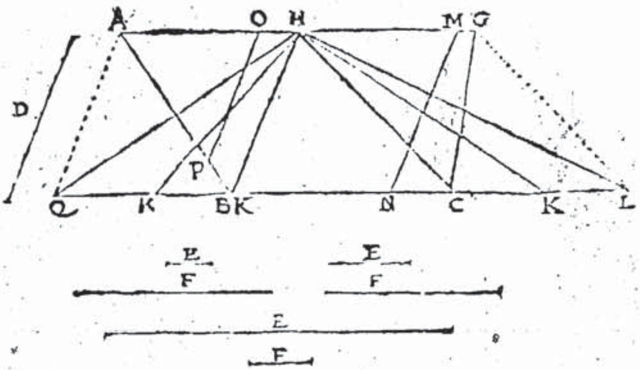


A H, & iuncta A C ducatur à puncto G ipsi A C æquidistans G L, quę cum B C producta conueniat in L, & A L iungatur. erit triangulum A B L æqualę quadrilatero A B C G. Diuidatur B L in puncto K, ita vt B K ad K L eã proportionem habeat, quam E ad F. Vel igitur punctum K cadit in H, vel inter H L, vel inter B H. Et si quidẽ cadit in H recta linea A H problema efficiet. Si vero cadit inter H L, ex iis, quæ proxime demonstrata sunt, diuidemus quadrilaterum A H C G in proportionem, quã habet H K ad K L, per rectam lineam M N ipsi A H, hoc est ipsi D æquidistãtem, quæ quidem diuidet quadrilaterum A B C G, vt proponitur. Quoniã .n. triangulũ A B H ad triangulum A H K est vt B H ad H K, erit cõponẽdo triãgulũ A B K ad triãgulum A H K, vt B K. ad K H. triangulum autem A H K ad triangulum A K L est vt H K ad K L. ergo ex ęquali triãgulum A B K ad triangulum A K L est ut B K ad K L. Sed triangulo A B K est ęquale quadrilaterũ A B N M, & triangulo A K L æquale quadrilaterum M N C G. quadrilaterũ igit A B N M ad quadrilaterũ M N C G est vt B K ad K L, hoc est vt E ad F. Deniq; si K inter B H cadit, ducta A K à triãgulo A B H resecabimus superficiẽ A O P H ęqualẽ triangulo A K H per rectã lineã O P ipsi A H æquidistãtẽ, erit reliquũ triãgulũ O B P reliquo triãgulo A B K æquale. ergo triãgulũ O B P ad pẽtagonũ A O P C G est vt triãgulũ A B K ad triangulũ A K L, hoc est vt B K ad K L, videlicet vt E ad F. Si vero ducta B H ipsi D æquidistet, constituatur triãgulo A B H

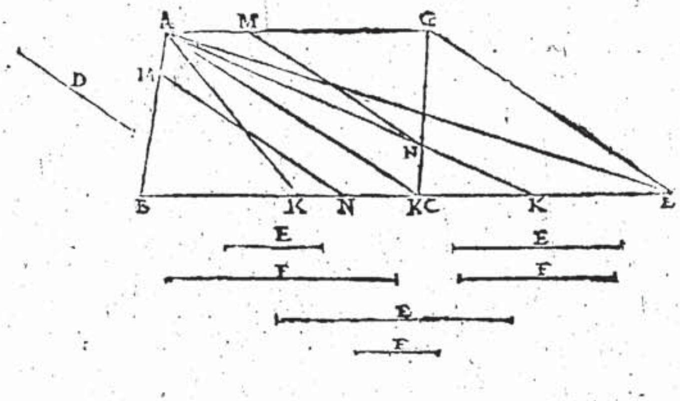


ęquale

æquale triangulum HQB, & quadrilatero HBCG triangulum HBL æquale: & diuisa QL in proportioné

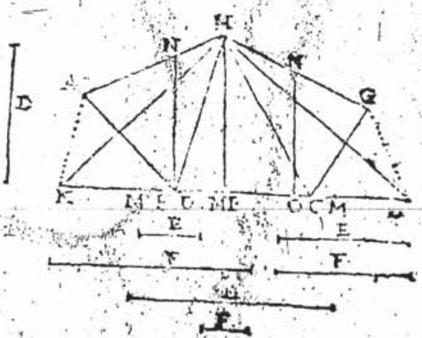


E ad F in puncto K, si K cadit in B, linea BH problema efficiet. Si inter BL, vel QB, similiter faciemus, vt proxime dictum est. Quòd si iuncta AC ęquidistet ipsi D, triangulo AC æquale constituemus trianguluum ACL, & diuisa BL ad K in datam proportionem E ad F. Si K cadit in C, linea AC efficiet problema, si inter CL, abscindemus a triangulo ACG superficiem ACNM ęqualem triangulo ACK, ducta MN ipsi AC ęquidistāte. Et si inter BC, a triangulo ABC abscindemus superficiem triangulo AKC æqualē, videlicet ACNM per rectam lineā MN ęquidistantē ipsi



A C & similiter demonſtrabimus quadrilaterum ABCG diuiſum eſſe in proportionem E ad F. quod facere oportebat. Non aliter procedemus, ſi iuncta B G ipſi D ęquidiſtet.

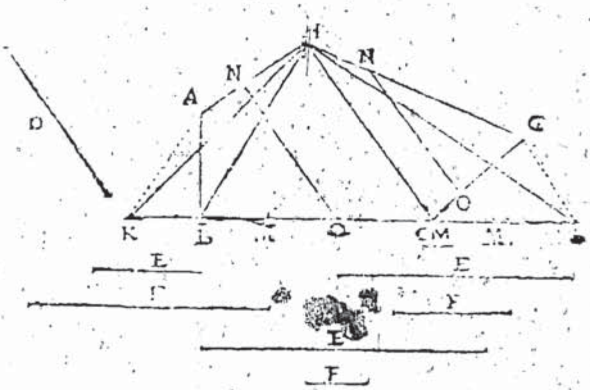
Sit pentagonum ABCGH, & opus ſit ipſum diuidere in proportionẽ E ad F per rectam lineam æquidiſtantem ipſi D. Ducatur ab aliquo puncto, ſiue ab angulo, ſiue a latere ad baſim recta linea ipſi D ęquidiſtans, ita vt vel quadrilaterũ ex vtraque parte, vel ex altera quadrilaterũ ex altera triangulum abſcindat, baſim vero



pẽtagoni latus quodcũq; apposite ad lineã D ſtatuemus. Vt in prima figura ducatur a puncto H recta linea H I æquidiſtãs ipſi D: & iunctis H B, H C ducatur a pũcto quidem A ipſi H B ęquidiſtans A K, quę cũ C B producta cõueniat in K: a puncto autem G ducatur G L ęquidiſtans H C, conueniensq; cum B C producta in L, & H K, H L iungantur: erit triangulum H K I ęquale quadrilatero A B I H, & triangulum H I L quadrilatero H I C G; totumq; triangulum H K L toti pentagono æquale. Diuidatur K L in proportionem E ad F in puncto M. Itaque vel M cadit in I, vel inter K I, vel inter I L. Et ſi quidem in I recta linea H I problema efficiet. quadrilaterum enim A B I H ad quadrilaterũ H I C G eſt vt H K I triãgulũ ad triãgulũ H I L, hoc eſt vt K I ad I L, hoc eſt vt E ad F. Si vero cadit inter K I, diuidemus ex ante demõſtratis quadrilaterum

laterum A B I H in proportionẽ K M ad M I per rectam lineam N O ipſi H I æquidiſtantem. & ſi cadit inter I L, ſimiliter diuidemus quadrilaterum H I C G in proportionem I M ad M L, ducta N O ęquidiſtante ipſi H I: & diuidet N O pentagonũ A B C G H in datã proportionem, quod eodem, quo ſupra modo demonſtrabimus.

Rurſus in alia figura, in qua H C ęquidiſtat ipſi D iuncta H B, conſtituatur triangulo H A B ęquale triangulum H K B, & triãgulo H C G ęquale triangulum H C L. erit triangulum H K C ęquale quadrilatero A B C H, & totũ triangulum H K L toti pentagono A B C G H æquale. Itaque diuiſa K L in proportionẽ E ad F in puncto M, ſi M

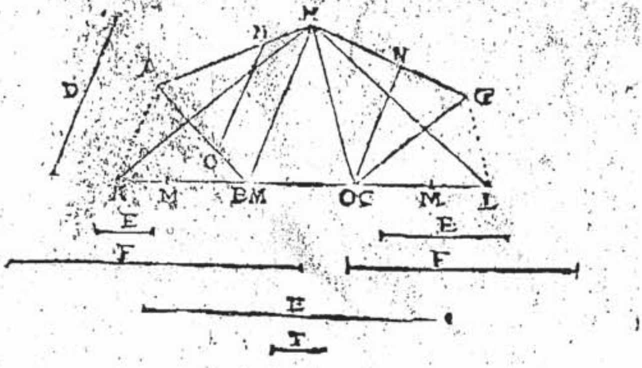


cadit in C, linea H C faciet id, quod propoſitum eſt; ſi inter K C diuidemus quadrilaterum A B C H in proportionem K M ad M C, ſi vero inter C L, diuidemus triangulum H C G in proportionem C M ad M L, & pentagonum in datam proportionem diuiſum erit.

Non aliter fiet ſi recta linea H B æquidiſtet ipſi D; cõſtituetur enim triangulum H K B æquale triangulo H A B, & triangulum H B L æquale quadrilatero H B C G. Quare ſi punctum M cadit in B, linea H B faciet illud, quod proponebatur. Si inter K B diuidetur trian-

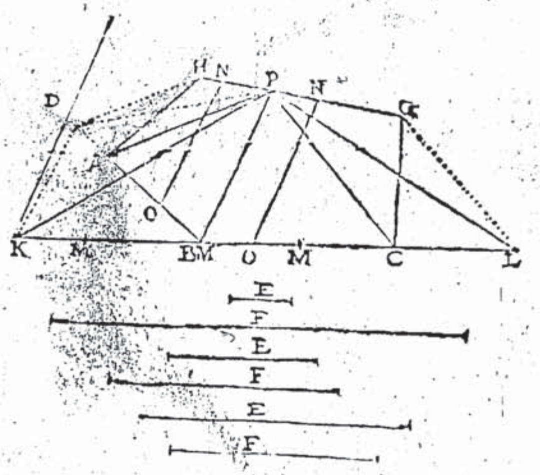
gulum

gulũ H A B in propor-tionẽ K M ad M B Quòd ſi cadit inter B L diuidet quadrilate-



rum H B C G in proportionem B M ad M L; & factum erit, quod oportebat.

Poſtremo ſi B P æquidiſtet ipſi D, vt in alia figura, conſtituemus triangulũ P K B ęquale quadrilatero P H A B, triãgulũq; P B L quadrilatero PBCG:

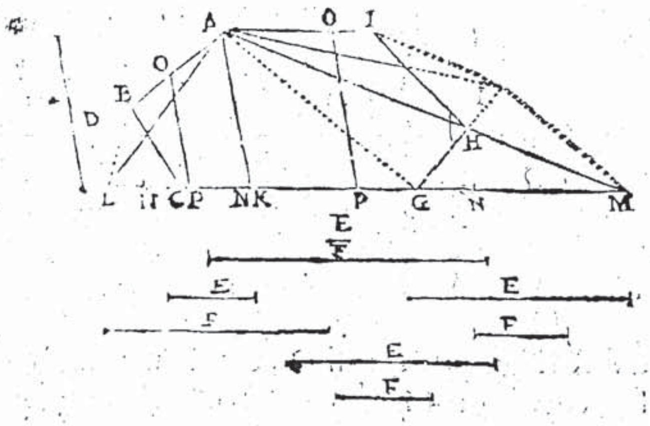


& ſi punctum M cadit in B, ipſa B P faciet, quod proponitur: ſi inter K B, diuidemus quadrilaterũ P H A B in proportionem K M ad M B Quod ſi inter B L quadrilaterũ P B C G in proportionẽ B M ad B L diuidemus, & ſimiliter faciemus in aliis pentagonis, & factum iam erit, quod oportebat.

Sit hexagonum A B C G H I, & oporteat ipſum diui-

dere

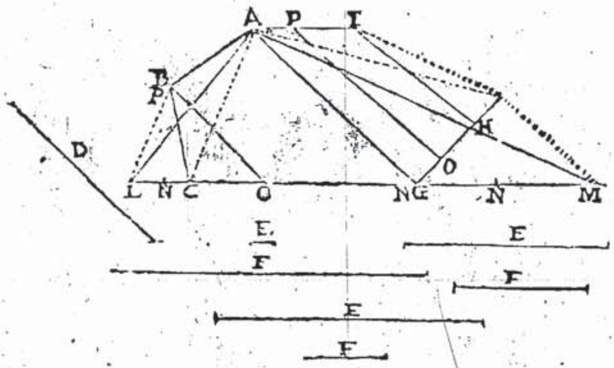
dere in proportionem E ad F per rectam lineam ipsi D ęquidictantem. Ducatur ab aliquo puncto ad basim recta linea ęquidistans ipsi D, ita vt vel quadrilaterum, vel pentagonum ex vtraque parte, vel ex altera quidem parte triangulum, vel quadrilaterum, ex altera vero pentagonum abscindat, vt in proposita figura, ducatur a puncto A recta linea A K ipsi D ęquidistans; & constituatur



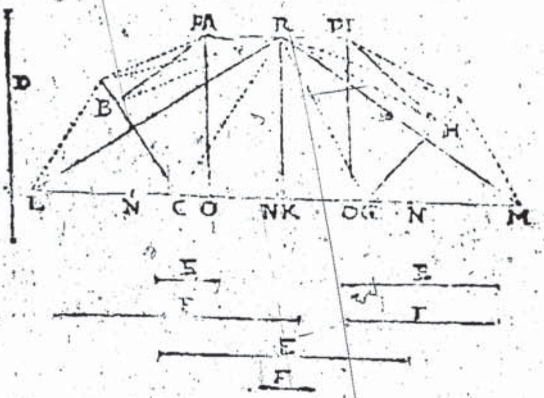
quadrilatero quidem A B C K ęquale triangulum A L K, pentagono autem K G H I A æquale triangulum A K M. Deinde L M in proportionem E ad F diuidatur in puncto N, quod vel cadet in K, vel inter L K, vel inter K M. Si cadet in K linea A K problema efficiet, si inter L K diuidemus quadrilaterum A B C K in proportionē L N ad N K per rectam lineam O P æquidistantem A K. Si inter K M ex proxime demonstratis pentagonum A K G H I diuidemus in proportionem K N ad N M recta linea O P ipsi A K æquidistante.

Si

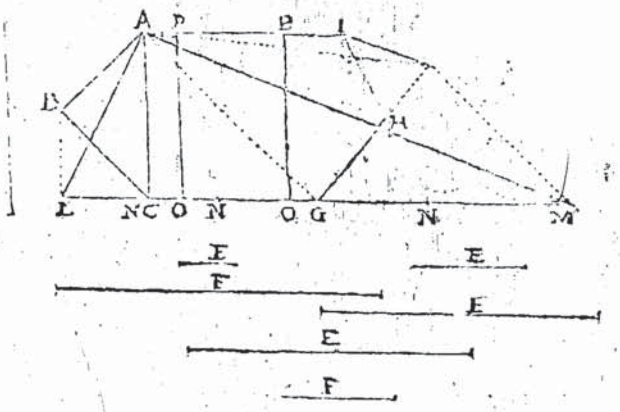
Si autem iuncta A G ęquidistet ipsi D, rursus constituemus triangulum A L G ęquale quadrilatero A B C G & triangulum A G M quadrilatero A G H I, atque alia faciemus, vt ſępius dictum est.



Quod si R K ęquidistet ipsi D, constituemus triangulum R L K ęquale pentagono R A B C K, & triangulum R K M ęquale pentagono K G H I R.

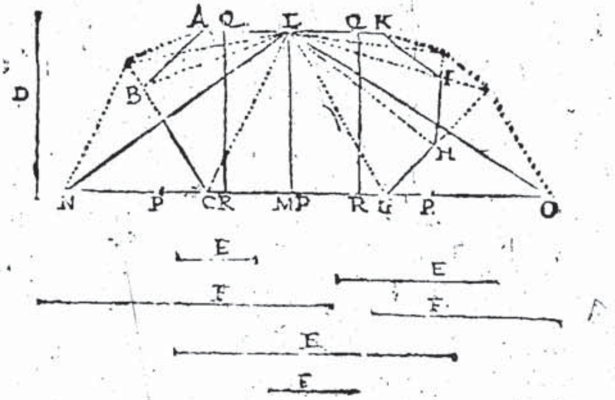


Postremo si iuncta A C ęquidistet ipsi D, cō stituem° triangulo A B C æquale triā gulum A L C, & pē tagono A



C G H I ęquale triangulū A C M, alia vero vt in superioribus faciemus, & hexagonū diuisum erit, vt oportebat.

Sit heptagonū A B C G H I K, quod diuidēdū sit in proportionē E ad F per rectam lineā ęquidistātem ipsi D. ducatur ab aliquo pūcto ad basim recta linea ipsi D ęqdistans, q̄

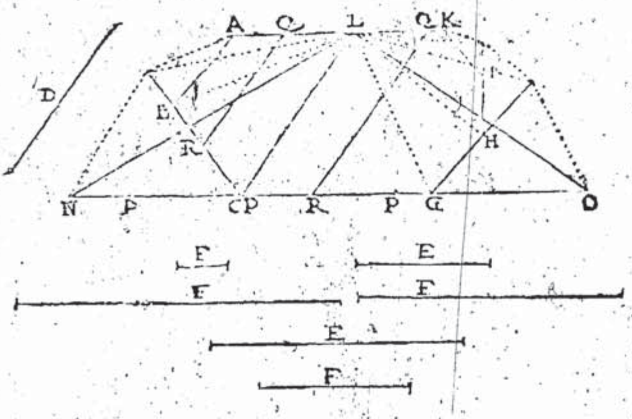


vel abscindat pentagonum ex vtraque parte, vel ex altera quidem parte triangulum, siue quadrilaterum, siue pentagonum, ex altera vero hexagonum, vel ex altera quadrilaterum, & ex altera pentagonum. vt in prima figura, in qua L M ęquidistat ipsi D, constituemus pentagono L A B C M æquale triāgulum L N M, & hexagono L M G H I K

æquale

æquale triãgulum L N M, & hexagono L M G H I K æqua le triangulum L M O, & secta N O in proportionẽ E ad F in puncto P, si P cadit in M recta linea L M problema absoluet: si inter N M, similiter diuidemus pentagonum L A B C M in proportionem N P ad P M per rectam lineã Q R ipsi L M æquidistantem. Si autem inter M O, diuidemus ex ante dictis hexagonum L M G H I K in proportionem M P ad P O per rectam lineam eidem L M æquidistantem.

Quòd si iuncta L C æquidistet ipsi D, constituemus triangulum L N C æquale quadrilatero L A B C, & triangulum L C O æquale hexagono L C G H I K, atque alia faciemus, sicuti in superioribus; eritque heptagonũ



diuisum, vt oportebat. Et similiter faciemus in aliis heptagonis. Eodem modo & reliquas figuras rectilineas quotcunque latera habeant in datam proportionem diuidemus per rectam lineam datę lineę æquidistantem. quod faciendum proponebatur.

FINIS.