# TRATTATO
# ARITMETICO
## DI GIUSEPPE
## MARIA FIGATELLI

Nel quale con somma brevità, e chiarezza si contiene quanto di più bello, e succoso si trova sparso per gli Autori, e quanto si possa desiderare, per sapere maneggiare il numero, non solo nelle quantità razionali, e per le Regole Mercatantesche, ma nelle quantità irrazionali ancora, pertinenti alla scienza maggiore del numero, ed anche il trattato d'Algebra.

DIVISO IN DUE PARTI.

*Opera utilissima non solo a' Mercanti, e a chi desidera d'imparare, ma a' Maestri ancora, poichè leggendo questo Libro, di giorno in giorno possono con prestezza imparare, o mettersi a memoria quello, che vogliono ad altri insegnare.*

EDIZIONE NOVISSIMA,

Riveduta, e ricorretta da un perito Professore
*D' ARITMETICA.*

IN VENEZIA, MDCCXCI.
PRESSO ANTONIO ZATTA.
*CON LICENZA DE' SUPERIORI.*

# AL LETTORE.

AVendo creato il Sommo Iddio tutte le coſe ſotto la legge d' una preſcritta quantità, di qui è, che li Filoſofi entrati a diſcutere eſſa quantità, diſſero, che, *Quantitas eſt ſecundum quam aliquid dicitur quantum*; Ovvero, che, *Quantitas eſt accidens ipſius ſubſtantiæ corporeæ a qua nullatenus ſeparari poteſt*. E benchè queſta quantità (quanto alla diffinizione) ſia unica, non di meno da eſſa (quaſi da radice) ne inſorgono due rami ſopra de' quali (come baſe fondamentale) s' appoggiano le due principali Scienze fra le Matematiche diſcipline; poichè ſecondo li medeſimi Filoſofi ogni quantità, o ch' ella è continua, o diſcreta: La quantità continua, *eſt cujus partes in eodem ſubjecto continentur*: nè altro conſidera, che la grandezza delle coſe, in quanto che ſono denominate dalla ſola unità, ma la quantità diſcreta, *eſt cujus partes*

*ſimul eſſe non poſſunt in eodem ſubjecto*: e queſta conſiſte nella moltitudine delle coſe, conſiderate in quanto ſono più d'una. La quantità diſcreta ha termine nel ſuo infimo eſſere, perchè cominciando dall' uno (il men del quale è il niente) col creſcere, ſi avanza in infinito, ma la quantità continua ha termini nel ſuo maggior eſſere, e nel decreſcere ſi rende infinita, poichè ciaſcuna coſa corporea ſi può dividere in due parti, in tre, in quattro, e così in infinito: *Saltem ſpeculative*. Ed ecco che da queſto accidente, e diſtinzione di quantità ſi levano in piedi l' Aritmetica, e la Geometria, Scienze tanto onorevoli, e tanto neceſſarie agl' intereſſi, ed a' negozj umani. L' Aritmetica deriva, ed ha per oggetto la quantità diſcreta: ma la Geometria dipende dalla quantità continua. E perchè non è maraviglia, ſe queſte due Scienze, come buone ſorelle, e derivanti da un medeſimo principio (qual' è la quantità in genere) camminino molto d' accordo, e s' ajutino l' una coll' altra, poichè in certi particolari, per farſi bene intendere l'Aritmetica, fa ricorſo alle dimoſtrazioni Geometriche, e la Geometria mai ſi ſcoſta dall'Aritmetica, perchè eſſa è quella, che denomina le di lei parti, e proporzioni, e con le ſue operazioni dalla quantità delle ſue operazioni dà la quantità delle linee, ſuperficie, e de' corpi, delle diſtanze, altezze, e profondità. E per ciò meritamente dà tutti li Sapienti, all'Aritmetica ſi dà il primo luogo fra le Scienze Matematiche.

Di quanta eccellenza ſia queſta Scienza chiaramente da queſto ſi può comprendere, ch'ella s'incontrometta, ed ha parte in in tutte le Scienze, e in tutte le Arti, ed in tutti li Negozj ec. Anzi è tanto connaturalizzata nell'uomo, che perciò ſi chiama razionale, ed è differente dalle beſtie (al dire di Platone) perchè l'uomo ſa far conto, e le beſtie no. Nè mi maraviglio, perchè ſe l'uomo (a differenza delle beſtie) ſi diffiniſce *Animal Rationale*, e queſto addiettivo *Razionale*, derivando dal Verbo *Ratiocinator*, che ſta per far conti; Adunque ben diſſe Platone ec.

Quanto poi ſia ſtata ſtimata da noſtri Antichi l'Aritmetica, lo dichiarano li groſſi Volumi da eſſi compoſti. L'eſprimono le molte Regole inventate, che tanto facilitano non ſolo li Negozj Mercanteſchi, e commercj umani, ma che anco dilettano oltremodo l'intelletto noſtro, quale *Delectatur veritate*. Ma in queſti noſtri tempi, ne' quali per lo più la Gioventù, o marciſce nell' ozio, o paſſa gli anni in fraſcherie mondane, appena ſi trova chi di eſſa n' abbia ſentore, o almeno poco. E da queſto ſaperne poco, ne viene anco il curarſene poco, poichè eſſendo l'uomo ſtato creato da Dio, capace d'apprendere, e di ſapere, quanto più ſa, tanto maggior ſete gli viene di ſapere, e quanto più difficile è la coſa da capirſi, tanto maggior diletto apporta la di lei cognizione all' intelletto. E certo, la ſcienza del numero è tanto guſtoſa per ſe ſteſſa, a chi la poſſiede bene, che, ſe non per altro, per queſto ſolamente dovria eſſere dagli uomini praticata, e ſtimata.

Ma perchè può eſſere, che molti ( benchè d' acuto ingegno ) non ſi diano a queſti Studj d' Aritmetica, o per non avere comodità di comprarſi volumi groſſi, e perchè ſi perdino d' animo, nè penſino di poter cavare dal molto dire ( che per lo più confonde la mente ) la ſoſtanza della coſa preteſa, o pure perchè s' infaſtidiſcono dal ſolo ricordarſi, che per apprendere tal ſcienza, biſogna voltar tante carte ec. mi ſono indotto ( pregato da molti Amici a laſciar Stampare un Riſtretto d' Aritmetica, che manoſcritto laſciò alla Caſa Lorenzo Figatelli (mio Cugino carnale ) quando ſi fece Religioſo . Di queſto riſtretto mi ſon ſervito aſſai per imparare queſta Scienza in quei primi anni appunto, che l' uomo comincia ad eſſere ragionevole in fatti. Fatto poi grande, più volte ſon ſtato favorito dal Padre della viva voce sì in queſto particolare d' Aritmetica, come d' altre Scienze

Matematiche, delle quali univerſalmente aſſai ſe ne diletta.

Confeſſo la verità, che mai ebbi intenzione di far ſtampare queſto Libretto, poichè quaſi picciola Stella paragonata al lucidiſſimo Sole di tanti dottiſſimi, ed eruditiſſimi Autori, che hanno ſcritto di tal materia, non può ſe non affatto reſtare oſcurato, ſottopoſto a quel tramonto dagli Aſtronomi detto Eliaco. Ed è quando, che al naſcer del Sole ſpariſcono le Stelle, ma come teſoro ( a me ſommamente grato ) volontieri lo conſervavo appreſſo di me, avendo in eſſo le materie in pronto con un ordine, chiarezza, e modo di dire non ordinario. Tuttavia perchè in queſto Libretto ſta compilato quanto di bello, e di buono ſi poſſa deſiderare, ſpettante non ſolo all' Arte Negoziatoria, e Mercanteſca, ma anche pertinenti alla Scienza maggiore del numero, che conſiſte nel ſaper maneggiare le quantità irrazionali, e ſorde, che ſi chiamano, anco volontieri, per utilità comune, lo laſcio dar in luce da chi *gratis* lo ſtampa, acciò dalla brevità allettata la fiacchezza umana, ſcuota da sè la pigrizia, e ſi muova ad intraprendere un poco di fatica, per imparare una ſcienza tanto nobile, dilettevole, utile, e degna.

Vero è che in queſto mio riſtretto non pretendo d'inſegnare li primi erudimenti, quali ſenza la voce d'un Maeſtro è quaſi impoſſibile l'impararli da sè, e in queſti ci vorria lungo parlare. Nè meno mi ſon curato di moltiplicar Queſiti: ma per ciaſcuna Regola mi contento di quei ſoli, che alla pratica poſſono occorrere, e ſervire, poichè inteſi bene i loro fondamenti, ogn'uno da sè può farſi ſtrada, ed accomodarſi li Queſiti nelle mani.

Suppoſto adunque, che uno ſia un poco diſgroſſato, ed abbia qualche talento, ſtudiando queſto Libro, preſtiſſimo ſi può far eccellente in materia del numero. Ben è vero, che nello ſtudiarlo, non biſogna dare una beccata in quà, ed una beccata

in là, che queſto è il vero modo per non imparar mai; ma da principio al fine il legga, e rilegga, perchè ſebbene da principio l'intelletto s'intoppaſſe in qualche difficoltà, col proſeguire avanti acquiſterà maggior lume, e da sè con un poco di tempo la verità cercata entra (mentre ſi dorme) nella mente.

Un altro libretto mi trovo avere, compoſto dall'iſteſſo parente, intitolato Memoriale Geometrico, nel quale (non oſtante che non ſia nè anche la metà di queſto) ſi contiene quanto ſi può deſiderare, per ſaper miſurare ogni data quantità continua, lineale, ſuperfiziale, e corporea; per traſmutar corpi, dividere ſuperficie, ſapere le altezze, diſtanze ec. con altre galanterie; e di ragione dovria eſſer'unito con queſto, ma per le molte figure, che porta l'Operetta, e per eſſer'io molto impiegato al preſente in altro, per ora non può laſciarſi vedere, con tutto che ſia più utile al pubblico, e più deſiderato di queſto d'Aritemetica. In tanto ſi degni il Lettore di gradire queſte mie poche fatiche, e ſe di guſto, o d'utile le riuſciranno, ne dia gloria al Sommo Iddio, quale eſſendo fonte d' Eterna Sapienza (quaſi per tanti rivoli) ſi degna di parteciparla al Mondo per mezzo della mente degli uomini, ne' quali abitando per grazia, in eſſi ſta illuminandoli, ammaeſtrandoli, ed inſegnandoli. E perchè in queſta Prefazione s'è parlato di quantità continua, e diſcreta, procuri ogni uno di renderſi continuo, e mantenendo in sè tutte le ſue parti, oſſervi fedelmente quanto ha promeſſo a Dio nel Sacro Batteſimo, ſi renda anco diſcreto nell'acquiſto di quelle virtù, che rendendo l'uomo felice in queſto Mondo, Beato lo conſegnano all' eternità. Che a tutti lo conceda. *Qui eſt benedictus Deus in ſæcula.* Vale.

I N-

# INDICE DE' CAPITOLI.

## PARTE PRIMA

Nella quale si tratta della quantità razionale per tutte le Regole Mercatantili.

De-

## PARTE SECONDA

Nella quale si tratta delle Progressioni, Estrazioni di radici, delle quantità irrazionali, e Scienza maggiore del numero ec.

# LO STAMPATORE
## A CHI LEGGE.

L'Avere, o Leggitor cortese, aggiunto a quest' Opera una fatica particolare del soggetto, il di cui Nome vedi segnato sul Frontispizio della medesima, non è stata certamente mancanza di venerazione al merito del degno Autore che la compose, anzi tutta di giustizia se gli dee sì per la laboriosa, e virtuosa fatica da lui usata in darla alle Stampe, sì per l' esito fortunato, che per molte volte di ristampa ha ella incontrata, ma ciò s'è fatto per darle un poco più di risalto, coll' aumentarla di alcune cosarelle, che forse a bello studio erano state non avvertite dal medesimo Autore, e metterne vieppiù in chiara qualch'altra cosa per maggiore intelligenza di chi d'ora innanzi vorrà nuovamente prevalersene; tanto più, che l' umano intendimento di giorno in giorno si mostra sempre più vago di nuove osservazioni, e nuovi lumi, e non mancano uomini, che collo studio di questa sì pregievole materia sempre mai si vanno perfezionando. Questo, e non altro è stato il motivo per il quale la medesima viene piuttosto aumentata di qualche foglio, che levatole nulla del suo. Vivi ec.

---

# NOI
# RIFORMATORI
## DELLO STUDIO DI PADOVA.

Concediamo Licenza ad *Antonio Zatta* Stampatore di *Venezia* di poter ristampare il Libro intitolato: *Trattato Aritmetico di Giuseppe Maria Figatelli diviso in due parti*, osservando gli ordini soliti in materia di Stampe, e presentando le Copie alle Pubbliche Librarie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 17. *Marzo* 1791.

( *ANDREA QUERINI Riformator.*
(
( *ZUANNE VALLERESSO Riformator.*

Registrato in Libro a Carte 434. al Num. 3200.

*Marcantonio Sanfermo Segr.*

# PARTE PRIMA

Nella quale si tratta della quantità razionale
per tutte le Regole Mercantili.

* * *

## CHE COSA SIA ARITMETICA.

Dell' Unità. Del Numero. E sua divisione.

## CAPITOLO PRIMO.

### *Che cosa sia Aritmetica.*

L' Aritmetica ( prima Scienza fra le Matematiche discipline ) è una scienza di quantità discreta, cioè numerabile secondo se, poichè il tutto consiste in numerare, raccogliere, raddoppiare, sottrarre, e dividere ec. Alcuni la chiamano scienza del Creatore, e delle Creature: *Omnia in mensura, et numero, et pondere posuisti*. (*Sap.* 11.21.)

L' Aritmetica altra è teorica, o speculativa, che con la mente considera le cause, le qualità, le quantità, e le proprietà de' numeri, ed altra è pratica, che consiste nell' atto del calcolare.

### *Dell' Unità.*

L' Unità è quella, dalla quale ciascheduna cosa materiale è detta una, o uno. Anzi quest' Unità è tanto famigliare alla natura, che anco l' usa nella moltitudine. Laonde si dice una dozzina, un trentesimo, un centinajo ec. Una quantità, un esercito ec. Anzi l' Unità istessa divisa, ritiene il nome di Unità, che perciò si dice un mezzo, un terzo, un quinto, e così in infinito.

Questa Unità è diversamente intesa dal Naturale, di quello l' intenda il Matematico; perchè il Naturale considera le cose tanto secondo l' essere, quanto secondo la ragione, congiunte con qualche materia sensibile: Laonde con l' Unità sempre nomina la materia, come suo material soggetto, dicendo una Botte di Vino, un Moggio di Formento ec. ma il Matematico, sebbene le considera ( come il Naturale ) congiunte, e secondo l' essere di tal materia sensibile, ad ogni modo le considera poi, e le piglia, come astratte da tal materia sensibile, secondo la ragione; e questa Unità Matematica è quasi simile al punto Geometrico indivisibile.

### *Del Numero.*

Il Numero non è altro, che una moltitudine, composta di molte Unità; circa il quale milita parimente la distinzione, o differenza, detta dell' Unità, cioè naturale, e Matematica: Per esempio 25 è vinticinque volte uno ec. Vi sono tre sorta di numeri, e non più. Il primo è detto numero numerante. Questo è l' Anima nostra, che col cuore, con la bocca, e con la lingua numera le cose. Il secondo si chiama numero numerato; ed è la cosa numerata, e però si chiama numero naturale. Il terzo si chiama numero numerabile, il quale consiste nell' uso, e nell' atto di numerare le cose di quantità discreta, cominciando da uno, e procedendo in infinito. Dal che ne nascono cinque generazioni di numeri, cioè numero semplice, decine, centinaja, migliaja, e milioni. E così col mezzo delle migliaja, e delli milioni si procede in infinito.

### *Divisione del Numero.*

IL Numero si divide in tre specie. Tutti li numeri, che sono manco di dieci, si chiamano Digiti, ovvero Numeri semplici. Tutti li dieci precisi, e precisamente composti di dieci, come 10. 20. 30. ec. 100. ec. 1000. 20000. ec. si chiamano Articoli. Tutti gli altri numeri poi, che si trovano fra due Articoli prossimi, si chiamano Numeri composti, ovvero Misti, perchè sono composti d'un Digito, e d'un Articolo, come sono 11. 12. 13. ec. 21. 25. ec. 109. e così successivamente all'infinito.

## CAPITOLO II.

### *Spezie, e Maneggio dell'Algorismo.*

L'Aritmetica pratica, compendiosamente fu data in luce da un Filosofo, detto Algo: e per questo fu chiamata Algorismo, ovvero Algoritmo. Le spezie del quale sono sette, e si chiamano anco Atti, ovvero passioni del numero, cioè numerare, sommare, sottrarre, moltiplicare, partire, progressioni, ed estrazione di radice.

### *Del Numerare.*

IL primo atto dell'Aritmetica pratica, detto numerazione, consiste in saper rappresentare con qualche sorta di caratteri, ovvero figure ogni qualità di numero. Il che si fa al presente con queste dieci 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. E perchè anticamente li Romani numeravano per mezzo delle lettere dell'Alfabeto, ed in quei tempi s'usavano certe abbreviature, e collocavano i caratteri diversamente da noi: quì sotto le noto, acciò occorrendo il caso (come si vede in certe Antichità l'esperto Aritmetico si possa far valere.

---

### *Del Numerare.*

| | |
|---|---|
| A. | Cinquecento. |
| B. | Trecento. |
| C. | Cento. |
| D. | Cinquecento. |
| E. | Ducentocinquanta. |
| F. | Quaranta. |
| G. | Quattrocento. |
| H. | Ducento. |
| I. | Uno. |
| K. | Quinquantuno. |
| L. | Cinquanta. |
| M. | Mille. |
| N. | Novanta. |
| O. | Undici. |
| P. | Quattrocento. |
| Q. | Cinquecento. |
| R. | Ottanta. |
| S. | Settanta. |
| T. | Centosessanta. |
| V. | Cinque. |
| X. | Dieci. |
| Y. | Centocinquanta. |
| Z. | Duemilla. |

Alcuni vogliono, che la lettera I. innanzi a due, ovvero più decine significhi cento.

| | |
|---|---|
| IXXVI. | Centoventisei. |
| IIXXXVIII. | Ducentotrentaotto. |

Dicono parimente, che questa lineetta — sopra a qualsivoglia lettera, significhi tante migliaja, quante ne rappresenta la lettera, sopra la quale è posta. Sicchè, se sarà sopra l'$\overline{\text{i}}$ significherà mille; se sopra l'$\overline{\text{v}}$ significherà cinquemila; sopra l'$\overline{\text{x}}$ diecimila, e sopra il $\overline{\text{c}}$ Centomila ec.

Ora fra tutte le suddette Lettere, e antichità, sette solamente sono restate in uso, cioè

| | |
|---|---|
| I. | Uno. |
| V. | Cinque. |
| X. | Dieci, |
| L. | Cinquanta. |
| C. | Cento. |
| C. | Cinquecento. |
| M. | Mille. |

Queste lettere si sogliono abbreviare (come siegue) per rappresentare minor numero di figure. Il che si fa con anteporre una lettera di minor significazione, così

| | |
|---|---|
| IV. | Quattro. |
| IX. | Nove. |
| XL. | Quaranta. |
| XC. | Novanta. |
| CM. | Novecento; e così di molte altre. |

Finalmente s'usa anco quest'altra sorta d'abbreviatura, ponendo il C. e l'M. sopra il numero delle centinaja, o migliaja, come siegue.

| | | | |
|---|---|---|---|
| C. | C. | M. | |
| IIII. | VIII. | VI. | e così del resto. |
| Quattrocento. | Ottocento. | Seimila. | |

Ma tornando alla nostra proposizione, dovendosi rilevare una quantità di figure come saranno 26423570 640325489225. prima si devono dividere in tanti periodi ognuno de' quali consta di tre figure, perchè dee contenere numero, decina, e centinaja ( eccetto l'ultimo periodo, che resta con quello, che accade, o sia d'una, o due figure ) e per pronunziarli, si potrà segnare sopra ogni settima figura *uno* conforme si vedrà nell' esempio suddetto; il qual'*uno* vuol dire, che da quella figura cominciano li *milioni* ; nell'altra settima figura ( che sarà terza decima ) si fa un *due*, il qual dimostra, che cominciano li *milioni di milioni*, che pronunziandoli si dirà *Bilioni*; alla terza settima figura; che sarà la decima nona in ordine si fa un *tre*, e vuol dira, che da quella figura cominciano di *milioni, di milioni* , *di milioni* , e allora si pronunziano con questa parola *tre bilioni*; e così in infinito si può rilevare qualsisia quantità di numeri. Adunque avendo a leggere questi numeri

3. 2. 1.
26. 423. 570. 640. 325. 489. 225.

Disposti come si vedono, e segnati come ho detto nella spiegazione, così si leggono. Ventisei tre bilioni, quattro cento ventitre migliaja di bilioni, cinquecento settanta migliaja di bilioni, seicento quaranta migliaja di milioni, trecento venticinque milioni, quattro cento ottantanove mila, e duecento venticinque.

## D E L S O M M A R E.

IL secondo atto dell'Aritmetica pratica si chiama Sommare, composizione, ovvero raccogliere, perchè non consiste in altro, che unire insieme più numeri, o figure. Tutto il punto di questo negozio consiste in collocare i numeri sotto li numeri; le decine sotto le decine; le centinaja sotto le centinaja ec. e se vi sono minuzie diverse, collocate ciascuna nel proprio luogo. La prima figura a mano diritta significa numero, la seconda significa decina, la terza centinaja, e la quarta migliaja ec.

Avendo a ridurre in una sol somma queste

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Lir. | 1750. | sold. | 15. | den. | 11. |
| con | Lir. | 75. | sold. | 7. | den. | 3. |
| | Lir. | 246. | scid. | 1. | den. | 7. |
| | Lir. | 6. | sold. | 18. | den. | 9. |
| Somm. | | 2079. | — | 3. | — | 6. |

Prima si riducano in una sol somma tutti li denari, e fanno den. 30. e in questi si vede quanti soldi siano, vedendo quante volte il 12. entra nel 30. il quale vi entra due volte, e avanza 6. il quale si nota sotto li denari, e il due si aggiunge alla fila de' soldi, e fanno soldi 43. dal quale 43. si vede quante lire facciano, quante volte vi entra il 20. che vi entra due volte, e avanza 3. da notare sotto li soldi; le lire s'aggiungano alla fila prima delle lire, e da queste si nota il numero semplice, portando sempre le decine alla fila de'numeri, che sieguono, eccetto all' ultima fila, che vi si notano tutti li numeri, come viene. Onde nel proposto esempio si vede, che la somma delle lire proposte insieme fanno lire 2079. sold. 3. den. 6. Quanto poi alla prova da farsi per vedere se l'operazione sia ben fatta, lo dimostrerò nell'operazione del Sottrarre.

## D E L S O T T R A R R E.

LA Sottrazione ( terzo atto dell'Aritmetica pratica ) non è altro, che saper trovare la differenza fra due proposti numeri; cioè, sapere quanto il maggior numero ecceda, o superi il minore. E per ciò fare, sempre si colloca nella prima fila il numero maggiore. Questo solo si deve avvertire nelli Sottratti di qualità differenti, che non potendo sottrarre, o cavare ( per esempio ) un numero maggiore dal minore ne'Denari, si piglia imprestito un Soldo dalla fila de' Soldi superiori, e convertito in Denari, s'uniscono con gli altri Denari superiori, e poi si fa la sottrazione; e quel soldo levato alla fila superiore si aggiunge alla fila de' soldi inferiori, e poi si fa la sottrazione de' soldi, come se dalla fila superiore non si fosse levato quel soldo. Quest' ordine si tiene nel sottrarre qualsivoglia cosa, che sempre si converte in una unità precedente nella natura di quelle, che attualmente si fa la estrazione. Sicchè la Lira si converte in Soldi, il Soldo in Denari, il Peso in Libra, la Libra in Oncie, la Pertica, in Piedi, il Piede in Oncie, e così del resto. La miglior prova del Sottrarre è questa. Si sommano, ovvero s' uniscono insieme il numero da esser sottratto, ed il numero restato, e se sarà fatta bene l'operazione, riuscirà giustissimamente il numero, dal quale si fece la sottrazione: come si vede in questo esempio.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Pietro deve avere da Giovanni | Lir. 548. | sol. 10. | d. 2. |
| Numero da farsi la sottrazione. | | | |
| Giovanni n'ha dato a buon conto | Lir. 275. | sol. 17. | d. 8. |
| Numero da sottrarsi. | | | |
| Quanto resta debitore Giovanni? | | | |
| Giovanni resta debitore | Lir. 272. | sol. 12. | d. 6. |
| Resto | | | |
| Prova insegnata. | Lir. 548. | sol. 10. | d. 2. |

Onde vedasi dalla sopra descritta operazione, che a provare il sottrarre si serve dell'operazione del sommare, e così a provare se una somma sia ben fatta, dopo l'aver fatto la prima somma si taglia fuori la prima fila superiore, e poi si sommano insieme le altre, e quelle due somme sottratte ne danno di differenza la fila superiore lasciata, come dall'esempio suddetto si comprende.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Somma | | | |
| | Lire 375. | 10. | 10. | |
| | 78. | — | 4. | |
| | 8. | 15. | 11. | |
| | 289. | 17. | 10. | |
| vera somma | 752. | 4. | 11. | |
| si sottra | 376. | 14. | 1. | |
| | 375. | 10. | 10. | Torna. |

## DEL MOLTIPLICARE.

La quarta azione dell'Aritmetica pratica è chiamata Moltiplicare. Il che consiste in fare, che un numero proposto divenghi tante volte maggiore, quanti sono li numeri, per li quali si ha da moltiplicare. Il numero maggiore si mette sempre di sopra, ed il minore di sotto: perchè non saria bel sentire s'uno dicesse: Voglio moltiplicare tre per nove; ma si dice, nove per tre.

Quando occorre di moltiplicare qualsivoglia numero per un numero digito, articolo, o altro numero composto, che si sappi bene alla mente; si moltiplica tutto in una sol volta il numero moltiplicatore con ciascuna figura del numero da moltiplicarsi, e tal moltiplicare si chiama moltiplicare per discorso, o per colonna. Come si vede in questi due esempj.

| | |
|---|---|
| | 2 |
| 470216 | 3 \| 3 |
| 6 | 6 |
| 2821296 | 8 |
| 57140 | 6 \| 6 |
| 12 | 3 |
| 685680 | |

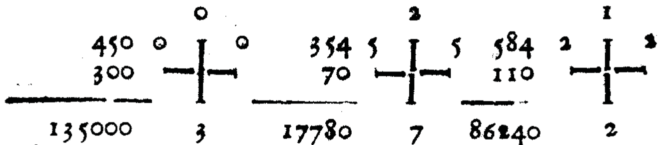
Quanto poi al moltiplicare per Scacchiero, o Baricocolo (moda usitatissima, e comune) si fa col moltiplicar tutto il numero di sopra per ciascuna figura di sotto, avvertendo, nel collocare i prodotti a tirargli sempre un numero indietro, per ciascuna fila, cominciando però sempre le moltiplicazioni della prima figura verso man dritta. Fatta la moltiplicazione, si sommano insieme tutti li Prodotti: e si fa la sua prova, come di sotto si dirà.

| | |
|---|---|
| 5780 *Numero da Moltiplicarsi.* | |
| 327 *Numero Moltiplicante.* | |
| 40460 | 3 \| 6 |
| 11560 | — + — |
| 17340 | 2 \| 6 |
| 1890060 *Prodotto.* | |

Ogni volta, che si voglia moltiplicar per dieci un numero di figure proposte, basta aggiugnervi un o.

Se per cento, due oo. se per mille tre ooo., e sarà moltiplicato.

Parimente occorrendo, che tanto nel numero di sopra, quanto in quello di sotto vi fossero uno, ovvero più zeri unitamente a mano diritta, moltiplicansi insieme le figure significative, e poi s'aggiungono al Prodotto tutti li zeri di sopra, e di sotto, come si vede in questi esempj, ne' quali basta moltiplicare il 3. il 7. e l'11. con le figure significative di sopra, e poi aggiugnervi li zeri.



La prova si fa così. Si levano tutti li 9. dal numero moltiplicato ( cioè di sopra ) ed il sopra più si colloca sopra la Croce. Dipoi cavati li 9. dal numero, per il quale si moltiplica ( cioè di sotto ) il residuo si pone sotto la Croce. Terzo, si moltiplicano insieme questi nove sopravanzati, e dal Prodotto cavatone li 9. il restante si mette a man sinistra della Croce. Finalmente cavando tutti li 9. da tutta la somma del moltiplicare ( che si chiama Prodotto, ) se l'operazione sarà fatta bene, il sopravanzo dev'essere simile a quello, posto a man manca della Croce: e se stà bene, si mette a man diritta d'essa. Questo sia ricordo, che ogni volta, che il numero è manco di 9. quel numero medesimo serve per collocarlo nella Croce, ( però al suo luogo. )

### *Del Moltiplicare per ripiego.*

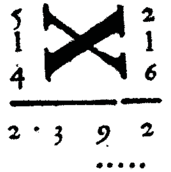
Non si deve partir in pratica dalli due predetti modi di moltiplicare: pure per curiosità ne toccherò di passaggio alcuni altri. Ripiego di un numero non è altro, che due numeri, i quali moltiplicati insieme, faccian il numero, del quale essi sono ripiego. Per esempio il 2. e il 4. sono ripiego di 8. perchè due via 4. fanno 8. Di 12. è ripiego 2. 6. ed anche 3. 4. Di

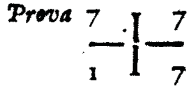
24.

24. sono ripiegò 2. e 12. 3. e 8. 4. e 6. Di 48. sono ripiego 2. e 24. ovvero 3. e 16. o pure 4. e 12. ed anche 6. 8. e così molti altri numeri possono avere più, o meno ripieghi. Altri numeri poi non han ripiego: come il 13. 17. 19. 23. 29. 31. e altri infiniti numeri. Adunque per ripiego si moltiplica così. Voglio moltiplicare 420. per 48. posso moltiplicare il 420 per 6. o. per 8. prima: e quel che ne risulta rimoltiplicarlo, o per 8. prima, e pôi per 6. (Tanto riuscirà per qualsivoglia ripiego del 48.) e di qualsivoglia numero. Per esempio. Moltiplico il proposto 420. per 8. e mi dà 3360. Moltiplico di nuovo questo 3360. per 6. e mi dà 20160. E tanto daria il 420. moltiplicato per 48. in un sol colpo.

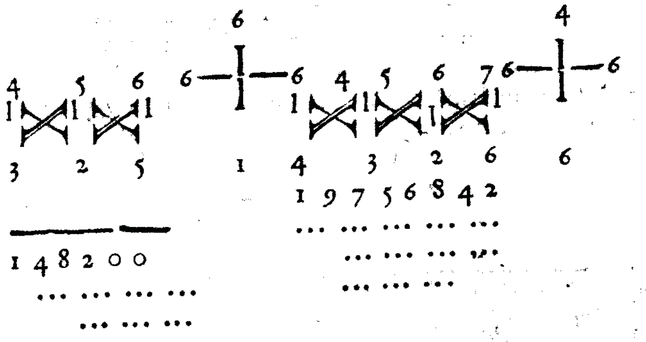
### *Del Moltiplicare per Crosetta.*

Questo Moltiplicare per Crosetta è il più ingegnoso, ma anco il più laborioso modo, che sia stato inventato: perchè il Prodotto di tal moltiplicare, si conclude con una sola linea di figure, ( a guisa del moltiplicare per colonna ) ma ci vuole gran memoria. Se le figure da moltiplicarsi sono solamente due, cioè numero, e decine, l'operazione non è molto difficile; ma di tre, di quattro ec. è laboriosissima. Ora veniamo alle prove.





Abbiasi da moltiplicare 52. per 46. con tre operazioni, o Prodotti s'avrà l'intento così. Primieramente si moltiplicano insieme le due figure semplici 2. 6. il cui Prodotto è 12. si colloca il 2. e si porta una decina. Per seconda operazione si moltiplicano in croce li numeri Digiti con le decine; li Prodotti de' quali saranno per un verso 30. e per l'altro 8. che uniti insieme saranno 38. e con la decina portano 39. Si colloloca 9. e si portano le 3. Centinaja. Ma perchè non vi sono altre figure, per terza operazione si moltiplicano insieme le decine, ed al Prodotto 20. aggiugnendovi le 3. Centinaja portate, s'avranno poi 23. da collocarsi con gli altri due Prodotti. Sicchè a moltiplicare 52. per 46. ne vengono 2392.



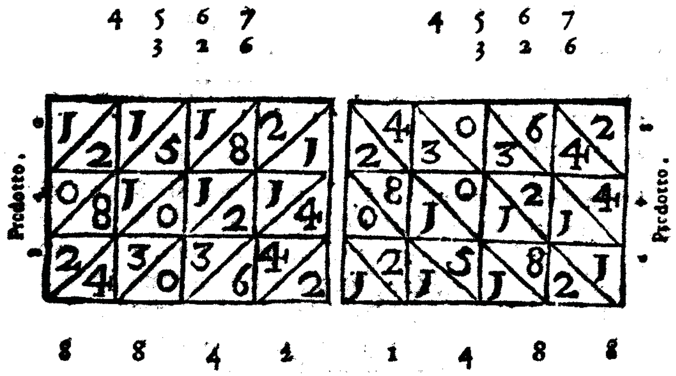
Se le figure saranno tre, l'operazione si fa con cinque Prodotti. Primo. Si moltiplicano insieme le unità, o numeri semplici. Secondo. Si moltiplicano in croce le unità con le decine, come s'è fatto nell'esempio precedente. Terzo. Si moltiplicano in croce le unità con le Centinaja, che per un verso daranno 20. e per l'altro 18. li Prodotti uniti insieme: ed alla somma aggiugnendovi il Prodotto delle decine insieme ( cioè 10. ) ed il 4. portato, in tutto s'avrà 52. Si colloca il 2. e si porta il 5. ( Adesso le unità sono fuori. ) Per quarta operazione, si moltiplicano in croce le decine, con le centinaja, che per un verso fanno 15. e per l'altro 8. quali Prodotti uniti insieme, e alla somma aggiugnendovi li 5. portati, s'avrà in tutto 28. si colloca l'8. e si porta il 2. Finalmente moltiplicando insieme le centinaja, e al Prodotto aggiuntovi il 2. portato, s'avrà 14. ed è finita l'operazione. Sicchè a moltiplicare 456. per 325. il Prodotto è 148200. Già ho detto, che l'operazione ha dello scabroso; ma non bisogna perdersi d'animo. Per ajuto delle memoria ho fatto quei punti sotto le figure del Prodotto di mano

in

in mano che si opera, e significano le decine, che si portano.

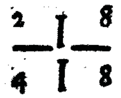
### *Del Moltiplicare per Quadrilatero.*

IL Moltiplicare per Quadrilatero è assai bello; perchè non s'hanno da portar decine, ma per ciascun quadretto si colloca ciascun Prodotto. Fatta la moltiplicazione, si sommano diametralmente intorno al Quadrilatero, che tanti campi deve avere, quanti sono li numeri da moltiplicarsi. Due esempj io pongo, uno contrario all'altro.



Prodotto. Prodotto.

Prova.



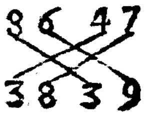
863247
386139

*Prima operazione.* 21 *Seconda operazione:*
72
1256
2454
063242
081827
09162407
48060918
1824120421
6436030636
244818021263

333333333333

8 7
X
3 9

72 21



2454 1256

Questo modo di moltiplicare in forma di Piramide si vede nel fine di certi libretti d' Abaco senz' ammaestramento. Io ho trovato un modo facilissimo, ed è questo. Si moltiplicano in croce le figure angolari. Per prima operazione se ne piglia una per angolo. Per seconda operazione se ne pigliano due per angolo, poi se ne pigliano 3. poi 4. poi 5. Ultimamente si moltiplicano tutte le figure insieme, come stanno, cioè numero con numero, decine, con decine ec. Ogni Prodotto si mette giù intero, nè si porta via cosa alcuna; e ogni volta che il Prodotto sia d'una sol figura, se gli aggiugne di dietro uno; acciò ogni Prodotto caschi a suo luogo. Finalmente bisogna avvertire di non incavalcare, e intenscare le linee nel moltiplicare le figure in croce, ma tutte siano paralelle. Per maggior intelligenza ho posto in disegno le due prime operazioni, acciò facciano lume al resto.

### *Del Moltiplicare alla Fiorentina, detto all' indietro.*

Questo Moltiplicare è tutto contrario al Baricocolo, perchè si comincia a moltiplicare dalle figure di maggiore rappresentazione, e si ritira da man manca verso man dritta di fila, in fila, come si vede in questo esempio:

4567
4326

18268
13701
9134
27402

19756842

*Prova.*

4 | 6
6 | 6

### *Del Moltiplicare spezzato.*

Questo Moltiplicare si fa così: Proposti due numeri si divide un di loro in più parti, e poi ciascuna parte si moltiplica con l'intero: il che fatto, si somma ogni cosa insieme; ovvero si dividono tutti e due li numeri, e poi ciascuna parte d'uno si moltiplicano per tutti gli altri, e poi si somma. Per esempio. Volendo moltiplicare 67. per 26. divido 26. in 3. 4. 5. 6. 8. e poi opero così.

*Moltiplicante* — 26
3 via 67 fa 201
4 via 67 fa 268
5 via 67 fa 335
6 via 67 fa 402
8 via 67 fa 436

4 | 5
8 | 5

**Prodotto** 1742 *da un 67 solo si cava il 9*

*Altro esempio*
*Divido* 15. *in* 4. 5. 6.
*E* 12. *in* 2. 4. 6.

8. 16. 24.
10. 20. 30.
12. 24. 36.

30. 60. 90.

6 | 0
3 | 0

*Quali tre numeri uniti insieme fanno* 180.

## DEL PARTIRE.

LA quinta azione dell' Aritmetica pratica si chiama Partire, che consiste in saper dividere ogni qualità, o quantità di numeri in due, ovvero in più parti egnali. Il che si fa in quattro modi; il primo de' quali si chiama partire per Colonna, o di Testa: E questo è, quando il Partitore è d'una, o di due figure, che si possiedono bene, perchè con una sola fila di numeri si fa l'operazione. Se il partitore non capisce nella prima, o nelle due prime figure, se ne pigliano due, o tre, ed il sopravanzo s'unisce alla figura seguente con titolo d'articolo, cioè di 10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90. ovvero d'altro numero composto, secondo la qualità dell' avanzo, come si vede in questi esempj.

```
Partitore  7      46317          Partitore  12  756408
           -     -------                    --  ------

  Quoziente        6616:5          Quoziente     63034:
                      7                             12
                  -------                       -------

  Prova            46317                Prova   756408
                  -------                       ------

                 7 | 3                        3 | 3
               5 --|--                      o --|--.
                 1 | 3                        7 | 3
```

La prova del partire è il moltiplicare, perchè moltiplicando il Quoziente per il Partitore coll'aggiugnere al primo numero l'avanzo, ( come dagli esempj sopra descritti si vede ) e operato come nel moltiplicare, ne torna il numero proposto.

### *Del Partire a Danda.*

IL partire a Danda porta un poco più d'operazione del passato. Proposto adunque un numero da partirsi, come saria 756408., in 212. parti, si mette da canto il partitore 212., e dall'altro il numero da partirsi 756408., e poi si vede quante volte il 212. entra nel 756. e questo vi entra 3. volte il qual segnato sotto il 6. si moltiplica con il partitore, dicendo 2. via 3. fa 6., e questo si nota sotto il 6. e una via 3. fa 3. e questo si segna sotto il 5. e 2. via 3. fa 6. e questo si nota sotto il 7. e poi si sottra, e ne viene un avanzo di 120. aggiugnendovi il 4. numero quarto delle figure da partirsi, che formerà 1204. appresso il quale si vede quante volte vi entra il 212. e questo vi entra 5. vol- te, quale notasi a canto del 3. ( come si vede nell'operazione, e poi operasi come sopra. E se i numeri da partirsi fossero molti, sempre si opera così. Onde a dividere 756408. in 212. parti, ne viene di Quoziente 2567. $\frac{204}{212}$.

La prova si fa nell'istesso modo del partire di sepra insegnato.

```
      Operazione                          Prova

               212 (757408                 3567
                   (  3567                  212
                   -------                 ----
                     756                   7134
                     636                  3567
                   -------               7134
   6)  5 | 3        1204                    204
      ---|---       1060                -------
       3 | 3       -------               756408
                  : 1440
                    1272
                   -------
                  : 1688
                    1484
                   -------
  Avanzo.            204
                   -------
                     212
```

In qualsivoglia partire vi sono alcuni avvisi molto importanti. Il primo è, che il Quoziente non può esser mai più, che 9. e sebbene in riguardo alle prime figure, paresse, che il Divisore potesse entrarvi più, ad ogni modo in riguardo all'altre figure non c'entreria.

Secondo. Il numero, che ne risulta dalla moltiplicaziozione del Quoziente col Divisore, non dee mai esser maggiore del numero, dal quale si cavò detto Quoziente: e se fosse, in tal caso bisogneria calare il Quoziente.

Terzo. Fatta la sottrazione, il numero che resta, non dee mai superare, nè uguagliare il Divisore, e se ciò fosse bisogneria alterare il Quoziente.

Quarto. Ogni volta, che s'abbia da partire per 10. qualsivoglia numero, basta tagliare la prima figura a man dritta, e sarà partito. Se per 100. se ne tagliano due. Se per 1000. tre ec.

Quinto. Anzi, ogni volta, che nel Partitore vi sia uno, o più zeri uniti verso man dritta, si tagliano altrettante figure del numero dividendo pur a man dritta, ed il resto si parte per le figure significative d'esso Partitore, e se avanza qualche cosa, s'unisce per modo di numerare alle figure, che si tagliarono. Per esempio. Se fosse avanzato 4. e le figure tagliate fossero 50. si faria 450.

Finita l'operazione si mette il Divisore sotto il residuo, che restò nel dividere, che nell'esempio precedente sono avanzati 204. si sariano notati così $\frac{204}{212}$.

Questi vogliono dire, che di 212. parti di un tutto se ne deve avere 204.

### *Del Partire per Battello, o per Galera.*

IL Partire per Battello, o per Galera è praticato da alcuni: ma in fatti è laborioso, e facile da errare: poichè si fa a mente tutte le operazione, che si fanno nella Danda; e se nasce errore non si può conoscere, se non si torna a fare nuova operazione; Onde perchè l'operazione riesce più brieve, si chiama propriamente Danda alla curta. Supposto, che s'abbia da partire 32320. per 40. Si mette il partitore a canto il 32320 come vedesi nel seguente esempio.

```
40 l 32320
 l     808
  ---------
       320
       ---
```

$$0)\frac{4}{7}\Big|\frac{1}{1}$$

Il 40. nel 32. non vi può entrare per essere più il Divisore, che non è il 32. da partirsi. Si dice adunque così 40. in 323. si trova, che vi entra 8. volte, il qual si nota sotto il tre, e con la mente si moltiplica l'8. con il 40. e quel che viene si sottra dal 323. dove resta 3. da collocarsi sotto il 323. al quale si segna a fianco il 2. e fa 32. e si vede, che il 40. non vi può entrare si segna un zero nel Quoziente, e notasi l'altra figura, ch'è un zero, a canto il 32. e fa 320. nel quale vi entra il 40. otto volte. Si fa la moltiplicazione con la mente, e perchè fa 320. non occorre sottrazione; sicchè a partire 32320. in 40. parti, il Quoziente sarà 808. si conosce che questo modo è tutto simile al passato, sennonchè in questo l'operazione riesce più brieve, perchè la sottrazione, che si fa con numeri, in questo si fa con la mente, e altro, che la pratica renderà sempre più capace l'Operante.

### *Del Partire per Ripiego.*

QUanto al partire per Ripiego si deve osservare, che non tutti li numeri hanno ripiego, (come si disse del moltiplicare pur per ripiego) supposto adunque di voler partire, per esempio 5867. per 48. si può partire prima per 8. e ne verrà 73. ed avanza 3. Dipoi si parte questo 733. per 6. e ne verrà 122. e avanza 1. Ovvero si potria partire prima per il 6. e poi per l'8. Questo solo bisogna osservare, che l'avanzo del primo partire sono numeri semplici, ma l'avanzo del secondo partire, contiene per ciascuna unità il primo Divisore. Sicchè nel caso proposto quell'1. avanzato figura 8. a' quali aggiunti li 3. primi, fanno 11. sicchè il 48. nel 5867. v'entra 122. volte, ed avanza undici quarantotto esimi. Se fossero undici quarantotto esimi sariano un quarto: ma poco vi manca.

La prova di qualsivoglia partire si fa così. Si cavano li 9. dal Partitore, e poi dal Quoziente, e quello che sopravvanza il primo si mette sopra la Croce, e l'altro sotto di essa: poi si moltiplicano insieme questi due avanzi, al qual moltiplicato s'aggiunge il numero restato nella divisione, dalla qual somma cavatone li 9. il resto si colloca a man manca della Croce. Ultimamente si cavano li 9. del numero partito, e se l'operazione sarà fatta bene, resterà un numero simile a quello nella sinistra della Croce.

## CAPITOLO III.

### *Come si converta una quantità in altra quantità di specie diverse.*

NOn ostante, che nella Prefazione al Lettore, mi sia dichiarato di non voler insegnare li primi principj di questa scienza, nondimeno prima di passar avanti ho per bene d'insegnar in questo luogo il modo di convertite una quantità, in altra quantità di specie diversa da quella. Mà per meglio intenderlo, bisogna prima aver cognizione della quantità, o termini più principali, che comunemente s'usano nel negoziare fra' Mercanti, quali sono questi, cioè, Scudi, Lire, Soldi, e Denari, Peso, Lira, ed Oncie, Brazzo, ed Oncie ec. e molti altri.

Lo Scudo è una quantità, che significa prezzo, e si divide in 4. Lire. La Lira si divide in 20. Bolognini ( chiamati per l'ordinario Soldi ) il Soldo si divide in 12. Denari: Il Denaro poi non ha altra divisione, che la propria frazione, di che non se ne tien conto alcuno; Il Peso è una quantità, che significa mercanzia, e si divide in 25. Libre. La Libra si divide in 12. Oncie. L'Oncia poi non ha altra divisione, che la propria fazione, di che non se ne tien conto alcuno nelle mercanzie grosse; ma nelle cose preziose, e di gran valuta l'Oncia si divide in 24. Scrupoli. Uno Scrupolo si divide in 24. Grani, e ciascun Grano pesa quanto pesa un grano di Frumento.

Il Brazzo è una quantità lineale, diviso in 12. Oncie. E' ben vero, che innumerabili sono li vocaboli, e le misure, che s'usano nel trafficare, secondo la diversità delle materie, di che si negozia, e secondo la varietà de' costumi de' Paesi dove si contratta. Ma queste

poco importa il saperlo, per quello, che quì prètendo insegnare.

Volendo adunque convertire qualsivoglia quantità maggiore in altra specie di quantità minore, per Regola universal basta a moltiplicare quella tale quantità maggiore per le parti, in che è divisa. Per esempio. Volendo convertire gli Scudi in Lire, basta moltiplicarli per 4. perchè il Prodotto faranno Lire. Per convertire le Lire in Soldi, si moltiplicano per 20. Per convertire li Soldi in Denari, si moltiplicano per 12. ec.

Volendo poi convertire una quantità minore, in altra quantità maggiore, s'opera tutto il contrario, cioè si parte la quantità minore per le parti in che la quantità maggiore è divisa. Per esempio. Volendo ridurre le Lire in Scudi, si partono per 4. ed il Quoziente saranno Scudi. Per ridur li Soldi in Lire, si partono per 20. Per ridur li Denari in Soldi si dividono per 12. Per ridur le Libre in Pesi si dividono per 25., ed il Quoziente saranno Pesi, ec.

Chi volesse convertire li Scudi in Denari, ovvero li Pesi in Oncie, questo si può fare in due modi. Il primo si fa convertendo gli Scudi in Lire, le Lire in Soldi, e li Soldi in Denari, li Pesi in Libre, e le Libre in Oncie. Il secondo modo si fa in un sol colpo, moltiplicando gli Scudi per la quantità de' Denari, che contiene un solo Scudo. E li Pesi moltiplicandoli per la quantità dell'Oncie, che contiene un sol peso. E perciò bisogna sapere, che le Lire 4. fanno uno Scudo. Soldi 80. fanno uno Scudo. Denari 690. fanno uno Scudo. Di più, Libre 25. fanno un Peso. Oncie 300. fanno un Peso ec. E questo serva d'avviso per saper convertire, e per trasmutare altre spezie di Monete, di Pesi, di Misure ec. Ed acciò meglio s'arrivi ad intendere il tutto, quì pongo in figura un esempio.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Scudi 250 | | Lir. 1000 | | Soldi 20000 |
| | 4 | | 20 | | 12 |
| Sono | Lire 1000 | Sono | Sol. 20000 | Sono | Den. 240000 |

Scudi 250
Den. 960

15000
2250

Sono Denari 240000

In questo esempio si vede chiaro, che per l'uno, e per l'altró modo li Scudi 250. fanno Denari 240000. Per ridurli in Scudi, basta partirli per 960. ovvero partirli prima per 12. ed il Quoziente partirlo poi per 20. ed il secondo Quoziente partirlo per 4. perchè il terzo Quoziente saranno Scudi, come in figura si vede.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Denari | 240000 | 250 Scudi | Denari | | 240000 |
| 690 | 1929 | | 12 | S. | 2000l0 |
| | | | 2l0 | L. | 10000 |
| | 4800 | | 4 | | 250 Sc. |
| | 4800 | | | | |
| | 0 | | | | |

. . . .

Quando poi si tratta di Scudi di Paoli, questo è il più facil modo di calcolare, e di conteggiare, che si possa desiderare: perchè essendo diviso lo Scudo in 10. Paoli, ed il Paolo in 10. Bajocchi, per convertire ogni gran quantità di Scudi in Paoli, basta aggiugnerli un zero a mandritta: e per convertirli in Bajocchi, se ne aggiungono due. Per contrario. Volendo ridurre in Scudi ogni quantità di Bajocchi, basta a tagliare due figure a man dritta, perchè il resto saranno Scudi. Ma se fossero Paoli da ridursi in Scudi, se ne taglia una sola.

| | |
|---|---|
| Paoli 275l8 | Bajocchi 370 l 50 |
| Diventano Scudi 275. Paoli 8. | Diventano Scudi 370. Bajocchi 50. cioè da Paoli 10. |

Per ridurre li Scudi 275. Paoli 8. tutti in Paoli, s' aggiugne l'8. al 275. e faranno 2758. Paoli. Per ridurre li Scudi 370. e Bajocchi 50. tutti in Bajocchi, s' aggiugne 50. al 370. e faranno 37050. Bajocchi.

## Un altro Ammaestramento.

Avanti di dimostrare come si maneggiano i Rotti voglio insegnare il modo, che si tiene in moltiplicare lire, soldi, e denari per lire, soldi, e denari. Pongasi d'avere a moltiplicare lir. 4. sol. 5. den. 6. per lir. 3. sol. 10. den. 8.

L'operazione si vede quì a canto,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Lir. | 4. | 5. | 6. | |
| Lir. | 3. | 10, | 8. | |
| 12 l | 34. | 4. | | |
| | 2. | | 17. | |
| | 42. | | 15. | |
| 20 l | 45. | 12. | | |
| | 2. | 5. | 7. | $\frac{1}{5}$ |
| | 12. | 16. | 6. | |
| Lire | 15. | 2. | 1. | $\frac{1}{5}$ |

Disposti li numeri come si vede, prima si moltiplicano li den. 8. per le lire 4. 5. 6. e quello, che producono si nota, e si parte per 12. dove ne risultano Lire 2. sol. 17. Poscia si moltiplicano li sol. 10. per le lir. 4. 5. 6. e quello che producono si nota sotto le lir. 2. 17. e sommate insieme fanno lir. 45. sol. 12. che divise per 20. danno lir. 2. sol. 5. den. 7: ed un quinto, e così moltiplicate medesimamente le lir. 3. via le lir. 4. sol. 5. den. 6. producono lir. 12. sol. 16. den. 6. che unite con le lir. 2. sol. 5. den. 7. $\frac{1}{5}$ fanno lir. 15. sol. 2. den. 1. $\frac{1}{5}$ e tanto producono le lir. 3. sol. 10. den. 8. moltiplicate con lir. 4. sol. 5. den. 6. E questo è il modo più piano, e facile, che si possi adoperare. Mentre, si può operare diversamente in casi simili; come farò vedere lo stesso nel Capitolo de'Rotti: Avvertendo, che ne' modi sin'ora insegnati per saper maneggiare i numeri dell' Algorismo si è adoperato numeri semplici; ma questi servono ad ogni specie di numeri di diverse qualità, o siano di Libre, Onzie, e Ferlini, o di Corbe, Quartiroli, o Quarticini, o di Brazza, e Peso, le operazioni, sempre si adoprano così.

Di più avvertisco, che a moltiplicare lire con lire si producono lire.

A moltiplicare soldi con lire, si producono 20. esimi di lira.

A moltiplicare soldi con soldi, si producono 400. esimi di lira.

A moltiplicare denari con lire, si producono 240. esimi di lira.

A moltiplicare denari con soldi, si producono 4800. esimi di lira.

A moltiplicare denari con denari, si producono 57600. esimi di lira.

## CAPITOLO IV.

### Come si maneggiano li Rotti per tutte le specie dell' Algorismo.

### *Del Numerare.*

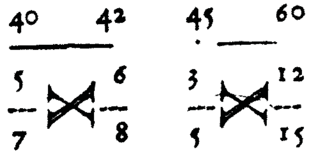
ROtto, non è altro che una, o più parti dell'intero, ovvero del suo tutto: come la metà, un terzo, un quarto, un quinto, e così in infinito. Vero è, che nelle monete, ne' pesi, e nelle misure, non si servono gli uomini di questi nomi de' Rotti, ma dicono un Soldo, quattr'Oncie, Otto Denari, ec.

Qualsivoglia Rotto si descrive con due ordini di numeri, l'uno si chiama Numeratore, e questo si colloca sempre sopra una virgoletta, e l'altro si chiama Denominatore, quale si mette sempre sotto la detta virgoletta, in questa forma.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$
Un mezzo, un terzo, un quarto, un quinto, un sesto, un sett.
$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$
un ottavo, un nono, un decimo, due terzi, tre quarti,
$\frac{5}{8}$ $\frac{11}{15}$ $\frac{50}{100}$
cinque ottavi, undici quindeciesimi, cinquanta centesimi. Li Denominatori de' Rotti da 10. in giù si pronunziano semplicemente secondo la loro natura; dicendo quarto, ottavo, nono ec. mal dal dieci in sù s'aggiugne questa parola ( esimi ) ovvero ( ecimi. ) Per esempio cinque decimi, ovvero quindeci ventesimi, cioè delle 10. parti 5. e delle 20. quindici.

Può accadere, che alle volte vi siano Rotti de' Rotti. Per esempio $\frac{1}{3}$, un $\frac{1}{2}$. Il terzo si riferisce al suo tutto, ed il mezzo a relazione al $\frac{1}{3}$ come a dire, un terzo di Libra, e mezzo terzo.

Ogni Rotto, che ha l'unità solamente sopra la virgoletta, si chiama Rotto semplice. Quel Rotto è maggiore in quantità, che ha minore denominazione. Cosa certa è, che più è un terzo, che non è un quarto.



Quando non si sapesse discernere qual Rotto fosse maggiore, si moltiplicano insieme dette minuzie in croce, ponendo il Prodotto sopra il Numeratore di esse, e quella minuzia, che avrà più numero, sarà maggiore, come si vede in questi esempj, ne' quali appariscono maggiori li $\frac{6}{7}$ e li $\frac{12}{15}$.

Tanti parti constituiscono un tutto, ovvero un intero quanto è il numero del suo Denominatore, come $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{5}$ ec. fanno un intero. Il che occorre sempre, che il Numeratore del Rotto sia eguale al Denominatore: dal che si cava, che quando il Numeratore fosse maggiore del Denominatore, sempre se ne può cavare uno, o più interi. Per esempio $\frac{15}{3}$ dariano 5. interi. Il che si fa partendo il Numeratore, per il Denominatore. Alle volte, e spesso occorre, che li Numeratori, e Denominatori de' Rotti sono tali numeri, che difficilmente l' intelletto può capire, qual parte d'intero sia sano, e che quantità contenghino, come chi dicesse $\frac{16}{48}$ sedici quarant'otto esimi ec. In tal caso bisogna schisare, e ridurlo alla sua minore denominazione, che nel proposto Rotto saria $\frac{1}{3}$ perchè tre volte entra il 16. nel 48.

### *Del Schisare.*

SChisare adunque non è altro, che ridurre il Rotto alla minor Denominazione, che sia possibile, e che contenghi l'istesso valore.

Ne' Rotti piccoli si può schifare a tastone, ma ne' grandi no. Se il Rotto è di numeri pari, si può schisar sicuramente, o per numeri pari, o per dispari; ma se uno, o tutti e due li numeri del Rotto sono dispari, non si può schisare se non per numeri dispari; come $\frac{14}{35}$ che si schisa per li 7. che due volte nel 14. e 5. nel 35. si conosce entrare.

Quando poi li numeri del Rotto sono grandi, si schisa in questa maniera. Si parte il Denominatore per il Numeratore: del Quoziente non se ne fa conto alcuno, ma il residuo serve per partire il Numeratore, e così vicendevolmente si fanno servizio l'uno l'altro, finchè un di loro arrivi ad una divisione, che lasci l' unità, ovvero non vi resti cosa alcuna. Se vi resta l' unità, tal numero, o Rotto non si può schisare in conto alcuno, ma per necessità bisogna lasciarlo con la medesima denominazione de' numeri, che si trova avere come $\frac{8}{15}$ e $\frac{37}{56}$ con altri infiniti, che da Matematici sono chiamati numeri primi fra di loro, perchè non si trova numero alcuno, che comunemente partisca il Numeratore, ed il Denominatore. Quando poi non resta numero alcuno, tal Rotto si può schisare, e quel Partitore, che uguaglia la divisione sarà il comune, e massimo Schisatore del Rotto, per il quale si parte prima il Numeratore, il Quoziente del quale si mette sopra la virgoletta, dipoi si parte il Denominatore, ed il Quoziente si mette sotto la detta virgoletta. Serva d'esempio questo Rotto $\frac{418}{627}$. Prima si parte il Denominatore 627. per il Numeratore 418. ed avanza 209. Per questo 209. si parte il Numeratore 418. nè avanza cosa alcuna. Adunque 209. è il comun Divisore del Rotto, il quale entra due volte nel Numeratore, e tre nel Denominatore. Sicchè questo Rotto $\frac{418}{627}$ sarà $\frac{2}{3}$ d'un tutto, sia di che specie si voglia.

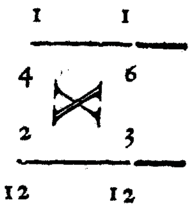
Ogni volta, che si vorrà convertire un Numero intero in Rotti, basta moltiplicarlo per il Denominatore del Rotto, in che si vuole convertirlo; e per contrario volendo ridurre li Rotti in Numero intero, basta partire il Numeratore per il suo Denominatore.

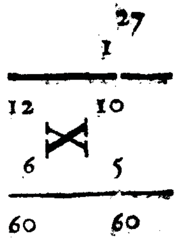
### *Dell' Accattare.*

ACcattare non è altro, che un atto, ovvero un modo di saper trovare un numero semplice, quale abbia le parti di più Denominatori de' Rotti. Per esempio d' $\frac{1}{4}$ d' $\frac{1}{6}$ e d' un $\frac{1}{10}$. Per trovare tal Numero, basta moltiplicar fra di loro li Denominatori. Sicchè nel caso nostro moltiplicando 4. con 6. fa 24. e questo 24. moltiplicato per 10. ne producono 240. Adunque 240. è il Numero cercato, e che senza spezzare l'unità ha tutte le qualità de' proposti rotti. Se il 240. si parte per 4. ne viene 60. se per 6. ne viene 40. e se per 10. ne viene 24. che sono un quarto, un sesto, e la decima parte di 240.

### *Secondo modo dell' Accattare.*

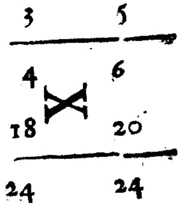
MA perchè in molte operazioni riesce più di proposito il trovare il minimo numero, che abbia le pretese parti, voglio, che quì troviamo il minimo numero, ch'abbia le parti d' $\frac{1}{4}$ d' $\frac{1}{6}$ e d' $\frac{1}{10}$. Il qual modo è questo. Primieramente si trova il massimo Schisatore, che possi partire il Denominatore de' due primi Rotti, che nel caso nostro è il 2. Dividendo adunque 4. e 6. per 2. ne verrà 2. e 3. l'operazione starà come qui si vede in figura. Dopo questo si moltiplicano in croce il 2. col Denominatore 6. ovvero il 3. col Denominatore 4. e per l'uno, e per l'altro verso ne verrà 12. Devesi similmente trovare il massimo Schisatore di questo 12. e del 10. ( Denominatore del terzo Rotto ) qual Schisatore è pur 2. Dividendo per 2. il 12. ed il 10. e facendo la moltiplicazione in croce ( come sopra ) l' operazione starà, come si vede in figura; e s'avrà 60.





Adunque 60. è il cercato numero, ed il minimo, che sia divisibile per 4. per 6. e per 10. senza rompere l' unità. Per $\frac{1}{4}$ s'avrà 15. per $\frac{1}{6}$ s'avrà 10. per $\frac{1}{10}$ s'avrà 6. Quando non si trova numero, che parti li Denominatori, si moltiplicano insieme, e poi si proseguisce avanti.

### *Relazione de' Rotti sotto il medesimo Denominatore.*



Quando bisognasse ridurre due, o più Rotti di diverse denominazioni sotto una medesima denominazione si fa così. Si moltiplicano insieme vicendevolmente in croce il Numeratore d'un Rotto, col Denominatore dell'altro, e li Prodotti posti sopra la virgoletta, e saranno li Numeratori. Di poi moltiplicando insieme li Denominatori de' due proposti Rotti, il Prodotto sarà Denominatore e dell'uno, e dell'altro Numeratore, trovato con la moltiplicazione, fatta in Croce, come nell'esempio si vede.

L'istessa operazione si può avere per la Regola precedente, detta Accattare. Ma, quando li Rotti di diverse Denominazioni fosser più di due, difficilmente si potriano ridurre ad un sol Denominatore, senza quest'atto dell'Accattare. Servano d'esempio questi Rotti [illegible] $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{12}$ per prima Regola dell'accattare, si trova un numero ch'abbia le parti di terzo, di quarto, di sesto, e di duodecimo; così: moltiplicasi il primo Denominatore col secondo, ed il Prodotto per il terzo, e questo secondo Prodotto moltiplicasi per quarto il Denominatore, ed in tutto ne verrà 864. e questo sarà Denominatore di tutti li proposti Rotti, divisibile per 3. 4. 6. e 12. senza rompere l'unità.

Per aver poi il Numeratore di ciascun Rotto, basta pigliare di questo 864. le dovute parti. Per il primo

mo Rotto ne piglio $\frac{2}{3}$ cer il secondo ne piglio $\frac{3}{4}$ per il terzo ne piglio $\frac{1}{6}$ e per il quarto ne piglio $\frac{5}{12}$ e staranno così, $\frac{576}{864}$ $\frac{648}{864}$ $\frac{144}{864}$ $\frac{360}{864}$.

Il modo di pigliare dette parti è una Regola degnissima, e da conservarsi bene nella memoria, perchè serve in mille occasioni, per sapere, che parte d'un tutto contenghi qualsivoglia gran Rotto. Il modo è questo. Basta moltiplicare l'864. per il Numeratore, ed il Prodotto partirlo per il Denominatore, perchè il Quoziente sarà il cercato numero. Sicchè tanto è dire, dammi $\frac{2}{3}$ di 864. quanto è moltiplicare $\frac{2}{3}$ con 864. Quando sarai arrivato al moltiplicar de' Rotti, l'intenderai meglio.

Per maggiore intelligenza do questo esempio. Nel fine di certa mia operazione, mi trovo aver questo Rotto di Scudo $\frac{750}{1200}$ cioè delle 1200. parti d'uno Scudo, ne pretendo 750. Quivi alcuni sariano confusi, poichè lo Scudo convertito in Denari non passa 960. Denari: ma nel nostro supposto il Scudo resta diviso in 1200. parti. Ora, secondo l'insegnata Regola, moltiplicando li 960. Denari, per il 750. ( Numeratore del Rotto ) ne viene di Prodotto 720000. qual diviso per 1200. ( Denominatore di esso ) di Quoziente s' avranno 600. Denari. Sicchè il Rotto di Scudi $\frac{750}{1200}$ contiene 600. Denari, cioè Lir. 2. 10. 0. E questo serva d'avviso in ogni materia. Basta a convertire un tutto nelle sue minime parti, come uno Scudo in Denari. Un Peso in Oncie ec. e poi operare come sopra.

Ma chi volesse operare per il secondo modo dell' Accattare, il minimo numero, ch'abbia le parti de' proposti Rotti, saria 12. e serviria per comune Denominatore di ciascun Rotto. Pigliandone poi le dovute parti, come poco fa ho insegnato, s' avranno $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{5}{12}$. Ma quì bisogna avvertire, che non avendo li due primi Denominatori altro numero, che comunemente li parti, eccetto l'unità, basta a moltiplicarli insieme, e faranno 12. Dopo questo, si trova il massimo Schisatore del 12. e del terzo Denominatore, che sarà 6. e poi s'opera nel restante come sopra.

Quando poi s'avessero da ridur minuzie di minuzie,

zie, cioè Rotto di Rotto ad una Denominazione del suo intero, ovvero ad una semplice minuzia ( che è tutto uno ) basta a moltiplicare fra di loro li Numeratori, e fra di loro li Denominatori. Per esempio questo Rotto di Rotto, cioè $\frac{3}{5}$ di $\frac{4}{7}$ si ridurria a questa semplice minuzia $\frac{12}{35}$. Di modo che 3. quinte parti di quattro settime parti d'un tutto contengono 20. $\frac{12}{35}$ del medesimo intero, o tutto. E se nel proposto esempio si parlasse d'uno Scudo, li $\frac{12}{35}$ Soldi 1:7:5 $\frac{1}{7}$.

## *Del Sommare de' Rotti.*

QUanto al Sommare de' Rotti, non v'è altro da notare, se non che bisogna prima ridurli tutti sotto una medesima denominazione, come di sopra ho insegnato: o moltiplicandoli in Croce, se sono solamente due, e sono più di due, ma più di proposito sarà quella di trovare il minimo numero, ch'abbia le parti de' proposti Rotti, poichè questa Regola riduce ciascun Rotto alla sua minima denominazione. Il che fatto, basta a sommare insieme tutti li Numeratori, e partir poi la somma per un solo Denominatore ( per esser tutti li Denominatori eguali ) perchè il Quoziente sarà il numero de' sani, ovvero intieri, contenuti ne' proposti Rotti, quali sani s'aggiungono agli altri sani, se ve ne sono. Per esempio. Chi volesse sommare questi quattro Rotti $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{12}$ già sappiamo, che avendoli ridotti alla loro minima denominazione, e sotto l' istesso Denominatore abbiamo $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{2}{12}$ e $\frac{5}{12}$. Ora io dico, che si sommi li Numeratori, ed avremo $\frac{24}{12}$ che sono precisamente due interi. Se fosse avanzato qualche cosa, l'avanzato si metteria sopra, ed il comun Denominatore sotto la lineetta, o virgola. Questo sommare de' Rotti non è punto differente dal sommare li Soldi, e Denari. Attento alla prova. Certa cosa è, che un Soldo è $\frac{1}{20}$ di Lira, e un Denaro è $\frac{1}{12}$ di Soldo: perchè tanto vale 12. Denari, quanto vale un Soldo: e tanto vale 20. Soldi, quanto vale una Lira, perchè un tutto di Lira si divide in 20. Soldi, e un tutto di Soldo si divide in 12. Denari. Sicchè il Denominatore della Lira fatta in Soldi è 20. ed il Denominatore del Soldo fatto in Denari è 12. Li Numeratori poi di ciascheduno di questi Denominatori, sono li Denari stessi, o Soldi medesimi. Per esempio 4. Soldi sono $\frac{4}{20}$ di Lira, e 4. Denari sono $\frac{4}{12}$ di Soldo, ma perchè tutti li Soldi, e tutti li Denari sono d'una medesima Denominazione, secondo la loro specie, di quì è, che noi sommiamo semplicemente li Denari, e li Soldi, e dividiamo la somma per 12. o per 20. e li Quozienti li teniam per intieri: ma in fatti si sommano come Numeratori. Adunque ridotta qualsivoglia quantità di Rotti ad una medesima denominazione, per sommarli, basta unire li numeri, e partire per il comune Denominatore.

E per maggior intelligenza proporrò un esempio, con l' operazione diversa in margine. Trovosi qual somma d'interi facciano questi Rotti di lira $\frac{1}{5}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{2}{1}$, Operazione.

$\frac{3}{5} \times \frac{7}{8}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{1}{4}$

35

24

$\frac{59}{40} \times \frac{8}{9}$

40

320

531

$\frac{851}{360} \times \frac{1}{4}$

360

3404

1440(3764

( 2:12:3:$\frac{1}{5}$

884

20

17680

400

12

4800

4810

48 ( 14410

( $\frac{1}{5}$

Operazione.

$\frac{3}{5}$ 20 12

$\frac{7}{8}$ 12

$\frac{8}{9}$ 17 6

$\frac{1}{4}$ 17 9 $\frac{1}{5}$

5

2. 12. 3. $\frac{1}{5}$

Operazione.

360

62 216

45 315

40 320

90 90

72

5

360 ) 941

1. 12. 3. $\frac{1}{5}$

221

20

4420

100

12

12010

1210

12(3610

( $\frac{11}{5}$

Onde si vede, che queste minuzie fanno lire 2. sol. 12. den. 3. $\frac{1}{5}$ e siano li Rotti da sommarsi di varia specie, sempre si opera così.

### *Del Sottrarre de' Rotti.*

IL Sottrarre de' Rotti non è parimente differente in conto alcuno dal Sottrarre de' numeri sani, ovvero interi. Basta ridurli ad una medesima denominazione; e poi sottrarre l'uno dall'altro, cioè, un Numeratore dall'altro numeratore. Ma quando il Rotto di sotto fosse maggiore del Rotto di sopra, in tal caso al Rotto di sopra s'impresta un tutto fatto in minuzie, secondo, che ricerca il Denominatore d'esso Rotto superiore, ovvero inferiore, perchè già sono ridotti a denominazione simile; siccome appunto non potendo cavare una quantità di Denari da un'altra quantità inferiore, a questa quantità inferiore siamo soliti d'imprestargli un soldo, fatto in Denari, ed a' Soldi imprestiamo una Lira, fatta in Soldi &c. Quì propongo un' esempio. A sottrarre 25. $\frac{5}{9}$ Ridotti ad una medesima denominazione, questi 18. $\frac{3}{4}$.

sono $\frac{20}{36}$ e $\frac{27}{36}$

Restano 6 e $\frac{29}{36}$.

Perchè il Rotto di sotto contiene $\frac{27}{36}$ e quello di sopra ne contiene solamente $\frac{20}{36}$ però si deve imprestare a quel $\frac{20}{36}$ l'unità convertita in 36. parti, per essere tale il comune Denominatore de' Rotti. Anzi per regola universale basta a sommare il Denominatore 36. col suo numeratore 20. ed avremo poi $\frac{56}{36}$. Cavando $\frac{27}{36}$ da $\frac{56}{36}$, ne resteranno $\frac{29}{36}$. Fatto questo, si porta l'unità, qual s'aggiugne a 18. e poi al solito si dice 19. di 25. resta 6 $\frac{20}{36}$.

La prova del Sommare, e del Sottrarre de' Rotti si fa in tutto e per tutto, come si fa quella del Sommare, e Sottrarre de' sani, non quella dal cavare tutti li 9. ma l'altra ivi insegnata: cioè con l'atto contrario.

### *Del moltiplicare de' Rotti.*

PEr moltiplicare i Rotti, ( quali si siano ) non è necessario ridurli ad una medesima Denominazione, ne, ma si moltiplicano quali si trovano. E tutta la serie del moltiplicar Rotti consiste in saper moltiplicar rotti con rotto, e rotto con sano solo.

A moltiplicare rotto con Rotto, basta a moltiplicare li Numeratori insieme, e li Denominatori insieme, ( se fossero ben 50. Rotti ) e li Prodotti metterli a suo luogo, sotto, o sopra la virgola.

A moltiplicare sani soli con rotto solo, si fa così. Si moltiplica il Numeratore del rotto con li sani, ed il Prodotto partendolo per il Denominatore, il Quoziente sarà la ricercata moltiplicazione. Alla pratica.

A moltiplicare $\frac{5}{8}$ con $\frac{4}{9}$ fa $\frac{20}{72}$. A moltiplicar $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$ con $\frac{2}{3}$ fa $\frac{12}{48}$ cioè $\frac{1}{4}$.

| | | |
|---|---|---|
| A moltiplicar 25. | A moltiplicar 12. | A moltiplicar 50. |
| con $\frac{3}{4}$ | con $\frac{2}{5}$ | con $\frac{4}{7}$ |
| 4 \| 75 | 5 \| 24 | 7 \| 200 |
| fa 18 $\frac{3}{4}$ | fa 4 $\frac{4}{5}$ | fa 28 $\frac{4}{7}$ |

Quando poi con li sani fossero rotti da moltiplicarsi con rotto solo, ovvero, quando s'avessero da moltiplicare sani e rotti, con sani e Rotti, il più facil modo, che sia, è convertire li sani alla natura del suo Rotto, e poi moltiplicarli insieme, come si fa a moltiplicare Rotto con Rotto. Alla pratica.

A moltiplicare 15. $\frac{2}{3}$
per $\frac{3}{5}$ ne viene 9 $\frac{6}{15}$.

Li sani fatti in terzi sono $\frac{47}{3}$ Moltiplicati con $\frac{3}{5}$ producono $\frac{141}{15}$ cioè, 9. intieri, e $\frac{6}{15}$.

A moltiplicar 6 $\frac{1}{4}$
per 5 $\frac{2}{9}$ ne viene 32 $\frac{23}{36}$.

Li sani fatti in Rotti, stanno così $\frac{25}{4}$ e $\frac{47}{9}$ Moltiplicati insieme producono $\frac{1175}{36}$ che fanno 32. intieri, e $\frac{23}{36}$.

Queste sorta di moltiplicare si potriano fare, lasciando ogni cosa nel suo essere, ed il tutto staria nel termine del moltiplicare Rotto con Rotto, e Rotto con sano: ma non è da praticarsi, perchè per ordinario ne vengono tre Rotti di varie spezie, che sono poi causa d'intrico nel sommarli.

A moltiplicare 15 $\frac{3}{5}$
con 11

5 | 44
165 8 $\frac{4}{5}$
8 $\frac{4}{5}$

fa 173 $\frac{4}{5}$

Ogni volta, che s'abbi da moltiplicar sani, e Rotti, con sani soli, si moltiplicano li sani insieme, e poi i Rotti con i sani contrarj, e li Prodotti s'uniscono insieme, come di sopra si vede. E tanto basti.

### *Del Partire de' Rotti.*

SE li Rotti sono tutti d'una medesima denominazione, basta partire semplicemente il Numeratore del Rotto, che si vuol partire, per il Numeratore del Partitore, ed il Quoziente, sarà il numero cercato. E' però da notare, che nel partir de' Rotti, s'usa anco partire il numero minore per un numero maggiore; (cosa che pare impossibile, nè si può fare con numeri sani. ) Eccone due esempj.

A partire per $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{6}$ ne viene $\frac{2}{3}$. A partire per $\frac{8}{7}$ $\frac{5}{9}$ ne viene $\frac{7}{54}$.

### *Rotti di varie Denominazioni.*

MA se li Rotti saranno di diverse Denominazioni, si moltiplicano in Croce per ridurli tutti sotto una medesima Denominazione, il che fatto, si portano li Numeratorj, come sopra. Vero è, che non occorre notare il commune Denominatore, perchè non serve a cosa alcuna, ma basta notare solamente li Numeratori, come in questi esempj si vede.

A partir. per $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$ ne viene 1 $\frac{1}{8}$ A part. $\frac{2}{5}\times\frac{5}{6}$ ne viene 2 $\frac{1}{12}$

Numer. 8 | 9 Numer. 12 | 25

A partir. per $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$ ne viene $\frac{8}{9}$ A part. per $\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}$ ne viene $\frac{12}{25}$

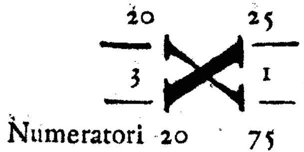
Numer. 9 | 8 Num. 25 | 12

Quando poi occorresse partire Sani per Rotti, ovvero Sani, e Rotti, per Sani, e Rotti, in tal caso sempre si convertono li Sani nella natura del suo Rotto. Dipoi moltiplicandogli in croce, per averli tutti d'una medesima Denominazione, si partono come sopra; avvertendo però, che il Partitore si suol mettere a man sinistra, e a mano destra il numero, o Rotto, che si vuol partire, come con esempj si fa chiaro.

A partire per $\frac{2}{3}$ 8 cioè $\frac{24}{3}$ ne viene 12. Per $\frac{2}{3}$ 9. $\frac{3}{4}$ ne viene 14. $\frac{5}{8}$. Per 3 $\frac{1}{4}$ 18. $\frac{1}{2}$ ne viene 5. $\frac{9}{13}$ Per 6. $\frac{2}{3}$ ne viene $\frac{3}{10}$.

Quando nel partire, ovvero nel numero da partirsi, vi sono solamente Sani, e nell'altro Rotti soli, o Rotti, o Sani, si mette il numero intero, che non ha Rotto sopra la virgoletta, con l'unità sotto d'essa in forma di rotto, e poi si fa la moltiplicazione in croce, per ridurli ad una medesima Denominazione, ma in fatti riesce l'operazione, come sopra.

Per esempio. Chi volesse partire per 6. $\frac{2}{3}$ questi 25. si collocariano li numeri così.



Ed operando, s'avrà il Quoziente 3 $\frac{15}{20}$ cioè $\frac{3}{4}$.

Volendo operare per l'altro modo, si convertiriano li 25. interi in terzi, che saria 75. terzi, e poi si partiriano per 20. che il tutto riesce una cosa istessa.

Se si volessero applicare i sopraddetti, o altri partiti a cosa materiale; si potria dir così:

Se $\frac{2}{3}$ d'Oncia di Muschio costano Lib. 8. Quanto costerà l'oncia?

Operando, come sopra, un Oncia costeria Lir. 12.

Ovvero se $\frac{2}{3}$ d'un Brazzo di Veluto costano Lir. 9. $\frac{3}{4}$ quanto costerà il Brazzo?

Operando, come ho detto, costerà Lir. 14. $\frac{5}{8}$. E tanto basti per aprir l'intelletto; ma in fatti tale operazione non si scosta da'precetti della Regola Aurea.

La prova del partire, e del Moltiplicare de'Rotti

---

si fa con l'atto suo contrario; cioè, la prova del Moltiplicare si fa col Partire, e quella del Partire si fa col Moltiplicare.

Per esempio. A partire per $\frac{2}{7}$ questi $\frac{5}{7}$ di Quoziente ne viene 2 $\frac{1}{2}$. Volendo provare, che stia così, basta a moltiplicare insieme il Quoziente 2 $\frac{1}{2}$ col Partitore $\frac{2}{7}$ perchè, se l'operazione sarà fatta bene, ne verrà di Prodotto il numero partito, cioè $\frac{5}{7}$. E perchè a moltiplicare 2 $\frac{1}{2}$ con $\frac{2}{7}$ ne viene $\frac{10}{14}$ che schisati $\frac{5}{7}$. ( Numero partito ).

Quanto poi alla prova del Moltiplicare, si fa col Partire il Prodotto per l'uno de'due numeri moltiplicanti, ( qual si vuole ) perchè se l'operazione sarà fatta bene, nel Quoziente s'avrà l'altro numero concorrente al Prodotto. Per esempio. A moltiplicare $\frac{2}{3}$ con 8. intieri, ne vien il Prodotto 5 $\frac{1}{3}$. Per farne poi la prova, se si parte il Prodotto 5 $\frac{1}{3}$ per il numero moltiplicante $\frac{2}{3}$ nel Quoziente s'avranno 8. intieri, e se si parte per 8. di Quoziente s'avranno $\frac{2}{3}$. Adunque il moltiplicare sta bene.

Il Moltiplicare, ed il Partire de'Rotti si prova parimente per la Regola del 9. così: Se il moltiplicare, o il Partire è solamente di Rotti, basta cavare la prova dal Numeratore, e dal Denominatore, e l'una, e l'altra metterla al suo luogo, sotto, o sopra la virgola. Ma se la prova sarà di Sani, e Rotti, prima si cava la prova del numero Sano, e dal Denominatore del Rotto, e queste due prove si moltiplicano insieme. Dipoi cavando la prova da questo moltiplicato, a questa tal prova s'aggiugne la prova del Numeratore del Rotto, Finalmente cavando la prova da questa somma, essa prova si mette sopra la virgoletta, e sotto di essa si mette la prova del Denominatore del Rotto. Ora veniamo alla pratica.

S'abbia da provare 78. $\frac{60}{724}$. La prova del numero intero è 6. e quella del Denominatore del Rotto 724. è 4. Moltiplicando 6. per 4. fanno 24. la prova del quale è pur 6. Questa prova aggiugnendola alla prova del Numeratore 60. la quale parimente è 6. fanno tra tutte e due 12. la cui prova è 3. da mettere sopra la virgoletta, e sotto di essa si colloca la prova del Denominatore del Rotto, la quale fu trovata esser 5. sicchè la prova di 78. $\frac{5}{12}$ $\frac{6}{4}$ sarà $\frac{}{4}$.

Inteso bene quanto di sopra ho insegnato, facilmente si prova il Moltiplicare, ed il Partire de' Rotti, procedendo con l'ordine di trovare il Moltiplicare, ed il Partire de' Sani, cioè; Prima, si cava la prova del numero, che si moltiplica. Secondo, dal numero per il quale si moltiplica. Terzo, si moltiplicano insieme queste due prove; dal quale moltiplicato cavandone la prova, si conserva, perchè la prova del Prodotto dev' essere simile alla prova di tal moltiplicato ( come appunto si fa de' Sani ).

Alla pratica. A moltiplicar 11. $\frac{3}{4}$ per 3. e $\frac{2}{3}$ ne vengono di Prodotto 43. $\frac{1}{12}$. La prova di 11. e $\frac{3}{4}$ secondo la sopraddetta regola è $\frac{2}{4}$. La prova di 3. è $\frac{2}{3}$ è $\frac{2}{3}$ che moltiplicati con i $\frac{2}{4}$ fanno $\frac{4}{12}$ la cui prova è $\frac{3}{4}$. La Prova poi del Prodotto 43. è $\frac{1}{12}$ è pure ancor lei 4 $\frac{4}{12}$. Adunque la ragione sta bene, perchè la prova di $\frac{4}{12}$, è ancor lei, $\frac{4}{12}$.

Ma se la prova sarà di Sani, e Rotti si converte il numero Sano nella natura del suo Rotto: al quale giunto l'istesso Rotto, dalla somma si cava poi la prova, come s'è detto, de' Rotti soli. Per esempio. Abbiasi da provare 16. $\frac{15}{}$ operando come sopra, s'avranno $\frac{67}{22}$. Cavando la prova dal Numeratore, e dal Denominatore ne vengono $\frac{7}{4}$ sicchè la prova di 17 $\frac{15}{22}$ e $\frac{7}{4}$. Si può ancor cavar prima la prova da ciascheduno de' tre numeri, e poi operare, come sopra. La prova del numero Sano è 7. la prova del Numeratore è 6. e quella del Denominatore è 4. le quali prove stariano così, 7. $\frac{6}{4}$. Operando come sopra avranno $\frac{34}{4}$ la cui prova e pur $\frac{7}{4}$ come per l'altro modo, ma questo secondo riesce più comodo, e particolarmente quando il numero Sano, e Rotto fosse d'assai figure.

Esempio d'un Partire. A partire 18. e $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{4}$ ne viene 5. e $\frac{9}{13}$ schisati. La prova di 18. e pur $\frac{1}{2}$. La prova di 3. e $\frac{1}{4}$, e $\frac{4}{4}$ che moltiplicati col $\frac{1}{2}$ fa $\frac{4}{8}$ cioè $\frac{1}{2}$. La prova poi di 5. e $\frac{9}{14}$ e $\frac{2}{4}$ cioè $\frac{1}{2}$. Adunque sta bene. Fa un altra prova. Moltiplica in croce quel $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ che lascieranno 44. La cui prova è uguale.

Altro esempio d'un partire. A partire per 3. $\frac{1}{4}$ questo 18 $\frac{1}{2}$ di Quoziente ne viene 5 $\frac{2}{13}$ ( schisati ). La prova del divisore 3 $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{4}$. La prova del Quoziente è $\frac{2}{4}$ cioè $\frac{1}{2}$ le quali prove moltiplicate insieme producono $\frac{4}{2}$ la cui prova è $\frac{1}{2}$. E perchè la prova del numero partito 18 $\frac{1}{2}$ e pur lei ancora $\frac{1}{2}$ però sta bene. Si fa una altra prova. Si moltiplica in croce li $\frac{4}{8}$ con $\frac{1}{2}$ e ne vengono $\frac{8}{16}$ e $\frac{8}{16}$ le cui prove sono $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{2}$ che sarà simile alla prova di sopra.

### *Per quali cause il Moltiplicare de' Rotti cali nel Prodotto, ed il Partire cresca nel Quoziente.*

La causa per la quale il Prodotto del Moltiplicare de' Rotti è sempre manco di qualsivoglia moltiplicante ( contro la natura del Moltiplicare ) è questa. Bisogna sapere, che il Moltiplicare appartiene propriamente alla quantità discreta, come quella, che nel crescere tende all'infinito; sicchè duplicando, triplicando, quadruplicando ec. di necessità il Prodotto deve essere maggiore del Moltiplicante, e dell'istessa specie: ma perchè l'unità, e qualsivoglia Rotto ( come parte di essa ) cade sotto la quantità continua, alla quale secondo Euclide in più luoghi non si conviene il nome di Motiplicare, ma quest' altro di menare, o pure ( per esempio ) una linea in un altra, di qui è, che non è meraviglia, se moltiplicando un Rotto, non cresce, ma cala, e ne viene un Prodotto di specie diversa. Per esempio. Moltiplicando una linea longa $\frac{1}{2}$ di Piedi, con un altra longa $\frac{1}{2}$ Piede, ne produrrà una superficie solamente di $\frac{1}{4}$ di Piede. Quanto più si sminuzza una cosa, ciascuna parte contiene sempre minor quantità di tal tutto, e se il moltiplicare de' Rotti è sminuzzar sempre più tal quantità; però non è maraviglia, se il Prodotto cala ec. Ma in pratica gli Aritmetici non fanno differenza ( quanto al nome ) fra il moltiplicare de' sani, ed il moltiplicare de' Rotti. Dalla quantità discreta alla continua.

Quanto poi al partire de' Rotti, si vede un effetto contrario alla natura del partire, la qual vuole, che la parte sia minore del suo tutto; e pure nel partire de' Rotti si vede, cioè il Quoziente è sempre maggiore del numero diviso, e la ragione è questa: perchè essendo il Rotto quantità continua, impropriamente si dice partire; ma propriamente se gli conviene questo vocabolo di misurare, ovvero numerare, e veramente disdice assai il dire parimenti $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{2}$ ma se si dirà quante volte $\frac{1}{3}$ misurerà, ovvero numeri, o entri in $\frac{1}{2}$ non disdice; ed in fatti si vede, che ragionevolmente il Quoziente cresce, perchè siccome il moltiplicare de' Rotti è un sminuzzarli sempre più; per contrario il partirli è un radunarli insieme, ed un farli crescere in potenza in riguardo al suo tutto.

Di più aggiugnendo, oltre a quello, che sinora ho detto, che il moltiplicare de' Rotti realmente cresce nel Prodotto, ed il Partire cala nel Quoziente, con quella proporzione, ed ordine, che cresce, o cala il moltiplicare, ed il partire de' numeri Sani: non in moltitudine d'Unità, ma secondo la natura della quantità continua, cioè, cresce nella moltitudine delle sue parti. Per esempio a moltiplicare 3. con 4. produce 12. Sicchè quella quantità discreta, che contiene in se 3. Unità, moltiplicata con l'altra quantità, che ne contiene 4. produce un altra quantità maggiore di ciascuna di esse, che contiene 12. Unità. Ora siano divise due quantità continue, cioè due tutti, uno in tre parti eguali, e l'altro in quattro, dico, che moltiplicando $\frac{1}{3}$ d'uno, con $\frac{1}{4}$ dell'altro, produrrà $\frac{1}{12}$ cioè, darà nel prodotto un tutto diviso in 12. parti. Adunque il moltiplicar de' Rotti cresce secondo la sua natura a quel passo, che cresce il moltiplicar de' Sani. Mi direte. Dunque moltiplicando $\frac{1}{3}$ di Scudo con $\frac{1}{4}$ di Scudo produrrà $\frac{1}{12}$ di Scudo. Così è. Ma se mi direte $\frac{1}{4}$ di Scud. ma lir. 5. contiene den. 400. un quarto 300. e $\frac{1}{12}$ solamente 100. come si può dire, che il Prodotto cresce? Rispondo, che siete uscito di strada: dal continuo passate al discreto; poichè quei den. 400. quei 300. e quei 100. sono tanti tutti, ciascuna di

loro divisibili in infinito: però l'obbiezione non è buona; e sappiate, che mai verrà caso pratico di negozio d'avere a moltiplicare Rotto solamente, ma sempre le seguirà il partire, che risarcisce quanto pare, che si perda nel moltiplicare. Per esempio. $\frac{1}{4}$ di Scudo mi guadagna $\frac{1}{20}$ di Scudo, quanto mi guadagnerà $\frac{10}{12}$ di Scudo? Moltiplicando $\frac{1}{20}$ con $\frac{10}{12}$ ne viene solamente $\frac{1}{24}$ ma partendosi secondo la Regola $\frac{1}{24}$ per $\frac{1}{4}$ di Quoziente ne viene $\frac{1}{4}$ di Scudo, cioè, den. 200. per il cercato guadagno degli $\frac{10}{12}$ di Scudo. Adesso mi contento, che ne facciate la prova in quantità discreta, come siegue. $\frac{1}{4}$ di Scudo contiene den. 300. Un Ventesimo den. 60. e $\frac{10}{12}$ den. 100. onde dite, se den. 300. ne guadagnano 60. quanti ne guadagneranno den. 1000. Operando ne guadagneranno 200. che appunto costituiscono $\frac{1}{6}$ di Scudo. Se poi di caprizio si propone il solo moltiplicare denari Rotti, seriamente si può rispondere secondo la valuta, o natura del Prodotto. Questo fondamento è anco proporzionato, per difendere, che il partire de' Rotti cala nel Quoziente.

### *Belle Annotazioni spettanti ai Rotti.*

Acciò meglio si conosca la natura, e la forza de' Rotti, si dee sapere, che tanto è dire dammi $\frac{2}{3}$ di 25. quanto è dire moltiplica per $\frac{2}{3}$ 25. Tanto appunto riesce a dire cavami, o trovami $\frac{3}{4}$ di $\frac{5}{9}$ quanto a moltiplicare $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{9}$. Certa cosa è, che a volere $\frac{2}{3}$ di 25. bisogna partire il 25. in tre parti eguali, che saria di 8 e e per ne verrà 16. e $\frac{2}{2}$. Ora facciasi la moltiplicazione, come s'insegnò, e ne verrà pure 16. e $\frac{2}{3}$. Parimente, secondo l'ordine del partire de' Rotti, $\frac{1}{4}$ di $\frac{5}{9}$ sarà $\frac{5}{36}$ quali triplicando fanno fanno in tutto $\frac{15}{36}$ che schisati per 3. sono $\frac{5}{12}$. Ora, facciasi la moltiplicazione del $\frac{3}{4}$ con li $\frac{5}{9}$ e ne verrà appunto $\frac{15}{36}$, quali schisati per 3. ne vengono pure $\frac{5}{12}$.

Ogni volta, che bisognasse sapere, che parte, o parti d'un numero maggiore sia un numero minore, bisogna sempre partir il numero minore per il numero ro maggiore. Per esempio. Voglio sapere, che parte di 24. siano 16. Facciasi la petizione, e ne riuscirà $\frac{16}{24}$ quali schisati per 8. fanno $\frac{2}{3}$. Parimente per sapere, che parte di $\frac{8}{9}$ siano $\frac{3}{4}$ s'opera come sopra, e ne viene $\frac{27}{32}$ e chi volesse sapere che parte siano di 6. e $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ si troverà, che sono $\frac{6}{52}$ cioè $\frac{3}{26}$. E così con qualsivoglia altro proposto numero. Li sopraddetti due atti sono contrarj l'uno all'altro, perchè l'uno si fa col moltiplicare, e l'altro si fa col partire; sicchè la prova d'uno consiste nell'atto dell'altro. Per esempio. Già dissi, che li $\frac{3}{4}$ di $\frac{5}{9}$ erano $\frac{5}{12}$. Ora per farne la prova, vedasi, che parte siano $\frac{5}{12}$ di $\frac{5}{6}$ ed in fatti riusciranno $\frac{3}{7}$. Parimente s'è detto, che 16. sono li $\frac{2}{3}$ di 24. Per farne la prova, trovasi il $\frac{1}{3}$ di 24. e ne risulta 16. e così con altri.

### *Del traslatare, del infilzare de' Rotti.*

Trasmutare, ovvero traslatare de' Rotti non è altro, che convertire un Rotto di strana Denominazione in un' altra spezie di Rotto più nota, e chiara, il che si può fare in due modi. Il primo si fa col moltiplicare il Numeratore del Rotto in che si vuole traslatare, col Denominatore del Rotto in che si vuole traslatare, perchè il Prodotto partito per il Denominatore del Rotto, che si trasmuta, lascierà nel Quoziente il numero cercato. Per esempio. Volendo convertire $\frac{11}{13}$ in tanti quarti, si moltiplica il Numeratore 11. per 4. ( Denominatore di $\frac{11}{4}$ ) ed il Prodotto 44. dividendolo per il Numeratore 13. di Quoziente s'avrà 3. $\frac{5}{13}$ e sono quarti. Adunque $\frac{11}{13}$ riescono $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ d'un quarto. Il secondo modo si fa col Partire il Rotto, che si vuole trasmutare, per quello, in che si vuole traslatare, perchè il Quoziente sarà il cercato numero. Il che facendo nel proposto caso, ne vengono pure $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$. L'operazione in sostanza è come la prima.

L'infilzare è un atto totalmente contrario all'atto del trasmutare; e però la prova dell'uno si fa con l'atto dell'altro. Con l'infilzare si prova il traslatare, e

col traslatare si prova l'infilzare. Infilzare adunque non è altro, che unire insieme più Rotti d'un Rotto, ovvero più Rotti de' Rotti, e di ridurli tutti sotto un Rotto solo, che abbia relazione solamente a quel primo principal tutto. Il qual atto si fa così. Nel traslatare dicessimo, che $\frac{11}{13}$ si mutavano in $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ di quarto. Dunque chi volesse infilzare questi due Rotti $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ di quarto, si moltiplica il Denominatore del primo Rotto a man dritta, cioè il 15. con il 3. ( Numeratore del secondo Rotto ) e fanno 39. al quale s' aggiugne il 5. Numeratore del primo Rotto ) che in tutto fanno 44. il quale si mette sopra una virgoletta, e sotto di essa si mette la moltiplicazione de' suoi Denominatori 4. e 13. che fanno 52. Adunque infilzando $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ di quarto, riescono $\frac{44}{52}$ quali schisati per 4. fanno appunto $\frac{11}{13}$ d'un intero, e non d'altra parte.

Se li Rotti fossero più di due ( siano quanti si vogliano ) si cominciano sempre ad infilzare a man dritta, ed infilzati li due primi Rotti, come sopra, il Prodotto di questi s'infilza col terzo Rotto; e parimente il Prodotto di questo s'infilza col quarto, e così successivamente. Due cose bisogna avvertire. La prima, che a mano manca nel primo luogo si mette il maggior Rotto di quantità intrinseca, cioè il Rotto dell'intero, e poi gli altri successivamente; secondo che uno nasce dall'altro. La seconda è, che sempre si comincia ad infilzare a man dritta, e per molti Rotti, che s'infilzano, non possono mai arrivare a fare un tutto, o intero; perchè il principio d'onde nascono tutti li Rotti, è pure ancor lui Rotto. Per esempio, chi volesse infilzare $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{8}$. Infilzati i $\frac{2}{5}$ ed $\frac{1}{8}$ nel modo suddetto, fanno $\frac{17}{40}$. Infilzando poi questi $\frac{17}{40}$ con i $\frac{3}{4}$ fanno $\frac{137}{160}$. Finalmente infilzati questi $\frac{137}{160}$ con i $\frac{2}{3}$ Rotto maggiore, e primario; faranno in tutto $\frac{457}{480}$ d'un intero. Li mancano solamente $\frac{23}{480}$. I $\frac{2}{4}$ sono parte di $\frac{1}{3}$ solamente. I $\frac{2}{5}$ sono parte d'$\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{8}$ è parte solamente di $\frac{1}{5}$ che perciò si chiamano Rotti di un Rotto.

Ma se il Rotto di Rotto si piglia in altro senso; cioè, che il Rotto seguente sia minuzia, e parte di

tutto il Rotto precedente ;come se li $\frac{3}{4}$ fossero tre
quarte parti di tutti li $\frac{2}{3}$ ec. l'innestamento, ovvero
infilzamento si fa così.

Supponiamo gl'istessi Rotti, cioè $\frac{2}{3}$ d'un intiero $\frac{3}{4}$
di due terzi, $\frac{2}{5}$ di tre quarti, ed $\frac{1}{8}$ di due quinti:
Questi si descrivono, come nell'altro modo, col Rot-
to primario a man manca così $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{2}{5}\frac{1}{8}$ ed a man manca
si comincia l'infilatura; ( al contrario dell'altro modo,
che comincia a man dritta. ) Si moltiplica adunque
il 2. ( Numeratore del Rotto primario ) col 4. De-
nominatore del Rotto seguente, e fanno 8. al quale
aggiugnendo 6. ) ( Prodotto de' due primi Numeratori
2. e 3. ) fanno 14. Questo 14. si moltiplica per 5.
( Denominatore del terzo Rotto, e fanno 70. al qua-
le aggiugnendo 12. ) ( Prodotto delli 3. Numeratori
2. 3. 2. fra di loro ) fanno 82. Ultimamente molti-
plicando questo 82. per 8. ( Denominatore dell'ultimo
Rotto, ) fanno 656. al quale aggiugnendovi 12. (Pro-
dotto di tutti e quattro i Numeratori fra di loro )
faranno 668. e questo sarà il Numeratore già infilza-
to. Per avere il suo Denominatore, basta a moltipli-
care fra di loro tutti li Denominatori de' proposti Rot-
ti, che nel caso nostro sarà 480. Adunque i $\frac{2}{3}$ d'un
tutto, i $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$ i $\frac{2}{5}$ di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$ ed $\frac{1}{8}$ di $\frac{2}{5}$ di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$
formano questo Rotto. $\frac{668}{480}$ cioè un intero, e $\frac{188}{429}$ cioè.

Che questo sia così, facciamone la prova, riducen-
do ciascuna minuzia di minuzia a Rotto d'intero ( co-
me ho insegnato di sopra a car. 30. ) L'$\frac{1}{8}$ di $\frac{2}{5}$ di $\frac{3}{4}$
di $\frac{2}{3}$ diventano $\frac{12}{480}$ d'un intero, che schisati sono $\frac{1}{40}$.
I $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{5}$ diventano $\frac{12}{60}$ d'un intero, che schisati
sono $\frac{1}{5}$ e li $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$ diventano $\frac{6}{12}$ pur d'un intero, che
schisati sono $\frac{1}{2}$ e poi vi sono li $\frac{2}{3}$ d'un intero. Ora
dico, che se si sommeranno insieme tutti questi Rot-
ti d'intero cioè $\frac{1}{40}$ e $\frac{1}{5}\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$ faranno 1. $\frac{49}{120}$.

Fra queste due spezie d'infilzare v'è questa partico-
larità da osservare, che nella prima spezie non bisc-
gna mai schisare alcuna minuzia, nè ridurla a minima
denominazione, fin che non sia finito d'infilzare: ma
in questa seconda spezie si possono ridurre a minimi
ter-

termini di tutte le minuzie, o parte di esse, senza pericolo di errore.

La prima spezie d'infilzare serve per dividere qualsivoglia numero intero, che sia accompagnato da qualche Rotto, per un altro numero intero. Per esempio. Voglio partire 20. $\frac{1}{4}$ per 12. ma per dividerlo nel proposto modo, dividendo l'intero 20. per 12. ne viene di Quoziente $\frac{8}{12}$ e perchè, chi volesse partire $\frac{1}{4}$ per 12. ne vengono $\frac{1}{4}$ d'$\frac{1}{12}$ ne segue, che infilzando li $\frac{8}{12}$ col Rotto proposto da partire con l'intero, cioè $\frac{1}{4}$ ne vengono $\frac{33}{48}$ cioè $\frac{11}{16}$, e così per questa Regola a partire 20 $\frac{1}{4}$ per 12. ne vengono di Quoziente 1 $\frac{11}{16}$. Il che riesce anco per la Regola del partire. Si può ancora far così. Pongasi gl'interi in forma di Rotto, col Partitore sotto, ed il numero da dividere sopra la virgola, e poi si faccia l'infilzamento di questa minuzia, con la minuzia da dividersi. Ecco l'esempio.

**Numero da partirsi** 20 1

**Numero partitore** 12 4

81

48

**Riescono** $\frac{81}{48}$ **cioè un intero, e** $\frac{11}{16}$ **come sopra.**

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 457 | |
| 5 | 57 | $\frac{1}{8}$ |
| 4 | 11 | $\frac{2}{5}$ |
| 3 | 2 | $\frac{3}{4}$ |
| | 0 | $\frac{2}{3}$ |

### *Interrogazioni sopra i Rotti.*

**SE uno dicesse: ho infilzato tanti terzi, tanti quarti, tanti quinti, e tanti ottavi, che dall'ultimo Rotto infilzato mi viene $\frac{457}{480}$. Ora s'addimanda, quanti terzi, quarti, quinti, e quanti ottavi furono infilzati?**

Per

Per saperlo si fa così. Prima si moltiplicano li Denominatori proposti l'uno con l'altro, cioè 3. 4. 5. e 8. il che fatto, danno appunto 480. eguale al Denominatore di tutto l'aggregato proposto $\frac{457}{480}$. Secondariamente si parte il Numeratore 457. per il Denominatore del primo Rotto infilzato, che fu 8. Il che fatto, ne viene 57. di Quoziente, ed avanza $\frac{1}{8}$. Questo Quoziente 57. si parte per il 5. ( Denominatore delli quinti. ) Il che fatto, s'avrà 11. di Quoziente, ed avanzerà $\frac{2}{5}$. Dopo questo si parte il passato Quoziente 11. per 4. ( Denominatore delli quarti ) e ne verrà 2. di Quoziente, ed avanzerà $\frac{3}{4}$. Finalmente partendo questo Quoziente 2. per 3. ( Denominatore de'terzi ) ne verrà 0. di Quoziente, e resteranno pur $\frac{2}{3}$. Adunque li Rotti infilzati, che produssero $\frac{457}{480}$ furono $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{8}$ come in fatti si vede nell'infilzatura de'medesimi Rotti posta di sotto.

S'uno dicesse: ho infilzato tanti mezzi, tanti terzi, tanti quinti, e tanti ottavi, che l'ultimo Prodotto m'ha dato $\frac{3}{4}$ quanto furono li mezzi, i terzi, i quinti, e gli ottavi infilzati?

Moltiplicando al solito i Denominatori 2. 3. 5. e 8. l'uno con l'altro fanno 240. e perchè questo 240. non si confà col 4. del proposto Prodotto, ne siegue, che il Prodotto sarà stato schisato, e cavatone li $\frac{3}{4}$. Per trovar il numero per il quale ha schisato basta a partire 240. per 4. e ne verrà 60. per il quale fu schisato tutto il corpo dell'infilzatura. Moltiplicando adunque il 3. de' tre quarti per 60. fanno 180. e moltiplicando il 4. pure per 60. fanno 340. Ed io dico, che $\frac{180}{240}$ su tutto l'aggregato dell'infilzatura. Fanne la prova col partire il 180. per tutti i Denominatori de' Rotti, e riusciranno $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{8}$.

Quando poi la somma del Denominatore de'Rotti moltiplicati, non incontra il Denominatore del proposto aggregato, è chiaro segno, o che ha fallato nell' infilzare.

S'addimanda; da che numero fu sottratto $\frac{1}{3}$ che ne restò $\frac{1}{4}$?

In questo, ed in altre simili domande, basta a sommare insieme il $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ il che fatto, danno $\frac{7}{12}$ Adunque da $\frac{7}{12}$ fu sottratto $\frac{1}{3}$ e restò $\frac{1}{4}$. Fanne la prova, col sottrarre $\frac{1}{3}$ da $\frac{7}{12}$ e vedrai, che in fatti ne resta $\frac{1}{4}$?

S'addimanda, che numero si può aggiugnere a 2. e $\frac{2}{3}$ che faccia 8. e $\frac{3}{4}$?

Questa proposta è tutta al contrario della passata, e però sì in questa, come in altre simili, basta a sottrarre 2. e $\frac{2}{3}$ da 8. e $\frac{3}{4}$ il che fatto, ne resta 6. e $\frac{1}{12}$ e questo è il numero, al quale aggiugnendo 2. e $\frac{2}{3}$ fanno appunto 8. e $\frac{3}{4}$. Se ne vuoi la prova somma i 6. e $\frac{1}{12}$ con i 2. e $\frac{2}{3}$ e vedrai, che fanno 8. e $\frac{3}{4}$.

S'addimanda: qual è quel numero, che partito per 3. e $\frac{1}{2}$ me ne venga 5. e $\frac{2}{3}$?

Questa, e simili proposte si sciolgono col moltiplicare. Moltiplica li 3. e $\frac{1}{2}$ con i 5. e $\frac{2}{3}$ e ne verrà 9. e $\frac{5}{6}$ di Prodotto. E questo è il numero, che partito per 3. e $\frac{1}{2}$ ne viene 5. e $\frac{2}{3}$.

S'addimanda: con qual numero si moltiplicaranno 2. e $\frac{1}{3}$ che facciano 5. e $\frac{3}{8}$?

Questa, e simili richieste si risolvono col partire. Partiscansi i 5 e $\frac{3}{8}$ per 2. e $\frac{1}{3}$ e di Quoziente ne verrà 2. $\frac{17}{56}$ e questo sarà il numero, che moltiplicato per $\frac{2}{3}$ faranno 5. e $\frac{2}{3}$.

## *Modo di ridurre varie spezie di monete, e pesi in parte del suo tutto.*

S'Addimanda, che parte d'una Lira siano soldi 12. denari 7. $\frac{3}{4}$. Noi sappiamo, che 20. soldi fanno una Lira. Adunque quei soldi 12. saranno $\frac{12}{20}$ d' una Lira. E perchè 12. Denari fanno un soldo, quei den. 7. saranno $\frac{7}{12}$ d'un soldo; e li tre quarti saranno $\frac{3}{4}$ d' un denaro, e staranno in questa forma $\frac{12}{20}$ $\frac{7}{12}$ e $\frac{3}{4}$. Questa adunque, e simili proposte si risolvono per la Regola dell'infilzare. Infilzati li $\frac{3}{4}$ con i $\frac{7}{12}$ fanno $\frac{31}{48}$ e queste sono minuzie d'un Soldo. Infilzando poi $\frac{31}{48}$ con il $\frac{12}{20}$ saranno $\frac{607}{960}$, e sono parti d'una Lira, il qual numero non potendosi schisare, si lascia così.

Addimando Lir. 2. soldi 16. Denari 5 $\frac{1}{2}$ che parte di uno Scudi sono?

E per-

E perchè 4. Lire fanno uno Scudo, così s'ordina questa proposizione $\frac{2}{4}\frac{16}{20}\frac{5}{12}\frac{4}{8}$ e poi s'innalza al solito.

Addimando: Libre 20. oncie 10. e $\frac{0}{7}$ di Lino, che parte siano d'un Peso?

Bisogna sapere, che 25. Libre fanno un Peso, e 12. Oncie una Libra. Il che saputo, s'ordina così quesito $\frac{20}{25}\frac{10}{12}\frac{0}{7}$ e poi s'infilza al solito. E così con questo giudizio si risolve qualsivoglia altro simile quesito. Questo solo bisogna avvertire, che per Denominatore di qualsivoglia minuzia, si serve del tutto, o intero d'esse minuzie, come s'è fatto ne' soprapposti quesiti, ne' quali per Denominatore de' Soldi s'è pigliata la Lira intera, per Denominatore de' Denari s'è pigliato il Soldo intero, per le Libre di Lino si piglia il Peso, e per l'Oncie la Libra intera.

Finalmente, se fosse dimandato, Denari 9. che parte sono d'una Lira? In questo, e simili quesiti, perchè li Denari non provengono immediatamente dalla Lira, ma da Soldi, bisogna prima vedere, che parte d'un Soldo siano i 9. Denari; il che facendo si trova, che sono $\frac{3}{4}$. Ora questi $\frac{3}{4}$ si moltiplicano per il tutto di che son parte; cioè con $\frac{1}{20}$ e il prodotto sarà il numero cercato. Un soldo si dice un ventesimo. Moltiplica adunque $\frac{1}{20}$ con $\frac{3}{4}$ e ne verrà $\frac{3}{80}$ e tante parti appunto d'una Lira sono li 9. Denari.

Chi volesse sapere, che parte d'uno Scudo sian quei 9. Denari, basta moltiplicar quei $\frac{3}{80}$ per $\frac{1}{4}$. Dico per $\frac{1}{4}$ perchè dividendosi lo Scudo in 4. Lire, il Denominatore d'esso Scudo diviso è 4. Moltiplicando adunque $\frac{3}{80}$ per $\frac{1}{4}$ ne verrà $\frac{3}{320}$ sicchè 9. Denari sono $\frac{3}{320}$ d'uno Scudo. Fanne la prova così. Converti lo Scudo in Denari, che sono 960. divideli per 9. e ne verranno Denari 106. $\frac{2}{3}$. Schisa quel Rotto di Scudo $\frac{3}{320}$ e ne vengono Denari 106. $\frac{2}{3}$.

Non voglio mancare di tornare a proporre ( come dissi ) come si faccia una moltiplicazione di Lire, Soldi, e Denari. Via Lire, Soldi, e Denari. Pongasi d'avere a moltiplicare Lir. 4. Sol. 5. Den. 6. per Lir. 3. 10. 8. Si accomodano le quantità da moltiplicarsi insieme in forma di Rotto, e staranno così

al Lir. $\frac{4}{1}\frac{5}{20}\frac{6}{12}$ e Lir. $\frac{3}{1}\frac{10}{20}\frac{8}{12}$. Di poi ciascuna quantità s'infilzi, e avrai per la prima $\frac{1086}{240}$ che risultano denari? e per la seconda avrai $\frac{848}{240}$ che pur risultano denari. Moltiplica insieme questi due Rotti, secondo la Regola a suo luogo insegnata, e ne avrai Lir. 15. sol. 2. den. 1. $\frac{1}{5}$. Anzi questo modo s'incontra col primo, perchè con l'infilzare si converte il tutto in denari. E tanto basti per conclusione di questo Capitolo.

## CAPITOLO V.

## DELLA REGOLA DEL TRE.

Questa Regola del Tre è chiamata Regola delle Proporzioni, e per eccellenza Aurea, sì perchè non falla mai, sì anche perchè mirabilmente serve non solo a Matematici nelle loro operazioni, ma facilità, e s'intromette ancor ne' negozj, e traffichi Mercatanteschi. Questa Regola consiste in questo, che dati, o proposti tre numeri, si trova il quarto numero proporzionato incognito, qual sempre riesce della natura del secondo, e quella proporzione, che si trova fra il primo, ed il secondo numero, o termine della proposizione, quella medesima avrà il terzo col quarto. Nè altro ci vuole, per aver l'intento, che moltiplicare il secondo col terzo termine; e il Prodotto partirlo per il primo; perchè il Quoziente sarà la quarta cosa, o numero cercato, e della natura ( come ho detto ) del secondo.

Per non errare, bisogna sapere, che il primo numero dev'essere della spezie, e di simili parti del terzo, ed il secondo, finita l'operazione, sarà della spezie, e di simil parte col quarto, che si cerca. Laonde bisogna avvertir bene la proposizione, e se non fosse ordinata di proposito, ordinarla bene, e porla in forma.

Ma per maggior chiarezza bisogna esser'avvertito, che in qualsivoglia quesito sempre si fa un supposto, ed una dimanda. Il supposto occupa sempre i due primi termini d'ogni quesito, perchè sono compagni, e la la domanda è sempre sola, e discompagnata, qual si mette nel terzo luogo del quesito.

Di più si deve avvertire, che nel primo, e secondo luogo sempre si mettono le due cose compagne, ancorchè nel proporre li quesiti con parole si pronunciasse prima la domanda, che il supposto. Dove poi sia fondata questa Regola d'Oro, s'avrà nel trattato delle Proporzioni. E per essere questa Regola tanto necessaria, e utile, porrò alcuni Quesiti per ammaestramento.

### *Quesito Primo.*

Con 12. Soldi si comprano 3. Libbre di Carne; con 100. Soldi quante Libbre se ne compreranno?

Questo quesito è ben ordinato. Moltiplicansi li 100. Sol. con le 3. Lib. di carne, e il Prodotto dividasi per 12. Sol., ed il Quoziente sarà il quarto numero cercato. Con 100. Soldi si compráriano 25. Libbre di carne.

Sol. 100
Lib. 3
12 | 300
Lib. 25

### *Quesito Secondo.*

Con 100. Soldi si comprano 25. Libbre di Carne, con uno Scudo quante Libbre se ne compreranno?

Questo quesito non è bene ordinato, perchè il terzo numero non è di spezie, e di simil parte del primo poichè il primo è di Soldi, ed il terzo è di Scudo. Convertasi lo Scudo in 80. Soldi, e poi s'operi, come sopra. Con un Scudo se ne compráriano 20. Libbre.

Sol. 80
Lib. 25
Lib. 20 | 00

### *Quesito Terzo.*

Un Moggio di Grano costa Scudi 20., quanto costeranno Moggia 256.

Ma perchè qualsivoglia numero partito per l'unità non si diminuisce, però sì in questo, come in qualsivoglia altro quesito, che abbia l'unità nel primo luo-

go, basta a moltiplicare il secondo col terzo termine; perchè il Prodotto sarà la quantità cercata, e la valuta del terzo termine.

Moggia 256.
Scudi 20

Le Moggia 256. costeriano Scudi 5120

### *Quesito Quarto.*

Se Moggia 256. di Formento costano Scudi 5120. un Moggio quanto vale?

Per prima operazione di questo quesito bisognava moltiplicare un Moggio con li 5120. Scudi; ma perchè l'unità non accresce il numero moltiplicato per essa, però sì in questa, come in qualsivoglia proposta, ch' abbia l'unità del terzo luogo non occorre far moltiplicazione del secondo col terzo termine; ma basta partir il secondo per il primo numero. Il che facendo nel nostro caso, un Moggio di Formento costeria pur 20. Scudi.

Mog. Scud. Mog.
256 5120 1
Scud. 20.

### *Quesito Quinto.*

Con 50. Lire ho comprato 94. Brazza di tela. Quanto vale, o costa un Brazzo?

Metti le 94. Brazza nel primo luogo, e le 50. Lire nel secondo, dicendo. Se brazza 94. costano Lire 50. quanto valerà un Brazzo? Operando vedrai, che un brazzo costa Soldi 10. Denari 7. e $\frac{31}{47}$ d'un Denaro. Vero è, che per esser maggiore il Partitore, che non è il numero da dividersi,

Br. 94 lir. 50 Br. 1
20
94( 000
Sol. 10.7.
60
12
720
62
Schisa) 94
31
47

bisogna convertire le 50. Lire in soldi, moltiplicandole per 20. operando come si vede.

### *Quesito Sesto.*

Quanto si cavaria d'Uova 2750. a ragione di Lir. 2. e Sol. 10. il Cento?

Si moltiplicano l'Uova 2750. per le Lir. 2. Sol. 10. che il prodotto è stato di 6875. ma perchè si devono partire per 100. tagliasi fuori due figure; quali due figure tagliate, e ridotte in soldi, si vede, che il suo importo è di Lire 68. Sol. 15. e tanto costariano l'Uova 2750.

```
          Uova
          2750
     Lir. 2. 10
        ---------
      20(27500
        ---------
          1375
          5500
        ---------
     Lir. 68|175
             20
        ---------
          15|00
        ---------
        .   .   .
```

Questa sia Regola universale, che quando nel secondo termine del quesito vi sian diverse specie di prezzo, o di mercanzia, come di Lire, Soldi, e Denari; Ovvero di Braccia, d'Oncie ec. in tal caso sempre si converte ogni cosa nella quantità minore, cioè in Denari, in Oncie ec. e poi si moltiplicano questi Denari, ovvero Oncie con la terza cosa, ed il Prodotto si parte per la prima. Fatta la divisione, se il Quoziente sarà di Denari, per ridurlo in Lira si parte prima per 12. e poi per 20. Se sarà di Soldi, si parte solamente per 20. ec.

### *Quesito Settimo.*

Quanto spenderia uno in Brazza 12. di panno, e 6. Oncie, a ragione di Lire 645. e 15. per ogni 100. Braccia? Ordina così il quesito. Se Br. 100. Lir. 645 15. che Braz. 12. 6.?

```
Br.      Lir.           Br.
100      645. 15        12. 6
  20                  ---------
------                  246
 2000                 ---------
                  20 ( 3690
                      ---------
                          184. 10
                         3870
                        2580
                       1290
               ---------------------
               21000 ( 158854. 10
                 Lir   79|427.  5
               ---------------------
                       8|545
                          12
                     ----------
                     6|5410
                     ----------
            Schisa 2 ) 100|0
                       27
                       --
                       50
                       --
```

Adesso bisogna sapere, che quando nel primo, o nel terzo termine siano minuzie, allora si convertono tutti due i detti termini nella specie delle loro minuzie, e questo non per altro, se non acciocchè il primo, e terzo termine siano di specie, e di parti simili, come da principio s'è detto.

Sicchè nel proposto quesito si vede, che le Br. 12. oncie 6. di Panno costano lir. 79. sol. 8. den. 6. $\frac{21}{70}$ a ragguaglio delle Br. 1000. che costarono l. 645. 15.

## CAPITOLO IV.

## REGOLA DEL TRE

### *Con Rotti di qualsisia termine.*

Sin quì ho proposto quei quesiti, che possono servire d'esemplare; volendo operare alla semplice secondo il costume mercatantesco; parlando a Scudi Lire, Soldi, e Denari, che sono certi tutti, ovvero interi, di diverse specie, benchè abbino relazione l'uno all'altro. Le Lire sono parti d'uno Scudo. Li Soldi sono parti d'una Lira. E li Denari sono parti d'un Soldo. Ma chi volesse operare più maestralmente per via di Rotto ( il che riesce di manco fatica, e con meno figure si risolvono li quesiti, ) quì insegno una Regola generale, e tanto facile, quanto desiderar si possa. Alcuni Scrittori hanno voluto insegnar Regole particolari, quando fossero Rotti nel primo termine solamente. Quando ne fossero nel secondo, o nel terzo solamente. Quando ne fossero in due quali si siano ec. Le quali Regole sono tutte superflue, nè servono ad altro, che a confondere la mente de' principianti, e far loro andar via la voglia di studiare: poichè con la Regola, che quì s'insegna, si risolve ogni proposto quesito, che abbia Rotti in tutti, o in qualsivoglia termine della proposizione. E poi chi ha imparato bene il moltiplicare, ed il partire de' Rotti, non ha bisogno d'altro ammaestramento: poichè l'operazione del secondo termine col terzo, si fa col moltiplicar de' Rotti; e l'operazione del primo termine, col Prodotto del secondo nel terzo, si fa col partire de' Rotti.

Questa è la Regola. Prima d'ogni altra cosa si riducono tutti gl'interi alla natura del suo Rotto, e se uno, o due termini della proposizione non avessero Rotto, quei sani si mettono in forma di Rotto, cioè li sani sopra la virgola con l'unità sotto di essa.

Secondariamente. Per avere il generale divisore dell'operazione, si moltiplicano insieme li Denominatori del secondo, e terzo termine, ed il Prodotto si moltiplica subito col numeratore del primo termine, e così il Prodotto di questa seconda moltiplicazione sarà il ricercato general Divisore.

Terzo. Per avere il numero universale da dividersi, si fa così. Si moltiplicano insieme i Numeratori del secondo, e del terzo termine, ed il Prodotto si moltiplica subito col Denominatore del primo termine. Il che fatto, il Prodotto di questa seconda moltiplicazione sarà il ricercato numero, da dividersi per il già ritrovato Divisore. Fatta poi la divisione, il Quoziente di tal partizione, sarà la conclusione del quesito, e della natura del secondo termine.

Bisogna avvertire, che il prodotto del secondo nel terzo termine da dividersi è sempre della natura del secondo termine; che se non fosse, nè anche tale saria il Quoziente. Sicchè, se il secondo termine sarà prezzo, prezzo sarà parimente il Prodotto, e se sarà mercanzia, mercanzia parimente sarà il prodotto. Veramente non si può desiderare d'avvantaggio; ed in pratica non si deve partire da questo modo d'operare. Ora veniamo all'uso pratico.

### *Quesito Primo.*

Brazza 5. e $\frac{2}{5}$ di Veluto costano Scudi 7. e $\frac{3}{4}$ quanto costeranno Brazza 12. e $\frac{7}{8}$?

| Br. | Scudi | Br. |
|---|---|---|
| $5\frac{2}{3}$ | $7\frac{3}{4}$ | $12\frac{7}{8}$ |

17
8
136

103
309
4(927
231 $\frac{3}{4}$
2163
136)2294. 3 8. 8
17. 2
82
4
331
59
20
1180
92
12
1104
16
8) 136
2
17

Questa prima operazione l'ho fatta con quella chiarezza, che si vede, acciò s'impari il modo d'operare. Onde disposto il quesito come si vede. Prima si debbono accompagnare il primo, ed ultimo termine ad una stessa denominazione, mentre nel primo termine vi si trovano terzi, e nell'ultimo ottavi; sicchè ridotto il primo termine ( cioè le Br. 5. $\frac{2}{3}$ in tanti terzi sono terzi 17. e questi ridotti in tanti ottavi sono 136. e questo sarà il Partitore. Poscia l'ultimo termine, che sono brazza 12. $\frac{7}{8}$ fatte in tanti ottavi sono 103. che moltiplicate per i terzi del primo termine fanno 309. ( numero di simile qualità del primo termine ) il qual 309. moltiplicato per il numeratore delli $\frac{3}{4}$ de' Scudi, e il prodotto diviso per il Denominatore ne dà 231. $\frac{3}{4}$ quali $\frac{3}{4}$ ridotti in tante lire, sono lire 3. ( perchè quattro lire fanno uno Scudo ) poscia moltiplico li Scudi 7. per il 309. e l'avvenimento unito con il 231. fanno 2394. e lire 3. le quali divise per il primo termine ( cioè 136. ) ne vengono Scudi 17. lir. 2. sol. 8. den. 8. $\frac{2}{17}$ e tanto costariano le Brazza 12. $\frac{7}{8}$ di Panno. Onde siano le dimande di qualsivoglia qualità, e di diverse specie di minuzie, sempre s'opera nell'istessa maniera; dove per maggior intelligenza propongo altri due questi simili.

### *Quesito Secondo.*

Brazza 2. $\frac{1}{4}$ di Damasco costano lir. 9. $\frac{4}{5}$ che valeranno Brazza 8.?

| Br. | Lir. | Br. |
|---|---|---|
| $2\frac{1}{4}$ | $9\frac{4}{5}$ | 8 |

93
32
5( 128
3
25 5 ) 20
288 5 1 60
9(313. 12 12
lir. 34. 16. 10$\frac{2}{3}$

Le Brazza 8. costeriano lir. 34. 16. 10. $\frac{2}{3}$. Nel qual quesito non vi sono Rotti, se non nel primo, e secondo termine.

### *Quesito Terzo.*

Quanto costeriano libre 75. di Cera bianca a Scudi 12. $\frac{4}{5}$ il cento.

Lib. Scudi Lib.
100 12 $\frac{4}{5}$ 75
4
5 ( 300
60
900
Scudi 9|60
1 4
2|40
|20
8|00

Questa proposizione contiene Rotti solamente nel secondo termine. Onde le libbre 75. di Cera costeriano Scudi 9. Lir. 2. Soldi 8. in punto. E tanto basti in questa materia della Regola del tre ordinaria.

## CAPITOLO VII.

## QUESITI STRAORDINARJ;

AVendo nel Capitolo precedente insegnato il modo di risolvere per la Regola Aurea li quesiti ordinarj, e piani, in questo Capitolo giudico bene il proporre alcuni altri Quesiti straordinarj, quali sovente sogliono occorrere nel mercantare, e sebbene si risolvono per essi ancora per la Regola del Tre, nondimeno ricercano qualche discorso d'intelletto, per aggiustare la proposizione in modo, che la regola v'abbia luogo, e si possa maneggiare. Alla pratica.

### *Quesito Primo.*

Un compra del Miele a ragione di Scudi 5. il Cento (cioè per 100. Libbre) e lo rivende poi a ragione di Scudi 6. e $\frac{1}{4}$ pur il Cento. Addimando. Quanto guadagna questo tale per ogni 100. Scudi, che impiega in questa mercanzia?

Questo è chiaro, che per ogni 5. Scudi, che spende, ne guadagna uno, e $\frac{1}{4}$. Ordina dunque così la proposizione. Se Sc. 5. guadagnano Sc. 1 $\frac{1}{4}$ che guadagneranno Scudi 100.? Operando secondo la regola, vedrai, che guadagna Scudi 25.

Sottro
Scudi 6 $\frac{1}{4}$
Scudi 5
Scudi 1 $\frac{1}{4}$

Scudi Scudi Scudi
5 1 $\frac{1}{5}$ 100
20 ( 500
Scudi 25

### *Quesito Secondo.*

Uno compra all'ingrosso un sacco di Castagne, quali paga a ragione di Lire 15. il Cento e pesa libre 674. Questo vendendole alla minuta 20. Quattrini, cioè soldi 3. Denari 4. la Libbra; addimando se guadagna, o perde, e quanto per Cento.

In questa, e simili proposte bisogna vedere quanto vendi, o cavi d'un Centinajo, venduto alla minuta così. Se lib. 1. vale sol. 3. Den. 4., che valeranno lib. 100.? Il che fatto, si vede chiaro, che vi guadagna lir. 1. soldi 13. Den. 4. per cento. Per saper poi quanto guadagni in tutto il sacco, si dice così. Le lib. 100. guadagnano lir. 1. soldi 13. Den. 4. che guadagneranno lib. 674.? Operando, in tutto il sacco guadagna lir. 11. sol. 4. Den. 8. Ma se per nome di cento s'intendesse, quanto guadagni per ogni cento lire di prezzo, s'opereria come nella passata proposizione, cioè. Se lir. 15. impiegate in tante Castagne, guadagneranno lir. 1. sol. 13. den. 4. che guadagneranno lib. 100.

```
Lib.  Sol.  Lib.                    Lib.
 1.   3.4   100                     674
        10                    lir. 1.  13. 4
   ---------                       ---------
 2.  13.4                          224. 8
        10                         8762
   ---------                       ---------
 16. 13. 4                     20 (8986. 8
   ---------                       ---------
 15 - -                            449. 6. 8
  1. 13. 4                         764
                                   ---------
                              lir. 11|23.6.8.
                                   |20
                                   ----
                                   4|66
                                   | 12
                                   ----
                                   8|00
                                   ----
```

## *Quesito Terzo.*

Un Droghiero compra una grande quantità d'Olio, e per ogni cento scudi, che spende, ne vorria guadagnare 10. vendendo però detto Olio soldi 6. la libbra. Questo Droghiero desidera sapere, quanto può pagare l'Olio il cento; acciocchè vendendolo ( come sopra ) guadagni li pretesi 10. scudi.

In questa, e simili ragioni bisogna sapere, che chi vuole guadagnare 10. per cento, vuole di 100. far 110. ma fondato però sopra quel vender l'Olio un tanto determinato per libbra: Per prima operazione adunque bisogna far conto, quanto si cavi del cento a ragione del prezzo tassato per libbra. E perchè vuol vender l'Olio soldi 6. la libbra, chiara cosa è, che l'Olio gli verrà venduto lir. 30. il Cento.

Fatto questo, si dice così. Se 110. vengono da 100. Lir. 30. da quante verranno? Operando al solito, verranno da Lir. 27. 5. 5. $\frac{5}{11}$ E questo è il prezzo, che per Cento s'ha da comprar l'Olio. Adunque, se il Droghiero, vuol vendere l'Olio soldi 6. la libbra, e guadagnarvi 10. scudi per cento scudi, che spende, dev'egli comprar l'Olio a ragione di lire 27. sol. 5. Den. 5. e $\frac{5}{11}$ il cento: cioè per ogni quattro pesi.

E che sia vero, facciasi la prova in questa maniera. Si sottrano le lire 27. sol. 5. Den. 5. e $\frac{5}{11}$ dalle lire 30. e ne resteranno lire 2. sol. 14. e Den. 6. e $\frac{6}{11}$ ( che viene ad essere il guadagno, che per ogni 100. libre d'Olio fa il Droghiero. ) Fatto questo, si dice così. Se lir. 27. sol. 5. Den. 5. e $\frac{5}{11}$ spesi in tant'Olio, mi guadagnano lire 2. sol. 14. Den. 6. e $\frac{6}{11}$ che mi guadagneranno lire 100. che sono li 100. Scudi? Opera al solito, e vedrai appunto, che per li 100. scudi il Droghiero guadagna li pretesi 10. scudi.

```
Lib. 100
Sol.  6      11|0    100. 30
     ---     ----    ---------
 20 (600             |300|0
     ---             ---------
Lir.   30               27. 5. 5. 5/11
Lir. 30.             Lir.              Lir.              Lib.
   27. 5. 5. 5/11  27. 5. 5. 5/11   2. 14.6. 6/11    | 100
   -------------          20         ----
 2. 14. 6. 6/11    ------------        54
                          545        ---------
                           12          654
                    ------------     ---------
                          6545         |000
                            11       |72.0 --
                    ------------     ---------
                        72|000       Sc. 10.
                        ------
```

## *Quesito Quarto.*

Un Mercante compra delle Gallette, con intenzione di rivenderle poi a ragione di scudi 24. il cento, e di di guadagnarvi 12. per cento; quanto spenderà in comprar Gallette? S'addimanda: quanto deve pagarle, per aver l'intento?

Questa proposizione è dissimile dalla passata. Si dice adunque così. Se 112. tra guadagno, e capitale mi dà 100. di puro capitale, che mi darà Sc. 24. pur di guadagno, e capitale? Operando al solito, ne vengono scudi 21. e $\frac{3}{7}$. Dunque se il Mercante vuol vender le Gallette 24. Scudi il 100. e guadagnarvi 12. per cento, bisogna, che lui le compri per scudi 21. e $\frac{3}{7}$ il cento.

### *Quesito Quinto.*

Io vendo l'Uva schiava sol. 4. la libbra; e mi trovo guadagnarvi 5. per cento. Addimando, quanto costa a me di prima compra?

Questa, e simili ragioni si fanno come le passate così. Se 105. mi dà 100. che mi daranno soldi 4.? Operando al solito, avrai soldi 3. e $\frac{17}{21}$ che fatti in Den. fariano Denari 9. e $\frac{5}{7}$ di Denaro. Adunque ho comprata l'Uva schiava a ragione di soldi 3. Den. 9. e $\frac{5}{7}$ la libbra.

### *Quesito Sesto.*

Pietro vende una quantità in Cera a ragione di Scudi 8. il cento, e facendone bene il conto, trova d'avervi perso 10. per 100. Ora s'addimanda quanto costasse a Pietro la Cera il 100.

Queste e simili ragioni si fanno come le passate; non v'è altro da osservare, se non che bisogna scemare, o calare la perdita del capitale; siccome per contrario al capitale parimente s'aggiugne il guadagno preteso, o fatto a ragione di cento, di Migliaro, o di Libbra. Si dirà adunque così. Se 90. avanti la perdita erano 100. sicchè erano scudi 8. Opera al solito, e vedrai riuscirne scudi 8. e $\frac{8}{9}$ e tanto appunto costò la cera a Pietro il 100. Se ne vuoi la prova, dirai così. Se in Scudi 8. e $\frac{8}{9}$ perdo $\frac{8}{9}$ che perderò in 100. Scudi? Operando al solito, si trova perdersi appunto 10. per 100.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sc. | Sc. | Sc. | Sc. | Sc. | Sc. |
| 90 | 100 | 8 | $8\frac{8}{9}$ | $\frac{8}{9}$ | 100 |
| | 10 ( 800 | | 80 | | ( 800 |
| | 9 ( 80 | | | | ( 10 |
| | $8\frac{8}{9}$ | | | | |

### *Quesito Settimo.*

Intendo, che mio Padre comprò una Possessione, nè so per quanto: trovo bensì, che avendola venduta scud. 3000. vi perse 16. per 100. desiderarei sapere quanto costasse a mio Padre la Possessione.

Questo quesito è come il passato. Levansi scudi 16. da scudi 100. e ne resteranno solamente 84. e poi dicasi se 84. prima della perdita erano 100., quanti furono 3000.? Operando per la Regola, ne vengono 3571. $\frac{3}{7}$. E per tanto appunto mio Padre comprò la Possessione.

Due cose bisogna osservare in queste ragioni. La prima è, che nel primo luogo si mette sempre quella cosa, che contiene il capitale con la perdita, o guadagno; e nel secondo luogo si colloca il capitale puro, e così l'avvenimento sarà della spezie, o natura, non della seconda cosa, ( come doveria, ma sarà simile alla terza cosa. L'altra osservazione è questa, che la prima, e seconda cosa si notano senza alcun nome, perchè sono generali, talmente che possono servire a qualsivoglia spezie di moneta, o di peso, sia a ragione di Libbra, di cento, o di Migliaro, di scudo, di lire, di soldi ec. perchè in tutte esse ritengono la dovuta proporzione.

### *Quesito Ottavo.*

Se il Brazzo del Panno si vendesse mezzo scudo meno del costo si avria di danno il 12. per cento. Dimando quanto costò di prima compra il suddetto Panno?

Nel presente bisogna investigare il costo così, dicendo: se 12. viene da 100. da che verrà mezzo scudo? Perchè nel terzo numero vi è $\frac{1}{2}$ fa di mestieri ridurre il primo numeratore in mezzi, che farà mezzi 24. poscia moltiplicato $\frac{1}{2}$ col 100. farà pur cento, qual diviso per il 24. darà scudi 4. $\frac{1}{6}$ sicchè il brazzo del detto panno si avrà da vendere scudi 4. $\frac{1}{6}$ con danno di 12. per cento; ma perchè nel detto quesito si ricerca quanto gli costò di prima compra; perciò aggiungo mezzo scudo alli scudi 4. $\frac{1}{6}$ che faranno scudi 4. $\frac{2}{3}$ e tanto costò di compra. Perciò per provarlo, dispongo la Regola così dicendo: se scudi 4. $\frac{2}{3}$ diventano scudi 4. $\frac{1}{6}$ che diventeranno scudi 100. onde per esserne risultato 112. che viene ad essere il 12. per cento al modo pur di sopra, l'operazione sarà buona.

```
Scudi  Scudi  Scudi
 12     100   0 1/2
------       ------
 24      1      1
 --     --
   ( 100
   -----
Scudi 4 1/6
```

```
      Prova
      Sommo
 Scudi 4. 1. 6
      ---------
         6. 1. 1
Scudi 0. 1.
     --------
Scudi 4. 2. 3. 3
               4
            2) 6
               2
               -
               3
```

```
Scudi   Scudi   Scudi
4 1/6   4 2/3    100
-----           -----
 25              600
                   2
                -----
               3(1200
                -----
                 400
                2400
                -----
         25  (  2800
                -----
            Sc. 112
                -----
```

## *Quesito Nono.*

Si comprò una Casa per tanto, che se ella si affittasse per Lire 494. 15. vi saria l'utile di Lir. 5. 15. per cento. Dimando quanto costasse detta Casa?

Per ritrovare il Capitale, così si dispone la regola, dicendo, se lir. 5. e 15. viene da 100. da che verranno lir. 494. 15. che operato ne risulterà lire 8604. $\frac{8}{23}$ e tanto costò la detta Casa. Per farne la prova si apprezzerà le 8604. $\frac{8}{23}$ a lire 5. 15. il cento. Operato ne torna le lir. 494. 15. Sicchè la suddetta operazione sarà ben fatta.

```
Lire    Lire    Lire
5.15    100     494.15
20               20
------  ------  ------
115              9895
                  100
               -------
            ( 989500
            (lir.8604
            ---------
            695
             500
              40
             ---
           5)115
               8
             ---
              23
             ---
```

```
                    Prova
                    8 Lire
                    -
     Lire 8604
     Lir. 5. 15 23) 5. 15
     ----------     -----
20 ( 129060      (  46 0
     ------         -----
      6453              2
     43020
     ------
     49473
      lir. 2
     ------
lir. 494|75
        | 20
         ---
      15100
     ------
```

## *Quesito Decimo.*

Si compra una Possessione per lire 8740. Dimando quanto si dovrà affittare per aver l'utile di lire 5. 5. per cento.

Questo è contrario al precedente, perchè in quello si ricerca il Capitale, e in questo si dimandano i fitti; perciò si dispone la regola così, dicendo: se lire

100. danno di utile lire 5. 5. che daranno lire 8740. e ne vengono lire 458. 17. sicchè si dovrà affittare la detta Possessione lire 458. 17. La prova si farà così, dicendo: se lire 8740. rendano di fitto lire 458. 17. che renderà lir. 100. operato al solito, ne verrà lire 5. 5. dunque la suddetta operazione sarà buona.

Lire Lire Lire
100 5. 5 8740
sol. 5

20 ( 43700

2185
43700

lire 458185
120

17100

Prova
Lire Lire Lire
8740 458. 17 100

174800 ( 917700
( lir. 5. 5

43700
20

874000

---

### *Bellissima osservazione nella Regola del Tre.*

NEl principio di questo Capitolo, ho detto fra l altre cose, che la Regola del Tre deve aver questa condizione, che la prima cosa sia della spezie, e di simili parti della terza, e la seconda similmente sia dell' istessa natura della quarta, che si ricerca; ma perchè sono più i casi occorrenti, che le leggi, o precetti, adesso io dico, che ogni volta, che la prima, e seconda cosa, o termine della Regola del Tre, saranno simili di nome, ed il terzo dissimile, in tal caso senza accordare la terza con la prima, ed è contra ) s' operi al solito, e l' avvenimento sarà la cosa, che si ricerca, non simile al secondo termine della Regola, ma sarà della natura del terzo termine. E per meglio esser inteso, propongo due Quesiti.

### *Quesito Primo.*

Uno comprò soldi 18. di Canella per rivenderla, nel che vi guadagnò soldi 2. Se il Mercante comprasse 30. scudi di Cannella, quanto vi guadagnerà?

Senza muover cosa alcuna, moltiplicando al solito il 30. per 2. farà 60. e partendo questo 60. per il 18. ne verrà di Quoziente 3. $\frac{1}{3}$ che sono pur scudi, per esser scudi il terzo termine della proposizione. Con trenta scudi adunque spesi in Cannella, guadagneria scudi 3. lire 1. soldi 6. Den. 8. a guadagnarvi soldi 2. per ogni sol. 18. spesi.

### *Quesito Secondo.*

Se lire 2. sol. 7. Den. 9. spesi in Ovadelle, per averne Seta, mi guadagnano sol. 15. Che mi guadagneranno Paoli 90. spesi pur in Ovadelle?

In questo Quesito la prima, e seconda cosa non sono totalmente simili, però per far che siano, si riducono le lire 2. sol. 7. e Den. 9. tutti in Denari. Parimente in Denari si convertono li soldi 15. della seconda cosa, e poi si opera, come quì di sotto vedi notato. E tanto basti.

Se lire 2. sol. 7. Den. 9. guadagnano sol. 15. che guadagneranno Paoli 90.?

Lire Sol. Den.
2. 7. 9.
20

47
12

573

Sol. Paoli
15. 90.
12

180
90

Divisore 573 ( 16200
28

4740
156

Schisato 3 ( 173
$\frac{52}{191}$

Guadagneranno Paoli 28. e $\frac{156}{573}$ cioè $\frac{52}{191}$ di Paoli.

# CAPITOLO VIII.

## PROVA DELLA REGOLA DEL TRE.

IN varj modi si possono provare le ragioni fatte per la Regola del Tre. Alcuni, finita l'operazione, sogliono tornare indietro, moltiplicando per quello, che hanno partito, e partendo per quello, che hanno moltiplicato, aggiungendo a' proprj luoghi le minuzie, e residui. Il che fatto, se l'operazione sarà fatta bene, ne torneranno a puntino li termini della proposizione.

Altri la rovesciano, facendo prima cosa la terza, e facendo terza cosa la prima, per esempio: quanto costeriano 8. Brazza di tela, a ragione di sol. 10. il Brazzo? Questa ragione và ordinata così.

Se un Brazzo vale soldi 10. che valeranno Brazza 8.? il che fatto si vede, che le 8. Brazza di tela costano 80. soldi. Volendone la prova, si volta la ragione così. Se Brazza 8. costano sol. 80. che valerà un Brazzo? Operando, ne tornano soldi 10. Adunque la ragione è ben fatta, e se non tornasse, saria errata.

Altri usano quest'altro modo di provare le dette ragioni, ed è brevissimo. Moltiplicano il primo termine della proposizione con il quarto, ed il secondo termine lo moltiplicano con il terzo, il che fatto se l'operazione sarà fatta bene, il Prodotto di queste due moltiplicazioni riuscirà simile uno all'altro, e se no, è segno, che la ragione contiene errore. Facciamo la prova nel soprapposto esempio. Moltiplicando l' 1 della prima cosa, o termine con 80. della quarta, resta pure l'istesso 80. Moltiplicansi poi li soldi 10. della seconda cosa, o termine con le Brazza 8. (terzo termine) ne risultano pure 80. adunque la ragione sta bene.

Finalmente si provano ancora queste ragioni per la regola del 7. ovvero del 9. (io però m'appiglio sempre a quella del 9.) la quale si fa così. Primo, si cavano li 9. della prima cosa, ed il residuo si colloca sopra la Croce. Dopo si cavano li 9. della quarta cosa, ed il residuo si mette sotto la Croce. Cavando poi li 9. dalla moltiplicazione di questi due residui, l'avanzo di questi si mette a mano destra, ovvero a mano sinistra della Croce. Fatto questo, con l'istesso ordine si cavano li 9. dalla seconda, e terza cosa, e se l'operazione sarà fatta bene, il terzo avanzo dell'una, e l'altra operazione sarà simile.

Facciamone prova nel proposto esempio. La prova del primo termine è 1. e quella del quarto è 8. La prova del prodotto di queste due prove è pur 8. E perchè tale è anco la prova degli altri due termini, però sta bene, come quì si vede in figura.

1

1 8 1 2 10 8 1 8

Prima cosa 8. Quarta cosa. Seconda cosa. 8. Terza cosa.

Il passato esempio è facile, per non esservi minuzie, o Rotti. Propongo per ciò quest' altro esempio con minuzie; e lasciando da parte li due primi modi insegnati, lo praticaremo per gli altri due modi, assai più lodabili.

Se lib. 16. onzie 8. costano lir. 2. sol. 5. Den. 10. che valerà lib. 1.? Vale sol. 2. Den. 9.

Adunque sta bene per il primo modo accennato.

Lib. Lir. Lib.

16. 8. 2. 5. 10 1

12 20

12 Onzie

2|00 45

Onzie

2(550

Soldi 2|75

| 12

9|00

Adunque sta bene per il primo modo accennato.

Volendolo provare per la Regola del 9. si riducono pure li termini della proposizione alla natura infima del-

delle loro minuzie; e poi s'opera, come di sopra s'è insegnato. La proposizione staria così.

```
      2              1
     ——             ——
    3 1            3 1
      6              3
```

Prima, e quarta cosa. Seconda, e terza cota.

Adunque sta bene anco per il secondo modo accennato, perchè il terzo Prodotto della seconda operazione è pur 3. simile al 3. della prima operazione. Quì giudico bene avvertire, che facendosi la prova per la Regola del 9. si possono cavar li 9. da qualsivoplia gran numero in due modi, o partendo detto numero per 9. e s'avanza qualche cosa, quell'avanzo sarà la prova ovvero sommando detto numero; e poi gittando tutti li 9. il resto sarà la prova, e se non resta cosa alcuna, la prova sarà 0. e quest'ultimo modo è il più facile, ed il più praticato; questo privilegio non ha la prova del 7. la quale si cava da numeri solamente per via di partire. Anzi voglio quì insegnare una bellissima regola per saper conoscer prestissimo la prova, cioè, che numero avanzi, dopo d'aver gittati tutti li 9. senza far conto, quante volte entri il 9. nel proposto numero. Per esempio, voglio cavar la prova del 9. da questo numero 754230. Operando per via di sommare, dico così 7. e 5. fa 12. e 4. fa 16. e 2. fa 18. e 3. fa 21. e 0. fa pur 21. Adunque 21. è la somma del proposto numero. Senza far il conto, quante volte entri il 9. in 21. e che numero avanzi per la prova, basta sommare insieme quel 21. e faranno 3. pur 3. restariano a gittar via 2. volte il 9. da 21. Ma se la somma fosse di tal numero, che producesse un' altro numero, che superasse il 9. ( se fosse per esempio 57. ) quel 57. si torna a sommare, e fanno 12. che uniti insieme sono 3. Adunque 3. è la prova di 57. ovvero d'altro numero, che sommato producesse un 57.

Ma quando nelle ragioni da provarsi fossero Rotti, ( il che accade quasi sempre ) la prova si fa ( come sopra ( per la Regola del 9. ma è un poco più scabrosa: la qual difficoltà si leva con mettersi a memoria quello s'insegnò a questo effetto nella prova de' Rotti a carte 34. Tengasi anco a mente, che la prova d'uno scudo, pigliato, o per lire 4. o per sol. 80. è 8. La prova d'una lira è 2. la prova d'un soldo è 3. Per fuggir parole, veniamo alla pratica.

Una libbra d'Amandole costa soldi 5. Den. 7. Quanto costeranno lib. 16. Onc. 9.? Costeranno Lir. 4. sol. 13. Den. 6. $\frac{3}{13}$.

Per far la prova, si comincia sempre dalla quarta cosa ( come più brigosa ) e per convertire in Den. le lir. 4. sol. 13. Den. 6. se ne cava la prova, qual è Den. 6. Questa prova unita col suo Rotto, darà Den. 6. $\frac{3}{13}$ cavando poscia la prova da questo 6. e $\frac{3}{13}$ (come s'insegnò pure a carte 34. ) ne riuscirà $\frac{3}{3}$ cioè un intero, e questa è la prova della quarta cosa, qual si conserva. Secondariamente si cava la prova dalla prima cosa, cioè da una libbra convertita in Oncie, per esservi Oncie nella terza cosa. La qual prova è 3. il qual 3. moltiplicato con $\frac{3}{3}$ ovvero con l'1. intero, ne dà parimente di prova 3. e tanto ne deve dare la moltiplicazione della prova della seconda, e terza cosa: del che facendone esperienza, la seconda cosa ne dà 4. di prova, e la terza ne dà 3. che moltiplicato col 4. ne produce 12. la cui prova è ancor lei 3. Adunque la ragione sta bene. Alle volte occorre, che la prova della prima, e quarta cosa non batte così bene con la prova della seconda, e terza cosa, come ha fatto nel proposto esempio, in tal caso si moltiplicano in croce tali prove, e dal Prodotto cavandone la prova, lascierà figure simili, se la ragione non sia errata. La qual cautela accade appunto nel quesito, che siegue.

Un altro esempio. Se brazza 5. e $\frac{2}{3}$ di Veluto costano scudi 7. e $\frac{3}{4}$ che costeranno brazza 12. e $\frac{7}{8}$? Costeranno scudi 17. lire 2. soldi 8. Den. 8 e $\frac{2}{17}$. Questo è differente dal passato per rispetto de' Rotti in tutte quattro le cose: ad ogni modo la prova si fa come nell'esempio passato. Cominciando adunque dalla quarta cosa la sua prova è Denari $\frac{0}{4}$ e quella della prima è Brazza $\frac{1}{3}$ che moltiplicato insieme fanno $\frac{10}{12}$ la cui

cui prova è $\frac{3}{6}$ e tale dovria essere la prova della seconda, e terza cosa, moltiplicate insieme. Alla pratica. La prova della seconda cosa, cioè di scudi 7. $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{4}$. Ma perchè la quarta cosa fu provata in Denari, per la relazione che ha la seconda cosa con la quarta, bisogna ridurre quel $\frac{3}{4}$ in prova di Denaro, il che giudiziosamente si fa così. Primo, si moltiplica il 4. Numeratore del Rotto $\frac{4}{4}$ per 8. ( prova d'uno scudo) cioè di soldi 80. e fanno 32. la cui prova è 5. Dopo, si moltiplica questo 5. con 3. ( prova d'un soldo ) e fanno 15. la cui prova è 0. sotto il quale ponendo il 4. ( Denominatore di $\frac{4}{8}$ ) fa $\frac{6}{4}$ e questo $\frac{6}{4}$ sarà la prova della seconda cosa. La prova poi della terza cosa è $\frac{4}{8}$ la quale moltiplicata col $\frac{4}{6}$ della seconda, produce $\frac{24}{32}$ la cui prova è $\frac{6}{3}$. Ma perchè dovria essere $\frac{0}{3}$ simile al $\frac{6}{3}$ della prima, e quarta cosa, però ( come dissi nel passato esempio ) bisogna moltiplicarne in croce il $\frac{0}{3}$ con il $\frac{6}{3}$, e ne verrà 0. 18. la cui prova è 0. 0. Adunque la ragione sta bene. E tanto basti all'ingegnoso, e speculativo intelletto. Se bene il meglio sia, che facendo una ragione, si provi a periodo per periodo. Fatto un moltiplicare, ovvero un partire, si provi subito, e quando fosse negozio di rilievo, si provi più volte.

## CAPITOLO IX.

## REGOLA DEL TRE ROVESCIA.

Questa Regola si chiama del Tre alla Rovescia; perchè s'opera tutto al contrario dell'altra. In quella si moltiplica il secondo numero, o cosa proposta con la terza, e partendo il Prodotto per la prima, nel Quoziente s'ha la ricercata quarta cosa, o numero: ma in questa si moltiplica la prima con la seconda, e partendo il Prodotto per la terza, nel Quoziente s'ha parimente la quarta cosa cercata.

Per conoscere quando il quesito s'abbia da risolvere per la Regola Rovescia, si dà questo avvertimento. Ogni volta, che la quarta cercata, abbia da esser man-

co del secondo termine del quesito in quella proporzione, che il terzo termine supera il primo, tali quesiti si risolvono per la Regola del Tre Rovescia. Per esempio. Quando il sacco del Formento vale lir. 24. la chioppa del pane pesa oncie 14. quando valerà Lir. 40. quanto peserà? In questo quesito col solo lume naturale ogn'uno sà, che quanto più vale il Formento, la chioppa dev'esser più piccola, e tanto più piccola, quanto che le lir. 40. superano le lire 24. Ma perchè il 24. contiene le tre quinte parti di 40. però quando il sacco del Formento val lire 40. la chioppa doveria pesare $\frac{3}{5}$ di quello, che pesa quando vale lir. 24. cioè Onzie 8. $\frac{2}{5}$ e questo serve solo per avviso.

Questa Regola serve per saper dare il callo, o accrescimento alle mercanzie de' Panni, Lana, Grano, Pane ec. Alla pratica.

### *Quesito Primo.*

Uno si compra Brazza 8. e $\frac{1}{2}$ di Panno fino, alto Brazza 2. e $\frac{1}{3}$ per vestirsi, volendo foderare l'Abito di dentrovia d'altro Panno, alto solamente Brazza 2. e $\frac{1}{8}$ s'addimanda quante Brazza ce ne vorranno di quest'ultimo Panno.

Si dispone così la Regola; se in un altezza di br. 2. e $\frac{1}{3}$ vi vogliamo br. 8. e $\frac{1}{2}$ di Panno, per foderarlo quante brazza d'altro Panno alto br. 2. e $\frac{1}{8}$ vi vorranno? Che moltiplicato l'altezza di br. 2. e $\frac{1}{8}$ con le br. 8. $\frac{1}{2}$ e il prodotto diviso per l'altezza di br. 2. e $\frac{1}{8}$ ne vengano br. 9. e $\frac{1}{3}$ e tanto Panno d'altezza br. 2. e $\frac{1}{3}$ vi vorrà per foderare le br. 8. e $\frac{1}{2}$ di Panno alto br. 2. e $\frac{1}{3}$.

Br. Br. Br.
$2\frac{1}{3}$ $8\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{8}$
7 17
8 3
35(6 51
28
448
51 (476
( 9
17
17 ) 51
$\frac{1}{8}$

Prova
$2\frac{1}{8}$ $9\frac{1}{3}$
17 — 28
476

S' avvertisce, che in qualsivoglia simile quesito proposto, quando le due misure compagne sono denominate con Brazza, o parte di Brazza, e la misura discompagnata, e denominata con nome di terzi, o quarti, in tal caso fu d' uopo ridurre la sua relativa delle due compagne, acciò siano compagne di simili parti, e poi s'opera come nella presente sopra descritta operazione.

### *Quesito Secondo.*

Brazza 9. alto Brazza 2. $\frac{1}{4}$ fa una veste. Per foderarla, quanto Damasco ci vorrà alto solamente tre quarti, e $\frac{1}{2}$.

Sicchè a foderare la veste vi vorranno Brazza 23. e $\frac{1}{7}$ di Damasco.

### *Quesito Terzo.*

Uno compra una pezza di Panno lunga Brazza 45. a ragione di soldi 32. il brazzo; costui bagnando la pezza, resta solamente 40. Brazza. S'addimanda, quanto s' ha pa vendere tal Panno il brazzo per non perdervi?

Br. Sol. Br.
45 32 40
4|0 ( 144|0
Soldi 36

S'opera come sopra, e ne vengono soldi 36. E tanto deve vendere il Panno bagnato per Brazzo.

### *Quesito Quarto.*

Un' altro fa bagnare, e cimare Brazza 16. e $\frac{1}{2}$ di panno, qual restò solamente brazza 12. e $\frac{1}{2}$. S'addimanda, quanto viene a calare il Brazzo?

Si sottrano le brazza 12. e $\frac{1}{2}$ dalle 16. e $\frac{1}{2}$ che resteranno 4. e poi si dica. Se brazza 16. e $\frac{1}{2}$ mi calò 4. che mi calarà un brazzo? Opera per la Regola del Tre retta, che resteranno $\frac{8}{33}$ e tanto cala il panno per ciascun brazzo.

### *Quesito Quinto.*

Un altro compra stara di Formento 2369. a ragione di lire 3. 5. il staro, ma facendolo crivellare, ed acconciare, trova che d' ogni 16. stara li cala uno staro. S'addimanda: Quanto lo deve egli vendere lo staro, per non perdervi?

Dì così: Se stara 16. restano stara 15. quante reteranno stara 2368.? Operando per la Regola dritta, resteranno stara 2220. Ciò fatto, torna a dire per la Regola Rovescia. Se stara 2368. prima, che calassero, costavano lire 3. 5. lo staro, dopo l' esser restato stara 2220. quanto valerà? Valerà Lire 3. 9. 4. e tanto deve vender lo staro del Formento, per non perdervi. Si potria anco operare per la Regola dritta così. Certa cosa è che le stara 2368. a Lir. 3. 5. il staro costano Lire 7696. Dicasi adunque. Se stara 2220. netto mi costano Lire 7696. Quanto mi costerà un Staro? Operando valerà Lire 3. 9. 4. come per l' altro modo.

### *Quesito Sesto.*

Quattro maestri di Cazzuola promettono di fare in due Anni certa fabbrica di proposito, ma perchè il Padrone se ne vuol sbrigare s'addimanda, se vi lavorassero 10. Cazzuole in quanto tempo saria finita la fabbrica?

Moltiplicando le 4. Cazzuole con 730. (giorni di due Anni: ) e partendo il Prodotto per le 10. Cazzuole, ne verranno giorni 292. e in tanto tempo appunto si finirà la fabbrica, lavorandovi 10. Maestri di Cazzuola.

### *Quesito Settimo.*

Quando lo staro del Formento vale Lir. 8. un soldo di pane fatto in Casa pesa Oncie 11. Quest' Anno, che il il Grano vale Lir. 12. lo Staro, quante Oncie se n'avranno per un soldo?

Moltiplicansi l'11. con l'8. e partito il Prodotto per 12. ne verranno Oncie 7. $\frac{1}{3}$ Numero cercato. Per un soldo s'avranno Oncie 7. $\frac{1}{3}$ di pane.

Lire Oncie Lire.
8. 11 12

12 ( 88

Onzie 7. $\frac{1}{3}$

### *Quesito Ottavo.*

Ho detto pane fatto in Casa, ove non si conta nè macina, nè fattura, ovvero cottura: Perchè in risguardo a' Fornari non serviria questa Regola rovesciata, ma saria pregiudiciale a' compratori. Per dare adunque un limite a' Fornari si fa così. Prima bisogna sapere quanto pane si cavi da certa misura. Secondo, bisogna sapere le spese di gabelle, macina ec. d'essa misura. Terzo, quanto abbia da guadagnare per sua fatica, e mercede il Fornaro; e così la somma di tutte queste cose, s' aggiungono al prezzo di tal misura. Ora supposto, che uno Staro di Formento costi Lir. 4. per macina, e gabelle, Soldi 5. per sua fattura, cottura, ec. Soldi 7. Staro, e che da uno Staro si cavi Lib. 50. di pane ben condizionato. Si fa così: Sommate insieme le suddette cose fanno Lir. 4. Soldi 12. Si dirà adunque per la Regola retta. Se per Soldi 92. s'hanno Libbre 50. di pane, per un soldo solo, quante libbre, ovvero, Oncie se n'avranno? Fatte in Oncie le 50. Libbre, ed operando, per un soldo si avranno Oncie 6. e $\frac{12}{23}$ di pane.

Questa distinzione, o differenza d'operare è insegnata dal non mai abbastanza lodato Niccolò Tartaglia, nella prima parte lib. 10. cap. 2. ove insegnando il modo di far la Tariffa, o di dar il Calamiero alli Fornari, insegna anco la suddetta Regola. E molto mi maraviglio, che nessuno di quei ch'hanno scritto dopo di lui, proponendo simili quesiti, non fanno distinzione alcuna da pane a pane, pure la pratica fa vedere il contrario. Per esempio.

Quando il Sacco del Grano in Modena, vale Lire 24. la chioppa del Pane pesa Onzie 15. Quando poi valerà Lire 40. quanto peserà? Operando per la Regola Rovescia, la chioppia dovria pesare Onzie 8. $\frac{2}{3}$ e pure l'Anno 1664. che il Formento valeva Lire 40. la chioppa pesava Onzie 9. $\frac{5}{8}$ in vigore del Calamiero di Modena: molti de' quali si trovano nel fine del Libro de' Statuti, ( secondo che cala o cresce il prezzo del Grano; ) e questo avviene, perchè quei, che fecero li detti Calmieri, operarono, come si deve.

### *Quesito Nono.*

Cento settanta Frati si trovano in certo Convento, con provisione solamente per 7. Mesi, e sono certi, che per 12. Mesi interi non possono provvedersi. S' addimanda. Quanti Frati deve licenziare il Priore, acciò gli altri, che restano, abbiano da vivere per 12. Mesi, sin, che venghi ioccorso?

Mesi Frati Mesi
7 170 12

Frati 170
12 ( 1190
Frati $99\frac{1}{6}$
Frati $99\frac{1}{6}$
$70\frac{5}{6}$

Moltiplica li 170. Frati, con li 7. Mesi, e partendo il Prodotto per 12. Mesi, di Quoziente, ne verranno Frati 99. $\frac{1}{6}$ e tanti per 12. Mesi vivranno con la provisione ec. Adunque 70. e $\frac{5}{6}$ ne deve licenziare il Priore, e tanto basti. Questa è regola generale, che si moltiplicano le due misure, o cose compagne, ed il Prodotto si parte per la misura, o cosa discompagnata, ed il Quoziente sarà quello si cerca, e la compagna della cosa discompagnata siano nel primo, ovvero nell' ultimo luogo le cose compagne. Per esempio. Ho

Ho 6. Brazzà di Panno; non so quanto sia alto, so bene, che per foderarlo vi vogliono 8. Brazza di Tela liscia, alta brazza 1. $\frac{1}{2}$. S'addimanda. Quanto è alto il Panno? Moltiplicando le brazza 8. con brazza 1. $\frac{1}{4}$ e partendo il prodotto per le brazza 6. ne verrà 1. $\frac{1}{2}$. E questa è l'altezza del Panno.

## CAPITOLO X.

## REGOLA DEL TRE COMPOSTA DRITTA.

NEl calcolare spesse volte occorrono alcuni quesiti, che hanno cinque termini, li quali sogliono ingarbugliare la mente. Ma per fuggire ogni difficoltà, è stata inventata questa Regola del Tre composta, la quale si chiama così, perchè moltiplicando il primo col secondo termine, ed il quarto col quinto, il quesito si riduce sotto la Regola del Tre ordinaria.

Questa Regola composta ha lei ancora le sue osservazioni necessarissime, s'ho da dire il vero. Bisogna, che il primo termine sia della natura del quarto. Il secondo sia della natura del quinto, ed il terzo resta solo nel mezzo, e della natura della cosa cercata, però bisogna considerar bene le proposizioni, e se non fossero proferite bene, aggiustarle. Ora veniamo alla pratica.

### *Quesito Primo.*

Cinque Segatori, o Mietitori in 8. giorni bevono 12. secchie di vino. S'addimanda, 10. Segatori, o Mietitori, quante secchie ne beveranno in 15. giorni?

Questa, e simili proposte, si possono rissolvere per la Regola Aurea semplice in due colpi così. Dico dunque. Se 5. bevono in otto giorni secchie 12. che beveranno 10. pure in otto giorni? Operando, li 10. Segatori, o Mietitori in otto giorni beveriano 24. secchie di vino. Fatto questo si dice. Se otto giorni mi danno 24. secchie di vino di spesa, quante me ne daranno 15. giorni? Ne daranno 45. Sicchè. E tanto Vino beveranno li 10. Segatori, in 15. giorni.

Ma per un altro modo più succinto, e più maestrale si risolvono simili quesiti, ed è questo. Si moltiplicano insieme li 5. Segatori con li 8. giorni, quali fanno 40. Si moltiplicano parimente li 10. Segatori con li 5. giorni, che fanno 50. Fatto questo, si dice poi per la Regola: se questo composto 40. vuole, o beve 12. secchie di vino, quante ne vorrà quest'altro composto 50.? Opera, e vedrai, che pure ne sortiscono 45. Secchie, col quale ordine si sciolgono anche li seguenti quesiti.

### *Quesito Secondo.*

Una famiglia onorata, di 8. bocche, spende 45. scudi il Mese, per vitto cotidiano; ma che? Sopraggiungono tre Parenti, che per un Anno intero vogliono piantare il bordone. Ora s'addimanda, quanti scudi deve preparare in borsa il Padrone, senz'alterare il vitto consueto?

Dicasi così. Bocche 8. con un Mese fanno un composto pur di 8. e bocche 11. con 12. Mesi fanno altro composto di 132. e poi se 8. mi danno 45. scudi di spesa, 122. quanta spesa mi darà? Opera, che certamente ci vogliono scudi 742. $\frac{1}{2}$ che a farne il conto, sono 15. soldi il giorno per testa a 360. giorni per un Anno Mercantesco.

### *Quesito Terzo.*

Con scudi 130. un Mercante in 10. Mesi ha guadagnato scudi 25. s'addimanda: Con scudi 317. quanto guadagnerà in tre Anni, e mezzo?

Il primo composto è 1300. ed il secondo composto è 12314. Opera; che guadagna scudi 256 $\frac{1}{26}$.

### *Quesito Terzo.*

Cinque segatori bravi in un giorno hanno segato 12. Tornature di Prato. Altre 45. me ne restano da segare, e vorrei segarle in due giorni. Addimando. Quanti uomini ho da incaparare per ciascun giorno.

Questa, e simili si potriano sciogliere in varj modi, ma questo è il più leggiadro. Dicasi così: Se 12. Tornature sono segate da 5. uomini in un sol giorno, da quanti se ne segariano 45. pure in un sol giorno? Operando per la Regola ordinaria, si segariano le 45. Tornature da 18. $\frac{3}{4}$ in un sol giorno, ma perchè vogliono segarle in due giorni, basta partire per metà quel 18. $\frac{3}{4}$ il che fatto consta chiaro, che per segare le proposte 45. Tornature di prato in due giorni, vi vogliono Operarj 9. $\frac{3}{8}$ per ciascun giorno.

## CAPITOLO XI.

## REGOLA DEL TRE COMPOSTA ROVESCIA.

QUesta Regola composta Rovescia ha lei ancora cinque termini, tre nel supposto, e due nella domanda, come la composta dritta. Ma perchè alle volte sono proposti li quesiti tanto confusamente, e con sì poco ordine, che difficilmente si trova il modo d'intavolarli, però bisogna star molto bene avvertiti, per saper discernere quando li quesiti s'abbino da risolvere per la Regola dritta, e quando per la Rovescia. Ogni volta, che avendo ordinata la proposizione, li termini del quesito non saranno al proprio luogo, si risolve per la Regola Rovescia.

Il primo che abbia scritto di questa regola è stato il Zucchetta Genovese, ma con tanta oscurità, che ( al dire del Dottor Bassi Piacentino nella medesima Regola ) da pochi è inteso. Se poi sia stato inteso da quei, che dopo il Zucchetta hanno stampato, non tocca a me il dirlo. So bene che alcuni propongono li puri quesiti del Zucchetta, senza una sola parola di dichiarazione. Altri si scostano un tantino dalla riva, ma non hanno data Regola chiara, ed universale. Confesso la verità, che più mi ha dato da faticare l'intender bene il Zucchetta in questa materia, che l'avere appreso l'Algebra: ma perchè col favor del Cielo, n'ho cavato il difficile, quì ordinatamente metto in chiaro quello, ch'altri hanno lasciato oscuro, ed imbrogliato. Ma perchè pure *posita juxta se opposita magis elucescunt*; prima insegnerò a conoscer la proposizione dritta, acciò meglio s'apprendi poi la rovescia. Alla pratica.

Se scudi 540. in Mesi 9. hanno guadagnato scudi 30. quanti ne guadagneranno scudi 378. in Mesi 12.

Se Molini 12. in giorni 7. macinarono Mine 480. di Grano, quante Mine ne macineranno Molini 5. in giorni 8.?

Questi due esempi sono bene ordinati, e ciascun termine è posto al suo luogo. Considerateli bene, e sappiate, che nel mezzo sempre vi deve stare il paziente, ( come a dire il guadagno, le Mine ec.) e nelli due primi luoghi vi devono stare li due agenti. State bene attento. Quei scudi 30. di mezzo non sono guadagnati solamente dal capitale di quei scudi 540. ma vi concorrono anco li Mesi 9. sicchè li due primi termini sono sempre quasi come Padre, e Madre, che generano, e producono il termine di mezzo ( il che milita in ogni quesito dritto, e ben ordinato. )

Ogni volta adunque, che avendo ordinata, la proposizione, se nel terzo luogo vi sarà qualsivoglia delli due agenti, cioè il capitale, ovvero il tempo, o altra cosa equivalente al capitale, per Regola universale, ed infallibile il quesito è sottoposto alla Regola Rovescia. E perchè la sesta cosa, che si cerca è sempre della natura di quella posta nel terzo luogo, dopo l'avere ordinato il quesito, nè ivi può cadere, se non uno delli due agenti, cioè, o capitale, o tempo, o cosa equivalente, ne siegue di necessità, che due sole saranno le intavolature speciali, per risolvere ogni quesito rovescio. Or lasciamo la teorica, e veniamo alla pratica.

### *Quesito Primo.*

Se scudi 28. furono guadagnati da scudi 378. in Mesi 12. In quanti Mesi saranno guadagnati scudi 30. da scudi 540.

Ovvero, se scudi 378. guadagnarono sc. 28. in Mesi 12.

12. In quanti Mesi scudi 540. guadagneranno sc. 30.

O pure, se in Mesi 12. scudi 28. furono guadagnati da scudi 378. in quanti Mesi saranno guadagnati scudi 30. da scudi 540.?

Or quì considerate, che tutti tre questi modi di proporre un medesimo quesito, cadono sotto la Regola Rovescia, e non per altro, se non perchè, discacciato il guadagno fuori del terzo luogo dal modo di proporlo, v'entra dentro uno degli agenti: cioè, o capitale, o tempo. Ma perchè in tutti tre questi esemplari si ricerca il tempo ( come secondo agente ) però tutti tre si devono intavolare con quell'ordine, che si anderà dimostrando.

Proposto questo primo quesito, si considera, che ciascun termine cade nel proprio luogo, come nella Regola dritta, eccetto li Capitali, che vicendevolmente barattano il proprio luogo. Intavolato adunque che sia il quesito ( come di sotto si vede ) si cambia il primo, ed ultimo termine, e poi s'opera come nella dritta moltiplicando il primo composto per il termine di mezzo, ed il prodotto diviso per il secondo composto, nel quoziente vi viene la cosa cercata.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Scudi | Scudi | Mesi | Scudi | Scudi |
| 378 | 28 | 12 | 30 | 540 |
| 540 | | | ( | 378 |
| 15120 | | | | 11340 |
| | | | | 12 |
| | | | | ( 136080 |
| | | | | ( 9 |
| | | | | ---- |

Si conchiude, che in Mesi 9. li Scudi 540. guadagneranno Scudi 30.

Per farne la prova, si dice così: Se 540. in Mesi guadagnano 30. quanti ne guadagneranno 378. in Mesi

12.? Operando secondo la Regola Dritta, guadagneranno scudi 28. ( come si propose da principio. ) Adunque l'operazione fu buona.

### *Quesito Secondo.*

Se scudi 28. furono guadagnati in Mesi 12. da scudi 378. Da quanti saranno guadagnati scudi 30. in Mesi 9.?

Ovvero, se in Mesi 12. scudi 28. furono guadagnati da scudi 378. da quanti saranno guadagnati in Mesi 9. scudi 30.?

O pure, se scudi 378. guadagnarono scudi 28. in Mesi 12. quanti furono li scudi, che guadagnarono scudi 30. in Mesi 9.?

E quì considerate ancora che l'istesso quesito passato pronunciato in questo luogo in tre altri modi differenti da quello sta parimente sottoposto per ciascun modo alla Regola Rovescia, nè per altro, se non perchè nel terzo luogo vi sta un agente, che dovria stare nel primo, e secondo luogo. Ma perchè in tutti e tre questi esemplari si ricerca il capitale ( come agente primario) però tutte e tre si devono intavolare con quell'ordine, che in questo secondo quesito si vede.

Risoluzione del Quesito.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Mesi | Scudi | Scudi | Scudi | Mesi |
| 12 | 28 | 378 | 30 | 9 |
| 9 | 252 | | | 12 |
| | | | | 360 |
| | | | | ( 136080 |
| | | | | ( 540 |
| | | | | 10080 |
| | | | | - - - |

Si conchiude, che li scudi 30. saranno guadagnati in Mesi 9. da scudi 540.

Per farne la prova, si dice così: se scudi 540. in Mesi 9. guadagnano 30. quanti ne guadagneranno 378. in Mesi 12.? Questa è come quella della prova passata, ed operando come ivi s'insegnò, na verranno pure li scudi 28. come anco da principio di questo secondo quesito si propose.

### *Avviso.*

Osservate ora per vostro ammaestramento, che in questo quesito si cercava sapere il Capitale, che nelli Mesi 9. avesse fatto un guadagno di scudi 30. a ragguaglio d'altro Capitale, di scudi 378. in Mesi 12. avea fatto un guadagno di scudi 28. sicchè quando vi sarà proposto un quesito nel quale si cerchi, o tempo, o capitale, quello sarà rovescio, e tutto consiste nel cambiare il primo, e ultimo termine, e poi operare come nella Regola del Tre composta dritta, che si avrà quanto si brama di sapere, come lo dimostrano altri due quesiti, che seguono.

### *Quesito Terzo.*

Se Mine 400. di Grano furono macinate da Molini 5. in giorni 8. In quanti giorni saranno macinate Mine 840. da Molini 12.?

Questo quesito in tutto, e per tutto è simile al primo: perchè si cerca il tempo, e però si risolve, e si prova con l'ordine, e per li modi ivi insegnati, nè altro vi è d'avvertire, se non che li Molini fanno uffizio di capitale, come agenti primarj, e le Mine tengono il luogo del guadagno, come pazienti. L'intavolatura adunque starà così.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Molini | Mine | Giorni | Mine | Molini |
| 5 | 400 | 8 | 840 | 12 |
| | 12 | | 5 | |
| 12 | | | | 5 |
| | 48\|00 | | 200 | |
| | | | 8 | |

4(336|00

12(84

Giorni 7

Le Mine 480. sariano macinate da 12. Molini in sette giorni.

### *Quesito Quarto.*

Se Mine 400. sariano macinate in giorni 8. da Molini 5. Da quanti Molini saranno Macinate Mine 840. in giorni 7.?

Questo quesito è in tutto simile al secondo: perchè in esso si cerca il primario Agente, cioè li Molini, che tengono il luogo di capitale, però la risoluzione, e la prova si trova, come sopra, nel secondo quesito.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Giorni | Mine | Molini | Mine | Giorni |
| 8 | 400 | 5 | 840 | 7 |
| 7 | 28\|00 | | 6720 | 8 |
| | | | 5 | |

(336|00

Molini 12

Le Mine 840. saranno macinate in 7. giorni da Molini 12.

Finalmente per non lasciar cosa desiderabile in questa da me molto stimata Regola, quì voglio insegnare il modo di conoscere con prestezza, se il quesito sia dritto o rovescio, ed è questo. Proposto il quesito, sempre si batte l'occhio addosso alli due termini della do-

domanda, e quali siano, subito si collocano nella quarta, e quinta cosa dell'intavolatura, come piace. Fatto questo, nelle due prime Case si collocano quei due termini del supposto, che corrispondono alla natura delli due già intavolati della domanda. Sicchè vi resterà di necessità quel termine, o cosa da metter nel mezzo. Ora io dico. Se quella cosa, che cade nel mezzo, sarà guadagno, o cosa fatta, il quesito è dritto, ma se satà uno degli agenti del supposto, sarà rovescio.

## CAPITOLO XII.

## REGOLA DEL TRE MOLTIPLICE.

LA Regola del Tre Moltiplice consiste nel risolvere in un sol colpo li quesiti, ch'hanno più supposti, ed una sola dimanda, (se più d'una fossero le dimande, impossibile saria il risolverli in un sol colpo) tutto il punto consiste nel sapere intavolare li quesiti, il ch'è facilissimo. Li termini sono sempre dispari. La dimanda si colloca sempre da se sola nell' ultimo luogo (nè fa Casa) e per il primo termine della prima Casa s'elegge sempre la cosa simile alla dimanda, e appresso se gli mette la sua compagna. Tutte l'altre Case si formano col proprio supposto con li numeri simili uno a fianco all'altro. Ciascuna Casa ha due numeri, cioè sinistro, e destro. Il destro dell'ultima Casa è sempre simile alla cosa, che si cerca, e chiamasi numero penultimo. La dimanda, se bene è sola, si reputa per numero destro. Ma per essere questo negozio più di curiosità, che di necessità, veniamo alle corte.

### *Quesito Primo.*

Brazza 10. di Tela costano Lir. 4. ed il 100. della Canepa vale Lir. 16. S' addimanda: Per brazza 85. di Tela quanta Canepa s'avrà?

| Braz.Lir. | Lir.Canep. | Braz. |
|---|---|---|
| 10. 4. | 16. 100. | 85. |

Canep.Lib.100.
Tela Braz. 85.
Lir. 16.
Braz. 10.
8500.
Lir. 4

Divis. 16[0-3400.]0 Numero da partirsi.
Quoz. 212. $\frac{80}{160}$ cioè $\frac{1}{2}$.

Intavolata che sia la proposizione, (come ho insegnato) per averne il numero da partirsi, si moltiplicano insieme tutti li num. destri di ciascuna cosa: e s'avrà nell'ultimo prodotto 34000. Per aver il partitore, si moltiplicano insieme parimente tutti li numeri sinistri di ciascuna cosa, e s'avrà 160. Diviso poi quello per questo, di quoziente s'avrà 212 $\frac{1}{2}$ per la cosa cercata. Adunque per brazza 85. di tela, s'avranno Lib. 212. $\frac{1}{2}$ di Canepa. Per farne la prova, si dice così. Se brazza 10. costano Lir. 4. quanto costeranno brazza 85. costeranno Lir. 34. Dipoi si dice: Se con Lir. 16. ho Libbre 100. di Canepa, con Lir. 34. quante Libbre n'avrò? Operando n'avrai Libbre 212. $\frac{1}{2}$ (come per l'altro modo.)

### *Quesito Secondo.*

Supponiamo, che brazza 10. di qualsivoglia cosa alla misura di Milano, siano 12. in Venezia, e 9. di Venezia siano 11. in Ferrara, e 15. di Ferrara siano 16. in Bologna, e 20. di Bologna siano solamente 18. in Modena: S'addimanda: Brazza 100. di Modena, quante riusciranno in Milano?

| Mod.Bol. | Bol.Fer. | Fer.Ven. | Ven.Mil. | Mod. 100. di Mod. quante in Milano. |
|---|---|---|---|---|
| 18. 20. | 16. 15. | 12. 10. | 12. 10. | |

In questo quesito, perchè la domanda è misura di Modona, bisogna metter nel primo luogo dell' intavolatura il supposto di Modona, col suo equivalente: cioè, che 18. di Modona sono 20. in Bologna. Nel resto retrogradando, le Case si danno la mano l'una l'altra ( come gli Anelli della Catena. ) Operando poi, ( come ho insegnato ) il Divisore sarà 38016. il numero da partirsi 2700000. ed il quoziente 71. $\frac{1}{44}$. Sicchè 100. Brazza di Modona saranno in Milano solamente Brazza 71. $\frac{1}{44}$.

### *Quesito Terzo.*

Uno compra una quantità di Formento a Lir. 8. la Corba, e più $\frac{1}{20}$ di spesa. Nel maneggiarlo, e nel condurlo calò a ragione di 5. per 100. Dimando, quanto deve venderlo la Corba per non perdervi?

In questo quesito vi sono due proporzioni una di perdita nella materia, l'altra d' alterazione nel denaro, e volendo vendere il sopraddetto Formento, e ricavare quel tanto, che si spese, sarà d'uopo l'alterare il prezzo a porzione dell'alterazione della spesa, come per il calo, che fa il Formento. Onde supposto, che di questo se ne sia fatto una compra di Corb. 100. il quale pagato lir. 8. la Corba importa lire 800. e avendovi di spesa $\frac{1}{20}$ per lira ( che vuol dire 20. si fa 21. ) la Corba li viene a costare lire 8. e soldi 8. Sicchè le Corbe 160. importariano lire 840. Poscia volendo trovare a quanto si deve rivendere la Corba per non avervi danno, così resta disposta la Regola Moltiplice.

| Cor. | Lir. | Lir. | Lir. |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 20 | 21 |

19|00|

| Corb. | Corb. | Corb. |
|---|---|---|
| 95 | 100 | 1 |

21

2100

8

168|00

Lire 8. 16. 10.$\frac{2}{19}$

Prova

Corb. 95.

Lir. 8. 16. 10.$\frac{2}{19}$

12 (960

80

1520

20( 1600

80

760

Lire 840

Si vede, che la Corba si deve vendere a lire 8. 16. 10. $\frac{2}{19}$ per non avervi danno, e questo provasi, che apprezzando le Corbe 95. che restarono, vi tornano le lire 840. come si spesero di prima compra.

### *Quesito Quarto, e primo rovescio.*

Lavoranti 100. presero la rottura d'un Fiume in 30. giorni d'ore 14. Dimando in quanti giorni d'ore 12. la pigliariano Lavoranti 55.?

Che questo quesito sia rovescio, da questo si conosce, che il maggiog numero de' lavoranti, e i giorni più lunghi danno l'operazione più presto fatta, che non sarà il minor numero de' lavoranti, ed i giorni più brevi, onde in questo s'opera in tutto, e per tutto come si fa nella Regola del Tre Rovèscia. Moltiplicando insieme tutti e tre i numeri, che compongono i due termini, cioè i Lavoranti 100. con i Giorni 30. d'Ore 14. e fanno 42000. Poscia moltiplico li Lavoranti 75. con un Giorno d'Ore 12. e fanno 900. e questo è il partitore, che divide il 42000. dove ne viene 46. $\frac{2}{3}$. Adunque in Giorni 46. $\frac{2}{3}$ d'Ore 12. li Lavoranti 75. prenderanno la suddetta Rotta; che viene presa da Lavoranti 100. in Giorni 30. d'Ore 14. come dall'operazione si vede.

| Uom. | Gior. | Ore | Rotta. | Uom. | Gior. | Ore. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1\|00 | 30 | 14 | 1 | 75 | | 12 |
| | 9(420 | | | 9\|00 | | |
| | Giorni 46 $\frac{1}{3}$ | | | | | |

Prova

Giorni 46

Ore $12\frac{2}{3}$) 24

560 8

Uo. 75

42000

Se il quesito dicesse una Rotta di Pertiche 50. quel termine saria superfluo, poichè prendendo la suddetta Rotta vi si contiene la quantità delle Pertiche, perciò non serve il ponerlo in Abbaco.

*Quesito Quinto, e primo mescolato.*

Se con Brazza 380. di Panno alto 2. Brazza, si vestono uomini 30. s'addimanda: Quanto Panno ci vorrà, alto solamente Brazza 1 $\frac{1}{2}$ per vestirne 45.?

Questo quesito cade sotto la regola moltiplice mescolata, perchè le due altezze diverse del Panno fanno una posizione rovescia, essendo che la minor altezza ricerca più lunghezza, ed è contra, ma gli uomini 30. in risguardo alli 45. fanno una posizione dritta, però simili quesiti s'intavolano come siegue.

Uo.

---

| Uomini.<br>Del supposto.<br>Della domanda.<br>30 —— 45. | Altezza.<br>Della domanda.<br>Del supposto.<br>1 $\frac{1}{2}$ — 2. | Lunghezza,<br>Del supposto.<br>380. |
|---|---|---|

| Uom. | Uom. | Alt. | Alt. | Braccia. |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 45 | 1 $\frac{1}{2}$ | 2 | 380 |
| 15 | | | | 760 |
| 30 | | | | |
| 45 | | | | ( 34200 |
| | | | | Br. 760 |

Operando secondo la Regola, per vestir 45. uomini di Panno alto un Braccio e mezzo, ce ne vorriano Braccia 760. e che sia così, lo dica la Geometria a chi l'intende.

Lunghezza Brazza 380.

| Alt. Brac. 2. | Braccia quadre per vestir 30. uomini. Braccia 760. | Alt. Brac. 1 $\frac{1}{2}$. | Braccia quadre per vestire 45. uomini, Altezza senza lunghezza Braccia 1140. |
|---|---|---|---|

Le Braccia 380. alte 2. Brac. moltiplicate con le Braccia 1. della sua altezza, formano una superfizie di Braccia quadre 760. ma perchè dovendo servire, per vestire 30. uomini, dividendo per 30. il 760. ne viene $25\frac{1}{4}$. Sicchè per vestire un sol uomo ci vorranno Braccia quadre $25\frac{1}{4}$ e per vestire 45. ce ne voranno Braccia 1140. pur quadre: ma perchè il Panno da vestir questi 45. Uomini è alto solamente Braccia $1\frac{1}{2}$ per averne la sua lunghezza, basta a partire il 1140. per

$1\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2}$ perchè il Quoziente, che pure è 760. sarà l'altro lato, concorrente alla formazione della superfizie 1140. che ha un lato cognito d'un Braccio e mezzo, e per conseguenza sarà anco la lunghezza, o le braccia del Panno cercato. Adunque l'operazione fu buona, perchè anco geometricamente si prova, che per vestire li predetti 45. uomini, come sopra, ci vogliono 760. braccia di Panno alto un braccio $\frac{1}{2}$. Or proseguiamo cose più serie.

## CAPITOLO XIII.

## DE' CENSI, O MERITARE.

Censo non è altro, che dare, o ricevere una quantità di Denari, o altra roba Mercantesca, con patto di pagare un tanto all'Anno per cento, ovvero al Mese fin tanto che si restituisca il capitale. Quel tanto poi, che si paga per 100. è chiamato merito, o frutto di quei Denari, o altra roba imprestata, o consegnata.

Il merito, o frutto è di due sorti, cioè merito semplice, e merito di merito. Il merito semplice è quando si paga un tanto all'Anno per 100. finchè sia restituito il capitale, ma il merito di merito, è quando, che nel dare a censo, si fa patto, che ogni Anno li sian dati li suoi frutti, altrimenti si dichiara, che quei frutti l'anno seguente abbino d'avere la sua retta porzione pur di frutto. Sicchè se uno pigliasse Scudi 100. a censo con patto di pagare scudi 10. all'anno, e in capo a ciascun anno di sborsare li detti 10. scudi, se quel tale non gli pagasse il primo anno, l'anno secondo dovria sborsare scudi 21. 10. per li scudi 100. e 1. per merito, e frutto di quei 10. scudi, e così successivamente. Ma questo secondo merito si chiama usura.

La maggior parte delli quesiti di questa materia si risolvono, come s'è detto nel primo quesito della Regola del tre composta, cioè: O per la Regola del tre semplice in due colpi, o per via di componimento; e per essere quest'ultimo più maestrale, ci serviremo di esso. Ma per non errare nel comporre, bisogna avvertire, che il merito, o frutto nasce da due cose, cioè, da terminata quantità di Denari, e di tempo prefisso, ed una che manchi, non vi può esser merito. Veniamo alla pratica.

### *Quesito Primo.*

Quanto meriteranno scudi 4164. a ragione di scudi 10. il 100. all'anno?

Questo non porta difficoltà alcuna, qual si risolve per la Regola del tre ordinaria. Guadagnieriano all'Anno scudi 416. $\frac{2}{5}$.

### *Quesito Secondo.*

S'addimanda: Scudi 360. Lir. 3. Soldi 15. Denari 8. a ragione di 15. per 100. all'Anno, in quanto tempo si raddoppieranno?

Fa così per la più corta in simili quesiti. Parti il 100. per il 15. (suo merito) ed il Quoziente (che sarà 6. $\frac{2}{3}$) sarà quello che si cerca. Sicchè in 6. Anni, e $\frac{2}{3}$, cioè 8. Mesi avrai il doppio.

### *Quesito Terzo.*

Ma se si dicesse Scudi 630. Lir. 3. Soldi 15. Den. 8. a ragione di Den. 3. per Lira al Mese, in quanto tempo si raddoppieranno?

In simili quesiti a Mese basta partire la Lira, cioè 20. per li Denari, che merita la Lira al Mese, perchè l'Avvenimento sarà quello, che si ricerca. Che nel caso nostro sariano pure Anni 6. $\frac{2}{3}$ cioè Mesi otto.

### *Quesito Quarto.*

Uno impresta ad un suo amico scudi 735. a 5. per 100. all'Anno. S'addimanda. Quanto avrà guadagnato in due Anni, Mesi 7. e giorni 25.?

Per avere il primo composto si moltiplicano li scudi 100. col suo tempo, cioè con giorni 360. (per rispetto de'giorni, che sono nell'altro termine) e s'avrà

36000. Per avere il secondo composto si moltiplicano li scudi 735. con gli Anni 2. Mesi 7. e giorni 25. ( fatti tutti in giorni ) e s'avrà 701925. E poi si dice. Se un composto di 36000. guadagna scudi 5. Quanto guadagnerà quest'altro composto di 701925.? Operando guadagnerà scudi 97. Lir. 1. Sol. 19. Den. 2. ( Per un Anno ho preso 360. giorni al costume de' Mercanti ) Vedine un esempio.

| Anni | Scudi | Scudi | Scudi | Anni |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 5 | 735 | 2. 7. 25 |

12

36000

Prova

Scudi 735

Scudi 5

3675

Anni 2. 7. 25

30 (91875

3062. 2

25725

12 (28787.2

2398. 3. 16. 8.

7350

10 (9748. 3. 16. 8

10 (974. 3. 11. 8

Scudi 97. 1. 19. 2

31

955

4775

2865

6685

701925

36 (3509625

971489.2.6.8.

1 4

11958

1 20

191166

1 12

21000

---

## *Quesito Quinto.*

S'addimanda Lir. 60. a Den. 2. $\frac{1}{2}$ per Lira al Mese, quanto frutteranno, o meriteranno in Mesi 8. e $\frac{2}{3}$ cioè, giorni 20.?

Lir. 60.

Mesi 8 $\frac{2}{3}$

3 ( 120

40

480

520

Den. 2. $\frac{1}{2}$

260

1040

24|0 ( 130|0

Lire 5. 8. 4

La Lira, ed il Mese fa un composto d'1. solo. Le Lir. 60. con li Mesi 8. $\frac{2}{3}$ fanno l'altro composto di 520. si dice adunque. Se 1. guadagna, o merita Den. 2. $\frac{1}{2}$ che meriteranno 520.? Operando guadagnano Den. 1300. che riescono lir. 5. sol. 8. den. 4. Quando li giorni si possono maneggiare per via di rotto, come ho fatto in questo esempio, riesce l'operazione di minor fatica, e numeri, per non avere da far li Mesi in giorni.

## *Quesito Sesto.*

Uno impresta ad un altro una quantità di scudi, senza far scrittura, a ragione di 10. per 100. all'Anno. Costui li gode anni 2. e mesi 8. E per frutto d'essi diede al Padrone scudi 200. con carta di ricevuta, e testimonj. Volendo poi l'amico negare il Capitale, fu messo il negozio in lite, ec. Quanti furono li scudi, che l'uno ricevette dall'altro?

Scudi
10
An. $2\frac{2}{3}$

Scudi $26\frac{2}{3}$

Scudi
$26\frac{2}{3}$

8|0

Scudi
100

Scudi
200

20000

6000|0

Scudi 750

Prova
Scudi 750
Sc. 10

7500
Anni 2. 8.

12 (60000

5000
15000

Sc. 220|00

Per risolvere simili quesiti, bisogna primieramente vedere quanto guadagnano in due anni, e 8. mesi 100. di quei scudi, che per il frutto diede al Padrone a 10. per cento. Del facendone prova, guadagnano scudi 26. $\frac{2}{3}$.

### *Quesito Settimo.*

Fatto questo, si dice poi. Se scudi 26. $\frac{2}{3}$ vengono da scudi 100. da quanti verranno scudi 200. che pagò per frutto? Operando vengono da scudi 750. E tanti furono li scudi dati a censo. Se ne fa la prova dicendo. Se scudi 100. in mesi 32. ( che sono li 2. anni, e 8. mesi ) guadagnano scudi 26. $\frac{2}{3}$. Quanti ne guadagneranno scudi 750. pure in 32. mesi? Guadagneranno scudi 200. Adunque sta bene.

Uno ha tolto da un suo amico scudi 1000. a pagargli 12. per Cento all'Anno, quanto li tenesse non si sa; solo consta, che per frutto pagò al Padrone scudi 150. quanto tempo gli ha tenuti?

---

Per saperlo fa così. Moltiplica 100. di quei scudi, che pagò per frutto con un Anno, e avrai un composto pur di 100. e poi dirai. Se scudi 12. vengono da un composto di 100. da che composto verranno scudi 150.? Verranno da un composto di 1250. Ma perchè l'uno de' componenti questo numero 1250. sono li Scudi 150. cogniti, e l'altro componente consiste negli Anni incogniti, per avere questi Anni, basta a partire il 1250. per li Scudi 1000. tolti a Censo, perchè il Quoziente ne verrà 1. $\frac{1}{4}$, e tanti Anni appunto tenne li Scudi 1000. Che ciò sia il vero, dicasi. Se scudi 100. in Mesi 12. guadagnano scudi 12. Quanti ne guadagneranno scudi 1000. in Mesi 15. ( che sono quell' Anno 1. $\frac{1}{4}$. Operando, guadagneranno scudi 250. però sta bene.

### *Quesito Ottavo.*

Uno dice così. La Lira mi guadagna Den. 6. al Mese. Quante Lire mi guadagneranno Den. 1. al giorno?

Questo si risolve come il passato. Per avere il primo composto, si moltiplica Lir. 1. con li 30. giorni di un Mese, e s'avrà pur 30.; poi si dice. Se Denari 6. sono guadagnati dal composto di 30. Da che composto sarà guadagnato Denari 1.?

Sarà guadagnato dal composto di 5. Dividendo questo 5. per un sol giorno resterà pure 5. e così Lir. 5. guadagneranno un Denaro al giorno. Questo modo si tiene ogni volta, che manchi uno de' compunenti al secondo composto, cioè, che il Quoziente sarà il componente incognito di tempo, o di scudi ec.

### *Quesito Nono.*

Uno piglia imprestito scudi 96. a Denari 4. per Lira al Mese di frutto. Costui li tenne Mesi 7. giorni 25. Si dimanda. Quanto monterà il merito di detti 96. scudi in questo tempo?

Si fa così. Vedasi quanto guadagni una Lira sola in det-

detto tempo, dicendo; Se Mesi 1. mi dà Den. 4. che mi daranno Mesi 7.? Daranno Soldi 2. Den. $\frac{1}{4}$, di poi si dice. Se Lir. 1. cioè Den. 240. mi guadagnano Den. 31. $\frac{1}{4}$ che mi guadagneranno scudi *96*. Ho convertito la prima, e seconda cosa in Den. per poter operare per quella Regola detta a carte 47. come più lesta, cioè, che quando la prima, e la seconda cosa sono simili, la quarta riesce della natura, non della seconda, ma della terza cosa. Sicchè nel caso nostro moltiplicando li Den. 31. $\frac{1}{2}$ con li scudi *96*. saranno 3008. che partito per il 240. ne risulteranno scudi 12. $\frac{8}{25}$ ancorchè il primo ed il secondo termine siano Denari. E questo avvertimento è molto osservabile. Adunque li scudi *96*. in 7. Mesi, e giorni 25. fruttano scudi 12. $\frac{3}{25}$. ( Quei Denari 240. sono la Lira, che tiene il primo luogo del quesito ) E tanto basti in materia del merito, o frutti.

## CAPITOLO XIV.

## DELLO SCONTARE.

LO Scontare è un atto contrario al meritare, perchè col frutto s' accresce il capitale, ma collo scontare si cala, e sminuisce. Quando uno guadagna 10. per 100. fa di 100. 110. e di 10. si fa 11. Ma per contrario scontando si fa di 110. 100. e di 11. si fa 10. solamente: E notisi bene.

### *Quesito Primo.*

Uno deve dare ad un altro in capo a due Anni, e mezzo scudi 350. ma perchè il Padrone si trova in necessità del suo Denaro, promette di scontare al debitore 10. per 100. se di presente li sborsa la moneta, del che contentandosi, s' addimanda, quanto deve di ragione sborsare il debitore?

Primieramente vedasi, quanto meritano scudi 100. in 2. Anni, e $\frac{1}{2}$ e 10. per 100. il che fatto, si trova, che fruttano scudi 25. i quali col suo capitale fanno 125. Dicasi poi così. Se 125. mi restano 100. che mi resteranno 350.? Operando, resteranno scudi 280. E tanti appunto ne doverà sborsare il debitore, ed avrà soddisfatto per li scudi 350. ( scontandone il Padrone 10. per 100.

| Scudi | Scudi | Scudi | Scudi |
|---|---|---|---|
| 10 | 125 | 100 | 350 |

Anni 2 $\frac{1}{2}$

25

5 ( 35000

25 (7000

Scudi 280

Prova

Scudi 280

10

2800

Anni 2 $\frac{1}{2}$

1400

5600

70|00

280

70

350 Scudi

### *Quesito Secondo.*

Un altro deve avere da un suo prossimo Lire 100. in termine di mesi 4. ma se gli sborsa il Denaro di presente, il creditore gli vuol scontare li denari 3. per lira al Mese. Or s'addimanda: Quanto deve sborsare di ragione.

Questa si scioglie come la passata. Vedasi quanto frutti la Lira ne' 4. Mesi, a ragione di Denari 3. il Mese; quel frutto si trova esser sol. 1. sicchè 20. diventano 21. meritando, ma scontando si dice, se soldi 21. restano 20. che resteranno Lir. 100.? Operando, resteranno Lir. 95. Soldi 4. Denari 8. $\frac{1}{2}$.

### *Quesito Terzo.*

Uno deve avere da un altro scudi 300. con quest' ordine. Da quì ad un Anno scudi 100. e da quì a due

due Anni altri scudi 100. e da quì a tre Anni altri scudi 100. Se di presente il debitore volesse sborsare tutti li scudi 300. il creditore vorria scontarli il 10. per Cento semplicemente. Se il debitore si risolve quanto doverà sborsare.

Per il primo Anno bisogna dire. Se 110. era 100. che farà 100.? Ovvero se 11. era 10. che farà 100.? Operando farà 90. $\frac{10}{11}$. Per il secondo Anno si dice, se 120. era 100. che sarà 100? Sarà 83 $\frac{1}{3}$. E per il terzo Anno si dice pure: se 130. erano 100. quanto sarà 100. sarà 76. $\frac{12}{13}$ sommando insieme queste tre partite, cioè 90. $\frac{12}{13}$ 83. $\frac{1}{3}$ e 76. $\frac{12}{13}$ s'avranno scudi 251. $\frac{71}{420}$ e tanti appunto ne dovrà sborsare ec.

Questa Regola dello scontare, insegnata dagli Antichi Scrittori, ed approvata dalli Moderni, pare, che non quadri bene ad alcuni, nè restino del tutto soddisfatti, parendo loro, che siccome nel meritare scudi 100. diventando per esempio 110, così nel scontare 100. dovessero restare solamente 90. Ma certissimo, che la Regola è buonissima, ed essi sono in grand' errore perchè la proporzione con la quale il Capitale cresce, con l'istessa proporzione deve calare, il che non si trova operando secondo il loro poco sapere. E' ben vero, che non rendendo la ragione, nè provando detti Scrittori la predetta Regola con fondamenti inespugnabili, sono cagione, che li men dotti vacillino. Adunque, acciò nissuno per l'avvenire possi più dubitare, quì voglio provare la fedeltà di questa Regola. Attenti alla prova.

Euclide, lib. 7. prop. 20. dice così. Se saranno tre numeri continui proporzionali, il Prodotto del primo nel terzo sarà sempre uguale al Prodotto del secondo, moltiplicato in se stesso. ( Servino d'esempio 1. 4. 8.) Questi tre numeri sono continui proporzionali, perchè uno contiene egualmente l'altro. Il secondo contiene due volte il primo, ed il terzo contiene parimente due volte il secondo. Di più, moltiplicando il primo col terzo, ne produce 16. e 16. pure ne dà il secondo moltiplicato in se stesso. Ma notate di grazia, che per tre numeri continui proporzionali non è necessa-

rio,

rio, che li numeri estremi siano distanti dal numero di mezzo con eguali unità, anzi quanto più cresce l' uno, tanto più cala l'altro. Sicchè, se il terzo numero, cioè l'8. fosse 16. il primo doveria essere di necessità 1. solo, e stariano così 1. 4. 16. ed avriano parimente le dovute suddette condizioni. Ma perchè nella seconda parte faccio un trattato delle proporzioni, non m'estendo più oltre, bastandomi per il mio intento quanto di sopra ho dichiarato. Or veniamo alle prove di quest'ultimo quesito.

Noi abbiamo detto, che li scudi 100. del primo Anno meritando si fanno 110. e scontando, restano solamente 90. $\frac{10}{11}$ sicchè abbiamo questi tre numeri.

Capitale scontato. Puro Capitale. Capitale col guadagno.
Scudi 90 $\frac{10}{11}$. Scudi 100. Scudi 100.
100. 90. $\frac{10}{11}$
Sc 9° 1000. 9900. 11. 11000.
100. Scudi 100.
Scudi 10000.

Vediamo un poco se quelli tre termini abbiano le condizioni, che ricerca Euclide. Moltiplicando 90. $\frac{10}{11}$ con 110. ne produce 10000. Moltiplicando anco li scudi 100. del capitale in se stesso, fanno pur 10000. Di più, dividendo il 100. ( termine di mezzo ) per 90. $\frac{10}{11}$ di Quoziente ne viene $\frac{1}{10}$. E perchè dividendo li 110. ( terzo termine ) per 100. ne viene parimente 1. $\frac{1}{11}$. Adunque li tre termini, avendo le dovute condizioni, sono continui proporzionali. Adunque la proporzione, che ha il meritare, la medesima ha il scontare. Però la Regola è buona.

*Per li Scudi* 100. *del secondo Anno.*

Capitale scontato. Puro Capitale. Cap. col guadagno.
Scudi 83. $\frac{1}{3}$. Scudi 100. Scudi 120.

Moltiplicando il primo col terzo termine fa pure 10000. Di più, dividendo 100. per 83. $\frac{1}{3}$ ne viene 1. $\frac{1}{5}$ ed 1. $\frac{1}{5}$ ne viene anco dividendo il 120. per 100. Adunque la Regola è ottima.

Per

### *Per li Scudi* 100. *del terzo Anno*.

Capitale scontato. Puro Capitale. Cap. col guadagno.
Scudi 76.$\frac{12}{13}$. Scudi 100. Scudi 130.

Moltiplicando il primo col terzo termine fa pur 1000. Di più, dividendo 100. per 76.$\frac{12}{13}$ ne viene 1.$\frac{3}{10}$ e 1. $\frac{1}{3}$ ne viene anche dividendo il 130. per 100. Adunque non si può negare la verità di questa Regola: poichè in tutti e tre li proposti Anni vi si ritrovano le condizioni ricercate da Euclide, cioè, che il Prodotto del primo nel terzo numero è stato sempre eguale al Prodotto del secondo, moltiplicato in se stesso, e di più in tutti e tre gli Anni il terzo numero contiene tante volte il secondo, quanto che il secondo contiene il primo ( Condizioni, che non troverete, se farete, che 100. resti 90. ) Adunque la proporzione, che si trova nel meritare, quell'istessa ha lo scontare, perchè si tocca con mani, che la proporzione, che ha il puro capitale col capitale, e guadagno, l'istessa ha il puro capitale, col capitale scontato.

Addimando a quei, che sono di contraria opinione. S'uno mi dovesse dare Scudi 100. da quì a 10. Anni, e sborsando di presente gli volessi scontare, il 10. per 109. quanto mi dovria dare? Certissimo, che non mi doveria dare cosa alcuna, volendo, che Scudi 100. nello scontare restino solamente 60. Ma operando secondo la vera regola, i Scudi 100. in capo a 10. Anni meritando si fariano Scudi 200. e scontando restariano solamente 50. E tanti ne deve avere. Ivi ho detto, che non dovria dar cosa alcuna. Questo è vero secondo il parere di quei che nello scontare vogliono, che 100. restino il primo Anno 60. il secondo 80. il terzo 70. ec. siccome nel meritare 100. diventano 110. in capo al primo Anno, 120. in capo al secondo, 130. in capo al terzo ec. ma questa è gran sciocaggine, perchè nel meritare, il Capitale resta sempre intero, che nel scontare sempre si scema d'Anno in Anno, però non possono scontarsi egualmente ogni Anno Scudi 10.

Altri vogliono, che in capo al primo Anno i Scudi 100. restino 90. Per il secondo dicono: se 100. resta

90. che resterà 90.? Resterà 81. Per il terzo Anno dicono: se 100. resta 90. che resterà 81. resterà 72. $\frac{9}{10}$ e così con quest'ordine operariano fino al decimo Anno. Il calcolo di questi è buono, ma perchè lo scontare non ha la medesima proporzione, che ha il meritare, in ciò si scorge il suo errore, e si conferma la fedeltà della Regola. Fatene la prova.

Capitale scontato. Puro Capitale. Capitale col guadagno.
Scudi 50. Scudi 100. Scudi 200.

Moltiplicando il 50. col 200. fa pure 10000. Di più siccome il 100. contiene due volte il 50. così il 200. contiene due volte 100. Adunque ec.

Mi resta da rispondere ad una difficoltà sopra questo preciso quesito, per lettera fattami dal Sig. Francesco Manelli Piacentino, uomo dotto, e stimatissimo, che poco fa pur lui ancora ha posto alla Stampa in materia di Geometria. La difficoltà è questa.

Se noi riduciamo quei tre termini di pagamenti ad un sol termine, certo è, che ( secondo l'insegnata Regola ) in capo a due Anni il debitore saria tenuto di sborsare in un sol sborso li Scudi 300. Sicchè volendogli scontare, bisognerà dire. Se 120. resta 100. che resterà 300.? Operando resterà 250. e tanti Scudi appunto dovria sborsare di presente il debitore. Il che non batte con l'altra operazione di scudi 25. $\frac{71}{429}$. E dove nasce questa differenza? La volete sapere? Attenti. Non ho detto io, che in tre termini continui proporzionali quanto più cresce un termine estremo, tanto più cala l'altro? Avete considerato, che il capitale scontato per li Scudi 100. del primo Anno sono restati 90. $\frac{10}{11}$. Quelli del secondo Anno 83.$\frac{1}{3}$ e quelli del terzo Anno solamente 76. $\frac{12}{13}$ nè per altro, se non perchè per li primi Scudi 100. avete detto: Se 110. resta 100. ec. Per li 100. del secondo Anno, se 120. resta 100. ec. e per il terzo Anno avete detto: Se 130. resta 100. ec. Ora quando voi vi riducete a pagare scudi 300. in capo a due Anni, siccome v'obbligate a questi due termini. Se 120. resta 100. ec. così di necessità obbligate anco i Scudi 300. all'altro termine in continua proporzione di Scudi 83. $\frac{1}{3}$. Sicchè quei Scudi 100. del primo Anno, che scontati restano 90. $\frac{10}{11}$ ridotti in capo alli due anni, resteranno solamente 83. $\frac{1}{3}$. E quei 100. del terzo Anno, che prima erano solamente 76. $\frac{12}{13}$ anticipandoli un Anno, si fanno pur loro 83. $\frac{1}{3}$. E questa è la cagione dello sbaglio.

Or passiamo più avanti. La differenza di 83. $\frac{1}{3}$ a 90. e 7. $\frac{12}{13}$. La differenza da 76. $\frac{12}{31}$ a 83. $\frac{12}{13}$ è 6. $\frac{16}{39}$. Sicchè li scudi 100. del primo anno ridotti al secondo anno calano scudi 7. $\frac{19}{38}$ e li 100. del terzo anno crescono solamente 6. $\frac{16}{39}$. Cavinsi le differenze l'una dall'altra, cioè 6. $\frac{6}{8}$ da 7. $\frac{19}{33}$ e ne resterà $\frac{171}{629}$ d'aggiugnersi alli scudi 250. che poi saranno 251. $\frac{17}{29}$ come per il primo modo. Adunque non vi sia più alcuno, che dubiti della fedeltà di questa Regola, trovata da' nostri Antichi, che quando la saprete maneggiare, qualsivoglia modo che sia, sempre vi dirà il vero.

## CAPITOLO XV.

### MODO DI RIDURRE PIU' PAGAMENTI AD UN SOL TERMINE, O PAGAMENTO.

UNo compra una Casa per il valore di scudi 1200. con patto, ed obbligazione di pagar in capo a due anni scudi 700. e gli altri scudi 500. promette sborsarli immediatamente finiti li quattro anni, ma per certe occorrenze accadute, concordemente le parti vorriano fare un solo sborso di questi scudi 1200. ma ad un tempo, e termine tale che di ragione non pregiudichi nè all'uno, nè all'altro. Or s'addimanda, a che tempo, o termine si ha da fare tal pagamento?

In due modi si può questa, e simili questioni risolvere. La prima è questa. Vedasi quanto meritariano li scudi 700. in quei 2. anni, che ha tempo a pagarli a 10. per cento ( o altro merito *ad libitum*. ) Il che facendo meritano scudi 140. Vedasi ancora quanto meritano gli altri scudi 500. nelli 4. Anni. Il che facendo, fruttano scudi 200. e questi sommandoli con gli altri 140. faranno tutti insieme 340. Dopo questo. Vedasi in quanto tempo tutta la massa de' scudi 1200. meriteriano essi scudi 340. a 10. parimente per Cento, del che facendone prova, li meriteriano in Anni 2. e Mesi 10. E così in termine di due Anni, e Mesi dieci sarà tenuto il debitore a pagarli 1200. scudi, e questa è la ragione, perchè tanto meritano a qualsivoglia merito li 1200. Scudi in due Anni, e dieci Mesi, quanto meritano li 700. scudi in due Anni, e gli altri 500. scudi in 4. Anni.

Il secondo modo è più breve, più facile, ed il più maestrale, ed è questo. Siano quanti si vogliono li termini, o le partite, che per l'intento basta moltiplicar ciascuna partita, o quantità di scudi, di lire, ec. col suo tempo prescritto a pagarli ( convertendo gli Anni in Mesi, quando con gli Anni vi siano Mesi, e li Mesi convertendoli in giorni, quando con li Mesi vi siano giorni. ) Fatto questo, si sommano tutti li suddetti Prodotti ( che composti di prezzo, e di tempo si chiamano ) e la somma dividendoli subito per la somma di tutte le partite di Scudi, di lire ec. Il Quoziente sarà il tempo cercato, nel quale sarà tenuto il debitore a sborsare la Moneta. Quì il tutto si vede chiaro per l'istesso quesito.

Scu. 700. suo termine di pag. An. 2. suo prod. o Com. 1400.
Scu. 500. suo termine di pag. An. 4. suo prod. o Com. 2000.
Div. 1200. e somma delle partite. Somma de' Comp. 34|00.
12|00. An. 2. $\frac{10}{12}$

cioè 10. Mesi, come per il primo modo. E questo secondo modo è da praticarsi.

*Quesito Secondo.*

Uno deve dare ad un altro
L. 50. ha tempo Mesi 7. Comp. 350.
L. 10. ha tempo Mesi 9. — 90
L. 36. ha tempo Mesi 10. — 360.
Divisore 96. Somma de' Composti 800. Quoz. Mesi 8.
768
—
32. Mesi da farsi in
30. ( giorni.
Div. 96. 960. Quo. giorn. 10.

In capo a Mesi 8. giorni 10. sarà tenuto di pagare in un solo sborso Lir. 96.

### *Quesito Terzo.*

Uno deve dare ad un altro per certi interessi, che hanno insieme li sottoscritti Denari, da pagarsi in diversi tempi. Volendosi pagare tutti in una sol volta, a che tempo di ragione dovrà far tale sborso?

Scud. 123. adì 7. Gen. 1692. Mesi. Giorni.
Scud. 184. adì 18. Lug. 1692. Differ. 6. 11. Per merito Scu. 9. L. 3. S. 0. D. 11.
Scud. 187. adì 16. Set. 1692. Differ. 8. 9. Per merito Scu. 8. L. 3. S. 2. D. 8.
Scud. 36. adì 26. Mar. 1693. Differ. 14. 19. Per merito Scu. 44. L. 3. S. 10. D. 0.

Scud. 802. Scud. 63. L. 1. Sol. 13. D. 7.

Per il primo modo questi quesiti si risolvono così: per fondamento dell'operazione, si piglia la prima partita, cioè quella delli 7. Gennajo 1692. Il che supposto, bisogna vedere la differenza del tempo, che si trova dalla prima partita a ciascun altro termine, o partita. La qual differenza l'ho notata in mesi, e giorni. Dopo bisogna vedere, quanto meritano li Scudi di ciascuna partita in quel tempo, o mesi della sua differenza a 10. per 100. all'Anno, ( ovvero a qualsivoglia merito ). Per maggior intelligenza l'ho notato nella propria partita. Fatto questo, si sommano le partite del debito, che fanno Scud. 802. Si sommano parimente tutti li meriti insieme, che sono Scudi 63. Lir. 1. Sol. 13. Den. 7. vi saria un Rotto di Denaro, del quale non se ne fa conto, come anco per un anno, si pigliano solamente 360. giorni. Dopo tutto questo, bisogna vedere, in quanto tempo la somma delli Scudi 802. meriteriano a 10. per 100. li suddetti Scudi 63. Lir. 1. Soldi 13. Den. 7. dal che facendone prove, le meriteriano, o guadagneriano in Mesi 9. giorni 14. ( lasciando da parte le minuzie. ) Finalmente aggiugnendo questi mesi 9. giorni 14. al tempo della prima partita, cioè alli 7. Gennajo 1692. ( ove s'è fondata l'operazione ) il termine di questo aggregato arriverà alli 21. d'Ottobre dell'istesso Anno 1692. Adunque alli 21. d'Ottobre 1692. si dovranno pagare le suddette quattro partite.

Ma volendo risolvere il quesito per il secondo modo, bisogna convertire in giorni li mesi della differenza. Il che fatto si moltiplicano li giorni con li Scudi della loro partita, e li Prodotti si sommano insieme, e quest'ultimo avvenimento si parte per la somma de' Scudi delle quattro partite, che sono 802. e di Quoziente ne verranno 284. che saranno giorni, perchè li composti parimente sono di Scudi, e di giorni. Convertendo finalmente questi 284. giorni in mesi, ne vengono pure mesi 9. giorni 14. quali aggiunti alli 7. di Gennajo, arriveranno ( come per l' altro modo ) alli 21. d'Ottobre 1692.

Scudi 123. adì 7. Gen. 1692.
Scudi 184. Differ. gior. 191. Suo comp. 35144.
Scudi 127. Differ. gior. 249. Suo comp. 31623.
Scudi 368. Differ. gior. 439. Suo comp. 161552.

Scudi 802. Div. 802. 228319. Quoz. gio. ( 284 $\frac{551}{802}$

160

6791. G. 30 9. Mes.
6416. ( G. 14. $\frac{551}{802}$

3759.
3208.

561.

Di quel Rotto di giorno $\frac{551}{802}$ non se ne tien conto. Ma chi volesse veder il pelo nell'uovo, sariano mesi 9. giorni 14. o. 16. min. 29. e $\frac{262}{862}$ di minuta. La prima partita non forma composto, perchè non ha differenza di tempo, essendo essa il fondamento dell' operazione. Ho posto parimente due modi d'operare, acciò uno testifichi la verità dell'altro.

# CAPITOLO XVI.

## *Come si tiri in resto sì in tempo, come in Denari una ragione di due, ovvero più partite di meriti, o altro simile.*

QUei, che si esercitano in dare, o ricevere a Censo, se spesso non saldano le partite in un sol resto, a lungo andare, si troveranno molto confusi, ed imbrogliati: però quì s'insegna il modo di saldare dette partite. Alla pratica.

### *Quesito Primo.*

Uno comprò una Possessione l'Anno 1692. qual monta scudi 4530. nel qual contratto costui sborsa scudi 2000. con obbligarsi a pagare gli altri scudi 2530. a' 25. di Marzo l'Anno 1697. e se tal tempo non potesse pagarli per qualche accidente, s'offerse a pagarli di merito 13. per cento all'Anno, per tutto il tempo, che oltre il detto termine, tarderà a sborsare li suddetti scu. 2530. con patto però: che se occorresse sborsarne qualche parte avanti detto termine, che ancor lui il venditore sia tenuto a rifargli tal tempo nel restante; cioè allungargli il detto termine alla rata de' denari, che gli darà: e del tempo in che li darà, del che contentandosi il venditore della Possessione, ne fanno Scrittura. Ora accade, che alli 29. di Settembre 1694. il Compratore sborsa altri Scudi 1000. al Venditore. S'addimanda: In qual giorno sarà tenuto a pagare il resto, cioè scudi 1530.?

Questo, e simili Quesiti si mettono in chiaro così. Vedasi quanto tempo prima del patto il Compratore paghi quei mille scudi. Chiara cosa è, che li paga prima del termine assegnato 2. Anni 5. Mesi, e 26. Giorni. Ora vedasi quanto meritano li mille scudi sborsati in questi Anni 2. Mesi 5. e Giorni 26. il che fatto, si trova, che meritano scudi 252. Lir. 0. Sol. 17. Den. 9. $\frac{1}{3}$ a 10. per 100. ( se bene si potria pigliare che merito si vuole per 100. ) Dopo questo, bisogna anco vedere in quanto tempo a 10. per 100. li restati scudi 1530. guadagneriano li suddetti scudi 252. $\frac{2}{4}$ ( che tanto a puntino sono quei sol. 17. Den. 9. $\frac{1}{3}$. ) del che facendone prova, li guadagneriano in Anni 1. Mesi 9. e giorni 15. ( lasciando il Rotto de' giorni ) e tanto appunto deve allungarsi il termine, cioè alli 25. di Marzo 1697. bisogna aggiugnervi quell' Anno 1. Mesi 7. e giorni 15. Il che facendo, s'arriverà alli 10. Novembre 1698. Adunque si conchiude, che il Compratore deve pagare li restati scudi 1530. alli 10. Novembre 1698. E se non paga, per l'avvenire sarà tenuto pagare di merito 13. per cento, in risguardo solamente a quei scudi 1530. che resta debitore, come sono d'accordo.

Ma più presto, e con manco limamento di cervello si avrà l'intento così. Moltiplica gli Anni 2. Mesi 5. e giorni 26. ( fatti tutti in giorni ) con li Scudi mille, e di prodotto ne verrà 896000. e questo partito per li scudi 1530. che resta debitore, ne riusciranno 585. giorni, che fatti in Anni, e Mesi, ne risultano pure Anni 1. Mesi 7. giorni 15. (come per l'altro. ) E poi s'aggiugne, ed opera come sopra, ec. Di questo Rotto $\frac{95}{13}$ non se ne tien conto.

Anni - M. G.
2. 5. 26.
12
divi. 2930
1530. (8 9 6000
( 585
1 3 100
8600
9 5|0
15310

Giorni
30 | 585
12|19--15
Anni 1--7. 25

### *Quesito Secondo.*

L'Anno 1692. a' 24. di Febbrajo, uno pigliò da un suo amico scudi 800. a pagarli 6. per 100. all'Anno con patto però di poterli restituire in tutto, o in parte ogni volta, che v' abbia comodo, ( per diminuire l' interesse. ) Occorre, che a' 18. di Luglio del medesimo Anno ne ritorna indietro 300. senza pagarli però li frutti corrispondenti alli 4. Mesi, e 24. giorni, che ha tenuto li 300. scudi nelle mani. Or s'addimanda, a che tempo ho da sborsare gli altri 500. Scudi, acciò con essi il Creditore si rimborsi del merito, o frutti delli Scudi 300. che l'altro ritornò indietro.

Questo quesito si risolve come il passato, se bene è tutto contrario: perchè in quello, avendo sborsato 1000. Scudi prima del tempo, conviene allungare il termine per la paga degli altri; ma quì converrà tirarlo indietro, acciò il Creditore si rifranchi con li 500. scudi del frutto delli ritornati 300. Scudi. Adunque si fa così per il primo modo. Vedasi quanto meritano li scudi 300. in quei Mesi 4. e giorni 24. che gli ha tenuti in mano. Meritano scudi 7. $\frac{1}{5}$ cioè soldi 16. Vedasi parimente in quanto tempo li scudi 500. meriteriano li medesimi scudi 7. $\frac{1}{5}$. Per saperlo, prima si moltiplicano li Scudi 300. con li Mesi 4. $\frac{4}{5}$ daranno questo composto 7200. di Mesi, e di Scudi. Dopo questo, bisogna dire: Se Scudi 7. $\frac{1}{5}$ vengono dal composto 7200. da che composto verranno Scudi 7. ed $\frac{1}{5}$? In simili occorrenze, perchè il primo, ed il terzo termine sono di quantità eguali, dopo l'aver faticato, ne torneria pur l'istesso composto 7200. però serva d' avviso, che basta a partire quel primo composto, prima per 5. per rispetto d'aver convertiti li Mesi 4. $\frac{4}{5}$ tutti in quinti, e verrà 1440. e sarà un composto di Mesi interi, e di Scudi. Finalmente dividendo questo composto 1440. per il componente cognito, cioè per li Scudi 500. di Quoziente, ne verranno Mesi 2. Giorni 26. $\frac{2}{5}$ ed in tanto tempo appunto li scudi 500. guadagneranno scudi 7. $\frac{1}{5}$. Finalmente sottratti questi due Mesi, e Giorni 26. ( lasciando andare li $\frac{2}{5}$ ) dalli 24. di Febbrajo 1692. tornando all'indietro, s'arriverà alli 28. di Novembre 1691. Ed in questo giorno appunto il Debitore dovrà pagare li scudi 500. con li loro frutti, e così sarà saldata la partita sì in tempo, come in Denari.

Ma volendola risolvere per il secondo modo ( sempre più facile ) basta a moltiplicar li scudi 300. con li Mesi 4. $\frac{4}{5}$ e ne verrà questo composto di Scudi, e Mesi 1440. qual partito per li scudi 500. ne verranno Mesi 2. Giorni 26. $\frac{2}{5}$ siccome per l'altro modo; e poi nel resto s'opera come sopra, stracciando la prima scrittura, fatta sotto li 24. Febbrajo 1692.

Se uno sborsasse in più volte quantità di Denari, avanti, o dopo il tempo, si meritano tutte le partite, e poi si slunga, o s'accelera il tempo per il pagamento nel residuo, quanto staria esso residuo a meritare quello hanno meritato quelle partite tutte insieme. Non porto esempio per fuggire la lunghezza. Da passati esempj bene intesi, s'impara ec.

## CAPITOLO XVII.

### *Del meritare, o scontare a capo d'Anno, detto Frutto de' Frutti, ovvero usura.*

SEbbene fra' Cristiani sono proibiti, nè per alcun modo si devono fare contratti usurarj, tuttavia la scienza virtuosa è sempre lodevole. Meritare a capo di Anno non è altro, che dare, o ricevere quantità di Denari, a pagare un tanto per cento all'Anno, e se non si paga in capo all'Anno, l'Anno seguente si è tenuto a pagare non solamente li frutti del capitale, ma anco li frutti del frutto dell'Anno passato però proporzionalmente. Per esempio. Se uno pigliasse scudi 100. a 10. per cento all'Anno, e far a capo d' Anno, se il primo Anno non pagasse quel tale li Scudi 10. meritati dalli scudi 100. l'Anno seguente ne dovria pagare 21. Venti per il capitale, ed 1. per frutto di quei 10. Scudi, che per frutto doveva pagare, l'Anno terzo ne dovria pagare 33. $\frac{1}{10}$ l'Anno quarto 46. $\frac{41}{100}$ ec. Or veniamo alla pratica.

### *Quesito Primo.*

Uno piglia imprestito Scudi 500. a pagargli a capo di Anno 10. per 100. all'Anno, e costui li tiene Anni 3. senza pagarli mai frutto alcuno. S'addimanda, in capo a questi Anni 3. quanto sarà tenuto di pagare?

In più modi si possono risolver simili quesiti, ma questo sia il primo. Già sappiamo, che scudi 100. meritando, o fruttando in capo ad un Anno di 100. diventano 110. Ora nel caso nostro diciamo così. Se 100. diventa 110. che mi diventeranno 500.? diventeranno 550. Per il secondo Anno si dice. Se 100. mi diventa 110. che diventeranno 550.? Diventeranno 605. Finalmente per il terzo Anno si dice. Se 100. mi dà 110. quanto mi daranno 605.? daranno scudi 665. $\frac{1}{2}$ e tanto appunto dovrà pagare quell'amico fra merito, e capitale, e merito di merito per li scudi 500. pigliati in prestito.

### *Secondo modo.*

Si potria anco schisare per 10. il 100. ed il 110. e ne verria 10. e poi opera con questo 10. ed 11. come s'è operato di sopra col 100. e 110. dicendo così. Se 10. mi dà 11. che mi darà 500.? Operando s'avranno pure in capo a 3. Anni scudi 665. $\frac{1}{2}$.

### *Terzo modo.*

Si potria anco far così. Moltiplicar tre volte il 500. per 11. ne verranno 665500. il quale diviso per la moltiplicazione del 10. tre volte, che sono 1000. ne verranno pure scudi 665. $\frac{500}{100}$. cioè $\frac{1}{2}$. Dico tre volte, perchè tre sono gli Anni, che godè li scudi 500. Tante volte si fanno le moltiplicazioni, quanti sono gli Anni ec.

### *Quarto modo.*

Quando il merito è parte del 100. come nel caso nostro,

che a 10. per cento, ne viene per merito $\frac{5}{10}$ del suo capitale, si può far così. Dividansi li scudi 500. per 10. e ne verranno 50. e questi giunti col 500. fanno 550. per il primo Anno. Per il secondo Anno dividansi per 10. questi scudi 550. e ne verranno 55. che congiunti con li 550. fanno scudi 605. Finalmente dividansi li scudi 605. per 10. e ne verranno 60. $\frac{5}{10}$ quali uniti con li 605. per il terzo Anno, faranno come sopra scudi 665. $\frac{5}{10}$ cioè $\frac{1}{2}$.

### *Quinto modo.*

Ultimamente si potria ancor far così. Meritar Cento Scudi per tre Anni ( o per quanto tempo occorre secondo la proposta ) che nel caso nostro ne verriano 133. $\frac{1}{10}$, e poi dire. Se 100. mi danno 133. $\frac{1}{10}$ che mi daranno 500.? Daranno pure come per gli altri modi, scudi 665. $\frac{50}{100}$ cioè $\frac{1}{2}$.

### *Scontare.*

Lo scontare a capo d'Anno è un atto contrario all'istesso meritare a capo d'Anno, e questo è tanto differente dallo scontare semplicemente, quanto è differente il meritare a capo d'Anno, dal meritare semplicemente. Per tutti quei modi, che si può meritare a capo d'Anno, per gli stessi si può anco scontare. Possedendo bene il precedente quesito, e sua risoluzione s'arriva al punto.

## CAPITOLO XVIII.

## DELLE COMPAGNIE.

La natura del Mercantare in compagnia è questa, che concorrendo più persone con varj capitali al trafficare, tutti parimente si sottopongono tanto al guadagno, quanto alla perdita, non egualmente, ma alla rata porzione del capitale, che ciascuno vi ha posto. Alla pratica.

Que-

## *Quesito Primo.*

Tre Mercanti fanno compagnia. Il primo vi mette scudi 235. Il secondo scudi 430. ed il terzo scudi 500. Finito il negozio si trovano aver guadagnato sopra il capitale 515. scudi, or s'addimanda, quanto toccherà per ciascuno a proporzione del capitale posto da principio?

Questi quesiti facilissimamente si risolvono per la Regola del tre, tante volte replicata, quante sono le persone della compagnia. Si sommano insieme le tre partite del capitale, che fanno scudi 1165. e perchè questo corpo di tutto il capitale ha guadagnato li scudi 515. si dice: Se scudi 1165. hanno guadagnati li scudi 515. di questi, quanti n'avranno guadagnati li scudi 235. del primo Mercante? Operando al solito, le toccheranno scudi 103. lir. 3. sol. 10. den. 8. $\frac{176}{233}$. Dipoi si dice: Se 1165. guadagneranno 515. di questi quanti n'avranno guadagnati li scudi 430. del secondo Mercante? Ne guadagnarono scudi 190. lir. 0. sol. 6. den. 10. $\frac{94}{233}$. Finalmente si dice: Se 1165. guadagnarono 515. di questi quanti ne guadagnarono li scudi 500. del terzo Mercante? Ne guadagnarono scudi 221. lir. 0. sol. 2. den. 4. $\frac{196}{233}$. E che sia il vero, sommando insieme ciascun guadagno di questi tre Mercanti, faranno pure scudi 515. E così s'opera, se fossero bene 50. Compagni.

In quel modo, che si parte il solo guadagno, nell'istesso si partiria anco il guadagno, e capitale insieme.

Se occorresse perdere in cambio di guadagnare, s'opera pure nell'istesso modo. Per esempio. Se li suddetti tre Mercanti avessero perduto 150. Scudi, si diria così. Se scudi 1165. hanno perduto scudi 150. quanti ne avranno perduto li scudi 235. del primo Mercante? Così si farà per gli altri due. Ovvero operare con la massa della perdita, e capitale.

## *Quesito Secondo.*

Uno deve dare, ed è debitore a tre persone. Al primo deve dare scudi 205. al secondo scudi 436. ed al terzo deve dare scudi 180. Occorre, che costui muore, o si va con Dio, nè si trova aver più, che per scudi 480. S'addimanda: Quanto deve toccare a ciascun creditore?

Operando come sopra. Al primo toccheranno Scudi 119. $\frac{701}{821}$. Al secondo 154$\frac{745}{821}$. E al terzo 105 $\frac{195}{821}$.

## *Quesito Terzo.*

Tre fanno compagnia. Il primo mette Scudi 100. il secondo Scudi 200. ed il terzo vi mette 20. Moggia di Formento, ed avendo guadagnato Scudi 400. al primo toccarono scudi 66. $\frac{2}{3}$ al secondo 133 $\frac{1}{2}$, ed al terzo toccarono scudi 200. Ora questo terzo compagno vorria sapere, quanto li fu apprezzato il Formento per Moggio.

Si fa così, e si dice, se scudi 65. $\frac{2}{3}$ di guadagno, vengono da Scudi 100. di capitale, Scudi 200. pur di guadagno, da che capitale vennero? Vennero da Scudi 300. di capitale, e tanto vallero le 200. Moggia di Grano, (che viene ad essere scudi 15. per Moggio.) L'istesso verrà a farne la prova per il guadagno, e capitale del secondo compagno.

## *Quesito Quarto.*

Tre altri compagni hanno guadagnato Lir. 460. Il primo pose nella Compagnia Lir. 380. Il secondo Lir. 420. ed il terzo tanto pose, che dal guadagno li toccarono Lir. 200. S'addimanda, che toccò agli altri due? e che pose il terzo Compagno?

Per sapere quanto pose il terzo, si fa così, si sottrano le Lire 200. dalle Lire 460. guadagnate, e ne restano Lir. 260. (guadagno degli altri due; li capitali de' quali uniti insieme sono Lir. 800.) Dicasi poi così: Se Lir. 260. di guadagno vengono da Lir. 800. di capitale. Da che capitale verranno Lir. 200. pur di guadagno? Operando, si trova, che vengono da Lire 615. Sol. 7. Den. 8. $\frac{4}{13}$. E tanto pose il terzo. Per saper quanto toccò agli altri due in particolare di quelle Lir. 260. si dice per la Regola ordinaria delle compagnie: se Lir. 800. hanno guadagnato Lir. 260. che toccherà a Lir. 380.? E che toccherà a Lir. 420.? Operando, toccheranno Lir. 123. Sol. 10. al primo, ed al secondo Lir. 136. Sol. 10.

### *Quesito Quinto.*

Tre persone si trovano a mangiare insieme all'Osteria, uno Spagnuolo, un Francesce, ed un Italiano. Finita la cena lo Spagnuolo dice. Io voglio pagare il doppio del Francese, ed il Francese dice, io voglio pagare il doppio dell'Italiano, e l'Oste deve avere soldi 56. S'addimanda, quanto pagherà ciascun di loro?

In questo, e simili quesiti bisogna immaginarsi per capitale dell'Italiano 1. per capitale del Francese 2. e per capitale dello Spagnuolo 4. li quali uniti insieme fanno 7. Dipoi per la Regola comune si dice. Se 7. paga 56. che pagherà 4. dello Spagnuolo, 2. del Francese, ed 1. dell'Italiano? Operando, allo Spagnuolo tocca il pagar sold. 32. al Francese 16. ed all'Italiano 8. solamente.

### *Quesito Sesto.*

Tre compagni fanno compagnia, uno pose nel negozio scudi 160. e stette nella compagnia Mesi 6. il secondo pose scudi 200. e vi stette mesi 4. ed il terzo vi pose scudi 90. e durò nella compagnia un Anno intero, in capo del quale si trovarono aver guadagnato scudi 150. S'addimanda: Quanto toccherà a ciascuno di ragione?

Per far questa, e simili ragioni, si moltiplicano li Scudi di ciascun compagno, con li Mesi proprj, ne' quali s'è trattenuto nella compagnia; e quel composto di Scudi, e di Mesi sarà il loro capitale. Sicchè nel caso nostro il composto del primo compagno sarà 960. Quello del secondo sarà 800. E quello del terzo sarà 1080. che uniti insieme, fanno in tutto un composto di 2840. Di poi per la Regola comune si dice: se

2840. ha guadagnato scudi 150. quanti ne toccherà a 960. del primo, a 800. del secondo, ed a 1080. del terzo compagno? Operando, al primo toccarono scudi 50. $\frac{50}{71}$ al secondo 42. $\frac{18}{71}$ ed al terzo 57 $\frac{3}{71}$.

### *Quesito Settimo.*

Tre altri fanno compagnia per lo spazio di due anni, e guadagnarono scudi 350. il primo Mese scu. 180. e dopo 6. Mesi per certo suo bisogno levò dalla compagnia scu. 48. Il secondo mise scu. 205. e dopo Mesi 9. levò scudi 30. ed il terzo mise scudi 290. ed in capo al primo Anno levò ancor lui Scudi 90. Or s'addimanda: Nel partire il guadagno, quanto toccherà a ciascun di loro?

Per prima operazione si moltiplica il capitale di ciascuno con li 24. Mesi, che durò la compagnia, sicchè il composto del primo sarà 4320. Quello del secondo 4020. e quello del terzo 6960. Per seconda operazione bisogna moltiplicar quei scudi, che ciascuno levò dalla compagnia, con li Mesi, che l'istessa compagnia stette senza di essi, ed il Prodotto di ciascuno sottrarlo dal proprio composto (detto di sopra) e quello, che resterà, sarà il composto germano, per risolvere il quesito. Il che fatto, per il primo resta un composto di 3600. Per il secondo di 4470. e per il terzo di 5880. quali sommati insieme, fanno 13950. Dipoi si dice al solito, se 13950. ha da partire scudi 350. quanti ne toccherà a 3600. del primo. Quanti a 4470. del secondo. E quanti a 6880. del terzo compagno? Operando, al primo toccheranno scudi 90. $\frac{30}{43}$. Al secondo 112. $\frac{14}{93}$. Ed al terzo 147. $\frac{49}{93}$. Ma quì bisogna avvertire, che se oltre a Mesi vi fossero giorni, bisognaria in tal caso convertire ogni cosa in giorni, e poi fare le sopraddette moltiplicazioni.

Si potria ancor far così (ed è più chiaro.) Si moltiplichi ogni quantità del capitale con li Mesi, che di mano in mano restò incorporato nella compagnia, e li Prodotti s'unischino insieme. Per esempio. Nel precedente quesito il primo compagno pose nella compagnia scudi 180. e dopo 6. Mesi ne levò 40. sicchè per Mesi 6. la compagnia ebbe il benefizio di tutti li scudi 180. e per Mesi 18. ebbe l'utile solo di 140. Ora dico, che si moltiplichino li scudi 180. con li Mesi 5. e li scudi 140. con li Mesi 18. s'avranno questi due composti 1080. e 2520. quali uniti insieme, s'avrà un composto di 3600. per il primo compagno, come per altro modo. Con l'istesso ordine si trovi il composto vero, e reale degli altri due compagni. ( Anzi questo medesimo ordine si tiene, ogni volta, che qualsivoglia compagno levasse, ovvero aggiugnesse, ed anco se levasse, e poi aggiugnesse quanto gli piace.

### *Quesito Ottavo.*

Due fanno compagnia per un Anno solamente, e per capitale ciascuno di loro pose in essa scudi 10000. e guadagnarono scudi 500. Il primo compagno stette sodo col capitale; ma il secondo, un Mese, e mezzo dopo l'avere cominciato il negozio, levò dalla compagnia scudi 1000. Tre Mesi dopo ne levò altri 500. Ma dopo quattro Mesi ne incorporò nella compagnia 800. S'addimanda: Nel partire, che faranno il guadagno, quanto toccherà a ciascuno?

Non solamente dall'aver posto danari nel negozio prima l'uno, che l'altro, si causa la diversità di tempo fra loro, ma ancora dal giugnere, o levare dal deposto Capitale, che alcuno, o più di loro ( o pur tutti ) facesse. Il che quando sarà, che si tolga, o riponga qualche danaro non sarà il caso libero da difficoltà. Poniamo adunque, per esempio, che il negozio cominciasse il primo di Maggio 1735. nel qual tempo i due suddetti compagni ponessero egualmente scudi 10000. Dopo occorse, che il primo alli 15. di Maggio prigliò scudi 1000. e di nuovo nel primo d'Agosto pigliò altri scudi 500. Ma alli 20. di Settembre vi ripose scudi 800. e così perseverò fino al primo di Maggio 1736. In tutto quel tempo il secondo vi continuò li posti scudi 10000. Or dobbiamo distinguere le interrotte quantità di denari, e di tempi occorsi nel conto del primo; Perlocchè si fa così: Pongasi a modo di fattura la principale partita, che depose esso primo compagno, seguitandovi i due termini del tempo, che variò: cioè dal primo di Maggio sino alli 15. di Giugno, e fattovi il conto quanti Mesi siano, come nell'esempio seguente intavolato si vede, è questo è mesi 1. $\frac{1}{2}$, e perchè alli 15. di Giugno egli toglie scudi 1000. levati dalli scudi 10000. restano 9000. li quali posti sotto, e aggiuntovi il tempo, che perseverò, che fu dalli 15. di Giugno sino al primo d'Agosto, che sono mesi 1. $\frac{1}{2}$. Dipoi leva dalli scudi 9000. li scudi 500. ch'ei pigliò nel primo d'Agosto, e sottoponendoli alli rimanenti scudi 8500. col tempo, che così stette la partita, che fu dal primo Agosto sino alli 20. Settembre, che sono Mesi 1 $\frac{2}{3}$, e finalmente alli scudi 8500. aggiugne li scudi 800. che vi pose a' 20. di Settembre, e sono scudi 9300. e sotto il medesimo se gli pone il tempo, che trascorse, che fu dalli 20. di Settembre fino all'ultimo d'Aprile quando fornì il negozio, che sono Mesi 7. $\frac{1}{3}$.

Scudi 10000. dal primo di Mag. alli 15. Giugno Mesi 1$\frac{1}{2}$.
Scudi $\frac{1000}{9000}$ dalli 15. Giugno al primo d'Agosto Mesi 1. $\frac{1}{2}$.
Scudi $\frac{500}{8500}$ dal primo d'Agosto alli 20. Settemb. Mesi 1 $\frac{2}{3}$.
Scudi $\frac{800}{9300}$ dalli 20. Sett. sino all'ultimo April. Mesi 7. $\frac{1}{3}$.

Mesi 12.

Dipoi di nuovo si torna a fare altra intavolatura per fare i composti di tempo, e Capitale come vedesi.

Scudi 10000. Mesi 1. $\frac{1}{2}$ composto 15000.
Scudi 9000. Mesi 1. $\frac{1}{2}$ composto 13500.
Scudi 8500. Mesi 1. $\frac{2}{3}$ composto 14166. $\frac{2}{3}$.
Scudi 9300. Mesi 7. $\frac{1}{3}$ composto 68200.

Composto del primo 110866. $\frac{2}{3}$
Scudi 10000. Mesi 12. composto 120000.

E questo è il composto del secondo, che uniti insieme formano in tutto 230866. $\frac{2}{3}$

Di-

Dipoi con la suddetta somma operando come al quesito primo; al primo del guadagno delli Scudi 5000. li toccherà Scudi 2401. $\frac{337}{3463}$ e al secondo Scudi 2598. $\frac{3126}{3463}$.

| | | |
|---|---|---|
| 230866 $\frac{2}{3}$ | Scudi | 110866 $\frac{2}{3}$ |
| 6926\|00 | 5000 | 3326\|00 |
| | | (16630000\|00 |
| | | ( 2401 |
| | | 27780 |
| | | 7600 |
| | | 674 |
| | | 2\|6926 $\frac{337}{3463}$ |

| | | |
|---|---|---|
| 230866 $\frac{2}{3}$ | Scudi | 120000 |
| 6926\|00 | 5000 | 3600\|00 |
| | | (180000\|00 |
| | | ( 2598 |
| | | 41480 |
| | | 68500 |
| | | 61660 |
| | | 6252 |
| | | 2\|6926 $\frac{3126}{3463}$ |

Sommo

Primo Scudi 2041 $\frac{337}{3463}$

Secondo Scudi 2598 $\frac{3126}{3463}$

5000

## *Quesito Nono.*

Tre compagni fanno compagnia. Il primo vi pose scudi 800. per Mesi 6. il secondo stette nella compagnia Mesi 8. ed il terzo Mesi 10, nè si sà precisamente il loro capitale, bensì guadagnarono fra tutti tre scudi 210. Quanto toccò a ciascuno del guadagno, e quanto fu il capitale del secondo, e terzo compagno?

Scudi Mesi 8 ( 4800 Mesi 10 ( 4800 Parti 3 ( 2100

800 Secondo 600 Terzo 480 Ciascuno 700

Mesi 6

Sc. 4800

Prova

| | | | |
|---|---|---|---|
| Scudi | Scudi | Scudi | Sommo |
| 800 | 600 | 480 | 4800 |
| Mesi 6 | Mesi 8 | Mesi 10 | 4800 |
| | | | 4800 |
| 4800 | 4800 | 4800 | 14400 |
| Scudi | Scudi | Scudi | |
| 144\|00 | 2100 | 4800 | |

8 ( 100800\|00

18 ( 1260

Scudi 700 Torna.

Questi, e simili quesiti facilissimamente si risolvono così. Per sapere il capitale del secondo, e terzo compagno, si moltiplica il capitale del primo compagno per Mesi 6. che stette nella Compagnia, ed il Prodotto 4800. diviso separatamente per li Mesi del secondo, e terzo compagno, di Quoziente s'avranno scudi 600. per il capitale del secondo, e scudi 480. per il capitale del terzo. Quanto poi al guadagno di ciascuno basta partire in tre parti eguali li scu. 2100. sicchè a ciascun compagno toccheranno scudi 700. Per farne la prova basta moltiplicar li Mesi di ciascun compagno con li scudi del suo capitale, e ne verranno questi tre composti eguali 4800. 4800. 4800. quali sommati insieme fanno 14400. Dipoi si dice. Se 14400. ha da partir scu. 2100. quanti ne tocca a 4800.? Operando gli toccherà scudi 700.

### *Quesito Decimo.*

Uno si mette a far Bottega di varie cose, al principio di quest' Anno spende Lir. 800. per rinfranco della Bottega. Occorre, che un suo amico vorrebbe incorporare ancor lui nella Bottega Lir. 1200. ma in tempo tale, che in capo all' anno avessero da partire, e gli toccasse precisamente la metà di tutto il guadagno. Si dimanda: A che tempo deve metter nella compagnia le Lir. 1200.?

Si fa così. Moltiplica le Lir. 800. del primo con li Mesi 12. di tutto l' Anno, e faranno 9600. e questo Prodotto parti per Lir. 1200. che vuol mettere l' altro, e ne verrà di Quoziente 8. E così 8. Mesi avanti, che finisca l' Anno, cioè, al principio di Maggio dovrà impiegare le Lir. 1200.

### *Quesito Undecimo.*

Un altro pure al principio di quest' Anno spende Lir. 800. e dopo 3. Mesi un suo amico lo prega a pigliarlo nella compagnia dell' Olio, che pretende di mercantare, il che facendo, promette di sborsare tanti Denari, che in capo dell' Anno avranno da partire il guadagno egualmente per metà. S' addimanda, quanto ha da sborsare l' amico?

Questo è tutto contrario al passato. Fa così. Moltiplica le Lir. 800. del primo con li Mesi 12. dell' Anno, e ne verrà 9600. il qual prodotto diviso per li Mesi 9. che l' altro deve stare nella compagnia, ne verrà di Quoziente 1066. $\frac{2}{3}$ e così l' amico deve sborsare Lir. 1066. $\frac{2}{3}$.

### *Quesito Duodecimo.*

Tre fanno compagnia, nella quale egualmente hanno posto un tanto per uno di capitale. Vero è, che il primo vuole, che il suo capitale gli guadagni 24. per 100. ( essendo stato lui, ch'ha trovato il guadagno. ) Il secondo si contenta a ragione di 16. per 100. ma il terzo, per esser un poverazzo di poca abilità, si contentò,

tò, che il suo capitale guadagnasse solamente a ragione di 10. per cento Costoro guadagnarono scudi 3600. S' addimanda: Quanto tocca a ciascuno?

Scudi
Supposto Se 5|0 3600. 24
25
16
10
—
50

18640|0

Primo 1728

Scudi
Se 5|0 3600. 16

15760|0

Secondo 1152

Scudi
Se 50 3600. 10

13600|0

Terzo 720

Prova
Sommo
Scudi 1728
Scudi 1152
Scudi 720
Scudi 3600

Fa così, somma insieme quel 10. 16. e 24. che per 100. pretende ciascuno, e fanno 50. Dicasi poi. Se 50. ha da spartire scudi 3600. quanti ne toccherà a 24. a 16. ed a 10.? Operando al solito, al primo toccheranno scud. 1728. al secondo 1152. ed al terzo 720.

### *Quesito Decimoterzo.*

Due altri fanno compagnia. Il primo mise scudi 120. e del guadagno ne vuole a ragione di 24. per 100. del capitale, e il secondo mise scudi 90. e del guadagno si contenta di 18. per 100. del capitale. Hanno guadagnato 40. scudi. S' addimanda: Quanti ne toccherà a ciascheduno.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Scudi | Scudi | Sommo | |
| 120 | 90 | 2880 | |
| 24 | 18 | 1620 | |
| 2880 | 1620 | 4500 | |

Se 45|00-40-2880

45|1152|00

Primo 25 $\frac{3}{5}$

Se 45|00-40 - 1620

45(648|00

Secondo 14 $\frac{2}{5}$

Prova

Sommo

Scudi 25 $\frac{3}{5}$

Scudi 14 $\frac{2}{5}$ ) 5

Scudi 40 $\frac{1}{}$

Questa, e simili proposte si risolvono così. Si moltiplica il capitale di ciascuno con quello, che pretendono di guadagnare per 100. sicchè moltiplicando li scudi 120. del primo col 24. fanno 2880. e questo sarà il suo capitale. Il capitale del secondo sarà la moltiplicazione de' scudi 90. col 18. che fanno 1620. Uniti poi insieme questi due capitali fanno 4500. Il che fatto, si dice. Se 4500. guadagna 40 quanti ne toccherà a 2880. del primo, e quanti a 1620. del secondo? Al primo toccano scudi 25. $\frac{3}{5}$ ed al secondo 14. $\frac{2}{5}$.

### *Quesito Decimoquarto.*

Due fanno compagnia. Il primo mette scudi 80. ed il secondo mette solamente scudi 20. ma per esser il secondo uomo esperto, e di negozio, sono fra loro d'accordo, che il primo abbia li $\frac{2}{3}$ del guadagno, ed il secondo abbia $\frac{1}{3}$. (Non ostante, che il suo capitale sia solamente la quarta parte del capitale del primo) fatto il patto, un terzo entra nella Compagnia con scudi 120. e sta all'accordo fatto fra loro. Nel fine del negozio si trovano di guadagno scudi 500. Quanti ne toccherà a ciascun di loro?

Questo quesito è proposto da varj Scrittori: ma so-

lo

lo il Tartaglia Lib. 12. quest. 86. trovò il vero modo di risolverlo ( seguitato da quei, che dopo di esso propongono simili quesiti, al che mi sottoscrivo ancor io ) ed è come siegue.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 1 | Sommo |
| 3)100 | 3)100 | 6)80 | 6(120 | 80 |
| | | | | 20 |
| 1200 | 53 $\frac{1}{3}$ | 13 $\frac{1}{3}$ | 20 | 120 |
| 66 $\frac{2}{3}$ | | | | 220 |

220-500-66 $\frac{2}{3}$

66|0 200

6(1000|0

11 ( 1666 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{11}$

Scudi 151 $\frac{17}{33}$

220.500-53 $\frac{1}{3}$

66|0 160

6(8000|0

11( 1333 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{11}$

Scudi 121 $\frac{7}{33}$

220|0 500-100

2(5000|0

11 )2500

Scudi 227 $\frac{3}{11}$

Prova

Sommo

Primo Scudi 171 $\frac{17}{33}$

Secon. Scudi 121 $\frac{7}{33}$

Terzo Scudi 227 $\frac{3}{11}$

Torna Scudi 600 $\frac{9}{33}$)

Se li due primi con li scudi 100. di capitale avessero guadagnato altri scudi 100. al primo ne toccariano 66 $\frac{2}{3}$, e al secondo 33 $\frac{1}{3}$ e senza patto a buon guadagno 80. al primo, e 20. al secondo. Sicchè in vigor del patto il primo dona al secondo scudi 13 $\frac{1}{3}$ cioè $\frac{1}{6}$ del guadagno, (oltre al guadagno delli scudi 20. che pose il secondo nella compagnia. ) Ora, il terzo compagno deve darle ancor lui la sesta parte del semplice guadagno del suo capitale di scudi 120. che sono scudi 20. E per esser

me-

meglio inteso. Se fra tutti e tre avessero guadagnato scudi 220. ( eguali al loro capitale ) alli due primi saria toccato a buón guadagno, come sopra 80. e 20. e al terzo 120. ma perchè il primo, ed il terzo devono dare al secondo $\frac{1}{6}$ del guadagno schietto, ne siegue, che in vigor del patto il primo ne deve avere solamente 66 $\frac{2}{3}$, il secondo 53 $\frac{1}{3}$ ed il terzo 100. Si dice: Se di scudi 220. ne toccano 66. $\frac{2}{3}$ al primo 53. $\frac{1}{3}$ al secondo, e 100. al terzo, e di scudi 500. quanti glie ne toccaranno? Operando, al primo toccano scudi 151. $\frac{17}{33}$ al secondo 121. $\frac{7}{33}$ ed al terzo 227. $\frac{3}{11}$, che fra tutti fanno 500. E però sta bene.

### *Quesito Decimoquinto.*

Due fanno compagnia. Il primo mette scudi 130. e del guadagno ne deve aver li $\frac{2}{3}$. Il secondo mette solamente scudi 50. ma per esser buon praticone, deve aver li $\frac{3}{4}$ del guadagno. Si fa innanzi un terzo, e con scudi 200. entrando nella compagnia, sta all'accordo fatto fra li due primi. Nel fine del negozio si trovano aver guadagnato scudi 800. S'addimanda: Quanto toccherà a ciascun di loro.

Questo quesito non si può sciogliere, come dice, perchè se il primo pigliasse li $\frac{2}{3}$ del guadagno, non vi resteriano più li $\frac{3}{4}$ del secondo, però ci vuol discorso, come siegue.

Se li due primi avessero guadagnato solamente scudi 180. nè fra loro vi fosse stata convenzione, o patto alcubo, certo è, che al primo sariano toccati scudi 130. ed al secondo 50. ma alla rata porzione dell'errore, al primo toccherà solamente scudi 84. $\frac{12}{17}$ ed al secondo 95 $\frac{5}{17}$. Sicchè in vigore del patto il primo dona al secondo scudi 45. $\frac{5}{17}$ del suo semplice, e real guadagno ( che sono li $\frac{77}{221}$ pur del suo guadagno ) e perchè il terzo sta all'accordo fatto, bisogna, che ancor lui dia al secondo compagno li $\frac{77}{221}$, pur del suo semplice guadagno. Attento: Se fra tutti e tre avessero guadagnati scudi 380. ( eguali alla somma del capitale di tutti tre ) senza patto, alli due primi ne toccariano come sopra,

cioè

cioè scudi 150. e 50. e al terzo 200. ma perchè il terzo ne deve dare ancor lui li $\frac{77}{221}$, del suo puro guadagno al secondo, ( che sono scudi 69. $\frac{151}{221}$ ) esso resta solamente con scudi 130. $\frac{70}{221}$. Sicchè in vigore del patto di scudi 380. il primo ne dovria avere 84. $\frac{12}{17}$ il secondo 164. $\frac{3672}{3757}$, ed il terzo 130. $\frac{70}{221}$. Si dice: Se di 300. ne toccano 84. $\frac{12}{17}$, al primo 164. $\frac{3672}{3757}$ al secondo, e 130. $\frac{70}{221}$, al terzo, di 800. quanti n'avranno ec.? Operando, al primo toccano scudi 164. $\frac{3672}{3757}$, al secondo 130. $\frac{70}{221}$, ed il terzo 274. $\frac{1474}{4109}$, che sommati insieme fanno appunto 800. Però sta bene,

### *Quesito Decimosesto.*

Due fanno compagnia, uno mette scudi 50. e l'altro 30. con patto di partir per metà il guadagno, e capitale. Per accidente occorso, accade, che ciascuno di loro non pose nella compagnia altro che scudi 20. S'addimanda: A stare al primo accordo, quanto tocca a ciascuno di quanto possono guadagnare?

S'avessero messo nella compagnia secondo l'accordo 50. e 30. e avessero guadagnato solamente scudi 80. certa cosa è, che tra guadagno, e capitale ne sariano toccati a ciascuno 40. Sicchè il primo dona al secondo 10. scudi del suo capitale, cioè $\frac{1}{5}$, e così d'ogni guadagno, e capitale il secondo n'ha d'avere $\frac{1}{5}$, più del primo. La quinta parte di 20. e 4. qual sottratto da 20. ( capitale del primo ) resta 16. e aggiunto a 20. ( capitale del secondo ) fa 24. Ora bisogna vedere, che parte sia il 16. ed il 20. di scudi 40. ( capitale, e guadagno di ciascuno secondo il supposto. ) Il 16. e li $\frac{2}{5}$, ed il 24. li $\frac{3}{5}$, e però si conchiude, che il primo deve avere li $\frac{2}{5}$, di quanto si trovano avere nel fine della compagnia, ed il secondo ne deve avere li $\frac{3}{5}$.

### *Quesito Decimosettimo.*

Quattro vogliono comprare una pezza di panno. Nissuno di loro ha denari a sufficienza, ma fra tutti quattro n'hanno a puntino, e niente di più. Li tre

sen-

senza il primo hanno scudi 18. Li tre senza il secondo n'hanno 20. Li tre senza il terzo 22. E li tre senza il quarto n'hanno 24. S'addimanda, quanti scudi ha ciascuno, quanti fra tutti, e quanto valse la pezza del panno?

Li Denari di ciascuno sono computati una volta meno de' compagni, cioè tre volte, e così sommati 18. 20. 22. 24. fanno 84. ( tre più di quello, ch'hanno fra tutti, e valuta della pezza di panno. ) Diviso 84. per 3. ne viene 28. valuta vera del panno, e quantità reale de' scudi che avevano fra tutti. Da 28. cavandone 18. resta 10. del primo. Cavandone 20. resta 8. del secondo. Cavandone 22. resta 6. del terzo. E cavandone 24. resta 4. del quarto.

Molte altre compagnie vi sarebbero, le quali non potendosi risolvere se non per la Regola di false posizioni semplici, si troveranno nello stesso Trattato a suo Luogo seguitando le compagnie Rusticane.

## CAPITOLO XIX.

### *Delle Compagnie Rusticane, dal volgo chiamate Socide.*

### *Quesito Primo.*

UN Cittadino diede in Socida ad un suo Contadino Pecore 180. per Anni 5. e con patto fra di loro, che nel fine si dovessero partire per metà tanto li nascenti, quanto il capitale. Occorre, che in capo a tre Anni, per ( accidenti occorsi ) bisogna fare la divisione, e si trovano avere in tutto Pecore 320. S' addimanda, quante ne devono toccare a ciascun di loro?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Pecore 320 | Anni | Pecore | Anni | Sommo |
| Pecore 180 | 5 | 90 | 3 | Contadino Pecore 70 |
| — | 1 | | | Pecore 54 |
| Metà 140 | — | (270 | | --- |
| 70 | | —— | | Pecore 124 |
| | | 54 | | — |

| | |
|---|---|
| Sottro | Sommo |
| Pecore 320 | Pecore 124 |
| Pecore 124 | Pecore 196 |

Cittadino 196 Pecore. Pecore 320 Torna.

Per risolvere simili quesiti non bisogna partirsi dalla Regola insegnata dal Zucchetta ( ragionevolmente lodata dal Dottor Basi Piacentino, alla quale totalmente mi sottoscrivo ) ed è come siegue. Quanto a' nascenti, certo è, che in ogni tempo si devono partir per metà, perchè se il Padrone vi mette il capitale, il Contadino lo alimenta, e vi mette la sua fatica ec. Ma circa la metà del Capitale, il Contadino non lo può pretendere sin dopo il pattuito tempo, ma solo deve averne la rata porzione. Per risolvere adunque il quesito, bisogna prima cavarne il capitale delle Pecore 320. e ne restaranno 140. la metà delle quali, cioè 70. saranno del Padrone, ed altre 70. saranno del Contadino. Quanto al capitale, se la Socida fosse arrivata in capo agli Anni 5. certissimo, che il Contadino n'avria la metà, cioè 90. ma per non esser passati li 3. Anni, non può pretendere se non la rata porzione di quelle 90. Pecore. Però bisogna dire: Se Anni 5. pretendono Pecore 90. quante ne pretendono Anni 3.? Operando, ne pretendono 54. e tante Pecore del Capitale deve avere il Contadino, che giunte con l'altre 70. fanno 124. per tutta la porzione del Contadino. Il resto sarà del Padrone, cioè Pecore 196.

### *Quesito Secondo.*

Uno dà in Socida ad un Pastore Pecore 250. il Pastore ve ne pose 60. delle sue, e la Socida deve durare 4. Anni, e per metà si devono partire li nascenti dell'uno, e l'altro capitale. In capo a Mesi 18. bisogna far la divisione, e si trovano in tutto Pecore 700. quante ne toccano a ciascun di loro?

Sommo  Sottro  Mesi  Pecore  Sommo
Pecore 250  Pecore 700  48  125.18  Pecore 195
Pecore 60  Pecore 310  (  Pecore 46 $\frac{7}{8}$
(  2250
Pecore 310  Pecore 392  Pecore 241 $\frac{7}{8}$
$\frac{1}{2}$ 195  Pecore 46 $\frac{7}{8}$

Sottro  Sommo  Mesi  Pecore  Mesi
Pecore 290  Pecore 203 $\frac{2}{8}$  48  30  18
Pecore 46 $\frac{7}{8}$  Pecore 195  (
( 540

Pecore 203 $\frac{1}{8}$ Padrone pec. 398 $\frac{1}{8}$  Pecore 11 $\frac{3}{4}$
Sommo  Sottro  Sommo
Peco. 398  1 - 8  Peco. 60.  Peco. 241  7 - 8
Peco. 11 $\frac{3}{4}$
Peco. 11  8 - 1 - 8  48 $\frac{1}{4}$  8 - 1 . 7
1  Peco. 48  3
Peco. 409  4 - 2 - 2  4 - 2 - 6
Peco. 290 $\frac{5}{8}$
3  1 13
1 1
8

Sommo  - 5
Peco. 409 $\frac{5}{8}$
Peco. 290 $\frac{5}{8}$  8
) 8
1
Peco. 700 --

Questo quesito non è punto differente dal passato; se non che per esservi due capitali, questi fanno contrapposizione, o temperamento, laonde converrà esercitar due volte la Regola Aurea, come siegue. Levando li due capitali dalle Pecore 700. ne restano 390. da partirsi per metà. Sicchè de' nascenti l'uno, e l'altro avrà Pecore 195. Se la socida fosse arrivata in capo a 4. anni, il Pastore avria avuto la metà del capitale del suo Padrone ( cioè Pecore 125. ) dicasi, se Mesi 48. hanno da partir Pecore 125. Quante ne toccano a Mesi 18. del Pastore? Operando, ne deve avere 46. $\frac{7}{8}$ che con altre 195. fanno 241. $\frac{7}{8}$ ( al Padrone resta del suo capitale Pecore 203. $\frac{1}{8}$ che con l'altre 295. fanno 398. $\frac{1}{8}$ ). Quanto poi al capitale del Pastore, se la Socida fosse arrivata al dovuto termine, il Padrone avria avuto Pecore 30. Però si dice: Se Mesi 8. pretendono 30. Pecore, quante se ne convengono a Mesi 28. del Padrone? Operando, il Padrone deve avere del capitale del Pastore Pecore 11. $\frac{1}{4}$ che unite con l'altre 398. $\frac{1}{3}$ in tutto fanno 409. $\frac{3}{5}$. ( Al Pastore resta del suo capitale Pecore 48 $\frac{3}{4}$ che unite con l'altre 241. $\frac{7}{8}$ fanno in tutto 290. $\frac{5}{8}$. ) Si conchiude che al Padrone toccano Pecore 409. $\frac{1}{8}$ ed al Pastore 290. $\frac{5}{8}$. Unicansi insieme queste due partite, e ne ritorneranno le Pecore 700.

### *Quesito Terzo.*

Un Cittadino diede Pecore 200. ad un Pastore per anni 4. acciò le governasse, nel fine de' quali si dovesse partir il tutto, in modo, che il Pastore ne avesse li $\frac{2}{3}$ ed il Cittadino li $\frac{1}{5}$. Accade, che dopo Mesi 20. rompono la Socida, e si trovano solamente Pecore 180. S'addimanda: Come devono fare tal divisione?

Mesi  Peco.  Peco.  Peco.  Mesi  Sommo
48 - 20 - 5 - 2 - 20  Peco. 180
Peco. 3 $\frac{1}{3}$
24|0  40
Peco. 183 $\frac{1}{3}$
24(80|0
Peco. 3 $\frac{1}{3}$

Que-

Questo preciso quesito propone il Zucchetta, qual dice: che in questo caso il danno dev' esser pagato da chi doveva ricever l' utile. Voglio dire, che il mancamento delle Pecore 20. dev' esser risarcito dal Pastore per li $\frac{2}{5}$ essendo che dell' utile ne doveva partecipare similmente li $\frac{2}{5}$. Ma perchè quei $\frac{2}{5}$ dovevano maturare in capo a 4. anni, però bisogna pigliarne la proporzione dovuta alli Mesi 20. dicendo per la regola moltiplice: Se in Mesi 48. s' avriano da risarcire Pecore 20. e allora d' ogni 5. il Pastore ne dovria dar 2. quante ne deve dare in capo a Mesi 20.? Operando ne deve dare 3 $\frac{1}{3}$ quali unite con le 180. in tutto fanno 183 $\frac{1}{3}$. E tante Pecore appunto deve restituire il Pastore al Cittadino.

Un simile quesito in sostanza mette uno Scrittor moderno, e seguita la conclusione del Zucchetta. Io non posso però alla cieca sottoscrivermi a sì grosso sbaglio. Se fra 'l Pastore, ed il Cittadino fosse convenzione, che in tutto, ed intero restasse sempre il capitale al Padrone, e che d' ogni mancanza il Pastore dovesse concorrere all' integrità per la rata porzione ec. sarei con essi, e la loro risoluzione saria ottima; ma la socida è comune, come il quesito dice, resto ammirato, che chi ha trovato il vero modo di risolvere questi quesiti di socide, nel presente siasi perduto. Se il Zucchetta insegna, che in ogni tempo li nascenti si devono partire per metà, ed il capitale alla rata porzione, che dura la socida, chi non vede, che d' una sol Pecora, che fosse restata, il Pastore vi ha la sua parte? Ha d' aver governate, ed alimentate le Pecore 180. per Mesi venti a gratis ec. La vera risoluzione del quesito è questa. Se la socida fosse arrivata in capo alli 4. anni, e le Pecore fossero 200. certo è, che il Pastore per li $\frac{2}{5}$ n' avria 80. sicchè per li Mesi 20. bisogna dire: Se in Mesi 48. s' avriano Pecore 80. in Mesi 20. quante se ne avranno? Operando, se n' avranno 33. $\frac{1}{3}$. Ma perchè le Pecore sono solamente 180. bisogna tornar a dire: Se di pecore 200. in Mesi 20. il Pastore n' avria 33. $\frac{1}{3}$ di pecore 180. pur in Mesi 20. quante n' avria? Operando n' avrà 20. però conchiudo, che il Padrone deve avere pecore 150. ed il Pastore 30. per farne la prova dico così. La proporzione di 200. a 180. è $\frac{1}{9}$ poichè partendo il 200. per 180. ne viene 1. $\frac{1}{9}$ e perchè a partire 33. $\frac{2}{3}$ per 30. ne viene pur 1. $\frac{1}{9}$ perciò la ragione è ben conchiusa.

```
Pecore           Mesi  pecore  Mesi          prova
  2               48     80     20         peco. peco.
 5)220            (     \__/    ——          18l0 ) 20|0
 ———————          ——————————  ——l1600      ————————
  l400                          ———
 ———————
  80                       peco. 33 1/3  peco. 1 8/9
peco.  Mesi  peco.  peco.  Mesi
 200 - 20 - 33 1/3 - 180 - 20           peco. peco.
 ———           (     \__/   ——            30   l33 1/3| 30
               ——————————
 4l000                 3 (360              ———
 ———                  ——————————     peco. 1 1 l 0
                        1200                 ——l——
                      ——————————              9 l 6
                       118800
                      ——————————
                    4 (120l000
                      ——————————
                      30 pecore
```

### *Quesito Quarto.*

Uno dà pecore 160. in socida ad un amico per anni 5. a partire per metà capitale, e nascenti. Dopo anni 2. li dà altre pecore 80. anco per cinque anni con l' istesso patto. Volendo ridurre queste due socide ad un termine; in che tempo si dovrà fare la divisione?

Prima di venire alla soluzione del quesito bisogna sapere, che il termine del partire in una sol volta le due socide sta situato tra il termine della prima socida, e quello della seconda, e tal termine sarà sempre

pre distante da essi termini, in quella proporzione, che ne dà la quantità delle pecore, e la differenza del tempo, nel quale comincia ciascuna delle due socide. Ma perchè il maggior numero delle pecore rende maggior l'utile del Pastore, ed il tempo più lungo gli diminuisce il guadagno, però le proporzioni del tempo si devono pigliare con uso contrario, come siegue.

Questo, e simili questi si risolvono a modo di compagnia. S'uniscano insieme le pecore de' capitali 160. e 80. che fanno 240. e poi si dica. Se 240. ha Mesi 24. ( differenza del tempo tra il principio della prima alla seconda socida ) quanti Mesi n' avrà 80.? ( pecore della seconda socida. ) Operando ne vengono Mesi 8. d'aggiugnersi agli anni 5. della prima socida. Sicchè in capo ad Anni 5. e Mesi 8. si dovria fare la divisione di tutte e due le socide, cominciando a contare dal principio della prima socida. Diciamo di più. Se 240. ha Mesi 24. quanti n'avrà 160.? ( pecore della prima socida. ) Operando ne vengono Anni 1. e Mesi 4. da sottrarsi da Anni 70. ) distanza dal principio della prima socida sino al fine della seconda, ) e ne resteranno pur Anni 5. e Mesi 8. come sopra.

Ma quì notate, che quei Mesi 8. sono la porzione del tempo conveniente alla maggior quantità delle pecore 160. e corrispondenti agli altri Mesi 16. che mancano per arrivare alli Mesi 24. e corrispondenti al minor numero delle pecore 80. voglio dire, che siccome 160. è proporzione doppia con l'80. così li Mesi 16. sono in proporzione doppia con li Mesi 8.; però, come vedrete, il termine della seconda socida s'è scortato il doppio di quello s'è slongato il termine della prima, poichè al maggior numero delle pecore deve corrispondere minor tempo; ed al minor numero deve corrisponder maggior tempo.

### *Per un altro modo.*

Quando cominciò la seconda socida, erano già passati due Anni della prima socida. Or moltiplichiamo gli altri 3. Anni, che restano, col suo capitale di pecore 160. ed avremo questo composto 480. Moltiplicansi parimente gli Anni 5. della seconda socida col suo capitale di pecore 80. e s'avrà quest'altro composto 400. quali uniti insieme fanno 880. Dividendo questo 880. per 240. ( somma delle pecore di due capitali ) di Quoziente ne verranno Anni 3. e Mesi 8. a' quali aggiugnendovi gli Anni 2. trascorsi, quando cominciò la seconda socida, sarà come gli altri due modi. Anni 5. e Mesi 8. e questo modo è il più disbrigato, ed il più facile.

### *Quesito Quinto.*

Uno dà in socida pecore 150. per Anni 4. a partire per metà capitale, e guadagno. Passati due Anni, ne diede altre 70. con l'istesso patto per Anni 6. Volendo ridurre le due socide ad un sol termine, a che tempo si farà la divisione?

Questo, e simili quesiti si risolvono, come il precedente. Non v'è altro d'avvertire, se non che alli due Anni della differenza ne' principj delle socide, bisogna aggiugnervi li due Anni, che la seconda tira più avanti della prima, e faranno Anni 4. e poi dire al solito. Se 220. ha 4. Anni, quanti ne avrà 70.? (pecore della seconda socida. ) Operando in tutti e tre li modi si trova, che la divisione delle due socide insieme si dovrà fare in capo d'Anni 5. $\frac{3}{13}$ cioè Mesi 3. giorni 8. o. 10. $\frac{10}{11}$ d'ora.

Se le socide fossero 3. si trova il termine di mezzo fra la prima, e la seconda socida, poi di nuovo fra questo termine trovato, ed il termine della terza socida si trova il termine medio, quale sarà il tempo da partirsi comunemente le 3. Socide. ( E tanto basti in questa materia. )

# CAPITOLO XX.

## DE' BARATTI.

FRa' Mercanti s'usa far pagar più cara la roba quando si baratta, che quando corre il Denaro contante. E' però vero, che non stanno a specificare di voler più a baratto, che a contanti, laonde bisogna, che l'altro stia avvertito, acciò nel barattare non discapiti. Pongo alcuni esempj, perchè non v'è cosa tanto pericolosa di giudicare a se stesso ne' contratti, quanto ne' baratti; e però non bisogna fidarsi del proprio giudizio, ma con fare, che la ragione venga in chiaro.

### *Quesito Primo.*

Uno ha una pezza di mezza lana, che a Denari contanti val. sol. 16. il Brazzo; ma a baratto ne vuole 18. L'altro si trova avere una quantità di Gargiolo, quale a Denari contanti vale Lir. 5. il peso. Questi vorriano barattare. S'addimanda: Quanto s'ha da far pagare il secondo il suo Gargiolo per peso, per non discapitare, ed acciò il baratto sia eguale? E per 50. Brazza di mezza lana, quanto Gargiolo deve dare?

Per risolvere il primo quesito si dice: Se quello, che val sol. 16. mi vien fatto pagare sol. 18. quello, che val Lir. 5. quanto si dovria far pagare? Operando secondo la Regola del tre ordinaria, il peso del Gargiolo si dovrà far pagare Lir. 5. sol. 12. Den. 2. Ma per risolvere il secondo quesito, bisogna vedere quanto costino le 50. Brazza di mezza lana a sol. 18. il Brazzo. Costano Lir. 45. Di poi si dice: Se con Lir. 5. sol. 12. den. 6. si comprò Lib. 25. di Gargiolo, con Lir. 45. quante Libbre se ne compreranno? Operando, se ne compreranno Lib. 200. Oncie 10. $\frac{5}{7}$.

Quì rinfresco alla memoria, che quando la prima, e seconda cosa della Regola del tre sono di simil parte, e natura, la quarta, che si cerca, non riesce simile alla seconda (come per regola generale dovria,) ma della natura della terza, come nel presente quesito si vede essere accaduto. E questo serve grandemente per sapere, che cosa siano quei rotti, che dalla prima divisione restano, affine di ridurli in altre minuzie di proposito.

### *Quesito Secondo.*

Due altri barattano Panno, e Lana. Il Brazzo del Panno a contanti val Lir. 7. ed a baratto lo fece pagare Lir. 8. il Cento della Lana a contanti val Lir. 200. ed a baratto fu messa Lir. 24. S'addimanda: Chi meglio barattò?

Dì così: Se di 7. lui fa 8. che dovrò far io di 20.? Dovrò far 22. $\frac{6}{7}$ e tante Lir. vale il Cento della Lana a baratto eguale: ma perchè gli fu messa Lir. 24. adunque barattò meglio quello della Lana, poichè per ogni Lib. 100. di Lana guadagna Lir. 1. $\frac{1}{7}$. Per saper quanto guadagneria per ogni Lir. 100. impiegare in tal baratto, si dice così: Se Lir. 22. $\frac{6}{7}$ guadagnano Lir. 1. $\frac{1}{7}$ che guadagneranno Lir. 100.? Operando guadagneranno Lir. 5. E se questo guadagna Lir. 5. per 100. quanto perderà l'altro? Molti poco pratici diriano, che perde parimente Lir. 5. ma non è così, perde solamente Lir. 4. $\frac{16}{21}$ perchè, siccome quello, che guadagnò Lir. 5. fece di 100. 105. così quello, che perde fa di 105. solamente 100. (come altrove s'insegnò.)

### *Quesito Terzo.*

Due altri vogliono far baratto: Uno ha del Lino, che a contanti vale Lir. 5. il peso, ed a baratto Lir. 6. L'altro ha del Formaggio, che a contanti val Lir. 7. il peso. Si dimanda: Quanto lo deve mettere a baratto per guadagnarvi 10. per cento?

Primieramente bisogna vedere quanto deve mettere il Formaggio a baratto eguale, dicendo se 5. si fa pagar 6. quanto si dovrà far pagare 7.? si farà pagare Lir. 8. $\frac{2}{5}$ cioè sol. 8. Adunque il Formaggio a baratto eguale valerà Lir. 8. $\frac{2}{5}$ il peso. Ma perchè d'ogni Lir. 100. ne vuole guadagnar 10. si dice così: Se 100. mi dà 110. che mi darà 8. $\frac{2}{5}$? Opera, che ti darà Lir. 9.

sol. 4. Den. 9. $\frac{3}{5}$ e tanto appunto si deve vendere un peso di Formaggio, volendo guadagnarvi 10. per 100. Ed avvertiscasi, che questo 10. per 100. s'intende di Capitale, o Denari, e non di baratto.

### *Quesito Quarto.*

Altri due vogliono far un baratto in questa forma. Uno si trova Lib. 2640. di Lana, che a contanti valeria Lir. 40. il cento, ma in baratto ne vuole 48. e vuole anco la metà in Denari contanti. L'altro ha una quantità di Panno, che a contanti vale sol. 20. il Brazzo. Or s'addimanda: Quanto si deve far pagare il Panno a baratto, e per le suddette Lib. 2640. di Lana, quanto Panno, e Denari contanti avrà l'altro?

```
 Lir.      Sottro    Sottro   Lir.   Lir.   Sol.    Libbre
 1         Lir.48    Lir.40   16     24     20        2640
 -   48    Lir.24    Lir.24    \    ----           Lir. 48
    ----   ------    ------     \ (480            ---------
     24      24        16         ----      Lir. 1267|2|0
                               Soldi 30           ---------
                                 ----              2) 10|0
                                                    ----
                                                     1/5

 Lir.        Sol.     Braz.   Lir.        Libbre      Brazza
 1           30       1       633 3/5     2640        422 2/5
 2)1267 1/5 1/2      ----              ----        Lir. 40.    Lir. 1.
  ---- ----  15|0              3168    ----------  ----------
 Lir. 633    ----     -----------  Lir. 1056|00   Lir.422. 8
   ----                                 ----      ----------
   2(10          15(63360
                 --------
             2/5        Braz. 422|4
                            ----
                         2 ) 10
                            2/5
```

Prova

Sommo

Lire 422. 8

Lire 633. 12

Lire 1056. Torna.

Ogni

Ogni volta, che uno de' barattanti sopramette la sua mercanzia, e vuole anco una parte de' Denari in contanti, bisogna in tal caso cavar sempre quella tal parte dal prezzo preteso a baratto. Sicchè nel caso nostro, volendone la metà, n'avranno 24. Ora questo 24. ( metà del 48. ) caveremo prima dall'istesso 48. ( prezzo a baratto ) e ne resterà pur anco 24. Parimente caveremo quel 24. dal 40. (prezzo a contanti) e ne resterà 16. Fatto questo, si dice: Se Lir. 16. si fanno esser Lir. 24. che si dovranno far essere Sol. 20.? Dovranno farsi soldi 30. Adunque il Panno si deve pagare a baratto soldi 30. il Brazzo.

Per saper quanto Panno avrà per le Libbre 2640. di Lana; già si sa, che detta Lana a ragion di Lir. 48. il Cento costeria Lir. 1267. $\frac{1}{5}$ ma perchè ne vuole la metà in contanti ( che sono Lir. 633. $\frac{3}{5}$ ) per l'altra metà si dirà: Se con soldi 30. s'ha un Brazzo di Panno, con Lir. 633. $\frac{3}{5}$ quante Brazza se n'avranno? Se n'avranno Brazza 422. $\frac{2}{5}$. Adunque per le Lib. 2640. di Lana dovrà avere Lib. 633. $\frac{3}{5}$ in contanti, e Brazza 422. $\frac{2}{5}$ di Panno. La prova di queste ragioni è questa: bisogna, che a prezzo in contanti uno dia all'altro tanto quanto esso da quello riceve. E questo provasi così: Le Lib. 2640. di Lana a Lir. 40. il cento, costano Lir. 1056. e le Brazza 422. $\frac{2}{5}$ di panno, che l'altro ha avuto a ragione di sol. 20. il Brazzo costano Lir. 422. sol. 8. a' quali aggiugnendo le Lir. 633. $\frac{3}{5}$ cioè sol. 12. avuti in contanti, fanno parimente Lir. 1056. Adunque non v'è inganno.

### *Quesito Quinto.*

Due parimente barattano. Uno ha 30. pezze di Cambellotto, che a contanti vale scudi 5. la pezza, ed a baratto scudi $5\frac{2}{3}$ e vuole scudi 50. alla mano. L'altro ha del Pepe, che a contanti vale scudi 60. la soma ( per una soma s'intende Lib. 400. ) S'addimanda, quanto si deve far pagar il Pepe, acciò il baratto sia eguale, e per le dette 30. pezze di Cambellotto quanto Pepe, e quanti denari s'avranno?

Pez-

Pezze Pezze Scudi Scudi Scudi Scudi Scudi
30 30 150 170 100 - 120 - 60
Scu. 5 $5\frac{2}{3}$ Sc. 50 50 Scu. 72|00
Scu. 150 160 Sc. 100. Sc. 120
20
150
Scu. 170

Lir. Lib. Lir.
60 400. 100
(4000|0
Pepe Libbre 666 $\frac{2}{3}$

Prova
Lir. Lib. Lir.
72 400 120
6(48000
12(8000
Pepe Libbre 666 $\frac{2}{3}$

Prima bisogna vedere, quanto costino le 30. pezze di Cambellotto all'uno, ed all'altro prezzo. A contanti val scu. 150. ed a baratto scu. 170. Fatto questo, si cavano li scu. 50. dalli scu. 150. e dalli 170. sicchè resteranno scu. 100. a contanti, e scu. 120. a baratto. Dipoi si dice: Se scu. 100. si fanno 120. scu. 60. quanti si dovranno fare? Si dovranno fare scu. 72. Adunque il Pepe si dovrà far pagare a baratto scu. 72. il carico, o soma. Nel resto della proposizione s'opera, come nella passata.

### *Quesito Sesto.*

Due altri barattano Zucchero, e Garofani. Il Zucchero a contanti val scu. 15. il 100. ed a baratto scu. 20. li Garofani a contanti vagliono sol. 11. l'oncia, e a baratto si mettono sol. 13. Or s'addimanda, chi meglio barattò, e quanto si dovrà dar in contanti a quello, che peggio barattò, come sono d'accordo?

Sen-

Senza investigare chi meglio barattò ( come s'insegna nel quesito secondo ( più leggiadramente si farà così. Si assettino li prezzi de' due barattanti uno sotto l'altro ( come di sotto si vede ) e moltiplicandoli in croce, li prodotti, si collocano a dirimpetto di essi, e quello che avrà maggior prodotto, esso meglio barattò, ed è tenuto a rifare il compagno. Per saper di quanto l'abbia da rifare, si fa così: Si cava il prodotto minore dal prodotto maggiore, e la differenza, partita per la differenza de' due prezzi di chi meglio barattò, lascierà nel Quoziente di quanto l'abbia da rifare.

In contanti, A baratto.
Zucchero Scu. 15 ⨯ 20 — 230 prod. per il Zucchero,
Garofani Soldi 11 ⨯ 13 — 195 prod. per li Garofani.
Restò 25

Meglio barattò quello del Zucchero. La differenza da scud. 15. a scud. 20. ) prezzo a contanti, ed a baratto di chi meglio barattò ) è 5. per il quale dividendo il restato 25. di quoziente ne viene pur 5. e così conchiudo, che quello del Zucchero deve dare in contanti a quello de' Garofani soldi 5. per ogni onc. de' Garofani: per il resto tanto Zucchero. Voglio dire, che vendendo a baratto li Garofani soldi 13. l'Oncia, di questi n'ha d'avere $\frac{5}{13}$ in contanti, ed $\frac{8}{13}$ in tanto Zucchero, se li Garofani si fossero venduti scudi 11. il 100. a contanti, e 13. a baratto, quel 5. sariano scudi 5. da dargli in contanti per ogni cento Libbre di Garofani, ( il che s'avvertisca bene. )

La prova si fa col voltar il quesito dicendo: Due barattano Zucchero, e Garofani: li Garofani in contanti costano soldi 11. l'Oncia, ed a baratto 13. e ne vuole 5. in Denari. Il Zucchero in contanti val scudi 15. il 100. S'addimanda: Quanto si deve far pagare a baratto? Per saperlo s'opera, come ho insegnato nel quarto quesito, cioè, si cava quel 5. ( che per oncia di Garofani pretende in denari ) da 11. e da 13.

ne

ne resta 6. ed 8. E poi si dice: Se quello, che in contanti val 6. a baratto si fa pagar 8. quello, che in contanti val 15. quanto costerà a baratto? Operando costerà 20. come fu proposto. Adunque la risoluzione fu buona.

### *Quesito Settimo.*

Uno vende ad un suo amico una quantità di Formento, che a contanti si paga Lir. 8. la Corba: ma perchè il compratore domanda 10. Mesi di tempo a sborsare il Denaro l'amico lo mette Lir. 9. la Corba. Ma che? Occorre, che il compratore non molto dopo venda a quello del Formento una quantità di Lana fina, a ragione di Lir. 32. il 100. se bene a contanti non valeva se non Lir. 30. S'addimanda: Quanto tempo dovrà dare al compratore della Lana per osservare quel medesimo ordine, che lui tenne in farsi pagare il Formento?

Già consta chiaro, che lir. 8. in Mesi 10. guadagnano lir. 1. or vedi in quanto tempo le lir. 30. (prezzo della Lana in contanti) guadagnariano quelle lir. 2. che lui sopramette la Lana, e tutto quel tempo, che staranno a guadagnarle, tanto tempo dovrà stare il compratore della Lana a sborsare il Denaro. E perchè s'è insegnato altrove il modo nel trattato de' Censi, quì non replico altro, se non che dovrà aver tempo a pagare Mesi 5. $\frac{1}{4}$.

### *Quesito Ottavo.*

Finalmente. Un Mercante vende una quantità di Panno a scu. 10. la pezza in contanti, ma perchè fa tempo 12. Mesi, ne vuole scudi 21. la pezza. Non molto dopo, quello, che comprò il Panno vendette una quantità di Cannella all'altro, a ragion di scudi 36. il 100. a pagarlb in contanti. Ma perchè il compratore vorria termine 8. Mesi a pagare, s'addimanda: Quanto deve alterare il prezzo della Cannella per rispetto di quel tempo, che richiede, volendo osservare con lui quello, ch'esso osservò seco nella vendita del Panno.

Facciasi così: Moltiplicansi li scudi 10. d'una pezza di

Panno con li Mesi 12. e faranno un composto di 120. qual composto guadagna scudi 1. Moltiplicansi parimente li Mesi 8. con li scudi 36. che vale il 100. della Cannella, e s'avrà un altro composto di 288. E poi si dice: Se un composto di 120. guadagna scudi 1. un composto di 288. quanti ne guadagnerà? Operando, si trova, che guadagna scudi 2 $\frac{2}{5}$ e questi si devono aggiugnere alli scudi 36. che saranno scudi 38 $\frac{2}{5}$. Adunque la Cannella si deve far pagare a ragione di scudi 38. $\frac{2}{5}$ il Cento, con che saranno ambidue egualmente soddisfatti.

## CAPITOLO XXI.

## DEGLI AFFITTI.

L'Uso degli Affitti tanto delle Possessioni, quanto delle Case (che pigioni si chiamano) è costume universale in tutti li Paesi (abbenchè con altro termine, o vocabolo le chiamassero.) Per ammaestramento di chi non sa, in questo Capitolo pongo alcuni pochi quesiti, che apriranno l'intelletto ad altri ec.

### *Quesito Primo.*

☞ Un Gentiluomo affitta una Casa per scudi 60. all'Anno. L'affittuario anticipatamente sborsa scudi 200. con patto, che 10. per 100. all'Anno li siano scontati. Si addimanda: Quanto tempo deve stare in Casa?

Scu-

| | | |
|---|---|---|
| | Scudi | 200 |
| | Scudi | 20 |
| Sconto del primo Anno | Scudi | 220 |
| Si batte l' Affitto | Scudi | 60 |
| Resta Creditore il primo Anno | Scudi | 160 |
| Sconto del secondo Anno | Scudi | 16 |
| | Scudi | 176 |
| Si batte l' Affitto | Scudi | 60 |
| | Scudi | 116 |
| Sconto del terzo Anno | Scudi | 11 $\frac{5}{5}$ |
| | Scudi | 127 $\frac{5}{3}$ |
| Si batte l' Affitto | Scudi | 60 |
| | Scudi | 67 $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{}{5}$ |
| Sconto del quarto Anno | Scudi | 6 $\frac{1}{3}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{9}{25}$ |
| | Scudi | 74 |
| Si batte l' Affitto | Scudi | $\frac{0}{1}$ $\frac{9}{4}$ |

| Scudi | Scudi | Anni | Scudi |
|---|---|---|---|
| 116 | 60 | 1 | 14 $\frac{1}{2}$ $\frac{9}{4}$ |
| 10 | 1500 | | 259 |
| 11\|60 | | | 12 |
| 2)10\|0 | | | (4208 |
| $\frac{3}{4}$ | | Mesi | 2187. 6. |
| | | | 26\|16 |
| | | | 4)100 |
| | | | $\frac{4}{25}$ |

Scudi

67 $\frac{3}{5}$

10

6\|76

4) 100

$\frac{1}{2}$ $\frac{9}{5}$

Que-

---

Questo quesito per lettera mi fu proposto dal Manelli, e questa è la risoluzione di simili quesiti. Perchè il Fittajuolo pretende l' utile del 10. per 100. in capo al primo anno li scudi 200. diventeriano 220. da' quali sottratti li scudi 60. per il fitto del primo Anno, ne restano 160. Questi scudi 160. meritandoli per un Anno a 10. per 100. diventeriano 176. da' quali levando l' affitto del secondo Anno, ne restano 116. Questi scudi 116. meritandoli pure per un Anno (come sopra ) si fariano 127. $\frac{3}{5}$ da' quali sottratto l' Affitto del terzo Anno, ne restano 67. $\frac{2}{5}$. Finalmente meritando questi 67. scudi $\frac{3}{5}$ anco per un Anno diventariano 74. $\frac{9}{25}$ da' quali cavandone l' Affitto del quarto Anno, ne restano solamente 14. $\frac{19}{25}$. Ma perchè si vede, che per questi scudi 14. $\frac{19}{25}$ il Fittajuolo non può star più un Anno intero in casa, per saper quanto vi deve dimorare, si dice così: Se per scudi 60. vi sto un Anno, per scudi 14. $\frac{19}{25}$ quanto vi starò? Operando vi starò Mesi 2. giorni 16. Conchiudo che l' Affittuario deve stare in casa Anni 4. Mesi 2. giorni 26.

### *Quesito Secondo.*

Un piglia in affitto una Casa per 3. Anni a pagargli scudi 90. all' Anno. Il Pigionale s' offerisce di pagar tutti e tre gli affitti anticipatamente all' entrare che fa in Casa, se il Padrone vuol scontargli il 10. per 100. all' Anno. Se dice di sì. Quanto deve sborsare.

Questo quesito essendo contrario al passato fa d' uopo il farne buona risoluzione, e chiarezza di prova. Nondimeno considero, che questo Affittuario, che deve pagare scudi 90. l' Anno, e pagando queste tre rate di pigione anticipatamente ne vuol godere il beneficio di un 10. per 100. sicchè non deve sborsare più il primo Anno scudi 90. tutto ciò trovasi con regola del tre, e per il primo Anno dico, se 110. restar devono 100. che resterà 90.? Che operato restano 81. $\frac{9}{11}$ e tanto dunque il pigionale deve dar al presente per pagare la pigione del primo Anno, che oggi comincia.

Scu-

Scudi Scudi Scudi

11(0 100 90

(900(0

Scudi 81. $\frac{9}{11}$ Primo Anno.

Di quì considero, che le pigioni da pagarmi sono più di una; onde la pigione del secondo Anno non deve essere di scudi 90. sicchè si deve ancora a queste le dovute proporzioni nell' istesso modo dicendo; se 110. viene da 100. da che verrà 81. $\frac{9}{11}$ e ne viene Scudi 74. $\frac{46}{121}$ per lo sborso della seconda pigione.

Scudi Scudi Scudi

1110 100 81 $\frac{9}{11}$

12 (9000(0

( 74

530

Second' Anno $\frac{46}{121}$

Non differentemente si deve fare per il terzo Anno, che accrescendo un' annata, sempre il Capitale dell' anno precedente divien paga matura in quel che si accresce; siccome fu il 90. che diventò Capitale per il primo Anno, di poi valse per la paga del secondo Anno. Dunque li venuti scudi 74. $\frac{46}{121}$ che vennero per lo Capitale del secondo Anno, si devono supporre come paga del terzo, dicendo, se 110. viene da 100. da che verrà 74 $\frac{46}{121}$ e viene 67 $\frac{823}{1331}$ per quel capitale, che nel terzo Anno fa la paga delli scudi 90.

Scudi Scudi Scudi

110 100 74 $\frac{46}{121}$

1331(0 (9000(0

( 67

10140

Terzo Anno $\frac{823}{1331}$

Or che abbiamo trovato i Capitali per le tre pigioni scudi 81 $\frac{9}{11}$ scudi 73 $\frac{46}{121}$ scudi 67 $\frac{823}{1331}$ si sommano, e fanno scudi 223 $\frac{1089}{1331}$ per quanto deve pagar il Pigionale anticipatamente, godendo lo sconto di 10. per cento.

81 $\frac{0}{11}$ $\frac{1331}{121}$ 1089

74 $\frac{46}{121}$ 11 506

67 $\frac{285}{1331}$ 1 823

1 12418

Scudi 223 1 1

$\frac{1087}{1331}$

E perchè non sono di poca importanza questi simili quesiti, perchè resti sempre più in chiaro, ne mostro ancora la prova. Suppongo, che il Pigionale mi dia li suddetti scudi 223. $\frac{1087}{1331}$. Che dovendole godere un Anno darvi il bonifico di 10. per cento, per regola del Tre, così dico: Se 100. diviene 110. quanto diverrà 223 $\frac{1087}{1331}$ e ne viene scu. 246 $\frac{264}{1331}$ che di tanto son io debitore al Pigionale per i denari, che mi diede, della qual partita mi pagò la pigione di scudi 90. resta scudi 156 $\frac{264}{1331}$. Che di tanto resto io debitore.

10 10 223 $\frac{1087}{1331}$

1331100 1087

3993

29282

297900

(327690100

( 246 —

6149

8250

$\frac{264}{1331}$ Scudi 246 $\frac{264}{1331}$

Pigione del primo Anno 90

156

Finito il secondo Anno, trovo similmente quanto sieno cresciuti li scudi $156\frac{204}{1331}$ dicendo: Se 100. diviene 110. quanto diverrà $156\frac{204}{1331}$ operato ne viene $171\frac{1089}{1331}$ di che sono debitore al Pigionale; ma pagatomi la pigione di scudi 90. gli resto debitore di scudi $81\frac{1089}{1331}$.

100 110 $156\frac{204}{1331}$

1331 8250

19965

207900

(228690100

( 171

2420

$\frac{1089}{1331}$

Scudi $171\frac{1089}{1331}$

Pigione del secondo Anno 90

81

E finito il terzo Anno nel medesimo modo, trovo quanto io sono debitore al Pigionale, dicendo: Se 100. diventa 110. quanto diverrà $81\frac{1089}{1331}$ e ne viene 90. E perchè tanto aver debbo da lui per la pigione, quanto egli deve da me per i suoi denari, che tengo; avviene, che siamo appunto pagati. Dunque fu buona risoluzione, che lui mi dovesse dare anticipatamente li suddetti scudi $223\frac{1089}{1331}$.

100 110 $81\frac{1084}{1331}$

1441100 2420

10648

108900

(11979000

( 90

---

## *Quesito Terzo.*

Uno piglia a pigione una Casa per un Anno, e paga scudi 60. Al principio di Maggio, un altro entrò ancor lui nella Casa, e quattro Mesi dopo ne pigliò un terzo. Quanto deve pagare ciascun di loro alla rata porzione del tempo, che stettero in casa, e secondo l'accordo dell'affitto.

Il vero modo di risolvere simili quesiti fu insegnato da Gio: Battista Zucchetta Genovese, approvato dal Dottor Bassi, ed al quale (come fedelissimo) mi sottoscrivo. Il modo è questo; s'uniscono insieme tutti li Mesi, che di tempo in tempo a ciascun compagno tocca di pagare alla rata porzione la pigione, e poi s' opera a modo delle compagnie, come in figura si vede.

Al primo compagno tocca il pagar quel tempo, che solo stette in Casa; cioè Mesi 4

Per li Mesi 4. che stette col secondo compagno, n'ha da pagare Mesi 2

Per li Mesi 4. che stette col secondo, e terzo compagno ha da pagare Mesi $7\frac{1}{2}$

Porzione del primo compagno Mesi $1\frac{1}{2}$

Il secondo compagno per li Mesi 4. che stette in Casa col primo compagno, n'ha da pagar 2

E per li Mesi 4. che stette col primo, e terzo compagno n'ha da pagare $1\frac{1}{3}$

Porzione del secondo compagno Mesi $3\frac{1}{3}$

Il terzo compagno ha da pagare solamente la terza parte di quei Mesi 4. che stette in Casa col primo, e col secondo, cioè Mesi $\frac{1}{3}$

Fra tutti Mesi 12

Si dice Se Mesi 12. pagano scudi 60. Quanti ne pagheranno Mesi 7. $\frac{1}{3}$ del primo. Mesi 3. $\frac{1}{3}$ del secondo, e Mesi 1. $\frac{1}{3}$ del terzo compagno? Operando. Il primo deve pagare scudi $36\frac{2}{3}$. Il secondo $16\frac{2}{4}$. Ed il terzo $6\frac{2}{3}$, che sommati fanno giusto 60.

Li nostri Antichi avriano posto per il primo compagno Mesi 12. per il secondo 8. e per il terzo 1. non avvertendo, che sebbene in quanto al tempo v'è la conveniente proporzione, non v'è però quanto all' obbligazione di pagare ec. Però per il loro modo è falsissimo.

### *Quesito Quarto.*

Pietro affittò una Possessione a Francesco per scudi 300. all'Anno, e Francesco affittò una Casa a Pietro per Scudi 80. pur all'Anno. Avendo posseduto Francesco la Possessione Anni 5. $\frac{1}{2}$. Quanto tempo deve possedere Pietro la Casa, acciò restino del pari?

| Scudi | Anni | Scudi |
|---|---|---|
| 2)300 | 5 $\frac{1}{2}$ | 80 |

150
1500
(16510
Anni 50 $\frac{5}{8}$

Prova
Anni Scudi
20 $\frac{5}{8}$)
) 80
Scu. 80. 1400
1600 50
50
1650

Il quesito si risolve per la Regola del tre semplice rovescia, così dicendo: Se scudi 300. furono posseduti Anni 5 $\frac{1}{2}$ quanti non si devono possedere scudi 80. Operando, si devono posseder Anni 20 $\frac{5}{8}$. E tanto tempo deve star Pietro in Casa.

## CAPITOLO XXII.

### *Per trovar l'avvantaggio delle Monete.*

IL saper trovare per regola l'avvantaggio delle Monete, che in paesi stranieri accade di spendere; certissimo, che non solo a' Mercanti, ma anche a chi si sia apporterà grande utilità; poichè non v'è alcuno, ch'abbia maneggio, che con occasione di compra, o di vendita, di baratto, o di cambio, non abbia parimente da spendere varie sorta di Monete, le quali non corrono per tutto con proporzionata differenza; ma chi con più, e chi con meno. Questo negozio è facilissimo, e per la Regola Aurea presto si sbriga. Alla pratica.

Un Mercante Ferrarese vuol sapere qual sia più vantaggioso per spenderlo a Venezia, il Reale di Spagna, o pure il Ducatone: poichè il Reale di Ferrara val Paoli 8. ed in Venezia val Lir. 8. Il Ducatone in Ferrara val Paoli 10. e in Venezia val Lir. 9. 6. Dirò dunque così: Se quello, che in Ferrara val Paoli 8. val in Venezia Lir. 8. Quello che in Ferrara val Paoli 10. quanto valerà in Venezia? Operando valerà Lir. 10. e tanto dovria valere a Venezia il Ducatone a proporzione del Reale: ma perchè non vale, se non Lir. 9. 6. il Ducatone vi perde Soldi 14. Veneziani. Adunque sarà più vantaggioso il Reale.

Di più. La Dobbla d'Italia val in Ferrara Paoli 30. ed in Venezia Lir. 28. L'Ongaro in Ferrara val Paoli 17. ed in Venezia val Lir. 15. $\frac{1}{2}$. Qual sarà più vantaggioso? Dico così: Se Paoli 30. della Dobbla in Ferrara val in Venezia Lir. 28. Paoli 16. dell'Ongaro in Ferrara, quanto valerà in Venezia? Operando, dovria valere Lir. 15. $\frac{13}{15}$ ma perchè val solamente Lir. 15. $\frac{1}{2}$ a proporzione della Dobbla perde $\frac{11}{36}$ di Lira Veneziana. Sicchè saria più vantaggiosa la Dobbla.

In oltre. La Dobbla di Spagna in Modena val Lir. 31. e in Bologna val Lir. 15. 5. L'Ongaro in Modena val Lir. 17. 5. e in Bologna val Lir. 8. 10. Qual sarà più vantaggioso? Dico così: Se quello, che in Modena val Lir. 31. in Bologna Lir. 15. 5. Quello, che in Modena val Lir. 17. 5. quanto valerà in Bologna? Operando valerà Lir. 8. 9. 8. $\frac{10}{31}$ ma perchè in fatti val Lir. 8. 10. si vede, che l'Ongaro vi perde a proporzione della Dobbla di Spagna. Adunque sarà più vantaggiosa la Dobbla.

Con quest' occasione di trovar l'avvantaggio delle Monete (in grazia di chi abita nel Ferrarese) quì vo-

voglio insegnare il modo di convertire la moneta vecchia nella nuova, senza Tariffa. Ma per maggior intelligenza di chi non è capace bisogna sapere, che ( pochi Anni sono ) la Moneta Ferrarese fu convertita in Moneta Romana: Sicchè dove prima si parlava a Bolognini, Lire, e Scudi da quattro Lire; adesso si negozia a Bajocchi, Paoli, ed a Scudi di Paoli. Bajocchi 10. fanno un Paolo, e Paoli 10. fanno uno Scudo; ma prima Quattrini 6. ( cioè Den. 12. facevano un Bolognino ) Bolognini 20. ( che anco soldi si nominano ) componevano una Lira, e Lir. 4. uno Scudo. In questa mutazione n'è seguito, che quello, che prima era 110. Moneta vecchia resta solamente 100. di Moneta nuova; ovvero 11. resta 10.

Per venire all'intento nostro, io dico: che Bolognini 11. restano Bajocchi 10. Lir. 11. restano scudi 2. di Paoli, e scudi 11. vecchj restano scudi 8. pur di Paoli, ed è infallibile. Sicchè sopra questo fondamento per la Regola del Tre può ciascuno intelligente senza Tariffa convertire ogni data quantità di Moneta vecchia nella nuova: Per esempio voglio saper quanti scudi di Paoli siano scudi vecchj 275. lir. 3. Per risolvere il quesito in un sol colpo, converto li scudi 275. in lire, che sono lir. 1103. e poi dico: Se lir. 11. restano scu. 2. di paoli, quanti resteranno lir. 1103. Operando resteranno scudi 700. paoli 6. Bajocchi 4 $\frac{6}{11}$. Ma per esser negozio tanto chiaro, e facile, non sto a particolarizzare d'avvantaggio, se non che parlando a Bolognini si dice: Se Bolognini 11. restano Bajocchi 10. Quanti resteranno Bolognini ec.? Parlano a lire. S'opera come nel precedente proposto Esempio. Se si parla a scudi si dice: Se scudi vecchj 11. restano scudi 8. di paoli, quanto resteranno scudi vecchj ec. Se poi si volesse convertire la Moneta nuova nella vecchia, basta a voltar i termini della Regola, ( dicendo per esempio ) se Bajocchi 10. diventano Bolognini 11. Quanti Bolognini faranno Bajocchi ec.

# CAPITOLO XXIII.

## *Delle legature Mercantili dell'Oro, ed Argento.*

TRa Mercanti si costuma alle volte di comprare diversità di Mercanzie tutte insieme sotto un prezzo solo; benchè siano di varj prezzi. Laonde gli Aritmetici hanno filosofato su questa Regola, detta legamento; perchè si legano propriamente insieme un prezzo, con l'altro, per arrivare al preteso dissegno, ed io ne pongo alcuni pochi esempj, che appunto serviranno per esempio, in altri casi ec.

### *Quesito Primo.*

Uno si trova avere cinque sorta di formento. Il Staro della prima sorta vale sol. 54. Quello della seconda sol. 58. Quello della terza sol. 62. Quello della quarta sol. 70. Quello della quinta vale sol. 76. Ora viene un Mercante, e ne vuole comprare tanto di ciascuna sorta, che in tutto siano Stara 100. a ragione di soldi 66. lo Staro (prezzo fuori di prezzo). S'addimanda: Quante Stara ne deve pigliare di ciascuna sorta?

| | Prezzi | Differenze |
|---|---|---|
| Prezzo Mezzano | 54 | 10 |
| | 58 | 4 |
| | 62 | 10 |
| 66 | | 8 |
| | 70 | 12. 4 |
| | 76 | |
| Somma delle Differenze | 48 | |

Prima per ritrovare simili differenze si distendano in fila i prezzi un sotto l'altro, e poi a canto di questi vi si nota il prezzo mezzano, come vedesi, ch'è il 66. fra i prezzi più propinqui, che sono 62. e 70. poi si piglia la differenza fra il 54. e 66. ch'è 12. quale si pone contro il 76. e così ancora la differenza fra 76. e 66. ch'è 10. il quale si nota contro il 54. appresso si piglia la differenza da 58. a 66. e questa è 8. il quale si nota all'incontro del 70. e poi la differenza di 66. e 70. ch'è 4. si nota contro al 58. poi si fa l'allegazione dal 66. al 76. e la differenza, che è 10. si nota contro al 62. e la differenza di 62. a 66. ch'è 4. si nota contro al 76. come si vede esser fatto, a sommare insieme tutte le dette differenze sono 13. e così saranno legati i prezzi.

Il resto dell'operazione si fa come le compagnie. Adunque unite insieme tutte le differenze 10. 4. 10. 8. e 16. ( cioè quel 12. e 4. posto sotto il 76. ) fanno 48. Di poi si dice: Se 48. mi da 100. che mi darà 10. che 4. che 10. che 8. e che 16. Si potria dire anco così: Se 48. mi da 10. mi da 4. mi da 10. mi da 8. e mi da 16. che mi darà 100. In qualsivoglia modo, che si operi, di quello da soldi 54. se n'avranno Stara 20. Quarte $4\frac{1}{6}$ (a ragione 5. Quarte il Staro. ) Di quello da sol. 58. Stara 8. Quarte 1. $\frac{4}{6}$. Di quello da soldi 62. Stara 20. Quarte $4\frac{1}{6}$. Di quello da sol. 70. stara 16. Quarte $3\frac{1}{6}$. Di quello da sol. 76. stara 33. Quarte $1\frac{4}{6}$.

La prova di questa, e simili ragioni è questa, che tanto debbono costare le suddette stara tutte insieme, quanto montano le stara 100. a sol. 66. il staro.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le stara | 20. $4\frac{1}{6}$ | a sol. 54. il staro costano | L. 56. | s. 5. | d. 0. |
| Le stara | 8. $1\frac{4}{6}$ | a sol. 58. il staro costano | L. 24. | s. 3. | d. 4 |
| Le stara | 20. $4\frac{1}{6}$ | a sol. 62. il staro costano | L. 64. | s. 11. | d. 8 |
| Le stara | 16. $3\frac{2}{6}$ | a sol. 70. il staro costano | L. 58. | s. 6. | d. 8 |
| Le stara | 33. $1\frac{4}{6}$ | a sol. 76. il staro costano | L. 126. | s. 13. | d. 4 |
| | | | Lir. 330. | 0. | 0. |

Tutte queste Stara, Quarte, e Rotti uniti insieme costituiscono le richieste stara 100.

Parimente le Stara 100. a sol. 60. il Stara montano lir. 330. Adunque sta bene. Li sopraddetti prezzi si potriano legare ancora diversamente da quello s'è fatto. Per esempio il 54. col 70. il 58. col 70. ed il 62. col 76. Ovvero si può legare il 54. col 76. il 58. col 76. ed il 62. col 76. Ovvero così il 54. col 70. il 58. col 76. ed il 62. col 76. In qualsivoglia modo, che si leghino, il compratore sempre avrà le Stara 100. di Formento con le medesime lir. 330. per ogni verso: se bene d'alcuna sorta se n'avrà più, e d'alcuna meno di quello s'è avuto di sopra. ( Mi son dilatato in questo primo quesito, per essere più scarso ne' seguenti. )

### *Quesito Secondo.*

Un Comune fa gettare, o fondere una Campana; qual pesa lib. 2325. e costa di materia solamente lir. 488. sol. 5. In questo getto vi sono cinque sorta di metalli. Il primo costa, o vale lir. 16. il 100. il secondo lir. 18. il terzo lir. 20. il quarto lir. 27. e il quinto lir. S'addimanda, in quella Campana quanto Metallo v'è d'ogni sorta?

Si dice così: Se Lib. 2325. di Metallo in confuso costano lir. $488.\frac{1}{4}$ che valeranno lir. 100.? Valeranno Lib. 21. e questo 21. si mette nel fondo della figura. E poi operando, e legando al solito avrai 10. 6. 6. $\frac{3}{1}$ 5. che in tutto sono 31. E poi dirai se 31. mi da 2325. che mi darà 10. che 6. che 6. che 4. e che 5.? Operando della prima sorta n' avrai Libbre 750. Della seconda lib. 450. Della terza Lib. 450. Della quarta lib. 300. Della quinta lib. 375. che in tutto sono libbre 2325. Però sta bene. Un' altra prova, vedi quanto costano le suddette Lib. a ragione del loro prezzo, e tutte insieme fanno lir. 488. $\frac{1}{4}$ come dovea.

| | | Prezzi | Differenze |
|---|---|---|---|
| Prezzo Mezzano | | 16 | 10 |
| | | 18 | 6 |
| | | 20 | 6 |
| | 21 | | |
| | | 27 | 3. 1 |
| | | 31 | 5 |
| | | | 31 |
| Somma delle Differenze. | | | |

### *Quesito Terzo.*

Un Droghiero fra gli altri Aromati ha del Pepe, che val sol. 40. la libbra. Della Cannella a sol. 50. la lib-

libbra. De' Garofani a sol. 55. la libbra. E del Zafferano a sol. 90. la libbra. Va un Mercante per comprare la somma di Scudi 70. delle soprannominate quattro spezie d'Aromati a ragione di Soldi 60. la libbra. S'addimanda quante libbre n'avrà d'ogni sorta?

| | Prezzi | Differenze |
|---|---|---|
| Prezzo Mezzano | 40 | 30 |
| | 50 | 30 |
| | 55 | 30 |
| 60 | | |
| | 90 | 20. 10. 5 |
| | | 125. |
| | | Somma delle Differenze. |

Si legano li prezzi del Pepe, ec. come si vede in figura, e ne veranno 30. 30. 30. 20. 10. 5. che in tutto 125. Dipoi si dice. Se 125. danno lib. 1. quante ne daranno 30. 30. 30. 35.? Ne daranno $\frac{30}{125}$ $\frac{30}{125}$ $\frac{30}{125}$ $\frac{35}{125}$ Per saper quante Libbre se n'avranno d'ogni sorta, si dice. Se con soldi 60. ho avuto $\frac{30}{125}$ di Pepe $\frac{30}{125}$ di Cannella, $\frac{30}{125}$ di Garofani, e $\frac{35}{125}$ di Zafferano, con Scudi 70. (cioè sol. 5600.) quante lib. n' avrò? Operando avrai lib. 22. $\frac{2}{5}$ Pepe. Lib. 22. $\frac{2}{5}$ di Cannella. Lib. 22. $\frac{2}{5}$ di Garofani; e lib. 26. $\frac{2}{15}$ di Zafferano, che in tutto sono lib. 39. $\frac{1}{3}$. Per farne la prova, si dice così. Se una lib. costa sol. 60. lib. 93. $\frac{1}{3}$. Quanti soldi costeranno? Costeranno sol. 5600. che fanno scu. 70. Dunque stà bene. E tanto basti.

Nell'istesso modo s'opereria, s'uno volesse spendere una determinata quantità in tanto Vino, Merceria, o altra mercanzia, ch'avesse più prezzi, e quello che compra la volesse a un prezzo solo.

Due cose particolari bisogna osservare in questa Regola del legare, (sono essenziali) la prima è, che il prezzo medio (cioè di quello, che compra, non sia minore, nè maggiore del prezzo minore, o maggiore della mercanzia) La seconda è, che il prezzo di quello, che compra sia al suo luogo, come nel passato quesito si vede, che il 60. è fra il 55. ed il 90. e che quando non vi sono prezzi egualmente da ogni parte del prezzo medio, in tal caso si leghi al meglio, che si può. Sicchè nel passato esempio non essendo dopo

li

il 60. se non il 50. col 90. s' è legato il 40. il 50. ed il 55.

### *Legature dell' Oro, ed Argento.*

ESsendo, che questa Regola del legare l' Oro, e l' Argento serve a Zecchieri, agli Orefici, ed altri, per comporre li metalli, o semplice con semplice, o semplice con composto, ovvero composto con composto, bisogna sapere, che sebbene sette sono li Metalli, cioè Oro, Argento, Rame, Stagno, Piombo, Ferro, ed Argento vivo; nondimeno l'Oro, e l' Argento solamente, ed anco il Rame, come servo dell'uno, e dell'altro si pesano con due spezie di pesi delicati. Il primo (costumato in Venezia) si chima Marca, la quale è d'oncie 3. Ogni oncia è 4. quarti. Ogni quarto è 36. carati. Ogni carato è 4. grani, e ciascun grano pesa quanto pesa un grano di Formento. Il secondo peso è detto Libbra, la quale si divide in oncie 12. Ogni oncia si divide in 24. Denari, a peso, o Scrupoli, ed ogni Denaro, o Scrupolo è diviso in 24. grani. E però vero, che tanti grani contiene una di quelle oncie delle quali 8. fanno una Marca, quanti ne contiene una di quelle, dodici delle quali fanno una libbra. Altri fanno di 24. grani un scrupolo. Di 3. scrupoli una drama, ed 8. drame fanno un'oncia, (che tutto è uno.) Sicchè grani 576. fanno un'oncia, e grani 6912. fanno una Libbra.

Di più bisogna sapere, che l'Oro si pesa a oncia, e l' Argento a lib. La maggior finezza dell'Oro si divide in 24. grani, che carati, o denari si chiamano, ed il carato in 24. grani: laonde dicendo Oro di 24. s' intende Oro finissimo senz'alcun mescuglio: ma dicendosi Oro di 20.-4. vuol dire, che per ciascun'oncia di peso vi sono carati 20. e grani 4. Oro fino, ed il resto Rame, ovvero Argento. La maggior finezza dell' Argento si divide in 12. gradi, quali (in vece d'oncie) alcuni le chiamano leghe. La lega si divide in 24. denari, ed il denaro in 24. grani, come sopra. Sicche dicendo Argento di leghe 12. s'intende per Argento pure;

ro; ma dicendosi Argento di leghe 9. – 4. - 7. vuol dire, che in ciascuna libra di peso vi sono leghe, ovvero oncie 9. denari, 0. scrupoli 4. e grani 7. d'Argento puro: il resto Rame. Or veniamo alla pratica.

### *Quesito Quarto.*

Con quattro qualità d'Oro, cioè da 24. da 23. da 19. e da 16. voglio comporne oncie 25. che siano di finezza 20. Quanto ce ne vorrà di ciascuna sorta.

Questo, e simili quesiti risolvono come li Mercantili. Le differenze delle finezze unite insieme sono 12. Si dice adunque. Se 12. vuole on̄. 25. Quante ne vorrà 4. quante 3. e quante 4. Operando, del primo ingrediente da 24. ce ne vogliono onc. 8. carati 8. Del secondo onc. 2. carat. 2. Del terzo onc. 6. e carati 6. Del quarto onc. 8. carati 8. ( come del primo ) sommali insieme, e fanno appunto onc. 25.

| Finezze | Differenze |
|---|---|
| 16 | 4 |
| 19 | 3 |
| 20 | |
| 23 | 1 |
| 24 | 4 |
| | 21 |
| Somma delle differenze. | |

Per farne la prova, bisogna, con quest'oncie 25. da 20. vi sia la finezza dell'Oro, che contengono in sè le quattro qualità dell'Oro legato, o composto, concorrenti alla loro formazione. L'Oro della prima qualità, per esser puro, non ha bisogno d'esser proporzionato. Per l'Oro della seconda qualità si dice. Se un'oncia d'Oro legato ha carati 23. d'Oro puro, quanti n'avranno oncie 2. 2. che concorsero al composto d'oncie 25? Per quello della terza qualità si dice. Se un oncia ha 16. che avranno onc. 6. e 6? E per quello della quarta qualità si dice. Se un'oncia ha 16. che avranno oncie 8. 8? Operando, ciascuna delle suddette quattro qualità d'Oro hanno in sè l'Oro puro, che quì sotto in figura si vede.

Della prima qualità oncie 8. carati 8.
Della seconda qualità onc. 1. carati 23. gran. 22.
Della terza qualità oncie 4. — 22. — 18.
Della quarta qualità oncie 5. — 13. — 8

In tutto onc. 20. car. 20, — 0

Ora se l'operazione è buona, bisogna, che le oncie 25. da 20. contenghino parimente in sè le suddette oncie 20. 20. d'Oro puro, e per saperlo si dice: Se oncie 1. ha carati 20. d'Oro sino, quanti n'avranno oncie 25? Operando, avranno pure oncie 20. 20. Adunque sta bene.

### *Quesito Quinto.*

Un Contadino trova lavorando nel suo Campo tre pezze d'Oro di diverse leghe, o qualità. Le porta a vendere; e trova, che il primo pezzo valeva Scudi 50. la Marca. Il secondo ne valeva 60. ed il terzo valeva scudi 80. Per cavarsi lui di briga, le vendette sottosopra scudi 70. la Marca. S'addimanda: Quanto pesava ciascun pezzo da per sè?

Questa, e simili si legano, come la passata, e ne verrano questi numeri differenziali, posti sotto li prezzi, cioè 10. 10. $\frac{20}{10}$. Non si passa più oltre per esser finita l'operazione. Adunque.

| Prezzo mezzano | Prezzi | Differenze |
|---|---|---|
| | 50 | 10 |
| | 60 | 10 |
| 70 | | |
| | 80 | 20. 10 |
| | | 50 |
| Somma delle Differenze. | | |

Il primo pezzo pesava Marche 10. a scudi 50. l'una.
Il secon. pezzo pesava Marche 10. a scudi 60. l'una.
Il terzo pezzo pesava Marche 30. a scudi 80, l'una,

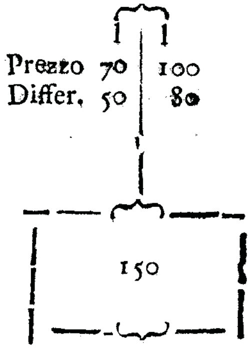
Marche 50.
Valevano scudi 500.
Valevano scudi 600.
Valevano scudi 2400.

Scudi 3500.

Se ne vuoi la prova, moltiplica la Marche 50. per li Scudi 70. che il Contadino vendette l'oro sottosopra per Marca, e fanno pure Scudi 3500.

### *Quesito Sesto.*

Un altro ha due Verghette d'Oro, che tutte due insieme furono vendute Scudi 150. e tutte due parimente insieme pesavano oncie 12. Una di esse, per esser d'Oro fino fu giudicata valere scudi 100. la Libbra, e l'altra non tanto buona, fu stimata, che valesse a ragione di Scudi 70. la Libbra. Or s' addimanda, quanto pesava ciascuna di dette Verghette?



Legando li due prezzi al solito ne viene 50. ed 80. che uniti insieme fanno 130. Dippoi si dice: Se 130. mi dà 80. che mi daranno oncie 12? Daranno oncie 7. $\frac{5}{13}$ e tanto pesava la Verghetta da Scudi 100. la Libbra. E poi. Se 130. mi da 50. Che mi daranno oncie 12? Daranno oncie 4. $\frac{8}{13}$ e tanto pesava la Verghetta non tanto fina da Scudi 70. la libbra.

Altra sorta di quesiti propongono gli Scrittori di questa Scienza, pertinenti alla composizione dell' Oro, e dell' Argento, quali (senz'altra istruzione) da chi possiede bene la Regola de' proporzionali si sapriano risolvere: nondimeno per non degenerare dagli altri, ne proporrò alcuni pochi, acciò facendo strada ec. non mi porta contuttocciò dal mio supposto ristretto.

### *Quesito Settimo.*

Mi trovo aver Lib. 15. d' Argento di Leghe 10 $\frac{1}{3}$ Volendolo abbassare, e farlo di 9. quanto Rame vi vorrà?

Leva 9. da 10. $\frac{1}{3}$ e resterà 1 $\frac{1}{3}$. E poi dirai: Se 9. vuol crescere 1 $\frac{1}{3}$. Quanto cresceranno Lib. 15? Operando, cresceranno Lib. 2 $\frac{2}{9}$ per il Rame, che devi aggiugnere.

### *Quesito Ottavo.*

Lib. 20. d' Argento di Leghe 9 — 10. voglio farlo di Leghe 11. con aggiugnervi Argento puro. Quanto d' Argento ci vorrà?

Dalla finezza 12. bisogna levare la Lega, che si pretende di fare, cioè 11. e resterà Leg. 1. Parimente dalle Leg. 11. si levino le Leg. 9. 10. e resteranno Leg. 1. Den. 14. E poi si dice: Se Leg. 11. 14. vuol Leg. 1. Quanto vorranno Lib. 20.? Vorranno 12. Den. 15. Gran. 3 $\frac{15}{19}$.

### *Quesito Nono.*

Un zecchiero ha Lib. 12. d'Oro da 22. 22. Lo voria ridurre da 21. 21. con l'aggiugnervi Oro da 18 — 15. Quanto ve n'ha d'aggiugnere?

| | | |
|---|---|---|
| 21. 2. | 22. 22 | |
| 18. 15 | 18. 15 | |
| 3. .6 | 4. 7 | |
| Carat. | Carat. | lib. |
| 3. 6 | 4. 7 | 12 |
| 78 | 103 | |
| | 6) 1236 | |
| | 13)206 | |
| | lib· 15.10.3.16$\frac{8}{13}$ | |

da 21. 21. lib. 15. 10. 3. 16.$\frac{8}{13}$
da 22. 22. lib. 12.

da 18. 15. lib. 3. 10. 3. 16.$\frac{8}{13}$

La soluzione di questo quesito non è molto dissimile dal precedente, onde si trova la differenza di ciascuna delle due proposte finezze, cioè quella della quale si propose il peso di lib. 12. ch'è di 22. 22. e l'altra, che si vuol comporre di 21.21. dall'altra, che ci vuol aggiugnere di 18. 15. si è posto a mano sinistra il composto 21.21. e dalla destra quello da comporre 22. 22. e si è avuto di differenza dalla sinistra 3. 6. e dalla destra 4. 7. le quali differenze ridotte in denari, saranno 78. e 103. con i quali procedendo per la regola del tre, dicendo, se 78. vuole 103. che vorranno lib 12.? che operato n'è venuto lib. 15. onc 10. car. 3. den. 16. $\frac{8}{13}$ per il peso, che sarà il composto da fare di 21. 21. dal quale levandovi le proposte lib. 12. da 22. 22. resta lib. 8. onc. 10. car. 3. den. 16$\frac{1}{13}$ per quello da 18. 15. che si deve aggiugnere.

La prova di simili quesiti si può fare col trovare quant'Oro puro sia nelli tre Ori, cioè, negli Ingredienti, e nel composto, e trovandosi la somma degl' ingredienti eguale al composto non si sarà errato.

### *Quesito Decimo.*

Un'Orefice ha onc. 15. d'Oro da 16. ed onc. 10. da 18. volendolo ridurre alla finezza da 20. con aggiugnervi Oro fino, cioè da 24. Quanto ve n' ha d' aggiugnere.

Primieramente si moltiplica il peso di ciascun Oro con la sua finezza, e la somma de' Prodotti, divisa per la somma de' pesi, nel Quociente lascierà la finezza del composto de' due pesati Ori, come quì di sòtto la figura si vede.

Onc. 15. da 16 -- Prod. Comp. ovver potenza 240.
Onc. 10. da 18 -- Prod. Comp. ovver potenza 180.

Div. 25. Somma de'Prodotti 420. Quo. 16. $\frac{4}{5}$

Sicchè le Onc. 15. da 16. e le Onc. 10. da 18. incorporate insieme, la massa sarà in finezza da 16. $\frac{4}{5}$. Voglio dire, che saranno Onc. 25. da 16. $\frac{4}{5}$.

Per saper quant' Oro fino da 14. bisogni aggiugnere all' onc. 25. da 16. $\frac{4}{5}$ acciò la massà divenghi in finezza da 20. si cava da carati 24. li carati 20. e ne restano carati 4. Parimente da carati 20. si cava li carati 16. $\frac{4}{5}$ e n8 restano carati 3 $\frac{1}{5}$ e poi si dice: Se 4. vuol 3 $\frac{1}{5}$ che vorranno onc. 25? Operando ne vorranno onc. 20. e tant'Oro puro bisogna aggiugnere alle onc. 25. da 16. $\frac{4}{5}$ ed avrai poi onc. 45. da 20. la prova si fa, come ho insegnato nel quarto quesito.

### *Quesito Undecimo.*

Uno si trova avere oncie 10. d'oro da 16, e oncie 6. da 20. Volendolo abbassare, e ridurlo a finezza solamente da 18. quanto Argento, o Rame vi vorrà?

Prima si depone i pesi, e le finezze proposte con il solito ordine moltiplicando il peso con la sua finezza, cioè oncie 10. con 16. e 6. con 20. e fanno 160. e 120. la cui somma è 280. e partito per 18. ne viene 15. $\frac{5}{9}$ per la composizione. L'approvo col dire, se 24. contiene 10. quanto contenerà oncie 10? e per il secondo, se 24. contiene 20. quante oncie 6? Che operato il primo ne contiene onc. 6. $\frac{2}{3}$ per il secondo oncie 5. per la quantità dell' Oro puro contenuto dagl' ingredienti : la cui somma, è 11. $\frac{2}{2}$ e tant' Oro puro si deve trovare nel composto. Si prova così : se 24. ne contiene 18. che ne conterrà 15. $\frac{5}{9}$ ? Che operato ne riesce oncie 11. $\frac{2}{3}$ come si trovò negl' ingredienti.

```
Oncie 10. dà 16 —— 160     24   18   15 5/9
Oncie  6  dà 20 —— 220     ——   ——
  ——              —— 216        140
  16     Carat. 18|280          ———
                 ——            9(2520
                15 5/3          ———
                 ——            24(280
                              ————————
                         Onzie 12 1/3

24. 16. 10.      24. 20. 6
        ——            —         Sommo
      (160          (120          Fino onz. 6. 1/3
       ——            ——           Fino onz. 5
  Fino 6 1/2     Fino 5                    —
                                          11 2/3
                                           —
```

### *Quesito Duodecimo.*

Voglio fondere, e unire insieme tre qualità d'Oro, cioè oncie 8. da 20. oncie 6. da 18. oncie 10. da 22. Di che finezza sarà tal composizione.

Si moltiplica insieme ( al solito ) ciascun peso con la sua finezza, e li Prodotti uniti insieme, e partirli per la somma de'Pesi, perchè il Quoziente sarà la cercata finezza.

Onc. 8 da 20 - Prodotto, o forza 160.
Onc. 6 da 18 - Prodotto, o forza 108.
Onc. 10 da 22 - Prodotto, o forza 220.

Div. 24 Somma de'Prodotti 488. Quoz. 20 $\frac{1}{3}$ per la ( cercata finezza.

Qui avviso chi legge, che l'Oro, e l'Argento legato si può ridurre a maggior perfezione, o levandogli con acqua forte la lega, o purificandolo con fuoco nel Cappello. E quest'atto si chiama Saggio, cioè far esperienza quanta finezza acquisti l'Oro copellando. Quanto più cala di peso, tanta maggior finezza, e perfezione acquista ec. intorno al che si può proporre nuova sorta di quesiti, che ancor loro si risolvono per via di proporzione.

### *Quesito Decimoterzo.*

Mi ritrovo avere onc. 12. d'Oro da 20. lo fondo e affino sin tanto, che mi resta onc. 10. di che bontà sarà restato?

Per la Regola del Tre rovescia darò. Se 12. ha la bontà di 20. che bontà mi darà 10.? Operando ne viene 24. sicchè sarà restato Oro fino da Carati 24. l'oncia.

### *Quesito Decimoquarto.*

Avendo purgato Denari 16. d'Argento è restato Den. 14. di qual finezza era, quando congiunto stava con la massa.

Per la Regola Dritta si dice: Se Carati 16. restorno 14. che resteriano Leghe ovvero Onc. 12.? Resteriano 10 $\frac{1}{2}$. Si conclude, che la massa dell' Argento, dalla quale ne furono levati, e purificati Den. 16. è di finezza Leghe, ovvero onc. 10. Den. 21. E tanto basti.

## C A P I T O L O XXIV.

## DELLE POSIZIONI FALSE SEMPLICI.

QUesta Regola si chiama anco Regola del Cattamo, inventata dagli Arabi, ed è lo stesso, che falsa posizione in lingua Italiana. Si chiama parimente Regola del Falso, o perchè con qualche supposto, o figurato si trovi la verità, o pure perchè ella medesima mai risponde con verità alla domanda, ma sempre dice più, o meno del vero. Ben è vero, che la di lei falsità da entrata, per riportarne la pretesa verità. Questa Regola serve per risolvere li quesiti, quando mancano di qualche termine, senza il quale è impossibile il sottoporli alla Regola di proporzione, e per conseguenza il risolverli. Queste posizioni sono di due sorta, cioè semplici, che con un sol figurato, si risolvono li quesiti, e doppie, che ne ricercano due. Per mezzo delle doppie si risolvono molti quesiti, che per la sola semplice non si potriano tirar in luce. Vero è, che non si può dar certa regola, per conoscere quando per l'uno, e quando per l'altro modo s'abbia da operare: ma posto in dubbio, s'operi prima per la semplice, come di men fatica, e se non basta si ricorri alla doppia.

### *Quesito Primo.*

Tre compagni di Mercanzia devono sborsare Scudi 1000. con quest'ordine, che il secondo, ne sborsi il doppio del primo, ed il terzo tre volte più del secondo. S'addimanda: Quanti Scudi per uno devono sborsare?

Si fa così: M'immagino, che il primo sborsi scud. 100. e per conseguenza il secondo 200. ed il terzo 600. che uniti insieme fanno scu. 900. ma perchè ne vorrei 1000. adunque la mia posizione, o figurato è falsa. Per cavarne la verità, si dice per la Regola del tre. Se scu. 900. vengono da scud. 100. da scud. 200. e da scud. 600. Da quanti verranno scud. 1000.? Verranno da scud. 111. $\frac{1}{9}$ per il primo da 222. $\frac{1}{9}$ per il secondo, e da 666. $\frac{7}{9}$ per il terzo. Somma insieme queste tre partite, e saranno di punto scud. 1000. Questo quesito si potria risolvere per la Regola delle Compagnie immaginandosi 1. per il primo, 2. per il secondo, e 6. per il terzo, che in tutto sariano 9. per capitale ec.

### *Quesito Secondo.*

Interrogato un Cavaliere quanto spendesse all'Anno in casa sua, rispose? Io spendo $\frac{1}{3}$ delle mie entrate

per

per il vitto, $\frac{1}{4}$ per il vestito, ed $\frac{1}{6}$ in Servitù, Carrozza ec. ed in queste tre cose vi spendo scud. 6750. S'addimanda: Quanta entrata aveva questo Cavaliere all'Anno?

A capriccio m'immagino, ch'avesse scud. 12000. d'entrata all'Anno; de'quali sono 4000. un quarto 3000. ed un sesto 2000. che uniti insieme fanno 9000. Ma perchè non ne voglio se non 6750. la mia posizione è falsa. Diciamo dunque così: se scud. 9000. provengono da scud. 12000. Da quanti verranno scud. 6750.? Vengono da scud. 9000. E tale è l'entrata del Cavaliere. Cavane $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{6}$ che faranno scud. 6750. Però sta bene.

### *Quesito Terzo.*

Un amico dice ad un suo confidente. Per grazia del Signore ho fatto buona raccolta, ho avuto in mia parte tante Moggia di Formento, che se n'avessi la metà $\frac{1}{3}\frac{1}{4}$ di più n'avrei 36. Moggia. S'addimanda: Quante Moggia n'ha?

In questo, e simili quesiti, ove sono rotti, ancorchè si possi pigliare, o immaginarsi in numero di capriccio: tuttavia per fuggire li rotti, è bene pigliar sempre (per la Regola dell'Accattare) un numero, ch'abbia le parti de'proposti rotti; che nel caso nostro per il minimo è 125. al qual 12. aggiugnendovi le parti d'essi rotti, cioè 6. per la metà, 4. per $\frac{1}{3}$ e 3. per $\frac{1}{4}$ fanno 25. Ed io vorrei, che fossero 36. E perciò dico: Se 25. viene da 12. da che verrà 36.? Verrà da 17. $\frac{7}{25}$. E tante Moggia di formento ha l'amico.

### *Quesito Quarto.*

Un altro in tal proposito rispose. Ho tante Corbe di Formento, che $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$ d'esse gionte insieme, fanno in tutto 72. Quante Corbe n'ha?

Il 60. ha le parti de'proposti rotti, che sono 20. 15. 12. quali uniti insieme fanno 47. Ed io vorrei 72. però dico: Se 47. viene da 60. Da quanto verrà 72. Verrà da 91. $\frac{43}{47}$. E tante Corbe di Formento ha il suddetto.

Que-

### *Quesito Quinto.*

Un altro rispose: Ho tanto Grano, che postone $\frac{1}{3}$ da banda per la casa, $\frac{1}{4}$ per seminare, e $\frac{1}{6}$ per altri rispetti, me ne avanzano poi anco 50. Moggia da vendere. Quanto Grano ha?

Il minimo numero de'suddetti rotti è 12. del quale cavatone 9. per $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$ e per $\frac{1}{6}$ ne restano 3. Ma perchè ne vorrei 50. dirò, se 3. viene da 12. Da che verrà 50? Verrà da 200. e tante Moggia ha in tutto quel tale. Fanne la prova cavando da queste 200. Moggia $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{6}$ e resteranno appunto 50. Moggia.

### *Quesito Sesto.*

Un' altro dice: Avevo tante Bestie Bovine, che avendomene mangiato il Lupo $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$, il resto poi cresciuto, e moltiplicato in se stesso, m'ha dato il numero di prima. Quanti capi n'aveva.

Il numero de' rotti è 12. dal quale cavatone 7. per $\frac{1}{3}$ e per $\frac{1}{4}$ ne resta 5. quale moltiplicato in se stesso, fa 25. ma perchè ne vorrei solamente 12. dirò. Se 25. viene da 12. Da che verrà pur 12? Verrà da 5. $\frac{1}{25}$? E tanti capi n'aveva.

### *Quesito Settimo.*

Uno disse ad un suo confidente. Ho tanti Ungari che s'io n'avessi solamente 6. delli vostri n'avrei tanto, quanto avete voi. L'altro rispose. E se io n'avessi pure 9. de' vostri, n'avrei poi due volte più di voi. Quanti Ungari aveva ciascun di loro?

Se il primo ricevesse li 6. Ungari dall'altro, chiara cosa è, che n'avria poi la metà di quello, che hanno fra tutti è due: e se l'altro parimente ricevesse li 9. Ungari dal primo, esso n'avria $\frac{2}{3}$ di quello, che hanno fra tutti due. Ma perchè $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$ sono più d'un tutto, e quel più del tutto necessariamente dev'essere la somma di quello, che vicendevolmente l'uno domanda all'altro, ( che nel caso nostro sono 15 ) però bisogna trovare un numero, che la metà, e $\frac{2}{3}$ facciano 15. Potrei pigliarlo a capriccio, ma (come dissi) per iscansar rotti m'appiglio al 6. minimo numero de' presenti rotti. ) Per li $\frac{1}{2}$ ne piglio 3. e per li $\frac{2}{3}$ ne piglio 4. che uniti insieme fanno 7. Un solo più del tutto. Ma perchè bisogneria, che fossero 15. dirò: Se 1. viene da 6. Da quanto verrà 15. verrà da 90. e tanti Ungari hanno fra tutti e due. Cavane 6. dalla metà, e ne restano 39. per il primo. Cavane parimente 9. dalli $\frac{2}{3}$ e ne restano 51. per il secondo. Fanne la prova così: Fa che il secondo dia 6. Ungari al primo, che questo con li 39. che ha, ne farà 45. e quell' altro ( che di 51. se ne priva 6. ) resta ancor lui con 45. Parimente, se il primo da 9. Ungari al secondo, lui resterà con 30. e l'altro con li suoi 51. ne faria 60. cioè due volte di più del primo. Adunque stà benissimo. Adunque il primo ha in borsa Ongari 39. ed il secondo 51.

### *Quesito Ottavo.*

Un capo di famiglia per suo bisogno ha comprato Moggia 6. di Formentone: Moggia 8. di Fava, e Moggia 12. Formento. Non si ricorda quanto lo abbia pagato il Moggio. Sa bene, che ha spesso scudi 250. e la Fava li costò il doppio del Formentone, ed il Formentone una volta, e mezza più della Fava. Quante spese per ciascuna sorta de' proposti Grani. E quanto per Moggio?

Io suppongo a mio capriccio, che il Formentone vaglia scudi 6. il Moggio. La Fava per ragione 12. ed il Formento 18. (cioè una volta, e mezza di quello costa la Fava. ) Fatto questo, bisogna vedere quanto costeriano le proposte Moggia di robe a ragione del supposto prezzo. Le 6. Moggia di Formentone costeriano scu. 36. le 8. Fava 96. e le 12. di Formento 216. che uniti insieme sono scud. 348. ma perchè non ne vorrei altro, che 250. avendo errato nella mia elezione, dirò, se 348. viene da 6. Da quanto verrà 250.? Verrà da 4 $\frac{9}{29}$. E tanto vale il Moggio del Formentone. La Fava il doppio, cioè scud. 8. $\frac{18}{29}$, ed il Formento scud. 12. $\frac{27}{29}$. Adunque ( facendone il conto ) le Moggia 6. di Formentone costano scud. 25 $\frac{25}{29}$, le Moggia 8. di Fava scud. 68. $\frac{18}{29}$, e le Moggia 12. di Formento scud. 155. $\frac{4}{29}$ che in tutto sono scud. 250. Però sta bene la ragione.

### *Quesito Nono.*

Un altro interrogato, quanti Anni avesse, rispose: N'ho tanti, che se n'avessi altri tanti, la metà di tanti, ed in oltre $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$ e di tanti 1. di più avrei Anni 100. Quanto tempo ha costui?

Perchè questi rotti si contengono in 60. Io m'immagino, che abbia 60. Anni, e 60. per altri tanti, e 30. per la metà, e 20. per il terzo, e 15. per il quarto, e 12. per il quinto, che uniti insieme fanno 197. ed 1. di più sono 198. ed io vorrei, che fossero 100. Però dico: Se 198. fossero 100. Che sariano 60.? Sariano anni 30. mesi 3. giorni 19. ore 2. $\frac{2}{198}$. E tanti anni ha l'amico.

### *Quesito Decimo.*

Un Fattore porta Lir. 60. al suo Padrone, per certe cosarelle vendute, ed il Padrone rispose, che le tenesse pur $\frac{1}{5}$ e per $\frac{1}{6}$ del suo salario. Sarei curioso di sapere, quanto salario abbia all'anno detto Fattore.

Si fa così: il numero di $\frac{1}{5}$ e di $\frac{1}{6}$ sono 30. da questo numero 30. cavane 11. per $\frac{1}{5}$ e per $\frac{1}{6}$ e ne resterà 19. ma perchè ne vorressimo 60. dirò: Se 19. viene da 30. da che verrà 60.? Verrà da lir. 94. sol. 14. den. 8. e $\frac{10}{19}$ e questo è il salario del Fattore.

### *Quesito Undecimo.*

Un Mercante compra tre pezze di Panno, nè si ricorda per quanto: sa bene, che spese lir. 360. e che la seconda costava lir. 23. più della prima, e la terza lir. 16. più della seconda. Vorrei sapere. Quanto costò ciascuna pezza da se?

Sup-

---

| Supposto | Sottro | Sommo | Sommo |
|---|---|---|---|
| 1 | lir. 360 | lir. 98. 6. 8. | lir. 99. 6. 8. |
| 24 | lir. 65 | lir. 1. | lir. 23. |
| 40 | | | |
| 65 | 3)295 | lir. 99. 6. 8. | lir. 122. 6. 8. |
| | lir. 98. 6. 8. | | |

Prova

| Sommo | | Sommo |
|---|---|---|
| Lir. 122. 6. 8. | La prima importa Lir. | 99. 6. 8. |
| Lir. 16 | La secon. importa Lir. | 122. 6. 8. |
| | La terza importa Lir. | 138. 6. 8. |
| Lir. 138. 6. 8. | | |
| | | Lir. 360. |

Suppongo, che la prima pezza costasse lir. 1. La seconda lir. 24. e la terza lir. 40. che unite insieme fanno lir. 65. quali si devono cavare dalle lir. 360. Il che fatto restano lir. 265. da partire in tre parti eguali: perchè 3. sono le pezze di panno ( cioè lir. 98. sol. 6. den. 8. per pezza. ) Per la prima aggiugni lir. 1. e faranno lir. 99. sold. 6. den. 8. Per la seconda aggiugni lir. 23. e faranno lir. 122. sol. 6. den. 8. E per la terza aggiugni lir. 16. e faranno lir. 138. sol. 6. den. 8. E questo è il prezzo delle tre pezze di panno. Somma insieme le tre partite, e faranno di punto lir. 360.

### *Quesito Duodecimo.*

Un Mercante va ad una Fiera con certa quantità di Scudi, ove d'ogni 4. fece 6. Si partì poi, ed altrove con tutti li denari, che si trova avere, nuovamente di 6. fece 9. Ultimamente ad un altra Fiera moltiplicò tanto tutti li scudi, chè d'ogni 9. fece 12. ed in tutto si trovò avere scudi 600. Vorrei sapere con quanti scudi si partì da Casa questo Mercante?

In questo, e simili quesiti, si comincia di dietro, cioè dall'ultimo guadagno; e però dirò: Se 12. era 9. Che fu 600. fu 450. E con tanti scudi si partì dal secondo luogo, e perchè ivi di 6. fece 9. dirò: Se 9. era 6. quanto fu 450.? fu 300. E con tanti scudi si partì dalla prima Fiera, ma perchè ivi di 4. fece 5. dirò: Se 5. era 4. che fu 300.? fu 240. E con tanti

scu-

scudi si partì da Casa il Mercante. Fanne la prova voltando la ragione: Se 4. era 5. che 240.? e così con le altre poste, e la troverai buona.

lir. lir. lir. lir. lir. lir. lir.
12 - 9 600 9 - 6 - 440 9 - 4 - 300

( 5400 (2700 (1200

1. 450 lir. 300 lir. 240

Prova
240
5
4 (1200
lir. 300
9
6( 2700
lir. 450
12
9 ( 5400
lir. 600

## CAPITOLO XXV.

## DELLE POSIZIONI FALSE DOPPIE.

### *Quesito Primo.*

TRe Compagni hanno da spartirsi fra di loro scudi 200. con questa condizione. Il secondo n'ha d'avere il doppio del primo, e 10. di più, il terzo n' ha d'avere quanto ha il primo, ed il secondo insieme,

me,

me, e 20. di più. Quanti scudi avrà ciascun di loro?

Prima di rispondere, ammaestrando chi legge, dico: che li quesiti da risolversi per questa Regola, mancano sempre d'un termine nel supposto: senza la cui notizia è impossibile il rispondere alla domanda. Questo termine incognito nel proposto quesito è la quantità de' Scudi, che deve aver il primo compagno? il che saputo, la risoluzione del quesito non porta difcoltà alcuna. Per fondamento, e per base di questo modello si batte sempre l'occhio adosso a quel termine, che manca: assegnando noi, e determinando tal quantità a nostro capriccio, e poi di mano in mano operando con tal fondamento, secondo che richiede la proposta. Vero è, che le conclusioni delle nostre due posizioni, o modelli daranno tutte e due alle volte più, alle volte meno, ed alcune altre volte una darà più, e l'altra meno di quello, che vorressimo. E però tutto il punto di questo negozio consiste principalmente in sapere, ed avere sempre alla memoria, che quando tutte due daranno più, o tutte due meno, in tal caso si cava la differenza degli errori per la sottrazione d'uno dall'altro, ed un Prodotto dall'altro; ma quando l'errore d'una posizione sarà più, e l'altro meno, allora si sommano tanto gli errori quanto li Prodotti. Ed acciò meglio s'imparino questi termini, quì li metto in figura.

| | | |
|---|---|---|
| Si che | Più, e Più<br>Meno, e Meno | Si sottra. |
| | Più, e Meno<br>Meno, e Più | Si somma. |

Due modi d'operare insegnano li nostri Antichi Scrittori, ma quì, per fuggire la confusione, insegno il modo di che mi servo, come più facile, e di meno operazione: Risolviamo il quesito.

Per

Per sciogliere il suddetto quesito con la regola della falsa posizione doppia, si proporranno due numeri li quali mai mostreranno la verità, ma daranno o di più, o di meno di quello, che si cerca. Onde se daranno di più sarà necessario valersi di quello, che di sopra si è detto, che più, e più sempre si sottra. Pongasi, che il primo Compagno delli detti scudi 200. ne abbia d'avere 40. scudi di sua porzione, e il secondo, che ne deve avere il doppio del primo, e 10. di più n'avrà per la sua parte scudi 90. il terzo per doverne avere quanto il primo, e secondo insieme, e 20. di più avrà scudi 150. le quali tre porzioni raccolte in una sol somma faranno scudi 280. e li denari da dividersi sono scudi 200. perciò la suddetta posizione rende di più scudi 80. di quello si cercava. Ora di nuovo faccio un altra posizione. Fingasi che il primo Compagno ne debba avere scudi 30. il secondo ne debba avere scudi 70. il terzo secondo le condizioni suddette gli tocca scudi 120. le quali posizioni sommate fanno 220. che sono 20. di più; poscia moltiplicasi in Croce il supposto con le differenze, cioè 30. con 80. e fanno 2400. e 40. con 20. fanno 800. quali due prodotti sottratti resta 1600. e sottratto 20. da 80. resta 60. con il quale diviso in 1600. ne viene 26 $\frac{2}{3}$ e tanti scudi dovrà avere il primo Compagno in sua parte; gli altri poi n'avranno alla rata porzione secondo la di loro convenzione. Per farne prova. E' cosa chiarissima, che se il primo Compagno ha d'avere per sua parte scudi 26 $\frac{2}{3}$ il secondo ne dovrà avere scudi 63 $\frac{1}{3}$ e il terzo scudi 110. conforme l'accordato di loro, le quali tre posizioni raccolte insieme fanno scudi 200. Adunque l'operazione suddetta sarà buona come dall'operazione presente si vede, e come maggiormente da altri simili quesiti si conoscerà la verità di questa opinione, o sia falsa posizione.

---

Supposto

| | | | |
|---|---|---|---|
| Primo composto scudi | 40 | 30 | il primo |
| Il secondo scudi | 90 | 70 | il secondo |
| Il terzo scudi | 150 | 120 | il terzo |
| Riuscita di scudi | 280 | 220 | Riuscita |
| Tutto il Capitale | 200 | 220 | tutto il Cap. |
| Più scudi | 80 | 20 | Scudi di più |

| | |
|---|---|
| | 80 |
| 2400 | 20 |
| 800 | |
| 6l0(160l0 | 60 |

Scudi 26 $\frac{2}{3}$

Al primo gli tocca scudi 26 $\frac{2}{3}$  
Al secondo gli tocca scudi 63 $\frac{1}{3}$  
Al terzo gli tocca scudi 110  
200

### *Quesito Secondo.*

Un Cavaliere fa far certi lavori a giornata, e col Mastro è d'accordo, che il lavoro sia finito nel termine di 40. giorni. Che quando lavorerà gli darà soldi 25. il giorno, e quando occorresse, che non lavorasse, egli perda sol. 30. pur il giorno. Il Mastro fece il lavoro nel prescritto termine, ma non guadagnò se non sold. 18. Domando, quanti giorni lavorò, e quanti non lavorò?

| Primo Supposto. | | Secondo Supposto, | Moltiplico. |
|---|---|---|---|
| Giorni 25 | | 20 Giorni | Differenza 157 |
| soldi 25 | | 25 soldi | Supposto 20 |
| soldi 625 | | 500 soldi | 3140 |
| | | | Moltiplico |
| Giorni 15 | | 20 Giorni | Differenza 118 |
| soldi 30 | | 30 soldi | Supposto 25 |
| | P. M. | | |
| soldi 450 | | 600 soldi | 2950 |
| soldi 625 | | 500 soldi | |
| soldi 175 | | 100 soldi | |
| soldi 18 | | 18 soldi | |
| Di più 157 | | 118 Di meno | |

157
118
275 Gior. che non lavorò

Sottro 40 Giorni
22 8 Gior.
17 55 Sol.
sol. 30 47
soldi — 55) 30

Sommo
3140
2950
275(6090
22 $\frac{8}{55}$

Prova
Giorni che lavorò 22 $\frac{8}{55}$)25 510
soldi 25 ) 8 25 5(1410
soldi 553 (200 535 $\frac{7}{11}$(282
535 ( 3
25 $\frac{7}{11}$
Guadagno di Soldi - 18 ( 35
( —
5 55
$\frac{7}{11}$
$\frac{7}{11}$

Abbia lavorato giorni 25. ne' quali guadagnò soldi 625. e per giorni 15. che non lavorò, perse sold. 450. quali sottratti da soldi 625. che guadagnò, ne restano 175.

175. ma perchè ne vorrei solamente 18. ho errato di soldi 157. di più, sicchè bisogna far nuova posizione. Abbia lavorato gior. 20. ne' quali guadagnò sol. 500. e per altri giorni 20. che non lavorò perdette soldi 600. da' quali levando li sol. 500. che guadagnò viene a perder soldi 100. ma perchè ne deve guadagnare 18. ho errato di soldi 118. di meno. Nel resto, operando secondo l'accennato avvertimento del più, e meno, e come nella conclusione si vede, il Maestro lavorò giorni 22 $\frac{8}{55}$ ne' quali guadagnò sol. 553 $\frac{7}{11}$ e per giorni 17 $\frac{47}{55}$ che non lavorò, perdè sol. 537 $\frac{7}{11}$ quali sottratti da sol. 553 $\frac{7}{11}$ che guadagnò restano soldi 18. come fu proposto.

## *Quesito Terzo.*

Sacchi 20. di Formento costano tanto più di lir. 400. quanto che Sacchi 12. costano meno di lir. 300. Quanto vale il Sacco?

Il termine, che manca nel supposto di questo quesito, è la valuta del sacco. O questo sia il fondamento, ed il Modello della mia posizione, ed il Formento costi lir. 30. il sacco. Se così è li sacchi 20. costeriano lir. 600. e li sacchi 12. lir. 360. ma perchè li sacchi 20. superano di valuta lir. 200. più del proposto 400. ne siegue, che li sacchi 12. dovriano ancor essi costare lir. 200. meno di 300. sicchè bisogneria, che li sacchi 12. costassero solamente lir. 100. ma perchè ne costano 360. ho errato il modello, per la valuta di lir. 260. di più. Facciamone un'altro.

Costi il sacco lir. 25. che sacchi 20. costeranno lir. 500. e li sacchi 12. lir. 300. ma siccome li sacchi 20. costano lir. 100. più del nostro 400. così li sacchi 12. dovriano costare lir. 100. meno di 300. cioè dovriano costare solamente lir. 200. ma perchè ne costano 300. anco in questa seconda posizione ho errato di lir. 100. più del dovere. Operando secondo la regola del più, e più il sacco del Formento costa lir. 21. $\frac{7}{8}$ come nella conclusione si vede. E che ciò sia la verità, moltiplicando li sacchi 20. per lir. 21 $\frac{7}{8}$ ne vengono lir. 437 $\frac{1}{2}$

( cioè

( cioè Lir. 17. $\frac{1}{2}$ più di 400. ) e moltiplicando li sacchi 12. anco per lir. 21. $\frac{7}{8}$ ne vengono lir. 262. $\frac{1}{2}$ ( che appunto sono lir. 37, $\frac{1}{2}$ meno di 300. ) Però sta bene.

```
   Primo             Secondo        lire  25   lire 100
 Supposto.          Supposto.       lire 260   lire  30
lire     30 ——  | |  —— 25    lire    ———        ———
Sacchi   20             20 Sacchi lire 6500  Lire 3000
        ———             ——            ———        ———
lire    600             500 lire     Sottro      Prova
        ———             ———           6500     Sac. 12
lire     30             25   lire     3000     lir. 21 7/8
Sacchi   12             12   Sacchi   ———        ———
        ———             ———        16 (3500|0 lir. 262 1/2
lire    360             300 lire                 ———
        ———             ———        il Sac. costa 21 7/8
     Sottro                  Sottro              ———
lire    600     P. } { P.   500 lire   Prova  Sottro  Sottro
lire    400                 400 lire Sac. 20 li. 437 1/2 li. 261 1/2
        ———                 ———   lir. 21 7/8 li. 400  li. 300
lire    200                 100 lire   ———             ———
        ———                 ———    lir. 43 1/2  57 1/2  lir. 37 1/2
     Sottro                      Sottro  —   —         —
lire    360                 300 lire
lire    100                 200 lire
        ———                 ———
di più 260 ——  | |  ———— 100 di più
          Sottro
           260
           100
           ———
           16|0
```

### *Quesito Quarto.*

Uno vende una Possessione di Tornature 180. Novanta di Prato, e 90. d'arativo. Una Tornatura di Prato, ed una d'arativo insieme costano fra tutte e due scudi 200. Ma se il Prato concedesse all'arativo $\frac{1}{5}$ del suo valore per Tornatura, e l'arativo ne donasse $\frac{1}{6}$ al Prato, con questa reciproca donazione, e col proprio valore in Tornatura dell'uno, e dell'altro separatamente avria scudi 100. Quanto costa la Tornatura del prato, quanto quella dell'arativo, e quanto fu venduta la Possessione?

In questo quesito, perchè una Tornatura di prato, ed una d'arativo costano scud. 200. bisogna far di questi scudi 200. due parti, rappresentanti il prezzo di ciascuna Tornatura, avvertendo ( per fuggir rotti ) che siano divisibili per $\frac{1}{5}$ e per $\frac{1}{6}$ secondo la proposta. Suppongo dunque, che la Tornatura del prato costi scudi 80. e quella dell'arativo scud. 120. che uniti insieme fanno 200. Adesso posso applicarmi col Modello a qual si voglia di questi due prezzi ( io m'appiglio però al prezzo del prato, e dico così: ) Se il prato dà all'arativo $\frac{1}{5}$ del suo prezzo: esso di scud. 80. la Tornatura, resterà solamente con scud. 64. ma ricevendo poi dall'arativo $\frac{1}{6}$ la Tornatura del Prato viene a costare scud. 84. ed io ho detto, che dopo la reciproca donazione l'una, e l'altra Tornatura avria scud. 100. Adunque ho errato nel meno di scud. 16. Or facciamo la seconda posizione.

Vaglia la Tornatura del Prato scudi 50. e quella dell'arativo 150. che uniti insieme fanno 200. Se la Tornatura del prato si priva d'$\frac{1}{5}$ del suo valore, e poi ricevi $\frac{1}{5}$ dall'arativo, avrà *ad summum* sc. 65. e io vorrei, che fossero 100. Sicchè anco la seconda volta ho errato nel meno di scud. 35. Operando secondo la regola della conclusione, la Tornatura del Prato costa a prezzo reale scud. 105. $\frac{5}{19}$ e quella dell'arativo il resto sino a 200. cioè scud. 94. $\frac{14}{19}$. Per farne la prova, ciascuno dia all'altro secondo l'accordo, ed avranno 100. per uno.

| Supposto Primo. | | Supposto Secondo. |
|---|---|---|
| Prato Scudi 80 | | 50 Scudi Prato |
| Arativo Scudi 120 | | 150 Scudi Arativo |
| Scudi 200 | | 200 Scudi |
| Prato 64 | | 40 Prato |
| 20 | M. M. | 25 |
| Prato 84 | | 65 Prato |
| 100 | | 100 |
| meno Scudi 16 | | 55 Scudi meno. |
| 800 | | 2800 |

Sottro
55
16

19

Sottro
2800
800

19 (2000

105 $\frac{5}{19}$
200

Scu. 94 $\frac{14}{19}$

Prova.

| | |
|---|---|
| Prezzo del Prato Scu. 105 $\frac{5}{19}$ | Prezzo dell' Arat. Scu. 94 $\frac{14}{19}$ |
| Per un quinto Scudi 21 $\frac{1}{19}$ | Per un sesto Scudi 15 $\frac{15}{19}$ |
| Privo d'un quinto Sc. 84 $\frac{4}{19}$ | Privo d'un sesto Scu. 78 $\frac{14}{19}$ |
| Per $\frac{1}{6}$ ricev. dall' Arativo Scudi 15 $\frac{15}{19}$ | Per $\frac{1}{5}$ ricev. del Prato Scudi 21 $\frac{1}{19}$ |
| Somma pretesa Scu. 100 | Somma pretesa Sc. 100 |

Adunque il quesito è ben risolto. Per saper quanto fu venduta la Possessione, basta a moltiplicare 200. per 90. e ne verranno scud. 18000. per la valuta di essa; e questa è la ragione, perchè li 90. è la metà delle Tornature di tutta la Possessione, e li scudi 200. è il prezzo di due Tornature insieme una di Prato, ed una d'arativo. L'istesso verrà moltiplicato le 90. Tornature di Prato, e le 90. d'arativo con il proprio prezzo ec.

### *Quesito Quinto.*

Un Mercante compra alquante Centinaja di Canepa con un tanto di tara per 100. nè d'altro si ricorda, se non che il costo del cento era triplice, cioè tre volte tanto, quanto era la tara per 100. e 15. di più. In oltre si ricorda, che la valuta di tutte le Centinaja era ventupla, cioè 20. volte più, che il valore del 100. e della tara insieme, più 200. e la somma del tutto, arrivò alla quantità di lir. 935. Quanto costò la Canepa il 100. Quanto fu la tara. Quante Centinaja ne comprò, e quanto spese in tutto?

Sia la tara 3. Triplicata fa 9. di più 15. fa 24. (Valuta della Canepa il cento) A questa valuta giontovi la tara, fa 27. quale moltiplicato per 20. fa 540. più 200. fa 740. (Valuta di tutte le Centinaja comprate) A questo valore giontovi il costo del 100. e la tara, cioè 3. e 24. in tutto fa 767. ma perchè ne vorrei 935. ho errato nel meno di 168. Or facciamo la seconda posizione: Sia la tara 4. Triplicata fa 12. più 15. fa 27. (Valuta del 100.) A questa valuta giontovi la tara, fa 31. quale moltiplicato per 20. fa 620. più 200. fa 820. (valuta di tutte le Centinaja comprate). A questo prezzo giontovi la tara, ed il costo del Cento, cioè 4. e 27. in tutto s'avrà 851. ma perchè ne vorrei 935. anco la seconda volta ho errato nel meno di 84. Operando, la tara fu 5.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Tarra | 3 | | | 4 | |
| | 9 | | | 12 | |
| | 24 | | | 27 | |
| | 27 | | | 31 | |
| | 540 | | | 620 | |
| | 200 | | | 200 | |
| | 740 | M. | M. | 820 | |
| | 27 | | | 31 | Sottro |
| Sott. | 767 | | | 851 Sot. | 168 |
| | 935 | | | 935 | 84 |
| meno | 168 | | | 84 meno | Divis. 84 |
| | | | | | Sottro |
| | | | | | 672 |
| | | | | | 252 |
| | | | | | 7(420 |
| | | | | | 12160 |
| | | | | | libbre 5 fu la tara. |

Se 5. fu la tara triplicata; ed al Prodotto giontovi 15. la Canepa costò lir. 30. il Cento. Se a 30. s' aggiugne la tara 5. e poi si moltiplichi per 20. s' avrà 700. al quale aggiuntovi 200. fa 900. per la valuta di tutte le Centinaja. Finalmente sommando insieme 5. per la tara, 30. per il costo del Cento, e 900. per il costo di tutte le Centinaja, s' avrà 935. come fu proposto. Adunque stà bene; Adunque la tara fu 5. Il Cento costò lir. 30. Trenta furono le Centinaja, e lir. 900. fu la spesa.

---

## *Quesito Sesto.*

Uno dà ad un altro scudi 100. acciò li goda solamente per tre anni, e con patto, che ogni Anno li renda indietro scud. 36. tra frutto, e capitale. S' addimanda: Quello, che tenne tre Anni li scudi cento, quanto viene a pagare all' Anno per cento? poichè in capo alli tre Anni li scudi 100. diventano 108.

Abbia pagato 4. per Cento. In capo al primo Anno rendendo al Padrone scud. 36. ne viene a restituire 32. di capitale, e per l' Anno secondo ne conserva 68. Dico. Se Cento guadagnano 4. Che guadagnaranno 68? Operando, guadagnano scudi 2. $\frac{18}{25}$ quali cavati da 36. ne restano 33 $\frac{7}{25}$ E tanti ne rende al Padrone di capitale in capo al secondo Anno. Cavando questi scudi 33. $\frac{7}{25}$ da scud. 68. (capitale del secondo Anno) ne restano solamente 34. $\frac{18}{25}$ per capitale del terzo Anno, e poi dico di nuovo. Se 100. guadagnano 4. che guadagneranno 34. $\frac{18}{25}$? Operando, guadagneranno scudi 1 $\frac{243}{625}$. Ma perchè restituendo al Padrone in capo al terzo Anno tra frutto, e capitale anco scud. 36. li sopravanza $\frac{68}{625}$ di scudo, ne siegue, che la nostra posizione è troppo gagliarda. Facciamo la seconda.

Abbia pagato 3. per 100. in capo al primo Anno rendendo al Padrone scudi 36. ne viene a restituire 33. di capitale, sicchè per l' Anno secondo ne conserva 67. Dico: Se 100. guadagnano 3. che guadagneranno 67.? Operando, guadagnano scud. 2. $\frac{1}{100}$ quali cavati da 36. ne restano 32. $\frac{99}{100}$. E tanti scudi del capitale rende al Padrone in capo al secondo Anno. Cavando questi scudi 33. $\frac{99}{100}$ da scudi 67. (capitale del secondo Anno) ne restano solamente 35. $\frac{1}{100}$ per capitale del terzo Anno, e poi dico: Se 100. guadagnano 3. che guadagneranno 33. $\frac{1}{100}$? Operando guadagneranno Scudi $\frac{9903}{10000}$ qual frutto unito col suo capitale di scud. 33. $\frac{1}{100}$ fa scudi 34. $\frac{3}{10000}$ ma perchè ne vorrei 36. anco in questa seconda posizione ho errato, mancandomi scud. $\frac{9997}{10000}$.

Moltiplicando in croce, sommando, o dividendo secondo la regola del più, e meno, s'avrà scudi 3. $\frac{19997}{21085}$. E tanto paga all'Anno per 100. quello, che ricevette li scudi 100. e se fossero scud. di Paoli, sariano scudi 3. Bajocchi 94. Den. 10. $\frac{1670}{21085}$ come dall' operazione si vede.

### Operazione.

Scudi Sottro Sottro Scu. Scu. Scu. Sottro.

68 — Sc. 36 Sc. 68 100 4 34 $\frac{18}{25}$ Scu. 34 $\frac{18}{25}$

Sc. 4 Sc. 2 $\frac{18}{25}$ Sc. 33 $\frac{7}{25}$ — —— Scu. 1 $\frac{243}{625}$

2500 868

272 Sc. 33 $\frac{7}{25}$ Resta 34 $\frac{18}{25}$ —— —— Scu. 36

25(3472 avanza $\frac{243}{625}$

4)100

1138 $\frac{22}{25}$

100

972

4(2500

243

625

---

### Seconda Operazione.

Scudi Sottro Sottro Scu. Sc. Sc. Sommo

67 Sc. 36 Sc. 67 100 3 33 $\frac{1}{100}$ Sc. 33 $\frac{1}{100}$ $\frac{10000}{100100}$

3 Sc. $\frac{1}{100}$ Sc. 33 $\frac{99}{100}$ Sc. — $\frac{9999}{10000}$

10000 3301

Sc. 201 Sc. 33 $\frac{99}{100}$ Sc. 33 $\frac{1}{100}$ Sc. 34 9903

9903

100 (10003

10000 ( 1

3

Sottro Conclusione 10000

Sc.

Sc. — $\frac{1}{10000}$

4 3

P. M.

68 9997

Sc. 35 $\frac{999}{10000}$

625 10000

Somma de' Prodotti Prod. Prod.

2497-2500 204 2497

7 ——— ——— ——— 7 ———

2500-1-2497 625 2500

1 204 Sommo

9997-20000 1085 813

8 625-4-816 1 ——— 2 ——— 8 ———

10000-1-9997 10000 2300

(3313 1 68 21085 X 20813

( 1 10000 2500

2625-16-1088

813 Partitore (11085·52712500(20813 0000

2500 ( 1 ( Scu. 3

1085 49992 5100

10000 25( 527125100

19997

21085

## *Quesito Settimo.*

Uno si trova avere un pezzo d'Oro mescolato con Argento qual pesa Lib. 12. nè sa quanto Argento vi sia. Si ricerca perciò la quantità precisa dell' uno, e dell'altro senza separarli.

La risoluzione d'un simile quesito fu ritrovata da Archimede, ed è questa: Primieramente bisogna aver un pezzo d'Oro, ed un pezzo d'Argento d'egual peso (se fossero d'inegual peso, anco s'avria l'intento.) Secondariamente si prepara un Vaso di proposito, e pieno d'Acqua quanto mài sia possibile. Fatto questo, con gran delicatezza separatamente s'infonde nel vaso ciaschedun pezzo dell'Oro, e dell'Argento, o del proposto pezzo di Lib. 12. pesando per ciascuna infusione l'acqua, che ciascun pezzo fa uscir dal Vaso, perchè certa cosa è, ch'essendo l'Oro più peso dell'Argento, occupa manco luogo, e per conseguenza manderà fuori del Vaso manco acqua ec. Alla pratica.

Sia l'Oro, e l'Argento separatamente una Lib. per pezzo. Di più: Infondendo nel Vaso il proposto pezzo di Libbre 12. faccia uscir fuori Onc. 68. d'acqua. Infondendo la Lib. d'Oro, ne faccia uscire Onc. 5. ed infondendo la Lib. d'Argento ne faccia uscire Onc. 7. Fatto questo, per l'Oro si dice: Se Lib. 1. ricerca Onc. 5. d'acqua; Quante ne vorranno Lib. 12.? Per l'Argento si dice? Se Lib. 1. pretende Onc. 7. Quante ne vorranno Lib. 12.? Operando, per le Lib. 12. d'Oro avrai Onc. 60. d'acqua, e per l'Argento n'avrai 84. Adunque si conosce chiaramente, che il proposto pezzo di Lib. 15. non è Oro schietto, perchè se ciò fosse, non avria versato se non 60. Onc. d'acqua. Per saper precisamente la quantità dell'Oro, e dell'Argento, che si contiene in esso, bisogna ricorrere alla Regola delle posizioni doppie, come siegue.

Sia nel proposto pezzo Lib. 7. d'Oro, e 5. d'Argento. Per le 7. Lib. d'Oro avrò onc. 35. d'acqua sparsa, e per le 5. d'Argento n'avrà onc. 35. che unita insieme fanno 70. ed io ne vorrei solamente 68. Adunque n'ho due oncie d'avantaggio. Facciamo la seconda posizione.

Sia l'Oro onc. 9. e l'Argento onc. 3. Per quello avrò onc. 45. d'acqua effusa, e per questo n'avrò onc. 21. che unite insieme fanno oncie 66. ed io ne vorrei 68. Operando al solito s'avrà 8. Si conchiude adunque, che nel proposto pezzo vi sono lib. 8. d'Oro, e 4. d'Argento. Che ciò sia il vero, per le Lib. 8. d'Oro avremo onc. 40. d'acqua sparsa, e per le 4. d'Argento n'avremo onc. 28. che unite insieme fanno appunto 68. (come sparse il proposto pezzo.) Adunque sta bene.

### *Conclusione.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Per 7. d'Oro | ╳ | più 2. | Prod. 18 |
| Per 9. d'Oro | | meno 2. | Prod. 14 |
| | | Divis. 4. | 32 |
| | | Quoziente onc. 8 | |

## *Quesito Ottavo.*

Un Re mette insieme un grosso Esercito, per andare contro il suo nemico. Per il viaggio ne morì $\frac{1}{4}$. Un quinto s'ammalò, $\frac{1}{6}$ fuggì, e 23000. ne restarono sani, e fedeli al suo Re. S'addimanda il numero di tutto l'Esercito da principio.

Simili quesiti si potriano risolvere per la Regola delle Posizioni false doppie, ma più leggiadramente si risolvono così.

Per la Regola dell'Accattare alla lunga, ovvero alla curta si trova un numero, che abbia le parti di quarto, di quinto, e di sesto, e questo per il minimo nel caso proposto è il 60. Di questo 60. ne piglio $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$ quali sommati insieme fanno 37. Sicchè $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ di tutto l'Esercito è $\frac{37}{60}$. E se così è, il resto di necessità (cioè $\frac{23}{60}$) sarà la quantità de' Soldati, che furono fedeli; ma perchè detti Soldati (dal supposto) erano 23000. per sapere la quantità di tutto l'Esercito, basta a partire per $\frac{23}{60}$ le 23000. perchè il Quoziente sarà la conclusione del quesito. Rispondo adunque, che l'Esercito era di 60000. E che sia il vero di di questo 60000. Soldati levandone 15. mila per $\frac{1}{4}$ 12. mila per $\frac{1}{5}$ e 10. mila per $\frac{1}{6}$ ne restano precisamente 23. mila.

60

$\frac{1}{4}$ 15
$\frac{1}{5}$ 12
$\frac{1}{6}$ 10

37
60

23

60

23. 60. 23000.

(1380000

60000

| | | |
|---|---|---|
| Morti | $\frac{1}{4}$ | 15000 |
| Ammalati | $\frac{1}{5}$ | 12000 |
| Fuggiti | $\frac{1}{6}$ | 10000 |
| Fedeli | | 23000 |
| Tutto l'Esercito | | 60000 |

Innumerabili sono li quesiti, che si potriano proporre, poichè innumerabili bizzarrie può partorire l'intelletto umano, ma certo ogni mediocre ingegno mediante li precedenti, bene intesi, da se saprà farsi onore.

Avvertiscasi, che ogni volta, che nella prima, o seconda posizione, occorresse d'incontrarsi in quello si cerca, non occorre passar più avanti; ma sarà risoluto il quesito. Per esempio: Se in una delle due posizioni del penultimo quesito avessi supposto, che nel proposto pezzo vi fossero state lib. 8. d'Oro, e 4. d'Argento, perchè l'acqua scacciata dal Vaso da queste due quantità, fa oncie 68. ho l'intento.

## CAPITOLO XXVI.

## QUESITI CURIOSI, E DILETTEVOLI.

### *Quesito Primo.*

COme faresti a portar fuori d'un Giardino un sol Pomo, dovendo uscire per 3. porte, e dovendone lasciare la metà, ed 1. di più per ciascuna porta?

Quan-

Quanti Pomi bisogneria preparare per portarne a Casa un solo?

Dì così: Uno da portare a Casa, ed 1. di più fa 2. duplicali, che faranno 4. ed 1. di più fanno 5. raddoppiali, che faranno 10. ed 1. di più fanno 11. Raddoppiali di nuovo, ed in tutto faranno 22. E tanti Pomi bisogna preparare per portarne a casa un solo. Facciamone la prova.

Di questi Pomi 22. lasciandone la metà alla prima porta, ed 1. di più a lui ne restano solamente 10. con li quali si presenta alla seconda porta, e perchè a questa ne deve lasciare anco la metà, ed 1. di più; non li restano altro che 4. Pomi, de' quali lasciandone 2. alla terza porta per la dovuta metà, ed 1. di più, un sol Pomo li resta da portare a Casa, come promise.

Ma se ne volesti portare a Casa 2. o 3. ovvero 4. ec. basta aggiugnere al 22. tante volte 8. quanti Pomi vorrai portare a casa più d'un solo. Sicchè volendone portare 2. pigliane 30. Se 3. pigliane 38. Se 4. pigliane 46. e così in infinito.

Ma se alla prima porta si pagasse la metà, ed 1. di più. Alla seconda la metà, e 2. di più. Ed alla terza la metà, e 3. di più, dirai così: Alla terza porta 3. ed 1. di più fanno 4. Per la seconda porta duplicali, che saranno 8. e 2. di più fanno 10. Per la prima porta duplicali, che saranno 20. ed 1. di più fanno 21. quali di nuovo raddoppiati fanno 42. E tanti Pomi ci vogliono per portarne a Casa un solo.

### *Quesito Secondo.*

Uno manda il suo Spenditore alla Piazza con sold. 40., acciò li compri 40. uccelli vivi, cioè Quaglie a soldi 3. l'una, Tordi a sol. 2. l'uno, e Passarotti a $\frac{1}{3}$ di soldo l'uno. S'addimanda: Quanti uccelli comprerà d'ogni sorta.

Per la Regola delle posizioni semplici questo, e simili quesiti si risolvono così. Bisogna sempre apporsi a quella sorta d'uccelli di manco prezzo, che nel ca-

so

so nostro sono li Passarotti. Suppongo adunque, che il spenditore comprasse 40. Passarotti, quali costeriano (al tassato prezzo) sol. 8. Ma perchè n'ha da spendere 40. ne sopravvanzano 32. Fatto questo, bisogna vedere, quanto costino più de' Passarotti gli altri uccelli, che ha da comprare. Le Quaglie costano $\frac{1}{5}$ di più, e li Tordi $\frac{2}{5}$ di più. Bisogna convertire li soldi 32. in quinti, e saranno 160. Ultimamente bisogna dividere questo 160. in 2. parti tali, che l'una partita per 14. e l'altra per 9. non vi resti rotto alcuno (e questo è 70. e 90.) perchè il Quoziente sarà il numero delle Quaglie, e de' Tordi ch'ha da comprare, e per il resto sino a 40. tanti Passarotti. Si conclude adunque, che il Spenditore deve comprare Quaglie 5. Tordi 10. Passarotti 25. Avvertiscasi, che quando non si trovasse tal numero, che facesse le dovute divisioni senza rotto, si può rispondere, che tal quesito non si può rettamente sciogliere, ed è più laudabile, che mettere insieme un pezzo di Quaglia con un altro di Tordo, o di Passarotto.

### *Quesito Terzo.*

Sono invitati 18. persone ad un Banchetto, nel quale fra l'altre vivande si mangiarono 18. Tordi, gli uomini ne mangiarono 2. per uno: le donne 1. per una: e li fanciulli ne mangiarono solamente $\frac{1}{2}$ per uno. Quanti uomini, quante donne, e quanti fanciulli vi si trovarono?

Questa, e simili si risolvono, come la passata. Suppongo, che 18. fanciulli mangiassero 9. Tordi, ne restano altri 9. La porzione degli uomini supera quella de' fanciulli di $\frac{3}{4}$ e quella delle donne di $\frac{1}{2}$. Li 9. Tordi convertiti in $\frac{1}{2}$ fanno $^{2}$ quali partisco in due parti, cioè 15. e 3. il 15. partisco per 3. e ne vengono 5. uomini, ed il 3. partisco per 1. restano pur 3. donne. Adunque si trovarono al Banchetto 5. uomini, 3. donne, e 10. fanciulli. Fanne la prova, e riuscirà buona. Possono essere ancora 4. uomini, 6. donne, ed 8. fanciulli, ovvero 3. uomini, 9. donne, e 6. fanciulli, secondo la divisione del 18.

### *Quesito Quarto.*

Un Gentiluomo caracollando col Cavallo ruppe un cesto d'Uova a una povera Contadina, quale volendo sodisfarla del danno: domandò quanti Uova aveva nel cesto, la Contadina rispose di non saperlo: ma bensì si ricordava, che contandole a 2. a 2. ne avanzava 1. a 3. a 3. ne avanzava 1. a 4. a 4. ne avanzava 1. ma contandole a 5. a 5. non ne avanzava alcuna. Quante Uova erano nel Cesto?

Questa è Regola infallibile, ed universale. Bisogna, per la Regola dell'Accattare, trovare un numero, che sia numerato da 2. 3. e da 4. (cioè sempre da tanti quanti saranno li numeri proposti, eccettuandone però l'ultimo.) Questo numero nel caso nostro per il minimo 12. Ma perchè bisogna, che detto numero sia di tal condizione, che partendolo per il numero maggiore (fra proposti, ne sopravanzi precisamente il numero più prossimo al maggiore, però bisogna moltiplicare detto 12. finchè si trovi tal numero, che partito nel caso nostro per 5. (numero maggiore de' proposti) ne avanzi precisamente 4. il qual numero non si trova prima della settima moltiplicazione del 12. che così si nota: 24. 36. 48. 60. 72. 84. Sicchè l'84. è quel numero, che partito per 5. avanza precisamente 4. Fatto questo, basta aggiugnere per regola ferma l'Unità all'84. ed è fatta la ragione. Sicchè diremo, che 85. Uova erano nel Cesto della Contadina. Se ne farai la prova, la troverai buona.

Ma se la Contadina avesse detto, che contandole anco a 4. a 4. n'avanzava 1. la ragione saria più facile, e basteria trovare un numero, che fosse numerato da tutti li sopraddetti numeri insieme con il detto 5. ed a quel tal numero aggiugnendo l'Unità, quello saria la quantità cercata, che nel caso nostro sariano Uova 61. Bisogna anco sapere, che le suddette Uova potevano esser più, il che si può conoscere col proseguire la moltiplicazione del 12. (o altro dovuto numero.) Sicchè nel caso nostro moltiplicato dodici volte il 12. fa 144. e questo ha la dovuta qualità, cioè, che partito per 5. n'avanzano precisamente 4. come nel numero 84. e così le suddette Uova potevano essere ancora 145. e chi proseguisse avanti con moltiplicazione del 12. se ne trovariano degli altri, ma dalla grandezza del Cesto, si conosceria facilmente qual numero fosse di proposito.

Finalmente se la Contadina avesse detto, che contandole a 2. a 2. ne avanzava 1. a 3. a 3. n'avanzano 2. a 4. a 4. avanzano 3. ed a 5. a 5. n'avanzano 4. Quanto sariano? Questo modo è facilissimo. Basta trovare un numero (sia il minimo, o altro) che abbia le parti $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{5}$ poichè a tal numero levandogli l'Unità, resta finita la ragione. Nel caso nostro ho pigliato il minimo numero, cioè 60. Levatone 1. resta 59. e tante sariano le Uova. Il 120. ha l'istessa condizione, ed altri innumerabili, ma dal Cesto si conosceria ec.

Non mi son partito dal proposto quesito per non moltiplicare parole, ma siccome si può variare soggetto, così si può proseguire oltre al 5. quanto piace.

### *Quesito Quinto.*

Uno domanda ad un altro. Quant'ore sono? L'altro rispose, e disse; il terzo, ed il quarto dell'ore sonate sono tante, quanto è il quinto, ed il sesto di quelle, che hanno da sonare. Quante ore erano?

Questo quesito non vuol dir altro, che far di 24. due parti tali, che $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ d'una sia eguale ad $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ dell'altra: ovvero è un dire. Trovami due numeri, che $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ d'uno sia $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ dell'altro, e fra tutti e due facciano 24. Ora per trovarlo si fa così. Si sommano insieme $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ che fanno $\frac{7}{12}$ sommati parimente $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ fanno $\frac{11}{30}$. Fatto questo, si moltiplicano in croce li $\frac{7}{12}$ con li $\frac{11}{30}$ e li Prodotti, collocati sotto li Denominatori, saranno li cercati numeri: come in figura si vede. Sicchè $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ di 132. sono tanto quanto e $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ di 210. perchè, e per l'uno, e per l'altro numero separatamente le parti sommano 77. Adunque abbiamo trovati li due numeri, che $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ d'uno fa $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ dell'altro. Se questi due numeri sommati insieme facessero precisamente 24. avessimo l'intento, ma occorreria cercar altro, ma perchè fanno 342. la nostra proposizione è riuscita falsa, ma da questa falsità per Regola Aurea ne caveremo la verità, dicendo: Se 342. fossero 24. quanto sariano 132. e quanto 210.? Operando, per il primo avremo 9. $\frac{5}{19}$. E tante erano le ore sonate, o passate; e per il secondo avremo 14. $\frac{14}{19}$ e tante erano le ore da sonare, sino a sera. E che sia il vero: Pigliasi $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ d'ore 9. $\frac{5}{19}$ ed $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ d'ore 14. $\frac{14}{19}$ che per l'uno, e per l'altro verso ne verranno $\frac{308}{57}$ cioè 5. $\frac{23}{57}$. Però la risoluzione fu buona.

| | | |
|---|---|---|
| 7 | | 11 |
| — | ✕ | — |
| 12 | | 30 |
| 132 | | 210 |
| Per $\frac{1}{3}$-44 | | Per $\frac{1}{5}$-42 |
| Per $\frac{1}{4}$-33 | | Per $\frac{1}{6}$-35 |
| — | | — |
| Somma 77 | | Som. 77 |

## CAPITOLO XXVII.

## GIUOCHI CURIOSI.

### *Giuoco dell'Anello.*

PEr sapere indovinare fra quattro persone, chi abbia l'Anello, in qual mano, in qual dito, ed in qual modo, si fa così: Prima bisogna, che ciascuno de' 4. sappia, chi sia il primo, chi sia il secondo, chi il terzo, e chi il quarto. Secondo che le dite si cominciano a contare dal Pollice, cioè dal dito grosso, e li nodi si cominciano a contare dall'unghia, alla pratica, così io dico.

| | |
|---|---|
| Chi ha l'Anello raddoppia se stesso. Lo abbia la 4. persona. Raddoppiato 4. fa | 8 |
| Aggiugni cinque, e fa | 13 |
| Moltiplica per cinque, e fa | 65 |
| Aggiugni dieci, e fa | 75 |

| | |
|---|---|
| Se l'Anello è nella mano destra, aggiugni due, e s'è nella sinistra, aggiugni un solo (sia nella destra ) e fa | 77 |
| Moltiplica per dieci, e fa | 770 |
| Aggiugni le dita ( sia nel 4. ) e fa | 774 |
| Moltiplica per dieci, e fa | 7740 |
| Aggiugni li nodi ( sia nel 1. ) e fa | 7741 |
| Sottraggasi per regola ferma | 3500 |
| Restano | 4.2.4.1. |

Or sappi, che le migliaja indicano la persona, ch' ha l'Anello. Le centinaja danno segno della mano. Le decine in qual dito, ed il numero in qual nodo. Adunque l'Anello lo tiene la quarta persona: l'ha nella mano destra, o dritta, nel quarto dito, cioè nell' anellare, e nel primo modo.

### *Giuoco de' Dadi.*

Per indovinare quanti punti abbia fatto uno con 3. Dadi senza vederli, dicasi così:

| | |
|---|---|
| Raddoppia il punto maggiore, fa | 12 |
| Aggiugni cinque, fa | 17 |
| Moltiplica per cinque, fa | 85 |
| Aggiugni dieci, fa | 95 |
| Aggiugni l'altro numero maggiore, fa | 100 |
| Moltiplica per dieci, fa | 1000 |
| Aggiugni l'ultimo punto, fa | 1004 |
| Sottraggasi per Regola ferma | 350 |
| Restano li punti fatti | 6. 5. 4. |

Se fossero solamente due Dadi, dirai:

| | |
|---|---|
| Raddoppia il punto maggiore, fa | 6 |
| Aggiugni cinque, fa | 11 |
| Moltiplica per cinque, fa | 55 |
| Aggiugni l'altro punto, fa | 56 |
| Cavane per regola ferma | 25 |
| Restano li punti fatti | [illegible].1 |

In simili quesiti è bene, che chi piglia a indovinare, faccia lui la sottrazione, acciò resti più occulto il perchè, e riuscirà di maggior meraviglia ec.

### *Per sapere il numero, che uno si sia immaginato.*

Suppongo, che uno si sia immaginato 8

Domando. V'è mezzo? Lui risponde di no. Io replico.

Ingrandite la metà il numero immaginato: Lui l'ingrandisce, e fa 12

Domando di nuovo. V'è mezzo? Lui risponde di nò. E io torno a dire.

Ingrandite anco la metà quest'ultimo numero. Lui risponde, l'ho fatto, e fa 18

Finalmente domando se v'è mezzo, e lui risponde di no.

Adesso siamo a segno per sapere, che numero si sia immaginato ( il che è facilissimo. ) Basta il sapere quante volte entri il 9. nell'ultimo numero ( cioè nel 8. ) poichè per ciascun 9. s'avrà per regola universale 4. di numero immaginato. E perchè il 18. contiene due volte il 9. però concludo, che lui s'immaginò 8. Sicchè basteria, che quel tale dicesse, quante volte il 9. entri nell'ultimo numero, ma non ha del buono, perchè pareria, che l'intelligenza dipendesse da chi s'immaginò. Adunque, acciò l'operazione riesca più maravigliosa, quello, che fa il giuoco, faccia gittar via quanto a capriccio gli piace, tenendosi a memoria tutti li 9. Dirò per esempio. Dall'ultimo numero gittane 15. Lui risponde, l'ho fatto. E perchè il 15. contiene una sol volta il 9. e tre mi manca per aver due volte il 9. dico di nuovo, gittatene anco 3. ( per amor della Vecchia ) Lui risponde l'ho fatto. Sicchè ho nella Sacca il 9. Ma perchè non sò quanto gli sia restato: torno a dire, gittatene anco 9. Lui risponde, non posso. Ed io, senza far conto di quello, che di 9. sia avanzato; rispondo. Vi siete immaginato 8.

Ma perchè può essere, che uno s'immagini un numero, che vi sia il mezzo, puro e che il mezzo v' entrerà nell'ingrandirlo due volte la metà, però bisogna ricordarsi di farlo far sempre intiero, e poi ricordarsi anco a memoria in qual luogo sia stato il mezzo. Se il mezzo sarà nel numero immaginato, se ne perde $\frac{1}{2}$ da sottrarsi da quei numeri, corrispondenti alli 9. detratti. Se il mezzo sarà nel primo ingrandire, se ne guadagna uno, e se il mezzo sarà nel secondo ingrandire se ne guadagna 2. d'aggiugnersi agli altri ( come sopra ) corrispondenti alli 9. ma perchè può essere, che il mezzo sia alle volte in tutti e tre i luoghi, alle volte in due, ed alcune altre in un solo, però bisogna, che il cervello sia a segno. Alla pratica.

Suppongo, che uno sia immaginato: $2\frac{1}{2}$

Domando. Vi è mezzo? Lui risponde di sì. Ed io dico, fatelo intiero ( e poi mi ricordo, che quì ne perdo $\frac{1}{2}$ ) Lui risponde, l'ho fatto, e fa 3

Io replico. Ingranditelo la metà. Lui risponde, l' ho fatto, e fa $4\frac{1}{2}$

Domando. Vi è mezzo? Lui risponde di sì. Ed io dico, fatelo intiero ( e poi mi ricordo, che quì ne guadagno 1. ) Lui risponde, l'ho fatto, e fa 5

Torno a dire. Ingrandite anco la metà di quest'ultimo numero. Lui risponde, l'ho fatto, e fa $7\frac{1}{2}$

Domando. V'è mezzo? Lui risponde di sì. Ed io dico, fatelo intiero ( e poi mi ricordo, che quì ne guadagno 2. ) Lui risponde, l'ho fatto, e fa 8

Fatto questo, dirò a capriccio. Gittatene 12. Lui risponde, non posso. Per saper s'abbia alcun 9. dirò. Gittatene 9. Lui risponde, non posso. Ed io subito dirò. Vi siete immaginato $2\frac{1}{2}$ perchè se vi ricordate, in vigore de' mezzi fatti intieri, n'avete guadagnato 3. e perso $\frac{1}{2}$. Cavando da 3. un mezzo resta $2\frac{1}{2}$. Se ( per esempio ) si fosse gittato via due volte il 9. s'avria 8. di numero immaginato, al quale 8. si dovriano aggiugnere gli altri tre, guadagnati in vigore de' mezzi, e fariano 11. e poi levarli quel mezzo, perso nel primo luogo. Sicchè resteriano $10\frac{1}{2}$ e tanti ne saria immaginato. Voglio dire, chè se uno s'immaginasse $10\frac{1}{2}$ vi saria il mezzo in tutti e tre i luoghi, ed operando, l'ultimo numero saria 26. che contiene due volte il 9. quali danno 8. di numero immaginato, ed al quale aggiugnendo 3. e levando $\frac{1}{2}$ resta $10\frac{1}{3}$. ( Numero immaginato. )

Questa regola serve per sapere quanti Denari abbia ancora uno in borsa, ed in altre occorrenze.

### *Gioco fra tutti bellissimo.*

Chi volesse indovinare fra 3. persone qual di loro si sia immaginato d'esser ( per esempio ) Papa, l'altro Imperadore, e l'altro Re. O veramente chi volesse saper trovare chi di loro abbia levato Oro, Argento, o Rame, ovvero tre altre cose differenti, si fa così.

Prima bisogna aver preparate 24. Fave, o altra cosa simile. E bisogna saper questi Versi alla mente.

*A peri. Prelati. Magister. Camille. Perina. Quid habes Ribera?*
1 2 3 4 5 6 7

Preparatosi adunque così. Quello che vuole indovinare, senza far moto ad alcuno, si noti nella sua mente quale delle persone voglia, che sia il primo quale il secondo, e quale il terzo, ( ma riuscirà più facile da tenersi a memoria, procedendo per anzianità. ) Dopo questo, al primo dia una Fava, al secondo ne dia due, e al terzo ne dia tre, ( ma che nissuno sappia il perchè ) l'altre Fave si lasciano in pubblico.

Prima, che nissuno levi cosa alcuna, bisogna applicare a ciascuna di quelle 3. cose, che s'hanno da levare una di queste vocali A. E. I. perchè ciascuna parola de' suddetti Versi ha parimente queste tre vocali, sebbene con ordine confuso.

Fatto questo, si dice: Quello, che ha levato la tal cosa ( da te nominata per A ) pigli altre tante Fave una sol volta quante ha in mano. Quello, che ha levato l'altra ( nominata per E. ) ne pigli due volte tanto. E quello che levò la terza ( nominata per I. ) ne pigli quattro volte tanto, Dopo questo, domanda quante Fave siano restate, al numero delle quali la parola nel verso ti darà le vocali, per conoscere, chi abbia le 3. proposte cose. Per esempio, se fossero restate 4. Fave, cadono sopra la quarta parola del verso *Camille*, sicchè il primo ha quella cosa, alla quale applicasti la vocale A. Il secondo quella dell'I. Ed il terzo quella dell'E, e così si fa con l'altre parole del verso, quando occorrerà pigliarle; cioè che la prima vocale della parola significa la persona prima, la seconda vocale significa la seconda persona, e la terza significa la terza persona, ciascuna delle quali avrà quella cosa, alla quale applicasti quella vocale, che le tocca in detta parola. Tante parole poi sono nel verso, quante sono le Fave, che possono sopravanzare.

Quanto all'indovinare chi si fosse immaginato d'esser Papa, Re, ovvero Imperadore, basta applicare a quei, o altri nomi da indovinare, le suddette tre vocali, sebbene si terranno meglio a memoria applicando l'A al Papa, l'E al Re, e l'I all'Imperadore, poichè detti nomi contengono le medesime Vocali; nel resto, come sopra. Chi ha giudizio troverà delle belle bizzarrie.

## *Un altro Giuoco curioso.*

Se 15. Cristiani, e 15. Turchi, ovvero Ebrei si trovassero in Mare, e per causa di Fortuna bisognasse gittarne la metà in mare, come faresti, a farvi andar tutti li Turchi, ovvero Ebrei.

Per esperimentarlo sopra una tavola per galanteria fa così: Piglia 15. Fave bianche, e 15. nere. Le bianche che rappresenteranno li Cristiani, e le nere li Turchi. Bisogna sapere questi versi alla mente.

*Populeam. Virgam. Mater. Regina. Ferebat:*

Ed anco bisogna esser avvertito, che le Fave si mettono in fila, ovvero in giro, cominciando con le bianche, e poi proseguendo alternatamente con le nere, non egualmente, ma quanto ricerca la vocale, che gli tocca. Si distribuiscono dunque secondo l'ordine della vocale del suddetto verso, ciascuna delle quali ricercano tanti grani, quanti si conviene al luogo, che naturalmente tengono esse vocali, e sono queste A. E. I. O. U. per maggior chiarezza le distendo. 1. 2. 3. 4. 5.

La figura (o) rappresenta li Cristiani, e li punti significano li Turchi.

*Po pu le am. Vir gam. Ma ter. Re gi na. Fe re bat.*

oooo....oo . ooo . o .. oo . o .. oo .

Accomodate le Fave si cominciano a contare a 9. a 9. ed ove termina, quella Fava si gitta fuori di fila ( e se fosse un Turco si gittaria in mare ) circuendo sempre contando tutte le nere anderanno da parte. Si comincia a contare ove si principiò la distribuzione.

Chi volesse contar le fave a 3. a 3. le distribuisca secondo le vocali di questi altri versi.

*Ecce amata faedere ama[illegible]n fecere araneam meam.*

Se li vuoi contare a 8. a 8. distribuiscele secondo questi altri.

*Pater Adam coeperat merita gratiae verone.*

E se a 10. a 10. secondo questi, che sieguono.

*Rex Anglicus certa bona flammina dederat.*

## *Giuoco non inferiore agli altri.*

| Prima fila. | Seconda fila. | Terza fila. | Quarta fila. | Quinta fila. |
|---|---|---|---|---|
| .1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| .2 | .11 | 13 | 15 | 17 |
| 4 | .12 | .19 | 21 | S. 24 Pietro |
| 6 | 14 | .20 | .25 | 27 |
| 8 | 16 | 22 | .26 | .29 |
| 10 | 18 | S. 24 Paolo | 28 | .30 |

Abbiansi preparate 30. polizze di carta. Se volete il giuoco spirituale, potete scriverli sopra il nome d' un Santo per ciascuna. Se volete di ricreazione, scrivetevi sopra il nome di qualche animale, o di qualche vivanda, o pure servitevi di 30. carte da giuocare. Prima d'ogni cosa si distendino sopra d'una tavola a due a due le polizze, o carte da giuocare, ed ognuno se ne immagini due a suo piacere, ma tali, e quali si trovano accompagnate. Fatto questo, si raccolgono le polizze, o carte a due a due, come stanno accompagnate; levandole a capriccio qua, e là, e ponendole nel mazzo sotto, o sopra, basta a non confonderle, ò mescolarle. Raccolte le polizze, si distendino ad una ad una con quell'ordine, che in figura si vede, e come insegnano li numeri con che si sarà fatto un quadrangolo di 5. file, e di 6. polizze per fila, ma notate, che alla prima se ne mettono due insieme nella prima fila, e poi una di qua, e una di là. Giunto al margine della quadratura, se ne mettono pur anco due insieme nella seconda fila, e poi una di qua, ed una di là. Così col resto.

Per saper le polizze, che ciascuno s'è immaginato: basta, ~~che ogni~~ uno dica in qual fila siano, senza mostrarle.

Se tutte e due fossero nella prima fila, sariano ove è notato 1. 2. Se tutte e due nella seconda 11. e 12. Se nella terza 19. e 20. Se nella quarta 25. e 26. Se nella quinta 29. e 30. Se poi una polizza fosse in una fila, e l'altra in un altra fila, prestissimo si trova così. Alla pratica.

Sopra ciascuna polizza sia scritto il nome di qualche Santo, ed uno si sia eletto per suoi Avvocati S. Pietro, e S. Paolo, ed un di loro sia nella terza fila, e l'altro nella quinta: per trovarli presto, sempre si ricorre alla fila di manco denominazione ( che nel caso nostro è la terza fila ) e dico così: Se tutte e due le vostre polizze fossero nella terza fila certo è, che sariano ove stà notato 19. e 20. ma perchè una è nella quinta, e l'altra nella terza, io dico, che camminando lateralmente per la ragione del 19. v'incontrerete nella quinta fila con uno de' vostri Santi immaginati; cioè in S. Pietro. L'altro sarà nella terza fila calando abbasso tanto distante dal 20. quanto che il primo è distante dal 19. Dico adunque, che vi siete immaginato S. Pietro, e S. Paolo, e siccome fra il 19. S. Pietro v'è una sola polizza, così fra il 20. e San Paolo v'è per una sol polizza. Nè vi paja strano, perchè se vi ricordate, dopo d'aver collocato nella terza fila il 19. ed il 20. avete poi posto di qua, e di là il 21. e 22. e queste polizze stavano insieme nel mazzo: Dopo collocaste 23. e 24. cioè S. Pietro, e S. Paolo, e questi stavano accoppiati insieme nel mazzo, ed anco nella tavola quando da principio, ve gl'immaginaste.

*Fine della Prima Parte.*

# PARTE SECONDA

Nella quale si tratta delle Progressioni, Estrazioni di radici, delle quantità irrazionali, e Scienza maggiore del numero ec.

* * *

## CAPITOLO I.

## TRATTATO DELLE PROGRESSIONI.

LA Sesta spezie dell'Algorismo si chiama Progressione. Ma prima di trattare d'essa, parmi bene di premettere le varie divisioni del numero, addotte da Euclide, e da altri Filosofi. Non ne parlai nel principio della prima parte, non avendo, che fare tali divisioni co' Mercanti, ma ivi mi contentai di definire solamente, che cosa sia Numero, ed unità, considerato sì dal Naturale, come dal Matematico.

### *Prima divisione del numero.*

TUtto il numero si divide in paro, ed in disparo. Il numero paro è quello, che si può dividere in due parti eguali, come 2. 4. 6. 8. 10. ec. Ma il numero disparo è quello, che diviso in due parti, avanza sempre l'unità, come 3. 5. 7. 9. 11. 13. ec.

### *Seconda divisione.*

Tutto il numero si divide parimente in quattro spezie, cioè: In parimente paro. Parimente disparo. Parimente, e disparimente paro: Ed in disparimente disparo.

Numero parimente paro è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano, lo numerano per volte pa-

pari come 4. 8. 16. 32. 64. 128. ed altri infiniti. Se vuoi dividere ( per esempio ) il 64. non si può dividere, se non per questi cinque numeri pari 2. 4. 8. 16. 32. e non più, ma tutti con volte pari.

Numero parimente disparo è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano, lo numerano con volte dispari, come 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. ed altri infiniti.

Numero parimente, e disparimente paro è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano, alcuni lo numerano per volte pari, ed alcuni per volte dispari, come 24. 28. 36. 40.

Ultimamente. Il numero disparimente disparo è quello, che tutti li numeri, che lo numerano, sono dispari, e lo numerano pur anco per volte dispari, come 15. 21. 27. 33. 39. 45. ed altri infiniti.

## *Terza divisione.*

Tutto il numero si divide anco in altre due spezie: cioè, in numero primo, e numero composto. In Numeri contra sè primi, ed in numeri fra sè composti. Numero primo è quello, che dalla sola unità è numerato, come 1. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31 ed altri.

Numero composto è quello, che ( oltre l'Unità ) è numerato da qualche numero, come 15. e 21. che sono numerati l'uno da 3. e 5. e l'altra da 3. e da 7. Così altri per lo più.

Numeri contra sè primi sono quei, che dalla sola unità sono comunemente numerati, o divisi, come 9. e 25. quelli, se bene considerati in sè stessi ciascun di loro saria numero composto, il 9. composto di 3. ed il 25. composto di 5. ad ogni modo comparati l'uno contra l'altro, sono detti contra sè primi, non trovandosi numero, che comunemente li numeri, lo partisca.

Numeri fra loro composti, o comunicanti sono quelli, ( che oltre l'Unità ) sono comunemente divisi, o numerati da qualche numero, come 25. e 30. — 35. e 40. ed altri,

---

## *Quarta Divisione.*

In oltre tutto il numero si divide in altre tre spezie, cioè. In numero perfetto, abbondante, e scarso. Il numero perfetto è quello, che s'eguaglia a tutte le sue parti, che lo numerano, come il 6. quale ha solamente tre numeri, che lo dividono; cioè 3. per la metà, 2. per un terzo, ed 1. per un sesto, che uniti insieme fanno appunto 6. L'istesso si trova nel 28. 496. 8128. ed altri. Il modo di trovare questi numeri perfetti s'insegna altrove.

Numero abbondante è quello, che resta superato dalle sue parti, come il 12. quale ha tante parti, o divisioni, che uniti insieme, arrivano a 16. L'istesso è del 24. 36. 48. 60. ed altri infiniti.

Numero scarso è quello, che ha sì scarse parti, o divisioni, che unite tutte insieme sono manco del suo numero, come l'8. le cui parti unite insieme fanno solamente 7. così del 10. 14. 16. ec.

## *Quinta divisione.*

Finalmente tutto il numero matematicamente inteso, per praticare, volgere, e maneggiare le figure geometriche, gli spazj, e misure loro, vien diviso in numero lineale, superficiale, e solido. Parimente in numero quadrato, e cubo: Altri v'aggiungono li numeri triangolari, pentagonali, essagonali, circolari, e parimente li numeri piramidali di varie forme ec.

Numero superficiale si chiama qualsivoglia Prodotto dalla moltiplicazione di due numeri, e quei due numeri producenti si chiamano lati di quel numero superficiale, e per consegueuza saranno numeri lineali. Per esempio. A moltiplicare 7. per 5. fa 35. Ora questo 35. sarà numero superficiale, ed il 7. e 5. saranno lineali.

Numero solido è quello, che proviene dalla continuà moltiplicazione di tre numeri, come questi 3. 4. 5. Moltiplicando 3. via 4. fa 12. e 5. via 12. fa 60. Adunque questo 60. è numero solido; e li tre numeri 3. 4. 5. saranno i suoi lati, e per conseguenza numeri lineali. Così con altri.

Numero quadrato è il Prodotto di qualsivoglia numero moltiplicato in se stesso, come a dire 2. via 2. fa 4. Questo 4. sarà numero quadrato ec.

Numero cubo è quello, che vien prodotto dalla continua moltiplicazione di tre numeri eguali, ed i lati di tal cubo saranno li detti tre numeri. Per esempio, 2. via 2. fa 4. e via 4. fa 8. Adunque 8. è numero cubo, e li tre 2. saranno i suoi lati, cioè numeri lineali. E così con altri.

Li numeri superficiali sono detti simili, ogni volta, che i loro lati siano proporzionali, cioè che moltiplicando l'uno con l'altro produchino un numero quadrato: ovvero partendo l'uno per l'altro diano parimente numero quadrato, come saria 2. e 8. che moltiplicati insieme fanno 16. numero quadrato, ovvero partendo l'8 per 2. ne verria 4. per numero quadrato ec.

L'istessa cautela, ed avvertenza milita anco circa li numeri solidi, cioè che si chiamaranno solidi simili tutti quei numeri, che divisi l'uno per l'altro, l'avvenimento riuscirà numero cubo. Come saria 24. e 3. parimente 108. e 4. poichè partendo il 24. per 3. ne viene 8. numero cubo, e partendo 108. per 4. ne viene 27. pur numero cubo ec.

Tutti li numeri quadrati sono fra loro superficiali simili. Parimente tutti li numeri cubi sono fra loro numeri solidi, e simili.

## CAPITOLO II.

### *Delle Progressioni Aritmetiche.*

PRogressione Aritmetica è un ordine di più numeri, che ordinatamente s'avanzano l'un l'altro con avanzi eguali, le quali sono di più sorta. Progressione naturale si chiama quella, che comincia dall'Unità, un numero avanza l'altro pur solamente con l'Unità. Tutte le altre progressioni s'avanzano chi con più, e chi con meno differenza fra l'uno, e l'altro numero, o termine. Chi comincia, e proseguisce con numeri pari, e chi con dispari, come quì si vede.

### *Progressione naturale.*

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16.17. ec.

### *Altre Progressioni diverse.*

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27.29. ec.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.26.28. ec.

6.9.12.15.18.21.24.27.30.33.36.39.42.45. ec.

7.12.17.70.75.80.ec.

50.60.70.80.90.100.110.120.130.140.150. ec.

### *Proprietà delle Progressioni Artimetiche.*

La proprietà delle Progressioni Aritmetiche è questa: che la somma del primo, ed ultimo termine di qualsivoglia Progressione, dà la somma, ed è sempre eguale alla somma di qualunque due termini di mezzo, che egualmente siano distanti dalli due termini estremi: come saria la somma del secondo termine col penultimo, quella del terzo con l'antepenultimo ec. Quando li termini della Progressione sono dispari, perchè il termine di mezzo non ha compagno, ma resta solo, in tal caso si duplica tal termine, col che s'avrà il numero eguale a qualsivoglia copia, detta di sopra.

### *Modo succinto per sommare qualsivoglia Progressione Aritmetica.*

MOlti sono li modi trovati dagli Antichi, per sapere tutto il numero, o somma delle Progressioni Aritmetiche: ma per non moltiplicar parole senza proposito, m'appiglio a questo modo facilissimo, e universale. Si fa adunque così. In qualsivoglia Progressione s'uniscono, o si sommano insieme il primo, e l'ultimo termine della proposta progressione, e poi se li termini della Progressione sono pari, si moltiplica la suddetta somma del primo, ed ultimo termine per la metà del numero delli termini: ma se il numero delli termini sarà disparo, in tal caso si moltiplica la metà della somma del primo, ed ultimo termine per tutto il numero delli termini dispari, ha sempre numero paro nella somma del primo, ed ultimo termine, come ne' due seguenti esempj si farà il tutto chiaro.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34.

La prima Progressione di questi due esempj è di 10. termini. La somma del primo, ed ultimo termine fa 42. quale moltiplicate per 5. ( metà del numero de' termini ) fa 210. e tanto appunto è la somma di tutta quella Progressione. L'istesso verria moltiplicando la metà della somma del primo, ed ultimo termine per tutto il numero de' termini, ovvero tutta la somma per tutto il numero, e poi pigliarne solamente la metà del prodotto.

La seconda progressione de' due proposti esempj è di 11. termini, e per conseguenza sono dispari. La somma del primo, ed ultimo termine fa 38. numero paro, la cui metà è 19. Moltiplicando adunque questo 19. per 11. ( numero intiero delli termini della progressione ) di Prodotto ne viene 209. per la somma di tutta la Progressione. Così si procede con tutte l' altre quali si siano, continue, o disgiunte. Disgiunta saria questa Progressione 7. 12. 17. 70. 75. 80. nella quale basta, che li termini ultimi siano tanti in numero, e s'avanzino egualmente l'un l'altro, come fanno li primi, e come appunto si vede nel proposto esempio, che il 70. 75. 80. sono tanti in numero de' termini, ed aumento, quanti sono il 7. 12. 17. E tanto basti al giudizioso Lettore.

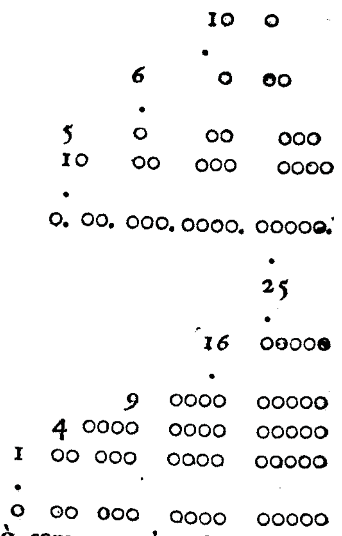
Volendo per regola investigare la somma di tutti li numeri quadrati di qualsivoglia progressione Aritmetica, si fa così: Sempre si piglia il numero, che immediatamente seguiria l'ultimo termine della Progressione nell'ordinata ascensione de' precedenti, li quali due numeri, cioè l'ultimo termine, e quello, che dovria seguitare, si sommano insieme, il che fatto, detti numeri si moltiplicano l'un l'altro, ed il Prodotto si torna a moltiplicare per la somma, che fece quei due stessi termini. Finalmente dividendo quest'ultimo prodotto prima per il numero ascendente delle Progressioni, e poi per regola generale per 6. il Quoziente ultimo sarà la somma ricercata.

Voglio trovare la somma di tutti li numeri quadrati di questa Progressione 4. 8. 12. 16. 20. 24. li quadrati de' quali sono 16. 64. 144. 256. 400. e 576. ma per trovarla maestralmente si fa così: Il termine, che per ordine della proposta progressione doveria seguitare, è 28. Sommo adunque insieme il 24. ( ultimo termine ) con questo 28. ( termine che dovria seguitare ) e fanno 52. Dipoi moltiplicando l'un l'altro questi 3. numeri, cioè 24. 28. e 52. fanno 34944. e questo partito primo per 5. ( numero ascendente della Progressione ) e poi per regola generale per 6. ne verrà di Prodotto 1456. numero cercato per tutta la somma de' suddetti quadrati. Si poteva anco partire quel 34944. in un sol colpo per 24. poichè il 4. ed il 6. sono il ripiego del 24.

La somma di quanti termini si vogliono nella Progressione naturale sempre sarà numero triangolare, come quì si vede 1.2. 3. 4. 5. ec.

Ma la somma di quanti termini si vogliono pur nella Progressione, che comincia dall' Unità, ed ascende per due Unità sempre forma numero quadrato, come 1. 3. 5. 7. 9. ec.

La somma di quei termini, che di 3. in 3. ascendono formano un Pentagono. Se di 4. in 4. formano un' Esagono, e così successivamente. S'intende però sempre, che dette Progressioni cominciano dall' Unità. Pentagono è una figura superficiale, che consta di cinque angoli, e di 5. lati. L'Esagono di 6. ec. Sicchè per sapere ( verbi grazia ) quanti Soldati formeriano uno Squadrone di figura Pentagonale, e che stando in fila con egual distanza ne capissero 35. per lato; basta a sommar insieme 35. termini d'una Progressione, che cominciando dall' unità ascendi di tre in tre, del che facendone prova Aritmeticamente vi capiriano Soldati 5616. Ma notate di grazia per regola universale, che il numero da collocare nel secondo luogo della Progressione è sempre l'Unità manco dei lati della figura, che si pretende di formare. Per una figura triangolare tal numero è 2. Per una quadratura è 3. ec. Dal che si cava subito l'ascendenza di tali Progressioni.



---

## Come si trovino li termini delle Progressioni.

PEr regola generale la quantità de' termini di qualsivoglia spezie di Progressione Aritmetica, mediante la notizia del primo, ed ultimo termine, e del numero ascendente, facilissimamente si trova così. Sempre si cava il primo termine dall'ultimo, ed il rimanente si parte per il numero ascendente; e così per regola generale aggiugnendo l'Unità al Quoziente di tal divisione, quella somma sarà quantità de' termini ricercati. Alla pratica. Dimando: Quanti termini avrà una Progressione, che comincia da 7. termini in 21. ed ascende per 2.?

Faccio così: Cavo 7. da 21. e mi resta 14. questo 14. parto per 2. ( numero ascendente ) e di Quoziente ne viene 7. al quale aggiugnendovi l'unità, fa 8. e tanti sono li termini di tal Progressione, come quì si vede 7.9.11.13.15.17.19.21.

Se per sorte nel partire il numero sottratto per il numero ascendente vi restasse qualche rotto, ciò non pregiudica all'operazione, ma saria segno, che l'ultimo termine è imperfetto, non avendo per avventura avuto tempo a sufficienza per crescere. Il che accaderia, se la proposta Progressione cominciasse con 7. terminasse con 12. e l'ascendente fosse pur 2. perchè li termini sariano 8 $\frac{1}{2}$.

## Come si trovi il numero ascendente.

VOlendo poi trovare il numero ascendente di qualsivoglia specie di progressione Aritmetica, questo si fa per la notizia del primo, ed ultimo termine, e della quantità de' termini così. Sempre si cava il primo termine dall'ultimo, ed il restante si parte per un manco del numero de' termini, ed il Quoziente sarà il cercato numero ascendente. Esempio. Qual è il numero ascendente d'una Progressione di 13. termini, che comincia dall' Unità, e finisce in 25. Faccio così: Cavo 1. da 25. e mi resta 24. questo 24.

partito per 12. ( cioè per 1. manco del numero de' termini ) e mi viene 2. e questo è il numero ascendente di tal Progressione 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25.

Ma se l'ultimo termine del proposto quesito fosse stato 26. in tutti li termini vi saria qualche rotto, eccetto nel primo, ed ultimo, e stariano così.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 26.
$\frac{1}{12}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{5}{12}\ \frac{1}{2}\ \frac{7}{12}\ \frac{7}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}\ \frac{11}{12}$

Voglio dire, che il secondo termine saria 3 $\frac{1}{12}$. il terzo saria 5 $\frac{1}{6}$ ec.

### *Come si trovi la quantità dell'ultimo numero.*

Finalmente se vorrai sapere la quantità dell'ultimo termine, senza aver cognizione della qualità de' numeri, o termini di mezzi, si fa così: Primieramente si suppone la cognizione del numero de' termini, la quantità del primo termine, e del numero ascendente. Ciò saputo, dal numero de' termini si cava l'Unità, e quello che resta, si moltiplica per il numero ascendente, ed a questo Prodotto aggiugnendo la quantità del primo termine, questo aggregato sarà la quantità dell'ultimo termine. Mi dichiaro con un bel quesito.

Un Pastore interrogato quante Pecore avesse, rispose. Io mi trovo aver Pecore in 15. luoghi, e per ogni 3. che n'abbia nel primo luogo, n'ho 5. nel secondo luogo, n'ho 7. nel terzo, e così successivamente negli altri. Nel primo luogo ho Pecore 9. Fate voi il conto ec. Or dimando: Quante Pecore saranno nell'ultimo luogo? Quante saranno in tutto? E quante in ciascun luogo?

In questo quesito sta registrata la nostra proposta. Li 15. luoghi sono il numero delli termini di questa Progressione. Il primo termine è noto, perchè vi sono Pecore 9. Il numero ascendente si trova così nel caso nostro. Se nel primo luogo vi sono Pecore 9. cioè ( tre volte 3. nel secondo ne saranno tre volte

5. ( cioè 15. ) e nel terzo tre volte 7. ( cioè 21. ) ec. come disse il Pastore. Sicchè il numero ascendente sarà 6. Or pratichiamo il quesito.

Per saper quante Pecore siano nell'ultimo termine di questa progressione Aritmetica, faccio così. Dal numero de' termini cavo l'Unità, cioè 1. mi resta 14. quale moltiplicato per 6. ( differenza, o numero ascendente ) fa 84. al quale aggiugnendo le Pecore 9. del primo luogo, o termine fanno 93. e tante Pecore sono nell'ultimo luogo, o termine.

Quante Pecore siano in tutta la Progressione, già ho insegnato il modo di ridurle; tuttavia mi piace di replicarlo. Uniscansi insieme le Pecore del primo, ed ultimo termine, e saranno 102. la cui metà sono 51. e questo 51. moltiplicandolo per 15. ( numero delli termini della Progressione ) ne produce 765. e tante Pecore ha in tutto il Pastore.

Quante Pecore poi siano per ciascun luogo, o termine della Progressione, basta aggiugnere di termine in termine 6. Pecore, come quì si vede il tutto registrato.

9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. 57. 63. 69. 75. 81. 87. 93.

La somma delle quali sono appunto Pecore 765.

## CAPITOLO III.

### *Delle Progressioni Geometriche.*

Progressione Geometrica è un ordine di più numeri, che si vanno avanzando l'un l'altro con eguale moltiplicità, o proporzione, cioè, che un numero, e termine di qualsi glia Progressione Geometrica avanza, ed è sempre maggior del termine antecedente il doppio, o tre, o quattro, o cinque volte più ec. Secondo la denominazione dalla Progressione, come si vede in questi esempj, ed altri infiniti, che si potriano proporre.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. ec.
1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 1983. ec.
3. 6. 12. 14. 48. 96. 192. 384. 668. ec.

Il Denominatore è sempre quel numero per il quale le si moltiplica ciascun termine della Progressione. Chi volesse proseguir avanti qualsivoglia Progressione Geometrica, basta a moltiplicare sempre successivamente l'ultimo termine per il Denominatore d'essa Progressione. Ma chi volesse tornare indietro, e continuarla in infinito ( il che si può fare ) basta a dividere il minor estremo per il denominatc, così.

512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 2. 1. $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}$ ec.

### *Proprietà delle Progressioni Geometriche.*

LA proprietà delle Progressioni Geometriche è questa, che la moltiplicazione de' termini estremi, ovvero egualmente distanti dagli estremi producono un istesso numero. Voglio dire, che a moltiplicar il primo termine con l'ultimo, il secondo col penultimo, ed il terzo con l'antepenultimo ec. produranno un'istesso numero, e se li termini della Progressione fossero dispari moltiplicando in se stesso il termine di mezzo, lascierà, o produrrà parimente numero eguale al prodotto di qualsivoglia copia, detta di sopra. Per esser chiara l'operazione, non porto esempio.

### *Modo succinto, e facile per sommare ogni Progressione Geometrica.*

VOlendo raccogliere, ovvero sommare, ed unire insieme tutti li termini di qualsivoglia Progressione Geometrica, non solo principiante dall'Unità, ma anco da qualsivoglia altro numero, si fa così.

Sempre si cava il primo termine dall'ultimo, ed il restante sempre si parte per un manco del numero denominante tal Progressione, ed il Quoziente aggiunto all'ultimo termine, darà la somma cercata di tutta la Progressione, alla pratica.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187.
4. 16. 64. 256. 1024. 4096.

Nella prima di queste due Progressioni, il Denominatore della quale è 3. perchè ciascun termine si moltiplica per 3. ( affine d'aver il termine, che siegue ) cavando il primo termine ( cioè 1. ) da 2187. ne resta 2186. quale partendo per 2. ( cioè per un manco del Denominatore ) ne viene di Quoziente 1093. il quale aggiunto all'ultimo termine, fra tutti e due fanno 3280. e tanto è la somma di tutta quella Progressione.

Esempio nella seconda proposta Progressione, il cui Denominatore è 4. Cavando il primo termine (cioè 4.) dall'ultimo 4096. ne resta 4092. quale diviso per 3. ( cioè per un manco del Denominatore ) ne viene di Quoziente 1364. quale unito con 4096. ( ultimo termine ) fa 5460. e tale appunto è la somma di tutta quella Progressione.

Questo istesso ordine si tiene per sommare qualsivoglia Progressione straordinaria, come la sesquialtera, che s'avanza un tanto, e mezzo. La sesquialtera, che s'avanza un tanto e $\frac{1}{3}$. Parimente se s'avanzassero un tanto, e $\frac{1}{3}$ ovvero un tanto, ed $^{1}$ ec. Come queste quì sotto notate, e simili.

Sesquialtera, 16. 24. 36. 54. 81.
Il suo Denominatore è 1 $\frac{1}{2}$.
Sesquiterzia. 81. 108. 144. 192. 256.
Il suo Denominatore è 1. $\frac{1}{3}$.
Superpraziente. 27. 45. 75. 125.
Il suo Denominatore è 1 $\frac{2}{3}$.

Sapendo la somma d'una quantità di termini di qualsivoglia Progressione doppia, che comincia dall'Unità, e volendo con prestezza trovare la somma d'altrettanti termini, quanti sono quei già noti, senza scriverli, per regola ferma generale, si fa così: Ecco 5. termini 1 2. 4. 8. 16. La somma de' quali è 31. Volendo sapere la somma di 10. termini, aggiungo alla somma di questi 5. termini l'Unità ( cioè il primo termine) e fa 32. quale moltiplicandolo in sè stesso, fa 1024. dal quale cavando per regola ferma il primo termine, resta 1023. e questo è la somma di 10. termini. S'io volessi la somma di 20. termini, basta aggiugnere l'

Unità alla somma delli 10. termini ( cioè al 1023. e tornariano 1024. e questo moltiplicandolo in se stesso, e poi cavandone 1. resteria 1048 575. per la somma di 20. termini, e questo basti, per dar campo all' intelletto. Vero è, che chi avesse voluto sapere alla prima la somma di 20. termini, non occorreria cavare l'Unità, se non dall'ultima quadratura, poichè se si cava dalle quadrature di mezzo, bisogna poi aggiugnerla subito per fare l'altra operazione ec.

### *Bellissima qualità delle Progressioni Geometriche.*

Qualsivoglia Progressione Geometrica, che comincia dall' Unità ha questa bellissima, ed utile proprietà, che qualsivoglia termine moltiplicato in sè stesso forma un numero, che serve per quel termine tanto lontano da esso, quanto lui è lontano dall' Unità. In oltre moltiplicando un numero, qualsisia, con un altro maggiore, si produce un altro numero, da collocare in quel termine tanto lontano dal numero maggiore, quanto il minore è lontano dall' Unità, dalla quale operazione si cava il modo di formare una Progressione con l'ajuto d'alcuni pochi termini descritti, ma per maggior franchezza sotto la Progressione Geometrica si mette la Progressione Aritmetica naturale, che non serve ad altro, che a collocare con prestezza, e senza errore li termini della Progressione Geometrica, ed acciò l'esperienza faccia chiaro il tutto, qui sotto metterò in ordinanza la proposizione. La prima fila sarà la Progressione Geometrica, l'altra la naturale.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64. | 256. | 1024. | | | |
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. |

Alla pratica. Moltiplicando ( per esempio ) il 16. in se stesso fa 256. e perchè il 16. è sopra il 4. della Progressione naturale, ciò vuol significare, che siccome il 16. a mano manca ha 4. termini verso l'Unità, con il suo Prodotto 256. va collocato lontano 3. termini verso mano dritta, cioè sopra l'8. ec.

All' altra pratica. Voglio un numero da mettere sopra il 10. Per trovarlo, basteria a moltiplicare in sè stesso il 32. posto sopra il 5. ma lo voglio trovare per l'altro modo così. Bisogna, che io trovi due numeri nella Progressione naturale, che sommati insieme facciano 10. e questi sono 4. e 6. E perchè questi due numeri hanno sopra di sè 16. 64. moltiplico questo 16. col 64. e mi danno 1024. da collocare sopra il 10. e se ne farai prova, troverai, che detto 1024. è tanto lontano dal 64. quanto il 16. è lontano dall' Unità, come dissi da principio. Vero è, che il più franco modo di formare qualsivoglia Progressione sia il moltiplicare successivamente ciascun termine per la denominazione di essa.

Non ho trovato li numeri di tutta la Progressione, acciò l'operazione spicchi meglio. Se vorrai li numeri da mettere sopra il 7. sopra il 9. e sopra l'11. opera come sopra, col qual ordine si tiraria in lungo la Progressione, quanto piace. Anzi questo istesso modo si tiene con qualsivoglia Progressione, che non comincia dall' Unità, purchè il numero prodotto dalla moltiplicazione, si parti per il numero del primo termine della Progressione, perchè il Quoziente sarà il numero, che si cerca.

## CAPITOLO IV.

### *Quesiti solubili per le Regole delle Progressioni.*

Per fine di questo Trattato delle Progressioni voglio sciogliere alcuni quesiti, quali sebbene pareranno superflui, e leggieri, ad ogni modo dispongono l'ingegno dell' uomo per filosofare, e per apprendere cose più alte ec.

### *Quesito Primo.*

Si partono nell'istesso punto, o tempo da certo luogo un Corriere, e Sempronio per andare a Roma, e il Corriere non vuol fare altro, che 20. miglia il giorno, e Sempronio dice, che il primo giorno farà un miglio, il secondo due, il terzo tre, e così proseguendo do crescendo un miglio il giorno, si dimanda in quanto tempo Sempronio raggiugnerà il Corriero?

Chiara cosa è, che quando Sempronio raggiugnerà il Corriere tanto l'uno quanto l'altro dovriano aver fatto l'istesso viaggio, ed aver camminato tanti giorni egualmente per uno, onde simili quesiti non si possono risolvere se non per la Regola delle Progressioni, poco avanti insegnata, onde al viaggio del Corriere, che sono miglia 20. che fa ogni giorno si raddoppia, e farà 40. al quale levatovi il viaggio, che fa Sempronio il primo giorno resta 39. onde dico, che in 30. giorni Sempronio aggiugnerà il Corriere. Questa ragione si approva, che moltiplicando li giorni 39. per le miglia 20. che fa ogni giorno lo Corriere faranno miglia 780. Sicchè se Sempronio in giorni 39. avrà fatte le suddette miglia 780. facendo il viaggio ( come propone il quesito ) sarà la verità, la qual cosa non si può ritrovare se non con la regola delle Progressioni dimostrata al Cap. II. delle Progressioni Aritmetiche continue, onde essendo le Progressioni presenti 39. aggiugnendovi un'unità fanno 40. che divisi per 2. Regola generale, danno 20. il quale moltiplicato per giorni 39. ne tornano le miglia 780. tanto quanto fece il Corriere, e da questo si conosce, che senza la proprietà delle Progressioni non si potrà mai dare soluzione a simili quesiti. Sicchè in giorni 39. il Corriere, e Sempronio si troveranno in Roma, essendosi partiti in un sito distante da Roma miglia 780.

Ma supposto, che il Corriere facesse miglia 25. $\frac{1}{2}$ il giorno, e Sempronio ne facesse uno il primo giorno 3. il secondo, 5. il terzo 7. il quarto, e così crescendo due miglia ogni giorno in quanto tempo s'allongariano. Tanto si opera in questo, come nel primo modo sopraddetto raddoppiando il viaggio, che fa il Corriere, che sono miglia 25. $\frac{1}{2}$ e fanno 51. del quale levatovi il viaggio, che fa Sempronio del primo giorno ( cioè miglio uno ) resta 50. numero di Progressione, al quale levatovi l'unità resta 49. che diviso per 2. ne viene 24. $\frac{1}{2}$ al quale aggiugnendovi il primo termine fa 25 $\frac{1}{2}$. Adunque in giorni 25 $\frac{1}{2}$. Sempronio si troverà col Corriere, e così si procede con qualsivoglia altro simile.

### *Quesito Secondo.*

Sono due Formiche in un piano lungo palmi 100. l'una da un capo, e l'altra dell'altro capo. Una di loro cammina il giorno $\frac{1}{3}$ di palmo, e la notte ne torna indietro $\frac{1}{4}$ di palmo, l'altra Formica cammina il giorno $\frac{1}{5}$ di palmo, e la notte ne torna indietro $\frac{1}{6}$ di palmo. Dimando, in quanto tempo s'incontreranno insieme queste due Formiche?

Molti in simili quesiti hanno sbagliato, ed il loro errore è fatto manifesto dal Tartaglia part. 2. lib. 1. cap. 15. quesito 27. Per regola infallibile si fa dunque così.

Primieramente s'unisce insieme il viaggio, che fra tutte due fanno le Formiche di giorno, e quello che fanno di notte, cavando il viaggio del ritorno, che fanno di notte dal viaggio, che all'innanzi fanno di giorno. Il viaggio del giorno è $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{5}$ e fra tutte e due $\frac{8}{15}$. Il viaggio della notte è $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{6}$ e fra tutte e due $\frac{5}{12}$. Cavando $\frac{5}{12}$ da $\frac{8}{15}$ resta $\frac{7}{60}$. Adunque le Formiche fra giorno, e notte s'avvicinano $\frac{7}{60}$ di palmo, ma perchè all'ultimo giorno, nel quale s'incontreranno le Formiche, non le seguirà la notte, che le faccia tornar indietro, però bisogna cavare dalli palmi 100. quei $\frac{5}{12}$ che di notte si slontanano l'una dall'altra, e resteranno palmi 99. $\frac{7}{12}$. Fatto questo si dice: Se $\frac{7}{12}$ di palmo si fanno in un sol giorno palmi 99. $\frac{7}{12}$ in quanti giorni si faranno? Si faranno in giorni 853 $\frac{4}{7}$. Ma perchè in simili quesiti quel rotto, cioè $\frac{4}{7}$ non dice il vero, per rispetto dell'ultimo rotto, che manca, tal rotto s'aggiusta nel giorno seguente, così. Bisogna vedere quanto viaggio abbiano fatto le Formiche in quei giorni 853. intieri. Facendone prova $\frac{7}{60}$ il giorno, avranno fatto palmi 99.$\frac{31}{60}$ quali cavati da palmi 100. ne resta $\frac{29}{60}$. Finalmente bisogna vedere in quanto tempo dette Formiche faranno questo rotto $\frac{29}{60}$ a ragion del viaggio, che fanno il giorno fra tutte, e due

due non computandovi il ritorno, che fariano la notte; dicendo. Se $\frac{8}{15}$ di palmo si fanno in un giorno, in quanto tempo si faranno $\frac{20}{60}$? Si faranno in $\frac{29}{31}$ di giorni, quali aggiunti alli 853. giorni intieri, fanno in tutto giorni 853. ore 21. minuti 45. cioè $\frac{3}{4}$ d'ora.

### *Quesito Terzo.*

Uno piglia a far un Pozzo nuovo fondo piedi 24. per Scudi 60. di fattura. Avendone cavato piedi 18. trova l'acqua, nè può passar avanti. Nacque gran lite fra il Maestro, ed il Padrone, perchè il Maestro pretendeva di esser pagato a proporzione della profondità, ed il Padrone voleva pagarlo a proporzione della fatica, poichè più laborioso assai saria l'avere a cavare qualsivoglia de' restati piedi 6. che qualsisia de' già cavati piedi 18. Fu giudicato, che il Maestro fosse pagato a ragion di fatica. Dimando. Quanto deve aver di ragione?

Quì bisogna osservare, che quei piedi 24. di profondità formano una Progressione Aritmetica, in modo tale, che la Terra di ciascun piede successivamente porta maggiore tratto, e fatica nel cavarlo fuori, e però unendo la fatica del primo piede con la fatica dell'ultimo, la fatica del secondo con quella del penultimo ec. si vengono ad agguagliare tutti a due a due. Ora, per risolvere il quesito, si somma la Progressione di tutti li piedi 24. che doveva avere di profondità il Pozzo, e s'avrà 300. Si somma anco la Progressione de' piedi cavati 18. si avrà 171. e poi si dice: Se 300. deve avere Scudi 60. Quanti n'avrà 171.? Operando avrà Scudi 34. Paoli 2. Bajocchi 0. E tanto appunto deve avere il Maestro per li cavati piedi 18.

Simile Quesito propone Fra Luca dal Borgo, ed insegna il suddetto modo di risolverlo, e sebbene il Tartaglia, l'Unicorno, ed altri lo censurano, per non potersi provare matematicamente, che il secondo piede sia di fatica doppia al primo, il terzo di fatica tripla ec. a me pare però, che sia il più ragionevole. Anzi, se non matematicamente, naturalmente almeno si può

provare, che la fatica sarà più che dupla più che tripla ec. Lo dicano li Contadini, che cavano li fossi, e quei, che ne' Fiumi alzano gli Argini. Se la Terra si gitta alta solamente un piede, o due, si tien sodo tutto il giorno con soavità mercenaria, ma se la Terra si gitta alta 5. 6. ovvero più piedi, è tanto grave la violenza, ed agitazione del corpo, che rende impossibile il durarvi.

Quanto poi alla Terra, che si tira sù con la Mastella, certo, che porta duplicata, triplicata fatica ec. non solamente *extensive* ma anco *intensive*, perchè certo è, che la terra dell'ultimo piede non solo tira sù 24. volte più del primo; ma quanto più è distante, tanto più aggrava le braccia, e la vita di chi fatica, e sebbene, quanto all'empire la Mastella pare non vi sia la dovuta aumentata fatica totalmente, si può però compensare, e colla maggior fatica, che *intensive* si prova nel tirar sù la Terra, e per il maggior pericolo, in cui si espone, cavando più sotto ec.

### *Quesito Quarto.*

Un contadino vende un Cavallo ad un Gentiluomo per tanto Formento in questa forma. Che quando l'uno consegna il Cavallo, l'altro gli dia un sol grano di Formento, l'altro giorno ne dia 2. grani, il terzo giorno ne dia 4. e così per 30. giorni continui proseguisca secondo l'ordine della Progressione Geometrica doppia. Dimando. Quanti grani, e quante Corbe di Formento costerà il Cavallo a ragione di Stara 2. e di lib. 250. per Corba, e di Quarte 5. il Staro? Di più quanto verrà venduto detto Cavallo a ragione di lire 7. la Corba del Formento?

Quanto al ritrovare la quantità de' grani, già si è insegnato il modo, ma tuttavia lo voglio dimostrare in operazione per maggior pratica, e intelligeuza d'altri simili quesiti.

4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8192
16384
32768
65536
131072
262144
524288
1048576
2097152
4194304
8388608
16777216
33554432
67108864
134217728
268435456

536870912
536870911

Grani 1:073:741:823 di Formento.

I quali Grani si devono ridurre in tante Corbe; onde fa d'uopo il vedere quanti Grani di Formento facciano una libbra mentre, che la libbra si divide in oncie 12. ciascun'oncia in 24. Scrupoli, e ogni Scrupolo in 24. Grani, e ciascun grano pesa quanto un Grano di Formento. Onde Grani 6912. fanno una libbra, che divisi li Grani 1073741823 di Formento ne viene lib. 155344 $\frac{1365}{2306}$ le quali di nuovo divise per libbre 140. ( quantità d'una Corba ) ne vengono Corbe 1109. Quartaroli 9. Quarticini 5. $\frac{11769}{40355}$ il quale a ragione di lir. 7. la Corba il Cavallo saria venduto lire 77674. 2 $\frac{5}{8}$ onde si vede, che il contratto fatto dal Contadino fu buono. Non dimostro l'operazione stante che il tutto si ritrova con l'operazione della Regola del tre.

| | |
|---|---|
| Oncie | 12 |
| | 24 |
| Scrupoli | 288 |
| | 24 |
| Grani | 912 |

## *Quesito Quinto.*

Uno vuol dare ad un altro un milion d'oro, se per giorni 64. gli vuol dare tanto Formento secondo l'ordine della Progressione Geometrica doppia, cominciando il primo giorno con un sol grano. Dimando: Si può pagare questo milion d'oro?

Il presente quesito è in tutto simile al passato, operando secondo l'ordine del sommare le Progressioni Geometriche, onde tutta la conclusione sta notata quì sotto, essendovi il numero de' Grani di Formento, delle libbre, stara, e moggia. Supponendo, che stara 20. facciano un moggio, uno staro pesi lib. 65. ciascuna Barca levi moggia 4000. e ciascun moggio costi solamente scudi 10. di Paoli.

Grani di Formento. $\overset{3}{18}.446.\overset{2}{744}.073.709.\overset{1}{551}.615.$

Div. gran. 6912. Quoz. lib. $\overset{2}{2.668}.\overset{1}{702}.793.627.\frac{109}{768}.$

Div. lib. 65. Quoz. Stara $\overset{2.}{283}.785.\overset{1}{749}.377.717\frac{27}{61}.$

Div. Star. 20. Quoz. moggia $\overset{2}{14}.\overset{1}{189}.287.468.885\frac{17}{20}.$

Div. 4000. Qu. Barche per levarlo $3.567.\overset{1}{321}.867.\frac{3063}{7000}.$

Se tante se ne trovassero in tutto il Mondo, mi rimetto ec.

La valuta di tutto il Formento è Scudi di Paoli num.
2 1
14.189.287.468.885.
Se quel dal million d'oro si sia ingannato, si vede.

Altre cose si potriano proporre, nelle quali non voglio perder il tempo. Col precedente, e con un poco d'ingegno s'arriverà al tutto.

## CAPITOLO I.

## TRATTATO D'ESTRAZIONE DI RADICE.

LA settima, ed ultima spezie dell'Algorismo si chiama estrazione di radici, le quali sono innumerabili, e di varie spezie. E siccome la radice delle piante ec. è la parte più bassa, che stà sotto la terra, e dalla quale derivano li rami, le foglie, li fiori, e li frutti, così ( per similitudine ) qualsivoglia numero, moltiplicato in se stesso, viene ad essere la radice di quel suo Prodotto, ma perchè quel primo Prodotto può successivamente andarsi moltiplicando per la medesima radice, ne siegue, che li Prodotti saranno innumerabili, e per distinguere l'uno dall'altro, avranno diversa denominazione, e per conseguenza la radice ancor lei ( se bene è sempre l'istessa ) nondimeno per la relazione, che ha con qualsivoglia suo Prodotto, sarà diversamente denominata.

Qualsivoglia numero, moltiplicato in se stesso produce un numero quadrato, e quel numero, che lo produce, sarà la sua radice. Moltiplicando poscia detto numero col suo quadrato, produce un numero, chiamato cubo. Moltiplicando dipoi col cubo, produce un numero chiamato quadrato di quadrato. Moltiplicandolo col quadrato di quadrato, ne produce un numero, detto primo relato. Moltiplicandolo in oltre col primo relato, produce un numero detto quadrato cubo, e così successivamente, come quì sotto nella radice 2. si fa con esempio chiaro.

La radice quadra è la prima di tutte, e però ne siegue che ogni volta, che si dica radice ( senz'altro ) s'intende, e deve intendere della radice quadra, nelle altre spezie di radici si suol mettere la denominazione.

### *Estrazione di Radici.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | via | 2 | fa | 4 | Quadrato. |
| 2 | via | 4 | fa | 8 | Cubo. |
| 2 | via | 8 | fa | 16 | Quadrato di quadrato. |
| 2 | via | 16 | fa | 32 | Primo relato. |
| 2 | via | 32 | fa | 64 | Quadrato cubo. |
| 2 | via | 64 | fa | 128 | Secondo relato. |
| 2 | via | 128 | fa | 256 | Quadrato di quadrato di quadrato. |
| 2 | via | 256 | fa | 512 | Cubo di cubo. |
| 2 | via | 512 | fa | 1024 | Quadrato primo relato. |
| 2 | via | 1024 | fa | 2048 | Terza relato. |
| 2 | via | 2048 | fa | 4096 | Cubo del quadrato di quadrato. |
| 2 | via | 4096 | fa | 8192 | Quarto relato. |
| 2 | via | 8192 | fa | 16384 | Quadrato del secondo relato. |
| 2 | via | 16384 | fa | 32768 | Cubo del primo relato. |

E così procedendo in infinito. E quello si dice della radice 2. ( pigliata per esempio ) si dice, e fa a proposito per qualsivoglia altro numero. Adunque il 2 sarà la radice di tutti li suoi Prodotti soprascritti, e perciò si chiamerà radice quadra in risguardo al 4. Radice cuba in risguardo al 8. Radice quadra della radice quadra in risguardo al 16. Radice prima relata in risguardo a 32. e così in risguardo agli altri suoi Prodotti, avrà altra denominazione ec.

CA-

## CAPITOLO II.

### *Modo di cavare la Radice Quadra da' Numeri.*

NE' numeri minori ( cioè sino a 100.) se sarà numero quadrato, non porta difficoltà alcuna, ed ogn' uno, che sappia le seguenti moltiplicazioni, saprà cavarne da se la radice a mente; ma se non sarà precisamente numero quadrato, e sia di qualità, o quantità discreta ( perchè il Matematico tiene l'Unità per indivisibile ) in tal caso si cava la maggior radice ch' abbia quel numero, ed il resto si nota per avanzo. Per esempio.

Un Cittadino ha 81. Cipressi, de' quali ne vorria formare un quadro perfetto, con quantità eguale per ciascuna fila. S'addimanda: Quanti Cipressi ha da far piantare per fila?

*Moltiplicazioni da sapersi a mente.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | via | 1 | fa | 2 |
| 2 | via | 2 | fa | 4 |
| 3 | via | 3 | fa | 9 |
| 4 | via | 4 | fa | 16 |
| 5 | via | 5 | fa | 25 |
| 6 | via | 6 | fa | 36 |
| 7 | via | 7 | fa | 49 |
| 8 | via | 8 | fa | 64 |
| 9 | via | 9 | fa | 81 |
| 10 | via | 10 | fa | 100 |

Cavando la radice da 81. ne viene precisamente 9. e tanti Cipressi ha da far piantar per fila, ma se li Cipressi fossero 82. o altro numero maggiore ) ma non quadro ) si diria, che per fila ne deve piantar 9. e poi n'avanza 1. non potendosi dar a ciascuna fila la sua porzione precisa senza tagliar l'avanzo in pezzi. Il che saria sproposito.

Quando si tratta d'estrazione di radici ( regolarmente parlando ) sempre s'intende di quantità continua, massime di superficie, la cui Unità è divisibile in infinito, e però in tal caso si cava la radice maggiore dal numero, e l'avanzo si mette sopra una virgoletta in modo di rotto, e sotto di esso si colloca la radice medesima, ma raddoppiata. Per esempio.

Un Cittadino ha un bel Giardino quadro perfetto, l'area superficiale del quale è piedi 86. pur superficiali. S'addimanda: Quanti piedi lineali sarà ciascun lato di detto Giardino?

La radice di 86. è 9. ed avanza 5. il quale posto sopra la virgola, e sotto di essa ponendo la radice duplicata starà così 9 $\frac{5}{18}$. Adunque il suddetto Giardino è lungo per ogni verso piedi lineali num. 9. $\frac{5}{18}$ se bene non perfetto. Lo sbaglio però è insensibile nella radice, come di sotto si mostrerà.

### *Modo d'approssimarsi più alla verità nelle Radici Sorde.*

ESsendo, che molte volte si danno numeri da quadrarsi, quali non danno la Radice giustamente, ma vi resta un'avvnzo, quale si deve compartire nei lati, onde avanti d'insegnare il modo di levare la Radice a più numeri, si deve sapere il modo di formare il Rotto per approssimarsi più alla verità di dette Radici quadre, le quali quando non siano perfette, si chiamano Radici sorde, onde dal sottoscritto esempio ponendo l'operazione in margine, quale servirà per Scuola a qualsisia altra operazione, mentre operasi sempre nell'istesso modo. Supposto adunque, che si dicesse. Trovatemi la Radice Quadra di questo numero 90. la qual Radice è 9. e avanza 9. che duplicato la Radice fa 18. sicchè la Radice sarà 9. $\frac{1}{2}$ vedo se questa sia sua Radice vera, moltiplico il quadrato 9. $\frac{1}{2}$ insieme, e ne viene 90. $\frac{1}{4}$ onde supera $\frac{1}{4}$. Per vedere di appressarsi più possibile che sia alla verità, raddoppiasi la Radice 9. $\frac{1}{2}$ e fa 19. con il quale divido $\frac{1}{4}$ e ne viene $\frac{1}{76}$ il quale levato dalla Radice 9. $\frac{1}{2}$ resta la Radice 9. $\frac{37}{76}$ che tale sarà la Radice più prossima del numero 90. mentre moltiplicato in se stesso 9. $\frac{37}{76}$ ne torna il numero proposto 90. con un sopra più di $\frac{1}{5776}$ ( cosa insensibile veramente ) perchè considerasi la vera Radice, quella la quale, o che supera nel rotto con un numeratore assai lontano dal denominatore, perchè come si disse nel trattato del Sommare de' Rotti, si considera il numeratore tante parti del suo denominatore, che forma l'intero, ovvero quella la quale manca di qualche cosa insensibile, e questa si chiamarebbe Radice scarsa, al contrario di quella, che sopravanzando qualche cosa si dice Radice Abbondante, onde per maggiore intelligenza dimostro l'operazione.

**Radice**

$90$

$9\frac{1}{2}$

**Moltiplico**

$9\frac{1}{2}$ — $9\frac{1}{2}$

$19$ — $19$

$4\ (\ 361$

$90\ \frac{1}{4}$

**Raddoppio**

R. $9\frac{1}{2}$

$2$

$19$

**Parto**

$\frac{9}{0} \times \frac{1}{4}$

$\frac{1}{76}$

**Sottro**

$9\frac{1}{2}\ \frac{7}{38}$

$\frac{1}{76}\ \ 1$

Radice $9\frac{7}{76}$

**Prova**

$9\ \frac{3}{7}\frac{7}{6}$ — $9\ \frac{3}{7}\frac{7}{6}$

$721$ — $721$

$76$ — $76$

$721$

$1442$

$5047$

$5776\ (\ 519841$

$(\ 90$

···· $\frac{1}{577}$

### *Come si cavi la Radice Quadra de' numeri maggiori.*

NUmero maggiore è qualsivoglia numero, che sia più di 100. onde avendo a cavare Radice da un numero maggiore di 100. insegno il modo assai facile

quale sarà dimostrato sul seguente esempio. Si dimanda la Radice Quadra di questo numero 78624. Primieramente si scriverà un punto sopra la figura 4. poi si anderà verso mano sinistra, e si punterà la figura 6. tralasciando di puntare la figura 2. e così tralasciando la figura 8. si punterà la figura 7. e se il numero fosse di più figure si seguirà con l'istesso ordine, puntando sempre una figura sì, e l'altra nò, avvertendo però di cominciare a puntare la prima figura da mano destra, e proseguire verso mano sinistra, con l'ordine sopra detto, e se il numero fosse disparo, sempre l'ultima figura resterà puntata, ma essendo il numero paro essa ultima figura sarà senza punto. Puntate che si avranno le figure si comincia dalla parte destra a cavar la Radice, pigliando sempre la figura puntata, quando sono dispari, come sono li proposti. Onde cavasi la Radice di 7. che sarà 2. perchè 2. via 2. fa 4. il quale è numero quadrato di 7. e avanza 3. a canto al quale si notano li altri due numeri 86. e fa 386. e il duplicato della Radice 2. fa 4. il quale serve per partitore, e nel 386. v'entra 8. il quale notato in radice, e accompagnato con il 4. forma un partitore 48. che serve a 386. onde avanza 2. al quale postovi l'altre due figure 24. fa 224. Si forma il partitore col raddoppiare la Radice 28. e fa 56. il quale nel 22. non vi entra, sicchè in Radice si nota un zero, e questo notato a canto al 56. farà 560. per doppio della Radice, e la Radice 78624. sarà 280. $\frac{224}{560}$ quale schisato farà $\frac{2}{5}$. La prova si fa moltiplicando insieme la Radice, che tornerà il numero 78624. come dall'operazione si vede. Per vedere poscia se sia giusta Radice, se ne puol fare l'operazione come sopra; ma dall'operato nel presente si vede esser abbondante di $\frac{4}{25}$.

## Operazione.

Rad.

. . .
78624
2 8 0

$\frac{48}{560}$ 386
224
112( —
(560
$\frac{2}{5}$

Prova

280 $\frac{2}{5}$ 280$\frac{2}{5}$

1402 — 1402

5 — 5

2804
196280

25(1965605

78624$\frac{4}{25}$

Per maggior capacità di questo propongo altro esempio di più numeri. Trovate la Radice quadra di questo numero.

. . . . . .
3754678974
6 1 2 7 5

154
3367
92389
666074
avanzo 53349

Prova

| 6 | 6 |
|---|---|
| 0 | 6 |

121

61
2

1222

612
2

12247

6127
2

122545

Prova
61275
61275

306375
428925
122550
61275
367650

3754625625
avanzo 53349

3754678974

---

Da questo quesito si può capire come da qualsisia quantità trovar si possi la Radice quadra, per questo modo facile, e sicuro, si fa ancora la prova del nove alla Radice, con questa differenza, che nelle altre operazioni ( come si dimostra nel primo trattato di questo Libro ) si fanno per moltiplicazione, che nella Radice si fanno per sommazione, onde prima si somma insieme l'avanzo della Radice, e fa 15. ch'è 6. si nota nel lato sinistro della Croce, poscia si somma la Radice, e fa 21. che forma 3. il qual quadrato fa 9. e nella Croce si nota un zero, che sommano con il 6. fa 6. da notarsi sopra la Croce verso mano destra, poscia sommato tutto il numero proposto fa 51. che unito è 6. e perchè i numeri de' lati della Croce a mano destra sono eguali si conosce l'operazione essere buona.

### *Come si cavi la Radice quadra da' numeri rotti, e da sani, e rotti.*

PRima d'ogni cosa bisogna sempre ridurre il rotto alla sua minima denominazione. E poi. Se il rotto è formato di Numeratore, e Denominatore quadrato ( come sono questi, ed altri $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{}{16}$ $\frac{9}{16}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{4}{25}$ $\frac{9}{25}$ $\frac{16}{25}$ ec. ) basta cavar la Radice dal Numeratore, e dal Denominatore, e collocare ogni Radice al suo luogo sotto, o sopra la virgola. Per esempio la Radice di $\frac{4}{9}$ sarà $\frac{2}{3}$ di $\frac{9}{16}$ sarà $\frac{3}{4}$ di $\frac{16}{25}$ sarà $\frac{4}{5}$ ec.

Ma se l'uno, o l'altro numero, che forma il rotto, ovvero tutti e due non fossero numeri quadrati, per cavarne la radice quadra più prossima nel più sicuro, e facile modo si fa così. Si moltiplica il Numeratore col Denominatore, e la Radice propinqua di tal Prodotto si parte per il Denominatore del rotto, e così il Quoziente sarà la radice cercata. Sia l'esempio in $\frac{5}{7}$. Il moltiplicato di 5. con 7. fa 35. la cui prossima radice è 5. $\frac{10}{12}$ cioè 6. Dividasi adunque 6. per 7. e ne verrà $\frac{6}{7}$. Sicchè la Radice di $\frac{5}{7}$ sarà $\frac{6}{7}$ e la Radice di $\frac{4}{5}$ sarà $\frac{9}{10}$ ec.

### *Sanì, e Rotti quadri.*

SE fosse proposto un numero sano accompagnato da qualche rotto, la Radice quadra, o più prossima si cava così: Primo si riducono li numeri sani alla natura del suo rotto ( supposto nella minima denominazione ) e s'uniscono con esso. Fatto questo, se tanto il Numeratore, quanto il Denominatore di tal unione sarà numero quadrato, tal numero sano, e rotto proposto sarà parimente quadrato, la cui radice si trova così: Si cava la Radice del Numeratore, e questa radice partendola per la Radice dal Denominatore, il quoziente sarà la Radice del proposto numero sano, e rotto. Per esempio serva 5 $\frac{19}{25}$. Questi sono $\frac{144}{25}$. L'uno, e l'altro numero è quadro. La Radice di 144. è 12. e la radice di 25. è 5. Adunque dividasi 12. per 5. ed il Prodotto 2 $\frac{2}{5}$ sarà la radice quadra del proposto 5 $\frac{19}{25}$.

### *Sani, e rotti non quadri.*

MA dopo d'aver ridotto li sani alla natura del loro rotto, se il Numeratore, o Denominatore, ovvero l'uno, e l'altro non sarà numero quadrato, questo fa manifesto, che nè anco il numero sano, e rotto proposto può esser numero quadrato, la Radice sorda, o propinqua del quale si cava, come si fa quelle de' rotti semplici non quadrati, cioè, si moltiplica il Numeratore per il Denominatore, e la Radice di tal moltiplicato, o Prodotto partendola per il Denominatore, e il Quoziente sarà la cercata radice propinqua del proposto número, e rotto non quadrato. Per esempio serva 5 $\frac{2}{3}$. Questi sono $\frac{17}{3}$ il moltiplicato del quale fa 51. la cui radice è 7 $\frac{1}{7}$ ( già schisato il rotto ) questo 7 $\frac{1}{7}$ dividasi per 3. Denominatore, e di quoziente ne verrà 2 $\frac{8}{21}$ e questa sarà la cercata Radice propinqua di 5 $\frac{2}{3}$.

Il modo d'approssimarsi sempre più alla verità, è quello già insegnato.

---

## CAPITOLO III.

### *Estrazione della Radice Cuba.*

LA seconda spezie d'estrazione di Radici si chiama Radice Cuba. Nelli numeri digiti, o minori la Radice è d'una sol figura, ed il suo Cubo può esser d'una, o di due, ovvero al più di tre figure. La Radice Cuba de' numeri minori, o digiti si contiene in questa tavoletta, da sapersi alla mente, ovvero da tenersi avanti nell' operare. Ma se il numero non sarà precisamente discreto, o cubo, per cavarne la Radice sorda, o più prossima, si fa così.

Radici Cube.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 |
| 3 | 9 | 17 |
| 4 | 16 | 64 |
| 5 | 25 | 125 |
| 6 | 36 | 216 |
| 7 | 49 | 343 |
| 8 | 64 | 612 |
| 9 | 81 | 729 |
| 10 | 100 | 1000 |

Numeri Cubi.

Si cava la Radice Cuba più prossima dal proposto numero, e l'avanzo si mette sopra la virgola come Numeratore. Per avere il Denominatore, si quadra la trovata Radice, la quale subito si triplica, ed al numero triplicato s'aggiugne il triplicato d'essa Radice, e questa somma sarà il Denominatore del rotto. Per esempio: La Radice Cuba di 24. è 2. ed avanza 16. per Numeratore. Il quadrato della radice 2. è 4. che triplicato fa 12. a questo 2. aggiungasi 6. ( triplicato dall'istesso 2. ) ed in tutto farà 18. e questo è il Denominatore. Adunque la Radice Cuba propinqua di 24. è 2 $\frac{8}{9}$. E che il sia vero. Cubasi questo 1. $\frac{8}{9}$ ed in fatti farà 14. 7 $\frac{80}{29}$. Errore riputato insensibile nella Radice.

### *Come si cavi la Radice cuba de' numeri maggiori.*

AVendosi a cavare la Radice cuba di 238. 328. Puntati, che saranno li due 8. trovasi nelli suddetti numeri cubi li 238. ma perchè il detto numero non vi si trova, si piglia il numero più vicino, che sarà 216. ed il qual levasi dalla somma, cioè dal 238 ed avanza 22328. notandolo sotto alli detti numeri, poi per essere 6. la radice cuba 216. come nelle 9. Radici si comprende, si servirà del 6. per quoziente moltiplicandolo in se, che sarà 36. qual notasi sotto all'8. dopo all'incontro delli detti numeri proprj della regola, cioè a dirimpetto del 6. si scriverà il 30. ed all'incontro del 36. si noterà il 300. fatto questo si moltiplica il 300. col 36. che produrrà 10800. col quale si divide il 22. 328. numero avanzato, che ne uscirà 2. con avanzato di 728. Perciò si scrive il 2. vicino al 300. e di nuovo si moltiplica il 2. in sè, che farà 4. poscia si dirà 2. via 4. fa 8. notasi il 4. appresso al 30. e l'8. sopra il 4. allora moltiplicasi il suddetto partitore 10800. con il quoziente 2. che produrrà 21600. e così moltiplicato il 30. per 6. farà 180. qual ancora moltiplicato per 4. farà 720. ultimamente si raccolgono in una somma il 21600. il 720. e l'8. che daranno 22328. simile all'avanzo dalla prima sottrazione, poi si accompagnano insieme il primo, e secondo quoziente, cioè il 6. e il 2. che faranno 62. e tanto sarà la Radice cuba di 238328. senz'alcuno avanzo.

### Operazione.

| | | |
|---|---|---|
| 36 | 238328 | 6 |
| 6 | 6 2 | 30 |
| 216 | 216 | 180 |
| | | 4 |
| 36 | 22328 | |
| 300 | 728 | 720 |
| | 728 | 8 |
| 10800 | | |
| | --- | 728 |

Per farne la prova si moltiplica il detto 62. via 62. che fara 3844. il quale moltiplicato per 62. produrrà il 238328. simile al numero proposto.

### Prova.

62
62
3844
62
7688
23064
238328

### *Modo d'approssimarsi sempre più nelle Radici cube sode.*

1 Si cuba la Radice trovata, e la differenza, cioè, tutto quello, che scarseggia, o supera il dato numero, si riserva da parte.

2 Si triplica la Radice. Il triplicato si moltiplica per l'istessa Radice, ed al Prodotto s'aggiugne il medesimo triplicato, e con questa somma si parte la differenza.

3 Ultimamente il quoziente di tal divisione s'aggiugne alla prima Radice, se mancò: ovvero si sottra, se superò il proposto numero, ed il restante sarà la Radice più propinqua della prima, e così con quest' ordine si può sempre più approssimarsi in infinito.

### *Intorno alli Rotti.*

In qualsivoglia spezie di Radice il modo di cavarle è universale, almeno in quanto all'ordine, e però quì soddisfarò per tutte le spezie di radici. Primieramente bisogna sempre ridurre il rotto alla sua minima denominazione, tanto se sarà solo, quanto se sarà accompagnato con sani.

### *Rotti soli.*

SE il Numeratore, ed il Denominatore saranno tutti e due numeri razionali, o discreti, si cava la Radice dall'uno, e dall'altro, come si fece appunto nelle quadre, però secondo la propria spezie.

Ma se l'uno, o l'altro ovvero tutti e due saranno numeri irrazionali, o sordi, per regola universale si riduce il Denominatore del rotto nella spezie di Radici più prossima inferiore, la qual col Numeratore, e dal Prodotto cavandone la proposta Radice, e poi divisa per il medesimo Denominatore, il Quoziente sarà quello si cerca. Per esempio: Volendo cavare la Radice cuba prossima di $\frac{5}{6}$ moltiplico il Numeratore col quadrato del Denominatore, e mi viene 180. Dal quale cavandone la Radice cuba più prossima mi dà $5\frac{11}{18}$. Finalmente partendo questo $5\frac{11}{18}$ per il Denominatore 6. il Quoziente $\frac{101}{108}$, sarà il cercato. Adunque la Radice cuba più prossima di $\frac{5}{6}$ sarà $\frac{101}{108}$. Ma se da $\frac{5}{6}$ volessi cavare la Radice cuba di cuba, moltiplicare il Numeratore per il quadrato di quadrato del Denominatore, e poi s'opera come sopra.

### *Sani, e Rotti.*

IN qualsivoglia specie di Radici se col rotto saranno sani, che ridotti alla natura del rotto, tanto il Numeratore, quanto il Denominatore resti numero razionale, o discreto, basta a partire la Radice del Numeratore per la Radice del Denominatore, perchè il Quoziente sarà la Radice di tal sano, e rotto. Ma dopo l'avere ridotto li sani in rotti, se il Numeratore, o Denominatore, ovvero l'uno, e l'altro fossero numeri irrazionali, o sordi si cava la Radice come s'è detto delli rotti soli irrazionali. Ma per essere cosa tanto chiara, e facile non vengo all'esempio.

---

## CAPITOLO IV.

### *Regole Universali.*

PEr non diffondermi in molte parole, e per non avere a far tante repliche, ho giudicato bene di toccare in questo luogo alcuni avvisi, o Regole universali, medianti le quali, e con l'ajuto del triangolo, che poco dopo descriverò, ogni mediocre ingegno saprà da sè medesimo cavare ogni sorta di Radici da qualsivoglia numero, e sono le seguenti.

1. In qualsivoglia spezie di Radici il proposto numero si distingue in periodi con punti. Nelle Radici quadre si puntano le figure una sì, ed una nò. Nelle cube una sì, e due di nò. Nelle quadre di quadrate una sì, e tre nò. Nelle relate una sì, e quattro nò, e così successivamente se ne lascia sempre una di più, avvertendo, che sempre si punta la prima figura verso mano dritta, e che di tante figure sarà la Radice, quanti saranno li punti notati nel proposto numero. L'ultimo periodo, cioè il primo verso mano manca, resta imperfetto quanto al numero delle dovute figure, ma non importa.

2. Per Regola universale ne'numeri minori di qualsivoglia spezie di Radici, la Radice non può mai essere più d'una sol figura, la quale si cava con l'ajuto della propria tavolina, che poco dopo si noteranno sino al terzo relato inclusive, ed il numero dal quale si cava tal radice ( come anco di ciascun periodo ne' numeri maggiori ) sarà al più nelle quadre di due figure: nelle Cube di tre, nelle quadre di due figure: nelle Cube di tre: nelle quadrate di quadrate di 4. ec.

3. Nelli numeri maggiori di qualsivoglia spezie di Radici, il primo numero radicale facilissimamente si trova così. Basta a cavare la Radice dal primo periodo verso mano manca, o perfetto, o imperfetto che sia, sottrando il sopra più, ed al residuo aggiugnendovi la prossima prima figura dell'altro periodo. Per trovar il secondo numero radicale, si fanno tante operazio-

zioni prima di perfezionare l'opera, quante sono le figure d'un periodo in ciascuna spezie di radici; ciascuna delle quali operazioni, o prodotti si cava dal residuo dell'altra; e per ciascheduna sempre si tira giù una figura successivamente, come si costuma ne' partiri a danda, meglio mi dichiarerò col triangolo.

4. Nelle suddette operazioni bisogna avvertire, che quando qualche Prodotto non si potesse cavare dal residuo dell'altra operazione, bisognerai calare, o diminuire il secondo numero radicale. Occorre anco alle volte, che in dette operazioni avanza più del Divisore, ma non pregiudica.

5. Quando il proposto numero avesse più di due punti, s'opere per avere il terzo numero radicale come s'operò per aver il secondo, ma però come se le due prime figure fossero una sol figura, e per avere il quarto, s'opera, come se le tre prime fossero una sola figura ec.

6. In qualsivoglia spezie di radici, tanto ne' numeri minori, quanto ne' maggiori se il proposto numero sarà sordo, o irrazionale, cavata la più prossima Radice, che sia in esso, per regola universale l'avanzo si mette per numeratore sopra la virgola. Il modo di formare il Denominatore l'insegnarò col triangolo.

7. Nelle Radici quadre, e cube sorde si può approssimare sempre più alla verità, ma nell'altre spezie maggiori non occorre, perchè 10. 20. 30. 40. e più Unità in spezie più alte, è minor sbaglio, che una sola Unità nelle Radici quadre.

8. In ogni spezie di radici tutti quei numeri, che mancano d'una sola Unità ad esservi razionali, riescono senza rotto, ma facendone poi la prova naturale, supererà d'una Unità il proposto numero (errore però insensibile nella Radice.)

9. L'avanzo non può esser mai più del Denominatore, e se fosse, bisogneria crescere la seconda figura radicale.

10. La prova naturale, si fa quadrando, cubando, la Radice trovata. Se fosse sorda vi s'aggiugne l'avanzo, e se l'operazione sarà fatta bene, tornerà il proposto numero. Si provano ancora le Radici cube con la prova del 9. ma per dimostrare il modo, con cui si fa, pongo altra Radice Cuba. Adunque trovarsi la Radice Cuba di questo numero.

| | | |
|---|---|---|
| 16 | . . . | 4 |
| 4 | 78675878 | 30 |
| | 4 2 8 | |
| 64 | | 120 |
| | 64 | 4 |
| 16 | | |
| 300 | 14676 | 480 |
| | 5075 | 8 |
| 4800 | 488 | |
| | | 488 |
| 42 | 4587878 | |
| 42 | 354278 | 42 |
| | 81152 | 30 |
| 1764 | avanzo 273126 | |
| 300 | | 1260 |
| | | 64 |
| 529200 | | |
| | | 5040 |
| | | 7560 |
| | | 80640 |
| | | 512 |
| | | 81152 |

| | |
|---|---|
| 3 | 2 |
| 8 | 2 |

Cavata la Radice Cuba viene ad essere di 428. con un avanzo di 273128. Per farne la prova del 9. si levano tutti li 9. dall'avanzo, e resta 3. il quale si nota nella Croce a mano manca: poscia sommato la radice 428. fa 14. e levatone il 9. resta 5. che quadrate è 25. e cubandolo fa 125. dal quale levatovi il 9. resta 8. e questo notasi in croce al lato sinistro, che sommato con il 3. fa 11. levatovi il 9. resta 2. e notasi a mano destra della Croce: poscia si levano tutti li 6.

li *6.* del numero proposto 78675878. e perchè restavi un due simile all'altro, vedesi l'operazione star bene, e così si può provare ancora qualsisia Radice Cuba nell'istesso modo operando senza alcun'altra diversità, oltre alla prima di sopra insegnata.

Tavoline per li numeri minori sino al terzo relato:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | via | 1 | fa | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | via | 2 | fa | 4 | 2 | 8 | 2 | 8 | 2 | 32 |
| 3 | via | 3 | fa | 9 | 3 | 27 | 3 | 81 | 3 | 243 |
| 4 | via | 4 | fa | 16 | 4 | 64 | 4 | 256 | 4 | 1024 |
| 5 | via | 5 | fa | 25 | 5 | 125 | 5 | 625 | 5 | 3115 |
| 6 | via | 6 | fa | 36 | 6 | 216 | 6 | 1296 | 6 | 7776 |
| 7 | via | 7 | fa | 49 | 7 | 343 | 7 | 2401 | 7 | 26807 |
| 8 | via | 8 | fa | 64 | 8 | 512 | 8 | 4096 | 8 | 32768 |
| 9 | via | 9 | fa | 91 | 9 | 729 | 9 | 6561 | 9 | 59049 |

| | Quadr. Cub. | | Secondo Relato. | | Quad.Quad.Quad. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 64 | 2 | 128 | 2 | 266 |
| 3 | 729 | 3 | 2187 | 3 | 6561 |
| 4 | 4096 | 4 | 16384 | 4 | 65536 |
| 5 | 5625 | 5 | 78125 | 5 | 390625 |
| 6 | 46656 | 6 | 279936 | 6 | 1679616 |
| 7 | 119649 | 7 | 823543 | 7 | 5764801 |
| 8 | 262144 | 8 | 2097152 | 8 | 16777216 |
| 9 | 531441 | 9 | 4982969 | 9 | 43047721 |

| | Cubo, Cubo. | | Quad. primo relato. | | Terzo Relato. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 512 | 2 | 1024 | 2 | 2048 |
| 3 | 19684 | 3 | 59049 | 3 | 177147 |
| 4 | 262145 | 4 | 1048576 | 4 | 4194304 |
| 5 | 1953125 | 5 | 9765625 | 5 | 48828125 |
| 6 | 10077696 | 6 | 60466176 | 6 | 362797056 |
| 7 | 40353607 | 7 | 282475249 | 7 | 9773267743 |
| 8 | 134217728 | 8 | 1073741824 | 8 | 8589934592 |
| 9 | 387420489 | 9 | 3486784401 | 9 | 31381059609 |

---

3 c 2
a — b

Cubo 3 3 Cubo
Quad. Qu. 4 6 4 Quad. Qu.
P. Relato 5 10 10 5 P. Relato.
Quad. Cu. 6 15 20 15 6 Quad. Cu.
Sec. Relato 7 21 35 21 7 Sec. Relato
Qu.Qu.Qu. 8 28 56 70 56 28 8 Qu.Qu.Qu.
Cub. Cub. 9 36 84 126 84 36 9 Cub. Cub.
Q.p.R. 10 45 120 210 252 210 45 10 Q.p.R.
3. R. 11 55 165 330 462 330 165 55 11 3. R.
C.q.q. 12.66.220.495.792.924.792.495.220.66.12. C.q.q.

## CAPITOLO V.

### *Dichiarazione del sopralineato Triangolo.*

LA linea, a, b, divisa in due parti nel punto c, rappresenta li due numeri radicali ne' numeri maggiori. La parte a, c, significa il primo numero, o figura, e la parte c, b, rappresenta la seconda.

Li nomi, che sono fuori del triangolo verso mano manca, significano la dignità della prima parte della linea, ovvero della prima figura radicale, e quei che sono fuori verso mano dritta, rappresentano la dignità della seconda parte, ovvero della seconda figura radicale. Le quali dignità sono fondate nella Progressione Geometrica doppia.

Tutti quei numeri, che dalla sommità del triangolo, cioè dal numero 2. discendono dietro li due lati d'esd'esso triangolo, sono fondati nella Progressione Aritmetica naturale. Tutti gli altri numeri sparsi ordinatamente dentro queste due fila, o Progressioni, si formano unendo insieme li due numeri, che nello spazio precedente li stanno sopra. Per esempio, il *6.* del terzo spazio è composto con li due 3. che li sono sopra nel secondo spazio, e così con gli altri.

Chi volesse cavar radici di più alta dignità, basta slongare il triangolo, e si slonghino anco le Progressioni Geometriche delle dignità, e quelle Aritmetiche naturali, e poi si trovi gli altri numeri, come di sopra ho insegnato.

### *Uso, o pratica di Triangolo.*

MA per venire all'uso pratico di questo triangolo, io dico, che il cavar qualsivoglia radice da un proposto numero, si fa con tante operazioni, o Prodotti, quanti sono i luoghi caratterizzati con numeri nello spazio della Radice, che si vuole cavare, ed uno di più per regola universale, cominciando sempre dal primo numero verso mano manca. Il primo, ed ultimo prodotto è sempre operazione semplice, che si fa con la sola propria figura radicale, ma tutti gli altri sono prodotti doppj: perchè per ciascun di loro si maneggia la prima, e la seconda figura radicale. Ma come vadino maneggiate dette figure si comprende chiaramente da quelle due linee interrotte, che partendosi da ciascun numero di doppia azione, una incontra quella dignità a mano manca, che col primo numero si deve maneggiare, e l'altra incontra quella della seconda figura. Il primo prodotto dà sempre il Divisore, per trovare la seconda figura radicale. L'ultimo prodotto ( che come ho detto è semplice, e fuori del triangolo ) si forma col ridurre la seconda figura radicale alla sua dignità, e tal prodotto cavandolo dall'ultimo residuo, resta finita l'operazione.

Quando col Divisore si parte il primo, o l'altro residuo dell'operazione, bisogna avvertire, che il Quoziente non può mai essere più di 9. anzi parrà, che vi possi entrare assai, e v'entrerà poco, perchè bisogna, che avanzi tanto, che tirando giù una figura per ciascuna operazione, vi si possino poi anco cavare tutti gli altri prodotti; e però si costuma di farne esperienza appartatamente con la metà di quello, che pare potervi entrare, perchè trovandosi esser di proposito per il terzo, o quarto prodotto, gli altri poi ci verranno, posciacchè sempre diminuiscono, che così facendo, in due, o tre esperienze s'imbroccherà il Quoziente, o seconda figura radicale di proposito. Or veniamo alla pratica.

Abbiasi da cavare la Radice prima relata da questo numero 33554772. La prima figura radicale è 3. la quale si cava con l'ajuto della tavolina dal primo periodo 335. e avanza 92. che con il 5. che si tira giù, dice 925. il resto dell'operazione si fa con cinque prodotti, quattro de' quali si contengono nello spazio del primo relato, ed il quinto è quello toccato di sopra, e sono questi.

1. Per avere il Divisore 405. si moltiplica per 5. il Quad. di Quad. della prima figura radicale 3. col qual Divisore si parte il 925. e di Quoziente ne viene 2. per la seconda figura radicale.

2. Si moltiplica per 10. il cubo della prima figura radicale, ed il prodotto si moltiplica per il quadrato della seconda, e farà 1080. da sottrarsi da 1154. e resta 74.

3. Si moltiplica per 10. il cubo della seconda figura, ed il prodotto si moltiplica per il quadrato della prima, e farà 720. da cavarsi dal 747. e resta 27.

4. Si moltiplica per 5. il Quad. di Quad. della seconda, ed il prodotto si moltiplica per la semplice prima figura radicale 3. e farà 240. da sottrarsi dal 277. e resta 37.

5. Ultimamente cavando dall'ultimo residuo il relato della seconda figura ( cioè 32. ) resterà 340. per Numeratore del rotto, con che sarà finita l'operazione, come in figura si vede.

340 0
Numero . 33554772. R. prima Relata. 32 — Prova —
234....... 5.580.960 0

Div. 405 ...925
810 Radice prima Rel. 32.
Prov. 5.
Pr. resid. 1154 25 Quad.
1080 Second. Prod. Prov. 7.
35 Cub.
Sec. resid. 747 Prov. 8
720 Terzo Prod. 40 Qu.Qu.
Prov. 4
Terz. resid. 277 20 Pr. Rel.
240 Quart. Prod. Prov. 2

Quart. resid. 372 Quint. Prod.
32 Quint. Prod.
Fine dell' 340
operazione.

La prova prima relata della radice è 2. quale unita con la prova dell'ultimo residuo fa 0, perchè la prova del proposto numero è ancor essa 0, però l'operazione è ben fatta.

La prova naturale si fa relatando la Radice prima rel. 32. e tal relato aggiugnervi l'avanzo 340. poichè la somma darà il numero dal quale fu cavata la R. prima relata.

### *Modo di ritrovare il Denominatore.*

IL modo di ritrovare il Denominatore in qualsivoglia spezie di Radici, si fa con tanti Prodotti, tutti uniti insieme, quanti sono i luoghi caratterizzati dentro lo spazio della radice, che si cava, moltiplicando detti numeri con le dignità a mano manca di tutta la Radice trovata, e secondo che insegnano le linee interrotte, che si portano ad essi numeri. Sicchè il Denominatore del medesimo proposto numero si

forma con questi quattro prodotti uniti insieme.

1 Si moltiplica per 5. il Quad. di qu. del 32. (nu. radicale)
1
e fa — — 5. 242 860
2 Si moltiplica per 10. il suo cubo, qual sarà — 327680
3 Si moltiplica per 10. il suo Quad., qual sarà -- 10. 240
4 Si moltipl. per 5. la medesima Radice 32. che sarà 1. 160.

Tutti insieme fanno 5. 580. 960.
Adunque la Radice prima relata più prossima di 33554
772 sarà — — 32 $\frac{240}{5.580870}$.

### *Un' altro esempio.*

ABbiasi ancora da cavare la nona spezie di radici, detta quad. primo relato da questo numero (che riceve pur solamente due punti, 16. 679. 880. 978. 200. La prima figura radicale è 2. la quale si trova con l'ajuto della tavolina del quadrato primo relato, e avanza 543. che col 9. tirato giù, dice 6439. Il resto dell'operazione si dovria fare contro prodotti. Come si cava dallo spazio della dignità quadrata prima relata nel triangolo.

. . . . 8
16679880978200l 6.439.880.978.200. 8
1024. 20 — — — —1 —
— 6.439.880. 978. 200. Pr. 8
2 016439880978200

Primo. Per avere il Divisore 5120. si moltiplica per 10. il cub. di cub. della prima figura radicale. Questo Divisore pare, che possi entrare nel primo residuo una volta: ma per le circostanze toccate di sopra, non ci entra alcuna volta, mancandogli una sola Unità, per potervi riuscire tutti gli altri prodotti, e però si mette uno appresso la prima figura radicale, che dirà 20. Ma perchè tutti gli altri prodotti, che si dovriano fare, si riducono in nulla per rispetto di quello nell'ultimo luogo del Quoziente, resta perciò finita l'operazione. Basta aggiugnere al residuo della prima operazione tutti gli altri numeri, che ad uno ad uno, si dovevano tirar giù. Il che fatto, sarà il numeratore; e questo serva per avviso in casi simili.

Il denominatore si trova con 9. prodotti, come insegna lo spazio del Quadrato primo relato nel triangolo, e sono questi.

1. Si moltiplica per 10. il cub. cub. 2. — 1
   della Radice, che sarà ——— 5.120.000.000.000
2. Si moltiplica per 45. il Qua. quad. 2. — 1
   quad. d'essa radice 1.152.000.000.000
3. Si moltiplica per 120. il suo se- — 1
   condo Relato, che sarà ——— 153.600.000.000
4. Si moltiplica per 210. i' suo — 1
   Quad. cubo, che sarà ——— 13.440.000,000
5. Si moltiplica per 252. il suo pri- — 1
   mo Relato, che sarà ——— 806.400.000
6. Si moltiplica per 210. il suo Quad. — 1
   che sarà ——— 33.600.000.
7. Si moltiplica per 120. il suo quad., che sarà — 960.000
8. Si moltiplica per 45. il suo Quad. che sarà — 18.000
9. Si moltiplica per 10. la semplice Radice, che sarà – 200

2 1
Denominatore 6.439.880.978. 200

In questo caso il Numeratore è in quantità eguale al Denominatore, perchè il proposto numero manca d' una sola unità ad esser numero razionale, o discreto, cioè ad esser numero quadrato primo relato.

La prova della Radice 2
4 Quad.
Prova. 4
8 Cub.
Prova. 8
16 Qu. Qu.
Prova. 7
14 Primo rel.

Prova. 5
10 Primo Rel.
Prova. 1
2 Secondo rel.
Prova. 2
4 Q.Q.Q.
Prova. 4
8 Cu. Cu.
Prova. 8
16 Qu. primo rel.
Prova. 7

La prova Qu. prima relata della radice è 7. Quella del residuo è 1. quale unito col 7. fa 8. e perchè la prova del proposto numero è 8. l' operazione stà bene.

Vi resteria da provare, che questo modo d'estraere le radici, e di trovare il Denominatore, è fondato nella vera Geometria, e demonstrabile per quella linea divisa in due parti, e posta sopra il triangolo. Ma perchè tal dimostrazione ricerca fondamento di Geometria, e lunghezza di discorso per volerla far capire, perciò rimetto il studioso Lettore alla seconda Parte del non mai abbastanza lodato Niccolò Tartaglia, nella quale copiosamente ne discorre, per ciascuna specie di radici sino al terzo relato. E tanto basti in materia d'estrazione di radici.

## CAPITOLO VI.

### *Progressioni delle Dignità sino a 30. termini, e della loro origine.*

| | |
|---|---|
| 1. Unità | 1 |
| 2. Radice Generale | 2 |
| 3. Quadrato | 4 |
| 4. Cubo | 8 |
| 5. Quad. Quad. | 16 |
| 6. Primo Telato | 32 |
| 7. Quad. Cubo | 64 |

| | |
|---|---|
| 8 Secondo Relato | 128 |
| Quad. quad. quad. | 256 |
| 10 Cubo Cubo | 512 |
| 11 Quad. prim. relato | 1024 |
| 12. Terzo relato | 2.048 |
| 13. Cub. quad. quad. | 4.096 |
| 14. Quarto relato | 8.192 |
| 15. Quad. secon. rel. | 16.384 |
| 16 Cubo prim. relato | 32.768 |
| 17. Qu. qu. qu. qu. | 65.536 |
| 18. Quinto relato | 131.072 |
| 19. Quad. Cub. Cub. | 262.144 |
| 20. Sesto relato | 524.288 |
| 21. Quad. qu. prim. rel. | 1.048.576 |
| 22. Quad. terz. rel. | 2.097.152 |
| 23 Quad. terz. rel. | 4.194.304 |
| 24. Settimo relato | 8.388.608 |
| 25. Cub. qu. qu. qu. | 16.777.216 |
| 26. Ottavo relato | 33.554.432 |
| 27. Quad. quart. rel. | 67.108.864 |
| 28. Cu. Cu. Cu. | 132.217.728 |
| 29. Quad. qu. sec. rel. | 268.435.456 |
| 30. Nono relato | 536.870.912 |

LA naturale origine di tutte le suddette dignità si trovano mediante l'ammaestramento d'Eucl. lib. 9. prop. 8. qual dice così. Se saranno più numeri ( e quanti si vogliono ) dall'Unità continuamente proporzionali, il terzo dall'Unità sarà numero quadrato, e per l'avvenire ogni secondo. Sicchè tutti li termini dispari saranno quadri, come il quinto, il settimo ec. Il quarto dall'Unità sarà Cubo, e per l'avvenire ogni terzo, come il settimo termine, il 10. 13. ec. Il quinto sarà quadr. per quadr. e per l'avvenire ogni quarto, come il 9. termine, il 13. 17. ec. Il sesto sarà primo relato, e per l'avvenire ogni quinto, come l'11. 16. e 21. termine ec. E così con quest'ordine si procede in infinito. Anzi per maggior intelligenza ho posto a canto delle dignità la Progressione Aritmetica naturale, acciò con prestezza si trovi il tutto. Se

li nomi delle dignità non cadessero con l'istesso ordine, che sono scritti, non importa: basta, che siano gl'istessi nomi. Per esempio. La 25. dignità dice cub. qu. qu. qu. Se dicesse qu. qu. qu. ovvero qu. qu. cub. saria l'istesso.

## CAPITOLO VII.

### *Come si maneggino le Radici.*

QUalsivoglia spezie di radici si maneggia per tutti gli atti dell'Algorismo, come si maneggiano li numeri sani, semplici, e rotti. Vero è, che l'ordine è differente da quello, perchè nel maneggiare le radici si tiene quest'ordine, cioè Numerare, ovvero Rappresentare, Moltiplicare, Partire, Sommare, e Sottrarre. Ma ciò per comodità, non per necessità.

### *Del rappresentar delle Radici.*

SE la radice è razionale, o discreta si numera, o rappresenta semplicemente come si costuma ne' numeri sani, ovvero sani rotti. Per esempio, la radice quadra di 4. si rappresenta per numero 2. la radice cuba di 8. si rappresenta parimente per num. 2. per esser l'una, e l'altra radice razionale, e così con altre spezie di radici. Ma perchè le radici sorde non si possono assegnare precisamente nè per numero sano, nè per sano, e rotto, però tali radici si rappresentano sordamente così. Per esempio. Dovendo rappresentare, e maneggiare la radice quadra di 2. la rappresentarò in questo modo ℞. 2. E la radice cuba di 2. la rappresentarò così. ℞. cu. 3. ec. La conclusione sia, che si descrive il numero, dal quale si dovria cavare la radice, ponendovi il conveniente carattere secondo la spezie della radice. Bisogna anco avvertire, che dovendo maneggiare dette radici sorde, non si deve cavare da principio la prossima radice, per moltiplicarla, dividerla ec. perchè quel piccolo errore, che contiene ogni radice sorda in sè, moltiplicato, diviso ec. nel fine dell'operazione si faria error grande.

## *Del moltiplicare delle Radici.*

PEr bene intendere quello, che si ha da dire, bisogna sapere, che tanto fa a moltiplicare un numero con un altro, quanto che a moltiplicare qualsivoglia spezie di dignità dell'uno con la medesima spezie di dignità dell'altro, e poi dal Prodotto cavarne la Radice di quella tal spezie di dignità. Per esempio tanto fa a moltiplicare 2. per 3. quanto fa a moltiplicare il quadrato di 2. con il quadrato di 3. ( che saria 36. ) e poi cavarne la radice quadra, che pure è 6. come per altro modo. Così con qualsivoglia spezie di radici.

In tre modi può occorrere il moltiplicare delle radici ( e sempre intendo di radici sorde. ) Il primo modo è moltiplicare una radice secondo la sua spezie, cioè, s'ella è radice quadra, quadrarla: s'ella è cuba, cubarla ec. il che non è altro, che ridurre tal radice alla sua dignità. Quando adunque si vorrà moltiplicare una radice secondo la sua spezie, basta a scancellare, o depennare quel carattere, che tal radice tiene appresso di sè per propria denominazione. Vero è, che quello, che prima era lineale, si fa superficiale ec. e numero razionale. Per esempio. A quadrare ℞. 2. fa ℞. 4. ma perchè quel ℞. 4. è superficiale, e la sua radice è 2. per numero, però (come ho detto ) basta a depennare il carattere ec.

## *Moltiplicare di Radici secondo la sua spezie:*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A quadrar | ℞ | 2 | fa | 2 |
| A Cubare | ℞ Cub. | 2 | fa | 2 |
| A recar a qu. qu. | ℞ Qu. qu. qu. | 2 | fa | 2 |
| A relatare | ℞ relata | 2 | fa | 2 |
| A Quad. Cub. | ℞ Qu. Cub. | 2 | fa | 2 |
| A second. rel. | ℞ sec. rel. | 2 | fa | 2 |
| A Qu. qu. qu. | ℞ Qu. qu. qu. | 2 | fa | 2 |
| A Cub. Cub. | ℞ Cub. Cub. | 2 | fa | 2 |
| A Quad. rel. | ℞ Quad. rel. | 2 | fa | 2 |
| A terzo rel. | ℞ terz. rel. | 2 | fa | 2 |

## *Moltiplicare le radici quadre in sè.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ℞ | 2 | via | ℞ | 2 | fa | 2 |
| ℞ | 3 | —— | ℞ | 3 | —— | 3 |
| ℞ | 5 | —— | ℞ | 5 | —— | 5 |
| ℞ | 6 | —— | ℞ | 6 | —— | 6 |
| ℞ | 7 | —— | ℞ | 7 | —— | 7 |
| ℞ | 8 | —— | ℞ | 8 | —— | 8 |
| ℞ | 9 | —— | ℞ | 9 | —— | 9 |
| ℞ | 10 | —— | ℞ | 10 | —— | 10 |
| ℞ | 11 | —— | ℞ | 11 | —— | 11 |

Il secondo modo è moltiplicare una radice con un' altra radice da lei diversa, ma della medesima spezie. In tal caso si moltiplica l'una con l'altra, come si fa co' numeri, ed il Prodotto sarà quello, che si cerca. Vero è, che quando il Prodotto sarà razionale, si cava la radice razionale, come in esempio si vede quì sotto.

## *A Moltiplicare.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R. —— | 2 | via | R. —— | 3. | fa | R. —— | 6 |
| R. cub. | 2 | —— | R. cub. | 3. | —— | R. cub. | 6 |
| R. R. | 2 | —— | R. R. | 3. | —— | R. R. | 6 |
| R. rel. | 2 | —— | R. rel. | 3. | —— | R. rel. | 6 |

### *A Moltiplicare.*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R. 3 | via | R. 5 | fa | R. 15 | | | | |
| R. 2 | — | R. 5 | — | R. 16 | cioè | 4. | per | num. |
| R. 3 | — | R. 12 | — | R. 36 | cioè | 6. | per | num. |
| R. 6 | — | R. 24 | — | R. 144 | cioè | 12. | per | num. |

Il terzo modo è moltiplicare una radice per numero, o numero per radice. In tal caso si riduce il numero alla natura, o specie della radice, con la quale si ha da moltiplicare, e poi s'opera, come si è detto di sopra del secondo modo.

Per esempio. Voglio moltiplicare 5. con radice 20 ( notate bene. ) Non voglio già inferire, che s'abbia da moltiplicar 5. con 20. ma debbo moltiplicare 5. con la radice, che contiene in sè il 20. e perchè la radice di 20. non si può dichiarar per numero, il 20. viene ad essere la quadratura d'essa radice, che sta occulta in esso 20. e però bisogna quadrar quel 5. e radice 25. e poi moltiplicare 20. con vinticinque. Sicchè a moltiplicare 5. con radice 20. fa radice 500.

### *A Moltiplicare.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | via | 3 | fa | ℞. ———— | 18 |
| cub. | 2 | — | 3 | — | ℞. cub. ———— | 54 |
| ℞. | 2 | — | 3 | | ℞. ℞. ———— | 162 |
| rel. | 2 | — | 3 | | ℞. rel. ———— | 486 |
| qu. cu. | 2 | — | 3 | | ℞. ℞. qu. cu. ———— | 1458 |

### *A Moltiplicare.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | via | | 2 | fa | ℞. | 12 |
| 6 | ———— | | 5 | ———— | ℞. | 150 |
| 20 | ———— | | 4 | ———— | ℞. | 320 |
| via | | ℞. | 12 | fa | ℞. | 48 |
| ………… | | ℞. | 5 | ………… | ℞. | 125 |

L'istesso ordine si tiene con le altre specie di radici, non sol ne' numeri sani, ma anco nelli rotti, e sani, e rotti.

## *Del Partire delle Radici.*

IL partire è un atto totalmente contrario al moltiplicare, e però tal atto può occorrere in uno de' tre modi, e con l'istesse cautele, o circostanze dette del moltiplicare delle radici. Quando occorre di partire un numero per radice, o radice per numero, si converte il numero nella natura della radice. Nel resto s'abbia da partire una radice, per un altra radice a lei simile, o dissimile in quantità (ma sempre della medesima specie) sempre si parte l'una per l'altra, come si costuma ne' numeri, ed il quoziente sarà quello, che si cerca. Vero è, che quando il quoziente sarà numero razionale, si cava la sua radice razionale, come appare dalli seguenti esempj.

### *A Partire.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ℞ | ———— | 2 | per | ℞. ———— | 2 | ne viene | 1 |
| ℞ cub. | —— | 2 | — | ℞ cub. | 2 | ———— | 1 |
| ℞ ℞ | —— | 2 | — | ℞ ℞ | 2 | ———— | 1 |
| ℞ rel. | —— | 2 | — | ℞ rel. | 2 | ———— | 1 |

---

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ℞ — 24 | per | ℞ — 3 | ne viene | ℞ | 8 | | | |
| ℞ — 10 | — | ℞ — 5 | ———— | ℞ | 4 | cioè | 2. per | num. |
| ℞ — 80 | — | ℞ — 5 | ———— | ℞ | 16 | cioè | 4. per | num. |
| ℞ — 23 | — | ℞ — 27 | ———— | ℞ | 3 $\frac{1}{2}$ | | | |

### *A Partire.*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ℞ | —— | 12 | per | 2 | ne viene | ℞ | —— 3 | |
| ℞ cu. | | 12 | — | 2 | ———— | ℞ cu. | 1 | $\frac{6}{7}$ |
| ℞ ℞ | | 12 | — | 2 | ———— | ℞ ℞ | | $\frac{2}{4}$ |
| ℞ rel. | | 12 | — | 2 | ———— | ℞ rel. | | $\frac{3}{8}$ |

℞ 63 per 3 ne viene ℞ 7
℞ $4\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{7}$ ——— ℞ $10\frac{1}{2}$
4 per ℞ 5 ne viene ℞ $3\frac{1}{5}$
o ℞ — 12 ——— ℞ 3

In qualsivoglia specie di radici quando il quoziente sarà razionale, tali due radici sono comunicanti, ovvero commensurabili in lunghezza.

La prova del moltiplicare, e del partire le radici, si fa secondo l'ordine di tutti li moltiplicati, e li partiti de' numeri, cioè con l'atto contrario.

### *Del Sommare delle Radici.*

PEr bene intendere questa materia del sommare delle radici, bisogna sapere, che in ogni specie di radici ve ne sono alcune, che si chiamano fra loro comunicanti, ovvero commensurabili, ed altre no. Per conoscer in qualsivoglia spezie di radici quali siano fra loro comunicanti, e quali no, basta partire una per l'altra, perchè se il quoziente sarà razionale, tali radici saranno parimente fra loro comunicanti, e se no, saranno incommensurabili. Per esempio. La radice 5. è comunicante con la radice 80. perchè partendo 80. per 5. ne vengono 16. ( numero razionale ) la cui radice è 4. per numero.

Per un altro modo si conosce se due radici sono fra loro comunicanti, in qual modo si va diversificando di spezie in spezie. Circa le quadrate. Due radici saranno commensurabili, quando che moltiplicate l'una con l'altra producono numero razionale. Due radici cube saranno fra loro comunicanti, se moltiplicando il quadrato d'una con l'altra semplice, produce numero razionale, e così successivamente. Cioè, sempre per regola ferma si moltiplica la propinqua dignità inferiore dell'una, per l'altra semplice.

### *Come si sommano due Radici eguali.*

VOlendo sommare due radici eguali, basta a raddoppiarne una di quelle, il che si fa moltiplicandola per la dignità di 2. secondo la spezie di tal radice, come appare in esempio. Se le radici eguali da sommarsi fossero tre, si moltiplica una di esse per la dignità di 3.

*A Sommare.*

R. — 3 con R. — fa R. — 12
R. cub. 3. — R. cub. 3. R. cub. 24
R. R. 3 — R. R. 9. R. R. 48
R. rel. 3 — R. rel. 3. R. rel. 96

### *Come si sommano le Radici comunicanti.*

VOlendo sommare due radici comunicanti si parte la maggiore per la minore. Dipoi cavando la dovuta radice dal quoziente ( che sempre sarà razionale ) tal radice manifesta quante volte la maggiore contenga la minore. Fatto questo, alla trovata radice ( per regola ferma in ogni spezie di radici ) s'aggiugne l'Unità, qual unità contiene la quantità della radice minore. Ultimamente riducendo questa somma alla sua dignità, e moltiplicandola con la radice minore, il prodotto farà la somma delle proposte due radici. Per esempio. Volendo sommare la radice di 5. con la radice di 80. si parte l'80. per 5. e ne viene di radice 16. la cui radice per num. è 4. Ora dico, che questo 4. dichiara, che la radice di 80. contiene quattro volte la radice di 5. Aggiugnendo adunque l' unità al 4. fa 5. quale quadrato che sia, fa 25. e questa quadratura moltiplicandola subito per la radice minore 5. s'avrà di prodotto 125. Adunque la somma di radice 5. con la radice di 80. è la radice di 125. ( quantità irrazionale. )

### *A Sommare.*

La R. di 5 con la R. di 80 fa la R. di 125.
La R. -- 8 con la R. — 98 fa la R. — 162
La R. cub. 2 con la R. cub. 54. fa la R. cub. 128
La R. R. 3 con la R. R. 48. fa la R. R. 243
La R. rel. 4 con la R. rel. 128 fa la R. rel. 972

### *Come si sommano le Radici non comunicanti, e le Radici con numero.*

BIsogna esser avvertito, che il numero è sempre incommensurabile con qualsivoglia spezie di radici irrazionali, o sorde. Volendo adunque sommare insieme due radici non comunicanti, ovvero radice con numero, perchè è impossibile il poterle mescolare insieme, e proferirle con un sol nome, bisogna di necessità proferirle, e rappresentarle distintamente con due nomi per mezzo di questo termine. Più. Per esempio. Volendo sommare la radice di 5. con la radice di 3. diremo, che tal somma sarà la rad. di 5. più la rad. di 3. e questo si chiama semplicemente Binomio, nell'altre specie vi si aggiugne la qualità del Binomio, come di Binomio, Cubo, Relato ec.

A som. R. — 6 con R. 4 fa R. — 6 più R. — 4
R. cu. 7 — R. cub. 5 — R. cu. 7 — R. cu. 5
R. R. 8 — R. R. 6 — R. R. 8 — R. R. 6
R. rel. 12 — R. rel. 10 — R. rel. 12 — R. rel. 10
A som. R. — 20 con 3 fa R. 20 — più — 3
R. cub. 5 con 4 fa — 4 — R. cub. 5
R. R. 7 con 6 fa — 6 — R. R. 7
R. rel. 10 con 8 fa — 8 — R. rel. 10

### *Del Sottrarre delle Radici.*

IL sottrarre delle radici è un atto contrario al sommare di esse, e perciò può occorrere in tutti quei modi, che occorre il sommare di quelle. A sottrarre una radice di qualsivoglia specie da un' altra a lei eguale, ma della medesima specie sempre resta 0.

A sottrarre una radice minore da una maggiore a lei comunicante, s'opera in tutto, e per tutto come si è fatto nel sommare di esse, eccetto, che dove nel sommare s'aggiugne l'unità, nel sottrarre si leva. Per esempio. Volendo sottrarre R. 5. da R. 125. si parte la maggiore per la minore, e di quoziente ne viene R. 25. cioè 5. per numero. In vece d'aggiugnere l'unità a questo 5. si leva, e resta il 4. quale quadrandolo fa 16. col quale moltiplicando la R. 5. fa R. 80. e così diremo, che a sottrar R. 5. da R. 125. resta R. 80.

Quando s'avesse da sottrarre una radice da un' altra non comunicante, ovvero da qualche numero, bisogna rappresentarli con due nomi per mezzo di questo termine. Meno. Per esempio. Volendo sottrarre R. 3. da R. 5. si dirà, che resta R. 5. meno R. 3. e questo si chiama semplicemente residuo, se si trattasse di radice cuba, si chiameria Residuo cubo ec. Il meno abbreviato si nota così, m.

### *Modo di maneggiare le Radici in diverse specie.*

QUando s'avessero da maneggiare radici di diverse specie, si convertono ad una medesima natura, o specie, moltiplicando vicendevolmente la dignità di una con la dignità dell'altra, e poi si moltiplicano, si dividono, si sommano, e si sottrano secondo l'ordine dato nelle precedenti regole. Per esempio. Volendo moltiplicare R. 2. con R. cub. 3. per ridurle ad una medesima specie si quadra la R. cuba 3. e farà R. cub. quad. 9. dipoi si cuba la R. quad. 2. e farà R. quad. cub. 8. Fatto questo si moltiplica R. quad. cub. 8. con R. cub. quad. 9. e farà R. cub. quad. o quad. cub. 72. ( che tutto è uno ) Così, quando s'avesse da partire, sommare, o sottrarre ec.

Questo modo di sommare, e sottrarre con il termine del più, e meno, si costuma anco da' naturali nelle quantità razionali di natura diverse. Laonde si dice, che uno ( per esempio ) deve dare ogni anno al

suo Padrone 50. scudi, e più 4. para di Capponi, e più 100. Uova, meno 5. cioè 95.
E tanto basti all'ingegnoso in questa materia.

## CAPITOLO UNICO.

## TRATTATO DEL PIU', E DEL MENO.

Perchè le somme, e li resti di quelle radici non comunicanti, dichiarate col termine di più, e di meno, si maneggino fra loro, e con altre quantità per li quattro atti dell'Algorismo ( come si praticherà nel trattato de' Binomj ) in questo luogo parmi necessario l'insegnare, come si maneggino questi due termini del più, e del meno, e con falsi Binomj di quantità razionale esemplificare il tutto, acciò meglio s'intendano poi li veri Binomj. Per abbreviare scrittura, il termine di più si rappresenta così, p. ed il termine di meno in quest'altro modo, m. In oltre tutte le quantità solamente, che avanti di sè avranno il segno di meno, saranno meno, e quelle quantità, che avranno il segno di più, o non avranno segno alcuno saranno più. E queste regole del più, e del meno bisogna averle franche nella testa. Or veniamo alla pratica.

### *Sommare del più, e del meno.*

A Sommare più con più, la somma fa sempre più.
A sommar meno con meno, la somma fa sempre meno.
A sommare più con meno, o meno con più, si cava la minor quantità, ed il resto sarà della denominazione della maggiore, come in esempj si vede.

| | | |
|---|---|---|
| A somm. 10 p. 4 | A som. 12. men. 5 | A som. 9. più 3 |
| con 8 p. 3 | con 13. men. 2 | con 8. men. 4 |
| Farà 18. p. 7 | Farà 25. men. 7 | Farà 17. men. 1 |
| cioè 25. | cioè 18. | cioè 16. |

E che sia la verità. Dicasi 9. più 3. fa 12. ed 8. men. 4. resta 4. sommando 12. con 4. farà parimente 16. ( E riesce con tutti. )

| | | |
|---|---|---|
| A som. 15. men. 6 | A som. 16. più 5 | A som. 13. più 0 |
| con 13. più 3 | con. 14. men. 5 | con 9. men. 5. |
| Farà 28. men. 3 | Farà 30 —— 0 | Farà 22. men. 6 |
| cioè 25 | | cioè 17 |

### *Sottrarre del più, e del meno.*

A Sottrarre più minore da più maggiore resta sempre più.
A sottrarre più maggiore da più inferiore, s'abbatte l'inferiore, e resta meno.
A sottrarre più da meno; si somma semplicemente, e resta meno.

### *Circa il meno s'osserva l'istessa cautela, cioè.*

A sottrarre meno minore da meno maggiore, sempre resta meno.
A sottrarre meno maggiore da meno inferiore, s'abbatte l'inferiore, e resta più.
A sottrarre meno da più, si somma semplicemente, e resta più.

### *Esempj del più.*

| | | |
|---|---|---|
| A sottr. da 20. p. 5 | Da 17. p. 5 | Da 18 più 2 |
| 7. p. 2 | 9. p. 5 | 12 più 6 |
| Resta 13. p. 3 | Resta 8. p. 0 | Resta 6. men. 4 |
| Prova 20. p. 5 | Prova 17. p. 5 | Prova 18 più 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Da | 25. men. 3 | Da | 26. men. 3 |
| | 7. più 5 | | 12. più 3 |
| Resta | 18. men. 8 | Resta | 14. men. 6 |
| Prova | 25. men. 3 | Prova | 26. men. 3 |

### *Esempj del meno.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A sott. da | 19. men. 5 | Da | 15. men. 3 | Da | 25 men. 4 |
| | 14. men. 3 | | 10. men. 3 | | 18. men. 7 |
| Resta | 5. men. 2 | Resta | 5. men. 0. | Resta | 7. più 3 |
| Prova | 49. men. 5 | Prova | 15. men. 5 | Prova | 25. men. 4 |
| A sott. da | 26. più 2 | Da | 18. più 4 | Da | 20. più 0 |
| | 17. men. 5 | | 13. men. 4 | | 12. men. 5 |
| Resta | 9. più 7 | Resta | 5. più 8 | Resta | 8. più 5 |
| Prova | 26. più 2 | Prova | 18. più 4 | Prova | 20. più 0 |

La prova si fa con l'atto contrario, cioè sol sommare.

### *Moltiplicare del più, e del meno.*

A Moltiplicare più con più, o meno con meno, fa sempre più.

A moltiplicare più con meno, e meno con più, fa sempre meno.

Questi moltiplicati si possono far per Crocetta, o per Scacchiero, ma più lodo quest'ultimo, perchè serve molto bene non solo per li Binomj, ma per li Trinomj, e Moltinomj ancora. Bisogna ancora avvertire, che in questi Moltiplicati non si portano via le decine, ma ogni prodotto si descrive intero con il carattere di più, o di meeo, secondo le regole date di sopra. Alla pratica.

---

A Moltiplicare per Crocetta. Per Scacchiero:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 8 più 4 | | 15 men. 3 | | 9 men. 2 | | 9 più 4 |
| per | 6 | per | 7 | | 8 men. 3 | | 5 men. 3 |
| Fa | 43 più 24 | Fa | 105 men. 21 | Fa | 72 me. 41.p.6 | | me. 27 me. 12 |
| | che saria 72 | | che saria 84 | | che saria 35 | | 45 più 20 |
| | | | | | | Fa | 45 men. 7 men. 12 |
| | | | | | | | che saria 62 |

### *Partire del più, e del meno.*

IL partire del più, e del meno ha l'istesse cautele che il moltiplicare, cioè:

A partire più per più, e meno per meno fa sempre più.

A partire più per meno, o meno per più, fa sempre meno.

## TRATTATO DE' BINOMJ.

PEr bene intendere il sommare, sottrarre, moltiplicare, ed il partire qualsivoglia specie di Binomio, bisogna aver bene a memoria il sommare, sottrarre, moltiplicare, ed il partire delle radici, e parimente del più, e del meno, il che sapendo, è poi facile il maneggiare li Binomj per tutte le specie dell'Algorismo.

Non mi curo di definire in questo luogo, che cosa sia Binomio, e quante siano le di lui specie, sì perchè s'aspetta alla quantità continua, e per esser bene inteso, ci vorria buon fondamento in Geometria, sì anco perchè appieno soddisfaccio in un Memoriale Geometrico, che a Dio piacendo sarà esposto al pubblico, ma quì pretendo solamente d'insegnare il modo di maneggiare qualsivoglia Binomio, o residuo per tutte le specie dell'Algorismo.

# CAPITOLO I.

## *Del Sommare de' Binomj, e Residui.*

QUanto al Sommare, può occorrere d'avere a sommare un binomio, o residuo con una quantità di un sol nome come di numero solo, o di R. sola, oppure con un altro binomio, o residuo, la qual quantità binomio, o residuo può essere comunicante, in parte, o in tutto con l'altro binomio, o residuo ( il che bisogna sempre avvertire molto bene ) e poco importa, che siano comunicanti, o per Crocetta, o quel di sotto con quel di sopra. Dal che si cava, che sommando un binomio, o residuo, con un altro binomio, o residuo, resterà alle volte solamente un binomio, o residuo, alle volte resterà un trinomio, e quando non fossero comunicanti in parte alcuna, si formeria un quadrinomio, e parimente sommando una quantità di un sol nome, con un binomio, o residuo non comunicanti, si formeria un trinomio, come in esempj si vede.

Quì rinfresco alla memoria, che il numero non è mai comunicante, o commensurabile con qualsivoglia specie di radici, ma numero con numero è sempre commensurabile, e si sommano semplicemente. In qualsivoglia proposto esempio le radici, che tengono appresso di sè questo segno * sono fra loro comunicanti, però si sommano, come ho insegnato, e come ricerca la regola del più, e meno.

| | |
|---|---|
| A som. con radice 20. p. 3<br>questo 4<br>Farà radice 20. p. 7 | A som. con radice 20. m. 3<br>questo 4<br>Farà radice 20. p. 1 |
| A som. con 10. più rad. 3 *<br>questa radice 27 *<br>Farà 10. p. radice 48 | A som. con 10. m. radic. 3 *<br>questa radice 27 *<br>Farà 20. più radice 12 |

A sommare con radice 20 * più 3
questa radice 5 *

Farà radice 45. p. 3

A sommare con 6. p. radice 5
questa radice 7

Farà 6. p. rad. 5. p. rad. 7

| | |
|---|---|
| A sommare con 6. men. R 5<br>questa R 7<br>Farà 6 men. R 5. p. R 7 | A som.* con R 42 men. R 5<br>questa R 5<br>Farà R 32 appunto. |
| A sommare con 7 più R 27 *<br>questo 9 più R 3 *<br>Farà 12 più R 48 | A somm. con 7 men. R 27*<br>questo 5 men. R 3*<br>Farà R 12 men. R 48* |
| A sommare con 7 più R 27 *<br>questo 5 men. R 3 *<br>Farà 12 più R 12 | A som. con 9* ✕ più R 20*<br>questo R 80* men. 3*<br>Farà R 180 men. 6 |

A som. con R 20 × *men. 3*
questo 3 *p. R 5*

Farà R 45 appunto.

A som. con R 20* × men. 3*
questo 3 men. R 5*

Farà 5 appunto

Questi tre due ultimi esempj sono comunicati per crocetta.

A sommar con 6 più R 2*
questo R 18* più R 10

Farà 6 più R 32 più R 10

A sommar con 6 men. R 13
questo ℞ 13 più ℞ 7

Farà 6 più ℞ 6

A sommar con 7 più R 3
questo 19 più R 5

Farà 7 p. R 3 p. R. 19 R. 5

Nel sommare due residui, ovvero un Binomio con un residuo, si suol tirare una lineetta curva nel rappresentare tal somma fra l'uno, e l'altro residuo, perchè non facendo così, alle volte tal somma si potria intendere in due modi. E per maggiore intelligenza ne pongo quì sotto tre esempj.

A sommare con R. 20. men. R. 6
questo R. 13. men. R. 2

Farà R. 20. men. R. 6. ( p. R. 13. men. R. 2

A sommar con R. 12. più R. 5
questo R. 3. men. R. 2

Farà R. 12. p. R. 5 ( p. 3. men. R. 2

---

A sommare con R. 24. men. R. 7
questo R. 12. più R. 5

Farà 14 men. R. 7. ( p. R. 12. più R. 5

## CAPITOLO II.

### *Del Sottrarre de' Binomj, e de' Residui.*

IL sottrarre de' Binomj, e de' Residui, è un atto contrario al sommare d'essi, e può occorrere nel modo medesimo, nè vi è altra differenza, se non che dove nel sommare si sommano li nomi comunicanti, nel sottrarre si sottrano, avendo però sempre risguardo al sottrarre delle radici, e del più, e del meno. E perchè il sottrarre è la prova del sommare, esemplificarò alcuni di quegli esempj posti nel sommare, con l'aggiunta di quegli avvisi, che hanno qualche essenzialità.

A sottrarre da rad. 20. più 7
questo 4

resta rad. 20. più 3

A sottrarre da rad. 20 più 1
questo 4

resta rad. 20. men. 3

A sottrare da rad. 45* più 3
questa rad. 5*

resta rad. 20. più 3

A sott. da rad. 50. più R. 10
questo 6

resta rad. 50. più rad. 10. m. 6

A sott. da R. 19. man. R. 4.
Questa R. 2

resta rad. 29. m. rad. 3. m. R. 2

A sottrarre da rad. 19.
Questa rad. 3. p. rad. 2

resta R. 19. m. ( R. 3. più R. 2

Quando la quantità d'un sol nome non sarà comunicante con alcuno de'nomi binomj, o residui, tal resto bisognerà rappresentarlo con un residuo trinomiale, come si vede ne' tre ultimi esempj, e sebbene nell' ultimo v'è un più, questo significa ancor lui meno. Voglio dire che da 19. s'ha da cavare 3. e di più ancora 2. che restariano 14. come nel penultimo esempio appare. Sicchè l'ultimo, e penultimo esempio sono l'istesso. Ho esemplificato, come fosse quantità razionale.

A sott. da 12. p. rad. 48*
questo 5. p. rad 3*
resta 7. p. rad. 27

A sott. da 12. p. rad. 12*
questo 5. m. rad. 3*
resta 7. p. rad. 3*

A sottrar da 12. men. rad. 48*
questo 5. men. rad. 3*
resta rad. 7. men. rad. 3*

A sottrar da 20. più rad. 7
questo 8. più rad. 5
resta 12. più rad. 7. men. rad. 5

A sottrar da 20. men. R. 7
questo 8. men. R. 5
resta 12. men. (R. 7. più R. 5

A sottrarre da 20. men. R. 7.
questo 8. più R. 5
resta 12. men. (R. 7. men. R. 5

A sottrar da R. 24. più R. 14
questa R. 7. più 2
resta R. 24. più R. 14. men. (R. 7. più 2

A sottrar da R. 24. men. R. 14
questa R. 7. più 2
resta R. 24. men. R. 14. men. (R. 7. più 2

A sottrar da 20. più R. 7
questo 8. men. R. 5
resta 12. più R. 7. più R. 5

A sottrar da R. 15. più R. 6
questa R. 10. più R. 6
resta R. 15. più R. 10

A sottrar da R. 24. men. R. 14
questa R. 7. men. R. 2
resta R. 24. men. R. 14. men. (R. 7. men. 2.

A sottrar da R. 24. più R. 14
questa R. 7. men. R. 2
resta R. 24. più R. 14. men. R. 7. men. 2. )
ovvero R. 24. più R. 14. più R. 2 men. R. 7.

S'osservi bene li soprascritti esempj, perchè alcuni restano di due, altri di tre, ed altri di quattro nomi, secondo che li binomj, o residui fra loro sono più, o meno comunicanti. Con l'istesso ordine precedente si sommano, e sottrano li Binomj, con li Trinomj, Quadrinomj ec. non solo nelle radici quadre, ma nelle cube, quadrate di quadrate ec. avendo sempre l'occhio al sommare, e sottrarre delle radici comunicanti, e del più, e meno.

## CAPITOLO III.

### *Del Moltiplicare de' Binomj, e Residui.*

IL moltiplicare de' binomj, e residui, e moltinomj può occorrere in varj, e diversi modi, come in esempj quì sotto si vede. Si può procedere per via di Crocetta, o per Scacchiero. Ne' Moltinomj è meglio Scacchiero, ma ne' binomj, e residui di due nomi, è più sbrigata la Crocetta. Abbiasi bene l'occhio al moltiplicare delle radici con numero, e del più, e del meno. Fatta la moltiplicazione, se nel Prodotto vi fossero radici comunicanti, o numeri semplici, si sommano, o sottrano secondo che vuole la regola, acciò il prodotto resti di minori nomi, e perciò più intelligibile. Li numeri semplici sono sempre fra loro comunicanti. In esempio pongo solamente le radici quadre, e le cube, ma con l'istesso ordine, e regole si moltiplicano ancora le spezie di radici più alte.

A moltiplicare R. 20. più 2
per 9
Farà R. 1620. più 18

A moltiplic. 10. più R. 5. men. R. 3
per 4
Farà 40. più R. 80. men. R. 48

A moltiplicare 40. più R. 10
per R. 5
Farà R. 8000. più R. 50

A moltiplicare R. 20. men. 2.
per 9
Farà R. 1620. men. 18

A moltiplicare R. cub. 128. più 3
per 2
Farà R. cub. 1024. più 6

A moltiplicare 6. più R. cub. 2
per R. cub. 3
Farà R. cub. 648. più R. cub. 6

Il modo di quadrare qualsivoglia specie di binomio è l'istesso, che moltiplicare un binomio con un altro binomio simile, e si fa così ( per il modo più leggiadro. ) S'uniscono insieme li quadrati delli due nomi di tal binomio con il doppio della moltiplicazione d'un nome nell'altro, perchè tal somma sarà la ricercata quadratura. Ma se fossero residui il doppio del prodotto d'un nome nell'altro si sottra dalla somma de' quadrati, ed il resto sarà quello si cerca. Si può procedere ancora per via di Crocetta, o per Scacchiero. Abbiasi l'occhio al sommare due radici eguali. Quì pongo tre esempj, Eucl. l. 3. prop. 4.

A moltiplicare 5. più R. 3
per 5. più R. 3

Farà 28 più R. 300

A moltiplicare 10. men. R. 5
per 10. men. R. 5

Farà 105 men. R. 2000

A moltiplicare R. cub. 4. men. R. cub. 2
per R. cub. 4. men. R. cub. 2

Farà R. cub. 16. men. 4. più R. cub. 4

### *Esempio di Binomio con Binomio, e di Residuo con Residuo.*

A moltiplicare 5. più R. 2
per 4. più R. 3

Farà 20. più R. 32. più R. 75. più R. 6

A moltiplicare 5. men. R. 2
per 4. men. R. 3

Farà 20. men. R. 32. men. R. 75. più 6

A moltiplicare R. 24. men. 3
per R. 6. men. 2

Farà 12. men. R. 54. men. R. 96. più 6
cioè 18. men. R. 54. men. R. 96
cioè 18. men. R. 299

A moltiplicare R. cub. 7. più R. cub. 3
per R. cub. 5. più R. cub. 2

Farà R. cu. 35. più R. cu. 15. p. R. cu. 14. più R. cub. 6
In questo esempio vi sono R. e numeri comunicanti.

### *Esempio di Binomio con Residuo, ed e contra.*

IL modo di molciplicare un binomio con un residuo, o residuo con binomio è lo stesso usato di sopra ne' binomj con binomio ec. Basta aver ben l'occhio al moltiplicare del più, e del meno.

Quando s'avesse da moltiplicare un binomio con un residuo eguale, il prodotto sarà sempre razionale, per esser ciascun nome comunicante col suo relativo nella medesima proporzione. L'istesso accade della moltiplicazione d'un residuo con un Binomio qualsisia, purchè abbia la medesima qualità, Euclide lib. 10. prop. 113. e 114. Ma per conoscere se vi sia questa qualità, basta a moltiplicarla in croce, perchè, se produrranno quantità eguale ( ancorchè una sia più, e l'altra meno ) il binomio col residuo saranno comunicanti, ed avranno la suddetta qualità.

Il più breve modo di moltiplicare questa sorte di binomj con residui è questo. Si cava il quadrato, o la moltiplicazione de' nomi minori dalla moltiplicazione de' nomi maggiori, ed il restante sarà la ricercata moltiplicazione. Come in esempio quì sotto si vede.

A moltiplicare 6. più R. 2
per 6. men. R. 2

sarà 34

A moltiplicare R. 18. più 3
per R. 18. men. 3

Farà 9

A moltiplicare R. 32. men. R. 10
per R. 32. più R. 10

Farà 22

A molt. 15. men. R. 72
per 10. più R. 32

Farà 102

A moltip. R. 27. più R. 18
per R. 12. men. R. 8

Farà 6

A moltiplicare R. 20. più R. 12
per R. 5. men. R. 3

Farà 4

Questa Regola ha luogo solamente nelle radici quadre. Ma chi volesse trovare una quantità, che moltiplicata per un detto binomio, o residuo, producesse quantità razionale in qualsivoglia specie di radici, si fa così: Si trovano tanti termini proporzionali in continua proporzionalità, secondo la proporzione del proposto binomio, o residui. Trovati che siano li dovuti termini, questi saranno quella cercata quantità, che moltiplicata per il detto binomio, o residuo, produrrà numero semplice, cioè quantità razionale. Nelle radici cube si trovano tre termini, nelle radici di radici se ne trovano quattro, nelle relate cinque, e così successivamente ec.

Quando li trovati termini s'hanno da moltiplicare per un binomio, si notano vicendevolmente col termine di più, e di meno, cominciando sempre col più; ma con residuo si notano sempre tutti col termine di più. Il modo di trovare questi termini si dirà nel seguente trattato delle proporzioni. Alla pratica.

Ricerco, che mi sia trovata una quantità, che moltiplicata per questo binomio R. cub. 6. per R. cub. 4. il prodotto sia numero razionale. Quale sarà tal quantità?

La proporzione del proposto binomio, cioè di R. cub. 6. a R. cub. 4. è la proporzione sesquialtera. Ora, perchè il binomio è di radice cuba, si debbono trovar tre termini continui proporzionali in proporzione sesquialtera, quali termini sono questi 36. 24. 16. Adunque descrivendo questi tre termini, come ho insegnato di sopra, staranno così R. cub. 36. men. R. cub. 24. più 8. cub. 28. e questa è quella quantità, che moltiplicata col proposto binomio R. cub. 6. più R. cub. 4. darà nel prodotto numero razionale. Quì sotto pongo alcuni esempj per filosofarvi sopra.

A moltip. R. cub. 36. men. R. cu. 24. più R. cu. 16.
per quest. Binom. R. cu. 6. men. R. p. cu. 4.

fa 10 appunto.

A moltip. R. cub. 36. più R. cu. 24. più R. cu. 16
per questo residuo R. cu. 6. men. R. cu. 4.

fa 2 appunto.

A moltip. RR. 64. men. RR. 48. più RR. 36. men. RR. 27
per questo Binomio RR. 4. più RR. 3

fa precisamente 1

A moltip. RR. 64. più RR. 48. più RR. 36. più RR. 27
per questo residuo RR. 4. men. RR. 3

fa precisamente 1

Il modo brevissimo, e facilissimo di moltiplicare, o di trovare il prodotto di questi, e simili quesiti è questo: Per regola ferma sempre si riducono li due nomi del binomio, o residuo alla loro dignità, e per ciò fare, basta lo scancellare, o immaginarsi scancellati quei caratteri R. cub. ( o altri che siano ) perchè le figure medesime diveranno numero razionale, e faranno la pretesa dignità. Fatto questo, se li termini da moltiplicarsi col proposto binomio, o residuo saranno pari, tanto ne' binomj, quanto ne' residui, si cava semplicemente la dignità minore del binomio, o residuo della dignità maggiore di essi, ed il resto sarà la ricercata moltiplicazione, o prodotto. Ma se li termini saranno dispari, per li binomj si sommano, e per li residui si sottrano le suddette dignità, e quel che ne risulta sarà il preteso prodotto. Sicchè nel proposto quesito sommando 6. con 4. fa 10. e però si concluclude, che a moltiplicare R. cub. 36. men. R. cub. 24. più R. cub. 16. per questo binomio R. cub. 6. più R. cub. 4. fa precisamente 10. per numero razionale. L'istesso verria operando alla lunga, ma per rispetto del più, e del meno tutte le operazioni intermedie si consumano fra loro, e fanno 0. Or vedasi l'ordine amirabile, che fra di loro hanno le varie specie di binomj, e residui.

### *Esempio di Trinomio con Binomio, e Trinomio.*

A moltiplicare 10. più 6. R. 6. più R. 2.
per 5. più R. 3.

più R. 300, più R. 18. più R. 6.
50. più R. 150. più R. 50.

Farà 50. più R. 300. più R. 150, più R. 128. più R. 6.

La R. 50. è comunicante con la R. 18. però sommandole, fanno R. 128.

A moltiplicare R. 10. più R. 7. men. R. 5.
per R. 8. più R. 3. men. R. 2.

men. R. 20. men. R. 14. più R. 10.
più R. 30. più R. 21. men. R. 15.
R. 80. più R. 56. men. R. 40.

Farà R. 80. più R. 56. men. R. 40. più R. 30. più R. 21. men. R. 20. men. R. 15. men. R. 14. più R. 10.
ovvero R. 80. più R. 56. più R. 30. più R. 21. più R. 10. men. (R. 40. più R. 20. più R. 15. più R. 14.)

## CAPITOLO IV.

### *Del Partire de' Binomj, e Residui.*

IL Partire è atto contrario al Moltiplicare de' binomj, e residui, anzi uno è la prova dell'atto contrario, e per essere negozio facilissimo nel partire per una quantità sola, qui sottopongo alcuni pochi esempj di quantità razionale, ed irrazionale, corrispondenti a quei del moltiplice.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A partire per | 9 | A partire per | 9 |
| R. 1620. più | 18 | R. 1620. men. | 18 |
| ne viene R. 20. più | 2 | ne viene R. 20. men. | 2 |
| A partire per | 2 | A partire per R. | 5 |
| R. cub. 1024. più | 6 | R. 8000. più R. | 50 |
| ne viene R. cub. 128. più | 3 | ne viene 40. più R. | 10 |
| A partire per | 4 | A partire R. cub. | 3 |
| 40. più R. 80. men. R. | 48 | R. cub. 648. più R. cub. | 6 |
| ne viene 10. più R. 5. m. R. | 3 | ne viene 6. più R. cub. | 2 |

### *Modo di partire ogni quantità per qualsivoglia specie di Binomio, o Residuo.*

PEr bene intendere questa spezialissima regola, bisogna sapere, che tanto fa a partire un numero per un altro, quanto che a moltiplicare detti due numeri per qualsivoglia altro numero a capriccio, e poi partire un prodotto per l'altro. Per esempio. A partire per 5. questo 30. di Quoziente ne viene 6. Ora, moltiplicasi a capriccio quel 5. e quel 30. per 8. che farà 40. e 240. Dividendo poi 240. per 40. ne viene parimente 6. come prima.

Perchè adunque non si può partire un numero per qualsivoglia spezie di binomio, o di residuo, se prima non si riduchino ad una medesima natura, perciò bisogna sempre trovare (per la regola insegnata di sopra ) una quantità, che moltiplicata col proposto binomio, o residuo ( Divisore ) produchi quantità razionale. Trovata tal quantità, per essa si moltiplica il Divisore, ed il numero da partirsi. Finalmente partendo un prodotto per l'altro, il Quoziente sarà la divisione cercata. Alla pratica.

Abbiasi da partire 10. per questo Binomio R. 15. più R. 3. Primieramente bisogna moltiplicare il 10. ed il binomio, per il suo residuo, cioè per R. 15. men. R. 3. Moltiplicandolo col binomio, s'avrà 6. per Divisore razionale, e moltiplicandolo col 10. s'avrà R. 1500. meno 30. da partirsi per 6. Fatta la divisione, di Quoziente ne verrà R. 41. $\frac{2}{3}$ meno 5. come in figura si vede.

A partire per R. 15. più 3. questo 10. ne viene R. 41. $\frac{2}{3}$ men. 5.
residuo R. 15. m. 3. R. 15. m. 3

Divisore 6. Num. da par. R. 1500. meno 30
Quoziente R. 41 $\frac{2}{3}$ meno 5

Ma ricordatevi, che per dividere la R. 1500. bisogna quadrare il 6. cioè si deve partire 36. ma il 30. per esser numero razionale, si parte semplicemente per 6.

Se s'avesse da partire per R. 15. meno 3. questo 10. si pigliaria il suo binomio R. 15. più 3. operando come sopra.

Quando s'avesse da partire una quantità per un Binomio, o per un residuo, li nomi de' quali fossero di specie diversa ( come per esempio R. cub. 9. più R. 5. ) in tal caso si riducono li nomi del binomio, o residuo ad una medesima natura, e poi si opera come sopra. Voglio dire, bisogna quadrare la R. cub. 9. e cubare la R. 5. e avremo poi questo binomio R. cub. quad. 81. più R. quadra cub. 125.

Moltiplicando adunque tal quantità col binomio, si avrà 20. per Divisore, e moltiplicandola col 10. da partire s'avrà R. cu. 36000. men. R. cub. 44000. più R. cub. 16000. Fatta la divisione, ne torna di Quoziente R. cub. 36. men. R. cub. 24. più R. cub. 6. ma ciò accade accidentalmente. Se il numero da partirsi fosse più di 10. non saria così. Con l'istesso ordine s'opera nelle altre spezie di binomj, o residui, non solo quando s'avesse da partire una sola quantità razionale, ma irrazionale ancora, ovvero un binomio, trinomio, moltinomio, o residuo. Tutto il punto sta in trovare quella quantità, che moltiplicata col binomio, o residuo ( che sempre supponiamo per Divisore di quantità razionale. )

Quando occorresse di partire una quantità per un trinomio, e moltinomio, in tal caso si forma un rotto, ponendo la quantità da partire sopra la virgola, ed il divisore sotto di essa, come in figura si vede.

A partire 50. per 16. più R. cub. 5.
più R. cub. 3. ne viene $\frac{50}{16.\ \text{p.}\ ℞.\ \text{cu.}\ 5.\ \text{p.}\ ℞.\ \text{cu.}\ 3}$

A part. ℞. cu. 25. per ℞. cu. 15. men. ℞. ℞. cu. 25.
cu. 12. p. 30. ne viene $\frac{℞.\ \text{cu.}\ 25.}{℞.\ \text{cu.}\ 25.\ \text{men.}\ ℞.\ \text{cu.}\ 12.\ \text{p.}\ 36}$

Vero è, che dovendo partire per un trinomio quadro, tal divisore si può ridurre in due colpi a quantità razionale. Per esempio. A partire 10. per ℞. 6. più ℞. 3. più ℞. 2. primieramente *ad libitum*, si converte un più del trinomio in meno ( e sia l'ultimo) che poi dirà ℞. 6. più ℞. 3. meno ℞. 2. Fatto questo, si moltiplica il 10. ed anco il proposto trinomio per questo ℞. 6. più ℞. 3. meno ℞. 2. e per divisore verrà questo binomio ℞. 72. più 7. e per numero da partire verrà questo trinomio ℞. 600. più ℞. 300. men. ℞. 200. Adesso si moltiplica il binomio ℞. 72. più 7. per il suo residuo ℞. 72. meno 7. e per divisore razionale s'avrà 23. Si moltiplica anco per detto residuo la ℞. 600. più ℞. 300. meno ℞. 200. e poi al solito si parte un prodotto per l'altro.

Quando li nomi del binomio, o residuo, per li quali si deve partire una data quantità, non fossero d'una medesima natura, bisogna ridurveli, come di sopra s'è detto.

## CAPITOLO V.

### *Delle radici Universali.*

QUì parmi luogo di proposito per discorrere delle radici universali. Le radici adunque universali sogliono accadere, quando nel fine di qualche operazione ne abbisogni rappresentare la radice di qualche quantità di due, o più nomi. Per esempio. Volendo rappresentare la radice di questo trinomio 12. più ℞. 15. più ℞. 11. perchè fin'ora non si è trovato modo di cavarne realmente la radice di tali quantità, ma solo si è trovata regola per farle capire all'intelletto umano, e per maneggiarle sino al fine di qualche operazione per tutti gli atti dell'Algorismo. L'istesso può accadere nelle quantità cube, e d'altra specie ec.

Ma perchè il senso di tale operazione porta qualche ambiguità, però con binomio, e trinomio di quantità razionale chiarificherò la mente anco de' meno speculativi. Per esempio. Abbiasi da cavare la radice quad. da questo trinomio ℞. V. ( 52. più ℞. 49. più ℞. 25. questo non vuol dire altro, che 8. ) Attenti alla ragione. La ℞. di 49. è 7. la ℞. di 25. è 5. Ora non voglio dire, che alla ℞. di 52. s'abbia da aggiugnere la ℞. di 49. e di 25. Signori no, ma voglio inferire, e m'intendo, che al 52. si aggiunga la ℞. di 49. e di 25. cioè 7. e 5. che poi avremo 64. per il numero da cavarsi la R. quadra, qual è 8. per radice cercata del proposto trinomio.

Di più. Abbiasi da cavare la radice da questo binomio 22493. più R. 49. questo vuol dire, che la radice di 49. s'ha d'aggiugnere alla radice di 22493. ma all'istesso 22493. che poi avremo 22500. la cui radice è precisamente 150. e tale è la R. del proposto binomio. Ma perchè i veri binomj, trinomj ec. di quantità irrazionale non hanno radice precisa, si cava la radice più prossima, con quale s'opera, come sopra.

Se vi fossero delli meno ℞. ec. si sottrano ec. Quì sotto pongo alcuni esempj razionali per filosofarvi sopra.

Primo esempio. La ℞. V. ( ℞. 36. più ℞. 25. meno 2. saria precisamente 2. Ogni volta, che il primo termine dopo la ℞. V. sia radice di qualsivoglia specie, la radice degli altri termini s'aggiugne alla radice di esso primo termine, e dalla somma si cava poi la radice. La R. di 36. è 6. quella di 25. è 5. che giunti insieme fanno 11. e meno 2. resta 9. la cui ℞. è 3. E notisi bene.

Secondo esempio. La ℞. V. ( R. cub. 125. più R. cub. 64. saria precisamente 3.

Terzo esempio. La ℞. U. cub. ( R. 400. più R. 49. è precisamente 3. perchè la ℞. di 400. è 20. e quella di 49. è 7. che unite insieme fanno 27. la cui radice cuba è 3.

Quarto esempio. La R. U. cub. R. 400. meno R. 49. saria R. cub. 13. poichè levata la radice 49. dalla radice di 400. resta 13. la cui radice cuba si cerca.

Quinto esempio. La R. U. cuba ( R. cuba 216. più R. cu. 8. saria 2. ec. ) La conclusione è questa. Dalle proposte radici si cava singolarmente il conveniente numero preciso, o più prossimo, quali uniti tutti insieme dalla somma si cava poi la radice, denominata dalla descrizione R. U. cub. o qualsisia altra specie. Or veniamo più al particolare.

### *Come si maneggiano le Radici Universali.*

VOlendo quadrare, cubare ec. qualsivoglia specie di radici universali, basta levarle quel carattere R. U. perchè il resto lasciandolo come prima, sarà il quad. il cub. ec. di essi.

Volendo moltiplicare una radice universale quadra per qualche numero, o radice, si quadra l'una, e l'altra, e poi s'opera, come ne' binomj, perchè la R. U. del prodotto sarà la cercata moltiplicazione.

L'istesso ordine si tiene nel partire. Si quadra l'una, e l'altra proposta quantità, e fatta la divisione, la R. U. del Quoziente sarà quello si cerca.

Questo medesimo stile si tiene volendo moltiplicare, ovvero partire una R. U. con un'altra R. U. Se fossero R. U. cub. o d'altra specie, si moltiplica il cubo d'una, col cubo dell'altra ec. e la R. U. cub. ec. del prodotto, o pel Quoziente sarà quello, che si cerca. Abbiasi l'occhio a quello, che altrove si è detto circa il partire qualsivoglia quantità per un binomio, o residuo. Il sommare d'una R. U. con qualsivoglia quantità si fa col termine del più, ed il sottrarre si fa col termine del meno. Or veniamo a qualche particolarità.

### *A moltiplicare.*

R. U.( 12. R più 5 La R. U. quad. Fa 12. più R. 5  
per 3 Il 3. quadrate Fa 9

Fa R. U. ( 108. più R. 405. R. U.( 108. più R. 405

Quadrata che sia la radice universale, ed il numero, resta con ciò un binomio da moltiplicare per numero, cioè con 9. Vedete, che chiarezza?

### *A moltiplicare.*

R. U. ( 12. più R. 5. La R. U. quadrata, lascia questo  
per R. 3. Binomio 12. più R. 5  
la R. 3. quadrata dà per num. 3.  
Fa R. U. ( 36. più R. 45.  
R. U. ( 36. più R. 45.

### *A partire.*

R. U.( 108. più R. 405. R. U. quadrata 108. più R. 405  
per 3. Divisore quadrato 9

ne viene R. U. ( 12. più R. 5. R. U.( 12. più R. 5

Ma quì notate, che il 108. si parte semplicemente

per 9. essendo l'uno, e l'altro numero, ma la R. 405. si deve partire per 81. quadrato del 9.

### *A partire.*

R. U. 36. più R. 45. R. U. quadrato 36. più R. 45  
per R. 3. Divisore quad. 3

ne viene R. U. ( 12. più R. 5. R. U. 12. più R. 5

Mi sono servito nel partire del prodotto de' moltiplicati, acciocchè l'operazione d'uno servì per prova dell'altro.

Se s'avessero da moltiplicare insieme due R. U. quadrate che siano (col scancellare il carattere R. U.) restano due binomj da moltiplicarsi insieme, secondo la regola insegnata al suo luogo.

Quanto al partire una R. U. per un'altra radice universale, se tutte e due sono eguali, il Quoziente sarà sempre l'unità, cioè 1. ma se saranno ineguali, si parte il quadrato d'una per il quadrato dell'altra; ma perchè tali quadrati saranno binomj, bisogna ricorrere per ammaestramento a cart. 276. E tanto basti.

## CAPITOLO I.

## TRATTATO DELLE PROPORZIONI.

### *Che cosa sia parte Moltiplice, e Proporzione.*

PEr partire s'intende la quantità minore della quantità maggiore, quando che la minore misuri la maggiore. Largo modo, qualsivoglia quantità minore del suo tutto è detta parte, ma realmente, e propriamente parlando, quella è Parte che misura il suo tutto, come 3. 4. 6. che misura ( per esempio ) il 12. per $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ ed $\frac{8}{4}$ Eucl. lib. 5. diff. 1. Moltiplice è la quantità maggiore, misurata dalla minore 12. è moltiplice del 6. 4. 3. cioè, il doppio, triplo, e quadruplo.

Proporzione è la convenienza di due quantità d'una medesima specie, o genere dall'una all'altra. Per l'istesso genere s'intende, che tutte e due siano due linee, o due superficie, o due corpi, o due numeri, o due suoni ec.

Convenienza è questa, che una di dette quantità necessariamente è maggiore, o minore, ovvero eguagli all'altra, e questo è proprio della quantità. Dal che si conchiude, che tre sono le Proporzioni in genere, cioè Proporzione d'egualità; Proporzione della maggiore inegualità, e Proporzione della minore inegualità, e possono essere sì razionali; come irrazionali.

| *Proporz. d' egual.* | *Magg. inegual.* | *Min. inegual.* |
|---|---|---|
| Come da 1 a 1 | Come da 2 a 1 | Come da 1 a ℞ 2 |
| da 2 a 2 | da 3 a 2 | da 2 a 3 |
| da 3 a 3 | da 4 a 3 ec. | da 3 a 4 ec. |
| da 4 a 4 | da ℞ 10 a ℞ 7 | da ℞ 7 a 10 |
| da 5 a 5 | da 6 a ℞ 3 | da ℞ 3 a 6 |
| da 6 a 6 | da ℞ 12 a ℞ 5 | da ℞ 5 a ℞ 12 |
| ec. | ec. | ec. |

La maggiore inegualità è quando si fa comparazione dal maggior termine al minore, ma la minore inegualità è tutta al contrario, cioè quando si fa comparazione dal minor termine al maggiore, come in esempio si è veduto.

### *Spezie della maggiore, e minore inegualità razionale.*

Cinque sono le specie della maggiore, e della minore inegualità, tre semplici, e due composte, nè fra loro v'è altra differenza, se non che nella minore inegualità vi si aggiugne questa Proposizione *sub*, per distinguerla dalla maggiore. E' ben vero, che ciascuna di queste specie si divide in infinite particolari Proporzioni.

La prima specie si chiama Moltiplice, perchè l'antecedente contiene più volte il conseguente.

Se due volte, come da 2 a 1 è in proporzione doppia.
Se tre volte, come da 3 a 1 è in proporzione treppia.
Se 4 volte, come da 4 a 1 è in proporzione quadrupla.
Nella min. inegu. come da 1 a 2 *Sub doppia.*
come da 1 a 3 *Sub treppia.*
come da 1 a 4 *Sub quadrupla ec.*

La seconda specie si chiama Superparticolare, ed è quando l'antecedente contiene il conseguente un tanto, ed una parte sola ad un tanto, come quì è notato.

Se una volta, e $\frac{1}{2}$ come da 3 a 2 si chiama Sesquialtera.
Se una volta, e $\frac{1}{3}$ come da 4 a 3 si chiama Sesquiterzia.
Se una volta, e $\frac{1}{4}$ come da 5 a 4 si chiama Sesquiq. ec.
Nella minore ineg. come da 2 a 3 si dice *Subsequialtera.*
da 3 a 4 si dice *Subsequiterzia.*
come da 4 e 5 è detta *Subsequiquarta ec.*

La terza si chiama superpaziente. La prima, e minima è quando l'antecedente contiene il conseguente una volta, e $\frac{2}{3}$.

come da 5 a 3 *Superbipartiens tertias.*
una volta $\frac{3}{4}$ come da 7 a 4 *Supertripartiens quartas.*
una volta $\frac{4}{5}$ come da 9 a 5 *Supertripartiens quintas.*
Nella minore ineg. come da 3 a 5 *Subsuperbipartiens* 3
come da 4 a 7 *Subsuperbipartiens* 4
come da 5 a 9 *Subsuperbipatiens quintas ec.*

La quarta specie è composta della prima, e seconda semplice, e si chiama Moltiplice superparticolare.

La minima, e prima delle quali si chiama doppia sesquialtera, perchè l'antecedente contiene il conseguente due volte, e mezzo.

Due volte, e $\frac{1}{2}$ come da 5 a 2 Doppia sesquialtera.
Tre volte, e $\frac{1}{2}$ come da 14 a 4 Treppia sesquialtera.
Quattro volte, e $\frac{1}{3}$ come da 13 a 3 Quadrupla sesquiter.
Nella min. inegual. come da 2 a 5 *Sub doppia sesquialt.*
come da 4 a 13 *Sub treppia sesquialtera.*
come da 3 a 13 *Sub quadrupla sesquiter. ec.*

La quinta specie è composta della prima, e della terza semplice, e si chiama moltiplice superpaziente. La prima, e minima è detta doppia *superbipartiens tertias*, ed è quando l' antecedente contiene il conseguente.

Due volte, e $\frac{2}{3}$ come da 8 a 3 *Doppia superbipartiens tertias.*
Tre volte $\frac{3}{4}$ come da 15 a 4 *Treppia supertripartiens quartas.*
Cinque volte, come da 38 a 7 *Quintupla superbipartiens septimas.*
Nella minima inegualità, come da 3 a 9 *Sub doppia supertripartiens tertias.*
come da 4 a 15 *Sub treppia subpertripartiens quart.*
come da 38 a 7 *Sub quintupla supertripartiens septimas.*

Ma notisi, che le volte intere s'appoggiano, o notificano quel *Doppia*, *Treppia*, *e Quadrupla ec.* ed il rotto insegna il modo di pronunziare l'altra parola.

Circa la minore inegualità si diria *sub* moltiplice, *sub* superparticolare, *sub* superpaziente ec. E così di necessità ogni quantità razionale cade sotto una di queste cinque specie di proporzioni.

Le proporzioni si dicono simili, ovvero eguali, quando hanno una medesima denominazione. Maggiori, o minori, se maggiore, o minore denominazione avranno. La denominazione d'una porzione, è il Quoziente, che ne viene dal partire l'antecedente per il conseguente. Quella proporzione, che nella maggiore inegualità ha maggior denominazione, nella minore n'ha manco.

## CAPITOLO II.

### *Della Proporzionalità, e sua specie ec.*

PRoporzionalità non è altro, che una similitudine di due, o più Proporzioni, che hanno l'istessa denominazione. Tre sono le specie di Proporzionalità più nominate, ed all'uso pratico più comuni, cioè Proporzionalità Geometrica, Aritmetica, ed Armonica. La Proporzionalità Geometrica razionale si considera nella maggiore inegualità quante volte il termine antecedente contenghi il conseguente, e nella minore inegualità, che parte dell'antecedente sia il conseguente, ma nella Proporzionalità Aritmetica si considera solamente la differenza fra un termine, e l'altro: Per esempio 7 a 3 Geometricamente diremo, che sia doppia sesquiterzia, ma Aritmeticamente si dirà, che la differenza di detti termini sia 4.

| *Proporzionalità Geometrica Treppia.* | *Proporzionalità Aritmetica.* | *Proporzionalità Armonica.* |
|---|---|---|
| | | 6.4.3. *doppia.* |
| 12 a 4 | 7 a 3 | |
| 3 a 1 | 16 a 12 | 2.a 1. *doppia.* |
| *Subsesquialtera.* | | |
| 2 a 3 | 12 a 7 | 2.3.6. *Subtripl.* |
| 6 a 9 | 18 a 13 | 1.a 3. *Subtripl.* |

Proporzionalità Armonica è una similitudine, che ha la proporzione degli estremi con la proporzione delle due differenze, cioè la differenza del primo al secondo, e quella del secondo al terzo termine: Per trovar detti termini, si fa così: si eleggono tre termini proporzionali continui nella Progressione Aritmetica, e siano 3. 6. 9. Fatto questo, si moltiplica il primo col secondo, dopo il primo col terzo, ultimamente il secondo col terzo termine, e s'avranno poi termini in proporzionalità Armonica. Ma notate, che siccome la proporzione, 9. a 27. Sub trip. di 18. a 54. è subtripla, così la differenza di 18. a 27. e di 27. a 54. fra esse sono in proporzione tripla, secondo il proposto.

18.27.54. per li tre

La continua proporzionalità, o termini continui proporzionali sono quelli, che il primo termine è solamente antecedente, e l'ultimo è solamente conseguente, ma tutti gli altri intermedj servono per antecedente, e per conseguente, come per esempio 32. 16. 8. 4. 2. che viene ad essere una Progressione Geometrica retrograda. L'istesso ne'termini continui Aritmetici, come 3. 5. 7. 9. 11. 13. cioè progressione aritmetica. Questa proporzionalità non può esser manco di tre termini.

Le radici delle proporzioni sono minimi numeri, che si possono trovare in quella specie di proporzione. Nella doppia saria 2. a 1. Nella treppia 3. a 1. Nella sesquialtera 3. a 2. e così discorrendo.

### *Regola per conoscere li numeri primi, e composti.*

IL modo di conoscere, se due numeri siano contra sè primi, o fra loro composti, si fa per la regola dello schisare, ma se fossero tre numeri, si schisa il primo, ed il secondo. Se questi sono contro sè primi, cioè, che resti l'unità, non occorre passar più avanti, ma se sono composti, si schisa il terzo numero col massimo numero, numerante li due primi, e se queti saranno fra loro composti, il massimo schisatore di essi sarà il numero, che numera tutti e tre li proposti numeri. Fanne la prova in questi tre numeri 32. 24. 20. ne'quali l'8. schisa li due primi. Schisando poi l'8. col 20. si trova, che il 4. li numererà tutti e tre ec.

Per trovare il minimo numero numerante, ogni proposta quantità de'numeri, si fa per la regola dell'Accattare cap. 26.

### *Quì si comprova la Regola Aurea.*

EUclide lib. 7. Prop. 20. dice, che se saranno quattro numeri proporzionali ( siano, o non siano in continua proporzionalità ) hanno questa bella qualità, che tanto produce il primo moltiplicato col quarto, quanto fa a moltiplicare il secondo col terzo. E di quà si è cavata la regola de' Proporzionali, detta del Tre, e per eccellenza regola Aurea. E che sia il vero, moltiplichisi il terzo col secondo, ed il prodotto dividasi per il primo, che ne verrà il quarto termine.

In oltre, prop. 21. dice, che se saranno tre termini in continua Proporzionalità, il prodotto degli estremi sarà eguale al quadrato del numero di mezzo. L'

L'istesso con quanti termini si vogliono, come nel principio delle Progressioni Geometriche, e mostrano gli esempj quì sottoscritti.

| 4. term. non continui. | 3. term. contin. | 5. termin. contin. |
|---|---|---|
| 24 | 36 | 256 |
| 12 a 4 e 6 a 2 | 9 6 4 | 256 |
| 24 | 6 | 64.32.16.8.4. |
| | — | 16 |
| | 36 | — |
| | | 256 |

Per trovare li minimi numeri, ch'abbia la proporzione di due proposti numeri, bisogna schisarli. Se sono contra sè primi, li minimi saranno quei medesimi numeri, ma se saranno composti, il massimo schisatore darà li cercati numeri. Per esempio 25. a 9. resta 25. a 9. per non potersi schisare; ma 77. a 53. resterà 7. a 5. è l'11. è il massimo schisatore, che li numera tutti e due.

### *Modo di ritrovare quanti termini proporzionali si vogliono.*

SIa una data proporzione la minima sesquialtera 3. a 2. Volendo trovare quanti termini si vogliono in continua proporzionalità sesquialtera, si fa così: Per averne tre termini, si moltiplica l'antecedente della proposta proporzione, o quantità in sè stessa (che nel caso nostro è 3.) Dipoi si moltiplicano insieme l'antecedente col conseguente, ed ultimamente si moltiplica in sè stesso il conseguente (cioè il 2.) e s'avrà 9. 6. 4. per li cercati termini. Per avere quattro termini, si moltiplica l'antecedente 3. con tutti e tre li termini trovati, si moltiplica di nuovo il conseguente con l'ultimo de'tre termini. E così con quest'ordine se ne trovano cinque, sei ec. Sicchè con li due proposti termini se ne trovano tre, con tre se ne trovano quattro, con quattro cinque ec. come quì si vede.

---

3. a 2. sesquialtera.
9. 6. 4.
17. 18. 12. 8.
81. 54. 36. 24. 16.
243. 162. 108. 72. 48. 32.

Tutti questi termini in esempio proposti, sono li minimi di tal proporzione, perchè il 3. a 2. è il minimo numero, che abbia la sesquialtera, secondo il Matematico, che non divide l'Unità. Ma chi volesse procedere secondo il Naturale, che piglia le materie numerate per numero, l'Unità delle quali sono certi tutti divisibili in infinito, si diria per la regola Aurea: Se 9. dà 6. che darà 6.? Darà 4. E poi se 9. dà 6. che darà 4.? Darà 2 $\frac{1}{2}$. Se più avanti si volesse procedere si diria: Se 9. dà 6. che darà $\frac{2}{5}$ ec. Ma in fatti secondo il Matematico li rotti sono riputati irrazionali fra numeri semplici, come le radici sorde nelle quantità continue. Ma quì notate di grazia, che l'ultimo de' tre termini continui Proporzionali minimi in ogni specie di Proporzione è numero quadrato. L'ultimo di quattro termini è cubo. L'ultimo di cinque è quadrato di quadrato. L'ultimo di 6. è primo relato.

## CAPITOLO III.

### *Come si maneggiano le Proporzioni per tutti gli Atti dell' Algorismo.*

### *A sommare.*

SE le proporzioni, che s' hanno da sommare saranno due, o quante si vogliono, si mettono una sotto all' altra, e poi si moltiplicano insieme tutti gli antecedenti, tutti li conseguenti, e quel che ne proviene sarà la somma di tutte quelle Proporzioni. A sommare una Proporzione della minore inegualità con la sua conversa della minore inegualità, sempre da tal somma ne proviene l' Egualità. Ecco gl' esempj.

### *A Sommare und.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sesquialtera | 3 a 2 | Subdupla | 1 a 2 | Dupla | 2 a 1 |
| Sesquitertia | 4 a 3 | Tripla | 3 a 1 | Subdupla | 1 a 2 |
| Fa 1 dup. | 12 a 6 | Fa 1. sesq. | 3 a 2 | Fa egual. | 2 a 2 |

### *Come si sottrano le Proporzioni.*

SI collocano le Proporzioni una sotto l' altra, e poi si moltiplicano in Croce, come si fa per far prova qual rotto sia maggiore. La prova è buona, se bene altera il numero, poichè mantiene la medesima specie di Proporzione.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A sottrarre da una tripla | 3 ✕ a 1 | A sottrarre da | 3 ✕ a 2 |
| questa dupla | 2 a 1 | | 3 a 2 |
| Resta una sesquialtera | 3 a 2 | Resta | 6 a 6 |
| Prova Tripla | 6 a 2 | Prova | 28 a 12 |

### *Come si moltiplicano le Proporzioni.*

VOlendo duplicare una data Proporzione, basta a quadrare l' uno, e l' altro termine di essa, perchè la Proporzione de' due quadrati sarà doppia a quella Proporzione lineale. Volendola triplicare si cuba. Volendola quadruplicare, si riduce l' uno, e l' altro termine a quadrato di quadrato ec. come in figura si vede.

| | |
|---|---|
| Sempia | 3 a 2 |
| Doppia | 9 a 4 |
| Trepia | 27 a 8 |
| Quadr. | 81. a 16 ec. |

### *Come si partino le proporzioni.*

IL partire delle Proporzioni, per essere un atto contrario al moltiplicare di esse, s' opera parimente tutto al contrario. E però volendo partire qualsivoglia Proporzione, bisogna sempre ridurla prima alli suoi minimi numeri, e poi se si vuole dividerla in due parti si cava la radice dall' uno, e l' altro termine, perchè la Proporzione delle due radici farà la metà della data proporzione. Chi volesse dividerla in tre parti, cioè cavarne la terza parte, si cava la radice cuba. E se la quarta parte, si cava la R. di R. ec. così procedendo. Per essere materia chiarissima, risparmio gli esempj.

Per un altro verso si può intendere il partire delle proporzioni, cioè partire una proporzione maggiore per un' altra proporzione minore, ma questo non è propriamente partire, ma un voler sapere quante volte la maggiore contenghi la minore, o quante volte la minore misuri la maggiore. E se bene da' pratici non si fa differenza fra questi due modi di partire sì ne' numeri sani, come nelli rotti, tuttavia nelle proporzioni bisogna avvertirli. Volendo adunque sapere quante volte una proporzione minore misuri, ovvero entri nella maggiore, per la regola del sottrarre le Proporzioni, si cava la minore dalla maggiore, e dal restante sempre si torna a cavare, sin tanto, o che resti l' egualità, o che si faccia passaggio dalla maggiore alla minore inegualità ( ed è contra ) perchè quante sottrazioni si faranno sino al suddetto accidente, tante volte la minore misura la maggiore. Se le proporzioni saranno d' una medesima denominazione al primo colpo resta l'egualità. Di più si conosce, che proporzione abbia una proporzione con l'altra. Quì metto alcuni esempj da filosofarvi sopra.

3 ⋈ a 2
3 ⋈ a 2
Resta 6 a 6
egualità

15 ⋈ a 10
3 ⋈ a 2
Resta 50 a 30
egualità.

In questi due esempj la proporzione 3. a 2. misura una sol volta la proporzione del primo esempio 3. a 2. del secondo 15. a 10.

36 ⋈ a 16
3 ⋈ a 2
Primo resto 72 ⋈ a 48
3 ⋈ a 2
Secondo resto 144 a 144
egualità.

259 ⋈ a 2
4 ⋈ a 1
Primo resto 256 ⋈ a 8
4 ⋈ a 1
Secondo resto 256 ⋈ a 32
4 ⋈ a 1
Terzo resto 256 a 128

In questo esempio la Proporzione 3. a 2 misura giusto 2. volte la 36. a 16. Sicchè questa sarà dupla alla 3. a 2. e la 3. a 2. sarà subdupla alla 36. a 16.

In questo esempio non occorre passar più avanti, perchè si faria passaggio alla minore inegualità.

Adunque la Proporzione 4. a 1. misura la Proporzione 256. a 2. tre volte, ed avanza 256. a 128 che saria una dupla come 2. a 1. trovata per la Regola dello schisare le Proporzioni, affine di ridurle a minimi numeri.

Volendo moltiplicare una Proporzione per un rotto, s'opera, come si fa a moltiplicare sani con rotti, avendo però sempre l'occhio al moltiplicare, ed al partire delle Proporzioni. Per esempio. A moltiplicare questa Proporzione 5. a 4. per $\frac{2}{3}$ s'ingradisce due volte la 5. a 4. ( che così ricerca il 2. Numeratore del rotto, e ne verrà 25. a 16. ) Questo prodotto si parte per 3. ( Denominatore ) ma perchè 25. a 16. non si può ridurre a numeri più minimi, ne siegue, che la R. cub. 25. a R. cub. 16. sarà terza parte di 25. a 17. Però si conclude, che a moltiplicare 5. a 4. per $\frac{2}{3}$ ne viene R. cub. 25. a R. cub. 16. che saria *super novipartiens sexta decimas*, cioè l'antecedente contiene il conseguente una volta, e $\frac{9}{16}$.

Volendo parimente partire una Proporzione per un rotto s'opera, come s'è operato nel moltiplicare, ma tutto all' opposto, per essere atto contrario, cioè si moltiplica il Denominatore del rotto con la Proporziozione, ed il prodotto si parte per il Numeratore, avendo l'occhio al Moltiplicare, ed al Partire delle Proporzioni, e quello, che viene sarà quello, che si cerca. A Partire 2. a 1. per $\frac{3}{4}$ ne viene R.cub. 16. a R. cub. 1. Se col rotto vi fossero sani, si fa il sano in rotto, al solito, e poi si opera come sopra. La prova si fa al solito coll'atto contrario ec.

## CAPITOLO IV.

### *Bellissime osservazioni pertinenti alle proporzioni.*

Avendo notata la prima, ed ultima di tre quantità continue proporzionali, per avere la seconda quantità, o termine si moltiplica la prima con l'ultima, e la radice di tal prodotto sarà la cercata quantità. Per esempio sia 9. e 4. il primo, ed il terzo termine, moltiplicati insieme, fanno 36. la cui radice è 6. e questo sarà il secondo termine, e staranno così 9. 6. 4.

2. Se fossero quattro quantità, per avere notizia della seconda, si moltiplica il quadrato della prima con la quarta semplice, e la radice cuba del prodotto sarà il secondo termine.

3. Se fossero cinque, si moltiplica il cubo della prima, con la quarta semplice, e la R.R. del prodotto sarà la seconda quantità, o termine. Per esempio. Sia il primo termine 32. ed il quinto 2. Operando come ho detto, il secondo sarà 16. Sicchè abbiamo 32. 16 o. o. 2. ec.

4. Per avere il terzo, ed il quarto termine si potria operare in varj modi: il più sbrigato è trovarli per la regola Aurea, dicendo: Se 32. mi da 16. quanto mi darà 16.? Darà 8. per il termine. Di poi: Se 32. mi da 16. quanto mi darà 8.? Darà 4. per il quarto termine, e staranno così 32. 16. 8. 4. 2. E così con quest' ordine si procede per trovare il secondo, quando li termini fossero sei, sette o quanti si vogliono, cioè si altera sempre un grado la dignità nel moltiplicare il primo con l'ultimo termine, per cavarne poi radice dal prodotto.

Questa operazione serve per partire ancora le proporzioni, non vi occorre altro, che supporre li due termini della proporzione per il primo, e per l'ultimo termine dell'operazione, e poi operare, come ho insegnato, perchè la proporzione del primo al secondo termine, o numero trovato, sempre sarà la divisione cercata. Per esempio. Abbiasi da partire 4. ( cioè da cavare la quarta parte ) da questa proporzione 32. a 2. Suppongo il 32. e il 2. per il primo, ed ultimo di cinque termini continui proporzionali, dipoi operando secondo la regola, trovo il secondo termine, che sarà 16. così concludo, che la proporzione di 32. a 16. è la quarta parte della proporzione di 32. a 2. che saria una dupla, come da 2. a 1. ( ne' minori numeri. ) E questo serva per filosofare all'intelletto, che in fatti l'altro modo di partire le proporzioni è più breve, e da praticarsi. Vero è, che questo mirabilmente serve per risolvere certi quesiti, che per altro saria quasi impossibile il rispondere perfettamente, come quì sotto di passaggio si tocca.

### *Quesito Primo.*

Uno pretende scudi 100. In capo di tre Anni porta al Padrone scudi 108. tra frutto, e capitale. Dimando: Quanto paga per cento all'Anno quel tale, facendo a capo d'Anno?

In questo quesito vi concorrono quattro termini continui proporzionali. Il primo termine consiste in quei scudi 100. di capitale, ed il quarto ne' scudi 108. che in capo di 3. Anni portò al Padrone, gli altri due termini sono occulti, e consistono nel capitale, e frutto, che in capo del primo, e del secondo Anno deve dare al Padrone; ma perchè dalla cognizione del secondo termine dipende la risoluzione del quesito, però per trovarlo s'opera come sopra ( numero 2. ) così. Si quadra il primo termine 100. quale fa 10. 000. Questo quadrato si moltiplica per il quarto termine 108.

108. e di proposito avremo 1.080.000. Ora dico, che la radice cub. di questo 1. 080. 000. è il secondo termine, qual contiene li scudi, che fra capitale, e frutto dovria rendere al Padrone in capo del primo Anno. Ma se così è, adunque scudi R. cub. 1.080. 000. m. 000. sarà il quanto paga per cento all'Anno a far capo d'Anno. Per farne la prova si trova il terzo termine dicendo: Se scudi 100. tornano fra capitale, e frutto scudi R. cub. 1.080. 000. quanto mi torneranno pur scudi R. cub. 1.080.000.? Operando torneranno scudi R. cub. 1.166.400. e tanto saranno tornati in capo al secondo Anno li scudi 100. fra capitale, e frutto. Per sapere quanto saranno tornati in capo al terzo anno, si trova il quarto termine dicendo: Se 100. tra frutto, e capitale dà scudi R. cub. 1. 080. 000. che mi daranno scudi R. cub. 1. 166. 400.? Operando daranno scudi R. cub. 1. 259. 712. e tanti saranno tornati li scudi 100. in capo al terzo Anno tra capitale, e frutto, ma perchè la R. cub. 1. 259. 712. è razionale, e la sua radice per numero è precisamente 108. però il quesito fu ben risoluto, e la prova è ottima. Cubate 108. e ne verrà R. cub. 1.259.712.

### *Quesito Secondo.*

Uno deve avere da un altro scudi 64. da quì a 3. Anni per certo interesse si contenta di pigliarne al presente solamente 27. per intero pagamento. Dimando: A quanto per 100. furono scontati a far a capo d'Anno?

Questo quesito contiene pur lui ancora quattro termini continui proporzionali, cioè 64. 0. 0. 27. Di necessità bisogna avere notizia del secondo, o terzo termine, ( e l'uno e l'altro è di proposito. ) Per maneggiare meno figure, trovo il terzo, operando all'opposto di quello s'opera per avere il secondo, cioè moltiplico per 64. il quadrato di 27. e mi viene di prodotto 46. 656. la cui radice cuba per numero è precisamente 36. da collocarsi per terzo termine, e staranno così 64. 0. 36. 27. Ora se si trattasse di meri-

ta-

tare scudi 27. in capo al primo Anno fra frutto, e capitale doveriano scudi 36. cioè scudi 9. di frutto. Per saper quanto guadagneriano per 100. si dice: Se 27. guadagna 9. che guadagnerà 100.? Guadagnerà 33. $\frac{1}{3}$ a far a capo d'Anno, ma scontando daranno parimente scudi 33. $\frac{1}{3}$ all'Anno a far a capo d'Anno. Adunque li scudi 64. furono scontati a ragione di scudi 33. $\frac{1}{3}$ ec.

## CAPITOLO I.

## TRATTATO DI VARIE COSE.

LA Proporzione, e Proporzionalità Aritmetica ha molte proporzioni con la Geometria. L'Aritmetica però non procede in infinito, se non nella maggiore, e minore inegualità, battendo il negozio di tali proporzioni nella semplice differenza da un termine all'altro, qual può variare in infinito.

Avendo notato il primo, ed il terzo di tre numeri, continui proporzionali Aritmetici, per avere il secondo si somma il primo col terzo, e la metà di tal somma sarà il secondo termine. Se fossero quattro, per avere il secondo termine si somma l'ultimo con doppio del primo, ed il terzo di tal somma sarà il secondo termine. Se fossero cinque si somma l'ultimo col triplicato del primo, ed il quarto di tal somma sarà il secondo termine. E così con quest'ordine gradatamente ec. Da questo si cava, che il sommare nelle Progressioni Aritmetiche corrisponde al moltiplicare nelle Geometriche, ed il sottrarre corrisponde al partire. Il pigliare la metà corrisponde al cavare la radice quadra, ed il doppiare al quadrare. Il partire per tre corrisponde al cavare la radice cuba, ed triplicare corrisponde al cubare. Il partire per 4. corrisponde al cavare la R. R. ed il quadruplicare corrisponde al cavare la R. R. Se ne farai comparazione con le Geometriche conoscerai la verità.

2. Sommando insieme due quantità in che proporzione Geometrica si voglia, e partendo tal somma per

cias-

ciascuna di loro, li due Quozienti averanno l'istessa proporzione delle due prime quantità; ed in oltre hanno questa notabile qualità, che tanto fanno a sommarli insieme, quanto che a moltiplicare l'uno con l'altro. Per esempio. Siano questi due numeri in proporzione sesquialtera 6. a 4. Sommati insieme fanno 10. Dividendo questo 10. per 4 ne viene 2. $\frac{1}{2}$ e dividendolo per 6. ne viene 1. $\frac{2}{3}$. Ora dico, che la proporzione di 2. $\frac{1}{2}$ a 1. $\frac{2}{3}$ è pur sesquialtera. Di più sommando, ovvero moltiplicando insieme questi due Quozienti, per l'uno, e per l'altro atto faranno 4 $\frac{1}{6}$. In oltre dividendo 4. $\frac{1}{6}$ per 2. $\frac{1}{2}$ ne viene 1 $\frac{2}{3}$ e partendo 1. $\frac{2}{3}$ ne viene 2. $\frac{1}{2}$.

3. Moltiplicando insieme tre termini Geometrici continui proporzionali, l'ultimo prodotto sarà eguale al cubo del secondo. Per contrario dividendo il quadrato del secondo. Per ciascuno de' tre termini, il Quoziente sarà eguale ad essi termini. Per esempio 2. 6. 18. Moltiplicando insieme questi tre termini, il secondo prodotto è 216. e 216. appunto fa il cubo del secondo termine. Di più dividendo il quadrato di questo 6. per ciascun termine di Quoziente ne verrà pure 2. 6. 18. ec.

4. Siano questi tre termini continui proporzionali 18. 12. 8. ed anco questi due nella medesima proporzione sesquialtera 6. a 4. Ora dico, che tanto produce moltiplicando la somma de' due primi termini ( cioè di 18. e 12. ) per il 2. ( secondo termine della seconda proporzione ) quanto che a moltiplicare la somma delli due ultimi termini ( cioè 12. ed 8. per il 6. primo termine della seconda proporzione. Così con qualsivoglia altro numero, purchè li tre siano della medesima proporzione delli due termini.

---

5. Il quadrato della somma di quante quantità, o numeri si vogliano ( siano, o non siano proporzionali ) è sempre eguale alla somma delle moltiplicazioni fatte da ciascuno in se stesso, e con tutti gli altri. Servi d'esempio 3. 4. 6. 5. Quadrando il 3. fa 9. e moltiplicandolo col 4. 6. 5. fa 12. 18. 15. come nella prima colonna si vede. Così s'opera col 4. 6. e 5. 5. Unendoli poi tutti insieme, l'ultima somma sarà 324. come si propose. Eucl. lib. 2. prop. 1. e 2. Altre cose si potriano proporre, che per non pregiudicare al termine di ristretto si tralasciano.

3. 4. 6. 5.

Somma 18.
Quad. 324.

|  |  |  |  |
|---|---|---|---|
| 3. | 4. | 6. | 5. |
| 9 | 16 | 36 | 25 |
| 12 | 24 | 30 | 15 |
| 18 | 20 | 18 | 20 |
| 15 | 12 | 24 | 30 |
| 54. | 72. | 108. | 90 |

Tutti insieme 324.

## CAPITOLO II.

### *Origine de' Numeri Quadrati.*

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. ec.

Tutti li numeri dispari, ordinati in Progressione Aritmetica, come di sopra si vede, è l'origine e vera madre di tutti li numeri quadrati. Se dall'unità si sommeranno quanti termini si vogliono, la somma sarà sempre numero quadrato.

Volendo sapere quanti numeri dispari concorrino alla formazione di qualsivoglia quadrato, cavasi la sua radice, che quella darà il numero cercato. Per esempio, la radice di 49. è 7. Adunque sette numeri dispari ( cominciando dall'Unità ) concorrono alla formazione del quadrato 49. Volendo sapere la quantità dell'ultimo termine disparo concorrente, basta raddoppiare la radice, e dal doppiato ( per regola ferma ) cavarne l'Unità, perchè il restante sarà il numero cercato. Per esempio. Raddoppiasi la radice 7. fa 14. cavasi l'Unità, resterà 13. e 13. fu l'ultimo numero concorrente al quadrato 49. Se la radice non fosse discreta, saria segno, che tal numero non è composto di numeri dispari, ordinatamente disposti dall'Unità.

Trovami due numeri quadrati, che giunti insieme facciano numero quadrato. Simili quesiti si risolvono per l'evidenze dette di sopra. Trovasi un numero quadrato, ( e sia 25. ) tutti gli altri termini inferiori sommati insieme faranno ancor loro numero quadrato, cioè 144. a questo aggiungasi il 25. sarà 169. per numero quadrato.

Domando: Quanti numeri dispari concorrono alla formazione di 8100.? Cava la radice del proposto numero, che troverai essere 90. e così presto risponderai, che 90. sono li numeri dispari, concorrenti all'esser di 8100. Ma quando il numero proposto non fosse quadrato, saria segno, che tal numero non è composto di numeri dispari, comincianti dall'Unità, e però bisogna lavorare a capriccio ec.

Proposto un numero quadrato con l'ajuto di questa proporzione 16. a 9. ovvero 9. a 16. si possono trovare altri numeri quadrati, che giunti con questo farà pur numero quadrato. Per esempio. Trovami un numero quadrato, che gionto con 100. faccia numero quadrato. Io dico: Se 16. mi dà 9. che mi darà 100.? Darà 56. $\frac{3}{4}$ pur numero quadrato, qual giunto con 100. farà 156. $\frac{1}{4}$ pur numero quadrato. Se vuoi il terzo dirai: Se 16. mi dà 9. che mi darà 156. $\frac{1}{4}$? Darà 87. $\frac{57}{64}$? numero quadrato, e così in infinito. Si poteva anco dire: Se 9. mi dà 16. che mi darà 100. ec. Da questa Regola si cava il modo di trovare quanti numeri si vogliono, che li loro quadrati giunti insieme facciano numero quadrato. Le radici de' sopra trovati quadrati sariano li cercati numeri, quali gionti al proposto numero dariano numero quadrato.

# CAPITOLO II.

## *De' numeri Congrui, e Congruenti.*

NUmero congruo non è altro, che un numero quadrato, al quale giunto, o levato un istesso numero, per l'uno, e per l'altro verso lascia sempre, o produce pur numero quadrato, e quel numero così condizionato, che s'aggiugne, o si leva, è chiamato numero congruente del suo quadrato congruo.

Li numeri congrui, e congruenti si creano ordinatamente con questo bell'ordine. Il primo viene formato da 1. e da 2. Il secondo da 2. e da 3. Il terzo da 3. e da 4. E così in infinito. Alla pratica.

Quanto alli numeri congrui, in due colpi si trovano così. Abbiasi da trovare ( per esempio ) il secondo numero congruo, che ha per fondamento 2. e 3. s'uniscano insieme li quadrati di questi due numeri 2. e 3. la cui somma è 13. Di nuovo quadrando questo 13. il 169. ( suo quadrato ) farà il secondo numero congruo. Così con quest'ordine si trovano tutti.

Per trovar il suo numero congruente, cioè, che giunto, o levato dal 169. faccia numero quadrato, si fa così. S'uniscono insieme li due numeri fondamentali 2. e 3. e tal somma subito si raddoppia, che nel caso nostro fa 10. Di poi moltiplicando di nuovo il 2. col 3. per il prodotto 6. si moltiplica il 10. e fa 60. Ultimamente raddoppiando questo 60. fa 120. e questo è il cercato secondo numero congruente del quadrato congruo 169. Se a 169. aggiugni 120. fa 289. numero quadrato ( la cui radice è 17. ) e se li leverai, resta 49. per numero quadrato ( la cui radice è 7. )

Trovami un numero quadrato, al qual giunto, o levato 6. faccia sempre numero quadrato. Bisogna trovare un numero congruente, che partito per il proposto numero d'aggiugnersi, produca numero quadrato, che nel caso nostro è il 24. (primo numero congruente, il quale partito per 6. ne viene 4. Per questo 4.

si parte il 25. primo congruo del 21. congruente ) ed il Quoziente 6. ¼ sarà quel numero, al quale giunto, e levato 6. produrrà per ogni verso numero quadrato, ma quando non si trovasse numero congruente di proposito, bisognerà risolvere il quesito per altra via.

Li numeri quadrati ordinatamente quì sotto situati, hanno questa bella condizione, che ogni numero quadrato maggiore avanza il suo immediatamente minore la somma delle radici d'ambedue, la qual somma è sempre numero disparo. Questa evidenzà serve per li seguenti, e simili quesiti.

1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. 121. 144. ec.

Trovami un numero, al quale giuntovi 8. e sottrandone 7. faccia per ogni verso numero quadrato. Si fa così. Unendo insieme 8. con 7. fa 15. ( differenza delle radici de' ricercati quadrati ) e però basta quadrare l'8. ed il 7. e s'avranno 64. e 49. levato 8. da 64. resta 56. ed al 49. aggiuntovi 7. fa pure 56. Adunque 56. è quel numero, che giuntovi 8. e levatone 7. dà numero quadrato. Così con casi simili.

Se avessi detto, che giunto, e levato 8. facessero numero quadrato, si quadreria la metà d'8. e saria 16. quale per regola ferma aggiugnendovi l'unità fa 17. e questo è il cercato numero. Leva, ed aggiugni l'8. che farà 25. e 9. numeri quadrati. Così quando il numero d'aggiugnersi, e da levarsi sono pari, ed eguali, ed anco se fossero dispari, ma eguali, come 7. e 7. ec.

S'avesse detto, che giontovi 7. e levatone 4. facesse numero quadrato, s'uniscono insieme questi due numeri, e fanno 11., ( differenza de'due cercati quadrati ) le cui radici sariano la divisione di 11. in due parti senza rompere l'Unità, cioè 6. e 5. ) Quadrinsi questi due numeri, e s'avranno 36. e 25. dal 36. cavisi 7. resterà 29. ed al 25. giungasi 4. farà pure 29.

Adunque 29. è quel numero, che giuntovi 7. e levatone 4. fa sempre numero quadrato.

*Quì pongo numeri congrui, e congruenti.*

| | | |
|---|---|---|
| Numeri Congrui 25. | suoi Congruenti. | 24 |
| 100 | —— | 96 |
| | —— | 120 |
| | —— | 216 |
| | —— | 240 |
| | —— | 384 |
| | —— | 336 e 600 |
| | —— | 480 |
| | —— | 840 |
| | —— | 864 ec. |

## CAPITOLO IV.

### *De' Numeri Perfetti.*

NUmero perfetto ( come altrove s'è detto ) è quello, che s'eguaglia a tutte le sue parti, che lo numerano. Per trovare questi numeri perfetti, si fa così: Si mettono in ordinanza quanti numeri si vogliono secondo l'ordine della progressione Geometrica doppia. Dipoi cominciando dall'Unità, si sommano ad uno ad uno, e tutte quelle somme, che producono numero primo, queste si moltiplicano per l'ultimo numero, che concorse a tal somma, ed il prodotto sarà numero perfetto. Per esempio. Sommando 1. con 2. fa 3. il quale 3. per essere numero primo, si moltiplica per 2. ( ultimo della somma ( e ne viene 6.

| | | Somma. | Numeri perfetti. |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | primo | 3 | 6 |
| 4 | primo | 7 | 28 |
| 8 | com. | 15 | —— |
| 16 | primo | 31 | 496 |
| 32 | com. | 63 | —— |
| 64 | primo | 227. | 8128 |
| 128 | comp. | 355 | —— |

E questo è il primo numero perfetto. Parimente sommando 1. 2. 4. fa 7. per numero primo. Si moltiplica il 7. col 4. ( ultimo della somma ) e ne viene 28. per il secondo numero perfetto. E' ben vero, che per l'avvenire hanno questo bell'ordine, che un nò, e l'altro sì, sarà numero perfetto, e l'altro sarà numero composto, come in margine in parte si vede.

Terzo numero penfetto

| | | |
|---|---|---|
| 496 | | |
| 348 | la | $\frac{1}{2}$ |
| 124 | il | $\frac{1}{4}$ |
| 62 | il | $\frac{1}{8}$ |
| 31 | il | $\frac{1}{16}$ |
| 16 | il | $\frac{1}{32}$ |
| 8 | il | $\frac{1}{64}$ |
| 4 | il | $\frac{1}{128}$ |
| 2 | il | $\frac{1}{256}$ |
| 1 | il | $\frac{1}{512}$ |
| 496 | | |

Per trovar tutte le parti d' un numero perfetto, basta partirlo per mezzo, è la metà si va partendo per mezzo sino che s' arrivi a numero disparo: Giunto a numero disparo, si parte il numero perfetto per quel numero disparo ( il Quociente del quale è sempre numero paro ) e di nuovo si torna a partire per mezzo, finchè s'arrivi all'Unità. Finalmente sommando insieme tutte quelle parti, la somma sarà eguale al suo numero perfetto, come in esempio si vede.

Li numeri perfetti hanno questa rara qualità, che uno termina col. *6*. e l' altro con l' 8. Di più partendo qualsivoglia numero petfetto per *9*. sempre resta l' Unità, eccetto il primo, che non arriva a *9*.

# TRATTATO D' ALGEBRA.

## CAPITOLO PRIMO.

FRA le dilettevoli scienze, e certissime dimostrazioni Matematiche l' Algebra, ovvero l' Almucabala ( così chiamata dagli Arabi ) per certo è parte oltremodo speculativa di esse, e quasi dissi d'infinta invenzione, laonde dagli Antichi meritamente fu chiamata scienza maggiore del numero, e parte perfetta del calcolare, Madre, e Regina delle Regole, poichè per la Regola d' Algebra si risolvono infiniti quesiti sì in Geometria, come in Aritmetica, che per nissuna delle precedenti Regole si potriano risolvere. Questa scienza fu trovata da Maometto Figliuolo di Mosè Arabo.

Per voler bene, e presto apprendere questa scienza Algebratica, è necessario avere cognizione delle dignità del numero. Sapere estraere, e maneggiare le radici. Avere bene a memoria le Regole del più, e del meno, ed in oltre bisogna sapere maneggiare li Binomi, altrimente non occorre mettere le mani in pasta. Tutto ciò s'ha a sufficienza, e compendiosamente ne' precedenti Trattatti.

Ma prima di venire all'esplicazione delle parti particolari dell'Algebra, bisogna insegnare a maneggiare le dignità del numero per tutti gli atti dell' Algorismo. Quanto al rappresentare le dette dignità, si tiene l'ordine posto nè vi è altra differenza, se non che in Algebra in luogo dell' unità s' usa il numero, e in luogo della radice, si serve di questo termine, *Cosa*, come per maggior chiarezza qui sotto le descrivo.

## *Dignità Algebratiche.*

Progressione naturale Aritm.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | numero. | 10 | Quad. pr. rel. | 20 | Q. Q. pr. rel. |
| 1 | cosa ovvero ℞ | 11 | Terzo rel. | 21 | Cub. sec. rel. |
| 2 | Quadrato. | 12 | Cu. Qu. Qu. | 22 | Q. terzo rel. |
| 3 | Cubo. | 13 | Quarto rel. | 23 | Settimo rel. |
| 4 | Quad. quad. | 14 | Quad. sec. rel. | 24 | Cub. Q. Q. Q. |
| 5 | Prim. Rel. | 15 | Cub. pr. rel. | 25 | Ottavo rel. |
| 6 | Quad. cub. | 16 | Qu. Q. Q. Q. | 26 | Qu. quart. rel. |
| 7 | Secondo Rel. | 17 | Quinto rel. | 27 | Cu. Cu. Cu. |
| 8 | Qu. Qu. Q. | 18 | Qu. Cu. Cu. | 28 | Q. Q. sec. rel. |
| 9 | Cub. cub. | 19 | Sesto Relato. | 29 | Nono relato. |

Il numero in Algebra s'intende; e semplicemente si piglia per numero, cioè senza dignità alcuna in quella guisa appunto, che l'Unità fra numero non è numero. Questo numero alle volte si rappresenta accompagnato con questo segno nu. ed alle volte senza. Per esempio. Volendo rappresentare il numero sei, si rappresenterà alle volte in questo modo *6*. nu. ed alle volte semplicemente così *6*.

La cosa in Algebra si piglia per il lato d'un quadrato, cioè per la ℞ di quel tal quadrato. Sicchè radice, e cosa è una medesima quantità razionale, ovvero irrazionale, come accade per sorte. Il Quadrato si piglia per il quadrato della cosa. Il cubo si piglia per il cubo della cosa, e così tutte l'altre dignità avranno relazione alla cosa, cioè alla sua radice, le quali quantità possono essere razionali, ovvero irrazionali, come porterà l'accidente, e se bene la quantità continua naturalmente non passi più oltre del corpo, cioè in linea, superficie, e corpo, nondimeno in Algebra s'estende in infinito, avendo più riguardo alla moltiplicazione della cosa delli suoi Prodotti, che alle reali tre specie della quantità continua.

# CAPITOLO II.

## *Maneggio delle dignità Algebratiche.*

### *Del Sommare.*

IL Sommare delle dignità Algebratiche, quando sono d'una medesima specie, non è differente dal sommare de' numeri semplici. E però, volendo (per esempio) sommare 7. cos. 5. cos. e *9*. cos. la somma farà 21. cos. come se fossero semplici numeri. Ma quando fossero dignità di specie diverse, si sommano (a guisa di quantità non comunicanti) col termine di più. Per esempio. Volendo sommare 3. cos. con 4. quad. e con 12. nu. diremo, che la somma fa 3. cos. più 4. quad. più 12. num. ovvero che fa 4. quad. più 3. cos. più 12. num. perchè non importa a metter prima qualsivoglia di dette dignità, e queste specie di somme si possono chiamare Binomii, Trinomii, o Moltinomii di dignità Algebratiche.

### *Del Sottrarre le dignità.*

IL Sottrarre le dignità, quando sono d'una stessa specie, non è differente dal comune sottrarre de' numeri. E però a sottrarre 5. cos. da *9*. cos. resta 4. cos. Parimente a sottr. 3. quad. da 12. quad. resta *9*. quad. ma quando fossero di specie diverse si sottrano co termine di meno, come si costuma delle R. non comunicanti, e così si forma un residuo di dignità. Per esempio. Volendo sottrar 7. num. da 5. cos. resta 5. col. meno 7. nu. ed a sottrarre 10. cos. da *9*. quadr. resta *9*. quad. meno 10. cos.

### *Del moltiplicare le dignità.*

PEr bene intendere il moltiplicare delle dignità, fra di loro bisogna prima imparare, e sapere, che cosa raperesenti il Prodotto d'una dignità moltiplicata con un'altra: per saperlo adunque, e per presto apprenderlo, bisogna osservare, che a ciascuna dignità Algebratica corrisponde un proprio numero di Progressione Aritmetica naturale ( come di sopra si vede. ) Al numero, per non essere dignità, si assegna il o. La cosa, per esser la prima dignità, ha per segno 1. il quadrato ( seconda dignità ) ha il 2. Il cubo 3. e così successivamente. Ora, perchè al moltiplicare delle proporzionalità geometriche corrisponde il sommare nelle Aritmetiche, ne siegue, che sommando insieme li numeri, corrispondenti alle dignità, che si vogliono moltiplicare, quella dignità, che sarà all' incontro di tal somma, sarà il Prodotto di tale moltiplicazione. Per esempio. Volendo sapere, che cosa produce a moltiplicare Cubo con terzo Relato, si fa così. All' incontro del Cubo vi è un 3. ed all'incontro del terzo Relato vi è 21. Sommati insieme questi due numeri, fanno 14. e perchè all'incontro del 14. stà situato il quadrato secondo Relato, si conclude, che a moltiplicare Cubo con terzo Relato produce quadrato secondo Relato. E così con quest'ordine, ovvero Regola si trova il prodotto di qualsisia delle dignità moltiplicate insieme.

Ma perchè le tre prime dignità sono le più famigliari, e che frequentemente si maneggiano, quì le distendo, ed è bene saperle a mente. Il numero per non essere dignità, non altera qualsivoglia dignità, con la quale si moltiplica, come appunto l'Unità non ingrandisce, nè altera il numero per essa Unità moltiplicato. E però.

### *A Moltiplicare.*

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| nu. | via | fa | | nu. | cos. | via | cos. | fa | qu. |
| nu. | — | cos. | — | co. | cos. | — | qu. | — | cu. |
| nu. | — | qu. | — | qu. | cos. | — | cu. | — | q. q. |
| nu. | — | cu. | — | cu. | cos. | — | q. q. | — | prim. rel. |

### *A Moltiplicare.*

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| qu. | via | qu. | fa | qu. qu. | cu. | via | cu. | fa | qu. |
| qu. | — | cu. | — | prim. rel. | cu. | — | q. q. | — | sec. rell. |
| qu. | — | q. q. | — | qu. cu. | cu. | — | pr. rel. | — | q. q. q. |
| qu. | — | d r.rel. | — | second. rel. | cu. | — | qu. cu. | — | cu. cu. |

Ma acciò la continua varietà de' prodotti delle suddette moltiplicazioni non ispaventi, osservisi il loro bell' ordine, che faciliterà l'impararle. Il numero (come s' è detto) non altera, ma sempre produce la dignità, con che si moltiplica. La cosa ( prima dignità ) moltiplicata con qualsivoglia altra dignità, produce la dignità immediatamente seguente alla dignità con la quale si moltiplica. Il quadrato avanta nel suo prodotto due dignità, la dignità, con la quale si moltiplica. Il cubo l'avanza di tre ec. Notisi ancora, che avuto il primo Prodotto, gli altri seguitano successivamente per ordine. Or vediamo gli esempj.

| | | |
|---|---|---|
| A moltip. 7. nu.<br>per 6. nu.<br>Fa 42. nu. | A moltip. 5. cos.<br>per 4. nu.<br>Fa 20. cos. | A moltip. 8. cos.<br>per 3. cos.<br>Fa 24. qu. |
| A moltip. 9. Qu.<br>per 8. cos.<br>Fa 72. cub. | A moltip. 4. cub.<br>per 2. cub.<br>Fa 8. pr. rel. | A molt. 15. qu. q.<br>per 3. cub,<br>Fa 45. sec. rel. |

### *Del Partire le dignità.*

Dissi, che al partire delle proporzionalità Geometriche corrisponde il sottrarre nelle Aritmetiche, e perchè le dignità Algebratiche sono fondate in continua proporzionalità Geometrica doppia, ne siegue, che volendo partire una dignità maggiore per un'altra dignità minore, basta sottrarre il numero della minore dal numero della maggiore, perchè all' incontro del resto starà registrata la dignità del Quoziente di tal proporzione. Per esempio. Volendo partire il terzo Relato per Cubo, si fa così. All'incontro del Cubo vi è il 3. ed all'incontro del terzo Relato vi è 11, sottraggasi adunque 3. da 11. e resterà 8. e perchè all' incontro dell'8 vi è il Quad. Qu. Qu. si conclude, che a partire il terzo Relato per Cubo, ne viene Quad. Qu. Qu. E così con questa Regola si partono qualsivogliano altre due dignità fra di loro. Ma perchè le tre prime dignità sono le più famigliari, quì per ordine le distendo.

### *A Partire.*

nu. per nu. ne viene nu.
cos. — nu. —— —— cos.
quad. —— nu. —— —— quad.
cub. —— nu. —— —— cub.
qu.qu. —— nu. —— —— qu.qu.

### *A Partire.*

cos. per cos. ne viene nu.
qu. —— cos. —— —— cos.
cub. —— cos. —— —— quad.
qu.qu. —— cos. —— —— cub.
pri. rel. —— cos. —— —— qu.qu.

### *A Partire.*

Quad. per Qu. ne viene nu.
cub. —— qu. —— —— cos.
qu.qu. —— qu. —— —— quad.
pr. rel. —— qu. —— —— cub.
qu.qu. —— qu. —— —— qu.qu.

### *A Partire.*

cu. per cu. ne viene nu.
qu.qu. —— cu. —— —— cos.
pr. rel. —— cu. —— —— quad.
cu.cu. —— cu. —— —— cub.

E così discorrendo con le altre dignità.

Quì bisogna avvertire una regola contraria al moltiplicare delle dignità. Quanto al partire qualsivoglia dignità per numero, il quoziente non muta specie. Nel resto partendo qualsivoglia dignità per la cosa. Il Quoziente sarà della natura di quella dignità, che immediatamente antecede la dignità partita. Se si parte per quadrato, il Quoziente anticipa due dignità. Il cubo ne anticipa tre ec. Notisi ancora, che il Quoziente di due dignità eguali è sempre numero, e poi seguita l'ordine, come di sopra si vede. Or veniamo agli esempj pratici.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A partir<br>per | 15<br>3 | nu.<br>nu. | A partir<br>per | 18<br>3 | cos.<br>cos. |
| ne viene | 5 | nu. | ne viene | 6 | cos. |
| A partir<br>per | 12<br>3 | cos.<br>cos. | A partir<br>per | 25<br>5 | quad.<br>nu. |
| ne viene | 4 | nu. | ne viene | 5 | quad. |
| A partir<br>per | 28<br>7 | qu.<br>qu. | A partir<br>per | 30<br>6 | cu.<br>cu. |
| ne viene | 4 | nu. | ne viene | 5 | cos. |
| A partir<br>per | 48<br>12 | cu.<br>cos. | A partir<br>per | 36<br>6 | cub.<br>cub. |
| ne viene | 4 | qu. | ne viene | 6 | nu. |

E così con tutte l'altre dignità. Ma quando le dignità da partirsi fossero minori delle dignità partitrici, non potendosi ciò fare, bisogna formare un rotto (come anche si fa ne' numeri semplici) per esempio. Volendo partire 12. nu. per 3. cos. ( ancorchè il 3. paja entrar 1. volte nel 11. ad ogni modo, per essere il 3. cos. di grado superiore al 12. numero, non si può far tal partizione ) ma si rappresenterà così $\frac{12}{3\ \text{cos.}}$ cioè 12 numero esimi di 3.cos. Volendo anco partir 16. cos. per 4. quad. tal Quooiente si rappresenterà così $\frac{16\ \text{cos.}}{4\ \text{qu.}}$ E darà 16. cos. esimi di 4. quad.

### *Come si rappresentino le Radici delle dignità.*

DAlle dignità ( occorrendo il bisogno si cavano le radici discrete, sordamente, come si cavano da' numeri. Per esempio. La ℞. di 4. quad. a 1. cos. poichè radice, e cosa è l'istesso, e s'intende per il Lato d'un quadrato. La ℞. di 7. quad. sarà ℞. 7. quad. La ℞. di 8. cub. sarà 2. cos. Il numero, o quantità delle cose, o sia numero quadrato, o non quadrato mai può avere radice discreta, per non trovarsi alcuna dignità, che moltiplicata in sè stessa faccia cosa; e però la ℞. di 4. cos. sarà ℞. 4. cosa (e tanto meno da numero non quadrato ). Ma la ℞. di 4. nu. sarà 2. nu. e la ℞. di 16. nu. sarà 4. nu. e la ℞. di 5. nu. sarà ℞. 5. num. E tanto basti.

## CAPITOLO III.

### *Come si maneggino li Binomii, e Residui Algebratici.*

QUanto al maneggiare li Binomii, e Residui delle dignità Algebratiche per tutti gli atti dell' Algorismo, non ci trovo difficoltà alcuna, che abbia necessità di maggior dichiarazione di quella de' Binomii, e Residui ordinarj. Basta aver bene a memoria le Regole del più, e del meno, ed anco avere l'occhio al Prodotto delle moltiplicazioni delle dignità. Sicchè metterò solamente in figura qualche esempio per ciascun' atto dell' Algorismo, da filosofarvi sopra.

### *Sommare de' Binomii.*

| | | |
|---|---|---|
| A som. 9. p. 3. co.<br>con 4. p. 2. co. | A som. 7. Q. p. 5.<br>con. 3. Q. p. 2. | A som. 10. p. 12. c.<br>con 5. m. 8. c. |
| Fa 13. p. 5. co. | Fa 10. Q. p. 7. | Fa 15. p. 14. cu. |

| | | |
|---|---|---|
| A so. 5. c. p. 3. co.<br>con. 4. cu. p. 6. Q. | A so. 3. re. p. 5. Q.<br>con. 2. cu. p. 3. co. | A so. 7. c. m. 6. co.<br>con 5. cu. p. 4. co. |
| Fa 9. c. p. 6. Q. p.<br>3. c. | Fa 31. p. 2. c. p. 5.<br>Q. p. 3. c. | Fa 12. c. m. 2. cos. |

### *Sottrarre de' Binomii.*

| | | |
|---|---|---|
| Da 9 cos. p. 10.<br>cav. 5. cos. m. 3. | Da 7. q. p. 2. co. m. 2.<br>ca. 2 q. m. 3. co. p. 7. | Da 17. q. cu. m. 50.<br>ca. 8. cub. p. 3. qu. |
| Rest. 4. co. p. 7. | R. 5. q. p. 5. c. m. 9. | R. 17. q. c. m. 11. c. m. 3. q. |

| | |
|---|---|
| Da 10. qu. cu. p. 7. quad.<br>cavar 7. cos. p. 3. | Da 5. quad. cub. p. 13. cos.<br>cavar 7. qu. cub. m. 5. quad. |
| R. 10. q. c. p. 7. m. (7. co. p. 3.) | R. 5. q. 1. p. 13. co. m. 2. q. c. |

### *Moltiplicare de' Binomii*

| | | |
|---|---|---|
| A mo. 7. cos. p. 5.<br>per 4 | A mo. 9. q. m. 3.<br>per 6 | A mo. 12. cu. p. 3. c. m. 5<br>per 6. cos. |
| Fa 28. c. p. 20. | Fa 54 q. m. 18. | Fa 72 q. q. q. p. 18. q. m. 30. c. |

| | |
|---|---|
| A mol. 13. men. 2. quoad.<br>per 5. cos. p. 3. | A mol. 10. cub. m. 2. quad.<br>per 9. cub. c. m. 18. rel. |
| Fa 65. q. c. m. 10. c. p. 39. rel. m. 6. q. | p. 10. rel. m. 2. qu. q.<br>90. q. q. 1. quad. |
| | Fa 90. q. c. m. 8. rel. m. 2. q. q. |

Quando occorrerà di quadrare qualsivoglia Binomio, o Residuo Algebratico, che non sia denominato da ℞. il Prodotto d'un nome nell'altro si moltiplica semplicemente per 2. e non per 4.

### *Partire de' Binomii.*

A Partire un Binomio, ovvero un Residuo di dignità Algebratica, per un altro Binomio, o Residuo, il suo Prodotto si nota in forma di rotto. Per esempio.

A par. 2. cos. p. 7. per 3. qu. p. 5. cos. ne viene $\frac{\text{2. cos. p. 7.}}{\text{3. qu. p. 5.}}$

A par. 13. q. cu. p. 3. men. 2. co. per 5. cu. m. 7. q. ne viene $\frac{\text{13. q. c. p. 3. m. 2. cos.}}{\text{5. cu. men. 7. quad.}}$

Vero è, che a partire tali Binomii, Residui, o Moltinomii, per numero, sempre si può realmente partire, senza notarlo in forma di rotto. Per esempio. Volendo partire 24. qu. cub. p. 12. quad. per 4. numero, basta a partire per 4 ciascuno di detti nomi, il che facendo, ne viene 6. qu. cub. per 3. quad. E tanto basti, per avere sufficiente fondamento da potere apprendere le seguenti Regole, e Precetti Algebratici.

---

## CAPITOLO IV.

### *Fondamento d'Algebra.*

IL primario fondamento d'Algebra è la proporzione d'egualità delli tre primi termini delle dignità Algebratiche, cioè del numero, cosa, e quadrato. Ma perchè questa egualità nelli predetti tre termini (necessarissimi alla pratica d'Algebra) possono relativamente accadere in sei modi, ne siegue, che tutto il giro della scienza Algebratica si riduce a sei Capitoli, tre de' quali sono semplici, e gli altri tre sono composti, ciascuno de' quali ha la sua Regola particolare, come segue.

### *Primo Capitolo semplice.*

IL primo Capitolo semplice è quando le cose sono eguali al numero. In tal caso (a guisa della Regola Aurea) si parte il numero per le cose, ed il Quoziente sarà la valuta d'una sol cosa. Per esempio. Se 15. cose fossero eguali a 60. nu. partendo il numero 60. per le 15. cose, una cosa valeria 4. nu. e se 15. cos. fossero 15. Brazzo di Panno, ed il 60 nu. fossero Scudi, un Brazzo valeria 4 $\frac{1}{2}$. Scudi. Or veniamo alla pratica.

Trovami un numero, che li $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ di detto numero giunti insieme facciano 68. Per la Regola delle posizioni false si potria risolvere il Quesito, ma voglio che lo risolviamo per Algebra, dicendo: Suppongo, che il numero, che cerchiamo sia 1. cos. pigliandone poi $\frac{2}{3}$ cos. $\frac{3}{4}$ cos. e sommandoli insieme, faranno $\frac{17}{12}$ cos. e questi $\frac{17}{12}$ cos. per la supposizione fatta, saranno eguali al numero, che vogliamo, che faccia, cioè a 68. Dividasi dunque 68. per $\frac{17}{12}$ cos. (come comanda la Regola) e ne verrà 48. per valuta di una cosa. Adunque 48. è il numero cercato, perchè ho supposto, che tal nume-

numero sia 1. cos. Pigliandosi $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ di 48. e faranno appunto 68. come fu proposto.

Quì, e ne' seguenti Capitoli bisogna avvertire, che il partire del num. per le cose ec. s'intende secondo il partire de' numeri semplici, e non secondo il partire delle dignità. Voglio dire, che il Quociente sarà numero semplice.

### *Secondo Capitolo semplice.*

IL secondo Capitolo semplice è quando li Quadrati s' eguagliano al numero. La sua Regola è questa, si parte il numero per li Quadrati, ed il Quociente sarà la varietà d' un solo quadrato, ma perchè ordinariamente si cerca la valuta della cosa, e la cosa non è altro, che la radice d' un quadrato, ne siegue, che la radice del Quociente sarà la valuta d' una cosa. Alla pratica.

Trovami un numero, che moltiplicando per 12. il suo quadrato, faccia 300. Sia tal numero una cos. Quadrisi 1. cos. e sarà 1. quadrato, qual moltiplicato per 12. farà 12. quadrati, eguali a 300. Dividasi secondo la Regola il 300. per li 12. Quadrati, e di Quociente ne verrà 25. per valuta d'un sol Quadrato la cui radice è 5. e tanto vale la cosa. Adunque 5. è il numero cercato. Fame la prova.

In simili quesiti, ecco una mia ritrovata, ed infallibile Regola. Dividasi il numero assegnato per quel numero, che si dovria moltiplicare col quadrato del cercato numero, perchè la radice del Quociente sarà il numero cercato. Per esempio. Trovami un num. che moltiplicando per 15. il suo quadrato faccia 135. Divido per 15. il 135. e ne viene 9. la cui radice è 3. e questo è il num. cercato.

### *Terzo Capitolo semplice.*

IL terzo Capitolo semplice è quando li quadrati sono eguali alle cose. La sua Regola in sostanza è simile a quella del primo Capitolo. Si partono le cose per li

li quadrati, ed il Quoz. sarà la valuta d'una cosa. Alla pratica.

Trovami un numero, che moltiplicato per 8. il Prodotto sia eguale al doppio del suo quadrato. Orsù questo numero sia 1. cos. moltiplicato per 8. fa 8. cos. Fatto questo, si quadra 1. cos. e riesce 1. quad. Raddoppiandolo faranno 2. quadrati eguali a 8. cos. Dividansi secondo la Regola 8. cos. per li 2. quadrati, e ne verrà 4. per valuta d'una cosa. Adunque 4. è quel numero, che moltiplicato per 8. fa 32. E perchè il doppio del quadrato d'esso 4. fa parimente 32. l' operazione è buona.

## CAPITOLI COMPOSTI.

PErchè sovente occorre ne' Capitoli composti nominare Equazione, ed estremi d'Equazione, prima di venire alle loro Regole, è bene dichiarare questi due termini, acciò s'intendi quel, che si legge. Equazione adunque non è altro, che la proporzione d'egualità fra due quantità, o cose diversamente denominate. Per esempio. Quando ( ver. gr. ) uno ha fatto la sua posizione al proposto quesito, ed arriva a dire (come dissi per esempio nel terzo capitolo semplice) che 2. qu. sono eguali a 8. cose. Io dico, che questi 2. qu. eguali a 8. cos. si chiamano Equazione. Li 2. quad. sono il primo termine, e le 8. cos. sono il secondo termine d' essa equazione, qual'equazione si chiama così, perchè tanto contiene in se li 2. quad. quanto le 8. cos. Tanto vale l'uno, quanto vale l'altro termine.

In oltre bisogna avvertire, che se a quantità eguali sarà aggiunto, o levato quantità eguale, la somma, o resto sarà parimente eguale. Di più. Se quantità eguali saranno moltiplicati, o divise per un' altra quantità egualmente, il Prodotto, o Quoziente sarà parimente eguale. Ciò si dice perchè spesse volte occorre aggiugnere, o levare ec. degli estremi, come in pratica a suo luogo si vedrà. Ora torniamo al nostro proposito.

Pri-

## *Primo Capitolo composto.*

IL primo Capitolo composto è quando, che li quadrati, e le cose sono eguali al numero. La sua Regola è questa. Se da una banda, o dall'altra vi sarà più, o meno d'un quadrato, bisogna ridurre tutta l'Equazione ad un sol quadrato. Il che si fa partendo tutta l' Equazione per la quantità del quadrato. Per esempio. Se 5. quad. più 30. cose fossero eguali a 80. partendo tutta l' Equazione per 5. ( quantità de' quadrati ) ne verrà 1. quad. più 6. cos. e 16. Sicchè 1. quad. più 6. cos. saranno eguali a 16. Fatto questo, si partono per mezzo le cose, che nel caso nostro è 3. Questo 3. si quadra, e fa 9. Al quadrato s' aggiugne il numero , cioè 16. e fa 25. E così la ℞. di 25. ( cioè 5. ) meno la metà delle ( cioè 3. ) sarà la valuta d'una cosa. Valeria 2. Di più, se $\frac{2}{3}$ quad. più 12. cos. fossero eguali a 40. dividendo tutta l'Equazione per $\frac{2}{3}$ s'avrà 1. quad. più 18. cose eguali a 60. Ma quì di passaggio ricordatevi, che dividendo un rotto per un altro rotto, eguale ne viene l'unità, e per dividere un sano per un rotto moltiplica il sano per il Denominatore ed il Prodotto si parte per il Numeratore del rotto. Al contrario del Moltiplicare.

Trovami un numero, che moltiplicato per 8. ed al Prodotto giuntovi il quadrato di detto numero, faccia 48. Supponge, che questo numero sia 1. cos. moltiplicato per 8. fa 8. cos. e perchè al prodotto s' ha d'aggiugnere il quad. di detto numero quadro 1. cos. e fa 1. quad. quale unito con quelle 8. cos. farà 1. quad. più 8. cos. e questa somma sarà eguale a 48. E perchè l'Equazione è ridota ad un sol quadrato, basta nel resto seguitar la regola datta. Il che facendo la cosa vale 4. a 4. appunto è il numero cercato.

Secon-

## *Secondo Capitolo composto.*

IL secondo capitolo composto è quando, che le cose, ed il numero s'eguagliano alli quadrati. La sua Regola è in tutto simile a quella del precedente capitolo, eccetto, che dove là nel fine dell' operazione si cava dalla ℞. la metà delle cose , quì s' aggiugne. Alla pratica.

Trovami un numero, che al treppio di esso numero giuntovi 70. la somma sia eguale al suo quadrato. Questo numero, di 1. cos. Triplicata fa 3. cos. aggiuntovi 70. fa poi 3. cos. più. 70. e questa somma sarà eguale ( pal supposto ) al 1. quad. cioè al quadrato della cos. in che mi opposi. E perchè l'Equazione da sè è ridotta ad 1. solo quad. basta seguire l' ordine dato. E però partendo le cose per mezzo, ne viene $\frac{1}{2}$ cos. Questo 1. $\frac{1}{2}$ cos. si quadra e fa 2. $\frac{1}{4}$ Aggiungasi il numero ( cioè 70. ) e farà 72 $\frac{1}{4}$ la cui radice è 1 $^{1?}$ cioè 8. $\frac{1}{2}$ alla quale radice aggiugnendovi la metà delle cose ( cioè 1 $\frac{1}{2}$ ) fanno 10. per valuta d' una sol cosa. E però 10. è quel numero al triplicato del quale giuntovi 70. fa 100. (eguale al suo quad. che pure fa 100.)

## *Terzo Capitolo composto.*

IL terzo capitolo composto è quando, che li quadrati, ed il numero s'eguagliano alle cose. La sua Regola è quella de' passati capitoli. Eccetto che, dove in quelli s'aggiugne il numero dell'Equazione al quadrato della metà delle cose, in questo si sottra , e nel fine dell'operazione, ove nel primo capitolo si sottra , nel secondo si aggiugne la metà delle cose alla radice, in questo si può aggiugnere, o levare. Alla pratica.

Trovami un numero, che moltiplicato per 25. il suo Prodotto sia eguale al doppio del suo quadrato , giuntovi 72. di più. Sia questo numero 1. cos. moltiplicato per 25. fa 25. cos. e questo diremo, che sia eguale a 2. quad. più 72. Per trovar quanto vale la cosa, bisogna ridurre l'Equazione ad un sol. quad. partendola

tut-

tutta per la quantità de' quadrati, cioè per 2. Il che fatto, ne viene 12 $\frac{1}{2}$ cos. eguali ad 1. qu. più 36. Fatto questo, si partono le cos. per mezzo, e resteranno 6. $\frac{1}{4}$ cosa, che quadrate fanno 39. $\frac{1}{16}$. Da questo 39. $\frac{1}{16}$ non s'aggiugne ( come ne' passati capitoli ) ma si leva il numero dall'Equazione, ( cioè 36. ) e resterà 3 $\frac{1}{7}$ la cui ℞. è $\frac{3}{4}$ cioè a $\frac{1}{4}$. Ora dico, che aggiugnendo, o levando da questa ℞. 1 $\frac{3}{4}$ la metà delle cose, la somma, o resto sarà la valuta d' una cosa. Vero è, che non sempre riesce all'uno, ed all'altro modo, ma bensì infallibilmente per l'uno, o per l'altro modo. Aggiugniamo adunque alla ℞. 1. $\frac{3}{4}$ la metà delle cose (cioè 6 $\frac{1}{4}$) e sarà precisamente 8. per valuta d'una cosa. E appunto 8. è il cercato numero, che moltiplicato per 25. fa 200. eguale al doppio del quad. dell'istesso 7. con 72. di più. Per altro modo non è riuscibile, non potendosi cavare la met. delle cos. della ℞. 1. $\frac{3}{4}$.

## CAPITOLO V.

### Altre sorti d'Equazioni.

### *Quadrati di Quadrati eguali al numero.*

Altri Capitoli hanno le loro Regole, per trarre in luce li quesiti loro, ma però dipendono da uno de' sei precedenti. Trovami un numero, che il Quadrato del suo Quadrato moltiplicato per 8. faccia 512. Sia 1. cos. la quale ridotta a Qu. di Qu. e moltiplicato per 8. s' avranno poi 8. Qu. di Qu. eguali a un sol Quad. di Quadrato, la cui ℞℞. sarà la valuta della cosa. Questo capitolo cade sotto il primo capitolo semplice.

### *Quadrati di Quadrati, e Quadrati eguali al numero.*

Questi, e gli altri due seguenti Capitoli ordinatamente dipendono dalle Regole de' tre Capitoli composti con queste tre sole avvertenze. Prima se nella Equazione vi sarà più, o meno d' un Quadrato di Quadrato bisogna ridurla ad un sol Quadrato di Quadrato, partendo l' uno, e l'altro estremo per la quantità de' Qu. de' Qu. ( più, o meno, che sia, d'un Quadrato di Qu.) Secondo. Li quadrati dell' Equazione si partono per mezzo, e la metà si quadra in vece delle cose. Terzo. L'ultimo evento, che ne' capitoli composti dà la valuta della cosa, in questi dà la valuta d' un Quadrato. Sicchè bisogna di più cavare la ℞. dal detto ultimo evento, la qual ℞. sarà la valuta della cosa. Alla pratica.

Trovami un numero, che al Quadrato del suo Quad. giuntovi 10 de' suoi Quad. faccia 171. Sia 1. cos. che ridotta a Quad. di Quad. ed aggiuntovi 10. Quad. s' avranno poi 1. qu. di qu. p. 10. eguali a 171. Operando secondo la Regola del primo capitolo composto, e cautele suddette, la cos. valerà 3. e 3. appunto è il cercato numero.

### *Quadrati, e numero eguali a' Quadrati de' Quadrati.*

Trovami un numero, che il quad. del suo quad. sia eguale a 16. de' suoi quadrati, giuntovi sopra 225. Sia 1. cos. qual ridotta a qu. di qu. s'avrà poi 1. quad. di quad. eguale a 16. quad. p. 225. Operando secondo la Regola del secondo capitolo composto, e cautele suddette, la cosa vale 5. per cercato numero.

### *Quadrati di Quadrati e numero eguale a quadrati.*

TRovami un numero, che sopra il quadrato del suo quadrato giuntovi 144. questa somma sia eguale al suo quadrato moltiplicato per 40. Sia 1. cosa, quale ridotto a quadrato di quadrato s'avrà 1. quadrato di quadrato più 144. eguali a 40. quadrati operando secondo la Regola del terzo capitolo composto, e cautele suddette, la cosa valerà 6. per il cercato numero.

### *Ricordo.*

PER maggiore chiarezza ho fatto riuscire le conclusioni senza rotto, ma in tutti li capitoli, quando, che il numero dell'Equatore s'aggiugne, o leva dal quadrato della metà delle cose, o metà de' quadrati, se tal somma, o resto non sarà numero quadrato, o non avrà ℞. discreta, in tal caso la cosa vale la medesima ℞. sorda, cioè tal somma, o resto, più, ovvero meno la metà delle cose, o quad. e perciò si nota in forma di Binomio, o Residuo.

Ma perchè nel terzo capitolo composto, e suoi dipendenti, il numero del Quoziente si sottra dal quadrato della metà delle cose, o metà de' quad. Se tal numero dell'Equazione sarà eguale al suddetto quad. della metà delle cose, o metà de' quad. la valuta della cosa, o d'un quad. sarà la metà delle cose, o quad. ma quando il numero dell' Equazione fosse maggiore, tal quesito non sarà solubile, perchè è impossibile a poter partire una quantità in due parti tali, che il Prodotto d'una nell'altra parte, sia più del quadrato della metà d'essa quantità.

## CAPITOLO VI.

### *Regola universale, ed equivalente alli precedenti sei Capitoli.*

IL famosissimo, e insigne P. Claudio della Compagnia di Gesù nella sua Algebra insegna una regola generale, molto facile per tirare in luce ogni Equazione risolubile per li sei Capitoli precedenti, e suoi dipendenti, senza obbligare la memoria alla di loro reminiscenza, la qual regola è questa, ed ha quattro parti essenziali, come siegue:

1. Primieramente bisogna trovare l'Equazione, esaminando la radice, o cosa, che si propone esser' eguale al numero incognito, che si cerca.

2. Ritrovata l'Equazione, conviene ridurla in istato di poter fare la divisione, levando li superflui, ristorando li diminuti, e riducendo l'Equazione a tal segno, che la maggior dignità sola si ritrovi in uno degli estremi, nè tal dignità denominata sia nell' altro estremo.

3. Fatta tal riduzione si parte tutta l'Equazione con suoi caratteri per il numero della maggiore dignità, come se fosse di numeri semplici (il che anche s' insegnò nel primo Cap. composto) acciò la maggiore dignità resti denominata dalla sola Unità. Sicchè quando l'Equazione da sè si porta a tal segno, che la maggiore dignità sola si trovi in un' estremo, denominata dall' Unità, in tal caso non occorre far divisione alcuna.

4. Ultimamente dal Quoz. di tal divisione bisogna cavarne il lato, o le dovute radice, come siegue, ed in questo principalmente consiste la forza, e generalità di questa regola, perchè quanto alle tre prime parti non discordano dagl' insegnamenti espressi ne' predetti Capitoli.

### *Del cavare il lato, o la radice delle semplici Equazioni.*

PER sapere quando, e che sorta di radice s' abbia da cavare dal Quoziente, egregiamente l' insegna col suo carattere il Divisore medesimo, cioè la maggiore dignità dell' Equazione. Sicchè, se il Divisore sarà cos. il semplice Quoziente sarà il numero, o quantità cercata, perchè la cosa non ha radice, essendo ella medesima radice, e lato d' un Quadrato. L' istesso accade ogni volta, che qualsisia dignità s' eguaglia alla dignità immediatamente inferiore ad essa. Per esempio. Se 5. qu. cu. fossero eguali a 40. primo relato, dividendo il 40. per 5. il Quoziente S. saria il valore della cosa, ed il numero, o quantità cercata, il che si prova per la Regola Aurea dicendo. Se 5. qu. cu. si eguagliano a 40. primo rel. Un cos. (in che m' opposi) a che s' eguaglierà? Moltiplicando una cos. con 40. primo rel. ne vengono 40. qu. cu. quali divisi per 5. cu. di Quoziente si ha 8. per numero, e valuta della cosa.

Se poi qualsivoglia dignità s' eguaglia al numero, si parte il numero per tal dignità, e dal Quoziente si cava la radice quadra, o cuba, o qualsisia altra, denominata dalla partitrice dignità.

Ogni volta, che due dignità non collaterali, s' eguagliano fra di loro, e senza schifarle, si parte al solito la minore per la maggiore, e dal Quoziente cava la radice in questa forma. Se fra le due dignità dell' Equazione vi si frapponghi una sola dignità, si cava la radice quadra. Se due se ne frapponghino, si cava la ℞. cub. se tre la quadra quadrata, se quattro, la prima rel. ec.

Se occorresse d' avere a cavare la radice, o lato d' una qualsisia dignità Algebratica, si cava la radice dal numero di tal dignità, come se fosse numero semplice. Per sapere, da che carattere debba essere denominata tal radice, si parte il numero esponente la dignità, dalla quale si cavò il lato per il numero esponente la radice cavata, perchè il numero esponente del Quoziente tiene con sè la cercata dignità. Per esempio: Volendo la radice quadra di 225. qu. cu. piglio la radice di 225. la quale è 15. ma perchè il quad. cu. ha 6. di numero esponente, e la radice quadra n' ha 2. dividendo il 6. per 2. ne viene 3. ( esponente del cubo. ) Adunque la radice quad. di 225. qu. cu. sarà 15. cub.

Se poi numero di tal dignità non ha radice, ovvero se dividendo un' esponente per l' altro, l' esponente del Quoziente non sarà numero intero, nè meno tal dignità avrà la desiderata radice. Numeri esponenti sono quei della Progressione naturale Aritmetica, posti al fianco delle dignità Algebratiche pag. 331. Questo è quanto all' Equazione semplici, nelle quali una quantità s' eguaglia ad un' altra sola quantità.

### *Del cavare il lato, e radice dall' Equazioni composte, e minute.*

EQuazione composta è quando la maggiore dignità si eguaglia a due altre diverse quantità, ma la diminuta è quando essa maggior dignità s' eguaglia ad una quantità deficiente, cioè, che le manca un' altra certa quantità, come più abbasso si vede esemplificato. E notisi, che questo lato, o radice ne dà sempre la valuta della cosa, in che si appose, e la quantità cercata.

Per non errare, bisogna sapere, che da quelle Equazioni solamente si può cavare il lato, o radice per Regola certa, quando li tre termini di esse hanno i loro Esponenti proporzionali in proporzione Aritmetica, e sono tutte quelle, che la maggiore dignità di esse è denominate da quadrato solo, o da, quadrato composto, come nelle seguenti Equazioni manifestamente si vede.

| Equazioni. | | | Esponenti. | |
|---|---|---|---|---|
| Composta | 1. qu. eguali | a | ro. cos. più. 75. | 2. 1. 0. |
| Diminuta | 1. qu. | a | 75. men. 10. cos. | 2. 0. 1. |
| Diminuta | 1. qu. | a | 18. cos. men. 72. | 2. 1. 0. |
| Composta | 1. qu. qu. | a | 18. qu. più 648. | 4. 2. 0. |
| Diminuta | 1. qu. qu. | a | 725. men. 4, quad. | 4. 0. 2. |
| Diminuta | 1. qu. qu. | a | 443. qu, men. 41.61.74. | 2. 0. |
| Composta | 1. qu. cu. | a | 200. cu. più 3. 456. | 6. 3. 0. |
| Diminuta | 1. qu cu. | a | 5120. men. 16. cub. | 6. 0. 3. |
| Diminuta | 1. qu. cu. | a | 800. cu. men. 156.751. | 6. 3. 0. |
| Composta | 1. q. q. q | a | 2.000.q.q.più 885.076.881. | 8. 4. 0. |
| Diminuta | 1. q. q. q. | a | 214.651.701.men.20.qu.qu. | 8. 0. 4. |
| Diminuta | 1. q. q. q. | a | 20.000.q.q.men.78.461.119. | 8. 4. 0. |
| Composta | 1. q. pr. rel. | a | 80. pr. rel. più 39.609. | 10. 5. 0. |
| Diminuta | 1. q. pr. rel. | a | 7.424. men. 200. pr. rel. | 10. 0. 5. |
| Diminuta | 1. q. pr. rel. | a | 2.000. pr. rel. men. 999.424. | 10. 5. 0. |

Quando gli esponenti, osservando la proporzione Aritmetica, tutti e tre sono più che 0. è segno che nell' Equazione non si trova il numero, quale di necessità sempre si deve essere; però in tal caso bisogna abbreviarli, che si fa col sottrarre da tutti il minor Esponente. Per esempio. La prima delle tre seguenti Equazioni ha di esponente 11. 7. 9. (e molto bene conservano la proporzione Aritmetica fra di loro.) Cavando il minor Esponente cioè 7. da 11. e da 7. e da 9. resta 4. 0. 2. Notisi, che quest' atto è uno schisare, o degradare l' Equazione.

| Equazioni. | Esponenti. |
|---|---|
| Domin. 1. rel. a 725. 2. rel. men. 4. cu. cu. | 11. 7. 9. |

| | |
|---|---|
| Comp. 1. 3. rel. a 200. q. q. p. 3. 456. p. rel. | 11. 8. 5. |
| Com. 1. q. q. q. a 200. q. q. p. 14. 336. qu. | 10. 6. 2. |

Le quali Equazioni si riducono a queste tre.

| | |
|---|---|
| Dim. 1. q. q. a 725. men. 4. cu. cu. | 4. 0. 2. |
| Com. 1. q. cu. a. 200. cu. p. 3. 456. | 6. 3. 0. |
| Comp. 1. q. q. q. a 200. q. q. p. 14. 336. | 8. 4. 0. |

E così con altre infinite Equazioni. Dal che facilmente si comprende, che sorta di radice s' abbia da cavare de' Quozienti.

Dalle tre prime Equazioni si cava la radice quadra. Dalle tre seguenti la radice quadrata Cuba ec. Ma notate bene, che la maggior dignità sempre s' eguaglia a quella dignità, denominata secondariamente intessa maggior dignità, qual dignità è notata nell' altro estremo dell' Equazione col termine di più, o di meno, insieme col numero. Per esempio. Il qu. qu. s' eguaglia al quad. più numero. Il qu. cu. s' eguaglia al cu. e num. Il qu. prim. rel. s' eguaglia al prim. rel. e num. Il qu. qu. q. s' eguaglia al qu. qu. e num. ec. Or veniamo alla pratica, e per conformazione maggiore di questa Regola risolviamo di tre quesiti, risoluti per li tre Cap. comp.

Nel Cap. 1. comp. 1. q. 9. 6. cos. s. eguaglia a 16. La cos. val 1.
Nel Cap. 2. comp. 1. q. s' eguaglia a 3. cos. p. 70. La cos. val 10.
Nel Cap. 3. comp. 1. q. q. 30. s' eguaglia a 12. ½ co. La co. val 8. ovvero 4 ½.

Ma perchè, secondo la nostra Regola, la maggiore dignità dell' Equazione deve stare sola in uno de' due estremi di essa, però aggiustate che siano dette tre Equazioni composte, staranno così.

1. qu. eguale a 16. m. 6. cos.
1. qu. a 3. cos. p. 70.
1. qu. a 3. cos. p. 70.
1. qu. a 12. ½ c. m. 36.

Il modo di trovare il lato, o radice quadra di queste, e simili Equazioni, e gl' Esponenti delle quali sono 2. 1. 0. ovvero 2. 0. 1.

1. Si quadra la metà delle cose.
2. A questo quadrato s' aggiugne, o da esso si leva

il numero assoluto dall'Equazione, secondo che si trova notato col segno di più, o di meno.

Alla radice quadra di questa somma, o resto s' aggiugne, o si leva la metà delle cose, e secondo, che sono notate col segno di più, o di meno.

Questa Regola in tutto, e per tutto s' incontra con quella de' tre capitoli, composti, ma l'eccellenza di questa consiste, che senza tenersi a memoria le particolarità di quelle, li caratteri del p. e del m. attualmente insegnano il modo di operare, come qui in pratica successivamente vedrete.

Per la prima Equazione d' 1. qu. eguale a 16. m. 6. cos. Il quad. della metà delle cos. è 9. al quale giunto, che sia il num. 16. ( perchè senza segno significa p. ) fa 25. la cui radice è 5. Or dico, che da questa radice 5. si deve cavare la metà delle cos. perchè sono denominate col termine del m. il che fatto, resta 2. per valuta della cosa, come appunto riuscì per la Regola del p. Capitolo composto.

Per la seconda Equazione d' 1. q. eguale a 3. cos. p. 70. Il quadrato della metà delle cose è 2 $\frac{1}{2}$ al quale s' aggiugne il numero assoluto 70. per essere notato col segno di p. e fa 72 $\frac{1}{2}$ la cui radice quadra è 8 $\frac{1}{4}$ or dico, che a questa radice 8 $^{1}$. si deve aggiugnere la metà delle cose, per essere notata col segno di più, il che fatto s'avrà 10 per valuta della cosa, come anco riuscì per la Regola del secondo Capitolo composto.

Per la terza Equazione d' 1. qu. eguale a 12 $\frac{1}{2}$ cos. m. 36. Il quad. della metà della cosa è 39. $\frac{8}{18}$. Da questo quad. si leva il numero assoluto 36. che così ricerca il carattere del meno, e resta 3. $\frac{1}{16}$ la cui radice quadra è 1 $^{1}$. Ora dico, che a questa radice 1 si deve aggiugnere la metà delle cose, perchè non avendo segno alcuno, significando più, il che fatto, la cosa vale 8. come pur anco riuscì per la Regola del terzo Capitolo composto.

Ma notate. Ogni volta, che il numero dell' Equazione, già aggiustata, sia notato col segno di m. tal' Equazione può avere due numeri per valuta della cosa, un maggiore, o minore l'altro. Il maggiore è il poco fa trovato 8 nella terza Equazione. Per il minore, basta cavare dalla metà delle cose la trovata radice, sicchè levando 1 $\frac{3}{4}$ da 6 $\frac{1}{4}$ ( metà delle cose ) resta 4 $\frac{1}{2}$ e tanto può anco valere la cosa. Adunque la quantità cercata nella terza Equazione sarà 8. ovvero 4 $\frac{1}{2}$. Vero è, che le minori alle volte (benchè di rado) non soddisfa alla dimanda, ma bensì sempre la maggiore infallibilmente.

Or proviamo quest'ultima Equazione, che servirà per ammaestramento di tutte. Un quadrato s'eguaglia a 12 $\frac{1}{2}$ cos. men. 36. e la cola vale 8. ovvero 4 $\frac{1}{2}$. Se così è 12. cos. e $\frac{1}{2}$ dariano 100. per la maggiore valuta, e per la minore 56. $\frac{1}{4}$ da quali numeri levando da ciascuno il m. 36. resta 64. e 20. $\frac{1}{4}$. E perchè il quad. d' 8. ed il quad. di 4 $\frac{1}{4}$ fanno 64. il primo, e 20. $\frac{1}{4}$ l' altro, però l'operazione è buona.

Quanto poi il cavare il lato, o radice da quelle Equazioni, nelle quali la maggiore dignità viene denominata da doppio carattere, per regola generale si cava sempre prima la radice quadra, come se l' Equazione fosse di quadrato eguale a cos. e num. in uno de' tre predetti modi, e poi dall'ultimo evento ( razionale, o irrazionale, che sia ) si cava la radice, indicata dal secondo nome, o carattere d'essa dignità. Per esempio. Sia 1. qu. qu. eguale a 171. m. 10. q. La metà de' qu. è 5. il quadrato del quale è 25. al qual quadrato aggiugnendovi il num. assoluto 171. fa 196. la cui radice quadra è 14. Da questa radice 14. si cava la metà de' quadrati per essere notati col segno del m. e resta 9. Ora dico, che la radice quadrata di 9. cioè 3. è la valuta della cosa.

Di più. Sia 1. qu. cu. eguale a 4. cu. p. 32. Il quadrato della metà de' cubi è pur 4. quale giunto col numero dell'Equazione, fa 36. la cui radice quadra è 6. alla quale giugnendovi la metà de' cub. (per rispetto del p. che rappresentano) s'avrà 8. Ora dico, che la R. cub. di 8. (cioè 2.) è la valuta della cosa. Ne vi paja strano, perchè volendo, per esempio, cavare la R. qu. cu. da 64. cavando prima la R. qu. tal radice, o lato, riuscirà un cub. cioè 8, 8. che di necessità conververrà poi cavare da esso lato quadro la ℞. o lato cubo, o altro, che sia, ma nel caso nostro tal cubo è 2. Cubisi il quad. di 2. che farà 64.

### *D'un' altro modo per trovare il lato quadro.*

1. AL quad. di tutto il num. delle cose s'aggiugne, o da esso si leva il quadruplo del numero assoluto, secondo che sarà notato col segno di più, o meno.

2. Alla radice quadra della somma, o del resto s'aggiugne, o si leva il numero delle cose, secondo ne insegna il carattere di più, o di meno; il che fatto, la metà della somma, o del resto sarà la valuta della cosa. Questa regola è comodissima, quando il numero delle cose è disparo, o congiunto con rotto.

### *Regola specialissima per trovare il lato, o radice, affine di eguagliare la quantità.*

DOvendosi trovare il lato di qu. cos. e num. bisogna, che li quad. siano ridotti ad un sol quadrato. La sua Regola è questa. Si partono per mezzo le cose, che sempre riuscirà num. semplice, perchè la cosa rappresenta la radice del quad. per num. qual num. si unisce col lato del quad. ed è finita l'operazione. Per esempio, sia 1. qu. p. 4. c. p. 4. Volendo il lato quad. di queste tre quantità, s' opera come sopra. Il lato d' un quadrato è sempre 1. cos. la metà delle cose è 2. di semplice num. Sicchè il cercato lato o radice quadra delle proposte quantità è 1. cos. p. 2.
1. cos. p. 2.

1. qu. p. 4. cos. p. 4.

Che ciò sia il vero a quadrare detto lato, ne ritorneranno precisamente le tre prime quantità, come si vede.

Ma notate. Se la quadratura del lato ha da dare precisamente le tre proposte quantità, bisogna che il numero sia precisamente eguale al quadrato della metà delle cose (come è accaduto nel presente esempio) ma se tal num. sarà più, o meno, converrà levargli, ovvero aggiugnergli tanto, che basti. Per esempio. Voglio il lato quadro d'un qu. p. 8. col. p. 5. operando, come sopra, questo lato sarà 1. cos. p. 4. ma perchè il quadrato della metà delle cose fa 16. perciò al num. 5. bisogna aggiugnervi 11. Dirò adunque. Se ad 1. p. q. 8. col. p. 5. s'aggiugnerà 11. il suo lato, o radice sarà 1. cos. p. 4.

Di più. Voglio il lato d' 1. qu. p. 6. cos. p. 12. Questo lato è 1. cos. p. 3. ma perchè il quadrato della metà delle cose è solamente 9. però il num. è troppo gagliardo. Dirò adunque. Se da 1. qu. p. 6. cos. p. 12. si leverà 3. resterà 1. qu. p. 6. cos. p. 9. il cui lato è 1. cos. più 3.

L'istesso ordine, e cautela s'osserva circa il meno. Sia 1. qu. men. 6. cos. p. 8. il suo lato sarà 1. cos. m. 3. La quadratura del lato è 1. q. m. 6. cos. p. 9. se si deve aggiugnere.

Sia parimente 1. qu. men. 6. cos. m. 15. Il lato di questa proposizione è 1. cos. m. 3. Ma perchè quadrando questo lato proposto fa 1. qu. m. 6. cos. p. 9. però da questa quadratura ne cavo il proposto 1. q. m. 6. cos. m. 15. e mi resta p. 24. Dirò dunque. Se ad 1. qu. m. 6. cos. m. 15. s'aggiugnerà 24. s'avrò 1. qu. m. 6. cos. più 9. ed il suo lato sarà 1. cos. m. 2.

Lato delle tre proposte quantità 1. cos. men. 3.
1. cos. men. 3.

Quadratura del lato 1. qu. men. 6. cos. p. 9.
Quantità proposte 1. qu. men. 6. col. m. 15. da sottrarsi.

Resta p. 24.

Chi possiede bene questa regola, e chi l'ha molto famigliare, facilissimamente troverà il lato, e tirerà in luce qualsivoglia equazione composta, o diminuta, risolubile per li tre Capitoli composti, e per la Regola generale del P. Claudio, con questo solo avviso, cioè, che anco la maggiore dignità dell'Equazione sia denominata dalla sola Unità, e nell'istesso estremo seco abbia

bia unite le cose, e qualsisia altra dignità, che nell' operare viene riputata per cosa. Or veniamo alla pratica, e serviamoci di esemplare, e per modello delle medesime Equazioni, che ci siamo serviti di sopra, acciò meglio spicchi la verità di questo eccellente operare ec.

Primo Cap. composto 1. q. p. 6. cos. eguali a 16. La co. val. 2. Lato del primo estremo 1. cos. p. 3.

1. cos. p. 3.

Suo quadrato 1. q. più 6. cos. p. 9. eguale a 25.

Lati, o Radici 1. cos. più. 3. eguali a 5.

Or pratichiamo questa Equazione. Il lato di 1. qua. p. 6. cos. è 1. cos. p. 3. Quadrando questo lato, ne viene 1. qu. p. 6. cos. p. 9. ma perchè dovria essere solamente 1. cu. più. 6. cos. però al secondo estremo dell' Equazione, bisogna aggiugnervi 9. il che fatto il 26. diventa 25. Sicchè 1. qu. più 6. cos. p. 9. sarà eguale a 25. Cavando il lato, o radice dell'uno, e l'altro estremo s'avrà 1. più 3. eguale a 5. Finalmente levando da ogni parte il 3. superfluo, s'avrà 1. cos. eguale a 2. Adunque la cosa vale come per l'altre Regole ec.

Secondo Cap. comp. 1. q. eguale a 3. cos. p. 70. La cos. val 10. Ridotta a segno d' Equazione 1. q. m. 3. cos. s' eguaglia a 70. Lato del primo estremo 2. cos. men. 1. $\frac{1}{2}$.

1. cos. men. 1. $\frac{1}{2}$.

Suo quad. 1. qu. men. 3. cos. p. 2 $\frac{1}{4}$ eguale a 72 $\frac{1}{4}$.

Lati, o ℞. dagli estremi 1. cos. men. 1 $\frac{1}{2}$ eguale a 8 $\frac{1}{2}$. Ristorato quel men. 1. $\frac{1}{2}$ s'avrà 1. cos. eguale a 10. Adunque la cosa val 10. come per l'altre due Regole. Perchè la quadratura del lato supera il prim. estremo di 2 $\frac{1}{4}$ però 2. $\frac{1}{2}$ s'è giunto al 70. del 2. estremo. (8. ovvero 4 $\frac{1}{2}$.

Terzo Cap. com. 1. q. p. 36. eguale a 22 $\frac{1}{2}$ cos. La cosa val. Aggiustata l' Equaz. 1. q. m. 12 $\frac{1}{2}$ cos. p. 36. s' eguaglia a 0. Lato del pri. estremo 1. cos. men. 6 $\frac{1}{4}$.

1. cos. men. 6. $\frac{1}{4}$.

Suo quad. 1. q. men. 12 $\frac{1}{2}$ cos. p. 30. $\frac{1}{16}$ eguale a 3 $\frac{3}{16}$.

3 $\frac{3}{16}$. Lati, o radice degli estremi 1. cos. men. 6. $\frac{1}{4}$ eguale a 1 $\frac{3}{4}$ Ristorato quel men. 6 $\frac{1}{4}$ s'avrà 1. cos. eguale a 8. Adunque la cosa vale 8. come per l' altre due Regole. Perchè la quadratura del lato supera il primo estremo, già aggiustato di 3 $\frac{1}{16}$ però 3 $\frac{1}{16}$ s'è posto dalla parte del 0. acciò l'Equazione resti sempre equilibrata:

Ma notate. Ogni volta, che tutti e tre li termini uniti in un'istesso estremo s'eguagliano al 0. come è accaduto in quella Equazione, tale Equazione avrà due numeri, che soddisfano alla domanda, uno maggiore, e minore l'altro. Il maggiore è il poco fa trovato.

Per avere il minore, basta a sottrarre semplicemente quel 1 $\frac{3}{4}$ (lato del secondo estremo) da quel men. 6 $\frac{1}{4}$ perchè resterà 4 $\frac{1}{2}$ per cercato num. Vero è, che il nu. minore alle volte non satisfa, ma bensì sempre il maggiore.

Di più. Sia 1. q. cu. eguale a 4. cu. p. 32. Aggiustava l'Equazione, col portare li 4. cub. dalla parte del quad. cub. s'avrà 1. quad. cub. men. 4. cos. eguali a 32. Equazione aggiustata 1. q. men. 4. cub. eguali a 32.

Lato del primo estremo 1. cos. men. 2.

1. cos. men. 2.

Sua quadratura 1. q. men. 4. cos. p. 4. eguali 36.

Lati degli estremi 1. cos. men. 2. eguali a 6. Ristorando poi il men. 2. s'avrà 1. cos. men. eguale a 8. Adunque 8. è il lato quadro dell'Equazione. Per avere la valuta della cosa basta dal lato quadro, cioè da 8. cavarne la radice cuba, il che fatto, la cosa vale 2. come per l' altra Regola. Questo esempio serva per qualsivoglia quesito, risolubile. Per cavarne il lato quadro s'opera sempre, come se l'Equazione fosse di quadrato, cosa, e numero, e poi dall' ultimo evento si cava la radice, denominata dalla seconda parte della maggior dignità dell'Equazione, cioè la radice quadra, o la cuba, o la quadra quadrata, o la prima relata ec.

## CAPITOLO VII.

### *Del levare le Radici dagli estremi dell' Equazioni.*

IL miglior modo di levare le radici dall'Equazioni è il discompagnarle da qualsivoglia altra quantità, che sia in sua compagnia, il che si fa levando dette quantità dall'uno, e l'altro estremo, se non in altra maniera, col termine di più, o di meno, ( il che si può far sempre ) acciò l'Equazione resti sempre eguale, e la ℞. resti sola in uno degli estremi. Ciò fatto, si quadra l'uno, e l'altro estremo, con che l'Equazione si mette in istato di ridurla a capitolo ordinario, ristorando li diminuti, e levando li superflui. Alla pratica.

Abbiasi 8. cos. eguali a 10. più ℞. U. ( 40. q. più 20. cos. ) Levando dall'uno, e l'altro estremo li 10. che sono in compagnia della ℞. U. (q. più 20. cos.) s'avrà poi ℞. U. 40. q. più 20. cos. egual a 8. cos. men. 10. quad. l'uno, e l'altro estremo, e ne verrà 64. q. più 100. men. 160. cos. egual a 40. quad. più 20. cos. Imperocchè questa ℞. ( quasi legata ) si scioglie quadrandola, e produce precisamente quella quantità della quale lei è supposta ℞. e perchè detta ℞. è eguale a 8. Quad. men. 10. non si può dubitare, che li loro Quadrati non siano parimente eguali. Ristorando e levando li superflui si riduce poi l'Equazione a capitolo ordinario ( che per essere chiaro, tralascio l'esemplificarne.

Se le radici fossero col termine di meno, bisogna prima ristorarla, il che fatto tal radice farà passaggio al termine di più, si separa dell'altre quantità, poi s'opera, come sopra.

Se in ambidue gli estremi fossero ℞. col termine di più, prima d'ogni cosa si quadra l'uno, e l'altro estremo, il che fatto, la ℞. resta in un solo estremo, e poi s'opera, come sopra.

Ogni volta, che la cos. quad. o altra dignità s'eguaglia al numero, e ℞. ovvero a ℞. sola, senza levare tal ℞. si parte il numero, e ℞. o ℞. sola per le cos. Quadrati ec. E così il Quoziente sarà la valuta della cosa, Quadrato &c. Per esempio. Siano 10. cos. eguali a 35. più ℞. 360. Dividasi 35. più R. 360. per 10. e ne veranno 3 [illegible] più ℞. 3 [illegible] per valuta d'una cosa.

Finalmente può accadere, che non si possino levare dette radici, ed è quando, che operando, non si può ridurre l'Equaziohe a capitolo ordinario.

## CAPITOLO VIII.

### *Del levare li Rotti dall' Equazioni.*

1. LI rotti si lasciano vedere nelle Equazioni dal partire numero per dignità Algebratica, ovvero dal partire una dignità minore per un' altra dignità maggiore, il che non si può fare, se non in forma di rotto. Ogni volta adunque, che il rotto sarà solo in uno degli estremi, per levarlo, basta a moltiplicare il Denominatore del rotto con tutto l' altro estremo dell' Equazione: perchè tal Prodotto sarà eguale al Numeratore di esso.

rotto. Per esempio. Se $\frac{156}{6.\ \text{cos.}}$ fossero eguali a 15. più 8. cos. Operando, come ho detto, ne verranno 90. cos. più 48. quadr. eguali a 150. Numeratore.

2. Se nell'uno, e nell'altro estremo dell' Equazione saranno rotti solamente, si moltiplicano vicendevolmente in croce, come si costuma, quando si vogliono ridurre rotti ordinarj sotto una medesima denominazione. Il che fatto, li Prodotti saranno eguali l'uno all' altro. Per esempio. Se $\frac{16}{2.\ \text{cos.}}$ fossero eguali a $\frac{9}{1.\ \text{cos.}}$ operando, come ho detto, s'avrà 8. q. p. poi 26. qu. 16. cos. eguali 80. cose.

3. Se in uno degli estremi col rottto saranno de' sani,

ni ſi levi dall'uno, e dall'altro estremo il sano, che si trova in compagnia del rotto, il che fatto l'Equazione è ridotta al primo esemplare, secondo la cui Regola opererai. Per esempio. Se 12. più $\frac{15}{1.\text{qu.}}$ fossero eguali a 12. cos. più 8. si levino dall'uno, e l'altro estremo li 12. che sono col rotto, e avrassi poi $\frac{15}{1\text{qu.}}$ eguali a 12. cos. men. 4. Operando poscia secondo il primo esemplare, s'avranno poi 12. cub. men. 4. Q. eguale a 15. Qui si ristori, e levino li superflui, che poi l'Equazione sarà ridotta a segno.

4. Finalmente se saranno rotti accompagnati con sani nell'uno, e l'altro estremo, si sottra un rotto dall'altro, secondo la Regola de' rotti ordinarj, riducendoli ambidue ad una medesima denominazione, col moltiplicarli in Croce (avendo però l'occhio sempre alli Prodotti delle dignità Algebraiche.) Fatta tal sottrazione (il rotto resterà col sano in un solo estremo). E per levarlo, e per ridurre l'Equazione a segno, s'opera, come nel precedente caso. Per esempio: Se 2. quad. più $\frac{10.\ \text{cos.}}{1.\ \text{qu.}}$ fossero eguali a 10. più $\frac{15}{\text{qu. cos.}}$ Levando un rotto dall'altro, come ho insegnato, s'avranno poi 2. quad. eguali a 10. più $\frac{5.\ \text{qu.}}{13.\ \text{cub.}}$. Nel resto s'opera, come nel precedende terzo ammaestramento; si potria ancora ridurre li sani in rotti, e poi operare secondo la Regola del secondo ammaestramento.

## CAPITOLO IX.

### *Del degradare l' Equazioni.*

Ogni volta, che nelle Equazioni non si trovi il numero, bisogna degradare tal Equazione. Il che si fa partendo tutta l'Equazione per una delle minori dignità, che in quella si trovi, imperocchè, siccome a moltiplicare la dignità per l'Unità d'un'altra, s'ingrandiscono, non nel numero, ma *Virtualiter*, cioè nell'ascendenza di maggior dignità, così dividendole, calano, e s'abbassano; non di numero, ma di grado. Alla pratica. Abbiasi 12. cub. più 18. cos. eguali a 50. cos. Io dico, che si deve partire tutta l'Equazione per una sol cosa, il che facendo s'avrà poi 12. quad. più 18. cos. eguali a 50. numero. Parimente. Se 15. qu. qu. p. 12. cub. fossero eguali a 30. quad. Partendo tutta l'Equazione per un sol. quad. ne verrà 15. quad. p. 11. cos. eguali a 30. numero. Ma quando nell'Equazione si trova il numero, tal'Equazione non si può degradare. Il numero è sempre necessario nell'Equazioni.

### *Avvisi considerabili.*

1 Per risolvere li quesiti si può fare la posizione sopra una, o più cose. Sopra uno, o più quadrati, ovvero sopra una, o qual si sia altra dignità (accompagnata da numero, se piace, per maggior comodità;) ma pazzia riputarei l'opporsi a dignità alte, che altro, che fatica non apportano, potendo avere l'intento per il sol numero cos. e Qu. Fatta adunque la posizione sopra una, o più cos. bisogna poi maneggiarle secondo il tenore del Quesito, finchè s'arrivi a qualche Equazione, che nel resto s'opera poi come ne' proprj Capitoli si è insegnato.

2 Quì rinfresco alla memoria, che trovata l'Equazione (se fa bisogno) conviene ridurla a segno, levando li superflui, ristorando, e dividendo tutta l'

Equazione per il numero, o quantità della maggior dignità, che sia in essa, acciò in uno degli estremi tale dignità resti con la sola unità.

3 Ogni volta, che qualsivoglia dignità sola in un' estremo s'eguaglia al numero per regola ferma si parte il numero per tale dignità, e la ℞. del Quociente sarà la valuta d'una sol cosa. Per esempio. Se 5. cu. fossero eguali a 40. si parte il 40. per 5. e ne viene di Quociente 8. La cui ℞. cu. è 2. per valuta d'una sol cosa. Ma partendo il numero per le cose, il semplice Quociente è la valuta della cosa.

4 Di più. Ogni volta, che qualsisia dignità s'eguaglia alla dignità immediatamente inferiore a quella si parte la minore per la maggiore, ed il Quociente sarà la valuta d' una sol cosa. Per esempio. Se 5. pri. rel. fossero eguali a 30. Qu. Qu. si parte il 40. per 5. ed il Quociente 6. sarà la valuta della cosa. Lo provo così, dicendo. Se 5. pri. rel. danno 30. Qu. Qu. che darà 1. cosa? Moltiplicando 1. cos. con 30. Qu. Qu. fa 30. pr. rel. quali divisi per 5. pr. rel. ne viene 6. di numero semplice, e per valuta d'una cosa.

Tali Quesiti si propongono alle volte, che difficilmente si possono ridurre a capitolo ordinario con una sol posizione, laonde conviene farne due di quantità differenti. Per esempio.

Trovami due numeri, che tanto faccia l'uno moltiplicato per 4. ed al Prodotto giuntovi 16. quanto l' altro moltiplicato per 8. e dal Prodotto levatone 4. e che il Prodotto d'uno nell'altro faccia 2. Il primo numero sia 2. cos. ed il secondo sia 1. tanto. Sicchè operando s'averà 4. cos. più 16. eguali a 8. quantità, o tanti; perchè, siccome a moltiplicar cose per numero, ne viene cose, così a moltiplicare tanti per numero, nè verrà tanti. Ristorando l'Equazione, s'averanno poi 4. cos. più 20. eguali a 8. tanti. Ma per levarsi dai piedi li tanti, si partano le 4. cos. p. 20. semplicemente per li 8. tanti, ed il Quociente cioè $\frac{1}{1}$ sarà la valuta d'un sol tanto. Adunque il primo numero sarà 1. cos. e l'altro $\frac{1}{2}$ cos. più 2 $\frac{1}{2}$. Bisogna vedere, se il Prodotto d'uno nell'altro sia precisamente 12. Operando s'averà $\frac{1}{2}$ quad. più 2 $\frac{1}{2}$ cos. eguali a 12. Finalmente riducendo l'Equazione ad un quadrato intero, s'avrà poi 1. quad. più 5. cos. eguali a 24. Capitolo primo composto. La cos. val. 1. per il primo numero, e perchè il secondo fu trovato essere $\frac{1}{2}$ cos. più 2 $\frac{1}{2}$, però tal numero sarà 4. e che sia il vero. Il primo moltiplicato per 4. ed al prodotto giuntovi 16. fa 28. Così parimente il secondo moltiplicato per 8. e dal Prodotto levando 4. resta 28. e moltiplicando l' uno per l'altro, fa appunto 12.

6. Finalmente mi occorre avvisare chi legge, che quando li termini dell'Equazione fossero di simili parti, tali eguagliamenti sariano irregolari, come se 8. quadrati più 4. cos. fossero eguali a 8. quadrati più 4. cos. E per essere meglio inteso. Trovami due numeri, che abbiano la proporzione, come di 2. a 3. e che moltiplicato il primo per 6. faccia quanto fa l'altro moltiplicato per 4. Per mantenere la proporzione, sia il primo numero 2. cos. e l'altro 3. cos. quali moltiplicati, come si è proposto, s'avranno poi 12. cos. Laonde li cercati numeri saranno quei medesimi in che si oppone, e però è superfluo l'operare. Ma se in un estremo sarà maggior quantità simile quesito saria irresolubile, come chi dicesse, che 2. cos. e 3. cos. fossero moltiplicate per 5. le prime, e per 4. le seconde, e che li Prodotti fossero eguali, poichè operando s'avriano 10. cos. eguali a 12. cos. (il che non può essere.) Schisasi, o degradasi 10. cos. e 12. cos. e ne verrà 10. eguali a 12. (cosa impossibile.)

### *Problemi Algebraici.*

## CAPITOLO X.

AVendo esposto, e dichiarato li principali fondamenti d'Algebra (scienza laboriosa, ma soavissima) bisogna venire alla pratica, acciò meglio s' imprimi nella mente. Cominciaremo da' Problemi più facili, e poi s'anderà ascendendo gradatim.

Nel risolvere li Problemi osserverò quest' ordine:

Farò la posizione, ed opererò sino ad avere ridotto l'Equazione a capitolo ordinario (che in questo consiste la difficoltà) che dopo è facil cosa l'operare, ed in ultimo dichiarerò la valuta della cosa, cioè la quantità cercata, e sotto a qual capitolo cada ciascun problema. Perchè saria cosa troppo tediosa il volere tirar a fine ciascun Problema.

Per essere questa scienza l'arte magna del calcolare, è necessario essere molto versato, e pratico nelle quantità, sì discrete, come continue, altrimente non s'avria modo di sapere accomodare li quesiti nelle mani, come a suoi luoghi si motiverà.

### *Problema Primo.*

Trovami un numero, del quale levandone la metà, ed $\frac{1}{3}$ il resto sia 12.

Suppongo, che questo numero cercato sia 1 cos. Adunque 1. cos. (dal suo posto sarà eguale al numero incognito. E siccome 1. cosa è la radice di una Progressione Geometrica, principiante dall'Unità, così tutto l' Artificio Algebraico consiste in saper trovare, che sorta di Progressione ne dia il cercato numero, posto vicino all'Unità, cioè nel secondo luogo, poichè qualsivoglia numero sano, o rotto, ovvero sano, e rotto, può possedere il secondo luogo d'una Progressione Geometrica. Orsù. Di questo 1. cos. ne piglio 1. $\frac{1}{2}$ cos. e $\frac{1}{3}$ cos. quali sommati insieme, fanno $\frac{5}{6}$ cos. e questi $\frac{5}{6}$ cos. saranno eguali alla somma d'$\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ del numero cercato. Cavando $\frac{5}{6}$ cos. da 1. cos. intero mi resta $\frac{1}{6}$ cos. Adunque $\frac{5}{6}$ cos. sono eguali a 22. perchè 12. ne restò (dice il quesito) dopo d'averne levato $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{3}$. Trovata l'Equazione, secondo la Regola si parte 12. per $\frac{1}{6}$ e di Quoziente ne viene 72. La cos. vale 72. Cap. 1. semplice. Adunque 72. è quel numero dal quale levandone la metà, ed $\frac{1}{3}$ il resto è 12. e questo 72. posto nel secondo luogo d'una Progressione Geometrica, cominciante dall'Unità, starà come siegue.

72. 5184. 373248. &c. L'Ascendente è 72.

### *Problema Secondo.*

Trovami un numero, che moltiplicato per 7. ed al Prodotto giuntovi 50. faccia 302.

Sia 1. cos. che moltiplicato per 7. ed al Prodotto giunto 50. s'avranno 8. cos. più 50. eguali al 302. Levansi dall'uno, e l'altro estremo quei più 50. e resteranno poi 7. cos. eguali a 252. Capitolo primo semplice. La cosa vale 36. E 36. appunto è il numero cercato.

### *Problema Terzo.*

Trovinsi due numeri, che siano proporzionali, come 3. a 4. che moltiplicando il maggiore per 2. ed il minore per 5. li prodotti uniti insieme facciano 46.

Uno di questi numeri sia 3. cos. e l'altro 4. cos. che moltiplicate insieme, sommati li Prodotti, come si è proposto, s'avranno 23. cos. eguali a 46. Cap. 1. semplice. La cosa vale 2. E perchè la posizione fu fatta sopra 3. cos. e 4. cos. moltiplicasi 3. 4. cos. per 2. e s'avrà 6. e 8. per li cercati numeri.

### *Problema Quarto.*

Trovasi un numero al quale aggiugnendo 30. e 90. le due somme siano fra loro in proporzione doppia.

Questo numero sia 1. cos. aggiugnendoli 30. per una parte e 90. per l'altra, s'avrà poi 1. cos. più 30. ed 1. cos. più 90. Raddopiasi 1. cos. più 30. acciò sia in proporzione doppia all'altro, e s'avrà poi 2. cos. più 60. eguali a 1. cos. più 90. Levansi li superflui, e resterà 1. cos. eguali a 30. Capitolo primo semplice. La cosa vale 30. E questo è il numero cercato, al quale aggiugnendovi 30. s'avrà 60. e 120. in proporzione doppia.

### *Problema Quinto.*

Trovami un numero, dal quale cavatone 30. e 90. il maggiore de' due residui sia quattro volte il minore.

Sia 2. cos. dal quale cavatone 30. e 90. resterà 1. cos. men. 30. ed 1. cos. men. 90. E perchè 1. cos. men. 90. determinsi per la parte minore, bisogna quadrupricarla. Il che facendo, ti avranno poi 4. cos. men. 360. eguali a 1. cos. men. 30. Levando li superflui, ristorandoli diminuti, s'avranno poi 3. cos. eguali a 330. La cosa val 110. per il cercato numero. Capitolo primo semplice.

### *Problema Sesto.*

Trovami un numero, che cavato da 50. e da 200. il maggior residuo sia sei volte il minore.

Questo num. sia 1. cos. il quale cavato da 50. e da 200. resta 50. men. 1. cos. e 200. men. 1. cos. ed acciò il maggiore sia sei volte il minore, moltiplicato per 6. il 50. men. 1. cos. e ne viene 300. men. 6. cos. e guali a 200. men. 1. cos. Levando li superflui, e ristorando ec. s'avranno poi 5. cos. eguali a 100. La cosa val 20. per il numero cercato. Capitolo primo semplice.

### *Problema Settimo.*

Dividasi 100. in due parti tali, che il terzo d'una, ed il quinto dell'altra giunti insieme facciano 30.

La prima parte sia 3. cos. di necessità il suo terzo sarà 1. cos. a per conseguenza il quinto dell'altra parte sarà 30. men. 1. cos. acciò si verifichi, che $\frac{1}{3}$ d'una, ed $\frac{1}{5}$ dell'altra parte facciano 30. Ora, se 30. men. 1. cos. è il quinto della seconda parte 150 men. 5. cos. sarà il suo tutto. Uniscansi adunque insieme queste due parti, cioè 3. cos. e 150. men. 5. cos. e s'avrà poi 150. men 2. cos. eguali a 100. Levando poscia li superflui, e ristorando li diminuti s'avranno finalmente

due cos. eguali a 40. La cosa val 25. E perchè la prima parte fu supposta 3. cos. tal parte sarà 75. e l'altra il resto sino a 100. cioè 25. Piglia un terzo di 75. e un quinto di 25. che appunto saranno 30. Capitolo primo semplice.

### *Problema Ottavo.*

Dividasi 200. in due parti, o numeri, e poi di nuovo si torni a dividere in due altre parti, o numeri, tal che il maggiore della prima divisione sia in proporzione doppia col minore della seconda divisione, ed il maggiore della seconda divisione, sia in proporzione tripla con il minore della prima.

Il minore della seconda divisione sia 1. cos. il maggiore della prima sarà 2. cos. e di ragione il suo minore farà 200. men. 2. cos. e perchè il maggiore della seconda divisione deve essere tre volte il minore della prima, perciò tal parte, o numero sarà 600. men. 6. cos. Resta, che la somma delli due numeri, o parti della seconda divisione siano 200. ma perchè sono 600. men. 5. cos. ne siegue, che 600. men. 5. cos. eguali a 200. Levando li superflui l'Equazione resta 5. cos. eguali a 400. Capitolo primo semplice. La cosa vale 80. Sichè il numero minore della seconda divisione sarà 80. ed il maggiore della prima sarà 160. gli altri due il residuo sino a 200. e sono questi.

| | | |
|---|---|---|
| Prima divisione | 160 | 40 |
| Secon. divisione | 120 | 80 |

### *Problema Nono.*

Trovami un numero dal quale cavandone il terzo, e da quel che resta, cavandone il quarto, e dal secondo resto, cavandone il sesto, e l'ultimo resto sia 140.

Questo numero sia 1. cos. cavandone $\frac{1}{3}$ restano $\frac{2}{3}$ cos. da questo $\frac{2}{3}$ cos. cavandone $\frac{1}{4}$ ( ch'è $\frac{1}{6}$ cos. ) resta $\frac{1}{2}$ cos. E da questo $\frac{1}{2}$ cavandone $\frac{1}{6}$ ch'è $\frac{1}{12}$ cos. restano $\frac{1}{12}$ cos. eguali a 140. La cosa val 336. per il numero cercato. Primo Capitolo semplice.

### *Problema Decimo.*

Trovinsi due numeri, che il primo pigliandone 30. imprestito dal secondo, sia doppia al restante del medesimo secondo, ed il secondo pigliandone 50. dal primo, sia poi triplo al restante del primo.

Il secondo di questi due numeri sia 1. cos. più 30. acciò dandone 30. al primo, egli resti con 1. cos. il primo sarà 2. cos. men. 10. acciò ricevendo 30. dal secondo, sia poi doppio al residuo d'esso secondo, che restò con 1. cos. Resta, che il secondo ricevendo 50. dal primo, sia triplo al residuo del medesimo primo. Ma se il primo dà 50. al secondo, egli resta con 2. cos. men. 80. ed il secondo diviene un cos. più 80. Triplichiamo quel 2. cos. men. 80. e s'avranno poi 6. cos. men. 240. eguali a 1. cos. più 80. Levando li superflui, e ristorando li diminuti, l'Equazione resterà 5. cos. eguali a 320. la cos. vale 64. il primo numero sarà 98. il secondo 94. Cap. 1. semplice.

### *Problema Undecimo.*

Trovami due numeri, che 1. sia 4. più dell'altro, e che il quad. del maggiore sia 32. più del quad. del minore.

In simili quesiti il minor num. si ponga essere una cosa, meno la metà della differenza fra essi numeri, però il minore sia 1. cos. men. 2. ed il maggiore sarà 1. cos. più 2. Quadrinsi questi 2. supposti numeri, e si cavi l'uno dall'altro, il che fatto, resteranno 8. cos. e perchè dovrà restare 32. perciò 8. cos. saranno eguali a 32. La cosa vale 4. Sicchè il primo numero sarà 2. ed il secondo 6. Capitolo primo semplice.

La Regola di simili quesiti è questa: si parte il determinato numero ( cioè nel caso proposto il 32.) per il doppio del 4. ( dato numero, cioè per 8. ) e dal Quoziente 4. cavando la metà del dato numero, cioè 2. s'avrà il minore de'cercati numeri, che saria pur 2. ed aggiugnendo a detto Quoziente essa metà, tal somma sarà il numero maggiore, che parimente saria 6. Ma se dal suddetto Quoziente non si potesse cavare la metà del dato numero, tal quesito non si potria risolvere. E ciò servi d'avviso.

### *Problema Duodecimo.*

Dividasi 20. in due parti tali, che l'eccesso de' loro quadrati sia 120.

Una parte sia 10. più 1. cos. che l'altra sarà 10. men. 1. cos. Quadrando queste due parti, s'avranno queti due Quad. 1. Quad. più 20. cos. più 100. ed 1. Quad. men. 20. cos. più 100. cavando l'uno dall'altro, il suo eccesso, o residuo è 40. cos. eguali a 120. La cosa vale 3. La parte che fu supposta 10. men. 1. cos. sarà 7. L'altra 13. Capitolo primo semplice.

### *Problema Terzodecimo.*

Trovami tre numeri, che il primo col secondo faccia 20. Il secondo col terzo faccia 30. Ed il terzo col primo faccia 40.

Il primo sia 1. cos. Il secondo sarà 20. men. cos. Il terzo sarà 10. più 1. cos. (acciò col secondo faccia 20.) ed il primo col terzo sarà 2. cos. più 10. Ma perchè dovria essere 40. però 3. cos. più 10. sono eguali a 40. Levando li superflui, 2. cos. restano eguali a 30. La cosa val 15. il primo numero è 15. Il secondo 5. Il terzo 25. Capitolo primo semplice.

### *Problema Quartodecimo.*

Trovami due numeri, che il quadrato d'uno sia 96. più del quadrato dell'altro.

Il lato d'un quadrato sia 1. cos. ed il lato dell'altro sia 1. cos. più 8. (qui s'aggiugne un numero *ad libitum*, acciò il suo quadrato sia meno di 96.) Quadrinsi questi due lati, e si cavi un Quadrato dall'altro, che resterà 16. cos. più 64., eguali a 96. Levato il 64. superfluo, resteranno 16. cos. eguali a 31. La cosa val 2. Sicchè il primo numero sarà 2. l'altro 10. Li quadrati de' quali sono 4. è 100. cioè 96. più dell'altro. Capitolo primo semplice.

### *Problema Quintodecimo.*

Uno deve dare ad un'altro Scudi 528. con quest'ordine, che il primo Mese li dia un sol Scudo, il secondo ne dia due, e così ogni Mese vadi crescendo uno Scudo. Dimando. In quanti Mesi pagherà tutta la summa.

Simili quesiti non vogliono altro inferire, se non trovarmi un numero, al quale giuntovi sopra l' Unità, e tal somma moltiplicata per la metà di esso numero, faccia 548. e ciò nasce per l'eccidenza della regola del sommare le Progressioni Aritmetiche 203. Ora questo numero sia 1. cos. Aggiugnendovi l' Unità sarà 1. cos. più 1. qnal somma moltiplicandola per la metà d'esso numero, cioè per $\frac{1}{2}$ cos. s'avrà poi $\frac{1}{2}$ quad. più $\frac{1}{2}$ cos. eguali a 528. (numero de' Scudi.) Qui bisogna ridurre l'Equazione ad un quad. partendola tutta per il numero de' quadrati, cioè per $\frac{1}{2}$ quad. Il che fatto, s'avrà poi 1. quad. più 1. cos. eguali a 1056. (poichè il numero da partirsi per metà, si raddoppia.) Sicchè l'Equazione è ridotta al primo capitolo composto. Operando secondo la sua Regola, la cosa val 32. e così in 32. Mesi avrà pagati li Scudi 528.

### *Problema Sestodecimo.*

Da Roma a Milano siano miglia 360. Due Pellegrini si partono nell'istesso punto, uno da Roma, per andare a Milano, e l'altro da Milano, per andare a Roma, e fanno ambidue la medesima strada. Quello, che parte da Roma fa il primo giorno 6. miglia, il secondo 12. e l' terzo ne fa 18. e così ogni giorno cresce 6. miglia. L' altro, che parte da Milano fa il primo giorno 4. miglia, il secondo 8. il terzo ne fa 12. e così ogni giorno cresce 4. miglia. Dimando, in quanti giorni s'incontreranno insieme questi due Pellegrini? E quando si saranno incontrati, e quanti miglia avrà fatto ciascun di loro.

La risoluzione di simili quesiti sta fondata sopra l' evidenza di quella Regola, per trovare la quantità dell' ultimo termine d'una Progressione Aritmetica, e sopra di quell'altra del sommare detta Progressione.

Supponiamo, che li due Pellegrini s'incontrino in 1. cos. di giorni. Quest' 1. cos. di gior. rappresenta la quantità de' termini d'una Progressione in astratto, cioè la quantità di giorni, che spenderanno ad incontrarsi. Per sapere

il viaggio, che in detto tempo avrà fatto quello, che parte da Roma, bisogna prima trovare il viaggio, che farà l' ultimo giorno cioè quando s'incontrerà con l'altro Pellegrino. E per saperlo da 1. cos. levo l' unità secondo la regola generale, per trovare la quantità dell'ultimo termine )e mi resta 1. cos. m. 1. qual resto si moltiplica per il numero ascendente, cioè per 6. e ne viene 6. cos. m. 6. al qual Prodotto giuntovi il primo termine, cioè il viaggio del primo giorno, s'avrà poi in tutto 6. cos. per il viaggio dell'ultimo giorno. Fatto questo, bisogna sommare la Progressione, e però a 6. cos. aggiungo di nuovo il primo termine cioè 6. ed avrò 6. cos. più 6. le quali 6. cos. più 6. moltiplico per $\frac{1}{2}$ cos. cioè per la metà de' termini in che in astratto m'apposi, e così avrò 3. Quad. più 5. cos. per tutte le miglia, che avrà fatto il suddetto Pellegrino, che parte da Roma, quali si serbano da parte.

Il Pellegrino, che parte da Milano (operando come sopra) in 1. cos. di giorni avrà fatto 2. quad. più 2. cos. che uniti con gli altri, fanno 5. q. più 5. cos. eguali a 360. Aggiustando l'Equatore, secondo la Regola del primo capitolo composto, la cosa valerà 8. E così concludo, che li due Pellegrini s'incontreranno in 8. giorni. Per sapere il viaggio, che ciascuno avrà fatto in detto tempo, basta trovare il viaggio che l'uno e l'altro ha fatto l'ottavo giorno, cioè l'ultimo di otto termini della Progressione, rappresentata in quelli 8. giorni. Il che fatto, e sommata la Progressione in riguardo all'uno, ed all'altro Pellegrino, si troverà, che quello, che partì da Roma, avrà fatto miglia 216. e l'altro 144. che unite insieme fanno precisamente 360. e però sta bene.

Ma se le miglia fossero per esempio 370. s'unisce insieme il viaggio, che fariano il nono giorno i due Pellegrini (che nel caso nostro sono 90. miglia) e poi si dice: Se 90. miglia si fanno in ore 24., in quant' ore si faranno 10. miglia (cioè il sopra più delle 360. fatte in 8. giorni interi.) Operando si fariano in ore 2. minuti 40. e così in giorni 8. ore 2. minuti 40. s'incontreriano li due Pellegrini, se le miglia fossero 370.

### *Problema Decimosettimo.*

Uno piglia una Casa in affitto per Scu. 60. all' Anno;

Ma prima d'entrare in casa sborsa al padrone d'essa Scu. 200. ed egli all'incontro s'obbliga scontarli nel fitto, con utile di 5. per 100. all'Anno, e di lasciarlo in Casa, finchè li 200. Scudi siano scontati del tutto. Dimando, quanto l'affittuario goderà la casa?

Si fa così. In capo al primo Anno li Scudi 200. col suo frutto diventano 210. cioè crescono la ventesima parte del capitale, ma pagati li Scu. 60. del fitto restano 150. Questi 150. in capo al secondo Anno, a 5. per 100. faranno 157.$\frac{1}{2}$ de' quali pagando il fitto, restano 97$\frac{1}{2}$. Questi a 5. per 100. nel fine del terzo anno faranno 102.$\frac{1}{2}$ ma scontando il fitto restano solamente 42.$\frac{1}{2}$. E perchè si vede, che non può star più in Casa un Anno intero, per sapere quanto vi deve dimorare, si fa la posizione Algebraica così. Suppongo, che vi abbia da stare un cos. d'Anno, e poi dico. Se un Anno paga di fitto Sc. 60. quanto pagherà un cos. d'Anno? Pagherà 60. cos. di Scudo. Fatto questo, bisogna vedere quanto meritano quei Scudi 42.$\frac{3}{8}$ in un'Anno. Trovo, che meritano Scudi 2$\frac{19}{160}$ e poi di nuovo dico. Se nel corso di un Anno Scudi 42$\frac{3}{8}$ meritano Scudi 2$\frac{19}{160}$ quanto meriteriano in un cos. d'Anno. Meriteranno a $\frac{19}{160}$ cosa di Scu. quali uniti col suo capitale faranno in tutto Scu. 42.$\frac{3}{8}$ più 2$\frac{19}{160}$ cosa tra merito, e capitale. La qual somma s'eguaglia a 60. cosa di scudo, cioè a quello, che ha da pagare di fitto in una cosa d'Anno. Levando li superflui, l'Equazione resterà 42.$\frac{3}{8}$ eguali a 57.$\frac{141}{160}$ cos. Capitolo primo semplice. La cosa vale $\frac{2260}{3087}$. E tante parti d'un Anno deve stare in Casa riguardo a quei Scu. 42.$\frac{3}{8}$ e suo merito, le quali parti, per tirarle in giorni si fa così: Si moltiplicano 365. giorni d'un Anno per il Numeratore, ed il Prodotto si parte per il Denominatore, e così il Quoziente sarà la quantità de' giorni, contenuti in quel rotto (e sono questi) giorni 367. ore 5. min. 13. $\frac{9}{3087}$. Si conclude adunque, che il Fittuario deve stare in Casa Anni 3. Mesi 8. giorni 7. ore 5. minuti 12 $\frac{9}{3087}$.

### *Problema Decimottavo.*

Due fanno compagnia. Il primo mette una quantità di denari, ed il secondo ne mette quattro tanti del primo. Guadagnano tanto per cento, quanto è il capitale, e guadagnano Scudi 800. Dimando, quanto pose ciascuno di loro nella compagnia?

Ab-

Abbia posto il primo 1. cos. che l'altro avrà messo 4. cos. Sicchè fra tutti e due avranno 5. cos. di capitale. E perchè guadagnano tanto per 100. quanto è il loro capitale. Adunque guadagnano 5. cos. per 100. e però si dice: Se 100. di capitale mi dà 100. più 5. cos. tra capitale, e guadagno. Che mi darà 5. cos. di capitale? Darà 5. cos. più $\frac{1}{4}$ quadrato tra capitale, e guadagno nel fine della compagnia, e queste 5. cos. più $\frac{1}{4}$ quadrati sono eguali a sc. 800. Aggiustando l'Equazione, s'avranno 20. cos. più 1. quadrato eguali a 3300. Capitolo primo composto. La cosa val R. 3300. men. 10. Sicchè il primo pose nella compagnia Scudi R. 3300. men. 10. e l'altro quattro tanti, cioè Scudi R. 52800. mon. 40.

### *Problema Decimonono.*

Due fanno compagnia, uno mette una Gioja, e l' altro Scudi seicento, e guadagnano Scudi cinquecento. A quello della Gioja toccò tra capitale, e guadagno Scudi ottocento, ed all'altro il resto. Dimando, quanto valse la Gioja?

Vaglia 1. cos. di Scudi con li 600. del compagno si avrà 1. cos. più 600. per capitale di tutti e due, quale aggiugnendovi li Scudi 500. del guadagno, arriverà alla somma di 1. cos. più 1100. dalla qual somma levando li Scudi 800. toccarono a quello della Gioja, resterà 1. cos. più 300. tra capitale, e guadagno per l'altro compagno, e poi dico: Se a quello, che mette Scudi 600. di capitale, tocca 1. cos. più 300. tra capitale, e guadagno, che toccherà a 1. cos. capitale, di quello, che pose la Gioja? Operando gli tocherà 1. $\frac{1}{600}$ quadrato più $\frac{1}{2}$ cos. tra capitale, e guadagno, eguale alli 800. Scudi, che da principio si dice toccarli. Eguagliando l'Equazione, s'avrà 1. quad. più 300. cos. eguale a 480. 000. Cap. 1. composto. La cosa val R. 502. 500. men. 150. E tanto valse la Gioja, cioè Scudi R. 502. 500. men. 150.

### *Problema Vigesimo.*

Quattro compagni fanno compagnia. Quanto ponesse ciascun di loro nel negozio, non lo sò, nè meno quanto guadagnassero. So bene, che $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ del capitale de' due primi compagni era eguale ad $\frac{6}{7}$ e $\frac{1}{2}$ degli altri due compagni, e fra tutti e quattro arrivarono alla terza parte

del

del guadagno. Di più. Non sò quanto toccasse a ciascuno del guadagno, so bene, che avevano debiti l'uno con l'altro che il primo dando al secondo la terza parte del suo guadagno, il secondo dando al terzo la quarta parte, il terzo dando al quarto la quinta parte, ed il quarto dando al primo la sesta parte del suo guadagno, dopo l'aver dato, e ricevuto ciascuno (come sopra) restarono estinti tutti li debiti, e ciascuno si trovò con egual quantità di Scudi. Dimando. Quanto guadagnarono fra tutti? Quanto toccò a ciascun di loro? Che debito avevano fra essi? E quanto posero nella Compagnia li due primi compagni, e quanto gli altri due? ( questi è un quesito capriccioso! )

Si supponga adunque, che al primo compagno sia toccato del guadagno 3. cos. al secondo sia toccato un numero *ad libitum*, divisibile per 4. senza rompere l'Unità ( e sia 12. ) Se il secondo dà la quarta parte al terzo compagno, egli resta solamente con 9. e ricevendo dal primo compagno la sua terza parte, avrà poi il secondo compagno 1. cos. più 9. ( e tanto dovriano avere gli altri compagni. ) Il primo, che s'è privato d' $\frac{1}{3}$ e restato solamente con 2. cos. ed acciò sia eguale al secondo, bisogna, che ricevi dal quarto compagno 9. men. 1. cos. ( per il sesto, che li deve dare) ma se 9. men. 1. cos. 1. la sesta parte del quarto compagno tutto il suo guadagno sarà 54. m. 6. cos. Per avere data la 6. parte al primo compagno, egli resta solamente con 45. m. 5. cos. Sicchè per avere 1. cos. più 9. ( come ha il secondo compagno ) bisogna, che ricevi dal terzo compagno 6. cos. men. 36. ( per quinta parte, che li deve dare. ) Adunque tutto il guadagno del terzo compagno sarà 30. cos. men. 180. ma per aver dato un quinto al quarto compagno, egli resta con 24. cos. men. 144. E ricevendo dal secondo il suo quarto, cioè 3. avrà poi 24. cos. men. 131. ma perchè dovria avere ancor lui 1. cos. più 9. (come gli altri) dunque 24. cos. men. 141. sarà eguale a 1. cos. più 9. Levando li superflui, e ristorando li diminuti, l'Equazione sarà 23. cos. eguali a 150. Cap. semplice. La cosa val. 6. $\frac{12}{23}$.

Se la cosa val 6. $\frac{12}{23}$. Adunque al primo compagno toccò del guadagno $\frac{450}{23}$. Al secondo $\frac{276}{23}$. Al terzo $\frac{360}{23}$ ed al quarto $\frac{342}{23}$. Ma per fuggire il rotto nel far l'esperienza lasciamo da parte il Denominatore, e serviamoci solamente de' Numeratori, perchè li sottoscritti numeri indicaranno il guadagno di ciascun compagno con le particolarità ricercate. E supponiamo, che siano Scudi.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Primo Compagno | 450 | Secondo Compagno | 276 |
| Un terzo | 150 | Un quarto | 69 |
| Resto | 500 | Resto | 207 |
| Per $\frac{1}{6}$ del quarto | 57 | Per $\frac{1}{3}$ del primo | 160 |
| Primo | 357 | Secondo | 357 |
| Terzo Compagno | 360 | Quarto Compagno | 342 |
| Un quinto | 72 | Un Sesto | 57 |
| Resto | 288 | Resto | 285 |
| Per $\frac{1}{4}$ del secondo | 69 | Per $\frac{1}{5}$ del terzo | 72 |
| Terzo | 357 | Quarto | 357 |

Ecco verificato, che dando, e ricevendo ciascuno come si propose restano eguali. La somma di tutto il guadagno fu Scudi 1428. Per $\frac{1}{3}$ n'abbiamo 470. e tanto fu il capitale de' quattro Compagni. Volendo sapere il capitale preciso de' due primi compagni insieme, e quello degli altri due terzo, e quarto, bisogna fare di 476. due parti tali, che $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{4}$ d'una eguale ad $\frac{1}{6}$ dell'altra, e tutte e due insieme facciano 476. Bisogna dunque, o fare una posizione Algebraica doppia, ovvero operando ( ed è meglio). Io ho fatto il calcolo, e trovo, che li due primi compagni posero nel negozio fra tutti e due Scudi 183. $\frac{41}{37}$ gli altri due Scudi 292. $\frac{16}{37}$. Se ne fa prova, perchè $\frac{1}{3}$ ed $\frac{2}{4}$ di 183. $\frac{1}{37}$ è tanto, quanto a $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{6}$ di 292. $\frac{2}{17}$ e fra tutti e due danno 476. ec.

### *Problema Vigesimoprimo.*

Tre fanno compagnia. Il primo mette Scudi 200. ed un Rubino. Il secondo mette Scudi 800. e un Diamante di tal valore, che moltiplicando la sua valuta con li Scudi 200. del primo, fa tanto, quanto fa a moltiplicare il Rubino del primo con li Scudi 800. del secondo. Ed il terzo mette tanto, quan-

quanto è il Prodotto della moltiplicazione del Rubino nel Diamante, e guadagnano Scudi 2400. de' quali al primo toccano Scudi 260. S'addimanda quanti ne tocca a ciascuno degli altri due compagni, quanto valesse il Rubino, e quanto pose il terzo nella compagnia?

Vaglia il Rubino 1. cos. di Scudo, quale moltiplicato con li Scudi 800. del secondo compagno fa 800. cos. le quali divise per Scudi 200. del primo, di Quoziente ne viene 4. cos. di scudo, per il valore del Diamante. Moltiplicando questo valore del Diamante, col valore del Rubino, ne verrà 4. quadrati per tutto il valore, che pose il terzo compagno nella compagnia. Fatto questo s' uniscono insieme questi tre Capitoli, cioè, Scudi 200. più 1. cos. del primo. Scudi 800. più 4. cos. del secondo, e Scudi 4. quadrato del terzo, che in tutto fanno Scudi 1000. più 5. cos. più 4. quadrati, e poi si dice: se Scudi 1000. più 5. cos. più 4. quadrati di capitale guadagnano Scudi 2400. Quanti ne toccaranno a Scudi 200. più 1. cos. capitale del primo compagno? Operando li toccarà $\frac{480.000.\ \text{più}\ 2400.\ \text{cos.}}{1.000.\ \text{più}\ 5.\ \text{cos.}\ \text{più}\ 4.\ \text{qu.}}$ eguali a 260. ( Scudi, che da principio si dice, che pur toccarono al primo) Bisogna levare il rotto, moltiplicando il Denominatore per 260. ( estremo secondo dell' Equazione ) e si avrà 480.000. più 2400. cos. eguali al 260.000. più 1300. cos. più quad. Levando li superflui, e riducendo l' Equazione ad un sol quadrato, si avrà finalmente 211 $\frac{7}{13}$ più 1. $\frac{3}{25}$ cos. eguali ad un quadrato. Capitolo secondo composto. La cos. val R. 211. $\frac{5833}{10816}$ più $\frac{3}{104}$. E tante valse il Rubino. Il Diamante valse quattro tanto, cioè Scu. R. 3384. $\frac{425}{676}$ più $\frac{3}{26}$ ed il terzo pose nella compagnia il Prodotto nel Rubino nel Diamante, cioè 4. quad. del valore della cosa, che saranno Scudi 846. $\frac{217}{1352}$ più R. 11. $\frac{34153}{57274}$. Per sapere quanto tocca di guadagno al secondo, ed al terzo compagno, s' uniscono insieme li loro capitali, cioè Scudi 800. $\frac{3}{26}$ più R. 3384. $\frac{485}{626}$ del secondo, e Scu. 846. $\frac{219}{1352}$ più R. 11. $\frac{485}{1627}\ \frac{137}{606}$ del terzo. La qual som. fa Sc. 1646. $\frac{373}{1372}$ più R. 3786. $\frac{788}{1880}\ \frac{081}{404}$. Dipoi cavando dal guadagno li 260. Scudi, che tocca-

rono al primo, ne resteranno 2140. per guadagno del secondo, e terzo compagno. Opera secondo la Regola delle compagnie, che avrai l' intento.

### *Problema Vigesimosecondo.*

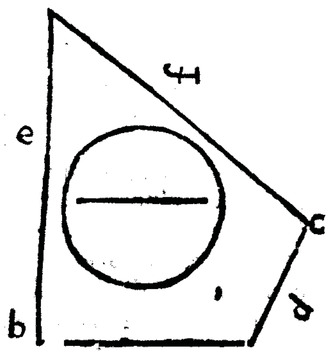
Tre fanno compagnia. Il primo mette una quantità di Scudi. Il secondo ne mette 200. più del primo. Ed il terzo mette 12. volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60. di più. Guadagnano Scudi 480. de' quali ne toccò al primo 140. Dimando: Quanto toccò separatamente agli altri due compagni, e quanto pose ciascun di loro nella compagnia?

Per fuggir rotti, tra il primo, ed il secondo abbiamo posto nella compagnia 1. qu. di Scudo per capitale, del quale se ne facciano due parti tali, che uno sia 200. più dell' altra così. Caviamo 200. da 1. quad. e resterà 1. qu. men. 200. Questo residuo partito per metà, ne viene $\frac{1}{2}$ qu. men. 160. per capitale del primo compagno, sopra il quale aggiugnendovi li Scudi 200. che pose di più il secondo s' avrà per suo capitale $\frac{1}{2}$ qu. più 100. E perchè la R. d' un qu. è 1. cos. ne siegue, che il terzo compagno metterà nella compagnia 12. cos. più 60. Fatto questo s' uniscono insieme li capitali, e poi si dice: Se 1. q. più 12. cos. più 60. ( capitale di tutti e tre ) guadagnano Scudi 480. Quanti ne toccano a 1. qu. men. 100. capitale del primo? Operando gli toccano Scudi $\frac{240.\ \text{quad. men.}\ 41.000.}{1.\ \text{qua. più}\ 12.\text{cos. più}\ 60.}$ Eguali a Scudi 140., che nella proposizione si dice, che li toccò.

Levato il rotto, col moltiplicare il suo Denominatore per 140. s' avrà poi 240. qu. men. 48.000. eguali a 140. qu. più 1680. cos. più 8400. Levando poscia li superflui, ristorando, e riducendo l' Equazione ad un sol quadrato, s' avrà finalmente 1. quadrato eguale 564. più 16. $\frac{4}{5}$ cos. Capitolo 2. composto. La cosa val R. 634. $\frac{14}{25}$ più 8 $\frac{2}{5}$. Ma perchè la posizione fu fatta sopra 1. quad. bisogna quadrare la valuta nella cos. e s' avrà 705. $\frac{3}{25}$ più Rad. 179. 998. $\frac{134}{625}$. Finalmente con questo quadrato s' opera, come s' operò col quadrato della posizione, cioè, si levano Scudi 200. Il resto si parte per metà, qual me-

metà sarà Scudi 251. $\frac{14}{25}$ più R.44.776. $\frac{144}{625}$. E tanto pose nella compagnia il primo compagno. Il secondo compagno ne pose 200. di più, cioè 452. $\frac{14}{25}$ più R.44.724. $\frac{546}{625}$. E per il terzo compagno pose nella compagnia 12. volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60. di più, però basta a moltiplicar per 12. la valuta della cosa, ed al Prodotto aggiugnervi 60. Il che facendo il terzo compagno pose nella compagnia Scudi Radice 91. 376. $\frac{16}{25}$ più 160. $\frac{4}{5}$. Per fare la prova, s'uniscono insieme il capitale di tutti e tre, e poi per la Regola delle compagnie operando, si vedrà quanto tocchi a ciascun di loro. Al primo deve toccare Scudi 140., come si disse da principio, agli altri due 480. men. 140. del primo. Notisi, che la somma del capitale de'due primi compagni è il quadrato della cosa, che unito col capitale del terzo, fa in tutto Scudi 865. $\frac{3}{25}$ più Rad. 526. 329. $\frac{279}{625}$. Il resto non porta se non fatica.

### *Problema Vigesimoterzo.*

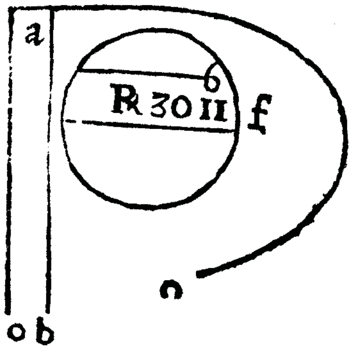


Sia il Triangolo abc, e sopra la base bc lunga 14. si riposi un Circolo, il cui diametro sia 8. ed il punto del contatto d, sia lontano da b sei. S'addimanda la quantità degli altri due lati, e l'aria superficiale d'esso Triangolo. Primieramente, dal centro del Circolo a ciascun punto del contatto def, se si tira una linea, quella sarà perpendicolare al suo lato, e lo divide in due parti, con che restano i lati egualmente divisi a due a due. Sicchè la be sarà eguale alla bd. La fc sarà eguale alla cd. E la ac sarà parimente eguale alla af, come sensibilmente si vede. Ma perchè queste due ultime sono incognite ac, ed af. Supponiamo, che ciascuna di loro, per essere eguali, sia 1. cos. Laonde il lato ab sarà 6. più 1. cos. ed il lato ac sarà 8. più 1. cos. Fatto questo bisogna trovare sopra la base il punto, ove cade la perpendicolare così. S'uniscono insieme li quadrati della base, e d'un lato, qual piace. Dalla somma si cava il quad. dell'altro lato, ed il resto partendolo per il doppio della base (linealmente intesa) il Quoziente sarà la distanza del suddetto punto, cominciando a contare da quel lato, che si quadrò, e s'unì col quadrato della base. Io mi servo del lato ab. Il cui quad. è 36. più 1. quad. più 12. cos. il quad. della base è 196. e quello dell'altro lato sarà 64. più 1. quad. più 16. cos. Operando giustamente (come ho detto di sopra) per la distanza b (o parte minore della base) s'avrà 6. men. $\frac{1}{2}$ cos. quale si conserva da banda.

Per avere l'aria superficiale del Triangolo s'uniscono insieme li tre 3. lati, e la metà, che sarà 14. più 1. cos. moltiplicata per la metà del diametro del Cerchio, darà 56. più 4. cos. per la cercata quantità. E perchè a moltip. tutta la perpendic. per la metà della base, s'ha parimente la superficie del Triangolo, ne siegue, che partendo 56. più 4. cos. per 7. ( metà della base ) s' avrà 8. più $\frac{4}{7}$ cos. per la quantità della perpendicolare. Cavando al solito il quad. della perpendicolare, che sarà 64. più $\frac{16}{49}$ quad. più 9. $\frac{1}{7}$ cos. dal quad. del lato minore ab, cioè da 36. più 1. qu. più 12. cos. resterà $\frac{33}{49}$ quad. più 2. $\frac{6}{7}$ cos. men. 28. per il qu. della parte minore della base, quale residuo sarà eguale al quad. d'essa parte minore, cioè al quad. di quel 6. men. $\frac{1}{2}$ cos. che da parte si serbò. Adunque abbiamo $\frac{33}{49}$ quad. più 2. $\frac{6}{7}$ cos. men. 28. eguali a 36. più $\frac{1}{4}$ quad. men. 1. $\frac{5}{7}$ cos. Levando li superflui, ristorando, ed aggiustata l'equazione s'avrà 1. quad. più 7. cos. eguali a 99. Cap. 1. comp. La cosa val 7.

Si conclude, che il lato ab sarà 13. Il lato ac sarà 15. La parte minore della base sarà 5. La perpendicolare sarà 12., e la superficie sarà 48. Qui notisi, che nel quadrare questi Binomj, il doppio d'un nome nell'altro non si moltiplica per 4. ma per 2. semplicemente, perchè la cosa è il numero della R. ne'Binomj comuni, che per essere incognito in quelli si quadra il 2.

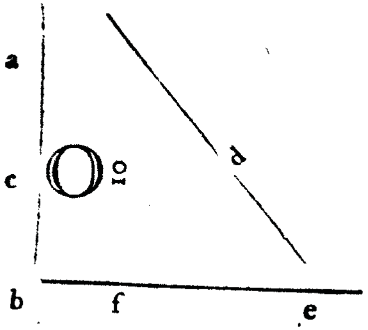
### *Problema Vigesimoquarto.*



Sia ancora il Triangolo abc, e sia la base 8. Il contatto f lontano da b solamente 2. ed il diametro del Circolo sia ℞. 30. $\frac{6}{11}$. S'addimanda la quantità de' lati incogniti, superficiali ec. Come nella passata.

Disponendo il Circolo come nella precedente proposizione, il lato ab sarà 2. più 1. cos. e il lato ac sarà 5. più 1. cosa. Ma perchè la metà del diametro del Cerchio è maggiore della parte minore della base, divisa dal contratto del Circolo in f, ne siegue, che l'angolo b, sarà ottuso, e la perpendicolare caderà fuori della base. Per trovare il punto di tal cadimento, o perpendicolo, si fa così: Dal quadr. dell'Ipotenusa ac, che sarà 36. più 1. quad. più 12. cos. cavando la somma de' quad. degli altri due lati, resteranno 8. cos. men. 42. qual residuo diviso per il doppio della base, cioè per 16. di Quoz.ne verrà $\frac{1}{2}$ cos. m. 2. E però tanto lontano dal punto b, cade la perpendic. e sarà la distanza bo. Per trovare la superficie, la quantità della perpendic. ed il resto sino al fine dell'operazione, s'opera come nella precedente. La metà della somma de' lati è 8. più 1. cos. qual Binomio quadrato, e moltiplicato per ℞. 7. $\frac{7}{11}$ (metà del diametro del Cerchio) ne verrà ℞. U. 488. $\frac{8}{11}$ più 7. $\frac{7}{11}$ quad. più 122. cos. per la superficie del Triangolo, qual Prodotto diviso per 4. (metà della base) darà di Quoziente ℞. U. 30. $\frac{6}{11}$ più $\frac{21}{44}$ quad. più 4. $\frac{4}{11}$ cos. per la quantità della perpendicolare a o. Cavando il quad. di questa perpendicolare, che si fa depennando solamente quel ℞. U. del quadrato della abc, cioè da 4. più 1. quad. più 1. cos. resterà $\frac{23}{44}$ quad. men. 3. $\frac{7}{11}$ cos. men. 26. $\frac{4}{11}$ per il quad. della linea ob, quale per l'altro modo fu trovata esser $\frac{1}{2}$ cos. men. 2. Adunque $\frac{23}{44}$ quad. men. 3. $\frac{7}{11}$ cos. men. 26. $\frac{6}{11}$ sarà eguale al quad. di $\frac{1}{2}$ cos. men. 2. qual quad. è $\frac{1}{4}$ quad. più 4. men. 2. cos. Aggiustando l'Equazione, s'avrà finalmente 1. quad. eguale 112. più 6. cos. Capitolo secondo composto. La cosa val 14. Sicchè la linea ab, sarà 16. La ac sarà 20. e la parte di esse incognita sarà 14.

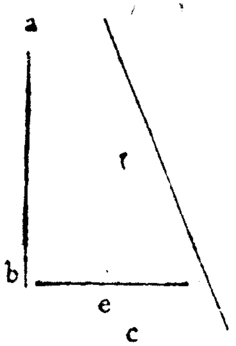
### *Proposizione Vigesimaquinta.*



Se la metà del diametro del Cerchio sarà eguale ad una parte della base del Triangolo, tal Triangolo sarà retto, come si vede in figura. Il diametro del Cerchio è 10. il punto del contatto lontano da b è 5. ed il resto della base 15. Sicchè la linea ab è 5. più 1. cos., e la ac è 15. più 1. cos. E perchè ne' Triangoli retti l'Ipotenusa è potente quanto possono gl'altri due lati insieme, però unendo insieme li quad. della base, e della perpendicolare s'avrà 425. più 1. quad. più 10. cos. eguali al quad. dell'Ipotenusa ac, cioè 225. più 1. quad. più 30. cos. Aggiustando l'Equazione, s'avrà 200. eguale a 20. cos. Cap. 1. semplice la cosa val 10. Sicchè la linea ab sarà 15. e la ac sarà 25.

### *Nota.*

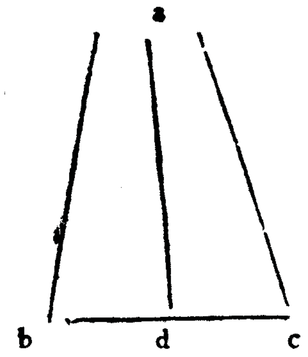
Da questo quesito se ne cavano queste tre utilità. La prima è, che si possono trovare quanti Triangoli Ottogonii ne piace, che avranno tutti e tre i lati razionali in lunghezza, senza obbligarsi alla Proporzione uno, che abbia 3. 4. e 3. ne' suoi lati. La seconda utilità è, che sempre si possono trovare due numeri, che li loro quadrati giunti insieme, facciano numero quadrato, e la terza utilità è, che sempre si possono trovare due numeri differenti l'uno dall'altro per quante unità piace, che sottratto il quadrato d'uno dal quadrato dell'altro, il restante sarà parimente numero quadrato. Alla pratica.



Voglio trovare due numeri, che l'uno sia differente dall'altro per una sola Unità, e che levando il quadrato d'uno dal quadrato dell'altro, il restante sia pure numero quadrato.

Questo numero sia 11. significato per la base bc divisa in 5. e 6. in punto: Il lato ab per la precedente sarà 5. p. 1. cos. ed il lato ac sarà 6. p. 1. cos. La somma de'qu. della ab, e della bc sarà 246. p. 1. quad. p. 10. cos. eguali a 36. più 1. quad. 12. cos. ( quadrati dell' Ipotenusa ac). Aggiustando l'Equazione, la cosa val 55. Sicchè la ab sarà 60. e la ac sarà 61. Sicchè abbiamo trovato due numeri differenti l'un dall'altro per una sola Unità, e levando il quad. di 60. dal quad. di 61. resterà 121. pur numero quad. la ℞. del quale è la linea bc, cioè 11. Di più si è formato un Triangolo retto, di lati razionali in lunghezza, e si sono trovati due numeri, che i loro quadrati giunti insieme, fanno pur numero quad. e questi sono i lati ab, e bc, cioè il 60. e l'11. e perchè 3600. giunto con 121. fa 3721. numero quad. la cui ℞. è 71. (lato ac ) e sempre riuscirà. Vero è, che bisognerà supporre la base bc alcune volte paro, e altre volte disparo secondo l'opportunità delle Unità, che deve esser differente un numero dall'altro.

### *Problema Vigesimosesto.*



Sia questo Triangolo Ortogonio abc. La somma di tutti e tre li suoi lati fanno 60. Di più. Moltiplicando insieme li due lati ab, ed ac, concorrenti all' angolo retto a, ed il Prodotto moltiplicato di nuovo per la perpendicolare ad, questo secondo Prodotto si trova esser eguale al quadrato della somma di tutti e tre i lati, che per esser 90. il suo quad. sarà 3600. s'addimanda la quantità di ciascun lato separatamente. La quantità della Perpendicolare, e della superficie.

La linea retta bac, divisa in punto a, rappresenta li due lati del Triangolo ab, ed ac uniti insieme, e distesi per il longo. Ora devesi sapere, che li quadrati di ciascuna parte di questa linea uniti insieme con il doppio d'una parte nell'altra è sempre eguale al quadrato di tutta essa linea. Eucl. lib. 2. prop. 4. di più. Il Prodotto di quei due lati, che formano l'angolo retto a, è sempre doppio alla superficie di tutto il Triangolo. Adunque il doppio della ba, nella ac, sarà quadruplo alla superficie. Ed in oltre il quad. di tutta la linea composta bac, sarà eguale al quadrato dell'Ipotenusa bc, e quadrupla alla superficie.

L'Ipotenusa bc sia 1. cos. gl' altri due lati di necessità saranno 60. men. 1. cos. il quadrato de'quali sarà 3600. più 1. quad. men. 120. cos. eguale al quadrato della base bc, ed a quattro volte la superficie del Triangolo, ovvero ad 1. quadrato più due volte il Prodotto della ba nella ac. Adunque levando 1. quad. della base da 3600. più 1. quad. m. 120. cos. resterà 3600. men. 120. cos. per il quadruplo della superficie, ovvero per il doppio della ba, nella ac. Ma perchè dividendo la superficie per la metà della base, ovvero la metà delle superficie per tutta la base, ne viene la perpendicolare, ne siegue, che dividendo 1800. men. 60. cos. ( metà della superficie ) per 1. cos. ( base del Triangolo ) ne verrà $\frac{1800.\ \text{men.}\ 60.\ \text{cos.}}{1.\ \text{cos.}}$ per la quantità della perpendicolare ad. Moltiplicando questa perpendicolare con 1800. m. 60. cos. ( che per esser la metà del quadruplo della superficie, viene parimente ad esser una sol volta la moltiplicazione della ba nella ac) s'avrà $\frac{3240.000.\ \text{più}\ 3.690.\ \text{quad. men.}\ 216.000.\ \text{cos.}}{1.\ \text{cos.}}$ Eguale al quadrato di tutti i lati insieme, cioè a 3600. Levando il rotto s'avrà 4600. cos. eguali a 3240. 000. più 3600. quadrati men. 216. 000. cos. Finalmente aggiustando l'Equazione s'avrà 900. più 1. quad. eguali a 61. cos. Capitolo terzo composto. La cosa vale 25. ( la ℞. finale qui si sottra dalla metà del numero delle cose, perchè aggiugnendola non fa a proposito. ) Adunque il lato bc sarà 25. per supposto 1. cos. Gli altri due lati insieme saranno 25. cioè 60. men. 1. cos. Cavando il quadrato di 15. dal quadrato di 35. resterà 600. per il doppio dell'a b nella ac, e 300. sarà un sol Prodotto. Finalmente facciasi di 35. due parti, talchè moltiplicando una per l'altra faccia 300. e s'avrà notizia speziale delli due lati ab, ed ac. Uno de' quali è 15. l'altro 20. Il resto è facile, la superficie è 150. e la perpendicolare è 12.

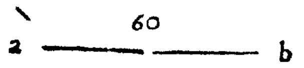
### Notabile.

Ma perchè sin qui non si è insegnato la Regola di dividere una quantità in due parti condizionali, adesso l'insegno. E per star nel caso nostro, prima si parte per mezzo il 35. che sarà $17.\frac{1}{2}$ questa metà si quadra, il cui quadrato è $306.\frac{1}{4}$. Da questo quadrato si cava il numero, che fa il Prodotto delle due parti

( cioè

( cioè 3000. nel caso nostro ) e resterà $6.\frac{1}{4}$. Finalmente aggiugnendosi a $17.\frac{1}{2}$ la ℞. di $6.\frac{1}{4}$ (cioè $2.\frac{1}{2}$ ) s'avrà 20. per il lato maggiore ac, e levando pur da $17.\frac{1}{2}$ l'istessa ℞. s'avrà 15. per l'altro lato. E così di 35. abbiamo fatto due parti, che moltiplicando una per l'altra, fa 300. e questi sono il 15. ed il 20.

### *Problema Vigesimosettimo.*



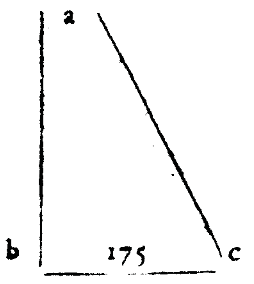
Sia la linea ab, piedi 60. Io ricerco, che di essa mi sia fatto un triangolo retto in maggior superficie, che sia possibile. S'addimanda: Quanti piedi sarà ciascun lato di esso?

Prima d'ogni cosa bisogna sapere, che se una linea retta sarà divisa in due parti eguali, ed in altre due parti ineguali, la somma de' quadrati delle parti inegua li, sarà sempre maggiore, che non è la somma de' quad. delle due parti eguali. Ma la superficie d'una parte nell'altro sarà minore. E tanto più, quanto maggiore sarà l'ineguali tà. Sicchè la maggior superficie, che possa avere un Triangolo retto, è quando che i lati concorrenti all'angolo retto, sono eguali, Eucl. lib. 2. prop 5. e lib. 10. prop. 41. antecedente 1. Il lato opposto all'angolo retto, cioè l'Ipotenusa sia 1. cos. di necessità, gli altri due lati insieme saranno 60. men. 1. cos. Sicchè ciascun lato concorrente all'angolo retto, sarà 30. m. $\frac{1}{2}$ cos. ed i loro quad. uniti insieme faranno 1800. più $\frac{1}{2}$ qu. men. 60. eguali al quad. dell'Ipotenusa, cioè ad 1. quad. Aggiustando l'Equazione, s'avrà 5600. eguali a 1. quad. più 120. cos. Capitolo primo composto. La cos. vale ℞. 7. 200. men. 60. E tanto sarà appunto l'Ipotenusa, gli altri due lati insieme il resto sino a 60. cioè 120. men. ℞. 7. 200. Ma perchè questi due lati sono supposti eguali l'uno all'altro, ciascun di loro farà 60. m. ℞. 800. qual moltiplicati insieme danno 5400. m. ℞. 25. 920. 000. per il doppio della superficie. Sicchè la metà sarà la superficie d'un Triangolo retto, formato della

li-

linea proposta, con le condizioni suddette, cioè 2700. men. ℞. 6. 4800. 000. E per la più prossima verità per numero saria piedi 154. $\frac{743}{1011}$.

### *Problema Vigesimottavo.*



Sia il Triangolo abc di lati proporzionali in proporzione sesquialtera. La sua aria superficiale sia 175. Quanto sarà ciascun lato precisamente.

Per isfuggir rotti, più che sia possibile, il minor lato sia 8. cos. Il meglio sia 12. cos. ed il maggiogiore sia 18. cos. Quì s' opera come si fa per trovare l'aria senza la perpendicolare, così s'uniscono insieme i lati. La somma si parte per mezzo. Dalla metà si cava ciascun lato, e resterà 11. cos. 7. cos. ed 1. cos. Di poi questi residui si moltiplicano per la metà ( come si vede ) avendo l'occhio all'ascendenza delle dignità nelle moltiplicazioni, perchè nell'ultimo Prodotto s'avrà 1463. qu. qu. E così la radice di questo numero saria l'aria superficiale, eguale all' aria del triangolo, come in figura si vede.

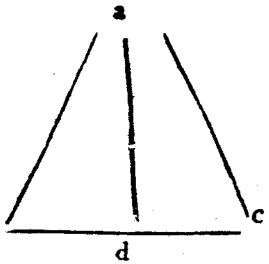
| | | |
|---|---|---|
| Lato min. 8. cos. | Metà delle cos. 19 | Prodotti |
| Lato med. 12. cos. | Residui 11. cos. | 19. cos. |
| Lato mag. 18. cos. | 7. cos. | 11. cos. |
| | 1. cos. | |
| So. de' lati 38. cos. | | 209. Q. 1. Prod. |
| Metà delle cos. 19 | | 7. cos. |
| | | 1463. cu. 2. Prod. |
| | | 1. cos. |

Ultim. Prod. La ℞. di 1463. Quad. Quad.

Sic-

Sicchè la ℞. 1463. qu. qu. sarà eguale a 175. Levando la radice dell'Equazione, col quadrare l'uno, e l'altro estremo, s'avranno poi 1463. qu. qu. eguali a 30. 625. Capitolo secondo semplice. Partendo il numero per li qu. quad. ne verrà 20. $\frac{19}{20}$ per la valuta d'un sol quad. di quad. della qual valuta pigliandone la ℞. di ℞. quella sarà la valuta della cosa. Ma perchè quel 20. $\frac{195}{209}$ non è razionale nella sua ℞. di ℞. ne siegue, che la valuta della cosa nel caso nostro, sarà la ℞. ℞. di 20. $\frac{195}{209}$ quale moltiplicata per 8. per 12. e per 18. s'avranno li tre lati del Triangolo come siegue. Lato minore ℞. ℞. 85. 741. $\frac{131}{209}$. Lato medio ℞. ℞. 434. 066. $\frac{20}{209}$. Lato maggiore ℞. ℞. 2. 167. 464. $\frac{25}{209}$.

### *Problema Vigesimonono.*



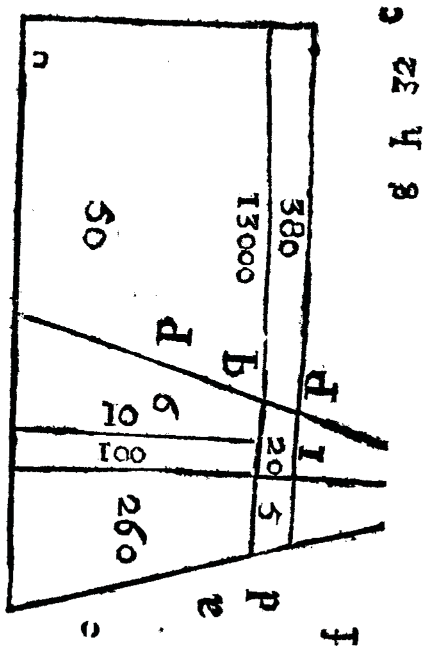
Si propone il Triangolo equilatero a b c. La sua superficie è uguale al numero, che denomina ciascun lato di esso. S' addimanda la quantità di essa superficie, e di ciascun lato.

Li due lati ab, ed ac per esser eguali sia ciascun di loro cos. a ciascuna parte della base, divisa dalla perpendicolare, sarà $\frac{1}{2}$ cosa. Levando il quadrato d'$\frac{1}{2}$ cos. del quadrato d'un lato, resteranno $\frac{3}{4}$ quadrato per il quadrato della perpendicolare ad. Sicchè essa perpendicolare sarà ℞. $\frac{3}{4}$ quad. Moltiplicando $\frac{3}{4}$ quad. della perpendicolare con $\frac{1}{2}$ cos. ( prima quadrata, cioè per $\frac{1}{4}$ quad. ) ne verrà $\frac{3}{16}$ quad. quad. per la superficie. Adunque la ℞. ℞. $\frac{3}{16}$ quad. quad. dal presupposto sarà eguale ad 1. cos. ( quantità de' lati. ) Levando la radice dell'Equazione, col moltiplicare in sè stesso

cia-

ciascun estremo, s'avrà $\frac{3}{16}$ quadrati eguali ad un quadrato; finalmente degradando, o schisando quest'ultima Equazione, ( per non esservi il numero ) ne verrà $\frac{3}{16}$ quadrati eguali ad un per numero. Capitolo secondo semplice. La cosa val R. 5. $\frac{1}{3}$ e tanto è la superficie, e ciascun lato del Triangolo.

## *Problema Trigesimo.*



Si propone un pezzo d' Argine lungo Piedi 50. largo nella sua base 32. Nella sommità largo 20. e perpendicolarmente alto piedi 10. Voglio, che sopra quest' Argine vi si distendano 280. piedi cubi di Terra. Dimando: Quanto s'alzerà detto Argine, e quanto resterà largo di sopra, mantenendo gl' istessi angoli , o scarpa?

Questo quesito non è stato proposto nè dal Tartaglia, ( come alcuni si pensano ) nè da altro Autore, che io sappia, ma bensì da un mio amico me ne fu proposto un simile, col darsi a credere, che fosse irregolare, nè si potesse risolvere. Questo quesito lo potrei risolvere per Algebra, ma per essere in uso ancò da' mediocri intelligenti, lo voglio solvere in poche parole, come siegue per via di semplici proporzioni. Ma notate. Certo è, che quella Terra, aggiustata che sia al suo luogo, da sè sola forma un corpo simile al proposto Argine, e per conseguenza saranno fra loro proporzionali.

La sezione, o testa dell' Argine forma un Capo tagliato doppio abcd, e slungando le due linee pendenti ac, e bd si formaria il Triangolo icd. Ora la proporzione, che ha la base gd, alla perpendicolare bg, del Triangoletto gbd, quella medesima hala base hd, alla perpendicolare ih , del Triangolo hid. Sicchè per sapere la quantità d'essa perpendicolare ih, dirò: Se 6. di base ha 10. di perpendicolare, quanto di perpendicolare avrà 16. di base? ( cioè la hd). Avrà piedi 26 $\frac{2}{3}$ da' quali levati piedi 10. ( altezza dell' Argine ) la io, sarà piedi 16 $\frac{2}{3}$.

Fatto questo. Si trova la superficie del Triangolo iab, moltiplicando la perpendicolare io, per la metà della base ab, cioè per 10., la qual superficie è piedi 166. $\frac{1}{3}$.

Di più. Da questi piedi 166. $\frac{2}{3}$ bisogna cavare la sezione, o testa, che darà la proposta Terra d'aggiugnersi, la qual testa è di piedi 5 $\frac{2}{5}$ e si trova col partire la proposta Terra ( cioè 280. ) per la lunghezza del proposto Argine. Sicchè il Triangolo ipq resterà di superficie piedi 161 $\frac{1}{15}$ o la sua base pq sarà

la

la larghezza superiore dell'Argine, dopo d'avervi aggiunto la proposta Terra. Per sapere la quantità di questa larghezza superiore, vi bramo attenti.

Eucl. lib. 6. prop. 2. dice: Se una linea retta segarà i due lati d'un Triangolo, e resterà paralella, ed equidistante all'altro lato, di necessità li due lati segati resteranno divisi proporzionalmente, e per la 6. pur del sesto li due Triangoli, fatti campeggiare da tal linea, saranno simili. Adunque li due Triangoli i a b, ed i p q sono simili. Di più. La proporzione di due figure superficiali simili (quali si siano) è come la proporzione del quad. di qualsivoglia lato d'una, al quadrato del lato relativo dell'altra, e però per trovare la quantità della linea p q? ( larghezza superiore dell' Argine ) dirò: Se piedi superficiali 166 $\frac{2}{3}$ del Triangolo i a b hanno 400. per quadratura della base a b, quanta quadratura daranno piedi 161 $\frac{1}{16}$ del Triangolo i p q per la base p q? Operando la linea p q sarà lunga piedi la R. di 486 $\frac{14}{24}$. Adunque l'Argine resterà largo di sopra piedi R. 386 $\frac{14}{25}$. Per quanto s'alzarà, è facile, a chi sa maneggiare le quantità sorde. Al solito s'uniscono insieme le due linee a b, e p q, la cui somma fa 20. più R. 386 $\frac{14}{25}$. Di questa somma pigliandone la metà, avrò 10. più R. 96. $\frac{16}{25}$ e questa metà sarà il lato d'una superficie rettangola, eguale alla superficie a b p q. Per aver l'altro lato concorrente a detta superficie rettangola, basta a partire la superficie piedi 5 $\frac{3}{5}$ per 10. più R. 96 $\frac{16}{25}$ ( lato cognito ), perchè il Quoziente sarà il cercato lato, ed insieme l'altezza cercata. Io ho fatto il calcolo, e trovo, che l'Argine s'alzerà piedi 16 $\frac{2}{3}$ men. R. 268 $\frac{4}{9}$ cioè men. la ir. Qui ricordatevi della Regola insegnata per dividere una quantità per Binomio, o residuo. Aggiugnendo alla trovata Altezza l'Altezza del proposto Argine, l'Argine, con l'aggiunta della proposta Terra sarà alto piedi 26 $\frac{2}{3}$ men. R. 208 $\frac{4}{9}$. Nella base largo piedi 32. come prima, e di sopra piedi 386 $\frac{14}{25}$.

Il proposto Argine ha piedi cubi 13000. e con li piedi 280. d'aggiugnersi 13280. Or misuriamo il nostro Argine composto, per vedere, se l'operazione sia buona. La somma della base con la sommità è piedi 32. più R. 586. $\frac{14}{25}$ la metà di questa somma è piedi 6. più R. 96. $\frac{16}{25}$. Questa metà, al solito, si moltiplica per l'altezza, cioè con piedi 26 $\frac{2}{3}$ men. R. 268 $\frac{4}{9}$. Da questa moltiplicazione ne vengono questi 4. Prodotti. Piedi 426 $\frac{2}{3}$. Più R. 68. 721 $\frac{7}{9}$. Men. R. 68721 $\frac{7}{9}$. Men. R. 25.942 $\frac{60}{325}$. Il secondo, ed il terzo Prodotto per esser eguali, e di contraria denominazione si distruggono l'un l'altro, e restato il terzo Prodotto è razionale, e la sua radice è 161 $\frac{1}{15}$ per numero da cavarsi dal 426 $\frac{2}{3}$ il che fatto, restano piedi 265 $\frac{3}{5}$ per l'aria superficiale della testa del nostro Argine composto. Finalmente moltiplicando questa superficie 265 $\frac{3}{5}$ per la lunghezza ( dico per 50. ) ne verranno piedi cubi 13. 280. Adunque l'operazione è buona, ed ottimamente s'è risoluto il quesito.

Ma notate. Dalla moltiplicazione de' due numeri razionali, basterà l'aver cavato la superficie del Triangolo i. p. q. quale è pur piedi 161 $\frac{1}{15}$ con che si risparmia il resto della faticosa operazione. A chi non le sa maneggiare le quantità irrazionali, so che il mio parlare parrà Ebraico. Ma io non ci ho colpa.

# IL FINE.