

T H E O R I A
PHILOSOPHIÆ NATURALIS

REDACTA AD UNICAM LEGEM VIRIUM
IN NATURA EXISTENTIUM,

A U C T O R E

P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU,
NUNC AB IP SO PERPOLITA, ET AUGTA,

Ac a plurimis præcedentium editionum
mendis expurgata.

EDITIO VENETA PRIMA

IPSO AUCTORE PRÆSENTE, ET CORRIGENTE.



V E N E T I I S,

MDCCLXIII.

* * * * *

EX TYPOGRAPHIA REMONDINIANA.

SUPERIORUM PERMISSU, ac PRIVILEGIO.

TYPOGRAPHUS

V E N E T U S

L E C T O R I.



Opus, quod tibi offero, jam ab annis quinque Viennæ editum, quo plausu exceptum sit per Europam, noveris sane, si Diaria publica perlegeris, inter quæ si, ut omittam cætera, consulas ea, quæ in Bernensi pertinent ad initium anni 1761; videbis sane quo id loco haberi debeat. Systema continet Naturalis Philosophiæ omnino novum, quod jam ab ipso Auctore suo vulgo *Boscovichianum* appellant. Id quidem in pluribus Academiis jam passim publice traditur, nec tantum in annuis thesibus, vel dissertationibus impressis, ac propugnatis exponitur, sed & in pluribus elementaribus libris pro juventute instituenda editis adhibetur, exponitur, & a pluribus habetur pro archetypo. Verum qui omnem systematis compagem, arctissimum partium nexum mutuam, fecunditatem summam, ac usum amplissimum ad omnem, quam late patet, Naturam ex unica simplici lege virtum derivandam intimius velit inspicere, ac contemplari, hoc Opus consulat, necesse est.

a 2

Hæc

Hæc omnia me permoverant jam ab initio, ut novam Operis editionem curarem: accedebat illud, quod Viennensia exemplaria non ita facile extra Germaniam itura videbam, & quidem nunc etiam in reliquis omnibus Europæ partibus, utut expetita, aut nusquam venalia præstant, aut vix uspiam: systema vero in Italia natum, ac ab Auctore suo pluribus hic apud nos jam dissertationibus adumbratum, & casu quodam Viennæ, quo se ad breve tempus contulerat, diggestum, ac editum, Italicis potissimum typis, censebam, per universam Europam disseminandum. Et quidem editionem ipsam e Viennensi exemplari jam tum inchoaveram; cum illud mihi constitit, Viennensem editionem ipsi Auctori, post cujus discessum suscepta ibi fuerat, summopere displicere: innumera obrepisse typorum menda: esse autem multa, inprimis ea, quæ Algebraicas formulas continent, admodum inordinata, & corrupta: ipsum eorum omnium correctionem meditari, cum nonnullis mutationibus, quibus Opus perpolitum redderetur magis, & vero etiam additamentis.

Illud ergo summopere desideravi, ut exemplar acquirerem ab ipso correctum, & auctum, ac ipsum editioni præsentem haberem, & curantem omnia per sese: At id quidem per hosce annos obtinere non licuit, eo universam fere Europam peragrante; donec demum ex tam longa peregrinatione redux huc nuper se contulit, & toto adstitit editionis tempore, ac præter correctores nostros omnem ipse etiam in corrigendo diligentem.

gentiam adhibuit; quanquam is ipse haud quidem sibi ita fidit, ut nihil omnino effugisse censeat, cum ea sit humanæ mentis conditio, ut in eadem re diu fatis in-
tente defigi non possit.

Hæc idcirco ut prima quædam, atque originaria editio haberi debet, quam qui cum Viennensi contulerit, videbit sane discrimen. E minoribus mutatiunculis multæ pertinent ad expolienda, & declaranda plura loca; sunt tamen etiam nonnulla potissimum in paginarum sine exigua additamenta, vel mutatiunculæ exiguæ factæ post typographicam constructionem idcirco tantummodo, ut lacunulæ implerentur quæ aliquando idcirco supererant, quod plures phyliræ a diversis compositoribus simul adornabantur, & quatuor simul præla sudabant; quod quidem ipso præsentem fieri facile potuit, sine ulla perturbatione sententiarum, & ordinis.

Inter mutationes occurret ordo numerorum mutatus in paragraphis: nam numerus 82 de novo accessit totus: deinde is, qui fuerat 261 discerptus est in 5: de-
mum in Appendice post num. 534 factæ sunt & mutatiunculæ nonnullæ, & additamenta plura in iis, quæ pertinent ad sedem animæ.

Supplementorum ordo mutatus est itidem; quæ enim fuerant 3, & 4, jam sunt 1, & 2: nam eorum usus in ipso Opere ante alia occurrit. Illi autem, quod prius fuerat primum, nunc autem est tertium, accessit in fine scholium tertium, quod pluribus numeris completitur dissertatiunculam integram de argumento, quod

ante

VI

ante aliquot annos in Parisiensi Academia controversiæ occasionem exhibuit in Encyclopedico etiam dictionariis attactum, in qua dissertatiuncula demonstrat Auctor non esse, cur ad vim exprimendam potentia quæpiam distantia adhibeatur potius, quam functio.

Accesserunt per totum Opus notulæ marginales, in quibus eorum, quæ pertractantur argumenta exponuntur brevissima, quorum ope unico obtutu videri possint omnia, & in memoriam facile revocari.

Postremo loco ad calcem Operis additus est superior catalogus eorum omnium, quæ huc usque ab ipso Auctore sunt edita, quorum collectionem omnem expolitam, & correctam, ac eorum, quæ nondum absoluta sunt, continuationem meditatur, aggressurus illico post suum regressum in Urbem Romam, quo properat. Hic catalogus impressus fuit Venetiis ante hosce duos annos in reimpressione ejus poematis de Solis ac Lunæ defectibus. Porro eam omnium suorum Operum Collectionem, ubi ipse adornaverit, typis ego meis excudendam suscipiam, quam magnificentissime potero.

Hæc erant, quæ te monendum censui: tu laboribus nostris fruire, & vive felix.



EPI.

EPISTOLA AUCTORIS DEDICATORIA

PRIMÆ EDITIONIS VIENNENSIS

AD CELSISSIMUM TUNC PRINCEPEM ARCHIEPISCOPUM VIENNENSEM,
NUNC PRÆTEREA ET CARDINALEM EMINENTISSIMUM,
ET EPISCOPUM VACCIENSEM

CHRISTOPHORUM E COMITIBUS
DE MIGAZZI.



Dabis veniam; Princeps Celsissime, si forte inter assiduas sacri regiminis curas importunus interpellator advenio, & libellum Tibi offero mole tenuem, nec arcana Religionis mysteria, quam in isto tanto constitutus fastigio administras, sed Naturalis Philosophiæ principia continentem. Novi ego quidem, quam totus in eo sis, ut, quam geris, personam sustineas, ac vigilantissimi sacrorum Antistitis partes agas. Videt utique Imperialis hæc Aula, videt universa Regalis Urbs, & ingenti admiratione defixa obstupescit, qua diligentia, quo labore tanti Sacerdotii munus obire pergas. Vetus nimirum illud celeberrimum *age, quod agis*, quod ab ipsa Tibi juventute, cum primum, ut Te Romæ dantem operam studiis cognoscerem, mihi fors obtigit, altissime jam infederat animo, id in omni reliquo amplissimorum munerum Tibi commissorum cursu hæsit firmissime, atque

atque idipsum inprimis adjectum tam multis & dotibus, quas a Natura uberrime congestas habes, & virtutibus, quas tute diuturna Tibi exercitatione, atque assiduo labore comparasti, sanctissime observatum inter tam varias forenses, Aulicas, Sacerdotales occupationes, istos Tibi tam celeres dignitatum gradus quodammodo veluti coacervavit, & omnium una tam populorum, quam Principum admirationem excitavit ubique, conciliavit amorem; unde illud est factum, ut ab aliis alia Te, sublimiora semper, atque honorificentiora munera quodammodo velut avulsum, atque abstractum rapuerint. Dum Romæ in celeberrimo illo, quod Auditorum Rotæ appellant, collegio toti Christiano orbi jus diceres, accesserat Hetrusca Imperialis Legatio apud Romanum Pontificem exercenda; cum repente Mechliniensi Archiepiscopo in amplissima illa administranda Ecclesia Adjutor datus, & destinatus Successor, possessione præstantissimi muneris vixdum capta, ad Hispanicum Regem ab Augustissima Romanorum Imperatrice ad gravissima tractanda negotia Legatus es missus, in quibus cum summa utriusque Aulæ approbatione versatum per annos quinque ditissima Vacciensis Ecclesia adepta est; atque ibi dum post tantos Aularum strepitus ea, qua Christianum Antistitem decet, & animi moderatione, & demissione quadam, atque in omne hominum genus charitate, & singulari cura, ac diligentia Religionem administras, & sacrorum exerces curam; non ea tantum urbs, atque ditio, sed universum Hungariæ Regnum, quanquam exterum hominem, non ut civem suum tantummodo, sed ut Parentem amantissimum habuit, quem adhuc ereptum sibi dolet, & angitur; dum scilicet minore, quam unius anni intervallo ab Ipsa Augustissima Imperatrice ad Regalem hanc Urbem, tot Imperatorum sedem, ac Austriacæ Dominationis caput, dignum tantis dotibus explicandis theatrum, evocatum videt, atque in hac Celsissima Archiepiscopali Sede, accedente Romani Pontificis Aucto-
ri-

ritate collocatum; in qua Tu quidem personam itidem, quam agis, diligentissime sustinens, totus es in gravissimis Sacerdotii Tui expediendis negotiis, in iis omnibus, quæ ad sacra pertinent, curandis vel per Te ipsum usque adeo, ut sæpe, raro admodum per hæc nostra tempora exemplo, & publice operatum, ac ipsa etiam Sacramenta administrantem videamus in templis, & Tua ipsius voce populos, e superiore loco docentem audiamus, atque ad omne virtutum genus inflammantem.

Novi ego quidem hæc omnia; novi hanc indolem, hanc animi constitutionem; nec sum tamen inde absterritus, ne, inter gravissimas istas Tuas Sacerdotales curas, Philosophicas hæc meditationes meas, Tibi sifterem, ac tantulæ libellum molis homini ad tantum culmen everso porrigerem, ac Tuo vellem Nomine insignitum. Quod enim ad primum pertinet caput, non Theologicas tantum, sed Philosophicas etiam perquisitiones Christiano Antistite ego quidem dignissimas esse censeo, & universam Naturæ contemplationem omnino arbitror cum Sacerdotii sanctitate penitus consentire. Mirum enim, quam belle ab ipsa consideratione Naturæ ad cælestium rerum contemplationem disponitur animus, & ad ipsum Divinum tantæ molis Conditorum affurgit, infinitam ejus Potentiam, Sapientiam, Providentiam admiratus, quæ erumpunt undique, & ubique se produnt.

Est autem & illud, quod ad supremi sacrorum Moderatoris curam pertinet providere, ne in prima ingenuæ juventutis institutione, quæ semper a naturalibus studiis exordium ducit, prava teneris mentibus irrepant, ac perniciofa principia, quæ sensim Religionem corrumpant, & vero etiam evertant penitus, ac eruant a fundamentis; quod quidem jam dudum tristi quodam Europæ fato passim evenire cernimus, gliscente in dies malo, ut fucatis quibusdam, profecto perniciosissimis, imbuti principii juvenes, tum demum sibi

sapere videantur; cum & omnem animo religionem, & Deum ipsum sapientissimum Mundi Fabricatorem, atque Moderatorem sibi mente excusserint. Quamobrem qui veluti ad tribunal tanti Sacerdotum Principis Universæ Physicæ Theoriam, & novam potissimum Theoriam sistat, rem is quidem præstet æquissimam, nec alienum quidpiam ab ejus munere Sacerdotali offerat, sed cum eodem apprime consentiens.

Nec vero exigua libelli moles deterrere me debuit, ne cum eo ad tantum Principem accederem. Est ille quidem satis tenuis libellus, at non & tenuem quoque rem continet. Argumentum pertractat sublime admodum, & nobile, in quo illustrando omnem ego quidem industriam collocavi, ubi si quid præstitero, si minus infeliciter me gesserō, nemo sane me impudentiæ arguat, quasi vilem aliquam, & tanto indignam fastigio rem offeram. Habetur in eo novum quoddam Universæ Naturalis Philosophiæ genus a receptis huc usque, usitatisque plurimum discrepans, quanquam etiam ex iis, quæ maxime omnium per hæc tempora celebrantur, casu quodam præcipua quæque mirum sane in modum compacta, atque inter se veluti coagmentata conjunguntur ibidem, uti sunt simplicia atque inextensa Leibnitianorum elementa, cum Newtoni viribus inducentibus in aliis distantibus accessum mutuum, in aliis mutuum recessum, quas vulgo attractiones, & repulsionem appellant: casu, inquam: neque enim ego conciliandi studio hinc, & inde decerpsi quædam ad arbitrium selecta, quæ utcumque inter se componerem, atque compaginarem: sed omni præjudicio seposito, a principiis exorsus inconcussis, & vero etiam receptis communiter, legitima ratiocinatione usus, & continuo conclusionum nexu deveni ad legem virium in Natura existentium unicam, simplicem, continuam, quæ mihi & constitutionem elementorum materiæ, & Mechanicæ leges, & generales materiæ ipsius proprietates, & præcipua corporum discrimina, sua

applicatione ita exhibuit, ut eadem in iis omnibus ubique se prodatur uniformis agendi ratio, non ex arbitrariis hypothesebus, & fictitiis commentationibus, sed ex sola continua ratiocinatione deducta. Ejusmodi autem est omnis, ut eas ubique vel definiat, vel adumbret combinationes elementorum, quæ ad diversa præstanda phænomena sunt adhibendæ, ad quas combinationes Conditoris Supremi consilium, & immensa Mentis Divinæ vis ubique requiritur, quæ infinitos casus perspiciat, & ad rem aptissimos feligat, ac in Naturam inducat.

Id mihi quidem argumentum est operis, in quo Theoriam meam expono, comprobo, vindico: tum ad Mechanicam primum, deinde ad Physicam applico, & uberri- mos usus expono, ubi brevi quidem libello, sed admodum diuturnas annorum jam tredecim meditationes complector meas, eo plerumque tantummodo rem deducens, ubi demum cum communibus Philosophorum consensio placitis, & ubi ea, quæ habemus jam pro compertis, ex meis etiam deductionibus sponte fluunt, quod usque adeo voluminis molem contraxit. Dederam ego quidem dispersa dissertatiunculis variis Theoriæ meæ quædam velut specimina, quæ inde & in Italia Professores publicos nonnullos adstipulatores est nacta, & jam ad exterarum quoque gentes pervasit: sed ea nunc primum tota in unum compacta, & vero etiam plusquam duplo aucta, prodit in publicum, quem laborem postremo hoc mense, molestioribus negotiis, quæ me Viennam adduxerant, & curis omnibus exsolutus suscepi, dum in Italiam rediturus opportunum itineri tempus inter assiduas nives opperior, sed omnem in eodem adornando, & ad communem mediocrium etiam Philosophorum captum accommodando diligentiam adhibui.

Inde vero jam facile intelliges, cur ipsum laborem meum ad Te deferre, & Tuo nuncupare Nomini non dubitaverim. Ratio ex iis, quæ proposui, est duplex: primo quidem ipsum argumenti genus, quod Christianum Antistitem non modo non dedecet, sed etiam appri-

me decet: tum ipsius argumenti vis, atque dignitas, quæ nimirum confirmat, & erigit nimirum fortasse impares, sed quantum fieri per me potuit, intentos conatus meos; nam quidquid eo in genere meditando assequi possum, totum ibidem adhibui, ut idcirco nihil arbitrer a mea tenuitate proferri posse te minus indignum, cui ut aliquem offerrem laborum meorum fructum quantumcunque, exposcebat sane, ac ingenti clamore quodam efflagitabat tanta erga me humanitas Tua, qua jam olim immerentem complexus Romæ, hic etiam fovere pergis, nec in tanto dedignatus fastigio, omni benevolentia significatione prosequeris: Accedit autem & illud, quod in hisce terris vix adhuc nota, vel etiam ignota penitus Theoria mea Patrocinio indiget, quod, si Tuo Nomine insignita prodeat in publicum, obtinebit sane validissimum, & securam vagabitur: Tu enim illam, parente velut hic orbatam suo, in dies nimirum discessuro, & quodammodo veluti posthumam post ipsum ejus discessum typis impressam, & in publicum prodeuntem tueberis, fovebisque.

Hæc sunt, quæ meum Tibi consilium probent, Princeps Celsissime: Tu, qua soles humanitate auctorem excipere, opus excipe, & si forte adhuc consilium ipsum Tibi visum fuerit improbandum; animum saltem æquus respice obsequentissimum Tibi, ac devotissimum. Vale.

Dabam Viennæ in Collegio Academico Soc. JESU Idibus Febr. C1719CCLVIII.

AD LECTOREM

EX EDITIONE VIENNENSI.



Habes, amice Lector, Philosophiæ Naturalis Theoriam ex unica lege virium deductam, quam & ubi jam olim adumbraverim, vel etiam ex parte explicaverim, & qua occasione nunc uberius pertractandam, atque augendam etiam, susceperim, invenies in ipso primæ partis exordio. Libuit autem hoc opus dividere in partes tres, quarum prima continet explicationem Theoriæ ipsius, ac ejus analyticam deductionem, & vindicationem; secunda applicationem satis uberem ad Mechanicam; tertia applicationem ad Physicam.

Porro illud in primis curandum duxi, ut omnia, quam liceret, dilucide exponerentur, nec sublimiore Geometria, aut Calculo indigerent. Et quidem in prima, ac tertia parte non tantum nullæ analyticæ, sed nec geometricæ demonstrationes occurrunt, paucissimis quibusdam, quibus indigeo, rejectis in adnotatiunculas, quas in fine paginarum quarundam invenies. Quædam autem admodum pauca, quæ majorem Algebrae, & Geometriæ cognitionem requirebant, vel erant complicatiora aliquanto, & alibi a me jam edita, in fine operis apposui, quæ Supplementorum appellavi nomine, ubi & ea addidi, quæ sentio de spatio, ac tempore, Theoriæ meæ consentanea, ac edita itidem jam alibi. In secunda parte, ubi ad Mechanicam applicatur Theoria, a geometricis, & aliquando etiam ab algebraicis demonstrationibus abstinere omnino non potui; sed eæ ejusmodi sunt, ut vix unquam requirant aliud, quam Euclidean Geometriam, & primas Trigonometriæ notiones maxime simplices, ac simplicem algorithmum.

In prima quidem parte occurrunt Figure geometricæ complures, quæ prima fronte videbuntur etiam complicatæ rem ipsam intimius non perspicant; verum eæ nihil aliud exhibent, nisi imaginem quandam rerum, quæ ipsis oculis per ejusmodi figuras sistuntur contemplandæ. Ejusmodi est ipsa illa curva, quæ legem virium exhibet. Invenio ego quidem inter omnia

omnia materiæ puncta vim quandam mutuam, quæ a distantis pendet, & mutatis distantis mutatur ita, ut in aliis attractiva sit, in aliis repulsiva, sed certa quadam, & continua lege. Leges ejusmodi variationis binarum quantitatum a se invicem pendendum, uti hic sunt distantia, & vis, exprimi possunt vel per analyticam formulam, vel per geometricam curvam; sed illa prior expressio & multo plures cognitiones requirit ad Algebraem pertinentes, & imaginationem non ita adjuvat, ut hæc posterior, qua idcirco sum usus in ipsa primæ operis parte, rejecta in Supplementa formula analytica, quæ & curvam, & legem virium ab illa expressam exhibeat.

Porro hæc res omnis reducitur. Habetur in recta indefinita, quæ axis dicitur, punctum quoddam, a quo abscissa ipsius rectæ segmenta referunt distantias. Curva linea protenditur secundum rectam ipsam, circa quam etiam serpit, & eandem in pluribus secat punctis: rectæ a fine segmentorum erectæ perpendiculariter usque ad curvam, exprimunt vires, quæ majores sunt, vel minores, prout ejusmodi rectæ sunt itidem majores, vel minores; ac eadem ex attractivis migrant in repulsivas, vel vice versa, ubi illæ ipse perpendiculares rectæ directionem mutant, curva ab altera axis indefiniti plaga migrante ad alteram. Id quidem nullas requirit geometricas demonstrationes, sed meram cognitionem vocum quarundam, quæ vel ad primæ pertinent Geometriæ elementa, & notissima sunt, vel ibi explicantur, ubi adhibentur. Notissima autem etiam est significatio vocis Asymptotus, unde & cras asymptoticum curvæ appellatur: dicitur nimirum recta asymptotus cravis cujuspiam curvæ, cum ipsa recta in infinitum producta, ita ad curvilineum arcum productum itidem in infinitum semper accedit magis, ut distantia minuat in infinitum, sed nusquam penitus evanescat, illis idcirco nunquam invicem convenientibus.

Consideratio porro attentæ curvæ propositæ in fig. 1, & rationis, quæ per illam exprimitur nexus inter vires, & distantias, est utique admodum necessaria ad intelligendam Theoriam ipsam, cujus ea est præcipua quedam veluti clavis, sine qua omnino incassum tentarentur cetera: sed & ejusmodi est, ut rironum, & sane etiam mediocrium, immo etiam longe infra mediocritatem collocatorum, captum non excedat, potissimum si viva accedat Professoris vox mediocriter etiam versati in Mechanica, cuius ope, pro certo habeo, rem ita patentem omnibus reddi posse, ut etiam, qui Geometriæ penitus ignari sunt, paucorum admodum explicatio-

in vocabulorum accedente, eam ipsis oculis intueatur omnino perspicuam. In tertia parte supponuntur utique nonnulla, quae demonstrantur in secunda; sed ea ipsa sunt admodum pauca, & iis, qui geometricas demonstrationes fastidiunt, facili admodum exponi possunt res ipse ita, ut penitus etiam sine ullo Geometriae adiumento percipiuntur, quaequam sine iis ipsa demonstratio haberi non poterit; ut idcirco in eo differre debeat is, qui secundam partem attente legerit, & Geometriam calleat, ab eo, qui eam omittat, quod ille primus veritates in tertia parte adhibitas, ac ex secunda erutas, ad explicationem Physicam, intuebitur per evidentiam ex ipsis demonstrationibus haustam, hic secundus easdem quodammodo per fidem Geometriae adhibitam credet. Huiusmodi imprimis est illud, particulam compositam ex punctis etiam homogeneis, praeditis lege virium proposita, posse per solam diversam ipsorum punctorum dispositionem aliam particulam per certum intervallum vel perpetuo attrahere, vel perpetuo repellere, vel nihil in eam agere, atque id ipsum viribus admodum diversis, & quae respectu diversarum particularum diversa sunt, & diverse respectu partium diversarum ejusdem particulae, ac aliam particulam alibi etiam urgeant in latus, unde plurimum phenomenorum explicatio in Physica sponte fluit.

Verum qui omnem Theoriae, & deductionum compagem aliquanto altius inspexerit, ac diligentius perpenderit, videbit, ut spero, me in hoc perquisitionis genere multo ulterius progressum esse, quam olim Newtonus ipse desideraverit. Is enim in postrema Optica questione prolatis iis, quae per vim attractivam, & vim repulsivam, mutata distantia ipsi attractivae succedentem, explicari poterant, haec addidit: „ Atque haec quidem omnia si ita sint, jam Natura universa valde erit simplex, & consimilis sui, perficiens nimirum magnos omnes corporum caelestium motus attractione gravitatis, quae est mutua inter corpora illa omnia, & minores fere omnes particularum suarum motus aliam aliquam vi attrahente, & repellente, quae est inter particulas illas mutua. „ Aliquanto autem inferius de primigeniis particulis agens sic habet: „ Porro videntur mihi haec particulae primigeniae non modo in se vim inertiae habere, motusque leges passivas illas, quae ex vi ista necessario oriuntur; verum etiam motum perpetuo accipere a certis principiis actuosis, qualia nimirum sunt gravitas, & causa fermentationis, & cohaerentia corporum. Atque haec quidem principia considero non ut occultas „ qua-

„ qualitates, quae ex specificis rerum formis oriri fingantur, sed ut universales Naturae leges, quibus res ipsae sunt formatae. Nam principia quidem talia revera existere ostendunt phaenomena Naturae, licet ipsorum causae quae sunt, nondum fuerit explicatum. Affirmare, singulas rerum species specificis praeditas esse qualitibus occultis, per quas eam vim certam in agendo habent, hoc utique est nihil dicere: at ex phaenomenis Naturae duo, vel tria derivare generalia motus principia, & deinde explicare, quemadmodum proprietates, & actiones rerum corporum omnium ex istis principiis consequantur, id vero magnus esset factus in Philosophia progressus, etiamsi principiorum istorum causae nondum essent cognitae. Quare motus principia supradicta proponere non dubito, cum per Naturam universam latissime pateant. „

Haec ibi Newtonus, ubi is quidem magnos in Philosophia progressus facturum arbitratus est eum, qui ad duo, vel tria generalia motus principia ex Naturae phaenomenis derivata phaenomenorum explicationem reduxerit, & sua principia protulit, ex quibus inter se diversis eorum aliqua tantummodo explicari posse censuit. Quid igitur, ubi & ea ipsa tria, & alia praecipua quaeque, ut ipsa etiam impenetrabilitas, & impulso reducuntur ad principia unicum legitima ratiocinatione deductum? At id per meam unicam, & simplicem virium legem prestari, patebit sane consideranti operis totius Synopsim quandam, quam hic subjicio; sed multo magis opus ipsum diligentius pervolvanti.



SYNOPSIS

TOTIUS OPERIS.

EX EDITIONE VIENNENSI

P A R S I.



Rimis sex numeris exhibeo, quando, & qua occasione Theoriam meam invenerim, ac ubi hucusque de ea egerim in dissertationibus jam editis, quid ea commune habeat cum Leibnitiana, quid cum Newtoniana Theoria, in quo ab utraque discrepet, & vero etiam utrique præstet: addo, quid alibi promiserim pertinens ad æquilibrium, & oscillationis centrum, & quemadmodum iis nunc inventis, ac ex unico simplicissimo, ac elegantissimo theoremate profluentibus omnino sponte, cum dissertatiunculam brevem meditarer, jam eo consilio rem aggressus; repente mihi in opus integrum justæ molis evaserit tractatio.

Tum usque ad num. 11 expono Theoriam ipsam: materiam constantem punctis prorsus simplicibus, indivisibilibus, & inextensis, ac a se invicem distantibus, quæ puncta habeant singula vim inertiae, & præterea vim activam mutuam pendentem a distantis, ut nimirum, data distantia, detur & magnitudo, & directio vis ipsius, mutata autem distantia, mutetur vis ipsa, quæ, imminuta distantia in infinitum, sit repulsiva, & quidem excrecens in infinitum: aucta autem distantia, minuatur, evanescat, mutetur in attractivam crescentem primo, tum decrecentem, evanescentem, abeuntem iterum in repulsivam, idque

c per

(A) Series numerorum, quibus tractari incipiunt, quæ sunt in textu.

XVIII

per multas vices, donec demum in majoribus distantis abeat in attractivam decrecentem ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum: quem nexum virium cum distantis, & vero etiam earum transitum a positivis ad negativas, sive a repulsivis ad attractivas, vel vice versa, oculis ipsis propono in vi, qua binæ elastri cuspides conantur ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, prout sunt plus justo distractæ, vel contractæ.

11 Inde ad num. 16 ostendo, quo pacto id non sit aggregatum quoddam virium temere coalescentium, sed per unicam curvam continuam exponatur ope abscissarum experimentium distantias, & ordinatarum experimentium vires, cujus curvæ ductum, & naturam expono, ac ostendo, in quo differat ab hyperbola illa gradus tertii, quæ Newtonianam gravitatem exprimit: ac demum ibidem & argumentum, & divisionem propono operis totius.

Hisce expositis gradum facio ad exponendam totam illam analysim, qua ego ad ejusmodi Theoriam deveni, & ex qua ipsam arbitror directa, & 16 solidissima ratiocinatione deduci totam. Contendo nimirum usque ad numerum 19 illud, in collisione corporum debere vel haberi compenetracionem, vel violari legem continuitatis, velocitate mutata per saltum, si cum inæqualibus velocitatibus deveniant ad immediatum contactum, quæ continuitatis lex cum (ut evinco) debeat omnino observari, illud infero, antequam ad contactum deveniant corpora, debere mutari eorum velocitates per vim quandam, quæ sit par extinguendæ velocitati, vel velocitatum differentiae, cuius utcunque magnæ.

19 A num. 19 ad 28 expendo effugium, quo ad eludendam argumenti mei vim utuntur ii, qui negant corpora dura, qua quidem responsione uti non possunt Newtoniani, & Corpusculares generaliter, qui

qui elementares corporum particulas assumunt prorsus duras: qui autem omnes utcumque parvas corporum particulas molles admittunt, vel elasticas; difficultatem non effugiunt, sed transferunt ad primas superficies, vel puncta, in quibus committeretur omnino saltus, & lex continuitatis violaretur: ibidem quendam verborum lusum evolvo, frustra adhibitum ad eludendam argumenti mei vim.

Sequentibus num. 28 & 29 binas alias responsiones rejicio aliorum, quarum altera, ut mei argumenti vis elidatur, affirmat quispiam, prima materiae elementa compenetrari, altera dicuntur materiae puncta adhuc moveri ad se invicem, ubi localiter omnino quiescunt, & contra primum effugium evinco impenetrabilitatem ex inductione: contra secundum expono æquivocationem quandam in significatione vocis *motus*, cui æquivocationi totum innititur.

Hinc num. 30, & 31 ostendo, in quo a Mac-Laurino dissentiam, qui considerata eadem, quam ego contemplatus sum, collisione corporum, conclusit, continuitatis legem violari, cum ego eandem illam esse debere ratus ad totam devenerim Theoriam meam.

Hic igitur, ut meæ deductionis vim exponam, in ipsam continuitatis legem inquirō, ac a num. 32 ad 38 expono, quid ipsa sit, quid mutatio continua per gradus omnes intermedios, quæ nimirum excludat omnem saltum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias, ac Geometriam etiam ad explicationem rei in subsidium advoco: tum eam probo primum ex inductione, ac in ipsum inductionis principium inquirens usque ad num. 44, exhibeo, unde habeatur ejusdem principii vis, ac ubi id adhiberi possit, rem ipsam illustrans exemplo impenetrabilitatis erutæ passim per inductionem, donec demum ejus vim applicem ad legem continuitatis demonstrandam: ac sequentibus numeris

meris casus evolvo quosdam binarum classium, in quibus continuitatis lex videtur lædi, nec tamen læditur.

Post probationem principii continuitatis petitam ab inductione, aliam num. 48 ejus probationem aggreddior metaphysicam quandam, ex necessitate utriusque limitis in quantitibus realibus, vel seriebus quantitatum realium finitis, quæ nimirum nec suo principio, nec suo fine carere possunt. Ejus rationis vim ostendo in motu locali, & in Geometria sequentibus duobus numeris: tum num. 52 expono difficultatem quandam, quæ petitur ex eo, quod in momento temporis, in quo transitur a *non esse* ad *esse*, videatur juxta ejusmodi Theoriam debere simul haberi ipsum *esse*, & *non esse*, quorum alterum ad finem præcedentis seriei statuum pertinet, alterum ad sequentis initium, ac solutionem ipsius fuse evolvo, Geometria etiam ad rem oculo ipsi sistendam vocata in auxilium.

Num. 63, post epilogum eorum omnium, quæ de lege continuitatis sunt dicta, id principium applico ad excludendum saltum immediatum ab una velocitate ad aliam, sine transitu per intermedias, quod & inductionem læderet pro continuitate amplissimam, & induceret pro ipso momento temporis, in quo fieret saltus, binas velocitates, ultimam nimirum seriei præcedentis, & primam novæ, cum tamen duas simul velocitates idem mobile habere omnino non possit. Id autem ut illustrem, & evincam, usque ad num. 72 considero velocitatem ipsam, ubi potentialem quandam, ut appello, velocitatem ab actuali secerno, & multa, quæ ad ipsarum naturam, ac mutationes pertinent, diligenter evolvo, nonnullis etiam, quæ inde contra meæ Theoriæ probationem objici possunt, dissolutis.

His expositis concludo jam illud ex ipsa continuitate, ubi corpus quodpiam velocius movetur post

post aliud lentius, ad contactum immediatum cum illa velocitatum inæqualitate deveniri non posse, in quo scilicet contactu primo mutaretur vel utriusque velocitas, vel alterius, per saltum, sed debere mutationem velocitatis incipere ante contactum ipsum. Hinc num. 73 infero, debere haberi 73 mutationis causam, quæ appelletur vis: tum num. 74 hanc vim debere esse mutuam, & agere in 74 partes contrarias, quod per inductionem evinco, & inde infero num. 75, appellari posse repulsi- 75 vam ejusmodi vim mutuam, ac ejus legem exquirendam propono. In ejusmodi autem perquisitione usque ad num. 80 invenio illud, debere vim ipsam imminutis distantis crescere in infinitum ita, ut par sit extinguendæ velocitati utcunque magnæ; tum & illud, imminutis in infinitum etiam distantis, debere in infinitum augeri, in maximis autem debere esse e contrario attractivam, uti est gravitas: inde vero colligo limitem inter attractionem, & repulsionem: tum sensim plures, ac etiam plurimos ejusmodi limites invenio, sive transitus ab attractione ad repulsionem, & vice versa, ac formam totius curvæ per ordinatas suas exprimentis virium legem determino.

Eo usque virium legem deduco, ac definio; tum 81 num. 81 eruo ex ipsa lege constitutionem elementorum materiæ, quæ debent esse simplicia, ob repulsionem in minimis distantis in immensum auctam; nam ea, si forte ipsa elementa partibus constarent, nexum omnem dissolveret. Usque ad num. 88 inquirō in illud, an hæc elementa, ut simplicia esse debent, ita etiam inextensa esse debeant, ac exposita illa, quam virtualementem extensionem appellant, eandem excludo inductionis principio, & difficultatem evolvo tum eam, quæ peti possit ab exemplo ejus generis extensionis, quam in anima indivisibili, & simplice per aliquam corporis partem

tem divisibilem, & extensam passim admittunt; vel omnipræsentiæ Dei: tum eam, quæ peti possit ab analogia cum quiete, in qua nimirum conjungi debeat unicum spatii punctum cum serie continua momentorum temporis, uti in extensione virtuali unicum momentum temporis cum serie continua punctorum spatii conjungeretur, ubi ostendo, nec quietem omnimodam in Natura haberi usquam, nec adesse semper omnimodam intertempus, 88 & spatium analogiam. Hic autem ingentem colligo ejusmodi determinationis fructum, ostendens usque ad num. 91, quantum proficit simplicitas, indivisibilitas, inextensio elementorum materiæ, ob summum transitum a vacuo continuo per saltum ad materiam continuam, ac ob sublatum limitem densitatis, quæ in ejusmodi Theoria ut minui in infinitum potest, ita potest in infinitum etiam augeri, dum in communi, ubi ad contactum devenit, est, augeri ultra densitas nequaquam potest, potissimum vero ob sublatum omne continuum coexistens, quo sublato & gravissimæ difficultates plurimæ evanescunt, & infinitum actu existens habetur nullum, sed in possibilibus tantummodo remanet series finitorum in infinitum producta.

91 His definitis, inquirō usque ad num. 99 in illud, an ejusmodi elementa sint censenda homogenea, an heterogenea: ac primo quidem argumentum pro homogeneitate saltem in eo, quod pertinet ad totam virium legem, invenio in homogeneitate tanta primi curis repulsi in minimis distantis, ex quo pendet impenetrabilitas, & postremi attractivi, quo gravitas exhibetur, in quibus omnis materia est penitus homogenea. Ostendo autem, nihil contra ejusmodi homogeneitatem evinci ex principio Leibnitiano indiscernibilium, nihil ex inductione, & ostendo, unde tantum proveniat discrimen in compositis massulis, ut in frondibus, & fo-

foliis; ac per inductionem, & analogiam demonstrato, naturam nos ad homogeneitatem elementorum, non ad heterogeneitatem deducere.

Ea ad probationem Theorizæ pertinent; qua absoluta, antequam inde fructus colligantur multiplices, gradum hic facio ad evolvendas difficultates, quæ vel objectæ jam sunt, vel objici posse videntur mihi, primo quidem contra vires in genere, tum contra meam hanc expositam, comprobataque virium legem, ac demum contra puncta illa indivisibilia, & inextensa, quæ ex ipsa ejusmodi virium lege deducuntur.

Primo quidem, ut iis etiam faciam satis, qui inani vocabulorum quorundam sono perturbantur, a num. 101 ad 104 ostendo, vires hæc non esse quoddam occultarum qualitatum genus, sed patentem sane Mechanismum, cum & idea earum sit admodum distincta, & existentia, ac lex positive comprobata; ad Mechanicam veropertineat omnis tractatio de Motibus, qui a datis viribus etiam sine immediato impulsu oriuntur. A num. 104 ad 106 ostendo, nullum committi saltum in transitu a repulsionibus ad attractiones, & vice versa, cum nimirum per omnes intermedias quantitates istransitus fiat. Inde vero ad objectiones gradum facio, quæ totam curvæ formam impetunt. Ostendo nimirum usque ad num. 116, non posse omnes repulsiones a minore attractione desumi; repulsiones ejusdem esse seriei cum attractionibus, a quibus differant tantummodo ut minus a majore, sive ut negativum a positivo; ex ipsa curvarum natura, quæ, quo altioris sunt gradus, eo in pluribus punctis rectam secare possunt, & eo in immensum plures sunt numero; haberi potius, ubi curva quaeritur, quæ vires exprimat, indicium pro curva ejus naturæ, ut rectam in plurimis punctis secet, adeoque plurimos secum afferat virium transitus

a re-

a repulsivis ad attractivas, quam pro curva, quæ nusquam axem secans attractiones solas, vel solas pro distantis omnibus repulsionem exhibeat: sed vires repulsivas, & multipliciter transituum esse positive probatam, & deductam totam curvæ formam, quam itidem ostendo, non esse ex arcibus natura diversis temere coalescentem, sed omnino simplicem, atque eam ipsam simplicitatem in Supplementis evidentissime demonstrato, exhibens methodum, qua deveniri possit ad æquationem ejusmodi curvæ simplicem, & uniformem; licet, ut hic ostendo, ipsa illa lex virium possit mente resolvi in plures, quæ per plures curvas exponantur, a quibus tamen omnibus illa reapse unica lex, per unicam illam continuam, & in se simplicem curvam componatur.

121 A num. 121 refello, quæ objici possunt a lege gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ nimirum in minimis distantis attractionem requirit crescentem in infinitum. Ostendo autem, ipsam non esse usquam accurate in ejusmodi ratione, nisi imaginarias resolutiones exhibeamus; nec vero ex Astronomia deduci ejusmodi legem prorsus accurate servatam in ipsis Planetarum, & Cometarum distantis, sed ad summum ita proxime, ut differentia ab ea lege sit perquam exigua: ac a num. 124 expendo argumentum, quod pro ejusmodi lege desumi possit ex eo, quod cuiusvis visa sit omnium optima, & idcirco electa ab Auctore Naturæ, ubi ipsum Optimismi principium ad trutinam revoco, ac excludo, & vero illud etiam evinco, non esse, cur omnium optima ejusmodi lex censeatur: in Supplementis vero ostendo, ad quæ potius absurda deducet ejusmodi lex, & vero etiam leges aliæ plures attractionis, quæ imminutis in infinitum distantis excrescat in infinitum.

Num.

Num. 131 a viribus transeo ad elementa, & primum ostendo, cur punctorum inextensorum ideam non habeamus, quod nimirum eam haurire non possumus per sensus, quos solæ massæ, & quidem grandiores, afficiunt, atque idcirco eandem nos ipsi debemus per reflexionem efformare, quod quidem facile possumus. Ceterum illud ostendo, me non inducere primum in Physicam puncta indivisibilia, & inextensa, cum eo etiam Leibnitianæ monades recidant, sed sublata extensione continua difficultatem auferre illam omnem, quæ jam olim contra Zenonicos objecta, nunquam est satis soluta, qua fit, ut extensio continua ab inextensis effici omnino non possit.

Num. 140 ostendo, inductionis principium contra ipsa nullam habere vim, ipsorum autem existentiam vel inde probari, quod continuitas se se ipsam destruat, & ex ea assumpta probetur argumentis a me institutis hoc ipsum, prima elementa esse indivisibilia, & inextensa, nec ullum haberi extensum continuum. A num. 143 ostendo, ubi continuitatem admittam, nimirum in solis motibus; ac illud explico, quid mihi sit spatium, quid tempus, quorum naturam in Supplementis multo uberius expono. Porro continuitatem ipsam ostendo a natura in solis motibus obtineri accurate, in reliquis affectari quodammodo; ubi & exempla quædam evolvo continuitatis primo aspectu violatæ, in quibusdam proprietatibus luminis, ac in aliis quibusdam casibus, in quibus quædam crescunt per additionem partium, non (ut ajunt) per intussumptionem.

A num. 153 ostendo, quantum hæc mea puncta a spiritibus differant; ac illud etiam evolvo, unde fiat, ut in ipsa idea corporis videatur includi extensio continua, ubi in ipsam idearum nostrarum originem inquiri, & quæ inde præjudicia profluant, expono. Postremo autem loco num. 165 innuo, qui fieri possit;

d ut

ut puncta inextensa, & a se invicem distantia, in massam coalescant, quantum libet, coherentem, & iis proprietatibus præditam, quas in corporibus experimur, quod tamen ad tertiam partem pertinet, ibi multo uberius pertractandum: ac ibi quidem primam hanc partem absolvo.

P A R S I I.

- 166 **N**Um. 166. hujus partis argumentum propono; sequenti vero 167, quæ potissimum in curvæ virium consideranda sint, enuncio. Eorum considerationem aggressus, primo quidem usque ad num. 168 172 in ipsos arcus inquiri, quorum alii attractivi, alii repulsivi, alii asymptotici, ubi casuum occurrit mira multitudo, & in quibusdam consecutaria notatu digna, ut & illud, cum ejus formæ curva plurium asymptotorum esse possit, Mundorum prorsus similium seriem posse oriri, quorum alter respectu alterius vices agat unius, & indissolubilis elementi. Ad num. 179 areas contemplor arcubus clausas, quæ respondentes segmento axis cuicunque, esse possunt magnitudine utcunque magnæ, vel parvæ, sunt autem mensura incrementi, vel decrementi quadrati velocitatum. Ad num. 189 inquiri in appulsus curvæ ad axem, sive is ibi secetur ab eadem (quo casu habentur transitus vel a repulsione ad attractionem, vel ab attractione ad repulsionem, quos dico limites, & quorum maximus est in tota mea Theoria usus), sive tangatur, & curva retro redeat, ubi etiam pro appulsibus considero recessus in infinitum per arcus asymptoticos, & qui transitus, sive limites, orientur inde, vel in Natura admitti possint, evolvo.
- 189 Num. 189 a consideratione curvæ ad punctorum combinationem gradum facio, ac primo quidem usque

usque ad num. 204 ago de systemate duorum punctorum, ea pertractans, quæ pertinent ad eorum vires mutuas, & motus, sive sibi relinquuntur, sive projiciantur utrunque, ubi & conjunctione ipsorum exposita in distantis limitum, & oscillationibus variis, sive nullam externam punctorum aliorum actionem sentiant, sive perturbentur ab eadem, illud innauo in antecessum, quanto id usui futurum sit in parte tertia ad exponenda cohesionis varia genera, fermentationes, conflagrationes, emissiones vaporum, proprietates luminis, elasticitatem, molliem.

Succedit a Num. 204 ad 239 multo uberior consideratio trium punctorum, quorum vires generaliter facile definiuntur data ipsorum positione quacunque: verum utcunque data positione, & celeritate, nondum a Geometris inventi sunt motus ita, ut generaliter pro casibus omnibus absolvi calculus possit. Vires igitur, & variationem ingentem, quam diversæ pariunt combinationes punctorum, utut tantummodo numero trium, persequor usque ad num. 209. Hinc usque ad num. 214 quædam evolvo, quæ pertinent ad vires ortas in singulis ex actione composita reliquorum duorum, & quæ tertium punctum non ad accessum urgeant, vel recessum tantummodo respectu eorundem, sed & in latus, ubi & soliditatis imago prodit, & ingens sane discrimen in distantis particularum perquam exiguis, ac summa in maximis, in quibus gravitas agit, conformitas, quod quanto itidem ad Naturæ explicationem futurum sit usui, significo. Usque ad num. 221 ipsis etiam oculis contemplandum propono ingens discrimen in legibus virium, quibus bina puncta agunt in tertium, sive id jaceat in recta, qua junguntur, sive in recta ipsi perpendiculari, & eorum intervallum secante bifariam, constructis ex data primigenia curva curvis vires compositas exhibentibus: tum sequentibus

d 2

binis

- binis numeris casum evolvo notatu dignissimum, in quo mutata sola positione binorum punctorum, punctum tertium per idem quoddam intervallum, situm in eadem distantia a medio eorum intervallum, vel perpetuo attrahitur, vel perpetuo repellitur, vel nec attrahitur, nec repellitur; cujusmodi discrimen cum in massis haberi debeat multo majus, illud indico num. 222, quantus inde itidem in Physicam usus proveniat.
- 222
- 223 Hic jam num. 223 a viribus binorum punctorum transeo ad considerandum totum ipsorum systema, & usque ad num. 228 contemplor tria puncta in directum sita, ex quorum mutuis viribus relationes quædam exurgunt, quæ multo generaliores redduntur inferius, ubi in tribus etiam punctis tantummodo adumbrantur, quæ pertinent ad virgas rigidas, flexiles, elasticas, ac ad vectem, & ad alia plura, quæ itidem inferius, ubi de massis, multo generaliora fiunt. Demum usque ad num. 238 contemplor tria puncta posita non in directum, sive in æquilibrio sint, sive in perimetro ellipsium quarundam, vel curvarum aliarum; in quibus mira occurrit analogia limitum quorundam cum limitibus, quos habent bina puncta in axe curvæ primigeniæ ad se invicem, atque ibidem multo major varietas casuum indicatur pro massis, & specimen applicationis exhibetur ad soliditatem, & liquationem per celerem intestinum motum punctis impressum. Sequentibus autem binis numeris generalia quædam expono de systemate punctorum quatuor cum applicatione ad virgas solidas, rigidas, flexiles, ac ordines particularum varios exhibeo per pyramides, quarum infimæ ex punctis quatuor, superiores ex quatuor pyramidibus singularæ coalescant.
- 238
- 240 A num. 240 ad massas gradu facto usque a num. 264 considero, quæ ad centrum gravitatis pertinent, ac

ac demonstro generaliter, in quavis massa esse aliquod, & esse unicum: ostendo, quo pacto determinari generaliter possit, & quid in methodo, quæ communiter adhibetur, desit ad habendam demonstrationis vim, luculenter expono, & suppleo, ac exemplum profero quoddam ejusdem generis, quod ad numerorum pertinet multiplicationem, & ad virium compositionem per parallelogramma, quam alia methodo generaliore exhibeo analogam illi ipsi, qua generaliter in centrum gravitatis inquiri: tum vero ejusdem ope demonstro admodum expedite, & accuratissime celebre illud Newtoni theorema de statu centri gravitatis per mutuas internas vires nunquam turbato.

Ejus tractationis fructus colligo plures: conservationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in eandem plagam num. 264, æqualitatem actionis, & reactionis in massis num. 265, collisionem corporum, & communicationem motus in congressibus directis cum eorum legibus, inde num. 276 congressus obliquos, quorum Theoriam a resolutione motuum reduco ad compositionem num. 277, quod sequenti numero 278 transfero ad incursum etiam in planum immobile; ac a num. 279 ad 289 ostendo, nullam haberi in Natura veram virium, aut motuum resolutionem, sed imaginariam tantum modo, ubi omnia evolvo, & explico casuum genera, quæ prima fronte virium resolutionem requirere videntur.

A num. 289. ad 297 leges expono compositionis virium, & resolutionis, ubi & illud notissimum, quo pacto in compositione decrescat vis, in resolutione crescat, sed in illa priore conspirantium summa semper maneat, contrariis elisis; in hac posteriore concipiuntur tantummodo binæ vires contrariæ adjectæ, quæ consideratio nihil turbet phænomena; unde fiat, ut nihil inde pro virium vivarum Theoria deduci possit, cum sine iis explicentur omnia,

omnia, ubi plura itidem explico ex iis phænomenis, quæ pro ipsis viribus vivis afferri solent.

297 A num. 297 occasione inde arrepta aggredior quædam, quæ ad leges continuitatis pertinent, ubique in motibus sancte servatam, ac ostendo illud, idcirco in collisionibus corporum, ac in motu reflexo, leges vulgo definitas, non nisi proxime tantummodo observari, & usque ad num. 307 relationes varias persequor angulorum incidentiæ, & reflexionis, sive vires constanter in accessu attrahant, vel repellant constanter, sive jam attrahant, jam repellant: ubi & illud considero, quid accidat, si scabrities superficiæ agentis exigua sit, quid, si ingens, ac elementa profero, quæ ad luminis reflexionem, & refractionem explicandam, definiendamque ex Mechanica requiritur, relationem itidem vis absolutæ ad relativam in obliquo gravium descensu, & nonnulla, quæ ad oscillationum accuratiorem Theoriam necessaria sunt, prorsus elementaria, diligenter expono.

307 A num. 307 inquiri in trium massarum systema, ubi usque ad num. 313 theoremata evolvo plura, quæ pertinent ad directionem virium in singulis compositarum e binis reliquarum actionibus, ut illud, eas directiones vel esse inter se parallelas, vel, si utrinque indefinite producantur, per quoddam commune punctum transire omnes: tum usque ad 321 theoremata alia plura, quæ pertinent ad earundem compositarum virium rationem ad se invicem, ut illud & simplex, & elegans, binarum massarum vires acceleratrices esse semper in ratione composita ex tribus reciprocis rationibus, distantiarum ipsarum a massa tertia, sinus anguli, quem singularum directio continet cum sua ejusmodi distantia; & massæ ipsius eam habentis compositam vim, ad distantiam, sinum, massam alteram; vires autem motrices habere tantummodo priores rationes duas elisa tertia.

Eorum

Eorum theorematum fructum colligo deducens inde usque ad num. 328, quæ ad æquilibrium pertinent divergentium utcumque virium, & ipsius æquilibrii centrum, ac nisum centri in fulcrum, & quæ ad præponderantiam, Theoriam extendens ad casum etiam, quo massæ non in se invicem agant mutuo immediate, sed per intermedias alias, quæ nexum concilient, & virgarum nectentium suppleant vias, ac ad massas etiam quotcunque, quarum singulas tum centro conversionis, & alia quavis assumpta massa connexas concipio, unde principium momenti deduco pro machinis omnibus: tum omnium vectium genera evolvo, ut & illud, facta suspensione per centrum gravitatis haberi æquilibrium, sed in ipso centro debere sentiri vim a fulcro, vel sustinente puncto, æqualem summæ ponderum totius systematis, unde demum pateat ejus ratio, quod passim sine demonstratione assumitur, nimirum systemate quiescente, & impedito omni partium motu per æquilibrium, totam massam concipi posse ut in centro gravitatis collectam.

A num. 328 ad 347 deduco ex iisdem theorematis, quæ pertinent ad centrum oscillationis quotcunque massarum, sive sint in eadem recta, sive in plano perpendiculari ad axem rotationis ubicunque, quæ Theoria per systema quatuor massarum, excolendum aliquanto diligentius, uberius promoveri deberet & extendi ad generalem habendum solidorum nexum, qua re indicata, centrum itidem percussiois inde evolvo, & ejus analogiam cum centro oscillationis exhibeo.

Collecto ejusmodi fructu ex theorematis pertinentibus ad massas tres, innuo num. 347, quæ mihi communia sint cum ceteris omnibus, & cum Newtonianis potissimum, pertinentia ad summas virium, quas habet punctum, vel massa attracta, vel repulsa a punctis singulis alterius massæ; tum a num.

a num. 348 ad finem hujus partis, sive ad num. 358, expono quædam, quæ pertinent ad fluidorum Theoriam, & primo quidem ad pressionem, ubi illud innuo demonstratum a Newtono, si compressio fluidi sit proportionalis vi comprimenti, vires repulsivas punctorum esse in ratione reciproca distantiarum, ac vice versa: ostendo autem illud, si eadem vis sit insensibilis, rem, præter alias curvas, exponi posse per Logisticam, & in fluidis gravitate nostra terrestri præditis pressiones haberi debere ut altitudines; deinde vero attingo illa etiam, quæ pertinent ad velocitatem fluidi erumpentis e vase, & expono, quid requiratur, ut ea sit æqualis velocitati, quæ acquireretur cadendo per altitudinem ipsam, quemadmodum videtur res obtinere in aquæ effluxu: quibus partim expositis, partim indicatis, hanc secundam partem concludo.

P A R S I I I.

358 **N**Um. 358 propono argumentum hujus tertiæ partis, in qua omnes e Theoria mea generales materiæ proprietates deduco, & particulares
 360 plerasque: tum usque ad num. 371 ago aliquanto fufius de impenetrabilitate, quam duplicis generis, agnosco in meis punctorum inextensorum massis, ubi etiam de ea apparenti quadam compenetratio-
 ne ago, ac de luminis transitu per substantias intimas sine compenetratioe, & mira quædam phænomena huc pertinentia explico admodum ex-
 371 pedite. Inde ad num. 375 de extensione ago, quas mihi quidem in materia, & corporibus non est continua, sed adhuc eadem præbet phænomenæ sensibus, ac in communi sententia; ubi etiam de Geometria ago, quæ vim suam in mea Theoria retinet omnem: tum ad num. 383 figurabilitatem persequor, ac molem, massam, densitatem singillatim, in quibus omnibus sunt quædam Theoriæ meæ

meæ propria scitu non indigna. De Mobilitate, & 383
 Motuum Continuitate, usque ad num. 388 notatu
 digna continentur: tum usque ad num. 391 ago de 388
 æqualitate actionis, & reactionis, cujus connecta-
 ria vires ipsas, quibus Theoria mea innititur, mi-
 rum in modum confirmant. Succedit usque ad num. 391
 398 divisibilitas, quam ego ita admitto, ut quævis
 massa existens numerum punctorum realium habeat
 finitum tantummodo, sed qui in data quavis mole
 possit esse utcumque magnus; quamobrem divisibi-
 litati in infinitum vulgo admittæ substituo compo-
 nibilitatem in infinitum, ipsi, quod ad Naturæ phæ-
 nomena explicanda pertinet, prorsus æquivalen-
 tem. Iis evolutis addo num. 398 immutabilitatem 398
 primorum materiæ elementorum, quæ cum mihi
 sint simplicia prorsus, & inextensa, sunt utique
 immutabilia, & ad exhibendam perennem phæno-
 menorum seriem aptissima.

A num. 399 ad 406 gravitatem deduco ex mea 399
 virium Theoria, tanquam ramum quendam e com-
 muni trunco, ubi & illud expono, qui fieri possit,
 ut fixæ in unicam massam non coalescant, quod gra-
 vitas generalis requirere videretur. Inde ad num. 406
 419 ago de cohæsiōe, qui est itidem veluti alter
 quidam ramus, quam ostendo, nec in quiete con-
 sistere, nec in motu conspirante, nec in pressione
 fluidi cujuscumque, nec in attractione maxima in
 contactu, sed in limitibus inter repulsionem, &
 attractionem; ubi & problema generale propono
 quoddam huic pertinens, & illud explico, cur mas-
 sa fracta non iterum coalescat, cur fibræ ante
 fractionem distendantur, vel contrahantur, & in-
 nuo, quæ ad cohæsiōem pertinentia mihi cum re-
 liquis Philosophis communia sint.

A cohæsiōe gradum facio num. 419 ad particu- 419
 las, quæ ex punctis cohærentibus efformantur,
 de quibus ago usque ad num. 426, & varia per-
 e sequor

sequor earum discrimina: ostendo nimirum, quo
 pacto varias induere possint figuras quascunque,
 quarum tenacissimæ sint; possint autem data quavis
 figura discrepare plurimum in numero, & distri-
 butione punctorum, unde & oriuntur admodum
 inter se diversæ vires unius particulæ in aliam, ac
 itidem diversæ in diversis partibus ejusdem parti-
 culæ respectu diversarum partium, vel etiam re-
 spectu ejusdem partis particulæ alterius, cum a solo
 numero, & distributione punctorum pendeat illud,
 ut data particula datam aliam in datis earum di-
 stantiis, & superficierum locis, vel attrahat, vel
 repellat, vel respectu ipsius sit prorsus iners: tum
 illud addo, particulas eo difficilius dissolubiles es-
 se, quo minores sint; debere autem in gravitate
 esse penitus uniformes, quæcunque punctorum dis-
 positio habeatur, & in aliis proprietatibus plerif-
 que debere esse admodum (uti observamus) diver-
 sas, quæ diversitas multo major in majoribus massis
 esse debeat.

426 A num. 426 ad 446 de solidis, & fluidis, quod
 discrimen itidem pertinet ad varia cohæsiōnum ge-
 nera; & discrimen inter solida, & fluida diligenter
 expono, horum naturam potissimum repetens ex
 motu faciliori particularum in gyrum circa alias, at-
 que id ipsum ex viribus circumquaque æqualibus;
 illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus
 quibusdam in latus, quibus certam positionem ad
 se invicem servare debeant. Varia autem distin-
 guo fluidorum genera, & discrimen profero inter
 virgas rigidas, flexiles, elasticas, fragiles, ut &
 de viscositate, & humiditate ago, ac de organi-
 cis, & ad certas figuras determinatis corporibus,
 quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi
 una particula unam aliam possit in certis tantum-
 modo superficierum partibus attrahere, & proinde co-
 gere ad certam quandam positionem acquirendam
 respe-

respectu ipsius, & retinendam. Demonstro autem & illud, posse admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipsæ tenacissimæ sint, totum etiam Atomistarum, & Corpuscularium systema a mea Theoria repeti ita, ut id nihil sit aliud, nisi unicus itidem hujus veluti trunci fœcundissimi ramus e diversa cohæisionis ratione prorumpens. Demum ostendo, cur non quævis massa, utut constans ex homogeneis punctis, & circa se maxime in gyrum mobilibus, fluida sit; & fluidorum resistantiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A num. 446 ad 450 ago de iis, quæ itidem ad 446 diversa pertinent soliditatis genera, nimirum de elasticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos distantia, qua fiat, ut puncta longe dimota a locis suis, idem ubique genus virium sentiant, & proinde se ad priorem restituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata limitem puncta, ibi quiescant itidem respective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, ostendens, in quo a fragilibus discrepent: ostendo autem, hæc omnia discrimina a densitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, quod multo sit altero densius, possit tam multo majorem, quam multo minorem soliditatem, & cohæisionem habere, & quævis ex proprietatibus expositis æque possit cum quavis vel majore, vel minore densitate componi.

Num. 450 inquiri in vulgaria quatuor elementa; 450 tum a num. 451 ad num. 467 persequor chemicas 452 operationes; num. 452 explicans dissolutionem, 453 præcipitationem, 454, & 455 commixtionem plurium substantiarum in unam: tum num. 456, & 457 liquationem binis methodis, 458 volatilizationem, & effervescentiam, 461 emissionem effluvi-
orum, quæ e massa constanti debeat esse ad sensum constans, 462 ebullitionem cum variis evaporatio-

num generibus; 463 deflagrationem, & generationem aeris; 464 Crystallizationem cum certis figuris; ac demum ostendo illud num. 465, quo pacto possit fermentatio desinere; & num. 466, quo pacto non omnia fermentescant cum omnibus.

467 A fermentatione num. 467 gradum facio ad ignem, qui mihi est fermentatio quædam substantiæ lucis cum sulphurea quadam substantia, ac plura 471 inde confectaria deduco usque ad num. 471; tum 472 ab igne ad lumen ibidem transeo, cujus proprietates præcipuas, ex quibus omnia lucis phænomena oriuntur, propono num. 472, ac singulas a Theoria mea deduco, & fuse explico usque ad num. 503, nimirum emissionem num. 473, celeritatem 474, propagationem rectilineam per media homogenea, & apparentem tantummodo compenetracionem a num. 475 ad 483, pelluciditatem, & opacitatem num. 483, reflexionem ad angulos æquales inde ad 484, refractionem ad 487, tenuitatem num. 487, calorem, & ingentes intestinos motus allapsu tenuissimæ lucis genitos, num. 488, actionem majorem corporum oleosorum, & sulphureosorum lumen num. 489: tum num. 490 ostendo, nullam resistantiam veram pati, ac num. 491 explico, unde sunt phosphora, num. 492 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis, num. 493 & 494 unde diversa refrangibilitas ortum ducat, ac num. 495, & 496 deduco duas diversas dispositiones ad æqualia redeuntes intervalla, unde num. 497 vices illas a Newtono detectas facilioris reflexionis, & facilioris transmissus eruo, & num. 498 illud, radios alios debere reflecti, alios transmitti in appulsu ad novum medium, & eo plures reflecti, quo obliquitas incidentiæ sit major, ac num. 499 & 500 expono, unde discrimen in intervallis videtur, ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria. Demum num. 501 mi-
ram

ram attingo crystalli Islandicæ proprietatem, & ejusdem causam, ac num. 502 diffractionem expono, quæ est quædam inchoata refractionis, sive reflexio.

Post lucem ex igne derivatam, quæ ad oculos pertinet, ago brevissime num. 503 de sapore, & 503 odore, ac sequentibus tribus numeris de sono: 504 tum aliis quatuor de tactu, ubi etiam de frigore, & calore: deinde vero usque ad num. 514 de 511 electricitate, ubi totam Franklinianam Theoriam ex meis principiis explico, eandem ad bina tantummodo reducens principia, quæ ex mea generali virium Theoria eodem fere pacto deducuntur, quo præcipitationes, atque dissolutiones. De- num num. 514, ac 515 magnetismum persequor, 514 tam directionem explicans, quam attractionem magneticam.

Hisce expositis, quæ ad particulares etiam proprietates pertinent, iterum a num. 516 ad finem 516 usque generalem corporum complector naturam, & quid materia sit, quid forma, quæ censeantur essentialia, quæ accidentalia attributa, adeoque quid transformatio sit, quid alteratio, singillatim persequor, & partem hanc tertiam Theoriæ meæ absolvo.

De Appendice ad Metaphysicam pertinente inquam hic illud tantummodo, me ibi exponere de anima illud inprimis, quantum spiritus a materia differat, quem nexum anima habeat cum corpore, & quomodo in ipsum agat: tum de DEO, ipsius & existentiam me pluribus evincere, quæ nexum habeant cum ipsa Theoria mea, & Sapientiam inprimis, ac Providentiam, ex qua gradum ad revelationem faciendum innuo tantummodo. Sed hæc in antecessum veluti delibasse sit satis.

IN-

INDEX.

P A R S I.

	Pag.	Num.
Introductio	-	1
Expositio Theoriæ	-	4
Occasio inveniendæ, & ordo, ac analytica deductio inventæ Theoriæ	8	16
Lex continuitatis quid sit	13	32
Ejus probatio ab inductione: vis inductionis	16	39
Ejusdem probatio metaphysica	22	48
Ejus applicatio ad excludendum immediatum contactum	28	63
Deductio legis virium, & determinatio curvæ eam experimentis	33	73
Primorum elementorum materiæ indivisibilitas, & inextensio	37	81
Eorundem homogeneitas	41	91
Objectiones contra vires in genere, & contra hanc virium legem	45	100
Objectiones contra hanc constitutionem primorum elementorum materiæ	59	131

P A R S II.

Applicatio Theoriæ ad Mechanicam. 77

Argumentum hujus partis	77	166
Consideratio curvæ virium	77	167
De arcibus	77	168
De arcibus	79	172
De appulsiis ad axem, & recessibus in infinitum, ubi de limitibus virium	82	179
De combinationibus punctorum, & primo quidem de systemate punctorum duorum	86	189
De systemate punctorum trium	92	204
De systemate punctorum quatuor	110	238
De massis, & primo quidem de centro gravitatis, ubi etiam de viribus quotcumque generaliter componendis	111	240
De æqualitate actionis, ac reactionis	124	265
De collisionibus corporum, & incursum in planum immobile	125	266
Exclusio veræ virium resolutionis	132	279
De compositione, & imaginaria resolutione virium, ubi aliquid etiam de Viribus vivis	136	289
De continuitate servata in variis motibus, ubi quædam		de

I N D E X.

xxxix

de collisionibus, de reflexionibus, & refractionibus motuum	139	297
De systemate trium massarum	143	307
Theoremata pertinentia ad directiones virium compositarum in singulis	143	308
Theoremata pertinentia ad ipsarum virium magnitudines	145	313
Centrum æquilibrii, & vis in fulcrum inde	148	321
Momenta pro machinis, & omnia vectium genera inde itidem	150	325
Centrum itidem oscillationis	152	328
Centrum etiam percussionis	157	344
Multa huic Theoriæ communia cum aliis hic tantummodo indicata	158	347
De fluidorum pressione	159	348
De velocitate fluidi erumpentis	162	354

P A R S III.

Applicatio Theoriæ ad Physicam. Pag. 164 Num.

Argumentum hujus partis	164	358
Impenetrabilitas	164	360
Extensio cujusmodi fit in hac Theoria, ubi de Geometria	169	371
Figurabilitas, ubi de mole, massa, densitate	172	375
Mobilitas, & continuitas motuum	175	383
Æqualitas actionis, & reactionis	178	388
Divisibilitas quæ fit: componibilitas æquivalens divisibilitati in infinitum	179	391
Immutabilitas primorum materiæ elementorum	181	398
Gravitas	182	399
Cohæsió	185	406
Discrimina inter particulas	191	419
Soliditas, & fluiditas	194	426
Virgæ rigidæ, flexiles, elasticæ, fragiles	199	436
Viscositas	200	458
Certæ quorundam corporum figuræ	200	439
De fluidorum resistentia	203	442
De elasticis, & mollibus	204	446
Ductilitas, & Malleabilitas	205	448
Densitas indifferens ad omnes proprietates	206	449
Vulgaria 4 elementa quid sint	206	450
De operationibus chemicis singillatim	207	451
De natura ignis	215	467
De lumine, ubi de omnibus ejus proprietatibus, ac de Phosphoris	217	472
De sapore, & odore	234	503

De

xi I N D E X.

De sono	235	504
De tactu, ubi de frigore, & calore	237	507
De electricitate, ubi de analogia, & differentia materiæ electricæ, & igneæ	239	511
De Magnetismo	242	514
Quid sit materia, forma, corruptio, alteratio	243	516

A P P E N D I X.

<i>Ad Metaphysicam pertinens</i>	248	525
De Anima	248	526
De DEO	254	539

S U P P L E M E N T A.

§. I. De Spatio, & Tempore.	264	1
§. II. De Spatio, ac Tempore, ut a nobis cognoscuntur	273	18
§. III. Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium	277	25
§. IV. Contra vires in minimis distantis attractivas, & crescentes in infinitum	289	77
§. V. De Æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta	293	86
§. VI. Epistola ad P. Scherffer	297	93

N O I R I F O R M A T O R I

Dello Studio di Padova.

A Vendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approvazione del P. F. Gio. Paolo Zappavella Inquisitor Generale del Santo Officio di Venezia nel Libro intitolato *Philosophia Naturalis Theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium Auctore P. Rogerio Josepho Boscorovich &c.* non v'esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi concediamo licenza a Giambattista Remondini Stampator di Venezia, che possa essere stampato, osservando gli ordini in materia di stampe, e presentando le solite Copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 7. Settembre 1758.

(Gio. Emo Procurator Rif.

(Z. Alvise Mocenigo Rif.

Registrato in Libro a carte 47. al num. 383.

Gio. Girolamo Zuccato Segretario.

Adi 18. Settembre 1758.

Registrato nel Magistr. Eccellentiss. degli Esec. contro la Bestemmia
Gio. Pietro Dolfin Segretario.

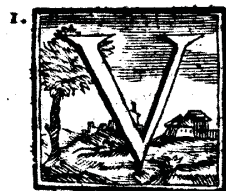
PHI-



PHILOSOPHIÆ NATURALIS THEORIA.

P A R S I.

Theoriæ expositio, analytica deductio, & vindicatio.



1. Virium mutuarum Theoria, in quam incidi jam ab Anno 1745, dum e notiffimis principiis alia ex aliis confectaria eruerem, & ex qua ipsam simplicium materiæ elementorum constitutionem deduxi, systema exhibet medium inter Leibnitianum, & Newtonianum, quod nimirum & ex utroque habet plurimum, & ab utroque plurimum diffidet; at utroque in immensum simplicius, proprietatibus corporum generalibus sane omnibus, & peculi-

Cujusmodi systema Theoria exhibeat.

A

T H E O R I Æ

2. peculiaribus quibusque præcipuis per accuratissimas demonstrationes deducendis est profecto mirum in modum idoneum.

In quo conveniat cum systemate Newtoniano, & Leibnitiano.

2. Habet id quidem ex Leibnitii Theoria elementa prima simplicia, ac prorsus inextensa: habet ex Newtoniano systemate vires mutuas, quæ pro aliis punctorum distantis a se invicem aliæ sint; & quidem ex ipso itidem Newtono non ejusmodi vires tantummodo, quæ ipsa puncta determinant ad accessum, quas vulgo attractiones nominant; sed etiam ejusmodi, quæ determinant ad recessum, & appellantur repulsiones: atque id ipsum ita, ut, ubi attractio desinat, ibi, mutata distantia, incipiat repulsio, & vice versa, quod nimirum Newtonus idem in postrema Opticæ Quæstione proposuit, ac exemplo transitus a positivis ad negativa, qui habetur in algebraicis formulis, illustravit. Illud autem utriusque systemati commune est cum hoc meo, quod quævis particula materiæ cum aliis quibusvis, utcuque remotis, ita connectitur, ut ad mutationem utcuque exiguam in positione unius cujusvis, determinationes ad motum in omnibus reliquis immutentur, & nisi forte elidantur omnes oppositæ, qui casus est infinitis improbabilis, motus in iis omnibus aliquis inde ortus habeatur.

In quo differat a Leibnitiano, & ipsi præstat.

3. Distat autem a Leibnitiana Theoria longissime, tum quia nullam extensionem continuam admittit, quæ ex contiguis, & se contingentibus inextensis oriatur: in quo quidem difficultas jam olim contra Zenonem proposita, & nunquam sane aut soluta satis, aut solvenda, de compenetratione omnimoda inextensorum contiguum, eandem vim adhuc habet contra Leibnitianum systema: tum quia homogeneitatem admittit in elementis, omni massarum discrimine a sola dispositione, & diversa combinatione derivato, ad quam homogeneitatem in elementis, & discriminis rationem in massis, ipsa nos Naturæ analogia ducit, ac chemicæ resolutiones inprimis, in quibus cum ad adeo pauciora numero, & adeo minus inter se diversa principiorum genera, in compositorum corporum analysi deveniatur, id ipsum indicio est, quo ulterius promoveri possit analysi, eo ad majorem simplicitatem, & homogeneitatem deveniri debere, adeoque in ultima demum resolutione ad homogeneitatem, & simplicitatem summam, contra quam quidem indiscernibilium principium, & principium rationis sufficientis usque adeo a Leibnitianis prædicata, meo quidem judicio, nihil omnino possunt.

In quo differat a Newtoniano, & ipsi præstat.

4. Distat itidem a Newtoniano systemate quamplurimum, tum in eo, quod ea, quæ Newtonus in ipsa postrema Quæstione Opticæ conatus est explicare per tria principia, gravitatis, cohesionis, fermentationis, immo & reliqua quamplurima, quæ ab iis tribus principiis omnino non pendent, per unicam explicat legem virium, expressam unica, & ex pluribus inter se commixtis non composita algebraica formula, vel unica continua geometrica curva: tum in eo, quod in minimis

nimis distantis vires admittat non positivas, five attractivas, uti Newtonus, sed negativas, five repulsivas, quamvis itidem eo majores in infinitum, quo distantia in infinitum decrevant. Unde illud necessario consequitur, ut nec cohesio a contactu immediato oriatur, quam ego quidem longe aliunde desumo; nec ullus immediatus, & ut illum appellare soleo, mathematicus materiae contactus habeatur, quod simplicitatem, & inextensionem inducit elementorum, quae ipse variarum figurarum voluit, & partibus a se invicem distinctis composita, quamvis ita cohaerentia, ut nulla Naturae vi dissolvi possit compages, & adhaesio labefactari, quae adhaesio ipsi, respectu virium nobis cognitarum, est absolute infinita.

5. Quae ad ejusmodi Theoriam pertinentia hucusque sunt edita, continentur dissertationibus meis, *De viribus vivis*, edita Anno 1745, *De Lumine* A. 1748, *De Lege Continuitatis* A. 1754, *De Lege virium in natura existentium* A. 1755, *De divisibilitate materiae, & principiis corporum* A. 1757, ac in meis *Supplementis* Stayanæ Philosophiæ versibus tradita, cujus primus Tomus prodijt A. 1755: eandem autem satis dilucide proposuit, & amplissimum ipsius per omnem Physicam demonstravit usum vir e nostra Societate doctissimus Carolus Benvenutus in sua *Physica Generalis Synopsi* edita Anno 1754. In ea Synopsi proposuit idem & meam deductionem æquilibrii binarum massarum, viribus parallelis animatarum, quae ex ipsa mea Theoria per notissimam legem compositionis virium, & æqualitatis inter actionem, & reactionem, fere sponte consequitur, cujus quidem in supplementis illis §. 4. ad lib. 3. mentionem feci, ubi & quae in dissertatione *De centro Gravitatis* edideram, paucis proposui; & de centro oscillationis agens, protuli aliorum methodos præcipuas quasque, quae ipsius determinationem a subsidiariis tantummodo principiis quibusdam repetunt. Ibidem autem de æquilibrii centro agens illud affirmavi: *In Natura nulla sunt rigida virga, inflexiles, & omni gravitate, ac inertia carentes, adeoque nec revera ulla leges pro iis condita; & si ad genuina, & simplicissima nature principia res exigatur, invenietur, omnia pendere a compositione virium, quibus in se invicem agunt particulae materiae; a quibus nimirum viribus omnia Natura phenomena proficiscuntur.* Ibidem exhibitis aliorum methodis ad centrum oscillationis pertinentibus, promisi, me in quarto ejusdem Philosophiæ tomo ex genuinis principiis investigaturum, ut æquilibrii, sic itidem oscillationis centrum.

6. Porro cum nuper occasio se mihi præbisset inquirendi in ipsum oscillationis centrum ex meis principiis, urgente Scherffero nostro viro doctissimo, qui in eodem hoc Academico Societatis Collegio nostros Mathematicum docet; casu incidit in theorema simplicissimum sane, & admodum elegans, quo trium massarum in se mutuo agentium comparantur vires, quod

Ubi de ipsa actum ante; & quid promissum.

A 2

quod quidem ipsa fortasse tanta sua simplicitate effugit hucusque Mechanicorum oculos; nisi forte ne effugerit quidem, sed alicubi jam ab alio quopiam inventum, & editum, me, quod admodum facile fieri potest, adhuc latuerit, ex quo theoremate & æquilibrium, ac omne vectrum genus; & momentorum mensura pro machinis, & oscillationis centrum etiam pro casu, quo oscillatio fit in latus in plano ad axem oscillationis perpendiculari, & centrum percussiois sponte fluunt, & quod ad sublimiores alias perquisitiones viam aperit admodum patentem. Cogitaveram ego quidem initio brevi dissertatiuncula hoc theorema tantummodo edere cum confectariis, ac breve Theoriæ meæ specimen quoddam exponere; sed paulatim excrevit opusculum, ut demum & Theoriam omnem exposuerim ordine suo, & vindicarem, & ad Mechanicam prius, tum ad Physicam ferre universam applicaverim, ubi & quae maxime notatu digna erant, in memoratis dissertationibus ordine suo digessi omnia, & alia adjecti quamplurima, quae vel olim animo conceperam, vel modo sese obtulerunt scribenti, & omnem hanc rerum largitatem animo pervolventi.

Prima elementa indivisibilia, inextensa, nec contigua.

7. Prima elementa materiae mihi sunt puncta profus indivisibilia, & inextensa, quae in immenso vacuo ita dispersa sunt, ut bina quavis a se invicem distent per aliquod intervallum, quod quidem indefinite augeri potest, & minui, sed penitus evanescere non potest, sine penetratione ipsorum punctorum: eorum enim contiguitatem nullam admitto possibilem; sed illud arbitror omnino certum, si distantia duorum materiae punctorum sit nulla, idem profus spatii vulgo concepti punctum indivisibile occupari ab utroque debere, & haberi veram, ac omnimodam compenetrationem. Quamobrem non vacuum ego quidem admitto disseminatam in materia, sed materiam in vacuo disseminatam, atque innatantem.

Eorum inertiae vis certis modi.

8. In hisce punctis admitto determinationem perseverandi in eodem statu quietis, vel motus uniformis in directam (a) in quo semel sint posita, si seorsum singula in Natura existant; vel si alia alibi existant puncta, componendi per notam, & communem methodum compositionis virium, & motuum, parallelogrammorum ope, præcedentem motum cum motu

(a) Id quidem respectu ejus spatii, in quo continemur nos, & omnia, quae nostris obversari sensibus possunt, corpora; quod quidem spatium si quiescat, nihil ego in ea re a reliquis differo; si forte moveatur motu quopiam, quem motum est hujusmodi determinatione sequi debent ipsa materiae puncta; tum haec mea erit quaedam non absoluta, sed respectiva inertia vis, quam ego quidem exposui & in dissertatione De Motu æstu, & in Supplementis Stayanis Lib. I. §. 13.; ubi etiam illud occurrit, quam ab causam ejusmodi respectivam inertiam excogitavi, & quibus rationibus evincere putem, absolutam omnino demonstrari non posse; sed ea hinc non pertinent.

tu, quem determinant vires mutue, quas inter bina quavis puncta agnosco a distantis pendentes, & iis mutatis mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem legem. In ea determinatione stat illa, quam dicimus, inertie vis, que, an a libera pendeat Supremi Conditoris lege, an ab ipsa punctorum natura, an ab aliquo iis adjecto, quodcumque istud sit, ego quidem non quaero; nec vero, si velim quaerere, inveniendi spem habeo; quod idem sane censeo de ea virium lege, ad quam gradum jam facio.

9. Censeo igitur bina quacunq[ue] mater[ie] puncta determinari aequ[e] in aliis distantis ad mutuam accessum, in aliis ad recessum mutuam, quam ipsam determinationem appello vim, in priore casu attractivam, in posteriore repulsivam, eo nomine non agendi modum, sed ipsam determinationem exprimens, undecunq[ue] proveniat, cujus vero magnitudo mutatis distantis mutetur & ipsa secundum certam legem quandam, que per geometricam lineam curvam, vel algebraicam formulam exponi possit, & oculis ipsis, uti moris est apud Mechanicos, representari. Vis mutue a distantia pendens, & ea variata itidem variata, atque ad omnes in immensum & magnas, & parvas distantias pertinentis, habemus exemplum in ipsa Newtoniana generali gravitate mutata in ratione reciproca duplicata distantiarum, que idcirco nunquam e positiva in negativam migrare potest, adeoque ab attractiva ad repulsivam, sive a determinatione ad accessum ad determinationem ad recessum nunquam migrat. Verum in elastris inflexis habemus etiam imaginem ejusmodi vis mutue variatae secundum distantias, & a determinatione ad recessum migrantis in determinationem ad accessum, & vice versa. Ibi enim si duae cuspides, compresso elastro, ad se invicem accedant, acquirunt determinationem ad recessum, eo majorem, quo magis, compresso elastro, distantia decrevit; aucta distantia cuspidum, vis ad recessum minuitur, donec in quadam distantia evanescat, & fiat prorsus nulla; tum distantia adhuc aucta, incipit determinatio ad accessum, que perpetuo eo magis crescit, quo magis cuspides a se invicem recedunt: ac si e contrario cuspidum distantia minuatur perpetuo; determinatio ad accessum itidem minuetur, evanescet, & in determinationem ad recessum mutabitur. Ea determinatio oritur utique non ab immediata cuspidum actione in se invicem, sed a natura, & forma totius intermediae laminae plicatae; sed hic physicam rei causam non moror, & solum persequor exemplum determinationis ad accessum, & recessum, que determinatio in aliis distantis alium habeat usum, & migret etiam ab altera in alteram.

10. Lex autem virium est ejusmodi, ut in minimis distantis sint repulsivae, atque eo majores in infinitum, quo distantiae ipsae minuuntur in infinitum, ita, ut pares sint extinguen-

Eorundem vires mutue in aliis distantis attractivae, in aliis repulsivae: virium ejusmodi exempla.

Virium eorundem lex.

de

de cuivis velocitati utcumq[ue] magnae, cum qua punctum alterum ad alterum possit accedere, antequam eorum distantia evanescat; distantis vero auctis minuuntur ita, ut in quadam distantia perquam exigua evadat vis nulla: tum adhuc, aucta distantia, mutantur in attractivas, primo quidem crescentes, tum decrescetes, evanescentes, abeuntes in repulsivas, eodem pacto crescentes, deinde decrescetes, evanescentes, migrantes iterum in attractivas, atque id per vices in distantis plurimis, sed adhuc perquam exiguis, donec, ubi ad aliquanto majores distantias ventum sit, incipiant esse perpetuo attractivae, & ad sensum reciproce proportionales quadratis distantiarum, atque id vel utcumq[ue] augeantur distantiae etiam in infinitum, vel saltem donec ad distantias deveniant omnibus Planetarum, & Cometarum distantis longe majores.

Legis simplicitas exprimitur per continuam curvam.

11. Hujusmodi lex primo aspectu videtur admodum complicata, & ex diversis legibus temere inter se coagmentatis coalescens; at simplicissima, & prorsus incomposita esse potest, expressa videlicet per unicam continuam curvam, vel simplicem Algebraicam formulam, uti innui superius. Hujusmodi curva lineae est admodum apta ad sistendam oculis ipsis ejusmodi legem, nec requirit Geometram, ut id praestare possit: satis est, ut quis eam intueatur tantummodo, & in ipsa, ut in imagine quadam solemus intueri depictas res qualescunq[ue], virium illarum indolem contempletur. In ejusmodi curva eae, quas Geometrae abscissas dicunt, & sunt segmenta axis, ad quem ipsa refertur curva, exprimunt distantias binorum punctorum a se invicem; illae vero, quae dicuntur ordinatae, ac sunt perpendiculares lineae ab axe ad curvam ductae, referunt vires; quae quidem, ubi ad alteram jacent axis partem, exhibent vires attractivas; ubi jacent ad alteram, repulsivas, & prout curva accedit ad axem, vel recedit, minuuntur ipsae etiam, vel augentur: ubi curva axem secat, & ab altera ejus parte transit ad alteram, mutantibus directionem ordinatis, abeunt ex positivis in negativas, vel vice versa: ubi autem arcus curvae aliquis ad rectam quampiam axi perpendicularem in infinitum productam semper magis accedit ita ultra quoscumq[ue] limites, ut nunquam in eam recidat, quem arcum asymptoticum appellant Geometrae, ibi vires ipsae in infinitum excrescunt.

Forma curvae ipsius.

12. Ejusmodi curvam exhibui, & exposui in dissertationibus De Viribus visis a Num. 51, De Lumine Num. 5, De Lege virium in Naturam existentium a Num. 68, & in sua Synopsi Physicae Generalis P. Beavenutus eandem protulit a Num. 108. En brevem quandam ejus ideam. In Fig. 1. Axis CAC habet in puncto A asymptotum curvae rectilineae AB indefinitam, circa quam habentur bini curvae rami hinc, & inde aequales, prorsus inter se, & similes, quosdam alter DEF GHIKLMNOPQRSTV habet imprimis arcum ED asym-

Fig. 1.

PARS PRIMA.

a asymptoticum, qui nimirum ad partes BD, si indefinite producatul ultra quoscunque limites, semper magis accedit ad rectam AB productam ultra quoscunque limites, quin unquam ad eandem deveniat; hinc vero versus DE perpetuo recedit ab eadem recta, immo etiam perpetuo versus V ab eadem recedunt arcus reliqui omnes, quin usquam recessus mutetur in accessum. Ad axem C'C perpetuo primum accedit, donec ad ipsum deveniat alicubi in E; tum eodem ibi secto progreditur, & ab ipso perpetuo recedit usque ad quandam distantiam F, post quam recessum in accessum mutat, & iterum ipsum axem secat in G, ac flexibus continuis contorquetur circa ipsum, quem pariter secat in punctis quamplurimis, sed paucas admodum ejusmodi sectiones figura exhibet, uti I, L, N, P, R. Demum is arcus desinit in alterum crus TpsV, jacens ex parte opposita axis respectu primi cruris, quod alterum crus ipsum habet axem pro asymptoto, & ad ipsum accedit ad sensum ita, ut distantia ab ipso sint in ratione reciproca duplicata distantiarum a recta BA.

13. Si ex quovis axis puncto *a, b, d*, erigatur usque ad curvam recta ipsi perpendicularis *ag, br, db*, segmentum axis *Aa, Ab, Ad*, dicitur abscissa, & refert distantiam duorum materiz punctorum quorumcunque a se invicem; perpendicularis *ag, br, db*, dicitur ordinata, & exhibet vim repulsivam, vel attractivam, prout jacet respectu axis ad partes D, vel oppositas.

14. Patet autem, in ea curvæ forma ordinatam *ag* augeri ultra quoscunque limites, si abscissa *Aa*, minuatur pariter ultra quoscunque limites; quæ si augeatur, ut abeat in *Ab*, ordinata minuatur, & abibit in *br*, perpetuo imminutam in accessu *b* ad E, ubi evanescet: tum aucta abscissa in *Ad*, mutabit ordinata directionem in *db*, ac ex parte opposita augebitur prius usque ad F, tum decreset per *il* usque ad G, ubi evanescet, & iterum mutabit directionem regressa in *mn* ad illam priorem, donec post evanescentiam, & directionis mutationem factam in omnibus sectionibus I, L, N, P, R, fiant ordinatæ *op, vs*, directionis constantis, & decreset ad sensum in ratione reciproca duplicata abscissarum *Ap, Av*. Quamobrem illud est manifestum, per ejusmodi curvam exprimi eas ipsas vires, initio repulsivas, & imminutas in infinitum distantis auctas in infinitum, auctis imminutas, tum evanescentes, abeuntes, mutata directione, in attractivas, ac iterum evanescentes, mutatasque per vices; donec demum in satis magna distantia evadant attractivæ ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum.

15. Hæc virium lex a Newtoniana gravitate differt in ductu, & progressu curvæ eam exprimentis, quæ nimirum, ut in fig. 2, apud Newtonum est hyperbola DV gradus tertii, jacens tota citra axem, quem nusquam secat, jacentibus omnibus

Abscissæ exprimentes distantias, ordinatæ exprimentes vires.

Mutationes ordinarum, & virium, ut exprimentur.

Discrimen hujus legis virium a gravitate Newtoniana: ejus usus in Physica: ordibus

tertraStanlorum. Fig. 2.

T H E O R I Æ

bus ordinatis *vs, op, br, ag* ex parte attractiva, ut idcirco nulla habeatur mutatio e positivo in negativum, ex attractione in repulsionem, vel vice versa; cæterum utraque per ductum exponitur curvæ continuæ habeatis duo crura infinita asymptotica in ramis singulis utrinque in infinitum productis. Ex hujusmodi autem virium lege, & ex solis principiis Mechanicis notissimis, nimirum quod ex pluribus viribus, vel motibus componatur vis, vel motus quidam ope parallelogrammorum, quorum latera expriment vires, vel motus componentes, & quod vires ejusmodi in punctis singulis, tempusculis singulis æqualibus, inducant velocitates, vel motus proportionales sibi, omnes mihi profluunt generales, & præcipuæ quæque particulares proprietates corporum, uti etiam superius innui, nec ad singulares proprietates derivandas in genere affirmo, eas haberi per diversam combinationem, sed combinationes ipsas evolvo, & geometricè demonstro, quæ e quibus combinationibus phænomena, & corporum species oriri debeant. Verum antequam ea evolvo in parte secunda, & tertia, ostendam in hac prima, qua via, & quibus positivis rationibus ad eam virium legem devenerim, & qua ratione illam elementorum materiz simplicitatem eruerim, tum, quæ difficultatem aliam quam videantur habere posse, dissolvam.

Ocasio inveiendiæ Theoriæ ex consideratione impulsus.

16. Cum anno 1745 De Viribus vivis dissertationem conscriberem, & omnia, quæ a viribus vivis repetunt, qui Leibnitianam tumentur sententiam, & vero etiam plerique ex iis, qui per solam velocitatem vires vivas metiuntur, repetent immediate a sola velocitate genita per potentiariam vires, quæ juxta communem omnium Mechanicorum sententiam velocitates vel generant, vel utrunque inducunt proportionales sibi, & tempusculis, quibus agunt, uti est gravitas, elasticitas, atque aliæ vires ejusmodi: cæpi aliquanto diligentius inquirere in eam productionem velocitatis, quæ per impulsum censetur fieri, ubi tota velocitas momento temporis produci creditur ab iis, qui idcirco percussione vim infinites majorem esse censent viribus omnibus, quæ pressionem solam momenti singulis exercent. Statim illud mihi sese obtulit, alias pro percussione ejusmodi, quæ nimirum momento temporis finitam velocitatem inducant, actionum leges haberi debere.

Origo ejusdem ex oppositione impulsus immediati cum lege Continuitatis.

17. Verum re altius considerata, mihi illud incidit, si res utatur ratiocinandi methodo, eum agendi modum submovendum esse a Natura, quæ nimirum eandem ubique virium legem, ac eandem agendi rationem adhibeat: impulsum nimirum immediatum alterius corporis in alterum, & immediatam percussione haberi non posse sine illa productione finitæ velocitatis facta momento temporis indivisibili, & hanc sine saltu quodam, & læsione illius, quam legem Continuitatis appellant, quam quidem legem in Natura existere, & quidem satis valida

valida ratione evinci posse existimabam. En autem ratiocinationem ipsam, qua tum quidem primo sum usus, ac deinde novis aliis, atque aliis meditationibus illustravi, ac confirmavi.

18. Concipiantur duo corpora æqualia, quæ moveantur in directum versus eandem plagam, & id, quod præcedit, habeat gradus velocitatis 6, id vero, quod ipsum persequitur, gradus 12. Si hoc posterius cum sua illa velocitate illæsa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore; oportebit utique, ut ipso momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud posterius minuat velocitatem suam, & illud prius suam augeat, utrumque per saltum, abeunte hoc a 12 ad 9, illo a 6 ad 9, sine ullo transitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8; $9\frac{1}{2}$, & $8\frac{1}{2}$ &c. Neque enim fieri potest, ut

Lesio legis Continuitatis necessaria, si corpus velocius immediate incurrat in minus velox.

per aliquam utunque exiguam continui temporis particulam ejusmodi mutatio fiat per intermedios gradus, durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11; toto illo tempusculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12, & 6, ad id tempus, quo sunt 11, & 7, corpus secundum debuit moveri cum velocitate majore, quam primum, adeoque plus percurrere spatii, quam illud, & proinde anterior ejus superficies debuit transcurrere ultra illius posteriorem superficiem, & idcirco pars aliqua corporis sequentis cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit, quod cum ob impenetrabilitatem, quam in materia agnoscunt passim omnes Physici, & quam ipsi tribuendam omnino esse, facile evincitur, fieri omnino non possit; oportuit sane, in ipso primo initio contactus, in ipso indivisibili momento temporis, quod, inter tempus continuum præcedens contactum, & subsequens, est indivisibilis limes, ut punctum apud Geometras est limes indivisibilis inter duo continuæ lineæ segmenta, mutatio velocitatum facta fuerit per saltum sine transitu per intermedias, læsa penitus illa continuitatis lege, quæ itum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias omnino vetat. Quod autem in corporibus æqualibus diximus de transitu immediato utriusque ad 9 gradus velocitatis, recurrit utique in iisdem, vel in utrunque inæqualibus de quovis alio transitu ad numeros quosvis. Nimirum ille posterioris corporis excessus graduum 6 momento temporis auferri debet, sive imminuta velocitate in ipso, sive aucta in priore, vel in altero imminuta utrunque, & aucta in altero, quod utique sine saltu, qui omittitur infinitis intermediis velocitatibus habeatur, obtineri omnino non poterit.

19. Sunt, qui difficultatem omnem submoveri posse censeant, dicendo, id quidem ita se habere debere, si corpora dura habeantur, quæ nimirum nullam compressionem sentiant, nullam mutationem figuræ; & quoniam hæc a multis excluduntur penitus a Natura; dum se duo globi contingunt, introessione,

B

& com-

Objectio petita a negatione durorum corporum.

& compressionem partium fieri posse, ut in ipsis corporibus velocitas immutetur per omnes intermedios gradus transitu facto, & omnis argumenti vis eludatur.

20. At in primis ea responstone uti non possunt, quicunque cum Newtono, & vero etiam cum plerisque veterum Philosophorum prima elementa materiæ omnino dura admittunt, & solida, cum adhesionem infinitam, & impossibilitatem absolutam mutationis figuræ. Nam in primis elementis illis solidis, & duris, quæ in anteriore adfunt sequentis corporis parte, & in præcedentis posteriore, quæ nimirum se mutuo immediate contingunt, redit omnis argumenti vis prorsus illæsa.

21. Deinde vero illud omnino intelligi sane non potest, quo pacto corpora omnia partes aliquas postremas circa superficiem non habeant penitus solidas, quæ idcirco comprimantur omnino non possint. In materia quidem, si continua sit, divisibilitas in infinitum haberi potest, & vero etiam debet; at actualis divisio in infinitum difficultates secum trahit sane inextricabiles; quæ tamen divisione in infinitum illi indigent, qui nullam in corporibus admittunt particulam utcunque exiguam compressionis omnis expertem penitus, atque incapacem. Illi enim debent admittere, particulam quamcunque actu interpositis poris distinctam, divisamque in plures pororum ipsorum velut parietes, poris tamen ipsis iterum distinctos. Illud sane intelligi non potest, qui fiat, ut, ubi e vacuo spatio transitur ad corpus, non aliquis continuus haberi debeat alicujus in se determinatæ crassitudinis paries usque ad primum porum, poris utique carens; vel quomodo, quod eodem recidit, nullus sit extimus, & superficiem externam omnium proximus porus, qui nimirum, si sit aliquis, parietem habeat utique poris expertem, & compressionis incapacem, in quo omnis argumenti superioris vis redit prorsus illæsa.

22. At ea etiam, utcunque penitus inintelligibili, sententia admittitur, redit omnis eadem argumenti vis in ipsa prima, & ultima corporum se immediate contingentium superficie, vel si nulla continuæ superficies congruant, in lineis, vel punctis. Quidquid enim sit id, in quo contactus fiat, debet utique esse aliquid, quod nimirum impenetrabilitati occasionem præstet, & cogat motum in sequente corpore minui, in præcedente augeri: id, quidquid est, in quo exeritur impenetrabilitatis vis, quo fit immediatus contactus, id sane velocitatem mutare debet per saltum, sine transitu per intermedia, & in eo continuitatis lex abrumpi debet, atque labefactari, si ad ipsum immediatum contactum cum illo velocitatum discrimine deveniat. Id vero est sane aliquid in quacunque e sententiis omnibus continuum extensionem tribuentibus materiæ. Est nimirum realis affectio quædam corporis, videlicet ejus limes ultimus realis, superficies, realis superficiem limes linea, realis lineæ limes punctum, quæ affectiones utcunque in iis sententiis sint prorsus inseparabiles ab ipso

Ea uti non posse, qui admittunt elementa solida, & dura.

Extensionem continuum requirere primos poros, & parietes solidos, ac duos.

Lesio legis Continuitatis saltem in primis superficiebus, vel punctis.

ab ipso corpore, sunt tamen non utique intellectu confictæ, sed reales, quæ nimirum reales dimensiones aliquas habent, ut superficies binas, linea unam, ac realem motum, & translationem cum ipso corpore, cujus idcirco in iis sententiis debent esse affectiones quadam, vel modi.

23. Est, qui dicat, nullum in iis committi saltum idcirco, quod censendum sit, nullum habere motum, superficiem, lineam, punctum, quæ massam habeant nullam. Motus, inquit, a Mechanicis habet pro mensura massam in velocitatem ductam; massa autem est superficies baseos ducta in crassitudinem, sive altitudinem, ex. gr. in prismatis. Quo minor est ejusmodi crassitudo, eo minor est massa, & motus, ac ipsa crassitudine evanescente, evanescat oportet & massa, & motus.

24. Verum qui sic ratiocinatur, inprimis ludit in ipsis vocibus. Massam vulgo appellant quantitatem materiæ, & motum corporum metiuntur per massam ejusmodi, ac velocitatem. At quemadmodum in ipsa geometrica quantitate tria genera sunt quantitatum, corpus, vel solidum, quod trinam dimensionem habet, superficies, quæ binas, linea, quæ unicam, quibus accedit lineæ limes punctum, omni dimensione, & extensione carens; sic etiam in Physica habetur in communi sententia corpus tribus extensionis speciebus præditum; superficies, realis extimus corporis limes, prædita binis; linea, limes realis superficiei, habens unicam; & ejusdem lineæ indivisibilis limes punctum. Utrobique alterum alterius est limes, non pars, & quatuor diversa genera constituunt. Superficies est nihil corporeum, sed non & nihil superficiale, quia immo partes habet, & augeri potest, & minui; & eodem pacto linea in ratione quidem superficiei est nihil, sed aliquid in ratione lineæ; ac ipsum demum punctum est aliquid in suo genere, licet in ratione lineæ sit nihil.

25. Hinc autem in iis ipsis massa quædam considerari potest duarum dimensionum, vel unius, vel etiam nullius continuæ dimensionis, sed numeri punctorum tantummodo, uti quantitas ejus generis designetur; quod si pro iis etiam usurpetur nomen massæ generaliter, motus quantitas definiri poterit per productum ex velocitate, & massa; si vero massæ nomen tribuendum sit soli corpori, tum motus quidem corporis mensura erit massa in velocitatem ducta; superficiei, lineæ, punctorum quocunque motus pro mensura habebit quantitatem superficiei, vel lineæ, vel numerum punctorum in velocitatem ducta; sed motus utique iis omnibus speciebus tribuendus erit, eruntque quatuor motuum genera, ut quatuor sunt quantitatum, solidi, superficiei, lineæ, punctorum; ac ut altera harum erit nihil in alterius ratione, non in sua; ita alterius motus erit nihil in ratione alterius, sed erit sane aliquid in ratione sui, non primum nihil.

Objectio petita a voce *massa*, & *motus*, quæ superficibus, & punctis non conveniant.

Responsio in initium: *superficiem*, *lineam*, *punctum*, *posita* extensione continua, esse aliquid.

Quo pacto nomen *massæ* possit, *motus* debeat convenire superficibus, lineis, punctis.

Motum passim tribui punctis: fore, ut in eadem datur Continuitatis lex.

26. Et quidem ipsi Mechanici vulgo motum tribuunt & superficiibus, & lineis, & punctis, ac centri gravitatis motum ubique nominant Physici, quod centrum utique punctum est aliquod, non corpus trina præditum dimensione, quam iste ad motus rationem, & appellationem requirit, ludendo, ut ajebam, in verbis. Porro in ejusmodi motibus extimarum saltem superficierum, vel linearum, vel punctorum, saltus omnino committi debet, si ea ad contactum immediatum deveniant cum illo velocitatum discrimine, & continuitatis lex violari.

Fore, ut ea datur saltem in velocitate punctorum.

27. Verum hac omni disquisitione omiſſa de notione motus, & massæ, si factum ex velocitate, & massa, evanescente una e tribus dimensionibus, evanescit; remanet utique velocitas reliquarum dimensionum, quæ remanet, si eæ reapse remanent, uti quidem omnino remanent in superficie, & ejus velocitatis mutatio haberi deberet per saltum, ac in ea violari continuitatis lex jam toties memorata.

Objectio ex impenetrabilitate admittitur in minimis particulis, & ejus consuetudine.

28. Hæc quidem ita evidentiæ sunt, ut omnino dubitari non possit, quin continuitatis lex infringi debeat, & saltus in Naturam induci, ubi cum velocitatis discrimine ad se invicem accedant corpora, & ad immediatum contactum deveniant, si modo impenetrabilitas corporibus tribuenda sit, uti revera est. Eam quidem non in integris tantummodo corporibus, sed in minimis etiam quibusque corporum particulis, atque elementis agnoverunt Physici universi. Fuit sane, qui post meam editam Theoriam, ut ipsam vim mei argumenti infringeret; affirmavit, minimas corporum particulas post contactum superficierum compenetrari non nihil, & post ipsam compenetrationem mutari velocitates per gradus. At id ipsum facile demonstrari potest contrarium illi inductioni, & analogiæ, quam unam habemus in Physica investigandis generalibus naturæ legibus idoneam, cujus inductionis vis quæ sit, & quibus in locis usum habeat, quorum locorum unus est hic ipse impenetrabilitatis ad minimas quasque particulas extendendæ, inferius exponam.

Objectio a voce *motus* assumpta pro mutatione: consuetudine ex realitate motus localis.

29. Fuit itidem e Leibnitianorum familia, qui post evulgatam Theoriam meam censuerit, difficultatem ejusmodi amoveri posse dicendo, duas monades sibi etiam invicem occurrentes cum velocitatibus quibuscunque oppositis æqualibus, post ipsum contactum pergere moveri sine locali progressionem. Eam progressionem, ajebat, revera omnino nihil esse, si a spatio percursio æstimeretur, cum spatium sit nihil; motum utique perseverare, & extingui per gradus, quia per gradus extinguatur energia illa, qua in se mutuo agunt, sese premeudo invicem. Is itidem ludit in voce *motus*, quam adhibet pro mutatione quocunque, & actione, vel actionis modo. Motus localis, & velocitas motus ipsius, sunt ea, quæ ego quidem adhibeo, & quæ ibi abruptuntur per saltum. Ea, ut evidentiſſime constat, erant aliqua ante contactum, & post contactum momen-

mento temporis in eo casu abruptuntur: nec vero sunt nihil; licet spatium pure imaginarium sit nihil. Sunt realis affectio rei mobilis fundata in ipsis modis localiter existendi, qui modi etiam relationes inducunt distantiarum reales utique. Quod duo corpora magis a se ipsis invicem distent, vel minus; quod localiter celerius moveantur, vel lentius; est aliquid non imaginarie tantummodo, sed realiter diversum: in eo vero per immediatum contactum saltus utique induceretur in eo casu, quo ego superius sum usus.

30. Et sane summus nostri avi Geometra, & Philosophus Mac-Laurinus, cum etiam ipse collisionem corporum contemplatus vidisset, nihil esse, quod continuitatis legem in collisione corporum facta per immediatum contactum conservare, ac tueri posset, ipsam continuitatis legem deferendam censuit, quam in eo casu omnino violari affirmavit in eo opere, quod de Newtoni Compertis inscripsit, lib. 1, cap. 4. Et sane sunt alii nonnulli, qui ipsam continuitatis legem nequaquam admiserint, quos inter Maupertuisius, vir celeberrimus, ac de Republica Litteraria optime meritus, absurdam etiam censuit, & quodammodo inexplicabilem. Eodem nimirum in nostris de corporum collisione contemplationibus devenimus Mac-Laurinus, & ego, ut videremus in ipsa immediatum contactum, atque impulsionem cum continuitatis lege conciliari non posse. At quoniam de impulsionem, & immediato corporum contactu ille ne dubitari quidem posse arbitrabatur, (nec vero scio, an alius quisquam omnem omnium corporum immediatum contactum subducere sit ausus antea, utcunque aliqui aeris velum, corporis nimirum alterius, in collisione intermedium retinuerint) continuitatis legem deseruit, atque infregit.

31. Ast ego cum ipsam continuitatis legem aliquanto diligentius considerarem, & fundamenta, quibus ea innititur, perenderim, arbitratus sum, ipsam omnino e Natura submoveri non posse, qua proinde retenta contactum ipsum immediatum submovendum censui in collisionibus corporum, ac ea confectaria persectus, quæ ex ipsa continuitate servata sponte profuebant, directa ratiocinatione delatus sum ad eam, quam superius exposui, virium mutuarum legem, quæ confectaria suo quæque ordine proferam, ubi ipsa, quæ ad continuitatis legem retinendam argumenta me movent, attigero.

32. Continuitatis lex, de qua hic agimus, in eo sita est, uti superius innui, ut quævis quantitas, dum ab una magnitudine ad aliam migrat, debeat transire per omnes intermedias eiusdem generis magnitudines. Solet etiam idem exprimi nominando transitum per gradus intermedios, quos quidem gradus Maupertuisius ita accepit, quasi vero quædam exigua accessiones fierent momento temporis, in quo quidem is censuit violari jam necessario legem ipsam, quæ utcunque exiguo saltu utique violatur nihilo minus, quam maximo; cum nimirum

Qui Continuitatis legem summovent.

Theoria exortus, ea lege, uti fieri debet, retenta.

Lex Continuitatis quid sit: discrimen inter status, & incrementa.

rum magnum, & parvum sint tantummodo respectiva: & jure quidem id censuit; si nomine graduum incrementa magnitudinis cujuscunque momentanea intelligerentur. Verum id ita intelligendum est; ut singulis momentis singuli status respondeant: incrementa, vel decremента non nisi continuis tempusculis.

Geometriae usus ad eam exponendam: momenta punctis, tempore continua lineis expressa.

33. Id sane admodum facile concipitur ope Geometriae. Sit recta quædam AB in fig. 3, ad quam referatur quædam alia linea CDE. Exprimat prior ex his tempus, uti solet utique in ipsis horologiis circularis peripheria ab indicis cuspide denotata tempus definire. Quemadmodum in Geometria in lineis puncta sunt indivisibiles limites continuarum linearum partium, non vero partes linearum ipsarum; ita in tempore distinguendæ erunt partes continui temporis respondentis ipsis linearum partibus, continuæ itidem & ipsæ, a momentis, quæ sunt indivisibiles earum partium limites, & punctis respondent; nec in posterum alio sensu agens de tempore *momenti* nomen adhibebo, quam eo indivisibilis limitis; particulam vero temporis utcunque exiguam, & habitam etiam pro infinitesima, tempusculum appellabo.

Fig. 3.

Fluxus ordinatae transeuntis per magnitudines omnes intermedias.

34. Si jam a quovis puncto rectæ AB, ut F, H, erigatur ordinata perpendicularis FG, HI, usque ad lineam CD; ea poterit representare quantitatem quampiam continuo variabilem. Cuiuscunque momento temporis F, H, respondebit sua ejus quantitatis magnitudo FG, HI; momentis autem intermediis aliis K, M, aliæ magnitudines, KL, MN, respondebunt; ac si a puncto G ad I continua, & finita abeat pars linearum CDE, facile patet, & accurate demonstrari potest, utcunque eadem contorqueatur, nullum fore punctum K intermedium, cui aliqua ordinata KL non respondeat; & e converso nullam fore ordinatam magnitudinis intermedie inter FG, HI, quæ alicui puncto inter F, H intermedio non respondeat.

Idem in quantitate variabili expressa: æquivalens vocatio in voce gradus.

35. Quantitas illa variabilis per hanc variabilem ordinatam expressa mutatur juxta continuitatis legem, quia a magnitudine FG, quam habet momento temporis F, ad magnitudinem HI, quæ respondet momento temporis H, transit per omnes intermedias magnitudines KL, MN, respondentis intermediis momentis K, M, & momento cuius respondet determinata magnitudo. Quod si assumatur tempusculum quoddam continuum KM utcunque exiguum ita, ut inter puncta L, N arcus ipse LN non mutet recessum a recta AB in accessum; ducta LO ipsi parallela, habebitur quantitas NO, quæ in schemate exhibitio est incrementum magnitudinis ejus quantitatis continuo variatae. Quo minor est ibi temporis particulæ KM, eo minus est id incrementum NO, & illa evanescente, ubi congruant momenta K, M, hoc etiam evanescit. Potest quævis magnitudo K L, MN appellari status quidam variabilis illius quantitatis, & gradus nomine deberet potius intelli-

telligi illud incrementum NO, quanquam aliquando etiam ille status, illa magnitudo KL nomine gradus intelligi solet, ubi illud dicitur, quod ab una magnitudine ad aliam per omnes intermedios gradus transeat; quod quidem æquivocationibus omnibus occasionem exhibuit.

36. Sed omiſſis æquivocationibus ipsis, illud, quod ad rem facit, est accessio incrementorum facta non momento temporis, sed tempusculo continuo, quod est particula continui temporis. Utcunque exiguum sit incrementum ON, ipsi semper responderet tempusculum quoddam KM continuum. Nullum est in linea punctum M ita proximum puncto K, ut sit primum post ipsum; sed vel congruunt, vel intercipiunt lineolam continua bisectione per alia intermedia puncta perpetuo divisibilem in infinitum. Eodem pacto nullum est in tempore momentum ita proximum alteri præcedenti momento, ut sit primum post ipsum, sed vel idem momentum sunt, vel interjacet inter ipsa tempusculum continuum per alia intermedia momenta divisibile in infinitum: ac nullus itidem est quantitatis continuo variabilis status ita proximus præcedenti statui, ut sit primus post ipsum accessu aliquo momentaneo facto: sed differentia, quæ inter ejusmodi status est, debetur intermedio continuo tempusculo; ac data lege variationis, sive naturæ lineæ ipsam exprimentis, & quacunque utcunque exigua accessione, inveniri potest tempusculum continuum, quo ea accessio advenerit.

37. Atque sic quidem intelligitur, quo pacto fieri possit transitus per intermedias magnitudines omnes, per intermedios status, per gradus intermedios, quin ullus habeatur saltus utcunque exiguus momento temporis factus. Notari illud potest tantummodo, mutationem fieri alicubi per incrementa, ut ubi KL abit, in MN per NO; alicubi per decrementa, ut ubi K'L' abeat in N'M' per O'N'; quin immo si linea CDE, quæ legem variationis exhibet, alicubi secet rectam, temporis AB, potest ibidem evanescere magnitudo, ut ordinata M'N', puncto M' allapso ad D, evanesceret, & deinde mutari in negativam PQ, RS, habentem videlicet directionem contrariam, quæ, quo magis ex opposita parte crescit, eo minor censetur in ratione priore, quemadmodum in ratione possessionis, vel divitiarum, pergit perpetuo se habere pejus, qui iis omnibus, quæ habebat, absumptis, æs alienum contrahit perpetuo majus. Et in Geometria quidem habetur a positivo ad negativa transitus, uti etiam in Algebraicis formulis, tam transeundo per nihilum, quam per infinitum, quos ego transitus persecutus sum partim in dissertatione adjecta meis Sectionibus Conicis, partim in Algebra §. 14. & utrumque simul in dissertatione De Lege Continuitatis; sed in Physica, ubi nulla quantitas in infinitum excrescit, is casus locum non habet, & non, nisi transeundo per nihilum, transitus sit a positi-

Status singulos momentis, incrementa vero utcumque parva tempusculis continuis respondere.

Transitus sine saltu, etiam a positivo ad negativa per nihilum, quod tamen non est vere nihilum, sed quidam realis status.

vis ad negativa, ac vice versa; quanquam, uti inferius inquam, id ipsum sit non nihilum revera in se ipso, sed realis quidam status, & habeatur pro nihilo in consideratione quadam tantummodo, in qua negativa etiam, qui sunt veri status, in se positivi, ut ut ad priorem feriem pertinentes negativo quodam modo, negativa appellentur.

Proponitur probanda existentia legis Continuitatis.

38. Expofita hoc pacto, & vindicata continuitatis lege, eam in Natura existere plerique Philosophi arbitrantur, contradicentibus nonnullis, uti supra innui. Ego, cum in eam primo inquirerem, censui, eandem omitti omnino non posse; si eam, quam habemus unicam, Naturæ analogiam, & inductionis vim consulamus, ope cujus inductionis eam demonstrare conatus sum in pluribus e memoratis dissertationibus, ac eandem probationem adhibet Benvenutus in sua Synopsi Num. 119; in quibus etiam locis, prout diversis occasionibus conscripta sunt, reputantur non nulla.

Ejus probatio ab inductione satis ampla.

39. Longum hic esset singula inde excerpte in ordinem redacta: satis erit exscribere dissertationis De lege Continuitatis numerum 138. Post inductionem petitam præcedente numero a Geometria, quæ nullum usquam habet saltum, atque a motu locali, in quo nunquam ab uno loco ad alium devenitur, nisi ductu continuo aliquo, unde consequitur illud, distantiam a dato loco nunquam mutari in aliam, neque densitatem, quæ utique a distantis pendet particularum, in aliam, nisi transeundo per intermedias; sit gradus in eo numero ad motuum velocitates, & ductus, quæ magis hic ad rem faciunt, nimirum ubi de velocitate agimus non mutanda per saltum in corporum collisionibus. Sic autem habetur: „ Quin immo in „ motibus ipsis continuitas servatur etiam in eo, quod motus „ omnes in lineis continuis fiunt nusquam abruptis. Plurimos „ ejusmodi motus videmus. Planetæ, & cometæ in lineis continuis cursum peragunt suum, & omnes retrogradationes „ fiunt paulatim, ac in stationibus semper exiguus quidem motus, sed tamen habetur semper, atque hinc etiam dies paulatim per auroram venit, per vespertinum crepusculum abit, „ Solis diameter non per saltum, sed continuo motu supra horizontem ascendit, vel descendit. Gravia itidem oblique projecta in lineis itidem pariter continuis motus exercent suos, „ nimirum in parabolis, seclusa aeris resistentia, vel, ea considerata, in orbibus ad hyperbolas potius accedentibus, & quidem semper cum aliqua exigua obliquitate projiciuntur, cum „ infinities infinitam improbabilitatem habeat motus accurate „ verticalis inter infinities infinitas inclinationes, licet exiguas, & sub sensum non cadentes, fortuito obveniens, qui „ quidem motus in hypothesi Telluris motæ a parabolicis plurimum distat, & curvam continuam exhibent etiam pro „ casu projectionis accurate verticalis, quo, quiescente penitus „ Tellure, & nulla ventorum vi deflectente motum, haberetur „ ascen-

ascensus rectilineus, vel descensus. Immo omnes alii motus a gravitate pendentes, omnes ab elasticitate, a vi magnetica, continuitatem itidem servant; cum eam fervent vires illæ ipsæ, quibus gignuntur. Nam gravitas, cum decrecat in ratione reciproca duplicata distantiarum, & distantia per saltum mutari non possint, mutatur per omnes intermedias magnitudines. Videmus pariter, vim magneticam a distantis pendere lege continua; vim elasticam ab inflexione, uti in laminis, vel a distantia, ut in particulis aeris compressi. In iis, & omnibus ejusmodi viribus, & motibus, quos gignunt, continuitas habetur semper, tam in lineis, quæ describuntur, quam in velocitatibus, quæ pariter per omnes intermedias magnitudines mutantur, ut videre est in pendulis, in ascensu corporum gravium, & in aliis mille ejusmodi, in quibus mutationes velocitatis fiunt gradatim, nec retro cursus reflectitur, nisi imminuta velocitate per omnes gradus. Ea diligentissime continuitatem servant omnia. Hinc nec ulli in naturalibus motibus habentur anguli, sed semper mutatio directionis fit paulatim, nec vero anguli exacti habentur in corporibus ipsis, in quibus utcumque videatur tenuis acies, vel cuspidis, microscopii saltem ope videri solet curvatura, quam etiam habent alvei fluviorum semper, habent arborum folia, & frondes, ac rami, habent lapides quicumque, nisi forte alicubi cuspides continuæ occurrant, vel primi generis, quas Natura videtur affectare in spinis, vel secundi generis, quas videtur affectare in avium unguibus, & rostro, in quibus tamen manente in ipsa cuspidis unica tangente continuitatem servari videbimus infra. Infinitum esset singula persequi, in quibus continuitas in Natura observatur. Satius est generaliter provocare ad exhibendum casum in Natura, in quo continuitas non servetur, qui omnino exhiberi non poterit.

40. Inductio amplissima tum ex hisce motibus, ac velocitatibus, tum ex aliis pluribus exemplis, quæ habemus in Natura, in quibus ea ubique, quantum observando licet deprehendere, continuitatem vel observat accurate, vel affectat, debet omnino id efficere, ut ab ea ne in ipsa quidem corporum collisione recedamus. Sed de inductionis natura, & vi, ac ejusdem usu in Physica, libet itidem hic inferere partem numeri 134, & totum 135. dissertationis *De Lege Continuitatis*. Sic autem habent ibidem: „ Inprimis ubi generales Naturæ leges inve-

Duplex inductionis genus, ubi & cur vim habeat inductio incompleta.

stigationem vix alia ulla superest via. Ejus ope extensionem, figurabilitatem, mobilitatem, impenetrabilitatem corporibus omnibus tribuerunt semper Philosophi etiam veteres, quibus eodem argumento inertiam, & generalem gravitatem plerique e recentioribus addunt. Inductio, ut demonstrationis vim habeat, debet omnes singulares casus, quicumque haberi possunt percurrere. Ea in Natu-

C

„ ræ

ra legibus stabiliendis locum habere non potest. Habet locum laxior quædam inductio, quæ, ut adhiberi possit, debet esse ejusmodi, ut inprimis in omnibus iis casibus, qui ad trutinam ita revocari possunt, ut deprehendi debeat, an ea lex observetur, eadem in iis omnibus inveniat, & in non exiguo numero sint; in reliquis vero, si quæ prima fronte contraria videantur, re accuratius perspecta, cum illa lege possint omnia conciliari; licet, an eo potissimum pacto conciliantur, immediate inspicere, nequaquam possit. Si ex conditiones habeantur; inductio ad legem stabiliendam censeretur idonea. Sic quia videmus corpora tam multa, quæ habemus præ manibus, aliis corporibus resistere, ne in eorum locum adveniant, & loco cedere, si resistendo sint imparia, potius, quam eodem perstare simul; impenetrabilitatem corporum admittimus; nec obest, quod quædam corpora videamus intra alia, licet durissima, innuam, ut oleum in marmora, lumen in crystallis, & gemmas. Videmus enim hoc phænomenum facile conciliari cum ipsa impenetrabilitate, dicendo, per vacuos corporum poros ea corpora permeare. (Num. 135). Præterea, quæcunque proprietates absolutæ, nimirum quæ relationem non habent ad nostros sensus, deteguntur generaliter in massis sensibilibus corporum, easdem ad quascunque utcumque exiguas particulas debemus transferre; nisi positiva aliqua ratio obstat; & nisi sint ejusmodi, quæ pendeant a ratione totius, seu multitudinis, contradistincta a ratione partis. Primum evincitur ex eo, quod magna, & parva sunt respectiva, ac insensibilia dicuntur ea, quæ respectu nostræ molis, & nostrorum sensuum sunt exigua. Quare ubi agitur de proprietatibus absolutis non respectivis, quæcunque communia videmus in iis, quæ intra limites continentur nobis sensibiles, ea debemus censere communia etiam infra eos limites: nam in limites respectu rerum, ut sunt in se, sunt accidentales, adeoque siqua fuisset analogie læsio, poterat illa multo facilius cadere intra limites nobis sensibiles, qui tanto laxiores sunt, quam infra eos, adeo nimirum propinquos nihilo. Quod nulla ceciderit, indicio est, nullam esse. Id indicium non est evidens, sed ad investigationis principia pertinet, quæ si juxta quædam prudentes regulas fiat, successum habere solet. Cum id indicium fallere possit; fieri potest, ut committatur error, sed contra ipsum errorem habetur præsumptio, ut etiam in jure appellant, donec positiva ratione vincatur oppositum. Hinc addendum fuit, nisi ratio positiva obstat. Sic contra hæc regulas peccaret, qui diceret, corpora quidem magna compenetrari, ac replicari, & inertia carere non posse, compenetrari tamen posse, vel replicari, vel sine inertia esse exiguas eorum partes. At si proprietates sit respectiva, respectu nostrorum sensuum, ex

„ eo,

eo, quod habeatur in majoribus massis, non debemus inferre, eam haberi in particulis minoribus, ut est hoc ipsum, esse sensibile, ut est, esse coloratas, quod ipsis majoribus massis competit, minoribus non competit; cum ejusmodi magnitudinis discrimen, accidentale respectu materię, non sit accidentale respectu ejus denominationis *sensibile, coloratum*. Sic etiam si qua proprietas ita pendet a ratione aggregati, vel totius, ut ab ea separari non possit; nec ea, ob rationem nimium eandem, a toto, vel aggregato debet transferri ad partes. Est de ratione totius, ut partes habeat, nec totum sine partibus haberi potest. Est de ratione figurabilis, & extensi, ut habeat aliquid, quod ab alio distet, adeoque, ut habeat partes; hinc eę proprietates, licet in quovis aggregato particularum materię, sive in quavis sensibili massa, inveniantur, non debent inductionis vi transferri ad particulas quascunque.

41. Ex his patet, & impenetrabilitatem, & continuitatis legem per ejusmodi inductionis genus abunde probari, atque evinci, & illam quidem ad quascunque utcunque exiguas particulas corporum, hanc ad gradus utcunque exiguos momento temporis adjectos debere extendi. Requiritur autem ad hujusmodi inductionem primo, ut illa proprietas, ad quam probandam ea adhibetur, in plurimis casibus observetur, aliter enim probabilitas esset exigua; & ut nullus sit casus observatus, in quo evinci possit, eam violari. Non est necessarium illud, ut in iis casibus, in quibus primo aspectu timeri possit defectus proprietatis ipsius, positive demonstraretur, eam non deficere; satis est, si pro iis casibus haberi possit ratio aliqua conciliandi observationem cum ipsa proprietate, & id multo magis, si in aliis casibus habeatur ejus conciliationis exemplum, & positive ostendi possit, eo ipso modo fieri aliquando conciliationem.

42. Id ipsum fit, ubi per inductionem impenetrabilitas corporum accipitur pro generali lege Naturę. Nam impenetrabilitatem ipsam magnorum corporum observamus in exemplis sane innumeris tot corporum, quę pertractamus. Habentur quidem & casus, in quibus eam violari quis crederet, ut ubi oleum per ligna, & marmora penetrat, arque insinuat, & ubi lux per vitra, & gemmas traducitur. At præsto est conciliatio phænomeni cum impenetrabilitate, petita ab eo, quod illa corpora, in quę se ejusmodi substantię insinuant, poros habeant, quos eę permeent. Et quidem hæc conciliatio exemplum habet manifestissimum in spongia, quę per poros ingentes aqua immissa imbuitur. Poros marmorum illorum, & multo magis vitrorum, non videmus, ac multo minus videre possumus illud, non insinuari eas substantias nisi per poros. Hoc satis est reliquę inductionis vi, ut dicere debeamus, eo potissimum pacto se rem habere, & ne ibi quidem violari generalem utique impenetrabilitatis legem.

Similis ad
continuitatem:
duo casuum ge-
nera, in quibus
ea videatur læ-
di.

43. Eodem igitur pacto in lege ipsa continuitatis-agendum est. Illa tam ampla inductio, quam habemus, debet nos movere ad illam generaliter admittendam etiam pro iis casibus; in quibus determinare immediate per observationes non possumus, an eadem habeatur, uti est collisio corporum; ac si sunt casus nonnulli, in quibus eadem prima fronte violari videatur; ineunda est ratio aliqua, qua ipsum phænomenum cum ea lege conciliari possit, uti revera potest. Nonnullos ejusmodi casus protuli in memoratis dissertationibus, quorum alii ad geometricam continuitatem pertinent, alii ad physicam. In illis prioribus non immorabor; neque enim geometrica continuitas necessaria est ad hanc physicam propugnandam, sed eam ut exemplum quoddam ad confirmationem quandam inductionis majoris adhibui. Posterior, ut sæpe & illa prior, ad duas classes reducitur: altera est eorum casuum, in quibus saltus videtur committi idcirco, quia nos per saltum omittimus intermedias quantitates: rem exemplo geometrico illustro, cui physicam adjicjo.

Fig. 4.
Exemplum
geometricum
primi generis,
ubi nos inter-
medias magni-
tudines omittimus.

44. In axe curvę cujusdam in fig. 4. sumantur segmenta AC, CE, EG æqualia, & erigantur ordinatę AB, CD, EF, GH. Areę BACD, DCEF, FEHG videntur continuę cujusdam seriei termini ita, ut ab illa BACD ad DCEF, & inde ad FEHG immediate transeat, & tamen secunda a prima, ut & tertia a secunda, differunt per quantitates finitas: si enim capiantur CI, EK æquales BA, DC, & arcus BD transferatur in IK; area DIKF erit incrementum secundę supra primam, quod videtur immediate advenire totum absque eo, quod unquam habitum sit ejus dimidium, vel quęvis alia pars incrementi ipsius; ut idcirco a prima ad secundam magnitudinem areę itum sit sine transitu per intermedias. At ibi omittuntur a nobis termini intermedii, qui continuitatem servant; si enim ac æqualis AC motu continuo feratur ita, ut incipiendo ab AC desinat in CE; magnitudo areę BACD per omnes intermedias *bacd* abit in magnitudinem DCEF sine ullo saltu; & sine ulla violatione continuitatis.

Quando id ac-
cidat: exem-
pla physica die-
rum, & oscil-
lationum con-
sequantium.

45. Id sane ubique accidit, ubi initium secundę magnitudinis aliquo intervallo distat ab initio primę; sive statim veniat post ejus finem, sive quavis alia lege ab ea disjungatur. Sic in physicis, si diem concipiamus intervallum temporis ab occafu ad occafum, vel etiam ab ortu ad occafum, dies præcedens a sequenti quibusdam anni temporibus differ per plura secunda, ubi videtur fieri saltus sine ullo intermedio die, qui minus differat. At feriem quidem continuam ii dies nequaquam constituunt. Concipiatur parallelus integer Telluris, in quo sunt continuo ductu disposita loca omnia, quę eandem latitudinem geographicam habent: ea singula loca suam habent durationem diei, & omnium ejusmodi dierum initia, ac fines continenter fluunt; donec ad eundem redeatur locum, cujus præcedens

cedens dies est in continua illa serie primus, & sequens postremus. Illorum omnium dierum magnitudines continenter sunt sine ullo saltu: nos, intermediis omissis, saltum committimus, non Natura. Atque huic similis responsio est ad omnes reliquos casus ejusmodi, in quibus initia, & fines continenter non fluunt, sed a nobis per saltum accipiuntur. Sic ubi pendulum oscillat in aere; sequens oscillatio per finitam magnitudinem distat a præcedente; sed & initium, & finis ejus finito intervallo temporis distat a præcedentis initio, & sine, ac intermediis termini continua serie fluente a prima oscillatione ad secundam essent ii, qui haberentur, si primæ, & secundæ oscillationis arcu in æqualem partium numerum diviso, assumeretur via confecta, vel tempus in ea impensum, interiacens inter fines partium omnium proportionalium, ut inter trientem, vel quadrantem prioris arcus, & trientem, vel quadrantem posterioris, quod ad omnes ejus generis casus facile transferri potest, in quibus semper immediate etiam demonstrari potest illud, continuitatem nequaquam violari.

46. Secunda classis casuum est ea, in qua videtur aliquid momento temporis peragi, & tamen peragitur tempore successivo, sed per brevi. Sunt, qui objiciant pro violatione continuitatis casum, quo quisquam manu lapidem tenens, ipsi statim det velocitatem quandam finitam: alius objicit aquæ evasæ effluentis, foramine constituto aliquanto infra superficiem ipsius aquæ, velocitatem oriri momento temporis finitam. At in priorè casu admodum evidens est, momento temporis velocitatem finitam nequaquam produci. Tempore opus est, utcunque brevissimo, ad excursum spirituum per nervos, & musculos, ad fibrarum tensionem, & alia ejusmodi: ac idcirco ut velocitatem aliquam sensibilem demus lapidi, manum retrahimus, & ipsum aliquandiu, perpetuo accelerantes, retinemus. Sic etiam, ubi tormentum bellicum exploditur, videtur momento temporis emitti globus, ac totam celeritatem acquirere; at id successive fieri, patet vel inde, quod debeat inflammarî tota massa pulveris pyrii, & dilatari aer, ut elasticitate sua globum acceleret, quod quidem fit omnino per omnes gradus. Successionem multo etiam melius videmus in globo, qui ab elastro sibi relicto propellatur: quo elasticitas est major, eo citius, sed nunquam momento temporis velocitas in globum inducitur.

47. Hæc exempla illud præstant, quod aqua per poros spongiæ ingressa respectu impenetrabilitatis, ut ea responsione uti possimus in aliis casibus omnibus, in quibus accessio aliqua magnitudinis videtur fieri tota momento temporis; ut nimirum dicamus fieri tempore brevissimo, utique per omnes intermedias magnitudines, ac illæsa penitus lege continuitatis. Hinc & in aquæ effluentis exemplo res eodem redit, ut non unico momento, sed successivo aliquo tempore, & per omnes

Exempla secundi generis, ubi mutatio fit celerissime, sed non momento temporis.

Applicatio ipsorum ad alia, nominatim ad effluxum aquæ e vase.

omnes intermedias magnitudines progignatur velocitas, quod quidem ita se habere optimi quique Physici affirmant. Et ibi quidem, qui momento temporis omnem illam velocitatem progigni, contra me affirmet, principium utique, ut ajuat, petat, necesse est. Neque enim aqua, nisi foramen aperiat, operculo dimoto, effluet; remotio vero operculi, sive manu fiat, sive percussione aliqua, non potest fieri momento temporis, sed debet velocitatem suam acquirere per omnes gradus; nisi illud ipsum, quod quaerimus, supponatur jam definitum, nimirum an in collisione corporum communicatio motus fiat momento temporis, an per omnes intermedias gradus, & magnitudines. Verum eo omissis, si etiam concipiamus momento temporis impeditum auferrî, non idcirco momento itidem temporis omnis illa velocitas produceretur; illa enim non a percussione aliqua, sed a pressione superincumbentis aquæ orta, oriri utique non potest, nisi per accessiones continuas tempusculo admodum parvo, sed non omnino nullo: nam pressio tempore indiget, ut velocitatem progignat, in communi omnium sententia.

Transitus ad metaphysicam probationem: limes in continuis unicus, ut in Geometria.

48. Illæsa igitur esse debet continuitatis lex, nec ad eam revertendam contra inductionem tam uberem quidquam poterunt casus allati hucusque, vel iis similes. At ejusdem continuitatis aliam metaphysicam rationem adveni, & proposui in dissertatione *De Lege Continuitatis*, petitam ab ipsa continuitatis natura, in qua quod Aristoteles ipse olim notaverat, communis esse debet limes, qui præcedentia cum consequentibus conjungit, qui idcirco etiam indivisibilis est in ea ratione, in qua est limes. Sic superficies duo solida dirimens & crassitudine caret, & est unica, in qua immediatus ab una parte fit transitus ad aliam; linea dirimens binas superficiei continuæ partes latitudine caret; punctum continuæ lineæ segmenta discriminans, dimensione omni: nec duo sunt puncta contigua, quorum alterum sit finis prioris segmenti, alterum initium sequentis, cum duo contigua indivisibilia, & inextensa haberi non possint sine compenetratione, & coalescentia quadam in unum.

Idem in tempore & in quavis serie continua: evidenti in quibusdam:

49. Eodem autem pacto idem debet accidere etiam in tempore, ut nimirum inter tempus continuum præcedens, & continuo subsequens unicum habeatur momentum, quod sit indivisibilis terminus utriusque; nec duo momenta, uti supra innuimus, contigua esse possint, sed inter quodvis momentum, & aliud momentum debeat intercedere semper continuum aliquod tempus divisibile in infinitum. Et eodem pacto in quavis quantitate, quæ continuo tempore duret, haberi debet series quædam magnitudinum ejusmodi, ut momento temporis cuius respondeat sua, quæ præcedentem cum consequente jungat, & ab illa per aliquam determinatam magnitudinem differat. Quin immo in illo quantitatum genere, in quo binæ

binae magnitudines simul haberi non possunt, id ipsum multo evidentius conficitur, nempe nullum haberi posse saltum immediatum ab una ad alteram. Nam illo momento temporis, quo deberet saltus fieri, & abrumpi series accessu aliquo momentaneo, deberent haberi duae magnitudines, postrema seriei praecedentis, & prima seriei sequentis. Id ipsum vero adhuc multo evidentius habetur in illis rerum statibus, in quibus ex una parte quovis momento haberi debet aliquis status ita, ut nunquam sine aliquo ejus generis statu res esse possit; & ex alia duos simul ejusmodi status habere non potest.

50. Id quidem satis patet in ipso locali motu, in quo habetur phaenomenum omnibus sane notissimum, sed cujus ratio non ita facile aliunde redditur, inde autem pateatissima est. Corpus a quovis loco ad alium quemvis devenire utique potest motu continuo per lineas quascunque utcumque contortas, & in immensum productas quaquaversum, quae numero infinitae sunt: sed omnino debet per continuam aliquam abire, & nullibi interruptam. En inde rationem ejus rei admodum manifestam. Si alicubi linea motus abrumperetur; vel momentum temporis, quo esset in primo puncto posterioris lineae, esset posterius eo momento, quo esset in puncto postremo anterioris, vel esset idem, vel anterior? In primo, & tertio casu inter ea momenta intercederet tempus aliquod continuum divisibile in infinitum per alia momenta intermedia, cum bina momenta temporis, in eo sensu accepta, in quo ego hic ea accipio, contigua esse non possint, uti superius exposui. Quamobrem in primo casu in omnibus iis infinitis intermediis momentis nullibi esset id corpus, in secundo casu idem esset eodem illo momento in binis locis, adeoque replicaretur; in tertio haberetur replicatio non tantum respectu eorum binorum momentorum, sed omnium etiam intermediorum, in quibus nimirum omnibus id corpus esset in binis locis. Cum igitur corpus existens nec nullibi esse possit, nec simul in locis pluribus; illa via mutatio, & ille saltus haberi omnino non possunt.

51. Idem ope Geometriae magis adhuc oculis ipsis subjicitur. Exponantur per rectam AB tempora, ac per ordinatas ad lineas CD, EF, abruptas alicubi, diversi status rei cujuspiam. Ductis ordinatis DG, EH, vel punctum H jaceret post G, ut in Fig. 5; vel cum ipso congrueret, ut in 6; vel ipsum praecederet, ut in 7. In primo casu nulla responderet ordinata omnibus punctis rectae GH; in secundo binae responderent GD, & HE eidem puncto G; in tertio vero binae HI, HE puncto H, binae GD, GK puncto G, & binae LM, LN puncto cuius intermedio L; nam ordinata est relatio quaedam distantiae, quam habet punctum curvae cum puncto axis sibi respondente, adeoque ubi jacent in recta eadem perpendiculari axi binae curvarum puncta, habentur binae ordinatae respondentes eidem puncto axis. Quamobrem si nec omni

Inde cur motus localis non fiat, nisi per lineam continuam.

Illustratio ejus argumenti ex Geometria; ratiocinatione metaphysica, pluribus exemplis.

Fig. 5.
6.
7.

ni statu carere res possit, nec haberi possint status simul bini; necessario consequitur, saltum illum committi non posse. Saltus ipse, si deberet accidere, uti vulgo fieri concipitur, accederet binis momentis G, & H, quae sibi in fig. 6. immediate succederent sine ullo immediato hiatu, quod utique fieri non potest ex ipsa limitis ratione, qui in continuo debet esse idem, & antecedentibus, & consequentibus communis, uti diximus. Atque idem in quavis reali serie accidit; ut hic linea finita sine puncto primo, & postremo, quod sit ejus limes, & superficies sine linea esse non potest; unde fit, ut in casu figurae 6. binae ordinatae necessario respondere debeant eidem puncto: ita in quavis finita reali serie statuum primus terminus, & postremus haberi necessario debent: adeoque si saltus fit, uti supra de loco diximus; debet eo momento, quo saltus confici dicitur, haberi simul status duplex; qui cum haberi non possit; saltus itidem ille haberi omnino non potest. Sic, ut aliis utamur exemplis, distantia unius corporis ab alio mutari per saltum non potest, nec densitas, quia duae simul haberentur distantiae, vel duae simul densitates, quod utique sine replicatione haberi non potest: caloris itidem, & frigoris mutatio in thermometris, ponderis atmosphaerae mutatio in barometris, non fit per saltum, quia binae simul altitudines mercurii in instrumento haberi deberent eodem momento temporis, quod fieri utique non potest; cum quovis momento determinato unica altitudo haberi debeat, ac unicus determinatus caloris gradus, vel frigoris; quae quidem theoria innumeris casibus pariter aptari potest.

Obiectio ab esse, & non esse conjungendis in creatione, & annihilatione, ac ejus solutio.

52. Contra hoc argumentum videtur primo aspectu adeste aliquid, quod ipsum prorsus evertat, & tamen ipsi illustrando idoneum est maxime. Videtur nimirum inde erui, impossibile esse & creationem rei cujuspiam, & interitum. Si enim conjungendus est postremus terminus praecedentis seriei cum primo sequentis; in ipso transitu a non esse ad esse, vel vice versa, debet utrumque conjungi, ac idem simul erit, & non erit, quod est absurdum. Responsio in promptu est. Seriei finitae reales, & existentis, reales itidem, & existentes termini esse debent; non vero nihili, quod nullas proprietates habet, quas exigat. Hinc si realium statuum seriei altera series realium itidem statuum succedat, quae non sit communi termino conjuncta; bini eodem momento debebuntur status, qui nimirum sint bini limites earundem. At quoniam non esse est merum nihilum; ejusmodi series limitem nullum extremum requirit, sed per ipsum esse immediate, & directe excluditur. Quamobrem primo, & postremo momento temporis ejus continui, quo res est, erit utique, nec cum hoc esse suum non esse conjungat simul; at si densitas certa per horam dureret, tum momento temporis in aliam mutetur duplam, duraturam itidem per alteram sequentem horam; momento temporis, quod

quod horas dirimit, binæ debebunt esse densitates simul, nimirum & simplex, & dupla, quæ sunt reales binarum realium ferierum termini.

53. Id ipsum in dissertatione *De lege virium in Natura existentium* satis, ni fallor, luculeter exposui, ac geometricis figuris illustravi, adjectis nonnullis, quæ eodem recidunt, & quæ in applicatione ad rem, de qua agimus, & in cujus gratiam hæc omnia ad legem continuitatis pertinentia allata sunt, proderunt infra; libet autem novem ejus dissertationis numeros huc transferre integros, incipiendo ab octavo, sed numeros ipsos, ut & schematum numeros mutabo hic, ut cum superioribus consentiant.

54. Sit in fig. 8. circulus $GMM'm$, qui referatur ad datam rectam AB per ordinatas HM ipsi rectæ perpendiculares; uti itidem perpendiculares sint binæ tangentés EGF , $E'G'F'$. Concipiatur igitur recta quædam indefinita ipsi rectæ AB perpendicularis, motu quodam continuo delata ab A ad B . Ubi ea habuerit, positionem quamcumque CD , quæ præcedat tangentem EF , vel $C'D'$, quæ consequatur tangentem $E'F'$; ordinata ad circulum nulla erit, sive erit impossibilis, & ut Geometræ loquuntur, imaginaria. Ubiunque autem ea sit inter binas tangentés EGF , $E'G'F'$, in HI , $H'I'$, occurret circulo in binis punctis M , m , vel $M'm$, & habebitur valor ordinatæ HM , Hm , vel $H'M'$, $H'm'$. Ordinata quidem ipsa respondet soli intervallo EE' : & si ipsa linea AB referat tempus; momentum E est limes inter tempus præcedens continuum AE , quo ordinata non est, & tempus continuum EE' subsequens, quo ordinata est; punctum E est limes inter tempus præcedens EE' , quo ordinata est, & subsequens $E'B$, quo non est. Vita igitur quædam ordinatæ est tempus EE' : ortus habetur in E , interitus in E' . Quid autem in ipso ortu, & interitu? Habetur-ne quoddam *esse* ordinatæ, an *non esse*? Habetur utique *esse*, nimirum EG , vel $E'G'$, non autem *non esse*. Oritur tota finitæ magnitudinis ordinata EG , interit tota finitæ magnitudinis $E'G'$, nec tamen ibi conjungit *esse*, & non *esse*, nec ullum absurdum secum trahit. Habetur momento E primus terminus seriei sequentis sine ultimo seriei præcedentis, & habetur momento E' ultimus terminus seriei præcedentis sine primo termino seriei sequentis.

55. Quare autem id ipsum accidat, si metaphysica consideratione rem perpendimus, statim patebit. Nimirum veri nihili nullæ sunt veræ proprietates: entis realis veræ, & reales proprietates sunt. Quævis realis series initium reale habere debet, & finem, sive primum; & ultimum terminum. Id, quod non est, nullam habet veram proprietatem, nec proinde sui generis ultimum terminum, aut primum existit. Series præcedens ordinatæ nullius, ultimum terminum non

Unde huc transferenda solutio ipsa.

Solutio petita ex geometrico exemplo.

Fig. 8.

Solutio ex metaphysica consideratione.

D

ha-

„ habet, series consequens non habet primum: series realis
 „ contenta intervallo EE' , & primum habere debet, & ultimum. Hujus reales termini terminum illum nihili per se se
 „ excludunt, cum ipsum *esse* per se excludat *non esse*.

Illustratio ulterior geometrica.

56. Atque id quidem manifestum fit magis; si consideremus seriem aliquam præcedentem realem, quam expriment ordinatæ ad lineam continuam PLg , quæ respondeat toti tempori AE ita, ut cuivis momento C ejus temporis respondeat ordinata CL . Tum vero si momento E debeat fieri saltus ab ordinata Eg ad ordinatam EG ; necessario ipsi momento E debent respondere binæ ordinatæ EG , Eg . Nam in tota linea PLg non potest deesse solum ultimum punctum g ; cum ipso sublato debeat adhuc illa linea terminum habere suum, qui terminus esset itidem punctum; id vero punctum idcirco fuisset ante contiguum puncto g , quod est absurdum, ut in eadem dissertatione *De Lege Continuitatis* demonstravimus. Nam inter quodvis punctum, & aliud punctum linea aliqua interjacere debet; quæ si non interjaceat: jam illa puncta in unicum coalescunt. Quare non potest deesse nisi lineola aliqua gL ita, ut terminus seriei præcedentis sit in aliquo momento C præcedente momentum E , & disjuncto ab eo per tempus quoddam continuum, in cujus temporis momentis omnibus ordinata sit nulla.

Applicatio ad creationem, & annihilationem.

57. Patet igitur discrimen inter transitum a vero nihilo, nimirum a quantitate imaginaria, ad *esse*, & transitum ab una magnitudine ad aliam. In primo casu terminus nihili non habetur; habetur terminus uterque seriei veram habentis existentiam, & potest quantitas, cujus ea est series, oriri, vel occidere quantitate finita, ac per se excludere *non esse*. In secundo casu necessario haberi debet utriusque seriei terminus, alterius nimirum postremus, alterius primus. Quamobrem etiam in creatione, & in annihilatione potest quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, & primum, ac ultimum *esse* erit quoddam *esse*, quod secum non conjungit una *non esse*. Contra vero ubi magnitudo realis ab una quantitate ad aliam transire debet per saltum; momento temporis, quo saltus committitur, uterque terminus haberi deberet. Manet igitur illæsum argumentum nostrum metaphysicum pro exclusione saltus a creatione, & annihilatione, sive ortu, & interitu.

Aliquando videri nihilum id, quod est ali-quid.

58. At hic illud etiam notandum est; quoniam ad ortum, & interitum considerandum geometricas contemplationes assumpsimus, videri quidem prima fronte, aliquando etiam realis seriei terminum postremum esse nihilum; sed re altius considerata, non erit vere nihilum, sed status quidam itidem realis, & ejusdem generis cum præcedentibus, licet alio nomine insignitus.

59. Sit

59. „ Sit in Fig. 9. Linea AB, ut prius, ad quam linea quædam PL deveniat in G (pertinet punctum G ad lineam PL, E ad AB continuatas, & sibi occurrentes ibidem), & five pergat ultra ipsam in GM, five retro resiliat per GM. Recta CD habebit ordinatam CL, quæ evanescet, ubi puncto C abeunte in E, ipsa CD abibit in EF, tum in positione ulteriori rectæ perpendicularis HI, vel abibit in negativam HM, vel retro positiva regredietur in HM. Ubi linea altera cum altera coit, & punctum E alterius cum alterius puncto G congregitur, ordinata CL videtur abire in nihilum ita, ut nihilum, quemadmodum & supra innuimus, sit limes quidam inter seriem ordinarum positivarum CL, & negativarum HM; vel positivarum CL, & iterum positivarum HM. Sed, si res altius consideretur ad metaphysicum conceptum reducta, in situ EF non habetur verum nihilum. In situ CD, HI habetur distantia quædam punctorum C, L; H, M: in situ EF habetur eorundem punctorum compenetratio. Distantia est relatio quædam binorum modorum, quibus bina puncta existunt; compenetratio itidem est relatio binorum modorum, quibus ea existunt, quæ compenetratio est aliquid reale ejusdem prorsus generis, cujus est distantia, constituta nimirum per binos reales existendi modos.

60. „ Totum discrimen est in vocabulis, quæ nos imposuimus. Bini locales existendi modi infinitas numero relationes possunt constituere, alii alias. Hæ omnes inter se & differunt, & tamen simul etiam plurimum conveniunt; nam reales sunt, & in quodam genere congruunt, quod nimirum sint relationes ortæ a binis localibus existendi modis. Diversa vero habent nomina ad arbitrium instituta, cum alia ex ejusmodi relationibus, ut CL, dicantur distantia positivæ, relatio EG dicatur compenetratio, relationes HM dicantur distantia negativæ. Sed quoniam, ut a decem palmis distantia demptis 5, relinquuntur 5, ita demptis aliis 5, habetur nihil (non quidem verum nihil, sed nihil in ratione distantia a nobis ita appellatæ, cum remaneat compenetratio); ablati autem aliis quinque, remanent quinque palmi distantia negativæ; ista omnia realia sunt, & ad idem genus pertinent; cum eodem prorsus modo inter se differant distantia palmorum 10 a distantia palmorum 5, hæc a distantia nulla, sed reali, quæ compenetracionem importat, & hæc a distantia negativa palmorum 5. Nam ex prima illa quantitate eodem modo devenitur ad hæc posteriores per continuam ablationem palmorum 5. Eodem autem pacto infinitas ellipses, ab infinitis hyperbolis unica interjecta parabola discriminat, quæ quidem unica nomen peculiare sortita est, cum illas numero infinitas, & a se invicem admodum discrepantes unico vocabulo complectamur; licet altera magis oblonga ab altera minus oblonga plurimum itidem diversa sit.

Ordinatam nullam, ut & distantiam nullam existentiæ esse compenetracionem.

Fig. 9.

Ad idem pertinere seriei realis genus eam distantiam nullam, & aliam.

Alia, quæ videntur nihil, & sunt aliquid: discrimen inter radicem imaginariam, & zero.

61. „ Et quidem eodem pacto status quidam realis est quies, five perseverantia in eodem modo locali existendi; status quidam realis est velocitas nulla puncti existentis, nimirum determinatio perseverandi in eodem loco; status quidam realis puncti existentis est vis nulla, nimirum determinatio retinendi præcedentem velocitatem, & ita porro: plurimum hæc discrepant a vero non esse. Casus ordinatæ respondentis lineæ EF in fig. 9. differt plurimum a casu ordinatæ circuli respondentis lineæ CD figuræ 8: in prima existunt puncta, sed compenetrata, in secunda alterum punctum impossibile est. Ubi in solutione problematum devenitur ad quantitatem primi generis, problema determinationem peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem secundi generis, problema evadit impossibile: usque adeo in hoc secundo casu habetur verum nihilum, omni reali proprietate carens; in illo primo habetur aliquid realibus proprietatibus præditum, quod ipsis etiam solutionibus problematum, & constructionibus veras sufficit, & reales determinationes; cum realis, non imaginaria sit radix æquationis cujuspiam, quæ sit = 0, five nihilo æqualis.

Conclusio pro solutione ejus objectionis.

62. „ Firmum igitur manebit semper, & stabile, seriem realem quamcunque, quæ continuo tempore finito duret, debere habere & primum principium, & ultimum finem realem, sine ullo absurdo, & sine conjunctione sui esse cum non esse, si forte duret eo solo tempore; dum si præcedenti etiam extitit tempore, habere debet & ultimum terminum etiam præcedentis, & primum sequentis, qui debent esse unicus indivisibilis communis limes, ut momentum est unicus indivisibilis limes inter tempus continuum præcedens, & subsequens. Sed hæc de ortu, & interitu jam satis.

Applicatio legis continuitatis ad collisionem corporum.

63. Ut igitur contrahamus jam vela, continuitatis lex & inductione, & metaphysico argumento abunde nititur, quæ idcirco etiam in velocitatis communicatione retineri omnino debet, ut nimirum ab una velocitate ad aliam nunquam transeat, nisi per intermedias velocitates omnes sine saltu. Et quidem in ipsis moribus, & velocitatibus inductionem habuimus num. 39, ac difficultates solvimus num. 46, & 47 pertinentes ad velocitates, quæ videri possent mutata per saltum. Quod autem pertinet ad metaphysicum argumentum, si toto tempore ante contactum subsequentis corporis superficies antecedens habuit 12 gradus velocitatis, & sequenti 9, saltu factu momentaneo ipso initio contactus; in ipso momento ea tempora dirimente debuisset habere & 12, & 9 simul, quod est absurdum. Duas enim velocitates simul habere corpus non potest, quod ipsum aliquanto diligentius demonstro.

Duo velocitatum genera, potentialis, & actualis.

64. Velocitatis nomen, uti passim usurpatur a Mechanicis, æquivocum est; potest enim significare velocitatem actualem, quæ nimirum est relatio quædam in motu æquabili spatii percursi divisi per tempus, quo percurritur; & potest significare quan-

quandam, quam apto Scholasticorum vocabulo potentialem appello, quæ nimirum est determinatio ad actualem, five determinatio, quam habet mobile, si nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu æquabili determinatum quoddam spatium quovis determinato tempore, quæ quidem duo & in dissertatione *De Viribus Vvris*, & in *Stayanis Supplementis* distincti, distinctione utique necessaria ad æquivocationes evitandas. Prima haberi non potest momento temporis, sed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & quidem etiam motum æquabilem requirit ad accuratam sui mensuram; secunda habetur etiam momento quovis determinata; & hanc alteram intelligunt utique Mechanici, cum scalas geometricas efformant pro motibus quibuscunque difformibus, five abscissa exprimente tempus, & ordinata velocitatem, utcunque etiam variatam, area exprimat spatium; five abscissa exprimente itidem tempus, & ordinata vim, area exprimat velocitatem jam genitam, quod itidem in aliis ejusmodi scalis, & formulis algebraicis fit passim, hac potentiali velocitate usurpata, quæ sit tantummodo determinatio ad actualem, quam quidem ipsam intelligo, ubi in collisione corporum eam nego mutari posse per saltum ex hoc posteriore argumento.

65. Jam vero velocitates actuales non posse simul esse duas in eodem mobili, satis patet; quia oporteret, id mobile, quod initio dati cujusdam temporis fuerit in dato spatii puncto, in omnibus sequentibus occupare duo puncta ejusdem spatii, ut nimirum spatium percursum sit duplex, alterum pro altera velocitate determinanda, adeoque requireretur actualis replicatio, quam non haberi uspiam, ex principio inductionis colligere sane possumus admodum facile. Cum nimirum nunquam videamus idem mobile simul ex eodem loco discedere in partes duas, & esse simul in duobus locis ita, ut constet nobis, utrobique esse illud idem. At nec potentiales velocitates duas simul esse posse, facile demonstratur. Nam velocitas potentialis est determinatio ad existendum post datum tempus continuum quodvis in dato quodam puncto spatii habente datam distantiam a puncto spatii, in quo mobile est eo temporis momento, quo dicitur habere illam potentialem velocitatem determinatam. Quamobrem habere simul illas duas potentiales velocitates est esse determinatum ad occupanda eodem momento temporis duo puncta spatii, quorum singula habeant suam diversam distantiam ab eo puncto spatii, in quo tum est mobile, quod est esse determinatum ad replicationem habendam momenti omnibus sequentis temporis. Dicitur utique, idem mobile a diversis causis acquirere simul diversas velocitates, sed eas componuntur in unicam ita, ut singulæ constituant statum mobilis, qui status respectu dispositionum, quas eo momento, in quo tum est, habet ipsum mobile, complectentium omnes circumstantias præteritas, & præsentis, est tantummodo conditionatus, non absolutus; nimirum ut contineant determinatio-

Binas velocitates tum actuales, tum potentiales simul haberi non posse, ne detur, vel exigatur, vel compenetratio.

nationem, quam ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis haberet ad occupandum illud determinatum spatii punctum determinato illo momento temporis; nisi aliunde ejusmodi determinatio per conjunctionem alterius causæ, quæ tum agat, vel jam egerit, mutaretur, & loco ipsius alia, quæ composita dicitur, succederet. Sed status absolutus resultans ex omnibus eo momento præsentibus, & præteritis circumstantiis ipsius mobilis, est unica determinatio ad existendum pro quovis determinato momento temporis sequentis in quodam determinato puncto spatii, qui quidem status pro circumstantiis omnibus præteritis, & præsentibus est absolutus, licet sit itidem conditionatus pro futuris: si nimirum eandem, vel aliæ causæ agentes sequentibus momentis non mutant determinationem, & punctum illud loci, ad quod revera deveniri deinde debet dato illo momento temporis, & actu devenitur; si ipsæ nihil aliud agant. Porro patet hujusmodi status ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis absolutos non posse eodem momento temporis esse duos sine determinatione ad replicationem, quam ille conditionatus status resultans e singulis componentibus velocitatibus non inducit ob id ipsum, quod conditionatus est. Jam vero si haberetur saltus a velocitate ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis exigente, ex gr. post unum minutum, punctum spatii distans per palmos 6 ad exigentem punctum distans per palmos 9; deberet ex momento temporis, quo fieret saltus, haberi simul utraque determinatio absoluta respectu circumstantiarum omnium ejus momenti, & omnium præteritarum; nam toto præcedenti tempore habita fuisset realis series statuum cum illa priori, & toto sequenti deberet haberi cum illa posteriore, adeoque eo momento, simul utraque, cum neutra series realis sine reali suo termino stare possit.

Quovis momento punctum existens debere habere statum realem ex genere velocitatis potentialis.

66. Præterea corporis, vel puncti existentis potest utique nulla esse velocitas actualis, saltem accurate talis; si nimirum difformem habeat motum, quod ipsum etiam semper in Natura accidit, ut demonstrari posse arbitror, sed huc non pertinet; at semper utique haberi debet aliqua velocitas potentialis, vel saltem aliquis status, qui licet alio vocabulo appellari solet, & dici velocitas nulla, est tamen non nihilum quoddam, sed realis status, nimirum determinatio ad quietem, quanquam hanc ipsam, ut & quietem, ego quidem arbitrer in Natura reapse haberi nullam, argumentis, quæ in *Stayanis Supplementis* exposui in binis paragraphis de spatio, ac tempore, quos hic addam in fine inter nonnulla, quæ hic etiam supplementa appellabo, & occurrent primo, ac secundo loco. Sed id ipsum itidem nequaquam huc pertinet. Iis etiam penitus prætermittis, eruitur e reliquis, quæ diximus, admissio etiam ut existente, vel possibili in Natura motu uniformi, & quiete, utramque velocitatem habere condiciones necessarias ad hoc,

hoc, ut secundum argumentum pro continuitatis lege superius allatum vim habeat suam, nec ab una velocitate ad alteram abiri possit sine transitu per intermedias.

67. Patet autem, hinc illud evinci, nec interire momento temporis posse, nec oriri velocitatem totam corporis, vel puncti non simul intereuntis, vel orientis, nec huc transferri posse, quod de creatione, & morte diximus; cum nimirum ipsa velocitas nulla corporis, vel puncti existentis, sit non purum nihil, ut monui, sed realis quidam status, qui simul cum alio reali statu determinatae illius intereuntis, vel orientis velocitatis deberet conjungi; unde etiam sit, ut nullum effugium haberi possit contra superiora argumenta, dicendo, quando a 12 gradibus velocitatis transitur ad 9, durare utique priores 9, & interire reliquos tres, in quo nullum absurdum sit, cum nec in illorum duratione habeatur saltus, nec in saltu per interitum habeatur absurdi quidpiam, ejus exemplo, quod superius dictum fuit, ut ostensum est, non conjungi *non esse* simul, & esse. Nam in primis 12 gradus velocitatis non sunt quid compositum e duodecim rebus inter se distinctis, atque disjunctis, quarum 9 manere possint, 3 interire, sed sunt unica determinatio ad existendum in punctis spatii distantibus certo intervallo, ut palmorum 12, elapsis datis quibusdam temporibus æqualibus quibusvis. Sic etiam in ordinatis GD, HE, quæ expriment velocitates in fig. 6, revera, in mea potissimum Theoria, ordinata GD non est quædam pars ordinatae HE communis ipsi usque ad D, sed sunt duæ ordinatae, quarum prima consistit in relatione distantiae, puncti curvæ D a puncto axis G, secunda in relatione puncti curvæ E a puncto axis H, quod est ibi idem, ac punctum G. Relationem distantiae punctorum D, & G constituunt duo reales modi existendi ipsorum, relationem distantiae punctorum D, & E duo reales modi existendi ipsorum, & relationem distantiae punctorum H, & E duo reales modi existendi ipsorum. Hæc ultima relatio constat duobus modis realibus tantummodo pertinentibus ad puncta E, & H, vel G, & summa priorum constat modis realibus omnium trium, E, D, G. Sed nos indefinite concipimus possibilitatem omnium modorum realium intermediorum, ut infra dicemus, in qua præcisiva, & indefinita idea stat mihi idea spatii continui; & intermedii modi possibiles inter G, & D sunt pars intermediorum inter E, & H. Præterea omnis etiam hæc omnibus ipse ille saltus a velocitate finita ad nullam, vel a nulla ad finitam, haberi non potest.

68. Atque hinc ego quidem potuiffem etiam adhibere duos globos æquales, qui sibi invicem occurrant cum velocitatibus æqualibus, quæ nimirum in ipso contactu deberent momento temporis interire; sed ut hæc ipsas considerationes evitarem de transitu a statu reali ad statum itidem realem, ubi a velocitate aliqua transitur ad velocitatem nullam; adhibui potius in

Non posse momento temporis transiri ab una velocitate ad aliam, demonstratur, & vindicatur.

Cur adhibita collisio pergentium in eandem plagam pro Theoria deducenda.

in omnibus differtationibus meis globum, qui cum 12 velocitatis gradibus asequatur alterum præcedentem cum 6; ut nimirum abeundo ad velocitatem aliam quamcunque haberetur saltus ab una velocitate ad aliam, in quo evidentiùs esset absurdum.

Quo pacto mutata velocitate potenciali per saltum, non mutetur per saltum actualis.

Fig. 10.

69. Jam vero in hisce casibus utique haberi deberet saltus quidam, & violatio legis continuitatis, non quidem in velocitate actuali, sed in potenciali, si ad contactum deveniretur cum velocitatum discrimine aliquo determinato quocunque. In velocitate actuali, si eam metiamur spatio, quod conficitur, diviso per tempus, transitus utique fieret per omnes intermedias, quod sic facile ostenditur ope Geometriæ. In fig. 10 designat AB, BC bina tempora ante, & post contactum, & momento quolibet H sit velocitas potentialis illa major HI, quæ æquetur velocitati primæ AD; quovis autem momento Q posterioris temporis sit velocitas potentialis minor QR, quæ æquetur velocitati cuidam datæ CG. Assumpto quovis tempore HK determinatæ magnitudinis, area IHKL divisa per tempus HK, sive recta HI, exhibebit velocitatem actualem. Moveatur tempus HK versus B, & donec K adveniat ad B, semper eadem habebitur velocitatis mensura; eo autem progressu in O ultra B, sed adhuc H existente in M citra B, spatium illi tempori respondens componetur ex binis MNEB, BFPO, quorum summa si dividatur per MO; jam nec erit MN æqualis priori AD, nec BF, ipsa minor per datam quantitatem FE; sed facile demonstrari potest (b), capta VE æquali IL, vel HK, sive MO, & ducta recta VF, quæ secet MN in X, quotum ex illa divisione prodeuntem fore MX, donec, abeunte toto illo tempore ultra B in QS, jam area QRTS divisa per tempus QS exhibeat velocitatem constantem QR.

Irregularitas alia in expressione actualis velocitatis.

70. Patet igitur in ea consideratione a velocitate actuali præcedente HI ad sequentem QR transiri per omnes intermedias MX, quas continua recta VF definit; quanquam ibi etiam irregulare quid oritur inde, quod velocitas actualis XM diversa obvenire debeat pro diversa magnitudine temporis assumpti HK, quo nimirum assumpto majore, vel minore remoretur magis, vel minus V ab E, & decrescit, vel crescit XM. Id tamen accidit in motibus omnibus, in quibus velocitas non manet eadem toto tempore, ut nimirum tum etiam, si velocitas aliqua actualis debeat agnosci, & determinari spatio diviso per tempus; pro aliis, atque aliis temporibus assumptis pro mensura alia, atque alia velocitatis actualis mensuræ ob-

ve-

(b) Si enim producat OP usque ad NE in Y, erit $ET = VN$, ob $VE = MO = NY$. Est autem $VE : VN :: EF : NX$; quare $VN \times EF = VE \times NX$, sive posito ET pro VN, & MO pro VE, erit $ET \times EF = MO \times NX$. Totum MNYO est $MO \times MN$, pars FEYP est $ET \times EF$. Quare residuus gnomon NMOPFE est $MO \times (MN - NX)$, sive est $MO \times MX$, quo diviso per MO habetur MX.

veniant, fecus ac accidit in motu semper æquabili, quam ipsam ob causam velocitatis actualis in motu difformi nulla est revera mensura accurata, quod supra innui, sed ejus idea præcisa, ac distincta æquabilitatem motus requirit, & idcirco Mechanici in difformibus motibus ad actualem velocitatem determinandam adhibere solent spatium infinitesimo tempusculo percursum, in quo ipso motum habent pro æquabili.

71. At velocitas illa potentialis, quæ singulis momentis temporis respondet sua, mutaretur utique per saltum ipso momento B, quo deberet haberi & ultima velocitatum præcedentium BE, & prima sequentium BF, quod cum haberi nequeat, uti demonstratum est, fieri non potest per secundum ex argumentis, quæ adhibuimus pro lege continuitatis, ut cum illa velocitatum inæqualitate deveniatur ad immediatum contactum; atque id ipsum excludit etiam inductio, quam pro lege continuitatis in ipsis quoque velocitatibus, atque motibus primo loco proposui.

Concluditur ad contactum immediatum non posse deveniri cum differentia velocitatum.

72. Atque hoc demum pacto illud constitit evidenter, non licere continuitatis legem deferere in collisione corporum, & illud admittere, ut ad contactum immediatum deveniatur cum illæ binorum corporum velocitatibus integris. Videndum igitur, quid necessario consequi debeat, ubi id non admittatur, & hæc analysis ulterius promovenda.

Promovenda analysis eo-excluso.

73. Quoniam ad immediatum contactum devenire ea corpora non possunt cum præcedentibus velocitatibus; oportet, ante contactum ipsum immediatum incipiant mutari velocitates ipsæ, & vel ea consequentis corporis minui, vel ea antecedentis augeri, vel utrumque simul. Quidquid accidat, habebitur ibi aliqua mutatio status, vel in altero corpore, vel in utroque, in ordine ad motum, vel quietem, adeoque habebitur aliqua mutationis causa, quæcunque illa sit. Causa vero mutans statum corporis in ordine ad motum, vel quietem, dicitur vis: habebitur igitur vis aliqua, quæ effectum gignat, etiam ubi illa duo corpora nondum ad contactum devenerint.

Debere ante contactum haberi mutationem velocitatis, adeoque vim, quæ mutatur.

74. Ad impediendam violationem continuitatis satis esset, si ejusmodi vis ageret in alterum tantummodo e binis corporibus, reducendo præcedentis velocitatem ad gradum 12, vel sequentis ad 6. Videndum igitur aliunde, an agere debeat in alterum tantummodo, an in utrumque simul, & quomodo. Id determinabitur per aliam Naturæ legem, quam nobis inductio satis ampla ostendit, qua nimirum evincitur, omnes vires nobis cognitæ agere utrinque & æqualiter, & in partes oppositas, unde provenit principium, quod appellant actionis, & reactionis æqualium; est autem fortasse quædam actio duplex semper æqualiter agens in partes oppositas. Ferrum, & magnes æque se mutuo trahunt; elastrum binis globis æqualibus interjectum æque utrumque urget, & æqualibus velocitatibus propellit; gravitatem ipsam generalem mutuam esse ostendunt

E

dunt errores Jovis, ac Saturni potissimum, ubi ad se invicem accedunt, uti & curvatura orbitæ lunaris orta ex ejus gravitate in terram comparata cum æstu maris orto ex inæquali partium globi terraquei gravitate in Lunam. Ipsæ nostræ vires, quas nervorum ope exerimus, semper in partes oppositas agunt, nec satis valide aliquid propellimus, nisi pede humum, vel etiam, ut efficacius agamus, oppositum parietem simul repellamus. En igitur inductionem, quam utique ampliozem etiam habere possumus, ex qua illud pro eo quoque casu debemus inferre, eam ibi vim in utrumque corpus agere, quæ actio ad æqualitatem non reducet inæquales velocitates, nisi augeat præcedentis, minuat consequentis corporis velocitatem; nimirum nisi in iis producat velocitates quædam contrarias, quibus, si solæ essent, deberent a se invicem recedere: sed quia eæ componuntur cum præcedentibus; hæc utique non recedunt, sed tantummodo minus ad se invicem accedunt, quam accederent.

75. Invenimus igitur vim ibi debere esse mutuam, quæ ad partes oppositas agat, & quæ sua natura determinet per sese illa corpora ad recessum mutuam a se invicem. Hujusmodi igitur vis ex nominis definitione appellari potest vis repulsiva. Quærendum jam ulterius, qua lege progredi debeat, an imminutis in immensum distantis ad datam quandam mensuram deveniat, an in infinitum excreseat?

Nunc dicendam esse re ultimam: quæritur enim ejus legem.

76. Ut in illo casu evitetur saltus; satis est in allato exemplo; si vis repulsiva, ad quam delati sumus, extinguat velocitatum differentiam illam 6 graduum, antequam ad contactum immediatum corpora devenerint: quamobrem possent utique devenire ad eum contactum eodem illo momento, quo ad æqualitatem velocitatum deveniunt. At si in alio quopiam casu corpus sequens impellatur cum velocitatis gradibus 20, corpore præcedente cum suis 6; tum vero ad contactum deveniretur cum differentia velocitatum majore, quam graduum 8. Nam illud itidem amplissima inductione evincitur, vires omnes nobis cognitæ, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agere in ratione temporis, quo agunt, & sui ipsius. Rem in gravibus oblique descendentibus experimenta confirmant; eadem & in elastris institui facile possunt, ut rem comprobent; ac id ipsum est fundamentum totius Mechanicæ, quæ inde motuum leges eruit, quas experimenta in pendulis, in projectis gravibus, in aliis pluribus comprobant, & Astronomia confirmat in cælestibus motibus. Quamobrem illa vis repulsiva, quæ in priore casu extinxit 6 tantummodo gradus discriminis, si agat breviori tempore in secundo casu, non poterit extinguere nisi pauciores, minore nimirum velocitate producta utrinque ad partes contrarias. At breviori utique tempore agat: nam cum majore velocitatum discrimine velocitas respectiva est major, ac proinde accessus celerior.

Extin-

Extingueret igitur in secundo casu illa vis minus, quam 6 discriminis gradus, si in primo usque ad contactum extinxit tantummodo 6. Superessent igitur plures, quam 8; nam inter 20 & 6 erant 14, ubi ad ipsum deveniretur contactum, & ibi per saltum deberent velocitates mutari, ne compenetratio haberetur, ac proinde lex continuitatis violari. Cum igitur id accidere non possit; oportet, Natura incommode caverit per ejusmodi vim, quæ in priore casu aliquanto ante contactum extinxerit velocitatis discrimen, ut nimirum imminutis in secundo casu adhuc magis distantis, vis ulterior illud omne discrimen auferat, elisis omnibus illis 14 gradibus discriminis, qui habebantur.

77. Quando autem huc jam delati sumus, facile est ulterius progredi, & illud considerare, quod in secundo casu accidit respectu primi, idem accidere aucta semper velocitate consequentis corporis in tertio aliquo respectu secundi, & ita porro. Debet igitur ad omnem pro omni casu evitandum saltum Natura cavisse per ejusmodi vim, quæ imminutis distantis crescat in infinitum, atque ita crescat, ut par sit extinguendæ cuiusque velocitati, utcumque magnæ. Devenimus igitur ad vires repulsivas imminutis distantis crescentes in infinitum, nimirum ad arcum illum asymptoticum ED curvæ virium in fig. 1. propositum. Illud quidem ratiocinatione hætenus instituta immediate non deducitur, hujusmodi incrementa virium auctarum in infinitum respondere distantis in infinitum imminutis. Possent pro hisce corporibus, quæ habemus præ manibus, quædam data distantia quæcumque esse ultimus limes virium in infinitum excrecentium, quo casu asymptotus AB non transiret per initium distantie binorum corporum, sed tanto intervallo post ipsum, quantus esset ille omnium distantiarum, quas remotiores particule possint acquirere a se invicem, limes minimus; sed aliquem demum esse debere extremum etiam asymptoticum arcum curvæ habentem pro asymptoto rectam transeuntem per ipsum initium distantie, sic evincitur: si nullus ejusmodi haberetur arcus; particule materiæ minores, & primo collocatæ in distantia minore, quam esset ille ultimus limes, sive illa distantia asymptoti ab initio distantie binorum punctorum materiæ, in mutuis incursum velocitatem deberent posse mutare per saltum, quod cum fieri nequeat, debet utique aliquis esse ultimus asymptoticus arcus, qui asymptotum habeat transeuntem per distantiarum initium, & vires inducat imminutis in infinitum distantis crescentes in infinitum ita, ut sint pares velocitati extinguendæ cuiusvis, utcumque magnæ. Ad summum in curva virium haberi possent plures asymptotici arcus, alii post alios, habentes ad exigua intervalla asymptotos inter se parallelas, qui casus itidem uberrimum aperit contemplationibus fecundissimis campum, de quo aliquid inferius; sed aliquis arcus asymptoticus

Eam vim debere augeri in infinitum, imminutis, & quidem in infinitum, distantis habentem virium curva aliquam asymptotum in origine abscissarum.

Fig. 1.

ricus postremus, cujusmodi est is, quem in figura 1. proposui, haberi omnino debet. Verum ea perquisitione hic ommissa, perlegendum est in consideratione legis virium, & curvæ eam exprimentis, quæ habentur auctis distantis.

Vim in majoribus distantis esse attractivam, curva secante axem in aliquo limite.

78. In primis gravitas omnium corporum in Terram, quam quotidie experimur, satis evincit, repulsionem illam, quam proximis distantis invenimus, non extendi ad distantias quascunque, sed in magnis jam distantis haberi determinationem ad accessum, quam vim attractivam nominavimus. Quin immo Keplerianæ leges in Astronomia tam feliciter a Newtono adhibitæ ad legem gravitatis generalis deducendam, & ad cometas etiam tractatæ, satis ostendunt, gravitatem vel in infinitum, vel saltem per totum planetarium, & cometarium systema extendi in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quamobrem virium curva arcum habet aliquem jacentem ad partes axis oppositas, qui accedat, quantum sensu percipi possit, ad eam tertii gradus hyperbolam, cujus ordinatæ sunt in ratione reciproca duplicata distantiarum, qui nimirum est ille arcus STV figuræ 1. Ac illud etiam hinc patet, esse aliquem locum E, in quo curva ejusmodi axem secet, qui sit limes attractionum, & repulsionum, in quo ab una ad alteram ex iis viribus transitus fiat.

Plures esse debere, immo plurimos transitus, & limites.

79. Duos alios nobis indicat limites ejusmodi, sive alias duas intersectiones, ut G, & I, phænomenum vaporum, qui oriuntur ex aqua, & aeris, qui a fixis corporibus gignitur; cum in iis ante nulla particularum repulsio fuerit, quin immo fuerit attractio, ob coherentiam, qua, una parte retracta, altera ipsam consequeretur, & in illa tanta expansione, & elasticitatis vi satis se manifesto prodat repulsio, ut idcirco a repulsione in minimis distantis ad attractionem alieubi sit itum, tum inde iterum ad repulsionem, & iterum inde ad generalis gravitatis attractiones. Effervescentiæ, & fermentationes adeo diversæ, in quibus cum adeo diversis velocitatibus eunt, ac redeunt, & jam ad se invicem accedunt, jam recedunt a se invicem particule, indicant utique ejusmodi limites, atque transitus multo plures; sed illos prorsus evincunt substantiæ molles, ut cera, in quibus compressiones plurimæ acquiruntur cum distantis admodum diversis, in quibus tamen omnibus limites haberi debent; nam, anteriore parte ad se attracta, posteriores eam sequuntur, eadem propulsa, illæ recedunt, distantis ad sensum non mutatis, quod ob illas repulsionem in minimis distantis, quæ contiguitatem impediunt, fieri alio modo non potest, nisi si limites ibidem habeantur in iis omnibus distantis inter attractiones, & repulsionem, quæ nimirum requiruntur ad hoc, ut pars altera alteram consequatur retractam, vel præcedat propulsam.

Hinc tota curvæ forma cum vix hinc, & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior ED in infinitum protenditur, & asymptoticus est, alter STV,

80. Habentur igitur plurimi limites, & plurimi flexus curvæ hinc, & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior ED in infinitum protenditur, & asymptoticus est, alter STV,

si gravitas generalis in infinitum protenditur, est asymptoticus iridem, & ita accedit ad cras illud hyperbolæ gradus tertii, ut discrimen sensu percipi nequeat: nam cum ipso penitus congruere omnino non potest; non enim posset ab eodem deinde discedere, cum duarum curvarum, quarum diversa natura est, nulli arcus continui, utcumque exigui, possint penitus congruere, sed se tantummodo secare, contingere, osculari possint in punctis quotcumque, & ad se invicem accedere utcumque. Hinc habetur jam tota forma curvæ virium, qualem initio proposui, directâ ratiocinatione a Naturæ phænomenis, & genuinis principiis deducta. Remanet jam determinanda constitutio primorum elementorum materiæ ab iis viribus deducta, quo factò omnis illa Theoria, quam initio proposui, patebit, nec erit arbitraria quædam hypothesi, ac licebit progredi ad amovendas apparentes quasdam difficultates, & ad uberrimam applicationem ad omnem late Physicam qua exponendam, qua tantummodo, ne hoc opus plus æquo excreseat, indicandam.

81. Quoniam, imminutis in infinitum distantis, vis repulsiva augetur in infinitum; facile patet, nullam partem materiæ posse esse contiguam alteri parti: vis enim illa repulsiva protinus alteram ab altera removeret. Quamobrem necessario inde consequitur, prima materiæ elementa esse omnino simplicia, & a nullis contiguis partibus composita. Id quidem immediate, & necessario fuit ex illa constitutione virium, quæ in minimis distantis sunt repulsivæ, & in infinitum excrefcunt.

82. Objiciet hic fortasse quispiam illud, fieri posse, ut particula primigeniæ materiæ sint compositæ quidem, sed nulla Naturæ vi divisibiles a se invicem, quarum altera tota respectu alterius totius habeat vires illas in minimis distantis repulsivas, vel quarum pars quævis respectu reliquarum partium ejusdem particula non solum nullam habeat repulsivam vim, sed habeat maximam illam attractivam, quæ ad ejusmodi cohæsiorem requiritur: eo pacto evitari debere quemvis immediatum impulsum, adeoque omnem saltum, & continuitatis læsionem. At in primis id esset contra homogeneitatem materiæ, de qua agemus infra: nam eadem materiæ pars in iisdem distantis respectu quarundam paucissimarum partium, cum quibus particulam suam componit, haberet vim repulsivam, respectu autem aliarum omnium attractivam in iisdem distantis, quod analogiæ adversatur. Deinde si a Deo agente supra vires Naturæ sejungerentur illæ partes a se invicem, tum ipsius Naturæ vi in se invicem incurrerent; haberetur in earum collisione saltus naturalis, ut præsupponens aliquid factum vi agente supra Naturam. Demum duo tum cohæsiorem genera deberent haberi in Natura admodum diversa, alterum per attractionem in minimis distantis, alterum vero longe alio pacto in elementarium particularum massis, nimirum per limites cohæsiorem; adeoque multo minus simplex, & minus uniformis evaderet Theoria.

83. Sim-

is, & pluribus flexibus, ac sectionibus.

Hinc elementorum primorum materiæ simplicitas carens partibus.

Solutio objectionis petiæ ex eo, quod vires repulsivas habere possent non puncta singula, sed particula primigeniæ.

83. Simplicitate, & incompositione elementorum definita, dubitari potest, an ea sint etiam inextensa, an aliquam, utut simplicia, extensionem habeant ejus generis, quam virtuales extensionem appellant Scholastici. Fuerunt enim potissimum inter Peripateticos, qui admiserint elementa simplicia, & carentia partibus, atque ex ipsa natura sua prorsus indivisibilia, sed tamen extensa per spatium divisibile ita, ut alia aliis majus etiam occupent spatium, ac eo loco, quo unum stet, possint, eo remoto, stare simul duo, vel etiam plura; ac sunt etiamnum, qui ita sentiant. Sic etiam animam rationalem hominis utique prorsus indivisibilem censuerunt alii per totum corpus diffusam; alii minori quidem corporis parti, sed utique parti divisibili cuiuspiam, & extensæ, præsentem toti etiamnum arbitrantur. Deum autem ipsum præsentem ubique credimus per totum utique divisibile spatium, quod omnia corpora occupant, licet ipse simplicissimus sit, nec ullam prorsus compositionem admittat. Videtur autem sententia eadem ianiti cuidam etiam analogiæ loci, ac temporis. Ut enim quies est conjunctio ejusdem puncti loci cum serie continua omnium momentorum ejus temporis, quo quies durat; sic etiam illa virtualis extensio est conjunctio unius momenti temporis cum serie continua omnium punctorum spatii, per quod simplex illud ens virtualiter extenditur; ut idcirco sicut illa quies haberi creditur in Natura, ita & hæc virtualis extensio debeat admitti, qua admissa poterunt utique illa primæ materiæ elementa esse simplicia, & tamen non penitus inextensa.

84. At ego quidem arbitror, hanc itidem sententiam everti penitus eodem inductionis principio, ex quo alia tam multa hucusque, quibus usi sumus, deduximus. Videmus enim in his corporibus omnibus, quæ observare possumus, ut quiddam distinctum occupat locum, distinctum esse itidem ita, ut etiam satis magnis viribus adhibitis separari possint, quæ diversas occupant spatii partes, nec ullam casum deprehendimus, in quo magna hæc corpora partem aliquam habeant, quæ eodem tempore diversas spatii partes occupet, & eadem sit. Porro hæc proprietas ex natura sua ejus generis est, ut æque cadere possit in magnitudines, quas per sensum nostrorum limites sunt; res nimirum pendet tantummodo a magnitudine spatii, per quod haberetur virtualis extensio, quæ magnitudo si esset satis ampla, sub sensu caderet. Cum igitur nunquam id comperiamus in magnitudinibus sub sensum cadentibus, immo in casibus innumeris deprehendamus oppositum; debet utique res transferri ex inductionis principio supra exposito ad minimas etiam quasque materiæ particulas, ut ne illæ quidem ejusmodi habeant virtuales extensionem.

An elementa sint extensa: argumenta pro virtuali eorum extensione.

Excluditur virtualis extensio principio inductionis rite applicato.

85. Exem-

85. Exempla, quæ addantur, petita ab anima rationali, & ab omnipræsentia Dei, nihil positive evincunt, cum ex alio entium genere petita sint; præterquam quod nec illud demonstrari posse censeo, animam rationalem non esse unico tantummodo, simplici, & inextenso corporis puncto ita præsentem, ut eundem locum obtineat, exerendo inde vires quasdam in reliqua corporis puncta rite disposita, in quibus viribus partim necessariis, & partim liberis, stet ipsam animæ commercium cum corpore. Dei autem præsentia cujusmodi sit, ignoramus omnino; quem sane extensum per spatium divisibile nequaquam dicimus, nec ab iis modis omnem excedentibus humanum captum, quibus ille existit, cogitat, vult, agit, ad humanos, ad materiales existendi, agendique modos, ulla esse potest analogia, & deductio.

Responso ad exemplum animæ & Dei.

86. Quod autem pertinet ad analogiam cum quiete, sunt sane satis valida argumenta, quibus, ut supra innui, ego censeam, in Natura quietem nullam existere. Ipsam nec posse existere, argumento quodam positivo ex numero combinationum possibilium infinito contra alium finitum, demonstravi in Stayanis Supplementis, ubi de spatio, & tempore quæ juxta num. 66 occurrunt infra Supplementorum §. 1, & 2; nunquam vero eam existere in Natura, patet sane in ipsa Newtoniana sententia de gravitate generali, in qua in planetario systemate ex mutuis actionibus quiescit tantummodo centrum commune gravitatis, punctum utique imaginarium, circa quod omnia planetarum, cometarumque corpora moventur, ut & ipse Sol; ac idem accidit fixis omnibus circa suorum systematum gravitatis centra; quin immo ex actione unius systematis in aliud utcumque distans, in ipsa gravitatis centra motus aliquis inducetur; & generalius, dum movetur quæcumque materiæ particula, uti luminis particula quæcumque; reliquæ omnes utcumque remotæ, quæ inde positionem ab illa mutant, mutant & gravitatem, ac proinde moventur motu aliquo exiguo, sed sane motu. In ipsa Telluris quiescentis sententia, quiescit quidem Tellus ad sensum, nec tota ab uno in alium transfertur locum; ac ad quamcunque crispationem maris, rivuli decursum, muscæ volarum, æquilibrio dempto, trepidatio oritur, perquam exigua illa quidem, sed ejusmodi, ut veram quietem omnino impediatur. Quamobrem analogia inde petita evertit potius virtuales ejusmodi simplicium elementorum extensionem positam in conjunctione ejusdem momenti temporis cum serie continua punctorum loci, quam comprobet.

Idem ad analogiam cum quiete.

87. Sed nec ea ipsa analogia, si adesset, rem satis evinceret; cum analogiam inter tempus, & locum videamus in aliis etiam violari: nam in iis itidem paragraphis Supplementorum demonstravi, nullum materiæ punctum unquam redire ad punctum spatii quodcumque, in quo semel fuerit aliud materiæ punctum, ut idcirco duo puncta materiæ nunquam conjungant idem pun-

In quo desiciat analogia loci, & temporis.

punctum spatii ne cum binis quidem punctis temporis, dum quamplurima binaria punctorum materiæ conjungunt idem punctum temporis cum duobus punctis loci; nam utique coexistunt: ac præterea tempus quidem unicam dimensionem habet diurnitatis, spatium vero habet triplicem, in longum, larum, atque profundum.

Inextensio utilitas ad excludendum transitum momentaneum a densitate nulla ad firmam.

88. Quamobrem illud jam tuto inferri potest, hæc primigenia materiæ elementa, non solum esse simplicia, ac indivisibilia, sed etiam inextensa. Et quidem hæc ipsa simplicitas, & inextensio elementorum præstabit commoda sane plurima, quibus eadem adhuc magis fulcitur, ac comprobatur. Si enim prima elementa materiæ sint quædam partes solidæ, ex partibus compositæ, vel etiam tantummodo extensæ virtualiter, dum a vacuo spatio motu continuo pergitur per unam ejusmodi particulam, fit saltus quidam momentaneus a densitate nulla, quæ habetur in vacuo, ad densitatem summam, quæ habetur, ubi ea particula spatium occupat totum. Is vero saltus non habetur, si elementa simplicia sint, & inextensa, ac a se invicem distantia. Tum enim omne continuum est vacuum tantummodo, & in motu continuo per punctum simplex fit transitus a vacuo continuo ad vacuum continuum. Punctum illud materiæ occupat unicum spatii punctum, quod punctum spatii est indivisibilis limes inter spatium præcedens, & consequens. Per ipsum non immoratur mobile continuo motu delatum, nec ad ipsum transit ab ullo ipsi immediate proximo spatii puncto, cum punctum puncto proximum, uti supra diximus, nullum sit; sed a vacuo continuo ad vacuum continuum transitur per ipsum spatii punctum a materiæ puncto occupatum.

Idem ad hoc, ut densitas augeri possit, ut potest minui in infinitum.

89. Accedit, quod in sententia solidorum, extensorumque elementorum habetur illud, densitatem corporis minui posse in infinitum, augeri autem non posse, nisi ad certum litem, in quo incrementi lex necessario abrumpi debeat. Primum constat ex eo, quod eadem particula continua dividi possit in particulas minores quotcumque, quæ idcirco per spatium utcumque magnum diffundi potest ita, ut nulla earum sit, quæ aliquam aliam non habeat utcumque liberit parum a se distantem. Atque eo pacto aucta mole, per quam eadem illa massa diffusa sit, eaque aucta in ratione quacunque, minuetur utique densitas in ratione itidem utcumque magna. Patet & alterum: ubi enim omnes particule ad contactum devenerint; densitas ultra augeri non poterit. Quoniam autem determinata quædam erit utique ratio spatii vacui ad plenum, non nisi in ea ratione augeri poterit densitas, cujus augmentum, ubi ad contactum devenit fuerit, abrumperetur. At si elementa sint puncta penitus indivisibilia, & inextensa; uti augeri eorum distantia poterit in infinitum, ita utique poterit etiam minui pariter in ratione quacunque; cum in ratione

ratione quacunque lineola quæcunque secari sane possit ; adeoque uti nullus est limes raritatis auctæ, ita etiam nullus erit auctæ densitatis.

90. Sed & illud commodum accidit, quod ita omne continuum coexistens eliminabitur e Natura, in quo explicando usque adeo defudarunt, & fere incassum, Philosophi, nec idcirco divisio ulla realis entis in infinitum produci poterit, nec hærebitur, ubi quæzatur, an numerus partium actu distinctarum, & separabilium, sit finitus, an infinitus ; nec alia ejusmodi sane innumera, quæ in continui compositione usque adeo negotium facessunt Philosophis, jam habebuntur. Si enim prima materiæ elementa sint puncta penitus inextensa, & indivisibilia, a se invicem aliquo intervallo disjuncta ; jam erit finitus punctorum numerus in quavis massa : nam distantia omnes finitæ erunt ; infinitesimas enim quantitates in se determinatas nullas esse, satis ego quidem, ut arbitror, luculenter demonstravi & in dissertatione *De Natura, & Usu infinitorum, ac infinite partorum*, & in dissertatione *De Lege Continuitatis*, & alibi. Intervallum quodcunque finitum erit, & divisibile utique in infinitum per interpolationem aliorum, atque aliorum punctorum, quæ tamen singula, ubi fuerint posita, finita itidem eruat, & aliis pluribus, finitis tamen itidem, ubi extiterint, locum relinquent, ut infinitum sit tantummodo in possibilibus, non autem in existentibus, in quibus possibilibus ipsis omnem possibilium seriem idcirco ego appellare soleo constantem terminis finitis in infinitum, quod quæcunque, quæ existant, finita esse debeant, sed nullus sit existentium finitus numerus ita ingens, ut alii, & alii majores, sed itidem finiti, haberi non possint, atque id sine ullo limite, qui nequeat præteriri. Hoc autem pacto, sublato ex existentibus omni actuali infinito, innumera sane difficultates auferentur.

Et ad excludendum continuum extensum, & infinitum in existentibus.

91. Cum igitur & positivo argumento, a lege virium positive demonstrata desumpto, simplicitas, & inextensio primorum materiæ elementorum deducatur, & tam multis aliis vel indicibus fulciatur, vel emolumentis inde derivatis confirmetur ; ipsa itidem admitti jam debet, ac supererit quærendum illud tantummodo, utrum hæc elementa homogenea censei debeant, & inter se profusus similia, ut ea initio assumpsimus, an vero heterogenea, ac dissimilia.

Inextensionem admitti oportet : quærendum de homogeneitate.

92. Pro homogeneitate primorum materiæ elementorum illud est quoddam veluti principium, quod in simplicitate, & inextensione conveniant, ac etiam vires quasdam habeant utique omnia. Deinde curvam ipsam virium eandem esse omnino in omnibus illud indicat, vel etiam evincit, quod primum crus repulsivum impenetrabilitatem secum trahens, & postremum attractivum gravitatem definiens, omnino communia in omnibus sint : nam corpora omnia æque impenetrabilia sunt, & vero etiam æque gravia pro quantitate materiæ suæ, uti satis

Homogeneitatem suaderi ab homogeneitate primi, & ultimi asymptotici cruris pro punctis omnibus.

F

evin-

evincit æqualis velocitas auri, & plumæ cadentis in Boyliano recipiente. Si reliquus curvæ arcus intermedius esset difformis in diversis materiæ punctis ; infinities probabilius esset, difformitatem extendi etiam ad crus primum, & ultimum, cum infinities plures sint curvæ, quæ, cum in reliquis differant partibus, differant plurimum etiam in hisce extremis, quam quæ in hisce extremis tantum modo tam arcte consentiant. Et hoc quidem argumento illud etiam colligitur, curvam virium in quavis directione ab eodem primo materiæ elemento, nimirum ab eodem materiæ puncto eandem esse, cum & primum impenetrabilitatis, & postremum gravitatis crus pro omnibus directionibus sit ad sensum idem. Cum primum in dissertatione *De Viribus Viris* hanc Theoriam protuli, suspicabar diversitatem legis virium respondentis diversis directionibus ; sed hoc argumento ad majorem simplicitatem, & uniformitatem deinde adductus sum. Diversitas autem legum virium pro diversis particulis, & pro diversis respectu ejusdem particulæ directionibus, habetur utique ex diverso numero, & positione punctorum eam componentium, qua de re inferius aliquid.

Nihil contra deduci ex principio indifferentiæ, & rationis sufficientis.

93. Nec vero huic homogeneitati opponitur inductionis principium, quo ipsam Leibnitiani oppugnare solent, nec principium rationis sufficientis, atque indiscernibilem, quod superius innui numero 3. Infinitam Divini Conditoris mentem, ego quidem omnino arbitror, quod & tam multi Philosophi censuerunt, ejusmodi perspicacitatem habere, atque intuitionem quandam, ut ipsam etiam, quam individuationem appellant, omnino similibus individuorum cognoscat, atque illa inter se omnino discernat. Rationis autem sufficientis principium falsum omnino esse censeo, ac ejusmodi, ut omnem veræ libertatis ideam omnino tollat ; nisi pro ratione, ubi agitur de voluntatis determinatione, ipsum liberum arbitrium, ipsa libera determinatio assumatur, quod nisi fiat in voluntate divina, quæcunque existunt, necessario existunt, & quæcunque non existunt, ne possibilia quidem erunt, vera aliqua possibilitate, uti facile admodum demonstratur ; quod tamen si semel admittatur, mirum sane, quam prona demum ad fatalem necessitatem patebit via. Quamobrem potest divina voluntas determinari ex solo arbitrio suo ad creandum hoc individuum potius, quam illud ex omnibus omnino similibus, & ad ponendum quodlibet ex iis potius eo loco, quo ponit, quam loco alterius. Sed de rationis sufficientis principio hæc ipsa fusius pertractavi tum in aliis locis pluribus, tum in *Styanis Supplementis*, ubi etiam illud ostendi, id principium nullum habere usum posse in iis ipsis casibus, in quibus adhibetur, & prædicari solet tantopere, atque id idcirco, quod nobis non innotescant rationes omnes, quas tamen oportere utique omnes nosse ad hoc, ut eo principio uti possimus, affirmando, nullam esse rationem sufficientem pro hoc potius, quam pro illo alio :

alio: sane in exemplo illo ipso, quod adhiberi solet, Archimedis hoc principio æquilibrium determinantis, ibidem ostendi, ex ignoratione causarum, sive rationum, quæ postea detectæ sunt, ipsum in suæ investigationis progressu errasse plurimum, deducendo per abusum ejus principii sphericam figuram marium, ac Telluris.

94. Accedit & illud, quod illa puncta materiæ, licet essent prorsus similia in simplicitate, & extensione, ac mensura virium pendentium a distantia, possent alias habere proprietates metaphysicas diversas inter se, nobis ignotas, quæ ipsa etiam apud ipsos Leibnitianos discriminaarent.

Posse etiam puncta convinire in iis, differre in aliis.

95. Quod autem attinet ad inductionem, quam Leibnitiani desumunt a dissimilitudine, quam observamus in rebus omnibus, cum nimirum nusquam ex. gr. in amplissima silva reperire sit duo folia prorsus similia; ea sane me nihil movet; cum nimirum illud discrimen sit proprietas relativa ad rationem aggregati, & nostros sensus, quos singula materiæ elementa non afficiunt vi sufficiente ad excitandam in animo ideam, nisi multa sint simul, & in molem majorem excrescant. Porro scimus utique combinationes ejusdem numeri terminorum in immensum excrescere, si ille ipse numerus sit aliquanto major. Solis 24 litterulis Alphabeti diversimode combinationis formantur voces omnes, quibus huc usque usa sunt omnia idiomata, quæ extiterunt, & quibus omnia illa, quæ possunt existere, uti possunt. Quid si numerus earum existeret tanto major, quanto major est numerus punctorum materiæ in quavis massa sensibilis? Quod ibi diversus est litterarum diversarum ordo, id in punctis etiam prorsus homogeneis sunt positiones, & distantia, quibus variatis, variatur utique forma, & vis, qua sensus afficitur in aggregatis. Quanto major est numerus combinationum diversarum possibilem in massis sensibilibus, quam earum massarum, quas possumus observare, & inter se conferre (qui quidem ob distantias, & directiones in infinitum variables præscindendo ab æquilibrio virium, est infinitus, cum ipso æquilibrio est immensus); tanto major est improbabilitas duarum massarum omnino similitudinem, quam omnium aliquantisper saltem inter se dissimilitudinem.

Non valere hic principium inductionis a massis: eas differre ex diversis combinationibus.

96. Et quidem accedit illud etiam, quod alicujus dissimilitudinis in aggregatis physicam quoque rationem cernimus in iis etiam casibus, in quibus maxime inter se similia esse deberent. Cum enim mutæ vires ad distantias quascunque pertineant; status uniuscujusque puncti pendeat saltem aliquantisper a statu omnium aliorum punctorum, quæ sunt in Mundo. Porro utcunque puncta quædam sint parum a se invicem remota, uti sunt duo folia in eadem silva, & multo magis in eodem ramo; adhuc tamen non eandem prorsus relationem distantia, & virium habent ad reliqua omnia materiæ puncta, quæ sunt

Physica ratio discriminis in pluribus massis ut in tollis.

sunt in Mundo, cum non eundem prorsus locum obtineant; & inde jam in aggregato discrimen aliquod oriri debet, quod perfectam similitudinem omnino impediatur. Sed illud eam inducit magis, quod quæ maxime conferunt ad ejusmodi dispositionem, necessario respectu diversarum frondium diversa non nihil esse debeant. Omissa ipsa earum forma in semine, solares radii, humoris ad nutritionem necessarii quantitas, distantia, a qua debet is progredi, ut ad locum suum deveniat, aura ipsa, & agitatio inde orta, non sunt omnino similia, sed diversitatem aliquam habent, ex qua diversitas in massas inde efformatas redundat.

Similitudine Qualicumque in aliquibus magis probari homogeneitatem, quam dissimilitudine heterogeneitatem.

97. Patet igitur, varietatem illam a numero pendere combinationum possibilem in numero punctorum necessario ad sensationem, & circumstantiarum, quæ ad formationem massæ sunt necessaria, adeoque ejusmodi inductionem extendi ad elementa non posse. Quin immo illa tanta similitudo, quæ cum exigua dissimilitudine commixta invenitur in tam multis corporibus, indicat potius similitudinem ingentem in elementis. Nam ob tantum possibilem combinationum numerum, massæ elementorum etiam penitus homogeneorum debent a se invicem differre plurimum, adeoque si elementa heterogenea sint, in immensum majorem debent habere dissimilitudinem, quam ipsa prima elementa, ex quibus idcirco nullæ massæ, ne tantillum quidem, similes provenire deberent. Cum elementa multo minus dissimilia esse debeant, quam aggregata elementorum, multo magis ad elementorum homogeneitatem valere debet illa quæcumque similitudo, quam in corporibus observamus, potissimum in tam multis, quæ ad eandem pertinent speciem, quam ad heterogeneitatem eorundem tam exiguum illud discrimen, quod in aliis tam multis observatur. Rem autem penitus conficit illa tanta similitudo, qua superius usi sumus, in primo crure exhibente impenetrabilitatem, & in postremo exhibente gravitatem generalem, quæ crura cum ob hæc proprietates corporibus omnibus adeo generales, adeo inter se in omnibus similia sint, etiam reliqui arcus curvæ experientis vires omnimodam similitudinem indicant pro corporibus itidem omnibus.

Homogeneitatem ab analysi Naturæ insinuari: exemplum a libris, litteris, punctulis.

98. Superest, quod ad hanc rem pertinet, illud unum iterum hic monendum, quod ipsum etiam initio hujus Operis innui, ipsam Naturam, & ipsum analyseos ordinem nos ducere ad simplicitatem & homogeneitatem elementorum, cum nimirum, quo analysi promovetur magis, eo ad pauciora, & inter se minus discrepantia principia deveniatur, uti patet in resolutionibus Chemicis. Quam quidem rem ipsum litterarum, & vocum exemplum multo melius animo sistet. Fieri utique possent nigricantes litteræ, non ductu atramenti continuo, sed punctulis rotundis nigricantibus, & ita parum a se invicem remotis, ut intervalla non nisi ope microscopii discerni possent, & quidem ipsæ litterarum formæ pro typis fieri possent

fent ex ejusmodi rotundis sibi proximis cuspidibus constantes . Concipiatur ingens quaedam bibliotheca, cujus omnes libri consentent litteris impressis, ac sit incredibilis in ea multitudo librorum conscriptorum linguis variis, in quibus omnibus forma characterum sit eadem. Si quis scripturæ hujusmodi, & linguarum ignarus circa ejusmodi libros, quos omnes a se invicem discrepantes intueretur, observationem institueret cum diligenti contemplatione; primo quidem inveniret vocum faraginem quandam, quæ voces in quibusdam libris occurrerent sæpe, cum eadem in aliis nusquam apparerent, & inde lexica posset quaedam componere totidem numero, quot idiomata sunt, in quibus singulis omnes ejusdem idiomatis voces reperirentur, quæ quidem numero admodum pauca essent, discrimine illo ingenti tot, tam variorum librorum redacto ad illud usque adeo minus discrimen, quod contineretur lexicis illis, & haberetur in vocibus ipsa lexica constituentibus. At inquisitione promota, facile adverteret, omnes illas tam varias voces consistere ex 24 tantummodo diversis litteris, discrimen aliquod inter se habentibus in ductu linearum, quibus formantur, quarum combinatio diversa pareret omnes illas voces tam varias, ut earum combinatio libros efformaret usque adeo magis a se invicem discrepantes. Et ille quidem si aliud quodcunque sine microscopio examen institueret, nullum aliud inveniret magis adhuc simile elementorum genus, ex quibus diversa ratione combinatis orirentur ipsæ litteræ; at microscopio arrepto, intueretur utique illam ipsam litterarum compositionem e punctis illis rotundis prorsus homogeneis, quorum sola diversa positio, ac distributio litteras exhiberet.

99. Hæc mihi quaedam imago videtur esse eorum, quæ cernimus in Natura. Tam multi, tam varii illi libri corpora sunt, & quæ ad diversa pertinent regna, sunt tanquam diversis conscripta linguis. Horum omnium Chemica analysis principia quædam invenit minus inter se difformia, quam sint libri, nimirum voces. Hæc tamen ipsæ inter se habent discrimen aliquod, ut tam multas oleorum, terrarum, salium species eruit Chemica analysis e diversis corporibus. Ulterior analysis harum, veluti vocum, litteras minus adhuc inter se difformes inveniret, & ultima juxta Theoriam meam deveniret ad homogenea punctula, quæ ut illi circuli nigri litteras, ita ipsa diversas diversorum corporum particulas per solam dispositionem diversam efformarent: usque adeo analogia ex ipsa Naturæ consideratione derivata non ad difformitatem, sed ad conformitatem elementorum nos ducit.

100. Atque hoc demum pacto ex principiis certis, & vulgo receptis, per legitimam consecratorum seriem devenimus ad omnem illam, quam initio proposui, Theoriam, nimirum ad legem virium mutuarum, & ad constitutionem primorum materię elementorum ex illa ipsa virium lege derivatorum.

Viden-

Applicatio exempli ad Naturę analysis.

Transitus a Probatione Theorię, ad objectiones.

Videndum jam superest, quam uberes inde fructus per universam late Physicam colligantur, explicatis per eam unam præcipuis corporum proprietatibus, & Naturæ phænomenis. Sed antequam id aggredior, præcipuas quasdam & difficultatibus, quæ contra Theoriam ipsam vel objectæ jam sunt, vel in oculis etiam sponte incurrunt, dissolvam, uti promisi.

Legem virium non inducere actionem in distans, nec esse occultam qualitatem.

101. Contra vires mutuas illud solent objicere, illas esse occultas quasdam qualitates, vel etiam actionem in distans inducere. His satisfit notione virium exhibitæ numero 8, & 9. Illud unum præterea hic addo, admodum manifestas eas esse, quarum idea admodum facile efformatur, quarum existentia positivo argumento evincitur, quarum effectus multiplices continuo oculis obverfantur. Sunt autem ejusmodi hæ vires. Determinationis ad accessum, vel recessum idea efformatur admodum facile. Constat omnibus, quid sit accedere, quid recedere; constat, quid sit esse indifferens, quid determinatum; adeoque & determinationis ad accessum, vel recessum habetur idea admodum sane distincta. Argumenta itidem positiva, quæ ipsius ejusmodi determinationis existentiam probant, superius prolata sunt. Demum etiam motus varii, qui ab ejusmodi viribus oriuntur, ut ubi corpus quoddam incurrit in aliud corpus, ubi partem solidi arreptam pars alia sequitur, ubi vaporum, vel elastrorum particulæ se invicem repellunt, ubi gravia descendunt, hi motus, inquam, quotidie incurrunt in oculos. Patet itidem saltem in genere forma curvæ ejusmodi vires exprimentis. Hæc omnia non occultam, sed patentem reddunt ejusmodi virium legem.

Quid adhuc lateat: admittendam omnino: quo pacto evitetur hic actio in distans.

102. Sunt quidem adhuc quædam, quæ ad eam pertinent, prorsus incognita, uti est numerus, & distantia intersectionum curvæ cum axe, forma arcuum intermediorum, atque alia ejusmodi, quæ quidem longe superant humanum captum, & quæ ille solus habuit omnia simul præ oculis, qui Mundum condidit; sed id omnino nil officit. Nec sane id ipsum in causa esse debet, ut non admittatur illud, cujus existentiam novimus, & cujus proprietates plures, & effectus deprehendimus; licet alia multa nobis incognita eodem pertinentia supersint. Sic aurum incognitam, occultamque substantiam nemo appellavit, & multo minus ejusdem existentiam negabit idcirco, quod admodum probabile sit, plures alias latere ipsius proprietates, olim forte detegendas, uti alia tam multæ subinde detectæ sunt, & quia non patet oculis, qui sit particulæ ipsum componentium textus, quid, & qua ratione Natura ad ejus compositionem adhibeat. Quod autem pertinet ad actionem in distans, id abunde ibidem prævenimus, cum inde pateat fieri posse, ut punctum quodvis in se ipsum agat, & ad actionis directionem, ac energiam determinetur ab altero puncto, vel ut Deus juxta liberam sibi legem a se in Natura condenda stabilitam motum progignat in utroque puncto.

sto. Illud sane mihi est evidens, nihilo magis occultam esse, vel explicatu, & captu difficilem productionem motus per hasce vires pendentes a certis distantis, quam sit productio motus vulgo concepta per immediatum impulsu, ubi ad motum determinat impenetrabilitas, quæ itidem vel a corporum natura, vel a libera conditoris lege repeti debet.

103. Et quidem hoc potius pacto, quam per impulsim, in motuum causas, & leges inquirendum esse, illud etiam satis indicat, quod ubi huc usque, impulsione omissa, vires adhibitæ sunt a distantis pendentes, ibi sane tantummodo accurate definita sunt omnia, atque determinata, & ad calculum redacta cum phænomenis congruunt ultra, quam sperare liceret, accuratissime. Ego quidem ejusmodi in explicando, ac determinando felicitatem nusquam alibi video in universa Physica, nisi tantummodo in Astronomia mechanica, quæ abjectis vorticibus, atque omni impulsione submotâ, per gravitatem generalem absolvit omnia, ac in Theoria luminis, & colorum, in quibus per vires in aliqua distantia agentes, & reflexionem, & refractionem, & diffractionem Newtonus exposuit, ac priorum duarum potissimum leges omnes per calculum, & Geometriam determinavit, & ubi illa etiam, quæ ad diversas vices facilius transmissus, & facilius reflexionis, quas Physici passim relinquunt fere intactas, ac alia multa admodum feliciter determinantur, explicanturque, quod & ego præstiti in dissertatione de Lumine, & præstabo hic in tertia parte; cum in ceteris Physicæ partibus plerumque explanationes habeantur subsidiariis quibusdam principiis innixæ, & vagæ admodum. Unde jam illud conjectare licet, si ab impulsione immediata penitus recedatur, & sibi constans ubique adhibeatur in Natura agendi ratio a distantis pendens, multo sane facilius, & certius explicatum iri cetera; quod quidem mihi omnino successit, ut patebit inferius, ubi Theoriam ipsam applicavero ad Naturam.

104. Solent & illud objicere, in hac potissimum Theoria virium committi saltum illum, ad quem evitandum ea inprimis admittitur: fieri enim transitum ab attractionibus ad repulsionem per saltum, ubi nimirum a minima ultima repulsione ad minimam primam attractionem transitur. At isti continuitatis naturam, quam supra exposuimus, nequaquam intelligunt. Saltus, cui evitando Theoria inducitur, in eo consistit, quod ab una magnitudine ad aliam eatur sine transitu per intermedias. Id quidem non accidit in casu exposito. Assumatur quæcumque vis repulsiva utcumque parva; tum quæcumque vis attractiva. Inter eas intercedunt omnes vires repulsivæ minores usque ad zero, in quo habetur determinatio ad conservandum præcedentem statum quietis, vel motus uniformis in directum; tum omnes vires attractivæ a zero

Sine impulsione melius explicatam esse hucusque Naturam, & melius explicandam impossibilem.

Non fieri saltum in transitu a vi attractiva ad repulsivam.

usque ad eam determinatam vim, & omnino nullus erit ex hisce omnibus intermediis statibus, quem aliquando non sint habitura puncta, quæ a repulsione abeunt ad attractionem. Id ipsum facile erit contemplari in fig. 1, in qua a vi repulsiva *br* ad attractionem *db* itur utique continuo motu puncti *b* ad *d* transeundo per omnes intermedias, & per ipsum zero in *E*, sine ullo saltu; cum ordinata in eo motu habitura sit omnes magnitudines minores priore *br* usque ad zero in *E*; tum omnes oppositas majores usque ad posteriorem *db*. Qui in ea veluti imagine mentis oculos defigat, is omnem apparentem difficultatem videbit plane sibi penitus evanescere.

Fig. 1.

105. Quod autem additur de postremo repulsionis gradu, & primo attractionis, nihil sane probaret, quando etiam essent aliqui ii gradus postremi, & primi; nam ab altero eorum transiretur ad alterum per intermedium illud zero, & ex eo ipso, quod illi essent postremus, ac primus, nihil omitteretur intermedium, quæ tamen sola intermedii omisso continuitatis legem evertit, & saltum inducit. Sed nec habetur ullus gradus postremus, aut primus, sicut nulla ibi est ordinata postrema, aut prima, nulla lineola omnium minima. Data quacunque lineola utcumque exigua, aliæ illa breviores habentur minores, ac minores in infinitum sine ulla ultima, in quo ipso stat, uti supra etiam monuimus, continuitatis natura. Quamobrem qui primum, aut ultimum sibi confingit in lineola, in vi, in celeritatis gradu, in tempusculo, is naturam continuitatis ignorat, quam supra hic innui, & quam ego idcirco initio meæ dissertationis *De Lege continuitatis* abunde exposui.

Nullum esse postremum attractionis, & primum repulsionis gradum, qui si essent, adhuc transiri per omnes intermedios.

Objeccio ab apparenti compositione curvæ, & duobus virium generibus.

106. Videri potest cuipiam saltem illud, ejusmodi legem virium, & curvam, quam in fig. 1 protuli, esse nimirum compositam, compositam, & irregularem, quæ nimirum coalescat ex ingenti numero arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum, qui inter se nullo pacto cohæreant; rem eo redire, ubi erat olim, cum apud Peripateticos pro singulis proprietatibus corporum singulæ qualitates distinctæ, & pro diversis speciebus diversæ formæ substantiales confingebantur ad arbitrium. Sunt autem, qui & illud addant, repulsionem, & attractionem esse virium genera inter se diversa; fatius esse, alteram tantummodo adhibere, & repulsionem explicare tantummodo per attractionem minorem.

Responsio: vim repulsivam positive demonstrari præter attractionem.

107. Inprimis quod ad hoc postremum pertinet, satis patet, per positivam meæ Theoriæ probationem immediate evinci repulsionem ita, ut a minore attractione repeti omnino non possit; nam duæ materiæ particulæ si etiam solæ in Mundo essent, & ad se invicem cum aliqua velocitatum inæqualitate accederent, deberent utique ante contactum ad æqualitatem devenire vi, quæ a nulla attractione pendere posset.

Hinc nihil obfatare, si di-

108. Deinde vero quod pertinet ad duas diversas species attractionis, & repulsionis; id quidem licet ita se haberet, nihil

hil sane obesset, cum positivo argumento evincatur & repul-
sio, & attractio, uti vidimus; at id ipsum est omnino falsum.
Utraque vis ad eandem pertinet speciem, cum altera respectu
alterius negativa sit, & negativa a positivis specie non diffe-
rant. Alteram negativam esse respectu alterius, patet inde,
quod tantummodo differant in directione, quæ in altera est
prorsus opposita directioni alterius; in altera enim habetur de-
terminatio ad accessum, in altera ad recessum, & uti recessus,
& accessus sunt positivum, ac negativum; ita sunt pariter &
determinationes ad ipsos. Quod autem negativum, & positu-
m ad eandem pertineant speciem, id sane patet vel ex eo
principio: *magis, & minus non differunt specie*. Nam a po-
sitivo per continuam subtractionem, nimirum diminutionem,
habentur prius minora positiva, tum zero, ac demum negati-
va, continuando subtractionem eandem.

versu sint ge-
neris: sed esse
ejusdem, uti
sunt positiva
& negativa.

109. Id facile patet exemplis solitis. Eat aliquis contra flu-
vii directionem: versus locum aliquem superiori alveo proxi-
mum, & singulis minutis perficiat remis, vel vento 100 hexa-
pedas, dum a cursu fluvii retroagitur per hexapedas 40; is
habet progressum hexapedarum 60 singulis minutis. Crescat au-
tem continuo impetus fluvii ita, ut retroagatur per 50, tum
per 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 &c. Is progredietur per 50,
40, 30, 20, 10, nihil; tum regredietur per 10, 20, quæ erunt
negativa priorum; nam erat prius 100 - 50, 100 - 60, 100
- 70, 100 - 80, 100 - 90, tum 100 - 100 = 0, 100 -
110 = - 10, 100 - 120 = - 20, & ita porro. Continua
imminutione, sive subtractione itum est a positivis in negati-
va, a progressu ad regressum, in quibus idcirco eadem spe-
cies manet, non duæ diversæ.

Probatio hu-
jus a progres-
su, & regressu
in fluvio.

110. Idem autem & algebraicis formulis, & geometricis li-
neis satis manifeste ostenditur. Sit formula $10 - x$, & pro
 x ponantur valores 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 &c.; valor for-
mulae exhibebit 4, 3, 2, 1, 0, - 1, - 2 &c., quod eodem
redit, ubi erat superius in progressu, & regressu, qui exprime-
rentur simul per formulam $10 - x$. Eadem illa formula per
continuam mutationem valoris x migrat e valore positivo in
negativum, qui æque ad eandem formulam pertinent. Eodem
pacto in Geometria in fig. 11, si duæ lineæ MN, OP refe-
rantur invicem per ordinatas AB, CD &c. parallelas inter
se, secant autem se in E; continuo motu ipsius ordinatæ a
positivo abitur in negativum, mutata directione AB, CD,
quæ hic habentur pro positivis, in FG, HI, post evanescentiam
in E. Ad eandem lineam continuam OEP æque per-
tinet omnis ea ordinatarum series, nec est altera linea, alter
locus geometricus OE, ubi ordinatæ sunt positivæ, ac EP,
ubi sunt negativæ. Jam vero variabilis quantitatis cujusvis
natura, & lex plerumque per formulam aliquam analyticam,
semper per ordinatas ad lineam aliquam exprimi potest; si

Probatio ex
Algebra, &
Geometria:
applicatio ad
omnes quanti-
tates variabi-
les.

Fig. 11.

G

enim

enim singulis ejus statibus ducatur perpendicularis respondens;
vertices omnium ejusmodi perpendicularium erunt utique ad li-
neam quandam continuam. Si ea linea nusquam ad alteram
abeat axis partem, si ea formula nullum valorem negativum
habeat; illa etiam quantitas semper positiva manebit. Sed si
mutet latus lineæ, vel formula valoris signum; ipsa illa quan-
titas debet itidem ejusmodi mutationem habere. Ut autem
a formulæ, vel lineæ exprimentis natura, & positione respectu
axis mutatio pendet; ita mutatio eadem a natura quantitatis
illius pendebit; & ut nec duæ formulæ, nec duæ lineæ speciei
diversæ sunt, quæ positiva exhibent, & negativa; ita nec in
ea quantitate duæ erunt naturæ, duæ species, quarum altera
exhibeat positiva, altera negativa, ut altera progressus, altera
regressus; altera accessus, altera recessus; & hic altera attra-
ctiones, altera repulsionem exhibeat; sed eadem erit, unica, &
ad eandem pertinens quantitatis speciem tota.

An habeatur
transitus e po-
sitivis in nega-
tiva; investiga-
tio ex sola cur-
varum natura.

111. Quin immo hic locum habet argumentum quoddam,
quo usus sum in dissertatione *De Lege Continuitatis*, quo ni-
mirum Theoria virium attractivarum, & repulsivarum pro
diversis distantis, multo magis rationi consentanea evincitur,
quam Theoria virium tantummodo attractivarum, vel tan-
tummodo repulsivarum. Fingamus illud, nos ignorare penitus,
quodnam virium genus in Natura existat, an tantummodo at-
tractivarum, vel repulsivarum tantummodo, an utrumque si-
mul: hac sane ratiocinatione ad eam perquisitionem uti liceret.
Erit utique aliqua linea continua, quæ per suas ordinatas ad
axem exprimentem distantias, vires ipsas determinabit, & pro-
ut ipsa axem secuerit, vel non secuerit; vires erunt alibi at-
tractivæ, alibi repulsivæ; vel ubique attractivæ tantum, aut
repulsivæ tantum. Videndum igitur, an sit rationi consenta-
neum magis, lineam ejus naturæ, & positionis censere, ut
axem alicubi fecerit, an ut non fecerit.

Transitum de-
duci ex eo,
quod plures
sint curvæ, quas
recte secant,
quam eas, quas
non secant.

112. Inter rectas axem rectilineum unica parallela ducta per
quodvis datum punctum non secat, omnes aliæ numero infi-
nitæ secant alicubi. Curvarum nulla est, quam infinitæ nu-
mero rectæ secare non possint; & licet aliquæ curvæ ejus na-
turæ sint, ut eas aliqua rectæ non secant; tamen & eas ip-
sas aliæ infinitæ numero rectæ secant, & infinitæ numero cur-
væ, quod Geometriæ sublimioris peritis est notissimum,
sunt ejus naturæ, ut nulla prorsus sit recta linea, a qua pos-
sint non secari. Hujusmodi ex. gr. est parabola illa, a qua pos-
sunt ordinatæ sunt in ratione triplicata abscissarum. Quare infini-
tæ numero curvæ sunt, & infinitæ numero rectæ, quæ se-
ctionem necessario habeant, pro quavis recta, quæ non ha-
beat, & nulla est curva, quæ sectionem cum axe habere non
possit. Ergo inter casus possibiles multo plures sunt ii, qui
sectionem admittant, quam qui ea careant; adeoque seclusis
rationibus aliis omnibus, & sola casuum probabilitate, & rei
natu-

natura abstracte considerata, multo magis rationi consentaneum est, censere lineam illam, quæ vires exprimat, esse unam ex iis, quæ axem secant, quam ex iis, quæ non secant, adeoque & ejusmodi esse virium legem, ut attractiones, & repulsiones exhibeat simul pro diversis distantis, quam ut alteras tantummodo referat; usque adeo rei natura considerata non solam attractionem, vel solam repulsionem, sed utramque nobis objicit simul.

113. Sed eodem argumento licet ulterius quoque progredi, & primum etiam difficultatis caput amovere, quod a sectionum, & idcirco etiam arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum multiplicitate desumitur. Curvas lineas Geometrarum in quâdam classes dividunt ope analyseos, quæ earum naturam exprimit per illas, quas Analystæ appellant, æquationes, & quæ ad varios gradus ascendunt. Æquationes primi gradus expriment rectas; æquationes secundi gradus curvas primi generis; æquationes tertii gradus curvas secundi generis, atque ita porro; & sunt curvæ, quæ omnes gradus transcendent finitæ Algebræ, & quæ idcirco dicuntur transcendentes. Porro illud demonstrant Geometrarum in Analyfi ad Geometriam applicata, lineas, quæ exprimentur per æquationem primi gradus, posse secari a recta in unico puncto; quæ æquationem habent gradus secundi, tertii, & ita porro, secari posse a recta in punctis duobus, tribus, & ita porro: unde fit, ut curva noni, vel nonagesimi noni generis secari possit a recta in punctis decem, vel centum.

Ulterior perquisitio: curvarum genera: quo altiores, eo in pluribus punctis secabiles a recta.

114. Jam vero curvæ primi generis sunt tantummodo tres conicæ sectiones, ellipsis, parabola, hyperbola, adnumerato ellipsis etiam circulo, quæ quidem veteribus quoque Geometris innotuerunt. Curvas secundi generis enumeravit Newtonus omnium primus, & sunt circiter octoginta; curvarum generis tertii nemo adhuc numerum exhibuit accuratum, & mirum sane, quantus sit is ipse illarum numerus. Sed quo altius affurgit curvæ genus, eo plures in eo genere sunt curvæ, progressionem ita in immensum crescente, ut ubi aliquanto altius ascenderit genus ipsum, numerus curvarum omnem superet humanæ imaginationis vim. Idem nimirum ibi accidit, quod in combinationibus terminorum, de quibus supra mentionem fecimus, ubi diximus a 24 litterulis omnes exhiberi voces linguarum omnium, & quæ fuerunt, aut sunt, & quæ esse possunt.

Quo altiores, eo itidem in immensum plures in eodem genere.

115. Inde jam pronum est argumentationem hujusmodi instituire. Numerus linearum, quæ axem secare possunt in punctis quamplurimis, est in immensum major earum numero, quæ non possunt, nisi in paucis, vel unico: igitur ubi agitur de linea exprimente legem virium, ei, qui nihil aliunde sciat, in immensum probabilius erit, ejusmodi lineam esse ex priorum

rum genere unam, quam ex genere posteriorum, adeoque ipsam virium naturam plurimos requirere transitus ab attractionibus ad repulsionem, & viceversa, quam paucos, vel nullum.

Curvam virium propriam posse esse simplicem: in quo sita sit curvarum simplicitas.

116. Sed omissa ista conjecturali argumentatione quadam, formam curvæ exprimentis vires positivo argumento a phænomenis Naturæ deducto nos supra determinavimus cum plurimis interfectionibus, quæ transitus ejusmodi quamplurimos exhibeant. Nec ejusmodi curva debet esse e pluribus arcubus temere compaginata, & compacta: diximus enim, notum esse Geometris, infinita esse curvarum genera, quæ ex ipsa natura sua debeant axem in plurimis secare punctis, adeoque & circa ipsum sinuari; sed præter hanc generalem responsum desumptam a generali curvarum natura, in dissertatione *De Lege Virium in Natura existentium* ego quidem directe demonstravi, curvam illius ipsius formæ, cujusmodi ea est, quam in fig. 1. exhibui, simplicem esse posse, non ex arcubus diversarum curvarum compositam. Simplicem autem ejusmodi curvam affirmavi esse posse: eam enim simplicem appello, quæ tota est uniformis naturæ, quæ in Analyfi exponi possit per æquationem non resolvablem in plures, e quarum multiplicatione eadem componatur, cujuscuque demum ea curva sit generis, quotcunque habeat flexus, & contorsiones. Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur minus simplices; quia nimirum nostræ humanæ menti, uti pluribus ostendi in dissertatione *De Maris Æstu*, & in *Stanyis Supplementis*, recta linea videtur omnium simplicissima, cujus congruentiam in superpositione intuemur mentis oculis evidenter, & ex qua una omnem nos homines nostram derivamus Geometriam; ac idcirco, quæ lineæ a recta recedunt magis, & discrepant, illas habemus pro compositis, & magis ab ea simplicitate, quam nobis confinximus, recedentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in se ipsis sunt æque simplices; & aliud mentium genus, quod cujuspiam ex ipsis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam rectarum, illas maxime simplices esse crederet curvas lineas, ex illa earum proprietate longe alterius Geometriæ sibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad rectam referimus; quæ quidem mentes si aliquam ex. gr. parabolæ proprietatem intime perspicerent, atque intuerentur, non illud quærerent, quod nostri Geometrarum querunt, ut parabolam rectificarent, sed, si ita loqui fas est, ut rectam parabolarent.

Problema continens naturam curvæ analytice exprimentis.

117. Et quidem analyseos ipsius profundioris cognitionem requirit ipsa investigatio æquationis, qua possit exprimi curva ejus formæ, quæ meam exhibet virium legem. Quamobrem hic tantummodo exponam condiciones, quas ipsa curva habere debet, & quibus æquatio ibi inventa satis facere de-

debeat. (c) Continetur autem id ipsum num. 75, illius dissertationis, ubi habetur hujusmodi Problema: *Invenire naturam curvæ, cujus abscissis exprimentibus distantias, ordinatæ expriment vires, mutatis distantis utcumque mutatas, & in datis quotcumque limitibus transcentes e repulsivas in attractivas, ac ex attractivis in repulsivas, in minimis autem distantis repulsivas, & ita crescentes, ut sint pares extinguende cuicumque velocitati utcumque magnæ.* Proposito problemate illud addo: *quoniam posuimus mutatis distantis utcumque mutatas, completur propositio etiam rationem, quæ ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum accedat, quantum libuerit, in quibusdam satis magnis distantis.*

118. His propositis numero illo 75, sequenti numero propono sequentes sex conditiones, quæ requirantur, & sufficiant ad habendam curvam, quæ quaeritur. *Primo: ut sit regularis, ac simplex, & non composita ex aggregato arcuum diversarum curvarum. Secundo: ut secat axem CAC figuræ 1. tantum in punctis quibusdam datis ad binas distantias AE', AE; AG', AG, & ita porro æquales (&) hinc, & inde. Tertio: ut singulis abscissis respondeant singula ordinata. (c) Quarto: ut sumptis abscissis equalibus hinc, & inde ab A, respondeant ordinata equalia. Quinto: ut habeant rectam AB pro asymptoto, area asymptotica BAED existens (f) infinita. Sexto: ut arcus binis quibuscumque intersectionibus terminati possint variari, ut libuerit, & ad quascumque distantias recedere ab axe CAC, ac accedere ad quoscumque quarumcumque curvarum arcus, quantum libuerit, eos secando, vel tangendo, vel osculanda ubicunque, & quomocumque libuerit.*

Conditiones
ejus problema-
tis.

Fig. 1.

119. Ve-

(c) Qui velit ipsam rei determinationem videre, poterit hic in fine, ubi Supplementorum S. 3. exhibebitur solutio problematis, quæ in memorata dissertatione continetur a num. 77. ad 110. Sed & numerorum ordo, & figurarum mutabitur, ut cum reliquis hujusce operis cohereat.

Addetur præterea eidem S. postremum sebolium pertinens ad questionem agitatam ante hos aliquot annos Parisiis; an vis mutua inter materie particulas debeat omnino exprimi per solam aliquam distantie potentiam, an possit per aliquam ejus functionem; & constabit, posse utique per functionem, ut hic ego præsto, quæ uti superiore numero de curvis est dictum, est in se æque simplex etiam, ubi nobis potentias ad ejus expressionem adhibentibus videatur admodum composita.

(d) Id, ut & quarta conditio, requiritur, ut curva utrinque sit sui similis, quod ipsam magis uniformem reddat; quanquam de illo cruce, quod est citra asymptotum AB, nihil est, quod solliciti simus; cum ob vim repulsivam imminuis distantis ita in infinitum excrecentem, non possit abscissa distantiam exprimens unquam evadere zero, & abire in negativam.

(e) Nam singulis distantis singula vires respondent.

(f) Id requiritur, quia in Mechanica demonstratur, aream curvæ, cujus abscisse expriment distantias, & ordinata vires, exprimere incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis: quare ut illæ vires sine pares extinguende velocitati cuius utcumque magnæ, debet illa area esse omni frata major.

Curvæ virium
resolutio in at-
tractionem gra-
vitatæ Newton-
ianam, & a-
liam quandam
vim.

119. Verum quod ad multiplicatam virium pertinet, quas diversis jam Physici nominibus appellant, illud hic etiam notari potest, si quis singulas seorsim considerare velit, licere illud etiam, hanc curvam in se unicam per resolutionem virium cogitatione nostra, atque fictione quadam, dividere in plures. Si ex. gr. quis velit considerare in materia gravitatem generalem accurate reciprocam distantiarum quadratis; poterit sane is describere ex parte attractiva hyperbolam illam, quæ habeat accurate ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ quidem erit quædam velut continuatio cruris VTS, tum singulis ordinatis *ag, ab* curvæ virium expressæ in fig. 1. adjungere ordinatas hujus novæ hyperbolæ ad partes AB incipiendo a punctis curvæ *g, b,* & eo pacto oriatur nova quædam curva, quæ versus partes *pV* coincidet ad sensum cum axe *oC,* in reliquis locis ab eo distabit, & contorquebitur etiam circa ipsum, si vertices *F, K, O* distiterint ab axe magis, quam distet ibidem hyperbola illa. Tum poterit dici, puncta omnia materiæ habere gravitatem decrecentem accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, & simul habere vim aliam expressam ab illa nova curva: nam idem erit, concipere simul hæcæ binas leges virium, ac illam præcedentem unicam, & iidem effectus orientur.

Fig. 1.

Hujus poste-
rioris vis reso-
lutio in alias
plures.

120. Eodem pacto hæc nova curva potest dividi in alias duas, vel plures, concipiendo aliam quamcumque vim, ut ut accurate fervantem quædam determinatas leges, sed simul mutando curvam jam genitam, translatis ejus punctis per intervalla æqualia ordinatis respondentibus novæ legi assumptæ. Hoc pacto habebuntur plures etiam vires diversæ, quod aliquando, ut in resolutione virium accidere diximus, interviet ad faciliorem determinationem effectuum, & ea erit itidem vera virium resolutio quædam; sed id omne erit nostræ mentis partus quidam; nam reipsa unica lex virium habebitur, quam in fig. 1. exposui, & quæ ex omnibus ejusmodi legibus componetur.

Non obesse
theoniam gra-
vitatæ; cuius
lex in minimis
distantis lo-
cum non ha-
bet.

121. Quoniam autem hic mentio injecta est gravitatæ decrecentis accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum; cavendum, ne cui difficultatem aliquam pariat illud, quod apud Physicos, & potissimum apud Astronomiæ mechanice cultores, habetur pro comperto, gravitatem decrescere in ratione reciproca duplicata distantiarum accurate, cum in hac mea Theoria lex virium discedat plurimum ab ipsa ratione reciproca duplicata distantiarum. Inprimis in minoribus distantis vis integra, quam in se mutuo exercent particule, omnino plurimum discrepat a gravitate, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam & vapores, qui tantam exercent vim ad se expandendos, repulsionem habent utique in illis minimis distantis a se invicem, non attractionem; & ipsa attractio, quæ in cohesione se prodit, est illa quidem in imensum major, quam quæ ex generali gravitate consequitur: cum ex ipsis Newtoni compertis attractio gravitati respondentis

in globos homogeneos diversarum diametrorum sit in eadem ratione, in qua sunt globorum diametri, adeoque vis ejusmodi in exiguam particulam est eo minor gravitate corporum in Terram, quo minor est diameter particulæ diametro totius Terræ, adeoque penitus insensibilis. Et idcirco Newtonus aliam admisit vim pro cohesionem, quæ decreseat in ratione majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum; & multi ex Newtonianis admiserunt vim respondentem huic formula $\frac{x}{r} + \frac{r}{x}$, cujus prior pars respectu posterioris sit in immensum minor, ubi x sit in immensum major unitate assumpta; sit vero major, ubi x sit in immensum minor, ut idcirco in satis magnis distantis evanescente ad sensum prima parte, vis remaneat quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum x , in minimis vero distantis sit quam proxime in ratione reciproca triplicata: usque adeo ne apud Newtonianos quidem servatur omnino accurate ratio duplicata distantiarum.

122. Demonstravit quidem Newtonus, in ellipsis planetariis, eam, quam Astronomi lineam apsidum nominant, & est axis ellipseos, habituram ingentem motum, si ratio virium a reciproca duplicata distantiarum aliquanto magis aberrat, cumque ad sensum quiescant in earum orbitis apsidum lineæ, intulit, eam rationem observari omnino in gravitate. At id nequaquam evincit, accurate servari illam legem, sed solum proxime, neque inde ullum efficacius argumentum contra meam Theoriam deduci potest. Nam imprimis nec omnino quiescunt illæ apsidum lineæ, sive, quod idem est, aphelia planetarum, sed motu exiguo quidem, at non insensibili prorsus, moventur etiam respectu fixarum, adeoque motu non tantummodo apparente, sed vero. Tribuitur is motus perturbationi virium ortæ ex mutua planetarum actione in se invicem; at illud utique huc usque nondum demonstratum est, illum motum accurate respondere actionibus reliquorum planetarum agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum; neque enim adhuc sine contemptibus pluribus, & approximationibus a perfectione, & exactitudine admodum remotis solutum est problema, quod appellant, trium corporum, quo quaeratur motus trium corporum in se mutuo agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, & utcunque projectorum, ac illæ ipsæ adhuc admodum imperfectæ solutiones, quæ prolata huc usque sunt, inserviunt tantummodo particularibus quibusdam casibus, ut ubi unum corpus sit maximum, & remotissimum, quemadmodum sol, reliqua duo admodum minora & inter se proxima, ut est Luna, ac Terra, vel remota admodum a majore, & inter se, ut est Jupiter, & Saturnus. Hinc nemo hucusque accuratum instituit, aut etiam instituire potuit calculum pro actione perturbativa omnium planetarum; quibus si accedat actio perturbativa cometarum, qui, nec scitur, quam multi sint, nec quam longe abeant; multo adhuc magis evidenter patebit, nullum inde confici posse argumentum pro

Ex planetarum apheliis erui eam legem quamproxime, non accurate.

pro ipsa penitus accurata ratione reciproca duplicata distantiarum.

Idem ex reliqua Astronomia posse autem anc legem accedere ad illam quantum liberit.

123. Clairautius quidem in schediasmate ante aliquot annos impresso, crediderat, ex ipsis motibus lineæ apsidum Lunæ colligi sensibilem recessum a ratione reciproca duplicata distantiarum, & Eulerus in dissertatione *De Aberrationibus Jovis, & Saturni*, quæ præmium retulit ab Academia Parisiensi an. 1748, censuit, in ipso Jove, & Saturno haberi recessum admodum sensibilem ab illa ratione; sed id quidem ex calculi defectu non satis producti sibi accidisse Clairautius ipse agnovit, ac edidit; & Eulero aliquid simile fortasse accidit: nec ullum habetur positivum argumentum pro ingenti recessu gravitatis generalis a ratione duplicata distantiarum in distantia Lunæ, & multo magis in distantia planetarum. Verum nec ullum habetur argumentum positivum pro ratione ita penitus accurata, ut discrimen sensum omnem prorsus effugiat. At & si id haberetur; nihil tamen pati posset inde Theoria mea; cum arcus ille meæ curvæ postremus $V T$ possit accedere, quantum libuerit, ad arcum illius hyperbolæ, quæ exhibet legem gravitatis reciprocam quadratorum distantiarum, ipsam tangendo, vel osculando in punctis quocumque, & quibuscumque; adeoque ita possit accedere, ut discrimen in iis majoribus distantis sensum omnem effugiat, & effectus nullum habeat sensibile discrimen ab effectu, qui responderet ipsi legi gravitatis; si ea accurate servaret proportionem cum quadratis distantiarum reciproce sumptis.

Difficultas a Maupertuisiana perfectione maxima Newtonianæ legis.

124. Nec vero quidquam ipsi meæ virium Theoriæ obsunt meditationes Maupertuisii, ingeniosæ illæ quidem, sed meo iudicio nequaquam satis conformes Naturæ legibus circa legem virium decreescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, cujus ille perfectiones quasdam persequitur, ut illam, quod in hac una integri globi habeant eandem virium legem, quam singulæ particulæ. Demonstravit enim Newtonus, globos, quorum singuli paribus a centro distantis homogenei sint, & quorum particulæ minimæ se attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, se itidem attrahere in eadem ratione distantiarum reciproca duplicata. Ob hæc perfectiones hujus Theoriæ virium ipse censuit hanc legem reciprocam duplicatam distantiarum ab Auctore Naturæ selectam fuisse, quam in Natura esse vellet.

Prima responsio: nec cognosci fines omnes, & perfectiones, ac seligi etiam minus perfecta in gratiam perfectionum.

125. At mihi quidem imprimis nec unquam placuit, nec placebit sane unquam in investigatione Naturæ causarum finalium usus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque, usui esse posse arbitror, ubi leges Naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innotescere nobis possunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inspicimus, sed externas tantummodo proprietates quasdam agnoscimus, & fines omnes, quos Naturæ Auctor sibi potuit pro-

proponere, ac proposuit, dum Mundum conderet, videre, & nosse omnino non possumus. Quin immo cum juxta ipsos Leibnitanos inprimis, aliosque omnes defensores acerrimos principii rationis sufficientis, & Mundi perfectissimi, qui inde consequitur, multa quidem in ipso Mundo sint mala, sed Mundus ipse idcirco sit optimus, quod ratio boni ad malum in hoc, qui electus est, omnium est maxima; fieri utique poterit, ut in ea ipsius Mundi parte, quam hic, & nunc contemplamur, id, quod electum fuit, debuerit esse non illud bonum, in cuius gratiam tolerantur alia mala, sed illud malum, quod in aliorum bonorum gratiam toleratur. Quamobrem si ratio reciproca duplicata distantiarum esset omnium perfectissima pro viribus mutuis particularum, non inde utique sequeretur, eam pro Natura fuisse electam, & constitutam.

126. At nec revera perfectissima est, quin immo meo quidem iudicio est omnino imperfecta, & tam ipsa, quam alia plurimae leges, quae requirunt attractionem imminutis distantis crescentem in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad absurdum deducunt plurima, vel saltem ad inextricabiles difficultates, quod ego quidem tum alibi etiam, tum inprimis demonstravi in dissertatione *De Lege Virium in Natura existentium* a num. 59. (g) Accedit autem illud, quod illa, quae videtur ipsi esse perfectio maxima, quod nimirum eandem sequantur legem globi integri, quam particulae minimae, nulli fere usui est in Natura; si res accurate ad exactitudinem absolutam exigatur; cum nulli in Natura sint accurate perfecti globi paribus a centro distantis homogenei, nam praeter non exiguam inaequalitatem interioris textus, & irregularitatem, quam ego quidem in Tellure nostra demonstravi in Opere, quod de *Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem* inscripsi, in reliquis autem planetis, & cometis suspicari possumus ex ipsa saltem analogia, praeter scabritiem superficiae, quae utique est aliqua, satis patet, ipsa rotatione circa proprium axem induci in omnibus compressionem aliquam, quae ut ut exigua, exactam globositatem impedit, adeoque illam assumptam perfectionem maximam corrumpit. Accedit autem & illud, quod Newtoniana determinatio rationis reciprocae duplicatae distantiarum locum habet tantummodo in globis materia continua constantibus sine ullis vacuolis, qui globi in Natura non existunt, & multo minus a me admitti possunt, qui non vacuum tantummodo admitto disseminatum in materia, ut Philosophi jam sane passim, sed materiam in immenso vacuo innatantem, & punctula a se invicem remota, ex quibus, qui apparentes globi fiant, illam habere proprietatem non possunt rationis reciprocae duplicatae distantiarum, adeoque nec illius perfectionis creditae maxime perfectam, absolutamque applicationem.

Eandem legem nec perfectam esse, nec in corporibus, non utique accurate sphaericis habere locum.

H 127. De-

(g) *Quae huc pertinent, & continentur novem numeris ejus Dissertationis incipiendo a 59, habentur in fine Supplem. §. 4.*

127. Denum & illud nonnullis difficultatem parit sustinere in hac Theoria Virium, quod sentiant, phaenomena omnia per impulsionem explicari debere, & immediatum contactum, quem ipsum credant evidenti sensuum testimonio evinci: hinc hujusmodi nostras vires *immechanicas* appellant, & eas, ut & Newtonianorum generalem gravitatem, vel idcirco rejiciunt, quod mechanicae non sint, & mechanismum, quem Newtoniana theoria labefactare coeperat, penitus evertant. Addunt autem etiam per jocum ex serio argumento petito a sensibus, baculo utendum esse ad persuadendum neganti contactum. Quod ad sensuum testimonium pertinet, exponam uberius infra, ubi de extensione agam, quae eo in genere habeamus praedicta, & unde; cum nimirum ipsis sensibus tribuamus id, quod nostrae ratiocinationis, atque illationis vitio est tribuendum. Satis erit hic monere illud, ubi corpus ad nostra organa satis accedat, vim repulsivam, saltem illam ultimam, debere in organorum ipsorum fibris excitare motus illos ipsos, qui excitantur in communi sententia ab impenetrabilitate, & contactu, adeoque eundem tremorem ad cerebrum propagari, & eandem excitari debere in anima perceptionem, quae in communi sententia excitaretur; quam ob rem ab iis sensationibus, quae in hac ipsa Theoria Virium haberentur, nullum utique argumentum desumi potest contra ipsam, quod ullam vim habeat utcumque tenuem.

128. Quod pertinet ad explicationem phaenomenorum per impulsionem immediatam, monui sane superius, quanto feliciter, ea prorsus omitta, Newtonus explicavit Astronomiam, & Opticam; & patebit inferius, quanto feliciter phaenomena quaeque praecipua sine ulla immediata impulsionem explicentur. Cum iis exemplis, tum aliis, commendatur abunde ea ratio explicandi phaenomena, quae adhibet vires agentes in aliqua distantia. Ostendant isti vel unicum exemplum, in quo positive probare possint, per immediatam impulsionem communicari motum in Natura. Id sane ii praestabunt nunquam; cum oculorum testimonium ad excludendas distantias illas minimas, ad quas primum crus repulsivum pertinet, & contoriones curvae circa axem, quae oculis necessario fugiunt, adhibere non possint; cum e contrario ego positivo argumento superius excluderim immediatum contactum omnem, & positive probaverim, ipsum, quem ii ubique volunt, haberi nusquam.

129. De nominibus quidem non est, cur sollicitudinem habeream ullam; sed ut & in iis dem aliquid praedictio cuidam, quod ex communi loquendi usu provenit, illud notandum duco, Mechanicam non utique ad solam impulsionem immediatam fuisse restrictam unquam ab iis, qui de ipsa tractarunt, sed ad liberos inprimis adhibitam contemplandos motus, qui independenter ab omni impulsionem habeantur. Quae Archimedes de aequilibrio tradidit, quae Galileus de libero

Vires hujus Theoriae pertinere ad verum, nec occultum mechanismum.

bera gravium descensu, ac de projectis, quæ de centralibus in circulo viribus, & oscillationis centro Huggenius, quæ Newtonus generaliter de motibus in trajectoriis quibuscunque, utique ad Mechanicam pertinent, & Wolfiana, & Euleriana, & aliorum Scriptorum Mechanica passim utique hujusmodi vires, & motus inde ortos contemplatur, qui fiant impulsione vel exclusa penitus, vel saltem mente seclusa. Ubicunque vires agant, quæ motum materiæ gignant, vel immutent, & leges expendantur, secundum quas velocitas oriatur, mutetur motus, ac motus ipse determinetur; id omne in primis ad Mechanicam pertinet in admodum propria significatione acceptam. Quamobrem si maxime ea ipsa propria vocum significatione abutuntur, qui impulsione unicam ad Mechanismum pertinere arbitrantur, ad quem hæc virium genera pertinent multo magis, quæ idcirco appellari jure possunt vires *Mechanica*, & quidquid per illas fit, jure affirmari potest fieri per *Mechanismum*, nec vero incognitum, & occultum, sed uti supra demonstravimus, admodum patentem, & manifestum.

130. Eodem etiam pacto in omnia propria significatione usurpare licebit vocem *contactus*; licet intervallum semper remaneat aliquod; quanquam ego ad æquivocationes evitandas soleo distinguere inter contactum *Mathematicum*, in quo distantia sensus effugit omnes, & vis repulsiva satis magna ulteriorem accessum per nostras vires inducendum impedit. Voces ab hominibus institutæ sunt ad significandas res corporeas, & corporum proprietates, prout nostris sensibus subsunt, iis, quæ continentur infra ipsos, nihil omnino curatis. Sic planum, sic læve proprie dicitur id, in quo nihil, quod sensu percipi possit, sinuetur, nihil promineat; quanquam in communi etiam sententia nihil sit in Natura mathematicæ planum, vel læve. Eodem pacto & nomen *contactus* ab hominibus institutum est, ad exprimendum *physicum* illum *contactum* tantummodo, sine ulla cura *contactus mathematici*, de quo nostri sensus sententiam ferre non possunt. Atque hoc quidem pacto si adhibeantur voces in propria significatione illa, quæ ipsarum institutioni respondeat; ne a vocibus quidem ipsis huic Theoriæ virium invidiam creare poterunt illi, quibus ipsa non placet.

131. Atque hæc de iis, quæ contra ipsam virium legem a me propositam vel objecta sunt hactenus, vel objici possent, sint satis, ne res in infinitum excreseat. Nunc ad illa transibimus, quæ contra constitutionem elementorum materiæ inde deductam se menti offerunt, in quibus itidem, quæ maxime notatu digna sunt, persequar.

132. In primis quod pertinet ad hanc constitutionem elementorum materiæ, sunt facie multi, qui nullo pacto in animum sibi possint inducere, ut admittant puncta prorsus indivi-

Diferimen inter contactum mathematicum, & physicum: hunc dici proprie contactum.

Transitus ab objectionibus contra Theoriam virium ad objectiones contra puncta.

Obiectio ab idea puncti inextensi, quæ caremus: responsio: unde

idea extensio- nis sit orta.

visibilia, & inextensa, quod nullam se dicant habere posse eorum ideam. At id hominum genus præjudiciis quibusdam tribuit multo plus æquo. Ideas omnes, saltem eas, quæ ad materiam pertinent, per sensus hausimus. Porro sensus nostri nunquam potuerunt percipere singula elementa, quæ nimirum vires exerunt nimis tenues ad movendas fibras, & propagandum motum ad cerebrum: massis indigerunt, sive elementorum aggregatis, quæ ipsas impellerent collata vi. Hæc omnia aggregata constabant partibus, quarum partium extremæ sumptæ hinc, & inde, debebant a se invicem distare per aliquod intervallum, nec ita exiguum. Hinc factum est, ut nullam unquam per sensus acquirere potuerimus ideam pertinentem ad materiam, quæ simul & extensionem, & partes, ac divisibilitatem non involverit. Atque idcirco quotiescunque punctum nobis animo sistimus, nisi reflexione utamur, habemus ideam globuli cujusdam perquam exigui, sed tamen globuli rotundi, habentis binas superficies oppositas distinctas.

Ideam puncti debere acquiri per reflexionem: quomodo ejus idea negationem acquiratur.

133. Quamobrem ad concipiendum punctum indivisibile, & inextensum; non debemus consulere ideas, quas immediate per sensus hausimus; sed eam nobis debemus efformare per reflexionem. Reflexione adhibita non ita difficulter efformabimus nobis ideam ejusmodi. Nam in primis ubi & extensionem, & partium compositionem conceperimus; si utraque negemus; jam inextensi, & indivisibilis ideam quandam nobis comparabimus per negationem illam ipsam eorum, quorum habemus ideam; uti foraminis ideam habemus utique negando existentiam illius materiæ, quæ deest in loco foraminis.

Quomodo ejus idea positiva acquiri possit per limites, & limitatum intersectionem.

134. Verum & positivam quandam indivisibilis, & inextensi puncti ideam poterimus comparare nobis ope Geometriæ, & ope illius ipsius ideæ extensi continui, quam per sensus hausimus, & quam inferius ostendemus, fallacem esse, ac fontem ipsum fallaciæ ejusmodi aperiemus, quæ tamen ipsa ad indivisibilem, & inextensum ideam nos ducet admodum clarum. Concipiamus planum quoddam prorsus continuum, ut mensam, longum ex. gr. pedes duos; atque id ipsum planum concipiamus secari transversum secundum longitudinem ita, ut tamen iterum post sectionem jungantur partes, & se contingant. Sectio illa erit utique limes inter partem dexteram, & sinistram, longus quidem pedes duos, quanta erat plani longitudo, at latitudinis omnino expers: nam ab altera parte immediate motu continuo transitur ad alteram, quæ, si illa sectio crassitudinem haberet aliquam, non esset priori continua. Illa sectio est limes secundum crassitudinem inextensus, & indivisibilis, cui si occurrat altera sectio transversa eodem pacto indivisibilis, & inextensa; oportebit utique, intersectio utriusque in superficie plani concepti nullam omnino habeat extensionem in partem quamcumque. Id erit punctum penitus

tus indivisibile, & inextensum, quod quidem punctum, translato plano, movebitur, & motu suo lineam describet, longam quidem, sed latitudinis expertem.

135. Quo autem melius ipsius indivisibilis natura concipi possit; quaerat a nobis quispiam, ut aliam faciamus ejus planæ massæ sectionem, quæ priori ita sit proxima, ut nihil prorsus inter utramque interlit. Respondebimus sane, id fieri non posse: vel enim inter novam sectionem, & veterem intercedet aliquid ejus materiae, ex qua planum continuum constare concipimus, vel nova sectio congruet penitus cum præcedente. En quomodo ideam acquireremus etiam ejus naturæ indivisibilis illius, & inextensi, ut aliud indivisibile, & inextensum ipsi proximum sine medio intervallo non admittat, sed vel cum eo congruat, vel aliquod intervallum relinquat inter se, & ipsum. Atque hinc patebit etiam illud, non posse promoveri planum ipsum ita, ut illa sectio promoveatur tantummodo per spatium latitudinis sibi æqualis. Utcunque exiguus fuerit motus, jam ille novus sectionis locus distabit a præcedente per aliquod intervallum, cum sectio sectioni contigua esse non possit.

136. Hæc si ad concursum sectionum transferamus, habebimus utique non solum ideam puncti indivisibilis, & inextensi, sed ejusmodi naturæ puncti ipsius, ut aliud punctum sibi contiguum habere non possit, sed vel congruant, vel aliquo a se invicem intervallo distent. Et hoc pacto sibi & Geometrae ideam sui puncti indivisibilis, & inextensi, facile efformare possunt, quam quidem etiam efformant sibi ita, ut prima Euclidis definitio jam inde incipiat: *punctum est, cujus nulla pars est*. Post hujusmodi ideam acquisitam illud unum intererit inter geometricum punctum, & punctum physicum materiae, quod hoc secundum habebit proprietates reales vis inertiae, & virium illarum activarum, quæ cogent duo puncta ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, unde fiet, ut ubi fatis accesserint ad organa nostrorum sensuum, possint in iis excitare motus, qui propagati ad cerebrum, perceptiones ibi eliciant in anima, quo pacto sensibilia erunt, adeoque materialia, & realia, non pure imaginaria.

137. En igitur per reflexionem acquisitam ideam puncto-
rum realium, materialium, indivisibilium, inextensorum, quam inter ideas ab infantia acquisitas per sensus incassum quaerimus. Idea ejusmodi non evincit eorum existentiam. Ipsam quam nobis exhibent positiva argumenta superius facta, quod nimirum, ne admittatur in collisione corporum saltus, quem & inductio, & impossibilitas binarum velocitatum diversarum habendarum omnino ipso momento, quo saltus fieret, excludunt, oportet admittere in materia vires, quæ repulsivæ sint in minimis distantis, & iis in infinitum imminutis augeantur in infinitum; unde fit, ut duæ particulae materiae sibi

Natura inextensi, quod non potest esse inextenso contiguum in lineis.

Eadem in punctis: idea puncti geometrici translata ad physicum, & materiale.

Punctarum existentiam aliunde demonstrari: per ideam acquisitam ea tantum concipi.

invicem contigua esse non possint: nam illico vi illa repulsiva resiliunt a se invicem, ac particula iis constans statim disrumpetur, adeoque prima materiae elementa non constant contiguis partibus, sed indivisibilia sunt prorsus, atque simplicia, & vero etiam ob inductionem separabilitatis, ac distinctionis eorum, quæ occupant spatii divisibiles partes diversas, etiam penitus inextensa. Illa idea acquisita per reflexionem illud præstat tantummodo, ut distincte concipiamus id, quod ejusmodi rationes ostendunt existere in Natura, & quod sine reflexione, & ope illius supellectilis tantummodo, quam per sensus nobis comparavimus ab ipsa infantia, concipere omnino non liceret.

Puncta simplicia, & inextensa ab aliis quoque admittunt sed iis præstare hanc eorum theoriam.

138. Ceterum simplicium, & inextensorum motionem non ego primus in Physicam induco. Eorum ideam habuerunt veteres post Zenonem, & Leibnitiani monades suas & simplices utique volunt, & inextensas: ego cum ipsorum punctorum contiguitatem auferam, & distantias velim inter duos quælibet materiae puncta, maximum evito scopulum, in quem utrique incurrunt, dum ex ejusmodi indivisibilibus, & inextensis continuum extensum componunt. Atque ibi quidem in eo videntur mihi peccare utrique, quod cum simplicitate, & inextensione, quam iis elementis tribuunt, commiscunt ideam illam imperfectam, quam sibi compararunt per sensus, globuli cujusdam rotundi, qui binas habeat superficies a se distinctas, utcumque interrogati, an id ipsum faciant, omnino sint negaturi. Neque enim aliter possent ejusmodi simplicibus inextensis implere spatium; nisi concipiendo unum elementum in medio duorum ab altero contactum ad dexteram, ab altero ad levam, quin ea extrema se contingant; in quo, præter contiguitatem indivisibilium, & inextensorum impossibilem, uti supra demonstravimus, quam tamen coguntur admittere, si rem altius perpenderit; videbunt sane, se ibi illam ipsam globuli inter duos globulos interjacentis ideam admiscere.

Impugnatur conciliatio extensionis formatæ ab inextensis petita ab impenetrabilitate.

139. Nec ad indivisibilitatem, & inextensionem elementorum conjungendas cum continua extensione massarum ab iis compositarum profunt ea, quæ nonnulli ex Leibnitianorum familia proferunt, de quibus egi in una adnotatiuncula adjecta num. 13. dissertationis *De Materia Divisibilitate, & Principiis Corporum*, ex qua, quæ eo pertinent, huc libet transferre. Sic autem habet: *Qui dicunt, monades non compenetrari, quia natura sua impenetrabiles sunt, si difficultatem nequaquam intuerent; nam si & natura sua impenetrabiles sunt, & continuum debent componere, adeoque contigua esse; compenetrantur simul, & non compenetrantur, quod ad absurdum deducit, & ejusmodi etiam impossibilitatem evincit. Ex omnimode inextensionis, & contiguitatis notione evincitur, compenetrari debere argumento contra Zenonistas instituto per tot secula, & cui nunquam satis responsum est. Ex natura, quæ in*

his supponitur, ipsa compenetratio excluditur, adeoque habetur contradictio, & absurdum.

140. Sunt alii, quibus videri poterit, contra hæc ipsa puncta indivisibilia, & inextensa adhiberi posse inductionis principium, a quo continuitatis legem, & alias proprietates derivavimus supra, quæ nos ad hæc indivisibilia, & inextensa puncta deduxerunt. Videmus enim in materia omni, quæ se uspiam nostris objiciat sensibus, extensionem, divisibilitatem, partes; quamobrem hanc ipsam proprietatem debemus transferre ad elementa etiam per inductionis principium. Ita ii: at hanc difficultatem jam superius præoccupavimus, ubi egimus de inductionis principio. Pendet ea proprietas a ratione sensibilis, & aggregati, cum nimirum sub sensu nostros ne composita quidem, quorum moles nimis exigua sit, cadere possint. Hinc divisibilitatis, & extensionis proprietas ejusmodi est; ut ejus defectus, si habeatur alicubi is casus, ex ipsa earum natura, & sensuum nostrorum constitutione non possit cadere sub sensu ipsos, atque idcirco ad ejusmodi proprietates argumentum desumptum ab inductione nequaquam pertingit, ut nec ad sensibilitatem extenditur.

Inductionem a sensibilibus compositis, & extensis haud valere contra puncta simplicia, & inextensa.

141. Sed etiam si extenderetur, esset adhuc nostræ Theoriæ causa multo melior in eo, quod circa extensionem, & compositionem partium negativa sit. Nam eo ipso, quod continuitate admissa, continuitas elementorum legitima ratiocinatione excludatur, excludi omnino debet absolute; ubi quidem illud accidit, quod a Metaphysicis, & Geometris nonnullis animadvertum est jam diu, licere aliquando demonstrare propositionem ex assumpta veritate contradictoriæ propositionis; cum enim ambæ simul veræ esse non possint, si ab altera inferatur altera, hanc posteriorem veram esse necesse est. Sic nimirum, quoniam a continuitate generaliter assumpta defectus continuitatis consequitur in materiæ elementis, & in extensione, defectum hunc haberi vel inde eruitur: nec oberit quidquam principium inductionis physicæ, quod utique non est demonstrativum, nec vim habet, nisi ubi aliunde non demonstratur, casum illum, quem inde colligere possumus, improbabilem esse tantummodo, adhuc tamen haberi, uti aliquando sunt & falsa veris probabiliora.

Per ipsam etiam exclusionem inextensivi inductionis habitam ipsam extensionem excludi.

143. Atque hic quidem, ubi de continuitate seipsam excludente mentio injecta est, notandum & illud, continuitatis legem a me admitti, & probari pro quantitativis, quæ magnitudinem mutant, quas nimirum ab una magnitudine ad aliam censeo abire non posse, nisi transeant per intermedias, quod elementorum materiæ, quæ magnitudinem nec mutant, nec ullam habent variabilem, continuitatem non inducit, sed argumento superius facto penitus summovet. Quin etiam ego quidem continuum nullum agnosco coexistens, uti & supra monui; nam nec spatium reale mihi est ullum continuum, sed ima-

Cujusmodi continuum in hac Theoria admittatur: quid sit spatium, & tempus.

imaginarium tantummodo, de quo, uti & de tempore, quid in hac mea Theoria sentiam, fatis luculenter exposui in Supplementis ad librum 1 Stavianæ Philosophiæ (h). Censeo nimirum quodvis materiæ punctum, habere binos reales existendi modos, alterum localem, alterum temporarium, qui: num appellari debeant res, an tantummodo modi rei, ejusmodi litteram, quam arbitror esse tantum de nomine, nihil omnino curo. Illos modos debere admitti, ibi ego quidem positive demonstro: eos natura sua immobiles esse, censeo ita, ut idcirco ejusmodi existendi modi per se inducant relationes prioris, & posterioris in tempore, ulterioris, vel citerioris in loco, ac distantie cujusdam determinatæ, & in spatio determinatæ positionis etiam, qui modi, vel eorum alter, necessario mutari debeant, si distantia, vel etiam in spatio sola mutetur positio. Pro quovis autem modo pertinente ad quodvis punctum, penes omnes infinitos modos possibiles pertinentes ad quodvis alium, mihi est unus, qui cum eo inducat in tempore relationem coexistentiæ ita, ut existentiam habere uterque non possit, quin simul habeant, & coexistant; in spatio vero, si existunt simul, inducant relationem compenetrations, reliquis omnibus inducentibus relationem distantie temporariæ, vel localis, ut & positionis cujusdam localis determinatæ. Quoniam autem puncta materiæ existentia habent semper aliquam a se invicem distantiam, & numero finita sunt; finitus est semper etiam localium modorum coexistentium numerus, nec ullum reale continuum efformat. Spatium vero imaginarium est mihi possibilitas omnium modorum localium confuse cogita, quos simul per cognitionem præcisivam concipimus, licet simul omnes existere non possint, ubi cum nulli sint modi ita sibi proximi, vel remoti, ut alii viciniore, vel remotiores haberi non possint, nulla distantia inter possibiles habetur, sive minima omnium, sive maxima. Dum animum abstrahimus ab actuali existentia, & in possibilitum serie finitis in infinitum constante terminis mente secludimus tam minimæ, quam maximæ distantie limitem, ideam nobis efformamus continuitatis, & infinitatis in spatio, in quo idem spatii punctum appello possibilitatem omnium modorum localium, sive, quod idem est, realium localium punctorum pertinentium ad omnia materiæ puncta, quæ si existerent, compenetrations relationem inducerent, ut eodem pacto idem nomine momentum temporis temporarios modos omnes, qui relationem inducunt coexistentiæ. Sed de utroque plura in illis dissertatiunculis, in quibus & analogiam persequor spatii, ac temporis multiplicem.

(b) Bina dissertatiuncula, quæ huc pertinent, inde excerptæ habentur hic Supplementorum §. 1, & 2, quarum mentio facta est etiam superius num. 66., & 86.

143. Continuitatem igitur agnosco in motu tantummodo, quod est successivum quid, non coexistens, & in eo itidem solo, vel ex eo solo in corporeis saltem entibus legem continuitatis admitto. Atque hinc patebit clarius illud etiam, quod superius innui, Naturam ubique continuitatis legem vel accurate observare, vel affectare saltem. Servat in motibus, & distantibus, affectat in aliis casibus multis, quibus continuitas, uti etiam supra definivimus, nequaquam convenit, & in aliis quibusdam, in quibus haberi omnino non potest continuitas, quæ primo aspectu sese nobis objicit res non aliquanto intimius inspectantibus, ac perpendentibus: ex. gr. quando Sol oritur supra horizontem, si concipiamus Solis discum ut continuum, & horizontem ut planum quoddam; ascensus Solis fit per omnes magnitudines ita, ut a primo ad postremum punctum & segmenta solaris disci, & chordæ segmentorum crescant transeundo per omnes intermedias magnitudines. At Sol quidem in mea Theoria non est aliquid continuum, sed est aggregatum punctorum a se invicem distantium, quorum alia supra imaginarium planum ascendunt post alia, intervallo aliquo temporis interposito semper. Hinc accurata illa continuitas huic casui non convenit, & habetur tantummodo in distantibus punctorum singulorum componentium eam massam ab illo imaginario plano. Natura tamen etiam hic continuitatem quandam affectat, cum nimirum illa punctula ita sibi sint invicem proxima, & ita ubique dispersa, ac disposita, ut apparens quædam ibi etiam continuitas habeatur, ac in ipsa distributione, a qua densitas pendet, ingentes repentini saltus non fiant.

Ubi habeat
continuitatem
Natura, ubi
affectet tan-
tummodo.

144. Innumera ejus rei exempla liceret proferre, in quibus eodem pacto res pergit. Sic in fluviorum alveis, in frondium flexibus, in ipsis salium, & crystallorum, ac aliorum corporum angulis, in ipsis cuspidibus unguium, quæ acutissimæ in quibusdam animalibus apparent nudo oculo; si microscopio adhibito inspiciantur; nusquam cuspis abrupta prorfus, nusquam omnino cuspidatus apparet angulus, sed ubique flexus quidam, qui curvaturam habeat aliquam, & ad continuitatem videatur accedere. In omnibus tamen iis casibus vera continuitas in mea Theoria habetur nusquam; cum omnia ejusmodi corpora consent indivisibilibus, & a se distantibus punctis, quæ continuam superficiem non efformant, & in quibus, si quævis tria puncta per rectas lineas conjuncta intelligantur; triangulum habebitur utique cum angulis cuspidatis. Sed a motuum, & virium continuitate accurata etiam ejusmodi proximam continuitatem massarum oriri censeo, & a casuum possibilium multitudine inter se collata, quod ipsum innuisse sit satis.

Exempla con-
tinuitatis ap-
parentis ten-
tum: unde ea
ortum ducat.

145. Atque hinc fiet manifestum, quid respondendum ad casus quosdam, qui eo pertinent, & in quibus violari quis crederet

Motuum o-
mnium conti-
nuitas in lineis

I

con-

continuitatis legem. Quando plano aliquo speculo lux excipitur, pars refringitur, pars reflectitur: in reflexione, & refractione, uti eam olim creditum est fieri, & etiamnum a nonnullis creditur, per impulsionem nimirum, & incursum immediatum, fieret violatio quædam continui motus mutata linea recta in aliam; sed jam hoc Newtonus advertit, & ejusmodi saltum abstulit, explicando ea phænomena per vires in aliqua distantia agentes, quibus fit, ut quævis particula luminis motum incurvet paulatim in accessu ad superficiem reflectentem, vel refringentem; unde accessuum, & recessuum lex, velocitas, directionum flexus, omnia juxta continuitatis legem mutantur. Quin in mea Theoria non in aliqua vicinia tantum incipit flexus ille, sed quodvis materiæ punctum a Mundi initio unicam quandam continuam describit orbitam, pendente a continua illa virium lege, quam exprimit figura 1, quæ ad distantias quascunque protenditur; quam quidem lineæ continuitatem nec liberæ turbant animarum vires, quas itidem non nisi juxta continuitatis legem exerceri a nobis arbitror; unde fit, ut quemadmodum omnem accuratam quietem, ita omnem accurate rectilineum motum, omnem accurate circularem, ellipticum, parabolicum excludam; quod tamen aliis quoque sententiis omnibus commune esse debet; cum admodum facile sit demonstrare, ubique esse perturbationem quandam, & mutationum causas, quæ non permittant ejusmodi linearum nobis ita simplicium accuratas orbitas in motibus.

Apparens sal-
tus in diffu-
sione reflexi, ac
refracti lumi-
nis.

146. Et quidem ut in iis omnibus, & aliis ejusmodi Natura semper in mea Theoria accuratissimam continuitatem observat, ita & hic in reflexionibus, ac refractionibus luminis. At est aliud ea in re, in quo continuitatis violatio quædam haberi videatur, quam, qui rem altius perpendat, credet primo quidem servari itidem accurate a Natura, tum ulterius progressus, inveniet affectari tantummodo, non servari. Id autem est ipsa luminis diffusio, atque densitas. Videtur prima fronte discindi radius in duos, qui hiatu quodam intermedio a se invicem divellantur velut per saltum, alia parte reflexa, alia refracta, sine ullo intermedio flexu cujuscumque. Alius itidem videtur admitti ibidem saltus quidam: si enim radius integer excipiatur prismate ita, ut una pars reflectatur, alia transmittatur, & prodeat etiam e secunda superficie, tum ipsum prisma sensim convertatur; ubi ad certum devenitur in conversione angulum, lux, quæ datam habet refrangibilitatem, jam non egreditur, sed reflectitur in totum; ubi itidem videtur fieri transitus a prioribus angulis cum superficie semper minoribus, sed jacentibus ultra ipsam, ad angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, & jacentem citra, sine ulla reflexione in angulis intermediis minoribus ab ipsa superficie ad ejusmodi finitum angulum.

147. Huic cuidam velut læioni continuitatis videtur responderi posse per illam lucem, quæ reflectitur, vel refringitur

Apparens con-
ciliatio cum le-

giture irregulariter in quibusvis angulis. Jam olim enim observatum est illud, ubi lucis radius reflectitur, non reflecti totum ita, ut angulus reflexionis æquetur angulo incidentiæ, sed partem dispergi quaquaversus; quam ob causam si Solis radius in partem quandam speculi incurrat, quicumque est in conclavi, videt, qui sit ille locus, in quem incurrit radius, quod utique non fieret, nisi e solaribus illis directis radiis etiam ad oculum ipsius radii devenirent, egressi in omnibus iis directionibus, quæ ad omnes oculi positiones tendunt; licet ibi quidem satis intensum lumen non appareat, nisi in directione faciente angulum reflexionis æqualem incidentiæ, in qua resilit maxima luminis pars. Et quidem hisce radiis redeuntibus in angulis hisce inæqualibus egregie utitur Newtonus in fine Opticæ ad explicandos colores laminarum crassarum: & eadem irregularis dispersio in omnes plagas ad sensum habetur in tenui parte, sed tamen in aliqua, radii refracti. Hinc inter vividum illum reflexum radium, & refractum, habetur intermedia omnis ejusmodi radiorum series in omnibus iis intermediis angulis prodeuntium, & sic etiam ubi transitur a refractione ad reflexionem in totum, videtur per hosce intermedios angulos res posse fieri citissimo transitu per ipsos, atque idcirco illæsa perseverare continuitas.

148. Verum si adhuc altius perpendatur res; patebit in illa intermedia serie non haberi accuratam continuitatem, sed apparentem quandam, quam Natura affectat, non accurate servat illæsam. Nam lumen in mea Theoria non est corpus quoddam continuum, quod diffundatur continuo per illud omne spatium, sed est aggregatum punctorum a se invicem disjunctorum, atque distantium, quorum quodlibet suam percurrit viam disjunctam a proximi via per aliquod intervallum. Continuitas servatur accuratissime in singulorum punctorum viis, non in diffusionem substantiæ non continuæ, & quo pacto ea in omnibus iis motibus servetur, & mutetur, mutata inclinatione incidentiæ, via a singulis punctis descripta sine saltu, satis luculenter exposui in secunda parte meæ dissertationis *De Lumine* a num. 98. Sed hæc ad applicationem jam pertinent Theoriæ ad Physicam.

149. Haud multum absimiles sunt alii quidam casus, in quibus singula continuitatem observant, non aggregatum utique non continuum, sed partibus disjunctis constans. Hujusmodi est ex. gr. altitudo cujusdam domus, quæ ædificatur de novo, cui cum series nova adjungitur lapidum determinatæ cujusdam altitudinis, per illam additionem repente videtur crescere altitudo domus, sine transitu per altitudines intermedias: & si dicatur id non esse Naturæ opus, sed artis; potest difficultas transferri facile ad Naturæ opera, ut ubi diversa inducuntur glaciæ strata, vel in aliis incrustationibus, ac in iis omnibus casibus, in quibus incrementum fit per externam applicationem partium, ubi accessiones finitæ videntur acquiri simul totæ sine

ge continuitatis per radios irregulariter dispersos.

Cur ea apparet tantum: vera conciliatio per continuitatem visæ cujusvis puncti lucis.

Quo pacto servetur continuitas in quibusdam casibus, in quibus videtur lædi.

transitu per intermedias magnitudines. In iis casibus continuitas servatur in motu singularum partium, quæ accedunt. Illæ per lineam quandam continuam, & continua velocitatis mutatione accedunt ad locum sibi debitum: quin immo etiam posteaquam eo advenerunt, pergunt adhuc moveri, & nunquam habent quietem nec absolutam, nec respectivam respectu aliarum partium, licet jam in respectiva positione sensibilem mutationem non subeant: parent nimirum adhuc viribus omnibus, quæ respondent omnibus materiæ punctis utcumque distantibus, & actione proximarum partium, quæ novam adhesionem parit, est continuatio actionis, quam multo minorem exercebant, cum essent procul. Hoc autem, quod pertineat ad illam domum, vel massam, est aliquid non in se determinatum, quod momento quodam determinato fiat, in quo saltus habeatur, sed ab æstimatione quadam pendet nostrorum sensuum satis crassa; ut licet perpetuo accedant illæ partes, & pergant perpetuo mutare positionem respectu ipsius massæ; tum incipiant censerit ut pertinentes ad illam domum, vel massam: cum definit respectiva mutatio esse sensibilis, quæ sensibilitatis cessatio fit ipsa etiam quodammodo per gradus omnes, & continuo aliquo tempore, non vero per saltum.

150. Hinc distinctius ibi licebit difficultatem omnem amovere dicendo, non servari mutationem continuam in magnitudinibus earum rerum, quæ continuæ non sunt, & magnitudinem non habent continuam, sed sunt aggregata rerum disjunctarum; vel in iis rebus, quæ a nobis ita censeantur aliquid totum constitutere, ut magnitudinem aggregati non determinent distantiam inter eadem extrema, sed a nobis extrema ipsa assumantur jam alia, jam alia, quæ censeantur incipere ad aggregatum pertinere, ubi ad quasdam distantias devenerint, quas ut ut in se juxta legem continuitatis mutatas, nos a reliquis divellimus per saltum, ut dicamus pertinere eas partes ad id aggregatum. Id accidit, ubi in objectis casibus accessiones partium novæ fiunt, atque ibi nos in usu vocabuli saltum facimus; ars, & Natura saltum utique habet nullum.

151. Non idem contingit etiam, ubi plantæ, vel animantia crescunt, succo se insinuante per tubulos fibrarum, & procurrente ubi & magnitudo computata per distantias punctorum maxime distantium transit per omnes intermedias; cum nimirum ipse procurfus fiat per omnes intermedias distantias. At quoniam & ibi mutantur termini illi, qui distantias determinant, & nomen suscipiunt altitudinis ipsius plantæ; vera & accurata continuitas ne ibi quidem observatur, nisi tantummodo in motibus, & velocitatibus, ac distantibus singularum partium: quanquam ibi minus recedatur a continuitate accurata, quam in superioribus. In his autem, & in illis habetur ubique illa alia continuitas quædam apparens, & affectata tantummodo a Natura, quam intuemur etiam in progressu substantiarum, ut incipiendo ab inanima-

Alii casus, in quibus læditur, alii, in quibus habetur solium proxima, non accurata continuitas.

tis corporibus progressu facto per vegetabilia, tum per quædam fere semianimalia torpentia, ac demum animalia perfectiora magis, & perfectiora usque ad simios homini tam similes. Quoniam & harum specierum, ac existentium individuorum in quavis specie numerus est finitus, vera continuitas haberi non potest, sed ordinatis omnibus in seriem quandam, inter binas quasque intermedias species hiatus debet esse aliquis necessario, qui continuitatem abruptat. In omnibus iis casibus habentur discretæ quædam quantitates, non continuæ; ut & in Arithmetica series ex. gr. naturalium numerorum non est continua, sed discreta; & ut ibi series ad continuam reducitur tantummodo, si generaliter omnes intermedias fractiones concipiuntur; sic & in superiore exemplo quædam velut continua series habebitur tantummodo; si concipiuntur omnes intermedias species possibiles.

152. Hoc pacto excurrere per plurimos ejusmodi casus, in quibus accipiuntur aggregata rerum a se invicem certis intervallis distantium, & unum aliquid continuum non constituentium, nusquam accurata occurret continuitatis lex, sed per quandam dispersionem quodammodo affectata, & vera continuitas habebitur tantummodo in motibus, & in iis, quæ a motibus pendent, uti sunt distantia, & vires determinatæ a distantibus, & velocitates a viribus ortæ; quam ipsam ob causam ubi supra num. 39 inductionem pro lege continuitatis assumpsimus, exempla accepimus a motu potissimum, & ab iis, quæ cum ipsis motibus connectuntur, ac ab iis pendent.

153. Sed jam ad aliam difficultatem gradum faciam, quæ non nullis negotium ingens facessit, & obvia est etiam, contra hanc indivisibilibus, & inextensorum punctorum Theoriam; quod nimirum ea nullum habitura sint discrimen a spiritibus. Ajunt enim, si spiritus ejusmodi vires habeant, præstituros eadem phænomena, tolli nimirum corpus, & omnem corporeæ substantiæ notionem sublata extensione continua, quæ sit præcipua materiæ proprietas ita pertinens ad naturam ipsius; ut vel nihil aliud materia sit, nisi substantia prædita extensione continua; vel saltem idea corporis, & materiæ haberi non possit; nisi in ea includatur idea extensionis continuæ. Multa hic quidem congeruntur simul, quæ nequam aliquem inter se habent, quæ hic seorsum evolvam singula.

154. Inprimis falsum omnino est, nullum esse horum punctorum discrimen a spiritibus. Discrimen potissimum materiæ a spiritu situm est in hisce duobus, quod materia est sensibilis, & incapax cogitationis, ac voluntatis, spiritus nostros sensus non afficit, & cogitare potest, ac velle. Sensibilitas autem non ab extensione continua oritur, sed ab impenetrabilitate, qua fit, ut nostrorum organorum fibræ tendantur a corporibus, quæ ipsi sustuntur, & motus ad cerebrum pro-

Conclusio pertinet ad ea, quæ veram, & ea, quæ affectatam habent continuitatem.

Difficultates pertinet a discrimine debito inter materiam, & spiritum.

Differre hæc puncta a spiritibus per impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitationis.

pagetur. Nam si extensa quidem essent corpora, sed impenetrabilitate carerent; manu contrectata fibras non strerent, nec motum ullum in iis progignerent, ac eadem radios non reflecterent, sed liberum intra se aditum luci præberent. Porro hoc discrimen utrumque manere potest integrum, & manet inter mea indivisibilia hæc puncta, & spiritus. Ipsa impenetrabilitatem habent, & sensus nostros afficiunt, ob illud primum crus asymptoticum exhibens vim illam repulsivam primam; spiritus autem, quos impenetrabilitate carere credimus, ejusmodi viribus itidem carent, & sensus nostros idcirco nequaquam afficiunt, nec oculis inspeçantur, nec manibus palpari possunt. Deinde in meis hisce punctis ego nihil admitto aliud, nisi illam virium legem cum inertia vi conjunctam, adeoque illa volo prorsus incapacia cogitationis, & voluntatis. Quamobrem discrimen essentia illud utrumque, quod inter corpus, & spiritum agnoscunt omnes, id & ego agnosco, nec vero id ab extensione, & compositione continua desumitur, sed ab iis, quæ cum simplicitate, & inextensione æque conjungi possunt, & coherere cum ipsis.

Si possibilis sit substantia prædita hisce viribus, & incapax cogitationis; eam nec fore materiam, nec spiritum.

155. At si substantiæ capaces cogitationis & voluntatis haberent ejusmodi virium legem, an non eosdem præstarent effectus respectu nostrorum sensuum, quos ejusmodi puncta? Respondebo sane, me hic non querere, utrum impenetrabilitas, & sensibilitas, quæ ab iis viribus pendent, conjungi possint cum facultate cogitandi, & volendi, quæ quidem quæstio eodem redit, ac in communi sententia de impenetrabilitate extensorum, ac compositorum relata ad vim cogitandi, & volendi. Illud ajo, notionem, quam habemus partim ex observationibus tam sensuum respectu corporum, quam intima conscientia respectu spiritus, una cum reflexione, partim, & vero etiam circa spiritus potissimum, ex principiis immediate revelatis, vel connexis cum principiis revelatis, continere pro materia impenetrabilitatem, & sensibilitatem, una cum incapacitate cogitationis, & pro spiritu incapacitatem afficiendi per impenetrabilitatem nostros sensus, & potentiam cogitandi, ac volendi, quorum priores illas ego etiam in meis punctis admitto, posteriores hæc in spiritibus; unde fit, ut mea ipsa puncta materialia sint, & eorum massæ constituent corpora a spiritibus longissime discrepantia. Si possibile sit illud substantiæ genus, quod & hujusmodi vires activas habeat cum inertia conjunctas, & simul cogitare possit, ac velle; id quidem nec corpus erit, nec spiritus, sed tertium quid, a corpore discrepans per capacitatem cogitationis, & voluntatis, discrepans autem a spiritu per inertiam, & vires hæc nostras, quæ impenetrabilitatem inducunt. Sed, ut aiebam, ea quæstio huc non pertinet, & aliunde resolvi debet; ut aliunde utique debet resolvi quæstio, qua queratur, an substantia extensa, & impenetrabilis hæc

hæc proprietates conjungere possit cum facultate cogitandi, volendique .

156. Nec vero illud reponi potest, argumentum potissimum ad evincendum, materiam cogitare non posse, deduci ab extensione, & partium compositione, quibus sublatis, omne id fundamentum prorsus corrui, & ad materialissimum sterni viam. Nam ego sane non video, quid argumenti peti possit ab extensione, & partium compositione pro incapacitate cogitandi, & volendi. Sensibilitas, præcipua corporum, & materię proprietates, quę ipsam adeo a spiritibus discriminat, non ab extensione continua, & compositione partium pendet, uti vidimus, sed ab impenetrabilitate, quę ipsa proprietates ab extensione continua, & compositione non pendet. Sunt, qui adhibent hoc argumentum ad excludendam capacitatem cogitandi a materia, desumptum a compositione partium: si materia cogitaret; singulę ejus partes deberent singulas cogitationis partes habere, adeoque nulla pars objectum perciperet; cum nulla haberet eam perceptionis partem, quam habet altera. Id argumentum in mea Theoria amittitur; at id ipsum, meo quidem judicio, vim nullam habet. Nam posset aliquis respondere, cogitationem totam indivisibilem existere in tota massa materię, quę certa partium dispositione sit prædita, uti anima rationalis per tam multos Philosophos, ut ut indivisibilis, in omni corpore, vel saltem in parte corporis aliqua divisibili existit, & ad ejusmodi præsentiam præstantiam certa indiget dispositione partium ipsius corporis, quę semel læsa per vulnus, ipsa non potest ultra ibi esse; atque ut viventis corporei, sive animalis rationalis natura, & determinatio habetur per materiam divisibilem, & certo modo constructam, una cum anima indivisibili; ita ibi per indivisibilem cogitationem inhaerentem divisibili materię natura, & denominatio cogitantis haberetur. Unde aperte constat eo argumento amisso, nihil omnino amitti, quod jure dolendum sit.

157. Sed quidquid de eo argumento censeretur debet, nihil refert, nec ad infirmendam Theoriam positivis, & validis argumentis comprobata, ac e solidissimis principiis directæ ratiocinatione deductam, quidquam potest unum, vel alterum argumentum amissum, quod ad probandam aliquam veritatem aliunde notam, & a revelatis principiis aut directe, aut indirecte confirmatam, ab aliquibus adhibeatur, quando etiam vim habeat aliquam, quam, uti ostendi, superius allatum argumentum omnino non habet. Satis est, si illa Theoria cum ejusmodi veritate conjungi possit, uti hæc nostra cum immaterialitate spirituum conjungitur optime, cum retineat pro materia inertiam, impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitandi, & pro spiritibus retineat incapacitatem efficiendi sensus nostros per impenetrabilitatem, & facultatem cogitandi, ac volendi.

Ego

Nihil amitti, amisso argumento eorum, qui a compositione partium deducunt incapacitatem cogitationis.

Etiam si quidpiam amittatur; theoriam positive probari, & in ea manere summum discrimen inter materiam, & spiritum.

Ego quidem in ipsius materię, & corpore substantię definitione ipsa assumo incapacitatem cogitandi, & volendi, & dico corpus massam compositam e punctis habentibus vim inertię conjunctam cum viribus activis expressis in fig. 1, & cum incapacitate cogitandi, ac volendi, quę definitione admissa, evidens est, materiam cogitare non posse; quę erit metaphysica quædam conclusio, eã definitione admissa, certissima: tum ubi solę rationes physicę adhibeantur, dicam, hæc corpora, quę meos afficiunt sensus, esse materiam, quod & sensus afficiant per illas utique vires, & non cogitent. Id autem deducam inde, quod nullum cogitationis indicium præstent; quę erit conclusio tantum physica, circa existentiam illius materię ita definitę, æque physice certa, ac est conclusio, quę dicat lapides non habere levitatem, quod nunquam eam prodiderint ascendendo sponte, sed semper e contrario sibi relicti descenderint.

158. Quod autem pertinet ad ipsam corporum, & materię ideam, quę videtur extensionem continuam, & contactum partium involvere, in eo videntur mihi quidem Cartesiani inprimis, qui tantopere contra præjudicia pugnare sunt visi, præjudiciis ipsis ante omnes alios indulgisse. Ideam corporum habemus per sensus; sensus autem de continuitate accurata judicare omnino non possunt, cum minima intervalla sub sensus non cadant. Et quidem omnino certo deprehendimus illam continuitatem, quam in plerisque corporibus nobis objiciunt sensus nostri, nequaquam haberi. In metallis, in marmoribus, in vitris, & crystallis continuitas nostris sensibus apparet ejusmodi, ut nulla percipiamus in iis vacua spatiola, nullos poros, in quo tamen hallucinari sensus nostros manifesto patet, tum ex diversâ gravitate specifica, quę a diversâ multitudine vacuitatum oritur utique, tum ex eo, quod per illa insinuantur substantię plures, ut per priora oleum diffundatur, per posteriora liberrime lux transeat, quod quidem indicat, in posterioribus hæc potissimum ingentem pororum numerum, qui nostris sensibus delitescunt.

159. Quamobrem jam ejusmodi nostrorum sensuum testimonium, vel potius noster eorum ratiociniorum usus, in hoc ipso genere suspecta esse debent, in quo constat nos decipi. Suspiciari igitur licet, exactam continuitatem sine ullis spatiois, ut in majoribus corporibus ubique deest, licet sensus nostri illam videantur denotare, ita & in minimis quibusvis particulis nusquam haberi, sed esse illusionem quandam sensuum tantummodo, & quoddam figmentum mentis, reflexione vel non utentis, vel abutentis. Est enim solemne illud hominibus, atque usitatum, quod quidem est maximorum præjudiciorum fons, & origo præcipua, ut quidquid in nostris sensibus est nihil, habeamus pro nihilo absoluto. Sic utique per tot sæcula a multis est creditum, & nunc etiam a vulgo creditur, quie-

Sensus omnino falsi in illa tanta continuitate extensionis, quam nobis ingerunt.

Fons præjudiciorum: haberi pro nullis in se, quę sunt nullæ in nostris sensibus: eorum exempla.

quietem Telluris, & diurnam Solis, ac fixarum motum sensum testimonio evinci, cum apud Philosophos jam constet, ejusmodi questionem longe aliunde resolvendam esse, quam per sensus, in quibus debent eadem prorsus impressiones fieri, sive stentus & nos, & Terra, ac moveantur astra, sive moveamur communi motu & nos, & Terra, ac astra consistant. Motum cognoscimus per mutationem positionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejusdem positionis permanentiam. Tam mutatio, quam permanentia fieri possunt duplici modo: mutatio, primo si nobis immotis objectum moveatur; & permanentia, si id ipsum stet: secundo, illa, si objecto stante moveamur nos; hæc, si moveamur simul motu communi. Motum nostrum non sentimus, nisi ubi nos ipsi motum inducimus, ut ubi caput circumagimus, vel ubi curru delati succutimur. Idcirco habemus tum quietem motum ipsum pro nullo, nisi aliunde admoneamur de eodem motu per causas, quæ nobis fiat cognitæ, ut ubi *provehimur portu*, quo casu vector, qui jam diu affuevit ideæ litoris stantis, & navis promotæ per remas, vel vela, corrigat apparentiam illius, *terraque, urbesque recedunt*, & sibi, non illis, motum adjudicat.

160. Hinc Philosophus, ne fallatur, non debet primis hæc ideis acquirere, quas e sensationibus haurimus, & ex illis deducere consecraria sine diligenti perquisitione, ac in ea quæ ab infantia deduxit, debet diligenter inquirere. Si inveniatur, easdem illas sensuum perceptiones duplici modo æque fieri posse; peccabit utique contra Logicæ etiam naturalis leges, si alterum modum præ altero pergat eligere, umice, quia alterum antea non viderat, & pro nullo habuerat, & idcirco alteri tantum affueverat. Id vero accidit in casu nostro; sensationes habebuntur eadem, sive materia constet punctis prorsus inextensis, & distantibus inter se per intervalla minima, quæ sensum fugiant, ac vires ad illa intervalla pertinentes organorum nostrorum fibras sine ulla sensibili interruptione afficiant, sive continua sit, & per immediatum contactum agat. Patebit autem in tertia hujusce operis parte, quo pacto proprietates omnes sensibiles corporum generales, immo etiam ipsorum præcipua discrimina, cum punctis hæc indivisibilibus conveniant, & quidem multo sane melius, quam in communi sententia de continua extensione materiæ. Quamobrem errabit contra rectæ ratiocinationis usum, qui ex præjudicio ab hujusce conciliationis, & alterius hujusce sensationum nostrarum causæ ignorantia inducto, continuam extensionem ut proprietatem necessariam corporum omnino credat, & multo magis, qui censeat, materialis substantiæ ideam in ea ipsa continua extensione debere consistere.

161. Verum quo magis evidenter constet horum præjudiciorum origo, afferam hic dissertationis *De Materie Divisibilitate*,

K

Eorum correctio, ubi deprehenditur, remanet alio etiam modo cum sensuum apparentia conciliari posse.

Ordo idearum, quas haurimus circa corpus:

primis habitus esse per tactum.

Principis Corporum, numeros tres incipiendo a 14, ubi sic: „ utcumque demus, quod ego omnino non censeo, aliquas esse innatas ideas, & non per sensus acquisitas; illud procul dubio arbitror omnino certum, ideam corporis, materiæ rei corporeæ, rei materialis, nos hausisse ex sensibus. Porro ideæ primæ omnium, quas circa corpora acquisivimus per sensus, fuerunt omnino eæ, quas in nobis tactus excita vit, & easdem omnium frequentissimas hausimus. Multa profecto in ipso materno utero se tactui perpetuo offerebant, antequam ullam fortasse saporem, aut odorem, aut somnorum, aut colorum ideam habere possemus per alios sensus; quarum ipsarum, ubi eas primum habere coepimus, multo minor sub initium frequentia fuit. Ideæ autem, quas per tactum habuimus, ortæ sunt ex phaenomenis hujusmodi. Experiebamur palpando, vel temere impingendo resistantiam vel a nostris, vel a maternis membris ortam; quæ cum nullam interruptionem per aliquod sensibile intervallum sensui objiceret, obtulit nobis ideam impenetrabilitatis; & extensionis continuæ: cumque deinde cessaret in eadem directione alicubi resistantia, & secundum aliam directionem exerceretur; terminos ejusdem quantitatis concepimus, & figuræ ideam hausimus.

Quæ fuerint tum consideranda: infantia ad eas reflexiones inepta: in quo ea sita sit.

162. Porro oriabantur hæc phaenomena a corporibus e materia jam efformatis, non a singulis materiæ particulis, e quibus ipsa corpora componebantur. Considerandum diligenter erat, num extensio ejusmodi esset ipsius corporis, non spatii cujusdam, per quod particulæ corpus efformantes diffunderentur: num eæ particulæ ipsæ ipsam proprietatibus essent præditæ: num resistantia exerceretur in ipso contactu, an in minimis distantis sub sensu non cadentibus vis aliqua impedimento esset, quæ id ageret, & resistantia ante ipsum etiam contactum sentiretur: num ejusmodi proprietates essent intrinsecæ ipsi materiæ, ex qua corpora componuntur, & necessariæ; an casu tantum aliquo haberentur, & ab extrinseco aliquo determinante. Hæc, & alia sane multa considerare diligentius oportuisset: sed erat id quidem tempus maxime caliginosum, & obscurum, ac reflexionibus minus obvis minime aptum. Præter organorum debilitatem, occupabat animum rerum novitas, phaenomenorum paucitas, & nullus, aut certe satis tenuis usus in phaenomenis ipsis inter se comparandis, & ad certas classes revocandis, ex quibus in eorum leges, & causas liceret inquirere, & systema quoddam efformare, quo de rebus extra nos positis possemus ferre iudicium. Nam in hac ipsa phaenomenorum inopia, in hac efformandi systematis difficultate, in hoc exiguo reflexionum usu, magis etiam, quam in organorum imbecillitate, arbitror, sitam esse infantiam.

Præjudicia in-
de orta exten-
sionis continuæ
ut essentialis,
odorum &c. ut
accidentalium.

163. „ In hac tanta rerum caligine ea prima sese obtulerunt animo, quæ minus alta indagine, minus intentis reflexionibus indigebant, eaque ipsa ideis toties repetitis altius impressa sunt, & tenacius adhæserunt, & quendam veluti campum nacta prorsus vacuum, & adhuc immunem, suo quodammodo jure quandam veluti possessionem inierunt. Intervalla, quæ sub sensum nequaquam cadebant, pro nullis habita: ea, quorum ideæ semper simul conjunctæ excitabantur, habita sunt pro iisdem, vel arctissimo, & necessario nexu inter se conjunctis. Hinc illud effectum est, ut ideam extensionis continuæ, ideam impenetrabilitatis prohibentis ulteriorem motum in ipso tantum contactu corporibus affinxerimus, & ad omnia, quæ ad corpus pertinent, ac ad materiam, ex qua ipsam constat, temere transfuserimus: quæ ipsa cum primam insederent animo, cum frequentissimis, immo perpetuis phænomenis, & experimentis confirmarentur; ita tenaciter sibi invicem adhæserunt, ita firmiter ideæ corporum immixtae sunt, & cum ea copulata; ut ea ipsa pro primis corporibus, & omnium corporearum rerum, nimirum etiam materiæ corpora componentis, ejusque partium proprietatibus maxime intrinsecis, & ad naturam, atque essentiam earundem pertinentibus, & tum habuerimus, & nunc etiam habeamus, nisi nos præjudiciis ejusmodi liberemus. Extensionem nimirum continuam, impenetrabilitatem ex contactu, compositionem ex partibus, & figuram, non solum naturæ corporum, sed etiam corporeæ materiæ, & singulis ejusdem partibus, tribuimus tanquam proprietates essentielles: cætera, quæ serius, & post aliquem reflectendi usum deprehendimus, colorem, saporem, odorem, sonum, tanquam accidentales quasdam, & adventitias proprietates consideravimus.

164. Ita ego ibi, ubi Theoriam virium deinde refero, quam supra hic exposui, ac ad præcipuas corporum proprietates applico, quas ex illa deduco, quod hic præstabo in parte tertia. Ibi autem ea adduxeram ad probandam primam e sequentibus præpositionibus, quibus probatis & evincitur Theoria mea, & vindicatur: sunt autem hujusmodi: 1. Nullo prorsus argumento evincitur materiam habere extensionem continuam, & non potius constare e punctis prorsus indivisibilibus a se per aliquod intervallum distantibus; nec ulla ratio seclusis præjudiciis suadet extensionem ipsam continuam potius, quam compositionem e punctis prorsus indivisibilibus, inextensis, & nullo continuo extensum constituentibus. 2. Sunt argumenta, & satis valida illa quidem, quæ hanc compositionem e punctis indivisibilibus evincant extensioni ipsi continuæ præferri oportere.

165. At quodnam extensionis genus erit istud, quod e punctis inextensis, & spatio imaginario, sive puro nihilo

Quo pacto
congeries pun-
ctorum coale-

scant in massis
tenaces: transi-
tus ad partem
secundam.

constat? Quo pacto Geometria locum habere poterit, ubi nihil habetur reale continuo extensum? An non punctorum ejusmodi in vacuo innantium congeries erit, ut quædam nebula unico oris flatu dissolubilis prorsus sine ulla consistenti figura, soliditate, resistantia? Hæc quidem pertinent ad illud extensionis, & cohesionis genus, de quo agam in tertia parte, in qua Theoriam applicabo ad Physicam, ubi istis ipsis difficultatibus faciam satis. Interea hic illud tantummodo innuo in antecessum, me cohesionem desumere a limitibus illis, in quibus curva virium ita fecat axem, ut a repulsione in minoribus distantis transitus fiat ad attractionem in majoribus. Si enim duo puncta sint in distantia alicujus limitis ejus generis, & vires, quæ immutatis distantis oriuntur, sint satis magnæ, curva secante axem ad angulum fere rectum, & longissime abeunte ab ipso; ejusmodi distantiam ea puncta tuebuntur vi maxima ita, ut etiam insensibiliter compressa resistant ulteriori compressioni, ac distracta resistant ulteriori distractioni; quo pacto si multa etiam puncta cohzereant inter se, tuebuntur utique positionem suam, & massam constituent formæ tenacissimam, ac eadem prorsus phænomena exhibentem, quæ exhibent solidæ massæ in communi sententia. Sed de hac re uberius, uti monui, in parte tertia: nunc autem ad secundam faciendus est gradus.



P A R S II.

Theorie applicatio ad Mechanicam.

97

166. Considerabo in hac secunda parte potissimum generales quasdam leges æquilibrium, & motus tam punctorum, quam massarum, quæ ad Mechanicam utriusque pertinent, & ad plurima ex iis, quæ in elementis Mechanicæ passim traduntur, ex unico principio, & adhibito constanti ubique agendi modo, demonstranda viam sternunt pronissimam. Sed prius præmittam nonnulla, quæ pertinent ad ipsam virium curvam, a qua utique motuum phænomena pendunt omnia.

167. In ea curva consideranda sunt potissimum tria, arcus curvæ, area comprehensa inter axem, & arcum, quam generat ordinata continuo fluxu, ac puncta illa, in quibus curva secat axem.

168. Quod ad arcus pertinet, alii dici possunt repulsivi, & alii attractivi, prout nimirum jacent ad partes cruris asymptotici ED, vel ad contrarias, ac terminant ordinatas exhibentes vires repulsivas, vel attractivas. Primus arcus ED debet omnino esse asymptoticus ex parte repulsiva, & in infinitum productus: ultimus TV, si gravitas cum lege virium reciproca duplicata distantiarum protenditur in infinitum, debet itidem esse asymptoticus ex parte attractiva, & itidem natura sua in infinitum productus. Reliquos figura 1 exprimit omnes finitos. Verum curva Geometrica etiam ejus naturæ, quam exposuimus, posset habere alia itidem asymptotica crura, quot libuerit, ut si ordinata mn in H abeat in infinitum. Sunt nimirum curvæ continuæ, & uniformis naturæ, quæ asymptotos habent plurimas, & habere possunt etiam numero infinitas. (i)

Ante applicationem ad Mechanicam consideratio curvæ.

Quid in ea considerandum.

Diversa arcuum genera: arcus asymptotici etiam numero infiniti.

Fig. 1.

169.

(i) Sit ex. gr. in fig. 12. cyclois continua CDEFGH &c, quam generet punctum peripherie circuli continuo revoluti supra rectam AB, que natura sua protenditur utrinque in infinitum, adeoque in infinitis punctis C, E, G, I &c occurrit basi AB. Si ubicunque ducatur quævis ordinata PQ, producaturque in R ita, ut sit PR tertius post PQ, & datam quantamvis rectam; punctum R erit ad curvam continuam constantem eisdem ramis MNO, VXY &c, quot erunt arcus Cycloides CDE, EFG &c, quorum ramorum singuli habebunt bina crura asymptotica, cum ordinata PQ in accessu ad omnia puncta, C, E, G &c decrescat ultra quoscunque limites, adeoque ordinata PR crescat ultra limites quoscunque. Erunt hic quidem omnes asymptoti CK, EL, GS &c paralleli inter se, & perpendicularares basi AB, quod in aliis curvis non est necessarium, cum etiam divergentes utcumque possint esse. Erunt autem & eisdem numero, quot puncta illa C, E, G &c, nimirum infinita. Eodem autem pacto curvatum

Fig. 12.

78

T H E O R I Æ

Arcus intermedii. 169. Arcus intermedii, qui se contorquent circa axem, possunt etiam alicubi, ubi ad ipsum devenerint, retro redire, tangendo ipsum, & que id ex utralibet parte, & possent itidem ante ipsum contactum inflecti, & redire retro, mutando accessum in recessum, ut in fig. 1. videre est in arcu PefqR.

Arcus postremus gravitatis fortasse non asymptoticus. 170. Si gravitas generalis legem vis proportionalis inverse quadrato distantie, quam non accurate servat, sed quamproxime, uti diximus in priorè parte, retinet ad sensum non mutatum solum per totum planetarium, & cometaryum systema, fieri utique poterit, ut curva virium non habeat illud postremum crus asymptoticum TV, habens pro asymptoto ipsam rectam AC, sed iterum secet axem, & se contorqueat circa ipsum. Tum vero inter alios casus innumeros, qui haberi possent, unum censeo speciminis gratia hic non omittendum; incredibile enim est, quam ferax casuum, quorum singuli sunt notatu dignissimi, unica etiam hujusmodi curva esse possit.

Series curvarum similium cum serie Munderorum magni. 171. Si in fig. 14. in axe CG sint segmenta AA', A'A'' numero quocunque, quorum posteriora sint in immensum majora respectu præcedentium, & per singula transeant asymptoti AB,

quatumlibet singuli occusis cum axe in curvis per eas hac eadem lege generatis bina crura asymptotica generant, cruribus ipsis jacentibus, vel, ut hic, ad eandem axem partem, ubi curva genitrix ab eo regressitur retro post apulsam, vel etiam ad partes oppositas, ubi curva genitrix ipsum secet, ac transiliat: cumque possit eadem curva aliorum generum secari in punctis plurimis a recta, vel contingi; poterunt utique haberi & rami asymptotici in curva eadem continua, quo libuerit dato numero.

Nam ex ipsa Geometrica continuitate, quam persecutus sum in dissertatione De Lege Continuitatis, & in dissertatione De Transformatione Locorum Geometricorum adjecta Sectionibus Conicis, exhibui necessitatem generalem secundi illius cruris asymptotici redeuntis ex infinito. Quotiescumque enim curva aliqua saltem algebraica habet asymptoticum crus aliquod, debet necessario habere & alterum ipsi respondens, & habens pro asymptoto eandem rectam: sed id habere potest vel ex eadem parte, vel ex opposita; & crus ipsum jacere potest vel ad easdem plagas partis utriuslibet cum priorè crure, vel ad oppositas, adeoque cruris redeuntis ex infinito positiones quatuor esse possunt. Si in fig. 13 crus ED abeat in infinitum, existente asymptoto ACA, potest regredi ex parte A vel us HI, quod crus jacet ad eandem plagam, vel us KL, quod jacet ad oppositam; & ex parte A, vel us MN, ex eadem plaga, vel us OP, ex opposita. In posteriore ex iis duabus dissertationibus profero exempla omnium ejusmodi regressuum; ac secundi, & quarti casus exempla exhibet etiam superior genitrix, si curva generans contingat axem, vel secet, ulterius progressa respectu ipsius. Inde autem fit, ut crura asymptotica rectitudinem habentia asymptotum esse non possint, nisi numero pari, ut & radices imaginariæ in æquationibus algebraicis.

Verum hic in curva virium, in qua arcus semper debet progredi, ut singulis distantis, sive abscissis, singulae vires, sive ordinatae respondeant, casus primus, & tertius haberi non possunt. Nam ordinata RQ cruris DE occurreret alicubi in S, S cruribus etiam HI, MN; adeoque relinquendus foret quartus, & secundus, quorum usus erit infra.

ti AB, A'B', A''B'' perpendicularares axi; possent inter binas quasque asymptotas esse curvæ ejus formæ, quam in fig. 1 habuimus, & quæ exhibetur hic in DEFI &c, D'E'F'I' &c, in quibus primum crux ED esset asymptoticum repulsiuum, postremum SV attractivum, in singulis vero interval- lum EN, quo arcus curvæ contorquetur, sit perquam exiguum respectu intervalli circa S, ubi arcus diutissime perstet proxi- mus hyperbolæ habenti ordinatas in ratione reciproca duplica- ta distantiarum, tum vero vel immediate abiret in arcum asymptoticum attractivum, vel iterum contorqueretur utcu- que usque ad ejusmodi asymptoticum attractivum arcum, ha- bente utroque asymptotico arcu aream infinitam; in eo casu collocato quocunque punctorum numero inter binas quasque asymptotas, vel inter binaria quotlibet, & rite ordinato, pos- set exurgere quivis, ut ita dicam, Mundorum numerus, quo- rum singuli essent inter se simillimi, vel dissimillimi, prout arcus EF &c N, E'F' &c N' essent inter se similes, vel dis- similes, atque id ita, ut quivis ex iis nullum haberet commer- cium cum quovis alio; cum nimirum nullum punctum posset egredi ex spatio incluso iis binis arcubus, hinc repulsiivo, & inde attractivo; & ut omnes Mundi minorum dimensionum simul sumpti vices agerent unius puncti respectu proxime ma- joris, qui constaret ex ejusmodi massulis respectu sui tanquam punctualibus, dimensione nimirum omni singulorum, respectu ipsius, & respectu distantiarum, ad quas in illo devenire pos- sint, fere nulla; unde & illud consequi posset, ut quivis ex ejusmodi tanquam Mundis nihil ad sensum perturbaretur a mo- tibus, & viribus Mundi illius majoris, sed dato quovis utcu- que magno tempore totus Mundus inferior vires sentiret a quo- vis puncto materiæ extra ipsum posito accedentes, quantum libuerit, ad æquales, & parallelas, quæ idcirco nihil turbarent respectivum ipsius statum internum.

tudine propor-
tionalium.
Fig. 14.

172. Sed ea jam pertinent ad applicationem ad Physicam, quæ quidem hic innui tantummodo, ut pateret, quam multa notatu dignissima considerari ibi possent, & quanta sit hujusce campis fecunditas, in quo combinationes possibiles, & possibi- les formæ sunt sane infinities infinitæ, quarum, quæ ab hu- mana mente perspicui utcumque possunt, ita sunt pauca res- pectu totius, ut haberi possint pro mero nihilo, quas tamen om- nes unico intuitu præsentis vidit, qui Mundum condidit, DEUS. Nos in iis, quæ consequentur, simpliciora tan- tummodo quædam plerumque confectabimur, quæ nos ducant ad phenomena iis conformia, quæ in Natura nobis pervia intuemur, & interea progrediemur ad areas arcubus respon- dentes.

Omissis subli-
mioribus, pro-
gressus ad areas.

173. Aream curvæ propositæ cuicumque, utcumque exi- guo, axis segmento respondentem posse esse utcumque mag- nam, & aream respondentem cuicumque, utcumque magno, posse

Cuicumque
axis segmento
posse aream re-
spondere utcum-
posse

que magnam
vel parvam:
partis secundæ
demonstratio.

Fig. 15.

posse esse utcumque parvam, facile patet. Sit in fig. 15. MQ segmentum axis utcumque parvum, vel magnum; ac detur area utcumque magna, vel parva. Ea applicata ad MQ exhibebit quandam altitudinem MN ita, ut, ducta NR parallela MQ, sit MNRQ æqualis areæ datæ, adeoque assumpta QS dupla QR, area trianguli MSQ erit itidem æqualis areæ datæ. Jam vero pro secundo casu satis patet, posse curvam transire infra rectam NR, uti transit XZ, cujus area idcirco esset minor, quam area MNRQ; nam esset ejus pars. Quin im- mo licet ordinata QV sit utcumque magna; facile patet, posse arcum MAV ita accedere ad rectas MQ, QV; ut area inclusa iis rectis, & ipsa curva, minuat infra quoscunque determinatos limites. Potest enim jacere totus arcus intra duo triangula QAM, QAV, quorum altitudines cum minui pos- sint, quantum libuerit, stantibus basibus MQ, QV, potest ut- tique area ultra quoscunque limites imminui. Posset autem ea area esse minor quacunque data; etiamsi QV esset asymp- totus, qua de re paulo inferius.

Demonstratio
primæ.

174. Pro primo autem casu vel curva secet axem extra MQ, ut in T, vel in altero extremo, ut in M; fieri pote- rit, ut ejus arcus TV, vel MV transeat per aliquod pun- ctum V jacens ultra S, vel etiam per ipsum S ita, ut cur- vatura illum ferat, quemadmodum figura exhibet, extra trian- gulum MSQ, quo casu patet, aream curvæ respondentem in- tervallo MQ fore majorem, quam sit area trianguli MSQ, adeoque quam sit area data; erit enim ejus trianguli area pars areæ pertinentis ad curvam. Quod si curva etiam secaret ali- cubi axem, ut in H inter M, & Q, tum vero fieri posset, ut area respondens alteri e segmentis MH, QH esset major, quam area data simul, & area alia assumpta, qua area assumpta esset minor area respondens segmento alteri, adeoque excessus prioris supra posteriorem remaneret major, quam area data.

Aream asym-
ptoticam posse
esse infinitam,
vel finitam ma-
gnitudinis cu-
juscunque.
Fig. 1.

175. Area asymptotica clausa inter asymptotum, & ordina- tam quamvis, ut in fig. 1 BAag, potest esse vel infi- nita, vel finita magnitudinis cujusvis ingentis, vel exiguæ. Id quidem etiam geometrice demonstrari potest, sed multo facilius demonstratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriæ sublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (1). Generaliter nimi- rum

$$(1) \text{ Sit } Aa \text{ in Fig. 1 } = x, ag = y; \text{ ac sit } x^m y^n = 1; \text{ erit } y = x^{-\frac{m}{n}},$$

$$\text{ & } dx \text{ elementum areæ} = x^{\frac{n-m}{n}} dx, \text{ cujus integrale } \frac{n}{n-m} x^{\frac{n}{n-m}} + A,$$

rum area ejusmodi est infinita; si ordinata crescit in ratione reciproca abscissarum simplici, aut majore: & est finita; si, crescit in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

176. Hoc, quod de areis dictum est, necessarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur scala quædam velocitatum, quæ in accessu puncti cujusvis ad aliud punctum, vel recessu generantur, vel eliduntur; prout ejus motus conspiret cum directione vis, vel sit ipsi contrarius. Nam, quod inuimus & supra in adnot.(f) ad num. 118., ubi vires exprimuntur per ordinatas, & spatia per abscissas, area, quam texit ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod itidem ope Geometriæ demonstratur facile, & demonstravi tam in dissertatione *De Viribus Vivis*, quam in *Stayanis Supplementis*; sed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

177. Duo tamen hic tantummodo notanda sunt; primo quidem illud: si duo puncta ad se invicem accedant, vel a se invicem recedant in ea recta, quæ ipsa conjungit, segmenta illius

L

axis,

Atque id ipsum, licet segmenta axis sint dimidia spatii.

addita constanti A, sive ob $x^{-m} = y$, habebitur $\frac{n}{n-m} xy \mp A$. Quomodo

nam incipit area in A, in origine abscissarum; si $n - m$ fuerit numerus positivus, adeoque n major, quam m; area erit finita, ac valor A = 0; area vero erit ad rectangulum A x a g, ut n ad n - m, quod rectangulum, cum a g positus esse magna, & parva, ut libuerit, potest esse magnitudinis cujusvis. Is valor fit infinitus, si factio $m = n$, divisor evadat = 0; adeoque multo magis fit infinitus valor areae, si m sit major, quam n. Unde constat, aream fore infinitam, quotiescunque ordinata crescit in ratione reciproca simplici, & majore; secus fore finitam.

(m) Sit u vis, c celeritas, t tempus, s spatium: erit u dt = dc, cum celeritatis incrementum sit proportionale vi, & tempusculo; ac erit c dt = ds, cum spatium confectum respondeat velocitati, & tempusculo. Hinc eritur $dt = \frac{dc}{c}$, & pariter $dt = \frac{ds}{c}$, adeoque $\frac{dc}{c} = \frac{ds}{c}$, & cdc = uds.

Porro ac dc est incrementum quadrati velocitatis dc, & uds in hypothesis, quod ordinata sit u, & spatium s sit abscissa, est areola respondens spatiolo ds confecto. Igitur incrementum quadrati velocitatis conspirante vi, adeoque decrementum vi contraria, respondet aree respondenti spatiolo percurso quoties infinitesimo tempusculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis respondet aree pertinenti ad partem axis referentem spatium percursum.

Hinc autem illud sponte consequitur: si per aliquod spatium vires in singulis punctis eadem permaneant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium; differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore semper eandem, que idcirco erit tota velocitas finalis in casu, in quo mobile initio illius spatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius usui, quadratum velocitatis finalis, conspirente vi cum directione motus, æquabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquisivisset in fine, si initio ingressum fuisset sine ulla velocitate.

Areas exprimere incrementa, vel decrementa quadrati velocitatis.

rum percursorum a singulis punctis.

axis, qui exprimit distantias, non expriment spatium confectum; nam moveri debet punctum utrumque: adhuc tamen illa segmenta erunt proportionalia ipsi spatio confecto, eorum nimirum dimidio; quod quidem fati est ad hoc, ut illæ areæ adhuc sint proportionales incrementis, vel decrementis quadrati velocitatum, adeoque ipsa expriment.

Si areæ sint partim attractivæ, partim repulsivæ, affumendam esse differentiam earundem.

178. Secundo loco notandum illud, ubi areæ respondentes dato cūpiam spatio sint partim attractivæ, partim repulsivæ, earum differentiam, quæ oritur subtrahendo summam omnium repulsivarum a summa attractivarum, vel vice versa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis; prout directio motus respectivi conspiret cum vi, vel oppositam habeat directionem. Quamobrem si interea, dum per aliquod majus intervallum a se invicem recesserint puncta, habuerint vires directionis utriusque; ut innotescat, an celeritas creverit, an decreverit, & quantum; erit investigandum, an areæ omnes attractivæ simul, omnes repulsivæ simul superent, an deficiant, & quantum; inde enim, & a velocitate, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quaeritur.

Appulsus ad axem curvæ fecerit, vel tangentis: sectionum, seu limitum duo generant.

179. Hæc quidem de arcibus, & areis; nunc aliquanto diligentius considerabimus illa axis puncta, ad quæ curva appellat. Ea puncta vel sunt ejusmodi, ut in iis curva axem fecerit, cujusmodi in fig. 1 sunt E, G, I &c, vel ejusmodi, ut in iis ipsa curva axem contingat tantummodo. Primi generis puncta sunt ea, in quibus fit transitus a repulsionibus ad attractiones, vel vice versa, & hæc ego appello limites, quod nimirum sint limites inter eas oppositarum directionum vires. Sunt autem hi limites duplicis generis: in aliis, aucta distantia, transitur a repulsionem ad attractionem; in aliis contra ab attractionem ad repulsionem. Prioris generis sunt E, I, N, R; posterioris G, L, P: & quoniam, posteaquam ex parte repulsiva in una sectione curva transit ad partem attractivam; in proxime sequenti sectione debet necessario ex parte attractiva transire ad repulsivam, ac vice versa; patet, limites fore alternatim prioris illius, & hujus posterioris generis.

Fig. 1.

In quo conveniant inter se, in quo differant: limites cohesionis, & non cohesionis.

180. Porro limites prioris generis, a limitibus posterioris ingenis habent inter se discrimen. Habent illi quidem hoc commune, ut duo puncta collocata in distantia unius limitis cujuscunque nullam habeant mutuam vim, adeoque si respective quiescebant, pergant itidem respective quiescere. At si ab illa respectiva quiete dimoveantur; tum vero in limite primi generis ulteriori dimotioni resistunt, & conabuntur priorem distantiam recuperare, ac sibi relicta ad illam ibunt; in limite vero secundi generis, utcunque parum dimota, sponte magis fugient, ac a priore distantia statim recedent adhuc magis. Nam si distantia minuatur; habebunt in limite prioris generis vim repulsivam, quæ obtabit ulteriori accessui, & urgebit puncta ad mutuam recessum, quem sibi relicta acquirant, adeo-

adeoque tendent ad illam priorem distantiam : at in limite secundi generis habebunt attractionem , qua adhuc magis ad se accedent , adeoque ab illa priore distantia , quæ erat major , adhuc magis sponte fugient . Pariter si distantia augeatur , in primo limitum genere a vi attractiva , quæ habetur statim in distantia majore ; habebitur resistentia ad ulteriorem recessum , & conatus ad minuendam distantiam , ad quam recuperandam sibi relicta tendent per accessum ; at in limitibus secundi generis orientur repulsio , qua sponte se magis adhuc fugient , adeoque a minore illa priore distantia sponte magis recedent . Hinc illos prioris generis limites , qui mutæ positionis tenaces sunt , ego quidem appellavi *limites cohesionis* , & secundi generis limites appellavi *limites non cohesionis* .

181. Illa puncta , in quibus curva axem tangit , sunt quidem terminus quidam virium , quæ ex utraque parte , dum ad ea acceditur , decrescunt ultra quoscunque limites , ac demum ibidem evanescent ; sed in iis non transitur ab una virium directione ad aliam . Si contactus fiat ab arcu repulsivo ; repulsiones evanescent , sed post contactum remanent itidem repulsiones ; ac si fiat ab arcu attractivo , attractionibus evanescentibus attractiones iterum immediate succedunt . Duo puncta collocata in ejusmodi distantia respective quiescunt ; sed in primo casu resistunt soli compressioni , non etiam distractioni , & in secundo resistunt huic soli , non illi .

Duo genera contactuum .

182. Limites cohesionis possunt esse validissimi , & languidissimi . Si curva ibi quasi ad perpendicularum secat axem , & ab eo longissime recedit ; sunt validissimi : si autem ipsum secet in angulo perquam exiguo , & parum ab ipso recedat ; erunt languidissimi . Primum genus limitum cohesionis exhibet in fig. 1 arcus tNy , secundum cNx . In illo assumptis in axe Nz , Nu utcunque exiguis , possunt vires zt , uy , & areae Nzt , Nuy esse utcunque magnæ , adeoque , mutatis utcunque parum distantis , possunt haberi vires ab ordinatis expressæ utcunque magnæ , quæ vi comprimenti , vel distrahenti , quantum libuerit , valide resistent , vel areae utcunque magnæ , quæ velocitates quantumlibet magnas respectivas elidunt ; adeoque sensibilis mutatio positionis mutæ impediri potest contra utcunque magnam vel vim prementem , vel celeritatem ab aliorum punctorum actionibus impressam . In hoc secundo genere limitum cohesionis , assumptis etiam majoribus segmentis Nz , Nu , possunt et vires zc , ux , & areae Nzc , Nux , esse quantum libuerit exiguæ , & idcirco exigua itidem , quantum libuerit , resistentia , quæ mutationem vetet .

Limites cohesionis validi , vel languidi pro forma curvæ prope sectionem .

183. Possunt autem hi limites esse quocunque , utcunque magno numero ; cum demonstratum sit , posse curvam in quocunque , & quibuscunque punctis axem secare . Possunt idcirco etiam esse utcunque inter se proximi , vel remoti , ut

Posse limites esse quocunque numero , utcunque proximis , vel remotis invicem ,

& respectu originis abscissarum , positos ordine quocunque .

alicubi intervallum inter duos proximos limites sit etiam in quacunque ratione majus , quam sit distantia præcedentis ab origine abscissarum A , alibi in intervallo vel exiguo , vel ingenti sint quamplurimi inter se ita proximi , ut a se invicem distent minus , quam pro quovis assumpto , aut dato intervallo . Id evidenter fluit ex eo ipso , quod possint sectiones curvæ cum axe haberi quocunque , & ubicunque . Sed ex eo , quod arcus curvæ ubicunque possint habere positiones quascunque , cum ad datas curvas accedere possint , quantum libuerit , sequitur , quod limites ipsi cohesionis possint alii aliis esse utcunque validiores , vel languidiores , atque id quocunque ordine , vel sine ordine ullo ; ut nimirum etiam sint in minoribus distantis alicubi limites validissimi , tum in majoribus languidiores , deinde itidem in majoribus multo validiores , & ita porro ; cum nimirum nullus sit nexus necessarius inter distantiam limitis ab origine abscissarum , & ejus validitatem pendente ab inclinatione , & recessu arcus secantis respectu axis , quod probe notandum est , futurum nimirum usui ad ostendendum , tenacitatem , sive cohesionem , a densitate non pendere .

Quæ positio rectæ tangentis curvam in limite rarissima , quæ frequentissima : Arcus exigui hinc & inde æquales , & similes .

184. In utroque limitum genere fieri potest , ut curva in ipso occurso cum axe pro tangente habeat axem ipsum , ut habeat ordinatam , ut aliam rectam aliquam inclinatam . In primo casu maxime ad axem accedit , & initio saltem languidissimus est limes ; in secundo maxime recedit , & initio saltem est validissimus ; sed hi casus debent esse rarissimi , si uspiam sunt : nam cum ibi debeat & axem secare curva , & progredi , adeoque secari in puncto eodem ab ordinata producta , debet habere flexum contrarium , sive mutare directionem flexus , quod utique fit , ubi curva & rectam tangit simul , & secat . Rarissimos tamen debere esse ibi hos flexus , vel potius nullos , constat ex eo , quod flexus contrarii puncta in quovis finito arcu datæ curvæ cujusvis numero finito esse debent , ut in Theoria curvarum demonstrari potest , & alia puncta sunt infinita numero , adeoque illa cadere in intersectiones est infinites improbabilis . Possunt tamen sæpe cadere prope limites : nam in singulis contorsionibus curvæ . saltem singuli flexus contrarii esse debent . Porro quacunque directionem habuerit tangens , si accipiatur exiguus arcus hinc , & inde a limite , vel maxime accedat ad rectam , vel habeat curvaturam ad sensum æqualem , & ad sensum æquali lege progredientem utrinque , adeoque vires in æquali distantia exigua a limite erunt ad sensum hinc , & inde æquales ; sed distantis auctis poterunt & diu æqualitatem retinere , & cito etiam ab ea recedere .

Transitus per infinitum curvæ

185. Hi quidem sunt limites per intersectionem curvæ cum axe , viribus evanescentibus in ipso limite . At possunt esse

esse alii limites, ac transitus ab una directione virium ad aliam non per evanescentiam, sed per vires auctas in infinitum, nimirum per asymptoticos curvæ arcus. Diximus supra num. 168. adnot. (1), quando crus asymptoticum abit in infinitum, debere ex infinito regredi crus aliud habens pro asymptoto eandem rectam, & posse regredi cum quatuor diversis positionibus pendentibus a binis partibus ipsius rectæ, & binis plagis pro singulis rectæ partibus; sed cum nostra curva debeat semper progredi, diximus, relinqui pro ea binas ex ejusmodi quatuor positionibus pro quovis crure abeunte in infinitum, in quibus nimirum regressus fiat ex plaga opposita. Quoniam vero, progrediente curva, abire potest in infinitum tam crus repulsivum, quam crus attractivum; jam iterum fiunt casus quatuor possibiles, quos exprimentur figuræ 16, 17, 18, & 19, in quibus omnibus est axis ACB, asymptotus DCD', crus recedens in infinitum EKF, regrediens ex infinito GMH.

Fig. 16, 17, 18, 19,

186. In fig. 16. cruri repulsivo EKF succedit itidem repulsivum GMH; in fig. 17 repulsivo attractivum; in 18 attractivo attractivum; in 19 attractivo repulsivum. Primus & tertius casus respondent contactibus. Ut enim in illis evanescebat vis; sed directionem non mutabat; ita & hic abit quidem in infinitum, sed directionem non mutat. Repulsioni IK in fig. 16 succedit repulsio LM; & attractioni in fig. 18 attractio. Quare ii casus non habent limites quosdam. Secundus, & quartus habent utique limites; nam in fig. 17. repulsioni IK succedit attractio LM; & in Fig. 19 attractioni repulsio; atque idcirco secundus casus continet limitem *cohesionis*, quartus limitem *non cohesionis*.

Quatuor eorum genera: bini respondent contactibus, bini limitibus, alter cohesionis, alter non cohesionis.

187. Ex istis casibus a nostra curva censeo removendos esse omnes præter solum quartum; & in hoc ipso removenda omnia crura, in quibus ordinata crescit in ratione minus, quam simplici reciproca distantiarum a limite. Ratio excludendi est, ne haberi aliquando vis infinita possit, quam & per se se absurdam censeo, & idcirco præterea, quod infinita vis natura sua velocitatem infinitam requirit a se generandam finito tempore. Nam in primo, & secundo casu punctum collocatum in ea distantia ab alio puncto, quam habet I, ab origine abscissarum, abiret ad C per omnes gradus virium auctarum in infinitum, & in C deberet habere vim infinitam; in tertio vero idem accederet puncto collocato in distantia, quam habet L. At in quarto casu accessum ad C prohibet ex parte I attractio IK, & ex parte L repulsio LM. Sed quoniam, si ex crescant in ratione reciproca minus, quam simplici distantiarum CI, CL; area FKICD, vel GMLCD erit finita, adeoque punctum impulsus versus C velocitate majore, quam quæ respondeat illi areæ, deberet transire per omnes virium magnitudines usque ad vim absolute infinitam in C, quæ ibi præ-

Nullum in Natura a limitendum præter potestatem, nec vero eum ipsum utcumque.

præterea & attractiva esse deberet, & repulsiva, limes videlicet omnium & attractivarum, & repulsivarum; idcirco ne hic quidem casus admitti debet, nisi cum hac conditione, ut ordinata crescat in ratione reciproca simplici distantiarum a C, vel etiam majore, ut nimirum area infinita evadat, & accessum a puncto C prohibeat.

188. Quando habeatur hic quartus casus in nostra curva cum ea conditione; tum quidem nullum punctum collocatum ex altera parte puncti C poterit ad alteram transilire, quacunque velocitate ad accessum impellatur versus alterum punctum, vel ad recessum ab ipso, impediendo transitum area repulsiva infinita, vel infinita attractiva. Inde vero facile colligitur, eum casum non haberi saltem in ea distantia, quæ a diametris minimarum particularum conspicuarum per microscopia ad maxima protenditur fixarum intervalla nobis conspicuarum per telescopia: lux enim liberrime permeat intervallum id omne. Quamobrem si ejusmodi limites asymptotici sunt uspiam, debent esse extra nostræ sensibilitatis sphaeram, vel ultra omnes telescopicas fixas, vel citra microscopicas moleculas.

189. Expositis hisce, quæ ad curvam virium pertinebant, aggrediar simpliciora quædam, quæ maxime notatu digna sunt, ac pertinent ad combinationem punctorum primo quidem duorum, tum trium, ac deinde plurium in massas etiam coalescentium, ubi & vires mutuas, & motus quosdam, & vires, quas in alia exercent puncta, considerabimus.

190. Duo puncta posita in distantia æquali distantie limitis cujuscunque ab initio abscissarum, ut in fig. 1. AE, AG, AI &c, (immo etiam si curva alicubi axem tangat, æquali distantie contactus ab eodem), ac ibi posita sine ulla velocitate, quiescent, ut patet, quia nullam habebunt ibi vim mutuam: posita vero extra ejusmodi limites, incipient statim ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere per intervalla æqualia, prout fuerint sub arcu attractivo, vel repulsivo. Quoniam autem vis manebit semper usque ad proximum limitem directionis ejusdem; pergent progredi in ea recta, quæ ipsa urgebat prius, usque ad distantiam limitis proximi, motu semper accelerato, juxta legem expositam num. 176, ut nimirum quadrata velocitatum integrarum, quæ acquisitæ jam sunt usque ad quodvis momentum (nam velocitas initio ponitur nulla) respondeant areis clausis inter ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimebat distantiam initio motus, & ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimit distantiam pro eo sequenti momento. Atque id quidem, licet interea occurrat contactus aliquis; quamvis enim in eo vis sit nulla, tamen superata distantia per velocitatem jam acquisitam, statim habentur iterum vires

Transitus per eum limitem impossibilis: in quibus distantis consistet, eum non haberi.

Transitus ad puncta materia, & massas.

Quies in limitibus: motus puncti positi extra ipsos.

vires ejusdem directionis, quæ habebatur prius, adeoque perget acceleratio prioris motus.

191. Proximus limes erit ejus generis, cujus generis diximus limites cohesionis, in quo nimirum si distantia per repulsionem augebatur, succedet attractio; si vero minuebatur per attractionem, succedet e contrario repulsio, adeoque in utroque casu limes erit ejusmodi, ut in distantis minoribus repulsionem, in majoribus attractionem secum ferat. In eolimite in utroque casu recessus mutui, vel accessus ex præcedentibus viribus, incipiet velocitas motus minui vi contraria priori, sed motus in eadem directione perget; donec sub sequenti arcu obtineatur area curvæ æqualis illi, quam habebat prior arcus ab initio motus usque ad limitem ipsum. Si ejusmodi æqualitas obtineatur alicubi sub arcu sequente; ibi, extincta omni præcedenti velocitate, utrumque punctum retro reflectet cursum; & si prius accedebant, incipient a se invicem recedere; si recedebant, incipient accedere, atque id recuperando per eisdem gradus velocitates, quas amiserant, usque ad limitem, quem fuerant prætergressa; tum amittendo, quas acquirerant usque ad distantiam, quam habuerant initio; viribus nimirum iisdem occurrentibus in ingressu, & areolis curvæ iisdem per singula tempuscula exhibentibus quadratorum velocitatis incrementa, vel decrementa eadem, quæ fuerant antea decrementa, vel incrementa. Ibi autem iterum retro cursum reflectent, & oscillabunt circa illum cohesionis limitem, quem fuerant prætergressa, quod facient hinc, & inde perpetuo, nisi aliorum externorum punctorum viribus perturbentur, habentia velocitatem maximam in plagam utramlibet in distantia ipsius illius limitis cohesionis.

Motus post proximum limitem superatum, & oscillatio.

192. Quod si ubi primum transgressa sunt proximum limitem cohesionis, offendant arcum ita minus validum præcedente, qui arcus nimirum ita minorem concludat aream, quam præcedens, ut tota ejus area sit æqualis, vel etiam minor, quam illa præcedentis arcus area, quæ habetur ab ordinata respondente distantia habitæ initio motus, usque ad limitem ipsum; tum vero devenient ad distantiam alterius limitis proximi priori, qui idcirco erit limes non cohesionis. Atque ibi quidem in casu æqualitatis illarum arearum consistent, velocitatibus prioribus prorsus elisis, & nulla vi gignente novas. At in casu, quo tota illa area sequentis arcus fuerit minor, quam illa pars areæ præcedentis, appellent ad distantiam ejus limitis motu quidem retardato, sed cum aliqua velocitate residua, quam distantiam idcirco prætergressa, & nata vires directionis mutatae jam conspirantes cum directione sui motus, non, ut ante, oppositas, accelerabunt motum usque ad distantiam limitis proxime sequentis, quam prætergressa procedent, sed motu retardato, ut in priore; & si area sequentis arcus non sit par extinguendæ ante suum finem toti velo-

Casus oscillationis majoris trans plures limites.

velocitati, quæ fuerat residua in appulsu ad distantiam limitis præcedentis non cohesionis, & quæ acquisita est in arcu sequenti usque ad limitem cohesionis proximum; tum puncta appellent ad distantiam limitis non cohesionis sequentis, ac vel ibi sistent, vel progredientur itidem, eritque semper reciprocatio quædam motus perpetuo accelerati, tum retardati; donec deveniatur ad arcum ita validum, nimirum qui concludat ejusmodi aream, ut tota velocitas acquisita extingatur: quod si accidat alicubi, & non accidat in distantia alicujus limitis; cursum reflectent retro ipsa puncta, & oscillabunt perpetuo.

Velocitatis mutationes alternæ: ubi ea habeat maximum, & minimum, ubi extingui possit.

193. Porro in hujusmodi motu patet illud, dum itur a distantia limitis cohesionis ad distantiam limitis non cohesionis, velocitatem semper debere augeri; tum post transitum per ipsam debere minui, usque ad appulsu ad distantiam limitis non cohesionis, adeoque habebitur semper in ipsa velocitate aliquod maximum in appulsu ad distantiam limitis non cohesionis, & minimum in appulsu ad distantiam limitis non cohesionis. Quamobrem poterit quidem sisti motus in distantia limitis hujus secundi generis; si sola existant illa duo puncta, nec ullum externum punctum turbet illorum motum: sed non poterit sisti in distantia limitis illius primi generis; cum ad ejusmodi distantias deveniatur semper motu accelerato. Præterea patet & illud, si ex quocunque loco impellantur velocitatibus æqualibus vel alterum versus alterum, tum ad partes oppositas, debere haberi reciprocationes easdem auctis semper æque velocitatibus utriusque, dum itur versus distantiam limitis primi generis, & imminutis, dum itur versus distantiam limitis secundi generis.

Circa quos limites oscillatio major esse debeat, & unde pendeat ejus magnitudo.

194. Patet & illud, si a distantia limitis primi generis dimoveantur vi aliqua, vel non ita ingenti velocitate impressa, oscillationem fore perquam exiguam, saltem si quidam validus fuerit limes; nam velocitas incipiet statim minui, & ei vi statim vis contraria inveniatur, ac puncta parum dimota a loco suo, tum sibi relicta statim retro cursum reflectent. At si dimoveantur a distantia limitis secundi generis vi utcumque exigua; oscillatio erit multo major, quia necessario debent progredi ultra distantiam sequentis limitis primi generis, post quem motus primo retardari incipiet. Quin immo si arcus proximus hinc, & inde ab ejusmodi limite secundi generis concluderit aream ingentem, ac majorem pluribus sequentibus contrariæ directionis, vel majorem excessu eorundem supra areas interjacentes directionis suæ; tum vero oscillatio poterit esse ingens: nam fieri poterit, ut transcurrantur hinc, & inde limites plurimi, antequam deveniatur ad arcum ita validum, ut velocitatem omnem elidat, & motum retro reflectat. Ingens itidem oscillatio esse poterit, si cum ingenti vi dimoveantur puncta a distantia limitum generis utriuslibet; ac res tota pendat a velocitate initiali, & ab areis, quæ post occur-

currunt, & quadratum velocitatis vel augment, vel minuunt quantitate sibi proportionali.

195. Utcunque magna sit velocitas, qua dimoveantur a distantia limitum illa duo puncta, utcunque validos inveniunt arcus conspirantes cum velocitatis directione, si ad se invicem accedunt, debebunt utique alicubi motum retro reflectere, vel saltem sistere, quia saltem ad distantias illas minimas, quæ respondent arcui asymptotico, cujus area est capax extinguendæ cujuscunque velocitatis utcunque magnæ. At si recedant a se invicem, fieri potest, ut deveniant ad arcum aliquem repulsivum validissimum, cujus area sit major, quam omnium excessus sequentium arearum attractivarum supra repulsivas, usque ad languidissimum illum arcum postremi cruris gravitatem exhibentis. Tum vero motus acquisitus ab illo arcu nunquam poterit a sequentibus sisti, & puncta illa recedent a se invicem in immensum; quin immo si ille arcus repulsivus cum sequentibus repulsivis ingentem habeat aream excessum supra arcus sequentes attractivos; cum ingenti velocitate pergent puncta in immensum recedere a se invicem; & licet ad initium ejus tam validi arcus repulsivi deveniant puncta cum velocitatibus non parum diversis; tamen velocitates recessuum post novum ingens illud augmentum erunt parum admodum discrepantes a se invicem: nam si ingentis radicis quadrato addatur quadratum radicis multo minoris, quamvis non exiguæ; radix extracta ex summa parum admodum differet a radice prioris.

Accessum debere sibi saltem a primo arcu repulsivo, recessum posse haberi in infinitum: casus notabilis exiguæ differentie velocitatis ingentis.

196. Id quidem ex Euclidea etiam Geometria manifestum fit. Sit in fig. 20 AB linea longior, cui addatur ad perpendiculariculum BC, multo minor, quam sit ipsa; tum centro A, intervallo AC, fiat semicirculus occurrens AB hinc, & inde in E, D. Quadrato AB addendo quadratum BC habetur quadratum AC, sive AD; & tamen hæc excedit præcedentem radicem AB per solam BD, quæ semper est minor, quam BC, & est ad ipsam, ut est ipsa ad totam BE. Exprimat AB velocitatem, quam in punctis quiescentibus gigneret arcus ille repulsivus per suam aream, una cum differentia omnium sequentium arcuum repulsivorum supra omnes sequentes attractivos: exprimat autem BC velocitatem, cum qua advenitur ad distantiam respondentem initio ejus arcus: exprimet AC velocitatem, quæ habebitur, ubi jam distantia evasit major, & vis insensibilis, ac ejus excessus supra priorem AB erit BD, exiguus sane etiam respectu BC, si BC fuerit exigua respectu AB, adeoque multo magis respectu EB; & ob eandem rationem perquam exigua area sequentis cruris attractivi ingentem illam jam acquisitam velocitatem nihil ad sensum mutabit, quæ permanebit ad sensum eadem post recessum in immensum.

Demonstratio admodum simplex. Fig. 20.

197. Hæc accident binis punctis sibi relictis, vel impulsis

M

in

Quid accidat

binis punctis, cum sint sola, quid possit accidere actionibus aliorum exterius.

in recta, qua junguntur, cum oppositis velocitatibus æqualibus, quo casu etiam facile demonstratur, punctum, quod illorum distantiam bifariam secat, debere quiescere; nunquam in hisce casibus poterit motus extinguere in adventu ad distantiam limitis cohesionis, & multo minus poterunt ea bina puncta consistere extra distantiam limitis cujuscunque, ubi adhuc habeatur vis aliqua vel attractiva, vel repulsiva. Verum si alia externa puncta agant in illa, poterit res multo aliter se habere. Ubi ex. gr. a se recedunt, & velocitates recessus augeri deberent in accessu ad distantiam limitis cohesionis; potest externa compressio illam velocitatem minuere, & extinguere in ipso appulsi ad ejusmodi distantiam. Potest externa compressio cogere illa puncta manere immota etiam in ea distantia, in qua se validissime repellunt, uti duæ cuspides elastri manus compressæ detinentur in ea distantia, a qua sibi relictæ statim recederent; & simile quid accidere potest vi attractiva per vias externas distrahentes.

Si limites sint a se invicem remoti, mutata multum distantia rediri retro: secus, si sint proximi.

198. Tum vero diligenter notandum discrimen inter casus varios, quos inducit varia arcuum curvæ natura. Si puncta sint in distantia alicujus limitis cohesionis, circa quem sint arcus amplissimi, ita, ut proxima limites plurimum inde distent, & multo magis etiam, quam sit tota distantia proximi ceterioris limitis ab origine abscissarum; tum poterunt externa vi comprimente, vel distrahente redigi ad distantiam multis vicibus minorem, vel majorem prioris ita, ut semper adhuc conentur se restituere ad priorem positionem recedendo, vel accedendo, quod nimirum semper adhuc sub arcu repulsivo permaneant, vel attractivo. At si ibi frequentissimi sint limites, curva fississime secante axem; tum quidem post compressionem, vel distractionem ab externa vi factam, poterunt sisti in multo minore, vel majore distantia, & adhuc esse in distantia alterius limitis cohesionis sine ullo conatu ad recuperandum priorem locum.

Superiorum usus in Physica.

199. Hæc omnia aliquanto fufius considerare libuit, quia in applicatione ad Physicam magno usui erunt infra hæc ipsa, & multo magis hisce similia, quæ massis respondent habentibus utique multo uberiores casus, quam bina tantummodo habeant puncta. Illa ingens agitatio cum oscillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam retro reflexis, fermentationes, & conflagrationes exhibebit: ille egressus ex ingenti arcu repulsivo cum velocitatibus ingentibus, quæ ubi jam ad ingentes deventum est distantias, parum admodum a se invicem differant, nec ad sensum mutantur quidquam per immensa intervalla, luminis emissionem, & propagationem uniformem, ac ferme eandem celeritatem in quovis ejusdem speciei radio fixarum, Solis, flammæ, cum exiguo discrimine inter diversos coloratos radios; illa vis permanens post compressionem ingentem, vel distractionem, elasticitati explicandæ infer-

ferviet; quies ob frequentiam limitum, sine comate ad priorem recuperandam figuram, mollium corporum ideam suggeret; quæ quidem hic inasuo in antecessum, ut magis hæreant animo, prospicienti jam hinc insignes eorum usus.

200. Quod si illa duo puncta projiciantur oblique motibus contrariis, & æqualibus per directiones, quæ cum recta jungente ipsa illa duo puncta angulos æquales efficiant; tum vero punctum, in quo recta illa conjungens secatur bisariam, manebit immotum; ipsa autem duo puncta circa id punctum gyra- buntur in curvis lineis æqualibus, & contrariis, quæ data lege virium per distantias ab ipso puncto illo immoto (uti daretur, data nostra curva virium figuræ 1, cujus nimirum abscissæ exprimit distantias punctorum a se invicem, adeoque eorum dimidiæ distantias a puncto illo medio immoto) invenitur solutione problematis a Newtono jam olim soluti, quod vocant *inversum problema virium centralium*, cujus problematis generalem solutionem & ego exhibui syntheticam eodem cum Newtoniana recidentem, sed non nihil expositam, in *Styanis Supplementis ad lib. 3. §. 19.*

201. Hic illud notabo tantummodo, inter infinita curvarum genera, quæ describi possunt, cum nulla sit curva, quæ assumpto quovis puncto pro centro virium describi non possit cum quadam virium lege, quæ definitur per Problema directum virium centralium, esse innumeras, quæ in se redeant, vel in spiras contorqueantur. Hinc fieri potest, ut duo puncta delata sibi obviam e remotissimis regionibus, sed non accurate in ipsa recta, quæ illa jungit (qui quidem casus accurati occurfus in ea recta est infinities improbabilior casu deflexionis cujuspiam, cum sit unicus possibilis contra infinitos), non recedant retro, sed circa punctum spatii medium immotum gyrent perpetuo sibi deinceps semper proxima, intervallo etiam sub sensus non cadente; qui quidem casus itidem diligenter notandi sunt, cum sint futuri usui, ubi de cohesione, & mollibus corporibus agendum erit.

202. Si utcumque alio modo projiciantur bina puncta velocitatibus quibuscumque; potest facile ostendi illud: punctum, quod est medium in recta jungente ipsa, debere quiescere, vel progredi uniformiter in directum, & circa ipsum vel quietum, vel uniformiter progrediens, debere haberi vel illas oscillationes, vel illarum curvarum descriptiones. Verum id generalius pertinet ad massas quocumque, & quascumque, quarum commune gravitatis centrum vel quiescit, vel progreditur uniformiter in directum a viribus mutuis nihil turbatum. Id theoremata Newtonus proposuit, sed non satis demonstravit. Demonstrationem accuratissimam, ac generalem simul, & non per casuum inductionem tantummodo, inveni, ac in dissertatione *De Centro Gravitatis* proposui, quam ipsam demonstrationem hic etiam inferius exhibebo.

Motus binorum punctorum oblique projectorum.

Casus, in quo duo puncta debeant describere spirales circa medium immotum.

Theorema de statu puncti medii, & generaliter in massis centri gravitatis perseverante.

Accessum alterius e binis ad planum quodvis ulterius æquari recessui ex vi ætatis.

203. Interea hic illud postremo loco adnotabo, quod pertinet ad duorum punctorum motum ibi usui futurum: si duo puncta moveantur viribus mutuis tantummodo, & ultra ipsa assumatur planum quodcumque; accessus alterius ad illud planum secundum directionem quamcumque, æquabitur recessui alterius. Id sponte consequitur ex eo, quod eorum absoluti motus sint æquales, & contrarii; cum inde fiat, ut ad directionem aliam quamcumque redacti æquales itidem maneant, & contrarii, ut erant ante. Sed de æquilibrio, & motibus duorum punctorum jam satis.

Transitus ad sistema punctorum trium: bina generalia problemata.

204. Deveniendi ad systema trium punctorum, uti etiam pro punctis quocumque, res, si generaliter pertractari deberet, reduceretur ad hæc duo problemata, quorum alterum pertinet ad vires, & alterum ad motus: 1. *Data positione, & distantia mutua eorum punctorum, invenire magnitudinem, & directionem vis, qua urgetur quodvis ex ipsis, composita a viribus, quibus urgetur a reliquis, quarum singularum virium lex communis datur per curvam figuræ primæ.* 2. *Data illa lege virium figuræ primæ invenire motus eorum punctorum, quorum singula cum datis velocitatibus projiciantur ex datis locis cum datis directionibus.* Primum facile solvi potest, & potest etiam ope curvæ figuræ 1 determinari lex virium generaliter pro omnibus distantis assumptis in quavis recta positionis datæ, atque id tam geometricè determinando per puncta curvas, quæ ejusmodi legem exhibeant, ac determinent sive magnitudinem vis absolutæ, sive magnitudines binarum virium, in quas ea concipiatur resoluta, & quarum altera sit perpendicularis datæ illi rectæ, altera secundum illam agat; quam exhibendo tres formulas analyticas, quæ id præstent. Secundum omnino generaliter acceptum, & ita, ut ipsas curvas describendas liceat definire in quovis casu vel constructione, vel calculo, superat (licet puncta sint tantummodo tria) vires methodorum adhuc cognitarum: & si pro tribus punctis substituantur tres massæ punctorum, est illud ipsum celeberrimum problema quod appellant trium corporum, usque adeo quæsitum per hæc nostra tempora, & non nisi pro peculiaribus quibusdam casibus, & cum ingentibus limitationibus, nec ad huc satis promotum ad accuratorem calculo, solum a paucissimis nostri ævi Geometris primi ordinis, uti diximus num. 122.

Theorema de motu puncti habentis actionem cum aliis binis.

Fig. 21.

205. Pro hoc secundo casu illud est notissimum, si tria puncta sint in fig. 21 A, C, B, & distantia AB duorum divisa semper bisariam in D, ac ducta CD, & assumpto ejus triente DE, utcumque moveantur eadem puncta motibus compositis a projectionibus quibuscumque, & mutuis viribus; punctum E debere vel quiescere semper, vel progredi in directum motu uniformi. Pendet id a generali theoremate de centro gravitatis, cujus & superius injecta est mentio, & de quo agemus

mus infra pro massis quibuscunque. Hinc si sibi relinquatur, accedet C ad E, & rectæ AB punctum medium D ibit ipsi obviam versus ipsum cum velocitate dimidia ejus, quam ipsum habebit, vel contra recedent, vel hinc, aut inde movebuntur in latus, per lineas tamen similes, atque ita, ut C, & D semper respectu puncti E immoti ex adverso sint, in quo motu tam directio rectæ AB, quam directio rectæ CD, & ejus inclinatio ad AB, plerumque mutabuntur.

206. Quod pertinet ad inveniendam vim pro quacunque positione puncti C respectu punctorum A, & B, ea facile sic inveniatur. In fig. 1 assumendæ essent abscissæ in axe æquales rectis AC, BC figuræ 21, & erigendæ ordinatæ ipsis respondentibus, quæ vel ambæ essent ex parte attractiva, vel ambæ ex parte repulsiva; vel prima attractiva, & secunda repulsiva; vel prima repulsiva, & secunda attractiva. In primo casu sumendæ essent CL, CK ipsis æquales (figura 21 exhibet minores, ne nimis excrescat) versus A, & B; in secundo CN, CM ad partes oppositas A, B; in tertio CL versus A, & CM ad partes oppositas B; in quarto CN ad partes oppositas A, & CK versus B. Tum completo parallelogrammo LCKF, vel MCNH, vel LCMI, vel KONG, diameter CF, vel CH, vel CI, vel CG exprimeret directionem, & magnitudinem vis compositæ, qua urgetur C a reliquis binis punctis.

207. Hinc si assumantur ad arbitrium duo loca quæcunque punctorum A, & B, ad quæ referendum sit tertium C; ducta quavis recta DEC indefinita, ex quovis ejus puncto posset erigi recta ipsi perpendicularis, & æqualis illi diametro, ut CF in primo casu, ac haberetur curva exprimens vim absolutam puncti in eo siti, & folicitati a viribus, quas habet cum ipsis A, & B. Sed satius esset binas curvas construere, alteram, quæ exprimeret vim redactam ad directionem DC per perpendicularum FO, ut CO; alteram, quæ exprimeret vim perpendiculararem OF: nam eo pacto haberentur etiam directiones vis absolutæ ab iis compositæ per ejusmodi binas ordinatas. Oportet autem ipsam ordinatam curvæ utriuslibet assumere ex altera plaga ipsius CD, vel ex altera opposita; prout CO jaceret versus D, vel ad plagam oppositam pro prima curva; & prout OF jaceret ad alteram partem rectæ DC, vel ad oppositam, pro secunda.

208. Hoc pacto datis locis A, B pro singulis rectis egressis e puncto medio D duæ haberentur diversæ curvæ, quæ diversas admodum exhiberent virium leges; ac si quaereretur locus geometricus continuus, qui exprimeret simul omnes ejusmodi leges pertinentes ad omnes ejusmodi curvas, sive indefinitè exhiberet omnes vires pertinentes ad omnia puncta C, ubicunque collocata; oporteret erigere in omnibus punctis C rectas normales plano ACB, alteram æqualem CO,

Determinatio vis ejusdem compositæ a binis viribus.

Methodus construendi curvam, quæ generaliter exprimat vim ejusmodi.

Expressio magis generalis per superficiem.

alteram OF, & vertices ejusmodi normalium determinarent binas superficies quasdam continuas, quarum altera exhiberet vires in directione CD attractivas ad D, vel repulsivas respectu ipsius, prout, cadente O citra, vel ultra C, normalis illa fuisset erecta supra, vel infra hoc planum; & altera pariter vires perpendiculares. Ejusmodi locus geometricus, si algebraice tractari deberet, esset ex iis, quos Geometræ tractant tribus indeterminatis per unicam æquationem inter se connexis; ac data æquatione ad illam primam curvam figuræ 1, posset utique inveniri tam æquatio ad utramlibet curvam respondentem singulis rectis DC, constans binis tantum indeterminatis, quam æquatio determinans utramlibet superficiem simul indefinite per tres indeterminatas. (n)

Fig. 22.

(n) Stantibus in fig. 22 punctis ADBCKFLO, ut in fig. 21, dantur perpendiculara BP, AQ in CD, quæ dabuntur data inclinatione DC, & punctis B, A, ac pariter dabuntur & DP, DQ. Dicatur præterea DC = x, & dabuntur analyticæ CQ, CP. Quare ob angulos rectos P, Q, dabuntur etiam analyticæ CB, CA. Denominentur CK = u, CL = z, CF = y. Quoniam datur AB, & dantur analyticæ AC, CB; dabitur analyticæ ex applicatione Algebra ad Trigonometriam sinus anguli ACB per x, & datas quantitates, qui est idem, ac sinus anguli CKF complementi ad duos rectos. Datur autem idem ex datis analyticæ valoribus CK = u, KF = CL = z, CF = y; quare habetur ibi una æquatio per x, y, z, u, & constantes. Si præterea valor CB ponatur pro valore abscissæ in æquatione curvæ figuræ 1; acquiritur altera æquatio per valores CK, CB, sive per x, u, & constantes. Eodem pacto invenietur ope æquationis curvæ figuræ 1 tertia æquatio per AC, & CL, adeoque per x, z, & constantes. Quare jam habebuntur æquationes tres per x, u, z, y, & constantes, quæ, eliminatis x, & z, reducentur ad unicam per x, y, & constantes, ac ea primam illam curvam definit.

Quod si quaeratur æquatio ad secundam curvam, cujus ordinata est CO, vel tertia, cujus ordinata OF, inveniri itidem poterit. Nam datur analyticæ sinus anguli DCB = $\frac{BP}{CB}$, & in triangulo FCK datur analyticæ sinus FCK = $\frac{FK}{CF} \times \sin CKF$. Quare datur analyticæ etiam sinus differentie OCF, adeoque & ejus cosinus, & inde, ac ex CF, datur analyticæ OF, vel CO. Si igitur altera ex illis dicatur p, acquiritur nova æquatio, cujus ope una cum superioribus eliminari poterit præterea una alia indeterminata; adeoque eliminata CF = y, habebitur unica æquatio per x, p, & constantes, quæ exhibebit utramlibet & reliquis curvis determinandis legem virium CO, vel OF.

Pro æquatione cum binis indeterminatis, quæ exhibeat locum ad superficiem, ducatur CR perpendicularis ad AB, & dicatur DR = x, RC = q, denominatis, ut prius, CK = u, CL = z, CF = y; & quoniam dantur AD, DB; dabuntur analyticæ per x, & constantes AR, RB, adeoque per x, q, & constantes AC, CB, & factis omnibus reliquis, ut prius, habebuntur quatuor æquationes per x, q, u, z, y, p, & constantes, quæ eliminatis valoribus u, z, y, reducentur ad unicam datam per constantes, & tres indeterminatas x, p, q, sive DR, RC, & CQ, vel OF, quæ exhibebit quesitum locum ad superficiem.

209. Si pro duobus punctis tantummodo agentibus in tertium daretur numerus quicumque punctorum positum in datis locis, ac agentium in idem punctum, posset utique constructione simili inveniri vis, qua singula agunt in ipsum collocatum in quovis assumpto loci puncto, ac vis ex ejusmodi viribus composita definiretur tam directione, quam magnitudine, per notam virium compositionem. Posset etiam analysis adhiberi ad exprimendas curvas per aequationes duarum indeterminatarum pro rectis quibuscunque, & (o) si omnia puncta jaceant in eodem plano, superficies per aequationem trium.

Methodus determinandi vim compositam ex viribus respectibus puncta quocunque. Legum multitudo, & varietas.

Mi-

Calculus quidem esset immensus, sed pater methodus, qua deveniri posset ad aequationem quaesitam. Mirum autem, quanta curvarum, & superficiesum, adeoque & legum virium varietas obveniret, mutata tantummodo distantia AB binorum punctorum agentium in tertium, qua mutata, mutatur tota lex, & aequatio.

(o) Hec conditio punctorum jacentium in eodem plano necessaria fuit pro loco ad superficiem, & pro aequatione, quae legem virium exhibeat per aequationem indeterminatarum tantummodo trium: at si puncta sint plura, & in eodem plano non jaceant, quod punctis tantummodo tribus accidere omnino non potest; tum vero locus ad superficiem, & aequatio trium indeterminatarum non sufficit, sed ad eam generaliter exprimendam legem Geometria omnis est incapax, & analysis indiget aequatione indeterminatarum quatuor. Primum patet ex eo, quod si manentibus punctis A, B, exeat punctum C ex dato quodam plano, pro quo constructus sit locus ad superficiem; liceret convertere circa rectam AB plenum illud cum superficie curva legem virium determinante, donec ad punctum C deveniret planum ipsum: tum enim erecto perpendiculari usque ad superficiem illam curvam, definiretur per ipsum vis agens secundum rectam CD, vel ipsi perpendicularis, prout locus ille ad curvam superficiem constructus fuerit pro altera ex iis.

At secundum sit manifestum ex eo, quod si puncta agentia sint etiam omnia in eodem plano, & punctum, cujus vis composita quaeritur, in quavis recta posita extra ipsum planum, relationes omnes distantiarum a reliquis punctis, ac directionum, a quibus pendunt vires singulorum, & compositio ipsarum virium, longe aliae essent, ac in quavis recta in eodem plano posita, uti facile videre est. Hinc pro quovis puncto loci ubicunque assumpto sua responderet vis composita, & quarta aliqua plagia, seu dimensio, praeter longum, latum, & profundum, requireretur ad ducendas ex omnibus punctis spatii rectas iis viribus proportionales, quarum rectarum vertices locum constituunt aliquem exhiberent determinatam virium legem.

Sed quod Geometria non assequitur, assequeretur quarta alia dimensio mente concepta, ut si conciperetur spatium totum plenum materia continua, quod in mea sententia cogitatione tantummodo effingi potest, & ea esset in omnibus spatii punctis densitas diversa, vel diversis praetii; tum illa diversa densitas, vel illius praetium, vel quidpiam ejusmodi, exhibere posset legem virium ipsi respondentium, quae nimirum ipsi essent proportionales. Sed ibi iterum ad determinandam directionem vis compositae non esset satis solutio in duas vires, alteram secundum rectam transcurrentem per datum punctum; alteram ipsi perpendiculararem; sed requirerentur tres, nimirum vel omnes secundum tres datas directiones, vel tendentes per rectas, quae per data tria puncta transierant, vel quavis alia certa lege definitas; adeoque tria loca ejusmodi ad spatium, quarta aliqua dimensio, vel qualitate affectum requirerentur, quae tribus ejusmodi plusquam Geometri-

Mirum autem, quanta inde diversarum legum combinatio oriretur. Sed & ubi duo tantummodo puncta agent in tertium, incredibile dictu est, quanta diversitas legum, & curvarum inde erumpat. Manente etiam distantia AB, leges pertinentes ad diversas inclinationes rectae DC ad AB, admodum diversae obveniunt inter se: mutata vero punctorum A, B distantia a se invicem, leges etiam pertinentes ad eandem inclinationem DC differunt inter se plurimum; & infinitum esset singula persequi; quanquam earum variationum cognitio, si obtineri utcunque posset, mirum in modum vires imaginationis extenderet, & objiceret discrimina quamplurima scitu dignissima, & maximo futura usui, atque incredibilem Theoriae fecunditatem ostenderet.

210. Ego hic simpliciora quaedam, ac faciliora, & usum habitura in sequentibus, ac in applicatione ad Physicam imprimis attingam tantummodo; sed interea quod ad generalem pertinet determinationem expositam, duo adnotanda proponam. Primo quidem in ipsa trium punctorum combinatione occurrit jam hic nobis praeter vim determinatam ad accessum, & recessum, vis urgens in latus, ut in fig. 21, praeter vim CF, vel CH, vis CI, vel CG. Id erit infra magno usui ad explicanda solidorum phaenomena, in quibus, inclinato fundo virgae solidae, tota virga, & ejus vertex moventur in latus, ut certam ad basim positionem acquirant. Deinde vero illud: haec omnia curvarum, & legum discrimina, tam quae

Vis in latus in exiguis distantis, ac ejus usus pro solidis: in magnis nulla: in iis summa virium simplicium.

Fig. 21.

per-

cis legibus vis composita legem definirent, tum quod pertinet ad ejus magnitudinem, tum quod ad directionem.

Verum quod non assequitur Geometria, assequeretur Analysis ope aequationis quatuor indeterminatarum; si enim conciperetur planum, quod libere sit, ut ACB, & in eo quavis recta AB, ac in ipsa recta quodvis punctum D; tum quovis hujus segmento DR appellato x, quavis recta RC ipsi perpendiculari y, quavis tertia perpendiculari ad totum planum z, per haec tres indeterminatas involveretur positio puncti spatii cujuscumque, in quo collocatum esset punctum materiae, cujus vis quaeritur.

Punctorum agentium utcunque collocatorum ubicunque vel intra id planum, vel extra, positi definiuntur per ejusmodi tres rectas, datas utique pro singulis, si eorum positiones dentur. Per eas, & per illas x, y, z, posset utique haberi distantia cujuscumque ex iis punctis agentibus, & positione datis, a puncto indefinite accepto; adeoque ope aequationis figurae 1 posset haberi analytice per aequationes quasdam, ut supra, vis ad singula agentia puncta pertinens, & per easdem rectas ejus etiam directio resoluta in tres parallelas illis x, y, z. Hinc haberetur analytice omnium summa pro singulis ejusmodi directionibus per aliam aequationem derivatam ab ejus summa denominatione, ea nimirum facta = u, ac expunctis omnibus subsidiariis valoribus, metodo non ab simili ei, quam adhibuimus superius pro loco ad superficiem, devenirent ad unam aequationem constitutam illis quatuor indeterminatis x, y, z, u, & constantibus; ac tres ejusmodi aequationes pro tribus directionibus vim omnem compositam definirent. Sed haec invidiose sit satis, quae nimirum & aliora sunt, & ob ingentem complicationem casuum, ac nostrae humanae mentis imbecillitatem nulli nobis inferius futura sunt usui.

pertinent ad diversas directiones rectarum DC, data distantia punctorum A, B, quam quæ pertinent ad diversas distantias ipsorum punctorum A, B, data etiam directione DC, ac hæc vires in latus haberi debere in exiguis illis distantis, in quibus curva figuræ i circa axem contorquetur, ubi nimirum mutata parum admodum distantia, vires singulorum punctorum mutantur plurimum, & e repulsivis etiam abeunt in attractivas, ac vice versa, & ubi respectu alterius puncti haberi possit attractio, respectu alterius repulsio, quod utique requiritur, ut vis dirigatur extra angulum ACB, & extra ipsi ad verticem oppositum. At in majoribus distantis, in quibus jam habetur illud postremum crus figuræ i exprimens arcum attractivum ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum, vis in punctum C a punctis A, B inter se proximis, utcumque ejusmodi distantia mutetur, & quæcumque fuerit inclinatio CD ad AB, erit semper ad sensum eadem, directa ad sensum ad punctum D, ad sensum proportionalis reciproce quadrato distantia DC ab ipso puncto D, & ad sensum dupla ejus, quam in curva figuræ i requireret distantia DC.

211. Id quidem facile demonstratur. Si enim AB respectu DC sit perquam exigua, angulus ACB erit perquam exiguus, & a recta CD ad sensum bifariam sectus: distantia AC, CB erunt ad se invicem ad sensum in ratione æqualitatis, adeoque & vires CL, CK ambæ attractivæ debent ad sensum æquales esse inter se, & proinde LCKF ad sensum rhombus, diametro CF ad sensum secante angulum LCK bifariam, quæ rhombi proprietas est, & ipsa CF congruente cum CO, ac (ob angulum FCK insensibilem, & CKF ad sensum æqualem duobus rectis) æquali ad sensum binis CK, KF, sive CK, CL, simul sumptis; quæ singulæ cum sint quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum CB, CA; erunt & eadem, & earum summa ad sensum in ratione reciproca duplicata distantia CD.

212. Porro id quidem commune est etiam massulis constantibus quocumque punctorum numero. Mutata illarum combinatione, vis composita a viribus singulorum agens in punctum distans a massula ipsa per intervallum perquam exiguum, nimirum ejusmodi, in quo curva figuræ i circa axem contorquetur, debet mutare plurimum tam intensitatem suam, quam directionem, & fieri utique potest, quod infra etiam in aliquo simpliciore casu trium punctorum videbimus, ut in alia combinatione punctorum massulæ pro eadem distantia a medio repulsionis prævaleant, in alia attractiones, in alia orientur vis in latus ad perpendicularum, ac in eadem constitutione massulæ pro diversis directionibus admodum diversæ sint vires pro eadem etiam distantia a medio. At in magnis illis distantis, in quibus singulorum punctorum vires jam attractivæ sunt omnes, & directiones, ob molem massulæ tam exiguam respectu ingentis distantia, ad sensum conspirant, vis composita

Demonstratio postremi theorematis.

Discrimen in agens virium, quas massula exercet in massulam proximam, conformitas summa in remotarum viribus, quæ sunt directe ut massula, & reciproce, ut quadrata distantiarum.

N

posita

posita ex omnibus dirigetur necessario ad punctum aliquod intra massulam situm, adeoque ad sensum ejus directio erit eadem, ac directio rectæ tendentis ad mediam massulam, & æquabitur vis ipsa ad sensum summæ virium omnium punctorum constituentium ipsam massulam, adeoque erit attractiva semper, & ad sensum proportionalis in diversis etiam massulis numero punctorum directe, & quadrato distantia a medio massulæ ipsius reciproce; sive generaliter erit in ratione composita ex directa simplici massarum, & reciproca duplicata distantiarum. Multo autem majus erit discrimen in exiguis illis distantis, si non unicum punctum a massula illa sollicitetur, sed massula alia, cujus vis componatur e singulis viribus singulorum suorum punctorum, quod tamen in massula etiam respectu massulæ admodum remotæ evanescet, singulis ejus punctis vires habentibus ad sensum æquales, & agentes in eadem ad sensum directione; unde fiet, ut vis motrix ejus massulæ sollicitatæ, orta ab actionibus illius alterius remotæ massulæ, sit ad sensum proportionalis numero punctorum, quæ habet ipsa, numero eorum, quæ habet altera, & quadrato distantia, quæcumque sit diversa dispositio punctorum in utralibet, quicunque numerus.

Inde necessaria omnium corporum uniformitas in gravitate, diffinitas in aliis innumeris proprietatibus.

213. Mirum sane, quantum in applicatione ad Physicam hæc animadversio habitura sit usum; nam inde constabit, cur omnia corporum genera gravitatem acceleratricem habeant proportionalem massæ, in quam tendunt, & quadrato distantia, adeoque in superficie Terræ aurum, & pluma cum æquali celeritate descendant seclusa resistantia, vim autem totam, quam etiam pondus appellamus, proportionalem præterea massæ suæ, adeoque in ordine ad gravitatem nullum sit discrimen, quæcumque differentia habeatur inter corpora, quæ gravitant, & in quæ gravitant, sed ad solam demum massam, & distantiam res omnis deveniat; at in iis proprietatibus, quæ pendunt a minimis distantis, in quibus nimirum fiunt reflexiones lucis, & refractiones cum separatione colorum pro visu, vellicationes fibrarum palati pro gustu, incurfus odoriferarum particularum pro odoratu, tremor communicatus particulis aeris proximis, & propagatus usque ad tympanum auriculare pro auditu, asperitas, ac aliæ sensibiles ejusmodi qualitates pro tactu, tot cohesionum tam diversa genera, secretiones, nutritionesque, fermentationes, conflagrationes, dislosiones, dissolutiones, præcipitationes, ac alii effectus Chemicæ omnes, & mille aliæ ejusmodi, quæ diversa corpora a se invicem discernunt, in iis, inquam, tantum sit discrimen, & vires tam variæ, ac tam varii motus, qui tam varia phænomena, & omnes specifics tot corporum differentias inducunt, consensu Theoriæ hujus cum omni Natura sane admirabili. Sed hæc, quæ huc usque dicta sunt ad massas pertinent, & ad applicationem ad Physicam: interea peculiariora quædam persequar ex innumeris iis, quæ pertinent

tinent ad diversas leges binorum punctorum agentium in tertium.

214. Si libeat considerare illas leges, quæ oriuntur in recta perpendiculari ad AB ducta per D, vel in ipsa AB hinc, & inde producta, inprimis facile est videre illud, directionem vis compositæ utrobique fore eandem cum ipsa recta sine ulla vi in latus, & sine ulla declinatione a recta, quæ tendit ad ipsum D, vel ab ipso. Pro recta AB res constat per se se; nam vires illæ, quæ ad bina ea puncta pertinent, vel habebunt directionem eandem, vel oppositas, jacente ipso tertio puncto in directum cum utroque e prioribus: unde fit, ut vis composita æquetur summæ, vel differentiæ virium singularum componentium, quæ in eadem recta remaneat. Pro recta perpendiculari facile admodum demonstratur. Si enim in fig. 23 recta DC fuerit perpendicularis ad AB secam bifariam in D, erunt AC, BC æquales inter se. Quare vires, quibus C agitur ab A, & B, æquales erunt, & proinde vel ambæ attractivæ, ut CL, CK, vel ambæ repulsivæ, ut CN, CM. Quare vis composita CF, vel CH, erit diameter rhombi, adeoque secabit bifariam angulum LCK, vel NCM; quos angulos cum bifariam fecerit etiam recta DC, ob æqualitatem triangularum DCA, DCB, patet, ipsas CF, CH debere cum eadem congruere. Quamobrem in hisce casibus evanescit vis illa perpendicularis FO, quæ in præcedentibus binis figuris habebatur, ac in iis per unicam æquationem res omnis absolvitur (p), quarum ea, quæ ad posteriorem casum pertinet, admodum facile invenitur.

215. Legem pro recta perpendiculari rectæ jungenti duo puncta, & æque distantia ab utroque exhibet fig. 24, quæ vitandæ confusionis causa exhibetur, ubi sub numero 24 habetur littera B, sed quod ad ejus constructionem pertinet, habetur separatim, ubi sub num. 24 habetur littera A; ex quibus binis figuris fit unica; si puncta XYEA'E' censeantur utrobique eadem. In ea X, Y sunt duo materiæ puncta, & ipsam XY recta CC' secat bifariam in A. Curva, quæ vires compositas ibi exhibet per ordinatas, constructa est ex fig. 1, quod fieri potest, inveniendò vires singulas singulorum punctorum, tum vim compositam ex iis more consueto juxta

N 2

Vis in duo puncta puncti positi in recta jungente ipsa, vel in recta secante hanc bifariam, & ad angulos rectos directæ secundum eandem rectam.

Fig. 23.

Constructio curvæ exhibentis legem casus posterioris.

Fig. 24.

(p) Ducta enim LK in Fig. 23. ipsam FC secabit alicubi in I bifariam, & ad angulos rectos ex rhombi natura. Dicatur $CD = x$, $CF = y$, $DB = u$, & erit $CB = \sqrt{uu + xx}$, & $CD = x$. $CB = \sqrt{uu + xx} :: CI = \frac{1}{2}y$. $CK = \frac{y}{2x} \sqrt{uu + xx}$, quo valore posito in equatione curvæ figuræ 1 pro valore ordinatæ, & $\sqrt{uu + xx}$ pro valore abscissæ, habebitur immediate equatio nova per x , y , & constantes, quæ rursusmodi curvam determinabit.

generalem constructionem numeri 205; sed etiam sic facilius idem præstatur: centro Y intervallo cujusvis abscissæ A d figuræ 1 inveniatur in figura 24 sub littera A in recta CC' punctum d, sumaturque de versus Y æqualis ordinatæ db figuræ 1, ductoque ea perpendiculo in CA, erigatur eidem CA itidem perpendicularis db dupla da versus plagam electam ad arbitrium pro attractionibus, vel versus oppositam, prout illa ordinata in fig. 1 attractionem, vel repulsionem expresserit, & erit punctum b ad curvam experimentem legem virium, qua punctum ubicunque collocatum in recta CC' sollicitatur a binis X, Y.

Constructio nis demonstratio.

216. Demonstratio facilis est: si enim ducatur dX, & in ea sumatur dc æqualis de, ac compleatur rhombus debc; patet, fore ejus verticem b in recta dA secante angulum XdY bifariam, cujus diameter db exprimet vim compositam a binis de, dc, quæ bifariam secaretur a diametro altera ec, & ad angulos rectos, adeoque in ipso illo puncto a; & db, dupla da, æquabitur db exprimenti vim, quæ respectu A erit attractiva, vel repulsiva, prout illa db figuræ 1 fuerit itidem attractiva, vel repulsiva.

Pures ejus curvæ proprietates.

Fig. 1. 24.

217. Porro ex ipsa constructione patet, si centro Y, intervallo AE, AG, AI figuræ 1 inveniatur in recta CAC' hujus figuræ positæ sub littera B puncta E, G, I &c, ea fore limites respectu novæ curvæ; & eodem pacto reperiri posse limites E'G'I' &c ex parte opposita A; in iis enim punctis evanescente de figuræ ejusdem positæ sub A, evadit nulla da, & db. Notandum tamen, ibi in figura posita sub B mutari plagam attractivam in repulsivam, & vice versa; nam in toto tractu CA vis attractiva ad A habet directionem CC', & in tractu AC' vis itidem attractiva ad A habet directionem oppositam C'C. Deinde facile patebit, vim in A fore nullam, ubi nimirum oppositæ vires se destruent, adeoque ibi debere curvam axem secare; ac licet distantia AX, AY fuerint perquam exigua, ut idcirco repulsionem singulorum punctorum evadant maximæ; tamen prope A vires erunt perquam exigua ob inclinationes duarum virium ad XY ingentes, & contrarias; & si ipsæ AY, AX fuerint non majores, quam sit AE figuræ 1; postremus arcus EDA erit repulsivus: secus si fuerint majores, quam AE, & non majores, quam AG, atque ita porro; cum vires in exigua distantia ab A debeant esse ejus directionis, quam in fig. 1 requirunt abscissæ paullo majores, quam sit hæc YA. Postrema crura TpV, T'p'V', patet, fore attractiva; & si in figura 1 fuerint asymptotica, fore asymptotica etiam hic; sed in A nullum erit asymptoticum crus.

Constructio curvæ exhibentis legem casus prioris.

Fig. 1. 25.

218. At curva, quæ exhibet in fig. 25 legem virium pro recta CC' transeunte per duo puncta X, Y, est admodum diversa a prioris. Ea facile constructur: satis est pro quovis ejus puncto d assumere in fig. 1 duas abscissas æquales, alteram Yd hujus figuræ, alteram Xd ejusdem, & sumere hic db æqualem sum-

summæ, vel differentiæ binarum ordinarum pertinentium ad eas abscissas, prout fuerint ejusdem directionis, vel contrariæ, & eam ducere ex parte attractiva, vel repulsiva, prout ambæ ordinatæ figuræ 1, vel earum major, attractiva fuerit, vel repulsiva. Habebitur autem asymptotus bYc , & ultra ipsam crus asymptoticum DE , citra ipsam autem crus itidem asymptoticum dg attractivum respectu A , cui attractivum, sed directionis mutata respectu CC' , ut in fig. superiore diximus, ad partes oppositas A debet esse aliud $g'd$, habens asymptotum $c'd$ transeuntem per X ; ac utrumque crus debet continuari usque ad A , ubi curva secabit axem. Hoc postremum patet ex eo, quod vires oppositæ in A debeant elidi; illud autem prius ex eo, quod si x sit prope Y , & ad ipsum in infinitum accedat, repulsio ab Y crescat in infinitum, vi, quæ provenit ab X , manente finita; adeoque tam summa, quam differentia debet esse vis repulsiva respectu Y , & proinde attractiva respectu A , quæ immunitis in infinitum distantis ab Y augebitur in infinitum. Quare ordinata ag in accessu ad bYc crescat in infinitum; unde consequitur, arcum gd fore asymptoticum respectu Yc ; & eadem erit ratio pro $a'g'$, & arcu $g'd$ respectu $b'Xc'$.

219. Poterit autem etiam arcus curvæ interceptus asymptotus bYc , $b'Xc'$, sive cruribus dg , $d'g'$ secare alicubi axem, ut exhibet figura 26; quin immo & in locis pluribus, si nimirum AY sit satis major, quam AE figuræ 1, ut ab Y habeatur alicubi citra A attractio, & ab X repulsio, vel ab X repulsio major, quam repulsio ab Y . Ceterum sola inspectione postremarum duarum figurarum patebit, quantum discrimen inducat in legem virium, vel curvam, sola distantia punctorum X , Y . Utraque enim figura derivata est a figura 1, & in fig. 25 assumpta est XY æqualis AE figuræ 1, in fig. 26 æqualis AI , ejusdem quæ variatio usque adeo mutavit figuræ genitæ ductum; & assumptis aliis, atque aliis distantis punctorum X , Y , aliæ, atque aliæ curvæ novæ provenirent, quæ inter se collatæ, & cum illis, quæ habentur in recta CAC' perpendiculari ad XAY , uti est in fig. 24; ac multo magis cum iis, quæ pertinentes ad alias rectas mente concipi possunt, satis confirmant id, quod supra innui de tanta multitudine, & varietate legum provenientium a sola etiam duorum punctorum agentium in tertium dispositione diversa; ut & illud itidem patet ex sola etiam harum trium curvarum delineatione, quanta sit ubique conformitas in arcu illo attractivo TPV , ubique conjuncta cum tanto discrimine in arcu se circa axem contorquente.

220. Verum ex tanto discrimine numero unum seligam maxime notatu dignum, & maximo nobis usui futurum inferius. Sit in fig. 27 $C'AC$ axis idem, ac in fig. 1, & quinque arcus consequenter accepti alicubi GHI , IKL , LMN , NOP , PQR sint æquales prorsus inter se, ac similes. Ponantur autem bina puncta B' , B hinc, & inde ab A in fig. 28 ad

Ejus curvæ proprietates: discrimina pro mutata distantia punctorum: collatio cum curva casus alterius.

Fig. 26.

Tria genera hujus casus notatu dignissima.

Fig. 27.

Fig. 28.
29. 30.

ad intervallum æquale dimidiæ amplitudini unius e quinque iis arcibus, uti uni GI , vel IL ; in fig. 29 ad intervallum æquale integræ ipsi amplitudini; in fig. 30 ad intervallum æquale duplæ; sint autem puncta L , N in omnibus hisce figuris eadem, & quærat, quæ futura sit vis in quovis puncto g intervalli LN in hisce tribus positionibus punctorum $B'B$.

Determinatio vis compositæ in iisdem.

221. Si in Fig. 27 capiantur hinc, & inde ab ipso g intervalla æqualia intervallis AB' , AB reliquarum trium figurarum ita, ut ge , gi respondeant figuræ 28; gc , gm figuræ 29; ga , go figuræ 30; patet, intervallum ei fore æquale amplitudini LN , adeoque Le , Ni æquales fore dempto communi Li , sed puncta e , i debere cadere sub arcus proximis directionum contrariarum; ob arcuum vero æqualitatem fore æqualem vim ef vi contrariæ il , adeoque in fig. 28 vim ab utraque compositam, respondentem puncto g , fore nullam. At quoniam gc , gm integræ amplitudini æquantur; cadent puncta c , m sub arcu IKL , NOP , conformes etiam directione inter se, sed directionis contrariæ respectu arcus LMN , eruntque æquales mN , cI ipsi gL , adeoque attractiones mn , cd , & repulsioni gb æquales, & inter se; ac idcirco in figura 29 habebitur vis attractiva gb composita ex iis binis dupla repulsivæ figuræ 27. Demum cum ga , go sint æquales duplæ amplitudini, cadent puncta a , o sub arcu GHI , PQR conformis directionis inter se, & cum arcu LMN , eruntque pariter binæ repulsionem ab , op æquales repulsioni gb , & inter se. Quare vis ex iis composita pro fig. 30 erit repulsio gb dupla repulsionis gb figuræ 27, & æqualis attractioni figuræ 29.

In alia dispositione vim in tractu continuo fore nullam, in alia attractionem, in alia repulsionem, in alia repulsionem, nante distantia: usus in Physica summus.

222. Inde igitur jam patet, loci geometrici exprimentis vim compositam, qua bina puncta B' , B agunt in tertium, partem, quæ respondet intervallo eidem LN , fore in prima e tribus eorum positionibus propositis ipsum axem LN , in secunda arcum attractivum LMN , in tertia repulsivum, utroque recedente ab axe ubique duplo plus, quam in fig. 27; ac pro quovis situ puncti g in toto intervallo LN in primo e tribus casibus fore prorsus nullam, in secundo fore attractionem, in tertio repulsionem æqualem ei, quam bina puncta B' , B exercerent in tertium punctum situm in g , si collocarentur simul in A , licet in omnibus hisce casibus distantia puncti ejusdem g a medio systematis eorundem duorum punctorum, sive a centro particulæ constantis iis duobus punctis sit omnino eadem. Possunt autem in omnibus hisce casibus puncta B' , B esse simul in arctissimis limitibus cohesionis inter se, adeoque particulam quandam constantis positionis constituturæ. Æqualitas ejusmodi accurata inter arcus, & amplitudines, ac limitum distantias in figura 1 non dabitur uspiam; cum nullus arcus curvæ derivatæ utique continuæ, deductæ nimirum certa lege a curva continua, possit congruere accurate cum recta; at poterunt ea omnia ad æqualitatem accedere, quantum libue-

libuerit : poterunt hæc ipsa discrimina haberi ad sensum per tractus continuos aliis modis multo adhuc pluribus, immo etiam pluribus in immensum, ubi non duo tantummodo puncta, sed immensus eorum numerus constituat massulas, quæ in se agant, & ut in hoc simplicissimo exemplo deprompto e solo trium punctorum systemate, multo magis in systematis magis compositis, & plures idcirco variationes admittentibus, in eadem centrorum distantia, pro sola varia positione punctorum componentium massulas ipsas vel a se mutuo repelli, vel se mutuo attrahere, vel nihil ad sensum agere in se invicem. Quod si ita res habet, nihil jam mirum accidet, quod quædam substantiæ inter se commixtæ ingentem acquirant intensinarum partium motum per effervescentiam, & fermentationem, quæ deinde cesset, particulis post novam commixtionem respectivè quiescentibus; quod ex eodem cibo alia per secretionem repellantur, alia in succum nutritivum convertantur, ex quo ad eandem præterfluente distantiam alia aliis partibus solidis adhæreant, & per aîas valvulas transmittantur, aliis libere progredientibus. Sed adhuc multa supersunt notatu dignissima, quæ pertinent ad ipsum etiam adeo simplex trium punctorum systema.

223. Jaceant in figura 31 tria puncta ADB in directum: ea poterunt respectivè quiescere, si omnibus mutuis viribus careant, quod fieret, si tres distantia AD, DB, AB omnes essent distantia limitum; sed potest haberi etiam quies respectiva per elisionem contrariarum virium. Porro virium mutuarum casus diversi tres esse poterunt: vel enim punctum medium D ab utroque extremorum A, B attrahitur, vel ab utroque repellitur, vel ab altero attrahitur, ab altero repellitur. In hoc postremo casu, patet, non haberi quietem respectivam; cum debeat punctum medium moveri versus extremum attrahens recedendo simul ab altero extremo repellente. In reliquis binis casibus poterit utique res haberi: nam vires attractivæ, vel repulsivæ, quas habet medium punctum, possunt esse æquales; tum autem extrema puncta debent itidem attrahi a medio in primo casu, repelli in secundo; quæ si se invicem e contrario æque repellant in casu primo, attrahant in secundo; poterunt mutua vires elidi omnes.

224. Adhuc autem ingens est discrimen inter hosce binos casus. Si nimirum puncta illa a directione rectæ lineæ quidquam removeantur, ut nimirum medium punctum D distet jam non nihil a recta AB, delatum in C, in secundo casu adhuc magis sponte recedet inde, & in primo accedet iterum; vel si vi aliqua externa urgeatur, conabitur recuperare positionem priorem, & ipsi urgenti vi resistet. Nam binæ repulsiones CM, CN adhuc habebuntur in secundo casu in ipso primo recessu a D (licet eæ mutatis jam satis distantis BD, AD in BC, AC, evadere possint attractiones) & vim component

Alius casus vis nullius trium punctorum in directum ex distantis limitum: tres alii in quorum binis vis nulla ex elisione contrariarum.

Fig. 31.

In eorum altero casu ad recuperandam positionem, in altero ad magis ab ea recedendum, si incipiant inde removeri.

ponent directam per CH contrariam directioni tendenti ad rectam AB. At in primo casu habebuntur attractiones CL, CK, quæ component vim CF directam versus AB, quo casu attractio AP cum repulsione AR, & attractio BV cum repulsione BS component vires AQ, BT, quibus puncta A, B ibunt obviam puncto C redeunti ad rectam transituram per illud punctum E, quod est in triente rectæ DC, & de quo supra mentionem fecimus num. 205.

Theoria generalior indicata: trium punctorum jacentium in directum: vis maxima ad conservandam distantiam.

225. Hæc Theoria generaliter etiam non rectilineæ tantum, sed & cuivis positioni trium massarum applicari potest, ac applicabitur infra, ubi etiam generale simplicissimum, ac simplicissimum theoremata eruetur pro comparatione virium inter se; sed hic interea evolvemus nonnulla, quæ pertinent ad simpliciores hunc casum trium punctorum. Inprimis fieri utique potest, ut ejusmodi tria puncta positionem ad sensum rectilineam retineant cum prioribus distantis, utcumque magna fuerit vis, quæ illa dimovere tenter, vel utcumque magna velocitas impressa fuerit ad ea e suo respectivo statu deturbanda. Nam vires ejusmodi esse possunt, ut tam in eadem directione ipsius rectæ, quam in directione ad eam perpendiculari, adeoque in quavis obliqua etiam, quæ in eas duas resolvi cogitatione potest, validissimum exurgat conatus ad redeundum ad priorem locum, ubi inde discesserint puncta. Contra vim impressam in directione ejusdem rectæ satis est, si pro puncto medio attractio plurimum crescat; aucta distantia ab utrolibet extremo, & plurimum decrescat, eadem imminuta; ac pro utrovis puncto extremo satis est, si repulsio decrescat plurimum aucta distantia ab extremo, & attractio plurimum crescat, aucta distantia a medio, quod secundum utique fiet, cum, ut dictum est, debeat attractio medii in ipsum crescere, aucta distantia. Si hæc ita se habuerint, ac vice versa; differentia virium vi extrinsecæ resistet, sive ea tentet contrahere, sive distrahere puncta, & si aliquid ex iis velocitatem in ea directione acquisiverit utcumque magnam, poterit differentia virium esse tanta, ut extinguat ejusmodi respectivam velocitatem tempusculo, quantum libuerit, parvo, & post percursum spatium, quantum libuerit, exiguum.

Quid ubi vis externa urgeat in lateribus: idea virgæ rigidæ, & virgæ flexilis.

226. Quod si vis urgeat perpendiculariter, ut ex. gr. punctum medium D moveatur per rectam DC perpendicularem ad AB; tum vires CK, CL possunt utique esse ita validæ, ut vis composita CF sit post recessum, quantum libuerit, exiguum satis magna ad ejusmodi vim elidendam, vel ad extinguendam velocitatem impressam. In casu vis, quæ constantur urgeat, & punctum D versus C, & puncta A, B ad partes oppositas, habebitur inflexio; ac in casu vis, quæ agat in eadem directione rectæ jungentis puncta, habebitur contractio, seu distractio; sed vires resistentes ipsis poterunt esse ita validæ, ut & inflexio, & contractio, vel distractio, sint prorsus insensibiles;

ac si actione externa velocitas imprimatur punctis ejusmodi, quæ flexionem, vel contractionem, aut distractionem inducat, tum ipsa puncta permittantur sibi libera; habebitur oscillatio quædam, angulo jam in alteram plagam obverso, jam in alteram oppositam, ac longitudine ejus veluti virgæ constantis iis tribus punctis jam aucta, jam imminuta, fieri poterit; ut oscillatio ipsa sensum omnem effugiat, quod quidem exhibebit nobis ideam virgæ, quam vocamus rigidam, & solidam, contractionis nimirum, & dilatationis incapacem, quas proprietates nulla virga in Natura habet accurate tales, sed tantummodo ad sensum. Quod si vires sint aliquanto debiliores, tum vero & inflexio ex vi externa mediocri, & oscillatio, ac tremor erunt majores, & jam hinc ex simplicissimo trium punctorum systemate habebitur species quædam satis idonea ad sistendum animo discrimen, quod in Natura observatur quotidie oculis, inter virgas rigidas, ac eas, quæ sunt flexiles, & ex elasticitate trementes.

227. Ibidem si binæ vires, ut A Q, B T fuerint perpendiculares ad A B, vel etiam utcunque parallelæ inter se, tertia quoque erit parallela illis, & æqualis earum summæ, sed directionis contrariæ. Ducta enim C D parallela iis, tum ad illam K I parallela B A, erit ob C K, V B æquales, triangulum C I K æquale simili B T V, sive T B S, adeoque C I æqualis B T, I K æqualis B S, sive A R, vel Q P. Quare si sumpta I F æquali A Q ducatur K F; erit triangulum F I K æquale A Q P, ac proinde F K æqualis, & parallela A P, sive L C, & C L F K parallelogrammum, ac C F, diameter ipsius, exprimet vim puncti C utique parallelam viribus A Q, B T, & æqualem earum summæ, sed directionis contrariæ. Quoniam vero est S B ad B T, ut B D ad D C; ac A Q ad A R, ut D C ad D A; erit ex æqualitate perturbata A Q ad B T, ut B D ad D A, nimirum vires in A, & B in ratione reciproca distantiarum A D, D B a recta C D ducta per C secundum directionem virium.

228. Ea, quæ hoc postremo numero demonstravimus, æque pertinent ad actiones mutuas trium punctorum habentium positionem mutuam quamcunque, etiam si a rectilinea recedat quantumlibet; nam demonstratio generalis est: sed ad massas utcunque inæquales, & in se agentes viribus etiam divergentibus, multo generalius traduci possunt, ac traducuntur inferius, & ad æquilibrii leges, & vectem, & centra oscillationis ac percussionis nos deducunt. Sed interea pergemus alia nonnulla persequi pertinentia itidem ad puncta tria, quæ in directum non jaceant.

229. Si tria puncta non jaceant in directum, tum vero sine externis viribus non poterunt esse in æquilibrio; nisi omnes tres distantia, quæ latera trianguli constituunt, sint distantia limitum figuræ 1. Cum enim vires illæ mutæ non habeant dire-

Systemate inflexo per vires parallelas vis puncti medii contraria extremis, & æqualis eorum summæ.

Postremum theorema generale, ubi etiam tria puncta non jaceant in directum.

Æquilibrium trium punctorum non in directum jacentium impossibile sine vi externa, nisi

○

sint in distantis limitum: cum iis qui nisus ad retinendam formam systematis.

directiones oppositas; sive unica vis ab altero e reliquis binis punctis agat in tertium punctum, sive ambæ; haberi debet in illo tertio puncto motus, vel in recta, quæ jungit ipsum cum puncto agente, vel in diagonali parallelogrammi, cujus latera binas illas expriment vires. Quamobrem si assumantur in figura 1 tres distantia limitum ejusmodi, ut nulla ex iis sit major reliquis binis simul sumptis, & ex ipsis constituantur triangulum, ac in singulis angulorum cuspidibus singula materiæ puncta collocentur; habebitur systema trium punctorum quiescens, cujus punctis singulis si imprimantur velocitates æquales, & parallelæ; habebitur systema progrediens quidem, sed respectivo quiescens; adeoque istud etiam systema habebit ibi suum quemdam limitem, sed horum quoque limitum duo genera erunt: ii, qui orientur ab omnibus tribus limitibus cohesionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione, contentur ipsam recuperare, cum debeant conari recuperare distantias: ii vero, in quibus etiam una e tribus distantis fuerit distantia limitis non cohesionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione: ab ipsa etiam sponte magis discedat systema punctorum eorundem. Sed consideremus jam casus quosdam peculiare, & elegantes, & utiles, qui huc pertinent.

Elegans theoria puncti siti in perimetro ellipsis binis aliis occupantibus foco: suis nulla in verticibus axium.

Fig. 1.
32.

230. Sint in fig. 32 tria puncta A E B ita collocata, ut tres distantia AB, A E, B E sint distantia limitum cohesionis, & postremæ duæ sint æquales. Focis A, B concipiatur ellipsis transiens per E, cujus axis transversus sit F O, conjugatus E H, centrum D: sit in fig. 1 A N æqualis semiaxi transverso hujus D O, sive B E, vel A E, ac sit D B hic minor, quam in fig. 1 amplitudo proximorum arcuum L N, N P, & sint in eadem fig. 1 arcus ipsi N M, N O similes, & æquales ita, ut ordinatæ $u y$, $z t$, æque distantes ab N, sint inter se æquales. Inprimis si punctum materiæ sit hic in E; nullam ibi habebit vim, cum A E, B E sint æquales distantia A N limitis N figuræ 1; ac eadem est ratio pro puncto collocato in H. Quod si fuerit in O, itidem erit in æquilibrio. Si enim assumantur in fig. 1 A z , A u æquales hisce B O, A O; erunt N z , N u illius æquales D B, D A hujus, adeoque & inter se. Quare & vires illius $z t$, $u y$ erunt æquales inter se, quæ cum pariter oppositæ directionis sint, se mutuo elident; ac eadem ratio est pro collocazione in F. Attrahetur hic utique A, & repelletur B ab O; sed si limes, qui respondet distantia A B, sit satis validus; ipsa puncta nihil ad sensum discedent a focus ellipseos, in quibus fuerant collocata, vel si debeant discedere ob limitem minus validum, considerari poterunt per externam vim ibidem immota, ut contemplari liceat solam relationem tertii puncti ad illa duo.

In reliquis punctis parive tri vis directæ per ipsam perime-

231. Manet igitur immotum, ac sine vi, punctum collocatum tam in verticibus axis conjugati ejus ellipseos, quam in verticibus axis transversis; & si ponatur in quovis puncto C peri-

perimetri ejus ellipseos, tum ob AC, CB simul æquales in ellipse axi transverso, sive duplo semi-axi DO; erit AC tanto longior, quam ipsa DO, quanto BC brevior; adeoque si jam in fig. 1 sint Au, Az æquales hisce AC, BC; habebatur ibi utique uy , zt itidem æquales inter se. Quare hic attractio CL æquabitur repulsioni CM, & LIMC erit rhombus, in quo inclinatio IC secabit bifariam angulum LCM; ac proinde si ea utrinque producat in P, & Q; angulus ACP, qui est idem, ac LCI, erit æqualis angulo BCQ, qui est ad verticem oppositus angulo ICM. Quæ cum in ellipse sit notissima proprietas tangentis relatæ ad focos; erit ipsa PQ tangens. Quamobrem dirigetur vis puncti C in latus secundum tangentem, sive secundum directionem arcus elliptici, atque id, ubicunque fuerit punctum in perimetro ipsa, versus verticem propiorem axis conjugati, & sibi relictum ibit per ipsam perimetrum versus eum verticem, nisi quatenus ob vim centrifugam motum non nihil adhuc magis incurvabit.

trum versus
vertices axis
conjugati.

232. Quamobrem hic jam licebit contemplari in hac curva perimetro vicissitudinem limitum prorsus analogorum limitibus cohesionis, & non cohesionis, qui habentur in axe rectilineo curvæ primigeniæ figuræ 1. Erunt limites quidam in E, in F, in H, in O, in quibus nimirum vis erit nulla, cum in omnibus punctis C intermediis sit aliqua. Sed in E, & H erunt ejusmodi, ut si utraque ex parte punctum dimoveatur, per ipsam perimetrum, debeat redire versus ipsos ejusmodi limites, sicut ibi accidit in limitibus cohesionis; at in F, & O erit ejusmodi, ut in utramvis partem, quantum libuerit, parum inde punctum dimotum fuerit, sponte debeat inde magis usque recedere, prorsus ut ibi accidit in limitibus non cohesionis.

Analogia verticem binorum axium cum limitibus curvæ virium.

233. Contrarium accideret, si DO æquaretur distantia limitis non cohesionis: tum enim distantia BC minor haberet attractionem CK, distantia major AC repulsionem CN, & vis composita per diagonalem CG rhombi CNGK haberet itidem directionem tangentis ellipseos; & in verticibus quidem axis utriusque haberetur limes quidam, sed punctum in perimetro collocatum tenderet versus vertices axis transversi, non versus vertices axis conjugati, & hi referrent limites cohesionis, illi e contrario limites non cohesionis. Sed adhuc major analogia in perimetro harum ellipseos habebitur cum axe curvæ primigeniæ figuræ 1; si fuerit DO æqualis distantia limitis cohesionis AN illius, & DB in hac major, quam in fig. 1 amplitudo NL, NP; multo vero magis, si ipsa hujus DB superet plures ejusmodi amplitudines, ac arcuum æqualitatem maneat hinc, & inde, per totum ejusmodi spatium. Ubi enim AC hujus figuræ fiet æqualis abscissa AP illius, etiam BC hujus fiet pariter æqualis AL illius. Quare in ejusmodi loco habebitur limes, & ante ejusmodi locum versus A distantia

Quando limites contrario modo positi; casus elegantissimi alternationis plurium limitum in perimetro ellipseos.

longior AC habebit repulsionem, & BC brevior attractionem, ac rhombus erit KGNC, & vis dirigetur versus O. Quod si alicubi ante in loco adhuc propiorem O distantia AC, BC æquarentur abscissis AR, AI figuræ 1; ibi iterum esset limes; sed ante eum locum rediret iterum repulsio pro minore distantia, attractio pro majore, & iterum rhombi diameter jaceret versus verticem axis conjugati E. Generaliter autem ubi semi-axi transversus æquatur distantia cujuspiam limitis cohesionis, & distantia punctorum a centro ellipseos, sive ejus eccentricitas est major, quam intervallum dicti limitis a pluribus sibi proximis hinc, & inde, ac maneat æqualitas arcuum, habebuntur in singulis quadrantibus perimetri ellipseos tot limites, quot limites transibit eccentricitas hinc translata in axem figuræ 1, a limite illo nominato, qui terminet in fig. 1 semi-axem transversum hujus ellipseos; ac præterea habebuntur limites in verticibus amborum ellipseos axium; eritque incipiendo ab utrovis vertice axis conjugati in gyrum per ipsam perimetrum is limes primus cohesionis, tum illi proximus esset non cohesionis, deinde alter cohesionis, & ita porro, donec redeat ad primum, ex quo incæptus fuerit gyrus, vi in transitu per quemvis ex ejusmodi limitibus mutante directionem in oppositam. Quod si semi-axi hujus ellipseos æquatur distantia limitis non cohesionis figuræ 1; res eodem ordine pergit cum hoc solo discrimine, quod primus limes, qui habetur in vertice semi-axi conjugati sit limes non cohesionis, tum eundo in gyrum ipsi proximus sit cohesionis limes, deinde iterum non cohesionis, & ita porro.

Perimetri plurium ellipseos æquivalentes limitibus.

234. Verum est adhuc alia quædam analogia cum iis limitibus; si considerentur plures ellipseos iisdem illis focis, quarum semi-axes ordine suo æquantur distantias, in altera cujuspiam e limitibus cohesionis figuræ 1, in altera limitis non cohesionis ipsi proximi, & ita porro alternatim, communis autem illa eccentricitas sit adhuc etiam minor quavis amplitudine arcuum interceptorum limitibus illis figuræ 1, ut nimirum singulæ ellipseos perimetri habeant quaternos tantummodo limites in quatuor verticibus axium. Ipsæ ejusmodi perimetri totæ erunt quidam veluti limites relate ad accessum, & recessum a centro. Punctum collocatum in quavis perimetro habebit determinationem ad motum secundum directionem perimetri ejusdem; ac collocatum inter binas perimetros diriget semper vim suam ita, ut tendat versus perimetrum definitam per limitem cohesionis figuræ 1, & recedat a perimetro definita per limitem non cohesionis; ac proinde punctum a perimetro primi generis dimotum conabitur ad illam redire; & dimotum a perimetro secundi generis, sponte illam adhuc magis fugiet, ac recedet.

Demonstratio:

236. Sint enim in fig. 33. ellipseum FEOH, F'E'O'H', F'E''O''H'' semi-axes DO, D'O', D'O'' æquales primus distan-

stantiæ AL limitis non cohesionis figuræ 1; secundus distantia AN limitis cohesionis; tertius distantia AP limitis iterum non cohesionis, & primo quidem collocetur C aliquanto ultra perimetrum mediam FEVOH: erunt AC, BC majores, quam si essent in perimetro, adeoque in fig. 1 factis Au, Az majoribus, quam essent prius, decreset repulsio αt , crescet attractio αy ; ac proinde hic in parallelogrammo LCMI erit attractio CL major, quam repulsio CM, & idcirco accedet directio diagonalis CI magis ad CL, quam ad CM, & inflectetur introrsum versus perimetrum mediam. Contra vero si C sit intra perimetrum mediam, factis BC', AC' minoribus, quam si essent in perimetro media; crescet repulsio CM', & decreset attractio CL', adeoque directio C'I accedet magis ad priorem CM', quam ad posteriorem CL', & vis dirigetur extrorsum versus eandem mediam perimetrum. Contrarium autem accideret ob rationem omnino similem in vicinia primæ, vel tertiæ perimetri: atque inde patet, quod fuerat propositum.

236. Quoniam arcus hinc, & inde a quovis limite non sunt prorsus æquales; quanquam, ut supra observavimus num. 184, exigui arcus ordinatas ad sensum æquales hinc, & inde habere debeant; curva, per cuius tangentem perpetuo dirigatur vis, licet in exigua eccentricitate debeat esse ad sensum ellipsis, tamen nec in iis erit ellipsis accurate, nec in eccentricitatibus majoribus ad ellipses multum accedet. Erunt tamen semper aliquæ curvæ, quæ determinent continuam directionem virium, & curvæ etiam, quæ trajectoriam describendam definiant, habita quoque ratione vis centrifugæ: atque hic quidem uberrima seges succrescit problematum Geometriæ, & Analyfi exercendæ aptissimorum; sed omnem ego quidem ejusmodi perquisitionem omittam, cujus nimirum ad Theoriæ applicationem usus mihi idoneus occurrit nullus; & quæ huc usque vidimus, abunde sunt ad ostendendam elegantem sane analogiam alternationis in directione virium agentium in latum, cum viribus primigeniis simplicibus, ac harum limitum cum illarum limitibus, & ad ingerendam animo semper magis casuum, & combinationum diversarum ubertatem tantam in solo etiam trium punctorum systemate simplicissimo; unde conjectare liceat, quid futurum sit, ubi immensus quidam punctorum numerus coalescat in massulas constituentes omnem hanc usque adeo inter se diversorum corporum multitudinem sane immensam.

237. At præterea est & alius insignis, ac magis determinatus fructus, quem ex ejusmodi contemplationibus capere possumus, usui futurus etiam in applicatione Theoriæ ad Physicam. Si nimirum duo puncta A, & B sint in distantia limitis cohesionis satis validi, & punctum tertium collocatum in vertice axis conjugati in E distantiam a reliquis habeat, quam habet limes itidem cohesionis satis validus; poterit sane vis,

Fig. 1. 33.

Alias curvas ellipsis substituendas: amplia problematum seges, sed minus utilis, sed immensa combinationum varietas.

Conversio tætius systematis illæsi: impulsu per perimetrum ellipsos oscillatio: idea liquationis, & conglaciationis.

vis, qua ipsum retinetur in eo vertice, esse admodum ingens pro utcumque exigua dimotione ab eo loco, ut sine ingenti externa vi inde magis dimoveri non possit. Tum quidem si quis impediatur motum puncti B, & circa ipsum circumducatur punctum A, ut in fig. 34 abeat in A'; abibit utique & E versus E', ut fervetur forma trianguli AEB, quam necessario requirit conservatio distantiarum, sive laterum inducta a limitum validitate, & in qua sola poterit respective quiescere systema, ac habebitur idea quædam soliditatis cujus & supra injecta est mentio. At si stantibus in fig. 32 punctis A, B per quaspiam vires externas, quæ eorum motum impediunt, vis aliqua exercentur in E ad ipsum a sua positione deturbandum; donec ea fuerit mediocris, dimovebit illud non nihil; tum, illa cessante, ipsum se restituet, & oscillabit hinc, & inde ab illo vertice per perimetrum curvæ cujusdam proximæ arcui elliptico. Quo major fuerit vis externa dimovens, eo major oscillatio fiet; sed si non fuerit tanta, ut punctum a vertice axis conjugati recedens deveniat ad verticem axis transversæ; semper retro cursus reflectetur, & describetur minus, quam semiellipsis. Verum si vis externa coegerit percurrere totum quadrantem, & transilire ultra verticem axis transversæ; tum vero gyrabit punctum circumquaque per totam perimetrum motu continuo, quem a vertice axis conjugati ad verticem transversæ retardabit, tum ab hoc ad verticem conjugati accelerabit, & ita porro, nec sistetur periodicus conversionis motus, nisi exteriorum punctorum impedimentis occurrentibus, quæ sensum celeritatem immuant, & post ipsos ejusmodi motus periodicos per totum ambitum reducant meras oscillationes, quas contrahant, & pristinam debitam positionem restituant, in qua una haberi potest quies respectiva. An non ejusmodi aliquid accidit, ubi solida corpora, quorum partes certam positionem servant ad se invicem, ingenti agitatione accepta ab igneis particulis liquefunt, tum iterum refrigerantes, agitatione sensim cessante per vires, quibus igneæ particule emittuntur, & evolant, positionem priorem recuperant, ac tenacissime iterum servant, & tuentur? Sed hæc de trium punctorum systemate hucusque dicta sint satis.

Fig. 34.

Fig. 32.

Systema punctorum quatuor, in eodem plano, cum distantis limitum, sive for- mæ tenax.

238. Quatuor, & multo magis plurium, punctorum systemata multo plures nobis variationes objicerent; si rite ad examen vocarentur; sed de iis id unum innuam. Ea quidem in plano eodem possunt positionem mutuam tueri tenacissime; si singulorum distantia a reliquis æquantur distantis limitum satis validorum figuræ 1: neque enim in eodem plano positionem respectivam mutare possunt, aut aliquod ex iis exire e plano ducto per reliqua tria, nisi mutet distantiam ab aliquo e reliquis, cum datis trium punctorum distantis mutis detur triangulum, quod constituere debent, tum datis distantis quarti a duobus detur itidem ejus positio respectu eorum in eodem plano, & detur distantia ab eorum tertio, quæ, si id punctum exeat e priore

priore plano, sed retineat ab iis duobus distantiam priorem, mutari usque debet, ut facili negotio demonstrari potest.

239. Quin immo in ipsa ellipsi considerari possunt puncta quatuor, duo in focus, & alia duo hinc, & inde a vertice axis conjugati in ea distantia a se invicem, ut vi mutua repulsiva sibi invicem elidant vim, qua juxta præcedentem Theoriam urgentur in ipsum verticem; quo quidem pacto rectangulum quoddam terminabunt, ut exhibet fig. 35, in punctis A, B, C, D.

Atque inde si supra angulos quadratæ basis assurgant series ejusmodi punctorum exhibentium series continuas rectangulorum, habebitur quædam adhuc magis præcisa idea virgæ solidæ, in qua se basis ima inclinetur; statim omnia superiora puncta movebuntur in latus, ut rectangulorum illorum positionem retineant, & celeritas conversionis erit major, vel minor, prout major fuerit, vel minor vis illa in latus, quæ ubi fuerit aliquanto languidior, multo serius progredietur vertex, quam fundum, & inflectetur virga, quæ inflexio in omni virgarum genere apparet adhuc multo magis manifesta, si celeritas conversionis fuerit ingens. Sed extra idem planum possunt quatuor puncta collocari ita, ut positionem suam validissime tueantur, etiam ope unica distantie limitis unici satis validi. Potest enim fieri pyramis regularis, cujus latera singula triangularia habeant ejusmodi distantiam. Tum ea pyramis constituet particulam quandam suæ figuræ tenacissimam, quæ in puncta, vel pyramides ejusmodi aliquanto remociorens ita poterit agere, ut ejus puncta respectivum situm nihil ad sensum mutant. Ex quatuor ejusmodi particulis in aliam majorem pyramidem dispositis fieri poterit particula secundi ordinis aliquanto minus figuræ tenax ob majorem distantiam particularum primi eam componentium, qua fit, ut vires in eadem ab externis punctis impressæ multo magis inæquales inter se sint, quam fuerint in punctis constituentibus particulas ordinis primi; ac eodem pacto ex his secundi ordinis particulis fieri possunt particule ordinis tertii adhuc minus tenaces figuræ suæ, atque ita porro, donec ad eas deventum sit multo majores, sed adhuc multo magis mobiles, atque variabiles, ex quibus pendet chemicæ operationes, & ex quibus hæc ipsa crassiora corpora componuntur, ubi id ipsum accideret, quod Newtonus in postrema Opticæ quæstione proposuit de particulis suis primigeniis, & elementaribus, alias diversorum ordinum particulas efformantibus. Sed de particularibus hisce systematis determinati punctorum numeri jam satis, ac ad massas potius generaliter considerandas faciemus gradum.

240. In massis primum nobis se offerunt considerandæ elegantissimæ sane, ac & fecundissimæ, & utilissimæ proprietates centri gravitatis, quæ quidem e nostra Theoria sponte propemodum fluunt, aut saltem ejus ope evidentissime demonstrantur. Porro centrum gravitatis a gravium æquilibrio nomen accepit suum, a quo etiam ejus consideratio ortum duxit; sed id quidem a gravitate

Alia ratio systematis punctorum quatuor in eodem plano cum idea virgæ rigidæ, & flexilis: systema eorumdem formæ pyramidalis: ordines varii particularum pyramidalium.

Fig. 35.

Transitus ad massas: quid centrum gravitatis: theorema hic de eo demonstranda.

tate non pendet, sed ad massam potius pertinet. Quamobrem ejus definitionem proferam ab ipsa gravitate nihil omnino pendentem, quanquam & nomen retinebo, & innuam, unde originem duxerit; tum demonstrabo accuratissime, in quavis massa haberi aliquod gravitatis centrum, idque unicum, quod quidem passim omittere solent, & perperam; deinde ad ejus proprietatem præcipuam exponendam gradum faciam, demonstrando celeberrimum theoremata a Newtono propositum, centrum gravitatis commune massarum, sive mihi punctorum quotcunque, & utcunque dispositorum, quorum singula moveantur sola inertie vi motibus quibuscunque, qui in singulis punctis uniformes sint, in diversis utcunque diversi, vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum: tum vero mutuas actiones quascunque inter puncta quælibet, vel omnia simul, nihil omnino turbare centri communis gravitatis statum quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, unde nobis & actionis, ac reactionis æqualitas in massis quibusque, & principia collisiones corporum definientia, & alia plurima sponte provenient. Sed aggrediamur rem ipsam.

Definitio centri gravitatis non pendens ab idea gravitatis: ejus congruentia cum idea communi.

241. Centrum igitur commune gravitatis punctorum quotcunque, & utcunque dispositorum, appellabo id punctum, per quod si ducatur planum quodcunque; summa distantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejusdem parte, æquetur summæ distantiarum ex altera. Id quidem extenditur ad quascunque, & quotcunque massas; nam eorum singulæ punctis utique constant, & omnes simul sunt quædam punctorum diversorum congeries. Nomen traxit ab æquilibrio gravium, & natura vectis, de quibus agemus infra: ex iis habetur illud, singula pondera ita connexa per virgas inflexiles, ut moveri non possint, nisi motu circa aliquem horizontalem axem, exerere ad conversionem vim proportionalem sibi, & distantie perpendiculari a plano verticali ducto per axem ipsum; unde fit, ut ubi ejusmodi vires, vel, ut ea vocant, momenta virium hinc, & inde æqualia fuerint, habeatur æquilibrio. Porro ipsa pondera in nostris gravibus, in quibus gravitatem concipimus, ac etiam ad sensum experimur, proportionalem in singulis quantitati materiæ, & agentem directionibus inter se parallelis, proportionalia sunt massis, adeoque punctorum eas constituentium numero; quam ob rem idem est, ea pondera in distantias ducere, ac assumere summam omnium distantiarum omnium punctorum ab eodem plano. Quod si igitur respectu aggregati cujuscunque punctorum materiæ quotcunque, & quomodocunque dispositorum sit aliquod punctum spatii ejusmodi, ut, ducto per ipsum quovis plano, summa distantiarum ab illo punctorum jacentium ex parte altera æquetur summæ distantiarum jacentium ex altera; concipiantur autem singula ea puncta animata viribus æqualibus, & parallelis, cujuscumodi sunt vires, quas in nostris gravibus concipimus; illud utique consequitur, suspen-

suspensio utcumque ex ejusmodi puncto, quale definivimus gravitatis centrum, omni eo systemate, cujus systematis puncta viribus quibuscunque, vel conceptis virgis inflexilibus, & gravitate carentibus, positionem mutuam, & respectivum statum, ac distantias omnino servent, id systema fore in æquilibrio; atque illud ipsum requiri, ut in æquilibrio sit. Si enim vel unicum planum ductum per id punctum sit ejusmodi, ut summæ illæ distantiarum non sint æquales hinc, & inde; converso systemate omni ita, ut illud punctum evadat verticale, jam non essent æquales inter se summæ momentorum hinc, & inde, & altera pars alteri præponderaret. Verum hæc quidem, uti supra monui, fuit occasio quædam nominis imponendi; at ipsum punctum ea lege determinatum longe ulterius extenditur, quam ad solas massas animatas viribus æqualibus, & parallelis, cujusmodi concipiuntur a nobis in nostris gravibus, licet ne in ipsis quidem accurate sint tales. Quamobrem assumpta superiore definitione, quæ a gravitatis, & æquilibrii natura non pendet, progrediar ad deducenda inde corollaria quædam, quæ nos ad ejus proprietates demonstrandas deducant.

242. Primo quidem si aliquid fuerit ejusmodi planum, ut binæ summæ distantiarum perpendicularium punctorum omnium hinc, & inde acceptorum æquantur inter se; æquabuntur & summæ distantiarum acceptorum secundum quancunque aliam directionem datam, & communem pro omnibus. Erit enim quævis distantia perpendicularis ad quavis in dato angulo inclinatam semper in eadem ratione, ut patet. Quare & summæ illarum ad harum summam erunt in eadem ratione, ac æqualitas summarum alterius binarii utriuslibet secum trahet æqualitatem alterius. Quare in sequentibus, ubi distantias nominavero, nisi exprimam perpendiculares, intelligam generaliter distantias acceptas in quavis directione data.

243. Quod si assumatur planum aliud quodcunque parallelum plano habenti æquales hinc, & inde distantiarum summam; summa distantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera superabit summam jacentium ex altera, excessu æquali distantiarum planorum acceptæ secundum directionem eandem ductæ in numerum punctorum: & vice versa si duo plana parallela sint, ac is excessus alterius summæ supra summam alterius in altero ex iis æquetur eorum distantiarum ductæ in numerum punctorum; planum alterum habebit oppositarum distantiarum summam æqualem. Id quidem facile concipitur; si concipiatur, planum distantiarum æqualium moveri versus illud alterum planum motu parallelo secundum eam directionem, secundum quam sumuntur distantiarum. In eo motu distantiarum singulæ ex altera parte crescunt; ex altera decrescunt continuo tantum, quantum promovetur planum, & si aliqua distantia evanescit interea; jam eadem deinde incipit tantundem ex parte contraria crescere. Quare patet excessum omnium ceteriorum

Corollarium generale pertinens ad summam distantiarum omnium punctorum manifestæ a plano transiente per centrum gravitatis æquales utriusque.

Bina theoremata pertinentia ad planum parallelum plano distantiarum æqualium cum eorum demonstrationibus.

P distant-

Fig. 36.

distantiarum supra omnes ultiores æquari progressui plani toties sumpto, quot puncta habentur, & in regressu destruitur e contrario, quidquid in ejusmodi progressu est factum, atque idcirco ad æqualitatem reditur. Verum ut demonstratio quam accuratissima evadat, exprimat in fig. 36 recta AB planum distantiarum æqualium, & CD planum ipsi parallelum, ac omnia puncta distribui poterunt in classes tres, in quorum prima sint omnia puncta jacentia citra utrumque planum, ut punctum E; in secunda omnia puncta jacentia inter utrumque; ut F, in tertia omnia puncta adhuc jacentia ultra utrumque, ut G. Rectæ autem per ipsa ductæ in directione data quancunque, occurrant rectæ AB in M, H, K; & rectæ CD in N, I, L; ac sit quædam recta directionis ejusdem ipsis AB, CD occurrentes in O, P. Patet, ipsam OP fore æqualem ipsis MN, HI, KL. Dicatur jam summa omnium punctorum E primæ classis E, & distantiarum omnium EM summa e; punctorum F secundæ classis F, & distantiarum f; punctorum G tertiæ classis G, & distantiarum earundem g; distantia vero OP dicatur O. Patet, summam omnium MN fore $E \times O$; summam omnium HI fore $F \times O$; summam omnium KL fore $G \times O$; erit autem quævis $EN = EM + MN$; quævis $FI = HI - FH$; quævis $GL = KG - KL$. Quare summa omnium EN erit $e + E \times O$; summa omnium FI $= F \times O - f$, & summa omnium GL $= g - G \times O$; adeoque summa omnium distantiarum punctorum jacentium citra planum CD, primæ nimirum, ac secundæ classis, erit $e + E \times O + F \times O - f$, & summa omnium jacentium ultra, nimirum classis tertiæ, erit $g - G \times O$. Quare excessus prioris summæ supra secundam erit $e + E \times O + F \times O - f - g + G \times O$; adeoque si prius fuerit $e = f + g$; delecto $e - f - g$, totus excessus erit $E \times O + F \times O + G \times O$, sive $(E + F + G) \times O$, summa omnium punctorum ducta in distantiam planorum; & vice versa si is excessus respectu secundi plani BC fuerit æqualis huic summæ ductæ in distantiam O, oportebit, $e - f - g$ æquetur nihilo, adeoque sit $e = f + g$, nimirum respectu primi plani AB summam distantiarum hinc, & inde æquales esse.

Complementum demonstrationis, ut extendatur ad omnes casus.

244. Si aliqua puncta sint in altero ex iis planis, ea superioribus formulis contineri possunt, concepta zero singulorum distantia a plano, in quo jacent; sed & ii casus involvi facile possent, concipiendo alias binas punctorum classes; quorum priora sint in priore plano AB, posteriora in posteriore CB, quæ quidem nihil rem turbant; nam prioris classis distantia a priore plano erunt omnes simul zero, & a posteriore æquabuntur distantia O ductæ in eorum numerum, quæ summa accedit priori summæ punctorum jacentium citra; posterioris autem classis distantia a priore erant prius simul æquales summæ ipsorum ductæ itidem in O, & deinde fiunt nihil; adeoque sum-

summae distantiarum punctorum jacentium ultra, demitur horum posteriorum punctorum summa itidem ducta in O, & proinde excessui summae ceteriorum supra summam ulteriorum accedit summa omnium punctorum harum duarum classium ducta in eandem O.

245. Quod si planum parallelum plano distantiarum æqualium jaceat ultra omnia puncta; jam habebitur hoc theoremata: *Summa omnium distantiarum punctorum omnium ab eo plano æqualbitur distantia planorum ducta in omnium punctorum summam, & se fuerint duo plana parallela ejusmodi, ut alterum jaceat ultra omnia puncta, & summa omnium distantiarum ab ipso æquetur distantia planorum ducta in omnium punctorum numerum; alterum illud planum erit planum distantiarum æqualium.* Id sane patet ex eo, quod jam secunda summa pertinens ad puncta ulteriora, quæ nulla sunt, evanescat, & excessus totus sit sola prior summa. Quin immo idem theoremata habebit locum pro quovis plano habente etiam ulteriora puncta, si ceteriorum distantia habeantur pro positivis, & ulteriorum pro negativis; cum nimirum summa constans positivis, & negativis sit ipse excessus positivorum supra negativa; quo quidem pacto licebit considerare planum distantiarum æqualium, ut planum, in quo summa omnium distantiarum sit nulla, negativis nimirum distantia elidentibus positivis.

Theoremata pro planoposito ultra omnia puncta: eorum extensio ad quavis plana.

246. Hinc autem facile jam patet, dato cuius plano haberi aliquod planum parallelum, quod sit planum distantiarum æqualium; quin immo data positione punctorum, & plano illo ipso, facile id alterum definitur. Satis est ducere a singulis punctis datis rectas in data directione ad planum datum, quæ dabuntur: tum a summa omnium, quæ jacent ex parte altera, demere summam omnium, si quæ sunt, jacentium ex opposita, ac residuum dividere per numerum punctorum. Ad eam distantiam ducto plano priori parallelo, id erit planum quæsitum distantiarum æqualium. Patet autem admodum facile & illud ex eadem demonstratione, & ex solutione superioris problematis, dato cuius plano non nisi unicum esse posse planum distantiarum æqualium, quod quidem per se satis patet.

Cuius plano inveniri posse parallelum planum distantiarum æqualium.

247. Hisce accuratissime demonstratis, atque explicatis, progrediar ad demonstrandum, haberi aliquod gravitatis centrum in quavis punctorum congerie, utcunque disperforum, & in quocunque massas ubicunque sitas coalescentium. Id fiet ope sequentis theorematis: *si per quoddam punctum transeant tria plana distantiarum æqualium se non in eadem communi aliqua recta fecantia; omnia alia plana transeuntia per illud idem punctum erunt videm distantiarum æqualium plana.* Sit enim in fig. 37. ejusmodi punctum C, per quod transeant tria plana GABH, XABY, ECDF, quæ omnia sint plana distantiarum æqualium, ac sit quodvis aliud planum KICL tran-

Theorema præcipuum si tria plana distantiarum æqualium habeant unicum punctum commune; reliqua omnia per id transeuntia erunt ejusmodi.

Fig. 37.

siens itidem per C, ac secans primum ex iis recta CI quacunque; oportet ostendere, hoc quoque fore planum distantiarum æqualium, si illa priora ejusmodi sint. Concipiatur quocunque punctum P; & per ipsum P concipiantur tria plana parallela planis DCEF, ABYX, GABH, quorum sibi priora duo mutuo occurrant in recta PM, postrema duo in recta PV, primum cum tertio in recta PO; ac primum occurrat plano GABH in MN, secundum vero eadem in MS, plano DCEF in QR, ac plano KICL in SV, ducaturque ST parallela rectis QR, MP, quas, utpote parallelorum planorum intersectiones, patet fore itidem parallelas inter se, uti & MN, PO, DC inter se, ac MS, PTV, BA inter se.

Demonstratio ejusdem.

248. Jam vero summa omnium distantiarum a plano KICL secundum datam directionem BA erit summa omnium PV, quæ resolvitur in tres summas, omnium PR, omnium RT, omnium TV, sive eæ, ut figura exhibet, in unam colligendæ sint, sive, quod in aliis plani novi inclinationibus posset accidere, una ex iis demenda a reliquis binis, ut habeatur omnium PV summa. Porro quævis PR est distantia a plano DCEF secundum eandem eam directionem; quævis RT est æqualis QS sibi respondententi, quæ ob datas directiones laterum trianguli SCQ est ad CQ, æqualem MN, sive PO, distantia a plano XABY secundum datam directionem DC, in ratione data; & quævis VT est itidem in ratione data ad TS æqualem PM, distantia a plano GABH secundum datam directionem EC; ac idcirco etiam nulla ex ipsis PR, RT, TV poterit evanescere, vel directione mutata abire e positiva in negativam, aut vice versa, mutato situ puncti P, nisi sua sibi respondens ipsius puncti P distantia ex iis PR, PO, PM evanescat simul, aut directionem mutet. Quamobrem & summa omnium positivarum vel PR, vel RT, vel TV ad summam omnium positivarum vel PR, vel PO, vel PM, & summa omnium negativarum prioris directionis ad summam omnium negativarum posterioris sibi respondentis, erit itidem in ratione data: ac proinde si omnes positivæ directionem PR, PO, PM a suis negativis destruuntur in illis tribus æqualium distantiarum planis, etiam omnes positivæ PR, RT, TV a suis negativis destruantur, adeoque & omnes PV positivæ a suis negativis. Quamobrem planum LCIK erit planum distantiarum æqualium. Q. E. D.

249. Demonstrato hoc theoremate jam sponte illud consequitur, in quavis punctorum congerie, adeoque massarum utcunque disperfarum summa, haberi semper aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum, quod quidem data omnium punctorum positione facile determinabitur. Nam assumpto puncto quovis ad arbitrium ubicunque, ut puncto P, poterunt duci per ipsum tria plana quæcunque, ut OPM, RPM, RPO. Tum singulis poterunt per num. 246 inveniri plana parallela, quæ

quæ sint plana distantiarum æqualium, quorum priora duo si sint D C E F, X A B Y, se fecabunt in aliqua recta C E parallela illorum intersectioni M P; tertium autem G A B H ipsam C E debet alicubi secare in C; cum planum R P O fecerit P M in P: nam ex hac sectione constat, hanc rectam non esse parallelam huic plano, adeoque nec illa illi erit, sed in ipsum alicubi incurret. Transibunt igitur per punctum C tria plana distantiarum æqualium, adeoque per num. 247 & aliud quodvis planum transiens per punctum idem C erit planum æqualium distantiarum pro quavis directione, & idcirco etiam pro distantis perpendicularibus; ac ipsum punctum C juxta definitionem num. 241, erit commune gravitatis centrum omnium massarum, five omnis congeriei punctorum, quod quidem esse unicum, facile deducitur ex definitione, & hac ipsa demonstratione; nam si duo essent, possent utique per ipsa duci duo plana parallela directionis cujusvis, & eorum utrumque esset planum distantiarum æqualium, quod est contra id, quod num. 246 demonstravimus.

250. Demonstrandum necessario fuit, haberi aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum; & perperam id quidem a Mechanicis passim omittitur: si enim id non ubique adesset, & non esset unicum, in paralogismum incurrerent quamplurimæ Mechanicorum ipsorum demonstrationes, qui ubi in plano duas invenerunt rectas, & in solidis tria plana determinantia æquilibrium, in ipsa intersectione constituunt gravitatis centrum, & supponunt omnes alias rectas, vel omnia alia plana, quæ per id punctum ducantur, eandem æquilibrii proprietatem habere, quod utique fuerat non supponendum, sed demonstrandum. Et quidem facile est similis paralogismi exemplum præbere in alio quodam, quod magnitudinis centrum appellare liceret, per quod nimirum figura sectione quavis secaretur in duas partes æquales inter se, sicut per centrum gravitatis secta, secatur in binas partes æquilibratas in hypothesi gravitatis constantis, & certam directionem habentis plano secanti parallelam.

251. Erraret sane, qui ita definiret centrum magnitudinis, tum determinaret id ipsum in datis figuris eadem illa methodo, quæ pro centro gravitatis adhibetur. Is ex. gr. pro triangulo A B G in fig. 38 sic ratiocinationem institueret. Secetur A G bifariam in D, ducaturque B D, quæ utique ipsum triangulum secabit in duas partes æquales. Deinde, secta A B itidem bifariam in E, ducatur G E, quam itidem constat, debere secare triangulum in partes æquales duas. In earum igitur concursu C habebitur centrum magnitudinis. Hoc invento si progrediretur ulterius, & haberet pro æqualibus partes, quæ alia sectione quacunque facta per C obtinentur; erraret pessime. Nam ducta E D, jam constat, fore ipsam E D parallelam B G, & ejus dimidiam; adeoque similia fore triangula E C D,

Necessitas demonstrandi haberi semper centrum gravitatis.

Centrum enim magnitudinis non semper haberi.

Fig. 38.

E C D, B C G, & C D dimidiam C B. Quare si per C ducatur F H parallela A G; triangulum F B H, erit ad A B G, ut quadratum B C ad quadratum B D, seu ut 4 ad 9, adeoque segmentum F B H ad residuum F A G H est ut 4 ad 5, & non in ratione æqualitatis.

Ubi hæc prima demonstrata.

252. Nimirum quæcunque punctorum, & massarum congeries, adeoque & figura quævis, in qua concipiatur punctorum numerus auctus in infinitum, donec figura ipsa evadat continua, habet suum gravitatis centrum; centrum magnitudinis infinitæ earum non habent; & illud primum, quod hic accuratissime demonstravi, demonstraveram jam olim methodo aliquanto contractiore in dissertatione *De Centro Gravitatis*; hujus vero secundi exemplum hic patet, ac in dissertatione *De Centro Magnitudinis*, priori illi addita in secunda ejusdem impressione, determinavi generaliter, in quibus figuris centrum magnitudinis habeatur, in quibus desit; sed ea ad rem præsentem non pertinent.

Inde ubi fit centrum commune duarum.

Fig. 39.

253. Ex hac generali determinatione centri gravitatis facile colligitur illud, centrum commune binarum massarum jacere in directum cum centrâ gravitatis singularum, & horum distantias ab eodem esse reciproce, ut ipsas massas. Sint enim binæ massæ, quarum centra gravitatis sint in fig. 39 in A, & B. Si per rectam A B ducatur planum quodvis, id debet esse planum distantiarum æqualium respectu utriuslibet. Quare etiam respectu summæ omnium punctorum ad utrumque simul pertinentium distantia omnes hinc, & inde acceptæ æquantur inter se; ac proinde id etiam respectu summæ debet esse planum distantiarum æqualium, & centrum commune debet esse in quovis ex ejusmodi planis, adeoque in intersectione duorum quorumcunque ex iis, nimirum in ipsa recta A B. Sit id in C, & si jam concipiatur per C planum quodvis secans ipsam A B; erit summa omnium distantiarum ab eo plano secundum directionem A B punctorum pertinentium ad massam A, si a positivis demantur negativæ, æqualis per num. 243 numero punctorum massæ A ducto in A C, & summa pertinentium ad B numero punctorum in B ducto in B C; quæ producta æquari debent inter se, cum omnium distantiarum summæ positivæ a negativis elidi debeant respectu centri gravitatis C. Erit igitur A C ad C B, ut numerus punctorum in B ad numerum in A, nimirum in ratione massarum reciproca.

Inde & communis methodus pro quatuor massis.

254. Hinc autem facile deducitur communis methodus invenientiæ centri gravitatis commune plurium massarum. Coniunguntur prius centra duarum, & eorum distantia dividitur in ratione reciproca ipsarum. Tum harum commune centrum sic inventum coniungitur cum centro tertiæ, & dividitur distantia in ratione reciproca summæ massarum priorum ad massam tertiam, & ita porro. Quia immo possunt seorsum inveniri centra gravitatis binarum quarumvis, ternarum, denarum quocunque ordine,

ordine, tum binaria conjungi cum ternariis, denariis, aliisque, ordine isidem quocunque, & semper eadem methodo devenitur ad centrum commune gravitatis massæ totius. Id patet, quia quocunque massa considerari possunt pro massa unica, cum agatur de numero punctorum massæ tantummodo, & de summa distantiarum punctorum omnium: summæ massarum constituunt massam, & summæ distantiarum summam, per solam conjunctionem ipsarum. Quoniam autem ex generali demonstratione superius facta devenitur semper ad centrum gravitatis, atque id centrum est unicum; quocunque ordine res peragatur, ad illud utique unicum devenitur.

255. Inde vero illud consequitur, quod est isidem commune, si plurium massarum centra gravitatis sint in eadem aliqua recta, fore etiam in eadem centrum gravitatis summæ omnium; quod viam sternit ad investiganda gravitatis centra etiam in pluribus figuris continuis. Sic in fig. 38 centrum commune gravitatis totius trianguli est in illo puncto, quod a recta ducta a vertice anguli cujuscvis ad mediam basim oppositam relinquit trientem versus basim ipsam. Nam omnium reclarum basi parallelarum, quæ omnes a recta BD secantur bifariam, ut FH, centra gravitatis sunt in eadem recta, adeoque & areæ ab iis contextæ centrum gravitatis est tam in recta BD, quam in recta GE ob eandem rationem, nempe in illo puncto C. Eadem methodus applicatur aliis figuris solidis, ut pyramidibus; at id, ut & reliqua omnia pertinentia ad inventionem centri gravitatis in diversis curvis lineis, superficiebus, solidis, hinc profluentia, sed meæ Theoria communia jam cum vulgaribus elementis, hic omittam, & solum illud iterum innuam, ea rite procedere, ubi jam semel demonstratum fuerit, haberi in massis omnibus aliquod gravitatis centrum, & esse unicum, ex quo nimirum hic & illud fluit, areas FAGH, FBH licet inæquales, habere tamen æquales summam distantiarum omnium suorum punctorum ab eadem recta FH.

256. In communi methodo alio modo se res habet. Postquam inventum est in fig. 40 centrum gravitatis commune massis A, & B, juncta pro tertia massa DC, & secta in F in ratione massarum D, & A + B reciproca, habetur F pro centro communi omnium trium. Si prius inventum esset centrum commune E massarum D, B, & juncta AE; ea secta fuisset in F in ratione reciproca massarum A, & B + D; haberetur itidem illud sectionis punctum pro centro gravitatis. Nisi generaliter demonstratum fuisset, haberi semper aliquod, & esse unicum gravitatis centrum; oporteret hic iterum demonstrare, id novum sectionis punctum fore idem, ac illud prius; sed per singulos casus ire, res infinita esset, cum diversæ rationes conjungendi massas eodem redeant, quo diversi ordines litterarum conjungendarum in voces, de quarum multitudine immensa in exiguo etiam terminorum numero mentionem fecimus num. 114.

257. At-

Inde & theorema, ope cujus investigatur id in figuris continuis.

F. 38.

Difficultas demonstrationis in communi methodo.

Fig. 40.

Similis difficultas in summa, & multiplicatione plurium numerorum, & in vi composita ex pluribus: methodus componendi simul omnes.

257. Atque hic illud quidem accidit, quod in numerorum summa, & multiplicatione experimur, ut nimirum quocunque ordine accipiantur numeri, vel singuli, ut addantur numero jam invento, vel ipsum multiplicent, vel plurium aggregata seorsum addita, vel multiplicata; semper ad eundem demum deveniatur numerum post omnes, qui dati fuerant, adhibitos semel singulos; ac in summa patet facile deveniri eodem, & in multiplicatione potest res itidem demonstrari etiam generaliter, sed ea huc non pertinent. Pertinet autem huc magis aliud ejusmodi exemplum petitur a compositione virium, in qua itidem si multæ vires componantur communi methodo componendo inter se duas per diagonalem parallelogrammi, cujus latera eas expriment, tum hanc diagonalem cum tertia, & ita porro; quocunque ordine res procedat, semper ad eandem demum post omnes adhibitas devenitur. Hujusmodi compositione plurimarum virium generali jam indigebimus, & ad absolutam demonstrationem requiritur generalis expressio compositionis virium quocunque, qua uti soleo. Compono nimirum generaliter motus, qui sunt virium effectus, & ex effectu composito metior vim, ut e spatiolo, quod dato tempusculo vi aliqua percurreretur, solet ipsa vis simplex quælibet æstimari. Assumo illud, quod & rationi est consentaneum, & experimentis constat, & facile etiam demonstratur consentire cum communi methodo componendi vires, ac motus per parallelogramma, nimirum punctum sollicitatum simul initio cujuscvis tempusculi actione conjuncta virium quarumcunque, quarum directio, & magnitudo toto tempusculo perseveret eadem, fore in fine ejus tempusculi in eo loci puncto, in quo esset, si singulæ eadem intensitate, & directione egissent aliæ post alias totidem tempusculis, quot sunt ipsæ vires, cessante omni nova sollicitatione, & omni velocitate jam producta a vi quælibet post suum tempusculum: tum rectam, quæ conjungit primum illud punctum cum hoc postremo, assumo pro mensura vis ex omnibus compositæ, quæ cum eadem perseveret per totum tempusculum; punctum mobile utique per unicam illam eandem rectam abiret. Quod si & velocitatem aliquam habuerit initio illius tempusculi jam acquisitam ante; assumo itidem, fore in eo puncto loci, in quo esset, si altero tempusculo percurreret spatiolum, ad quod determinatur ab illa velocitate, altero spatiolum, ad quod determinatur a vi, sive aliis totidem tempusculis percurreret spatiola, ad quorum singula determinatur a viribus singulis.

Consensus ejus methodi cum communi per parallelogramma.

Fig. 41.

258. Huc recidere methodum componendi per parallelogramma facile constat; si enim in fig. 41 componendi sint plures motus, vel vires expressæ a rectis PA, PB, PC &c, & incipiendo a binis quibusque PA, PB, eæ componantur per parallelogrammum PAMB, tum vis composita PM cum tertia PC per parallelogrammum PMNC, & ita porro; patet,

patet, ad idem loci punctum N per hæc parallelogramma definitum debere devenire punctum mobile, quod prius percurrat PA, tum AM parallelam, & æqualem PB; tum MN parallelam, & æqualem PC, atque ita porro additis quotcumque aliis motibus, vel viribus, quæ per nova parallela, & æqualia parallelogrammorum latera debeant componi.

259. Deveniretur quidem ad idem punctum N, si alio etiam ordine componerentur ii motus, vel vires, ut compositis viribus PA, PC per parallelogrammam PAOC, tum vi PO cum vi PB per novum parallelogrammum, quod itidem haberet cuspidem in N; sed eo deveniretur alia via PAON. Hoc autem ipsum, quod tam multis viis, quam multas diversæ plurium compositiones motuum, ac virium exhibere possunt, eodem semper deveniri debeat, sic generaliter demonstro. Si assumatur ultra omnia puncta, ad quæ per ejusmodi compositiones deveniri potest, planum quodcumque; ubi punctum mobile percurrit lineolam pertinentem ad quencunque determinatum motum, habet eundem perpendicularem accessum ad id planum, vel recessum ab eo, quocumque tempusculo id fiat, sive aliquo e prioribus, sive aliquo e postremis, vel mediis. Nam ea lineola ex quocumque puncto discedat, ad quod ventum jam sit, habet semper eandem & longitudinem, & directionem, cum eidem e componentibus parallela esse debeat, & æqualis. Quare summa ejusmodi accessuum, ac summa recessuum erit eadem in fine omnium tempusculorum, quocumque ordine disponantur lineolæ hæc parallelæ, & æquales lineolis componentibus, adeoque etiam id, quod prodit demendo recessuum summam a summa accessuum, vel vice versa, erit idem, & distantia puncti postremi, ad quod ventum est ab illo eodem plano, erit eadem. Inde autem sponte jam fluit id, quod demonstrandum erat, nimirum punctum illud esse idem semper. Si enim ad duo puncta duabus diversis viis deveniretur, assumpto plano perpendiculari ad rectam, quæ illa duo puncta jungeret, distantia perpendicularis ab ipso non esset utrique eadem pro utroque, cum altera distantia deberet alterius esse pars.

Demonstratio generalis methodi.

260. Porro similis admodum est etiam methodus, qua utor ad demonstrandum præclarissimum Newtoni theorema, in quod coalescunt simul duo, quæ superius innui, & huc reducuntur. Si quotcumque materie puncta utcumque disposita, & in quotcumque utcumque disjunctas massas coalescentia habeant velocitates quascumque cum directionibus quibuscumque, & præterea urgeantur viribus mutuis quibuscumque, quæ in binis quibusque punctis æqualiter agant in plagas oppositas; centrum commune gravitatis omnium vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum eodem motu, quem haberet, si nulla adesset mutua punctorum actio in se invicem. Hoc autem theorema sic generaliter, & admodum facile, ac luculenter demonstratur.

Theorema de statu centri gravitatis manente etiam ubi agant utcumque vires mutue, ac ejus demonstrationis initium.

Q

Con-

Concipiamus vires singulas per quodvis determinatum tempusculum fervare directiones suas, & magnitudines: in fine ejus tempusculi punctum materiæ quodvis erit in eo loci puncto, in quo esset, si singularum virium effectus, vel effectus velocitatis ipsius illi tempusculo debitus, haberentur cum eadem sua directione, & magnitudine alii post alios totidem tempusculis, quot vires agunt. Assumantur jam totidem tempuscula, quot sunt punctorum binaria diversa in ea omni congerie, & præterea unum, ac primo tempusculo habeant omnia puncta motus debitos velocitatibus illis suis, quas habent initio ipsius, singula singulos; tum assignato quovis e sequentibus tempusculis cuius binario, habeat binarium quodvis tempusculo sibi respondente motum debitum vi mutue, quæ agit inter bina ejus puncta, ceteris omnibus quiescentibus. In fine postremi tempusculi omnia puncta materiæ erunt in hac hypothesi in iis punctis loci, in quibus revera esse debent in fine unici primi tempusculi ex actione conjuncta virium omnium cum singulis singulorum velocitatibus.

Progressus ejusdem demonstrationis.

261. Concipiatur jam ultra omnia ejusmodi puncta planum quodcumque. Primo ex illis tot assumptis tempusculis alia puncta accedent, alia recedent ab eo plano, & summa omnium accessuum punctorum omnium demptis omnibus recessibus, si qua superest, vel vice versa summa recessuum demptis accessibus, divisa per numerum omnium punctorum, æquabitur accessui perpendiculari ad idem planum, vel recessui centri gravitatis communis; cum summa distantiarum perpendicularium tam initio tempusculi, quam in fine, divisa per eundem numerum exhibeat ipsius communis centri gravitatis distantiam juxta num. 246. Sequentibus autem tempusculis manebit utique eadem distantia centri gravitatis communis ab eodem plano nunquam mutata; quia ob æquales & contrarios punctorum motus, alterius accessus ab alterius recessu æquali eliditur. Quamobrem in fine omnium tempusculorum ejus distantia erit eadem, & accessus ad planum erit idem, qui esset, si solæ adessent ejusmodi velocitates, quæ habebantur initio; adeoque etiam cum omnes vires simul agunt, in fine illius unici tempusculi habebitur distantia, quæ haberetur, si vires illæ mutue non egissent, & accessus æquabitur summæ accessuum, qui haberentur ex solis velocitatibus, demptis recessibus. Si jam consideretur secundum tempusculum in quo simul agant vires mutue, & velocitates; debent considerari tria genera motuum: primum eorum, qui proveniunt a velocitatibus, quæ habebantur initio primi tempusculi; secundum eorum, qui proveniunt a velocitatibus acquisitis actione virium durante per primum tempusculum; tertium eorum, qui proveniunt a novis actionibus virium mutuarum, quæ ob mutatas jam positiones concipiuntur aliis directionibus agere per totum secundum tempusculum. Porro quoniam hi posteriorum duorum generum motus sunt

sunt in singulis punctorum binariis contrarii, & æquales; illi itidem distantiam centri gravitatis ab eodem plano, & accessum, vel recessum debitum secundo tempusculo non mutant; sed ea habentur, sicuti haberentur, si semper durarent solæ illæ velocitates, quæ habebantur initio primi tempusculi; & idem redit argumentum pro tempusculo quocunque: singulis advenientibus tempusculis accedet novum motuum genus durantibus cum sua directione, & magnitudine velocitatibus omnibus inductis per singula præcedentia tempuscula, ex quibus omnibus, & ex nova actione vis mutæ, componitur quovis tempusculo motus puncti cujuscvis: sed omnia ista inducunt motus contrarios, & æquales, ac eoque summam accessuum, vel recessuum ortam ab illis solis initialibus velocitatibus non mutant.

262. Quod si jam tempusculorum magnitudo minuatur in infinitum, aucto itidem in infinitum intra quodvis finitum tempus eorundem numero, donec evadat continuum tempus, & continua positionum, ac virium mutatio; adhuc centrum gravitatis in fine continui temporis cujuscunque, adeoque & in fine partium quarumcunque ejusdem temporis, habebit ab eodem plano distantiam perpendicularem, quam haberet ex solis velocitatibus habitis initio ejus temporis, si nullæ deinde egissent mutæ vires; & accessus ad illud planum, vel recessus ab eo, æquabitur summæ omnium accessuum pertinentium ad omnia puncta demptis omnibus recessibus, vel vice versa. Is vero accessus, vel recessus assumptis binis ejus temporis partibus quibuscunque, erit proportionalis ipsis temporibus. Nam singulorum punctorum accessus, vel recessus orti ab illis velocitatibus initialibus perseverantibus, adeoque ab motu æquabili, sunt in ratione eadem earundem temporis partium; ac proinde & eorum summæ in eadem ratione sunt.

263. Inde vero prona jam est theorematum demonstratio. Ponamus enim, centrum gravitatis quiescere quodam tempore, tum moveri per aliquod aliud tempus. Debeat utique aliquo momento ejus temporis esse in alio loci puncto, diverso ab eo, in quo erat initio motus. Sumatur pro prima & duabus partibus temporis continui pars ejus temporis, quo punctum quiescebat, & pro secunda tempus ab initio motus usque ad quodvis momentum, quo centrum illud gravitatis devenit ad aliud aliquod punctum loci. Ducta recta ab initio ad finem hujusce motus, tum accepto plano aliquo perpendiculari ipsi productæ ultra omnia puncta, centrum gravitatis ad id planum accedet secunda continui ejus temporis parte per intervallum æquale illi rectæ, & nihil accessisset primo tempore, adeoque accessus non fuisset proportionales illis partibus continui temporis. Quamobrem ipsum commune gravitatis centrum vel semper quiescit, vel movetur semper. Si autem movetur, debet moveri in directum. Si enim omnia puncta loci, per quæ transit, non jacent in directum, sumantur tria in directum

Q 2

etiam non jacentia, & ducatur recta per prima duo, quæ per tertium non transibit, adeoque per ipsam duci poterit planum, quod non transeat per tertium, tum ultra omnem punctorum congeriem planum ipsi parallelum. Ad id secundum nihil accessisset illo tempore, quo a primo loci puncto devenisset ad secundum, & eo tempore, quo ivisset a secundo ad tertium. accessisset per intervallum æquale distantie a priore plano, adeoque accessus iterum proportionales temporibus non fuissent. Demum motus erit æquabilis. Si enim ultra omnia puncta concipiatur planum perpendiculare rectæ, per quam movetur ipsum centrum commune gravitatis, jacens ad eam partem, in quam id progreditur, accessus ad ipsum planum erit totus integer motus ejusdem centri; adeoque cum ii accessus debeant esse proportionales temporibus; erunt ipsis temporibus proportionales motus integri; & idcirco non tantum rectilineus, sed & uniformis erit motus; unde jam evidentissime patet theorema totum.

264. Ex eodem fonte, ex quo profuxit hoc generale theorema, sponte fluit hoc aliud ut consecretarium: *quantitas motus in Munda conservatur semper eadem, si ea computetur secundum directionem quancunque ita, ut motus secundum directionem oppositam consideretur ut negativus, ejusmodi motuum contrariorum summa subtracta a summa directorum.* Si enim consideretur eadem directioni perpendiculare planum ultra omnia materia puncta, quantitas motus in ea directione est summa omnium accessuum, demptis omnibus recessibus, quæ summa tempusculis æqualibus manet eadem, cum mutæ vires inducant accessus, & recessus se mutuo destruentes; nec ejusmodi conservationi obstant liberi motus ab anima nostra producti, cum nec ipsa vires ullas possit exerere, nisi quæ agant in partes oppositas æqualiter juxta num. 74.

265. Porro ex illo Newtoniano theoremate statim jam profuit lex actionis, & reactionis æqualium pro massis omnibus. Nimirum si duæ massæ quæcunque in se invicem agant viribus quibuscunque mutuis, & inter singula punctorum binaria æqualibus; binæ illæ massæ acquirunt ab actionibus mutuis summas motuum æquales in partes contrarias, & celeritates acquisite ab earum centrīs gravitatis in partes oppositas, componendæ cum antecedentibus ipsarum celeritatibus, erunt in ratione reciproca massarum. Nam centrum commune gravitatis omnium a mutuis actionibus nihil turbabitur per hoc theorema, & sive ejusmodi vires agant, sive non agant, sed solius inertie effectus habeantur; semper ab eodem communi gravitatis centro distabunt ea bina gravitatis centra hinc, & inde in directum ad distantias reciproce proportionales massis ipsis per num. 253. Quare si præter priores motus ex vi inertie uniformes, ob actionem mutuam adhuc magis ad hoc commune centrum accedet alterum ex iis, vel ab eo recedet; accedet & alterum, vel

vel recedet, accessibus, vel recessibus reciproce proportionalibus ipsis massis. Nam accessus ipsi, vel recessus, sunt differentiae distantiarum habitarum cum actione mutuarum virium a distantis habendis sine iis, adeoque erunt & ipsi in ratione reciproca massarum, in qua sunt totae distantiae. Quod si per centrum commune gravitatis concipiatur planum quodcumque, cui quapiam data directio non sit parallela; summa accessuum, vel recessuum punctorum omnium massae utriuslibet ad ipsum secundum eam directionem demptis oppositis, quae est summa motuum secundum directionem eandem, aequabitur accessui, vel recessui centri gravitatis ejus massae ducto in punctorum numerum; accessus vero, vel recessus alterius centri ad accessum, vel recessum alterius in directione eadem, erit ut secundus numerus ad primum; nam accessus, & recessus in quavis directione data sunt inter se, ut accessus, vel recessus in quavis alia itidem data; & accessus, ac recessus in directione, quae jungit centra massarum, sunt in ratione reciproca ipsarum massarum. Quare productum accessus, vel recessus centri primae massae per numerum punctorum, quae habentur in ipsa, aequatur producto accessus, vel recessus secundae per numerum punctorum, quae in ipsa continentur; nimirum ipsae motuum summam in illa directione computatorum aequales sunt inter se, in quo ipsa actionis, & reactionis aequalitas est sita.

266 Ex hac actionum, & reactionum aequalitate sponte profiuntur leges collisionis corporum, quas ex hoc ipso principio Wrennus olim, Hugenius, & Wallisius invenerunt simul, ut in hac ipsa lege Naturae exponenda Newtonus etiam memorat Principiorum lib. 1. Ostendam autem, quo pacto generales formulae inde deducantur tam pro directis collisionibus corporum mollium, quam pro perfecte, vel pro imperfecte elasticorum. Corpora mollia dicuntur ea, quae resistunt mutationi figurae, seu compressioni, sed compressa nullam exercent vim ad figuram recuperandam, ut est cera, vel sebum: corpora elastica, quae figuram amissam recuperare nituntur; & si vis ad recuperandam sit aequalis vi ad non amittendam; dicuntur perfecte elastica, quae quidem, ut & perfecte mollia, nulla, ut arbitror, sunt in Natura; si autem imperfecte elastica sunt, vis, quae in amittenda, ad vim, quae in recuperanda figura exercetur, datam aliquam rationem habet. Ad di solet & tertium corporum genus, quae dura dicunt, quae nimirum figuram prorsus non mutant; sed ea itidem in Natura nusquam sunt juxta communem sententiam, & multo magis nulla usquam sunt in hac mea Theoria. Adhuc qui ipsa velit agnoscere, is mollia consideret, quae minus, ac minus comprimantur, donec compressio evadat nulla; & ita, quae de mollibus dicuntur, aptari poterunt duris multo meliorem jure, quam alii elasticorum leges ad ipsa transferant, considerando elasticitatem infinitam ita, ut figura nec mutetur, nec se restituat;

nam

Inde leges collisionum: discrimen virium in corporibus elasticis, & molli-
bus.

nam si figura non mutetur, adhuc concipi poterit, impenetrabilitatis vi amissus motus, ut amitteretur in compressione; sed ad supplendam vim, quae exierit ab elasticis in recuperanda figura, non est, quod concipi possit, ubi figura recuperari non debet. Porro unde corpora mollia sint, vel elastica, hic non quaero; id pertinet ad tertiam partem, quanquam id ipsum inveni superius num. 199; sed leges, quae in eorum collisionibus observari debent, & ex superiore theoremate fluunt, expono. Ut autem simplicior evadat res, considerabo globos, atque hos ipsos circumquaque circa centrum, in eadem saltem ab ipso centro distantia, homogeneos, qui primo quidem concurrant directe; nam deinde ad obliquas etiam collisiones faciemus gradum.

Preparatio pro collisionibus globorum, planorum, circum-
larum.

267. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro distantis homogenei sunt, facile constat, vim mutuam, quae est summa omnium virium, qua singula alterius puncta agunt in singula puncta alterius, habituram semper directionem, quae jungit centra; nam in ea recta jacent centra ipsorum globorum, quae in eo homogeneitatis casu facile constat, esse centra itidem gravitatis globorum ipsorum; & in eadem jacet centrum commune gravitatis utriusque, ad quod viribus illis mutuis, quas alter globus exercet in alterum, debent ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere; unde fit, ut motus, quos acquirunt globorum centra ex actione mutua alterius in alterum, debeant esse in directione, quae jungit centra. Id autem generaliter extendi potest etiam ad casum, in quo concipiatur, massam immensam terminatam superficie plana, sive quoddam immensum planum agere in globum finitum, vel in punctum unicum, ac vice versa: nam alterius globi radio in infinitum aucto superficies in planum definit; & radio alterius in infinitum imminuto, globus abit in punctum. Quin etiam si massa quavis teres, sive circa axem quandam rotunda, & in quovis plano perpendiculari axi homogenea, vel etiam circulus simplex, agat, vel concipiatur agens in globum, vel punctum in ipso axe constitutum; res eodem redit.

Formulae pro corpore molli incurrente in molle lentius progrediens in eandem planam.

268. Praecurrat jam globus mollis cum velocitate minore, quem alius itidem mollis consequatur cum majore ita, ut centra ferantur in eadem recta, quae illa conjungit, & hic demum incurrat in illum, quae dicitur collisio directa. Is incurfus mihi quidem non fiet per immediatum contactum, sed antequam ad contactum deveniant, vi mutua repulsiva comprimantur partes posteriores praecedentis, & anteriores sequentis, quae compressio fiet semper major, donec ad aequales celeritates devenierint; tum enim accessus ulterior definit, adeoque & ulterior compressio; & quoniam corpora sunt mollia, nullam aliam exercent vim mutuam post ejusmodi compressionem, sed cum aequali illa velocitate pergunt moveri porro. Haec aequalitas velocitatis, ad quam reducuntur ii duo globi,

bi, una cum æqualitate actionis, & reactionis æqualium, rem totam perficient. Sit enim massa, sive quantitas materiæ, globi præcurrentis = q , insequentis = Q ; celeritas illius = c , hujus = C : quantitas motus illius ante collisionem erit cq , hujus CQ ; nam celeritas ducta per numerum punctorum exhibet summam motuum punctorum omnium, sive quantitatem motus; unde etiam fit, ut quantitas motus per massam divisa exhibeat celeritatem. Ob actionem, & reactionem æquales, hæc quantitas erit eadem etiam post collisionem, post quam motus totus utriusque massæ, erit $CQ + cq$. Quoniam autem progrediuntur cum æquali celeritate; celeritas illa habebitur; si quantitas motus dividatur per totam quantitatem materiæ; quæ

idcirco erit $\frac{CQ + cq}{Q + q}$. Nimirum ad habendam velocitatem communem post collisionem, oportebit ducere singulas massas in suas celeritates, & productorum summam dividere per summam massarum.

269. Si alter globus q quiescat; satis erit illius celeritatem c considerare = 0: & si moveatur motu contrario motui prioris globi; satis erit illi valorem negativum tribuere; ut adeo & hic, & in sequentibus formula inventa pro illo primo casu globorum in eandem progredientium plagam, omnes casus contineat. In eo autem si libeat invenire celeritatem amissam a globo Q , & celeritatem acquisitam a globo q , satis erit reducere singulas formulas $C - \frac{CQ + cq}{Q + q}$, & $\frac{CQ + cq}{Q + q} - c$

Ejus extensio ad omnes casus: celeritas amissa, vel acquisita.

ad eundem denominatorem, ac habebitur $\frac{Cq - cq}{Q + q}$, &

$\frac{CQ - cQ}{Q + q}$, ex quibus deducitur hujusmodi theoremata: ut summa massarum ad massam alteram, ita differentia celeritatum ad celeritatem ab altera acquisitam, quæ in eo casu accelerabit motum præcurrentis, & retardabit motum consequentis.

270. Ex hisce, quæ pertinent ad corpora mollia, facile est progredi ad perfecte elastica. In iis post compressionem maximam, & mutationem figuræ inductam ab ipsa, quæ habetur, ubi ad æquales velocitates est ventum, agent adhuc in se invicem bini globi, donec deveniant ad figuram priorem, & hæc actio duplicabit effectum priorem. Ubi ad sphericam figuram deventum fuerit, quod fit recessu mutuo oppositarum superficierum, quæ in compressione ad se invicem accesserant, pergunt utique a se invicem recedere aliquanto magis eadem superficies, & figura producetur, sed opposita jam vi mutua inter partes ejusdem globi incipient retrahi, & productio perget fieri, sed usque lentius, donec ad maximam quandam productionem deven-

Transitus ad elastica collisiones.

ventum fuerit, quæ deinde incipiet minui, & globus ad sphericam figuram accedet iterum, ac iterum comprimetur motu quodam oscillatorio, ac partium trepidatione hinc, & inde a figura spherica, uti supra vidimus etiam duo puncta circa distantiam limitis cohesionis oscillare hinc, & inde; sed id ad collisionem, & motus centrorum gravitatis nihil pertinebit, quorum status a viribus mutuis nihil turbatur; actio autem unius globi in alteram statim cessabit post regressum ad figuram sphericam, post quem superficies alterius postica, & alterius antica in centra jam retractæ; ulteriore centrorum discessu a se invicem incipient ita distare, ut vires in se invicem non exerant; quarum effectus sentiri possit; & hypothesis perfecte elasticorum est, ut tantus sit mutue actionis effectus in recuperanda, quantum fuit in amittenda figura.

Formule pro perfecte elasticis.

271. Duplicato igitur effectu, globis Q amittet celeritatem $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$; & globus q acquiret celeritatem $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$

Quare illius celeritas post collisionem erit $C - \frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$ five $\frac{Cq - Cq + 2cq}{Q + q}$; hujus vero erit $c + \frac{2CQ - 2cQ}{Q + q} = \frac{cQ - cQ + 2Cq}{Q + q}$, & motus fient in eandem plagam, vel glo-

bus alter quiescet, vel fient in plagas oppositas; prout determinatis valoribus Q, q, C, c , formulæ valor evaserit positivus, nullus, vel negativus.

Formule pro imperfecte elasticis.

272. Quod si elasticitas fuerit imperfecta, & vis in amittenda ad vim in recuperanda figura fuerit in aliqua ratione data, erit & effectus prioris ad effectum posterioris itidem in ratione data, nimirum in ratione subduplicata prioris. Nam ubi per idem spatium agunt vires, & velocitas oritur, vel extinguitur tota, ut hic respectiva velocitas extinguitur in compressione, oritur in restitutione figuræ, quadrata velocitatum sint ut areæ, quas describunt ordinatæ viribus proportionales juxta num. 176, & hinc areæ erunt in ratione virium, si, viribus constantibus, sint constantes & ordinatæ, cum inde fiat, ut scalæ celeritatum ab iis descriptæ sint rectangula. Sit igitur rationis constantis illarum virium ratio subduplicata m ad n , & erit effectus in amittenda figura ad summam effectuum in tota collisione, ut m ad $m + n$, quæ ratio si ponatur esse 1 ad r , ut sit $r = \frac{m + n}{m}$, satis erit, effectus il-

los inventos pro globis mollibus, sive celeritatem ab altero amissam, ab altero acquisitam, non duplicare, ut in perfecte elasticis, sed multiplicare per r , ut habeantur velocitates acquisitæ in partes contrarias, & componendæ cum velocitatibus prio-

peioribus. Erit nimirum illa quæ pertinet ad globum $Q = \frac{rCq - rcq}{Q + q}$, & quæ pertinet ad globum q , erit $= \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$

adeoque velocitas illius post congressum erit $C - \frac{rCq - rcq}{Q + q}$
 & hujus $c + \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$; quæ formulæ itidem reducuntur

ad eosdem denominatores; ac tum ex hisce formulis, tum e superioribus quam plurima elegantissima theoremata deducuntur, quæ quidem passim inveniuntur in elementaribus libris, & ego ipse aliquanto uberius persecutus sum in Supplementis Stayanis ad lib. 2, §. 2; sed hic satis est, fundamenta ipsa, & primarias formulas derivasse ex eadem Theoria, & ex proprietatibus centri gravitatis, ac motuum oppositorum æqualium, deductis ex Theoria eadem; nec nisi bimos, vel ternos evolvam casus usui futuros infra, antequam ad obliquam collisionem, ac reflexionem motuum gradum faciam.

273. Si globus perfecte elasticus incurrat in globum itidem quiescentem, erit $c = 0$, adeoque velocitas contraria priori pertinet ad incurrentem, quæ erat $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$, erit $\frac{2Cq}{Q + q}$; ve-

Casus, in quo globus perfecte elasticus incurrit in alium.

locitas acquisita a quiescente, quæ erat $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$, erit $\frac{2CQ}{Q + q}$, unde habebitur hoc theoremata: ut summa massarum ad

duplam massam quiescentis, vel incurrentis, ita celeritas incurrentis ad celeritatem amissam a secundo, vel acquisitam a primo; & si massæ æquales fuerint, sit ea ratio æqualitatis; ac proinde globus incurrens totam suam velocitatem amittit, acquirendo nimirum æqualem contrariam, a qua ea elidatur, & globus quiescens acquirit velocitatem, quam ante habuerat globus incurrens.

274. Si globus imperfecte elasticus incurrat in globum quiescentem immensum, & qui habeatur pro absolute infinito, cuius idcirco superficies habetur pro plana, in formula velocitatis acquisitæ a globo quiescente $\frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$, cum evanescat Q

Casus triplex globi incurrentis in planum immobile.

respectu q absolute infiniti, & proinde $\frac{Q}{Q + q}$ evadat $= 0$, tota formula evanescit, adeoque ipse haberi potest pro plano immobili. In formula vero velocitatis, quam in partem oppositam acquireret globus incurrens, $\frac{rCq - rcq}{Q + q}$, evadit $c = 0$,
 R & Q

& Q evanescit itidem respectu q . Hinc habetur $\frac{rCq}{q}$, five rC , nimirum ob $r = \frac{m+n}{m}$ fit $(\frac{m+n}{m}) \times C$, cujus prima pars $\frac{m}{m} \times C$, five C , est illa, quæ amittitur, five acquiritur in partem oppositam in comprimenda figura, & $\frac{n}{m} \times C$ est illa, quæ acquiritur in recuperanda, ubi si fit $n = 0$, quod accidit nimirum in perfecte mollibus; habetur sola pars prima; si $m = n$, quod accidit in perfecte elasticis, est $\frac{n}{m} \times C = C$, se-

cunda pars æqualis primæ; & in reliquis casibus est, ut m ad n , ita illa pars prima C , five præcedens velocitas, quæ per primam partem acquisitam eliditur, ad partem secundam, quæ remanet in plagam oppositam. Quamobrem habetur ejusmodi theoremata. Si incurrat ad perpendicularum in planum immobile globus perfecte mollis, acquirit velocitatem contrariam æqualem suæ priori, & quiescit; si perfecte elasticus, acquirit duplam suæ, nimirum æqualem in compressione, qua motus omnis sistitur, & æqualem in recuperanda figura, cum qua resilit; si fuerit imperfecte elasticus in ratione m ad n , in illa eadem ratione erit velocitas priori suæ contraria acquisita, dum figura mutatur, quæ priorem ipsam velocitatem extinguit, ad velocitatem, quam acquirit, dum figura restituitur, & cum qua resilit.

Summa quadratorum velocitatis ductorum in massas manens in perfecte elasticis.

275. Est & aliud theoremata aliquanto operosius, sed generale, & elegans, ab Hugenio inventum pro perfecte elasticis, quod nimirum summa quadratorum velocitatis ductorum in massas post congressum remaneat eadem; quæ fuerat ante i-

psium. Nam Velocitates post congressum sunt $C - \frac{2q}{Q + q} \times (C - c)$, & $c + \frac{2Q}{Q + q} \times (C - c)$; quadrata ducta in massas continent singula ternos terminos: primi erunt $QCQ + qcc$; secundi erunt $(-CC + Cc) \times \frac{4Qq}{Q + q} + (cC - cc) \times \frac{4Qq}{Q + q}$, quorum summa evadit $(-CC + 2Cc - cc) \times \frac{4Qq}{Q + q}$; postremi erunt $\frac{4Qqq}{(Q + q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$, & $\frac{4qQQ}{(Q + q)^2} \times CC - 2Cc + cc$, five simul $\frac{4(Q + q) \times Qq}{(Q + q)^2} \times (CC$

$$\times (CC - 2Cc + cc), \text{ vel } \frac{4Qg}{Q+g} \times (CC - 2Cc + cc),$$

quod destruit summam secundi terminorum binarii, remanente sola illa $QCC + gcc$, summa quadratorum velocitatum præcedentium ducta in massas. Sed hæc æqualitas nec habetur in mollibus, nec in imperfecte elasticis.

276. Veniendo jam ad congressus obliquos, deveniant dato tempore bini globi A, C in fig. 42 per rectas quascunque AB, CD, quæ illorum velocitates metiantur, in B, & D ad physicum contactum, in quo jam sensibilem effectum edunt vires mutua. Communi methodo collisionis effectus sic definitur. Junctis eorum centrīs per rectam BD, ducantur ad eam productam, qua opus est, perpendicularia AF, CH, & completis rectangulis AFBE, CHDG resolvantur singuli motus AB, CD in binos; ille quidem in AF, AE, sive EB, FB, hic vero in CH, CG, sive GD, HD. Primus utrobique manet illæsus; secundus FB, & HD collisionem facit directam. Inveniantur per legem collisionis directæ velocitates BI, DK, quæ juxta ejusmodi leges superius expositas haberentur post collisionem diversæ pro diversis corporum speciebus, & componantur cum velocitatibus expositis per rectas BL, DQ jacentes in directum cum EB, GD, & illis æquales. His peractis expriment BM, DP celeritates, ac directiones motuum post collisionem.

Collisionis oblique communis methodus per virium resolutionem.

Fig. 42.

278. Hoc pacto consideratur resolutio motuum, ut vera quædam resolutio in duos, quorum alter illæsus perseveret, alter mutationem patitur, ac in casu, quem figura exprimit, extinguitur penitus, tum iterum alius producatur. At sine ulla vera resolutione res vere accidit hoc pacto. Mutua vis, quæ agit in globos B, D, dat illis toto collisionis tempore velocitates contrarias BN, DS æquales in casu, quem figura exprimit, binis illis, quarum altera vulgo concipitur ut elisa, altera ut renascens. Eæ compositæ cum BO, DR jacentibus in directum cum AB, CD, & æqualibus iis ipsis, adeoque exprimentibus effectus integros præcedentium velocitatum, exhibent illas ipsas velocitates BM, DP. Facile enim patet, fore LO æqualem AE, sive FB, adeoque MO æqualem NB, & BNMO fore parallelogrammum; ac eadem demonstratione est itidem parallelogrammum DRPS. Quamobrem nulla ibi est vera resolutio, sed sola compositio motuum, perseverante nimirum velocitate priore per vim inertiae, & ea composita cum nova velocitate, quam generant vires, quæ agunt in collisione.

Compositio virium resolutioni substituta.

278. Idem etiam mihi accidit, ubi oblique globus incurrit in planum, sive consideretur motus, qui haberi debet deinde, sive percussionis oblique energia respectu perpendicularis. Deveniat in fig. 43 globus A cum directione obliqua AB ad planum

Compositio resolutioni substituta etiam ubi globus incurrit in pla-

R 2

CD

sum immobili. CD consideratum ut immobile, quod contingat physice in N, & concipiatur planum GI parallelum priori ductum per centrum B, ad quod appellet ipsum centrum, & a quo resiliat, si resilit. Ducta AF perpendiculari ad GI, & completo parallelogrammo AFBE, in communi methodo resolvitur velocitas AB in duas AF, AE: sive FB, EB, primam dicunt manere illæsam, secundam destrui a resistentia plani: tum perseverare illam solum per BI æqualem ipsi FB; si corpus incurrens sit perfecte molle, vel componi cum alia in perfecte elasticis BE æquali priori EB, in imperfecte elasticis Be, quæ ad priorem EB habeat rationem datam, & percurrere in primo casu BI, in secundo BM, in tertio Bm. At in mea

Fig. 43.

Theoria globus a viribus in illa minima distantia agentibus, quæ ibi sunt repulsivæ, acquirit secundum directionem NE perpendicularem plano repellenti CD in primo casu velocitatem BE, æqualem illi, quam acquireret, si cum velocitate EB perpendiculariter advenisset per EB, in secundo BL ejus duplam, in tertio BP, quæ ad ipsam habeat illam rationem datam r ad 1, sive m+n ad m, & habet deinde velocitatem compositam ex velocitate priore manente, ac expressa per BO æqualem AB, & positam ipsi in directum, ac ex altera BE, BL, BP, ex quibus constat, componi illas ipsas BI, BM, Bm, quas prius; cum ob IO æqualem AF, sive EB, & IM, Im æquales BE, Be, sive EL, EP, totæ etiam BE, BP, BL totis OI, OM, Om sint æquales, & parallelæ.

Ubiq; in hac Theoria compositionem virium resolutioni substitui, easque sibi invicem æquivalere.

279. Res mihi per compositionem virium ubique eodem reddit, quo in communi methodo per earum resolutionem. Resolutionem solent vulgo admittere in motibus, quos vocant impeditos, ubi vel planum subiectum, vel ripa ad latus procurrentium impediens, ut in fluviorum alveis, vel filum, aut virga sustentans, ut in pendulorum oscillationibus, impedit motum secundum eam directionem, qua agunt velocitates jam conceptæ, vel vires; ut & virium resolutionem agnoscut, ubi binæ, vel plures etiam vires unius cujusdam vis alia directione agentis effectum impediunt, ut ubi grave a binis obliquis planis sustinetur, quorum utrumque premit directione ipsi plano perpendiculari, vel ubi a pluribus filis elasticis oblique sitis sustinetur. In omnibus istis casibus illi velocitatem, vel vim agnoscut vere resolutam in duas, quarum utrique simul illa unica velocitas, vel vis æquivalet, ex illis veluti partibus constituta, quarum si altera impediatur, debeat altera perseverare, vel si impediatur utraque, suum utraque effectum edat seorsum. At quoniam id impedimentum in mea Theoria nunquam habebitur ab immediato contactu plani rigidi subiecti, nec a virga vere rigida, & inflexili sustentante, sed semper a viribus mutuis repulsivis in primo casu, attractivis in secundo; semper habebitur nova velocitas, vel vis æqualis, & contraria illi, quam communis methodus elisam dicit, quæ cum tota

tota velocitate, vel vi obliqua composita eundem motum, vel idem æquilibrium restituet, ac idem omnino erit, in effectuum computatione considerare partes illas binas, & alteram, vel utramque impeditam, ac considerare priorem totam, aut velocitatem, aut vim, compositam cum iis novis contrariis, & æqualibus illi parti, vel illis partibus, quæ dicebantur elidi. In id autem, quod vel inferne, vel superne motum massæ cujuspiam impedit, vel vim, non ager pars illa prioris velocitatis, vel illius vis, quæ concipitur resoluta, sed velocitas orta a vi mutua, & contraria velocitati illi novæ genitæ in eadem massa, a vi mutua, vel ipsa vis mutua, quæ semper debet agere in partes contrarias, & cui occasionem præbet illa determinata distantia major, vel minor, quam sit, quæ limites, & æquilibrium constitueret,

280. Id quidem abunde apparet in ipso superiore exemplo. Ibi in fig. 43 globus (quem concipiamus mollem) advenit oblique per AB, & oblique impeditur a plano ejus progressus. Non est velocitas perpendicularis AF, vel EB, quæ extinguitur, durante AE, vel FB, uti diximus; nec illa urfit planum CD. Velocitas AB occasionem dedit globo accedendi ad planum CD usque ad eam exiguam distantiam, in qua vires variæ agerent; donec ex omnium actionibus conjunctis impiretur ulterior accessus ad ipsum planum, sive perpendicularis distantia ulterior diminutio. Illæ vires agent simul in directione perpendiculari ad ipsum planum juxta num. 266: debebunt autem, ut impediunt ejusmodi ulteriorem accessum, producere in ipso globo velocitatem, quæ composita cum tota BO perseverante in eadem directione AB, exhibeat velocitatem per BI parallelam CD. Quoniam vero triangula rectangula AFB, BIO æqualia erunt necessario ob AB, BO æquales; erit BEIO parallelogrammum, adeoque velocitas perpendicularis, quæ cum priore velocitate BO debeat componere velocitatem per rectam parallelam plano, debeat necessario esse contraria, & æqualis illi ipsi EB perpendiculari eidem plano, in quam resolvunt vulgo velocitatem AB. Interea vero vis, quæ semper agit in partes contrarias æqualiter, urferit planum tantundem, & omnes in eo produxerit effectus illos, qui vulgo tribuuntur globo advenienti cum velocitate ejusmodi, ut perpendicularis ejus pars sit EB.

281. Idem accidit etiam in reliquis omnibus casibus superius memoratis. Descendat globus gravis per planum inclinatum CD (fig. 44) oblique, quod in communi sententia continget hunc in modum. Resolvunt gravitatem BO in duas, alteram BR perpendiculararem plano CD, qua urgetur ipsum planum, quod eum sustinet; alteram BI, parallelam eidem plano, quæ obliquum descensum accelerat. In mea Theoria gravitas cogit globum semper magis accedere ad planum CD; donec distantia ab eodem evadat ejusmodi; ut vires mutue repul-

Exemplum rei in ipso globo molli incurrente in planum immobile.

Aliud globi descendentis per planum inclinatum.

Fig. 44.

Aliud in penulo.

Fig. 45.

repulsivæ agant, & illa quidem, quæ agit in B, sit ejusmodi, ut composita cum BO exhibeat BI parallelam plano ipsi, adeoque non inducantem ulteriorem accessum, sit autem perpendicularis plano ipsi. Porro ejusmodi est BE, jacens in directum cum RB, & ipsi æqualis, cum nimirum debeat esse parallela, & æqualis OI. Vis autem æqualis ipsi, & contraria, adeoque expressa per BR, urgebit planum.

282. Quod si grave suspensum in fig. 45 filo, vel virga BC debeat oblique descendere per arcum circuli BD; tum vero in communi methodo gravitatem BO itidem resolvunt in duas BR, BI, quarum prima filum, vel virgam tendat, & elidatur, secunda acceleret descensum obliquum, qui fiet ex velocitate concepta per rectam BA perpendiculararem BC, ac præterea etiam tensionem fili agnoscat ortam a vi centrifuga, quæ exprimitur per DA perpendiculararem tangenti. At in mea Theoria res hæc pacto procedit. Globus ex B abit ad D per vires tres compositas simul cum velocitate præcedente; prima e viribus est vis gravitatis BO; secunda attractio versus C orta a tensione fili, vel virgæ, expressa per BE parallelam, & æqualem OI, adeoque RB, quæ solæ component vim BI; tertia est attractio in C expressa per BH æqualem AD orta itidem a tensione fili respondentæ vi centrifugæ, & incurvante motum. Adest præterea velocitas præcedens, quam exprimit BK æqualis IA, ut sit BI æqualis KA. His viribus cum ea velocitate simul agentibus erit globus in D in fine ejus tempusculi, cui ejusmodi effectus illarum virium respondent. Nam ibi debet esse, si aliz ex illis causis agerent post alias: gravitate agente veniret per BO, vi BE abiret per OI, velocitate BK abiret per IA ipsi æqualem, vi BH abiret per AD. Quamobrem res tota itidem peragitur sola compositione virium, & motuum.

Alia ratio componendi vires in eodem casu.

283. Porro si sumatur EG æqualis BH; tum tota attractio orta a tensione fili erit BG, quæ prius considerata est tanquam e binis partibus in directum agentibus composita, ac res eodem redit; nam si prius componantur BH, & BE in BG (quo casu tota BG ut unica vis haberetur), tum BO, ac demum BK, ad idem punctum D rediretur juxta generalem demonstrationem, quam dedi num. 259. Jam vero vi expressa per totam BG attraheretur ad centrum suspensionis C ab integra tensione fili, ubi pars EG, vel BH ad partem BE habet proportionem pendentem a celeritate BK, ab angulo RBO, ac a radio CB; sed ista mea Theoria cum omnium usitatis Mechanicæ elementis communia sunt, posteaquam compositionis hujus cum illa resolutione æquivalentia est demonstrata.

Aliud exemplum in globo sustentato a binis planis. Difficultas com-

284. Quæ de motu diximus factæ vi oblique, sed non permissus impedita, eadem in æquilibrio habent locum, ubi omnis impeditur motus. Innitatur globus gravis B in fig. 46 binis planis AC, CD, quæ accurate, vel in mea Theoria

physice solum, contingat in H, & F, & gravitatem referat recta verticalis BO, ac ex puncto O ad rectas BH, BF ducantur rectae OR, OI parallelae ipsis BF, BH, & producta sursum BK tantundem, ducantur ex K ipsis BF, BH parallelae KE, KL usque ad eandem BH, BF; ac patet, fore rectas BE, BL aequales, & contrarias BR, BI. In communi methodo resolutionis virium concipitur gravitas BO resoluta in binas BR, BI, quarum prima urgeat planum AC, secunda DC: & quoniam si angulus HCF fuerit fatis acutus; erit itidem fatis acutus angulus R, qui ipsi aequalis esse debet, cum uterque sit complementum HBF ad duos rectos, alter ob parallelogrammum, alter ob angulos BHC, BFC rectos; fieri potest, ut singula latera BR, RO, sive BI, sint, quantum libuerit, longiora quam BO; vires singulae, quae urgent illa plana, possunt esse, quantum libuerit, majores, quam sola gravitas: mirantur multi, fieri posse, ut gravitas per solam ejusmodi applicationem tantum quodammodo supra se affurgat, & effectum tanto majorem edat.

munis methodi in eodem.

Fig. 46.

285. Difficultas ejusmodi in communi etiam sententia evitari facile potest exemplo vectis, de quo agemus infra, in quo sola applicatio vis in multo majore distantia collocatae multo majorem effectum edit. Verum in mea Theoria ne ullus quidem difficultati est locus. Non resolvitur revera gravitas in duas vires BR, BI, quarum singulae plana urgeant, sed gravitas inducit ejusmodi accessum ad ea plana, in quo vires repulsivae perpendiculares ipsis planis agentes in globum componant vim BK aequalem, & contrariam gravitati BO, quam sustineat, & ulteriorem accessum impediat. Ad id praestandum requiruntur illae vires BE, BL aequales, & contrariae hinc BR, BI, quae rem efficiunt. Sed quoniam vires sunt mutuae, habebuntur repulsionem agentes in ipsa plana contrariae, & aequales illis ipsis BE, BL, adeoque agent vires expressae per illas ipsas BR, BI, in quas communis methodus gravitatem resolvit.

Solutio in ipsa methodo communi: in hac Theoria nullum ipsi difficultati esse locum.

286. Quod si globus gravis P in fig. 47 e filo BP pendeat, ac sustineatur ab obliquis filis AB, DB, exprimat autem BH gravitatem, & sit BK ipsi contraria, & aequalis, ac sint HI, KL parallelae DB, & HR, KE parallelae filo AB; communis methodus resolvit gravitatem BH in duas BR, BI, quae a filis sustineantur, & illa tendant; sed ego compono vim BK gravitati contrariam, & aequalem e viribus BE, BL, quas exerunt attractivas puncta filii, quae ob pondus P delatum deorsum sua gravitate ita distrahuntur a se invicem, donec habeantur vires attractivae componentes ejusmodi vim contrariam, & aequalem gravitati.

Aliud in globo suspensio filis obliquis.

Fig. 47.

287. Quamobrem per omnia casuum diversorum genera pervagati jam vidimus, nullam esse uspiam in mea Theoria veram aut virium, aut motuum resolutionem, sed omnia prorsus phaenomena pendere a sola compositione virium, & motuum, adeoque

Conclusio generalis pro hac theoria, quae omnia praestat per solam compositionem.

que naturam eodem ubique modo simplicissimo agere, componendo tantummodo vires, & motus plures, sive edendo simul eum effectum, quem ederent illae omnes causae; si aliae post alias effectus ederent suos aequales, & eandem habentes directionem cum iis, quos singulae, si solae essent, producerent. Et quidem id generale esse Theoriae meae, patet vel ex eo, quod nulli possunt esse motus ex parte impediti, ubi nullus est immediatus contactus, sed in libero vacuo spatio punctum quodvis liberrime movetur parendo simul velocitati, quam habet jam acquisitam, & viribus omnibus, quae ab aliis omnibus pendent materiae punctis.

Resolutio tantum mente concepta saepe utilis ad contrahendas solutiones.

288. Quamquam autem habeatur revera sola compositio virium; licebit adhuc vires imaginatione nostra resolvere in plures, quod saepe demonstrationes theorematum, & solutionem problematum contrahet mirum in modum, ac expeditiores reddet, & elegantiores; nam licebit pro unica vi assumere vires illas, ex quibus ea componeretur. Quoniam enim idem omnino effectus oriri debet, sive adit unica vis componens, sive reapse habeantur simul plures illae vires componentes; manifestum est, substitutione harum pro illa nihil turbari conclusiones, quae inde deducuntur: & si post resolutionem ejusmodi inveniatur vis contraria, & aequalis alicui e viribus, in quas vis illa data resolvitur; illa haberi potest pro nulla, consideratis solis reliquis, si in plures resoluta fuit, vel sola altera reliqua, si resoluta fuit in duas. Nam componendo vim, quae resolvitur, cum illa contraria uni ex iis, in quas resolvitur, eadem vis provenire debet omnino, quae oritur componendo simul reliquas, quae fuerant in resolutione fociae illius elisae, vel retinendo unicam illam alteram reliquam; si resolutio facta est in duas tantummodo; atque id ipsum constat pro resolutione in duas ipsis superioribus exemplis, & pro quacunque resolutione in vires quotcumque facile demonstratur.

Methodus generalis resolvendi vim in alias quotcumque.

Fig. 48.

289. Porro quod pertinet ad resolutionem in plures vires, vel motus, facile est ex iis, quae dicta sunt num. 257. definire legem, quae ipsam resolutionem rite dirigat, ut habeantur vires, quae datam aliquam componant. Sit in fig. 48. vis quaecumque, vel motus AP, & incipiendo ab A ducantur quotcumque, & cujuscumque longitudinis rectae AB, BC, CD, DE, EF, FG, GP, continuo inter se connexae ita, ut incipiant ex A, ac desinant in P; & si ipsis BC, CD &c. ducantur parallelae, & aequales Ac, Ad &c; vires omnes AB, Ac, Ad, Ae, Af, Ag, Ap component vim AP; unde patet illud: ad componendam vim quamcumque posse assumi vires quotcumque, & quascumque, quibus assumptis determinari poterit una alia praeterea, quae compositionem perficiat; nam poterunt duci rectae AB, BC, CD &c. parallelae, & aequales datis quibuscumque, & ubi postremo deventum fuerit ad aliquod punctum G, fatis erit addere vim expressam per GP.

290. Eo autem generali casu continetur particularis casus resolutionis in vires tantummodo duas, quæ potest fieri per duo quævis latera trianguli cujuscunque, ut in fig. 49, si datur vis AP, & fiat quodcunque triangulum ABP; vis resolvi potest in duas AB, BP, & data illarum altera, datur & altera, quod quidem constat etiam ex ipsa compositione, seu resolutione per parallelogrammum ABPC, quod semper compleri potest, & in quo AC est parallela, & æqualis BP, ac binæ vires AB, AC componunt vim AP: atque idem dicendum de motibus.

Evolutio resolutionis in duas tantum.

Fig. 49.

291. Ejusmodi resolutio illud etiam palam faciet; cur vis composita a viribus non in directum jacentibus, sit minor ipsis componentibus, quæ nimirum sunt ex parte sibi invicem contrariæ, & elisis mutuo contrariis, & æqualibus, remanet in vi composita summa virium conspirantium, vel differentia oppositarum pertinentium ad componentes. Si enim in fig. 50, 51, 52 vis AP componatur ex viribus AB, AC, quæ sint latera parallelogrammi ABPC, & ducantur in AP perpendicularia BE, CF, cadentibus E, & F inter A, & P in fig. 50, in A, & P in fig. 51, extra in fig. 52; satis patet, fore in prima, & postrema æqualia triangula AEB, PFC, adeoque vires EB, FC contrarias, & æquales elidi; vim vero AP in primo casu esse summam binarum virium conspirantium AE, AF, æquari unicæ AF in secundo, & fore differentiam in tertio oppositarum AE, AF.

Cur vis composita sit minor componentibus simul sumptis.

Fig. 50.
51.
52.

292. In resolutione quidem vis crescit quodammodo; quia mente adjungimus alias oppositas, & æquales, quæ adjunctæ cum se invicem elidant, rem non turbant. Sic in fig. 52 resolvendo AP in binas AB, AC, adjicimus ipsi AP binas AE, PF contrarias, & præterea in directione perpendiculari binas EB, FC itidem contrarias, & æquales. Cum resolutio non sit realis, sed imaginaria tantummodo ad faciliorem problematum solutionem; nihil inde difficultatis afferri potest contra communem methodum concipiendi vires, quas huc usque consideravimus, & quæ momento temporis exercent solum nisum, sive pressionem; unde etiam fit, ut dicantur vires mortuæ, & idcirco solum continuo durantes tempore sine contraria aliqua vi, quæ illas elidat, velocitatem inducunt, ut causæ velocitatis ipsius inductæ: nec inde argumentum ullum desumi poterit pro admittendis illis, quas LeibnitiuS inveniit primus, & vires vivas appellavit, quas hinc potissimum necessario saltem concipiendas esse arbitrantur nonnulli, ne nimirum in resolutione virium habeatur effectus non æqualis suæ causæ. Effectus quidem non æqualis, sed proportionalis esse debet, non causæ, sed actioni causæ, ubi ejusmodi actio contraria aliqua actione non impeditur vel tota, vel ex parte, quod accidit, uti vidimus, in obliqua compositione: ac utcunque & aliæ resolutiones sint in communi etiam sententia pro casu resolutionis;

Cur ea crescere videatur in resolutione: nihil inde posse deduci pro viribus vivis.

S in

in mea Theoria, cum ipsa resolutio realis nulla sit, nulla itidem est, uti monui, difficultas.

293. Et quidem tam ex iis, quæ huc usque demonstrata sunt, quam ex iis, quæ consequentur, satis apparebit, nullum usquam esse ejusmodi virium vivarum indicium, nullam necessitatem; cum omnia Naturæ phænomena pendeant a motibus, & æquilibrio, adeoque a viribus mortuis, & velocitatibus inductis per earum actiones, quam ipsam ob causam in illa dissertatione *De Viribus Vivis*, quæ hujus ipsius Theoriæ occasionem mihi præbuit ante annos 13, affirmavi, *Vires Vivas in Natura nullas esse*, & multa, quæ ad eas probandas proferri solebant, satis luculenter exposui per solas velocitates a viribus non vivis inductas.

Satis patere ex hac Theoria, Vires Vivas in Natura nullas esse.

294. Unum hic proferam, quod pertinet ad collisionem globorum elasticorum obliquam, quæ compositionem resolutioni substitutam illustrat. Sint in fig. 53 triangula ADB, BHG, GML rectangula in D, H, M ita, ut latera BD, GH, LM sint æqualia singula dimidiæ basi AB, ac sint BG, GL, LQ parallela AD, BH, GM. Globus A cum velocitate AB = 2 incurrat in B in globum C sibi æqualem jacentem in DB producta: ex collisione obliqua dabit illi velocitatem CE = 1, æqualem suæ BD, quam amittet, & progredietur per BG cum velocitate = AD = 3. Ibi eodem pacto si inveniat globum I, dabit ipsi velocitatem IK = 1, amissa sua GH, & progredietur per GL cum 2; tum ibi dabit globo O velocitatem OP = 1, amissa sua LM, & abibit cum LQ = 1, quam globo R, directe in eum incurrens, communicabit. Quare, ajunt, illa vi, quam habebat cum velocitate = 2, communicabit quatuor globis sibi æqualibus vires, quæ junguntur cum velocitatibus singulis = 1; ubi si vires fuerint itidem singulæ = 1, erit summa virium = 4, quæ cum fuerit simul cum velocitate = 2, vires sunt, non ut simplices velocitates in massis æqualibus, sed ut quadrata velocitatum.

Impactus obliquus globi elastici in quatuor globos, qui pro eis afferri solet.

Fig. 53.

295. At in mea Theoria id argumentum nullam sane vim habet. Globus A non transfert in globum C partem DB suæ velocitatis AB resolutæ in duas DB, TB, & cum ea partem suæ vis. Agit in globos vis nova mutua in partes oppositas, quæ alteri imprimit velocitatem CE, alteri BD. Velocitas prior globi A expressa per BF positam in directum cum AB, & ipsi æqualem, componitur cum hac nova accepta BD, & oritur velocitas BG minor ipsa BF ob obliquitatem compositionis. Eodem pacto nova vis mutua agit in globos in G, & I, in L, & O, in Q, & R, & velocitates novas primi globi GL, LQ, zero, componunt velocitates GH, & GN; LM, & LS; LQ, & QL, sine ulla aut vera resolutione, aut translatione vis vivæ, Natura in omni omnino casu, & in omni corporum genere agente prorsus eodem modo.

Quid notan. 295. Sed quod attinet ad collisiones corporum, & motus re-

reflexos, unde digressi eramus; inprimis illud monendum duo: cum nulli mihi sint continui globi, nulla plana continua; pleraque ex illis, quæ dicta sunt, habebunt locum tantummodo ad sensum, & proxime tantummodo, non accurate; nam intervalla, quæ habentur inter puncta, inducent inæqualitates sane multas. Sic etiam in fig. 43. ubi globus delatus ad B incurrit in CD, mutatio viæ directionis non fiet in unico puncto B, sed per continuam curvaturam; ac ubi globus reflectetur, ipsa reflexio non fiet in unico puncto B, sed per curvam quandam. Recta AB, per quam globus advenit, non erit accurate recta, sed proxime; nam vires ad distantias omnes constanti lege se extendunt, sed in majoribus distantiis sunt infensibiles; nisi massa, in quam tenditur, sit enormis, ut est totius Terræ massa, in quam sensibili vi tendunt gravia. At ubi globus advenerit satis prope planum CD; incipiet incurvari etiam via centri, quæ quidem, jam attracto, jam repulso globo, serpet etiam, donec alicubi repulsio satis prævaleat ad omnem ejus perpendicularem velocitatem extinguendam (utar enim imposterum etiam ego vocabulis communibus a virium resolutione petitis, uti & superius aliquando usus fueram, & nunc quidem potiore jure, posteaquam demonstravi æquipollentiam veræ compositionis virium cum imaginaria resolutione), & retro etiam motum reflectat.

297. Et quidem si vires in accessu ad planum, ac in recessu a plano fuerint prorsus æquales inter se; dimidia curva ab initio sensibilis curvaturæ usque ad minimam distantiam a plano erit prorsus æqualis, & similis reliquæ dimidiæ curvæ, quæ habebitur inde usque ad finem curvaturæ sensibilis, ac angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis. Id in casu, quem exprimit fig. 43, curva ob insensibilem ejus tractum considerata pro unico puncto, pro perfecte elasticis patet ex eo, quod in triangulis reclangulis AFB, MIB latera æqualia circa angulos rectos secum trahant æqualitatem angulorum ABF, MBI, quorum alter dicitur angulus incidentiæ, & alter reflexionis, ubi in imperfecte elasticis non habetur ejusmodi æqualitas, sed tantummodo constans ratio inter tangentem anguli incidentiæ, & tangentem anguli reflexionis, quæ nimirum ad radios æquales BF, BI sunt FA, & Im, & sunt juxta denominationem, quam supra adhibuimus num. 272, & retinimus hac usque, ut m ad n.

298. Curvaturam in reflexione exhibet figura 54, ubi via puncti mobilis repulsi a plano CO est ABQDM, quæ circa B, ubi vires incipiunt esse sensibiles, incipit ad sensum incurvari, & desinit in eadem distantia circa D. Ea quidem, si habeatur semper repulsio, incurvatur perpetuo in eandem plagam, ut figura exhibet; si vero & attractio repulsionibus interferatur, serpit, uti monui; sed si paribus a plano distantibus vires æquales sunt; satis patet, & accuratissime demonstrari etiam

dum idcirco, quod nulli sunt globi continui, aut plana continua, aut mathematicus contactus.

Fig. 43.

Lex reflexionis perfecte, & imperfecte elasticorum.

Eadem facta vi agente in aliqua distantia, considerata curvatura semitæ.

Fig. 54.

etiam posset, ubi semel deventum sit alicubi, ut in Q, ad directionem parallelam plano, debere deinceps describi arcum QD prorsus æqualem, & similem arcui QB, & ita similiter positum respectu plani CO, ut ejus inclinationes ad ipsum planum in distantibus æqualibus ab eo, & a Q hinc, & inde sint prorsus æquales; quam ob causam tangentes BN, DP, quæ sunt quasi continuationes reclarum AB, MD, angulos faciunt ANC, MPO æquales, qui deinde habentur pro angulis incidentiæ, & reflexionis.

Quid, si planum sit asperum: applicatio ad reflexionem lucis.

299. Si planum sit asperum, ut Figura exhibet, & ut semper contingit in Natura; æqualitas illa virium utique non habebitur. At si scabrities sit satis exigua respectu ejus distantiam, ad quam vires sensibiles protenduntur; inæqualitas ejusmodi erit perquam exigua, & anguli incidentiæ, & reflexionis æquales erunt ad sensum. Si enim eo intervallo concipiatur sphaera VRTS habens centrum in puncto mobili, cujus segmentum RTS jaceat ultra planum; agent omnia puncta constituta intra illud segmentum, adeoque monticuli prominentes satis exigui respectu totius ejus massæ, satis exiguam inæqualitatem poterunt inducere; & proinde sensibilem æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis non turbabunt, sicut & nostri terrestres montes in globo oblique projecto, & ita ponderante, ut a resistentia aeris non multum patiat, sensibilibiter non turbant parabolicum motum ipsius, in quo bina crura ad idem horizontale planum eandem ad sensum inclinationem habent. Secus accideret, si illi monticuli ingentes essent etiam respectu ejusdem sphaeræ. Atque hæc quidem, qui diligentius perpenderit, videbit sane, & lucem a vitro satis lævigato resillire debere cum angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ; licet & ibi pulvisculus, quo poliuntur vitra, relinquat sulcos, & monticulos, sed perquam exiguos etiam respectu distantiam, ad quam extenditur sensibilis actio vitri in lucem; sed respectu superficialium, quæ ad sensum scabra sunt, debere ipsam lucem irregulariter dispergi quaqua versus.

Quid in impactu obliquo globi mollis in planum: velocitas amissa, quæ manet illæsa in curvatura continua.

300. Pariter ubi globus non elasticus deveniat per AB in eadem illa fig. 43, & deinde debeat sine reflexione excurrere per BQ, non describet utique rectam lineam accurate, sed serpet, & saltitabit non nihil: erit tamen recta ad sensum: velocitas vero mutabitur ita; ut sit velocitas prior AB ad posteriorem BI, ut radius ad cosinum inclinationis OBI rectæ BO ad planum CD, ac ipsa velocitas prior ad velocitatum differentiam, sive ad partem velocitatis amissam, quam exprimit IQ determinata ab arcu OQ habente centrum in B, erit ut radius ad sinum versus ipsius inclinationis. Quoniam autem imminuto in infinitum angulo, sinus versus decrescit in infinitum etiam respectu ipsius arcus, adeoque summa omnium sinuum versus pertinentium ad omnes inflexiones infinitas tempore finito factas adhuc in infinitum decrescit; ubi inflexio evadat con-

continua, uti fit in curvis continuis, ea summa evanescit, & nulla fit velocitatis amissio ex inflexione continua orta, sed vis perpetua, quæ tantummodo ad habendam curvaturam requiritur perpendicularis ipsi curvæ, nihil turbat velocitatem, quam parit vis tangentialis, si qua est, quæ motum perpetuo acceleret, vel retardet; ac in curvilineis motibus quibuscunque, qui habeantur per quascunque directiones virium, semper resolvi potest vis illa, quæ agit, in duas, alteram perpendicularem curvæ, alteram secundum directionem tangentis, & motus in curva per hanc tangentialem vim augebitur, vel retardabitur eodem modo, quo si eadem vires agerent, & motus haberetur in eadem recta linea constanter. Sed hæc jam meæ Theoriæ communia sunt cum Theoria vulgari.

301. Communis est itidem in fig. 44, & 45 ratio gravitatis absolutæ BO ad vim BI, quæ obliquum descensum accelerat, vel ascensum retardat, quæ est, ut radius ad sinum anguli BOI, vel OBR, sive cosinum OBI. Angulus OBI est is in fig. 44, quem continet directio BI, quæ est eadem, ac directio plani CD, cum linea verticali BO, adeoque angulus OBR est æqualis inclinationi plani ad horizontem, & angulus idem OBR in fig. 45 est is, quem continet cum verticali BO recta CB jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis. Quare habentur hæc theoremata: *Vis accelerans descensum, vel retardans ascensum in planis inclinatis, vel ubi oscillatio fit in arcu circulari, est ad gravitatem absolutam, ibi quidem ut sinus inclinationis ipsius plani, hic vero ut sinus anguli, quem cum verticali linea continet recta jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis, ad radium.* E quorum theorematum priore fluunt omnia, quæ Galilæus tradidit de descensu per plana inclinata; ac e posteriore omnia, quæ pertinent ad oscillationes in circulo; quin immo etiam ad oscillationes factas in curvis quibuscunque pondere per filum suspensio, & curvis evolutis applicato; ac eodem utemur infra in definiendo centro oscillationis.

302. Hisce perspectis, applicanda est etiam Theoria ad motuum refractionem, ubi continentur elementa mechanica pro refractione luminis, & occurrit elegantissimum theoremata Newtono inventum huc pertinens. Sint in fig. 55 binæ superficies AB, CD parallelæ inter se, & punctum mobile quodpiam extra illa plana nullam sentiat vim, inter ipsa vero urgeatur viribus quibuscunque, quæ tamen & semper habeant directionem perpendicularem ad ipsa plana, & in æqualibus distantis ab altero ex iis æquales sint ubique; ac mobile deferatur ad alterum ex iis, ut AB, directione quacunque GE. Ante appulsum feretur motu rectilineo, & æquabili, cum nulla urgeatur vi: ejus velocitatem exprimat EH, quæ erecta ER, perpendiculari ad AB, resolvi poterit in duas, alteram perpendicularem ES, alteram parallelam HS. Post ingressum inter illa duo plana

Theoremata pro vi accelerante descensum, vel retardante ascensum in planis inclinatis, & pendulis.

Fig. 44-45-

Applicatio Theoriæ ad refractionem: tres casus velocitatis normalis extinctæ, imminutæ, auctæ.

Fig. 55.

plana incurvabitur motus illis viribus, sed ita, ut velocitas parallela ab iis nihil turbetur, velocitas autem perpendicularis vel minuatur, vel augeatur; prout vires tendent versus planum citerius AB, vel versus ulterius CD. Jam vero tres casus haberi hinc possunt; vel enim iis viribus tota velocitas perpendicularis ES extinguatur, antequam deveniatur ad planum ulterius CD; vel persistat usque ad appulsum ad ipsum CD, sed imminuta, vi contraria prævalente viribus eadem directione agentibus; vel persistat potius aucta.

Primo refractionem induci.

303. In primo casu, ubi primum velocitas perpendicularis extincta fuerit alicubi in X, punctum mobile reflectet cursum retro per XI, & iisdem viribus agentibus in regressu, quæ egerant in progressu, acquirat velocitatem perpendicularem IL æqualem amissæ ES, quæ composita cum parallela LM, æquali priori HS, exhibebit obliquam IM in recta nova IK, quam describet post egressum, & erunt æquales anguli HIL, MES, adeoque & anguli KIB, GE A; quod congruit cum iis, quæ in fig. 54. sunt exhibita, & pertinent ad refractionem.

Secundo refractionem cum accessu ad superficiem refringentem, tertio itidem refractionem, sed cum recessu.

304. In secundo casu prohibet ultra superficiem ulteriorem CD, sed ob velocitatem perpendicularem OP minorem priore ES, parallelam vero PN æqualem priori HS, erit angulus ONP minor, quam EHS, adeoque inclinatio VOD ad superficiem in egressu minor inclinatione GE A in ingressu. Contra vero in tertio casu ob op majorem anguli HIL, MES erit major. In utroque autem hoc casu differentia quadratorum velocitatis ES, & OP vel op, erit constans, per num. 177 in adn. m, quæcunque fuerit inclinatio GE in ingressu, a qua inclinatio pendet velocitas perpendicularis SE.

Ratio constans sinus anguli incidentiæ, ad sinum anguli refracti.

305. Inde autem facile demonstratur, fore sinum anguli incidentiæ HES, ad sinum anguli refracti PON (& quidquid dicitur de iis, quæ designantur litteris PON, erunt communia iis, quæ exprimuntur litteris pon) in ratione constanti, quæcunque fuerit inclinatio rectæ incidentis GE. Sumatur enim HE constans, quæ exprimat velocitatem ante incidentiam: exprimet HS velocitatem parallelam, quæ erit æqualis rectæ PN exprimenti velocitatem parallelam post refractionem; ac ES, OP expriment velocitates perpendiculares ante, & post, quarum quadrata habebunt differentiam constantem. Sed ob HS, PN semper æquales, differentia quadratorum HE, ON æquatur differentiæ quadratorum ES, OP. Igitur etiam differentia quadratorum HE, ON erit constans; cumque ob HE constantem debeat esse constans ejus quadratum; erit constans etiam quadratum ON, adeoque constans etiam ipsa ON, & proinde constans erit & ratio HE ad ON; quæ quidem ratio est eadem, ac sinus anguli NOP ad sinum HES: cum enim fit in quovis triangulo reclangulo radius ad latus utrumvis, ut basis ad sinum anguli oppositi; in diversis triangulis reclangulis sunt sinus, ut latera opposita divisa per

basēs, sive directe ut latera, & reciproce ut basēs, & ubi latera sunt æqualia, ut hic HS, PN, erunt reciproce ut basēs.

306. Quamobrem in refractionibus, quæ hoc modo fiant motu libero per intervallum inter duo plana parallela, in quo vires paribus distantis ab altero eorum pares sint, ratio sinus anguli incidentiæ, sive anguli, quem facit via ante incursum cum recta perpendiculari plano, ad sinum anguli refracti, quem facit via post egressum itidem cum verticali, est constans, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu. Præterea vero habetur & illud, fore celeritates absolutas ante, & post in ratione reciproca eorum sinuum. Sunt enim ejusmodi velocitates ut HE, ON, quæ sunt reciproce ut illi sinus.

Ratio sinuum constans, & ratio velocitatum reciproca rationis sinuum.

307. Hæc quidem ad luminis refractiones explicandas viam sternunt, ac in Tertia Parte videbimus, quo pacto hypothesi hujusce theorematis applicetur particulis luminis. Sed interea considerabo vires mutuas, quibus in se invicem agant tres massæ, ubi habebuntur generalius ea, quæ pertinent etiam ad actiones trium punctorum, & quæ a num. 225, & 228 huc reservavimus. Porro si integræ vires alterius in alteram diriguntur ad ipsa centra gravitatis, referam hic ad se invicem vires ex integris compositas; sed etiam ubi vires aliam directionem habeant quancunque; si singulæ resolvantur in duas, alteram, quæ se dirigat a centro ad centrum; alteram, quæ sit ipsi perpendicularis, vel in quocunque dato angulo obliqua; omnia in prioribus habebunt itidem locum.

Transitus ad Theorema, quod huic operi occasionem dedit.

308. Agant in se invicem in fig. 56 tres massæ, quarum centra gravitatis sint A, B, C, viribus mutuis ad ipsa centra directis, & considerentur imprimis directiones virium. Vis puncti C ex utraque CV, Cd attractiva erit Ce; ex utraque repulsiva CY, Ca, erit CZ, & utriusque directio saltem ad partes oppositas producta ingreditur triangulum, & secat illa angulum internum ACB, hæc ipsi ad verticem oppositum aCY. Vi CV attractiva in B, ac CY repulsiva ab A, habetur CX; & vi Cd attractiva in A, ac Ca repulsiva a B, habetur Cb, quarum utraque abit extra triangulum, & secat angulos ipsius externos. Primæ Ce, cum debeant respondere attractiones BP, AG, respondent cum attractionibus mutuis BN, AE, vires BO, AF, vel cum repulsionibus BR, AI, vires BQ, AH, ac tam priores binæ, quam posteriores, jacent ad eandem partem lateris AB, & vel ambæ ingrediuntur triangulum tendentes versus ipsum, vel ambæ extra ipsum etiam productæ abeunt, & tendunt ad partes oppositas directionis Ce respectu AB. Secundæ CZ debent respondere repulsiones BT, AL, quæ cum repulsionibus BR, AI, constituunt BS, AK, cum attractionibus BN, AE constituunt BM, AD, ac tam priores binæ, quam posteriores jacent ad eandem plagam respectu AB, & ambarum dire-

Consideratio directionis virium, quibus tres massæ in se mutuo agunt.

Fig. 56.

directiones vel productæ ex parte posteriore ingrediuntur triangulum, sed tendunt ad partes ipsi contrarias, ut CZ, vel extra triangulum utrinque abeunt ad partes oppositas directioni CZ respectu AB. Quod si habeatur CX, quæ producta ad partes CV, CY, tum illi respondent BP, & AL, ac si prima conjungitur cum BN, jam habetur BO ingrediens triangulum; si BR, tum habetur quidem BQ, cadens etiam ipsa extra triangulum, ut cadit ipsa CX; sed secunda AL jungetur cum AI, & habebitur AK, quæ producta ad partes A ingreditur triangulum. Eodem autem argumento cum vi Cb vel conjungitur AF ingrediens triangulum, vel BS, quæ producta ad B triangulum itidem ingreditur. Quamobrem semper aliqua ingreditur, & tum de reliquis binis redeunt, quæ dicta sunt in casu virium Ce, CZ.

Theorema pertinens ad directiones virium. 309. Habetur igitur hoc theorema. Quando tres massæ in se invicem agunt viribus directis ad centra gravitatis, vis composita saltem unius habet directionem, quæ saltem producta ad partes oppositas secat angulum internum trianguli, & ipsum ingreditur: reliquæ autem due vel simul ingrediuntur, vel simul evitant, & semper diriguntur ad eandem plagam respectu lateris jungentis earum duarum massarum centra; ac in primo casu vel omnes tres tendunt ad interiora trianguli jacendo in angulis internis, vel omnes tres ad exteriora in partes triangulo oppositas jacendo in angulis ad verticem oppositis; in secundo vero casu respectu lateris jungentis eas binas massas tendunt in plagas oppositas ei, in quam tendit vis illa prioris massæ.

Theorema elegantius ad eas pertinens cum ejus demonstratione.

310. Sed est adhuc elegantius theorema, quod ad directionem pertinet, nimirum: Omnium trium compositarum virium directiones utrinque productæ transeunt per idem punctum: & si id jaceat intra triangulum; vel omnes simul tendunt ad ipsum, vel omnes simul ad partes ipsi contrarias: si vero jaceat extra triangulum; binæ, quarum directiones non ingrediuntur triangulum, tendunt ad ipsum, ac tertia, cujus directio triangulum ingreditur, tendit ad partes ipsi contrarias; vel illæ binæ ad partes ipsi contrarias, & tertia ad ipsum.

Prima pars, quod omnes transeant per idem punctum, sic demonstratur. In figura quavis a 57 ad 62, quæ omnes casus exhibent, vis pertinens ad C sit ea, quæ triangulum ingreditur, ac reliquæ binæ HA, QB concurrant in D: oportet demonstrare, vim etiam, quæ pertinet ad C, dirigi ad D. Sint CV, Cd vires componentes, ac ducta CD, ducatur VT parallela CA, occurrens CD in T; & si ostensum fuerit, ipsam fore æqualem Cd; res erit perfecta: ducta enim dT remanebit CVTd parallelogrammum, per cujus diagonalem CT dirigitur vis composita ex CV, Cd. Ejusmodi autem æqualitas demonstrabitur considerando rationem CV ad Cd compositam ex quinque intermediis, CV ad BP, BP ad PQ, PQ, sive BR ad AI, AI, sive HG ad AG, AG ad Cd.

Fig. 57.
58.
. . .
62.

Cd. Prima vocando A, B, C massas, quarum ea puncta sunt centra gravitatum, est ex actione, & reactione æqualibus ratio massæ B ad C: secunda *sin* PQB, sive ABD ad *sin* PBQ, sive CBD: tertia A ad B: quarta *sin* HAG, sive CAD ad *sin* GHA, sive BAD: quinta C ad A. Tres rationes, in quibus habentur massæ, componunt rationem $B \times A \times C$ ad $C \times B \times A$, quæ est 1 ad 1, & remanet ratio *sin* ABD \times *sin* CAD ad *sin* CBD \times *sin* BAD. Pro *sin* ABD, & *sin* BAD, ponantur AD, & BD ipfis proportionales; ac pro *sinu* CAD,

$$\text{\& sin CBD ponantur } \frac{\text{sin ACD} \times \text{CD}}{\text{AD}}, \text{ \& } \frac{\text{sin BCD} \times \text{CD}}{\text{BD}},$$

ipfis æquales ex Trigonometria, & habebitur ratio *sin* ACD \times CD ad *sin* BCD \times CD, sive *sin* ACD, vel CT.V, qui ipsi æquatur ob VT, CA parallelas, ad *sin* BCD, sive VCT, nimirum ratio ejusdem illius CV ad VT. Quare VT æquatur Cd, CVTd est parallelogrammum, & vis pertinens ad C, habet directionem itidem transeuntem per D.

Secunda pars patet ex iis, quæ demonstrata sunt de directione duarum virium, ubi tertia triangulum ingreditur, & sex casus, qui haberi possunt, exhibentur totidem figuris. In fig. 57, & 58 cadit D extra triangulum ultra basim AB, in 59, & 60 intra triangulum, in 61, & 62 extra triangulum citra verticem ad partes basi oppositas, ac in singulorum binariorum priore vis CT tendit versus basim, in posteriore ad partes ipsi oppositas. In iis omnibus demonstratio est communis juxta leges transformationis locorum geometricorum, quas diligenter exposui, & fusius persecutus sum in dissertatione adjecta meis *Sectionum Conicarum Elementis*, Elementorum tomo 3.

311. Quoniam evadentibus binis HA, QB parallelis, punctum D abit in infinitum, & tertia CT evadit parallela reliquis binis etiam ipsa juxta easdem leges; patet illud: *Si binæ ex ejusmodi directionibus fuerint parallelae inter se: erit iisdem parallela & tertia: ac illa, quæ jacet inter directiones virium transeuntes per reliquas binas, quæ idcirco in eo casu appellari potest media, habebit directionem oppositam directionibus reliquarum conformibus inter se.*

312. Patet autem, datis binis directionibus virium, dari semper & tertiam. Si enim illæ sint parallelæ; erit illis parallela & tertia: si autem concurrant in aliquo puncto; tertiam determinabit recta ad idem punctum ducta: sed oportet, habeant illam conditionem, ut tam binæ, quæ triangulum non ingrediantur, quam quæ ingrediantur, vel simul tendant ad illud punctum, vel simul ad partes ipsi contrarias.

313. Hæc quidem pertinent ad directiones: nunc ipsas earum virium magnitudines inter se comparabimus, ubi statim occurret elegantissimum illud theorema, de quo mentionem feci num. 225: *Vires acceleratrices binarum quarumvis e tribus massis in se mutuo agentibus sunt in ratione composita ex tribus,*

T nimi-

Corollarium pro casu directionum parallelarum.

Aliud generale tertiæ directionis datæ datis binis.

Theorema præcipuum de magnitudine, quod toti Operi occasionem dedit.

nimirum ex directa sinuum angulorum, quos continet recta jungens ipsarum centra gravitatis cum rectis ductis ab iisdem centrīs ad centrum tertiæ massæ; reciproca sinuum angulorum, quos directiones ipsarum virium continent cum iisdem rectis illas jungentibus cum tertiā; & reciproca massarum.

Ejus demonstratio expeditissima.

Nam est BQ ad AH assumptis terminis mediis BR, AI in ratione composita ex rationibus BQ, ad BR, & BR ad AI, & AI ad AH. Prima ratio est sinus QRB, sive CBA ad sinum BQR, sive PBQ, vel CBD: secunda massæ A ad massam B: tertia sinus IHA, sive HAG, vel CAD, ad sinum HIA, sive CAB: eæ rationes, permutato solo ordine antecedentium, & consequentium, sunt rationes sinus CBA ad sinum CAB, quæ est illa prima e rationibus propositis directa; sinus CAD ad sinum CBD, quæ est secunda reciproca: & massæ A ad massam B, quæ est tertia itidem reciproca. Eadem autem est prorsus demonstratio; si comparetur BQ, vel AH cum CT, ac in hac demonstratione, ut & alibi ubique, ubi de sinibus angulorum agitur, angulis quibusvis substitui possunt, uti sæpe est factum, & fiet imposterum, eorum complementa ad duos rectos, quæ eosdem habent sinus.

Corollarium simplex pro viribus ipsis.

314. Inde consequitur, esse ejusmodi vires reciproce, ut massas ductas in suas distantias a tertiā massa, & reciproce, ut sinus, quos earum directiones continent cum iisdem rectis; adeoque ubi eæ ad ejusmodi rectas inclinentur in angulis æqualibus, esse tantummodo reciproce, ut producta massarum per distantias a tertiā. Nam ratio directa sinuum CBA, CAB est eadem, ac distantiarum AC, BC, sive reciproca distantiarum BC, AC, qua substituta pro illa, habentur tres rationes reciproce, quas exprimit ipsum theorema hic propositum. Porro ubi anguli æquales sunt, sinus itidem sunt æquales, adeoque eorum sinuum ratio fit 1 ad 1.

Ratio virium motricium.

315. Vires autem motrices sunt in ratione composita ex binis tantummodo, nimirum directa sinuum angulorum, quos continent distantie a tertiā massa cum distantia a se invicem; & reciproca sinuum angulorum, quos continent cum iisdem distantis directiones virium; vel in ratione composita ex reciproca illarum distantiarum, & reciproca horum posteriorum sinuum: ac si inclinationes ad distantias sint æquales, in sola ratione reciproca distantiarum. Nam vires motrices sunt summæ omnium virium determinantium celeritatem in punctis omnibus secundum eam directionem, secundum quam movetur centrum gravitatis commune, quæ idcirco sunt præterea directe, ut massæ, sive ut numeri punctorum; adeoque ratio directa, & reciproca massarum mutuo eliduntur.

Ratio virium acceleratricium, ubi eæ diriguntur ad aliquod commune punctum.

316. Præterea vires acceleratrices, si alicubi earum directiones concurrunt, sunt ad se invicem in ratione composita ex reciproca massarum, & reciproca sinuum angulorum, quibus inclinantur ad directionem tertiæ; & vires motrices in hac posteriore

riore tantum. Nam ob latera proportionalia finibus angulorum oppositorum, erit $AC \times \sin CAD = CD \times \sin CDA$; & pariter $CB \times \sin CBA = CD \times \sin CDB$. Quare ob CD communem, sola ratio finuum ADC , BDC , quibus directiones AD , BD inclinatur ad CD , æquatur compositæ ex rationibus finuum CAD , CBD , & distantiarum CA , CB , quæ ingrediebantur rationem virium B , & A ; ac eodem pacto $AC \times \sin ACD = AD \times \sin ADC$, & $AB \times \sin ABD = AD \times \sin ADB$, adeoque $AC \times \sin ACD$ ad $AB \times \sin ABD$, ut sinus ADC ad finum ADB , quibus directiones CD , BD inclinatur ad AD ; & eadem est demonstratio pro finibus ADB , EDB assumpto communi latere BD .

317. Si ducatur MO parallela DA , occurrens BD , CD in M , O , & compleatur parallelogrammum $DMON$; erunt vires motrices in C , B , A ad se invicem, ut rectæ DO , DM , DN , & vires acceleratrices præterea in ratione massarum reciproca. Est enim ex præcedenti vis motrix in C ad vim in B , ut $\sin BDA$ ad $\sin CDA$, vel ob AD , OM parallelas, ut $\sin DMO$ ad $\sin DOM$, nimirum ut DO ad DM , & simili argumento vis in C ad vim in A , ut DO ad DN . Vires autem motrices divisæ per massas evadunt acceleratrices. Quamobrem si tres vires agerent in idem punctum cum directionibus, quas habent eæ vires motrices, & essent iis proportionales; binæ componerent vim oppositam, & æqualem tertiæ, ac essent in æquilibrio. Id autem etiam directe patet: nam vires BQ , AH componuntur ex quatuor viribus BR , BP , AI , AG , quæ si ducantur in massas suas, ut fiant motrices; evadit prima æqualis, & contraria tertiæ, quam idcirco elidit, ubi deinde AH , BQ componantur simul, & in ejusmodi compositione remanent BP , AG , ex quarum oppositis, & æqualibus CV , CD componitur tertia CT .

318. Hinc in hisce viribus motricibus habebuntur omnia, quæ habentur in compositione virium; dummodo capiatur compositæ contraria. Si nimirum resolvantur singulæ componentes in duas, alteram secundum directionem tertiæ, alteram ipsi perpendicularem, hæ posteriores elidentur, illæ priores conficiunt summam æqualem tertiæ, ubi ambæ eandem directionem habent, uti sunt binæ, quæ simul ingrediantur, vel simul evitent triangulum; nam in iis, quarum altera ingreditur, altera evitat, tertia æquaretur differentiæ; & facile tam hic, quam in ratione composita, res traducitur ad resolutionem in aliam quamcunque directionem datam, præter directionem tertiæ, binis semper elisis, & reliquarum accepta summa; si rite habeatur ratio positivorum, & negativorum.

319. Est & illud utile: tres vires motrices in C , B , A sunt inter se, ut $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$, $\frac{AE}{AD}$, $\frac{BE}{BD}$, & acceleratrices præterea

Alia expressio tam virium motricium, quam acceleratricium in eodem casu.

Hic debere haberi ea, quæ habentur in compositione, & resolutione virium.

Alia expressio rationum eorundem virium.

in ratione reciproca massarum. Nam ex Trigonometria est $\frac{AB}{BD} = \frac{\sin ADB}{\sin BAD}$, & $\frac{AE}{ED} = \frac{\sin ADE}{\sin EAD}$. Quare cum divisor $\sin BAD$, & $\sin EAD$ sit communis; erit $\sin ADB$ ad

$\sin ADE$, ut $\frac{AB}{BD}$ ad $\frac{AE}{ED}$, vel, ducendo utrunque terminum in $\frac{ED}{AD}$, ut $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$ ad $\frac{AE}{AD}$. Simili autem argumento est

itidem $\sin BDA$. $\sin BDE$:: $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$ $\frac{BE}{BD}$; ex quo patent omnia.

Expressio simplicior pro casu parallelismi.

320. Si punctum D abeat in infinitum, directionibus virium evadentibus parallelis; ratio rectarum ED , AD , BD , ad se invicem evadit ratio æqualitatis. Quare in eo casu illæ tres vires sunt ut AB , AE , EB , in quibus prima æquatur summæ reliquarum. Concipiuntur rectæ parallelæ directioni virium ductæ per omnium trium massarum centra gravitatis, quarum massarum eam, quæ jacuerit inter reliquarum binarum parallelas, diximus mediam: ac si ducantur in quavis alia directione data rectæ ab iis massis ad illas parallelas; erunt ejusmodi distantiæ ab iis parallelis, ut ipsæ AB , EB , ad quas erunt singulæ in ratione data, ob datas directiones. Quare pro viribus parallelis habetur hujusmodi theorema: Vires parallelæ motrices binarum quarumvis ex tribus massis sunt inter se reciproce ut distantia a directione communi transeunte per tertiam: vires autem acceleratrices præterea in ratione reciproca massarum, & media est directionis contraria respectu reliquarum, ac vis media motrix æquatur reliquarum summæ, utralibet vero extrema differentia.

Applicatio rationum ad centrum æquilibrii.

321. Hoc theorema primo quidem exhibet centrum æquilibrii, viribus utcunque divergentibus, vel convergentibus. Si nimirum sint tres massæ A , B , C (& nomine massarum etiam intelligi possunt singula puncta), quarum binæ, ut A , & B , sollicitentur viribus motricibus externis; poterunt mutuis viribus illas elidere, ac esse in æquilibrio, & eas elident omnino, mutatis, quantum libuerit, parum mutuis distantis; si fuerint ante applicationem earum virium externarum in fatis validis limitibus cohesionis, ac vis massæ C elidatur fulcro opposito in directione DC , vel suspensione contraria: dummodo binæ illæ vires ductæ in massas habeant condiciones requisitas in superioribus, ut nimirum ambæ tendant ad idem punctum, vel ab eodem, aut si fuerint parallelæ, ambæ eandem directionem habeant, ubi simul ambæ ingrediantur, vel simul ambæ evitent triangulum ABC : ubi vero altera ingrediatur triangulum, altera evitet, tendat altera ad punctum concursus, altera ad partes illi oppositas: vel si fuerint parallelæ, habeant directiones opposi-

oppositas: & si parallelæ fuerint; sint inter se, ut distantia a directione virium transeunte per C; si fuerint convergentes, sint reciproce, ut sinus angulorum, quos earum directiones continent cum recta ex C tendente ad earum concursum, vel sint in ratione reciproca sinuum angulorum, quos continent cum rectis AC, BC, & ipsarum rectarum conjunctim.

322. Determinabitur autem admodum facile per ipsa theoremata etiam vis, quam sustinebit fulcrum C, quæ in casu parallelismi æquabitur summæ, vel differentia reliquarum, prout ibi fuerit media, vel extrema: & in casibus reliquis omnibus æquabitur summæ pariter, vel differentia reliquarum ad suam directionem reductarum, reliquis binis in resolutione priorum sociis se per contrariam directionem, & æqualitatem elidentibus.

323. Habebitur igitur, quidquid pertinet ad æquilibrium virium agentium in eodem plano, & connexarum non per vires inflexiles carentes omni vi præter cohesionem, uti eas vulgo concipiunt, sed hisce viribus mutuis. Et Theoria quidem habebit locum tum hic, tum in sequentibus; licet massæ A, B, C non agant in se invicem immediate, sed sint aliæ massæ intermediæ, quæ ipsas jungant. Nam si inter massam B, & C sint aliæ massæ nullis externis viribus agitatae, & posita in æquilibrio cum hisce massis, & inter se, ac prima, quæ venit post B, agat in ipsam vi motrice æquali BP, agat & B in ipsam vi æquali: quare debet illa ad servandum æquilibrium urgeri a secunda, quæ est post ipsam, vi æquali in partes contrarias. Hinc æquali contraria agat tertia in secundam, ut secunda in æquilibrio sit, & ita porro, donec deveniatur ad C, ubi habebitur vis motrix æqualis motrici, quæ erat in B; & erunt vires BP, CV acceleratrices in ratione reciproca massarum B, & C, cum vires illæ motrices æquales sint producta ex acceleratricibus ductis in massas. At si circumquaque sint massæ quotcunque cum vacuis quibuscunque, ac ubicunque intersectis, quæ connectantur cum punctis A, B, C, affectis illis tribus viribus externis, quarum una concipitur provenire a fulcro, una solet appellari potentia, & una resistentia, ac vires illæ externæ QB, HA concipiantur resolutæ singulæ in binas agentes secundum eas rectas, quæ illa tria puncta conjungunt; poterit elisis mutuo reliquis omnibus æquilibrium constituentibus deveniri ad vires in punctis binis, ut A, & C, acceleratrices contrarias viribus BP, BR, & reciproce proportionales massis ipsarum respectu massæ B; licet ipsæ proveniant a massis quibusvis etiam non in eadem directione sitis, & agentibus in latum: nam per ejusmodi resolutionem, & ejusmodi virium considerationem, adhuc habetur æquilibrium totius systematis affecti in illis tribus punctis per illas tres vires, cum assumantur in iis tantummodo vires motrices contrariæ, & æquales: unde fit, ut etiam illæ, quæ præterea ad has in illis considerandas assumuntur, & per quas connectuntur cum reliquis massis, se mutuo elidant,

Determinatio vis, quam fulcrum sustinet.

Consideratio massarum etiam intermediarum, quæ connectantur massis viribus externis præditas, & positas in æquilibrio.

Qui motus, ubi non habeatur æquilibrium.

324. Quod si vires ejusmodi non fuerint in ea ratione inter se; non poterunt puncta B, & A esse in æquilibrio, sed consequetur motus secundum directionem ejus, quæ prævalet: ac si omnis motus puncti C fuerit impeditus; habebitur conversio circa ipsum C.

Extensio ad æquilibrium quotcunque massarum, & inde principium generale pro machinis, & ratio momentorum.

325. Quod si non in tribus tantummodo massis habeantur vires externæ, sed in pluribus; licebit considerare quantumvis aliam massam carentem omni externa vi, & eam concipere connexam cum singulis reliquarum massis, & massa C per vires mutuas, ac habebitur itidem Theoria pro æquilibrio omnium, cum positione omnium constanter servata etiam sine ulla figuræ mutatione, quæ sensu percipi possit. Quin immo si singulæ vires illæ externæ resolvantur in duas, quarum altera urgeat in directione rectæ transeuntis per C, ac elidatur vi proveniente a solo puncto C, & altera agat perpendiculariter ad ipsam, ut habeatur æquilibrium in singulis ternariis; oportebit esse singulas vires novæ massæ assumptæ ad vim ejus, cum qua conjungitur, in ratione reciproca distantiarum ipsarum massarum a C; cum jam sinus anguli recti ubique sit idem. Debent autem omnes vires, quæ in massam assumptam agunt directionibus contrariis, se mutuo elidere ad habendum æquilibrium. Quare debet summa omnium productorum earum virium, quæ urgent conversionem in unam plagam, per ipsarum distantias a centro conversionis, æquari summæ productorum earum, quæ urgent in plagam oppositam, per distantias ipsarum, ut habeatur æquilibrium: cumque arcus circulares in ea conversione descripti dato tempusculo sint illis distantis proportionales, & proportionales sint ipsis arcibus velocitates; debent singularum virium agentium in unam plagam producta per velocitates, quas haberent puncta, quibus applicantur secundum suam directionem, si vincerentur, vel contra, si vincerent, simul sumpta æquari summæ ejusmodi productorum agentium in plagam oppositam. Atque inde habetur principium pro machinis & simplicibus, & compositis, ac notio illius, quod appellant momentum virium, deducta ex eadem Theoria.

Applicatio ad omnia vectium genera.

326. Casus trium tantummodo massarum exhibet vectem, cujus brachia sint utcunque inflexa. Quod si tres massæ jaceant in directum, efformabunt rectilineum vectem, qui quidem applicatis viribus inflectetur semper non nihil, ut & in superioribus casibus semper non nihil a priore positione discedet systema novis viribus externis affectum; sed is discessus poterit esse utcunque exiguus, ut supra monui: si limites sint satis validi; adeoque poterit adhuc vectis esse ad sensum rectilineus. Tum vero vires externæ debent esse unius directionis, & contrariæ directioni vis mediæ, & binæ quævis ex iis erunt ad se invicem reciproce, ut distantia a tertia. Inde autem oriuntur tria genera vectium: si fulcrum, vel hypomochlium, sit in medio in E, vis in altero extremo A, resistent-

resistentia in altero B; vis ad resistentiam est, ut BE, distantia resistentiæ a fulcro, ad AE distantiam vis ab eodem: fulcrum autem sentiet summam virium. Et quod de hoc vectis genere dicitur, id omne ad libram pariter pertinet, quæ ad hoc ipsum vectis genus reducitur. Si fulcrum sit in altero extremo, ut in B, vis in altero, ut in A, & resistentia in medio, ut in E; vis ad resistentiam erit in ratione distantia EB ad distantiam majorem AB, cujus idcirco momentum, seu energia, augetur in ratione suæ distantia AB ad EB, ut nimirum possit tanto majori resistentiæ æquivalere. Si demum fuerit quidem fulcrum in altero extremo B, & resistentia in A, vis prior in E; tum e contrario erit resistentia ad vim in majore ratione AB ad EB, decrefcente tantumdem hujus energia, seu momento. In utroque autem casu fulcrum sentiet differentiam virium.

327. Quod si perticæ utcumque inclinatæ applicetur pondus in aliquo puncto E, & bini humeros supponant in A, & B, sentient ponderis partes inæquales in ratione reciproca distantiarum ab ipso; & si e contrario bina pondera suspendantur in A, & B utcumque inæqualia, assumpto autem puncto E, cujus distantia a punctis A, & B sint in ratione reciproca ipsorum ponderum, adeoque massarum, quibus pondera proportionalia sunt, quod idcirco erit centrum gravitatis; suspensa per id punctum pertica, vel supposito fulcro, habebitur æquilibrium, & in E habebitur vis æqualis summæ ponderum. Quin immo si pertica sit utcumque inflexa, & pendeant in A, & B pondera; suspendatur autem ipsa pertica per C ita, ut directio verticalis transeat per centrum gravitatis; habebitur æquilibrium, & ibi sentietur vis æqualis summæ ponderum, cum ob naturam centri gravitatis debeant esse singula pondera, seu massæ ductæ in suas perpendiculares distantias a linea verticali, quam etiam vocant lineam directionis, hinc, & inde æqualia. Nam vires ponderum sunt parallelæ, & in iis juxta num. 320 satis est ad æquilibrium, si vires motrices sint reciproce proportionales distantis a directione virium transeunte per tertium punctum: sentietur autem in suspensione vis æqualis summæ ponderum. Atque inde fluit, quidquid vulgo traditur de æquilíbrio solidorum, ubi linea directionis transit per basim, sive fulcrum, vel per punctum suspensionis, & simul illud apparet, cur in iis casibus haberi possit tota massa tanquam collecta in suo centro gravitatis, & habeatur æquilibrium impedito ejus descensu tantummodo. Gravitatis omnium punctorum non applicatur ad centrum gravitatis, nec ibi ipsa agit per sese; sed ejusmodi esse debent distantia punctorum totius systematis, ut inter fulcrum, & punctum ipsissimum minens habeatur vis quædam æqualis summæ virium omnium parallelarum, & directæ ad partes oppositas directionibus illarum.

Confectaria doctrinæ de vectibus, & principium pro sta, tera: cur totum pondus consideretur, ut collectum in centro gravitatis.

328. At

Theoriam exhibere egregie itidem centrum oscillationis Quid ipsum sit

328. At non minus feliciter ex eadem Theoria, & ex eodem illo theoremate, fuit determinatio centri oscillationis. Pendula breviora citius oscillant, remotiora lentius. Quare ubi connexa sunt inter se plura pondera, aliud propius axi oscillationis, aliud remotius ab ipso, oscillatio neque fiet tam cito, quam requirunt propiora, neque tam lente, quam remotiora, sed actio mutua debet accelerare hæc, retardare illa. Erit autem aliquod punctum, quod nec accelerabitur, nec retardabitur, sed oscillabit, tanquam si esset solum. Illud dicitur centrum oscillationis. Determinatio illius ab Hugenio primum est facta, sed precario, & non demonstrato principio: tum alii alias itidem obliquas inierunt vias, ac præcipuas quasque methodos huc usque notas persectus sum in Supplementis Strayanis § 4 lib. 3. En autem ejus determinationem simplicissimam ope ejusdem theorematis numeri 313.

Preparatio ad solutionem problematis gravitatis ipsius centrum.

Fig. 63.

329. Sint plures massæ, quarum una A in fig. 63, mutuis viribus singulæ connexæ cum P, cujus motus sit impeditus suspensione, vel fulcro, & cum massa Q jacente in quavis recta PQ, cujus massæ Q motus a mutuo nexu nihil turbetur, quæ nimirum sit in centro oscillationis. Porro hic cum massas pono in punctis spatii A, P, Q, intelligo vel puncta singula, vel quævis aggregata punctorum, quæ concipiuntur, ut compenetrata in iis punctis. Velocitati jam acquisitæ in descensu nihil obstat is nexus, cum ea sit proportionalis distantia a puncto suspensionis P, nisi quatenus per eum nexum retrahentur omnes massæ a recta tangente ad arcum circuli, sustinente puncto ipso suspensionis juxta num. 282 vim mutuam respondentem iis omnibus viribus centrifugis. Resoluta gravitate in duas partes, quarum altera agat secundum rectam, quæ jungit massam cum P, altera sit ipsi perpendicularis, idem punctum P sustinebit etiam priorem illam, posterior autem determinabit massas ad motus AN, QM, perpendiculares ipsis AP, QP, ac proportionales per num. 301 sinibus angulorum APR, QPR, existente PR verticali. Sed nexus coget describere arcus similes, adeoque proportionales distantis a P. Quare si sit AO spatium, quod vi gravitatis obliquæ, sed ex parte impeditæ a nexu, revera percurrat massa A; quoniam Q non turbatur, adeoque percurrat totum suum spatium QM; erit QM ad AO, ut QP ad AP. Demum actio ex A in Q ad actionem ex Q in A proportionalem ON, erit ex theoremate numeri 314 ut est Q x QP ad A x AP, & omnes ejusmodi actiones ab omnibus massis in Q debent evanescere, positivis, & negativis valoribus se mutuo elidentibus. Ex illis tribus proportionibus, & hac æqualitate res omnis sic facillime expeditur.

330. Dicatur QM = V, sinus APR = a, sinus QPR = q.

Erit ex prima proportionem $q : a :: QM = V : AN = \frac{a}{q} \times V$.

Ex

Ex secunda QP. AP::QM=V. AO = $\frac{AP}{QP} \times V$. Quare

$$ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP} \right) \times V. \text{ Sed ex tertia } Q \times QP. A \times AP::$$

$$ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP} \right) \times V. \left(\frac{a \times A \times AP}{q} - \frac{A \times AP^2}{QP} \right) \times$$

$$\frac{V}{Q \times QP}, \text{ quæ erit actio in } Q \text{ ex nexu cum } A. \text{ Ac eodem}$$

pacto si esset alibi alia massa B itidem connexa cum P, & Q, actio in Q inde orta haberetur, positis B, b loco A, a; & ita porro in quibusvis massis C, D &c. Omnes autem isti

valores positi = 0, dividi possent per $\frac{V}{Q \times QP}$, utique com-

mune omnibus, & deberent e valoribus conclusis intra parenthe-

$$\frac{a \times A \times AP + b \times B \times BP}{q} = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c}{QP},$$

$$\& \text{ inde } QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{a \times A \times AP + b \times B \times BP \&c.}$$

331. Sint jam primo omnes massæ in eadem recta linea cum puncto suspensionis P, & cum centro oscillationis Q; & angulus QPR æquabitur cuivis ex angulis APR, ac ejus sinus q singulis sinibus a, b &c. Quare pro eo casu formula evadit $A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.$

Evolutio casus ponderum jacentium in eadem recta cum puncto suspensionis.

$\frac{A \times AP + B \times BP \&c.}{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}$, quæ est ipsa formula Hugeniana pro

ponderibus jacentibus in recta transeunte per centrum suspensionis.

332. Quod si jaceant extra ejusmodi rectam in plano POR perpendiculari ad axem rotationis transeuntem per P; sit G centrum commune gravitatis omnium massarum, ducanturque perpendiculara AA', GG', QQ' ad PR, & erit ut radius = i ad a, ita AP ad AA' = a x AP; & eodem pacto QQ' = q x QP, GG' = g x GP. Substitutis AA' pro a x AP, & eodem pacto BB' (quam Figura non exprimit) pro b x BP

$$\&c., \text{ evadet } QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AA' + B \times BB' \&c.} \text{ Sed si sum-}$$

ma massarum dicatur M, est per num. 245 ex natura centri gravitatis $A \times AA' + B \times BB' \&c. = M \times GG' = M \times g \times GP$. Habebitur igitur valor QP radii nihil turbati in ea inclinatio-

$$\text{ne } \frac{q}{g} \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP} \cdot V$$

Initium applicationis ad oscillationes in latu ponderum jacentium in eodem plano.

333. Is valor erit variabilis pro varia inclinatione ob valores sinuum q, & g variatos, nisi QP transeat per G, quo casu fit q=g; & quidem ubi G accedit in infinitum ad PR, decrescente g in infinitum, si PQ non transeat per G, manente

finito q, valor $\frac{q}{g}$ excrefcit in infinitum; contra vero appellente QP ad PR, evadit q=0, & g remanet aliquid, adeoque $\frac{q}{g}$ evanescit. Id vero accidit, quia in appulsu G ad verti-

calem totum systema vim acceleratricem in infinitum immittit, & lentissime acceleratur; adeoque ut radius PQ adhuc obliquus sit ipsi in ea particula oscillationis infinitesima isochronus, nimirum æque parum acceleratus, debet in infinitum produci. Contra vero appellente PQ ad PR ipsius acceleratio minima esse debet, dum adhuc acceleratio radii PG obliqui est in immensum major, quam ipsa; adeoque brevitate sua ipse radius compensare debet accelerationis imminutionem.

Finis ejusdem cum formula generali.

334. Quare ut habeatur pendulum simplex constantis longitudinis, & in quacunq; inclinatione isochronum composito, debet radius PQ ita assumi, ut transeat per centrum gravitatis G, quo unico casu fit constanter q=g, & formula evadit

$$\text{constans } QP = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP} \&c, \text{ quæ est formula ge-}$$

neralis pro oscillationibus in latu massarum quocumque, & quomodocunq; collocatarum in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis, qui casus generaliter continet casum massarum jacentium in eadem recta transeunte per punctum suspensionis, quem prius eruimus.

Corollarium pro positione centri oscillationis, & gravitatis ex eadem parte a puncto suspensionis.

335. Inde autem pro hujusmodi casibus plura corollaria deducuntur. Inprimis patet: *gravitatis centrum debere jacere in recta, quæ a centro suspensionis ducitur per centrum oscillationis, uti demonstratum est num. 334. Sed & debet jacere ad eandem partem cum ipso centro oscillationis.* Nam utcumque mutetur situs massarum per illud planum, manentibus puncto suspensionis P, & centro gravitatis G, signum valoris quadrati cujusvis AP, BP manebit semper idem. Quare formula valoris sui signum mutare non poterit; adeoque si in uno aliquo casu jaceat Q respectu P ad eandem plagam, ad quam jacet G; debebit jacere semper. Jacet autem ad eandem plagam in casu, in quo concipiatur, omnes massas abire in ipsum centrum gravitatis, quo casu pendulum evadit simplex, & centrum oscillationis cadit in ipsum centrum gravitatis, in quo sunt massæ. Jacebit igitur semper ad eandem partem cum G.

336. Deinde debet centrum gravitatis jacere inter punctum suspensionis, & centrum oscillationis. Sint enim in fig. 64 puncta A, P, G, Q eadem, ac in fig. 63, ducanturque AG, AQ, & Aa perpendicularis ad PQ; summa autem omnium massarum ductarum in suas distantias a recta quapiam, vel plano, vel in earum quadrata, designetur præfixa litera f soli termino pertinente ad massam A, ut contractiones evadant dem-

Centrum gravitatis debere esse inter bina puncta.

Fig. 64.

monstrationes. Erit ex formula inventa $PQ = \frac{f.A \times AP^2}{M \times GP}$ Por-

ro est $AG^2 = AP^2 + GP^2 - 2GP \times Pa$, adeoque $AP^2 = AG^2 - GP^2 + 2GP \times Pa$, & $f.A \times GP^2$ est $M \times GP^2$, ob GP constantem; ac $f.A \times Pa$ est $M \times GP$, cum Pa sit æqualis distantia massæ a plano perpendiculari rectæ QP transeunte per P, & eorum productorum summa æquetur distantia centri gravitatis ductæ in summam massarum; adeo-

que $f.A \times 2GP \times Pa$ erit $= 2M \times GP^2$. Quare $\frac{f.A \times AP^2}{M \times GP}$

erit $= \frac{f.A \times AG^2 - M \times GP^2 + 2M \times GP^2}{M \times GP} = \frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$

+ GP. Erit igitur PQ major, quam PG, excessu GQ = $\frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$.

Manente puncto suspensionis & centro gravitatis, manere debet centrum oscillationis.

337. Ex illo excessu facile constat, mutato utcumque puncto suspensionis, rectangulum sub binis distantiis centri gravitatis ab ipso, & a centro oscillationis fore constans. Cum enim sit

$QG = \frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$, erit $GQ \times GP = \frac{f.A \times AG^2}{M}$, quod pro-

Valor constans producti ex binis distantiis centri gravitatis ab ipso.

ductum est constans, & habetur hujusmodi elegans theorema: Singula massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis communi, & dividatur omnium ejusmodi productorum summa per summam massarum, ac habebitur productum sub binis distantiis centri gravitatis a centro suspensionis, & a centro oscillationis.

Manente puncto suspensionis & centro gravitatis, manere debet centrum oscillationis.

338. Inde autem primo eruitur illud: manente puncto suspensionis, & centro gravitatis, debere etiam centrum oscillationis manere nihil mutatum; utcumque totum systema, servata respectiva omnium massarum distantia, & positione ad se invicem convertatur intra idem planum circa ipsam gravitatis centrum; nam illa GP inventa eo pacto pendet tantummodo a distantis, quas singula massæ habent a centro gravitatis.

339. Sed & illud sponte consequitur: centrum oscillationis, & centrum suspensionis reciprocari ita, ut, si fiat suspensio per id punctum, quod fuerat centrum oscillationis; evadat oscillationis centrum reciprocari.

centrum illud, quod fuerat punctum suspensionis; & alterius distantia a centro gravitatis putata, mutetur & alterius distantia in eadem ratione reciproca. Cum enim earum distantiarum rectangulum debeat esse constans; si pro secunda ponatur valor, quem habuerat prima; debet pro prima obvenire valor, quem habuerat secunda, & altera debet æquari quantitati constanti divisa per alteram.

Altera ex iis distantis evanescente, abire alteram in infinitum.

340. Consequitur etiam illud: Altera ex iis binis distantis evanescente, abire altera in infinitum, nisi omnes massæ in unico puncto sint simul compenetrata. Nam line ejusmodi compenetratio summa omnium productorum ex massis, & quadratis distantiarum a centro gravitatis, remanet semper finita quantitas: adeoque remanet finita etiam, si dividatur per summam massarum, & quotus, manente diviso finito, crescit in infinitum; si divisor in infinitum decrescat.

Suspensione facta per centrum gravitatis, nullum haberi motum.

341. Hinc vero iterum deducitur: Suspensione facta per ipsum centrum gravitatis nullum motum consequi. Evanescit enim in eo casu distantia centri gravitatis a puncto suspensionis, adeoque distantia centri oscillationis crescit in infinitum, & celeritas oscillationis evadit nulla.

Quæ distantia centri oscillationis omnium minima pro data positione mutua massarum daturum; maximam haberi nullam.

342. Quoniam utraque distantia simul evanescere non potest, potest autem centrum oscillationis abire in infinitum; nulla erit maxima e longitudinibus penduli simplicis isochroni pendulo facto per suspensionem dati systematis; sed aliqua debet esse minima, suspensione quadam inducente omnium celerissimam dati systematis oscillationem. Ea vero minima debet esse, ubi illæ binæ distantia æquantur inter se: ibi enim evadit minima earum summa, ubi altera crescente, & altera decrescante, incrementa prius minora decrementis, incipiunt esse majora, adeoque ubi ea æquantur inter se. Quoniam autem illæ binæ distantia mutantur in eadem ratione, utut reciproca; incrementum alterius infinitesimum erit ad alterius decrementum in ratione ipsarum, nec ea æquari poterunt inter se, nisi ubi ipsæ distantia inter se æquales fiant. Tum vero illarum productum evadit utriuslibet quadratum, & longitudo penduli simplicis isochroni æquat eorum summam; ac proinde habetur hujusmodi theorema: Singulae massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis, ac productorum summa dividatur per summam massarum; & dupla radix quadrata quoti exhibebit minimam penduli simplicis isochroni longitudinem. Vel Geometricè sic: Pro quarvis massa capiatur recta, quæ ad distantiam cujusvis massæ a centro gravitatis sit in ratione subduplicata ejusdem massæ ad massarum summam: inveniatur recta, cujus quadratum æquetur quadratis omnium ejusmodi rectarum simul: & ipse duplum dabit questam longitudinem mediam, quæ brevissimam præstet oscillationem.

Superiora habere locum tantummodo, ubi

343. Hæc quidem omnia locum habent, ubi omnes massæ sint in unico plano perpendiculari ad axem rotationis, ut nimirum

mirum singulæ massæ possint connecti cum puncto suspensionis, & centro oscillationis. At ubi in diversis sunt planis, vel in plano non perpendiculari ad axem rotationis, oportet singulas massas connectere cum binis punctis axis, & cum centro oscillationis, ubi jam occurrit systema quatuor massarum in se mutuo agentium (q); & ratio virium, quæ in latius agant extra planum, in quo tres e massis jaceant, quæ perquisitio est operosior, sed multo fecundior, & ad problema plurima rite solvenda magni usus; sed quæ hucusque protuli, speciminis loco abunde sunt; mirum enim, quo in hujusmodi Theoria promovenda, & ad Mechanicam applicanda progredi liceat. Sic etiam in determinando centro percussionis, virgam tantummodo rectilineam considerabo, speciminis loco futuram, sive massas in eadem recta linea sitas, & mutuis actionibus inter se connexas.

omnes massæ sint in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis: transitus ad centrum percussionis.

344. Sint in fig. 65 massæ A, B, C, D connexæ inter se in recta quadam, quæ concipiatur revoluta circa punctum P in æ situm, & quæratur in eadem recta punctum quoddam Q, cujus motu impedito debeat impediri omnis motus earumdem massarum per mutuas actiones; quod punctum appellatur *centrum percussionis*. Quoniam systema totum gyrat circa P, singulæ massæ habebunt velocitates Aa, Bb &c proportionales distantis a puncto P, adeoque singularum motus, qui per mutuas vires motrices extingui debent, poterunt exprimi per $A \times AP$, $B \times BP$ &c. Quare vires motrices in iis debent esse proportionales iis motibus. Concipiantur singulæ connexæ cum punctis P, & Q, & quoniam velocitas puncti P erat nulla; ibi omnium actionum summa debeat esse = 0. summa autem earum, quæ habentur in Q, elidetur a vi externa percussione sustentente.

Preparatio ad inveniendum centrum percussionis massarum jacentium in eadem recta.

Fig. 65.

345. Quoniam actiones debent esse perpendiculares eidem rectæ jungenti massas, erit per theoremata numeri 314, ut PQ ad AQ , ita actio in A = $A \times AP$, ad actionem in P = $\frac{A \times AP \times AQ}{PQ}$, sive ob $AQ = PQ - AP$, erit ea actio $A \times$

Calculus cum ejus determinatione.

(q) Systema binarum massarum cum binis punctis connexarum, & inter se, sed adhuc in eodem plano jacentium, persecutus fueram ante aliquot annos; quod sibi a me communicatum exhibuit in sua Synopsi Physicæ Generalis P. Benvenutus, ut ibidem ipse innuit. Id inde excerptum habetur hic in Supplementis §. 5.

Habetur autem post idem supplementum & Epistola, quam delatus Florentiam scripsi ad P. Scherfferum, dum hoc ipsum opus relictum Viennæ ante tres menses jam ibidem imprimeretur, quæ quidem adjecta est in ipsa prima editione in fine operis. Ibi & theoriam virium massarum extendi ad casum massarum quatuor ita; ut inde generaliter deduci possit & equilibrium, & centrum oscillationis, & centrum percussionis, pro massis quocunque, & utcumque dispositis.

$A \times AP \times PQ - A \times AP^2$. Eodem pacto actio in P ex nexu cum B erit $\frac{B \times BP \times PQ}{PQ} = B \times BP^2$, & ita porro. Iis omnibus positis = 0, divisor communis PQ abit, & omnia positiva æquantur negativis. Erit igitur $A \times AP \times PQ + B \times BP \times PQ \&c = A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c$; quare $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c}{A \times AP + B \times BP \&c}$, quæ formula est eadem, ac formula centri oscillationis, ac habetur hujusmodi theoremata: *Distantia centri percussionis a puncto conversionis æquatur distantie centri oscillationis a puncto suspensionis*; adeoque hic locum habent in hoc casu, quæcunque de centro oscillationis superius dicta sunt.

Determinatio vis percussionis in ipso centro.

346. Quod si quis quærat vim percussionis in Q, hic habebit $QP \cdot AP :: A \times AP \cdot \frac{A \times AP^2}{PQ}$, quæ erit vis in Q ex nexu cum A. Eodem pacto inveniuntur vires ex reliquis: adeoque summa virium erit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{PQ} \&c$, sive ob $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP \&c}$, summa illa erit $A \times AP + B \times BP \&c$; & nimium ejusmodi vis erit æqualis summæ virium, quæ requiruntur ad sistendos omnes motus massarum A, B &c cum illis di versis velocitatibus progredientium, videlicet ejusmodi, quæ in massa percussione excipiente possit producere quantitatem motus æqualem toti motui, qui sistitur in massis omnibus, quod congruit cum lege actionis, & reactionis æqualium, & cum conservatione ejusdem quantitatis motus in eadem plagam, de quibus egimus num. 265, & 264.

Omitti hic multa, quæ ad hanc Theoriam pertinent, ad quam pertinet universa Mechanica.

347. Habent hic locum alia sane multa, quæ pertinent ad summas virium, quibus agunt massæ, compositarum e viribus, quibus agunt puncta, vel a Newtono, vel ab aliis demonstrata, & magni usus in Mechanica, & Physica: hujusmodi sunt ea omnia, quæ Newtonus habet sectione 12, & 13 libri 1 Princip. de attractionibus corporum sphericorum, & non sphericorum, quæ componantur ex attractionibus particularum; ubi habentur præclarissima theoremata tam pro viribus quibuscunque generaliter, quam pro certis virium legibus, ut illud, quod pertinet ad rationem reciprocâ duplicatâ distantiarum, in qua globus globum trahit, tanquam si omnis materia esset compenetrata in centris eorundem; punctum intra or-

sphæricum, vel ellipticum vacuum nullas vires sentit, elisis contrariis; intra globos plenos punctum habet vim directæ proportionalem distantia a centro; unde fit, ut in particulis exiguis ejusmodi vires fere evanescant, & ad hoc, ut vires adhuc etiam in iis sint admodum sensibiles, debeant decrescere in ratione multo majore, quam reciproca duplicata distantiarum. Hujusmodi etiam sunt, quæ Mac-Laurinus tradidit de sphæroide elliptico potissimum, quæ Clairautius de attractionibus pro tubulis capillaribus, quæ D' Alembertus, Eulerus, alique pluribus in locis persecuti sunt; quin omnis Mechanica, quæ agit vel de æquilibrio, vel de motibus, seclusa omni impulsione, huc pertinet, & ad diversos arcus reduci potest curvæ nostræ, qui possunt esse quantumlibet multi, habere quasvis amplitudines, sive distantias limitum, & areas, quæ sint inter se in ratione quacunque, ac ad curvas quascunque ibi accedere, quantum libuerit; sed res in immensum abiret, & satis est, ea omnia innuisse.

348. Addam nonnulla tantummodo, quæ generaliter pertinent ad pressionem, & velocitatem fluidorum. Tendant directione quacunque AB puncta disposita in eadem recta in fig. 66 vi quadam externa respectu systematis eorum punctorum, cujus actionem mutuis viribus elidant ea puncta, & sint in æquilibrio. Inter primum punctum A, & secundum ipsi proximum debet esse vis repulsiva, quæ æquetur vi externæ puncti A. Quare urgebitur punctum secundum hac vi repulsiva, & præterea vi externæ suæ. Hinc vis repulsiva inter secundum, & tertium punctum debet æquari vi huic utrique, adeoque erit æqualis summæ virium externarum puncti primi, & secundi. Adjecta igitur sua vi externa tendet deorsum cum vi æquali summæ virium externarum omnium trium; & ita porro progrediendo usque ad B, quodvis punctum urgebitur deorsum vi æquali summæ virium externarum omnium superiorum punctorum.

349. Quod si non in directum disposita sint, sed utcunque dispersa per parallelepipedum, cujus basim perpendicularem directioni vis externæ exprimat recta FH in fig. 67, & FE GH faciem ipsi parallelam; adhuc facile demonstrari potest componendo, vel resolvendo vires; sed & per se patet, vires repulsivas, quas debet ipsa basis exercere in particulas sibi proximas, & ad quas vis ejus mutua pertinebit, fore æquales summæ omnium superiorum virium externarum; atque id erit commune tam solidis, quam fluidis. At quoniam in fluidis particulæ possunt ferri directione quacunque, quod unde proveniat, videbimus in tertia parte; quævis particula, ut ibidem videbimus, in omnem plagam urgebitur viribus æqualibus, & urgebit sibi proximas, quæ pressionem in alias propagabunt ita, ut, quæ sint in eodem plano LI, parallelo FH, in cujus directione nulla

Pressio fluidorum si puncta sint in recta verticali.

Fig. 66.

Eadem punctis utcunque dispersis, & cum omnibus directionibus agens.

Fig. 67.

nulla vis externa agit, vires ubique eadem sint. Quamobrem quævis particula sita ubicunque in ea recta in N, habebit eandem vim tam versus planum EF, quam versus planum EG, & versus FH, quam habet particula collocata in eadem linea in MK etiam, ubi addantur parietes AM, CK paralleli FE, cum planis LM, KI, parallelis FH, nimirum vi, quæ respondet altitudini MA: ac particula sita in O prope basim FH urgebitur, ut quaquaversum, ita & versus ipsam, iisdem viribus, quibus particula sita in BD sub AC. Ipsam urgebunt particulae in eodem plano horizontali jacentes, & accedet ad omnes fluidi, & baseos particulas, donec vi contraria elidatur vis ejus tota ab ejusmodi pressione derivata. Quamobrem basis FH a fluido tanto minore FL MACKIH sentiet pressionem, quam sentiret a toto fluido FE GH: superficies autem LM sentiet a particulis N vim æqualem vi massæ LEAM, accedentibus ad ipsam particulis, donec vis mutua repulsiva ei vi æquetur.

Inde, cur ex quo fluidi pondere fieri possit ingens pressio.

350. Hinc autem patet, cur in fluidis nostris gravitate præditis basis FH sentiat pressionem tanto majorem massæ fluidæ incumbentis pondere, & cur pondere perquam exiguo fluidi AMCK elevetur pondus collocatum supra LM etiam immane, ubi repagulum LM sit ejusmodi, ut pressioni fluidi parere possit, quemadmodum sunt coriacea. At totum vas FL MACKIH bilanci impositum habebit pondus æquale ponderi suo, & fluidi contenti tantummodo: nam superficies vasis LM, KI horizontalis vi repulsiva mutua urgebit sursum, quantum urget deorsum puncta omnia N versus O, & illa pressio tantundem imminuit vim, quam in balancem exercet vas, ac tota vis ipsius habebitur dempta pressione sursum superficiei LM, KI a pressione fundi FH facta deorsum: & pariter se mutuo elident vires exercitæ in parietes oppositos. Atque hæc Theoria poterit applicari facile aliis etiam figuris quibuscunque. Respondebit semper pressio superficiei, & toti ponderi fluidi, quod habeat basim illi superficiei æqualem, & altitudinem ejusmodi, quæ usque ad supremam superficiem pertinet inde accepta in directione illius externæ vis.

Pressio fluidorum cum compressione sensibili unde proveniat in hac Theoria.

351. Quod si vires particularum repulsivæ sint ejusmodi, ut ad eas multum augendas requiratur mutatio distantia, quæ ad distantiam totam habeat rationem sensibilem; tum vero compressio massæ erit sensibilis, & densitas in diversis altitudinibus admodum diversa: sed in iisdem horizontalibus planis eadem. Si vero mutatio sufficiat, quæ rationem habet prorsus insensibilem ad totam distantiam; tum vero compressio sensibilis nulla erit, & massa in fundo eandem habebit ad sensum densitatem, quam prope superficiem supremam. Id pendet a lege virium mutua inter particulas, & a curva, quæ illam exprimit.

mit. Exprimat in fig. 68. AD distantiam quandam, & asumpta BD ad AB in quacunq[ue] ratione utcunq[ue] parva, vel utcunq[ue] sensibili, capiantur rectæ perpendiculares DE, BF itidem in quacunq[ue] ratione minoris inæqualitatis utcunq[ue] magna: poterit utique arcus MN curvæ experimentis mutuas particularum vires transire per illa puncta E, F, & exhibere quodcunq[ue] pressionis incrementum cum quacunq[ue] pressione utcunq[ue] magna, vel utcunq[ue] insensibili.

352. Compressionem ingentem experimur in aere, quæ in eo est proportionalis vi comprimenti. Pro eo casu demonstravit Newtonus Princ. Lib. 3. prop. 23, vim particularum repulsivam mutuam debere esse in ratione reciproca simpliciter distantiarum. Quare in iis distantis, quas habere possunt particulae aeris perseverantis cum ejusmodi proprietate, & formam aliam non inducentis (nam & aerem posse e volatili fieri fixum, Newtonus innuit, ac Halesius imprimis uberrime demonstravit), oportet, arcus MN accedat ad formam arcus hyperbolæ conicæ Apollonianæ. At in aqua compressio sensibilis habetur nulla, utcunq[ue] magnis ponderibus comprimatur. Inde aliqui inferunt, ipsam elastica vi carere, sed perperam; quin immo vires habere debet ingentes distantis utcunq[ue] parum imminutis; quanquam eadem particulae debent esse prope limites, nam & distractioni resistit aqua. Infinita sunt curvarum genera, quæ possunt rei satisfacere, & satis est, si arcus EF directionem habeat fere perpendicularem axi AC. Si curvam cognitam adhibere libeat; satis est, ut arcus EF accedat plurimum ad logisticam, cujus subtangens sit perquam exigua respectu distantiae AD. Demonstratur passim, subtangentem logisticæ ad intervallum ordinarum exhibens rationem duplicem esse proxime ut 14 ad 10; & eadem subtangens ad intervallum, quod exhibeat ordinatas in quacunq[ue] magna ratione inæqualitatis, habet in omnibus logisticis rationem eandem. Si igitur minuat subtangens logisticæ, quantum libuerit; minuetur utique in eadem ratione intervallum BD respondens cuicunq[ue] rationi ordinarum BF, DE, & accedet ad æqualitatem, quantum libuerit, ratio AB ad AD, a qua pendet compressio; & cujus ratio reciproca triplicata est ratio densitatum, cum spatia similia sint in ratione triplicata laterum homologorum, & massa compressa possit cum eadem nova densitate redigi ad formam similem. Quare poterit haberi incrementum vis comprimentis in quacunq[ue] ingenti ratione auctæ cum compressione utcunq[ue] exigua, & ratione densitatum utcunq[ue] accedente ad æqualitatem. Verum ubi ordinata ED jam satis exigua fuerit, debet curva recedere plurimum ab arcu logisticæ, ad quem accesserat, & qui in infinitum protenditur ex parte eadem, ac debet accedere ad axem AC, & ipsum fecare, ut habeantur deinde vires attractivæ, quæ ingentes etiam esse possunt; tum post exiguum intervallum debet haberi alius arcus

Fig. 68.

Compressio aëris a qua vi proveniat: aquæ compressio cur ad sensum nulla: unde mutatio in vapores tam elasticos.

X

re-

repulsivus, recedens plurimum ab axe, qui exhibeat vires illas repulsivas ingentes, quas habent particulae aquæ, ubi in vapores abierunt per fermentationem, vel calorem.

Ubi pressio proportionalis altitudini, & unde.

353. In casu densitatis non immutatæ ad sensum, & virium illarum parallelarum æqualium, uti eas in gravitate nostra concipimus, pressiones erunt ut bases, & altitudines; nam numerus particularum paribus altitudinibus respondens erit æqualis, adeoque in diversis altitudinibus erit in earum ratione; virium autem æqualium summæ erunt ut particularum numeri. Atque id experimur in omnibus homogeneis fluidis, ut in Mercurio, & aqua.

Quomodo fiat acceleratio in effluxu.

354. Ubi factio foramine liber exitus relinquatur ejusmodi massæ particulis, erumpent ipsæ velocitatibus, quas acquirunt, & quæ respondebunt viribus, quibus urgentur, & spatio, quo indigent, ut recedant a particulis se insequentibus; donec vis mutua repulsiva jam nulla sit. Prima particula relicta libera statim incipit moveri vi illa repulsiva, qua premebatur a particulis proximis: utcunq[ue] parum illa recesserit, jam secunda illi proxima magis distat ab ea, quam a tertia, adeoque movetur in eandem plagam, differentia virium accelerante motum; & eodem pacto aliæ post alias ita, ut tempusculo utcunq[ue] exiguo omnes aliquem motum habeant, sed initio eo minorem, quo posteriores sunt. Eo pacto discedunt a se invicem, & semper minuitur vis accelerans motum, donec ea evadat nulla; quæ immo etiam aliquanto plus æquo a se invicem deinde recedunt particulae, & jam attractivis viribus retrahuntur, accedentes iterum, non quod retro redeant, sed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam posteriores; tum iterum aucta vi repulsiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oscillationes habentur quadam hinc, & inde.

Unde velocitas aquæ effluentis subduplicata altitudinis.

355. Velocitates, quæ remanent post exiguum quoddam determinatum spatium, in quo vires mutua, vel nullæ jam sunt, vel æque augentur, & minuuntur, pendunt ab area curvæ, cujus axis partes exprimant non distantias a proxima particula, sed tota spatia ab initio motus percurfa, & ordinatæ in singulis punctis axis exprimant vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in effluxu aquæ experimur in ratione subduplicata altitudinum, adeoque subduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, si id spatium sit ejusdem longitudinis, & vires in singulis punctis respondentibus ejus spatii sint in ratione primæ illius vis. Tum enim area totæ erunt ut ipsæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipsæ vires. Infinita sunt curvarum genera, quæ rem exhibere possunt; verum id ipsum ad sensum exhibere potest etiam arcus alterius logisticæ cujuspiam amplioris illa, quæ exhibuit distantias singularum particularum. Sit ea in fig. 69 MFIN. Tota ejus area infinita ad partes CN asymptotica a quavis ordinata æqua-

Fig. 69.

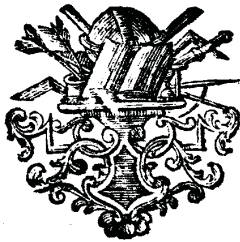
æquatur producto sub ipsa ordinata, & subtangente constanti. Quare ubi ordinata ED jam est perquam exigua respectu ordinarum BF, HI, tota area CDE N respectu CBFN insensibilis erit, & areæ CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt, ut vires initiales BF, HI.

356. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia pressionibus, sive altitudinibus. Ut autem velocitas absoluta sit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a superficie suprema, quod in aqua experimur ad sensum; debet præterea tota ejusmodi area æquari rectangulo facto sub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, sive vis repulsivæ, quam in se mutuo exercent binæ particulæ, quæ se primo repellunt, sustinente inferiore gravitatem superioris, & sub tota altitudine. Deberet eo casu esse totum pondus BF ad illam vim, ut est altitudo tota fluidi ad subtangentem logarithicæ, si FE est ipsius logarithicæ arcus. Est autem pondus BF ad gravitatem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unitatem, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad distantiam primarum particularum. Quare subtangens illius logarithicæ deberet æquari illi distantie primarum particularum, quæ quidem subtangens erit itidem idcirco perquam exigua.

357. An in omnibus fluidis habeatur ejusmodi absoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu respondeant altitudinibus; per experimenta videndum est, ut constet, an curvæ virium in omnibus sequantur superiores leges, an diversas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Physicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte persequar. Hæc interea speciminis loco sint satis ad immensam quandam hujusce campi fecunditatem indicandam utcunque.

Quid requiritur, ut velocitas sit æqualis illi, quæ habetur cadendo per altitudinem.

Tentandum an in omnibus fluidis id accidat. Transitus ad partem tertiam.



P A R S I I I .

Applicatio Theoriæ ad Physicam.

Agendum hic primo de generalibus proprietatibus corporum, tum, tum de discrimine inter varias species.

358. **I**N secunda hujusce Operis parte, dum Theoriam meam applicarem ad Mechanicam, multa identidem immiscui, quæ applicationi ad Physicam sternerent viam, & vero etiam ad eandem pertinerent; at hic, quæ pertinent ad ipsam Physicam, ordinatius persequar; & primo quidem de generalibus agam proprietatibus corporum, quas omnes omnino exhibet illa lex virium, quam initio primæ partis exposui; tum ex eadem præcipua discrimina deducam, quæ inter diversas observamus corporum species, & mutationes, quæ ipsis accidunt, alterationes, atque transformationes evolvam.

Enumeratio earum, de quibus agetur, & ordo.

359. Primum igitur agam de Impenetrabilitate, de Extensioe, de Figurabilitate, de Mole, Massa, & Densitate, de Inertia, de Mobilitate, de Continuitate motuum, de Æqualitate Actionis & Reactionis, de Divisibilitate, & Componibilitate, quam ego divisibilitati in infinitum substituo, de Immutabilitate primorum materiæ elementorum, de Gravitate, de Cohæsione, quæ quidem generalia sunt. Tum agam de Varietate Naturæ, & particularibus proprietatibus corporum, nimirum de varietate particularum, & massarum multiplici, de Solidis, & Fluidis, de Elasticis, & Mollibus, de Principiis Chemicarum Operationum, ubi de Dissolutione, Præcipitatione, Adhæsione, & Coalescentia, de Fermentatione, & emissione Vaporum, de Igne, & emissione Luminis; ac ipsis præcipuis proprietatibus, de Odore, de Sapore, de Sono, de Electricitate, de Magnetismo itidem aliquid innuam sub finem; ac demum ad generaliora regressus, quid Alterationes, Corruptiones, Transformationes mihi sint, explicabo. Verum in horum pluribus rem a mea Theoria deducam tantummodo ad communia principia, ex quibus peculiare singulorum tractatus pendent; ac alicubi methodum indicabo tantummodo, quæ ad rei perquisitionem aptissima mihi videatur.

Impenetrabilitas unde in hac Theoria.

360. Impenetrabilitas corporum a mea Theoria omnino sponte fluit; si enim in minimis distantis agunt vires repulsivæ, quæ iis in infinitum imminutis crescunt in infinitum ita, ut pares sint extinguendæ cuilibet velocitati utcunque magnæ, utique non potest ulla finita vis, aut velocitas efficere, ut distantia duorum punctorum evanescat, quod requiritur ad compenetrationem; sed ad id præstandum infinita Divina virtus, quæ infinitam vim exercent, vel infinitam producat velocitatem, sola sufficit.

361. Præter hoc impenetrabilitatis genus, quod a viribus repulsivis oritur, est & aliud, quod provenit ab inextensione punctorum, & quod evolvi in dissertationibus *De Spatio, & Tempore*, quas ex Stayanis Supplementis huc transtuli, & habetur hic in fine Supplementorum §. 1, & 2. Ibi enim ex eo, quod in spatio continuo numerus punctorum loci sit infinitus infinitus, & numerus punctorum materiæ finitus, erui illud: nullum punctum materiæ occupare unquam punctum loci, non solum illud, quod tunc occupat aliud materiæ punctum, sed nec illud, quod vel ipsum, vel ullum aliud materiæ punctum occupavit unquam. Probatio inde petitur, quod si ex casibus ejusdem generis una classis infinities plures contineat, quam altera, infinities improbabilius sit, casum aliquem, de quo ignoremus, ad utram classem pertineat, pertinere ad secundam, quam ad primam. Ex hoc autem principio id etiam immediate consequitur; si enim una massa projiciatur contra alteram, & ab omnibus viribus repulsivis abstrahamus animum; numerus projectionum, quæ aliquod punctum massæ projectæ dirigant per rectam transeuntem per aliquod punctum massæ, contra quam projicitur, est utique finitus; cum numerus punctorum in utraque massa finitus sit; at numerus projectionum, quæ dirigant puncta omnia per rectas nulli secundæ massæ puncto occurrentes, est infinities infinitus, ob puncta spatii in quovis plano infinities infinita. Quamobrem, habita etiam ratione infinitorum continui temporis momentorum, est infinities improbabilius primus casus secundo; & in quacunque projectione massæ contra massam nullus habebitur immediatus occurfus puncti materiæ cum altero puncto materiæ, adeoque nulla compenetratio, etiam independentem a viribus repulsivis.

362. Si vires repulsivæ non adefsent; omnis massa libere transiret per aliam quamvis massam, ut lux per vitra, & gemmas transit, ut oleum per marmora insinuatur; atque id semper fieret sine ulla vera compenetracione. Vires, quæ ad aliquod intervallum extenduntur satis magnæ, impediunt ejusmodi liberum commeatum. Porro hic duo casus distinguendi sunt; alter, in quo curva virium non habeat ullum arcum asymptoticum cum asymptoto perpendiculari ad axem, præter illum primum, quem exhibet figura 1, cujus asymptotus est in origine abscissarum; alter, in quo adsint alii ejusmodi arcus asymptotici. In hoc secundo casu si sit aliqua asymptotus ad aliquam distantiam ab origine abscissarum, quæ habeat arcum citra se attractivum, ultra repulsivum cum area infinita, ut juxta num. 188 puncta posita in minore distantia non possint acquirere distantiam majorem, nec, quæ in majore sunt, minorem; tum vero particula composita ex punctis in minore distantia positis, esset prorsus impenetrabilis a particula posita in majore distantia ab ipsa, nec ulla finita velocitate posset cum illa commiseri, & in ejus locum irrumpere; & si duæ habeantur

Aliud impenetrabilitatis genus: proprium huic Theoriæ.

Sine viribus repulsivis debere haberi compenetracionem apparentem. Quid ea præsent in particulis, & velocitatem, potissimum si habeantur asymptoti.

asymptoti ejusmodi satis proximæ, quarum citerior habeat ulterius crus repulsivum, ulterior citerius attractivum cum areis infinitis, tum duo puncta collocata in distantia a se invicem intermedia inter distantias earum asymptotorum, nec possent ulla finita vi, aut velocitate acquirere distantiam minorem, quam sit distantia asymptoti citerioris, nec majorem, quam sit ulterioris; & cum ex duæ asymptoti possint esse utcumque sibi invicem proximæ; illa puncta possent esse necessitata ad non mutandam distantiam intervallo utcumque parvo. Si jam in uno plano sit series continua triangulorum æquilaterorum habentium eas distantias pro lateribus, & in singulis angulis poneretur quicumque numerus punctorum ad distantiam inter se satis minorem ea, qua distent illæ duæ asymptoti, vel etiam puncta singula; fieret utique velum quoddam indissolubile, quod tamen esset plicatile in quavis e rectis continentibus triangulorum latera, & posset etiam plicari in gyrum more veterum voluminum.

Solidum indissolubile, & impenetrabile.

363. Si autem sit solidum compositum ex ejusmodi velis, quorum alia ita essent aliis imposita, ut punctum quodlibet superioris veli terminaret pyramidem regularem habentem pro basi unum e triangulis veli inferioris, & in singulis angulis collocarentur puncta, vel massæ punctorum; id esset solidissimum, & ne plicatile quidem; etiamsi crassitudo unicam pyramidem seriem admitteret. Possent autem esse dispersa inter latera illius veli, vel hujus muri, puncta quotcumque, nec eorum ullum posset inde egredi ad distantiam a punctis positus in angulis veli, vel muri, majorem illa distantia ulterioris asymptoti. Quod si præterea ultra asymptotum ulteriorem haberetur area repulsiva infinita; nulla externa puncta possent percurrere nec murum, nec velum ipsum, vel per vacua spatiosa transire, utcumque magna cum velocitate advenirent; cum nullum in triangulo æquilatero sit punctum, quod ab aliquo ex angulis non distet minus, quam per latus ipsius trianguli.

Aliasatio acquirendi impenetrabilitatem, & nexum per asymptotos remotas ab origine abscissarum.

364. Quod si ejusmodi binæ asymptoti inter se proximæ sint in ingenti distantia a principio abscissarum, & in distantia media inter earum binas distantias ab ipso initio ponantur in cuspidibus trianguli æquilateri tria puncta materiæ, tum in cuspide pyramidis regularis habentis id triangulum æquilaterum pro basi ponantur quotcumque puncta, quæ inter se minus distent, quam pro distantia illarum asymptotorum; massula constans hisce punctis erit indissolubilis; cum nec ullum ex iis punctis possit acquirere distantiam a reliquis, nec reliqua inter se distantiam minorem distantia asymptoti citerioris, & majorem distantia ulterioris, & ipsa hæc particula impenetrabilis a quovis puncto externo materiæ, cum nullum ad reliqua illa tria puncta possit ita accedere, si distat magis, vel recedere, si minus, ut acquirat distantiam, quam habent puncta ejus massæ. Ejusmodi massis ita cohibitis per terna puncta ad maximas distantias sita posset integer constare Mundus, qui haberet

beret in suis illis massulis, seu primigeniis particulis impenetrabilitatem continuam prorsus insuperabilem, sine ulla extensione continua, & indissolubilitatem itidem insuperabilem etiam sine ullo mutuo nexu inter earum puncta, per solum nexum, quem haberent singula cum illis tribus punctis remotis.

365. In omnibus hisce casibus habetur in massa non continua vis ita continua, ut nulla ne apparens quidem compenetratio, & permixtio haberi possit æque, ac in communi sententia de continua impenetrabilis materiz extensione. Quod autem in illo velo, vel muro exhibuit triangulorum, & pyramidum series, idem obtineri potest per figuras alias quamplurimas, & id multo pluribus adhuc modis obtineretur; si non in unica, sed in pluribus distantis essent ejusmodi asymptotica repagula cum impenetrabilitate continua per non continuam punctorum dispersorum dispositionem.

366. At in primo illo casu, in quo nulla habetur ejusmodi asymptotus præter primam, res longe alio modo se haberet. Patet in eo casu illud, si velocitas imprimi possit massæ cuiuspiam satis magna; fore, ut ea transeat per massam quancunque sine ulla perturbatione suarum partium, & sine ulla partium alterius: nam vires, ut agant, & motum aliquem finitum sensibilem gignant, indigent continuo tempore, quo imminuto in immensum, uti imminuitur, si velocitas in immensum augeatur, imminuitur itidem in immensum earum effectus. Rei ideam exhibebit globulus ferreus, qui debeat transire per planum, in quo dispersæ sint hac, illac plurimæ massæ magneticæ vim habentes validam satis. Si is globus cum velocitate non ita ingenti projiciatur per directionem etiam, quæ in nullam massam debeat incurrere; progredi ultra illas massas non poterit; sed ejus motus sistetur ab illarum attractionibus. At si velocitas sit satis magna, ut actiones virium magneticarum satis exiguo tempore durare possint, prætervolabit utique, nullo sensibili damno ejus velocitati illato.

367. Quin immo ibi considerandum & illud: si velocitas ejus fuerit exigua, ipsum globum facile sisti, exiguo motu a vi mutua æquali, seu reactione, impresso magnetibus, quo per solam plani frictionem, & mutuas eorum vires impedito, exigua in eorum positionibus mutatio fiat. Si velocitas impressa aliquantulum creverit; tum mutatio in positione magnetum major fiet, & adhuc sistetur globuli motus; sed si velocitas fuerit multo major, globulus autem transeat satis prope aliquas e massis magneticis; ab actione mutua inter ipsum, & eas massas communicabitur satis ingens motus iis ipsis massis, quo possint etiam ipsum non nihil retardatum, sed adhuc progredientem sequi, avulsæ a cæteris, quæ ob actiones in majore distantia minores, & brevitate temporis, remaneant ad sensum immotæ, & nihil turbatæ. Sed si velocitas

In iis & aliis casibus resistentia continua sine continuo faciente vim, & absoluta impenetrabilitas.

Sine asymptoto omnes substantias permeabiles fore ab aliis; si iis satis magnas velocitas imprimatur. Exemplum globuli ferrei inter magnetes transeuntis.

Diversi effectus relate ad magnetes pro diversis velocitatibus ejus globuli.

citas ipsa adhuc augetur, quantum est opus, eo deveniri possit; ut massa utcunque proxima in globuli transitu nullum sensibilem motum auferret illi, & ipsa sibi acquireret.

Inde facilis explicatio phaenomeni, quo globus sclopeto explosus perforat plana mobilia, nec movetur: cur luminata tanta velocitas.

368. Porro ejusmodi exemplum intueri licet, ubi globus aliquis contra obstaculum aliquod projicitur, quod, si satis magnam velocitatem habet, concutit totum, & diffringit, ac eo majorem effectum edit, quo major est velocitas, ut in muris arcium accidit, qui tormentariis globis impetuntur. At ubi velocitas ad ingentem quandam magnitudinem devenit; nisi satis solida sit compages obstaculi, five vires cohesionis satis validæ; jam non major effectus fit, sed potius minor, foramine tantum excavato, quod æquetur ipsi globo. Id experimur; si globus ferreus explodatur sclopeto contra portam ligneam, quæ licet semiaperta sit, & summam habeat super suis cardinibus mobilitatem; tamen nihil prorsus commoveatur; sed excavatur tantummodo foramen æquale ad sensum diametro globi, quod in mea Theoria multo facilius utique intelligitur, quam si continuo nexu partes perfecte solidæ inter se compacterentur, & conjungerentur. Nimirum, ut in superiore magnetum casu, particulæ globi secum abripiunt particulas ligni, ad quas accesserunt magis, quam ipsæ ad sibi proximas accederent, & brevitatis temporis non permittit viribus illis, a quibus distantium ligni punctorum nexus præstabitur, ut in iis motus sensibilis haberetur, qui nexum cum aliis sibi proximis a vi mutua ortum dissolveret, aut illis, & toti portæ satis sensibilem motum communicaret. Quod si velocitas satis adhuc augeri posset; ne iis quidem avulsis massa per massam transvolaret, nulla sensibili mutatione facta, & sine vera compenetracione haberetur illa apparens compenetratio, quam habet lumen, dum per homogeneum spatium liberrimo rectilineo motu progreditur; quam ipsam fortasse ob causam Divinus Naturæ Opifex tam immanem luci velocitatem voluit imprimi, quantam in ea nobis ostendunt eclipses Jovis satellitum, & annua fixarum aberratio, ex quibus Roemerus, & Bradleyus deprehenderunt, lumen semiquadrante horæ percurrere distantiam æqualem distantie Solis a Terra, five plura milliariorum millia singulis arteriæ pulsibus.

Cur in cinere remaneat illæsa forma plantæ avolante parte volatili per ignem.

369. Ac eodem pacto, ubi herbarum forma in cinere cum tenuissimis filamentis remanet intacta, avolantibus oleosis partibus omnibus sine ulla læsione structuræ illarum, id quidem admodum facile intelligitur, qui fiat: ibi nova vis excitata ingentem velocitatem parit brevi tempore, quæ omnem alium effectum impediatur virium mutuarum inter olea, & cineres, oleaginosi particulis inter terreas cum hac apparenti compenetracione liberrime avolantibus sine ullo immediato impactu, & incurfu.

Compenetratio apparens,

370. Quod si ita res habet; liceret utique nobis per occlusas ingredi portas, & per durissima transvolare murorum septa

pta sine ullo obstaculo, & sine ulla vera compenetracione, si nimirum satis magnam velocitatem nobis ipsis possemus imprimere, quod si Natura nobis permisisset, & velocitates corporum, quæ habemus præ manibus, ac nostrorum digitorum celeritates solerent esse satis magnæ; apparentibus ejusmodi continuis compenetracionibus assueti, nullam impenetrabilitatis haberemus ideam, quam mediocritati nostrarum virium, & velocitatum, ac experimentis hujus generis a sinu materno, & prima infantia usque adeo frequentibus, & perpetuo repetitis debemus omnem.

371. Ex impenetrabilitate oritur extensio. Ea sita est in eo, quod aliæ partes sint extra alias: id autem necessario haberi debet; si plura puncta idem spatii punctum simul occupare non possint. Et quidem si nihil aliunde sciremus de distributione punctorum materiæ; ex regulis probabilitatis constaret nobis, dispersa esse per spatium extensum in longum, latum, & profundum, atque ita constaret, ut de eo dubitare omnino non liceret, adeoque haberemus extensionem in longum, latum, & profundum ex eadem etiam sola Theoria deductam. Nam in quovis plano pro quavis recta linea infinita sunt curvarum genera, quæ eadem directione egressæ e dato puncto extenduntur in longum, & latum respectu ejusdem rectæ, & pro quavis ex ejusmodi curvis infinitæ sunt curvæ, quæ ex illo puncto egressæ habeant etiam tertiam dimensionem per distantiam ab ipso. Quare sunt infinites plures casus positionum cum tribus dimensionibus, quam cum duabus solis, vel unica, & idcirco infinites major est probabilitas pro uno ex iis, quam pro uno ex his, & probabilitas absolute infinita omnem eximit dubitationem de casu infinite improbabili, ut-ut absolute possibili. Quin immo si res rite consideretur, & numeri casuum inter se conferantur; inveniemus, esse infinite improbabile, uspiam jacere prorsus accurate in directum plura, quam duo puncta, & accurate in eodem plano plura, quam tria.

372. Hæc quidem extensio non est mathematice, sed physice tantum continua: at de præjudicio, ex quo ideam omnino continuæ extensionis ab infantia nobis efformavimus, satis dictum est in prima Parte a num. 158; ubi etiam vidimus, contra meam Theoriam non posse afferri argumenta, quæ contra Zenonistas olim sunt facta, & nunc contra Leibnitianos militant, quibus probatur, extensum ab inextenso fieri non posse. Nam illi inextensa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non potest, cum inextensa contigua debeant compenetrari, dum ego inextensa admitto a se invicem disjuncta. Nec vero illud vim ullam contra me habet, quod nonnulli adhibent, dicentes, hujusmodi extensionem nullam esse, cum constet punctis penitus inextensis

Extensio necessario profluens a viribus repulsivis.

Extensum ejusmodi esse physice, non mathematice continuum: realem esse: in quo id consistat.

Y

lis

sis, & vacuo spatio, quod est purum nihil. Constat per me non solis punctis, sed punctis habentibus relationes distantiarum a se invicem: eæ relationes in mea Theoria non constituuntur a spatio vacuo intermedio, quod spatium nihil est actu existens, sed est aliquid solum possibile a nobis indefinite conceptum, nimirum est possibilitas realium modorum localium existendi cognita a nobis secludentibus mente omnem hiatus, uti exposui in prima Parte num. 142, & fusius in ea dissertatione De Spatio & Tempore, quam hic ad calcem adjicio; constituuntur a realibus existendi modis, qui realem utique relationem inducunt realiter, & non imaginarie tantum diversam in diversis distantis. Porro si quis dicat, puncta inextensa, & hocce existendi modos inextensos non posse constituere extensum aliquid; reponam facile, non posse constituere extensum mathematice continuum, sed posse extensum physice continuum, quale ego unicum admitto, & positivis argumentis evinco, nullo argumento favente alteri mathematice continuo extenso, quod potius etiam independentem a meis argumentis difficultates habet quamplurimas. Id extensum, quod admitto, est ejusmodi, ut puncta materiæ alia sint extra alia, ac distantias habeant aliquas inter se, nec omnia jaceant in eadem recta, nec in eodem plano omnia, sint vero multa ita proxima, ut eorum intervalla omnem sensum effugiant. In eo sita est extensio, quam admitto, quæ erit reale quidpiam, non imaginarium, & erit physice continua.

373. At erit fortasse, qui dicet, sublata extensione absolute mathematica tolli omnem Geometriam. Respondeo, Geometriam non tolli, quæ considerat relationes inter distantias, & inter intervalla distantis intercepta, quæ mente concipimus, & per quam ex hypothefibus quibusdam conclusiones cum iis connexas ex primis quibusdam principiis deducimus. Tollitur Geometria actu existens, quatenus nulla linea, nulla superficies mathematice continua, nullum solidum mathematice continuum ego admitto inter ea, quæ existunt; an autem inter ea, quæ possunt existere, habeantur, omnino ignoro. Sed aliquid ejusmodi in communi etiam sententia accidit. Nulla existit revera in Natura recta linea, nullus circulus, nulla ellipsis, nec in ejusmodi lineis accurate talibus fit motus ullus, cum omnium Planetarum, & Terræ in communi sententia motus habeantur in curvis admodum complicatis, atque altissimis, & ut est admodum probabile, transcendentibus. Nec vero in magnis corporibus ullam habemus superficiem accurate planam, & continuam, aut sphericam, aut cujusvis e curvis, quas Geometræ contemplantur, & plerique ex iis ipsis, qui solida volunt elementa, simplices ejusmodi figuras ne in ipsis quidem elementis admittent.

Quomodo existat Geometria sublato continuo actu existente.

374. Quamobrem Geometria tota imaginaria est, & ideam imaginarium; lis, sed propositiones hypotheticæ, quæ inde deducuntur, sunt

sunt veræ, & si existant conditiones ab illa assumptæ, existent utique & conditionata inde eruta, ac relationes inter distantias punctorum imaginarias ope Geometriæ ex certis conditionibus deductæ, semper erunt reales, & tales, quales eas invenit Geometria, ubi illæ ipsæ conditiones in realibus punctorum distantibus existant. Ceterum ubi de realibus distantibus agitur, nec illud in sensu physico est verum, ubi punctum interiaret aliis binis in eadem recta positis, a quibus æque distet, binas illas distantias fore partes distantie punctorum extremorum juxta ea quæ diximus num. 67. Physice distantia puncti primi a secundo constituitur per puncta ipsa, & binos reales ipsorum existendi modos, ita & distantia secundi a tertio; quorum summa continet omnia tria puncta cum tribus existendi modis, dum distantia primi a tertio constituitur per sola duo puncta extrema, & duos ipsorum existendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorsus eadem. Illæ duæ sunt partes illius tertie tantummodo in imaginario, & geometrico statu, quæ concipit indefinite omnes possibiles intermedios existendi modos locales, & per eam cognitionem abstractam concipit continua intervalla, ac eorum partes assignat, & ope ejusmodi conceptuum ratiocinationes instituit ab assumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non nisi ad verum possunt deducere, sed quod verum sit tantummodo, si rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua distantia duorum punctorum sit æqualis distantie aliorum duorum, situm est in ipsa natura illorum modorum, quibus existunt, non in eo, quod illi modi, qui eam individuum distantiam constituunt, transferri possint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ distantie habetur immediate in ipsa essentia, & natura illorum modorum. Vel si potius velimus illam referre ad distantiam æqualem; dici poterit, eam esse duplam alterius, quæ talis fit, ut si alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem distantiam ex parte altera; distantia nova hujus tertii a primo sit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & sic de reliquis, ubi ad realem statum transitur. Neque enim in statu reali haberi potest usquam congruentia duarum magnitudinum in extensione, ut haberi nec in tempore potest unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in statu reali haberi potest, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempea transfertur ex uno loco in alium, succedunt alii, atque alii punctorum extremorum existendi modi, qui relationes inducunt distantiarum ad sensum æqualium: ea æqualitas a nobis supponitur ex causis, nimirum ex mutuo nexu per vires mutuas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum hesternâ, itidem æqualitate supposita ex causis, sed loco suo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci nequaquam potest. Verum hæc omnia ad Metaphysicam potius pertinent, & ea fusius cum omnibus

quid reale: elegans analogia loci cum tempore in ordine ad æqualitatis mensuras.

loci, ac temporis relationibus persecutus sum in memoratis dissertationibus, quas hic in fine subjucio.

Figurabilitas orta ab extensione: quid sit figura, & quam vaga, & incerta sit ejus idea etiam in communi sententia.

375. Ex extensione oritur figurabilitas, cum qua connectitur moles, & densitas supposita massa. Quoniam puncta disperguntur per spatium extensum in longum, latum, & profundum; spatium, per quod extenduntur, habet suos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipsa natura, & existentem in re, possunt agnoscere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipsa solida, atque compacta, & continua, & qui ab inextensis extensum continuum componi posse arbitrantur, ubi nimirum tota illa materia superficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hisce, quæ nobis sub sensum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime distincta, est admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter exposui agens superiore anno de figura Telluris in dissertatione inserta postremo Bononiensium Actorum tomo, in qua continetur Synopsis mei operis de Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem, ubi sic habeo: *Inprimis hoc ipsum nomen figuræ terrestris, quod certam quandam, ac determinatam significationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, que maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & campos, valesque terminat, est illa quidem admodum, nobis saltem, irregularis, & vero etiam instabilis: mutatur enim quovis utcumque minimo undarum, & glebarum motu, nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirunt: aliam ipsi substitunt, que regularis quodammodo sit, sit autem illi priori proxima, que nimirum abrasis haberetur montibus, collibusque, vallibus vero oppletis. At hæc iterum terrestris figuræ notio vaga admodum est, & incerta. Usi enim infinita sunt curvarum regularium genera, que per datum datorum punctorum numerum transire possint, ita infinita sunt genera curvarum superficierum, que Tellurem ita ambire possint, atque concludere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, collesque, vel si per medios transire colles, ac montes debeat superficies quedam ita, ut regularis sit, & tantundem materie concludat extra, quantum vacui aeris infra sese concludat usque ad veram hanc nobis irregularem Telluris superficiem, quam intuemur: infinita itidem, & a se invicem diversæ admodum superficies haberi possunt, que problemati satisfaciant, atque eæ ejusmodi etiam, ut nullam, que sensu percipi possit, præ se ferant gibbositatem, que ipsa vox non ita determinatam continet ideam.*

Quanto magis in hac Theoria.

376. Hæc ego ibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuscunque in communi etiam sententia de continua extensione materie: nam omnino fere corporum superficies hic apud nos utique multo magis scabræ sunt pro ratione suæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis suæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum

rum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta est. Nam infinitæ sunt etiam superficies curvæ continuæ, in quibus tamen omnia jaceant puncta massæ cujusvis: quin immo infinitæ numero curvæ sunt lineæ, quæ per omnia ejusmodi puncta transeant. Quamobrem mente tantummodo confingenda est quædam superficies, quæ omnia puncta includat, vel quæ pauciora, & a reliquorum coacervatione remotiora excludat, quod æstimatione quadam morali fiet, non accurata geometrica determinatione. Ea superficies figuram exhibebit corporis; atque hic jam, quæ ad diversa figurarum genera pertinent; id omne mihi commune est cum communi Theoria de continua extensione materiæ.

377. A figura pendet moles, quæ nihil est aliud, nisi totum spatium extensum in longum, latum, & profundum externa superficie conclusum. Porro nisi concipiamus superficiem illam, quam innui, quæ figuram determinet; nulla certa habebitur molis idea: quin immo si superficiem concipiamus tortuosam illam, in qua jaceant puncta omnia; jam moles triplici dimensione prædita erit nulla; si lineam curvam concipimus per omnia transeuntem: nec duarum dimensionum habebitur ulla moles. Sed in eo itidem incerta æstimatione indiget sententia communis ob interstitia illa vacua, quæ habentur in omnibus corporibus, & scabritiem, juxta ea, quæ diximus, de indeterminatione figuræ. Hic autem itidem concepta superficie extrema terminante figuram ipsam, quæ deinde de mole relata ad superficiem tradi solent, mihi communia sunt cum aliis omnibus, ut illud: posse eandem magnitudine molem terminari superficiebus admodum diversis, & forma, & magnitudine, ac omnium minimam esse sphericæ figuræ superficiem respectu molis: in figuris autem similibus molem esse in duplicata, ex quibus pendunt phænomena sane multa, atque ea imprimis, quæ pertinent ad resistantiam tam fluidorum, quam solidorum.

378. Massa corporis est tota quantitas materiæ pertinentis ad id corpus, quæ quidem mihi erit ipse numerus punctorum pertinentium ad illud corpus. At hic jam oritur indeterminationis quædam, vel saltem summa difficultas determinandi massæ ideam, nec id tantum in mea, verum etiam in communi sententia, ob illud additum *punctorum pertinentium ad illud corpus*, quod heterogeneas substantias excludit. Ea de re sic ego quidem in Stayanis Supplementis § 10 Lib. 1: *Nam admodum difficile est determinare, quæ sint illæ substantiæ heterogeneæ, quæ non pertinent ad corporis constitutionem. Si materiam spectemus; ea & mihi, & aliis plurimis homogenea est, & solis ejus diversis combinationibus diversæ oriuntur corporum species. Quare ab ipsa materia non potest desumi discrimen illud inter substantias pertinentes, & non pertinentes. Si autem & diversa illam*

Moles a figura pendens: incerta eius idea & in sententia communi, & multo magis, in hac Theoria.

Massa: quid in ejus idea incertum ob materiam exteram immixtam. Omnia corpora constare partibus diversæ naturæ.

illam combinationem spectemus, corpora omnia, quæ observantur, mixta sunt ex substantiis admodum dissimilibus, quæ tamen omnes ad ejus corporis constitutionem pertinent. Id in animalium corporibus, in plantis, in marmoribus plerisque, oculis etiam patet, in omnibus autem corporibus Chémia docet, quæ mixtionem illam dissolvit.

Plures substantiæ non pertinentes ad substantiam corporeis.

379. Ex alia parte tenuissima ætherea materia, quæ omnino est aliqua nostro aere rarior, ad constitutionem massæ nequaquam pertinere censetur, ut nec pro corporibus plerisque aer, qui meatibus internis interjacet. Sic aer inclusus spongiæ meatibus, ad ipsius constitutionem nequaquam censetur pertinere. Idem autem ad multorum corporum constitutionem pertinet: saltem ad fixam naturam redactus, ut Halesius demonstravit, plures & animalis regni, & vegetabilis substantias magna sui parte constare aere fixitatem adeptæ. Rursum substantiæ volatiles, ac ipso tenuiores multo, quæ in corporum dissolutione chémica, in halitus, & fumos abeunt, & plures fortasse, quas nos nullo sensu percipimus, ad ipsa corpora pertinebant.

Nec excludi omnia fluida, nec ea omnia includi posse, quæ translato corpore cum ipso transferuntur.

380. Nec illud assumi potest, quidquid solidum, & fixum est, id tantummodo pertinere ad corporis massam: quis enim a corporis humani massa sanguinem omnem, & ut lymphas excludat, a liquoris relictis succos nondum concretos? Præterquam quod massæ idea non ad solida solum corpora pertinet, sed etiam ad fluida, in quibus ipsa alia tenuiora aliorum densiorum meatibus interjacent. Nec vero dici potest, pertinere ad corporis constitutionem, quidquid materia translato corpore, simul cum ipso transferatur: nam aer, qui intra spongiam est, partim mutatur in ea translatione, is nimirum, qui officio est propior, partim manet, qui nimirum intinnior, & qui aliquandiu manet, mutatur deinde.

Hinc indistinctam esse & indefinitam ideam. Quid densitas, & raritas: utranque augeri, & minui posse in hac theoria in quacunque ratione.

381. Hæc, & alia mihi diligentius perpenderit, illud videtur demum, ideam massæ non esse accurate determinatam, & distinctam, sed admodum vagam, arbitrariam, & confusam. Erit massa materia omnis ad corporis constitutionem pertinens; sed a crassa quadam, & arbitraria æstimatione pendebit illud, quod est pertinere ad ipsam ejus constitutionem. Hæc ego ibi; tum ad molem transeo, de cujus indeterminatione jam hic superius egimus, ac deinde ad densitatem, quæ est relatio massæ ad molem, eo major, quo pari mole est major massa, vel quo pari massa est minor moles. Hinc mensura densitatis est massa divisa per molem; & quæcumque vulgo proferuntur de comparationibus inter massam, molem, & densitatem, hæc omnia & mihi communia sunt. Massa est ut factum ex mole & densitate; moles ut massa divisa per densitatem. Raritas autem etiam mihi, ut & aliis, est densitatis inversa, ut nimirum idem sit dicere, corpus aliquod esse decuplo minus densum alio quo corpore, ac dicere, esse decuplo magis rarum. Verum quod ad densitatem & raritatem pertinet, in eo ego quidem a communi sententia discrepo, uti exposui num. 89, quod

ego nullam habeo limitem densitatis & raritatis, nec maximum, nec minimum; dum illi minimam debent aliquam raritatem agnoscere, & maximam densitatem possibilem, utut finitam, quæ illis idcirco per saltum quendam necessario abrupitur; licet nullam agnoscant raritatem maximam, & minimam densitatem. Mihi enim materię puncta possunt & augere distantias a se invicem, & imminuere in quacunq; ratione; cum data linea quavis, possit ex ipsis Euclideis elementis inveniri semper alia, quæ ad ipsam habeat rationem quancunq; utcunq; magnam, vel parvam; adeoque potest, stante eadem massa, augeri moles, & minui in quacunq; ratione data; at illis potest quidem quavis massa dividi in quavis numerum particularum, quæ dispersæ per molem utcunq; magnam augeant raritatem, & minuunt densitatem in immensum; sed ubi massa omnis ita ad contactus immediatos devenit, ut nihil jam superfit vacui spatii; tum vero densitas est maxima, & raritas minima omnium, quæ haberi possunt, & tamen finita est, cum mensura prioris habeatur, massa finita per finitam molem divisa, & mensura posterioris, divisa mole per massam.

382. Inertia corporum oritur ab inertia punctorum, & a viribus mutuis; nam illud demonstravimus num. 260, si puncta quacunq; vel quiescant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuscunq;, sed singula æquabili motu; centrum commune gravitatis vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum, ac vires mutuas quascunq; inter eadem puncta nihil turbare statum centri communis gravitatis sive quiescendi, sive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertię in eo ipso est sita: nam vis inertię est determinatio perseverandi in eodem statu quiescendi, vel movendi uniformiter in directum; nisi externa vis cogat statum suum mutare: & cum ex mea Theoria demonstratur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis massæ cujuscunq; compositæ punctis quocunq;, & utcunq; dispositis; patet, eam deduci pro corporibus omnibus: & hac illud etiam intelligitur, cur concipiuntur corpora tanquam collecta, & compenetrata in ipso gravitatis centro.

383. Mobilitas recenseri solet inter generales corporum proprietates, quæ quidem sponte consequitur vel ex ipsa curva virium: cum enim ipsa exprimat suarum ordinarum operationes ad accessum, vel recessum, requirit necessario mobilitatem, sive possibilitatem motuum, sine quibus accessus, & recessus ipsi haberi utique non possunt. Aliqui & quiescibilitatem adscribunt corporibus: at ego quidem corporum quietem saltem in Natura, uti constituta est, haberi non posse arbitror, uti exposui num. 86. Eam excludi oportere censeo etiam infinitæ improbabilitatis argumento, quo sum usus in ea dissertatione *De Spatio, & Tempore*, quam toties jam nominavi, & in Supplementis hic proferam § 1, ubi evinco,

Inertia massarum orta ex inertia punctorum: ipsi respondentis conservatio status centri gravitatis, & idea massæ unitæ in ipso.

Mobilitas: quiescibilitatem non haberi, exclusivè prorsus quiete a Natura.

evinco, casum, quo punctum aliquod materię occupet quovis momento temporis punctum spatii, quod alio quopiam quocunq; occuparit vel ipsum, vel aliud punctum quodcunq;, esse infinitis improbabilem, considerato nimirum numero punctorum materię finito, numero momentorum possibilitium infinito ejus generis, cujus sunt infinita puncta in una recta, qui numerus momentorum bis sumitur, semel cum consideratur puncti dati materię cujuscunq; momentum quodvis, & iterum cum consideratur momentum quodvis, quo aliud quodpiam materię punctum alicubi fuerit, ac iis collatis cum numero punctorum spatii habentis extensionem in longum, latum, & profundum, qui idcirco debet esse infinitus ordinis tertii respectu superiorum. Deinde ab omnium corporum motu circa centrum commune gravitatis, vel quiescens, vel uniformiter progrediens in recta linea, quies actualis itidem a Natura excluditur.

Quies exclusivè etiam a continuitate omnium motuum: problema generale eo pertinens.

384. Verum ipsam quietem excludit alia mihi proprietas, quam omnibus itidem materię punctis, & omnium corporum centrīs gravitatis communem censeo, nimirum continuitatem motuum, de qua egi num. 883, & alibi. Quodvis materię punctum seclusis motibus liberis, qui oriuntur ab imperio liberorum spirituum, debet describere curvam quandam lineam continuam, cujus determinatio reducitur ad hujusmodi problema generale: Dato numero punctorum materię, ac pro singulis dato puncto loci, quod occupent dato quopiam momento temporis, ac data directione, & velocitate motus initialis, si tum primo projiciuntur, vel tangentialis, si jam ante fuerunt in motu, ac data lege virium expressa per curvam aliquam continuam, cujusmodi est curva figuræ 1, quæ meam hanc Theoriam continet, invenire singulorum punctorum trajectoryas, lineas nimirum, per quas ea moventur singula. Id problema mechanicum quam sublime sit, quam omnem humanæ mentis excedat vim, ille satis intelliget, qui in Mechanica versatus non nihil noverit, trium etiam corporum motus, admodum simplici etiam vi præditorum, nondum esse generaliter definitos, uti monui num. 204, & consideret immensum punctorum numerum, ac altissimam curvæ virium tantis flexibus circa axem circumvolutæ elevationem.

Quid curvæ descriptæ a punctis non habeant. Problema inversum datis particulis descriptis tempusculo utcunq; parvo.

385. Sed licet ejusmodi problema vires omnes humanæ mentis excedat; adhuc tamen unusquisque Geometra videbit facile, problema esse prorsus determinatum, & curvas ejusmodi fore omnes continuas sine ullo saltu, si in lege virium nullus sit saltus. Quin immo & illud arbitror, in ejusmodi curvis nec ulla usquam cuspidēs occurrere; nam nodos nullos esse consequitur ex eo, quod nullum materię punctum redeat ad idem punctum spatii, in quo ipsum aliquando fuerit, adeoque nullus habeatur regressus, qui tamen ad nodum est necessarius. Hujusmodi curvæ necessariæ essent omnes, & mens, quæ

quæ tantam haberet vim, quanta requiritur ad ejusmodi problemata rite tractanda, & intimius perspicendas solutiones (quæ quidem mens posset etiam finita esse, si finitus sit punctorum numerus, & per finitam expressionem sit data notio curvæ exprimentis legem virium) posset ex arcu continuo descripto tempore etiam utcumque exiguo a punctis materiæ omnibus derivare ipsam virium legem, cum quidam finiti tantummodo positionum numeri finitos determinare possint numeros punctorum curvæ virium, & arcus continuus legem ipsam continuam: & fortasse solæ etiam positiones omnium punctorum cum dato arcu continuo percurso ab unico etiam puncto motu continuo, exiguo etiam aliquo tempusculo, ad rem præstendam satis essent. Cognita autem lege virium, & positione, ac velocitate, & directione punctorum omnium dato tempore, posset ejusmodi mens prævidere omnes futuros necessarios motus, ac status, & omnia Naturæ phenomena necessaria, ab iis utique pendentia, atque prædicere: & ex unico arcu descripto a quovis puncto, tempore continuo utcumque parvo, quem aliqua mens satis comprehenderet, eadem determinare posset reliquum omnem ejusdem continuæ curvæ tractum utraque e parte in infinitum productum.

386. Nos eo aspirare non possumus, tum ob nostræ mentis imbecillitatem, tum quia ignoramus numerum, & positionem, ac motum punctorum singulorum (nam nec motus absolutos intuemur, sed respectivos tantummodo respectu Telluris, vel ad summum respectu systematis planetarii, vel systematis fixarum omnium) tum etiam, quia curvas illas turbant liberi motus, quos producant spirituales substantiæ. Harmonia præstabilita Leibnitianorum ejusmodi perturbationem tollit omnem, saltem respectu animæ nostræ, cum omne immediatum commercium demat inter corpus, & animam; & id, quod tantopere improbatum est in Theoria Cartesiana, quæ bruta redegerat ad automata, ad homines etiam ipsos transfert, quorum motus a machina provenire omnes, & necessarios esse in ea Theoria, facile constat: & quidem idcirco etiam eadem mihi Theoria displicet plurimum, quam præterea si admitterem, nullam sane viderem, ne tenuissimam quidem rationem, quæ mihi suadere posset, præter animam meam, cujus ideæ per se, & sine ullo immediato nexu cum corpore evolvantur, me habere aliquod corpus, quod motus ullos habeat, & multo minus, ejusmodi motus esse conformes iis ideis, aut ullos alios esse homines, ullam naturam corpoream extra me; ad quæ omnia, & multo adhuc pejora, mentem suis omnia momentis librantem deducat omnino oportet ejusmodi sententia, quam promoveri passim, & vero etiam recipi, ac usque adeo gliscere, quin & omnino tolerari, semper miratus sum.

387. Censeo igitur, & id intima vi, qua anima

Cur ab humana mente solvi non possit: Quid officiat ei determinationi libertatis: Harmoniæ præstabilitæ impugnatione.

suarum Motus liberos idea-

Z

idearum naturam, & proprietates quasdam, atque originem omnino ab anima progigni, vit, consistere arbitror, motus liberos corporis ab anima profect non imprimi, nisi æqualiter in partes oppositas, & riaz puncta debeant ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, determinata & quantitate motus, & directione per distantias; ita esse alias leges virium liberas animæ, secundum quas debeant quædam puncta materiæ habentia ejusmodi dispositionem, quæ ad vivum, & sanum corpus organicum requiritur, ad ipsius animæ nutum moveri; sed hujusmodi leges itidem censeo requirere illud, ut nulli materiæ puncto imprimatur motus aliquis, nisi alicui alteri imprimatur alius contrarius, & æqualis, quod constat ex ipso nisu, quem semper exercemus in partes contrarias, juxta ea, quæ diximus num. 74; ac itidem arbitror, & id ipsum diligenti observatione, & reflexione facile colligitur, ejusmodi quoque motus imprimi non posse, nisi servata lege continuitatis sine ullo saltu, quod si ab omnibus spiritibus observari debeat; discedent quidem veri motus a curvis illis necessariis, & a libera voluntatis determinatione pendebunt curvæ descriptæ; sed motuum continuitas nequaquam turbabitur.

Conclusiones deductæ: potentissimum exclusio quietis.

388. Porro inde constat, cur in motibus nullum uspiam deprehendamus saltum, cur nullum materiæ punctum ab uno loci puncto abeat ad aliud punctum loci sine transitu per intermedia, cur nulla densitas mutetur per saltum, cur & motus reflexi, & refracti fiant per curvaturam continuam, ac alia ejusmodi, quæ huc pertinent. Verum simul patebit & illud, in cuius gratiam hæc concessimus, nullam fore absolutam quietem, in qua nimirum continuatus ille curvæ descriptæ ductus abrumptur, ea continuitate læsa nihilo minus, quam læderetur, si curva continua desineret alicubi in rectam.

Æqualitas actionis, & reactionis, & eius consequentia.

389. Jam vero ad actionis, & reactionis æqualitatem gradu facta, eam abunde deduximus a num. 265. pro binis quibusque corporibus ex actione, & reactione æqualibus in punctis quibuscumque. Cum nimirum mutæ vires nihil turbent statum centri gravitatis communis, & centra gravitatis binarum massarum debeant cum ipso communi centro jacere in directum ad distantias hinc, & inde reciproce proportionales ipsis massis, ut ibidem demonstravimus; consequitur illud, motus quoscunque, quos ex mutua actione habebunt binarum massarum centra gravitatis, debere fieri in lineis similibus, & proportionalibus distantis singularum ab ipso gravitatis centro communi, adeoque reciproce proportionalibus ipsis massis; & quod inde consequitur, summam motuum computatorum secundum directionem quancunque, quam ex mutuis actionibus acquirat altera massa, fore semper æqualem summæ motuum computatorum secundum oppositam, quam massa altera acquirat simul, in quo ipso sita est actionis & reactionis æqualitas, ex qua corporum colli-

collisiones deduximus in secunda parte, & ex qua multa phænomena pendunt, in Astronomia imprimis.

390. Illud unum hic adnotandum censeo, per hanc ipsam legem comprobari plurimum ipsas vires mutuas inter materiæ particulas, & deveniri ad originem motuum plurimorum, quæ inde pendet; si nimirum particulae massæ cujuslibet ingentem habeant motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iisdem iis motibus careat; id sane indicio est, eos motus provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejusdem massæ. Id vero accidit imprimis in fermentationibus, quæ habentur post quarundam substantiarum permutationem, quarum particulae non omnes simul jam in unam feruntur plagam, jam in aliam, sed singillatim motibus diversiffimis, & inter se etiam contrariis, quos idcirco motus omnes illarum centra gravitatis habere non possunt: ii motus provenire omnino debent a mutuis viribus, & commune gravitatis centrum interea quiescet respectu ejus vasis, in quo fermentatio fit, & Terræ, respectu cujus quiescit vas.

Inde an motus massæ proveniat a viribus internis, an ab externis.

391. Quod ad divisibilitatem pertinet, eam quidem in infinitum progredientem sine ullo limite in spatio continuo ille solus non agnoscat, qui Geometriæ etiam elementaris vim non sentiat, a qua pro ejusmodi divisibilitate in infinitum tam multa, & simplicia, & perspicua sane argumenta desumuntur. Ubi ad materiam fit transitus; si, ubi de ea agitur, quæ distinctas occupat loci partes, distincta etiam sunt; ab illa spatii continui divisibilitate in infinitum, materiæ quoque divisibilitas in infinitum consequitur evidentissime, & utcumque prima materiæ elementa atomos, sive Naturæ vi infestilia censeant multi, ut & Newtonus; adhuc tamen absolutam eorum divisibilitatem agnoscunt passim illi ipsi.

Divisibilitas in infinitum spatii continui; & materiæ itidem si sit continua; & sine virtuali extensione.

392. Materiæ elementa extensa per spatium divisibile, sed omnino simplicia, & carentia partibus, admiserunt nonnulli e Peripateticis, & est etiam nunc, qui recentiorum Philosophiam professus admittat; at eam sententiam non ex præjudicio quodam, quanquam id etiam est ingens, & commune, sed ex inductionis principio, & analogia impugnavi in prima parte num. 83. Quamobrem arbitror, si quid corporeum extensionem habeat per totum quodpiam continuum spatium, id ipsum debere absolute habere partes, & esse divisibile in infinitum æque, ac illud ipsum est spatium.

Virtualium extensionem non haberi.

393. At in mea Theoria, in qua prima elementa materiæ mihi sunt simplicia, ac inextensa, nullam eorum divisibilitatem haberi constat. Massæ autem, quæcumque actu existant, sunt mihi congeries punctorum ejusmodi numero finitæ. Hinc eæ congeries dividi utique possunt in partes, sed non plures, quam sit ipse punctorum numerus massam constituentium, cum nulla pars minus continere possit, quam unum ex iis punctis. Nec Geometrica argumenta quidquam probant in mea Theo-

Puncta esse indivisibilia: massæ divisibiles usque ad certum limitem singulas.

ria pro divisibilitate ultra eum limitem; posteaquam enim deventum fuerit ad intervalia minora, quam sit distantia duorum punctorum, sectiones posteriores secabunt intervalia ipsa vacua, non materiam.

Componibilitas in infinitum.

394. Verum licet ego non habeam divisibilitatem in infinitum, habeo tamen componibilitatem, ut appellare soleo, in infinitum. In quovis dato spatio habebitur quidem semper certus quidam punctorum numerus, qui idcirco etiam finitus erit; neque enim ego admitto infinitum ullum in Natura, aut in extensione, neque infinite parvum in se determinatum, quod ego positiva demonstratione exclusi primum in mea Dissertatione de Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum; tum & aliis in locis; quod tamen requiretetur ad hoc, ut intra finitum spatium contineretur punctorum numerus indefinitus: at longe aliter se res habet; si consideremus, qui numerus punctorum in dato spatio possit existere: tum enim nullus est numerus finitus ita magnus, ut alius adhuc finitus ipso major haberi in eo spatio non possit. Nam inter duo puncta quæcumque potest in medio interferi aliud, quod quidem neutrum continget; aliter enim etiam ea duo se contingerent mutuo, & non distarent, sed compenetrarentur. Potest autem eadem ratione inter hoc novum, & priora illa interferi novum utrinque, & ita porro sine ullo limite: adeoque deveniri potest ad numerum punctorum quovis determinato utcumque magno majorem in unica etiam recta, & proinde multo magis in spatio extenso in longum, latum, & profundum. Hanc ego voco componibilitatem in infinitum. Numerus, qui in quavis data massa existit, finitus est: sed dum eum Naturæ Conditor determinare voluit, nullos habuit limites, quos non potuerit prætergredi, nullum ultimum habente terminum serie illa possibilium finitorum in infinitum crescentium.

Ejus æquivalentia cum divisibilitate in infinitum.

395. Hæc componibilitas in infinitum æquivaleret divisibilitati in ordine ad explicanda Naturæ phænomena. Posita divisibilitate materiæ in infinitum, solvitur facile illud problema: *Datam massam utcumque parvam, ita distribuere per datum spatium utcumque magnum, ut in eo nullum sit spatium majus dato quocumque utcumque parvo penitus vacuum, & sine ulla ejus materie particula.* Concipitur enim numerus, quo illud magnum spatium datum continere possit hoc spatium exiguum, qui utique finitus est, & in se determinatus: concipitur in totidem particulas divisa massula, & singulae particulae destinentur singulis spatiolis; quæ iterum dividi possunt, quantum libuerit, ut parietes spatioli sui convectiant, qui utique ad unam ejus transversam sectionem habent finitam rationem, adeoque continua sectione planis parallelis facta possunt ipsi parietes convectiri segmentis suæ particulae, vel possunt ejus particulae segmenta iterum per illud spatium utcumque dispergi. In

mea Theoria substituitur hujusmodi aliud problema: *Intra datum spatium collocare eum punctorum numerum, qui deinde distribui possit per spatium utcumque magnum ita, ut in eo nullum sit spatium cubicum majus dato quocumque utcumque parvo penitus vacuum, & quod in se non habeat numerum punctorum utcumque magnum.*

396. Quod in ordine ad explicanda phaenomena hoc secundum problema aequivaleat illi primo, patet utique: nam solum deest convictio parietum continua mathematice: sed illi succedit continuatio physica, cum in singulis parietibus collocari possit ejus ope quicumque numerus utcumque magnus, distantis idcirco imminutis utcumque. Quod in mea Theoria secundum illud problema solvi possit ope expositae componibilitatis in infinitum, patet: quia ut inveniatur numerus, qui ponendus est in spatio dato, satis est, ut numerus vicium, quo ingens spatium datum continet illud spatium posterius, multiplicetur per numerum punctorum, quem velimus collocari in hoc ipso quovis posteriore spatio post dispersionem, & auctior Naturae potuit utique intra illud spatium primum hunc punctorum numerum collocare.

397. Jam quod pertinet ad divisibilitatem immanem, quam nobis ostendunt Naturae phaenomena in coloratis quibusdam corporibus, immanem molem aquae inficientibus eodem colore, in auro usque adeo ductili, in odoribus, & ante omnia in lumine, omnia mihi cum aliis communia eruat; & quoniam nulla ex observationibus nobis potest ostendere divisibilitatem absolute infinitam, sed ingentem tantummodo respectu divisionum, quibus plerumque assuevimus; res ex meo problemate aequae bene explicabitur per componibilitatem, ac in communi Theoria ex illo alio per divisibilitatem materiae in infinitum.

398. Prima materiae elementa volunt plerumque immutabilia, & ejusmodi, ut atteri, atque confringi omnino non possint, ne nimirum phaenomenorum ordo, & tota Naturae facies commutetur. At elementa mea sunt sane ejusmodi, ut nec immutari ipsa, nec legem suam virium, ac agendi modum in compositionibus commutare ullo modo possint; cum nimirum simplicia sint, indivisibilia, & inextensa. Ex iis autem juxta ea, quae diximus num. 239 ad distantias perquam exiguas collocatis in limitibus virium admodum validis oriri possunt primae particulae minus jam tenaces suae formae, quam simplicia elementa, sed ob ingentem illam viciniam adhuc tenacissimae idcirco, quod alia particula quaevis ejusdem ordinis in omnia simul ejus puncta fere aequaliter agat, & vires mutuae majores sint, quam sit discrimen virium, quibus diversa ejus puncta sollicitantur ab illa particula. Ex hisce primi ordinis particulis possunt constare particulae ordinis secundi; adhuc minus tenaces, & ita porro; quo enim plures compositiones sunt, & majores distantiae, eo facilius fieri potest, ut inaequalitas

Demonstratur ea ipsa.

Divisibilitas in Natura immanis.

Immutabilitas primorum elementorum materiae: ordines diversi particularum minus, ac minus immutabilium.

virium, quae sola mutuam positionem turbat, incipiat esse major, quam sint vires mutuae, quae tendunt ad conservandam mutuam positionem, & formam particularum; & tunc jam alterationes, & transformationes habebuntur, quas videmus in corporibus hisce nostris, & quae habentur etiam in pluribus particulis postremorum ordinum, haec ipsa nova corpora componentibus. Sed prima materiae elementa erunt omnino immutabilia, & primorum etiam ordinum particulae formas suas contra externas vires validissime tuebuntur.

Gravitas exhibitur a postremo arcu curvae accedens ad Newtonianam quam proxime: posse nostro concipiendi modo fieri absolute talem.

399. Gravitas etiam inter generales proprietates a Newtonianis imprimis numeratur, quibus assentior; dummodo ea ipsa non habeat rationem reciprocam duplicatam distantiarum extensam ad omnes distantias, sed tantum ad distantias ejusmodi, cujusmodi sunt eae, quae interjacent inter distantiam nostrorum corporum a parte multo maxima massae terrestris, & distantias a Sole apheliorum pertinentium ad cometas remotissimos, & dummodo in hoc ipso tractu sequatur non accuratissime, sed, quam libuerit, proxime, rationem ipsam reciprocam duplicatam, juxta ea, quae diximus num. 121. Ejusmodi autem gravitas exhibetur ab arcu illo postremo meae curvae figurae 1, qui, si gravitas extenditur cum eadem illa lege ad sensum, vel cum aliqua simili, in infinitum, erit asymptoticus. Possit quidem, ut monui num. 119, concipi gravitas etiam accurate talis, quae extendatur ad quascumque distantias cum eadem lege, & praeterea alia quaedam vis exposita per aliam curvam, in quam vim, & in gravitatem accurate reciprocam quadratis distantiae resolvatur lex virium figurae 1; quae quidem vis in illis distantis, in quibus gravitas sequitur quam proxime ejusmodi legem, esset insensibilis; in aliis autem distantis plurimis ingens esset: ac ubi figura 1 exhibet repulsionem, deberet esse vis hujus alterius conceptae legis itidem repulsiva tanto major, quam vis legis primitivae figurae 1, quanta esset gravitas ibi concepta, quae nimirum ab illo additamento vis repulsivae elidi deberet. Sed haec jam a nostro concipiendi modo penderent, ac in ipsa mea lege primitiva, & reali, gravitas utique est generalis materiae, ac legem sequitur rationis reciprocae duplicatae distantiarum, quanquam non accurate, sed quamproxime, nec ad omnes extenditur distantias; sed illas, quas exposui.

400. Ceterum gravitatem generalem haberi in toto planetario systemate, ego quidem arbitrator omnino evinci iisdem argumentis ex Astronomia petitis, quibus utuntur Newtoniani, quae hic non repeto, cum ubique prostant, & quae tum alibi ego quidem concepsi pluribus in locis, tum in *Adnotationibus ad poema P. Noceti De Aurora Boreali*. Illud autem arbitrator evidentissimum, illum accessum ad Solem cometarum, & planetarum primariorum, ac secundariorum ad primarios, quem videmus in descensu a recta tangente ad arcum curvae, & multo magis alios motus a mutua gravitate pendentes haberi omnino

Gravitatem generalem haberi in toto solari systemate, nec posse tribui praesioni fluidi.

non posse per ullius fluidi pressionem; nam ut alia prætermit-
tam sane multa, id fluidum, quod sola sua pressione tantum
possit in ejusmodi globos, multo plus utique posset occursum suo
contra illos tangentialem velocitatem, quæ omnino deberet
imminui per ejusmodi resistentiam, cum ingenti perturbatione
arrearum, & totius Astronomiæ Mechanicæ perversione; adeo-
que id fluidum vel resistentiam ingentem deberet parere pla-
netæ, aut cometæ progredienti, vel ne pressione quidem ullum
ipsi sensibilem imprimit motum.

401. Ejus autem præcipuæ leges sunt, ut directe respondeat
massæ, & reciproce quadratis distantiarum a singulis punctis
massæ ipsius, quod in mea Theoria est admodum manifestum
ita esse debere; nam ubi ventum est ad arcum illum meæ cur-
væ, qui gravitatem refert, vires omnes jam sunt attractivæ,
& eandem illam ad sensum sequuntur legem, adeoque aliæ alias
non elidunt contrariis directionibus, sed summa earum respon-
det ad sensum summæ punctorum; nisi quatenus ob inæqua-
lem punctorum distantiam, & positionem, ad habendam accu-
rate ipsam summam, ubi moles sunt aliquanto majores, opus
erit illa reductione, qua Mechanici utuntur passim, & cujus ope
inveniuntur leges, secundum quas punctum in data distantia, &
positione situm respectu massæ habentis datam figuram, ab ip-
sa attrahitur; ubi, quemadmodum indicavimus num. 347,
globus in globum ita gravitat, ut gravitaret; si totæ eorum
massæ essent compenetratæ in eorum centris: at in aliis figu-
ris longe aliæ leges obveniunt.

402. Verum hic illud maxime Theoriam commendat meam,
quod num. 212 notandum dixi, quod videamus tantam hanc
conformitatem in vi gravitatis in omnibus massis; licet ead-
em in ordine ad alia phænomena, quæ a minoribus distan-
tiis pendent, tantum discrimen habeant, quantum habent di-
versa corpora in duritie, colore, sapore, odore, sono. Nam
diversa combinatio punctorum materiæ inducit summas virium
admodum diversas pro iis distantis, in quibus adhuc curva
virium contorquetur circa axem; & proinde exigua mutatio
distantiæ vires attractivas mutat in repulsivas, ac vice versa
summæ differentias substituit; dum in distantis illis, in qui-
bus gravitas servat quamproxime leges, quas diximus, curva
ordinatas omnes ejusdem directionis habet, & vero etiam di-
stantia parum mutata, fere easdem; quod necessario inducit tan-
ta priorum casuum discrimina, & tantam in hoc postremo
conformitatem.

403. Distinctio gravitatis (quæ est ut massa, in quam ten-
ditur, directe, & quadratum distantie reciproce) a pondere
(quod est præterea ut massa, quæ gravitat) est mihi eadem,
ac Newtonianis, & omnibus Mechanicis; & illa vim acce-
leratricem exhibet, hoc vim motricem, cum illa determinet
vim puncti gravitantis cujusvis, a qua pendet celeritas massæ;
hoc

Eam ex ipsa
Theoria respon-
dere massæ di-
recte, & qua-
drato distantie
reciproce.

Commendatio
Theoriæ ex
conformitate o-
mnium corpo-
rum in ea, &
discriminæ in
tot aliis.

Omnia fere a
gravitate pen-
dentia sint com-
munia huic
Theoriæ cum
communis non-
nullorum in ea
facilior deduc-
tio.

hoc summam virium ad omnia ejusmodi puncta pertinentium;
Pariter communia mihi sunt, quæcunque pertinent ad gravium
motus a Galilæo, & Hugenio definitos, nisi quod gravitatis re-
solutionem in descensu per plana inclinata, & in gravibus su-
stentatis per bina obliqua plana, vel obliqua fila, reducam ad
compositionem juxta num. 284, & 286, & centrum oscillatio-
nis, una cum centro æquilibræ, & vecte, & libra, & machi-
narum principiis deducam e consideratione systematis trium mas-
sarum in se mutuo agentium, ac potissimum a simplici theore-
mate ad id pertinente, quæ fuscè persecutus sum a num. 307.
Communia pariter mihi sunt, quæcunque habentur in cælesti
Newtoniana Mechanica jam ubique recepta de planetarum, &
cometarum motibus, de perturbationibus motuum potissimum
Jovis, & Saturni in distantis minoribus a se invicem, de
aberrationibus Lunæ, de maris æstu, de figura Telluris, de
præcessionem æquinociorum, & nutatione axis; quin immo ad
hæc postrema problemata rite solvenda, multo tutior, & expe-
ditior mihi pæditur via, quæ me eo deducet post consideratio-
nem systematis massarum quatuor jacentium etiam non in eo-
dem plano communi, & connexarum invicem per vires mu-
tuas, uti ad centrum oscillationis etiam in lateris in eodem pla-
no, & ad centrum percussiois in eadem recta tam facile me
deduxit consideratio systematis massarum trium.

Immobilitas
fixarum quo-
modo a New-
tonianis expli-
cetur.

404. Illud mihi præterea non est commune, quod pertinet ad
immobilitatem stellarum fixarum, quam contra generalem New-
toni gravitatem vulgo solent objicere, quæ nimirum debeant ea
attractione mutua ad se invicem accedere, & in unicam demum
coire massam. Respondent alii, Mundum in infinitum protendi,
& proinde quamvis fixam æque in omnes partes trahi. Sed in
actu existentibus infinitum absolutum, ego quidem censeo, haberi
omnino non posse. Recurrunt alii ad immensam distantiam, quæ
non sinat motum in fixis oriundum a vi gravitatis, ne post im-
manem quidem sæculorum seriem sensu percipi. Ii in eo verum
omnino affirmant; si enim concipiamus fixas Soli nostro æquales
& similes, vel saltem rationem luminum, quæ emittunt, non
multum discedere a ratione massarum; quoniam & vis ipsis massis
proportionalis est, ac præterea tam vis, quam lumen decrescit in
ratione reciproca duplicata distantiarum; erit vis gravitatis nostri
solaris systematis in omnes stellas, ad vim gravitatis nostræ in
Solem, quæ multis vicibus est minor, quam vis gravitatis no-
strorum gravium in Terram, ut est tota lux, quæ provenit a
fixis omnibus, ad lucem, quæ provenit a Sole, quæ ratio est ea-
dem, ac ratio noctis ad diem in genere lucis. Quam exiguus mo-
tus inde consequi possit eo tempore, cujus temporis ad nos deve-
nire potuit notitia, nemo non videt. Si fixæ omnes ad eandem
etiam jaceant plagam, is motus omnino haberi posset pro nullo.

Difficultas res-
dua sublata ab
hac Theoria.

405. Adhuc tamen, quoniam nostra vita, & memoria re-
spectu immensi fortasse subsequenti ævi est itidem fere nihil;
si gra-

si gravitas generalis in infinitum protendatur cum eadem illa lege, & eodem asymptotico crure, utique non solum hoc systema nostrum solare, sed universa corporea natura ita, paulatim utique, sed tamen perpetuo ab eo statu recederet, in quo est condita, & universa ad interitum necessario rueret, ac omnis materia deberet demum in unam informem massam conglobari, cum fixarum gravitas in se invicem, nullo obliquo, & curvilineo motu elidatur. Id quidem haud ita se habere, demonstrari omnino non potest: adhuc tamen Divinae Providentiae videtur melius consulere Theoria, quae ejus etiam ruinæ universalis evitandæ viam aperiat, ut aperit sane mea. Fieri enim potest, uti notavimus n. 170, ut postremus ille curvæ meæ arcus, qui exhibet gravitatem, posteaquam recesserit ad distantias majores, quam sint cometarum omnium ad nostrum solare systema pertinentium distantiae maximæ a Sole, incipiat recedere plurimum ab hyperbola habentē ordinatas reciprocas quadratorum distantiae, ac iterum axem fecerit, & contorqueatur. Eo pacto posset totum aggregatum fixarum cum Sole esse unica particula ordinis superioris ad eas, quæ hoc ipsum systema componunt, & pertinere ad systema adhuc in immensum majus, & fieri posset, ut plurimi sint ejus generis ordines particularum ejusmodi etiam, ut ejusdem ordinis particulæ sint penitus a se invicem segregatæ sine ullo possibili commatu ex una in aliam per asymptoticos arcus plures meæ curvæ, juxta ea, quæ exposui a num. 171.

406. Hoc pacto difficultas, quæ a necessario fixarum accessu repetebatur contra Newtonianam Theoriam, in mea penitus evanescit, ac simul a gravitate jam gradum fecimus ad cohesionem, quam ex generalibus materiæ proprietatibus posueram postremo loco. Cohæsiōnem explicuerunt aliqui per puram quietem, ut Cartesiani, alii per motus conspirantes, ut Joannes Bernoullius, ac Leibnitius, quam explicationem illustrarunt exemplo illius veli aquæ, quod in fontibus quibusdam cernimus, quod velum sit tantummodo ex conspirante motu guttularum tenuissimarum, & tamen si quis digito velit perumpere, eo majorem resistentiam sentit, quo velocitas aquæ effluentis est major, ut idcirco multo adhuc major conspirantis motus velocitas videatur nostrorum cohesionem corporum exhibere, quæ non nisi immani vi confringimus, ac in partes dividimus. Utraque explicandi ratio eodem redit, si quietis nomine intelligatur non utique absoluta quies, quæ translata Tellure a Cartesianis nequaquam admittebatur, sed respectiva: nam etiam conspirantes motus nihil sunt aliud, nisi quies respectiva illarum partium, quæ conspirant in motibus.

407. At neutra eam explicat, quam cohesionem reipsa dicimus, sed cohesionis quendam velut effectum. Ea, quæ co-

Cohæsiō: explicatio per quietem, vel motus conspirantes.

Illas exponere effectum, causam non exhibere.

itidem, in qua cum singula puncta materiæ suam pergant semper eandem continuam curvam describere, ea, quæ coherent inter se, toto eo tempore, quo coherent, arcus habent curvarum suarum inter se proximos, & in arcibus ipsis conspirantes motus. Sed in iis, quæ coherent, id ipsum, quod motus ibi sint conspirantes, non est sine causa pendente a mutuis eorum viribus, quæ causa impediatur separationem alterius ab altero, ac in ea ipsa causa stat discrimen coherentium a contiguus. Si duo lapides in plano horizontali jaceant, utique habent motum conspirantem, quem circa Solem habet Tellus; sed si tertius lapis in alterutrum incurrit, vel ego ipsum submoveo manu, statim sine ulla vi mutua, quæ separationem impediatur, dividuntur, & motus definit esse conspirans. Hanc ipsam quærimus causam, dum in cohesionem inquirimus. Nec velocitas motus, & exemplum veli aquæ rem conficit. Motus conspirans duorum lapidum contiguum cum tota Tellure est utique multo velocior, quam motus particularum aquæ proveniens a gravitate in illo velo, & tamen sine ulla difficultate separantur. In aqua experimur difficultatem perrumpendi velum, quia ille motus conspirans non est communis etiam nobis & Telluri, ut est motus illorum lapidum; unde fit, ut vis, quam pro separationem applicamus singulis particulis, perquam exiguo tempore possit agere, & ejus effectus citissime cesset, iis decedentibus, & supervenientibus semper novis particulis, quæ cum tota sua ingenti respectiva velocitate incurrunt in digitum. At in corporibus, in quibus partes coherentes cernimus, eas partes nullam habent velocitatem respectivam respectu nostri, nec aliæ succedunt aliis fugientibus. Quamobrem longe aliter in iis se res habet, & oportet invenire causam longe aliam, præter ipsum solum conspirantem motum, ut explicetur difficultas, quam experimur in iis separandis, & in inducendo motu non conspirante.

Explicatio perita a pressione fluidi: cur adhiberi non possit.

408. Sunt, qui adducant pressionem fluidi cujuspiam tenuissimi, uti pressio atmosphære extracto aere ex hemisphæris etiam vacuis ipsorum separationem impedit vi respondente ponderi ipsius atmosphære, quæ vis cum in vulgaribus cohesionibus, & vero etiam in hemisphæris bene ad se invicem adductis, sit multis vicibus major, quam pondus atmosphære ipsius, quod se prodit in suspensione mercurii in barometris; aliud auxilio advocant tenuius fluidum. At imprimis ejus fluidi hypothesis precaria est; deinde huc illud redit, quod supra etiam monui, ubi de gravitatis causa egimus, quod nimirum meo quidem judicio explicari nullo modo possit, cur illud fluidum, quod sola pressione tantum potest, nihil omnino ad sensum possit incursum suo contra celerrimos planetarum, & cometarum motus. Accedit etiam, quod distractio, & compressio fibrarum, quæ habetur ante fractionem solidorum corporum, ubi franguntur appenso inferne, vel superne impostio-

pondere ingenti, non ita bene cum ea sententia conciliari posse videatur.

409. Newtonus adhibuit ad eam rem attractionem diversam ab attractione gravitatis, quanquam is quidem videtur eam repetere itidem a tenuissimo aliquo fluido comprimente; reperit certe sub finem Opticæ a spiritu quodam intimas corporum substantias penetrante, cujus spiritus nomine quid intellexerit, ego quidem nunquam satis assequi potui; cujus quidem agendi modum & sibi incognitum esse profitetur. Is posuit ejusmodi attractionem imminutis distantis crescentem ita, ut in contactu sit admodum ingens, & ubi primigeniæ particulæ se in planis continuis, adeoque in punctis numero infinitis contingant, sit infinities major, quam ubi particulæ primigeniæ particulas primigenias in certis punctis numero finitis contingant, ac eo minor sit, quo pauciores contactus sunt respectu numeri particularum primigeniarum, quibus constant particulæ majores, quæ se contingunt, quorum contactuum numerus cum eo sit minor, quo altius ascenditur in ordine particularum a minoribus particulis compositarum, donec deveniatur ad hæc nostra corpora; inde ipse deducit, particulas ordinum altiorum minus itidem tenaces esse, & minime omnium hæc ipsa corpora, quæ malleis, & cuneis dividimus. At mihi positiva argumenta sunt contra vires attractivas crescentes in infinitum, ubi in infinitum decrevant distantia, de quibus mentionem feci num. 126; & ipsa meæ Theoriæ probatio evincit, in minimis distantis vires repulsivas esse, non attractivas, ac omnem immediatum contactum excludit: quamobrem alibi ego quidem cohesionis rationem invenio, quam meæ mihi Theoria sponte propemodum subministrat.

Explicatio Newtoni ab attractione in minimis distantis: cur admitti non possit.

410. Cohæsiō mihi est igitur juxta num. 165 in iis virium limitibus, in quibus transitur a vi repulsiva in minoribus distantis, ad attractivam in majoribus; & hæc quidem est cohæsiō inter duo puncta, qua fit, ut repulsio diminutionem distantia impediat, attractio incrementum, & puncta ipsa distantiam, quam habent, tueantur. At pro punctis pluribus cohæsiō haberi potest, tum ubi singula binaria punctorum sunt inter se in distantis limitum cohæsiōnum, tum ubi vires oppositæ eliduntur, cujusmodi exemplum dedi num. 223.

Cohæsiōnem re. petendam a limitibus virium

411. Porro quod ad ejusmodi cohæsiōnem pertinet, multa ibi sunt notatu digna. Inprimis ubi agitur de binis punctis, tot diversæ haberi possunt distantia cum cohæsiōne, quot eximit numerus interfectionum curvæ virium cum axe unitate auctus, si forte sit impar, ac divisus per duo. Nam primus quidem limes, in quo curva ab arcu asymptotico illo primo, sive a repulsionibus impenetrabilitatem exhibentibus transit ad primum attractivum arcum, est limes cohæsiōnis, & deinde æterni interfectionum limites sunt non cohæsiōnis, & cohæsiōnis,

Cohæsiō duo rumpuntorum: limites cohæsiōnis posse esse quotcunque, utcunque fortes, quocunque ordine positos.

tionis, juxta num. 179; unde fit, ut si interfectionum se consequentium assumatur numerus par; dimidium sit limitum cohæsiōnis. Hinc quoniam in solutione problematis expositi num. 117 ostensum est, curvam simplicem illam meam habere posse quencunque demum interfectionum numerum; poterit utique etiam pro duobus tantummodo punctis haberi quicunque numerus distantiarum differentium a se invicem cum cohæsiōne. Poterunt autem ejusmodi cohæsiōnes ipsæ esse diversissimæ a se invicem soliditatis, ac nexus, limitibus vel validissimis, vel languidissimis utcunque, prout nimirum ibi curva secuerit axem fere ad perpendicularum, & longissime abierit, vel potius ad illum inclinetur plurimum, & parum admodum discedat; nam in priore eorum casuum vires repulsivæ imminutis, & attractivæ auctis utcunque parum distantis, ingentes erunt; in posteriore plurimum immutatis, perquam exiguæ. Poterunt autem etiam et remotioribus limitibus aliqui esse multo languidiores, & alii multo validiores aliquibus e propioribus; ut idcirco cohæsiōnis vis nihil omnino pendeat a densitate, sed cohæsiō possit in densioribus corporibus esse vel multo magis, vel multo minus valida, quam in rarioribus, & id in ratione quacunque.

In massis numero limitum multo major problema pro iis inventendis quomodo solvendum.

412. Quæ de binis punctis sunt dicta, multo magis de massis continentibus plurima puncta, dicenda sunt. In iis numerus limitum est adhuc major in immensum, & discrimen utique majus. Inventio omnium positionum pro dato punctorum numero, in quibus tota massa haberet limitem quendam virium, esset problema molestum, & calculus ad id solvendum necessarius in immensum excresceret, existente aliquo majore punctorum numero. Sed tamen data virium lege solvi utique possent. Satis esset assumere positiones omnium punctorum respectu cujusdam puncti in quadam arbitraria recta ad arbitrium collocati, & substitutis singulorum binariorum distantis a se invicem in æquatione curvæ primæ pro abscissa, ac valoribus itidem assumptis pro viribus singulorum punctorum pro ordinatis, eruere totidem æquationes, tum reducere vires singulas singulorum punctorum ad tres datas directiones, & summam omnium eandem directionem habentium in quovis puncto ponere = 0: orientur æquationes, quæ paulatim eliminatis valoribus incognitis assumptis, demum ad æquationes perducerent definites punctorum distantis necessarias ad æquilibrium, & respectivam quietem, quæ altissimæ essent, & plurimas haberent radices; nam æquationes, quo altiores sunt, eo plures radices habere possunt, ac singulis radicibus singuli limites exhiberentur, vel singulæ positiones exhibentes vim nullam. Inter ejusmodi positiones illæ, in quibus repulsioni in minoribus distantis habitæ, succederent attractiones in majoribus, exhiberent limites cohæsiōnis, qui adhuc essent quam plurimi, & inter se magis diversi, quam limites ad duo tantummodo puncta

sta pertinentes; cum in compositione plurium semper utique crescat multitudo, & diversitas casuum. Sed hæc innuisse sit satis.

413. Ubi confringitur massa aliqua, & dividitur in duas partes, quæ prius tenacissime inter se cohærebant, si iterum illæ partes adducantur ad se invicem; cohæsiō prior non redit, utcunque apprimantur. Ejus rei ratio apud Newtonianos est, quod in illa divisione non æque divellantur simul omnes particulae, ut textus remaneat idem, qui prius: sed prominentibus jam multis, harum in restitutione contactus impediatur, ne ad contactum deveniant tam multæ particulae, quam multæ prius se mutuo contingebant, & quam multis opus esset ad hoc, ut cohæsiō fieret iterum satis firma: at ubi satis lævigatae binæ superficies ad se invicem apprimantur, sentiri primo resistantiam ingentem dicunt, donec apprimuntur: sed ubi semel satis appressæ sint, cohærere multis vicibus majore vi, quam sit pondus aeris comprimentis; quia antequam deveniantur ad eos contactus, haberi debet repulsiva vis ingens, quam in majoribus distantibus, sed adhuc exiguis, agnovit Newtonus ipse, cui cum deinde succedat in minoribus vis attractiva, quæ in contactu evadat maxima, & in lævigato marmore satis multi contactus obtineantur simul; idcirco deinde satis validam cohæsiōnem consequi.

Cur partes solidi fracti ad se invicem appressæ non acquirant cohæsiōnem priorem, ratio in Theoria Newtoniana.

414. Quidquid ipsi de contactibus dicunt, id in mea Theoria dicitur æque de satis validis cohæsiōnis limitibus. In scabra superficie satis multæ prominentes particulae progressæ ultra limites, in quibus ante sibi cohærebant, repulsionem habent ejusmodi, quæ impediatur accessum reliquarum ad limites illos ipsos, in quibus fuerant ante divulsionem. Inde fit, ut ibi nimis pauca simul reduci possint ad cohæsiōnem particulae, dum in lævigatis corporibus adducuntur simul satis multæ. Ubi autem duo marmora, vel duo quæcunque satis solida corpora, bene complanata, & lævigata sola appressione cohæserunt invicem, illa quidem admodum facile divellantur; si una superficies per alteram excurrat motu ipsis superficiebus parallelo; licet motu ad ipsas superficies perpendiculari usque adeo difficulter distrahi possint: quia particulae eo motu parallelo delatae, quæ adhuc sunt procul a marginibus partium congruentium, vires sentiunt hinc, & inde a particulis lateralibus, a quibus fere æquidistant, fere æquales, adeoque sentitur resistantia earum attractionum tantummodo, quas in se invicem exercent marginales particulae, dum augent distantias limitum: nam mihi citra limitem quævis cohæsiōnis est repulsio, ultra vero attractio; licet ipsi deinde adhuc aliæ & attractiones, & repulsionem possint succedere. Ubi autem perpendiculariter distrahantur, debet omnium simul limitum resistantia vinci.

Ejusdem ratio in hac Theoria.

415. Nec vero idem accidit, ubi marmora integra, & nunquam adhuc divisa, inter se cohærent; tum enim fibræ possunt esse multæ, quarum particulae adhuc in minori-

Discrimen massæ primigeniæ, a binis frustis etiam lævigatis bus

ad se invicem appressis. bus distantibus, & multo validioribus limitibus inter se cohæreant, ad quos sensim devenerint aliæ post alias iis viribus, quibus marmor induruit, ad quos nunc iterum reduci nequeant omnes simul, dum marmora apprimuntur, quæ ulteriorum limitum minus adhuc validorum, sed validorum satis repulsivas vires simul sentiunt, ob quas non possunt denticuli, qui adhuc supersunt perquam exigui post quamvis lævigationem, in foveolas se immittere, & ad superiores limites validiores devenire; præterquam quod attritione, & lævigatione illa plurimarum particularum ordinis proximi massis nobis sensibilibus inducitur discrimen satis amplum inter massam solidam primigeniam, & binas massas complanatas, lævigataeque ad se invicem appressas.

416. Inde autem in mea Theoria satis commode explicatur. Distractio, & compressio fibrarum ante fractionem hic commode exprimitur. & distractio, & compressio fibrarum ante fractionem; cum nimirum nihil apud me pendeat ab immediato contactu, sed a limitibus, quorum distantia mutatur vi utcunque exigua; sed si satis validi sint, ad vincendam satis magno accessu omnem repulsionem, vel recessu attractionem, requiritur satis magna vis: quæ quidem repulsio, & attractio in aliis limitibus longe mihi alia est, tam si vis ipsa consideretur, quam si consideretur spatii, per quod ea agit, magnitudo, quæ omnia pendet a forma, & amplitudine arcuum, quibus hinc, & inde circa axem contorquetur mea virium curva. Hinc in aliis corporibus ante fractionem compressiones, & distractiones esse possunt longe majores, vel minores, & longe major, vel minor vis requiri potest ad fractionem ipsam, quæ vis, ubi distantibus immutatis, superaverit maximam arcus ulterioris repulsivam vim in recessu, superatis multo magis reliquis omnibus posterioribus viribus repulsivis ope celeritatis quoque jam acquisitæ per ipsam vincentem vim, & per attractivas intermixtas vires, quæ ipsam juvant, desert particulas massam constituentes ad illas distantias, in quibus jam nulla vis habetur sensibilis, sed ad tenuissimum gravitatis arcum acceditur.

Hinc cur soli da corpora nimio pondere pressa confringantur. 417. Hinc autem etiam illud in mea Theoria commodius accidit, quam in communi, quod in mea statim apparet, cur pila quæcunque utcunque solidi corporis post certa imposita pondera confringatur, & confringatur etiam solidus globus utraque compressus; cum multo magis appareat, quo pacto textus, & dispositio particularum necessaria ad summam virium satis validam mutari possit, ubi omnia puncta a se invicem distant in vacuo libero, quam ubi continuæ compactæ partes se contingant, nec ulla mihi est possibilis solida pila, quæ Mundum totum, si vi gravitatis in certam plagam feratur totus, suffineat, ut in sententia de continua extensione materiae pila perfecte solida utcunque tenuis ad eam rem abunde sufficeret.

Communia esse huic theoriam cum communi. 418. Hisce omnibus jam accurate expositis, communia mihi sunt ea omnia, quæ pertinent ad methodos explorandi per

experimenta diversam diversorum corporum cohaesionis vim, quod argumentum diligenter, ut solet, excoluit Musschenbroekius, & comparandi resistentiam ad fractionem, ubi divisio fieri debeat divissione perpendiculari ad superficies divellendas, ut ubi trahi verticali ingens pondus appenditur inferne, cum resistentia, quae habetur, ubi circa latus suum aliquod gyrare debeat superficies, quae divellitur, quod accidit, ubi extremae parti trahis horizontalis pondus appenditur; quam perquisitionem a Galileo inchoatam, sed sine ulla consideratione flexionis, & compressionis fibrarum, quae habetur in ima parte, alii plures excoluerunt post ipsam; & in quibus omnibus discrimina inveniuntur quamplurima. Illud unum hic addam: posse cohaesionem ingentem acquiri ab iis, quae per se nullam habent, nova materia interposita, ut ubi cineres, qui oleis actione ignis avolantibus inter se inertes remanserunt, oleis novis in massam cohaerentem rediguntur iterum, ac in aliis ejusmodi casibus: sed id jam pendet a discrimine inter diversas particulas, & massas, ac pertinet ad soliditatem explicandam inprimis, non generaliter ad cohaesionem, de quibus jam agam gradu facta a generalibus corporum proprietatibus ad multiplicem varietatem Naturae, & proprietates corporum particulares.

419. Et primo quidem se hic mihi offert ingens illud plurimum generum discrimen, quod haberi potest inter diversas punctorum congeries, quae constituunt diversa genera particularum corpora constituentium. Primum discrimen, quod se objicit, repeti potest ab ipso numero punctorum constituentium particulam, qui potest esse sub eadem etiam mole admodum diversus. Deinde moles ipsa diversa itidem esse potest, ac diversa densitas, ut nimirum duae particulae nec massam habeant, nec molem, nec densitatem aequalem. Deinde data etiam & massa, & mole, adeoque data densitate media particulae; potest haberi ingens discrimen in ipsa figura, sive in superficie omnia includente puncta, & eorum sequente ductum. Possunt enim in una particula disponi puncta in sphaeram, in alia in pyramidem, vel quadratum, vel triangulare prisma. Sumatur figura quaecunque, & in eam disponantur puncta utcumque: tot erunt ibi distantiae, quot erunt punctorum binaria, qui numerus utique finitus erit. Curva virium potest habere limites cohaesionis quotcunque, & ubicunque. Fieri igitur potest, ut limites iis ipsis distantis respondeant, & tum eam ipsam formam habeat particula, & ejus formae poterit esse admodum tenax. Quin immo per unicam etiam distantiam cum repagulo infinitae resistentiae, orto a binis asymptotis parallelis, & sibi proximis, cum area hinc attractiva, & inde repulsiva infinita, potest haberi in quavis massa cujuscunque figurae soliditas etiam infinita, sive vis, quae impediret dispositionis mutationem non minorem data quacunque. Nam intra illam figuram

multa, quae pertinent ad explorandam cohaesionis vim, & resistentiam ad fractionem in diversis positionibus.

Discrimen inter particulas diversas, a numero punctorum, a mole, a densitate, a figura, quae potest esse quavis, cum quavis vi ad eam retinendam.

possit

possit inscribi continuata series pyramidum juxta num. 363 habentium pro lateribus illas distantias nunquam mutandas magis, quam pro distantia binarum illarum asymptotorum, & positus punctis ad singulos angulos, haberetur massa punctorum, quorum nullum jaceret extra ejusmodi figuram, nec ullum adesset intra illam figuram, vel in ejus superficie spatii punctum, a quo ad distantiam minorem illa distantia data non haberetur punctum materiae aliquod. Possent autem intra massam haberi hiatus ubicunque, & quotcunque prorsus vacui, inscriptis in solo residuo spatio pyramidibus illis, & in angulis quibuscunque possent haberi quivis numerus punctorum distantium a se invicem minus, quam distent illae binae asymptoti, & quivis eorum numerus collocari possent inter latera, & facies pyramidum. Quare possent variari densitas ad libitum. Sed absque eo, quod singulis distantis respondeant in curva primigenia singuli limites, vel singula asymptotorum binaria, vel ullae sint ejusmodi asymptoti praeter illam primam, innumera sunt sane figurarum genera, in quibus pro dato punctorum numero haberi potest aequilibrium, & cohaesionis limes per elisionem contrariam virium, ex solutione problematis indicati num. 412. Hoc discrimen est maxime notatu dignum.

Discrimen in punctorum distributione per figuram eandem.

420. Data etiam figura potest adhuc in diversis particulis haberi discrimen maximum ob diversam distributionem punctorum ipsorum. Sic in eadem sphaera possunt puncta esse admodum inaequaliter distributa ita, ut etiam paribus distantis ex altera parte sint plurima, ex altera paucissima, vel in diversis locis superficiei ejusdem concentricae esse congeries plurimae punctorum conglobatorum, in aliis eorum raritas ingens, & haec ipsa loca possunt in diversis a centro distantis jacere ad plagas admodum diversas in eadem etiam particula, & in eadem a centro distantia esse in diversis particulis admodum diversis modis distributa. Verum etiam si particulae habeant eandem figuram, ut sphaericam, & in singulis circunquaque in eadem a centro distantia puncta aequaliter distributa sint; ingens adhuc discrimen esse poterit in densitate diversis a centro distantis respondente. Possunt enim in altera esse fere omnia versus centrum, in altera versus medium, in altera versus superficiem extimam: & in hisce ipsis discrimina, tam quod pertinet ad loca densitatum earundem, quam quod pertinet ad rationem inter diversas densitates, possunt in infinitum variari.

Discrimen in vi, qua figuram conentur retinere: posse esse talem, ut nulla finita vi dissolvi possit.

421. Haec omnia discrimina pertinent ad numerum, & distributionem punctorum in diversis particulis: sed ex iis oriuntur alia discrimina praecipua, quae maximam corporum, & phaenomenorum varietatem inducunt, quae nimirum pertinent ad vires, quibus puncta particulam constituentia agunt inter se, vel quibus tota una particula agit in totam alteram. Possunt inprimis, & in tanta dispositionum varietate debent,

pun-

puncta constituenta eandem particulam habere vires cohæſionis admodum inter se diverſas, ut aliæ multo facilius, aliæ multo difficilius dispositionem mutant mutatione, quæ aliquam ubique sit, & egregie lævigata; globus ponderis cujuscunque posset quavis minima vi rotari per superficiem ipsam, elevari non posset sine vi, quæ totum ipsius pondus excedat.

422. Discrimina autem virium, quas una particula exercet in aliam, debent esse adhuc plura. Inprimis ex num. 222 patet, fieri posse, ut una particula constans etiam duobus punctis tertium punctum in iisdem distantis collocatum ab earum medio attrahat per totum quoddam intervallum, vel repellat per idem intervallum totum, vel nec usquam in eo repellat, nec attrahat, conspirantibus in primo casu binis attractionibus, in secundo binis repulsionibus itidem conspirantibus, & in tertio attractione, & repulsione æqualibus se mutuo elidentibus. Multo autem magis summa virium totius cujusdam particulæ in aliam totam in eadem etiam distantia sitam, si medium utriusque spectetur, erit pro diversa dispositione punctorum admodum inter se diversa, ut nimirum in una attractiones prævaleant, in alia repulsiones, in alia vires oppositæ se mutuo elidant. Inde habebuntur particulæ in se invicem agentes viribus admodum diverſis, pro diversa sua constitutione, & particulæ ad sensum inertes inter se, quæ quidem persecutus sum ipſo num. 222.

Particulæ aliæ se attrahentes, aliæ repellentes, aliæ inertes inter se.

423. Aliud discrimen admodum notabile inter ejusmodi particularum vires est illud, quod eadem particula ex altera parte poterit datam aliam particulam attrahere, ex altera repellere; quin immo possunt esse loca quotcunque in superficie particulæ etiam sphericæ, quæ alteram particulam in eadem a centro distantia sitam attrahant, quæ repellant, quæ nihil agant; cum nimirum in iis locis possint vel plura, vel pauciora esse puncta, quam in aliis, & ea ad diversas a centro, & a se invicem distantias collocata. Inde autem & illud fieri poterit, ut, quemadmodum in iis, quæ vidimus a num. 231, unum punctum a duorum aliorum altero attractum, ab altero repulsum, vi composita urgetur in latus, ita etiam una particula ab una alterius parte attracta, & repulsa ab altera in altera directione sita, urgeatur itidem in latus, & certam affecta positionem respectu ipsius, ad eam tuendam determinetur, nec consistere possit, nisi in ea unica positione respectu ipsius, vel in quibusdam determinatis positionibus, ad quas trahatur ab aliis rejecta. Quod si particula spherica sit, & in omnibus concentricis superficiebus puncta æqualiter distributa sint, ad distantias a se invicem perquam exiguas; tum ejus, & alterius ejus similis particulæ vires mutue dirigentur ad sensum ad earum centra, & fieri poterit, ut in quibusdam distantis se repellant mutuo, in aliis se attrahant, quo casu habebitur quidem diffi-

Particulæ quæ in certis punctis se repellant, in aliis attrahant: quæ se urgeant in latus, quæ circumquaque eandem vim exercent.

cultas in avellenda altera ab altera, sed nulla difficultas habebitur in altera circa alteram circumducenda in gyrum, sicut si Terræ superficies horizontalis ubique sit, & egregie lævigata; globus ponderis cujuscunque posset quavis minima vi rotari per superficiem ipsam, elevari non posset sine vi, quæ totum ipsius pondus excedat.

424. In hac actione unius particulæ in aliam generaliter, quo particulæ ipsæ minorem habuerint molem, eo minus ceteris paribus perturbabitur earum respectiva positio ab alia particula in data quavis distantia sita: nam diversitas directionis & intensitatis, quam habent vires agentes in diversas ejus partes, quæ sola positionem turbare nititur, viribus æqualibus & parallelis nullam mutue positionis mutationem inducentibus, eo erit minor, quo distantiarum, & directionum discrimen minus erit: atque idcirco, quemadmodum jam exposui num. 239, inferiorum ordinum particulæ difficilius dissolvi possunt, quam particulæ ordinum superiorum.

Discrimina inter particularum oriri ex punctorum vicinia: quanto magis debeant differre corpora, quæ ex iis constant.

425. Hæc quidem præcipue notatu digna mihi sunt visa inter particularum ex homogeneis etiam punctis compositarum discrimina, quæ tamen, quod ad vires pertinet, intra admodum exiguos distantiarum limites sistunt; nam pro majoribus distantis particularum omnium vires sunt prorsus uniformes, uti ostensum jam est num. 212, nimirum attractivæ in ratione reciproca duplicata distantiarum ad sensum. Porro hinc illud admodum evidenter consequitur, massas majores ex adeo diversis particulis compositas, nimirum hæc ipsa nostra majora corpora, quæ sub sensum cadunt, debere esse adhuc multo magis diversa inter se in iis, quæ ad eorum nexum pertinent, & ad phenomena exhibita a viribus se extendentibus ad distantias illas exiguas, licet omnia in lege gravitatis generalis, quæ ad illas pertinet majores distantias, conformia sint penitus, quod etiam supra num. 402 notandum proposui. De hoc autem discrimine, & de particularibus diversorum corporum proprietatibus ad diversas pertinentium classes jam agere incipiam.

Quæ natura solidorum, & fluidorum: quid in solidis rigida, quid virgæ elasticæ: in fluidis quid viscosa, quid humida.

426. Prima se mihi offerunt solida, & fluida, quorum discrimina quæ sint, & quomodo a mea Theoria ortum ducant, est exponendum. Solida ita inter se connexa sunt, ut quemlibet aliquot particularum motum sequantur reliquæ: promotæ, si illæ promoventur: retractæ, si illæ retrahuntur: conversæ in latus, si linea, in qua ipsæ jacent, directionem mutet: & in eo soliditas est sita: porro ea dicuntur rigida; si ingenti etiam adhibita vi positio, quam habet recta ducta per duas quasvis particulas massæ, respectu rectæ, quæ jungit alias quasvis, mutari ad sensum non possit, sed ad inclinandam unam partem oporteat inclinare totam massam, & basim, & quamvis ejus rectam eodem angulo: nam in iis, quæ flexilia sunt, ut elasticæ virgæ, pars una directionem positionis mutat, & incli-

inclinatur, altera priorem positionem fervante: & priora illa franguntur, alia majore, alia minore vi adhibita; hæc posteriora se restitunt. Fluida autem passim non utique carent vi mutua inter particulas, immo pleraque exercent, & aliqua satis magnam, repulsivam vim, ut aer, qui ad expansionem semper tendit, aliqua attractivam, & vel non exiguam, ut aqua, vel etiam admodum ingentem, ut mercurius, quorum liquorum particulæ se in globum etiam conformant mutua particularum suarum attractione, & tamen separantur admodum facile a se invicem majores eorum massæ, ac aliquot partibus motus facile ista imprimitur: ut eodem tempore ad remotas satis sensibilis non protendatur; unde fit, ut fluida cedant vi cuicumque impressæ, ac cedendo facile moveantur, solida vero non nisi tota simul moveri possint, & viribus impressis idcirco resistunt magis: quæ autem resistunt quidem multum, sed non ita multum, ut solida, dicuntur viscosa. Ipsa vero fluida dicuntur humida, si solido admoto adhærescant, & sicca, si non adhæreant.

427. Hæc omnia phænomena præstari possunt per illa sola discrimina, quæ in diverso particularum textu consideravimus. Ut enim a fluiditate incipiamus, in primis in ipsis fluidis omnes, particulæ in æquilibrio esse debent, dum quiescunt, & si nulla externa vi comprimantur, vel in certam dirigantur plagam; id æquilibrio debet haberi a solis mutuis actionibus: sed ejusmodi casum non habemus hic in nostris fluidis, quæ incumbens massæ premuntur pondere, & aliqua, ut aer, etiam continentis vasis parietibus comprimuntur, in quibus idcirco omnibus aliqua haberi debet repulsiva vis inter particulas proximas, licet inter remotiores haberi possit attractio, ut jam constabit. Tria autem genera fluidorum considerari poterunt: illud, in quo in majoribus ejus massulis nulla se prodit mutua particularum vis: illud, in quo se prodit vis repulsiva: illud, in quo vis attractiva se prodit. Primi generis fere sunt pulveres, & arenulæ, ut illæ, ex quibus etiam horologia clepsydri veterum similia construuntur, & ad fluidorum naturam accedunt maxime, si satis lævigatam habeant superficiem, quod in quibusdam granulis cernimus, ut in milio: nam plerumque scabritiem habent aliquam & inæqualitates, quæ motum difficiliorem reddunt. Secundi generis sunt fluida elastica, ut aer: tertii vero generis liquores, ut aqua, & mercurius. Porro in primis ostensum est num. 222, & 422, posse binas particulas eodem etiam punctorum numero constantes, sed diverso modo dispositas, ita diversas habere virium summas in iisdem etiam centrorum distantis, ut aliæ se attrahant, aliæ se repellant, aliæ nihil in se invicem agant. Quamobrem ejusmodi discrimina exhibet abunde Theoria. Verum multa in singulis diligenter notanda sunt; nam ibi etiam, ubi nulla se prodit vis attractiva, habetur inter proximas particulas repulsio, ut innui paullo ante, & jam patebit.

B b 2

428. Por-

Unde fluiditas: tria fluidorum genera.

Unde facilis motus in fluidis primi generis.

428. Porro in primo casu statim apparet, unde facilis ille habeatur motus. Quoniam, aucta distantia, nulla sensibili vi se attrahunt particulæ; altera non sequetur motum alterius; nisi ubi illa versus hanc promotam ita accesserit, ut vi repulsiva mutua, quemadmodum in corporum collisionibus accidit, cogatur illi loco cedere, quæ cessio, si satis lævigatæ superficies fuerint, ut prominentes monticuli in exiguis hiatus ingressi motum non impediunt, & sit locus aliquis, versus quem possint vel in gyrum actæ particulæ, vel elevatæ, vel per apertum foramen eum-pentes, loco cedere; facile fiet, nec alia requiretur vis ad eum motum, nisi quæ ad inertiam vim vincendam requiritur, vel, si graves particulæ sint versus externam massam, ut hic versus Tellurem, & fluidum motu impresso debeat ascendere, vis, quæ requiritur ad vincendam gravitatem ipsam: verum ad vincendam solam vim inertiam, satis est quæcunque activa vis utcumque exigua, & ad vincendam gravitatem, in hoc fluidorum genere, si perfecta sit lævigatio; satis est vis utcumque paullo major pondere massæ fluidæ ascendens: quanquam nisi excessus fuerit major; lentissimus erit motus: ipsum autem pondus coget particulas ad se invicem accedere nonnihil, donec obtineatur vis repulsiva ipsum elidens, uti supra ostendimus num. 348; adeoque in statu æquilibrii se particulæ, in hoc etiam casu, repellent, sed erunt citra, & prope ejusmodi limites, ultra quos vis attractiva sit ad sensum nulla. Quod si figura particularum præterea fuerit spherica, multo facilius habebitur motus in omnem plagam ob ipsam circumquaque uniformem figuram.

Eadem ratio, & in reliquis binis: discrimen inter ipsa.

429. In secundo, ac tertio genere motus itidem habebitur facilis, si particulæ sphericæ sint, & paribus a centro distantis homogeneæ, ut nimirum vires dirigantur ad centra. In ejusmodi enim particulis motus quidem unius particulæ circa aliam omni difficultate carebit, & vires mutue solum accessum, vel recessum impediunt. Hinc impresso motu particulis aliquot, poterunt ipsæ moveri in gyrum aliæ circa alias, & alia succedere poterit loco ab alia relicto, quin partes remotiores motum ejusmodi sentiant: quanquam fere semper fortuita quadam particularum dispositio hiatus, qui necessario relinqui debent inter globos, & directio impressionis varia inducent etiam accessus & recessus aliquos, quibus fiet, ut motus ad remotiores etiam particulas deveniat, sed eo minor, quo major fuerit earum distantia. Verum hic notandum erit discrimen ingens inter duos casus, in quibus partes fluidi se repellunt, & casus, in quibus se attrahunt.

In elasticis fluidis particulas esse extra limites sub arcibus repulsivis latis.

430. In primo casu particulæ proximæ debent se omnino repellere, & vis ex parte altera elidet vim ex altera; sed si repente relinquatur libertas ex parte quavis, sine ulla externa vi, sed sola illa particularum actione mutua, recedent seipsa particulæ a se invicem, & fluidum dilatabitur; quin immo

immo externa vi opus est, ad continendum in eo statu massam ejusmodi, uti aerem gravitas superioris atmosphaerae continet, vel in vase occluso vasis ipsius parietes; & aucta illa externa vi comprimente augeri poterit compressio, imminuta imminui. Particulae illae inter se non erunt in limitibus quibusdam cohaesionis, sed erunt sub repulsivo arcu curvae exprimentis vires compositas particularum ipsarum.

431. At in tertio genere particulae quidem proximae se mutuo repellent, repulsionem aequali illi vi, quae necessaria est ad elidendam vim externam, & ad elidendam pressionem, quae oritur a remotiorum attractionibus: verum si fluidum est parum admodum compressibile, vel etiam nihil ad sensum, ut aqua; debent esse citra, & admodum prope limitem, ultra quem vel immediate, vel potius, si id fluidum neque distrahitur (ut nimirum durante sua forma nequeat acquirere spatium multo majus, quod itidem in aqua accidit) habeat post limites alios satis inter se proximis arcum attractivum ad distantias aliquanto majores protensum, a quo attractio illa prodeat, quae se in ejusmodi fluidorum massulis prodit; licet si iterum id fluidum majore vi abire possit in elasticos vapores, ut ipsa aqua post eum attractivum arcum; arcus repulsivus debeat succedere satis amplius, juxta ea, quae diximus num. 195.

432. In hoc fluidi genere illud mirum videri potest, quod illa attractiva vis, quae in majoribus succedit distantis, & ille validus cohaesionis limes, qui & compressionem, & rarefactionem impedit, non impediatur divisionem massae, & separationem unius partis massae ab alia. At quomodo id facile fieri ibi possit, & non possit in solidis, patebit hoc exemplo. Concipiatur Terrae superficies sphaerica accurate, & bene laevigata, ac gravitas sit ejusmodi, ut in distantia perquam exigua fiat jam insensibilis, ut vis magnetica in exigua distantia sensum jam effugit. Sint autem globi multi itidem laeves mutua attractiva vi praediti, quae vim in totam Terram superet. Si quis unum ejusmodi globum apprehendat, & attollat; secundus ipsi adhærebit relicta Terra, & post ipsum ascendet, reliquis per superficiem Terrae progredientibus, donec alii post alios eleventur, vi in globum jam elevatum superante vim in Terram. Is, qui primum manu teneret globum, sentiret, & deberet vincere vim unius tantummodo globi in Terram, quem separat, cum nulla sit difficultas in progressu reliquorum per superficiem Terrae, quo distantia non augetur, & globorum jam altiorum vis in Terram ponatur insensibilis. Vinceret igitur aliorum vim post vim aliorum, & vis ab eo abhibita major tantummodo vi globi unici requiretur ad rem praestandam. At si illi globi deberent elevari simul, ut si simul omnes colligati essent per virgas rigidas; deberent utique omnes illae vires omnium in Terram simul superari, & requiretur vis major omnibus simul. Res eodem redit, ac ubi fasciculus virgarum de-

In fluidis humidis limitem validum cohaesionis fore proximum, & si abeat in vapores debere haberi prope validissimum arcum: repulsivum.

Motus non obstante vi mutua facilis, quod ad motum aliquot particularum non debeat moveri remote simul ut in solidis. Exemplum in quadam hypothesei globorum gravium.

debeat totus frangi simul, vel potius debeant aliae post alias frangi virgae.

433. Id ipsum est discrimen inter fluida hujus generis, & solida. In his motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut separentur aliae post alias; dum in solidis vis in latus, de qua egimus jam in pluribus locis, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas, impediunt ejusmodi liberum motum, qui fiat sine mutatione distantiarum, & cogunt divulsionem plurimarum particularum simul: unde oritur difficultas illa ingens dividendi a se invicem particulas solidas, quae in divisione fluidorum est adeo tenuis, ac ad sensum nulla.

Exemplum in aqua: resistentiam in fluidis ad separationem fieri eandem, ac in solidis, si velocitas debeat esse ingens.

434. Successivam hujusmodi separationem particularum aliarum post alias videmus utique in ipsis aquae guttis pendentibus, quae ubi ita excreverunt; ut pondus totius guttae superet vim attractivam mutua partium ipsius; non divellitur tota simul ingens ejus aliqua massa, sed a superiore parte, utut brevissimo tempore, attenuatur per gradus; donec illud veluti filum jam tenuissimum penitus superetur. Fuerunt prius mille particulae in superficie, quae guttam pendentem connectebant cum superiore parte aquae, quae relinquitur adhærens corpori, ex quo pendebat gutta, sunt paulo post ibi 900, 800, 700: & ita porro imminuto earum numero per gradus, dum laterales accedunt ad se invicem, & attenuatur figura: quarum idcirco resistentia facile vincitur, ut ubi in illo virgarum fasciculo frangantur aliae post alias. At ubi celerrimo motu in fluidum ejusmodi incurritur ita; ut non possint tam brevi tempore aliae aliis particulae locum dare, & in gyrum agi; tum vero fluida resistent, ut solida. Id experimur in globis tormentariis, qui ex aqua resiliunt, in eam satis oblique projecti, ut manente satis magna horizontali velocitate collisio in perpendiculari fiat more solidorum: ac eandem quoque resistentiam in aqua scindenda experiuntur, qui se ex editiore loco in eam demittunt.

Soliditatis causa in vi, & motu in latus: exemplum in parallelepipedis.

435. Hinc autem pronum est videre, unde soliditatis phaenomena ortum ducant. Nimirum ubi particularum figura recedit plurimum a sphaerica, vel distributio punctorum intra particulam inaequalis est, ibi nec habetur libertas illa motus circularis, & omnia, quae ad soliditatem pertinent, consequi debent ex vi in latus. Cum enim una particula respectu alterius non distantiam tantummodo, sed & positionem servare debeat; non solum, ea promoti, vel retracta, alteram quoque promoveri, vel retrahi necesse est: sed praeterea, ea circa axem quencunque conversa, oportet & illam aliam loco cedere, ac eo abire, ubi positionem priorem respectivam acquirat: quod cum & tertia respectu secundae praestare debeat, & omnes reliquae circumquaque circa illam positae; patet utique, non posse motum in eo casu imprimi parti cuiuspiam systematis; quin & totius systematis motus consequatur respectivam positionem.

sitionem servantis, quæ est ipsa superius indicata solidorum natura. Res autem multo adhuc magis manifesta fit, ubi figura multum abluat a spherica, ut si sint bina parallelepipedum inter se constituta in quodam cohesionis limite, alterum ex adverso alterius. Alterum ex iis moveri non poterit, nisi vel utrinque a lateribus accedat ad alterum, vel utrinque recedat, vel ex altero latere accedat, & recedat ex altero. In primo casu imminuta distantia habetur repulsiva vis, & illud alterum progreditur: in secundo, eadem aucta, habetur attractio, & illud secundum ad prioris motum consequitur; in tertio casu, qui haberi non potest, nisi per inclinationem prioris parallelepipedum, altero latere attractio, & altero repulso inclinari necesse est etiam secundum; quo pacto si ejusmodi parallelepipedorum sit series quædam continua, quæ fibram longiorem, vel virgam constituat; inclinata basi, inclinatur illico series tota: & si ex ejusmodi particulis massa constet; tota moveri debet, ac inclinari, inclinato latere quocunque,

436. Quod de parallelepipedis est dictum, id ipsum ad figuras quascunque transferri potest inæquales utcunque, quæ ex altero latere possint accedere ad aliam particulam, ex altero recedere: habebitur semper motus in latus, & habebuntur soliditatis phænomena, nisi paribus a centro distantis homogeneæ, & sphericæ formæ particulæ sint. Verum ingens in eo motu discrimen erit inter diversa corpora. Si nimirum vires illæ hinc, & inde a limite, in quo particulæ constitutæ sunt, sint admodum validæ; motus in latus fiet celerrime, & nulla flexio in virga, aut in massa apparebit; quanquam erit utique semper aliqua. Si minores sint vires; longiore tempore opus erit ad motum, & ad positionem debitam acquirendam, quo casu, inclinata parte ima virgæ, nondum pars summa obtinere potest positionem jacentem in directum cum ipsa, adeoque habebitur inflexio, quæ quidem eo erit major, quo major fuerit celeritas conversionis ipsius virgæ, uti omnino per experimenta deprehendimus.

437. Nec vero minus facile intelligitur illud, quid intersit inter flexilia solida corpora, & fragilia. Si nimirum vires hinc, & inde ab illo limite, in quo sunt particulæ, extenduntur ad satis magnas distantias eadem, arcu utroque habente amplitudinem non ita exiguam; tum vero, vi externa adhibita utrique extremo, vel majore velocitate impressa alteri, incurvabitur virga, atque inflectetur, sed sibi relicta ad positionem abibit suam, & in illo inflexionis violento statu vim exercebit perpetuam ad regressum, quod in elasticis virgis accidit. Si vires illæ non diu durent hinc, & inde eadem, vel per satis magnam intervallum sit ingens frequentia limitum; tum quidem inflexio habebitur sine conatu ad se restituendum, & sine fractione, tam vi adhibita utrique extremo, quam ingenti velocitate impressa alteri, ut videmus accidere in maxime ductilibus, velut

Idem in figuris omnibus: unde discrimen inter flexilia, & rigida.

Discrimen inter flexilia, & fragilia unde.

velut in plumbo. Si demum vires hinc, & inde per exiguum intervallum durent, post quod nulla sit actio, vel ingens repulsiva arcus consequatur, qui sequentes attractivos superet; habebitur virga rigida, & fractio, ac eo major erit soliditas, & illa, quæ vulgo appellatur durities, quo vires illæ hinc & inde statim post limites fuerint majores.

438. Atque hic quidem jam etiam ad discrimen devenimus inter elastica, & mollia: verum antequam ad ea faciamus gradum, adnotabo non nulla, quæ adhuc pertinent ad solidorum, & fluidorum naturam, ac proprietates. Inprimis media inter solida, & fluida, sunt viscosa corpora, in quibus est aliqua vis in latus, sed exigua. Ea resistunt mutationi figuræ, sed eo majore, vel minore vi, quo majus, vel minus est in diversis particularum punctis virium discrimen, a quo oritur vis in latus. Viscosa autem præter tenacitatem, quam habent inter se, habent etiam vim, qua adhærent externis corporibus, sed non omnibus, in quo ad humidos liquores referuntur. Humiditas enim est itidem respectiva. Aqua, quæ digitis nostris adhæret illico, & per vitrum, ac lignum diffunditur admodum facile, oleaginosa, & resinosa corpora non humectat, in foliis herbarum pinguis extat in guttulis eminens, & avium plurium plumas non inficit. Id pendet a vi inter particulas fluidi, & particulas externi corporis; & jam vidimus pro diversa punctorum distributione particulas eisdem respectu aliarum debere habere in eadem directione vim attractivam, respectu aliarum repulsivam vim, & respectu aliarum nullam.

439. In particulis illis, quæ ad soliditatem requiruntur, invenitur admodum expedita ratio phænomeni ad solida corpora pertinentis, quod Physicos in summam admirationem rapit, nimirum dispositio quædam in peculiare quasdam figuras, quæ in salibus inprimis apparent admodum constantes, in glacie, & in nivium stellulis potissimum adeo sunt elegantes etiam, & ad certas quasdam leges accedunt, quas itidem cum constanti admodum figurarum forma in gemmarum succis simplicibus observamus, quæ vero nusquam magis se produunt, quam in organicis vegetabilium, & animalium corporibus. In hac mea Theoria in promptu est ratio. Si enim particulæ in certis suæ superficiæ partibus quasdam alias particulas attrahunt, in aliis repellunt; facile concipitur, cur non nisi certo ordine sibi adhæreant, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus se attrahunt, & satis firmos limites nancisci possunt, adeoque non nisi in certas tantummodo figuras possint coalescere. Quoniam vero præterea eadem particula, eadem sui parte, qua alteram attrahit, alteram pro ejus varia dispositione repellit; dum massa plurium particularum temere agitata prætervolat; eæ tantummodo sistuntur, quæ attrahuntur, & ad ea se applicabunt puncta, ad quæ maxime attrahuntur, ac in illis hærebunt, in quibus post accessum maxime tenaces limites nan-

Quid, & unde viscositas.

Organicorum corporum efformatio per vires in latus versus certa superficiæ puncta.

manifcentur; unde & secretionis, & nutritionis, vegetationis, & certarum figurarum patet ratio admodum manifesta. Et hæc quidem ad nutritionem, & ad certas figuras pertinentia jam innueram num. 222, & 423.

440. Quoniam ostensum est, qui fieri possit, ut certam figuram acquirant certa particularum genera, cujus admodum tenacia sint, si quis omnem veterum corpuscularium sententiam, quam Gassendus, ac e recentioribus alii secuti sunt, adhibentes variarum figurarum atomos, ut ad cohesionem uncinatas, ab hac eadem Theoria velit deducere, is sane poterit, ut patet, & ejusmodi atomos adhibere ad explicationem eorum omnium phaenomenorum, quæ pendent a sola cohæsione, & inertia, quæ tamen non ita multa sunt: poterunt autem haberi ejusmodi atomi cum infinita figuræ suæ tenacitate, & cohæsione mutua suarum partium per solas etiam binas asymptotas illas, de quibus num. 419, inter se satis proximas. Et si curva virium habeat tantummodo in minimis distantis duas ejusmodi asymptotas, tum post crus repulsivum ulterioris statim consequatur arcus attractivus, primo quidem plurimum recedens ab axe cum exiguo recessu ab asymptoto, tum ad axem regrediens, & accedens statim ad formam gravitati exhibendæ debitam; haberentur per ejusmodi curvam atomi habentes impenetrabilitatem, gravitatem, & figuræ suæ tenacitatem ejusmodi, ut ab ea discedere non possent discessu quantum libuerit parvo; cum enim possint illæ duæ asymptoti sibi invicem esse proximæ intervallo utcumque parvo, posset utique ita contrahi intervallum istud, ut figuræ mutatio æqualis datæ cui-cunque utcumque parvæ mutationi eviteatur. Ubi enim cui-cunque figuræ inscripta est series continua cubulorum, & puncta in singulis angulis posita sunt, mutari non potest figura externorum punctorum ductum sequens mutatione quadam data, per quam quædam puncta discedant a locis prioribus per quædam intervalla data, manentibus quibusdam, ut manente basi, nisi per quædam data intervalla a se invicem recedant, vel ad se invicem accedant saltem aliqua puncta, cum, data distantia puncti a tribus aliis, detur etiam ejus positio respectu illorum, quæ mutari non potest, nisi aliqua ex iisdem tribus distantis mutetur, unde fit, ut possit data quævis positionis mutatio impediri, impedita mutatione distantie per intervallum ad eam mutationem necessarium. Quod si illæ binæ asymptoti essent tantillo remotiores a se invicem, tum vero & mutatio distantie haberi posset tantillo major, & idcirco singulis distantis illata vi aliqua posset figura non nihil mutari, & quidem exigua mutatione distantiarum singularum posset in ingenti serie punctorum haberi inflexio figuræ satis magna orta ex pluribus exiguis flexibus. Sic & spirales atomi efformari possent, quarum spiris per vim contractis sentiretur ingens elastica vis, sive determinatio ad expansionem, ac per hujusmodi atomos possent itidem

Atomistarum
sistema posse
deduci totum
ex hac Theoria,
& cum illa bene
coherere,
explicata præ-
terea cohæsio-
ne partium in
atomis.

dem plurima explicari phaenomena, ut & nexus massarum per uncus uncis, vel spiris insertos, quo pacto explicari itidem posset etiam illud, quomodo in duabus particulis, quarum altera ad alteram cum ingenti velocitate accesserit, oriatur ingens nexus novus, nimirum sine regressu a se invicem, unco nimirum alterius in alterius foramen injecto, & intra illud converso per virium inæqualitatem in diversas unci partes agentium, ut jam prodire non possit; nam unci cavitatis, & foramen, seu porus alterius particulæ, posset esse multo amplior, quam pro exigua illa distantia insuperabili, ut idcirco inferi posset sine impedimento orto a viribus agentibus in minore distantia. Eadem autem atomi haberi possunt, etiam si curva habeat reliquos omnes flexus, quos habet mea, quo pacto ad alia multo plurà, ut ad fermentationes inprimis, ac vaporum, & luminis emissionem multo aptiores erunt; & sine asymptoticis arcibus, qui vires exhibeant extra originem abscissarum in infinitum excrecentes, idem obtineri poterit per solos limites cohæsionis admodum validos cum tenacitate figuræ non quidem infinita, sed tamen maxima, ubi, quod illi veteres non explicarunt, cohæsio partium atomorum inter se, adeoque atomorum soliditas, ut & continuata impenetrabilitatis resistantia, & gravitas, ex eodem generali derivaretur principio, ex quo & reliqua universa Natura. Illud unum hic notandum superest, ejusmodi atomos habituras necessario ubique distantiam a se invicem majorem, quam pro illa insuperabili distantia, ad quam externa puncta devenire ibi non possunt.

Cur non omnia corpora sint fluida; licet omnia puncta sint circumquaque ejusdem vis.

441. Huc etiam pertinet solutio hujusmodi difficultatis, quæ sponte se objicit: si omnia materiæ puncta simplicia sunt, & vires in quavis directione circumquaque exercent easdem; omnia corpora ex iis utique composita erunt fluida multo potiore jure, quam fluida esse debeant, quæ globulis constant easdem in omni circum directione vires exercentibus. Huic difficultati hic facile occurritur: si particularum puncta possent vi adhibita mutare aliquanto magis distantias inter se, nam aliqua etiam ad circulationem exigua mutatio requiritur; posset autem imprimi exiguo numero punctorum constituentium unam e particulis primorum ordinum, quin imprimatur simul omnibus ejusmodi punctis, vel satis magno eorum numero, motus ad sensum idem; tum utique haberetur idem, quod habetur in fluidis, & separatis aliis punctis post alia, motus facilis per omnes omnium corporum massas obtineretur. At particulæ primi ordinis ab indivisibilibus punctis ortæ, ut & proximorum ordinum particulæ ortæ ab iis, sua ipsa parvitate molis tueri possunt juxta num. 424 formam suam, & positionem punctorum: nam differentia virium exercitarum in diversa earum puncta potest esse perquam exigua, summa virium prohibente tantum accessum unius particulæ ad alteram, quo tamen accessu inæqualitas virium, & obliquitas directionum habeat.

beatior adhuc satis magna ad vincendas vires mutuas, & mutandam positionem, qua positione manente, manet inæqualitas virium, quas diversa puncta ejus particulæ exercent in aliam particulam. Ea inæqualitas itidem potest non esse satis magna, ut possit illius mutuas vires vincere, & textum dissolvere, sed esse tanta, ut motum inducat in latus, ac ejus motus obliquitas, & virium inæqualitas eo deinde erit major, quo ad altiores ascenditur particularum ordines, donec deveniatur ad corpora, quæ a nobis sentiuntur.

442. Solida externum corpus ad ea delatum intra suam massam non recipiunt, ut vidimus: at fluida solidum intra se moveri permittunt, sed resistunt motui. Resistentiam ejusmodi accurate comparare, & ejus leges accurate definire, est res admodum ardua. Oporteret nosse ipsam virium legem determinate, & numerum, & dispositionem punctorum, ac habere satis promotam Geometriam, & Analytin ad rem præstandam. Sed in tanta particularum, & virium multitudine, quam debeat esse res ardua, & humano captu superior determinatio omnium motuum, satis constat ex ipso problemate trium corporum in se mutuo agentium, quod num. 204 diximus nondum satis generaliter solum esse. Hinc alii ad alias hypotheses confugiunt, ut rem perficiant, & omnes ejusmodi methodi æque cum mea, ac cum communi Theoria, consentire possunt.

443. Ut tamen aliquid innuam etiam de eo argumento, duplex est resistentiæ fons in fluidis: primo quidem oritur resistentia ex motu impresso particulis fluidi; nam juxta leges collisionis corporum, corpus imprimens motum alteri, tantundem amittit de suo. Deinde oritur resistentia a viribus, quas particulæ exercent, dum aliæ in alias incurrunt, quæ earum motum impediunt, quo casu comprimuntur non nihil particulæ ipsæ etiam in fluidis non elasticis egressæ e limitibus, & æquilibrio: acquirunt autem motus admodum diversos, gyraunt, & alias impellunt, quæ a tergo urgent non nihil corpus progrediens, quod potissimum a fluidis elasticis a tergo impellitur, dilatato ibi fluido, dum a fronte a fluido ibi compresso impeditur: sed ea omnia, uti diximus, accurate comparare non licet. Illud generaliter notari potest: resistentia, quæ provenit a motu communicato particulis fluidi, & quæ dicitur orta ab inertia ipsius fluidi, est ut ejus densitas, & ut quadratum velocitatis conjunctim: ut densitas, quia pari velocitate eo pluribus dato tempore particulis motus idem imprimitur, quo densitas est major, nimirum quo plures in dato spatio occurrunt particulæ: ut quadratum velocitatis, quia pari densitate eo plures particulæ dato tempore loco movendæ sunt, quo major est velocitas, nimirum quo plus spatii percurritur, & eo major singulari imprimitur motus, quo itidem velocitas est major. Resistentia autem, quæ oritur a viribus, quas in se exercent particulæ, si vis ea esset eadem in singulis, quacunque velocitate

Difficultas determinandi resistentiam fluidorum: methodi indirectæ id præstandi eadem in hac Theoria ac in communi.

Bini resistentiæ fontes, & utriusque lex.

moveatur corpus progrediens, esset in ratione temporis, five constans: nam plures quidem eodem tempore particulæ eam vim exercent, sed breviori tempore durat singularum actio, adeoque summa evadit constans. Verum si velocitas corporis progredientis sit major; particulæ magis compinguntur, & ad se invicem accedunt magis, adeoque major est itidem vis. Quare ejusmodi resistentia est partim constans, five, ut vocant, in ratione momentorum temporis, & partim in aliqua ratione itidem velocitatis.

Quam legem videantur innuere experimenta: in viscosis resistentiam esse majorem.

444. Porro ex experimentis nonnullis videtur erui, resistentiam in nonnullis fluidis esse partim in ratione duplicata velocitatum, partim in ratione earum simplici, & partim constantem, five in ratione momentorum temporis, quanvis ubi velocitas est ingens, deprehendatur major: & ubi fluiditas est ingens, ut in aqua, ut secundum resistentiæ genus, quod est magis irregulare, & incertum, sit respectu prioris exiguum, satis accedit resistentia ad rationem duplicatam velocitatum. Sed & illud cum Theoria conspirat, quod viscosa fluida multo magis resistunt, quam pro ratione suæ densitatis, & velocitate corporis progredientis: nam in ejusmodi fluidis, quæ ad solida accedunt, illud secundum resistentiæ genus est multo majus, quod quidem in solidis usque adeo crescit: quanquam & in iis intrudi per ingentem vim intra massam potest corpus extraneum, ut clavus in marum, vel in metallum, quæ tamen, si fragilia sunt, & sensibilem compressionem non admittant, diffinguntur.

Problemata alia ad resistentiam pertinentia itidem communia huic Theoriæ.

445. Jam vero quæcunque a Newtono primum, tum ab aliis demonstrata sunt de motu corporum, quibus resistitur in variis rationibus velocitatum, ea omnia consentiunt itidem cum mea Theoria, & hujus sunt loci, ac ad illam pertinent Mechanicæ partem, quæ agit de motu solidorum per fluida. Sic etiam determinatio figuræ, cui minimum resistitur, determinatio vis fluidi solidum impellentis directionibus quibuscunque, mensura velocitatis inde oriundæ per corporum obsectorum resistentiam observatione definitam, innatio solidorum in fluidis, ac alia ejusmodi, & mihi communia sunt: sed oportet rite distinguere, quæ sunt hypothetica tantummodo, ab iis, quæ habentur reapse in Natura.

Alia pertinentia huic pertractata in parte secunda: discrimen inter elastica, & mollia.

446. Ad fluida, & solida pertinent itidem, quæcunque in parte secunda demonstrata sunt de pressione fluidorum, & velocitate in effluxu, quæcumque de æquilibrio solidorum, de veste, de centro oscillationis, & percussione, quæ quidem in Mechanica pertractari solent. Illud unum addo, ex motu facili particularum fluidi aliarum circa alias, & irregulari earum congestione, facile deduci, debere pressionem propagari quaquaversus. Sed de his jam satis, quæ ad soliditatem, & fluiditatem pertinent: illud vero, quod pertinet ad discrimen inter elastica, & mollia, brevi expediam. Elastica sunt, quæ post mutationem

figuræ redeunt ad formam priorem; mollia; quæ in nova positione perseverant. Id discrimen Theoria exhibet per distantiam, vel propinquitatem limitum, juxta ea, quæ dicta num. 199. Si limites proximi illi, in quo particulæ cohererent, hinc, & inde plurimum ab eo distat, inammuta multum distantia, persistat semper repulsiva vis; aucta distantia, persistat vis attractiva. Quare sive comprimatur plus æquo, sive plus æquo distrahatur massa, ad figuram veterem redit; ubi rediit, excurret ulterius, donec contraria vi elidatur velocitas concepta, ac oritur tremor, & oscillatio, quæ paulatim minuitur, & extinguitur demum, partim actione externorum corporum, ut per aeris resistentiam sistitur paulatim motus penduli, partim actione particularum minus elasticarum, quæ admiscuntur, & quæ possunt tremorem illum paulatim interrumpere frictione, ac contrariis motibus, & sublapsu, quo suam ipsam dispositionem nonnihil immutent. Si autem limites sint satis proximi; causa externa, quæ massam comprimit, vel distrahit, postquam adduxit particulas ab uno cohesionis limite ad alium, ibi eas itidem cogit subsistere, quæ ibidem semel constitutæ itidem in æquilibrio sunt, & habetur massa mollis.

447. Quædam elastica fluida non habent particulas positas inter se in limitibus cohesionis, sed in distantibus repulsionum, & quidem ingentium, ut aer: sed vel incumbente pondere, vel parietibus quibusdam impeditur recessus ille, & sunt quodammodo ibidem in statu violento; licet semper puncta singula in æquilibrio sint, oppositis repulsionibus se mutuo elidentibus. Omnia autem & solida, & fluida, quæ videntur nec comprimuntur, nec ullas habere vires mutuas inter particulas, sed in limitibus esse, adhuc elastica sunt, sive vim repulsivam exercent inter particulas proximas, saltem quæ sensibili gravitate sunt prædita, quæ nimirum vis repulsiva vim gravitatis elidat. Verum ea distantias parum admodum mutant, mutatione, quæ idcirco sensum omnem effugiat; quod accidit in aqua, quæ in fundo putei; & prope superficiem supremam habet eandem ad sensum densitatem, & in metallis, & in marmoribus, & in solidis corporibus passim, quæ pondere majore imposito nihil ad sensum comprimuntur. Sed ea idcirco appellari non solent elastica, & ad ejusmodi appellationem non sufficit vis repulsiva etiam ingens inter particulas proximas: sed etiam requiritur mutatio sensibilis distantiarum respectu distantiarum totalis respondens sensibili mutationi virium.

448. Dura corpora in eo sensu, in quo a Physicis duritiei nomen accipitur, ut nimirum figuram nihil prorsus immutent, nulla sunt in mea Theoria, ut & nulla compacta penitus, ac plane solida, quemadmodum diximus etiam num. 266; sed dura vocat vulgus, quæ satis magnam exercent vim, ne figuram mutant, sive elastica sint, sive fragilia, sive mollia. Fragilitas, unde ortum ducat, expostum est paullo superius

Fluida elastica, quorum partes non sunt in limitibus cohesionis: omnia & solida, & fluida elastica esse, sed non dici, quia sensibilem compressionem non patiuntur.

Dura nulla est: quæ dicantur: unde fragilitas, & ductilitas.

perius num. 437, & inde etiam quid ductilitas, ac malleabilitas sit, facile intelligitur. Ductilia nimirum a mollibus non differunt, nisi in majore, vel minore vi, qua figuram tumentur suam: ut enim mollia pressione tenui, & ipsis digitis comprimuntur, vel saltem figuram mutant, sed mutatam retinent, ita ductilia ictu validiore mallei mutant itidem figuram suam veterem, & retinent novam, quam acquirunt.

Superiora omnia profluere ex Theoria: eius fœcunditas: illa omnia a densitate non pendere.

449. Atque hoc demum pacto quæcunque pertinent ad fluidorum, & solidorum diversa genera, nam & elastica, mollia, ductilia, fragilia eodem referuntur, invenimus omnia in illo particularum discrimine orto ex sola diversa combinatione punctorum, quam nobis Theoria rite applicata exhibuit, in quibus omnibus immensa varietas itidem haberi poterit, & debet; si curva primigenia ingentem habeat numerum intersectionum cum axe, & particulæ primi ordinis, ac reliquæ ordinum superiorum dispositiones, quæ in infinitum variari possunt, habuerint plurimas, & admodum diversas inter se, ac eas inprimis, quæ ad hæc ipsa figurarum, & virium discrimina requiruntur. Illud unum hic diligenter notandum est, quod ipsam Theoriam itidem commendat plurimum, hæcque proprietates omnes a densitate nihil omnino pendere. Fieri enim potest, uti num. 183 notavimus, ut curva virium primigenia limites, & arcus habeat quocunque ordine in diversis distantibus permixtos quocunque numero, ut validiores, & minus validi, ac ampliores, & minus amplii commisceantur inter se, ac utique, adeoque phænomena eadem figurarum, & virium æque inveniri possunt, ubi multo plura, & ubi multo pauciora puncta massam constituunt.

Communiquatur elementa quid sint.

450. Jam vero illa, quæ vulgo elementa appellari solent, Terra, Aqua, Aer, Ignis, nihil aliud mihi sunt, nisi diversa solida, & fluida, ex iisdem homogeneis punctis composita diversimode dispositis, ex quibus deinde permixtis alia adhuc magis composita corpora oriuntur. Et quidem Terra ex particulis constat inter se nulla vi conjunctis, quæ soliditatem aliarum admixtione particularum acquirunt, ut cineres oleorum ope, vel etiam aliqua mutatione dispositionis internæ, ut in vitrificatione evenit, quæ transformationes quo pacto accidant, dicemus postremo loco. Aqua est fluidum liquidum elasticitate carens cadente sub sensum per compressionem sensibilem, licet ingentem exercent repulsivam vim ejus particulæ, sustentantes vel externæ vis, vel sui ipsius ponderis pressione sine sensibili distantiarum imminutione. Aer est fluidum elasticum, quem admodum probabile est constare particulis plurimorum generum, cum e plurimis etiam fixis corporibus generetur admodum diversis, ut videbimus, ubi de transformationibus agendum erit, ac propterea continet vapores, & exhalationes plurimas, & heterogenea corpuscula, quæ in eo innatant: sed ejus particulæ satis magna vi se repellunt, & ea

& ea repulsiva particularum vis imminutis distantis diu perdurat, ac pertinet ad spatium, quod habet ingentem rationem ad eam tanto minore distantiam, ad quam compressione reduci potest, & in qua adhuc ipsa vis crescit, arcu curvæ adhuc recedente ab axe: is vero arcus ad axem ipsum deinde debet ruerè præceps, ut circa proximum limitem adhuc ingentes in eo residuo spatio variationes in arcubus, & limitibus haberi possint. Porro extensionem tantam arcus repulsivi evincit ipsa immanis compressio, ad quam ingenti vi aer compellitur, qui ut habeat compressiones viribus prementibus proportionales, debet, ut monuimus num. 352, habere vires repulsivas reciproce proportionales distantis particularum a se invicem. Is autem etiam in fixum corpus, & solidum transire potest, quod qua ratione fieri possit, dicam itidem, ubi de transformationibus agemus in fine. Ignis etiam est fluidum maxime elasticum, quod violentissimo intestino motu agitur, ac fermentationem excitat, vel etiam in ipsa fermentatione consistit, emittit vero lucem, de quo pariter agemus paulo inferius, ubi de fermentatione, & emissionem vaporum egerimus inter ea, quæ ad Chemicas operationes pertinent, ad quas jam progredior.

451. Chemicarum operationum principia ex eodem deducuntur fonte, nimirum ex illo particularum discrimine, quarum aliarum inter se, & cum quibusdam aliis inertes, alias ad se attrahunt, alias repellunt constanter per fati magnum intervallum, ubi attractio ipsa cum aliis est major, cum aliis minor, aucta vero satis distantia, evadit ad sensum nulla; quarum itidem aliarum respectu aliarum habent ingentem virium alternationem, quam mutato nonnihil textu suo, vel conjunctæ, & permixtæ cum aliis mutare possunt, succedente pro particulis compositis alia virium lege ab ea, quæ in simplicibus observabatur. Hæc omnia si habeantur ob oculos; mihi sane persuasum est, facile inveniri posse in hac ipsa Theoria rationem generalem omnium Chemicarum operationum: nam singulares determinationes effectuum, qui a singulis permixtionibus diversorum corporum, per quas unice omnia præstantur in Chemia, sive resolvantur corpora, sive componantur, requirent intimam cognitionem textus particularum singularum, & dispositionis, quam habent in massis singulis, ac præterea Geometriæ, & Analyseos vim, quæ humanæ mentis captum excedit longissime. Verum illud in genere omnino patet, nullam esse Chemiæ partem, in qua præter inertiam massæ, & specificam gravitatem, alia virium mutuarum genera inter particulas non ubique se prodant, & vel invitis incurrant in oculos, quod quidem vel in sola postrema quæstione Opticæ Newtoni abunde patet, ubi tam multa & attractionum, & vero etiam repulsionum indicia, atque argumenta proferuntur. Omnia etiam genera eorum, quæ ad Chemicam pertinent, singillatim persequi, infinitum esset: evolvam speciminis loco præcipua quædam.

452. Pri-

Chemicarum operationum genera deduci facile ex illo particularum discrimine: singularium effectuum causas singulares non posse cognosci a mente humana.

Quid sint: dissolutio & præcipitatio: primo quomodo fiat, & quæ sit ejus causa.

452. Primo loco se mihi offerunt dissolutio, & ipsi contraria præcipitatio. Immissis in quædam fluida quibusdam solidis, cernimus, mutuum nexum, qui habeatur inter eorum particulas, dissolvi ita, ut ipsa jam nusquam appareant, quæ tamen ibidem adhuc manere in particulas perquam exiguas redacta, & dispersa, ostendit præcipitatio. Nam immisso alio corpore quodam, decidit ad fundum pulvisculus tenuissimus ejus substantiæ, & quodammodo depluit. Sic metalla in suis quæque mensuris dissolvuntur, tum ope aliarum substantiarum præcipitantur: aurum dissolvit aqua regia, quod immisso etiam communi sale præcipitatur. Rei ideam est admodum facile sibi efformare satis distinctam. Si particulæ solidi, quod dissolvitur, majorem habent attractionem cum particulis aquæ, quam inter se; utique avellentur a massa sua, & singulæ circumquaque acquirunt fluidas particulas, quæ illas ambient, uti limatura ferri adhæret magnetibus, ac sicut quidam veluti globuli similes illi, quem referret Terra; si ei tanta aquarum copia affunderetur, ut posset totam alte submergere, vel illi, quem refert Terra submersa in aere versus eam gravitante. Si, ut re ipsa debet accidere, illa vis attractiva in distantis paullo majoribus sit insensibilis; ubi jam erit ad illam distantiam saturata, eo fluido particula solidi, ulterius fluidum non attrahet, quod idcirco aliis eodem pacto particulis solidi immergi affundetur. Quare dissolvetur solidum ipsum, ac quidam veluti globuli terrulas suas cum ingenti affusa marium vi exhibebunt, quæ terrulæ ob exiguam molem effugient nostros sensus, nec vero decident sustentatæ a vi, quæ illas cum circumfuso mari conjungit: sed globuli illi ipsi constituent quædam veluti continui fluidi massam. Ea est dissolutionis idea.

Quomodo fiat præcipitatio, & quæ sit ejus causa.

453. Quod si jam in ejusmodi fluidum immittatur alia substantia, cujus particulæ particulas fluidi ad se magis attrahant, & fortasse ad majores etiam distantias, quam attrahuntur ab illis; dissolvetur utique hæc secunda substantia, & circa ipsius particulas affundentur particulæ fluidi, quæ prioris solidi particulis adhærebant, ab illis avulsæ, & ipsis ereptæ. Illæ igitur nativo pondere intra fluidum specificè lævius depluent, & habebitur præcipitatio. Pulvisculus autem ille veterem particularum suarum nexum non acquirat ibi per sese, vel quia & gluten fortasse aliquod admodum tenue, quo connectebantur invicem, dissolutum simul jam deest in superficiebus illis, quarum separatio est facta, vel potius quia, ut ubi per limam, per tunctionem, vel aliis similibus modis solidum in pulverem redactum est, vel utcumque contractum, juxta ea, quæ diximus num. 413, non potest iterum solo accessu, & appensione deveniri ad illos eosdem limites, qui prius habebantur.

Pluviam fortasse esse quoddam præcipitationis genus:

454. Hoc pacto dissolutionis, & præcipitationis acquiritur idea admodum distincta; & fortasse etiam pluvia est quoddam præcipitationis genus, nec provenit e sola unione particu-

gularum aquæ, quæ prius tantummodo dispersæ temere fuerint, & ob solam tenuitatem suam sustentatæ, ac suspensæ innataverint. Apparet ibi etiam, qua ratione binæ substantiæ commisceri possint, & in unam massam coalescere. Id quidem in fluido commixto cum solido patet ex ipso superiore exemplo solutionis. In binis fluidis facile admodum fit, & si sint ejusdem ad sensum specificæ gravitatis, solo motu, & agitatione impressa fieri quotidie cernimus, ut in aqua, & vino. Sed etiam si sint gravitatum admodum diversarum, attractione particularum unius in particulas alterius fieri potest unius dissolutione in altero, & commixtio. Fieri autem potest, ut ejusmodi commixtione e binis etiam fluidis oriatur solidum, cujusmodi exempla in coagulis cernimus: & in Physica illud quoque observatur quandoque, binas substantias commixtas coalescere in massam unicam minorem mole, quam fuerit prius, cujus phænomeni prima fronte admodum miri in promptu est causa in mea Theoria: cum particule, quæ nimirum se immediate non contingebant, aliis interpositis possint accedere ad se magis, quam prius accesserint. Sic si haberetur massa ingens elastrorum e ferro distractorum, quorum singulis inter cuspides adjungerentur globuli magnetici; hac nova accessione materiæ minueretur moles, victa repulsione mutua per attractionem magneticam, qua cuspides elastrorum ad se invicem accederent.

mira phænomena commixtionum quomodo explicentur.

455. Ubi solidum cum solido commiscendum est, ut fiat unica massa, ibi quidem oportet solida ipsa prius contundere, vel etiam dissolvere, ut nimirum exiguæ particule seorsim possint ad exiguas alterius solidi accedere, & cum iis conjungi. Id autem fit potissimum per ignem, cujus vehementi agitatione, & vero etiam fortasse actione ingenti mutua inter ejus particulas, & inter quædam peculiaria substantiarum genera, ut olea, & sulphur, quæ ut gluten quoddam conjungebant inter se vel inertes particulas, vel etiam mutua repulsione præditas, dissolvit omnium corporum nexu mutuos, & massas omnes demum, si satis validus sit, cogit liquari, & ad naturam fluidorum accedere. Dissolutarum, ac liquefactarum massarum particule commiscuntur, & in unam massam coalescunt: ubi autem sic coaluerunt, possunt iterum sæpe dissimiles separari eadem actione ignis, qui aliquas prius, alias posterius, cogit minore vi abire per evaporationem, & maxime fixas majore vi reddit volatiles. Inæqualibus ejusmodi diversarum substantiarum attractionibus, & inæqualibus adhesionibus inter earum particulas, omnis fere nititur ars separandi metalla a teris, cum quibus in fodinis commixta sunt, & alia aliorum ope prius uniendo, tum etiam a se invicem separandi, quæ omnia singillatim persequi infinitum foret. Generalis omnium explicatio facile repetitur ab illa, quam exposui, particularum diversa constitutione, quarum aliarum respectu aliarum inertes sunt, respectu aliarum activitatem habent, sed admodum diversam, tum

Cur ad commixtionem solidorum requiratur contusio: quid ad eam præstet ignis: unde ars separandi metalla.

D d quod

quod pertinet ad directionem, tum quod ad intensitatem viarum.

Liquationem, & volatilizationem fieri posse per agitationem ingentem particularum. Prima quomodo fiat.

456. De Liquatione, & volatilizatione dicam illud tantummodo, eas fieri posse etiam sola ingenti agitatione particularum fluidi cujuspiam tenuissimi, cujus particule ad solidi, & fixi corporis particulas accedant satis, & inter ipsarum etiam intervalla irruant; qui motus intestinus, unde haberi possit, jam exponam, ubi de fermentatione egero, & effervescencia. Nam imprimis ea intestina agitatione induci potest in particulas corporis solidi, & fixi motus quidam circa axes quosdam, qui ubi semel inductus est, jam illæ particule vim exercent circunquaque circa illum axem ad sensum eandem, succedentibus sibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diversæ vires exercentur, qui etiam axes si celerrime mutantur, irregulari nimirum impulsu, habebitur in iis particulis id, quod æquivalet sphericitati, & homogeneitati particularum, ex quâ fluiditatem supra repetivimus, atque hujus ipsius rei exemplum habuimus num. 237 in motu puncti per peripheriam ellipseos, cujus focos bina alia puncta occupent. Hæc fluiditas erit violenta, & desinente tanta illa agitatione, ac cessante vi, quæ agitationem inducebat, cessabit, ac fluidum etiam sine admixtione novæ substantiæ poterit evadere solidum. Poterit autem paulatim cessare motus ille rotationis tam per inæqualitatem exiguam, quæ semper remanet inter vires in diversis locis particule diversas, & obstitit semper nonnihil rotationi, quam per ipsam expulsionem illius agitatz substantiæ, ut igneæ, & per resistentiam circumjacentium.

Alia liquationis ratio per separationem partium heterogenearum.

457. Deinde haberi etiam poterit liquatio per subtractionem heterogenearum, & dissimilium particularum, quæ magis homogeneas, & ad sphericitatem accedentes particulas alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id sane videtur accidere in pluribus substantiis, quæ quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viscosæ. Sic viscositas est minima in petroleo, major in naphtha, & adhuc major in asphalto, aut bitumine, in quibus substantiis Chemia ostendit, eo majorem haberi viscositatem, quo habetur major compositio.

Quomodo fiat volatilizatio: fixatio, & volatilizatio aeris.

458. Quod si priore modo liquatio accidat, & in eo motu particule a limitibus cohesionis, in quibus erant, abeant ad distantias paullo majores, in quibus habeatur ingens repulsivus arcus, se repente fugient, quo pacto corpus fixum evadet volatile. Eandem autem volatilizationem acquireret; si particule quæ fixum corpus componebant, erant quidem inter se in distantibus repulsionum validissimarum, sed per interjacentes particulas alterius substantiæ cohibebatur illa repulsiva vis superata ab attractione, quam exercebat in eas nova intrusa particula: si enim hæc agitatione illa excutitur, vel ab alia, quæ ipsam attrahat magis, prætervolante ad exiguam distantiam abripitur;

tur; tum vero repulsiva vis particularum prioris substantiæ vivificat quodammodo, & agit, ac ipsa substantia evadit volatilis, quæ iterum nova eadem particularum intrusionem figurat. Id sane videtur accidere in aere, qui potest ad fixum redigi corpus, & Halesius demonstravit per experimenta, partem ingentem lapidum, qui in vesica oriuntur, & calculatorum in renibus, constare puro aere ad fixitatem reducto, qui deinde potest iterum statum volatilem recuperare: ac halitus imprimis sulphurei, & ipsa respiratio animalium ingentem aeris copiam transfert a statu volatili ad fixum. Ibi non habetur aeris compressio sola facta per cellularum parietes ipsum concludentes; ii enim disrumperentur penitus, cum aer in ejusmodi fixis corporibus reductur ad molem etiam millesuplo minorem, in quo statu, si integras haberet elasticas vires, omnia sane repagula illa diffringeret. Halesius putat, cum in illo statu amittere elasticitatem suam, quod fieret utique, si particulæ ipsius ad eam inter se distantiam devenirent, in qua jam vis repulsiva nulla sit, sed potius attractiva succedat: sed fieri itidem potest, ut vim quidem repulsivam adhuc ingentem habeant illæ particulæ, sed ab interposita sulphurei halitus particula attrahantur magis, ut paullo ante vidimus in elastris a globulo magnetico cohibitis, & constrictis. Tum quidem elasticitas in aere ad fixitatem reducto maneret tota, sed ejus effectus impediretur a prævalente vi. Atque id quidem animadverti, & monui ante aliquot annos in dissertatione *De Turbinæ*, in qua omnia turbinis ipsius phænomena ab hac aeris fixatione repetii.

459. Porro agitatio illa particularum in igne, ac in fermentationibus, & effervescentiis, unde oriatur, facile itidem est in mea Theoria exponere. Ut primum crus mææ curvæ mihi impenetrabilitatem exhibuit, postremum gravitatem, intersectiones autem varia cohesionum genera; ita alternatio arcuum jam repulsivorum, jam attractivorum, fermentationes exhibet, & evaporationes variorum generum, ac subitas etiam deflagrationes, & explosiones, illas, quæ occurrunt in Chemia passim, & quam in pulvere pyrio quotidie intuemur. Quæ autem huc ex Mechanica pertinent, jam vidimus num. 199. Dum ad se invicem accedunt puncta cum velocitate aliqua, sub omni arcu attractivo velocitatem augent, sub omni repulsivo minuunt: contra vero dum a se invicem recedunt, sub omni repulsivo augent, sub omni attractivo minuunt, donec in accessu inveniant arcum repulsivum, vel in recessu attractivum satis validum ad omnem velocitatem extinguendam. Ubi eum invenerint, retro cursum reflectunt, & oscillant hinc, & inde, in quo ita, & redita perturbato, ac celeri, fermentationis habemus ideam satis distinctam.

460. Et in accessu quidem semper devenitur ad arcum repulsivum aliquem parem extinguendæ velocitati cuilibet utcun-

Causa agitationis particularum in igne, fermentationibus, effervescentiis repetita a contorsione curvæ circum axem.

Oscillationes in accessu semper

sisti a primo cruce, quæ magnæ; devenitur enim saltem ad primum asymptoticum re repulsivo pro cruce, quod in infinitum protenditur: at pro recessu duo hic recessu bini casus. In primo casu occurrunt potissimum considerandi. Vel enim etiam in recessu devenitur ad aliquod crus asymptoticum, attractivum vi attractivi cum area infinita, de cujusmodi casibus egimus jam num. 197, semper sibi recessum etiam, vel devenitur ad arcum attractivum recedentem longissime, & continentem aream admodum ingentem, sed finitam. In utroque casu actio punctorum, quæ extra massam sunt sita, aliorum punctorum massæ intestino illo motu agitatz oscillationem augebit, aliorum imminuet, & puncta alia post alia procurrent ulterius versus asymptotum, vel limitem terminantem attractivas vires: quin etiam actiones mutuz punctorum non in directum jacentium in massa multis punctis constante, mutabunt sane singulorum punctorum maximos excursus hinc, & inde, & variabunt plurimum accessus mutuos, ac recessus, qui in duobus punctis solis motum habentibus in recta, quæ illa conjungit, deberent, uti monuimus num. 192, sine externis actionibus esse constantis semper magnitudinis. In accessu tamen in utroque casu ad compenetrationem sane nunquam deveniretur: in recessu vero in primo casu cruris asymptotici, & attractionis in infinitum crescentis cum area curvæ in infinitum aucta, itidem nunquam deveniretur ad distantiam illius asymptoti. Quare in eo primo casu utcumque vehemens esset interna massæ fermentatio, utcumque magnis viribus ab externis punctis in majore distantia sitis perturbaretur eadem massa, ipsius dissolutio per nullam finitam vim, aut velocitatem alteri parti impressam haberi unquam posset.

In secundo casu arcus attractivus ille ultimus ejus spatii ingens esset, sed finitus, posset utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excursus usque ad limitem, post quem limitem succedente repulsionem, jam illud punctum a massa illa quodammodo velut avulsam avolaret, & motu accelerato recederet. Si post eum limitem summa arcurum repulsivarum esset major, quam summa attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam est perquam exigua, & area asymptotica ulterior in infinitum etiam producta, est finita, & exigua; tum vero puncti elapsi recessus ab illa massa nunquam cessaret actione massæ ipsius, sed ipsum punctum pergeret recedere, donec aliorum punctorum ad illam massam non pertinentium viribus susteretur, vel detorqueretur utcumque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus casuum cujusdam dati generis in dato ingenti numero casuum æque possibilium dato tempore recurrat ad sensum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, si massa perseveret ad sensum eadem, erit dato tempore ad sensum idem, vel, massa multum imminuta, imminuetur in aliqua ratione mas-

461. At in secundo casu, in quo arcus attractivus ille ultimus ejus spatii ingens esset, sed finitus, posset utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excursus usque ad limitem, post quem limitem succedente repulsionem, jam illud punctum a massa illa quodammodo velut avulsam avolaret, & motu accelerato recederet. Si post eum limitem summa arcurum repulsivarum esset major, quam summa attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam est perquam exigua, & area asymptotica ulterior in infinitum etiam producta, est finita, & exigua; tum vero puncti elapsi recessus ab illa massa nunquam cessaret actione massæ ipsius, sed ipsum punctum pergeret recedere, donec aliorum punctorum ad illam massam non pertinentium viribus susteretur, vel detorqueretur utcumque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus casuum cujusdam dati generis in dato ingenti numero casuum æque possibilium dato tempore recurrat ad sensum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, si massa perseveret ad sensum eadem, erit dato tempore ad sensum idem, vel, massa multum imminuta, imminuetur in aliqua ratione mas-

massæ, cum a multitudine punctorum pendeat etiam casuum possibilium multitudo.

462. Hic jam plurima considerari possent, & casuum differentiarum, ac combinationum numerus in immensum excrevit: sed pauca quædam adnotabimus. Ubi intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, est aliquanto majus, & posteriorum arcuum repulsivarum summa non multum excedit summam attractivarum, fiet paulatim lenta quædam evaporatio: puncta quæ in fortuita agitatione ad eum finem deveniunt, erunt pauca respectu totius massæ, quæ tamen in ingenti massa, & eodem fermentationis statu erunt eodem tempore ad sensum æquali numero, ac, massa imminuta, immineatur & is numerus, massa autem diu perseverabit ad sensum nihil mutata. Habebitur ibi quædam velut ebullitio, & vaporum quantitas, ac vis in egressu in diversis substantiis variari plurimum poterit, cum pendeat a situ, in quo illa puncta collocata sint intra curvam: nam possunt in aliis substantiis esse citra alios ingentes arcus attractivos, quorum posteriores vel sint prioribus minus validi, vel arcus repulsivos se subsequentes minus validos habeant.

463. Sed si intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, sit perquam exiguum, arcus attractivus postremus non sit ita validus, & succedat arcus repulsivus validissimus; fieri utique poterit, ut massa, quæ respective quiescebat, adveniente exiguo motu a particulis externis fati proxime accedentibus, ut possint inæqualem motum imprimere punctis particularum massæ, agitatio ejusmodi in ipsa massa oriatur, qua brevissimo tempore puncta omnia transcendant limitem, & cum ingenti repulsiva vi, ac velocitate a se invicem discedant. Id videtur accidere in explosione subita pulveris pyrii, qui plerumque non accenditur contusione sola; sed exigua scintilla accedente dissilit fere momento temporis, & tanta vi repulsiva globum e tormento ejicit. Idem apparet in iis phosphoris, quæ deflagrant solo aeris contactu: ac nemo non videt, quanta in iis omnibus haberi possunt discrimina. Possunt nimirum alia facilius, alia difficilius deflagrare, alia ferius, alia citius: potest sine lenta evaporatione solvi tota massa tempore brevissimo: potest, ubi massa fuerit heterogenea, avolare unum substantiæ genus aliis remanentibus, & interea possunt ex iis, quæ remanent, fieri alia mixta admodum diversa a præcedentibus, mutato etiam textu particularum altiorum ordinum per id, quod plures particulæ ordinum inferiorum, quæ pertinebant ad diversas particulas superiorum, coalescant in particulam ordinis superioris novi generis: hinc tam multæ compositiones, & transformationes in Natura, & in Chemia imprimis: hinc tam multa, tam diversa vaporum genera, & in aere elastico a tam diversis corporibus fixis genito tantum discrimen. Patet ubique immensus excursui campus: sed eo relicto pro-

Inde pro diversa arcuum forma evaporatio senta.

Vel subita explosio, & deflagratio: ac transformationes variæ, avolante parte mixti.

progredior ad alia nonnulla, quæ ad fermentationes, & evaporationes itidem pertinent.

Concretiones evaporato fluido, & certis figuræ residui, ut in salibus.

464. Substantia, quæ fuerat dissoluta, non solum per precipitationem colligitur iterum, ut ubi metalla eadum suo pondere in tenuem pulvisculum redacta; sed etiam per evaporationem, ut diximus, in salibus, qui evaporato illo fluido, in quo fuerant dissoluti, remanent in fundo. Et quidem sales non remanent sub forma tenuis pulvisculi, particulis minutissimis prorsus inertibus, sed colliguntur in massulas grandiusculas habentes certas figuras, quæ in aliis salibus aliæ sunt, & angulose in omnibus, ac in maxime corrosivis horrendum in modum cuspidata, ac serrata, unde & saporis salium acutiores, & aliquorum ex iis, quæ corrosiva sunt, fibrillarum, tenuium in animantibus profectio, ac destructio organorum necessariorum ad vitam. Quo autem pacto eas potissimum figuras induere possint, id patet ex num. 439, ut & figuræ crystallorum & succorum, ex quibus gemmæ, & duri lapides fiunt, ubi simplices sunt, & suam quique figuram affectant, ac aliorum ejusmodi, quæ post evaporationem concrefcunt, haberi utique possunt, ut ibidem ostensum est, per hoc, quod in certis tantummodo lateribus, & punctis particulæ alias particulas positas ad certas distantias attrahant, adeoque sibi adjungant certo illo ordine, qui responderet illis punctis, vel lateribus.

Quomodo possit fermentatio cessare.

465. Fermentatio paulatim minuitur, & demum cessat, cuius imminuti motus causas attingi pluribus locis, ut num. 197. Eodem autem pertinet illud etiam, quod insui num. 440. Irregularitas particularum, ex quibus corpora constant, & inæqualitas virium, plurimum conferunt ad imminuendam, & demum sistendum motum. Ubi nimirum aliquæ particulæ, vel totæ irruerant in majorum cavitates, vel ubi suos uncus quosdam aliarum uncis, vel foraminibus inseruerunt, explicari non possunt, & sublapsus quidam, & compressiones particularum accidunt in massa temere agitata, quæ motum imminuunt, & ad sensum extinguunt, quo & in mollibus sisti motus potest post amissam figuram. Multum itidem potest ad minuendum, ac demum sistendum motum sola asperitas ipsa particularum, ut motus in scabro corpore sistitur per frictionem: multum incurfus in externa puncta, ut aer pendulum sistit: multum particulæ, quæ emittuntur in omnes plagas, ut in evaporatione, vel ubi corpus refrigerat, excussis pluribus igneis particulis, quæ dum evolant actione particularum massæ, ipsis massæ particulis præcurrentibus motum in partes contrarias imprimunt, & dum illæ, quæ oscillationem auxerant, aliæ post alias aufugiunt, illæ, quæ remanent, sunt, quæ oscillationes ipsas internis, & externis actionibus minuebant.

Cur quædam substantiæ fer- 466. Porro non omnes substantiæ sunt omnibus fermentant, sed cum quibusdam tantummodo: acida cum alestinis; & quod

quod quibusdam videtur animum, sunt quaedam, quae apparent acida respectu unius substantiae, & alcalina respectu alterius. Ea omnia in mea Theoria facilem admodum explicationem habent: nam vidimus, particulas quaedam respectu quarundam inertes esse, cum quibus commixtae idcirco non fermentant, respectu aliarum exercere vires varias: adeoque si respectu quarundam habeant pro variis distantis diversas vires, & alternationem satis magnam attractionum, ac repulsionum; statim, ac satis prope ad ipsas accesserint, fermentant. Sic si limatura ferri cum sulphure commisceatur, & inspurgatur aqua, oritur aliquanto post ingens fermentatio, quae & inflammationem parit, ac terramotuum exhibet imaginem quandam, & vulcanorum. Oportuit ferrum in tenues particulas discernere, ac ad majorem mixtionem adhuc adhibere aquam.

467. Ignem ego itidem arbitror esse quoddam fermentationis genus, quod acquirat vel potissimum, vel etiam sola sulphurea substantia, cum qua fermentat materia lucis vehementissime, si in satis magna copia collecta sit. Ignem autem voco eum, qui non tantum rarefacit motu suo, sed & calefacit, & lucet, quae omnia habentur, quando materia illa sulphurea satis fermentescit. Porro ignis comburit, quia in substantiis combustibilibus multum adest substantiae cujusdam, quae sulphure abundat plurimum, & quae idcirco sulphurea appellari potest, quae vel per lucem in satis magna copia collectam, vel per ipsam jam fermentescentem sulphuream substantiam satis pregnantem ipsa lucida materia sibi admotam fermentescit itidem, & dissolvitur, ac avolat. Is ingens motus intestinus particularum excurrentium fit utique per vires mutuas inter particulas, quae erant in aequilibrio: sed mutatis parum admodum distantis exigui etiam punctorum numeri per exiguum unius scintillae, vel tenuissimorum radiorum accessum, jam aliae vires succedunt, & per earum reciprocationem perturbatus punctorum motus, qui cito per totam massam propagatur.

468. Imaginem rei admodum vividam habere possumus in sola etiam gravitate. Emergat e mari satis editus mons, per cuius latera dispositae sint versus fundum ingentes lapidum praegrantium moles, tum quo magis ascenditur, eo minores; donec versus apicem lapilli sint, & in summo monte arenulae: sint autem omnia fere in aequilibrio pendentia ita, ut vi respectu molis exigua deolvi possint. Si avicula in summo monte commoveat arenulam pede; haec decidit, & lapillos secum dejicit, qui, dum ruunt, majores lapides secum trahunt, & hi demum ingentes illas moles: fit ruina immanis, & ingens motus, qui, decidentibus in mare omnibus, mare ipsum commovet, ac in eo agitationem ingentem, & undas immanes ciet, motu aquarum vehementissimo diutissime perdurante. Avicula

mentent cum quibusdam & non cum aliis: est quaedam, ut fermentent, debeat constanti.

Ignem esse fermentationis genus: quomodo excitetur tanta fermentatio ab exigua scintilla.

Exemplum aviculae dimota arenula in summo monte dejectis lapillos, saxa, rupes, & excitantis in mari subiecto undas immanes.

cula aequilibrium arenulae sustulit vi perquam exigua: reliquos motus gravitas edidit, quae occasionem agendi est nata ex illo exiguo motu aviculae. Haec imago quaedam est virium interstinarum agentium, ubi cum vires crescere possint in immensum, mutata utcumque parum distantia; multo adhuc major effectus haberi potest, quam in casu gravitatis, quae quidem perseverat, eadem, aucta tantummodo velocitate descensus per novas accelerationes.

Quae careant penitus materia sulphurea ab igne non debere laedi: hinc fortasse in ipso Sole posse manere substantias illas.

469. Quod si ignis excitatur tantummodo per sulphureae substantiae fermentationem; ubi nihil adest ejus substantiae, nullus erit metus ab igne. Videmus utique, quo minus ejusmodi substantiae corpora habeant, eo minus igni obnoxia esse, ut ex amianto & telae fiant, quae igne moderato purgantur, non comburuntur. Censeo autem idcirco nostras hasce terrestres substantias ab igne satis intenso dissolvi omnes, & inflammarī, quod omnes ejusmodi substantiae aliquid admixtum habeant, quod nestat etiam inter se plurimas inertes particulas. At si corpora haberentur aliqua, quae nihil ex ejusmodi substantia haberent admixtum; ea in medio igne vehementissimo illatae pertarent, nec ullum motum acquirerent, quem nimirum nostra haec corpora acquirunt ab igne non per incursum, sed per fermentationem ab intestinis viribus excitatam. Hinc in ipso Sole, & fixis, ubi nostra corpora momento fere temporis conflagrant, & in vaporibus abirent tenuissimos, possunt esse corpora ea substantia destituta, quae vegetent, & vivant sine ulla organici sui textus laesione minima. Videmus certe maculas superficiei Solis proximas durantes aliquando per menses etiam plures, ubi nostrae nubes, quibus eas videntur satis analogae, brevissimo tempore dissipantur.

Exemplum fermentationis, quam cum accito habent aliae quae terrae, aliis illas.

470. Id mirum videbitur homini praedictis praecipuo; nec intelliget, qui fieri possit, ut vivat aliquid in Sole ipso, in quo tanto major esse debet vis ustoria, dum hic exiguus radiorum solarium numerus majoribus caevis speculis, vel lenibus collectus dissolvit omnia. At ut evidenter pateat, cujusmodi praedictum id sit; fingamus nostra corpora compacta esse ex illis terris, quas bolos vocant, quae a diversis aquis mineralibus deponuntur, & quae cum acidis fermentant, ac omnia corpora, quae habemus praemanibus, vel ex eadem esse terra, vel plurimum ex ea habere admixtum. Acetum nobis haberetur loco ignis: quaecunque corpora in acetum deciderent, ingenti motu excitato dissolverentur citissime, & si manum immitteremus in acetum; ea ipsa per fermentationem exortam amissa, protinus horrore concuteremur ad solam aceti viciniam, & eodem modo videretur nobis absurdum quoddam, ubi audiremus, esse substantias, quae acetum non metuant, & in eo diu persistere possint sine minimo motu, atque sui textus laesione, quo vulgus rem profus absurdam censebit, si audiat, in medio igne, in ipso Sole, posse haberi corpora, quae nul-

nullam inde læsionem accipiant, sed pacatissime quiescant, & vegetent, ac vivant.

471. Hæc quidem de igne; jam aliquid de luce, quam ignis emittit, & quæ satis collecta ipsum excitat. Ipsa lux potest esse effluviū quoddam tenuissimum, & quasi vapor fermentatione ignea vehementi excussus. Et sane validissima, meo quidem iudicio, argumenta sunt, contra omnes alias hypotheseſ, ut contra undas, per quas olim phænomena lucis explicare conatus est Hugenius, quam sententiam diu conſultam iterum excitare conati sunt nuper summi nostri ævi Geometræ, sed meo quidem iudicio sine ſucceſſu (r): nam explicarunt illi quidem, & ſatis ægre, paucas admodum luminis proprietates, aliis intactis proſus, quas ſane per eam hypotheseſ nullo pacto explicari poſſe cenſeo, & quarum aliquas ipſi arbitror omnino opponi: ſed eam ſententiam impugnare non eſt huius loci, quod quidem alibi jam præſtiti non ſemel. Mirum ſane, quam egregie in effluviū emanantium ſententia ex mea Theoria profluant omnes tam variæ lucis proprietates, quam explicationem ſuſe perſecutus ſum in ſecunda parte diſſertationis *De Lumine*: præcipua capita hic attingam; interea illud innuam, videri admodum rationi conſentaneam ejuſmodi ſententiam materiæ effluentis, vel ex eo, quod in ingenti agitatione, quam habet ignis, debet utique juxta id, quod vidimus num. 195, evolare copia quædam particularum, ut in ebullitionibus, efferveſcentiis, fermentationibus paſſim evaporationes habentur.

472. Præcipuæ proprietates luminis ſunt ejus emiſſio conſtans, & ab æquali maſſa, ut ab eodem Sole, ab ejuſdem candleæ flamma, ad ſenſum eadem intenſitate: immanis velocitas, nam ſemidiametrorum terreſtrium 20 millia, quanta eſt circiter Solis a Terra diſtantiâ, percurrit ſemiquadrante horæ: velocitatis diſcrimen in radiis homogeneis vix ullum eſſe, ſi quod eſt, colligitur e pluribus indiſciis: propagatio rectilinea per medium diaphanum ejuſdem denſitatis ubique cum impedimento progreſſus per media opaca, ſine ullo impedimento ſenſibili ex impactu in ſe invicem radiorum tot diverſas directiones habentium, aut in partes internas diaphanorum corporum utcunque denſorum: reflexio partis luminis ad angulos æquales in mutatione medii, parte, quæ reflectitur, eo majore reſpectu luminis, quo obliquitas incidentiæ eſt major; refractio alterius partis in eadem mutatione cum lege conſtantis rationis inter ſinum incidentiæ, & ſinum anguli refracti; quæ ratio

E e in di-

De lumine?
ſententiam de
emiſſione lu-
minis præſe-
rendam omni-
no undis fluidi
elastici.

Proprietates
luminis, qua-
rum reddenda
eſt ratio.

in diverſis coloratis radiis diverſa eſt, in quo ſtat diverſa diverſorum coloratorum radiorum refrangibilitas: diſperſio & in reflexione, & in refractione exiguæ partis luminis cum directionibus quibuſcunque quaquaverſus: alternatio binarum diſpoſitionum in quovis radio, in quarum altera facilis reflectatur, & in altera facilis tranſmittatur lux delata ad ſuperficiem dirimentem duo media heterogenea, quas Newtonus vocat vices facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus, cum intervallis vicium, poſt quæ nimirum diſpoſitiones maxime faventes reflexioni, vel refractioni redeunt, æqualibus in eodem radio ingreſſo in idem medium, & diverſis in diverſis coloratis radiis, in diverſis mediſorum denſitatibus, & in diverſis inclinationibus, in quibus radius ingreditur, ex quibus vicibus, & earum intervallis diverſis in diverſis coloratis radiis pendent omnia phænomena laminarum tenuium, & naturalium colorum tam permanentium, quam variabilium, uti & craſſarum laminarum colores, quæ omnia ſatis luculenter expoſuit in celebri diſſertatione *De Lumine* P. Carolus Benvenuti e Soc. noſtra Scriptor accuratiſſimus: ac demum illa, quam vocant diſſractionem, qua radii in tranſitu prope corporum acies inſectantur, & qui diverſum colorem, ac diverſam refrangibilitatem habent, in angulis diverſis.

473. Quod pertinet ad emiſſionem, jam eſt expoſitum num. 199, & num. 461; ubi etiam oſtenſum eſt illud, manente eadem maſſa, quæ emittit effluvia, ipſorum multitudinem dato tempore eſſe ad ſenſum eandem. Porro fieri poſteſt, ut maſſa, quæ lumen emittit, penitus diſſolvatur, ut in ignibus ſubſiſtis accidit, & fieri poſteſt, ut perſeveret diutiſſime. Id poſtiſſimum pendet a magnitudine intervalli, in quo fit oſcillatione fermentationis, & a natura arcus attractivi terminantis id intervallum juxta num. 195. Quin immo ſi Auctor Naturæ voluit maſſam vehementiſſima etiam fermentatione agitata proſus indiſſolubilem quacunque finita velocitate, poſſuit facile id præſtare juxta num. 460 per alios aſymptoticos arcus cum areis inſinitis, intra quorum limites ſit maſſa fermenteſcens; quorum ope ea colligari poſteſt ita, ut diſſolvi omnino nequeat, ponendo deinde materiam luminis emittendi ultra intervallum earum aſymptotorum reſpectu particularum ejus maſſæ, & citra arcum attractivum ingentis areæ, ſed non inſinitæ, ex quo aliæ lucidæ particulæ evolare poſſint poſt alias. Nec illud, quod vulgo objeci ſolet, tanta luminis effuſione debere multum imminui maſſam Solis, habet uliam difficultatem, poſita illa componibilitate in inſinitum, & illa ſolutione problematis, quæ habetur num. 395. Poſteſt enim in ſpatio utcunque exiguo haberi numerus utcunque ingens punctorum, & omnis maſſa luminis, quæ diſſuſa tam immanem molem occupat, poſteſt in Sole, vel prope Solem occupaviſſe ſpatiolum, quantum liberit, parvum, ut idcirco Sol poſt quocunque fa-

Emiſſio quomodo fiat: qui fiat, ut quædam ſimul citiſſime diſſolvantur, dum lumen emittunt, ut ignis ſubiſtis, quædam, ut Sol, diutiſſime perſistent ſine ſenſibili ja-ctura.

(r) Cum hæc ſcriberem, nondum prodierant Opera Taurinenſis Academiæ: hæc vero hæc uſque, dum hoc Opus reimprimetur, adhuc videre poſſunt, quæ Geometra maximus La Grange hæc in genere præſtulit.

culorum millia ne latum quidem unguem decrefcatur. Id pendet a ratione denfitatis luminis ad denfitatem Solis, quæ ratio potest effe utcunque parva: & quidem pro immenfa luminis tenuitate funt argumenta admodum valida, quorum aliqua proferam infra.

474. Celeritas utcunque magna haberi potest ab arcibus repulfivis fatis validis; qui occurrant post extremum limitem ofcillationis terminatæ ab arcu ingenti attractivo juxta num. 194: nam fi inde evadat particula cum velocitate nulla; quadratum velocitatis totius definitur ab excessu arearum omnium repulfivarum supra omnes attractivas juxta num. 178, qui excessus cum possit effe utcunque magnus; ejusmodi celeritas potest itidem effe utcunque magna. Verum celeritatis discrimen in particulis homogeneis erit prorfus insensibile, quia particula luminis ejusdem generis ad finem ofcillationis advenit cum velocitatibus fere nullis: nam eæ, quæ juxta Theoriam expositam num. 195. paulatim augent ofcillationem suam, deum adveniunt ad limitem cohibentem massam, & avolant; quo si tum, cum avolant, advenirent cum ingenti velocitate, advenissent utique eodem, & effugissent in ofcillatione præcedenti. Demonstravimus autem ibidem, exiguum discrimen velocitatis in ingressu spatii, in quo datæ vires perpetuo accelerant motum, & generant velocitatem ingentem, inducere discrimen velocitatis genitæ perquam exiguum etiam respectu illius exigui discriminis velocitatis initialis, quod demonstravimus ibi ratione petita a natura quadrati quantitatis ingentis conjuncti cum quadrato quantitatis multo minoris, quod quantitatem exhibet a priore illa differentem multo minus, quam fit quantitas illa parva, cujus quadratum conjungitur. Discrimen aliquod sensibile haberi poterit; si qua effugiunt, non sint puncta simplicia, sed particula non nihil inter se diversæ: nam curva virium, qua massa tota agit in ejusmodi particulas, potest effe nonnihil diversa pro illis diversis particulis, adeoque excessus summæ arearum repulfivarum supra summam attractivarum potest effe nonnihil diversus, & quadratum velocitatis ipsi respondens nonnihil itidem diversum. Hoc pacto particula luminis homogeneæ habebunt velocitatem ad sensum prorfus æqualem: particula heterogeneæ poterunt habere nonnihil diversam, uti ex observatione phaenomenorum videtur omnino colligi. Illud unum hac in re notandum superest, quod curva virium, qua massa tota agit in particulam positam iam ultra terminum ofcillationum, mutatis per ofcillationem ipsam punctis massæ, mutabitur nonnihil: sed quoniam in fortuita ingenti agitatione massæ totius celerrime succedunt omnes diversæ positiones punctorum; summa omnium erit ad sensum eadem, potissimum pro particula diutius hærente in illo initio suæ fugæ, ad quod advenit, uti diximus, cum velocitate perquam exigua, ut idcirco homogenearum particularum velocitas,

Unde tanta velocitas: cum velocitatis discrimen exiguum, & in radiis homogeneis multo minus.

ubi jam deventum fuerit ad arcum gravitatis, & vires exiguas, debeat effe ad sensum eadem, & discrimen aliquod haberi possit tantummodo in heterogeneis particulis a diverso earum textu. Patet igitur, unde celeritas ingens provenire possit, & si quod est celeritatis discrimen exiguum.

Unde propagatio rectilinea: incursum immediatum punctorum lucis, in puncta mediæ nullum haberi: virium in medio homogeneo existens inaequalitatem eludi a tenuitate, & celeritate luminis.

475. Quod pertinet ad propagationem rectilineam per medium homogeneum diaphanum, & ad motum liberum sine ullo impedimento a particulis ipsius luminis, vel mediæ diaphani, id in mea Theoria admodum facile exponitur, quod in aliis ingentem difficultatem parit. Et quidem quod pertinet ad impedimenta, si curva virium nullum habeat arcum asymptoticum perpendiculararem axi præter primum; ostensum est num. 362, sola fatis magna velocitate obtineri posse apparentem compenetrationem duarum substantiarum, quam tenuitas, & homogeneitas spatii, per quod transitur, plurimum juvat. Quoniam respectu punctorum materię prorfus indivisibilium, & inextensorum infinities infinita sunt puncta spatii existentia in eodem plano; infinities infinite est improbabilis pro quovis momento temporis directio motus puncti materię cujusvis accurate versus aliud punctum materię, ac improbabilitas pro summa momentorum omnium contentorum dato quovis tempore utcunque longo evadit adhuc infinita. Ingens quidem est numerus punctorum lucis, & propemodum immensus, sed in mea Theoria utique finitus. Ea puncta quovis momento temporis directiones motuum habent numero propemodum immenso, sed in mea Theoria finito. Verum quidem est, ubicunque oculus collocetur in immensa propemodum superficie sphaeræ circa unam fixam remotissimam descripta, immo intra ipsam sphaeram, videri fixam, & proinde aliquam luminis particulam afficere nostrum oculum: sed id fit in mea Theoria non quia accurate in omnibus absolute infinitis directionibus adveniant radii, sed quod pupilla, & fibræ oculorum non unicum punctum sunt, & vires punctorum particulae luminis agunt ad aliquod intervallum. Hinc quovis utcunque longo tempore nullus debet accidere casus in mea Theoria, in quo punctum aliquod luminis directe tendat contra aliquod aliud punctum vel luminis, vel substantiæ cujusvis, ut in ipsum debeat incurrere. Quamobrem per incursum, & immediatum impactum nullum punctum luminis aut sistet motum suum, aut deficiet.

Si fatis magnam velocitatem habeant; quævis, solida etiam, transiuntura trans alia solida sine ulla motuum perturbatione.

476. Id quidem commune est omnibus corporibus, quæ corpora inter se congregiuntur. Ea nullum habent in mea Theoria punctum immediatum incursum in aliud punctum; quam ob causam & illud ibidem dixi, si nullæ vires mutuae adessent, debere utique haberi apparentem quandam compenetrationem omnium massarum: sed adhuc vel ex hoc solo capite veram compenetrationem haberi nunquam omnino posse. Vires igitur, quæ ad aliquam distantiam protenduntur, impediunt

pediunt progressum. Eæ vires si circumquaque essent semper æquales; nullum impedimentum haberet motus, qui vi inertie deberet esse rectilineus. Quare sola differentia virium agentium in punctum mobile obstare potest. At si nulla occurrat infinita vis arcus asymptotici cuiuspiam post primum; vires omnes finitæ sunt, adeoque & differentia virium secundum diversas directiones agentium finita est semper. Igitur utcumque ea sit magna, ipsam finita quædam velocitas elidere potest, quin permittat ullam retardationem, accelerationem, deviationem, quæ ad datam quampiam utcumque parvam magnitudinem assurgat: nam vires indigent tempore ad producendam novam velocitatem, quæ semper proportionalis est tempori, & vi. Hinc si satis magna velocitas haberetur; quævis substantia trans aliam quamvis libere permearet sine ullo sensibili obstaculo, & sine ulla sensibili mutatione dispositionis propriorum punctorum, & sine ulla jactura nexus mutui inter ipsa puncta, & cohesionis, quod ibidem illustravi exemplo ferrei globuli inter magnetes dispersos cum satis magna velocitate libere permeantis, ubi etiam illud vidimus, in hoc casu virium ubique finitarum impenetrabilitatis ideam, quam habemus, nos debere soli mediocritati nostrarum velocitatum, & virium, quarum ope non possumus imprimere satis magnam velocitatem, & libere trans murorum septa, & trans occlusas portas pervadere.

477. Id quidem ita se habet, si nullæ præter primam asymptoti habeantur, quæ vires absolute infinitas inducant: nam si per ejusmodi asymptoticos arcus particulæ fiant & indissolubiles, & prorsus impenetrabiles juxta num. 362; tum vero nulla utcumque magna velocitate posset una particula alteram transvolare, & res eodem recideret, quo in communi sententia de continua extensione materiæ. Tum nimirum oporteret lucis particulas minuere, non quidem in infinitum (quod ego absolute impossibile arbitror, quemadmodum & quantitates, quæ revera infinite partæ sint in se ipsis tales, ac independenter ab omni nostro cogitandi modo determinatæ: nec vero earum usquam habetur necessitas in Natura) sed ita, ut adhuc incurfus unius particulæ in aliam pro quovis finito tempore sit, quantum libuerit, improbabilis, quod per finitas utique magnitudines præstari potest. Si enim concipiatur planum per lucis particulam quancunque ductum, & cum ea progrediens; eorum planorum numerus dato quovis finito tempore utcumque longo erit utique finitus; si particulæ inter se distent quovis utcumque exiguo intervallo, quarum idcirco finito quovis tempore non nisi finitum numerum emittet massa utcumque lucida. Porro quodvis ex ejusmodi planis ad medias, quæ latissimæ sunt, alias particulas luminis inter se distantes finito numero vicium appellet utique intra finitum quodvis tempus, cum id per intervalla finita tantummodo debeat accidere, & sum-

Si per asymptoticos arcus particulæ essent prorsus impenetrabiles, tum recurrerendum ad molem immutatam quantum oportet.

& summa ejusmodi accessuum pertinentium ad omnia plana particularum numero finitarum finita erit itidem, utcumque magna. Licebit autem ita particularum diametros maximas imminuere, ut spatium plani ad datam quamvis distantiam protensi circumquaque utcumque etiam exiguam, habeat ad sectionem maximam particulæ rationem, quantum libuerit, majorem illa, quam exprimit ille ingens, sed finitus accessuum numerus: ac idcirco numerus sectionum, per quas possint transire omnia illa plana ad omnes particulas pertinentia sine incurfu in ullam particulam, erit numero earum, per quas fieri possit incurfus, major in ratione ingenti, quantum libuerit; etiam si cum ea lege progredi deberent, ut altera non deberet transire in majore distantia ab altera, quam sit intervallum illud determinans exiguum illud spatium, ad quod assumpta est particularum sectio minor in ratione, quantum libuerit, magna. Infinito nusquam opus erit in Natura, & series finitorum, quæ in infinitum progreditur, semper aliquod finitum nobis offert ita magnum, vel parvum, ut ad physicos usus quoscunque sufficiat.

Asymptoticis curvis nullum esse opus: ea potius excludenda: quam bene omnia explicentur sine ipsis.

478. Quod de particulis inter se collatis est dictum, idem locum habet & in particulis respectu corporum quoruncunque, potissimum si corpora juxta meam Theoriam constituta sint particulis distantibus a se invicem, & non continuo nexu colligatis, sive extensionis vere continuæ illius veli, aut muri continuum infinitam objicientis resistentiam, de quo egimus num. 362, & 363. Verum ejusmodi asymptoticorum arcuum nulla mihi est necessitas in mea Theoria, & hic itidem per nexus, ac vires limitum ingentis, quantum libuerit, quanquam non etiam infiniti valoris, omnia præstari possunt in Natura: & si principio inductionis inhærere libeat; debentus potius arbitrari, nullos esse alios ejusmodi asymptoticos arcus in curva, quam Natura adhibet: cum in ingenti intervallo a fixis ad particulas minimas, quas intueri per microscopia possumus, nullus ejusmodi nexus occurrat, quod indicat motus continuus particularum luminis per omnes ejusmodi tractus; nisi forte primus ille repulsivus, & postremus ejus naturæ arcus, ad gravitatem pertinens, indicio sint, esse & alios alibi in distantius, quæ citra microscopiorum, vel ultra telescopiorum potestatem contrahuntur, vel protenduntur. Ceterum si vires omnes finitæ sint, & puncta materiæ juxta meam Theoriam simplicia penitus, & inextensa; multo sane facilius concipitur, qui fiat, ut habeatur hæc apparens compenetratio sine ullo incurfu, & sine ulla dissolutione particularum cum transitu aliarum per alias.

Quomodo rem concipient velocitas satis magna, & æqualitas sensibilibus virium circum-

479. Porro duo sunt, quorum singula rem præstare possunt, velocitas satis magna, quæ nimirum utcumque magnam virium inæqualitatem potest eludere, & virium circumquaque positarum æqualitas, quæ differentiam relinquat omnino nullam. Differentia nunquam sane habebitur omnino nulla, ubi pun-

punctum materię prætervolet per quandam punctorum veluti silvam, quorum alia ab aliis distent: necessario enim mutabit distantiam ab iis, a quibus minimum distat, jam accedens non nihil, jam recedens. Verum ubi distributio particularum ad æqualitatem quandam multum accesserit, inæqualitas virium erit perquam exigua; si omnium virium habeatur ratio, quas exercent omnia puncta disposita circa id punctum ad intervallum, ad quod satis sensibiles meæ curvæ vires protenduntur. Concipiamus enim sphaeram quandam, quæ habeat pro semidiametro illam distantiam, ad quam protenduntur flexus curvæ virium primigeniæ, sive ad quam vires singulorum punctorum satis sensibiles pertingunt. Si medium satis ad homogeneitatem accedat; secta illa sphaera in duas partes utcumque per centrum, in utraque numerus punctorum materię erit quamproxime idem, & summa virium quam proxime eadem, se compensantibus omnibus exiguis inæqualitatibus in tanta multitudine, quod in omnibus sit satis numerosis fortuitis combinationibus: adeoque sine ullo sensibili impedimento, sine ingenti flexione progredietur punctum quodcumque motu vel rectilineo, vel tremulo quidem nonnihil, sed parum admodum, & ad sensum æque in omnem plagam.

Quo-
modo hæc in
homogeneo me-
dio habeatur.

480. Quod si accedat ingens velocitas; multo adhuc minor erit inæqualitatum effectus, tum quod multo minus habebunt temporis vires, ut agant, tum quod in ipso continuato progressu inæqualitates jam in unam plagam prævalebunt, jam in aliam, quibus sibi mutuo celerrime succedentibus, magis adhuc uniformis, & rectilineus erit progressus. Sic ubi turbo ligneus gyrat celerrime circa verticalem axem cuspidate tenuissima innixum solo, stat utique, inæqualitate ponderis, quæ ad casum determinat, jam ad aliam plagam jacente, & totam inclinante molem, jam ad aliam, qui, celeritate motus circularis imminuta, decidit inclinatus, quo exigit præponderantia.

Quomodo in-
gens velocitas
exiguam inæ-
qualitatem elu-
dat: exemplum
in turbine li-
gneo non ca-
dente.

481. Quod autem homogeneitas medii, & velocitas præstant simul, id adhuc auget multo magis is nexus, qui est inter materię puncta particulam componentia, & æquali ad sensum velocitate delata, qui mutuis viribus cum accessum ad se invicem punctorum particulam componentium, & recessum impediatur, cogit totam particulam simul trepidare eo solo motu, quem inducit summa inæqualitatum pertinentium ad puncta omnia, quæ summa adhuc magis ad æqualitatem accedit: nam in fortuitis, & temere hac, illac dispersis, vel concurrentibus casu circumstantiis, quo major numerus accipitur, eo inæqualitatum irregularium summa decrevit magis.

Accedere ne-
xum inter pun-
cta particulæ:
quid is præstet.

482. Demum raritas medii ad id ipsum confert adhuc magis: quo enim major est raritas, eo minor occurrit punctorum numerus intra illam sphaeram, adeoque eo minor virium componendarum multitudo, & inæqualitas adhuc multo mi-

Raritatem plu-
rimum prodes-
se: omnes eas
quatuor causas
habere locum

nor.

in lumine non
turbato a radiis
alia directione
delatis quæque
versum: prior-
es tres in me-
diis densiori-
bus pellucidis.

nor. Porro omnes hæc quatuor causæ æqualitatis concurrunt, ubi agitur de radiis collatis cum aliis radiis: homogeneitas, nam lumen a dato puncto progrediens suam densitatem immittit in ratione reciproca duplicata distantiarum a puncto radiante, adeoque in tam exiguo circumquaque circa quodvis punctum intervallo, quantum est id, ad quod virium actio sensibilis protenditur, ad homogeneitatem accedit in immensum: celeritas, quæ tanta est, ut singulis arteriæ pulsibus quævis luminis particula fere bis centum millia Romanorum milliariorum percurrat: nexus particularum mutuus, nam ipsæ luminis particule ad diversos coloratos radios pertinentes habent perennes proprietates suas, quas constanter servant, ut certum refrangibilitatis gradum, & potentiam certo impulsu agitando colorum fibras, per quam certam certis coloris sensationem eliciant: ac demum tenuitas immanis, qua opus est ad tantam diffusionem, & tam perennem effluxum sine ulla sensibili imminutione solaris massæ, & cujus indicium aliquod proferam paulo inferius. Ubi vero agitur de lumine comparato cum substantiis pellucidis, per quas pervadit, priora illa tria tantummodo locum habent respectu particularum luminis, & omnia quatuor respectu particularum pellucidi corporis, quarum nexus non dissolvitur, nec positio turbatur quidquam ab intervolutibus radorum particulis. Quamobrem errat, qui putat, meæ indivisibilia puncta prædita insuperabili potentia repulsiva pertingente ad finitam distantiam esse tam subjecta collisionibus, quam sunt particule finitæ magnitudinis, & idcirco nulli admiculo esse pro comprehendenda mutua lucis penetratione; nam sine cruribus illis asymptoticis posterioribus meæ vires repulsivæ non sunt insuperabiles, nisi ubi puncta congregi debeant in recta, quæ illa jungit, qui casus in Natura nusquam occurrit.

Pelluciditatem
oriri a sola ho-
mogeneitate:
solum hetero-
geneitatem im-
pedire posse
progressum per
inæqualitatem
virium.

483. Et vero sola homogeneitas pelluciditatem parit, uti jam olim notavit Newtonus, nec opacitas oritur ab impactu in partes corporum solidas, & a defectu pororum jacentium in directum, uti alii ante ipsum plures censuerant, sed ab inæquali textu particularum heterogenearum, quarum aliæ aliis minus densis, vel etiam penitus vacuis amplioribus spatiosis intermixtæ satis magnam inducunt inæqualitatem virium, qua lumen in omnes partes detorquent, ac distrahunt flexu multiplici, & ambagibus per internos meatus continuis, quibus fit, ut si paulo crassior occurrat massa corporis ex heterogeneis particulis coalescentis, nullus radius rectilineo motu totam pervadat massam ipsam, quod nimirum ad pelluciditatem requiritur. Indicia rei habemus quamplurima præter ipsam omnem superiorem Theoriam, quæ rem sola evinceret; cum nimirum sine inæqualitate virium nullum haberi possit libero rectilineo progressui impedimentum. Id sane colligitur ex eo, quod omnium corporum tenuiores laminæ pellucidæ sunt, uti norunt, qui microscopiis tractandis assueverunt: id

evin-

evincunt illæ substantiæ, quæ aliarum poris injectæ easdem ex opacis pellucidas reddunt, ut charta oleo imbuta fit pellucida, supplente aerem ipso oleo, cum quo multo minus inæqualiter in lumen agunt particule chartæ, quam agerent foli aeri, vel vacuo spatio intermixtæ. Rem autem oculis subjicit vitrum contusum in minores particulas, quod sola irregularitate figuræ particularum temere ex contusione nascentium, & aeris intermixti inæqualitate fit opacum per multiplicationem reflexionum, & refractionum irregularium: nec aliam ob causam aqua in glaciem bullis continuis interruptam abiens pelluciditatem amittit, ut & alia corpora sane multa, quæ, dum concreverunt vacuolis interrupta, illico opaca fiunt.

484. Quamobrem nec reflexio inde ortum ducit, sed habetur etiam in pellucidis corporibus ex inæqualitate virium seu repellentium, seu attrahentium, uti in Optica sua Newtonus tam multis notissimis argumentis demonstravit, quorum unum est illud ipsum ex asperitate superficiæ cujuscunque cujuscunque corporis, utcumque nobis, nudo potissimum inspectantibus oculo, lævis appareat, & perpolita, quod num. 299 exposuimus; & ex eadem causa oritur etiam refractionis. Si velocitas luminis esset fatis magna; impediret etiam hujusce inæqualitatis effectum, qui provenit a diversa mediorum constitutione: sed ex ipsis reflexionibus, & refractionibus in mutatione medii, conjunctis cum propagatione rectilinea per medium homogeneum, patet, celeritatem illam tantam luminis fatis esse magnam ad eludendam illam inæqualitatem tanto minorem, quæ habetur in mediis homogeneis, non illam tanto majorem, quæ oritur a mediorum discrimine. Quod vero ad refractionis explicationem ex Mechanica requiritur, exposuimus a num. 302, ubi adhibuimus principium illud virium inter duo plana parallela agentium æque in distantis æqualibus ab eorum utroque, cujus explicationem ad luminis particulas jam expediemus.

485. Concipiatur (*f*) illa spherula, cujus semidiameter Ff æqua-

Reflexionem non oriri ab impactu, sed ab inæqualitate virium in mutatione medii: ubi pro refractionis explicatione præmissa principia.

Consideratio

Fig. 70.

(*f*) Refert MN in fig. 70 superficiem dirimentem duo media, GE viam radii advenientis, H particulam luminis; HE celeritatem ejus absolutam, HS parallelam, SE perpendiculararem, quæ est eo minor, quo radius incidit magis obliquus: abc est spherula, intra quam habetur actio sensibilis in particulam H, quæ est adhuc tota in priore medio: X, X, X sunt loca plura particule progredientis inter plana AB, CD parallela superficiæ MN, sita ad distantiam ab ea æqualem semidiametro spherule Hc. Particula sita inter illa plana ubicunque, ut in X, ea spherula habebit suum segmentum FRL ultra superficiem MN: sit ejus axis RT, & eodem axe segmentum QTZ priori æquale, ac in n planum per centrum parallelum MN. Segmenta mFLn, mQZn ejusdem medii agent æqualiter. Segmenta FRL, QTZ inæqualiter, sed eorum vires diriguntur per axem TR in alteram e binis plagis oppositis; adeoque & differentia virium dirigetur per eundem, qui quidem perpendicularis est utique planis AB, CD. Ea actione via incurva radii sinuatur per X'X'. Prout vis diri-

spherule, ad quam extenditur vis sensibilis agens in lumen: inde vis inter bina plana parallela superficiei dirimenti media: inter quæ vis agit.

æquatur distantie illi, ad quam agunt actione fatis sensibili particule corporum in lucis particulam, quæ cum lucis particula progrediat simul. Donec ipsa spherula est in aliquo homogeneo medio tota, vires in particulam circumquaque æquales erunt ad sensum, & cum nullus habeatur immediatus incurfus, motus inertie vi factus erit ad sensum rectilineus, & uniformis. Ubi illa spherula aliquod aliud ingressa fuerit diversæ naturæ medium, cujus eadem moles exerceat in particulas luminis vim diversam a prioris medii vi; jam illa pars novi medii, quæ intra spherulam immersa erit, non exercebit in ipsam particulam vim æqualem illi, quam exeret pars spherule ipsi respondens ex altera centri parte, & facile patet, differrentiam virium debere dirigi per axem perpendiculararem illis segmentis spherule, per quem singulæ utriusque segmenti vires diriguntur, nimirum perpendiculariter ad superficiem dirimentem duo media, quæ illud prius segmentum terminat: & quoniam ubicunque particula sit in æquali distantia a superficie, illud segmentum erit magnitudinis ejusdem; vis motum perturbans in iisdem a superficie illa distantis eadem erit. Durabit autem ejusmodi vis, donec ipsa spherula tota intra novum medium immergatur. Incipiet autem immergi ipsa spherula in novum medium, ubi particula advenerit ad distantiam ab ipsius superficie æqualem radio spherule, & immergetur tota, ubi ipsa particula jam immersa fuerit, ac ad distantiam eandem processerit. Quare si concipiatur duo plana parallela ipsi superficiæ dirimenti media, quæ superficies in exiguo tractu habetur pro plana, ad distantias citra, & ultra ipsam æquales radio illius spherule, sive intervallo actionis sensibilis; particula constituta inter illa plana habebit vim secundum directionem perpendiculararem ipsis planis, quæ in data distantia ab eorum altero utrovis æqualis erit.

Tres casus, qui exhibent reflexionem, vel refractionem cum recessu a perpendicularulo, vel ipsam refractionem cum accessu.

486. Porro id ipsum est id, quod assumpsimus num. 302, & unde derivavimus reflexionis, ac refractionis legem: nimirum si concipiatur ejusmodi vis resoluta in duas, alteram parallelam iis planis, alteram perpendiculararem: illa vis potest est

getur versus CD, vel versus AB, curva erit cava versus easdem, & in mutatione directionis vis ipsius mutabitur flexus curvæ. Si autem curva evaserit alicubi parallela plano AB; flectet cursum retro; nisi id accidat accuratè in situ vis = 0, qui casus est in infinitum improbabilis. Id accidit in aliis radiis citius, in aliis serius, pro diversa absoluta celeritate radii, pro diversa inclinatione incidentiæ, & pro diversa natura, vel constitutione particule, abeuntibus aliis particulis per QXIK, aliis per QXX'IK, aliis per QXX'X'IK. Porro perquam exiguum discrimen in vi, vel celeritate, potest curvam uno aliquo in loco a positione proxima parallelismo ad ipsum parallelismum traducere, quo loco superato adhuc summa actionum usque ad O potest esse ad sensum eadem. Reliqua sunt hic, ut num. 306.

est perpendicularem velocitatem vel extinguere totam ante, quam deveniatur ad planum ulterius, vel imminuere, vel augere. In primo casu debet particula retro regredi, & describere curvam similem illi, quam descripsit usque ad ejusmodi extinctionem, recuperando iisdem viribus in regressu, quod amiserat in progressu, adeoque debet egredi in angulo reflexionis æquali angulo incidentiæ: in secundo casu habetur refractione cum recessu a perpendiculo, in tertio refractione cum accessu ad ipsum, & in utrolibet casu, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu, debet differentia quadratorum velocitatis perpendicularis in ingressu, & egressu esse constantis cujusdam magnitudinis ex principio mechanico demonstrato num. 176 in adn. & inde num. 305 est erutum illud, sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti debere esse in constanti ratione, quæ est celeberrima lucis proprietas, cui tota innititur Dioptrica, & præterea illud num. 306 velocitatem in medio præcedente ad velocitatem in medio sequente esse in ratione reciproca sinuum eorundem.

487. Hoc pacto ex uniformi Theoria deductæ sunt notissima, ac vulgares leges reflexionis, ac refractionis, ex quibus plura consecutaria deduci possunt. Inprimis quoniam debet actio semper esse mutua, dum corpora agunt in lumen ipsum reflectendo, & refringendo; debet ipsum lumen agere in corpora, ac debet esse velocitas amissa a lumine ad velocitatem acquisitam a centro gravitatis corporis sistentis lumen, ut est massa corporis ad massam luminis. Inde deducitur immanita luminis tenuitas: nam massa tenuissima levissimæ plumulæ suspensæ filo tenui, si impetatur a radio repente immisso, nullum progressivum acquirit motum, qui sensu percipi possit. Cum tam immanis sit velocitas amissa a lumine; facile patet, quam immanis sit tenuitas luminis. Newtonus etiam radiorum impulsioni tribuit progressum vaporum cometicorum in caudam; sed eam ego sententiam fatis valido, ut arbitror, argumentis rejeci in mea dissertatione *De Cometis*. Sunt, qui auras boreales tribuant halitibus tenuissimis impulsis a radiis solaribus, quod miror fieri etiam ab aliquo, qui radios putat esse undas tantummodo, nam undæ progressivum motum per se se non imprimunt: qui autem censent, & fluvios retardari orienti Soli contrarios, & Terræ motus fieri ex impulsu radiorum Solis, ii sane nunquam per legitima Mechanicæ principia inquisiverunt in luminis tenuitatem.

488. Solis particulis tenuissimis corporum imprimunt motum radii, ex quo per internas vires aucto oritur calor, & quidem in opacis corporibus multo facilius, ubi tantæ sunt reflexionum, & refractionum internæ vicissitudines: exiguo motu impresso paucis particulis, reliqua internæ mutæ vires agunt juxta ea, quæ diximus num. 467. Sic ubi radiis solaribus speculo collectis comburuntur aliqua, aliæ calcinantur

Lumen debere in corpora reagere æqualiter: hinc immanita lucis tenuitas: qui effectus ipsi falso tribuantur a nonnullis.

Tenuissimum motum imprimi a lumine particulis corporum: calorem, & usionem provenire ab earum viribus internis, quod ipsum probatur hic.

etiam; omnes illi motus ab internis utique viribus oriuntur, non ab impulsione radiorum. Regulus antimonii ita calcinatus auget aliquando pondus decima sui parte. Sunt, qui id tribuant massæ radiorum ibi collectæ. Si id ita esset; debuisset citissime abire illa substantia cum parte decima velocitatis amissæ a lumine, sive citius, quam binis arteriæ pulsibus ultra Lunam fugere. Quamobrem alia debet esse ejus phænomeni causa, qua de re fusius egi in mea dissertatione *De Luminis Tenuitate*.

489. Quoniam lumen in sulphuris particulas agit validissime, nam sulphurosæ, & oleosæ substantiæ facillime accenduntur; eæ contra in lumen validissime agunt. Substantiæ generaliter eo magis agunt in lumen, quo densiores sunt, & attractionum summa prævalet, ubi radius utrumque illud planum transgressus refringitur: & idcirco generaliter ubi fit transitus a medio rariore ad densius, refractione fit per accessum ad perpendiculum, & ubi a medio densiore ad rarius, per recessum. Sed sulphurosæ, & oleosæ corpora multo plus agunt in lucem, quam pro ratione suæ densitatis. Ego sane arbitror, uti monui num. 467. ipsum ignem nihil esse aliud, nisi fermentationem ingentem lucis cum sulphurea substantia.

490. Lumen per media homogenea progredi motu liberrimo, & sine ulla resistantia medii, per quod propagetur, eruitur etiam ex illo, quod velocitas parallela maneat constans, uti assumpsimus num. 302, quod assumptum si non sit verum, manentibus ceteris; ratio sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti non esset constans: sed idem eruitur etiam ex eo, quod ubi radius ex aere abivit in vitrum, tum e vitro in aerem progressus est, si iterum ad vitrum deveniat; eandem habeat refractionem, quam habuit prima vice. Porro si resistantiam aliquam pateretur, ubi secundo advenit ad vitrum; haberet refractionem majorem: nam velocitatem haberet minorem, quæ semel amissa non recuperatur per hoc, quod resistantia minuat, & eadem vis mobile minori velocitate motum magis detorquet a directione sui motus.

491. Posteaquam lux intra opaca corpora tam multis, tam variis erravit ambagibus, aliqua saltem sui parte deveniet iterum ad superficiales particulas, & avolabit. Inde omnino ortum habebit lux illa tam multorum phosphorum, quæ deprehendimus, e Sole retracta in tenebras lucere per aliquot secunda, & a numero secundorum licet conjicere longitudinem itineris confecti per tot itus, ac reditus intra meatus internos. Sed progrediamur jam ad reliqua, quæ num. 472 proposuimus.

492. Primo quidem illud facile perspicitur, ex Theoria, quam exposuimus, cur, ubi radius incidit cum majore inclinatione ad superficiem, major luminis pars reflectatur. Et quidem in dissertatione, quam superiore anno die 12 Novembris legit

Densiora agere in lumen fortius: sed sulphurosæ, & oleosæ pari densitate plus: cur id ipsum.

Lumen in progressu nullam pati resistantiam, positivè probatur.

Unde lux in phosphoris quibusdam.

Cur in majore obliquitate plus luminis reflectatur.

Bouguerius in Academiæ Parisiensis conventu publico, uti habetur in *Mercurio Gallico* hujus anni ad mensem Januarii, proficitur, se invenisse in aqua in inclinatione admodum ingenti reflexionem esse æque fortem, ac in Mercurio, ut nimirum reflectantur duo trientes, dum in incidentia perpendiculari vix quinqueagesima quinta pars reflectatur. Porro ratio in promptu est. Quo magis inclinatur radius incidens ad superficiem novi medii, eo minor est perpendicularis velocitas, uti patet: quare vires, quæ agunt intra illa duo plana, eo facilius, & in pluribus particulis totam velocitatem perpendicularem elident, & reflexionem determinabunt.

493. Verum id quidem jam supponit, non in omnes lucis particulas eandem exerceri vim, sed in iis discrimen haberi aliquod. Ejusmodi discrimina diligenter evolvam. Inprimis discrimen aliquod haberi debet ex ipso textu particularum luminis, ex quo pendeat constans discrimen proprietatum quarundam, ut illud inprimis diversæ radorum refrangibilitatis. Quod idem radius refringatur ab una substantia magis, ab alia minus in eadem etiam inclinatione incidentiæ, id quidem provenit a diversa natura substantiæ refringentis, uti vidimus: ac eodem pacto e contrario, quod e diversis radiis ab eodem medio, & cum eadem inclinatione, alius refringatur magis, alius minus, id provenire debet a diversa constitutione particularum pertinentium ad illos radios. Debet autem id provenire vel a diversa celeritate in particulis radorum, vel a diversa vi. Porro demonstrari potest, a sola diversitate celeritatis non provenire, atque id præstiti in secunda parte meæ dissertationis *De Lumine*: quanquam etiam radii diversæ refrangibilitatis debeant habere omnino diversam quoque celeritatem; nam si ante ingressum in medium refringens habuissent æqualem; jam in illo inæqualem haberent, cum velocitas præcedens ad velocitatem sequentem sit in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti: & hæc ratio in radiis diversæ refrangibilitatis sit omnino diversa. Quare provenit etiam a vi diversa, quæ cum constanter diversa sit, ob constantem in eodem radio, utcumque reflexo, & refracto, refrangibilitatis gradum, debet oriri a diversa constitutione particularum, ex qua sola potest provenire diversa summa virium pertinentium ad omnia puncta. Cum vero diversa constanter sit harum particularum constitutio; nihil mirum, si diversam in oculo impressionem faciant, & diversam ideam excitent.

494. At quoniam experimentis constat, radios ejusdem coloris eandem refractionem pati ab eodem corpore, sive a stellis fixis provenerint, sive a Sole, sive a nostris ignibus, sive etiam a naturalibus, vel artificialibus phosphoris, nam ea omnia eodem telescopio æque distincta videntur; manifesto patet, omnes radios ejusdem coloris pertinentes ad omnia ejusmodi lucida corpora eadem velocitate esse præditos, & eadem

Diversam refrangibilitatem non pendere a sola diversitate celeritatis particularum luminis, sed etiam a diverso earum textu inducente vim diversam.

Ex eadem refractione radorum ejusdem coloris emissorum ab omnibus lucidis corporibus evinci eandem in iis celeritatem, & textum.

dispositione punctorum: neque enim probabile est, (& fortasse nec fieri id potest), celeritatem diversam a diversa vi compensari ubique accurate ita, ut semper eadem habeatur refraçtio per ejusmodi compensationem.

Vices facilioris reflexionis &c. oriri a contractione, & expansione particularum in progressu inducente discrimen.

495. Sed oportet invenire aliud discrimen inter diversas constitutiones particularum pertinentium ad radios ejusdem refrangibilitatis ad explicandas vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus; ac inde mihi prodibit etiam ratio phaenomeni radorum, qui in reflexione, & refractione irregulariter disperguntur, & ratio discriminis inter eos, qui reflectuntur potius, quam refringantur, ex quo etiam fit, ut in majore inclinatione reflectantur plures. Newtonus plures innuit in Optica sua hypotheses ad rem utcumque adumbrandam, quarum tamen nullam absolute amplectitur: ego utar hic causa, quam adhibui in illa dissertatione *De Lumine* parte secunda, quæ causa & existit, & rei explicandæ est idonea: quamobrem admitti debet juxta legem communem philosophandi. Ubi particula luminis a corpore lucido excuritur, fieri utique non potest, ut omnia ejus puncta eandem acquisierint velocitatem, cum a punctis repellentibus diversas distantias habuerint. Debuerat igitur aliqua celerius progredi, quæ sociis reliquis processissent, nisi mutua vires, acceleratis lentioribus, ea retardassent, unde necessario oriri debuit particulae progredientis oscillatio quædam, in qua oscillatione particula ipsa debuit jam produci non nihil, jam contrahi: & quoniam dum per medium homogeneum particula progreditur, inæqualitas summæ actionum in punctis singulis debet esse ad sensum nulla; durabit eadem per ipsum medium homogeneum reciprocatio contractionis, ac productionis particulae, quæ quidem productio, & contractio poterit esse satis exigua; si nimirum nexus punctorum sit satis validus: sed semper erit aliqua, & potest itidem esse non ita parva, nec vero debet esse eadem in particulis diversi textus.

In limitibus ejus velut oscillationis diutius persistere formam: in diversa parte ejusdem virium summam esse diversam.

496. Porro in ea reciprocatioe figura habebuntur limites quidam productionis maximæ, & maximæ contractionis, in quibus juxta communem admodum indolem maximorum, & minimorum diutissime perdurabitur, motu reliquo, ubi jam inde discessum fuerit ad distantiam sensibilem cum ingenti celeritate peracto, uti in pendulorum oscillationibus videmus, pondus in extremis oscillationum limitibus quasi hæzere diutius, in reliquis vero locis celerrime prætervolare: ac in alio virium genere diverso a gravitate constanti, illa mora in extremis limitibus potest esse adhuc multo diuturnior, & excursus in distantibus sensibilibus ab utrovis maximo multo magis celer. Deveniet autem particula ad medium extremarum illarum duarum dispositionum diutius perseverantium post æqualia temporum intervalla, ut æquales pendulorum oscillationes sunt æque diuturnæ, ac idcirco dum particula progreditur per medium homogeneum, recurrent illæ ipsæ binæ dispositiones post æqualia

lia intervalla spatiorum pendentia a constanti velocitate particulae, & a constanti tempore, quo particulae cujusvis oscillatio durat. Demum summa virium, quam novum medium, ad quod accedit particula, exercet in omnia particulae puncta, non erit sane eadem in diversis illis oscillantis particulae dispositionibus.

497. Hisce omnibus rite consideratis, concipiatur jam ille fere continuus affluxus particularum etiam homoginearum ad superficiem duo heterogenea media dirimentem. Multo maximus numerus adveniet in altera ex binis illis oppositis dispositionibus, non quidem in medio ipsius, sed prope ipsam, & admodum exiguus erit numerus earum, quae adveniunt cum dispositione satis remota ab illis extremis. Quae in hisce intermediis adveniunt, mutabunt utique dispositiones suas in progressu inter illa duo plana, inter quae agit vis motum particulae perturbans, ita, ut in datis ab utrovis plano distantis vires ad diversas particulas pertinentes, sint admodum diversae inter se. Quare illae, quae retro regredientur, non eandem ad sensum recuperabunt in regressu velocitatem perpendiculararem, quam habuerunt in accessu, adeoque non reflectentur in angulo reflexionis aequali ad sensum angulo incidentiae, & illae, quae superabunt intervallum illud omne, in appulsu ad planum ulterius, aliae aliam summam virium expertae, habebunt admodum diversa inter se incrementa, vel decrementa velocitatum perpendicularium, & proinde in admodum diversis angulis egredientur dispersae. At quae adveniunt cum binis illis dispositionibus contrariis, habebunt duo genera virium, quarum singula pertinebant constanter ad classes singulas, cum quarum uno idcirco facilius in illo continuo curvaturae flexu deveniatur ad positionem illis planis parallelam, sive ad extinctionem velocitatis perpendicularis, cum altero difficilius: adeoque habebuntur in binis illis dispositionibus oppositis binae vices, altera facilioris, altera difficilioris reflexionis, adeoque facilioris transitus, quae quidem regredientur post aequalia spatiorum intervalla, quanquam ita, ut summa facilitas in media dispositione sita sit, a qua quae minus, vel magis in appulsu discedunt, magis e contrario, vel minus de illa facilitate participant. Is ipse accessus major, vel minor ad summam illam facilitatem in media dispositione sitam in Benvenutiana dissertatione superius memorata exhibetur per curvam quandam continuam hinc, & inde aequae inflexam circa suum axem, & inde reliqua omnia, quae ad vices, & earum consecutaria pertinent, luculentissime explicantur.

498. Porro hinc & illud patet, qui fieri possit, ut e radiis homogeneis ad eandem superficiem advenientibus alii transmittantur, & alii reflectantur, prout nimirum advenerint in altera e binis dispositionibus: & quoniam non omnes, qui cum altera ex extremis illis dispositionibus adveniunt, adve-

Inde binae dispositiones constantes vicium in maxima particularum parte appellente in iis limitibus: in parte exigua appellente inter eos dispersio.

Unde discrimen rationis luminis reflecti ad transmissum.

niunt profus in media dispositione, fieri utique poterit, ut ratio reflexorum ad transmissos sit admodum diversa in diversis circumstantiis, nimirum diversi mediorum discriminis, vel diversae inclinationis in accessu: ubi enim inaequalitas virium est minor, vel major perpendicularis velocitas per illam extinguenta ad habendam reflexionem, non reflectentur, nisi illae particulae, quae advenerint in dispositione illi mediae quamproxima, adeoque multo pauciores, quam ubi vel inaequalitas virium est major, vel velocitas perpendicularis est minor, unde fiet, ut quemadmodum experimur, quo minus est mediorum discrimen, vel major incidentiae angulus, eo minor radiorum copia reflectetur: ubi & illud notandum maxime, quod ubi in continuo flexu curvaturae viae particulae cujusvis, quae via jam in alteram plagam est cava, jam in alteram, prout praevaleant attractiones densioris medii, vel repulsionem, devenitur identidem ad positionem fere parallelam superficiei dirimenti media, velocitate perpendiculari fere extincta, exiguum discrimen virium potest determinare parallelismum ipsum, sive illius perpendicularis velocitatis extinctionem totalem: quanquam eo veluti anfractu superato, ubi demum reditur ad planum ceterius in reflexione, vel ulterius in refractione, summa omnium actionum, quae determinat velocitatem perpendiculararem totalem, debeat esse ad sensum eadem, nimirum nihil mutata ad sensum ab exigua illa differentia virium, quam peperit exiguum dispositionis discrimen a media dispositione.

Unde discrimen in intervallis vicium.

499. Atque hoc pacto satis luculenter jam explicatum est discrimen inter binas vices, sed superest exponendum, unde discrimen intervalli vicium, quod proposuimus num. 472. Quod diversi colorati radii diversa habeant intervalla, nil mirum est: nam & diversae velocitates diversa requirunt intervalla spatii inter vices oppositas, quando etiam ex vices redeant aequalibus temporis intervallis, & diversus particularum heteroginearum textus requirit diversa oscillationum tempora. Quod in diversis mediis particulae ejusdem generis habeant diversa intervalla, itidem facile colligitur ex diversa velocitate, quam in iis haberi post refractionem ostendimus num. 493; sed praeterea in ipsa mediorum mutatione inaequalis actio inter puncta particulam componentia potest utique, & vero videtur etiam debere oscillationis magnitudinem, & fortasse etiam ordinem mutare, adeoque celeritatem oscillationis ipsius. Demum ejusmodi mutatio pro diversa inclinatione viae particulae advenientis ad superficiem, diversa utique esse debet, ob diversam positionem motuum punctorum ad superficiem ipsam, & ad massam agentem in ipsa puncta. Quamobrem patet, eas omnes tres causas debere discrimen aliquod exhibere inter diversa intervalla, uti reapse ex observatione colligitur.

500. Si possemus nosse peculiare constitutiones particularum

rum ad diversos coloratos radios pertinentium, ordinem, & numerum, ac vires, & velocitates punctorum singulorum; tum mediorum constitutionem suam in singulis, ac satis Geometriæ, satis imaginationis haberemus, & mentis ad omnia ejusmodi solvenda problemata; liceret a priori determinare intervallorum longitudines varias, & eorundem mutationes pro tribus illis diversis circumstantiis exhibere. Sed quoniam longe citra eum locum consistimus, debemus illas tantummodo colligere per observationes, quod summa dexteritate Newtonus præstitit, qui determinatis per observationem singulis, mira inde consecutaria deduxit, & Naturæ phænomena explicavit, uti multo luculentius videre est in illa ipsa Benvenutiana dissertatione. Illud unum ex proportionibus a Newtono inventis haud difficulter colligitur, ea discrimina non pendere a sola particularum celeritate, nam celeritatum proportionem novimus per sinuum rationem: & facile itidem deducitur ex Theoria, quod etiam multo facilius infertur partim ex Theoria, & partim ex observatione, radium, qui post quotcumque vel reflexiones, vel refractiones regulares devenit ad idem medium, eandem in eo velocitatem habere semper; nam velocitates in reflexione manent, & in mutatione mediorum sunt in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti; ac tam Theoria, quam observatio facile ostendit, ubi planis parallelis dirimantur media quotcumque, & radius in data inclinatione ingressus e primo abeat ad ultimum, eundem fore refractionis angulum in ultimo medio, qui esset, si a primo immediate in ultimum transivisset. Sed hæc innuisse sit satis.

501. Illud etiam innuam tantummodo, quod Newtonus in Opticis Quæstionibus exponit, esse miram quandam crystalli Islandicæ proprietatem, quæ radium quemvis, dum refringit, discerpit in duos, & alium usitato modo refringit, alium inusitato quodam, ubi & certæ quædam observantur leges, quarum explicationes ipse ibidem insinuat haberi posse per vires diversas in diversis lateribus particularum luminis, ac solum adnotabo illud, ex num. 423 patere, in mea Theoria nullam esse difficultatem agnoscendi in diversis lateribus ejusdem particulæ diversas dispositiones punctorum, & vires, qua ipsa diversitate usi sumus superius ad explicandam solidorum cohesionem, & organicam formam, ac certas figuras tot corporum, quæ illas vel affectant constanter, vel etiam acquirunt.

502. Remanet demum diffraçtio luminis explicanda, quam itidem num. 472 proposueramus. Ea est quædam velut inchoata reflexio, & refraçtio. Dum radius advenit ad eam distantiam a corpore diversæ naturæ ab eo, per quod progreditur, quæ virium inæqualitatem inducit, incurvat viam vel accedendo, vel recedendo, & directionem mutat. Si corporis superficies ibi esset satis ampla, vel reflecteretur ad angulos æquales, vel immergeretur intra novum illud medium, & refrin-

G g

non posse terminari, nisi per observationes: non pendere a sola velocitate.

Quod de crystalli Islandicæ Newtonus prodidit, id in hac Theoria nullam habere difficultatem.

Diffractionem esse inchoatam reflexionem, vel refractionem.

geretur: at quoniam acies ibidem progressum superficiæ interrumpit; progreditur quidem radius aciem ipsam evitans, & circa illam prætervolat; sed egressus ex illa distantia directionem conservat postremo loco acquisitam, & cum ea, diversa utique a priore, moveri pergit: ut adeo tota luminis Theoria sibi ubique admodum conformis sit, & cum generali Theoria mea apprimè consentiens, cujus rami quidam sunt bina Newtoni præclarissima comperta virium, quibus cælestia corpora motus peragunt suos, & quibus particulæ luminis reflectuntur, refringuntur, diffringuntur. Sed de luce, & coloribus jam satis.

De sapore, & odore: multorum error in ratione densitatis odoris propagati.

503. Post ipsam lucem, quæ oculos percussit, & visionem parit, ac ideam colorum excitat, primum est delabi ad sensus ceteros, in quibus multo minus immorabimur, cum circa eos multo minora habeamus comperta, quæ determinatam physicam explicationem ferant. Saporis sensus excitatur in palato a salibus. De angulosa illorum forma jam diximus num. 464, quæ ad diversum excitandum motum in papillis palati abunde sufficit; licet etiam dum dissolvuntur, vires varias pro varia punctorum dispositione exercere debeant, quæ saporum discrimen inducant. Odor est quidam tenuis vapor ex odoriferis corporibus emissus, cujus rei indicia sunt sane multa, nec omnino assentiri possum illi, qui odorem etiam, ut sonum, in tremore medii cujusdam interpositi censet consistere. Porro quæ evaporationum sit causa, explicavimus abunde num. 462. Illud unum hic innuam, errare illos, uti pluribus ostendi in prima parte meæ dissertationis *De Lumine*, qui multi sane sunt, & præstantes Physici, qui odoribus etiam tribuunt proprietatem lumini debitam, ut nimirum eorum densitas minuat in ratione reciproca duplicata distantiarum a corpore odorifero. Ea proprietas non convenit omnibus iis, quæ a dato puncto diffunduntur in spheram, sed quæ diffunduntur cum uniformi celeritate, ut lumen. Si enim concipiantur orbes concentrici tenuissimi datæ crassitudinis; ii erunt ut superficies, adeoque ut quadrata distantiarum a communi centro, ac densitas materiæ erit in ratione ipsorum reciproca; si massa sit eadem: ut ea in ulterioribus orbibus sit eadem, ac in citerioribus; oportet sane, tota materia, quæ erat in citerioribus ipsis, progrediatur ad ultiores orbes motu uniformi, quo fiet, ut, appellente ad citeriorem superficiem orbis ulterioris particula, quæ ad citeriorem citerioris appulerat, appellat simul ad ulteriorem ulterioris, quæ appulerat simul ad ulteriorem citerioris, materia tota ex orbe citeriore in ulteriorem accurate translata: quod nisi fiat, vel nisi loco uniformis progressus habeatur accurata compensatio velocitatis imminutæ, & impeditæ a progressu partis vaporum, quæ compensatio accurata est admodum improbabilis; non habebitur densitas reciproce proportionalis orbibus, sive eorum superficiebus, vel distantiarum quadratis.

504. So-

504. Sonus geometricas determinationes admittit plures, & quod pertinet ad vibrationes chordæ elasticæ, vel campani æris, vel motum impressum aeri per tibias, & tubas, id quidem in Mechanica locum habet, & mihi commune est cum communibus theoriis. Quod autem pertinet ad progressum soni per aerem usque ad aures, ubi delatus ad tympanum excitatur, res est multo operosior, & pendet plurimum ab ipsa medii constitutione: ac si accurate solvi debeat problema, quo queratur ex data medii fluidi elasticitate propagatio undarum, & ratio inter oscillationum celeritates, a qua multipliciter variata pendet omnes toni, & consonantiæ, ac dissonantiæ, & omnis ars musica, ac tempus, quo unda ex dato loco ad datam distantiam propagatur; res est admodum ardua; si sine subsidiariis principiis, & gratuitis hypothesebus tractari debeat, & determinationi resistentiæ fluidorum est admodum affinis, cum qua motum in fluido propagatum communem habet. Exhibebo hic tantummodo simplicissimi casus undas, ut appareat, qua via in eandem censam in mea Theoria ejusmodi investigationem.

505. Sit in recta linea disposita series punctorum ad data intervalla æqualia a se invicem distantium, quorum bina quæque sibi proxima se repellant viribus, quæ crescant imminutis distantis, & dentur ipsæ. Concipiatur autem ea series ex utraque parte in infinitum producta, & uni ex ejus punctis concipiatur externa vi celerrime agente in ipsum multo magis, quam agent puncta in se invicem, brevissimo tempusculo impressa velocitas quædam finita in ejusdem rectæ directione versus alteram plagam, ut dexteram, ac reliquorum punctorum motus consideretur. Utcunque exiguum accipiatur tempusculum post primam systematis perturbationem, debent illo tempusculo habuisse motum omnia puncta. Nam in momento quovis ejus tempusculi punctum illud debet accessisse ad punctum secundum post se dexterum, & recessisse a sinistro, velocitate nimirum in eo genita majore, quam generent vires mutuae, quæ statim agent in utrumque proximum punctum, aucta distantia a sinistro, & imminuta a dextero, qua fiet, ut sinistrum urgeatur minus ab ipso, quam a sibi proximo secundo ex illa parte, & dexterum ab ipso magis, quam a posteriore ipsi proximo, & differentia virium producet illico motum aliquem, qui quidem initio, ob differentiam virium tempusculo infinitesimo infinitesimam, erit infinitesimæ minor motu puncti impulsu, sed erit aliquis: eodem pacto tertium punctum utraque ex parte debet illo tempusculo infinitesimo habere motum aliquem, qui erit infinitesimus respectu secundi, & ita porro. Post tempusculum utcumque exiguum omnia puncta æquilibrium amittent, & motum habebunt aliquem. Interea cessante actione vis impellentis punctum primum incipiet ipsum retardari

De sono difficultas in determinandis undis excitatis in fluido elastico.

Quo pacto oriuntur undæ in serie continuæ punctorum se invicem repellentium.

Solutio difficultatis pertinentis ad propagationem rectilineam diversorum sonorum admodum facilis in hac Theoria.

dari vi repulsiva secundi dexteri prævalente supra vim secundi sinistri, sed adhuc progredietur, & accedet ad secundum, ac ipsum accelerabit: verum post aliquod tempus retardatio continua puncti impulsu, & acceleratio secundi reducent illa ad velocitatem eandem: tum vero non ultra accedent ad se invicem, sed recedent, quo recessu incipiet retardari etiam punctum primum dexterum, ac paullo post extinguetur tota velocitas puncti impulsu, quod incipiet regredi: aliquanto post incipiet regredi & punctum secundum dexterum, & aliquanto post tertium, ac ita porro aliud post aliud. Sed interea punctum impulsu, dum regreditur, incipiet urgeri magis a primo sinistro, & acceleratio minuetur: tum habebitur retardatio, tum motus iterum reflexus. Dum id punctum iterum incipit regredi versus dexteram, erit aliquod e dexteris, quod tunc primo incipiet regredi versus sinistram, & dum per easdem vices punctum impulsu iterum reflexit motum versus sinistram, aliud dexterum remotius incipiet regredi versus ipsam sinistram, ac ita porro motus semper progreditur ad dexteram major, & incipient regredi nova puncta alia post alia. Undæ amplitudinem determinabit distantia duorum punctorum, quæ simul eunt, & simul redeunt, ac celeritatem propagationis soni tempus, quod requiritur ad unam oscillationem puncti impulsu, & distantia a se invicem punctorum, quæ simul cum eo eunt, & redeunt; & quod ad dexteram accidit, idem accidit ad sinistram. Sed & ea perquisitio est longe altioris indaginis, quam ut hic institui debeat; & ad veras soni undas elasticas referendas non sufficit una series punctorum jacentium in directum, sed congeries punctorum, vel particularum circumquaque dispersarum, & se repellentium.

506. Interea illud unum adjiciam, in mea Theoria admodum facile solvi difficultatem, quam Eulerus objecit Mairanio, explicanti propagationem diversorum sonorum, a quibus diversi toni pendet, per diversa genera particularum elasticarum, quæ habentur in aere, quorum singula singulis sonis inserviant, ut diversi sunt colorati radii cum diverso constanti refrangibilitatis gradu, & colore. Eulerus illud objicit, uti tam multa sunt sonorum genera, quæ ad nostras, & aliorum aures simul possint deferri, ita debere haberi continuam seriem particularum omnium generum ad ea deferenda, quod haberi omnino non possit, cum circa globum quævis in eodem plano non nisi sex tantummodo alii globi in gyrum possint consistere. Difficultas in mea Theoria nulla est, cum particulæ aliæ in alias non agent per immediatum contactum, sed in aliqua distantia, quæ diametro globorum potest esse major in ratione quacunque utcumque magna. Cum igitur certi globuli in iisdem distantis possint esse inertes respectu certorum, & activi respectu aliorum; patet, posse multos diversorum generum globulos esse permixtos ita, ut actionem aliorum sentiant alii. Quia immo

immo licet activi sint globuli, fieri debet, ut alii habeant motus conformes tum eos, qui pendent a viribus mutuis inter duos globulos, a quibus proveniunt undæ, tum eos, qui pendent ab interna distributione punctorum, a qua proveniunt singularum particularum interni vibratorii motus, & qui itidem ad diversum sonorum genus plurimum conferre possint, & dissimilium globorum oscillationes se mutuo turbent, similibus perpetuo post primas actiones actionibus aliis conformibus augeantur, quemadmodum in consonantibus instrumentorum chordis cernimus, quarum una percussa sonant & reliquæ. Ubique libertas motuum, & dispositionis, quæ sublato immediato impulsu, & accurata continuitate in corporum textu, acquiritur ad explicandam naturam, est perquam idonea, & opportuna.

507. Quod pertinet ad tactiles proprietates, quid sit solidum, fluidum, rigidum, molle, elasticum, flexile, fragile, grave, abunde explicavimus: quid lævigatum, quid asperum, per se patet. Caloris causam repono in motu vehementi intestino particularum igneæ, vel sulphureæ substantiæ fermentescentis potissimum cum particulis luminis, & qua ratione id fieri possit, exposuimus. Frigus haberi potest per ipsum defectum ejusmodi substantiæ, vel defectum motus in ipsa. Haberi possunt etiam particule, quæ frigus cieant actione sua, ut nitrosæ, per hoc, quod ejusmodi particularum motum sistant, & eas, attractione mutuas ipsarum vires vincente, ad se rapiant, ac sibi affundant quodammodo, veluti alligatas. Potest autem generari frigus admodum intensum in corpore calido per solum etiam accessum corporis frigescenti ob solum ejusmodi substantiæ defectum. Ea enim, dum fermentat, & in suo naturali volatilizationis statu permanet, nititur elasticitate sua ipsa ad expansionem, per quam, si in aliquo medio conclusa sit, utcunque inerte respectu ipsius, ad æqualitatem per ipsum diffunditur, unde fit, ut si uno in loco dematur aliqua ejus pars, statim illuc ex aliis tantum devolet, quantum ad illam æqualitatem requiritur. Hinc nimirum, si in aere libero cesset fermentantis ejusmodi substantiæ quantitas, vel per imminutam continuationem impulsuum ad continuandum motum, ut imminuta radiorum Solis copia per hyemem, ac in locis remotioribus ab Æquatore, vel per accessum ingentis copię particularum sistentium ejusdem substantiæ motum, unde fit, ut in climatis etiam non multum ab Æquatore distantibus ingentia pluribus in locis habeantur frigora, & glacies per nitrosorum effluviarum copiam; e corporibus omnibus expositis aeri perpetuo erumpet magna copia ejusdem fermentescentis ibi adhuc, & elasticæ materiæ igneæ; & ea corpora remanebunt admodum frigida per solum imminutionem ejus materiæ, quibus si manum admoveamus, ingens illico ex ipsa manu particularum earundem multitudo avolabit transfusa illuc, ut res ad æqualitatem reducatur,

De calore & frigore: materiæ cientis calorem expansio orta ab elasticitate: fixatio ejusdem, & velocitas ut torrentis cuiusdam.

catur, & tam ipsa cessatio illius intestini motus, qua immutabitur status fibrarum organici corporis, quam ipse rapidus ejus substantiæ in aliam irrupentis torrentis, eam poterit, quam adeo maleitam experimur, frigoris sensationem excitare.

Imago in aeris fixatione, & affluxu.

508. Torrentis ejusmodi ideam habemus in ipso velocissimo aeris motu, qui si in aliqua spatii parte repente ad fixitatem reducatur in magna copia, ex aliis omnibus advolat celerissime, & horrendos aliquando celeritate sua effectus parit. Sic ubi turbo vorticofus, & aerem inferne exfugens prope domum conclusam transeat, aer internus expansiva sua vi omnia evertit: avolant tecta, diffringuntur fenestræ, & tabulata, ac omnes portæ, quæ cubiculorum mutuam communicationem impediunt, repente dissiliunt, & ipsi parietes nonnumquam everuntur, ac corruunt, quemadmodum Romæ ante aliquot observavimus annos, & in dissertatione *De Turbine* superius memorata, quam tum edidi, pluribus exposui.

Attractio, que potest intermedium motum sistere, & fixare: communicatio ad æqualem futuritatem post partem fixatam: futuritatis varia discrimina.

509. Verum hæc sola substantiæ hujusce fermentantis expansiva vis non est satis ad rem explicandam, sed requiritur etiam certa vis mutua, qua ejusmodi substantia in alias quasdam attrahatur magis, in alias minus, quod qui fieri possit, vidimus, ubi de dissolutione, & præcipitatione egimus: & ejusmodi attractio potest esse ita valida, ut motum ipsum intestinum prorsus impediatur appensione ipsa, ac fixationem ejus substantiæ inducat, quæ si minor sit, permittit quidem motus fermentatorii continuationem, sed a se totam massam divelli non permittit, nisi accedente corpore, quod majorem exercent vim, & ipsam sibi rapiat. Hic autem raptus fieri potest ob duplicem causam: primo quidem, quod alia substantia majorem absolutam vim habeat in ejusmodi substantiam igneam, quam alia, pari etiam particularum numero: deinde, quod licet ea æque, vel etiam minus trahat, adhuc tamen cum utraque in minoribus distantibus trahat plus, in majoribus minus, illa habeat ejus substantiæ multo minus etiam pro ratione attractionis suæ, quam altera: nam in hoc secundo casu, adhuc ab hac posteriore avellerentur particule affusæ ipsius particulis ad distantias aliquanto majores, & affunderentur particulis prioris substantiæ, donec in utraque substantia haberetur æqualis futuritas, si ejus partes inter se conferantur, & æqualis itidem attractiva vis particularum substantiæ igneæ maxime remotarum a particulis utriusque substantiæ, quibus ea affunditur: sed copia ipsius substantiæ igneæ possit adhuc esse in iis binis substantiis in quacunque ratione diversa inter se; cum possit in altera ob vim longius pertinentem certa vis haberi in distantia majore, quam in altera, adeoque altitudo ejusmodi veluti marium in altera esse major, minor in altera, & in iisdem distantibus possit in altera haberi ob vim majorem densitas major substantiæ ipsius igneæ affusæ, quam in altera. Ex hisce quidem principiis, ac diversis combinationibus, mirum sane,

ne , quam multa deduci possint ad explicationem Naturæ perquam idoneis.

510. Sic etiam ex hac diffusione ad ejusmodi æqualitatem eandem inter diversas ejusdem substantiæ partes , sed admodum diversam inter substantias diversas , facile intelligitur , qui fiat , ut manus in hyeme exposita libero aeri minus sentiat frigoris , quam solido cuiuspiam satis denso corpori , quod ante ipsi aeri frigido diu fuerit expositum , ut marmor , & inter ipsa corpora solida , multo majus frigus ab altero sentiat , quam ab altero , ac ab aere humido multo plus , quam a sicco , rapta nimirum in diversis ejusmodi circumstantiis eodem tempore admodum diversa copia igneæ substantiæ , quæ calorem in manu fovebat . Atque hic quidem & analogiæ sunt quædam cum iis , quæ de refractione diximus : nam plerumque corpora , quæ plus habent materiæ , nisi oleosa , & sulphurosa sint , majorem habent vim refractivam , pro ratione densitatis suæ , & corpora itidem communiter , quo densiora sunt , eo citius manum admotam calore spoliant , quæ idcirco si lineam telam libero expositam aeri contingat in hyeme , multo minus frigescit , quam si lignum , si marmora , si metalla . Fieri itidem potest , ut aliqua substantia ejusmodi substantiam igneam repellat etiam , sed ob aliam substantiam admixtam sibi magis attrahentem , adhuc aliquid furripiat magis , vel minus , prout ejus admixtæ substantiæ plus habet , vel minus . Sic fieri posset , ut aer ejusmodi substantiam igneam respueret , sed ob heterogenea corpora , quæ sustinet , inter quæ inprimis est aqua in vapores elevata , furripiat nonnihil ; ubi autem in ipso volitantes particule , quæ ad fixitatem adducunt , vel expellunt ejusmodi substantiam igneam , accedant ad alias , ut aqueas , fieri potest , ut repente habeantur & concretiones , atque congelationes , ac inde nives , & grandines . A diffusionem vero ad æqualitatem intra idem corpus fieri utique debet , ut ubi altius infra Terræ superficiem descensum sit , permanens habeatur caloris gradus , ut in fodinis , ad exiguam profunditatem pertinente effectu vicissitudinum , quas habemus in superficie ex tot substantiarum permixtionibus continuis , & accessu , ac recessu solarium radiorum , quæ omnia se mutuo compensant saltem intra annum , antequam sensibilis differentia haberi possit in profundioribus locis : ac ex diversa vi , quam diversæ substantiæ exercent in ejusmodi substantiam igneam , provenire debet & illud , quod experimenta evincunt , ut nimirum nec eodem tempore æque frigescant diversæ substantiæ aeri libero expositæ , nec caloris imminutio certam densitatum rationem sectetur , sed varietur admodum independenter ab ipsa . Eodem autem pacto & alia innumera ex iisdem principiis , ubique sane conformibus admodum facile explicantur .

511. Patet autem ex iisdem principiis repeti posse explica-

Quæ a diffusionem ad æqualitatem consequantur potissimum respectu refrigerationis , & congelationis.

Eodem ra-

tio-

explicari & electricitatem : Principia Franklinianæ theoriæ Electricitatis .

tionem etiam præcipuorum omnium ex Electricitatis phænomenis , quorum Theoriam a Franklino mira sane sagacitate inventam in America & exornavit plurimum , & confirmavit , ac promovit Taurini P. Beccaria vir doctissimus opere egregio ea de re edito ante hos aliquot annos . Juxta ejusmodi Theoriam huc omnia reducuntur : esse quoddam fluidum electricum , quod in aliis substantiis & per superficiem , & per interna ipsarum viscera possit pervadere , per alias motum non habeat , licet saltem harum aliquæ ingentem contineant ejusdem substantiæ copiam sibi firmissime adhærentem , nec sine frictione , & motu intestino effundendam , quarum priora sint per communicationem electrica , posteriora vero electrica natura sua : in prioribus illis diffundi statim id fluidum ad æqualitatem in singulis ; licet alia majorem , alia minorem ceteris paribus copiam ejusdem possint ad quandam sibi veluti connaturalem saturitatem : hinc e duobus ejusmodi corporibus , quæ respectu naturæ suæ non eundem habeant saturitatis gradum , esse alterum respectu alterius electricum per excessum , & alterum per defectum , quæ ubi admoveantur ad eam distantiam , in qua particule circa ipsa corpora diffusæ , & iis utcumque adhærentes ad modum atmosphærarum quarundam , possint agere aliæ in alias , e corpore electrico per excessum fluere illico ejusmodi fluidum in corpus electricum per defectum , donec ad respectivam æqualitatem eventum sit , in quo effluxu & substantiæ ipsæ , quæ fluidum dant , & recipiunt , simul ad se invicem accedant , si satis leves sint , vel libere pendeant , & si motus coærvatæ materiæ sit vehemens , explosiones habeantur , & scintillæ , & vero etiam fulgurationes , tonitrua , & fulmina . Hinc nimirum facile repetuntur omnia consueta electricitatis phænomena , præter Batavicum experimentum phialæ , quod multo generalius est , & in Frankliniano plano æque habet locum . Id enim phænomenum ad aliud principium reducitur : nimirum ubi corpora natura sua electrica exiguam habent crassitudinem , ut tenuis vitrea lamella , posse in altera superficie congeri multo majorem ejus fluidi copiam , dummodo ex altera ipsi ex adverso respondente æqualis copia fluidi ejusdem extrahatur recepta in alterum corpus per communicationem electricum , quod ut per satis amplam superficiem fieri possit , non excurrente fluido per ejusmodi superficies ; aqua affunditur superficiem alteri , & ad alteram manus tota apprimitur , vel auro inducitur superficies utraque , quod sit tanquam vehiculum , per quod ipsum fluidum possit inferri , & efferi , quod tamen non debet usque ad marginem deduci , ut citior inauratio cum ulteriore jungatur , vel ad illam satis accedat : si enim id fiat , transfuso statim fluido ex altera superficie in alteram , obtinetur æqualitas , & omnia cessant electrica signa .

Eorum expli- 512. Hujusmodi Theoriæ ea pars , quæ continet respectivam illam

illam saturitatem, conspirat cum iis, quæ diximus de ignea substantia, ubi ipsam respectivam saturitatem abunde explicavimus. Dum autem fluidum vi mutua agente abit ex altera substantia in alteram; facile patet, debere ipsa etiam ea corpora, quorum particula ipsam fluidum, quanquam viribus inæqualibus, ad se trahunt, ad se invicem accedere, ac facile itidem patet, cur aer humidus, in quo ob admixtas aquæ particulas vidimus citius manum frigescere, electricis phænomenis contrarius sit, vaporibus abripiantibus illico, quod in catena a globi sibi proximi frictione in ipso excitatum, & avulsam congeritur. Secunda pars, ex qua Batavicum experimentum pendet, & successus plani Frankliniani, aliquanto difficilior, explicatione tamen sua non caret. Fieri utique potest, ut in certis corporibus ingens sit ejus substantiæ copia ob attractionem ingentem, & ad exiguas distantias pertinentem, congesta, quæ in aliquanto majore distantia in repulsionem transeat, sed attractioni non prævalentem. Hæc repulsio cum illa copia materiæ potest esse in causa, ne per ejusmodi substantias transire possit is vapor, & ne per ipsam superficiem excurrat, nec vero ad eam accedat satis; nisi alterius substantiæ adjunctæ actio simul superveniat, & adjuvet. Tum vero ubi lamina sit tenuis, potest repulsio, quam exercent particulae fluidi prope alteram superficiem siti, agere in particulas sitas circa superficiem alteram: sed adhuc fieri potest, ut ea non possit satis ad vincendam attractionem, qua hærent particulis sibi proximis: verum si ea adjuvetur ex una parte ab attractione corporis admoti per communicationem electrici, & ex altera crescat accessu novi fluidi advecti ad superficiem oppositam, quod vim ipsam repulsivam intendat; tum vero ipsa prævaleat. Ipsa autem prævalente, effluet ex ulteriore superficie ejus fluidi pars novum illud corpus admotum ingressa, ac ex ejus partis remotione, cessante parte vis repulsivæ, quam nimirum id, quod effluit, exercebat in particulas citerioris superficiæ, ipsi citeriori superficiæ adhareat jam idcirco major copia fluidi electrici admota per aquam, vel aurum, donec tamen, communicatione extroriam restituta per seriem corporum sola communicatione electricorum, defluxus ex altera superficie pateat ad alteram. Porro explicationem hujusmodi & illud confirmat, quod experimentum in lamina nimis crassa non succedit. Quod autem per substantiam natura sua electricam non permeet, ut æqualitatem acquirat, id ipsum provenire posset ab exigua distantia, ad quam extendatur ingens ejus attractiva vis in illam substantiam fluidam, & aliquanto majore distantia suarum particularum a se invicem: nam in eo casu altera particula substantiæ per se electricæ, utur spoliata magna parte sui fluidi, non poterit rapere partem satis magnam fluidi alteri parti affusi, & appressi.

513. Hæc quidem an eo modo se habeant, definire non licet. Quod videatur nisi

H h

nisi

esse discrimen inter materiam electricam, & igneam.

nisi & illud ostendatur simul, rem aliter se habere non posse. Sed illud jam patet, Theoriam meam, servato eodem agendi modo, suggerere ideam earum etiam dispositionum materiæ, quæ possint maxime omnium ardua, & composita explicare Naturæ phænomena, ac corporum discrimina. Illud unum hic addam; quoniam & ingens inter igneam substantiam, & electricum fluidum analogia deprehenditur, & habetur itidem discrimen aliquod; fieri etiam posse, ut inter se in eo tantummodo discrepent, quod altera sit cum actuali fermentatione, & intestino motu, quamobrem etiam comburat, & calefaciat, & dilatet, ac rarefaciat substantias, altera ad fermentescendum apta sit, sed sine illa, saltem tanta agitatione, quantam fermentatione inducit orta ex collisione ingenti mutua, vel ex aliarum admixtione substantiarum, quæ sint ad fermentandum idoneæ.

De magnetica vi: directionem, & ejus variationem pendere ab attractione, & mutatione massarum ingentium attractentium.

514. Quod ad magneticam vim pertinet, annotabo illud tantummodo, ejus phænomena omnia reduci ad solam attractionem certarum substantiarum ad se invicem. Nam directio, ad quam & inclinatio, & declinatio reducitur, repeti utique potest ab attractione ipsa sola. Videmus acum magneticam inclinari statim prope fodinas ferri, intra quas idcirco nullus est pyxidis magneticæ usus. Si ingens adestet in ipsis polis, & in iis solis, massa ferrea; omnes acus magneticæ dirigerentur ad polos ipsos: sed quoniam ubique terrarum fodinæ ferreæ habentur, si circa polos eadem sint in multo majore copia, quam alibi; dirigentur utique acus polos versus, sed cum aliqua deviatione in reliquis massas per totam Tellurem dispersas, quæ nunquam poterit certum superare graduum numerum; nisi plus æquo ad fodinam aliquam accedatur. Declinatio ejusmodi diversa erit in diversis locis, ob diversam eorum locorum positionem ad omnes ejusmodi massas, & vero etiam variabitur, cum fodinæ ferri & destruantur in dies novæ, & generentur, ac augeantur, & minuantur in horas. Variatio intra unum diem exigua erit, cum eæ mutationes in fodinis intra unum diem exiguæ sint: procedente tempore evadet major, eritque omnino irregularis; si mutationes, quæ in fodinis accidunt, sint etiam ipsæ irregulares.

Attractionem, & polos coherentem cum hac Theoria: difficultas de distantia ad quam vis ea extenditur: conjectura de solutione ipsius.

515. Quod autem ad attractionem pertinet, eam in particulis haberi posse patet, & ab earum textu debere pendere: plurima autem sunt magnetismi phænomena, quæ ostendant, mutata dispositione particularum generari magneticam vim, vel destrui, & multo frequentius intendi, vel remitti, cujus rei exempla passim occurrunt apud eos, qui de magneticis agunt. Poli autem ex altera parte attractivi, ex altera repulsivi, qui habentur in magnetismo itidem, coherent cum Theoria; cum virium summa ex altera parte possit esse major, quam ex altera. Difficultatem aliquam majorem parit distantia ingens, ad quam ejusmodi vis extenditur: at fieri utique id ipsum potest per aliquod effluviarum intermedium genus, quod tenuitate

tate sua effugerit huc usque observantium oculos, & quod per intermedias vires suas connectat etiam massas remotas, si forte ex sola diversa combinatione punctorum habentium vires ab eadem illa mea curva expressas id etiam phenomenon provenire non possit. Sed ad hæc omnia rite evolenda, & illustranda singulares tractatus, & longæ perquisitiones requirerentur; hic mihi satis est indicasse ingentem Theoriæ hæc fecunditatem, & usum in difficillimis quibuscunque Physicæ etiam particularis partibus pertractandis.

516. Superest, ut postremo loco dicamus hic aliquid de alterationibus, & transformationibus corporum. Pro materia mihi sunt puncta indivisibilia, inextensa, prædita vi inertiae, & viribus mutuis expressis per simplicem continuam curvam habentem determinatas illas proprietates, quas expressi a num. 117, & quæ per æquationem quoque algebraicam definiri potest. An hæc virium lex sit intrinseca, & essentialis ipsi indivisibilibus punctis; an sit quiddam substantiale, vel accidentale ipsis superadditum, quemadmodum sunt Peripateticorum formæ substantiales, vel accidentales; an sit libera lex Auctoris Naturæ, qui motus ipsos secundum legem a se pro arbitrio constitutam dirigat: illud non quæro, nec vero inveniri potest per phenomena, quæ eadem sunt in omnibus iis sententiis. Tertia est causarum occasionalium ad gustum Cartesianorum, secunda Peripateticis inservire potest, qui in quovis puncto possunt agnoscere materiam, tum formam substantialem exigentem accidens, quod sit formalis lex virium, ut etiam, si velint, destructa substantia, remanere eadem accidentia in individuo, possint conservare individuum istud accidens, unde sensibilitas remanebit prorsus eadem, & quæ pro diversa combinatione ejusmodi accidentium pertinentium ad diversa puncta, erit diversa. Prima sententia videtur esse plurimorum e Recentioribus, qui impenetrabilitatem, & activas vires, quas admittunt Leibnitiani, & Newtoniani passim, videntur agnoscere pro primariis materiæ proprietatibus in ipsa ejus essentia sitis. Potest utique hæc mea Theoria adhiberi in omnibus hisce philosophandi generibus, & suo cujusque peculiari cogitandi modo aptari potest.

517. Hæc materia mihi est prorsus homogœnea, quod pertinet ad legem virium, & argumenta, quæ habeo pro homogœnitate, exposui num. 92. Siqua occurrerent Naturæ phenomena, quæ per unicum materiæ genus explicari non possint; poterunt adhiberi plura genera punctorum cum pluribus legibus inter se diversis, atque id ita, ut tot leges sint, quot sunt binaria generum, & præterea, quot sunt ipsa genera, ut illarum singulæ expriment vires mutuas inter puncta pertinentia ad bina singulorum binariorum genera, & harum singulæ vires mutuas inter puncta pertinentia ad idem genus, singulæ pro generibus singulis. Porro inde miram sane, quanto major

H h 2

com-

Quid materia, & unde ejus vires: tria diversa principia, a quibus provenire possunt.

Homogœnitas elementorum. Si ea non admittatur, quanto plures combinationes per diversas leges virium: formam substantialem, & accidentia posse Peripateticos, si velint, agnoscere in ipsis punctis.

combinationum numerus oriretur, & quanto facilius explicarentur omnia phenomena. Possent autem illæ leges exponi per curvas quasdam, quarum aliquæ haberent aliquid commune, ut asymptoticum impenetrabilitatis arcum, & arcum curvaturæ, ac aliæ ab aliis possent distare magis; ut habeantur quædam genera, & quædam differentie, quæ corporum elementa in certas classes distribuerent; & hic Peripateticis; si velint, occasio daretur admittendi materiam ubique homogœneam, ac formas substantiales diversas, quæ accidentalem virium formam diversam exigant, & vero etiam plures accidentales formas, quæ diversas determinent vires, ex quibus componatur vis totalis unius elementi respectu sui similibus, vel respectu aliorum.

Mixta varietas consectoriorum: possibilitas quotlibet rit Mundorum in eodem spatio cum apparenti compenetratione, sine ulla notitia unius cujusvis in aliis.

518. Possent autem admitti vis in quibusdam generibus nulla, & tunc substantia unius ex iis generibus liberrime permearet per substantiam alterius sine ullo occurfu, qui in numero finito punctorum indivisibilium nullus haberetur, adeoque transiret cum impenetrabilitate reali, & compenetratione apparente: ac possent unum genus esse colligatum cum alio per legem virium, quam habeant cum tertio, sine ulla lege virium mutua inter ipsa, vel possent ea duo genera nullum habere nexum cum ullo tertio: atque in hoc posteriore casu haberi possent plurimi Mundi materiales, & sensibiles in eodem spatio ita inter se disparati, ut nullum alter cum altero haberet commercium, nec alter ullam alterius notitiam possent unquam acquirere. Mirum sane, quam multæ aliæ in casibus illius nexu cujuspiam duorum generum cum tertio combinationes haberi possint ad explicanda Naturæ phenomena: sed argumenta, quæ pro homogœnitate protuli, locum habent pro omnibus punctis, cum quibus nos commercium aliquod habere possumus, pro quibus solis inductio locum habere potest. An autem sint alia punctorum genera vel hic in nostro spatio, vel alibi in distantia quavis, vel si id ipsam non repugnat, in aliquo alio spatii genere, quod nullam habeat relationem cum nostro spatio, in quo possint esse puncta sine ulla relatione distantie a punctis in nostro spatio existentibus, nos prorsus ignoramus, nihil enim eo pertinet omnino ex Naturæ phenomenon colligere possumus, & nimis est audax, qui eorum omnium, quæ condidit Divinus Naturæ Fabricator limitem ponat suam sentiendi, & vero etiam cogitandi vim.

Formam in homogœnitate suppositione esse numerum, & dispositionem punctorum, quæ sunt radix omnium proprietatum: quæ dici possint formæ specificæ:

519. Sed redeundo ad meam homogœneorum elementorum Theoriam, singulares corporum formæ erunt combinatio punctorum homogœneorum, quæ haberetur a distantis, & positionibus, ac præter solam combinationem velocitas, & directio motus punctorum singulorum: pro individuis vero corporum massis accedit punctorum numerus. Dato numero & dispositione punctorum in data massa, datur radix omnium proprietatum, quas habet eadem massa in se, & omnium relationum, quas

quas eadem habere debet cum aliis massis, quas nimirum determinabunt numeri, & combinationes, ac motus earum, & datur radix omnium mutationum, quæ ipsi possunt accidere. Quoniam vero sunt quædam combinationes peculiare, quæ exhibent quædam peculiare proprietates constantes, quas determinavimus, & exposuimus, nimirum suæ pro cohesione, & variis soliditatum gradibus, suæ pro fluiditate, suæ pro elasticitate, suæ pro mollitie, suæ pro certis acquirendis figuris, suæ pro certis habendis oscillationibus, quæ & per se, & per vires sibi affixas diversos sapores pariant, & diversos odores, & colorum diversas constantes proprietates exhibeant, sunt autem aliæ combinationes, quæ inducunt motus, & mutationes non permanentes, uti est omne fermentationum genus; possunt a primis illis constantium proprietatum combinationibus desumi specificæ corporum formæ, & differentiæ, & per hæc posteriores habebuntur alterationes, & transformationes.

520. Inter illas autem proprietates constantes possunt feligi quædam, quæ magis constantes sint, & quæ non pendeant a permixtione aliarum particularum, vel etiam, quæ si amittantur, facile, & prompte acquirantur, & illæ haberi pro essentialibus illi speciei, quibus constantiter mutatis habeatur transformatio, iisdem vero manentibus, habeatur tantummodo alteratio. Sic si fluidi particulæ alligentur per alias, ut motum circa se invicem habere non possint, sed illarum textus, & virium genus maneat idem; congelatum illud fluidum dicitur tantummodo alteratum, non vero etiam mutatum specificè. Ita alterabitur etiam, & non specificè mutabitur corpus, aucta quantitate materiæ igneæ, quam in poris continet, vel aucto motu ejusdem, vel etiam aucta aliqua suarum partium oscillatione, ac dicitur calefactione nova alteratum tantummodo; & aquæ massa, quæ post ebullitionem redit ad priorem formam, erit per ipsam ebullitionem alterata, non transformata: figuræ itidem mutatio, ubi ex cera, vel metallo diversa fiunt opera, alterationem quandam inducet. At ubi mutatur ille textus, qui habebatur in particulis, atque id mutatione constanti, & quæ longe alia phænomena præbeat; tum vero dicitur corrumpi, & transformari corpus. Sic ubi e solidis corporibus generetur permanens aer elasticus, & vapores elastici ex aqua, ubi aqua in terram concresecat, ubi commixtis substantiis pluribus arte inter se cohæreant novo nexu earum particulæ, & novum mixtum efforment, ubi mixti particulæ separatæ per solutionem nexus ipsius, quod accidit in putrefactione, & in fermentationibus plurimis, novam singulæ constitutionem acquirant, habebitur transformatio.

521. Si possemus inspicere intimam particularum constitutionem, & textum, ac distinguere a se invicem particulas ordinum gradatim altiorum a punctis elementaribus ad hæc nostra corpora; fortasse inveniremus aliqua particularum genera

unde alterationes, & transformationes.

Discrimen inter transformationem, & alterationem.

Quid requiretur ad inspicendam formam intimam, unde liceret ita

a priori reducere massas ad genera, & species: quid præstantium, cum id non liceat.

ita suæ formæ tenacia, ut in omnibus permutationibus ea nunquam corrumpantur, sed mutantur quorundam altiorum ordinum particulæ per solam mutationem compositionis, quam habent a diversa dispositione particularum constantium ordinis inferioris; liceret multo certius dividere corpora in suas species, & distinguere elementa quædam, quæ haberi possent pro simplicibus, & inalterabilibus vi Naturæ, tum compositiones mixtorum specificas, & essentielles ab accidentalibus proprietatibus discernere. Sed quoniam in intimum ejusmodi textum penetrare nondum licet; eas proprietates debemus diligenter notare, quæ ab illo intimo textu proveniunt, & nostris sensibus sunt perviæ, quæ quidem omnes consistunt in viribus, motu, & mutatione dispositionis massularum grandiuscularum, quæ sensibus se nostris objiciunt, & constantiter habitas, vel facile, & brevi recuperatas distinguere a transitoriis, vel facile, & constanter amissas, & ex illarum aggregato distinguere species, hæc vero habere pro accidentalibus.

Videri, nos nunquam posse devenire ad cognoscendam intimam substantiam, & essentialiam, ac discernere speciem.

522. Verum quod ad omne hoc argumentum pertinet, non erit abs re, si postremo loco huc transferam ex Stayana *Recentiore Philosophia*, ac meis in eam adnotationibus, illud, quod habeo ad versum 547 libri 1^æ. „ Quamvis intrinsecam corporum naturam intueri non liceat, non esse abjiciendum, affirmat, Naturæ investigandæ studium: posse ex externis illis proprietatibus plures detegi in dies: id ipsum summæ laudi esse: ideam sane, quam habemus confusam substantiæ eas habentis proprietates, proprietatibus ipsis auctis extendimus. Rem illustrat aptissimo exemplo ejus substantiæ, quam aurum appellamus, ac seriem proprietatum eo ordine proponit, quo ipsas detectas esse verosimiliter arbitratur: colorem fulvum, pondus gravissimum, ductilitatem, fusilitatem, quod in fusione nihil amittat, quod rubiginem non contrahat. Diu his tantummodo proprietatibus auri substantiam contineri est creditum, sero additum, solvi per illam, quam dicunt aquam regiam, & præcipitari immisso sale. Porro & aliæ supererunt plurimæ ejusmodi proprietates olim fortasse detegendæ: quo plures detegimus, eo plus ad confusam illam naturæ auri cognitionem accedimus: a clara, atque intima ipsius naturæ contemplatione adhuc absumus. Idem, quod in hoc vidimus peculiari corpore, de corporis in genere natura affirmat. Investigandas proprietates, quibus detectis illum intimum proprietatum fontem attingi nunquam posse: nil nisi inania proferri vocabula, ubi intimæ proprietates investigantur.

Quid tamen præitari possit circa generales proprietates, & generalia principia: id esse hæc præstitum.

523. Hæc ego quidem ex illo: tum meam hanc ipsam Theoriam respiciens, quam & ipse libro 10 exposuit nondum edito, sic persequor: „ Quid autem, si partim observatione, partim ratiocinatione adhibita, constaret demum, materiam homogeneam esse, ac omne discrimen inter corpora prove-

„ ure

„ nire a forma, nexu, viribus, & motibus particularum, quæ
 „ sint intima origo sensibilibus omnium proprietatum. Ea
 „ nostros sensus non alia effugiunt ratione, nisi ob nimis exi-
 „ guam particularum molem: nec nostræ mentis vim, nisi ob
 „ ingentem ipsarum multitudinem, & sublimissimam, utut
 „ communem, virium legem, quibus fit, ut ad intimam sin-
 „ gularum specierum compositionem cognoscendam aspirare non
 „ possimus. At generalium corporis proprietatum, & genera-
 „ lium discriminum explicationem libro 10 ex intimis iis prin-
 „ cipiis petiram, exhibebimus fortasse non infeliciter: peculia-
 „ rium corporum textum olim cognosci, difficillimum quidem
 „ esse, arbitror, prorsus impossibile, affirmare non aulam.

324. Demum ibidem illud addo, quod pertinet ad genera,
 & species: „ Interea specificas naturas æstimamus, & distin-
 „ guimus a collectione illa externarum proprietatum, in quo
 „ plurimum confert ordo, quo deteguntur. Si quædam col-
 „ lectio, quæ sola innotuerat, inveniatur simul cum nova
 „ quadam proprietate conjuncta, in aliis fere æquali numero
 „ cum alia diversa; eam, quam pro specie infima habeba-
 „ mus, pro genere quodam habemus continente sub se illas
 „ species, & nomen, quod prius habuerant, pro utraque reti-
 „ nemus. Si diu invenimus conjunctam ubique cum aliqua
 „ nova, deinde vero alicubi multo posterius inveniatur sine
 „ illa nova; tum, nova illa jam in naturæ ideam admiffa,
 „ hanc substantiam ea carentem ab ejusmodi natura arcemus,
 „ nec ipsi id nomen tribuimus. Si nunc inveniatur massa,
 „ quæ ceteras omnes enumeratas auri proprietates haberet,
 „ sed aqua regia non solveretur, eam non esse aurum dicere-
 „ mus. Si initio compertum esset, alias ejusmodi massas sol-
 „ vi, alias non solvi per aquam regiam, sed per alium liquo-
 „ rem, & utrumque in æquali fere earum massarum numero
 „ notatum esset, putatum fuisset, binas esse auri species, qua-
 „ rum altera alterius liquoris ope solveretur.

Hæc ego ibi; unde adhuc magis patet, quid specificæ for-
 mæ sint, & inde, quid sit transformatio. Sed de his omni-
 bus jam satis.



APPENDIX

Ad Metaphysicam pertinens

DE

ANIMA, & DEO.

Argumentum 525
 hujus Appen-
 dicis, & cur
 sit addita.

QUæ pertinent ad discrimen animæ a materia, &
 ad modum, quo anima in corpus agit, rejecta
 Leibnitianorum harmonia præstabilita, persecutus
 jam sum in parte prima a num. 153. Hic primum & id ip-
 sum discrimen evolvam magis, & addam de ipsius animæ, &
 ejus actuum vi, ac natura, nonnulla, quæ cum eodem ope-
 ris argumento arctissime connectuntur: tum ad eum colligen-
 dum, qui semper maximus esse debet omnium philosophica-
 rum meditationum fructus, nimirum ad ipsum potentissimum,
 ac sapientissimum Auctorem Naturæ conscendam.

Discrimen in-
 ter animam &
 corpus: in hoc
 omnia peragi
 per distantias
 locales, motus,
 ac vires indu-
 centes motum
 localem.

526. Inprimis hic iterum patet, quantum discrimen sit in-
 ter corpus, & animam, ac inter ea, quæ corporeæ materiæ
 tribuimus, & quæ in nostra spiritali substantia experimur.
 Ibi omnia perfecimus tantummodo per distantias locales, &
 motus, ac per vires, quæ nihil aliud sint, nisi determinatio-
 nes ad motus locales, sive ad mutandas, vel conservandas lo-
 cales distantias certa lege necessaria, & a nulla materiæ ipsius
 libera determinatione pendentes. Nec vero ullas ego repræsen-
 tativas vires in ipsa materia agnosco, quarum nomine haud
 scio, an ii ipsi, qui utuntur, satis norint, quid intelligant,
 nec ullum aliud genus virium, aut actionum ipsi tribuo, præ-
 ter illud unum, quod respicit localem motum, & accessus mu-
 tuos, ac recessus.

In anima nos
 experiri sensa-
 tiones, & cogi-
 tationes, ac vo-
 litiones: Vim
 esse in nobis in-
 natam, qua vi-
 deamus harum
 discrimina, & re-
 lationem, quam
 habent ad sub-
 stantias, a qui-
 bus procedunt
 essentialiter di-
 versas.

527. At in ea nostra substantia, qua vivimus, nos quidem
 intimo sensu, & reflexione, duplex aliud operationum genus
 experimur, & agnoscimus, quarum alterum dicimus sensatio-
 nem, alterum cogitationem, & volitionem. Profecto idea,
 quam de illis habemus intimam, & prorsus experimentalem,
 est longe diversa ab idea, quam habemus, localis distantia,
 & motus. Et quidem illud mihi, ut in prima parte innui,
 omnino persuasum est, inesse animis nostris vim quandam, qua
 ipsas nostras ideas, & illos, non locales, sed animasticos mo-
 tus, quos in nobis ipsis inspicimus, intime cognoscamus, &
 non solum similes a dissimilibus possimus discernere, quod o-
 mnino facimus, cum post equi visi ideam, se nobis idea pi-
 fcis objicit, & huic dicimus non esse equum; vel cum in
 primis

primis principiis ideas conformes affirmando jungimus, difformes vero separamus negando; verum etiam ipsorum non localium motuum, & idearum naturam immediate videmus, atque originem; ut idcirco nobis evidenter constet per sese, alias oriri in nobis a substantia aliqua externa ipsi animo, & admodum discrepante ab ipso, utut etiam ipsi conjuncta, quam corpus dicimus, alias earum occasione in ipso animo exurgere, atque enasci per longe aliam vim: ac primi generis esse sensationes ipsas, & directas ideas, posterioris autem omne reflexionum genus, iudicia, discursus, ac voluntatis actus tam varios: qua interna evidentia, & conscientia sua illi etiam, qui de corporum, de aliorum extra se objectorum existentia dubitare vellent, ac idealismum, & egoismum affectant, coguntur vel invitati internam ejusmodi ineptissimis dubitationibus assensum negare, & quotiescunque directe, & vero etiam reflexe, ac serio cogitant, & loquuntur, aut agunt, ita agere, loqui, cogitare, ut alia etiam extra se posita sibi similia, & spiritualia, & materialia entia agnoscant: neque enim libros conscribent, & oderent, & suam rationibus confirmare sententiam niterentur; nisi illis omnino persuasum esset, existere extra ipsos, qui, quae scripserint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes voce expressas aure excipiant, & victi demum se dedant.

528. Et vero ex motibus quibusdam localibus in nostro corpore factis per impulsum ab externis corporibus, vel per se etiam eo modo, quo ab externis fierent, ac delatis ad cerebrum (in eo enim alicubi videtur debere esse saltem praecipua sedes animae, ad quam nimirum tot nervorum fibrae pertingunt idcirco, ut impulsiones propagatae, vel per succum volatilem, vel per rigidas fibras quaquaversus deferri possint, & inde imperium in universum exerceri corpus) exurgunt motus quidam non locales in animo, nec vero liberi, & ideae coloris, saporis, odoris, soni, & vero etiam doloris, qui oriuntur quidem ex motibus illis localibus; sed intima conscientia teste, qua ipsorum naturam, & originem intuemur, longe aliud sunt, quam motus ipsi locales: sunt nimirum vitales actus, utut non liberi. Praeter hos autem in nobis ipsis illud aliud etiam operationum genus perspicimus cogitandi, ac volendi, quod alii & brutis itidem attribuunt, cum quibus illud primum operationum genus commune nobis esse censent jam omnes, praeter Cartesianos paucos, Philosophi: nam & Leibniziani brutis ipsis animam tribuunt, quanquam non immediate agentem in corpus: sed ex iis, qui ipsam cogitandi, & volendi vim brutis attribuunt, in iis agnoscunt passim omnes, qui sapiunt, nostra inferiorem longe, & ita a materia pendentem, ut sine illa nec vivere possint, nec agere; dum nostras animas etiam a corpore separatas credimus posse eisdem aequae cogitationis, & volitionis actus exercere.

Duo genera actuum vitalium, quae in nobis perspicimus, sensationes, & cogitationes, ac volitiones, quas possumus etiam sine corpore exercere.

Si ea brutis conveniant, quanto imperfectiora in iis esse debeant, & quid de voce spiritus.

529. Porro ex his, qui cogitationem, & voluntatem brutis attribuunt, alii utriusque generi applicant nomen spiritus, sed distinguunt diversa spirituum genera, alii vocem spiritualis substantiae tribuunt illis solis, quae cogitare, & velle possint etiam sine ullo nexu cum corpore, & sine ulla materiae organica dispositione, & motu, qui necessarius est brutis, ut vivant. Atque id quidem admodum facile revocari potest ad litteram de nomine, & ad ideam, quae assignatur huic voci spiritus, vel spiritualis, cujus vocis latina vis originaria non nisi tenuem statum significat: nec magna erit in vocum usurpatione difficultas; dummodo bene distinguantur a se invicem materia expertis omni & sentiendi, & cogitandi, ac volendi vi, a viventibus sensu praeditis; & in viventibus ipsis anima immortalis, ac per se ipsam etiam extra omne organicum corpus capax cogitationis, & voluntatis, a brutis longe imperfectioribus, vel quia solum sentiendi vim habeant omnis cogitationis, & voluntatis expertia, vel quia, si cogitent, & velint, longe imperfectiores habeant ejusmodi operationes, ac dissoluto per organici corporis corruptionem nexu cum ipso corpore, prorsus discrepant.

Discrimen inter motus, a quibus idea exciatur, & ideam ipsam quatuor accentiones vocis color.

530. Ceterum longe aliud profecto est & tenuitas lamellae, quae determinat hunc porius, quam illum coloratum radium ad reflexionem, ut ad oculos nostros deveniat, in quo sensu adhibet coloris nomen vulgus, & opifaces; & dispositio punctorum componentium particulam luminis, quae certum ipsi conciliat refrangibilitatis gradum, certum in certis circumstantiis intervallum vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, unde fit, ut certam in oculi fibris impressionem faciat, in quo sensu nomen coloris adhibent Optici; & impressio ipsa facta in oculo, & propagata ad cerebrum, in quo sensu coloris nomen Anatomici usurpare possunt; & longe aliud quid, & diversum ab iis omnibus, ac ne analogum quidem illis, saltem satis arcto analogiae, & omnimodae similitudinis genere, est idea illa, quae nobis exciatur in animo, & quam demum a prioribus illis localibus motibus determinatam intuemur in nobis ipsis, ac intima nostra conscientia, & animi vis, de cujus vera in nobis ipsis existentia dubitare omnino non possumus, evidentissima voce admonent ea de re, & certos nos reddunt.

Commercium animae cum corpore continere tria legum genera: quae sunt priora duo.

531. Porro commercium illud inter animam, & corpus, quod unionem appellamus, tria habet inter se diversa legum genera, quarum bina sunt prorsus diversa ab ea etiam, quae habetur inter materiae puncta, tertium in aliquo genere convenit cum ipsa, sed ita longe in aliis plurimis ab ea distat, ut a materiali mechanismo penitus remotum sit. Priora sunt in ordine ad motus locales organici nostri corporis, vel potius ejus partis, sive ea sit fluidum quoddam tenuissimum, sive sint solidae fibrae; & ad motus non locales, sed animasticos nostri animi,

nimi, nimirum ad excitationem idearum, & ad voluntatis actus. Utroque legum genere ad quosdam motus corporis excitantur quidam animi actus, & vice versa, & utrumque requirit inter cetera positionem certam in partibus corporis ad se invicem, & certam animæ positionem ad ipsas: ubi enim læsione quadam satis magna organici corporis ea mutua positio partium fatis turbatur, ejusmodi legum observantia cessat: nec vero ea locum habere potest, si anima procul distet a corpore extra ipsum sita.

532. Sunt autem ejusmodi legum duo genera: alterum genus est illud, cujus nexus est necessarius, alterum, cujus nexus est liber: habemus enim & liberos, & necessarios motus, & sæpe fit, ut aliquis apoplexia ictus amittat omnem, saltem respectu aliquorum membrorum, facultatem liberi motus; at necessarios, non eos tantum, qui ad nutritionem pertinent, & a sola machina pendent, sed & eos, quibus excitantur sensationes, retineat. Unde apparet & illud, diversa esse instrumenta, quibus ad ea duo diversa motuum genera utimur. Quanquam & in hoc secundo legum genere fieri posset, ut nexus ibi quidem aliquis necessarius habeatur, sed non mutuus. Ut nimirum tota libertas nostra consistat in excitandis actibus voluntatis, & eorum ope etiam ideis mentis, quibus semel libero animastico motu intrinseco excitatis, per legem hujus secundi generis debeant illico certi locales motus exoriri in ea corporis nostri parte, quæ est primum instrumentum liberorum motuum, nulli autem sint motus locales partis ullius nostri corporis, nullæ ideæ nostræ mentis, quæ animum certa lege determinant ad hunc potius, quam illum voluntatis liberum actum; licet fieri possit, ut certa lege ad id inclinent, & actus alios aliis faciliores reddant, manente tamen semper in animo, in ipsa illa ejus facultate, quam dicimus voluntatem, potestate liberrima eligendi illud etiam, contra quod inclinatur, & efficiendi, ut ex mera sua determinatione præponderet etiam illud, quod independenter ab ea minorem habet vim. In eodem autem genere nexus quidam necessarii erunt itidem inter motus locales corporis, ac ideas mentis, cum quibusdam indeliberatis animi affectionibus, quæ leges, quam multæ sint, quam variæ, & an singula genera ad unicam aliquam satis generalem reduci possint, id vero nobis quidem saltem huc usque est penitus inaccessible.

533. Tertium legum genus convenit cum lege mutua punctorum in hoc genere, quod ad motum localem pertinet animæ ipsius, ac certam ejus positionem ad corpus, & ad certam organorum dispositionem. Durante nimirum dispositione, a qua pendet vita, anima necessario debet mutare locum, dum locum mutat corpus, atque id ipsum quodam necessario nexu, non libero: si enim præceptis gravitate sua corpus ruit, si ab alio repente impellitur, si vehitur navi, si ex ipsius ani-

In altero ex
iis nexus inter
animam, &
corpus neces-
sarius, in al-
tero liber: ex-
ponuntur am-
bo.

Tertium ge-
nus in quo con-
veniat cum ne-
xu mutuo in-
ter puncta ma-
terię, & in quo
ab eo plurimum
differat.

mæ voluntate progreditur, moveri utique cum ipso debet necessario & anima, ac illam eandem respectivam sedem tenere, & corpus comitari ubique. Dissoluto autem eo nexu organicorum instrumentorum, abit illico, & a corpore, jam suis inepto usibus, discedit. At in eo hæc virium lex localem motum animæ respiciens plurimum differt a viribus materiæ, quod nec in infinitum protenditur, sed ad certam quandam satis exiguam distantiam, nec illam habet tantam reciprocationem determinationis ad accessum, & recessum cum tot illis limitibus, vel saltem nullum earum rerum habemus indicium. Fortasse nec in minimis distantis a quovis materiæ puncto determinationem ullam habet ad recessum, cum potius ipsa compenetrari cum materia posse videatur: nam ex phænomenis nec illud certo colligi posse arbitror, an cum ullo materiæ puncto compenetratur. Deinde nec hujusmodi vires habet perennes, & immutabiles, pereunt enim destructa organizatione corporis, nec eas habet, cum suis similibus, nimirum cum aliis animabus, cum quibus idcirco nec impenetrabilitatem habet, nec illos nexus cohesionum, ex quibus materiæ sensibilibus oritur. Atque ex iis tam multis discriminiibus, & tam insignibus, satis luculenter patet, quam longe hæc etiam lex pertinens ad unionem animæ cum corpore a materiali mechanismo distet, & penitus remota sit.

Ubi sit sedes
animæ, ex puris
phænomenis
sciri non posse.

534. Ubi sit animæ sedes, ex puris phænomenis certo nosse omnino non possumus: an nimirum ea sit præsens certo cuidam punctorum numero, & toti spatio intermedio habens virtualement illam extensionem, quam num. 84 in primis materiæ elementis rejecimus, an compenetratur cum uno aliquo puncto materiæ, cui unita secum ferat & necessarios illos, & liberos nexos, ut vel illud punctum cum aliis etiam legibus agat in alia puncta quædam, vel ut, enatis certis quibusdam in eo motibus, cætera fiant per virium legem toti materiæ communem; an ipsa existat in unico puncto spatii, quod a nullo materiæ puncto occupetur, & inde nexum habeat cum certis punctis, respectu quorum habeat omnes illas motuum localium, & animasticorum leges, quas diximus; id sane ex puris Naturæ phænomenis, & vero etiam, ut arbitror, ex reflexione, & meditatione quavis, quæ fiat circa ipsa phænomena, nunquam nobis innotescet.

Demonstratur
id ipsum pro-
ducendo, quid
oporteret nosse
ad resolvendam
ejusmodi quæ-
sitionem ex phæ-
nomenis.

535. Nam ad id determinandum ex phænomenis utcumque consideratis, oporteret nosse, an ea phænomena possint haberi eadem quovis ex iis modis, an potius requiratur aliquis ex his determinatus ut conjunctio, localis etiam, animæ cum magna corporis parte, vel etiam cum toto corpore. Ad id autem cognoscendum oporteret distinctam habere notitiam earum legum, quas secum trahit conjunctio animæ cum corpore, & totius dispositionis punctorum omnium, quæ corpus constituunt, ac legis virium mutuarum inter materiæ puncta, tum etiam habere

bere tantam Geometriæ vim, quanta opus est ad determinandos omnes motus, qui ex sola mechanica distributione eorundem punctorum oriri possint. Iis omnibus opus esset ad videndum, an ex motibus, quos anima imperio suæ voluntatis, vel necessitate suæ naturæ induceret in unicūm punctum, vel in aliqua determinata puncta, consequi deinde possent per solam legem virium communem punctis materiæ omnes reliqui spirituum, & nervorum motus, qui habentur in motibus nostris spontaneis, & omnes motus tot particularum corporis, ex quibus pendent secretiones, nutritio, respiratio, ac alii nostri motus non liberi. At illa omnia nobis incognita sunt, nec ad illud adeo sublime Geometriæ genus adspirare nobis licet, qui nondum penitus determinare potuimus motus omnes trium etiam muscularum, quæ certis viribus in se invicem agant.

536. Fuerunt, qui animam concluderint intra certam aliquam exiguam corporis nostri particulam, ut Cartesius intra glandulam pinealem: at deinde compertum est, ea parte sola non contineri: nam ea parte dempta, vita superfuit: sic sine pineali glandula aliquando vitam perdurasse, compertum jam est, ut animalia aliqua etiam sine cerebro vitam produxerunt. Alii diffusionem animæ per totum corpus impugnant ex eo, quod aliquando homines, rescissæ etiam manu, dixerint, se digitorum dolorem sentire, tanquam si adhuc haberent digitos; qui dolor cum sentiatur absque eo, quod anima ibi digitis sit præfens; inde inferri posse arbitrantur, quotiescumque digitorum sentimus dolorem, illam sentiri sine præfentia animæ in digitis. At ea ratio nihil evincit: fieri enim posset, ut ad habendum prima vice sensum, quem in digitorum dolore experimur, requireretur præfentia animæ in ipsis digitis, sine quâ ejus doloris idea primo excitari non possit, possit autem efformata semel per ejusmodi præfentiam excitari iterum sine ipsa per eos motus nervorum, qui cum motu fibrarum digiti in primo illo sensu conjuncti fuerant: præterquamquod adhuc remanet definiendum illud, an ad nutritionem requiratur præfentis animæ impulsus aliquis, an ea per solum mechanismum obtineri possit tota sine ulla animæ operatione.

537. Hæc omnia abunde ostendunt, phænomenis rite confectis nihil satis certo definiri posse circa animæ sedem, nec ejus diffusionem per magnam aliquam corporis partem, vel etiam per totum corpus excludi. Quod si vel per ingentem partem, vel etiam per totum corpus protendatur, id ipsum etiam cum mea theoria optime conciliabitur. Poterit enim anima per illam virtuales extensionem, de quâ egimus a num. 83, existere in toto spatio, in quo continentur omnia puncta constituenta illam partem, vel totum corpus: atque eo pacto adhuc magis in mea theoria differet anima a materia; dum simplicia materiæ elementa non nisi in singulis spatii punctis existant singula singulis momentis temporis, anima autem licet itidem simplex,

Falsitas plurimum opinionum de ejus sede: non probari, eam non extendit per totum corpus.

Conclusio pro ignorantia: ubi & quomodo possit esse.

plex, adhuc tamen simul existet in punctis spatii infinitis conjungens cum unico momento temporis seriem continuam punctorum spatii, cui toti simul erit præfens per illam suam extensionem virtuales, ut & Deus per infinitam immensitatem suam præfens est punctis infinitis spatii (& ille quidem omnibus omnino), sive in iis materia sit, sive sint vacua.

Nunquam produci ab anima motum, nisi æqualem in partibus oppositis: quid inde concludatur.

538. Et hæc quidem de sede animæ: illud autem postremo loco addendum hic censeo de legibus omnibus constituendis ejus conjunctionem cum corpore, quod est observationibus conforme, quod diximus num. 74, & 387, nunquam ab anima produci motum in uno materiæ puncto, quin in alio aliquo æqualis motus in partem contrariam producatur, unde fit, ut nec liberi, nec necessarij materiæ motus ab animabus nostris orti perturbent actionis, & reactionis æqualitatem, conservationem ejusdem status centri communis gravitatis, & conservationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in eandem plagam computari.

Transitus ad Auctorem Naturæ, cujus perfectio nes in hac Theoria elucidant maxime.

539. Hæc quidem de anima: jam quod pertinet ad ipsum Divinum Naturæ Opificem, in hac Theoria elucet maxime & necessitas ipsum omnino admittendi, & summa ipsius, atque infinita Potentia, Sapientia, Providentia, quæ venerationem a nobis demississimam, & simul gratum animum, atque amorem exposcant: ac vanissima illorum somnia corrumpunt penitus, qui Mundum vel casu quodam fortuito putant, vel fatali quadam necessitate potuisse condi, vel per se ipsum existere ab æterno suis necessarijs legibus consistentem.

Error tribuentium Mundi originem casu fortuito: casum esse vocem vanam sine re.

540. Et primo quidem quod ad casum pertinet, sic ratiocinantur: finiti terminorum numeri combinationes numero finitas habent, combinationes autem per totam infinitam æternitatem debent extitisse numero infinite; etiam si nomine combinationum assumamus totam seriem pertinentem ad quotcumque millesimos annos. Quamobrem in fortuita atomorum agitatione, si omnia se æqualiter habuerint, ut in longa fortuitorum serie semper accidit, debuit quævis ex ipsis redire infinitis vicibus, adeoque infinites major est probabilitas pro reditu hujus individuz combinationis, quam habemus, quocumque finito numero vicium redeuntis mero casu, quam pro non reditu. Hi qui dum in primis in eo errant, quod putent esse aliquid, quod in se ipso revera fortuitum sit; cum omnia determinatas habeant in Natura causas, ex quibus profluunt, & idcirco a nobis fortuita dicantur quædam, quia causas, a quibus eorum existantia determinatur, ignoramus.

Numerum combinationum in terminis etiam numero finitis esse infinitum: si rite omnia expendantur.

541. Sed eo omisso, falsissimum est, numerum combinationum esse finitum in terminis numero finitis; si omnia, quæ ad Mundi constitutionem necessaria sunt, perpendantur. Est quidem finitus numerus combinationum, si nomine combinationis assumatur tantummodo quidam, quo alii termini post alios jaceant: hæc ultro agnosco illud: si omnes litteræ, quæ

Virgilii poema componunt, versentur temere in sacco aliquo, cum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ post alias, atque ejusmodi operatio continuetur in infinitum, redituram & ipsam combinationem Virgilianam numero: vicium quævis determinatum numerum superante. At ad Mundi constitutionem habetur in primis dispositio punctorum materiæ in spatio patente in longum, latum, & profundum: porro rectæ in uno plano sunt infinitæ, plana in spatio sunt infinita, & pro quavis recta in quovis plano infinita sunt curvarum genera, quæ cum eadem ex dato puncto directione oriuntur, in quarum singularum classibus infinities plures sunt, quæ per datum punctorum numerum non transeant. Quare ubi seligenda sit curva, quæ transeat per omnia materiæ puncta, jam habemus infinitum saltem ordinis tertii. Præterea, determinata ejusmodi curva, potest variari in infinitum distantia puncti cujusvis a sibi proximo: quamobrem numerus dispositionum possibilium pro quævis puncto materiæ adhuc ceteris manentibus est infinitus, adeoque is numerus ex omnium mutationibus possibilibus est infinitus ordinis expositi a numero punctorum aucto saltem ternario. Iterum velocitas, quam habet dato tempore punctum quodvis, potest variari in infinitum, & directio motus potest variari in infinitum ordinis secundi ob directiones infinitas in eodem plano, & plana infinita in spatio. Quare cum constitutio Mundi, & sequentium phænomenorum series pendeat ab ipsa velocitate, & directione motus; numerus, qui exprimit gradum infiniti, ad quem affurgit numerus casuum diversorum, debet multiplicari ter per numerum punctorum materiæ.

542. Est igitur numerus casuum diversorum non finitus, sed infinitus ordinis expositi a quarta potentia numeri punctorum aucta saltem ternario, atque id etiam determinata curva virium, quæ potest itidem infinitis modis variari. Quamobrem numerus combinationum relativarum ad Mundi constitutionem non est finitus pro dato quovis momento temporis, sed infinitus ordinis altissimi, respectu infiniti ejus generis, cujus generis est infinitum numeri punctorum spatii in recta quapiam, quæ concipiatur utrinque in infinitum producta. At huic infinito est analogum infinitum momentorum temporis in tota utraque æternitate, cum unicam dimensionem habeat tempus. Igitur numerus combinationum est infinitus ordinis in immanem altiore ordine infiniti momentorum temporis, adeoque non solum non omnes combinationes non debent redire infinities; sed ratio numeri earum, quæ non redeunt, est infinita ordinis altissimi, quam nimirum exponit quarta potentia numeri punctorum aucta saltem binario, vel, si libeat variare virium leges, saltem ternario. Quamobrem ruit futile ejusmodi, atque inane argumentum.

543. Sed inde etiam illud eruitur, in immenso isto combina-

Cujus ordinis infinitus sit: nimirum altissimi, & in immanem altioris numero momentorum temporis in tota æternitate.

In ipso im-

menso combinationum numero in immanem altioris numero momentorum temporis in tota æternitate.

combinationum numero infinities esse plures pro quovis genere combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, & massam temere volitantium punctorum, quam quæ exhibeant Mundum ordinatum, & certis constantem perpetuis legibus. Sic ex. gr. ad efformandas particulas, quæ constantem suam formam retineant, requiritur collocatio in punctis illis, in quibus sunt limites, & quorum numerus debet esse infinities minor, quam numerus punctorum sitorum extra ipsos: nam intersectiones curvæ cum axe debent fieri in certis punctis, & inter ipsa debent intercedere segmenta axis continua, habentia puncta spatii infinita. Quamobrem nisi sit aliquis, qui ex omnibus æque per se possibilibus seligat unam ex ordinatis; infinities probabilius est, infinitate ordinis admodum elevati, obventuram inordinatam combinationum seriem, & chaos, non ordinatam, & Mundum, quem cernimus, & admiramur. Atque ad vincendam determinate eam infinitam improbabilitatem, requiritur infinita vis Conditoris Supremi seligentis unam ex iis infinitis.

Non determinari ab homine individuum: sed eo determinante intra limites, ad quos cognitio pertingit, reliquam indeterminationem vinci ab Ente in infinitum libero.

544. Nec vero illud objici potest, etiam hominem, qui statuat aliquam effingat, finita vi eligere illam individuum formam, quam illi dat, inter infinitas, quæ haberi possunt. Nam in primis ille eam individuum non eligit, sed determinat modo admodum confuso figuram quandam, & individua illa oritur ex Naturæ legibus, & Mundi constitutione illa individua, quam naturæ Opifex infinitus infinitam indeterminationem superans determinavit, per quam ab ejus voluntatis actu oriuntur illi certi motus in ejus brachiis, & ab hisce motus instrumentorum. Quin etiam in genere idcirco tam multi Philosophi determinationem ad individuum, & determinationem ad omnes illos gradus, ad quos cognitio creati determinantis non pertingit, rejecerunt in Deum infinita cognoscendi, & discernendi vi præditum, necessaria ad determinandum unum individuum casum ex infinitis ad idem genus pertinentibus; cum creatæ mentis cognitio ad finitum tantummodo graduum diversorum numerum distincte percipiendum extendi possit: sine ullo autem determinante ex casibus infinitis, & quidem tanto infinitatis gradu, individuum unus præ aliis per se, aut per fortuitam eventualitatem prodire omnino non potest.

Hunc ordinem non posse dici per se necessarium: prima impugnatio a nullo nexu, qui videtur haberi inter distantiam, & vim, quæ idcirco liberum determinantem requirunt.

545. Sed nec dici potest, hunc ipsum ordinem necessarium esse, & æternum, ac per se subsistere, casu quovis sequente determinato a proxime præcedente, & a lege virium intrinseca, & necessaria iis individuis punctis, & non aliis. Nam contra hoc ipsum miserum sane effugium quamplurima sunt, quæ opponi possunt. In primis admodum difficile est, ut homo sibi serio persuadeat, hanc unam virium legem, quam habet hoc individuum punctum respectu hujus individui puncti, fuisse possibilem, & necessariam, ut nimirum in hac individua distan-

distantia se potius attrahant, quam repellant, & se attrahant tanta potius attractione, quam alia. Nulla apparet sane con-
nexus inter distantiam tantam, & tantam talis speciei vim, ut ibi non poterit esse alia quævis, & ut hanc potius, quam aliam pro hisce punctis non selegerit arbitrium entis habentis infinitam determinativam potentiam, vel pro hisce punctis id, si libeat, ex natura sua petentibus, non posuerit alia puncta illam aliam petentibus ex sua itidem natura.

546. Præterea cum & infinitum, & infinite parvum in se determinatum, & in se tale, in creatis sit impossibile (quod de infinito in extensione demonstravi (t) pluribus in locis, nec una tantum demonstratione, ut in dissertatione *De Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum*, ac in dissertatione adjecta meis *Sectionum Conicarum Elementis*, Element. tom. 3); finitus est numerus punctorum materiæ, vel saltem in communi etiam sententia finita est materiæ existentis massa, quæ finitum spatium occupare debet, & non in infinitum protendi. Porro cur hic sit potius numerus punctorum, hæc potius massæ quantitas in Natura, quam alia; nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis infinita determinativa potentia præditi, & nemo sanus sibi facile serio persuadebit, in quodam determinato numero punctorum haberi necessitatem existentiz potius, quam in alio quovis.

547. Accedit illud, quod si Mundus cum hisce legibus fuisset ab æterno; extitissent jam motus æterni, & lineæ a singulis punctis descriptæ debuissent fuisse jam in infinitum productæ: nam in se ipsas non redeunt sine arbitrio entis infinitam improbabilitatem vincuntis, cum demonstraverim supra pluribus in locis infinities improbabilius esse,

K x ali-

Secunda a numero punctorum finito, qui determinantem voluntatem possit.

Tertia ab æternitate, per quam durasset motus, cum linea necessario infinita: ejus impossibilitas.

(t) *En unam ex ejusmodi demonstrationibus. Sit in fig. 71 spatium C versus AE infinitum, & in eo angulus retilineus ACE bisariam sectus per rectam CD. Sit autem GH parallela CA, que occurrat CD in H, ac producaturs ita, ut HF fiat dupla GH, ducaturque CF, & omnes CA, CB, CD, CE in infinitum producantur. Inprimis totum spatium infinitum ECD debet esse equale infinito ACD: nam ob angulum ACE bisariam sectum sibi invicem congruerent. Deinde triangulum HCF est duplum HCG, ob FH duplam HG. Eodem pacto ductis aliis ghi ipsi parallelis, hCf erit duplum hCg, adeoque & area FHHf dupla HGgh. Quare & summa omnium FHHf dupla summa omnium HGgh, nimirum tota area infinita BCD dupla infinita DCE, adeoque dupla ACD, nimirum pars dupla totius, quod est absurdum. Porro absurdum oritur ab ipsa infinitate, si enim sint arcus circulares GMI, gmi centro C; sector ICM erit equalis GCM, & triangulum FCH duplum GCH. Donec sumus in quantitatibus finitis, res bene procedit, quia FCH non est pars ICM, sicut BCD est pars ACD, nec MCG, & HCG sunt unum, & idem, ut DCE est unicum infinitum absolutum contentum curvibus CD, CE. Absurdum oritur tantummodo, ubi sublatis prorsus limitibus, a quibus oriuntur discrimina spatorum inclusorum iisdem angulis ad C, sit suppositio infiniti absoluti, que contradictionem involvit.*

Fig. 71.

aliquod punctum redire aliquando ad locum, quem alio temporis momento occupaverit, quam nullum redire unquam. Porro infinitum in extensione impossibile prorsus esse, ego quidem demonstravi, uti monui, & illa impossibilitas pertinere debet ad omne genus linearum, quæ in infinitum productæ sint. Potest utique motus continuari in infinitum per æternitatem futuram, quia si aliquando cœpit, nunquam habebitur momentum temporis, in quo jam fuerit existentia infinitæ lineæ: fecus vero, si per æternitatem præcedentem jam extiterit: nec in eo futuram æternitatem cum præterita prorsus analogam esse censeo, ut illud indefinitum futuræ non sit verum quoddam infinitum præteritæ. Quod si linea infinita non fuerit, & quies est infinities adhuc improbabilior, quam regressus pro unico temporis momento ad idem spatii punctum, ac multo magis æterna quies; utique nec motum habuit æternum materia, nec existere potuit ab æterno, cum sine & quiete, & motu existere non poterit, adeoque creatione omnino, & Creatore fuit opus, qui idcirco infinitam haberet effectivam potentiam, ut omnem creare posset materiam, ac infinitam determinativam vim, ut libero arbitrio suo utens ex omnibus infinitis possibilibus momentis totius æternitatis in utramque partem indefinitæ illud posset seligere individuum momentum, in quo materiam crearet, ac ex omnibus infinitis illis possibilibus statibus, & quidem tam sublimi infinitatis gradu, seligere illum individuum statum, complectentem unam ex illis curvis per omnia puncta dato ordine accepta transeuntibus, ac in ea determinatas illas distantias, ac determinatas motuum velocitates, & directiones.

Validissima ab impossibilitate seriei infinitæ terminorum, in qua alii ab aliis determinentur ad existendum sine extrinseco determinante: ea hic demonstratur.

548. Verum hisce omnibus etiam omisiss, est illud a determinatione itidem necessaria repetitum, in quavis Theoria validissimum, sed adhuc magis in mea, in qua omnia phænomena pendunt a curva virium, & inertiz vi. Nimirum materia licet ponatur ejusmodi, ut habeat necessariam, & sibi essentialem vim inertiz, & virium activarum legem; adhuc ut quovis dato tempore posteriore habeat determinatum statum, quem habet, debet determinari ad ipsum a statu præcedenti, qui si fuisset diversus, diversus esset & subsequens; neque enim lapis, qui sequenti tempore est in Tellure, ibi esset; si immediate antecedenti fuisset in Luna. Quare status ille, qui habetur tempore sequenti, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente, habet determinationem ad existendum, & proprietates, quas habet materia perennes, indifferentiam per se continent, nec ullam determinationem inducunt. Determinationem igitur, quam habet ille status ad existendum, accipit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest determinare sequentem, nisi quatenus ipse determinate existit. Ipse autem nullam itidem in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente.

Ergo

Ergo nihil habemus adhuc in ipso secundum se considerato determinationis ad existendum pro postremo illo statu. Quod de secundo diximus, dicendum de tertio præcedente, qui determinationem debet accipere a quarto, adeoque in se nullam habet determinationem pro existentia sui, nec idcirco ullam pro existentia postremi. Verum eodem pacto progrediendo in infinitum, habemus infinitam seriem statuum, in quorum singulis habemus merum nihil in ordine ad determinatam existentiam postremi status. Summa autem omnium nihilorum utcumque numero infinitorum est nihil: jam diu enim constitit, illum Guidonis Grandi, utut summi Geometræ, paralogismum fuisse, quo ex expressione seriei parallelæ ortæ per

divisionem $\frac{1}{1+i}$ intulit summam infinitorum zero esse revera

æqualem dimidio. Non potest igitur illa series per se determinare existentiam cujuscunque certi sui termini, adeoque nec tota ipsa potest determinate existere, nisi ab ente extra ipsam posito determinetur.

549. Hoc quidem argumento jam ab annis multis uti soleo, quod & cum aliis pluribus communicavi, neque id ab usitato argumento, quo rejicitur series contingentium infinita sine ente extrinsecodante existentiam seriei toti, in alio differt, quam in eo, quod a contingentia res ad determinationem est translata, & a defectu determinationis pro sua cujuscunque existentia res est translata ad defectum determinationis pro existentia unius determinati status assumpti pro postremo: id autem præstiti, ne eludatur argumentum dicendo, in tota serie haberi determinationem ad ipsam totam, cum pro quovis termino habeatur determinatio intra eandem seriem, nimirum in termino præcedente. Illa reductione ad vim determinativam existentia postremi quæsitam per omniæ seriem, devenitur ad seriem nihilorum respectu ipsius, quorum summa adhuc est nihilum.

550. Jam vero hoc ens extrinsecum seriei ipsi, quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis ejusdem generis, infinitam habere debet determinativam, & electivam vim, ut unam illam ex infinitis seligat. Idem autem & cognitionem habere debuit, & sapientiam, ut hanc seriem ordinatam inter inordinatas selegerit: si enim sine cognitione, & electione egisset, infinities probabilius fuisset, ab illo determinatum iri aliquam ex inordinatis, quam unam ex ordinatis, ut hanc; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita, & quidem ordinis altissimi, adeoque & excessus probabilitatis pro cognitione, & sapientia, ac libera electione supra probabilitatem pro cæco agendi modo, fatalismo, & necessitate, sit infinitus, qui adcirco certitudinem inducit.

551. Atque hic notandum & illud, pro quovis individuo

In quo hoc argumentum differat a communi adhibente impossibilitatem seriei contingentium sine ente necessario.

Attributa, quæ ens extrinsecum habere debet.

Infinita im-probabilitas,

quæ hic occurrit, a quo uno vinci possit: nimirum a solo infinito libero. duo statu respondente cuivis momento temporis, & multo magis pro quavis individua serie respondente cuivis continuo tempori, improbabilitas determinatæ ipsius existentia est infinita, & nos deberemus esse certi de ejus non existentia, nisi determinaretur ab infinito determinante, & nisi ejus determinationis notitiam nos haberemus. Sic si in urna sint nomina centum, & unum, & agatur de uno determinato, an extractum inde prodierit, centuplo major est improbabilitas ipsi contraria: si mille, & unum, millecupla: si numerus sit infinitus; improbabilitas erit infinita, quæ in certitudinem transit: sed si quis viderit extractionem, & nobis nunciet; tota improbabilitas illa repente corrui. Verum & in hoc exemplo individua illa determinatio a creato agente non habebitur inter infinitas possibles, nisi ex legibus ab infinito determinante jam determinatis in Natura, & ab ejusdem determinatione ad individuum, uti paulo ante dicebamus de individua figuræ electione pro statua.

Quanta sapientia opus fuerit ad seligendum numerum, & ordinem puncturum, & legem virium.

552. Porro qui aliquanto diligentius perpenderit vel illa pauca, quæ adnotavimus necessaria in distributione puncturum ad efformanda diversa particularum genera, quæ exhibeant diversa corpora, videbit sane, quanta sapientia, & potentia sit opus ad ea omnia perspicienda, eligenda, præstanda. Quid vero, ubi cogitet, quanta altissimorum Problematum indeterminatio occurrat in infinito illo combinationum possibilium numero, & quanta cognitione opus fuerit ad eligendas illas potissimum, quæ necessariae erant ad hanc usque adeo inter se connexorum phænomenorum seriem exhibendam? Cogitet, quid una lux præstare debeat, ut se propaget sine occurfu, ut diversam pro diversis coloribus refrangibilitatem habeat, & diversa vicium interval-la, ut calorem, & igneas fermentationes excitet: interea vero aptandus fuit corporum textus, & laminarum crassitudo ad ea potissimum remittenda radiorum genera, quæ illos determinatos colores exhiberent sine ceterarum & alterationum, & transformationum jactura, disponendæ oculorum partes, ut imago pingeretur in fundo, & propagaretur ad cerebrum, ac simul nutritioni daretur locus, & alia ejusmodi præstanda sexcenta. Quid unus aer, qui simul pro sono, pro respiratione, & vero etiam nutritione animalium, pro diurni caloris conservatione per noctem, pro ventis ad navigationem, pro vaporibus continendis ad pluvias, pro innumeris aliis usibus est conditus? Quid gravitas, qua perennes fiunt planetarum motus, & cometarum, qua omnia compacta, & coadunata in ipsorum globis, qua una suis maria continentur littoribus, & currunt fluvii, imber in terram decidit, & eam irrigat, ac fœcundat, sua mole ædificia consistunt, temporis mensuram exhibent pendulorum oscillationes?

si ea

si ea repente deficeret; quo noster incessus, quo situs viscerum, quo aer ipse sua elasticitate diffiliens? Homo hominem arreptum a Tellure, & utcuque exigua impulsus vi, vel uno etiam oris flatu impetitur, ab hominum omnium commercio in infinitum expelleret, nunquam per totam aeternitatem rediturum.

553. Sed quid ego hæc singularia persequor? quanta Geometria opus fuit ad eas combinationes inveniendas, quæ tot organica nobis corpora exhiberent, tot arbores, & flores educerent, tot brutis animantibus, & hominibus tam multa vitæ instrumenta subministrarent? Pro fronde unica efformanda quanta cognitione opus fuit, & providentia, ut motus omnes per tot sæcula perdurantes, & cum omnibus aliis motibus tam arte connexi illas individuas materiæ particulas eo adducerent, ut illam demum, illo determinato tempore frondem illius determinatæ curvatæ producerent? quid autem hoc ipsum respectu eorum, ad quæ nulli nostri sensus pervadunt, quæ longissime supra telescopiorum, & infra microscopiorum potestatem latent? Quid respectu eorum, quæ nulla possumus contemplatione assequi, quorum nobis nullam omnino licet, ne levissimam quidem conjecturam adipisci, de quibus idcirco, ut phrasi utar, quam alibi ad aliquid ejusdem generis exprimentum adhibui, de quibus inquam, hoc ipsum, ignorari ea a nobis, ignoramus? Ille profecto unus immensam Divini Creatoris potentiam, sapientiam, providentiam humanæ mentis caput omnem longissime superantes, ignorare potest, qui penitus mente cæcavit, vel sibi ipsi oculos eruit, & omnem mentis obtundit vim, qui Natura altissimis undique inclamante vocibus aures occludit sibi, ne quid audiat, vel potius (nam occludere non est satis) & cochleam, & tympanum, & quidquid ad auditum utcuque confert, profcindit, dilacerat, eruit, ac a se longissime projectum amovet.

554. Sed in hac tanta eligentis, ac omnia providentis Supremi Conditoris sapientia, atque exequentis potentia, quam admirari debemus perpetuo, & venerari, illud adhuc magis cogitandum est nobis, quantum inde in nostros etiam usus promanarit, quos utique respexit ille, qui videt omnia, & fines sibi istos omnes constituit, qui per ea omnia & nostræ ipsi existentia viam stravit, ac nos præ infinitis aliis hominibus, qui existere utique poterant, elegit ab ipso Mundi exordio, motus omnes, ad horum, quibus utimur, organorum formationem disposuit, præter ea tam multa, quæ ad tuendam, & conservandam hanc vitam, ad tot commoda, & vero etiam voluptates conducerent. Nam illud omnino credendum firmissime, non solum ea omnia vidisse unico intuitu Auctorem Naturæ, sed omnes eos animo sibi constitutos habuisse fines, ad quos conducunt media, quæ videmus adhibita.

555. Haud ego quidem Leibnitianis, & aliis quibuscunque Mundum non Opti-

Congeries eorum, quæ evincunt in eligente potentiam, sapientiam, providentiam, immentias.

Quid prospiciendum fuerit pro nostra existentia, & nostris commodis: quantum ipsi inde sumus obstricti.

Optimissimi defensoribus assentior, qui Mundum hunc, in quo vivimus, & cujus pars sumus, omnium perfectissimum esse arbitrantur, ac Deum faciunt natura sua determinatam ad id creandum quod perfectissimum sit, ac eo ordine, qui perfectissimus sit. Id sane nec fieri posse arbitror: cum nimirum in quovis possibilem genere seriem agnoscam finitorum tantummodo, quanquam in infinitum produciam, ut num. 90. exposui, in qua, ut in distantis duorum punctorum nulla est minima, nulla maxima; ita ibidem nulla sit perfectionis maximæ, nulla minimæ, sed quavis finita perfectione utcuque magna, vel parva, sit alia perfectio major, vel minor: unde fit, ut quancunque seligat Naturæ Auctor, necessario debeat alias majores omittere: nec vero ejus potentia illud officit, quod creare non possit optimum, aut maximum, ut nec officit, quod non possit simul creare totum, quodcunque creare potest: nam id eo evadit, ut non possit se in eum statum redigere, in quo nihil melius, aut majus, vel absolute nihil aliud creare possit: nec officit aut sapientia, aut bonitati infinitæ, quod optimum non seligat, ubi optimum est nullum.

Quam multa pessima conscientia secum trahat sententia Mundi perfectissimi.

556. Ex alia parte determinatio illa ad optimum, & libertatem Divinam tollit, & contingentiam rerum omnium, cum, quæ existunt, necessaria fiant, quæ non existunt, evadant impossibilia: ac præterea nobis quodammodo in illa hypothese debemus, quod existimus, non illi. Qui enim potuit non existere id, quod habuit pro sua existentia rationem prævalentem, quam Naturæ Auctor cum viderit, non potuerit non sequi, nec vero potuerit non videre? Qui existere potuit id, quod eandem habuit non existendi necessitatem? Quid vero illi pro nostra existentia debeamus, qui nos condidit idcirco, quia in nobis invenit meritum majus, quam in iis, quos omisit, & a sua ipsius natura necessario determinatus fuit, & adactus ad obsequendum ipsi huic nostro intrinseco, & essentiali merito prævalenti? Distinguentium est inter hæc duo: unum esse alio melius, & esse melius creare potius unum, quam aliud. Illud primum habetur ubique, hoc secundum nusquam, sed æque bonum est creare, vel non creare quodcunque, quod physicam bonitatem quancunque habeat, utcunque majorem, vel minorem alio quovis omisso: solum enim Divinæ libertatis exercitium infinites perfectius est quavis perfectione creata, quæ idcirco nullum potest offerre Divinæ libertati meritum determinativum ad se creandum.

Media tamen idonea necessario eligi ab ipso Auctore Naturæ ad fines sibi propositos: quantum illi debeamus.

557. Cum ea infinita libertate Divina componitur tamen illud, quod ad sapientiam pertinet, ut ad eos fines, quos sibi pro liberrimo suo arbitrio præfixit Deus, media semper apta debeat seligere, quæ finem propositum frustrari non sinant. Porro hæc media etiam in nostrum bonum selegit plurima, dum totam Naturam conderet, quod quem a nobis exigit beneficiorum memorem, & gratum animum, quem etiam tan-

tæ beneficentiæ respondentem amorem cum ingenti illa admiratione, & veneratione conjunctum, nemo non videt.

558. Superest & illud innuendum, neminem sanæ mentis hominem dubitare posse, quin, qui tantam in ordinanda Natura providentiam ostendit, tantam erga nos in nobis feligendis, in consulendo nostris & indigentis, & commodis beneficentiam, illud etiam præstare voluerit, ut cum adeo imbecilla sit, & hebes mens nostra, & ad ipsius cognitionem per sese vix quidquam possit, se ipse nobis per aliquam revelationem voluerit multo uberius præbere cognoscendum, colendum, amandum: quo ubi devenerimus, quæ ipse tam multas falso jactatas absurdissimas revelationes unica vera sit, perspicimus utique admodum facile. Sed ea jam Philosophiæ Naturalis fines excedunt, cujus in hoc opere Theoriam meam exposui, & ex qua uberes herce, & solidos demum fructus percepi.

Deduci nos inde ad revelationem, quæ tamen huc non pertinet, ad opus nimirum pure philosophicum.



SUP.

SUPPLEMENTA.

S. I.

De Spatio, ac Tempore (a).

Argumentum: I. **E**Go materiæ extensionem prorsus continuam non admitto, sed eam constituo punctis prorsus indivisibilibus, & inextensis a se invicem disjunctis aliquo intervallo, & commixtis per vires quasdam jam attractivas, jam repulsivas pendentes a mutuis ipsorum distantis. Videndum hic, quid mihi sit in hac sententia spatium, ac tempus, quomodo utrumque dici possit continuum, divisibile in infinitum, æternum, immensum, immobile, necessarium, licet neutrum, ut in ipsa adnotatione ostendi, suam habeat naturam realem ejusmodi proprietatibus præditam.

Necessario ab omnibus admitti debere reales modos existendi locales, & temporarios.

2. Inprimis illud mihi videtur evidens, tam eos, qui spatium admittunt absolutum, natura sua reali, continuum, æternum, immensum, tam eos, qui cum Leibnitianis, & Cartesians ponunt spatium ipsum in ordine, quem habent inter se res, quæ existunt, præter ipsas res, quæ existunt, debere admittere modum aliquem non pure imaginarium, sed realem existendi, per quem ibi sunt, ubi sunt, & qui existat tum, cum ibi sunt, pereat cum ibi esse desierint, ubi erant. Nam admissio etiam in prima sententia spatii illo, si hoc, quod est, esse rem aliquam in ea parte spatii, haberetur tantummodo per rem, & spatium; quotiescunque existeret res, & spatium, haberetur hoc, quod est rem illam in ea spatii parte collocari. Rursus si in posteriore sententia ordo ille, qui locum constituit, haberetur per ipsas tantummodo res, quæ ordinem illum habent, quotiescunque res illæ existerent, eodem semper existerent ordine illo, nec proinde unquam locum mutarent. Atque id, quod de loco dixi, dicendum pariter de tempore.

Quocunque is modus nomine appelletur.

3. Necessario igitur admittendus est realis aliquis existendi modus, per quem res est ibi, ubi est, & tum, cum est. Sive is modus dicatur res, sive modus rei, sive aliquid, sive non-nihil; is extra nostram imaginationem esse debet, & res ipsum mutare potest, habens jam alium ejusmodi existendi modum, jam alium.

Modi reales, 4. Ego igitur pro singulis materiæ punctis, ut de his lo-

(a) Hic, & sequens paragraphus habentur in Supplementis tom. 1. Philosophiæ Recentioris Benedicti Stay §. 6, & 7.

loquar, e quibus ad res etiam immateriales eadem omnia facile transferri possunt, admitto bina realia modorum existendi genera, quorum alii ad locum pertineant, alii ad tempus, & illi locales, hi dicantur temporarii. Quodlibet punctum habet modum realem existendi, per quem est ibi, ubi est, & alium, per quem est tum, cum est. Hi reales existendi modi sunt mihi reale tempus, & spatium: horum possibilitas a nobis indefinite cognita est mihi spatium vacuum, & tempus itidem, ut ita dicam, vacuum, sive etiam spatium imaginarium, & tempus imaginarium.

5. Modi illi reales singuli & oriuntur, ac pereunt, & indivisibiles prorsus mihi sunt, ac inextensi, & immobiles, ac in suo ordine immutabiles. Ii & sua ipsorum loca sunt realia, ac tempora, & punctorum, ad quæ pertinent. Fundamentum præbent realis relationis distantiae, sive localis inter duo puncta, sive temporariae inter duos eventus. Nec aliud est in se, quod illam determinatam distantiam habeant illa duo materiae puncta, quam quod illos determinatos habeant existendi modos, quos necessario mutant, ubi eam mutant distantiam. Eos modos, qui in ordine ad locum sunt, dico puncta loci realia, qui in ordine ad tempus, momenta, quæ partibus carent singula, ac omni illa quidem extensione, hæc duratione, utraque divisibilitate destituuntur.

6. Porro punctum materiae prorsus indivisibile, & inextensum, alteri puncto materiae contiguum esse non potest: si nullam habent distantiam; prorsus coeunt: si non coeunt penitus; distantiam aliquam habent. Neque enim, cum nullum habeant partium genus, possunt ex parte coire tantummodo, & ex parte altera se contingere, ex altera mutuo averfari. Præjudicium est quoddam ab infantia, & ideis ortum per sensus acquisitis, a debita reflexione destitutis, qui nimirum nobis massas semper ex partibus a se invicem distantibus compositas exhibuerunt, cum videmur nobis puncta etiam indivisibilia, & inextensa posse punctis adjungere ita, ut se contingant, & oblongam quandam seriem constituant. Globulos re ipsa nobis confingimus, nec abstrahimus animum ab extensione illa, & partibus, quas voce, & ore secludimus.

7. Porro ubi bina materiae puncta a se invicem distant, semper aliud materiae punctum potest collocari in directum ultra utrumque ad eandem distantiam, & alterum ultra hoc, & ita porro, ut patet, sine ullo fine. Potest itidem inter utrumque collocari in medio aliud punctum, quod neutrum continget: si enim alterum contingeret, utrumque contingeret, adeoque cum utroque congrueret, & illa etiam congruerent, non distarent, contra hypothesim. Dividi igitur poterit illud intervallum in partes duas, ac eodem argumento illa itidem duo in alias quatuor, & ita porro sine ullo fine. Quamobrem, utcumque ingens fuerit binorum punctorum intervallum, semper aliud

L I

qui sint reale spatium, & tempus.

Eorum natura, & relationes.

Contingit punctorum spatii impossibilitas.

Posse binis punctis addi alia in directum ad distantias aequalis, inter se alia in infinitum.

aliud haberi poterit majus, utcumque id fuerit parvum, semper aliud haberi poterit minus, sine ullo limite, & fine.

Existentia puncta spatii semper fore finita numero, & in finitis distantibus: in possibili nullum finem.

8. Hinc ultra, & inter bina loci puncta realia quæcumque alia loci puncta realia possibile sunt, quæ ab iis recedant, vel ad ipsa accedant sine ullo limite determinato, & divisibilitas realis intervalli inter duo puncta in infinitum est, ut ita dicam, interferibilitas punctorum realium sine ullo fine. Quotiescunque illa puncta loci realia interposita fuerint, interpositis punctis materiae realibus, finitus erit eorum numerus, finitus intervallorum numerus illo priore interceptorum, & ipsi simul æqualium: at numerus eorum partium possibilium finem habebit nullum. Illorum singulorum magnitudo certa erit, ac finita: horum magnitudo minuetur ultra quoscunque limites, sine ullo determinato hiatu, qui adjectis novis intermediis punctis imminui adhuc non possit; licet nec possit actuali divisione, sive interpositione exhauriri.

Quomodo inde spatium infinitum, continuum, necessarium, æternum, immobile per cognitionem præcipuam.

9. Hinc vero dum concipimus possibile hæc loci puncta, spatii infinitatem, & continuitatem habemus, cum divisibilitate in infinitum. In existentibus limes est semper certus, certus punctorum numerus, certus intervallorum: in possibilebus nullus est finis. Possibilium abstracta cognitio, excludens litem a possibili augmento intervalli, & diminutione, ac hiatu, infinitatem lineæ imaginariæ, & continuitatem constituit, quæ partes actu existentes non habet, sed tantummodo possibile. Cumque ea possibilitas & æterna sit, & necessaria, ab æterno enim, & necessario verum fuit, posse illa puncta cum illis modis existere; spatium huiusmodi imaginarium continuum, infinitum, simul etiam æternum fuit, & necessarium, sed non est aliquid existens, sed aliquid tantummodo potens existere, & a nobis indefinite conceptum: immobilitas autem ipsius spatii a singulorum punctorum immobilitate oriatur.

In momentis eadem, quæ in punctis: post primum nullum secundum, aut ultimum: sed in tempore unica divisione, in spatio triplex.

10. Atque hæc omnia, quæ hucusque de loci punctis sunt dicta, ad temporis momenta eodem modo admodum facile transferuntur, inter quæ ingens quædam habetur analogia. Nam & punctum a puncto, & momentum a momento quovis determinato certam distantiam habet, nisi coeunt, qua major, & minor haberi alia potest sine ullo limite. In quovis intervallo spatii imaginarii, ac temporis adest primum punctum, vel momentum, & ultimum, secundum vero, & penultimum habetur nullum: quovis enim assumpto pro secundo, vel penultimo, cum non coeat cum primo, vel ultimo, debet ab eo distare, & in eo intervallo alia itidem possibile puncta vel momenta interjacent. Nec punctum continuæ lineæ, nec momentum continui temporis, pars est, sed limes & terminus. Linea continua, & tempus continuum generari intelliguntur non repetitione puncti, vel momenti, sed ductu continuo, in quo intervalla alia aliorum sint partes, non ipsa puncta, vel momenta, quæ continuo ducuntur. Illud unicum erit di-

discrimen, quod hic ductus in spatio fieri poterit, non in unica directione tantum per lineam, sed in infinitis per planum, quod concipietur ductu continuo in latus lineæ jam conceptæ, & iterum in infinitis per solidum, quod concipietur ductu continuo plani jam concepti, in tempore autem unicus ductus durationis habebitur, quod idcirco soli lineæ erit analogum, & dum spatii imaginarii extensio habetur triplex in longum, latum, & profundum, temporis habetur unica in longum, vel diuturnum tantummodo. In triplici tamen spatii, & unico temporis genere, punctum, ac momentum erit principium quoddam, a quo ductu illo suo hæc ipsa generata intelligentur.

11. Illud jam hic diligenter notandum: non solum ubi duo puncta materiæ existunt, & aliquam distantiam habent, existere duos modos, qui relationis illius distantie fundamentum præbeant, & sint bina diversa puncta loci realia, quorum possibilitas a nobis concepta exhibeat bina puncta spatii imaginarii, adeoque infinitis numero possibilibus materiæ punctis respondere infinitos numero posibles existendi modos, sed cuiusvis puncto materiæ respondere itidem infinitos posibles existendi modos, qui sint omnia ipsius puncti possible loca. Hæc omnia satis sunt ad totum spatium imaginarium habendum, & quodvis materiæ punctum habet suum spatium imaginarium immobile, infinitum, continuum, quæ tamen omnia spatia pertinentia ad omnia puncta sibi invicem congruunt, & habentur pro unico. Nam si assumatur unum punctum reale loci ad unum materiæ punctum pertinens, & conferatur cum omnibus punctis realibus loci pertinentibus ad aliud punctum materiæ; est unum inter hæc posteriora, quod si cum illo prior coexistat, relationem inducet distantie nullius, quam compenetrationem appellamus. Unde patet punctorum, quæ existunt, distantiam nullam non esse nihil, sed relationem inductam a binis quibusdam existendi modis. Reliquorum quivis cum illo eodem prior induceret relationem aliam, quam dicimus cujusdam determinatæ distantie, & positionis. Porro illa loci puncta, quæ nullius distantie relationem inducunt, pro eodem accipimus, & quævis ex infinitis hujusmodi punctis ad infinita puncta materiæ pertinentibus pro eodem accipimus, ac ejusdem loci nomine intelligimus. Ea autem haberi debere pro quovis punctorum binario, sic patet. Si tertium punctum ubicunque collocetur, habebit aliquam distantiam, & positionem respectu primi. Summoto primo, poterit secundum collocari ita, ut habeat eandem illam distantiam, & positionem, respectu tertii, quam habebat primum. Igitur modus hic, quo existit, pro eodem habetur, ac modus, quo existebat illud primum, & si hi bini modi simul existerent, nullius distantie relationem inducerent inter primum, ac secundum: & hæc pariter, quæ hic de spatii punctis dicta sunt, æque temporis momentis conveniunt.

Quodvis punctum materiæ habere integrum spatium, ac tempus imaginarium suum: quid sit compenetratio.

Plura momenta ejusdem puncti non possunt coexistere.

12. An autem possint simul existere, id vero pertinet ad relationem, quam habent puncta loci cum momentis temporis, sive spectetur unicum materiæ punctum, sive plura. In primis plura momenta ejusdem puncti materiæ coexistere non possunt, sed alia necessario post alia, sic itidem bina puncta localia ejusdem puncti materiæ conjungi non possunt, sed alia jacere debent extra alia, atque id ipsum ex eorum natura, & ut ajunt, essentia.

Combinatio- nes quatuor spatii, & temporis pro unico puncto materiæ, quatuor pro binis maxime notabiles: idea singularis spatii alterius alibi positi.

13. Deinde considerentur conjunctiones varæ punctorum loci, & momentorum. Quodvis punctum materiæ, si existit, conjungit aliquod punctum spatii cum aliquo momento temporis. Nam necessario alicubi existit, & aliquando existit; ac si solum etiam existat, semper suum habet, & localem, & temporarium existendi modum, per quod, si aliud quodpiam existat, quod suos itidem habebit modos, distantie & localis, & temporariæ relationem ad ipsum acquirat. Id saltem omnino accidit, si omnium, quæ existunt, vel existere possunt, commune est spatium, ut puncta localia unius, punctis localibus alterius perfecte congruant, singula singulis. Quid enim, si alia sint rerum genera, vel a nostris dissimilium, vel nostris etiam prorsus similibus, quæ aliud, ut ita dicam, infinitum spatium habeant, quod a nostro itidem infinito non per intervallum quoddam finitum, vel infinitum distet, sed ita alienum sit, ita, ut ita dicam, alibi positum, ut nullum cum hoc nostro commercium habeat, nullam relationem distantie inducat. Atque id ipsum de tempore etiam dici posset extra omne nostrum æternum tempus collocato. At id menti, ipsum conanti concipere, vim summam infert, ac a cogitatione directa admitti vel nullo modo potest, vel saltem vix potest. Quamobrem iis rebus, vel rerum spatiis, & temporibus, quæ ad nos nihil pertinere possent, prorsus omittis, agamus de nostris hisce. Si igitur primo idem punctum materiæ conjungat idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis aliquo a se invicem intervallo disjunctis; habebitur regressus ad eundem locum. Si secundo id conjungat cum serie continua momentorum temporis continui; habebitur quies, quæ requirit tempus aliquod continuum cum eodem loci puncto, sine qua conjunctione habetur continuus motus, succedentibus sibi aliis, atque aliis loci punctis, pro aliis, atque aliis momentis temporis. Si tertio idem punctum materiæ conjungat idem momentum temporis cum pluribus punctis loci a se invicem distantibus aliquo intervallo; habebitur illa, quam dicimus replicationem. Si quarto id conjungat cum serie continua punctorum loci aliquo intervallo continuo contentorum, habebitur quædam quam plures Peripatetici admiserunt, virtuales appellantes extensionem, qua indivisibilis, & partibus omnino destituta materiæ particula spatium divisibile occuparet. Sunt alix quatuor combinationes, ubi plura materiæ puncta

ita considerentur. Nimirum quinto si jungantur idem momentum temporis cum pluribus punctis loci, in quo sita est coexistentia. Sexto si jungantur idem punctum spatii cum diversis momentis temporis, quod fieret in successivo appulsu diversorum punctorum materiae ad eundem locum. Septimo si jungantur idem momentum temporis cum eodem puncto spatii, in quo sita esset compenetratio. Octavo si nec momentum ullum, nec punctum spatii commune habeant, quod haberetur, si nec coexisterent, nec ea loca occuparent, quae ab aliis occupata fuissent aliquando.

14. Ex hisce octo casibus primo respondet tertius, secundo quartus, quinto sextus, septimo octavus. Tertium casum, nimirum replicationem, communiter censent naturaliter haberi non posse. Quartum censent multi habere animam rationalem, quam putant esse in spatio aliquo divisibili, ut plures Peripatetici in toto corpore, alii Philosophi in quadam cerebri parte, vel in aliquo nervorum succo ita, ut cum indivisibilis sit, tota sit in toto spatio, & tota in quavis spatii parte, quemadmodum eadem indivisibilis Divina Natura est tota in toto spatio, & tota in qualibet spatii parte, ubique necessario praesens, & omnibus creaturarum rerum realibus locis coexistens, ac adsitans. Eundem alii casum in materia admittunt, cujus particulas eodem pacto extendi putant, ut diximus; licet simplices sint, licet partibus expertes, non modo actu separatis, sed etiam distinctis, ac tantummodo separabilibus. Eam sententiam amplectendam esse non censeo idcirco, quod ubicunque materiam loca distincta occupantem sensu percipimus, separabilem etiam; ingenti saltem adhibita vi, videmus; junctis partibus, quae distabant: nec vero alio ullo argumento excludimus a Natura replicationem, nisi quia nullam materiae partem, quantum sensu percipere possumus, videmus, bina simul occupare loca. Virtualis illa extensio materiae infinities ulterius progreditur ultra simplicem replicationem.

15. Si secundus casus quietis, & primus casus regressus ad eundem locum naturaliter haberi possent, esset is quidem defectus quidam analogiae inter spatium, & tempus. At mihi videor probare illud posse, neutrum unquam in Natura contingere, adeoque naturaliter haberi non posse. Id autem evinco hoc argumento. Sit punctum materiae quodam momento in quodam spatii puncto, & pro quovis alio momento ignorantes, ubi sit, quaeramus, quanto probabilius sit, ipsum alibi esse, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura sunt alia spatii puncta, quam illud unicum. Haec in quavis linea sunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto spatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punctorum est infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinitie

Relationes earum ad se invicem: quae, & quomodo possibiles.

Quietem, & regressum ad eundem locum in Natura esse in infinitum improbabiles, & inde ingens analogiam.

finite de omnibus momentis temporis infiniti, decreset prior probabilitas in ea ratione, qua momenta crescunt, in quorum aliquo saltem possit ibidem esse punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejusdem generis, cujus puncta possibilia in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinitie, est infinities infinitie improbabilius, quod punctum in eodem illo priore sit loco, quam quod sit alibi. Consideretur jam non unicum punctum loci determinato unico momento occupatum, sed quodvis punctum loci, quovis indefinitie momento occupatum, & adhuc probabilitas regressus ad aliquod ex iis crescit, ut crescit horum loci punctorum numerus, qui infinito etiam tempore est infinitus ejusdem ordinis, cujus est numerus linearum, in quovis plano. Quare improbabilitas casus, quo determinatum quodpiam materiae punctum redeat, quovis indefinitie momento temporis, ad quodvis indefinitie punctum loci, in quo alio quovis fuit momento temporis indefinitie sumpto, remanet infinita primi ordinis. Eadem autem pro omnibus materiae punctis, quae numero finita sunt, decreset in ratione finita ejus numeri ad unitatem (quod secus accidit in communi sententia, in qua punctorum materiae numerus est infinitus ordinis tertii). Quare adhuc remanet infinita improbabilitas regressus puncti materiae cujusvis indefinitie, ad punctum loci quodvis, occupatum quovis momento praecedenti indefinitie, regressus inquam, habendi quovis indefinitie momento sequenti temporis, qui regressus idcirco sine ullo erroris metu debet excludi, cum infinitam improbabilitatem in relativam quandam impossibilitatem migrare censendum sit: quae quidem Theoria communi sententiae applicari non potest. Quamobrem eo pacto, patet, in mea materiae punctorum Theoria e Natura tolli & quietem, quam etiam supra exclusimus, & vero etiam regressum ad idem loci punctum, in quo semel ipsum punctum materiae extitit: unde fit, ut omnes illi primi quatuor casus excludantur ex Natura, & in iis accurata temporis, & spatii servetur analogia.

Nullum punctum materiae advenire ad ullum punctum spatii, in quo aliquando fuerit aliud punctum quodvis. In sola coexistentia respondente huic adventui laedi analogiam.

16. Quin imo si quaeratur, an aliquod materiae punctum occupare debeat quopiam momento punctum loci, quod alio momento aliquo aliud materiae punctum occupavit; adhuc improbabilitas erit infinities infinita. Nam numerus punctorum materiae existentium est finitus, adeoque si pro regressu puncti cujusvis ad puncta loci a se occupata adhibeatur regressus ad puncta occupata a quovis alio, numerus casuum crescit in ratione unitatis ad numerum punctorum finitum utique, nimirum in ratione finita tantummodo. Hinc improbabilitas appulsus alicujus puncti materiae indefinitie sumpti ad punctum spatii aliquando ab alio quovis puncto occupati adhuc est infinita, & ipse appulsus habendus pro impossibili, quo quidem pacto excluditur & sextus casus, qui in eo ipso situs erat regressus, & multo magis septimus, qui binorum punctorum materiae

riæ simultaneum appulsum continet ad idem aliquod loci punctum, sive compenetrationem. Octavus autem pro materia excluditur, cum tota simul creata perpetuo duret tota, adeoque semper idem momentum habeat commune. (b) Solus quintus casus, quo plura materiæ puncta idem momentum temporis cum diversis punctis loci conjungant, non modo possibilis est, sed etiam necessarius pro omnibus materiæ punctis, coexistentibus nimirum: fieri enim non potest, ut septimus, & octavus excludantur; nisi continuo ob id ipsum includatur quintus ille, ut consideranti patebit facile. Quamobrem in eo analogia deficit, quod possint plura materiæ puncta conjungere diversa puncta spatii cum eodem momento temporis, qui est hic casus quintus, non autem possit idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis, qui est casus tertius, quem defectum necessario inducit exclusio septimi, & octavi, quorum altero incluso, excludi posset hic quintus, ut si possent materiæ puncta, quæ simul creata sunt, nec pereunt, non coexistere, tum enim idem momentum cum diversis loci punctis nequaquam conjungeretur.

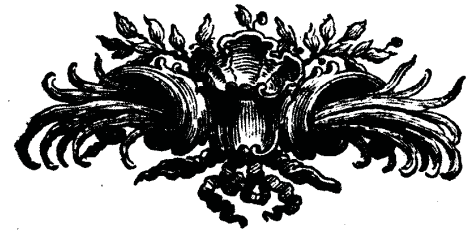
17. Ex illis 7 casibus videntur omnino saltem 6 per Divinam Omnipotentiam possibiles, dempta nimirum virtuali illa materiæ extensione, de qua dubium esse poterit, quia deberet simul existere numerus absolute infinitus punctorum illorum loci realium, quod impossibile est; si infinitum numero actu existens repugnat in modis ipsis. Quoniam autem possunt omnia existere alia post alia puncta loci in quavis linea constituta, in motu nimirum continuo, & possunt itidem momenta omnia temporis continui, alia itidem post alia in rei cujusvis duratione; ambigi poterit, an possint & omnia simul ipsa loci puncta, quam quæstionem definire non ausim. Illud unum moneo, sententiam hanc meam de spatii natura, & continuitate præcipuas omnes difficultates, quibus premuntur reliquæ, penitus

Qui casus sint
possibiles per
Divinam O-
mnipotentiam:
usus superioris
theorematis in
Impenetrabili-
tate.

(b) Hic casus nusquam itidem haberetur; si duratio non esset quid cominenter permanens, sed loco ipsius admitteretur quedam existentia, ut ita dicam, salutaris, nimirum si quodvis materiæ punctum (& idem potest transferri ad quævis creata entia) existeret tantum in momentis indivisibilibus a se invicem remotis, in omnibus vero intermediis possibilibus omnino non existeret. Eo casu coexistentia esset infinite improbabilis eodem fere argumento, quo adventus unius puncti materiæ ad punctum spatii, in quo aliud quodvis punctum unquam fuerit. In eodem nullam haberetur reale continuam ne in motu quidem: diverse celeritates multo melius explicarentur: multo magis pateret, quomodo vita insecti brevissima possit equivalere vite cuiusvis longissime, per eundem nimirum numerum existentiarum inter extrema momenta. Verum & exclusio cujusvis coexistentiæ abriperet secum omnes prorsus influxus physicos immediatos, ac determinationes, & deberet haberi continua reproductio, immo creatio nova perpetua, & alia ejusmodi, quæ admitti non possunt, haberentur.

evitare, & ad omnia, quæ huc pertinent, explicanda commodissimam esse. Tum illud addo, excluso appulso puncti cujusvis materiæ ad punctum loci, ad quod punctum quodvis materiæ quovis momento appellit, & inde compenetratione, veram impenetrabilitatem materiæ necessario consequi, quod in decimo nobis libro (k) plurimum proderit. Nimirum nisi vires repulsiæ prohiberent; liberrime massa quævis per quamvis aliam massam permearet, sine ullo periculo occurfus ullius puncti cum alio quovis, ubi haberetur apparens quædam compenetratio similis penetrationi luminis per crystallam, olei per ligna, & marmora, sine ulla reali compenetratione punctorum. In massis crassioribus, & minori celeritate præditis vires repulsiæ motum ulteriorem plerumque impediunt sine ullo impactu, & sensibilem etiam illam, ac apparentem compenetrationem excludunt: in tenuissimis, & celerrimis, ut in luminis radiis per homogeneas substantias, vel per alios radios propagatis, evitatur per celeritatem ipsam, actionum exigua inæqualitas, ex circumjacentium punctorum inæquali distantia orta, ac liberrimus habetur progressus in omnes plagas sine ullo occurfus periculo, quod summam, & unicam difficultatem propagationis luminis per substantiam emissam, & progredientem, penitus amovet. Sed de his jam fatis.

(k) *Stayera nimirum philosophiæ, in quo Auctor elegantissimus, & doctissimus hanc meam Philosophiam exponit. Hunc ejus theorematis fructum jam cepimus hic supra, ubi in ipso opere de impenetrabilitate egimus, & de apparenti compenetratione, quæ sine viribus mutuis haberetur a num. 360.*



§. II.

De Spatio, & Tempore, ut a nobis cognoscuntur.

18. **D**iximus in superiore Supplemento de spatio, ac tempore, ut sunt in se ipsis: superest, ut illud attingam, quod pertinet ad ipsa, ut cognoscuntur. Nos nequam immediate cognoscimus per sensum illos existendi modos reales, nec discernere possumus alios ab aliis. Sentimus quidem a discrimine idearum, quæ per sensus excitantur in animo, relationem determinatam distantiae, & positionis, quæ e binis quibusque localibus existendi modis exoritur, sed eadem idea oriri potest ex innumeris modorum, five punctorum realium loci binariis, quæ inducant relationes æqualium distantiarum, & similitum positionum tam inter se, quam ad nostra organa, & ad reliqua circumjacentia corpora. Nam bina materiæ puncta, quæ alicubi datam habent distantiam, & positionem inductam a binis quibusdam existendi modis, alibi possunt per alios binos existendi modos habere relationem distantiae æqualis, & positionis similis, distantis nimirum ipsis existentibus parallelis. Si illa puncta, & nos, & omnia circumjacentia corpora mutant loca realia, ita tamen, ut omnes distantiae æquales maneat, & prioribus parallelæ; nos eandem prorsus habebimus ideas, quin imo eandem ideas habebimus; si manentibus distantiarum magnitudinibus, directiones omnes in æquali angulo converterentur, adeoque æque ad se invicem inclinarentur, ac prius. Et si minuerentur etiam distantiae illæ omnes, manentibus angulis, & manente illarum ratione ad se invicem, vires autem ex ea distantiarum mutatione non mutarentur, rite mutata virium scala illa, nimirum curva illa linea, per cujus ordinatas ipsæ vires exprimitur; nullam nos in nostris ideis mutationem haberemus.

19. Hinc autem consequitur illud, si totus hic Mundus nobis conspicuus motu parallelo promoveatur in plagam quamvis, & simul in quovis angulo convertatur, nos illam motum, & conversionem sentire non posse. Sic si cubiculi, in quo sumus, & camporum, ac montium tractus omnis motu aliquo Telluris communi ad sensum simul convertatur; motum ejusmodi sentire non possumus: ideæ enim eadem ad sensum excitantur in animo. Fieri autem posset, ut totus itidem Mundus nobis conspicuus in dies contraheretur, vel produceretur, scala virium tantundem contracta, vel producta: quod si fieret; nulla in animo nostro idearum mutatio haberetur, adeoque nullus ejusmodi mutationis sensus.

20. Ubi vel objecta externa, vel nostra organa mutant illos suos existendi modos ita, ut prior illa æqualitas, vel
M m simili-

Nos nec modos existendi locales posse absolute cognoscere, nec absolutas distantias, & magnitudines.

Motum communem nobis, & Mundo non posse a nobis cognosci, nec si ipse in quavis ratione augetur, vel minuat totus.

Mutata positione nostra,

& omnium, quæ videmus, non mutari nostras ideas, & idcirco nos motum nec nobis adscribere, nec reliquis. similitudo non maneat, tum vero mutantur ideæ, & mutationis habetur sensus, sed ideæ eadem omnino sunt, five objecta externa mutationem subeant, five nostra organa, five utrumque inæqualiter. Semper ideæ nostræ differentiam novi status a priore referent, non absolutam mutationem, quæ sub sensu non cadit. Sic five astra circa Terram moveantur, five Terra motu contrario circa se ipsam nobiscum; eadem sunt ideæ, idem sensus. Mutationes absolutas nunquam sentire possumus, discrimen a priori forma sentimus. Cum autem nihil adeit, quod nos de nostrorum organorum mutatione commoneat; tum vero nos ipsos pro immotis habemus communi præjudicio habendi pro nullis in se, quæ nulla sunt in nostra mente, cum non cognoscantur, & mutationem omnem objectis extra nos sitis tribuimus. Sic errat, qui in navi clausus se immotum censet, littora autem, & montes, ac ipsam undam moveri arbitratur.

21. Illud autem notandum inprimis ex hoc principio immutabilitatis eorum, quorum mutationem per sensum non cognoscimus, oriri etiam methodum, quam adhibemus in comparandis intervallorem magnitudinibus inter se, ubi id, quod pro mensura assumimus, habemus pro immutabili. Utitur autem hoc principio, quæ sunt æqualia eidem, sunt æqualia inter se, ex quo deducitur hoc aliud, ad ipsum pertinens, quæ sunt æque multipla, vel submultipla alterius, sunt itidem inter se æqualia, & hoc alio, quæ congruunt, æqualia sunt. Assumimus ligneam, vel ferream decempedam, quam uni intervallo semel, vel centies applicatam si inveniamus congruentem, tum alteri intervallo applicatam itidem semel, vel centies itidem congruentem, illa intervalla æqualia dicimus. Porro illam ligneam, vel ferream decempedam habemus pro eodem comparationis termino post translationem. Si ea constaret ex materia prorsus continua, & solida, haberi posset pro eodem comparationis termino; at in mea punctorum a se invicem distantium sententia, omnia illius decempedæ puncta, dum transferuntur, perpetuo distantiam revera mutant. Distantia enim constituitur per illos reales existendi modos, qui mutantur perpetuo. Si mutentur ita, ut qui modi succedunt, fundent reales æqualium distantiarum relationes; terminus comparationis non erit idem, adhuc tamen æqualis erit, & æqualitas mensuratorum in intervallorem rite colligetur. Longitudinem decempedæ in priore situ per illos priores reales modos constitutæ, cum longitudine in posteriore situ constituta per hosce posteriores, immediate inter se conferre nihilo magis possumus, quam illa ipsa intervalla, quæ mensurando conferimus. Sed quia nullam in translatione mutationem sentimus, quæ longitudinis relationem nobis ostendat, idcirco pro eadem habemus longitudinem ipsam. At ea revera semper in ipsa translatione non nihil mutabitur. Fieri posset, ut ingentem etiam mutationem aliquam subiret & ipsa,

Quomodo iudicemus de æqualitate duorum, ex æqualitate cum tertio: nunquam haberi congruentiam in longitudine, ut nec in tempore, sed inferri a causis.

& ipsa, & nostri sensus, quam nos non sentiremus, & ad priorem reposita locum ad priori æqualem, vel similem statum rediret. Exigua tamen aliqua mutatio habetur omnino idcirco, quod vires, quæ illa materia puncta inter se neclunt, mutata positione ad omnia reliquarum Mundi partium puncta, non nihil immutantur. Idem autem & in communi sententia accidit. Nullum enim corpus spatiosis vacat interjectis, & omnis penitus compressionis, ac dilatationis est incapax, quæ quidem dilatatio, & compressio saltem exigua in omni translatione omnino habetur. Nos tamen mensuram illam pro eadem habemus, cum, ut monui, nullam mutationem sentiamus.

22. Ex his omnibus consequitur, nos absolutas distantias nec immediate cognoscere omnino posse, nec per terminum communem inter se comparare, sed æstimare magnitudines ab ideis, per quas eas cognoscimus, & mensuras habere pro communibus terminis, in quibus nullam mutationem factam esse vulgus censet. Philosophi autem mutationem quidem debent agnoscere, sed cum nullam violatæ notabili mutatione æqualitatis causam agnoscant, mutationem ipsam pro æqualiter facta habent.

Conclusio: discrimen vulgi a Philosophis in iudicando.

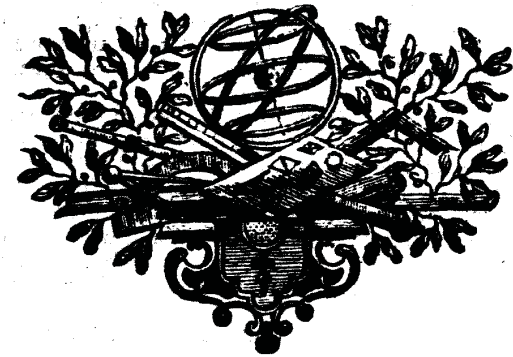
23. Porro licet, ubi puncta materiae locum mutant, ut in decempeda translata, mutetur revera distantia, mutatis iis modis realibus, quæ ipsam constituunt; tamen si mutatio ita fiat, ut posterior illa distantia æqualis prorsus priori sit, ipsam appellabimus eandem, & nihil mutaram ita, ut eorundem terminorum æquales distantia dicantur distantia eadem, & magnitudo dicatur eadem, quæ per eas æquales distantias definitur, ut itidem ejusdem directionis nomine intelligantur binæ etiam directiones parallelæ; nec mutari distantiam, vel directionem dicemus in sequentibus, nisi distantia magnitudo, vel parallelismus mutetur.

Licet translata decempeda, mutantur modi, qui intervalli relationem constituunt; tamen intervalla æqualia haberi pro eodem ex causis.

24. Quæ de spatii mensura diximus, haud difficulter ad tempus transferentur, in quo itidem nullam habemus certam, & constantem mensuram. Desumimus a motu illam, quam possumus, sed nullum habemus motum prorsus æquabilem. Multa, quæ huc pertinent, & quæ ad idearum ipsarum naturam, & successionem spectant, diximus in notis. Unum hic addo, in mensura temporis, ne vulgus quidem censere ab uno tempore ad aliud tempus eandem temporis mensuram transferri. Videt aliam esse, sed æqualem supponit ob motum suppositum æqualem. In mensura locali æque in mea sententia, ac in mensura temporaria impossibile est certam longitudinem, ut certam durationem e sua sede abducere in alterius sedem, ut binorum comparatio habeatur per tertium. Utrobique alia longitudo, ut alia duratio substituitur, quæ priori illi æqualis censetur, nimirum nova realia punctorum ejusdem decempedæ loca novam distantiam constituentia, ut

Eadem ad tempus transferenda, sed in eo etiam vulgo notum esse, intervallum temporarium non posse transferri idem pro comparatione duorum: errat ab eo circa spatium.

novus ejusdem styli circuitus, sive nova temporaria distantia inter bina initia, & binos fines. In mea Theoria eadem prorsus utrobique habetur analogia spatii, & temporis. Vulgus tantummodo in mensura locali eandem haberi putat comparationis terminum: Philosophi ceteri fere omnes eandem saltem haberi posse per mensuram perfecte solidam, & continuam, in tempore tantummodo æqualem: ego vero utrobique æqualem tantum agnosco, nusquam eandem.



Solutio analytica Problematis determinans naturam Legis Virium. (a)

25. UT hasce condiciones impleamus, formulam inveniemus algebraicam, quae ipsam continebit legem nostram, sed hic elementa communia vulgaris Cartesianae algebrae supponemus ut nota, sine quibus res omnino confici nequaquam potest. Dicatur autem ordinata y, abscissa x, ac ponatur xx= z. Capiantur omnium AE, AG, AI &c. valores cum signo negativo, & summa quadratorum omnium ejusmodi valorum dicatur a, summa productorum e binis quibusque quadratis b, summa productorum e ternis c, & ita porro; productum autem ex omnibus dicatur f. Numerus eorundem valorum dicatur m. His positis ponatur z + a z^{m-1} + b z^{m-2} + c z^{m-3} &c.... + f = P. Si ponatur P = 0, patet aequationis ejus omnes radices fore reales, & positivas, nimirum sola illa quadrata quantitatum AE, AG, AI &c, qui erunt valores ipsius z; adeoque cum ob xx= z, sit x = +/- z, patet, valores x fore tam AE, AG, AI positivas, quam AE', AG' &c negativas.

Denominatio, ac preparatio.

Fig. 1.

26. Deinde sumatur quaecunque quantitas data per z, & constantes quomodocunque, dummodo non habeat ullum divorem communem cum P, ne evanescente z, eadem evanescat, ac facta x infinitesima ordinis primi, evadat infinitesima ordinis ejusdem, vel inferioris, ut erit quaecunque formula z + g z^{m-1} + b z^{m-2} &c + l, quae posita = 0 habeat radices quotcunque imaginarias, & quotcunque, & quascunque reales, (dummodo earum nulla sit ex iis AE, AG, AI &c, sive positiva, sive negativa) si deinde tota multiplicetur per z. Ea dicatur Q.

Assumptio cujusdam valoris ad rem idonei.

27. Si jam fiat P - Qf = 0; dico, hanc aequationem satisfacere reliquis omnibus hujus curvae conditionibus, & rite determinato valore Q, posse infinitis modis satisfieri etiam potestremae conditioni expositae sexto loco.

28.

Aequationem fore simplicem non resolvablem in plures.

28. Nam inprimis, quoniam valores P, & Q positi = 0 nullam habent radicem communem, nullum habebunt divorem communem. Hinc haec aequatio non potest per divisionem reduci ad binas, adeoque non est composita ex binis aequationibus, sed simplex, & proinde simplicem quandam curvam continuam exhibet, quae ex aliis non componitur. Quod erat primum.

Exhibituram datum numerum interfectionum curvae in datis punctis.

29. Deinde curva hujusmodi secabit axem CAC in his omnibus, & solis punctis, E, G, I &c E', G', &c. Nam ea secabit axem CAC solum in iis punctis, in quibus y=0, & secabit in omnibus. Porro ubi fuerit y=0, erit & Qy=0, adeoque ob P - Qy = 0; erit P = 0. Id autem continget solum in iis punctis, in quibus z fuerit una e radicibus aequationis P = 0, nimirum, ut supra vidimus, in punctis E, G, I, vel E', G', &c. Quare solum in his punctis evanescet y, & curva axem secabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit P = 0. Quare erit etiam Qy = 0. Non erit autem Q = 0; cum nulla sit radix communis aequationum P = 0, & Q = 0. Quare erit y = 0, & curva axem secabit. Quod erat secundum.

Singulas ordinatas responsivas singulis abscissis.

30. Praeterea cum sit P - Qx = 0, erit y = P/Q; determinata autem utcumque abscissa x, habebitur determinata quaedam z, adeoque & P, Q erunt unicae, & determinatae. Erunt igitur etiam y unica, & determinata; ac proinde respondebunt singulis abscissis z singulae tantum ordinatae y. Quod erat tertium.

Abscissis hinc inde aequalibus responsivas aequales ordinatas.

31. Rursum sive x assumatur positiva, sive negativa, dummodo ejusdem longitudinis sit, semper valor z = xx erit idem; ac proinde valores tam P, quam Q erunt semper iidem. Quare semper eadem y. Sumptis igitur abscissis z aequalibus hinc, & inde ab A, altera positiva, altera negativa, respondebunt ordinatae aequales. Quod erat quartum.

Primum arcum fore cras asymptoticum eum area infinita.

32. Si autem x minuatur in infinitum, sive ea positiva sit, sive negativa; semper z minuatur in infinitum, & evadet infinitesima ordinis secundi. Quare in valore P decrescant in infinitum omnes termini praeter y, quia omnes praeter eum multiplicentur per z, adeoque valor P erit adhuc finitus. Valor autem Q, qui habet formulam ductam in z totam, minuatur in infinitum, eritque infinitesimus ordinis secundi. Igitur P/Q = y au-

gebatur in infinitum ita, ut evadat infinita ordinis secundi. Quare curva habebit pro asymptoto rectam AB, & area B A E D excrescet in infinitum, & si ordinatae y positivae assumantur ad partes AB, & exprimaant vires repulsivas, arcus asymptoticus ED jacebit ad partes ipsas AB. Quod erat quintum.

33. Pa-

(d) Haec solutio excerpta est ex dissertati one De Lege Virium in Natura existentium. Accedit iis, quae inde sunt eruta, scholium 3 primo adjectum in ha editione Veneta prima. Ipsum problema hic solvendum habetur in ipso hoc Opere parte 3. numeri 127, ac ejus condiciones num. 128.

33. Patet igitur, utcumque assumpto Q cum datis conditionibus, satisfieri primis quinq; conditionibus curvæ. Jam vero potest valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat semper conditiones, cum quibus assumptus est. Ac proinde arcus curvæ intercepti intersectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut primæ quinq; ipsius curvæ conditiones impleantur; unde fit, ut possint etiam variari ita, ut sextam conditionem impleant.

Post eas conditiones remanere indeterminationem cuicumque accessui ad quasvis curvas in punctis datis quibusvis.

34. Si enim dentur quotcumque, & quicumque arcus, quarumcunque curvarum, modo sint ejusmodi, ut ab asymptoto AB perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipsi asymptoto parallela eos arcus secet in pluribus, quam in unico puncto, & in his assignantur puncta quotcumque, utcumque inter se proxima; poterit ordinem facile assumi valor P ita, ut curva per omnia ejusmodi puncta transeat, & idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc semper curva transeat per eadem illa puncta.

Quid requiratur, ut transeat per quævis earum puncta.

35. Sit enim numerus punctorum assumptorum quicumque $= r$, & a singulis ejusmodi punctis demittantur rectæ parallele AB usque ad axem CAC, quæ debent esse ordinatæ curvæ quæsitæ, & singulæ abscissæ ab A usque ad ejusmodi ordinatæ dicantur M_1, M_2, M_3 &c, singulæ autem ordinatæ N_1, N_2, N_3 &c. Assumatur autem quædam

Quomodo id præstandum.

quantitas $Az + Bz^{r-1} + Cz^{r-2} + \dots + Gz$, quæ ponatur $= R$. Tum alia assumatur quantitas T ejusmodi, ut evanescente z evanescat quivis ejus terminus, & ut nullus sit divisor communis valoris P, & valoris $R + T$, quod facile fiet, cum innotescant omnes divisores quantitatis P. Ponatur autem $Q = R + T$, & jam æquatio ad curvam erit $P - Ry - Ty = 0$. Ponantur in hac æquatione successive M_1, M_2, M_3 &c pro x, & N_1, N_2, N_3 &c. pro y. Habebuntur æquationes numero r, quæ singulæ continebunt valores A, B, C, . . . G, unius tantum dimensionis singulos, numero pariter r, & præterea datos valores M_1, M_2, M_3 &c, N_1, N_2, N_3 &c, ac valores arbitrarios, qui in T sunt coefficientes ipsius z.

36. Per illas æquationes numero r admodum facile determinabuntur illi valores A, B, C . . . G, qui sunt pariter numero r, assumendo in prima æquatione, juxta methodos notissimas, & elementares valorem A, & eum substituendo in æquationibus omnibus sequentibus, quo pacto habebuntur æquationes $r-1$. Hæ autem ejecto valore B reducentur ad $r-2$, & ita porro, donec ad unicam ventum fuerit, in qua determinato valore Q, per ipsum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes præcedentes, singuli in singulis æquationibus.

Progressus ulterior.

37. Determinatis hoc pacto valoribus A, B, C . . . G in

Conclusio,

& coherentia cum omnibus præcedentibus conditionibus.

in æquatione $P - Ry - Ty = 0$, sive $P - Qy = 0$, patet potestis successive pro x valoribus M_1, M_2, M_3 &c, debere valores ordinatæ y esse successive N_1, N_2, N_3 &c; ac proinde debere curvam transire per data illa puncta in datis illis curvis: & tamen valor Q adhuc habebit omnes conditiones præcedentes. Nam imminuta z ultra quoscunque limites, minuuntur singuli ejus termini ultra quoscunque limites, cum minuuntur termini singuli valoris T, qui ita assumpti sunt, & minuuntur pariter termini valoris R, qui omnes sunt ducti in z, & præterea nullus erit communis divisor quantitatum P, & Q, cum nullus sit quantitatum P, & $R + T$.

Inde contactus, oscula, accessus quivis.

38. Porro si bina proxima ex punctis assumptis in arcibus curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad se invicem ultra quoscunque limites, & tandem coalescere, factis nimirum binis M æqualibus, & pariter æqualibus binis N; jam curva quæsitæ ibidem tanget arcum curvæ datæ: & si tria ejusmodi puncta congruant, eam osculabitur: quin immo illud præstari poterit, ut coeant quot libuerit puncta, ubi libuerit, & habeantur oscula ordinis cujus libuerit, & ut libuerit sibi invicem proxima, arcu curvæ datæ accedente, ut libuerit, & in quibus libuerit distantis ad arcus, quos libuerit curvarum, quarum libuerit, & tamen ipsa curva servante omnes illas sex conditiones requisitas ad exponendam legem illam virium repulsivarum, ac attractivarum, & datos limites.

Adhuc indeterminatione relicta pro infinitis modis.

39. Cum vero adhuc infinitis modis variari possit valor T; infinitis modis idem præstari poterit: ac proinde infinitis modis inveniri poterit curva simplex datis conditionibus satisfaciens. Q. E. F.

Possit & axem contingere, osculari &c.

40. Coroll. 1. Curva poterit contingere axem CAC in quot libuerit punctis, & contingere simul, ac secare in hisdem, ac proinde eum osculari quocunque osculi genere. Nam si binæ quævis e distantis limitum fiant æquales; curva continget rectam CAC, evanescente arcu inter binos limites; ut si punctum I abiret in L, evanescente arcu IKL; haberetur contactus in L, repulsio per arcum HI perpetuo decresceret, & in ipso contactu IL evanesceret, tum non transiret in attractionem, sed iterum cresceret repulsio ipsa per arcum LM. Idem autem accideret attractioni, si coeuntibus punctis LN, evanesceret arcus repulsivus LMN.

Possit contingere simul, & secare.

41. Si autem tria puncta coeant, ut LNP; curva contingeret simul axem CAC, & ab eodem simul secaretur, ac proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium. Haberetur autem ibidem transitus ab attractione ad repulsionem, vel vice versa, adeoque verus limes.

Quid congruentia intersectionum plurium.

42. Eodem pacto possunt congruere puncta quatuor, quinque, quotcumque: & si congruat numerus punctorum par; habebitur contactus: si impar; contactus simul, & sectio. Sed quo plura puncta coibunt; eo magis curva accedet ad axem

axem CAC in ipso limite, eamque osculabitur osculo archio-
re.

43. Coroll. 2. In iis limitibus, in quibus curva fecat axem CAC, potest ipsa curva secare eundem in quibuscunque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partes A arcus curvæ in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem CAC non sit major recto, & ibidem potest aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere, nimirum habendo in utrolibet casu radium osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescentem, vel utcunque abeantem in infinitum.

44. Nam pro illis punctis datis in arcibus curvarum quarumcunque, quas curva inventa potest vel contingere, vel osculari quocunque osculi genere, ex quibus definitus est valor R, possunt assumi arcus curvarum quarumcunque secantium axem CAC, in angulis quibuscunque: solum quoniam semper arcus curvæ, ut $\angle N$ debet ab asymptoto recedere, non poterit punctum ullum \angle præcedens limitem N jacere ultra rectam axi perpendicularem erectam ex N, vel punctum γ sequens ipsum N jacere citra; ac proinde non poterit angulus AN \angle , quem efficit ad partes A arcus $\angle N$ in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem CAC, esse major recto.

45. Possunt autem arcus curvarum assumptarum in iisdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere, ut nimirum sit radius osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescentem, vel utcunque abiens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus, & arcui curvæ inventæ, quæ ad eos arcus potest accedere, quantum libuerit, & eos contingere, vel osculari quocunque osculi genere in iis ipsis punctis.

46. Solum si curva inventa tetigerit in ipso limite rectam axi CAC perpendicularem, debet simul ibidem eandem secare; cum debeat semper recedere ab asymptoto, adeoque debet ibidem habere flexum contrarium.

47. Scholium 1. Corollarium 1 est casus particularis hujus corollarii secundi, ut patet: sed libuit ipsum seorsum diversa methodo, & faciliore prius eruere.

48. Coroll. 3. Arcus curvæ etiam extra limites potest habere tangentem in quovis angulo inclinatum ad axem, vel ei parallelam, vel perpendicularem cum iisdem contactuum, & osculorum conditionibus, quæ habentur in corollario 2.

49. Demonstratio est prorsus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvæ inventæ potest accedere ubicunque, quantum libuerit, possunt habere ejusmodi conditiones.

50. Coroll. 5. Mutata abscissa per quodcunque intervallum datum, potest ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus ipsa mutatione abscissæ, & ut-

Possit axem fecari in quibuscunque angulis, & a quavis magnitudine arcuum.

Demonstratio limitatio necessaria.

Quid possint arcus curvarum assumptarum: omnia posse & inventam.

Conditio necessaria, ex hujus curvæ natura.

Coroll. 1 includi in coroll. 2.

Quid ubicunque etiam extra limites.

Demonstratio eadem.

Mutationem abscissæ posse habere ad mutationem ordinatæ.

N n cun-

netæ relationem quancunque. cunque majus quantitate quacunque data: ac si differentia abscissæ sit infinitesima, & dicatur ordinis primi; poterit differentia ordinatæ esse ordinis cujuscunque, vel utcunque inferioris, vel intermedii, inter quantitates finitas, & quantitates ordinis primi.

Demonstratur pro ratione finita. 51. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor R, potest curva transire per quocunque, & quæcunque puncta, adeoque per puncta, ex quibus ductæ ordinatæ sint utcunque inter se proximæ, & utcunque inæquales.

Item pro quovis infinitesimorum ordinum. 52. Patet secundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvæ inventæ, vel quas osculatur quocunque osculi genere, potest differentia abscissæ ad differentiam ordinatæ esse pro diversâ curvarum natura in datis eorum punctis in quavis ratione, quantitatis infinitesimæ ordinis cujuscunque ad infinitesimam cujuscunque alterius.

Relationem ejusmodi pendere a positione tangentis. 53. Scholium 2. Illud notandum, ubicunque fuerit tangens curvæ inventæ inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abscissæ ejusdem ordinis, ac est differentia ordinatæ: ubi tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatæ ordinis inferioris, quam sit differentia abscissæ, & vice versa, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

Quid, ubi abscissa terminetur in limite. 54. Præterea notandum: si abscissa fuerit ipsa distantia limitis, quæ vel augeatur, vel minuatur utcunque; differentia ordinatæ erit ipsa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata sit nihilo æqualis.

Possit arcus utcunque recedere ab axe. 55. Coroll. 5. Arcus repulsionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuscunque, possunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri potest, ut alii propiores asymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo sunt remotiores ab asymptoto, vel ut post aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longissime recedat.

Demonstratio. 56. Omnia manifesto consequuntur ex eo, quod curva possit transire per quævis data puncta.

Possit haberi postremum crisis asymptoticum, & alia crura asymptotica. 57. Coroll. 6. Potest curva ipsam axem CAC habere pro asymptoto ad partes C, & C ita, aut arcus asymptoticus sit vel repulsivus, vel attractivus; & potest arcus quovis binis limitibus quibuscunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro asymptoto rectam axi perpendicularem, utcunque proximam utriliber limiti, vel ab eo remotam.

Ratio præstanti primum. 58. Nam si concipiatur, binos postremos limites coeuntibus binis intersectionibus in contactum, tum concipiatur, ipsam distantiam contactus excrescere in infinitum; jam axis æquivaleret rectæ curvæ tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit asymptotus; & si arcus evanescentem inter postremos duos limites coeuntibus fuerit arcus repulsionis; postremus arcus asymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero, si arcus evanescentem fuerit arcus attractionis.

59. Eodem pacto si concipiatur, quamvis ordinatam respondentem puncto cuilibet, per quod debet transire curva, abire in infinitum; jam arcus curvæ abibit in infinitum, & erit ejus asymptotus in illa ipsa ordinata in infinitum excrefcens.

60. *Scholium 3.* Ope formulæ exhibentis curvam propositam habetur lex virium expressa per functionem quandam distantie constantem plurimis terminis, immo per æquationem commiscentem abscissam, & ordinatam, ac utriusque potentias inter se, & cum rectis datis, non per solam ipsius distantie potentiam. Sunt, qui censeant expressionem per solam potentiam debere præferri expressioni per functionem aliam, quia hæc sit simplicior, quam illa, & quia in illa præter distantias debeant haberi aliquæ aliæ parametri, quæ non sint solæ di-

Ratio præstan- di & reliquam.

Legem virium hic exhiberi per functionem distantie, alios multos censere præferendam unicam potentiam: cur id.

stantiæ; dum in formula $\frac{1}{x^m}$ exprimente x distantias, distan-

tiæ solæ rem conficiant, videatur autem vis debere pendere a solis distantis, potissimum si sit quædam essentialis proprietatis materiæ: præterea addunt, nullam fore rationem sufficientem, cur una potius, quam alia parameter expressionem virium deberet ingredi, si parametri sint admiscendæ.

61. Hæc agitata sunt potissimum ante hos aliquot annos in Academia Parisiensi, cum censeretur, motum Apogei Lunaris observatum non coherere cum gravitate decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ad ipsum exhibendum

Qua occasione hæc questio fuerit agitata in Parisiensi Academia.

adhiberetur gravitas expressa per binomium $\frac{a}{x^3} + \frac{b}{x^2}$, cujus

pars prior in magnis, pars posterior in exiguis distantis respectu focæ partis evanesceret ad sensum, sed illa prior in distantia Lunæ a Terra adhuc turbaret hanc posteriorem, quantum satis erat ad eam præstandam rem. Atque eam ipsam binomii expressionem adhibuerant jam plures Physici ad deducendam simul ex eadem formula gravitatem, & majores minimarum particularum attractiones, ac multo validiorem cohesionem, ut innuimus num. 121: atque hæc difficultates in Parisiensi Encyclopædia inculcantur ad vocem *Attractio*, Tomo 1-tum edito.

62. Paulo post, correctis calculis innotuit, motum Apogei lunaris ea composita formula non indigere: at rationes contra id propositæ, quæ multo magis contra meam virium legem pugnarent, meo quidem judicio nullam habent vim. Nam in primis quod ad simplicitatem pertinet, hic habent locum etiam omnia, quæ dicta sunt in ipso opere num. 116 de simplicitate curvarum. Formula exprimens solam potentiam quandam distantie designatæ per abscissam exprimit ordinatam ad locum geometricum pertinentem ad familiam, quam exhibit

Occasionem substituendi tum functionem cessasse, sed rationes contra allatas nullam habere vim: curvas omnes uniformis naturæ esse in se æque simplices.

N n 2

y =

$y = x^m$, qui quidem locus est Parabola quædam; si m sit numerus positivus, nec sit unitas: recta; si sit unitas, vel zero: quædam Hyperbola; si sit numerus negativus: formula autem continens functionem aliam quamvis exprimit ordinatam ad aliam curvam, quæ erit continua, & simplex, si illa formula per divisionem non possit discerpi in alias plures. Omnes autem ejusmodi curvæ sunt æque simplices in se, & aliæ aliis sunt magis affines, aliæ minus. Nobis hominibus recta est omnium simplicissima, cum ejus naturam intueamur, & evidentissime perspiciamus, ad quam idcirco reducimus alias curvas, & prout sunt ipsi magis, vel minus affines, habemus eas pro simplicioribus, vel magis compositis; cum tamen in se æque simplices sint omnes illæ, quæ ductum uniformem habent, & naturam ubique constantem.

Effe æque simplicem relationem ordinatam ad abscissam terminorum multitudinem pro ea exprimentem nostri a nostro cogno- scendi modo.

63. Hinc ipsa ordinata ad quamvis naturæ uniformis curvam est quidam terminus simplicissimæ relationis ejusmodi, quam habet ordinata ad abscissam, cui termino impositum est generale nomen functionis continens sub se omnia functionum genera, ut etiam quamcumque solam potentiam, & si haberemus nomina ad ejusmodi functiones denominandas singillatim; haberet nomen suum quævis ex ipsis, ut habet quadratum, cubus, potestas quævis. Si omnia curvarum genera, omnes ejusmodi relationes nostra mens intueretur immediate in se ipsis; nulla indigeremus terminorum farragine, nec multitudine signorum ad cognoscendam, & enuntiandam ejusmodi functionem, vel ejus relationem ad abscissam.

Origo ejus modi ab intuitio- ne, quam habent nos homines naturæ solius rectæ, ad quam omnes curvas referimus.

64. Verum nos, quibus uti monui recta linea est omnium locorum geometricorum simplicissima, omnia referimus ad rectam, & idcirco etiam ad ea, quæ oriuntur ex recta, ut est quadratum, quod fit ducendo perpendiculariter rectam super aliam rectam æqualem, & cubus, qui fit ducendo quadratum eodem pacto per aliam rectam primæ radici æqualem, quibus & sua signa dedimus ope exponentium, & universalizando exponentes efformavimus nobis ideas iam non geometricas superiorum potentiarum, nec integrarum tantummodo, & positivarum, sed etiam fractionariarum, & negativarum: & vero etiam, abstrahendo semper magis, irrationalium. Ad hæc potentias, & ad producta, quæ simili ductu concipiuntur gemita, reducimus cæteras functiones omnes per relationem, quam habent ad ejusmodi potentias, & producta earum cum rectis datis, ac ad eam reductionem, sive ad expressionem illarum functionum per hæc potentias, & per hæc producta, indigemus terminis jam paucioribus, jam pluribus, & quandoque etiam, ut in functionibus transcendentalibus, serie terminorum infinita, quæ ad valorem, vel naturam functionis propositæ excedat semper magis, utut in hisce casibus eam nunquam accura-

curate attingat: habemus autem pro magis, vel minus compositis eas, quæ pluribus, vel paucioribus terminis indigent, siue quæ ad solas potentias relationem habent propiorera.

65. At si aliud mentium genus aliam curvam ita intime cognosceret, ut nos rectam; haberet pro maxime simplici solam ejus functionem, & ad exprimendum quadratum, vel aliam potentiam, contemplaretur illam eandem relationem, sed inverse assumptam ita, ut incipiendo a functione ipsa per eam, & per similes ejus functiones, ac functionum ceteriorum functiones ultteriores, addendo, ac subtrahendo deveniret deum ad quæsitam. Relatio potentia ad functionem, & nexus mutuus compositionem habet, & multitudinem terminorum inducit: uterque relationis terminus est in se æque simplex.

66. Quod pertinet ad parametros, quas dicitur includere functio, non autem potentia distantia, non est verum id ipsum, quod potentia parametros non includat. Formula $\frac{1}{x^m}$

includit unitatem ipsam, quæ non est aliquid in se determinatum, sed potest exprimere magnitudinem quamcunque. Et quidem ea species includit omnes species Hyperbolarum, ac definito exponente m , exprimit unicam quidem earum speciem, sed quæ continet infinitas numero individuas Hyperbolas, quarum quælibet suam parametrum diversam habet pro diversitate unitatis assumptæ. Potest quidem quævis ex iis Hyperbolicis ad arbitrium assumi ad exprimendam vim decreascentem in ea ratione reciproca; sed adhuc in ipsa expressione includitur quædam parameter, quæ determinet certam vim a certa ordinata exprimendam, siue certam vim certæ distantia respondentem, qua semel determinata remanent determinatæ reliquæ omnes, sed ipsa infinitis modis determinari potest, stante expressione facta per ordinatas ejusdem curvæ, siue per eandem potentia formulam. Ejusmodi primus nexus a sola distantia utique non pender.

67. Accedit autem alia quasi parameter in exponente potentia: illius numeri m determinatio utique non pender a distantia, nec distantiam aliquam exprimit.

68. Sed nec illud video, cur etiam si dicatur vis esse proprietas quædam materia essentialis, ea debeat necessario pendere a solis distantis. Si esset quædam virtus, quæ a materia puncto quovis egressa progredetur motu uniformi, & rectilineo ad omnes circum distantias: tum quidem diffusio ejus virtutis per orbis majores æque crassos fieret in ratione reciproca duplicata distantiarum, & a distantis solis penderet; quanquam ne tum quidem ab iis penitus solis, sed ab iis, & exponente secundæ potentia, ac primo nexu cum arbitraria uni-

Aliud mentium genus ad exprimendam relationem potentia necessario adhibiturum æqualem, vel majorem faraginem.

Sola etiam potentia expressione includi etiam apud nos homines parametros plures: parameter in unitate arbitraria, & affixione certæ vis ad certam distantiam.

Parameter in exponente potentia.

Non esse, cur vis debeat pendere a sola distantia etiam, si vis sit essentialis proprietas materia.

unitate. At cum nulla ejusmodi virtus debeat progredi, & in progressu ipso ita attenuari; nihil est, cur determinatio ad accessum debeat pendere a solis distantis, ac proinde solæ distantia ingredi formulam functionis exprimentis vim.

Etiam si vis debeat pendere a solis distantis, ordinatas quæque in se, data curva, pendere a solis abscissis.

69. Verum admisso etiam, quod necessario vis debeat pendere a solis distantis, nihil habetur contra expressionem factam per functionem quandam. Nam ipsa functio per se immediate pender a distantia, & est ordinata quædam ad curvam quandam certæ naturæ, respondens abscissa datæ cuiuslibet sua. Parametri inducantur ex eo, quod illius relationem ad abscissam exprimere debeamus per potentias abscissæ, & potentiarum producta cum aliis rectis; sed in se, uti supra diximus, ejusdem est naturæ & illa functio, ac potentia quævis, & illa, ut hæc, ordinatam immediate simplicem exhibet respondentem abscissæ ad curvam quandam uniformis, & in se simplicis curvæ.

Parametros ipsas esse distantias: eas functionem esse ingressas, quod in datis distantis debuerit haberi vis datæ, vel nulla.

70. Præterea ipsæ illæ parametri, quæ formulam functionis ingrediuntur, possunt esse certæ quædam distantia, & assumi debere ad hoc, ut illis datis distantis illæ datæ, & non aliæ vires respondeant. Sic ubi quæsitæ est formula, quæ exprimeret æquationem ad curvam quæsitam, assumptis quædam distantis, in quibus curva secaret axem, nimirum in quibus evanescente vi haberentur limites, & earum distantiarum valores ingressi sunt formulam inventam, ut quædam parametri. Possunt igitur ipsæ parametri esse distantia quædam; ac proinde posito, quod omnino debeat vis exprimi per solas distantias, potest adhuc exprimi per functionem continentem quotcumque parametros, & non exprimeretur necessario per solam aliquam potentiam.

Argumentum contrarium a defectu rationis sufficientis.

71. Reliquum est, ut dicamus aliquid de Ratione Sufficienti, quæ dicitur parametros excludere, cum non sit ratio, cur aliæ præ aliis parametri seligantur.

Si vis sit essentialis materia; rationem talium parametrorum esse ipsam ejus naturam: cur hoc genus materia existat, rationem esse arbitrium Creatoris: idem, si ea non sit essentialis.

72. In primis si vis est in ipsa natura materia; nulla ratio ulterior requiri potest præter eam ipsam naturam, quæ determinet hanc potius, quam aliam vim pro hac potius, quam pro illa distantia, adeoque hanc potius, quam aliam parametrum. Quæri ad sursum poterit, cur elegerit Naturæ Auctor eam potissimum materiam, quæ eam legem virtuum haberet essentialem, quam aliam: ubi ego quidem, qui summam in Auctore Naturæ libertatem agnosco, censeo, ut in aliis omnibus, nihil aliud requiri pro ratione sufficienti electionis, quam ipsam liberam determinationem Divinæ voluntatis, a cujus arbitrio pendeat tum, quod hanc potius, quam aliam elegerit, tum quod ea re hanc in se naturam habente, ubi jam condita fuerit, utatur ad hoc potius, quam ad illud ex tam multis, ad quæ natura quævis a tanti Artificis manu adhibita potest esse idonea. Atque hæc responsio æque

æque valet, si vis non est ipsi materia essentialis, sed libera. Auctoris lege sancita, quo casu ipse pro libero arbitrio suo hanc huic materia potuit legem dare præ aliis electam.

73. At si ratio etiam extiteri debeat, quæ Auctorem Naturæ potuerit impellere, ad seligendam materiam hac potissimum præditam essentiali virium lege, vel ad seligendam pro hac materia hanc legem virium; quæri primo potest, cur hunc potius exponens potentia elegerit, & hanc parametrum in unitate inclusam, sive in quadam determinata distantia quandam determinatam vim. Quod de iis dicitur, applicari poterit parametræ reliquis functionis curvis. Ut ille exponens, illa unitas, ille nexus potuit habere aliquid, quod operis præstaret ad eos obtinendos fines, quos sibi Naturæ Auctor præscripsit; sic etiam aliquid ejusmodi habere poterant reliquæ omnes quotcumque, & qualescumque parametræ.

74. Deinde rem ipsam diligenter consideranti facile patebit, ad obtinendos fines, quos sibi Naturæ Auctor debuit proponere, non fuisse aptam solam potentiam quandam distantia pro lege virium, sed debuisse assumi functionem, quæ ubi exprimi deberet per nostram humanam Algebram, alias quoque parametræ admisceret. Si ex. gr. voluisset per eandem vim & motum Planetarum ad sensum ellipticum cum Kepleriano nexu inter quadrata temporum periodicorum, & cubos distantiarum mediarum, & cohesionem per contactum, nulla sola potentia ad utrumque præstandum finem fuisset satis, quem finem ob-

Præter arbitrium rectorio in potentia: rationem utrobique esse fines, quos sibi ipse proposuerit, qui possunt esse nobis ignoti.

Evolutio finis ipsius: necessitas habendi hunc nexum ab Algebra humana non exprimibilem, nisi per functionem, ad solvendum creationis problema pro hac corporum constitutione, & motuum serie.

tinuisset illa formula $\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^2}$. At nec ea formula potuit ipsi sufficere, si vera est Theoria mea, cum ea formula nullam habeat in minimis distantis vim contrariam vi in maximis, sed in omnibus distantis eandem, nimirum in minimis attractivam, ut in maximis. Cohæsiō punctorum se invicem repellentium in minimis distantis, & attrahentium in majoribus haberi non potuit sine intersectione curvæ cum axe, quæ intersectio sine parametris aliquo non obtinetur. Verum ad omnem hanc phænomenorum seriem obtinendam multo pluribus, uti ostensum est suo loco, intersectionibus curvæ, & flexibus tam variis opus erat, quæ sine plurimis parametræ obtineri non poterant. Consideretur elevatissimum inversum problema affine alteri, cujus mentio est facta num. 547, quo quæritur numerus punctorum, & lex virium mutuarum communis omnibus necessaria ab habendam ope cujusdam primæ combinationis, hanc omnem tam diuturnam, tam variam phænomenorum seriem, cujus perquam exiguam particulam nos homines intuemur, & statim patebit elevatissimum debere esse, & respectu habito ad nostros exprimendi modos complicatissimum genus curvæ ad ejusmodi problematis solutionem necessa-

cessarium; quod tamen problema certas quasdam parametræ in singulis saltem solutionibus suis, quæ numero fortasse infinito sunt, involveret, sola unica potentia ad tanti problematis solutionem inepta.

Id non potuit se solvi per solam potentiam: legem quadrati distantis non esse perfectissimam.

75. Debit igitur Naturæ Auctor, qui hanc sibi potissimum Phænomenorum seriem proposuit, parametræ quasdam seligere, & quidem plures, nec potuit solam unicam pro lege virium exprimenda distantia potentiam adhibere: ubi & illud præterea ad rem eandem confirmandam recolendum, quod a num. 124. dictum est de ratione reciproca duplicata distantiarum, quam vidimus non esse omnium perfectissimam, nec omnino eligendam, & illud, quod sequenti horum Supplementorum paragrapho exhibetur contra vires in minimis distantis attractivas & excrecentes in infinitum, ad quas sola potentia demum deducit.

Conclusio contra necessitatem, vel convenientiam solius potentiam.

76. Atque hoc demum pacto, videtur mihi, dissoluta penitus omnis illa difficultas, quæ proposita fuerat, nec ulla esse ratio, cur sola potentia quædam distantia anteferri deberet functioni utcumque, si nostrum exprimendi modum spectemus, complicatissimæ.



S. IV.

Contra vires in minimis distantis attractivas, & excrefcenses in infinitum. (c)

77 **A**T præterea contra folam attractionem plures habentur difficultates, quæ per gradus crefcunt. Nam in primis fi eæ imminutis utcunque distantis agant, augent velocitatem ufque ad contactum, ad quem ubi deventum eft incrementum velocitatis ibi per faltum abruptitur, & ubi maxima eft, ibi perpetuo incaffum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, & neceffario irritos conatus edunt.

78. Quod fi in infinitum imminuta distantia, crefcant in aliqua ratione distantiarum reciproca; multæ itidem difficultates habentur, quæ noftram oppofitam fententiam confirmant. Inprimis in ea hypothefi virium deveniri poteft ad contactum, in quo vis, fublata omni distantia, debet augeri in infinitum magis, quam effer in aliqua distantia. Porro nos putamus accurate demonftrari, nullas quantitates exiftere poffe, quæ in fe infinite fint, aut infinite parvæ. Hinc autem ftatim habemus abfurdum, quod nimirum fi vires in aliqua distantia aliquid funt, in contactu debeant effer abfolute infinite.

79. Augetur difficultas, fi debeat ratio reciproca effer major, quam fimplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohefionem adhuc major) & ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipfo congressu deveniunt ad velocitatem abfolute infinite. Velocitas autem abfolute infinite eft impoffibilis, cum ea requirat fpacium finitum percurfum momento temporis, adeoque replicationem, five extensionem fultaneam per fpacium finitum divifibile, & quovis finito tempore requirat fpacium infinite, quod cum inter bina puncta interjacere non poffit, requireret ex natura fua, ut punctum ejuſmodi velocitatem adeptum nuſquam effer.

80. Accedunt plurima abfurda, ad quæ ejuſmodi leges nos deducunt. Tendat punctum aliquod in fig. 72 in centrum F in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate fatis exigua: defcribet Ellipſim ACDE, cujus focus erit F, & femper regredietur ad A. Decrefcat velocitas AB per gradus, donec demum evaneſcat. Semper magis arctatur Ellipſis, & vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte Ellipſi in rectam AF. Videtur igitur id

Oo

pun-

Prima difficultas ex eo, quod ubi conatus deberet effer maximus in appulſu, debeat effer nullus, vel irritus.

Secunda, fi ratio fit reciproca distantiarum, a vi abfolute infinite, ad quam deveniri deberet.

Tertia ex eo, quod, fi fit major quam fimplex, debeat in contactu deveniri etiam ad velocitatem infinite.

Alia abfurda: fi ratio fit duplicata, regressus a centro: faltus ab acceleratione crefcente ad nullam in ingrefſu in fuperficiem sphericam.

Fig. 72.

punctum ſibi relictum debere defcendere ad F, tum poſt acquiſitam ibi infinite velocitatem, eam ſine ulla contraria vi convertere in oppoſitam, & retro regredi. At ſi id punctum tendat in omnia puncta ſuperficiæ ſphæricæ, vel globi EGCHE in eadem illa ratione; demonſtratum eſt a Newtono, debere per AG defcendere motu accelerato eodem modo, quo acceleraretur, ſi omnia ejuſmodi puncta ſuperficiæ, vel ſphære compenetrarentur in F: abrupta vero lege accelerationis in G, debere per GH ferri motu æquabili, viribus omnibus per contrarias actiones eliſis, tum per HI tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oſcillationem peragere, velocitatis mutatione bis in ſingulis oſcillationibus per faltum interrupta.

Regressus a centro simul, & procurſus ultra ad eandem distantiam, vel faltus in tanto procurſu, ſine præviſis minoribus.

81. In eo jam abfurdum quoddam videtur effer: ſed id quidem multo magis crefcit; ſi conſideretur, quid debeat accidere, ubi tota ſphærica ſuperficiæ, vel tota ſphæra abeat in unico punctum F. Tum itidem corpus ſibi relictum, deveniet ad centrum cum infinite velocitate, ſed procurret ulterius ufque ad I, dum prius, ubi Ellipſis evaneſcebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonſtravimus, in prima determinatione latere errorem, cum Ellipſi evaneſcente, nullæ jam adſint omnes vires, quæ agunt per arcum ſitum ultra F ad partes D, quæ priorem velocitatem debebant extinguere, & novam producere ipſi æqualem. Verum adhuc habetur faltus quidam, cui & Natura, & Geometria ubique repugnat. Nam donec utcunque parva effer velocitas, habetur ſemper regressus ad A cum procurſu FD eo minore, quo velocitas effer minor: facta autem velocitate nulla, procurſus immediate evadit FI, quin ulli intermedii minores adſuerint. Quod ſi quis ejuſ priorum determinationem tueri velit, ut punctum, quod agatur in centrum vi, quæ fit in ratione reciproca duplicata distantiarum, debeat e centro regredi retro; tum faltus habetur ſimilis, ubi prius in ſphæricam ſuperficiem, vel ſphæram tendat, quæ paulatim abeat in centrum. Donec enim aderit ſuperficiæ illa, vel ſphæra, habebitur ſemper is procurſus, qui abruptetur in illo appulſu totius ſuperficiæ ad centrum, quin habeantur prius minores procurſus.

Si ratio fit triplicata ejus: annihilatio puncti in appulſu ad centrum.

Fig. 73.

82. Hæc quidem in ratione reciproca duplicata distantiarum: in reciproca triplicata habentur etiam graviora. Nam ſi cum debita quadam velocitate projiciatur per rectam AB fig. 73 continentem angulum acutum cum AP, mobile, quod urgeatur in P vi crefcente in ratione reciproca triplicata distantiarum; demonſtratur in Mechanica, ipſum debere procurrere curvam AGDEFGH, quæ vocatur ſpiralis logarithmica, quæ hanc habet proprietatem, ut quævis recta, ut PF, ducta ad quodvis ejuſ punctum, contineat cum recta ipſam ibidem tangente angulum æqualem angulo PAB, unde illud conſequitur, ut ea quidem ex una parte infinite ſpiris circum-

(c) Hæc excerpta ſunt ex eadem diſſertatione De Lege Virium in Natura exiſtentium a num. 59.

cumvolvatur circa punctum P, nec tamen in ipsum unquam desinat: si autem ducatur ex P recta perpendicularis ad AP, quæ tangenti AB occurrat in B, tota spiralis ACDEFGH in infinitum continuata ad mensuram longitudinis AB accedat ultra quoscunque limites, nec unquam ei æqualis fiat: velocitas autem in ejusmodi curva in continuo accessu ad centrum virium P perpetuo crescat. Quare finito tempore, & sane breviori, quam sit illud, quo velocitate initiali percurreret AB, deberet id mobile devolare ad centrum P, in quo bina gravissima absurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa spiralis, quæ in centrum desineret, contra id, quod ex ejus natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nequaquam possit: deinde vero, quod elapso eo finito tempore mobile illud nusquam esse deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligitur, nullum habet egressum e P. Et quidem formulæ analyticæ exhibent ejus locum post id tempus impossibilem, sive, ut dicimus, imaginarium; quo quidem argumento Eulerus in sua Mechanica affirmavit illud, debere id mobile in appulsu ad centrum virium annihilari. Quanto fatius fuisset inferre, eam legem virium impossibilem esse?

83. Quanto autem majora absurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatæ sint, consequentur? Sit globus in fig. 74 ABE, & intra ipsum alius Abe, qui priorem contingat in A, ac in omnia utriusque puncta agant vires decrescentes in ratione reciproca quadruplicata distantiarum, vel majore, & quærat ratio vis puncti constituti in concursu A utriusque superficie. Concipiatur uterque resolutus in pyramidés infinite arctas, quæ prodeant ex communi puncto A, ut BAD, bAd. In singulis autem pyramidulis divisus in partes totis proportionales sint particulæ MN, mn similes, & similiter positæ. Quantitas materiæ in MN, ad quantitatem in mn erit, ut massa totius globi majoris ad totum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis, qua trahitur punctum A, sit, ut quantitas materiæ directe, & ut quarta potestas distantiarum reciproce, quæ itidem distantie sunt, ut radii sphaerarum; erit vis in partem MN, ad vim in partem mn directe, ut tertia potestas radii majoris ad tertiam minoris, & reciproce, ut quarta potestas ipsius. Quare manebit ratio simplex reciproca radiorum.

84. Minor erit igitur actio singularum particularum homologarum MN, quam mn, in ipsa ratione radiorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota sphaera ABE, quam a sphaera Abe, quod est absurdum, cum attractio in eam sphaeram minorem debeat esse pars attractionis in sphaeram majorem, quæ continet minorem, cum magna materiæ parte sita extra ipsam usque ad superficiem sphaeræ majoris, unde concluditur esse partem majorem toto, maximum nimirum absurdum. Et quidem

Pejus in potentiis altioribus: præparatio ad demonstrandum absurdum.

Fig. 74.

Partem fore majorem toto.

dem in altioribus potentiis multo major est is error; nam generaliter, si vis sit reciproce, ut R^m, posito R pro radio, & m pro quovis numero ternarium superante, erit attractio sphaeræ eodem argumento reciproce, ut R^{m-3}, quæ eo majorem indicat vim in sphaeram minorem respectu majoris ipsam continentis, quo numerus m est major.

85. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima absurda in variis generibus attractionum, quæ si repulsiones, in minimis distantis habeantur pares extinguendæ velocitati cuilibet utcunque magnæ, cessant illico omnia, cum eæ repulsiones multum accessum usque ad concursum penitus impediunt. Inde autem manifesto iterum consequitur, repulsiones in minimis distantis præferendas potius esse attractioni, ex quarum variis generibus tam multa absurda consequuntur.

Omnia absurda cessare, si in minimis distantis habeatur repulsio, quæ appulsum impediatur.



§. V.

De *Æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta* (f)

86. **C**ontinetur autem, quod pertinet ad momentum in veste, & ad æquilibrium, sequentis problematis solutione. Sit in fig. 75 quivis numerus punctorum materiae in A, qui dicatur A, in D quivis alius, qui dicatur D, & puncta ea omnia secundum directiones AZ, DX parallelas rectae datae CF sollicitentur simul viribus, quae sint æquales inter omnia puncta sita in A, itidem inter omnia sita in D, licet vires in A sint utcumque diversae a viribus in D. Sint autem in C, & B bina puncta, quae in se invicem, & in illa puncta sita in A, & D mutuo agant, ac ejusmodi mutuis actionibus impediri debeat omnis actio virium illarum in A, & D, & omnis motus puncti B: motus autem puncti C impediri debeat actione contraria fulcri cujusdam, in quod ipsum agat secundum directionem compositam ex actionibus omnium virium, quas habet: quaeritur ratio, quam habere debeat summae virium A, & D ad hoc, ut habeatur id æquilibrium, & quantitas, ac quaeritur directio vis, qua fulcrum urgeri debet a puncto C.

Propositio problematis de æquilibrio punctorum quatuor, quorum bina extrema habeant quaslibet vires cum viribus externis sibi proportionalibus, & altera e mediis vim a fulcro.

Fig. 75.

87. Expriment AZ, & DX vires illas parallelas singulorum punctorum positorum in A, & D. Ut ipsae elidantur, debebunt in iis haberi vires AG, DK contrariae, & æquales ipsis AZ, DX. Quoniam eae debent oriri a solis actionibus punctorum C, & B agentium in A secundum rectas AC, AB, & in D secundum rectas DC, DB, ductis ex G rectis GI, GH parallelis BA, AC usque ad rectas AC, BA, & ex K rectis KM, KL parallelis BD, DC, usque ad rectas DC, BD; patet, in A vim AG debere componi ex viribus AI, AH, quarum prima quodvis punctum in A repellat a C, secunda attrahat ad B, & in D vim DK componi itidem ex viribus DM, DL, quarum prima quodvis punctum situm in D repellat a C, secunda attrahat ad B. Hinc ob actionem reactioni æqualem debebit punctum C repelli a quovis puncto sito in A secundum directionem AC vi æquali IA, & a quovis puncto sito in D secundum directionem

Vis ex binis extremis in alterum e mediis.

(f) *Excerpta haec sunt ex Synopsi Physicæ Generalis P. Caroli Benvenuti Soc. Jesu num. 146, cui hanc solutionem ibi imprimendam tradidit.*

nem DC vi æquali MD: punctum vero B debebit attrahi a quovis puncto sito in A secundum directionem BA vi æquali HA, & a quovis puncto sito in D vi æquali LD. Habebit igitur punctum C ex actione punctorum in A, & D binas vires, quarum altera agat secundum directionem AC, & erit æqualis IA ductae in A, altera agat secundum directionem DC, & erit æqualis MD ductae in D. Punctum vero B itidem binas, quarum altera agat secundum directionem BA, & erit æqualis HA ductae in A, altera agat secundum directionem BD, & erit æqualis LD ductae in D.

Vis, quam debet habere illud primum composita, e quatuor: enumeratio virium pertinentium ad omnia puncta.

88. Porro vis composita ex illis binis, quibus urgetur punctum B, elidi debet ab actione mutua inter ipsum, & C; quare debebit habere directionem rectae BC in casu, quem exhibet figura, in quo C jacet in angulo ABD: nam si angulus ABD hiatum obverteret ad partes oppositas, ut C jaceret extra angulum; ea haberet directionem CB, & reliqua omnis demonstratio rediret eodem. Punctum autem C ob actionem, & reactionem æquales debebit habere vim æqualem, & contrariam illi, quam exercet B, adeoque vim æqualem, & ejusdem directionis cum vi, quam e prioribus illis binis compositam habet punctum B: nempe debebit habere binas vires æquales, & directionis ejusdem cum viribus illam componentibus, nimirum vim secundum directionem parallelam BA æqualem ipsi HA ductae in A, & vim secundum directionem parallelam BD æqualem ipsi LD ductae in D. Habebit igitur quodvis punctum A binas vires AI, AH, quodvis punctum D binas vires DM, DL, punctum B binas vires, quarum altera dirigetur ad A, & æquabitur HA ductae in A, altera dirigetur ad D, & æquabitur LD ductae in D, ex quibus componi debet vis agens secundum rectam BC: & demum habebit punctum C vires quatuor, quarum prima dirigetur ad partes AC, & erit æqualis IA ductae in A, secunda ad partes DC, & erit æqualis MD ductae in D, tertia habebit directionem parallelam BA, & erit æqualis HA ductae in A; quarta habebit directionem BD, & erit æqualis LD ductae in D: ac ipsum punctum C urgebit fulcrum vi composita ex illis quatuor, quae omnia, si habeatur ratio directionis rectarum secundum ordinem, quo enunciantur per literas, huc reducuntur:

Quodvis punctum A habebit vires binas - - - AI, AH
 Quodvis punctum D vires binas - - - DM, DL
 Punctum B binas - - - A x HA, D x LD
 Punctum C quatuor - - - A x IA, D x MD, A x HA, D x LD.

Constructio preparatoria pro solutione.

89. Exprimat jam recta BC magnitudinem vis compositae e binis CN, CR parallelis DB, AB; expriment BN, BR magnitudinem virium illarum componentium, cum expriment

earum directiones, adeoque RC, NC ipsis æquales, & parallelæ expriment vires illas tertiam, & quartam puncti C. Producantur autem DC, AC, donec occurrant in O, & T relictis ex N, & R parallelis ipsi CF, sive ipsis GAZ, KDX, & demittantur AF, DE, NQ, RS perpendicularia in ipsam FC productam, qua opus est, quæ occurrat rektis AB, DB in V, P.

90. Inprimis ob singula latera singulis lateribus parallela erunt familia triangula IAG, CTR, & triangula MDK, CON. Quare erit ut IG, sive AH, ad CR, sive NB, vel $A \times AH$, nimirum ut 1 ad A, ita AG ad TR, & ita AI ad TC. Erit igitur TR æqualis GA, sive AZ ductæ in A, & CT æqualis IA ductæ in A: adeoque illa exprimet summam omnium virium AZ omnium punctorum in A, hæc vim illam primam puncti C, nimirum $A \times IA$. Eodem prorsus argumento, cum sit MK, sive DL ad CN, sive RB, vel $D \times DL$, nimirum 1 ad D, ita DK ad ON, & ita DM ad OC; erit NO æqualis KD, sive DX ductæ in D, & OC æqualis MD ductæ in D; adeoque illa exprimet summam omnium virium DX omnium punctorum in D, hæc vim illam secundam puncti C, nimirum $D \times DM$. Quare jam erunt Summa virium parallelarum in A - - - - - TR
Summa virium parallelarum in D - - - - - NO
Binæ vires in B - - - - - BN, BR
Quatuor vires in C - - - - - CT, OC, RC, NC

Vires sub nova
expressione in-
de resultant.

91. Jam vero patet, ex tertia RC, & prima CT componi vim RT æqualem summæ virium parallelarum A; & ex quarta NC, ac secunda OC componi vim NO æqualem summæ virium parallelarum in D. Quare patet, ab unico puncto C fulcrum urgeri vi, quæ eandem directionem habeat, quam habent vires parallelæ in A, & D, & æquetur earum summæ, nimirum urgeri eodem modo, quo urgeretur, si omnia illa puncta, quæ sunt in D, & A, cum his viribus essent in C, & fulcrum per se ipsa immediate urgerent.

Vis in fulcrum
cui æqualis.

92. Præterea ob parallelismum itidem omnium laterum familia erunt triangula 1.º CNO, DPC: 2.º CNQ, PDE: 3.º CPR, VCN: 4.º CRS, VNQ: 5.º CVA, TCR: 6.º VAF, CRS. Ea exhibent sequentes sex proportiones, quarum binæ singulis versibus continentur.

Proportio, quæ
vectem exhibet.

$$\begin{aligned} ON \cdot CP &:: NC \cdot PD :: NQ \cdot DE \\ CP \cdot CV &:: CR \cdot NV :: RS \cdot NQ \\ CV \cdot RT &:: VA \cdot RC :: AF \cdot RS \end{aligned}$$

Porro ex iis componendo primas, & postremas, ac demendo in illis CP, CV; in his QN, RS communes tam antecedentibus, quam consequentibus, fit ex æqualitate nimirum perturbata $ON \cdot RT :: AF \cdot DE$. Nempe summa omnium virium parallelarum in D, cui æquatur ON, ad summam omnium

nium in A, cui æquatur RT, ut e contrario distantia harum perpendicularis AF a recta CF ducta per fulcrum directioni virium earumdem parallela, ad illarum perpendicularem distantiam ab eadem. Quare habetur determinatio eorum omnium, quæ quærebantur. (c)

(c) Porro applicatio ad vectem est similis illi, quæ habetur hic post æquilibrium trium massarum num. 226.



S. VI.

EPISTOLA AUCTORIS

A D

P. CAROLUM SCHERFFER.

SOCIETATIS JESU.

93. **I**N meo discessu Vienna reliqui apud Reverentiam Vestram imprimendum opus, cujus conscribendi occasionem præbuit Systema trium massarum, quarum vires mutuae Theoremata exhibuerunt & elegantia, & fecunda, pertinentia tam ad directionem, quam ad rationem virium compositarum e binis in massis singulis. Ex iis Theorematis evolvi nonnulla, quæ in ipso primo inventionis æstu, & scriptionis fervore quodam, atque impetu se se obtulerunt. Sunt autem & alia, potissimum nonnulla ad centrum percussiois pertinentia ibi attractum potius, quam pertractatum, quæ mihi deinde occurrerunt & in itinere, & hic in Hetruria, ubi me negotia mihi commissa detinuerunt hucusque, quæ quidem ad Reverentiam Vestram transmittenda censui, ut si forte satis mature advenirent, ad calcem operis addi possint; pertinent enim ad complementum eorum, quæ ibidem exposui, & ad alias sublimiores, ac utilissimas perquisitiones viam sternunt.

94. Inprimis ego quidem ibi consideravi directiones virium in eodem illo plano, in quo jacent tres massæ, & idcirco ubi Theoremata applicavi ad centrum æquilibrii, & oscillationis pro pluribus etiam massis, restrinxi Theoriam ad casum, in quo omnes massæ jaceant in eodem plano perpendiculari ad axem conversionis. In nonnullis Scholiis tantummodo innui, posse rem transferri ad massas, utcumque dispersas, si eæ reducuntur ad id planum per rectas penpendiculares plano eidem; sed ejus applicationis per ejusmodi reductionem nullam exhibui demonstrationem, & affirmavi, requiri systema quatuor massarum ad rem generaliter pertractandam.

95. At admodum facile demonstratur ejusmodi reductionem rite fieri, & sine nova peculiari Theoria massarum quatuor generalis habetur applicatio tenui extensione Theoriæ massarum trium. Nimirum si concipiatur planum quodvis, & vires singulæ resolvantur in duas, alteram perpendicularem plano ipsi, alteram parallelam; priorum summa elidetur, cum orientur e viribus mutuis contrariis, & æqualibus, quæ ad quamcumque datam directionem redactæ æquales itidem remanent, & con-

Occasio, & argumentum e-
pistolæ.

Translatio the-
orie centri o-
scillationis a
massis jacen-
tibus intra idem
planum, ad
ubicunque posi-
tas affirmata in
opere, hic de-
monstranda.

Viribus trium
massarum in
eodem plano,
in quo jacent,
translatis ad a-
liud, rem ob-
tineri.

P P

trariæ,

trariæ, evanescente (*g*) summa: posteriores autem componen-
tur eodem prorsus pacto, quo componerentur; si massæ per il-
las perpendiculares vires reducerentur ad illud planum, & in
eo essent, ibique vires haberent æquales redactas ad directionem
ejusdem plani, quarum oppositio & æqualitas redderet eandem
figuram, & eadem Theoremata, quæ in opere demonstrata
sunt pro viribus jacentibus in eodem plano, in quo sunt massæ.
Porro hæc consideratio extendet Theoriam æquilibrii, &
centri oscillationis ad omnes casus, in quibus systema quodvis
concepitur connexum cum unico puncto axis rotationis, ut ubi
globus, vel systema quocumque massarum invicem connexarum
oscillat suspensum per punctum unicum.

Si massæ sint
quatuor, re-
ducendas o-
mnes ad pla-
num perpen-
diculare rectæ
jacenti duas:
inde transitus
ad massas quot-
cunque.

96. Quod si sint quatuor massæ, & concipiatur planum per-
pendiculare rectæ transeunti per binas ex iis, ac fiat resolutio
eadem, quæ superius; res iterum eodem recidet: nam illæ bi-
næ massæ ita in illud planum projectæ, coalescent in massam
unicam, & vires ad reliquas binas massas pertinentes habebunt
ad se invicem eas rationes, quæ pro systemate trium massa-
rum deductæ sunt. Hinc ubi systema massarum utcumque dis-
persarum converti debet circa axem aliquem, sive de æquili-
brii centro agatur, sive de centro oscillationis, sive de cen-
tro percussiois, licebit considerare massas singulas connexas
cum binis punctis utcumque assumptis in axe, & cum alio pun-
cto, vel massa quavis utcumque assumpta, vel concepta intra
idem systema, & habebitur omnium massarum nexus mutuus,
ac applicatio ad omnia ejusmodi centra habebitur eadem, con-
cipiendo tantummodo massas singulas redactas ad planum per-
pendiculare per rectas ipsi axi parallelas.

Applicatio ad
centri oscilla-
tionis genera-
lem determi-
nationem.

97. Sic ex. gr. ubi agitur de centro oscillationis, quæ pro
massis existentibus in unico plano perpendiculari ad axem rota-
tionis proposui, ac demonstravi respectu puncti suspensionis, &
centri gravitatis, traducuntur ad massas quascunque, utcumque
dispersas respectu axis, & respectu rectæ parallelæ axi du-
ctæ per centrum gravitatis, quam rectam Hugenius appellat
axem gravitatis. Nimirum centrum oscillationis jacebit in
recta perpendiculari axi rotationis transeunte per centrum gra-
vitatæ, ac ad habendam ejus distantiam ab axe eodem, si-
ve

(*g*) Hæc sum quidem in hac epistola. Addi potest illud, ubi nulla ex-
terna vis in ea directione agens, & in contrariis applicetur diversis parti-
bus ipsius systematis, debere vim hujusmodi in singulis etiam ipsius sy-
stematis punctis esse nullam. Nam per mutuum nexum impeditur mutatio
positionis mutue, quæ utique induceretur, si in aliquibus tantummodo ejus
partibus remaneret vis externis viribus non impedita. Porro ubi agitur de
centro oscillationis, & percussiois, ac etiam de æquilibrio, nulla supponi-
tur vis externa agens secundum directionem axis rotationis, seu conversio-
nis. Quare in iis casibus, pro quibus hæc theoria hic extenditur, satis est
considerare reliquas illas vires, quæ agunt secundum directionem plani per-
pendicularis eidem axi, quod hic præstat in iis, quæ consequuntur.

ve longitudinem penduli isochroni, fatis erit ducere massas singulas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab eodem axe, & productorum summam dividere per factum ex summa massarum, & distantia perpendiculari centri gravitatis communis ab ipso axe. Rectangulum autem sub binis distantis centri gravitatis ab axe conversionis, & a centro oscillationis erit æquale summæ omnium productorum, quæ habentur, si massæ singulæ ducantur in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab axe gravitatis, divisæ per summam massarum. Si enim omnes massæ reducantur ad unicum planum perpendiculari axi conversionis, abit is totus axis in punctum suspensionis, totus axis gravitatis in centrum gravitatis, & singulæ distantie perpendicularæ ab iis axibus evadunt distantie ab iis punctis: unde patet generalem Theoriam reddi omnem per solam applicationem systematis massarum trium rite adhibitam.

Aliud utile corollarium pertinet ad centrum oscillationis.

98. Quod ad centrum oscillationis pertinet, erui potest aliud Corollarium, præter illa, quæ proposui, quod summo sæpe usui esse potest: est autem ejusmodi. Si plurium partium systematis compositarum ex massis quotcumque, utcumque dispersis inventa fuerint seorsim centra gravitatis, & centra oscillationis respondentia dato puncto suspensionis, vel dato axi conversionis; inveniri poterit centrum oscillationis commune, ducendo singularum partium massas in distantias perpendicularæ sui cujusque centri gravitatis ab axe conversionis, & centri oscillationis cujusvis ab eodem, & dividendo productorum summam per massam totius systematis ductam in distantiam centri gravitatis communis ab eodem axe. Hoc corollarium deducitur ex formula generali eruta in ipso opere num. 334 pro centro oscillationis, quæ respondet figuræ 63 exprimenti unicam massam A ex pluribus quotcumque, quæ concipi possint ubicunque: exprimit autem ibidem P punctum suspensionis, vel axem conversionis, G centrum gravitatis, Q centrum oscillationis, M summam massarum $A + B + C$ &c.

& formula est $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \text{ \&c.}}{M \times GP}$

Ejus demonstratio.

99. Nam ex ejusmodi formula est $M \times GP \times PQ = A \times AP^2 + B \times BP^2 \text{ \&c.}$ Quare si singularum partium massæ M ducantur in suas binas distantias GP, PQ; habetur in singulis summa omnium $A \times AP^2 + B \times BP^2 \text{ \&c.}$ Summa autem omnium ejusmodi summarum debet esse numerator pro formula pertinente ad totum systema, cum oporteat singulas totius systematis massas ducere in sua cujusque quadrata distantiarum ab axe. Igitur patet numeratorem ipsum rite haberi per summam productorum $M \times GP \times PQ$ pertinentium ad singulas systematis partes, uti in hoc novo Corollario enūciatur.

Usus pro longitudine penduli compositi isochroni.

100. Usus hujus Corollarii facile patebit. Pendeat ex gr. globus aliquis suspensus per filum quoddam. Pro globo jam constat centrum gravitatis esse in ipso centro globi, & constat

idem, ac e superioribus etiam Theorematis facile deducitur, centrum oscillationis jacere infra centrum globi, per $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis post distantiam puncti suspensionis a centro globi, & radium; pro filo autem considerato ut recta quadam habetur centrum gravitatis in medio ipso filo, & centrum oscillationis, suspensione facta per fili extremum est in fine secundi trientis longitudinis ejusdem fili, quod itidem ex formula generali facillime deducitur. Inde centrum oscillationis commune globi, & fili nullo negotio definietur per corollarium superius.

Calculus & formula pro pendulo globi pendentis e filo.

101. Sit Longitudo fili a , massa seu pondus b , radius globi r , massa seu pondus p : erit distantia centri gravitatis fili ab axe conversionis erit $\frac{1}{2} a$, distantia centri oscillationis ejusdem $\frac{2}{3} a$.

Quare productum illud pertinens ad filum erit $\frac{1}{3} a^2 b$. Pro globo erit distantia centri gravitatis $a + r$, quæ ponatur $= m$; Distantia centri oscillationis erit $m + \frac{2}{5} \times \frac{r}{m}$. Quare productum pertinens ad globum erit $m^2 p + \frac{2}{5} rrp$. Horum summa est $m^2 p + \frac{2}{5} rrp + \frac{1}{3} a^2 b$. Porro cum centra gravitatis fili, & globi jaceant in directum cum puncto suspensionis, ad habendam distantiam centri gravitatis communis ductam in summam massarum fatis erit ducere singularum partium massas in suorum centrorum distantias, ac habebitur $mp + \frac{1}{2} ab$. Quare formula pro centro oscillationis utriusque simul, erit

$$m^2 p + \frac{2}{5} rrp + \frac{1}{3} a^2 b$$

$$mp + \frac{1}{2} ab.$$

Non licere hic concipere massas singulas ut collectas in suis centris oscillationis, aut gravitatis, aut aliis intermediis documentum utile.

102. Hic autem notandum illud, ad centrum oscillationis commune habendum non licere singularum partium massas concipere, ut collectas in suis singulas aut centris oscillationis, aut centris gravitatis. In primo casu numerator colligeretur ex summa omnium productorum, quæ fierent ducendo singulas massas in quadrata distantiarum centri oscillationis sui; in secundo in quadrata distantiarum sui centri gravitatis. In illo nimirum haberetur plus justo, in hoc minus. Sed nec possunt concipi ut collectæ in aliquo puncto intermedio, cujus distantia sit media continue proportionalis inter illas distantias; nam in eo casu numerator maneret idem, at denominator non esset idem, qui ut idem perseveraret, oporteret concipere massas singulas collectas in suis centris gravitatis, non ultra ipsa. Inde autem patet, non semper licere concipere massas ingentes in suo gravitatis centro, & idcirco, ubi in Theoria centri oscillationis, vel percussionis dico massam existentem in quodam puncto, intelligi debet, ut monui in ipso opere, tota massa ibi compenetrata vel concipi massula extensionis infinitesimæ, ut massæ compenetratæ in unico suo puncto æquivalet.

103. Quod attinet ad centrum percussionis, id attingi tantummodo determinando punctum systematis massarum jacentium in recta quadam, & libere gyrantis, cujus puncti impedito motu sistitur motus totius systematis. Porro æque facile determinatur centrum percussionis in eo sensu acceptum pro quovis systemate massarum utcumque dispositarum, & res itidem facile perficitur, si aliæ diversæ etiam centri percussionis ideæ adhibeantur. Rem hic paullo diligentius persequar.

Transitus ad centrum percussionis: ejus notiones haberi posse plures.

104. Inprimis ut agamus de eadem centri percussionis notione, moveatur libere systema quodcumque ita inter se connexum, ut ejus partes mutare non possint distantias a se invicem. Centrum gravitatis totius systematis vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum, cum per theorema inventum a Newtono, & a me demonstratum in ipso Opere num. 250, actiones mutæ non turbent statum ipsius: systema autem totum sibi relictum vel movebitur motu eodem parallelo, vel convertetur motu æquali circa axem datum transeuntem per ipsum centrum gravitatis, & vel quiescentem cum ipso centro, vel ejusdem uniformi motu parallelo delatum simul, quod itidem demonstrari potest haud difficulter.

Initium a notione adhibita in Opere: centri gravitatis status conservatus in motu libero.

105. Inde autem colligitur illud, in motu totius systematis composito ex motu uniformi in directum, & ex rotatione circulari circa axem itidem translatum haberi semper rectam quandam pertinentem ad systema, nimirum cum eo connexam, pro quovis tempusculo suam, quæ illo tempusculo maneat immota, & circa quam, ut circa quandam axem immotum convertatur eo tempusculo totum systema. Concipiatur enim planum quodvis transiens per axem rotationis circularis, & in eo plano sit recta quævis axi parallela; ea convertetur circa axem velocitate eo majore, quo magis ab ipso distat. Erit igitur aliqua distantia ejus rectæ ejusmodi, ut velocitas conversionis æquetur ibi velocitati, quam habet centrum gravitatis cum axe translato; & in altero e binis appulsibus ipsius rectæ parallelæ gyrantis cum systemate ad planum perpendiculare ei plano, quod axis uniformiter progrediens describit, ejus rectæ motus circularis fiet contrarius motui axis ipsius, adeoque motui, quo ipsa axem comitatur, cui cum ibi & æqualis fit, motu altero per alterum eliso, ea recta quiescet illo tempusculo, & systema totum motu composito gyrabit circa ipsam. Nec erit difficile dato motu centri gravitatis, & binarum massarum non jacentium in eodem plano transeunte per axem rotationis, invenire positionem axis, & hujus rectæ immotæ pro quovis dato momento temporis.

Inde erui, in systemate translato cum rotatione, fore rectam cum eo connexam immobilem quovis tempusculo suam; quæ facile defini possit.

106. Quærat jam in ejusmodi systemate punctum aliquod, cujus motus, si per aliquam vim externam impediatur, debeat mutuis actionibus sisti motus totius systematis, quod punctum, si uspiam fuerit, dicatur centrum percussionis: Conciplantur autem massæ omnes translatae per rectas parallelas rectæ illi

Propositio problematis, & præparatio ad solutionem.

illi manenti immotæ tempusculo, quo motus sistitur, quam rectam hic appellabimus axem rotationis, in planum ipsi perpendiculare transiens per centrum gravitatis, & in figura 64 exprimitur id planum ipso plano schematis: sit autem ibidem P centrum rotationis, per quod transeat axis ille, sit G centrum gravitatis, & A una ex massis. Consideretur quoddam punctum Q assumptum in ipsa recta PQ, & aliud extra ipsam, ac singularum massarum motus concipiatur resolutus in duos, alterum perpendicularem rectæ PG agentem directione Aa, alterum ipsi parallelum agentem directione PG, ac velocitas absoluta puncti Q dicatur V.

Definitio velocitatis absolute, & relativarum cujusvis massæ.

107. Erit $PQ \cdot PA :: V \cdot \frac{PA \times V}{PQ}$, quæ erit velocitas absoluta massæ A. Erit autem $PA \cdot Pa :: \frac{PA}{QA} \times V \cdot \frac{Pa}{QA} \times V$, quæ erit velocitas secundum directionem Aa, & $PA \cdot Aa :: \frac{PA}{PQ} \times V \cdot \frac{Aa}{PQ} \times V$, quæ erit velocitas secundum directionem PG. Nam in compositione, & resolutione motuum, si rectæ perpendiculares directionibus motus compositi, & binorum componentium constituant triangulum, sunt motus ipsi, ut latera ejus trianguli ipsis respondentia, velocitas autem absoluta est perpendicularis ad AP. Inde vero bini motus secundum eas duas directiones erunt $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, & $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$.

Evanescentia summae determinans problema.

108. Jam vero summa omnium $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$ est zero, cum ob naturam centri gravitatis summa omnium $Aa \times A$ sit æqualis zero, & $\frac{V}{PQ}$ sit quantitas data. Quare si per vim externam applicatam cuidam puncto Q, & mutuas actiones sistatur summa omnium motuum $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, sistetur totus systematis motus, reliqua summa elisa per solas vires mutuas, quarum nimirum summa est itidem zero.

Inventio summae ipsius æquandæ nihilo.

109. Ut habeatur id ipsum punctum Q, concipiatur quævis massa A connexa cum eo, & cum puncto P, vel cum massis ibidem conceptis, & summa omnium motuum, quæ ex nexu derivantur in Q, dum extinguitur is, motus in omnibus A, debet elidi per vim externam, summa vero omnium provenientium in P, ubi nulla vis externa agit, debet elidi per sese. Hæc igitur posterior summa erit investiganda, & ponenda = 0.

110. Porro posito radio = 1, est ex Theoremate trium massarum ut $P \times PQ \times 1$ ad $A \times AQ \times \sin QA$, sive ut $P \times PQ$ ad $A \times Qa$, ita actio in A perpendicularis ad $PQ = \frac{P a}{PQ} \times V$ ad actionem in P secundum eandem directionem,

Calculus, & formula derivata.

quæ evadit $\frac{A \times Qa \times Pa}{P \times PQ^2} \times V$: nimirum ob $Qa = PQ - Pa$, erit actio in P = $\frac{A \times PQ \times Pa - A \times Pa^2}{P \times PQ^2} \times V$. Cum

harum summa debeat æquari zero demptis communibus $\frac{V}{P \times PQ^2}$, æquabuntur positiva negativis, nimirum posita f pro characteristica summæ, habebitur $f.A \times PQ \times Pa = f.A \times Pa^2$, sive

$PQ = \frac{f.A \times Pa^2}{f.A \times Pa}$, vel ob $f.A \times Pa = M \times PG$, posito

ut prius M pro summa massarum, fiet $PQ = \frac{f.A \times Pa^2}{M \times PG}$, qui

valor datur ob datas omnes massas A, datas omnes rectas Pa, datam PG. Q.E.F.

111. Corollarium I. Quoniam aP æquatur distantie perpendiculari A a plano transeunte per P perpendiculari ad rectam PG, habebitur hujusmodi Theorema. Distantia centri percussio-

Theorema crutum ex formula.

nis ab axe rotationis in recta ipsi axi perpendiculari transeunte per centrum gravitatis habebitur, ducendo singulas massas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium a plano perpendiculari eidem recte transeunte per axem ipsum rotationis, ac dividendo summam omnium ejusmodi productorum per factum ex summa massarum in distantiam perpendiculararem centri gravitatis communis ab eodem plano. (f)

112. Co-

(f) Facile deducitur ex hoc primo corollario, ad habendum centrum percussio- nis massarum utcumque dispersarum satis esse singulas massas reducere ad rectam transeuntem per centrum gravitatis, & perpendiculararem axi rotationis per rectas ipsi axi perpendiculares, & invenire massarum ita redu- ctarum centrum oscillationis, habito puncto rotationis pro puncto suspensio- nis; id enim erit ipsum centrum percussio- nis questum. Nam distantie ab ipso plano perpendiculari illi recte, quarum distantiarum fit mentio in hoc corollario, manent eadem in ejusmodi translatione massarum, & evadunt distantie a puncto suspensionis. Theorema autem post substitutionem distan- tiarum a puncto suspensionis pro iis ipsi distantis ab illo plano exhibet ipsam formulam distantie centri oscillationis a puncto suspensionis, que habe- tur num. 324. Hinc autem consequitur generalis reciprocatio puncti rotationis, & centri percussio- nis, ac alia plura in sequentibus deducta multo immedia- tius deducuntur e proprietatibus centri oscillationis jam demonstratis.

Deductio casus, quo jaceant omnes massæ in eodem plano.

112. Corollarium II. Si massæ jaceant in eodem unico plano quovis transeunte per axem; A, & a congruunt, adeoque distan- tiæ Pa fiunt ipsæ distantie ab axe. Quamobrem in hoc casu formula hæc inventa pro centro percussio- nis congruit prorsus cum formula inventa pro centro oscillationis, & ea duo centra sunt idem punctum, si axis rotationis sit idem, adeoque in eo casu transferenda sunt ad centrum percussio- nis, quæcumque pro cen- tro oscillationis sunt demonstrata.

Si qua massa sit extra: discrimen centri oscillationis, a centro percussio- nis.

113. Corollarium III. Si aliqua massa jaceat extra ejusmodi planum pertinens ad aliam quampiam; erit ibi Pa minor, quam PA, adeoque centrum percussio- nis distabit minus ab axe rotatio- nis, quam distet centrum oscillationis.

Formulæ deducitæ pro plu- ribus aliis the- orematis.

114. Corollarium IV. In formula generali $PG = \frac{f.A \times Pa^2}{M \times GP}$

habetur $Pa^2 = PG^2 + Ga^2 - 2PQ \times Ga$. Porro $f.A \times 2PQ \times Ga$ evanescit ob evanescentem $f.A \times Ga$, & $\frac{f.A \times PG^2}{M \times PG}$ est PG.

Quare fit $PQ = PG + \frac{f.A \times Ga^2}{M \times PG}$, & $GQ = \frac{f.A \times Ga^2}{M \times PG}$. Inde

autem deducuntur sequentia Theoremata affinia similibus per- tinentibus ad centrum oscillationis deductis in ipso opere.

Theorema de positione centri gravitatis.

115. Si impressio ad sistendum motum fiat in recta perpendicu- lari axi rotationis transeunte per centrum gravitatis, centrum gra- vitatis jacet inter centrum percussio- nis, & axem rotationis. Nam PQ evasit major quam PG.

Theorema de duarum distan- tiarum produ- cto.

116. Productum sub binis distantiis illius ab his est constans, ubi axis rotationis sit in eodem plano quovis transeunte per cen- trum gravitatis cum eadem directione in quacunque distantia ab

ipso centro gravitatis. Nam ob $GQ = \frac{f.A \times Ga^2}{M \times PG}$ erit

$$GQ \times PG = \frac{f.A \times Ga^2}{M}$$

Corollarium inde dedu- ctum.

117. In eo casu punctum axis pertinens ad id planum, & centrum percussio- nis reciprocantur; cum nimirum productum sub binis eorum distantiis a constanti centro gravitatis sit con- stans.

Axe rotationis abeunte in infi- nitum, centrum percussio- nis abire in centrum gravitatis.

118. Abeunte axe rotationis in infinitum, ubi nimirum to- tum systema movetur tantummodo motu parallelo, centrum per- cussio- nis abit in centrum gravitatis. Nam altera e binis di- stantiis excrecente in infinitum, debet altera evanescere. Por- ro is casus accidit semper etiam, ubi omnes massæ abeunt in unum punctum, quod erit tum ipsum gravitatis centrum to- tius

tius systematis, & progredietur sine rotatione ante percussio-
nem.

Abeunte axe rotationis in centrum gravitatis, nimirum quiescente ipso gravitatis centro, centrum percussio-
nis abit in infinitum, nec ulla percussione applicata unico puncto motus sisti potest. Nam e contrario altera distantia evanescente, altera abit in infinitum.

Si axis rotationis transeat per centrum gravitatis, motum si. Si non posse.

120. Corollarium V. Centrum percussio-
nis debet jacere in recta perpendiculari ad axem rotationis transeunte per centrum gravitatis. Id evincitur per quartum e superioribus Theorematis. Solutio problematis adhibita exhibet solam distantiam centri percussio-
nis ab axe illo rotationis. Nam demonstratio manet eadem, ad quodcumque planum perpendiculare axi reducuntur per rectas ipsi axi parallelas & massæ omnes, & ipsum centrum gravitatis commune, adeoque inde non haberetur unicum centrum percussio-
nis, sed series eorum continua parallela axi ipsi, quæ abeunte axe rotationis ejus directionis in infinitum, nimirum cessante conversione respectu ejus directionis, transit per centrum gravitatis juxta id Theorema. Porro si concipiatur planum quodvis perpendiculare axi rotationis, omnes massæ respectu reclarum perpendicularem axi priori in eo jacentium rotationem nullam habent, cum distantiam ab eo plano non mutant, sed ferantur secundum ejus directionem, adeoque respectu omnium directionum priori axi perpendicularem jacentium in eo plano res eodem modo se habet, ac si axis rotationis cujusdam ipsas respicientis in infinitum distet ab earum singulis, & proinde respectu ipsarum debet centrum percussio-
nis abire ad distantiam, in qua est centrum gravitatis, nimirum jacere in eo planorum parallelorum omnes ejusmodi directiones continentium, quod transit per ipsum centrum gravitatis: adeoque ad sistendum penitus omnem motum, & ne pars altera procurrat ultra alteram, & eam vincat, debet centrum percussio-
nis jacere in recta perpendiculari ad axem transeunte per centrum gravitatis, & debent in solutione problematis omnes massæ reduci ad id ipsum planum, ut præstitimus, non ad aliud quodpiam ipsi parallelum: ac eo pacto habebitur æquilibrium massarum, hinc & inde positarum, quarum ductarum in suas distantias ab eodem plano sumamæ hinc, & inde acceptæ aquabuntur inter se. Porro eo plano ad solutionem adhibito, patet ex ipsa solutione, centrum percussio-
nis jacere in recta perpendiculari axi ducta per centrum gravitatis: jacet enim in recta, quæ a centro gravitatis ducitur ad illud punctum, in quo axis id planum secat, quæ recta ipsi axi perpendicularis toti illi plano perpendicularis esse debet.

Centri percussio-
nis positio
notabilis.

121. Corollarium VI. Impactus in centro percussio-
nis in centro percussio-
nis externa vi ejus motum sistens est idem, qui esset, si finis
centrum per-
cussio-
nis qui sit.

Q q

vis redactis ad directionem perpendicularem plano transeunti per axem rotationis, & centrum gravitatis, sive si massarum summa in ipsum incurreret directione, & velocitate motus, qua fertur centrum gravitatis.

122. Patet primum, quia debet in Q haberi vis contraria directioni illius motus perpendicularis plano transeunti per axem, & PG, par extinguendis omnibus omnium massarum velocitatibus ad eam directionem redactis, quæ vis itidem requireretur, si omnes massæ eo immediate devenirent cum ejusmodi velocitatibus.

123. Patet secundum ex eo, quod velocitas illa pro massa A sit $\frac{Pa}{PQ} \times V$, adeoque motus $\frac{A \times Pa}{PQ} \times V$, quorum motuum summa est $\frac{M \times PG}{PQ} \times V$. Est autem $\frac{PG}{PQ} \times V$ veloci-

tas puncti G, quod punctum movetur solo motu perpendiculari ad PG, adeoque si massa totalis M incurrat in Q cum directione, & celeritate, qua fertur centrum gravitatis G, faciet impressionem eandem.

124. Corollarium VII. Potest motus sisti impressione facta etiam extra rectam PG, seu extra planum transiens per axem rotationis, & centrum gravitatis, nimirum si impressio fiat in quodvis punctum rectæ eidem plano perpendicularis, & transeuntis per Q, directione rectæ ipsius. Nam per nexum inter id punctum, & Q statim impressio per eam rectam transfertur ab eo puncto ad ipsum Q.

125. Corollarium VIII. Contra vero si imprimatur dato cuidam puncto systematis quiescentis vis quadam matrix, invenietur facile motus inde communicandus ipsi systemati. Nam ejusmodi motus erit is, qui contrario æquali impactu sisteretur. Determinatio autem regressu facto per ipsam problematis solutionem erit hujusmodi. Centrum gravitatis commune movebitur directione, qua egit vis, & velocitate, quam ea potest imprimere massæ totius systematis, quæ ad eam, quam potest imprimere massæ cuiusvis, est ut hæc posterior massa ad illam priorem, & si vis ipsa applicata fuerit ad centrum gravitatis, vel immediate, vel per rectam tendentem ad ipsum; systema sine ulla rotatione movebitur eadem velocitate: fin autem applicetur ad aliud punctum quodvis directione non tendente ad ipsum centrum gravitatis, præterea habebitur conversio, cujus axis, & celeritas sic invenietur. Per centrum gravitatis G agatur planum perpendiculare rectæ, secundum quam sit impactus, & notetur punctum Q, in quo eidem plano occurrit eadem recta. Per ipsum punctum G ducatur in eo plano recta perpendicularis ad QG, quæ erit axis quæsitus. Per punctum Q concipiatur alterum planum perpendiculare rectæ GQ, ca-

Motus communicatus quovis impactu systemati quiescenti.

Impressio ubi fieri possit extra centrum percussio-
nis cum eodem effectu.

plantur omnes distantiae perpendiculares omnium massarum A ab ejusmodi plano, æquales nimirum suis aQ: singularum quadrata ducantur in suas massas, & factorum summa dividatur per summam massarum, tum in recta GQ producta capratur GP æqualis; ei quoto diviso per ipsam QG, & celeritas puncti P revolventis circa axem inventam in circulo, cujus radius GP, erit æqualis celeritati inventæ centri gravitatis, directio autem motus contraria eidem. Unde habetur directio, & celeritas motus punctorum reliquorum systematis.

126. Patet constructio ex eo, quod ita motu composito movebitur systema circa axem immotum transeuntem per P, qui motus regressu facto a constructione tradita ad inventionem præmissam centri percussiois susteretur impressione contraria, & æquali impressioni datæ.

127. *Scholium.* Hoc postremo corollario definitur motus vi externa impressus systemati quiescenti. Quod si jam systema habuerit aliquem motum progressivum, & circularem, novus motus externa vi inductus juxta corollarium ipsum componendus erit cum priore, quod, quo pacto fieri debeat, hic non inquiram, ubi centrum percussiois persequor tantummodo. Ea perquisitio ex iisdem principiis perfici potest, & ejus ope patet, aperiri aditum ad inquirendas etiam mutationes, quæ ab inæquali actione Solis, & Lunæ in partes supra globi formam extantes inducuntur in diurnum motum, adeoque ad definiendam ex genuinis principiis præcessionem æquinoctiorum, & nutationem axis: sed ea investigatio peculiarem tractationem requirit.

128. Interea gradum hic faciam ad aliam notionem quandam centri percussiois, nihilo minus, imo etiam magis aptam ipsi nomini. Ad eam perquisitionem sic progrediar.

129. *Problema.* Si systema datum gyrans data velocitate circa axem datum externa vi immotum incurrat in dato suo puncto in massam datam, delatam velocitate data in directione motus puncti ejusdem, quam massam debeat abripere secum; queritur velocitas, quam ei masse imprimet, & ipsum systema retinebit post impactum.

130. Concipiatur totum systema projectum in planum perpendiculare axi rotationis transiens per centrum gravitatis G, in quo plano punctum conversionis sit P, massa autem in recta PG in Q. Velocitas puncti cujusvis systematis, quod distet ab axe per intervallum = 1, ante incursum sit = a, velocitas ab eodem amissa sit = x, adeoque velocitas post impactum = a - x, velocitas autem massæ Q ante impactum sit = PQ × b. Erit ut 1 ad AP, ita x ad velocitatem amissam a massa A, quæ erit AP × x. Erit autem ut 1 ad a - x ita PQ ad velocitatem residuam in puncto systematis Q, quæ fiet PQ × (a - x), & ea erit itidem velocitas massæ Q post

Demonstratio.

Aditus ad perquisitiones anteriores motu impresso systemati moto.

Transitus ad aliam notionem ejus centri.

Problema continens hanc ideam.

Solutio: formulæ continent motum massæ in quam incidit, & suum reliquum.

Q q 2

impa-

impactum, adeoque massa Q acquirere velocitatem $PQ \times \frac{a-b-x}{a-x}$. five posito $a-b=c$, habebitur $PQ \times (c-x)$. Porro ex mutuo nexu massæ A cum P, & Q erit $Q \times PQ$ ad $A \times AP$, ut effectus ad velocitatem pertinens in $A = A \times P \times$

ad effectum in $Q = \frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x$. Summa horum effectuum

provenientium e massis omnibus erit æqualis velocitati acquisite in Q. Nimirum $\frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c - QP \times x$,

five $\frac{A \times AP^2 + Q \times QP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c$, & $x =$

$\frac{Q \times QP^2}{A \times AP^2 + Q \times QP^2} \times c$. Dato autem x datur a - x, &

is valor ductus in distantiam puncti cujusvis systematis, vel etiam massæ Q, exhibebit velocitatem quæsitam. Q.E.F.

Casus particulares, ad quos applicari potest.

131. *Scholium.* Formula habet locum etiam pro casu, quo massa Q quiescat, vel quo feratur contra motum systematis, dummodo in primo casu fiat $b=0$, & $c=a$, ac in secundo valor b mutetur in negativum, adeoque sit $c=a+b$. Posset etiam facile applicari ad casum, quo in conflictu ageret elasticitas perfecta vel imperfecta. Determinatio tradita exhiberet partem effectus in collisione facti tempore amissæ figuræ, ex quo effectus debitus tempori totius collisionis usque ad finem recuperatæ figuræ colligitur facile, duplicando priorem, vel augendo in ratione data, uti fit in collisionibus.

Ejusdem ulterior extensio.

132. Idem locum habet pro casu, quo massa nova non jaceat in Q in recta PG, sed in quovis alio puncto plani perpendicularis axi transeuntis per G, ex quo si intelligatur perpendiculum in PG ei occurrens in Q; idem prorsus erit impactus ibi, qui effet in Q, translata actione per illam systematis rectam. Quin imo si Q non jaceat in eo plano perpendiculari ad axem, quod transit per centrum gravitatis, sed ubi vis extra, res eodem redit, dummodo per id punctum concipiatur planum perpendiculare axi illi immoto per vim externam ad quod planum reducatur centrum gravitatis, & quævis massa A; vel si ipsa massa Q cum reliquis reducatur ad quodvis aliud planum perpendiculare axi. Omnia eodem recidunt ob id ipsum, quod axis externa vi immotus sit. Sed jam ex generali solutione problematis deducemus plura Corollaria.

Relatio ad centrum oscillationis.

133. *Corollarium I.* Si distantia centri oscillationis totius systematis ab axe P dicatur R, distantia centri gravitatis G,

massa tota M, habebitur $x = \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, &

c =

$$\frac{c}{x} = \frac{M \times G \times R}{Q \times PQ^2} + 1: \text{ Patet ex eo, quod ex natura centri o-$$

$$\text{scillationis habetur } R = \frac{f.A \times AP^2}{M \times G}, \text{ adeoque } f.A \times AP^2 =$$

$$M \times G \times R.$$

134. *Corollarium II.* Velocitas acquisita a massa Q erit Expressio velocitatis in massa simplicior ope illius. $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$. Est enim ea velocitas P Q \times

$$(c - x), \text{ sive } PQ \times (c - \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c), \text{ quod}$$

reductum ad eundem denominatorem elisis terminis contrariis eo. redit.

133. *Corollarium III.* Si manente velocitate circulari systematis tota ejus massa concipiatur collecta in unico puncto jacentem inter centra gravitatis, & oscillationis, cujus distantia a puncto conversionis sit media geometrica proportionalis inter distantias reliquorum punctorum, vel in eadem distantia ex parte opposita; velocitas eadem imprimeretur novae massae in quovis puncto sitae. Tunc enim abiret in illud punctum utrumque centrum, & valor G x R esset idem, ac prius, nimirum aequalis quadrato ejus distantiae ab axe, quod quadratum est positivum etiam, si distantia accepta ex parte opposita fiat negativa.

136. *Corollarium IV.* Si capiatur hinc, vel inde in PG segmentum, quod ad distantiam ejus puncti ab axe sit in subdupplicata ratione massae totius systematis ad massam Q; ipsa massa Q in quatuor distantis ab axe, binis tunc, & binis inde, quarum binarum producta aequentur singula quadrato ejus segmenti, acquirat velocitatem in omnibus eandem magnitudine, licet in binis directionis contrariae, & ea fiet maxima, ubi ipsa massa sit in fine ejus segmenti ex parte axis ultralibet. Erit enim velocitas acquisita directe ut

$$\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c, \text{ vel dividendo per constantem}$$

$$\frac{M \times G \times R}{Q} \times c, \text{ \& ponendo illud segmentum } = \frac{1}{2} T, \text{ cu-}$$

jus quadratum T² debet esse = $\frac{M}{Q} \times G \times R$, erit directe

$$\text{ut } \frac{PQ}{T^2 + PQ^2}, \text{ adeoque reciproce ut } \frac{T^2}{PQ} + PQ. \text{ Is autem}$$

valor

valor manet idem, si pro PQ ponantur binii valores, quorum productum aequetur T², migrante tantummodo altera binomii parte in alteram. Si enim alter valor sit m, erit alter $\frac{T^2}{m}$; & posito illo pro PQ: habetur $\frac{T^2}{m} + m$, posito hoc ha-

$$\text{betur } \frac{T^2 m}{T^2} + \frac{T^2}{m}, \text{ sive } m + \frac{T^2}{m}. \text{ Sed cum ex distantiae}$$

abeunt ad partes oppositas, fiunt - m, & $\frac{T^2}{m}$, migrante in negativum etiam valore formulae, quod ostendit directionem motus contrariam priori, systemate nimirum hinc, & inde ab axe in partibus oppositis habente directiones motuum oppositas.

137. Quoniam autem assumpto quovis valore finito pro PQ, formula $\frac{T^2}{PQ} + PQ$ est finita, & evadit infinita facta PQ

tam infinito, quam = 0; patet in hisce postremis duobus casibus velocitatem e contrario evanescere, in reliquis esse finitam, adeoque alicubi debere esse maximam. Non potest autem esse maxima, nisi ubi ad eandem magnitudinem redit, quod accidit in transitu PQ per utrumvis valorem $\pm T$, circa quem hinc & inde valores aequales sunt. Ibi igitur id habetur maximum.

138. *Scholium 2.* Libuit sine calculo differentiali invenire illud maximum, quod ope calculi ipsius admodum facile definiatur. Ponatur T = z, & PQ = r. Fiet formula $\frac{z^2}{r} + r$, &

$$\text{differentiando } - \frac{z^2 dz}{r^2} + dz = 0, \text{ sive } -z^2 + r^2 = 0, \text{ vel } z^2 = r^2, \text{ \& } r = \pm z, \text{ sive } PQ = \pm T, \text{ ut in corollario 4 inventum est.}$$

139. Licebit autem jam ex postremis duobus corollariis deducere alias duas notiones centri percussiois, cum suis eorundem determinationibus. Potest primo appellari centrum percussiois illud punctum, in quo tota systematis massa collecta eandem velocitatem imprimeret massae eidem incurrendo in eam eodem suo puncto cum eadem velocitate, quae videtur omnium aptissima centri percussiois notio. Centrum percussiois in ea acceptione determinatur admodum eleganter ope corollarii 3: jacet nimirum inter centrum gravitatis, & centrum oscillationis ita, ut ejus distantia ab axe rotationis sit media geometrica proportionalis inter illorum distantias, vel ubivis in recta axi parallela ducta per punctum ita inventum. Potest secundo appellari centrum percussiois illud punctum, per quod si fiat percussio, imprimitur velocitas omnium maxima massae, in quam

Demonstratio determinatio nis maximae

Maximi determinatio per calculum differentialem

Duae aliae acceptiones centri percussiois, & ejus determinatio ex superioribus

quam incurritur. In hac acceptione centrum percussionis itidem eleganter determinatur per corollarium quartum, mutando eam distantiam in ratione subduplicata massæ, in quam incurritur, ad massam totius systematis.

140. In hoc secundo sensu acceptum, & investigatum esse centrum percussionis a summo Geometra Celeberrimo Pisano Professore Perrellio, nuper mihi significavit Vir itidem Doctissimus, & Geometra insignis Eques Mozzius, qui & suam mihi ejus centri determinationem exhibuit pro casu systematis continentis unicum massam in rectilinea virga inflexili.

141. Libuit rem longe alia methodo hic erutam generaliter, & cum superioribus omnibus conspirantem, ac ex iis sponte proferendum profluentem proponere, ut innotescat mira sane fecunditas Theorematis simplicissimi pertinentis ad rationem virium compositarum in systemate massarum trium. Sed de his omnibus jam satis.

Dabam Florentiæ 17. Junii 1758.

F I N I S.



CATALOGUS

OPERUM

P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.

impressorum usque ad initium anni 1763.

Opera, & opuscula iuxta molis.

- S** Opra il Turbine, che la notte tra gli 11, e 12 Giugno del 1749 danneggiò una gran parte di Roma. Dissertazione del P. Ruggiero Giuseppe Boscovich della Comp. di Gesù. In Roma appresso Nicolò, e Marco Pagliarini, in 8. 1749
- Elementorum Matheseos tomus tres, in 4. *Prodiere anno 1752 sub titulo, Elementorum Matheseos ad usum studiosæ juventutis, tomus primi pars prima complectens Geometriam planam, Arithmeticam vulgarem, Geometriam Solidorum, & Trigonometriam cum planam, tum sphaericam. Pars altera, in qua Algebrae finitæ elementa traduntur. Romæ: excudebat Generosus Salomoni. Iis binis tomis sine nova eorum impressione mutatus est titulus anno 1754 in hunc, Elementorum Universæ Matheseos Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu Publico Matheseos Professore Tomus I continens &c. Tomus II continens &c, & adjectus est sequens.* 1752
- Tomus III continens Sectionum Conicarum Elementa nova quadam methodo concinnata, & Dissertationem de Transformatione locorum Geometricorum, ubi de Continuitatis lege, ac de quibusdam Infiniti mysteriis: *Typis iisdem ejusdem Generosi Salomoni omnes in 8. Extat eorundem impressio Veneta anni 1758, sed typorum mendis deformatissima.* 1754
- De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos Meridiani gradus, & corrigendam mappam geographicam, jussu, & auspiciis Benedicti XIV. P. M. suscepta a Patribus Soc. Jesu Christophoro Maire, & Rogerio Josepho Boscovich. Romæ 1755. In Typographia Palladis: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. *Quidquid eo volumine continetur, est Patris Boscovich præter bina brevia opuscula Patris Maire, que ipse P. Boscovich inseruit. Prostat etiam Mappa Geographica ditionis Pontificia delineata a P. Maire ex observationibus utriusque communibus.* 1755
- De Inæqualitatibus, quas Saturnus, & Jupiter sibi mutuo videntur inducere, præsertim circa tempus conjunctionis. Opusculum ad Parisiensem Academiam transmissum, & nunc primum editum. Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu; Romæ: ex Typographia Generosi Salomoni, in 8. 1756
- Philosophiæ Naturalis Theoria redacta ad unicam legem virium in Natura existentium Auctore P. Rogerio Jos. Boscovich S. J. publico Matheseos Professore in Collegio Romano. *Prostat Viennæ Austria in Officina libraria Kalivvodiana: in 4. In fine accedit Epistola ad P. Carolum Scherffer Soc. Jesu. Habetur secunda editio Viennensis paullo posterior: tertia hic exhibetur: Epistola habetur in ejus Supplementis.* 1758

R r

Adno-

Annus
prime
editionis.

Adnotationes in aliorum Opera.

- 1747 **C** Aroli Noceti e Societate Jesu de Iride, & Aurora Boreali Carmina... cum notis Josephi Rogerii Boscovich ex eadem Societate. Romæ: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. *Perperam nomen Josephi antepositum est ibi nomini Rogerii.*
- 1755 Philosophiæ Recentioris a Benedicto Stay in Romano Archigymnasio Publico Eloquentiæ Professore.... cum adnotationibus, & Supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich S. J. in Collegio Rom. Publici Matheseos Professoris. Tomus I. Romæ: Typis, & sumptibus Nicolai, & Marci Palearini, in 8. *Due ejus editiones prodiere simul.*
- 1760 Tomus II Romæ: Typis, & sumptibus Nicolai, & Marci Palearini, in 8. *In singulis ex hisce tribus voluminibus ea, qua ad P. Boscovich pertinent, efficerent per se ipsa justum volumen. In solis primi Stayani tomis supplementis occurrunt 39. ipsius Dissertationes de variis argumentis pertinentibus potissimum ad Metaphysicam, & Mechanicam.*

*Dissertationes impressæ pro exercitationibus annuis,
& publice propugnata: omnes in 4.*

- 1736 **D** E Maculis Solaribus. Exercitatio Astronomica habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek.
- 1737 De Mercurii novissimo infra Solem transitu. *Dissertatio habita in Seminario Romano. Romæ, Typis Antonii de Rubeis.* Constructio Geometrica Trigonometriæ sphaericæ. Romæ, ex Typographia Komarek. *Hujus titulus vel est hic ipse, vel parum ab hoc differt.*
- 1738 De Aurora Boreali Dissertatio habita in Seminario Romano. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Eadem eodem anno edita fuit etiam typis Komarek.*
- 1739 De Novo Telescopii usu ad objecta cælestia determinanda. Dissertatio habenda a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ, ex Typographia Komarek. *Extat recusa sine ulla mutatione in Actis Lipsiensibus ad annum 1740.*
- De Veterum argumentis pro Telluris sphaericitate. Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. Dissertatio de Telluris Figura habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Eadem prodiit in 8. anno 1744 in opere, cui titulus Memorie &c. In Lucca per li Salani, e Giuntini, & in titulo additur: nunc primum aucta, & illustrata ab ipso auctore; sed ea editio scætet typorum erroribus, ut & reliqua inferius nominanda in eadem collectione inserta.*
- 1740 De Circulis Ofculatoribus. Dissertatio habenda a PP. Societatis Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek.
- De Motu corporum projectorum in spatio non resistente. Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.
- 1741 De Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum. Dissertatio habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek.

De

- De Inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis.** Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Annus prima editione.* 1742
- De Annis Fixarum aberrationibus.** Dissertatio habita in Collegio Romano Societatis Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek.
- De Observationibus Astronomicis, & quo pertingat earundem certitudo.** Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.
- Disquisitio in Universam Astronomiam publicæ Disputationi proposita in Collegio Romano Soc. Jesu.** Romæ: ex Typographia Komarek.
- De Motu Corporis attracti in centrum immobile viribus decreascentibus in ratione distantiarum reciproca duplicata in spatiis non resistentibus.** Dissertatio habita in Collegio Romano. Romæ: Typis Komarek. *Eadem prodit anno 1747 sine ulla mutatione in Commentariis Acad. Bononiensis Tom. II. par. III.* 1744
- Nova methodus adhibendi phasium observationes in Eclipsibus Lunariibus ad exercendam Geometriam, & promovendam Astronomiam.** Dissertatio habita in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. *Eadem prodit, in 8. anno 1747 cum exigua mutatione, vel additamento in Opere superius memorato, cui titulus Memorie &c. In Lucra per li Salani, e Giuntini.* 1744
- De Viribus Vivis** Dissertatio habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Komarek. *Eadem prodit anno 1747 sine ulla mutatione in Commentariis Acad. Bonon. To. II. par. III, & in Germania pluribus vicibus est recusa.* 1745
- De Cometis.** Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. 1746
- De Æstu Maris** Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. *Ea est Dissertationis pars I.; secunda pars nunquam prodit. Quæ pro illa fuerant destinata, habentur in Opere De Expeditione Litteraria, & in supplementis Philosophiæ Stryanae tome II.* 1747
- Dissertationis de Lumine pars prima publice propugnata in Seminario Romano Soc. Jesu.** Romæ: Typis Antonii de Rubeis. 1748
- Dissertationis de Lumine pars secunda publice propugnata a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano.** Romæ: ex Typographia Komarek.
- De Determinanda Orbita Planetæ ope Catoptricæ, ex datis vi, caleritate, & directione motus in dato puncto.** Exercitatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. 1749
- De Centro Gravitatis.** Dissertatio habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek. *Eadem paullo post prodit iterum cum sequenti titulo, & additamento. De Centro Gravitatis. Dissertatio publice propugnata in Collegio Romano Soc. Jesu Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Societatis ejusdem. Editio altera. Accedit Disquisitio in centrum Magnitudinis, qua quædam in ea Dissertatione proposita, atque alia iis affinia demonstrantur.* Romæ, Typis, & sumptibus Nicolai, & Marci Palearini. 1751
- De Lunæ Atmosphæra.** Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Generosi Salomoni. *Multa eorundem typorum exemplaria prodierunt paullo post cum nomine Auctoris in ipso titulo, & cum exigua unius loci mutatione.* 1753
- De Continuitatis Lege, & Confectariis pertinentibus ad prima materiæ** 1754

- Annus prima editione.* 1755
- elementa, eorumque vires. Dissertatio habita a PP. Societatis Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Generosi Salomoni.
- De Lege virium in Natura existentium.** Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: Typis Generosi Salomoni.
- De Lentibus, & Telescopiis dioptricis.** Dissertatio habita in Seminario Romano. Romæ: ex Typographia Antonii de Rubeis.
- Plures ex hisce Dissertationibus prodierunt etiam iisdem typis, sed cum alio titulo, habente non locum, ubi sunt habitæ, vel propugnata, sed tantummodo nomen Auctoris. In hac postrema mutata sunt bina pagine, posteaquam plurima exemplaria fuerant distracta. In prioribus tribus sunt pauca quædam mutata, vel addita a P. Horatio Burgundio adhuc Professore Matheos in Collegio Romano, qui fuerat ejus Præceptor; sed eo jam ad Dissertationes ejusmodi conscribendas utebatur.*
- Eæ omnes, quæ pertinent ad Seminarium Romanum, habent in ipso titulo adscripta nomina Nobilium Convictorum, qui illas propugnarunt, & sub eorum nomine referuntur plures ex iis in Actis Lipsiensibus.*
- Multa pertinentia ad ipsum P. Boscovich habentur in binis Dissertationibus, quarum tituli, Synopsis Physicæ Generalis, & De Lumine, quarum utraque est edita Romæ anno 1754, Typis Antonii de Rubeis, in 4. Id ibidem restatur earundem Auctori (is est P. Carolus Benvenuto Soc. ejusdem) affirmans, ea sibi ab eodem P. Boscovich fuisse communicata.*
- Habetur etiam ampliatio solutionis cujusdam problematis pertinentis ad Aurorem Borealem, soluti in adnotationibus ad Carmen P. Noceti, inserta in quadam Dissertatione impressa Romæ circa annum 1756, & publice propugnata, cujus Auctor est P. Lunardi Soc. Jesu, qui affirmat ibidem, se eandem acceptam ab ipso P. Boscovich proponere ejusdem verbis.*
- S**ubjiciemus jam bina opuscula Italica, quæ communi nomine PP. Le Seur, Jacquier, ac suo conscripsit ipse P. Boscovich. Utrumque est sine loco impressionis, & nomine Typographi; impresse autem Palearini Fratres Romæ jussu Præsulis, qui tum curabat Fabricam S. Petri, a quo & publice distributa sunt per Urbem.
- [1742 Parere di tre Matematici, sopra i danni, che si sono trovati nella Cupola di S. Pietro sul fine del 1742, dato per ordine di Nostro Signore Benedetto XIV, in 4. In fine opusculi habentur subscripta annuaria nomina.
- 1743 Riflessioni de' PP. Tomaso Le Seur, Francesco Jacquier dell' Ordine de' Minimi, e Ruggiero Giuseppe Boscovich della Comp. di Gesù sopra alcune difficoltà spettanti i danni, e rifarcimenti della Cupola di S. Pietro proposte nella Congregazione tenutasi nel Quirinale a 20 Gennaio 1743, e sopra alcune nuove Ispezioni fatte dopo la medesima Congregazione.
- 1757 Habentur itidem Italico sermone bina ex iis, quas Itali vocant Scritture, pro quadam lite Ecclesie S. Agnetis Romane, pertinentes ad aquarum cursum Romæ edita anno 1757.

Inserta.

Nunc faciemus gradum ad inserta in Publicis Academiarum monumentis, in diariis, in collectionibus, & in privatorum Auctorum Operibus.

Pater reimpressionem binarum Dissertationum in To. II, de quibus supra, habetur in To. IV De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem. Est Synopsis amplioris Operis, ac habentur plura ejus exemplaria etiam seorsum impressa.

1757

In Romano Litteratorum diario vulgo Giornale de' Letterati appresso i Fratelli Pagliarini.

D'Un' antica villa scoperta sul dosso del Tuscolo: d'un antico Orologio a Sole, e di alcune altre rarità, che si sono tra le rovine della medesima ritrovate. Luogo di Vitruvio illustrato. Ibi ejus schediasticus Auctor profert, uti ipse profertur, quae singillatim audierat ab ipso P. Boscovich.

1746

Dimostrazione facile di una principale proprietà delle Sezioni Coniche, la quale non dipende da altri Teoremi conici, e disegno di un nuovo metodo di trattare questa dottrina.

Dissertazione della Tenuità della Luce Solare. Del P. Ruggiero Giuf. Boscovich Matematico del Collegio Romano.

1747

Dimostrazione di un passo spettante all'angolo massimo, e minimo dell'Iride, cavato dalla prop. ix par. 2 del libro I dell'Optica del Newton con altre riflessioni su quel capitolo. Del P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù.

Metodo di alzare un Infinitesimo a qualunque potenza. Del P. Ruggiero Giuf. Boscovich.

Parte prima delle Riflessioni sul metodo di alzare un Infinitesimo a qualunque potenza. Del P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù.

1748

Parte seconda &c.

Soluzione Geometrica di un Problema spettante l'ora delle alte, e basse maree, e suo confronto con una soluzione algebrica del medesimo data dal Sig. Daniele Bernoulli. Del P. Ruggiero Giuseppe Boscovich della Compagnia di Gesù.

Dialogi Pastorali V sull'Aurora Boreale del P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù.

Dimostrazione di un metodo dato dall'Eulero per dividere una frazione razionale in più frazioni più semplici con delle altre riflessioni sulla stessa materia.

1749

Lettera del P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù al Sig. Ab. Angelo Bandini in risposta alla lettera del Sig. Ernesto Freeman sopra l'Obelisco d'Augusto. Nomen Freeman est fictitum, Auctorem denotans Neapoli latentem, & aliis Operibus satis notum. Extat eadem etiam in folio.

1750

Altera de eodem Obelisco admodum proluxa Epistola, Italice, & Latine scripta ad eundem Bandinium suo nomine ab ipso P. Boscovich habetur in ejusdem Bandinii Opere, cui titulus, De Obelisco Caesaris Augusti e Campi Martii rudibus nuper eruto. Commentarius Auctore Angelo Maria Bandinio. Romae apud Fratres Palearinos, in folio. Ibidem in fine habetur alia epistola itidem admodum proluxa de eodem argumento nomine Stuarti, e cujus sebedis relictis apud Car-

dina-

Annus
prima e-
dition.
1753

dinalem Valentium. in ejus discessu ab Urbe eam Epistolam conscripsit, ac ejus comperta illustravit, ac auxit ipse P. Boscovich.

Osservazioni dell'ultimo passaggio di Mercurio sotto il Sole seguito a' 6. di Maggio 1753, fatte in Roma, e raccolte dal P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù con alcune riflessioni sulle medesime.

In aliis Monumentis.

IN Collectione Opusculorum Lucensium cui titulus: Memorie sopra la Fifica, e Istoria naturale di diversi Valentuomini. In Lucca per li Salani, e Giuntini, in 8., praeter binas dissertationes, de quibus supra, habetur Problema Mechanicum de solido maxime attractionis solutum a P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu Publico Professore Matheseos in Collegio Romano: Tomo I.

1743

De Materiae divisibilitate, & Principiis corporum. Dissertatio conscripta jam ab anno 1748, & nunc primum edita. Auctore P. Rogerio Jos. Boscovich Soc. Jesu, To. IV.

1757

Omnium horum quatuor Opusculorum habentur etiam exemplaria seorsum impressa.

In editione Elementorum Geometriae Patris Tacqueti facta Romae sumptibus Venantii Monaldini, Typis Hieronymi Mainardi, in 8. habetur Trigonometria sphaerica P. Rogerii Josephi Boscovich, quae deinde adhuc magis expolita prodit Tomo I. ejus Elementorum Matheseos. Habetur praeterea ibidem Tractatus De Cycloide, & Logistica, qui etiam seorsum impressus est eisdem typis.

1745

In Opere Comitissae Joannis Baptistae Suardi, cui titulus, Nuovi instrumenti &c. in Brescia dalle stampe di Gio. Battista Rizzardi, in 4., habentur binae epistolae Italicae ipsius P. Boscovich de Curvis quibusdam, cum figuris, & demonstrationibus.

1752

In Optica Abbatis De la Caille latine reddita a P. Carolo Scherffer Soc. Jesu, & impressa Viennae in Austria habetur schediastica Patris Boscovich de Micrometro objectivo.

1758

In postremo tomo Commentar. Academiae Parisiensis in Historia, & in uno e tomis Correspondentium ejusdem Academiae, creditur esse breve aliquid pertinens ad ipsum P. Boscovich. Est aliquid etiam in diario Gallico Journal des sçavans, & fortasse in Anglicanis Transactionibus, atque alibi insertum hisce itinerum annis.

Poetica.

P Rogerii Josephi Boscovich Soc. Jesu inter Arcades Nomenii Anigrei Ecloga recitata in publico Arcadum confessu primo Ludorum Olympicorum die, quo die Michael Joseph Morejus Generalis Arcadiae Custos illustrium Poetarum Arcadum effigies formandas jaculorum ludo substituerat. Romae in 8. Extat eadem eisdem Typis etiam in Collectione tum impressa omnium, quae ea occasione sunt recitata. Stanislai Poloniae Regis, Lotharingiae, ac Barri Ducis, & inter Arcades Euthimii Aliphiraei, dum ejus effigies in publico Arcadum Coetu erigeretur, Apotheosis. Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu inter Arcades Nomenio Anigreo. Romae ex Typographia Generosi Salomoni, in 8. Est poema versu heroico. Idem autem recensum fuit Nancei cum versione Gallica Domini Cogolin.

1753

Pro

Pro Benedicto XIV. P. M. Soteria. Est iidem poema Heroicum ejusdem P. Boscovich pertinens vel ad hunc, vel ad superiorem annum: est autem impressum Romæ in 4. apud Frauses Palearinos, occasione periculi moris imminenti, evitati a Pontifice convalescente. Annus
Prime Edition.
1757

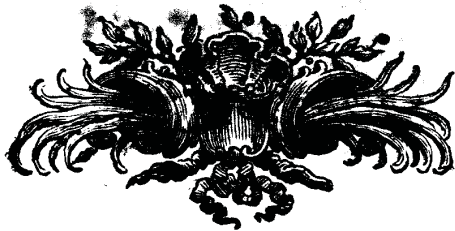
In Nuptiis Joannis Corraii, & Andrianae Pisauria e nobilissimis Venetæ Reip. Senatoriiis familiis. Carmen P. Rogerii, Jos. Boscovich S. J. Publici in Romano Collegio Matheos Professoris. Romæ: ex Typographio Palladis: excudebant Nicolans, & Marcus Palearini, in

4.
De Solis, ac Lunæ defectibus libri V P. Rogerii Josephi Boscovich Societatis Jesu ad Regiam Societatem Londinensem, Londini 1760. in 4. Non habetur nomen Typographi, qui impressit, sed Bibliopolarum quorum sumptibus est impressum: deest hic ejus editionis exemplar, ex quo ea nomina correcte describantur. Idem recusum fuit anno 1761 Venetiis apud Zattam in 8.º cum exiguo additamento in fine, & cum hoc catalogo, quem inde huc derivavimus. Habentur in adnotationibus bina Epigrammata cum versionibus Italicis, sive Sonetti.

Est & aliud ejus poema Heroicum anno 1756 impressum Viennæ in Austria in collectione carminum facta occasione inaugurationis novarum Academiae Viennensis adum.

Sunt & epigrammata nonnulla in Collectionibus Arcadum, inter quæ unum pro recuperata valetudine Joannis V Lusitania Regis, & unum pro Rege tum utriusque Sicilia, & nunc Hispania, ac pro Regina ejus conjugæ.

Exiant etiam pauca admodum exemplaria unius ex illis, quas in Italia appellamus Cantatine, impressa Viterbii anno 1750 pro Visitatione B. Mariae Virginis, in qua sex, quas dicimus Ariette, profane ad sacrum argumentum transferenda erant, manente Musica, & inter se connectenda.



MONITUM.

In numeris quibus initia paragraphorum indicantur irreperunt errores aliquot, quod cum ad revisionem afferrentur paginae sine ullo ordine; iis, quos Protos vocant, injunctum fuerat, ut ad eorum numerorum ordinem, & correctionem animimum adverterent, quod in se receperant. Sunt autem hujusmodi:

Pag.	lin.	Errata	Corrige
63	39	143.	142.
108	47	236.	235.
131	24	278.	277.
138	34	295.	294.
305	3	deest	119.
309	8	133.	135.

Præterea in pluribus exemplaribus deest notula marginalis numeri 332, quæ in aliis plurimis habetur, & est hujusmodi:
Et casus jacentium extra.



