SAGGIO

SULLA

STORIA DELLE MATEMATICHE

CORREDATO DI SCELTE NOTIZIE

BIOGRAFICHE

AD USO DELLA GIOVENTÙ

OPERA

DEL SIG. PROFESSORE

PIETRO FRANCHINI

LUCCA

DALLA TIPOGRAFIA

DI FRANCESCO BERTINI

MDCCCXXI.

AVVISO

DELL' EDITORE.

Il Saggio sulla Storia delle Matematiche e quello sulla teoria de' poligoni non furono promessi nel manifesto di associazione, e perciò i Sigg. Associati possono ricusare questo volume quasi intieramente composto de' predetti Saggi. Noi li pubblichiamo ambedue prima di metter mano al Calcolo Sublime, quantunque l' Autore avesse riserbata la Storia delle Matematiche all' ultimo tomo della Scienza del Calcolo, perchè molti fra quelli che sono associati alla sola parte Algebrica di detta Scienza, ci hanno di ciò istantemente pregati, e perchè siamo persuasi che l' anticipazione di un articolo non debba recare agli altri nè pregiudizio nè dispiacere.

Se la mancanza di revisori Matematici in Livorno ha impedita la continuazione della stampa coi torchi della Fenice, i Sigg. Associati debbono applau-

dire ad una risoluzione, ch' è suggerita dal desiderio di rimuovere l' unico motivo delle loro lagnanze, e di soddisfare nel miglior modo alla giusta loro espettazione.

Il Calcolo sublime costituirà una distinta Opera in quattro volumi, e compirà con l' Introduzione alla Scienza del Calcolo e col volume presente, il numero de' dieci volumi, che per una falsa valutazione del manoscritto, furono con suo Manifesto promessi al pubblico dal fu Francesco Bertini *Stampatore.*

Avvertasi che il presente volume non si dispensa disgiunto dalla Introduzione anzidetta, pubblicata nel decorso anno sotto il titolo di Elementi d' Algebra, coi torchi della nostra tipografia.

Il prezzo di ambedue i libri è di franchi quattordici.

PREFAZIONE

Chiunque siasi in qualche guisa distinto nello studio di un' insigne arte o disciplina, spontaneamente concepisce il desiderio di sapere chi ne abbia immaginati i fondamentali principj, a chi spettino i successivi ornamenti della medesima, quando e con quali mezzi, sì gli uni, che gli altri siensi rinvenuti; e tale indagine diviene al sommo importante ove si tratti delle Matematiche, le quali sono il più sudato e sublime parto dell' umano ingegno, ed hanno un' immediata relazione con gl' innumerabili bisogni della civile società.

Copia di metodi e di estratti, relativi alla dottrina delle antiche scuole; adequati giudicj sulle varie produzioni; ordine cronologico nella successione delle scoperte; scelte notizie biografiche e bibliografiche; brevità nel prospetto delle moderne teorie analitiche (oggetto dell' Enciclopedia non della Storia): il tutto senza prolissità, senza inezie, senz' anacronismi, senza teoretiche oscurità, senza fantasticherie od enimmatiche divinazio-

ni (*a*): ecco le tracce che servir dovrebbero di norma pel regolare disegno di un' ampio Trattato sulla storia delle scienze esatte. Non è nostra colpa, se il contrasto delle precedenti massime con gli esempi esistenti, richiama il concetto di un' illustre Opera. Noi ne rispettiamo l' Autore, come benemerito della pubblica istruzione, ed altro non osiamo rimproverargli che il suo mal talento verso gl' Italiani (*b*).

Qualora il presente Saggio non dispiaccia e le circostanze ci arridano, ci occuperemo per avvicinarlo alla sua perfezione, con l' idea di porgere un nuovo eccitamento a qualche preclaro ingegno, che capace sia di ben dipingere ciò che noi possiamo appena delineare.

(*a*) La teorica de' *quadrati magici* di *Emanuele Moscopula*: la Musica ed i misterj numerici di *Pittagora* ec.

(*b*) *Nobilis hic Scriptor, non semel ejus* (Matheseos) *historiam mihi lectitanti, visus est, aut iniquiore in Italos extitisse animo, aut certe non satis quae ad eorum in mathematicis disciplinis gloriam pertinerent assecutus. Etenim ea saepius aut verbis imminuit, aut prorsus silentio prætermittit quae ad illa sine dubio vel maxime facerent* (Monsig. Fabbroni nell' Elog. del Galileo p. 79.)

Veggasi la censura della Storia Matematica del *Montucla*, parzialmente abbozzata dal *Bossut* nel proemio al suo Saggio sulla Storia stessa.

SAGGIO

SULLA

STORIA DELLE MATEMATICHE

1. La Matematica, dal greco μάθησις, *scienza o disciplina*, nacque con la *civile* società, che pel registro delle nazionali memorie abbisognò della *numerazione*, pel traffico mercantile e per l'amministrazione delle proprie rendite dovè ricorrere al computo aritmetico; che sperimentò necessaria la Geometria per lo spartimento dei fondi ereditarj, e per l'assegnazione della prediale imposta; che per norma dell'agricoltura e de' pubblici fasti, fu indotta a misurare il periodo delle stagioni e l'annua rivoluzione della terra; che nei notturni viaggi pe' deserti arenosi e sul mare, indispensabile riconobbe la geografia e lo studio delle costellazioni.

La curiosità, l'ambizione, l'interesse, estesero in seguito le speculazioni suggerite dal bisogno, e le scienze si coadiuvarono a vicenda. La Meccanica immaginò l'*alidada*, lo *gnomone*, la *clepsidra*, e l'*astrolabio*: l'Astronomia per tali mezzi avvalorata disegnò la carta del cielo, rettificò le descrizioni geografiche, e sottopose a computo il ritorno degli eclissi: intanto la Geometria, dilatatasi con la scoperta di nuovi metodi e teoremi, imparò a valutare gli elementi de' trigoni, e gettò il fondamento dell'Astronomia sferica.

Abbozzata, col sussidio di semplici principj sperimentali, la teorica idrostatica, si provvide con l'ago magnetico all'incerta timidezza del pilotaggio, e si dierono fastose forme all'architettura navale, già superba ne' bei giorni di *Pericle*, e di *Tolomeo Filopatore*.

Tenui quistioni numeriche, tradotte in letteral linguaggio, porsero la prima idea del calcolo specioso; idea, che ravvivata mediante i segni delle operazioni, la caratterisca delle potenze ed il generico simbolo delle incognite, condusse all'*Algebra*: questa, sulla traccia delle *prime ed ultime ragioni*, rischiarata dagl'*indivisibili* del *Cavalieri*, e dagli *elementi evanescenti* del *Fermat*, si sollevò al *Calcolo Differenziale*, d'onde provenne poi l'inverso, cioè l'*Integrale*, che munito d'ottime osservazioni e della legge che modera l'universale gravità, compì la scienza degli astri, perfezionando le tavole della Luna e de' satelliti di Giove, nell'oceano desiderate quanto l'oriolo dell'*Harrisson* nelle ristrette navigazioni.

Il cammino che nel giro di 22. secoli ci ha condotti dalla Geometria d'*Ippocrate* di *Chio* al Calcolo delle *Variazioni* del *Lagrangia*; dall'Algebra di *Diofanto* alla risoluzione d'ogni equazione numerica del *Ruffini*; dalla Clepsidra di *Ctesibio* alle Macchine del *Morosi*; dalla Statica di *Archimede* alla Dinamica di *Galileo*; dalla Meccanica di *Aristotile* alla *Meccanica Analitica*, tal cammino, dicemmo, è immenso, tortuoso, disastrosissimo, perchè avvolto fra le tenebre di storte opinioni, e fra le insidie degli errori sempre ostinati e rinascenti; perchè attraversato da tristi peripezie ed orride devastazioni; ma per ciò appunto esso presenta uno spettacolo importante e maraviglioso, degno della meditazione de' filosofi.

Aritmetica.

2. Il sistema della numerazione, unico ed essenzial fondamento dell'Aritmetica, allora può dirsi perfettamente idoneo, quando la massima facilità di esprimere ogni numero e di eseguire le operazioni, si combina col minimo numero de' caratteri, e col più semplice valore di posizione ad essi attribuito. La Natura, dandoci dieci dita, rese immancabile la terza prerogativa, (per pochi istanti minacciata dall'impraticabile sistema duodecimale di *Stevin*,) e perciò vediamo tutte le nazioni concordi nell'uso della progressione decimale indefinita: non così avvenne della seconda, la quale, priva di norma, restò abbandonata al capriccioso arbitrio dell'uomo, che quasi dappertutto fece uso di un'eccessiva copia di caratteri, cioè delle lettere dell'alfabeto, aumentate eziandio da parecchi segni supplementarj. Tal fu lo stile delle antiche nazioni eccettuati i Romani, che dalla strana consuetudine appresa dagli *Etruschi* di notar l'epoche, contando i chiodi *annui*, solennemente confitti nell'interno di un tempio (*a*) trassero per abbreviare la numerazione e la scrittura i seguenti segni:

I, V, X, L, ⊏, ⊡, ◫,

(gli ultimi tre dei quali degenerarono in C, D, CIↃ:) ed eccettuati altresì i *Chinesi*, che privi di alfabeto ed assuefatti a indicare cia-

(*a*) *Tito Livio* Lib. VII. Cap. II. e III. *Festo-De Verborum signific.* Lib. III. *Petronio Arbitro*-Satyricon Cap. CXXXV. ec. ec.

scuna idea con un simbolo particolare, hanno anche per li numeri una smisurata copia di segni, e per fare gli ordinarj computi sono costretti a prevalersi di un meccanismo, cui danno il nome di *Swampan*, consistente in un certo numero di palle infilate, che maneggiano con destrezza. (*a*) L'estrema difficoltà delle operazioni ha impedito che i *Chinesi* abbiano un libro di Aritmetica. Ecco una compendiosa idea della numerazione e dell'Aritmetica presso i *Greci*, imitatori degli *Ebrei*. e de' *Fenicj*: essa è raccolta dai commenti di *Eutocio* sulla *misura del circolo*, e sull'*Arenario* di *Archimede*, dai commenti di *Teone* sulla *Sintassi Matematica* di *Tolomeo*, e dai frammenti di *Pappo* pubblicati da *Wallis* (Op. T. III.):

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9;
α,	β,	γ,	δ,	ε,	ϛ,	ζ,	η,	θ;
10,	20,	30,	40,	50,	60,	70,	80,	90;
ι,	κ,	λ,	μ,	ν,	ξ,	ο,	π,	ϙ;
100,	200,	300,	400,	500,	600,	700,	800,	900;
ρ,	σ,	τ,	υ,	φ,	χ,	ψ,	ω,	ϡ;
1000,	2000,	3000,	. . . .					9000;
͵α,	͵β,	͵γ,	. . . .					͵ϑ;
10000,	20000,	30000,	. . . .					90000;
$\overset{\alpha}{M}$,	$\overset{\beta}{M}$,	$\overset{\delta}{M}$						$\overset{\vartheta}{M}$;

Questo sistema ha per limite

$\overset{͵\vartheta ϡ ϙ \vartheta}{M}$ ossia 99990000.

Il numero sovrapposto alla *M* in seguito si scrisse nella linea delle unità, diecine e centinaja,

(*a*) Storia della *China* del P. *Halde* T. III.

separandolo con un punto, o col segno *Mυ*. Così

,θφπδMυ.σλγ ovv. ,θφπδ.σλγ = 9584233,

,θϡϙθ.,θϡϙθ = 99999999.

I Greci non aveano la *trifra Indiana* o (in Arabo zefirum): essa incontrasi ne' libri di *Tolomeo*, ma sola, come in 0°. 3'. 6''.

Per significare i rotti essi scriveano

δ'$(=\frac{1}{4})$, ε'$(=\frac{1}{5})$ ec. ξ'$(=\frac{1}{60})$, ρ'$(=\frac{1}{100})$, ψ'$(=\frac{1}{700})$ ec.

e raddoppiavano il segno per indicare il plurale: così

ι'ι' (decime), ξ'ξ' (sessagesime), ξ'ξ'η' (sessagesime ottave) ec. ec.

Il più importante artifizio dell'aritmetica greca consisteva nel fare le operazioni sulle caratteristiche, riguardandole com' esprimenti semplici unità, ma richiedeasi una lunga e molesta teorica per correggere i difetti del risultamento. Sembra che tale invenzione debbasi ad *Apollonio*.

Ne' documenti di cui sopra non rinviensi alcun esempio di divisione e di estrazione delle radici: in vece si hanno i quozienti e le radici stesse. La moltiplicazione è complicatissima ed in essa si procede dalla sinistra.

Per timore di riuscire importuni ci limitiamo ad un esempio di addizione e di sottrazione:

Addizione

8473921		ωμζ.,γϡκα
608400		ξ.,ηυ
9082321	=	ϡη.,βτκα

Sottrazione

93636		θ.,γχλϛ
24409		β.,δυθ
69227	=	ϛθ.σκζ

3. Gli *Arabi*, sino al IX. secolo, furono talmente imbarazzati dalla loro numerazione alfabetica, che nelle valutazioni di qualche importanza e difficoltà, dovettero profittare de' copisti *Greci* (*a*). In seguito appresero nell' *Indie* l'uso delle cifre e le chiamarono *cifre Indiane* (Sifrülhind) (*b*). Apparisce dall'Aritmetica del monaco *Massimo Planude*, che il calcolo fatto con le predette cifre si chiamò sino alla metà del secolo XIII. calcolo *Indiano* (ψηφοφορία κατ' ἴνδους): questo infatti era il titolo dell'Opera di *Planude*.

Gl' *Indiani* ebbero la fortuna di non imitare la letterale numerazione degli *Arabi*, nè l'immenso simboleggiamento de' *Chinesi*: Dieci segni, che forse non differirono dai primi dieci usati nella *China*, bastarono ai bisogni di un popolo rozzo (*c*): in seguito, probabilmente si notò 5, 4, per indicare 5 diecine e 4 unità; così 6, 5, 4 per esprimere 6 centinaja, 5 diecine ec. poi si vide che 54; 654 poteano senza equivoco sostituirsi, e la stessa meschinità intellettuale creò per gioco un sistema meraviglioso, ch' esser dovea col tempo insigne ornamento e sostegno della scienza calcolatrice. Col favore di un sì bel sistema, il calcolo fece sin dall'antichità più remota, considerabil progresso, e mentre niun vestigio d' Algebra si vide mai nel *Thibet*, nella *China* e nel *Giappone*, l' *India* ci mostra le Opere matematiche di *Bhascara Acharya*, che

---

(*a*) Si possono consultare le Opere degli Storici antichi, *Teofane*, *Landulfo ec.*

(*b*) *Kirker*-Arithmologia.

(*c*) Veggasi un' eruditissima dissertazione del Cav. *Hager* (riprodotta nella Bibliot. Britan. an. 1812. mese di Maggio) nella quale, con qualche superficial ragione, si pretende di provare che il sistema numerico *Indiano* sia un' invenzione *Chinese*.

vivea nel secolo XII, Opere precedute senza dubbio da varie altre molto più antiche, la cui fama chiamò alla scuola de' *Bramini* da remotissimo paese un *Talete*, un *Pitagora*, un *Democrito* ed un *Platone*. I Greci, quantunque istruiti nell'Egitto e nell'India, siccome impediti da un infelicissimo sistema caratteristico, non mossero verso il calcolo letterale passi corrispondenti alla forza del proprio genio, e fa d'uopo trascorrere molti secoli, e giungere sino al IV dell'era volgare, per trovare ne' problemi indeterminati di *Diofanto* un preludio dell'Algebra, il cui ritrovamento era riserbato ai tempi che succederono al risorgimento degli studj in Europa.

Geometria elementare, trascendente, e sublime.

4. L'*agrimensura*, in Greco *geometria*, attesa la sua importanza nella società incivilita, appartenne ai primi rudimenti dell'umano sapere. Sappiamo in fatti che sino dal tempo del Re *Sesostri* (*Erodoto* Lib. II.) *Theut* suo ministro si occupò nell'operazione geodetica, onde spartire tra' sudditi con una norma determinata, le conquistate province dell'*Egitto*. Le altre parti della scienza geometrica, siccome assai meno connesse coi bisogni dell'uomo, resisterono lungamente alle speculazioni de' Sacerdoti *Indiani* e *Caldei*, giacchè la loro teorica, se misurar si voglia dall'erudizione che illustri viaggiatori ne ritrassero, dee giudicarsi ristretta a pochi e facili principj. È fama che *Talete* scuoprisse *esser retto l'angolo nel semicircolo*: *Pitagora*, erudito anch'egli sotto il magistero de' *Bracmani*, *dimostrò incommensurabile la diagonale col lato*

del quadrato, ed il quadrato dell'ipotenusa equivalente a quelli de' cateti: *Enopido* insegnò *a bisecare un angolo*, ed *a condurre la perpendicolare da un punto ad una retta*: *Ippocrate* di *Chio trovò la quadratura delle lunule*, di cui si prevalse per rintracciare una falsa quadratura del circolo: *Eudosso* rinvenne *la teorica delle proporzioni, e la misura della piramide e del cono*. Spetta a *Nicomede* l'invenzione della *concoide*; ad *Aristarco* il teorema, *che bisecando un angolo di un trigono con una retta, i semmenti del lato opposto, stanno come i lati che comprendono l'angolo bisecato* (a): a *Zenodoro* il primo saggio sugl' *isoperimetri*: alla scuola di *Pitagora* la scoperta delle sezioni coniche, loro proprietà e loro usi per la costruzione de' problemi, corrispondenti a quelli che noi diciamo del 3.° e del 4.° grado. La prima geometria elementare magistralmente ordita, è di *Euclide*: di *Archimede* la ragione del diametro alla circonferenza circolare, quella del cilindro alla sfera circoscritta, la misura della parabola, la teorica delle *spirali*, e parecchi teoremi sulle *conoidi*: sono d'*Ipparco* i principali canoni della trigonometria rettilinea e sferica: di *Apollonio Pergeo* alcuni teoremi, e la prima teoria de' *massimi* e *minimi* nelle curve coniche; di *Erone* il meccanico, se non d'altri anche più antico, la formola esprimente la superficie di un trigono per mezzo de' lati.

5. Cinque secoli da Talete ad Apollonio, cento geometri, e tre scuole primarie, di *Crotone*, di *Alessandria*, di *Siracusa*, portarono le scienze esatte a tal grado di eleganza e profondità,

(a) Non ad *Archimede* come il *Vieta* opinò.

che niuno, senza un' adattato insegnamento progressivo avrebbe potuto slanciarsi dalla Geometria d' *Euclide* alla *Spirale* di *Archimede*, nè fare in tale studio alcuna util prova del proprio ingegno: era necessaria una metodica introduzione alla Geometria superiore, che mediante un opportuno corredo di teoretici principj e scelte applicazioni, addestrasse all' astratta contemplazione, e sviluppasse i preziosi germi della forza d' invenzione (δυναμισ ευρετικη), ed a ciò fu da quei sommi maestri provveduto con un corso di Analisi geometrica, composto di trentuno libri, detti *luoghi analitici*, perchè addestravano nell' analisi sopra indicata. *Locus* qui vocatur αναλυόμενοσ, *hoc est resolutus, propria quaedam est materia post communium elementorum constitutionem, iis parata qui in geometricis sibi comparare volunt vim et facultatem inveniendi problemata quae iis proponuntur, atque hujus tantummodo utilitatis gratia inventa est.* (Pappo-Collect. Mathem lib. VII.) Ecco l' ordine ed il titolo de' respettivi libri:

De Datis, lib. I. di *Euclide*.
De Rationis Sectione, lib. II. di *Apollonio Pergèo*.
De Spatii Sectione, lib. II. del suddetto.
Tactionum (ἐπαφων,) lib. II. del suddetto.
Porismatum, lib. III. di *Euclide*.
De Inclinationibus, lib. II. di *Apollonio*.
De Locis Planis, lib. II. del suddetto.
Conicorum, lib. VIII. del suddetto.
De Locis Solidis, lib. V. di *Aristeo*.
Locorum ad Superficiem, lib. II. di *Euclide*.
De Medietatibus, lib. II. di *Eratostene* (a).

(a) Chi desidera una distinta nozione delle precedenti Opere vegga i respettivi articoli: *Euclide*, *Apollonio*, *Aristeo*, *Eratostene*.

6. La natura che avea dati alle scienze nello spazio di due secoli (2.° e 3.° av. l' era volg.) quattro genj di prim' ordine (*Euclide*, *Archimede*, *Ipparco*, *Appollonio*) parve si riposasse, poichè niuno per molti secoli loro successe, che capace fosse o di emularne o d' imitarne il valore. *Claudio Tolomeo* che vivea verso l' anno 140. dell' era volg., fu dotto geometra ed astronomo; raccolse, illustrò, ed alquanto estese, quanto al suo tempo sapeasi nella Geografia e nell' Ottica, e se imbarazzò l' Astronomia con un sistema planetario stravagantissimo, combattendo con frivole ragioni quello della natura, assai in altre guise la promosse con le sue osservazioni celesti, e con l' Opera intitolata *Sintassi Matematica*. È celebre il suo teorema geometrico: *che il rettangolo delle diagonali di un tetragono inscritto, eguaglia la somma de' rettangoli de' lati opposti*.

Dopo un intervallo di circa 240. anni comparve *Diofanto*, che scrisse sull' *Aritmetica Trascendente*, e con belli artifizj soddisfece a varie classi d' ingegnosi problemi, spettanti all' *Analisi Semideterminata*: passò un secolo da *Diofanto* a *Pappo*, abilissimo matematico, il cui maggior merito si è, d' averci conservato un gran numero di metodi e d' importanti notizie nelle sue *Collezioni Matematiche*. Il genio scientifico seguitava intanto a declinare, ed i commenti di *Teone*, di *Proclo*, di *Eutocio*, le *sezioni cilindriche* di *Sereno* e la *Cissoide* di *Diocle*, segnano appena qualche linea ne' voti fasti letterarj de' secoli V. e VI., secoli di decadimento e di languore, ma che divennero invidiabili, allorchè *Amri-Ebnol-as*, generale degli *Arabi*, arse per ordine del Califfo *Omar*, la biblioteca *Se-*

rapeon (*a*) de' *Tolomei*, saccheggiato il Museo d' *Alessandria* (*b*), dispersi e fugati i dotti, minacciò d'estinguere la benefica face dell'umano sapere.

Non prima dell' ottavo secolo la *Saracena* tirannide, già padrona dell' Europa meridionale, si ammansò: le arti liberali e le scienze respirarono, e superate, mercè l' inaspettato favore de' Principi *Arabi* e *Persiani*, le ingiurie de' tempi, poterono preparare i mezzi onde risorgere pure una volta a nuova e più bella vita. Non più *Atene* ed *Alessandria*, non *Siracusa*, non *Perge*, ma *Bildur* e *Bagdad*, *Thus* e *Samarcanda*, porsero asilo alla profuga Filosofia, e rispettabili divennero i barbari nomi di *Abougiafar* e di *Haraum* (VIII. sec.); di *Almamon* ed *Alfragan*, di *Thebit* ed *Albaten* (IX. sec.); di *Arsachel* ed *Alhazen*, di *Geber* e *Mohamed-ben-musa*, di *Geben-ben-aphla*, di *Mahomet* di *Bagdad*, di *Maimon-reschild* (sec. X. ed XI.) e di *Baschara-Acharya* (sec. XII.), alcuni de' quali rianimarono lo studio degli astri, altri quello della trigonometria, cui dierono i *seni* e maggior semplicità per la costruzione delle tavole: altri tradussero importanti opere greche o pubblicarono qualche utile produzione, come *Mohamed-ben-musa* – *Delle Figure e degli Sferici*, *Mahomet* di *Bagdad* – *Sulla Geodesia*, *Alhazen* – *La teoria dell' Ottica*.

(*a*) La prima biblioteca, detta il *Bruchion*, ricca di 400. mila volumi, restò incenerita quando *Giulio Cesare* prese d'assalto *Alessandria*.

(*b*) *Pars etiam Regiarum est Museum, quod deambulationem habet, et maximam domum in qua coenaculum est eorum qui Musei consortes sunt, ac litteris humanioribus studium impendunt. Hoc collegium publice pecunias habet et sacerdotem qui Museo praeest.* (Strabone Lib. 17. p. 921.)

Sono rinomati tra' Persiani *Thabit-bien-corrah*, autore di un trattato delle sezioni coniche, e *Chogiah-nessir-eddin*, che tradusse la Geometria, e dimostrò il V. postulato di *Euclide*.

7. Avendo i sommi geometri *Euclide* ed *Archimede*, toccato senz' avvedersene il confine della scienza trigonometrica, restò ad *Ipparco* la gloria della prima scoperta, che per altro non si estese all'uso delle tangenti, ed alla risoluzione de' trigoni sferici per mezzo degli angoli o de' lati; omissione, cui nè *Tolomeo*, nè tutta la greca scuola, seppe in alcun modo supplire. Gli *Arabi* ed i *Persiani* fecero appena qualche breve passo al di là della teorica già nota, precisamente esposta da *Teone* nel suo Commento sull' *Almagesto* di *Tolomeo*; e gl' *Indiani*, come apparisce dal loro sacro libro *Surya-siddhanta*, diciferato dal Dott. *Dawis*, neppure si sollevarono sino ad *Ipparco*. Sembra in fatti che la loro dottrina trigonometrica si riducesse ad esprimere in minuti (sessages. del grado) il seno di 24. soli archi, cioè di

$3°.45'$, $2(3°.45')$, $3(3°.45')$ . . . . . $24(3°.45')(=90°.)$ per mezzo di certi simboli equivalenti ai due che seguono:

$$\text{sen.}\tfrac{1}{2}a=\sqrt{\left[\frac{r}{2}(1-\cos.a)\right]}$$

$$\text{sen.}(a+b) : \text{sen.}a+\text{sen.}(a+2b) :: \text{sen.}b : \text{sen.}2b,$$

il 2.° de' quali (posto $b=3°.45'$, e dedotto sen.b, sen.$2b$ dal 1.° con farvi $a=30°$., il che dà sen.15.° e poi sen.7.° 30', sen.3.° 45') conduce mediante sen.$(a+b)$ a sen.$(a+2b)$ e così ec. (*a*); ed ognuno facilmente comprende, che una tavola si

(*a*) *Playfair* – *Observations on the trigonometrical tables of the Brahmins* nelle Transaz. Filos. della R. Soc. di Edimburgo.

rozzamente abbozzata, non potea servire di scorta per ottenere alcuna risoluzione trigonometrica. Convenne aspettare oltre la metà del secolo XV. per veder compiuta dal *Muller* la trigonometria rettilinea, e la sferica perfezionata un secolo dopo, mediante i canoni del *Nieper* ed i teoremi del *Vieta*. Gli ornamenti trigonometrici furon l'opera de' moderni, segnatamente dell'*Eulero*, e poi del *Lambre*, del *Cagnoli*, ed altri, fra' quali d'uopo è rammentare il valoroso *Mascheroni*, che ne fece tante e sì belle applicazioni ai problemi per gli Agrimensori.

8. Come i calcoli astronomici aveano suggerita l'idea della trigonometria sferica, così le grandi operazioni *geodetiche* insinuarono quella della trigonometria *sferoidica*, il cui scopo si è di risolvere i trigoni disegnati sulla sferoide terrestre. Il *Clairaut* (Acc. di Parigi 1733-39) fu il primo a rinvenire i mezzi analitici per risolvere un trigono sferoidico ortogonale, avente un vertice nel polo P, ed assegnò tre equazioni, una in termini finiti e le altre differenziali. Supposta la sferoide generata dalla rivoluzione di una ellisse intorno all'asse minore, si concepiscano sulla superficie due punti Q, R, situati in diverso meridiano, ed in essi gli altri due vertici: congiunti questi mediante la linea brevissima, ne nasce un trigono, il cui angolo $\hat{P}$ è la differenza in longitudine de' punti Q, R: PQ e PR sono i complementi delle latitudini de' predetti punti, e gli angoli $\hat{Q}$, $\hat{R}$ diconsi gli *azzimutti*. Le diverse terne assegnabili, attesa la reciproca permutabilità delle latitudini e degli azzimutti, si riducono a dodici, e l'equazioni del *Clairaut* danno la risoluzione corrispondente, giacchè la 1.ª

esprime semplicemente la relazione degli azzimutti alle latitudini, e le altre si trasformano, integrando, in due serie regolari. *Leonardo Euler* (Acc. di Berl. 1753.) segnò alcune tracce per la risoluzione del trigono obbliquangolo: il *Du Sejour* projettò il trigono sferoidico sulla sfera inscritta, ed aggiunse alla teorica già nota qualche grado di precisione, determinando il 3.° termine delle serie, ma senza introdurlo, perchè stimato piccolissimo, nel calcolo; passo importante, riserbato al *Legendre*, che divise la gloria dell'ottenuta formola col. Cav.re *Oriani*, alla cui somma sagacità lasciò il merito di darne la dimostrazione, unitamente ad una completa e diretta soluzione di tutti i casi, costituenti la scienza di cui si tratta; soluzione che può vedersi negli elegantissimi suoi *Elementi di Trigonometria Sferoidica* (Bologna 1806).

9. Il *Danese Biorsen*, profittando del progetto del *Lambert*, disegnò le prime linee della *Tetragonometria*: il *Mayer*, e meglio il *Lexell*, (Acc. di Pietrob. T. XIX. e XX.) promossero tale studio, ma tanto lasciarono a farsi, che anche dopo l'enimmatiche soluzioni del *Mascheroni*, diciferate dal Capitano *Sacchi* e ripetute dall'*Huillier*, e dopo la felice applicazione de' *sistemi correlativi* del *Carnot*, che a fondo conobbe l'utilità della Poligonometria (*a*), restò luogo a parecchie trasformazioni, forse non inutili nè disacconce, in varie occasioni da noi pubblicate, alcune delle quali nella Scienza del Calcolo (T. II.)

(*a*) *Il y a long-temps qu'on a reconnu l'avantage qu'il y aurait à considérer la rélation qui existe entre les distances respectives de quatre points pris dans un même plan* (Mém. sur la rélation entre les distances ec. Paris 1806.)

La risoluzione de' poligoni naturalmente invitò a tentar quella de' *poliedri*, che si concepirono decomposti in tanti *tetraedri*: non si tardò per altro a riconoscere l'estrema difficoltà, cui tal decomposizione va sottoposta, attesa la necessità di connettere in guisa i solidi elementari, che formino una catena continuata, e di procedere alla valutazione di tutti gli elementi che la costituiscono. Per evitare sì grave imbarazzo, il *Carnot* sostituì l'analisi delle relazioni fra le distanze di cinque punti dello spazio, considerati a due per due, e con essa ottenne un'elegante soluzione simbolica del seguente problema generale: *Dati sei degli elementi che concorrono alla formazione di un tetraedro, atti a determinarlo, trovare tutti gli altri*: Nè questa bella indagine perde punto di quella *originalità* ch'è sua propria, qualora mettasi a confronto con le simili produzioni che la precederono, perchè la Memoria dell'*Eulero* (Acc. di *Pietrob.*) e quella del *Gua* (Acc. di *Parigi* 1783.) si estendono soltanto ad alcuni problemi particolari, e l'insigne Memoria del *Lagrangia* (Acc. di *Berlino* 1773.) dipende dal complicato sistema di nove coordinate ausiliari, aventi l'origine nel vertice del tetraedro, coordinate i cui assi or debbonsi trasformare ne' tre spigoli, or nelle perpendicolari pel suddetto vertice condotte alle tre facce, ec., e sembra destinata a mostrare l'inesausta fecondità del genio analitico, mediante una regolare derivazione d'ingegnose formole, esprimenti la superficie od il volume del tetraedro, il raggio ed il centro delle sfere, inscritta e circoscritta, la posizione del centro di gravità ec. mentre si sarebbe piuttosto desiderato di avere alcune formole finali, adattate ai bisogni del calcolo, o almeno l'esplicita espressione sim-

bolica degli elementi, se non per ogni caso particolare, per una, o più classi de' medesimi. Il Prof. *Collalto* ha fatto vedere (Acc. di *Padova*) che il metodo delle coordinate poteasi applicare con elegante semplicità, quasi elementare, alla risoluzione ed alla teorica de' poliedri.

10. La teoria de' poligoni avrebbe dovuto preceder quella delle curve e costituirne l'introduzione, ma siccome l'umano ingegno sempre nei suoi primi tentativi progredisce per vie tortuose e indirette, che si rettificano poi con difficoltà, o tardi si abbandonano per sostituirne altre che semplici sieno e regolari, si è fatto precisamente il contrario di ciò che l'ordine didascalico esigeva: si è seriamente pensato a' poligoni quando la dottrina delle curve era stata, non ordita soltanto e promossa, ma raffinata e quasi ridotta alla sua perfezione. In fatti, dopo il teorema *Tolemaico* relativo al tetragono inscritto, nulla sembra che i secoli posteriori ci offrano d'importante fino al XVI. in cui troviamo due teoremi del *Cardano*, uno di *Giacomo Gregory*, e due di *Vincenzo Viviani*, teoremi de' quali gli ultimi tre possono respettivamente enunciarsi come segue.

I. *La somma delle corde tirate da un punto della circonferenza del circolo circoscritto a' vertici d'ordine pari di un poligono regolare perissogono* (a), *eguaglia quella delle corde tirate come sopra ai vertici d'ordine dispari.*

II. *La somma delle perpendicolari condotte ai lati di un poligono regolare da un punto interno, eguaglia quella degli apotemi.*

III. *In ogni poligono regolare la somma dei raggi è minore della somma delle rette, tirate ai vertici da un punto interno, diverso dal centro.*

(a) Che ha dispari num.° di lati.

Il March. *De l' Hôpital*, che fioriva nel secolo XVII., trovò indirettamente, *che in ogni poligono regolare avente* 2*m lati, la somma dei quadrati delle rette, tirate da un vertice ai successivi di ordine pari, eguaglia la somma dei quadrati di quelle che possono condursi dallo stesso vertice ai successivi d' ordine dispari, e che tal somma è* $=mr^2$; ed il P. *Grandi*, quasi contemporaneo del precedente, assegnò la misura di un trigono sferico.

Nel secolo susseguente avemmo dal *Du Fay* (Acc. di Parigi 1727.) una bella formola esprimente la superficie di un poligono *spirale*, ed una semplice costruzione dello spazio compreso tra 'l perimetro di un poligono regolare e quello del simile poligono inscritto.

Il *Maupertuis*, (Acc. cit. an. 1729.) ottenne la rettificazione e la quadratura de' poligoni *cicloidali* ed *epicicloidali*.

Il Conte *Fagnani* (Op. T. II.) dimostrò: *che la differenza tra la somma de' quadrati delle rette, tirate da un punto dello spazio ai vertici di un poligono rettilineo, piano o difforme, e la somma de' quadrati delle rette, che dal predetto punto vanno alla metà de' lati, equivale al quarto della somma de' lati stessi alzati al quadrato*.

Deesi dal *Cramer* (Acc. di Berl. 1752.) un'astrusa dimostrazione geometrica del seg.

Teor. *Che fra' poligoni costruiti con rette date è massimo l'inscrittibile al circolo*.

Il *Casali* magistralmente si occupò (Istit. di Bologna T. III.) in alcune speciose relazioni, provenienti dal confronto de' poligoni e de' poliedri regolari, con quelli che loro si concepiscono inscritti.

Francesco Zanotti annunziò negli Atti dell' Accademia di *Montpelier* quattro teoremi pregevolissimi, cioè:

Che un poligono ed il circolo inscritto stanno come i loro perimetri:

Che un poliedro e la sfera inscritta stanno come le loro superficie:

Che il circolo ed un poligono inscritto non istanno come i loro perimetri, se il poligono stesso sia circoscrittibile al circolo:

Che la sfera ed un poliedro inscritto non istanno come le loro superficie, se lo stesso poliedro sia circoscrittibile alla sfera.

Spetta al presente secolo la sintetica soluzione data dal *Fuss*, del problema ove cercasi *d' inscrivere al circolo un trigono, i cui lati passino, prolungandoli; per tre punti dati nel piano del circolo*, problema che deluse la sagacità degli antichi geometri; e gli spettano due insigni metodi sintetici, immaginati da *Francesco Malfatti*, e *Giordano da Ottajano*, per cui si risolve il seguente problema difficilissimo: *Inscrivere un poligono nel circolo in guisa, che i lati passino, prolungandoli, per altrettanti punti dati nel piano del circolo*: metodi a' quali fa d' uopo aggiungere le profonde indagini sul precedente argomento ed altri analoghi, esposte dal Geometra *Fergola* negli Atti della R. Accad. di *Napoli*.

Molto restava tuttavia da farsi: vi erano dei materiali, tutti peraltro eterogenei e non adattabili ad uno stesso disegno, e mancava un' architetto che sapesse riformarli e comporne un semplice e regolare edifizio: il *Magistrini* si accinse all' impresa, e nella sua così detta *Poligonometria* (*Bologna* vol. 1. in 8.° an. 1809), malgrado le difficoltà opposte dal Calcolo *Sommatorio*, diede cospicuo saggio del suo ingegno, non tanto nelle scelte applicazioni dell' uniforme suo metodo, quanto nel nuovo tipo simbolico che forma l' introduzione all' analitica teoria de' poligoni. Noi ci siamo proposto in seguito uno scopo assai dissimile, ma proporzionato alla sfera della pubblica istruzione, ed il risultamento delle nostre indagini, non peranche compiute, può vedersi nel saggio che succede al presente (*a*).

11. La teoria de' *massimi* e *minimi* spettanti alla Geometria elementare, teoria necessaria pel compimento di quella de' poligoni, sgomentò per quanto sembra, l' alto valore degli antichi maestri, cui solo riuscì di rinvenire quattro teoremi relativi ai poligoni, ed una sospetta dimostrazione di quest' altro: *la sfera è tra' solidi isoperimetri un massimo* (Vegga *Zenodoro* e *Pappo*); nè la scoperta di quest' ardua provincia è stata pei moderni facile acquisto. Un problema di questa natura, sino alla metà del secolo XVII. proponeasi per disfida, e il *Torricelli* e 'l *Viviani* furono, con decoro dell' *Italia*, in tal guisa provocati dal *Fermat*. L' ingegnosissimo metodo sintetico, immaginato dal *Cramer* per la dimostrazione del suo teorema sopra indicato, parve diretto a richiamare i Geometri al temuto argomento, ma nel silenzio universale altri non si destò che il P. *Onorato Fabbri* Gesuita, e dopo la centuria de' suoi problemi, spesso infelicemente risciolti, mancava tuttavia la desiderata teoria

(*a*) Sappiamo dal Cav. *Lambre* (Ist. di Franc. 1812.) ch' esiste una bella Memoria di *Cauchy sui poligoni, ed i poliedri*, e ci rincresce che le ricerche da noi fatte per averla sieno state sino a quest' oggi, per trascuratezza de' libraj, del tutto inutili.

geometrica elementare, quando il D.r *Tommasini* pubblicò nel 1774. il suo *Specimen de max. et min.* etc. libro eccellente, che farebbe onore a qualunque più illustre Geometra (*a*).

12. Se prescindasi da un ristretto numero di teoremi su i piani e su i volumi di alcuni poliedri, e di pochi solidi rotondi e regolari, nulla s' incontra nella così detta Geometria elementare, che oltrepassi la doppia dimensione, quantunque ognuno de' problemi relativi alle linee rette ed a' circoli, abbia nello spazio il simile, sovente più difficile ed importante: tali sono:

Descrivere una superficie sferica che passi per quattro punti dati:

Inscrivere e circoscrivere la sfera ad un tetraedro dato: i consimili de' quali sono, com' è noto:

Descrivere per tre dati punti un circolo: Ad un trigono dato inscrivere e circonscrivere un circolo:

Questo insigne ramo geometrico, intiera e recente opera de' moderni, debbe la sua origine ai raffinati bisogni delle arti *di costruzione* e della *prospettiva*, le quali richieggono in doppia dimensione il disegno di ciò che ne ha tre; operazione di nuova idea, per cui fu d' uopo escogitare un idoneo ripiego, che si trovò nel metodo delle *projezioni*, il quale insegna a trasformare in tal guisa i dati, che basti operare successivamente su quelli che sono in un piano, per combinar poi con facile passaggio dall' uno all' altro, i dati stessi fra loro.

La materiale applicazione del predetto metodo costituisce la *Geometria Descrittiva*, il cui scopo si è *di rappresentare con precisione su di un*

(*a*) Veggasi *Tommasini*.

piano gli oggetti definiti e dati nello spazio, *onde si possa dall' ispezione del disegno raccogliere senza equivoco la forma ed il sito degli oggetti rappresentati*, ed ognun vede ch' ella è di sua natura destinata al servigio delle *arti di costruzione*, della *prospettiva* e della teoria *delle ombre* (*a*): l' attitudine della medesima si estende però notabilmente anche alla *Geometria nello spazio*, altrimenti detta *Geometria di Sito*, la quale ne dipende come l' Aritmetica dalle cifre e l' Algebra dal calcolo letterale. Ordinariamente l' una e l' altra geometria si combinano insieme, perchè la seconda ha necessità della prima, e questa non saprebbe dilucidare i suoi metodi grafici, senza qualche ricercata applicazione a diversi problemi propri di quella.

La Geometria di sito contempla gli accidenti relativi alle rette ed ai piani, dati o da condursi per uno o due punti: insegna a costruire un punto mediante le sue distanze da tre punti, rette o piani; un piano che passi per tre punti dati, o che debba toccare un cilindro, un cono, una sfera, od una superficie di rivoluzione, nota di sito; costruisce altresì l' intersezione di due date superficie piane o curve, e l' angloide triedro di cui si abbiano tre elementi; disegna lo sviluppamento delle superficie *sviluppabili*; tratta la teorica delle *difformi*, del *cono-cuneo*, dell' *epicicloide sferica ec.* L' applicazione alla prospettiva ec. n' è il compimento.

La *Geometria Descrittiva* del *Monge* (or corredata di un bel supplemento del Professore *Hachette*) divide forse con quella del *Lacroix*, il difficile onore della prima invenzione, onore che mai non verrà oscurato da qualunque siasi produzione di tal genere, sia pur essa elegante ed erudita, come la *Geometria di Sito* del Prof.r *Flauti*, (*Napoli* 1815.) o come quella, assai più ricercata e ricca di belle novità, del Prof. *Tramontini* (*Delle Projezioni grafiche e loro applicazioni*. T. 2. *Modena* 1811.) che qualche macchia scoprì nel libro del prelodato *Monge*.

La nitidissima e recente *Geometria Descrittiva* del *Lavallée*, quando riceva il suo compimento con le applicazioni promesse nel 2.° volume, confermerà la riputazione dell' Autore.

13. Il progresso degli antichi negli studj che dipendono dal calcolo e dalla Geometria, è stato e sarà costante oggetto di ammirazione, non per l' estensione de' ritrovamenti a cui giunsero, ma per le ardue difficoltà, che, attesa l' imperfezione e la ristrettezza de' loro mezzi, dovettero superare. Molto per tal motivo si apprezzano le indagini dell' Ab. *Maurolico* sulle curve coniche, moltissimo quelle di *Luca Valerio* sulla determinazione del centro di gravità de' solidi, nè senza un giusto tributo di lode lasciansi le dotte produzioni del *Ghetaldi*. Era già scorsa una parte del secolo XVII., e niuno avea saputo provvedere di più fecondi metodi la ritrosa scienza geometrica, quando il P. *Cavalieri* con la sua *Geometria degl' Indivisibili* (an. 1635.) additò una strada molto agevole e non men sicura, e per essa inoltratosi felicemente, scuoprì vasto ed inaspettato campo, determinando la superficie, il volume, ed il centro di gravità di un gran numero di solidi, generati mediante la rivoluzione di un arco o di una figura curvilinea, in-

(*a*) Veggasi la *Teoria dell' Ombre* del Profess. *Bordoni*.

torno ad un dato asse: sciolse quasi per gioco i problemi stereometrici del *Keplero*, e con la luce de' suoi novi principj, mirabilmente combinati nella Prop. 24. del lib. 2.°, mise i posteri sulla traccia della mal contrastata analisi Differenziale. Nè il valore degl' Italiani a sì bel volo ristette. Sorse il *Torricelli*, emulato in seguito da *Stefano degli Angeli*, e con recondite applicazioni, molto dal *Wallis* e dal *Viviani* applaudite, promosse ed illustrò la dottrina degl' *indivisibili*: sorse il Cardinal *Ricci*, e con la sua *Esercitazione Geometrica*, riprodotta in *Londra*, avanzò la scienza notabilmente: sorse il *Viviani*, e ricompensò la perdita de' *Luoghi solidi di Aristeo*, e del V. Libro di *Apollonio* sulle sezioni coniche. Il P. *Grandi*, cui sì degnamente successe il *Perelli*, si segnalò con due *Dimostrazioni Geometriche*, una de' teoremi dell' *Huyguens*, l' altra (che *Gio. Bernoulli* chiamò *singolar produzione*) de' problemi del *Viviani*. Così l' eccitamento si diffuse oltre l' alpe ed oltre mare: il P. *Tacquet* pubblicò nelle *Fiandre* i *Cilindrici e gli Annulari*: il *Cartesio* (ann. 1637.) diede bella forma simbolica e nuova attitudine alla dottrina delle curve, insegnò a costruir quelle di doppia curvatura, e propose due ingegnosi metodi per condurre la tangente delle curve geometriche: *Pascal* perfezionò la geometrica teoria della cicloide, determinando l' aja ed il centro di gravità di un suo semmento, il volume totale o parziale, da esso descritto intorno all' ordinata od all' ascissa, il centro di gravità di tal volume ec. L' *Huyghens* immaginò la teorica delle *sviluppate* e ne trasse importanti applicazioni, ed il *Parent* posteriormente annunziò due teoremi di sommo pregio. (Vegga *Parent*).

Mentre il *Barrow* (contemporaneo del *Pascal* e dell' *Huyguens*), dettava nell' università di *Cambridge* le insigni sue *Lezioni Geometriche*, *Newton* meditava il suo Saggio sulla generale teoria delle curve, saggio diciferato dallo *Stirling*, esteso dal *Maclaurin*: e l' *Halley*, emulato poscia in simile carriera da *Roberto Simpson* e dall' *Horsley*, restituiva il libro di *Apollonio De Sectione Rationis*.

La sfera della Geometria trascendente molto in seguito si dilatò per opera del *Nicole* (Acc. di Parigi 1729), del *Cramer* (Introd. à l'Anal. des lign. cour.), del *Clairaut* (Traité des cour. à doub. courb.), del *Waring* (Tratt. delle propr. delle cur. alg.); di *Jacopo Ermann*, cui si dee l' *epicicloide sferica* e l' espressione del raggio osculatore delle curve *polari*; e soprattutto per opera dell' *Eulero*, che in nuova guisa ed ampiamente trattò algebricamente delle linee non meno che delle superficie curve, nel 2.° tomo della sua *Introd. in Anal. Infin. Parv.* Molto rimanea da farsi per la quadratura delle volte e delle lunule, e *Giordano Riccati* se ne occupò (Soc. Ital. T. V.): la geometria del compasso era tuttavia nascente, ed aspettava il sovrano ingegno del *Mascheroni*: abbisognava una magistrale dottrina delle *osculazioni* ed il *Lagrangia* la diè nella *Teoria delle Funzioni Analitiche*. Il *Monge* produsse quella delle curve *abbraccianti*, delle *caratteristiche*, e degli *spigoli di regresso*; promosse la dottrina delle curve di doppia curvatura: diè l' analisi delle superficie curve, le cui normali toccano una sfera, od una data superficie sviluppabile; come pur di quelle che abbracciano lo spazio percorso da una sfera di raggio variabile, il cui centro scorra su di una curva di doppia curvatura ec. *Gregorio Fontana* aggiunse un bel trattato della *spirale iperbolica*, ottenne la quadratura totale e parziale della *concoide*, investigò l'indole della *sfogliata*, e scuoprì l'equivoco sfuggito nella formola, con cui soleasi esprimere il volume infinitamente lungo, generato dalla rivoluzione dell'iperbola *equilatera* intorno all'assintoto: *Pietro Ferroni* dimostrò con la Geometria questo bellissimo teorema: *Che traforando una sfera con due cilindri retti di base circolare, i diametri delle cui basi sieno i raggi componenti un diametro, resta un volume* $=\frac{2}{9}$ *del cubo circoscritto* (Soc. Ital. T. X.) e scrisse un bel Trattato de' solidi *Cocleari*. Il *Cossali* rintracciò il metodo da cui discende l'esimia regola proposta dal Cav. *Oriani*, per la misura di una botte *ellittico-circolare* od *ellittico-ellittica*, i cui fondi sieno eguali o diseguali, e le cui parti, anteriore e posteriore, sieno simili o dissimili (Soc. Ital. T. XVIII.) Restavano da discutersi le circostanze delle curve parallele, ed a ciò provvidero il *Lotteri*, il *Cagnazzi*, il *Kœnig*, e poi il *Bordoni* (Soc. Ital. T. XVI.): mancava una sicura e completa classificazione delle curve, ed il Cav. *Ruffini* con profondissima analisi la sviluppò (Soc. Ital. T. XVIII.): desideravasi una generale teorica delle curve del 1.° ordine, la quale scendesse da semplici e diretti principj analitici, e l'autore della *Scienza del Calcolo* (T. III. p. 3 — 17.) ne tentò con premura il disegno: mentre il *Lancret* col suo trattato delle *sviluppoidi* (*a*) aggiungea nuova estensione alla Geometria analitica, il *Monge*, il *Livet*, il *Brianchon*, ed il *Biot* si occupavano delle superficie del 2.° ordine. Il primo, nella sua *Applicat. de l'Alg. à la Géom.* provò 1.° *che le sezioni fatte con piani paralleli sono curve simili, aventi gli assi respettivamente paralleli tra loro ed il centro sopra uno stesso diametro della superficie*: 2.° *che l'iperboloide di una sola falda può esser generato da una retta in due maniere*: 3.° *che ogni superficie del 2.° grado può esser generata in due maniere da un circolo di raggio variabile, il cui centro scorra lungo un diametro della superficie, ed il cui piano resti parallelo a se stesso*. Evvi una nota de' Geom. *Poisson* ed *Hachette*, dove con lungo e laborioso calcolo si dimostra, *che fra gl' infiniti sistemi de' diametri coniugati ve n' è uno rettangolare*.

(*a*) Se per tutti i punti di una curva semplice si tirano nel suo piano altrettante rette che la taglino sotto lo stesso angolo, queste s'incontrano successivamente e sono tangenti della *sviluppoide*.

I principali punti che adornano la complicata Memoria del *Livet* si distinguono in due classi: la 1.ª comprende le proprietà relative ai diametri *coniugati* e sono:

1.° Che il parallelepipedo fatto con due diametri coniugati ed un asse, equivale a quello che risulta dal 3.° diametro moltiplicato pel prodotto degli altri due assi:

2.° Che i parallelepipedi, uno fatto con gli assi, l'altro coi diametri coniugati, sono eguali tra loro:

3.° Che il quadrato della perpendicolare, condotta dall'estremo di un diametro sul piano degli altri due, eguaglia la somma de' quadrati delle perpendicolari, che da un' estremo de' tre assi possono tirarsi sullo stesso piano;

4.° Che la somma de' quadrati degli assi equivale a quella de' diametri coniugati.

La 2.ª classe spetta alle circostanze del contatto fra le superficie coniche e quelle del 2.° ordine:

Ritrovata in altra guisa la proposizione già veduta dal *Monge*, *che la curva del contatto è piana*, egli stabilisce:

5.° Che quando il vertice del cono scorre sopra una retta tirata per l'origine, la curva di contatto si muove parallelamente a se stessa:

6.° Che se il vertice percorre un piano orizzontale parallelo ad xy e da esso distante dalla quantità c, il piano di contatto taglia l'asse della z nello stesso punto, e ad una distanza dall'origine $=\frac{1}{cC^2}$; valore indipendente dai coefficienti A, B della ridotta

$$A^2x^2+B^2y^2+C^2z^2=1$$

esprimente la superficie proposta.

Posto che il vertice si muova 1.° sopra una curva di doppia curvatura; 2.° per una superficie curva, egli comprende in un sistema di quattro equazioni la superficie sviluppabile, luogo delle consecutive intersezioni del piano di contatto, nel 1.° caso, e ne deduce:

7.° Che se il vertice si muove in linea retta, i piani di contatto passano tutti per una retta, di cui dà l'equazione;

8.° Che passano per uno stesso punto se il vertice scorre sopra una superficie piana (*a*).

Dalla generale teoria del 2.° caso risulta che il piano di contatto va successivamente applicandosi sopra una superficie, la cui natura è com-

(*a*) Questa e la prec. prop. erano state geometricamente ottenute dal Monge (Géo. Descr. §. 40.)

presa in un sistema di quattro equazioni. Scendendo ai casi particolari egli ottiene:

9.° Che quando la superficie che dirige il vertice è del 2.° grado, il piano di contatto si muove toccando una superficie dell'ordine stesso: ch'ella è ellissoidale se tal sia la direttrice e l'inviluppata: è concentrica alle due precedenti se la 1.ª sia tale alla 2.ª

Posta la situazione degli assi a, b, c della inviluppata ellissoidale, parallela a quella de' respettivi assi a', b', c' della direttrice, trova

10.° Che i corrispondenti assi a'', b'', c'' della ellissoide, toccata successivamente dal piano di contatto, sono

$$a''=\frac{a^2}{a'},\ b''=\frac{b^2}{b'},\ c''=\frac{c^2}{c'}\ .$$

Fra le proposizioni dimostrate da *Brianchon* si debbon notare le seguenti:

I. Tirata pel vertice P del cono circoscritto una trasversale che incontri la superficie del 2.° ordine in A, A' ed il piano di contatto in O, sta $PA:PA'::OA:OA'$:

II. Quando la superficie che dirige il moto del vertice può esser generata da una retta, la stessa proprietà compete alla superficie, che il piano di contatto va toccando nelle successive sue posizioni:

III. Scorrendo il vertice sopra una superficie curva, il piano di contatto si muove rotolando sopra una curva di doppia curvatura.

Questa proposizione semplicemente affermata, vien dimostrata falsa dal *Livet*.

IV. Dimostra la 1.ª parte della propozione 9.ª del *Livet*.

La teoria delle superficie curve parallele dees al *Bordoni* (Soc. Ital. T. XVI.). Il *Biot* non ha ces sato di riprodurre il suo *Traité Analyt. ec.*, e l'ultima edizione è la 5.ª dell'anno 1813., ma dal simile trattato, posteriormente dato alla luce dall'*Hachette*, argomentiamo che le circostanze non gli abbiano permesso di promuoverne l'avanzamento con quella forza che suol dispiegare nelle sue ottime produzioni. Quello dell'*Hachette* è fregiato di nuovi ornamenti con industria raccolti, e per divenire un eccellente libro non aspetta che il raffinamento di alcuni metodi, e la giunta di parecchie indagini posteriori, pubblicate in Italia.

Il Geometra *Petit* ha dimostrati con molta semplicità i noti teoremi spettanti ai diametri coniugati ed agli assi dell'ellisse e dell'iperbola, come pure delle superficie del 2.° ordine dotate di centro: e sulle tracce del suo metodo si è aperta strada a tre nuovi teoremi cioè: 1.° *Che la somma de' quadrati delle projezioni di due diametri conjugati di un' ellisse o di un' iperbola, sopra una retta tirata pel centro, è costante: 2.° che vale lo stesso per li diametri conjugati di una superficie del 2.° ordine, dotata di centro: 3.° che la somma de' quadrati delle facce del parallelepipedo costruito coi diametri conjugati di dette superficie, è costante.*

I citati Autori *Petit* ed *Hachette* avrebbero potuto dedurre il 2.° come un corollario del 1.°

Nell'Opuscolo di *Gaetano Giorgini*, (*Teoria delle Superficie di 2. ord.* Lucca 1817.) troviamo esposte con diverso metodo, per ordinario assai più pronto, varie proposizioni del *Monge*, la 2.ª, 4.ª, 7.ª, 8.ª, 9.ª, del *Livet*, il teorema I. del *Brianchon*, ec. e vi ravvisiamo altresì una più ampia teorica sugli assintoti e su i piani assintotici, sulle superficie coniche inscritte e circoscritte, e sulle intersezioni di due superficie del 2.° ordine. La soluzione del seguente problema:

Data un' equazione del 2.° grado a tre variabili, determinare la natura della superficie da essa rappresentata, vi è direttamente dedotta dai più semplici principj, senza implicarsi con tutto il formolario relativo ai piani tangenziali ed ai vertici, come nel libro dell'*Hachette*.

Senza rammentare il nostro Trattato sulle superficie di cui sopra (Scien. del Calc. T. III.) noi con premura invitiamo il lettore allo studio dei così detti *Developpents de Géometrie*, ove il valoroso *Dupin* si è dimostrato degno di succedere al *Monge*, e ci facciamo un dovere di citare con istima la Memoria *Sulle Trascendenti Ellittiche di Giorgio Bidone* (Acc. di Tor. 1720.); le belle soluzioni de' problemi su i *contatti* del *Fergola*, del *Flauti* e del *Sangro* (Acc. di Nap. T. I.) e l'Opuscolo di *Francesco Tucci*, ove varj problemi sulle curve coniche e loro solidi di rivoluzione, si veggono sciolti col chiaro lume dell'analisi geometrica.

Con tali ed altri incrementi, fra quali è da notarsi la Memoria di *Maurizio Brighenti sulle sezioni piane delle superficie* del 2.° ordine, e la teorica delle *projezioni* di *Gaetano Giorgini*, ove un sistema di facili artifizj conduce dai più semplici ai più ricercati oggetti, sì geometrici che meccanici, la scienza geometrica è divenuta di prim' ordine nella serie di quelle che più onorano l'umano ingegno, e costituirà un immortale monumento di gloria pel secolo trascorso, cui, quello ch' or gli succede con incerti auspicj, potrà difficilmente emulare. (*a*)

(*a*) A suo luogo dell' *ipocicloide Bernoulliana*, della *ciclocilindrica* del *Roberval*, del *timpano* del *Cavalieri*, degli anelli *cocleari* del *Torricelli*, de' principali teor. sulle projezioni ec. ec.

Algebra.

14. Chiunque consideri l'imperfezione del sistema caratteristico adottato da' Greci ne' computi aritmetici, e rifletta che ciascuna lettera ebbe presso di loro un determinato valore, dee veder con ammirazione, che l'algoritmo numerico abbia fatti nella *Grecia* distinti progressi, e questi non disgiunti dalle prime nozioni del calcolo letterale. Niuno in fatti avrebbe mai opinato che la complicazione del sistema potesse con tanta industria e costanza eludersi o superarsi, e molto meno che un Geometra, inteso ad ammaestrare chi avea dall'infanzia sempre connessa un'idea numerica ad ogni lettera individuale, potesse indursi giammai ad introdurre nelle sue argomentazioni le lettere stesse, come simboli di un generico significato. Eppure, sin dal tempo di *Aristotile* (350. an. av. l'e. v.) noi vediamo fortunatamente invalso l'indicato stile, e nelle opere di *Euclide*, posteriore di circa 70. anni, lo troviamo ampiamente confermato ed esteso. *Si* α *est quod movet* (così Aristot. *Natur. Auscult. lib.* 7. *cap.* 6.) β *quod movetur*, γ *longitudo per quam motum est*, δ *tempus quo movetur*, *sane aequali tempore* δ, *aequalis vis* α *dimidium ipsius* β *movebit per longitudinem duplo majorem quam* γ.

Diofanto, che fioriva verso l'anno 365 dell'e. v., espresse le incognite con le ultime lettere dell'alfabeto, insegnò a soddisfare con particolari artifizj a molte classi di equazioni, ove una o più funzioni di elementi dati ed incogniti, debbon formare una stessa potenza assegnata; e probabilmente conobbe il metodo per risolvere l'equazioni numeriche del 2.° grado, già costruite dal

Geometra Alessandrino (a). Il più importante passo verso il Calcolo Algebrico era già fatto, ma calamitose circostanze impedirono ogni ulteriore progresso fino al secolo X. ed oltre, tempo in cui gli *Arabi* e gl'*Indiani* coltivarono con premura l'algebra numerica, che si vide in varie guise illustrata nelle produzioni di *Mohamed-ben-musa* e di *Baschara-acharya*. Era già presso al suo termine il secolo XII, quando *Leonardo Fibonacci Pisano*, ammaestrato nelle scuole della *Grecia* e dell'*Africa*, portò in Italia la luce del calcolo e della geometria, e nel suo *Trattato dell'Abbaco*, composto, come apparisce da un codice della biblioteca *Magliabechiana*, sino dal 1202, diede nuove applicazioni del calcolo simbolico, risolvendo per mezzo di lettere e linee molte quistioni astratte, commerciali e geometriche, segnatamente nell'appendice che ha per titolo – *De solutione quarumdam quaestionum, secundum modum Algebrae et Almuchabala* – appendice *che contiene i primi germi del calcolo analitico, e forse ha somministrati i materiali per formare il grande edifizio che riserbavasi all'età nostra* (b).

Lo studio algebrico, ravvivato dal P. *Paccioli* sul fine del secolo XV., ricevve notabile incremento verso la metà del susseguente secolo, per opera del *Tartaglia*, del *Cardano* e del *Ferrari*. Il primo insegnò a risolvere la generale equazione cubica, l'altro la corredò di pregevoli illustrazioni, e l'ultimo diede un metodo per

(a) Euclide primo luminare della Scuola d'*Alessandria*, che altri disse nativo di tal città, altri di *Tiro*, certamente non di *Megara*, patria di *Euclide* il Dialettico.

(b) Memorie Stor. di più uomini illustri Pisani T. I. pag. 198. (Pisa 1790.)

risolvere qualsivoglia equazione del 4.° grado. Successe 30. anni dopo il *Bombelli*, e dimostrò che le parti della formola *Cardanica*, quando sono immaginarie, compongono una somma reale, e propose il così detto metodo *Cartesiano*, per decomporre qualunque equazione del 4.° grado in due del 2.°. Nello stesso tempo l'Ab. *Maurolico* non cessava di promuovere il calcolo letterale ne' suoi Opuscoli Matematici ed invitava l'illustre Geometra di *Fontenai*, *Francesco Viete*, a compierne le speciose forme, rendendo generico il concetto dell'equazioni e delle formole, con la sostituzione delle lettere ai coefficienti numerici, e sottoponendo l'equazioni stesse a regolari trasformazioni necessarie all'analisi. *Gio. Nepero* inventò i *logaritmi*: l'*Hariot* scoprì come i coefficienti di un' equazione sieno composti delle risolventi; dimostrò decomponibile ogni equazione in fattori di 1.° grado, e da ciò ne trasse che un' equazione può verificarsi mediante l'evanescenza di uno de' suoi fattori: il *Briggs* costruì con immenso calcolo le tavole de' logaritmi *volgari*: il *Cartesio* immaginò gli esponenti, e liberò gli Algebristi dal molesto uso di particolari segni ond' esprimere le diverse potenze, e diede per induzione una regola, con cui riconoscere il segno delle risolventi positive di un' equazione che le abbia tutte reali, circostanza che talvolta si verifica, come per esempio quando si vuol determinare quale delle tre superficie del 2.° ordine, dotate di centro, è espressa da una data equazione di 2.° grado a tre indeterminate. Gli si attribuisce anche il metodo de' *coefficienti indeterminati*.

I primi elementi della scienza delle probabilità furono rintracciati dal *Fermat* e dal *Pascal*. *Come si dee spartire la scommessa fra due o*

più giocatori di eguale abilità, qualora essi vogliano lasciar la partita prima che alcuno abbia fatto il numero de' punti necessario alla vincita? È il principale fra i problemi da essi contemplati, ma il *Pascal* si limitò all' ipotesi di due giocatori; il *Fermat* rinvenne altresì per induzione, molti teoremi assai speciosi, spettanti alla teoria de' numeri; teoremi, uno de' quali si è trovato falso, cioè *che* $2^{2^m}+1$ *sia num.° primo*, giacchè $2^{2^5}+1=641\times6700617$; un altro è stato modificato e dimostrato dal *Cauchy* (Istit. di Fran. 1815.) che lo ha ridotto ne' seg. termini: *Ogni num.° intiero equivale alla somma s di quattro pentagoni o ad s+1; alla somma s' di quattro esagoni o ad s'+1, ovv. s'+2; e così ec.* (a) Un terzo resta tuttavia incerto, cioè: *che al di sopra del 2.° grado non siavi potenza divisibile in due del grado stesso*.

Deesi al *Brounker* la prima idea delle frazioni continue; allo *Sluze* la costruzione delle risolventi di un' equazione cubica per mezzo delle reciproche intersezioni di due curve coniche: al *Mouton* la scoperta di alcune proprietà de' numeri ed un bel metodo d' *interpolazione*: all' *Huyghens* una più ampia discussione sulla teoria de' giuochi (*De ratiociniis in ludo aleae*), ma il suo libro fu oscurato dall' *Arte di congetturare* di *Giacomo Bernoulli*, arte fondata sulla dottrina

(a) Il *Fermat* disse, *duobus, tribus, quatuor aut quinque pentagonis, compositum, et sic deinceps in infinitum, in hexagonis, heptagonis* ec. (Note all' Op. di Diofanto pag. 180.) Egli (luo. cit.) promise *ultra veteres et notos terminos mirum in modum promovere Arithmeticen*, ma gli eredi cercarono invano la *mirabile* produzione.

delle combinazioni e delle serie, ed applicata a molte questioni di notabile difficoltà.

Gio. Wallis, contemporaneo e posteriore al *Fermat* ed all' *Huyghens*, estese per analogia il significato del simbolo $\frac{a^m}{a^n}$ quando $n<m$, ai casi in cui $n =$ ov. $>m$; ed estese altresì le operazioni espresse per $a^m . a^n = a^{m+n}$, $a^{\frac{mn}{n}} = a^m = \sqrt[n]{a^{mn}}$, alle formole $a^{\frac{m}{n}} . a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$, $a^{\frac{mp}{n}} = \sqrt[n]{a^{mp}}$, nell'ipotesi che m e p sieno indivisibili per n e q nel 1.° caso, per n nel 2.° Sulla stessa traccia dell' induzione fu scoperta dal *Newton* la formola del *binomio*, già traveduta dal *Viete*. Egli trovò in seguito la somma delle potenze m$^{\text{me}}$ delle risolventi di un' equazione algebrica, un metodo pel *regresso*, un altro per l' *interpolazione* delle serie, ed uno per la *eliminazione* delle incognite dall' equazione di cui sopra: Sappiamo da lui che gli sono altresì dovute le serie, esprimenti l' arco per le potenze del seno e vicev. Il *Montmort* illustrò ed estese la teoria de' giuochi d'azzardo; Il *Moivre* corredò di nuove formole il calcolo trigonometrico, e di nuovi metodi la scienza delle probabilità. Partendo da un teorema di *Giacomo Bernoulli* sulla probabilità de' risultamenti, determinati mediante un ampio numero d'osservazioni, cioè *che la ragione degli avvenimenti che debbon succedere, successivamente accostasi a quella delle loro possibilità respettive*, il *Moivre* assegna un' elegante formola, esprimente la probabilità che la differenza delle predette ragioni cada fra due limiti dati. La sua dottrina

de' vitalizj è una combinazione di varie ipotesi ed ingegnosi pensamenti, che insieme notabilmente si disviano dal prefisso scopo. *Daniele Bernoulli* distinse le speranze *matematica* e *morale*, ed insegnò la maniera di sottoporre la seconda al magistero dell' analisi: l' inoculazione del vajuolo fa parte de' suoi calcoli. Intanto *Gio. Bernoulli* otteneva (Atti di Lipsia 1701.) l'espressione di sen. ma e cos. ma, mediante una serie omogenea, ordinata secondo i prodotti delle potenze di sen. a e cos. a, ed esprimeva un arco circolare per logaritmi immaginarj (Acc. di Parigi 1702.) Poco dopo, *Nicolao* suo nipote, aggiunse nuovi gradi di perfezione alla teoria de' giuochi d' azzardo. *Gabriele Manfredi*, ornamento e decoro della Italiana Geometria, dimostrò che un' equazione del 4.° grado, la quale abbia tutte le risolventi immaginarie, equivale al prodotto di due razionali fattori del 2.°; insegnò ad eliminare da un' equazione gli archi circolari, mostrò come si ottengano l' equazioni reciproche dell' equazioni irrazionali (Comm. di Bol. T. III.) e propose un ingegnoso metodo per soddisfare ad una classe di *massimi* o *minimi*, dove il richiesto *massimo* o *minimo* è dato e costante.

La riduttibilità d' ogni quantità immaginaria alla forma $A \pm B\sqrt{-1}$ fu scoperta dal *D' Alembert* (Acc. di Berl. 1746) ed a lui altresì appartiene un eccellente metodo per la eliminazione delle incognite dall' equazioni algebriche: *Daviet De Foncenex* scrisse con una profondità non sua, sulla teorica delle quantità immaginarie (Melang. de l'Acad. de Turin 1759.)

Lungo sarebbe il descrivere gli algebrici ritrovamenti dell' *Eulero*: a noi basta di accennarne una notabil parte.

Fra i teoremi numerici dimostrò i seguenti:

Se un n.° intiero q è indivisibile per un n.° primo p, è per p divisibile il n.° $q^{p-1}-1$ (*Fermat*)

Se $1 . 2 . 3 \ldots . (p-1)+1$ *è divisibile per p, tal divisore dev' essere un n.° primo* (*Wilson*).

Diede la teorica de' divisori del binomio $a^n \pm b^n$, ed un metodo per lo spartimento de' numeri: additò l' uso de' fattori irrazionali e degl' immaginarj nella soluzione dell' equazioni a due incognite: sciolse l' equazione $ax-by=\pm 1$ e quelle del 2.° grado, con un metodo che suppone una soluzione già nota: scoprì varj teoremi relativi ai residui di una potenza, divisa per un numero primo, e ne dimostrò parecchi tra quelli che diconsi negativi, per es.° che *la somma e la differenza di due cubi non è un cubo:* provò che *un numero primo* $4n+1$, *in una sola maniera si decompone in due quadrati:* che *un numero primo* $3n+1$ *in una maniera si riduce ad un quadrato più un triplo quadrato:* sciolse con begli artifizj alcune classi di equazioni a due incognite, de' gradi 3.° e 4.°: decise la questione su i logaritmi de' numeri negativi: propose due profondi metodi per la eliminazione di un' incognita fra due equazioni algebriche: assegnò la somma di molte serie, segnatamente di quelle ch' equivalgono all' ordinato prodotto di due serie date: immaginò e discusse le serie *ipergeometriche*, di quelle cioè, i cui termini successivamente acquistano un determinato e costante numero di fattori: sparse di nuovo lume l' interpolazione, e fece vedere come si trasformi in serie il prodotto di più fattori, qualunque ne sia il numero, anche indefinito.

La scienza algebrica ripete dal *Vandermonde* una bella teoria delle funzioni *simmetriche*, formate con la moltiplicazione di fattori equidifferenti, ed una nuova indagine sulle quantità irrazionali di diversi ordini: dal *Bezout* un ingegnoso metodo per la eliminazione: Le Memorie del *Lorgna* sulle serie e le *Meditazioni analitiche* del *Waring* sono sparse di utili novità. Molto è altresì pregevole la Mem.ª di *Greg.° Fontana* (Soc. Ital. T. I.) su i logaritmi de' numeri negativi e sulla riduzione di $(a \pm b\sqrt{-1})^{p+q\sqrt{-1}}$ alla nota forma $A \pm B\sqrt{-1}$; nè può trapassarsi senza lode la dimostrazione del teorema del *D' Alembert* sulla forma delle quantità immaginarie, in nuova guisa felicemente esposta dal Cav.r *Canterzani* (Soc. Ital. T. I.) (*a*)

Il P. *Cossali* trattò coll' Algebra la teoria del baratto mercantile (Soc. Ital. T. XVI.) abbozzata già dal *Tartaglia* e dal *Paccioli*: il Cavalier *Ruffini* propose un metodo generale per l' estrazione delle alte radici dai grandissimi numeri (Soc. Ital. T. cit.): dimostrò l' insolubilità algebrica dell' equazioni generali, di un grado superiore al 4.° (Teoria dell' Equaz. Modena): assegnò i criterj per distinguere l' equazioni deprimibili, insegnò a trovare l' equazione depressa, ed a dedurre dalle risolventi della medesima quelle della proposta (Soc. Ital. T. IX): diede un metodo generale per la risoluzione di qualsivoglia equazione numerica (Mem. premiata dalla Soc. sudd.): rinvenne con sottile anali-

(*a*) Un solo punto ci sembra che abbisogni di rettificazione, ed è quello che dipende da un' ipotesi (da niuno contraddetta) *che varj per gradi minimi la somma de' termini di un' equazione, mentre per minimi gradi si aumenti o decresca il valore sostituito per x*, ipotesi che noi trovammo insussistente (Scien. del Calc. T. III. p. 202.)

si molte generali proprietà delle serie, in cui si sviluppano i valori d'y, dipendenti da un' equazione in x, y (Soc. Ital. T. XVIII.); memorie vaste, profondissime, che rammentano la forza del *Newton* e di *Archimede*. Il *Bret* e il *Poisson* sparsero di nuova luce la eliminazione delle incognite dall'equazioni algebriche: il *Cauchy* trattò con astrusa finezza la teoria delle funzioni *simmetriche* (Savans Etrang. an. 1815.) già con magistrale valore discussa dal *Lagrangia* e dal *Ruffini*, e mostrò come debbasi procedere per determinare il numero ed il segno delle risolventi reali d'un' equazione algebrica. Finalmente il giovine *Guglielmo Libri* Fiorentino, in una sua Memoria sulla teoria dei numeri, ha dato anticipato saggio di singolare penetrazione, assegnando i limiti de' valori da tentarsi per e, onde soddisfare, mediante l'ipotesi

$z^n=(ax+e)^n$ all'equazione

$$A^n x^n+Bx^{n-1} \ldots +Px+Q=z^n:$$

dimostrando che $ax^2+by^2+cz^2+d=0$ è solubile se tal sia

$$a'x^2+b'y^2+c'z^2=0, \text{ dove } a', b', c'$$

sono tre de' numeri a, b, c, d; che la solubilità di $ax^3+by^3+cz^3=0$ prova quella di $ax^3+by^3+cz^3=d$, qualunque numero si ponga per d; che

$$(a^3+b^3+c^3+d^3)(\alpha^3+\beta^3+\gamma^3+\delta^3)$$
$$\text{è } =A^3+B^3+C^3+D^3;$$

che ogni numero intiero è in infinite maniere la somma di 5 cubi, o di 5 cubi più 1, o di sei cubi: ec.

Fu sentimento del *Leibnitz* (vegga Manfredi Gabbr.) che a suo tempo l'Algebra *fosse quasi del tutto un parto de' Geometri Italiani*: qual

giudizio debba pronunziarsi al dì d'oggi lo vedrà chi voglia ponderare il complesso delle produzioni sopra indicate, e la preziosa collezione delle memorie algebriche del *Lagrangia* (vegga quest' Artic.) e poi tutte le speculazioni registrate negli Atti della Soc. Italiana, per inavvertenza od espressamente qui tralasciate; per esempio la formola relativa ai vitalizj, che l'autore (an. 1813.) invano cercò nel libro del *Moivre* sulla Dottrina degli Azzardi, e nella Teoria delle Probabilità del *Laplace* (a); un semplicissimo metodo per risolvere i problemi indeterminati del 1.° grado (Scien. del Calc. T. IV.) l'analitica risoluzione de' Tetragoni, ec.

Se la teoria delle probabilità, in origine algebrica, fu meno coltivata in *Italia*, ebbe poi cospicuo incremento per opera del *Lagrangia* (Acc. di Berl. 1775.), fu promossa dal *Brunacci* con la soluzione di varj problemi dipendenti da una probabilità variabile (Matem. Subl. T. I.) ed acquistò belle ed inaspettate rettificazioni, mercè la Memoria del March. *Luigi Rangoni*, che insegnò a correggere alcuni notabili equivoci sfuggiti al *Lagrangia* ed al *Laplace*. Ciò basti su di un argomento spettante al Calcolo superiore, di cui ci siamo prefissi di parlar solo per incidenza in quegli articoli biografici che lo richieggono.

(a) Ora enunciata nel *Saggio Filos. sulle Probab.* (Laplace - Parigi 1819.) Vegga l'articolo *Moivre*.

Saggio Storico-Critico sulla questione:

A chi deesi attribuire la scoperta del Calcolo Infinitesimale?

15. Dopo dieci anni di fiera disputa, dopo un secolo di severa discussione, parea convenuto, che la gloria della prima scoperta del Calcolo Differenziale, quasi egualmente competesse al *Newton* ed al *Leibnitz*, quando un Geometra *calcolatore del buon senso* (*a*) pronunciò sentenza, (non per altro irrevocabile), dichiarando che il *Newton* fu il primo ed il solo inventore del Calcolo sopra indicato (*b*); in seguito, veduta la resistenza che opponeasi a tal giudizio, e' concesse al *Newton* il solo merito *di averlo reso più analitico* nella teorica, più semplice e generale nelle operazioni, e lasciato al *Leibnitz* il miserabile onore d'aver trovato un acconcio simboleggiamento, attribuì tutta l'invenzione fondamentale al suo compatriota il *Fermat*. *On doit donc regarder Fermat comme le veritable inventeur du Calcul Différentiel* (*c*). Anche questa opinione, dallo stesso *Newton* rigettata come un'ipotetica ridicolezza (*d*), e con trasporto abbracciata dal *Maurice De Prasse*, non è sembrata conciliabile col *buon senso*. Noi per decidere la

(*a*) *Essai philos. sur les probabil.*, p. 267.
(*b*) *Newton découvrit le Calcul Différentiel* (Mécan. Céles. T. III. Préf. p. x.)
(*c*) *Essai philos. ec.* p. 62.
(*d*) *Comme si l'on disoit que Mrs. Cavallerius, Fermat et Wallis etoient entrés dans la methode différentielle, par ce qu'ils avoient fait plusieurs autres choses, qui etoient du même genre de celles que nous venons de marquer* (Leibnitz Op. T. III. Remarques de M. le Chev. Newton sur la lettre de M. Leibn. à M. L'Abbé Conti pag. 484.)

questione da' suoi principj, ci proponiamo d'investigare con la più scrupolosa imparzialità, per quali gradi l'umano ingegno siasi innalzato al sublime concetto, che costituisce l'analisi sopra indicata.

16. Quando gli antichi vollero progredire dai poligoni al circolo, alla parabola, alla spirale; da' poliedri ai volumi rotondi ed al paraboloide, conobbero la necessità di giustificare il passaggio dal finito all'infinito, e per ciò riguardarono il soggetto dell'indagine come limite di due perimetri rettilinei, o di una infinita serie di figure analoghe, o di due volumi poliedri, capaci in ogni caso di un indefinito avvicinamento, e tale, che non rimanesse tra i respettivi perimetri e poliedri ausiliari, tra lo spazio curvilineo e la serie delle figure inscritte, una differenza assegnabile, comunque minima; e per rimuovere qualunque ombra di equivoco si volsero a provare, che l'oggetto contemplato non poteva essere maggiore nè minore di una quantità in origine presunta, poi dall'analisi precisamente indicata. La ragione di due dati circoli, fu scoperta per mezzo di due poligoni di eguale ed indefinito numero di lati, uno inscritto, l'altro circoscritto, e tra loro sì prossimi, che qualunque piccolissima superficie ne superasse la differenza: si rimosse ogni difficoltà sulla coincidenza della richiesta ragione con quella de' quadrati de' diametri, suggerita dalla costruzione, provando l'impossibilità del contrario. I successivi trigoni inscritti ne' semmenti parabolici (Scien. del Calc. T. III. §. 425.), i solidi inscritti e circoscritti al cilindro ed alla sfera in esso inscritta, ed al paraboloide (*Archimede De Conoid. e Sphaeroid.*), respettivamente condussero alla quadratura della

parabola, alla ragione della sfera al cilindro circoscritto, ed alla *cubatura* della paraboloide, solido che *Archimede* dimostrò non poter essere maggiore nè minore del semicilindro circoscritto. In ciò consiste il così detto metodo di *esaustione*, metodo adequato, ma dipendente da lungo e indiretto circuito di argomentazioni. Antico ritrovamento è pure il *metodo delle prime ed ultime ragioni*, per cui si determina la relazione di due quantità prossime ad una simultanea evanescenza. Sì dell' uno che dell' altro, dopo il risorgimento delle scienze si studiarono i misteriosi andamenti negli scarsi esempi rimasti, e si vide che per sostituire la persuasione al convincimento, e rendere viemeglio accessibili le verità trascendenti, d' uopo era inoltrarsi direttamente per nuovo cammino, verso il prefisso scopo. Tale appunto fu quello che il P. *Cavalieri* disegnò nella sua Geometria degl' *Indivisibili*; produzione ammirata dal *Galilei* e dal *Viviani*; chiamata dal *Torricelli compendio meraviglioso e via regia fra gli spineti geometrici*; imitata e promossa dal *Wallis* e lodata dal *Newton* (Princ. Math. Lib. II. Lem. XI. Schol.). In essa le linee, le superficie, i solidi, respettivamente si riguardano come composti di punti, linee e superficie: si stabilisce l' eguaglianza delle superficie e de' solidi, quando sono respettivamente uguali le loro sezioni omologhe, purchè due di esse, omologhe e contigue, sieno dappertutto equidistanti: la quadratura si fa dipendere dalla ragione delle linee, la cubatura da quella de' piani componenti.

Determinare la ragione tra la somma de' quadrati di una linea continuamente crescente sino ad m, e la somma di un egual numero di quadrati, eguali ciascuno ad m^2, è un problema (il 24.^{mo} del Lib. II.) che può riguardarsi col *P. Frisi* (Elog. del Cavalieri) come il primo decisivo passo verso il Calcolo Differenziale.

I poligoni *graduati* (à échelle) del *P. Gregorio* da *S. Vincenzo*, ed assai meglio la somma e l' interpolazione della serie, esprimente l' ordinata di una data curva, di cui il *Wallis* nell' Aritm. degl' Infin., promossero il metodo delle quadrature. *Jacopo Gregory* ed il Can.^{co} *Sluze* aveano dato un bel metodo per la determinazione delle tangenti, metodo che fu illustrato dal *Barrow* con l' idea del trigono *caratteristico*, e lo stesso *Newton* non disconvenne che, prescindendo dai principj, quello dello *Sluze* coincidesse col suo (*a*). Anche il *Fermat* avea segnata sullo stesso argomento un' oscura traccia, che sembrò falsa al *Cartesio*, e fu poi dimostrata vera dall' *Huyguens*. Il *Neil* era giunto come il *Van Heuraet*, a rettificare la parabola cubica $ay^2=x^3$, richiamandola alla quadratura della parabola conica, ed il fondamento del suo metodo esisteva innanzi alla scoperta del nuovo Calcolo nell' Aritmetica del *Wallis*. Faceano altresì parte della scienza analitica i metodi per li massimi e minimi, di *Jacopo Gregory*, *Hudde*, *Sluze* e *Fermat*, ma quello dell' ultimo non piacque al *Leibnitz*, che lo chiamò *aliqualis methodus* (Op. T. III. p. 341) *perfezionabile coi nuovi calcoli* (p. 469). È d' altronde noto, che i Geometri già valeansi della *prima ed ultima ragione* tra gli elementi evanescenti insieme, purchè di quantità razionali, e perciò l' *Eulero* non dubitò di asserire, che il

(*a*) Leibn. Op. T. III. p. 474. — *Remarques de M. le Chev. Newton sur la lettre de M. Leibn. a M. l' Abbé Conti.*

Calcolo Differenziale, *quatenus ad solas functiones rationales attinet, diu ante Newtoni et Leibnitii tempora inventus est censendus* (Instit. Calc. Differ. Praef. p. XV.)

17. Le anteposte nozioni, aggiuntavi quella degli esponenti fratti immaginati dal *Wallis*, e la serie esprimente la superficie dell' iperbola, trovata dal *Kauffman*, dimostrano presso a poco lo stato dell' Analisi, allorchè il *Newton* di proposito si dedicò allo studio della medesima. I metodi noti costituivano altrettanti artifizj *isolati*, soggetti nella pratica al grave ostacolo della irrazionalità, e neppur si erano interpetrate come quantità radicali, quelle affette da esponenti fratti o frazionarj: bisognava estendere il calcolo ad ogni sorta di formole, abbracciare tutti i metodi con uno stesso algoritmo, e richiamarne le diramazioni ad un comune principio generale, ricavato da un concetto metafisico, semplice, adequato, e senza eccezione applicabile. In questa sublime indagine il *Newton* si occupò sino dal 1665: tre anni dopo con l'Opuscolo – *De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas*, soddisfece al problema delle *quadrature* mediante lo sviluppamento de' radicali, ed asserì che possedeva un metodo generale, *la quelle sans aucun calcul penible s'étendoit, non seulement aux tangentes, mais encore aux autres problêmes plus abstrus, tels que sont ceux qui regardent les courbures, les aires, les longueurs, le centre de gravité des courbes ec. et ce la, sans être obligé de délivrer les équations des quantités irrationelles*. (Newton – Remarques ec. p. 482)

Dal 1665 fino al 1687 seguitò egli a fare segreto uso del nuovo suo metodo, come di uno stru-

mento del tutto idoneo alla soluzione de' più ardui problemi, ma per evitare le difficoltà, cui la metafisica del metodo stesso gli parea sottoposta, si astenne dall' affidare i risultamenti delle proprie ricerche al misterioso meccanismo del calcolo, e tutte le rivestì, secondo lo stile del suo tempo, di rigorose forme sintetiche. Che molto tuttavia mancasse alla metafisica del nuovo calcolo *Newtoniano*, apparve dal *Metodo delle Flussioni e delle Serie*, stampato nel 1736, al cui perfezionamento molto il *Maclaurin* sudò nel suo *Trattato delle Flussioni*, ove (Introd. p. 50.) ingenuamente disse: *Newton vint à bout de ce que Cavallerius avoit souhaité, en inventant sa méthode des fluxions, et la proposant d'une manière, qui fut susceptible d'une démonstration rigoureuse:* dimostrazione per altro, che lo stesso *Maclaurin* non seppe ottenere senza l' incomodo sussidio di astrusi artifizj, dipendenti dalle *prime ed ultime ragioni*.

18. Tranne l' enimmatico saggio, contenuto nel libro *De Analysi per aequationes ec.* nulla era comparso al pubblico del nuovo calcolo *Newtoniano*; nè la lettera per il *Leibnitz*, scritta dal *Newton* all' *Oldenbourg* il dì 24. Ottobre 1676, fu tale che altri potesse penetrarne i misterj se già non vi fosse compiutamente iniziato, giacchè i teoremi dipendenti dal metodo delle flussioni, ivi semplicemente enunciati, si suppongono dedotti come conseguenze di un problema generale, indicato in forma di logogrifo; problema il cui significato, tardi ed inutilmente inteso, era: *Data un' equazione affetta da quantità fluenti, trovarne le flussioni e viceversa*: *Il n'y a pas la moindre trace* (così *Leibnitz* nella postilla alla lettera responsiva, da lui diretta all' Ab. Conti

pel Cav.r *Newton* il dì 9. Aprile 1716.) *ni ombre du Calcul des différences ou fluxions dans toutes les anciénnes lettres de M.r Newton que j'ai vues, excepté dans celle qu'il a écrite le 24. Octob. 1676, ou il n'en a parlé que par énigme, et la solution de cette énigme, qu'il n'a donné que dix ans après, dit quelque chose, mais elle ne dit pas tout ce qu'on pourroit demander.*

Con la sola forza del proprio genio analitico il *Leibnitz* penetrò gli arcani della nuova scienza, e persuaso che la pubblicazione della sua scoperta molto avrebbe innalzato il suo credito tuttavia incerto, mentre il *Newton* temea di deprimerlo, dileguando con la luce degli artifizj flussionali la meravigliosa oscurità delle sue dimostrazioni sintetiche, divulgò negli Atti di *Lipsia* pel mese di Ottob. 1684., l'introduzione al *Calcolo Differenziale*, in una Memoria d'immortale celebrità, il cui titolo era: *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus:*

Ivi la differenziazione d'ogni sorta di quantità algebriche, e la soluzione de' seguenti problemi:

Trovar la curva la cui tangente è costante:

Assegnar la via che un atomo di luce, il quale attraversi due diversi mezzi, dee percorrere onde arrivare con la massima facilità da un punto ad un altro.

Nei due susseguenti anni egli diede i primi elementi del Calcolo Integrale in due Memorie sulla quadratura delle curve; poi un più ampio trattato dello stesso Calcolo nell'Opera intitolata: *De Geometria Recondita et Analysi indivisibilium atque infinitorum:* ed in seguito mai non cessò di promuovere la nuova scienza con varj

problemi, allora molto difficili, due de' quali furono da lui per disfida proposti ai *Cartesiani* suoi avversarj, e consistevano nella determinazione della curva *isocrona* e della *isocrona paracentrica*, per la prima delle quali un corpo, in eguali tempi egualmente si accosterebbe all'orizzonte: per la 2.a egualmente si accosterebbe ad un punto assegnato.

Il problema delle *trajettorie* ortogonali: *Trovare una curva che tagli perpendicolarmente tutte quelle che compongono una serie di date curve di uno stesso genere: per es. tutte le iperbole che hanno lo stesso vertice e lo stesso centro: e ciò con un metodo generale*, fu dal *Leibnitz* immaginato con l'idea di *tastare il polso agl' Inglesi* (pour tâter un peu le pouls à nos Analystes Anglois) (*a*); e quando vide che non ne davano una soluzione completa e generale, ne ripetè la proposizione, soggiungendo *che avea dato loro un osso da rodere*.

19. La celebrità delle scoperte *Leibnitziane* affrettò la pubblicazione (sul fine del 1686) dell'Opera del *Newton*, intitolata *Princ. Math. Phil. Naturalis*, Opera per cui venne luminosamente dimostrato che l'autore era molti anni prima in possesso del nuovo Calcolo, del che ingenuamente convenne lo stesso *Leibnitz*, in una sua lettera, spedita da *Hannover* il dì 7. Marzo 1693. al Cav. *Newton*, ove così si espresse: *Quantum tibi scientiam rerum mathematicarum, totiusque naturae debere arbitrer, occasione data, etiam publice sum professus, sed edito Principiorum Opere ostendisti patere tibi etiam*

(*a*) Postilla di una lettera diretta all' Ab. *Conti*, la quale trovasi nel T. V. pag. 36.

quae analysi receptae non subsunt. La fama ed il voto del *Newton* guarentivano i diritti del *Leibnitz*, giacchè nell' Opera de' *Principi* sta scritto: *In litteris quae mihi cum Geometra peritissimo G. G. Leibnitio, annis ab hinc decem, intercedebant, cum significarem me compotem esse methodi determinandi maxima et minima, ducendi tangentes et similia peragendi, quae in terminis surdis aeque ac in rationalibus procederet, et litteris transpositis hanc sententiam involventibus (data aequatione, quotcunque quantitates fluentes involvente, fluxiones invenire et viceversa) eamdem celarem, rescripsit vir clarissimus se quoque in ejusmodi methodum incidisse, et methodum suam communicavit, a mea vix abludentem, praeter quam in verborum et notarum formulis, et idea generationis quantitatum* (Schol. della Prop. VII. del lib. II.)

Sino al 1699, cioè per lo spazio di dodici anni, ciascuno de' prelodati Geometri fu per conseguenza da tutti riguardato come inventore dell' Analisi Infinitesimale, nè parea possibile che su di ciò potesse più muoversi alcun sospetto, quando un fanatico ravvivator di morti, *Nicolao Fazio* di *Duillier Ginevrino*, forse mal soddisfatto perchè il *Leibnitz* non aveagli attribuito alcun merito nella investigazione della brachistrocrona (*a*), ed animato anche dalla stolta lusinga di potersi appropriare una parte della gloria dovuta ai due Geometri del secolo, si azzardò ad asserire, in un opuscolo intitolato *Investigatio*

(*a*) *Sed ipsa viri verba ostendunt nihil aliud habere quo se læsum putet, quam quod non fuit nominatus inter eos, a quibus solutio problematis de linea brevissimi descensus data fuit* (Leibn. Responsio ad Fat. Duillierii imputationes -- Atti di Lipsia an. 1700.)

geometrica solidi rotundi, in quo minima fiat resistentia (an. 1699.) che il *Newton* era il primo inventore del nuovo calcolo, e lasciò in dubbio se il *Leibnitz*, *secondo inventore*, avesse presa in prestanza una parte dei ritrovamenti *Newtoniani*. *Quaeret forsan Cl. Leibnitius* (sono parole di Fazio) (*a*) *unde mihi cognitus sit iste calculus quo utor. Ejus equidem fundamenta ac plerasque regulas, proprio marte anno 1687 aliisque deinceps annis, inveni; quo tempore neminem eo calculi genere, praeter me ipsum uti putabam: nec mihi minus cognitus foret si non dum natus esset Leibnitius. Aliis igitur glorietur discipulis, me certe non potest. Quod satis patebit si olim litterae quae inter Cl. Hugenium meque intercesserunt, publici juris fiant. Newtonum tamen primum ac pluribus annis vetustissimum hujus calculi inventorem, ipsa rerum evidentia coactus agnosco: a quo utrum quicquam mutuatus sit Leibnitius, secundus ejus inventor, malo eorum, quam meum sit judicium, quibus visae fuerint Newtoni litterae, aliique ejusdem manuscripti codices. Neque modestioris Newtoni silentium, aut prona Leibnitii sedulitas, inventionem hujus calculi sibi possim tribuentis, ullis imponet qui ea pertractarint quae ipse evolvi Instrumenta*.

Una moderata risposta del *Leibnitz* dileguò il momentaneo sussurro, e per altri sei anni la mal tentata contestazione parve sepolta in una profonda dimenticanza; ma sul principio del 1705 una seconda scintilla, incautamente destata dai Giornalisti di *Lipsia*, allorchè scrissero

(*a*) Leibn. Op. T. III. pag. 488.

– *pro differentiis Leibnitianis D. Newtonus adhibet semperque adhibuit fluxiones* – preparò nel triennio susseguente un incendio vasto ed inestinguibile. Le parole *adhibet semperque adhibuit* furono interpetrate in *Londra* com'equivalenti a *substituit;* il *Newton* si credè oltraggiato, il D.r *Keill*, se non istigato da lui, certo di non essere disapprovato, rinnovò nel 1708 la temeraria dichiarazione di *Fazio*, e nulla valutando le concludenti e modeste osservazioni del Geometra di *Lipsia*, osò insistere audacemente protestando, in una lettera all'*Hansloane*, segretario della R. Soc. di *Londra*, ch'egli avea tolti i principj del suo calcolo dagli scritti del *Newton*. I Geometri di *Lamagna* alzarono allora un grido di sdegno, e fu il segnale di una contesa irreconciliabile, che senza giovare sostanzialmente alla scienza, pregiudicò alla tranquillità del *Newton*, e molto nocque al credito del *Keill* e del *Taylor*, suoi troppo fervidi fautori (*a*). Il primo passo del *Leibnitz* fu quello di portare come collega le sue più vive lagnanze alla Società Reale, e di fare istanza ond'ella reprimesse il vano ed ingiusto *chiacchieramento* (*b*) di un uomo inconsiderato, il quale, a torto e senza verecondia ostilmente investiva la sua riputazione. L'unico espediente, compatibile con la dignità della Soc. R., si era di nominare una Commissione, per incaricarla di esaminare i documenti relativi al pendente litigio, e di riferire sul contenuto de' medesimi, e ciò fu prontamente eseguito;

(*a*) Il *Newton* scrisse contro del *Leibnitz* due lunghissime lettere, piene di amarezza e di risentimento, il cui scopo si era di ritrattare con finissimo artifizio le testimonianze di quella profonda stima, che in varie occasioni gli avea dimostrata.
(*b*) *Vanae et injustae Keillii vociferationes* (Leibn. 29. Dec. 1711.)

ma il voto de' Commissarj divulgato nel 1712 col titolo di *Commercium epistolicum de analysi promota*, senza decidere la quistione, dichiarò il *Keill* superiore a qualunque sospetto di calunniosa imputazione. Il *Leibnitz*, inconsolabile di una sentenza sì svantaggiosa, pronunziata, come egli dicea, senz' aspettare il suo consenso e le sue difese, concertò con *Gio. Bernoulli* tutti i mezzi di reazione contro i suoi avversarj, ed il primo fu una risposta anonima, scritta dallo stesso *Gio. Bernoulli*, e stampata sotto il dì 7. Giugno 1713 senza data di luogo; risposta troppo energica e sovente assai mordace, che mise in collera la somma saviezza del *Newton*. Sul principio del 1716 il *Leibnitz* sostenne anche apertamente la propria causa, replicando con molto risentimento alle lettere, che l'Ab. *Conti* per commissione del *Newton* gli avea trasmesse, e a 18. di Aprile dell'anno stesso tessè la storia di tutta la controversia, in una lettera diretta alla Contessa di *Kilmansegg*. Poco dopo egli mancò, e rimase *Gio. Bernoulli* solo come *Orazio Coclite*, ma intrepido difensore del suo maestro, contro le incessanti vessazioni del *Keill* e del *Taylor*.

Il premesso prospetto storico ci sembra soddisfacente allo scopo che ci siamo prefisso, e sufficiente altresì a persuadere chi che sia, che il *Newton* ed il *Leibnitz* ebbero egual titolo all'invenzione del nuovo calcolo. Coloro che ne possiedono le dottrine pensano, che il secondo sia stato più benemerito della Matematica superiore, perchè pubblicò la sua scoperta circa 27 anni prima, e la corredò di un simboleggiamento e di una metafisica, assai più favorevoli alle analitiche indagini, e perchè diede alla sublime Geometria ed all' integrazione dell' equazioni un più notabile avanzamento: tutti però convengono che sì bei titoli sieno stati incomparabilmente oltrepassati dal primo, mediante l'applicazione che fece del nuovo calcolo ai più ardui problemi della Meccanica celeste nell' immortale sua Opera dei *Principj*. Al presente è presso i dotti un' opinione quasi universalmente ricevuta, che i due prelodati Geometri arrivassero con la forza del loro ingegno, per diverse strade alla stessa scoperta; uno con riguardare le flussioni come relazioni di quantità che svaniscono insieme; l' altro considerando che in una serie progressiva, la differenza fra due termini contigui può divenire infinitesima, cioè minore d' ogni quantità assegnabile; e questa opinione, era quella dello stesso *Newton* quando pubblicò i suoi *Principj*. Invano egli, cedendo in seguito alle insidie dell'adulazione, cangiò stile e contegno: invano tentò d' appropriarsi tutta la gloria come primo inventore, e di *propria mano* soppresse nelle prove della 3.a edizione de' *Principj* il famoso Scolio relativo al *Leibnitz*: La posterità imparziale, ridotti all' assoluto lor valore gli esagerati argomenti dell' una e dell' altra parte, ha giudicati degni d' egual corona i due celebri Antagonisti, nè più resta luogo a temersi che altri possa con fondate ragioni sottoporla nuovamente a contrasto.

Statica.

20. Consultando *Aristotile* (Quæst. Mechanicæ T. IV.) e le opere de' filosofi posteriori si raccoglie, che gli antichi non ebbero un' adequata idea dell' equilibrio, e che le leggi del moto,

eccettuate le semplici proprietà del moto uniforme, e l' equivalenza dell' energia di due corpi spinti da velocità reciproche alle masse (Quæst. Mech. Cap. I.) erano loro del tutto sconosciute. Ciò nondimeno, aguzzato l' intelletto dalla vessazione del bisogno, essi, da un' epoca immemorabile, anteriore al tempio d' *Efeso*, incominciato verso l'an. 200 av. l' e. v. da *Ctesifonte*, e compiuto da *Matagene* suo figlio, possedevano la leva, il piano inclinato, la taglia, il polispasto, l'argano, la grue, l' odometro, lo scorpione, la balista, la testuggine, l'ariete, la catapulta, e circa due secoli innanzi all' era volgare, conoscevano la tromba *aspirante* e *premente* di *Ctesibio*, la coclea di *Archimede* ec. (Vitruv. Archit. Lib. X.) ed in una parola essi erano provveduti di tutti i mezzi occorrenti all' architettura civile e militare, all' arte della guerra ed alla costruzione navale segnatamente, la quale offrì meraviglioso spettacolo al mondo nei celebri bastimenti di *Tolomeo Filopatore*, di *Archimede* e di *Caligola*; bastimenti, che armati di doppio o triplice ordine di remi, guarniti di purpuree vele, provveduti di bagni, portici e gallerie, adorni di vigne e boschetti, simili a deliziosi villaggi, or vedeansi solcare maestosamente le onde, or trasvolare sul preparato suolo di facile campagna (a).

L' industria dell' arte, priva d' ogni teorico lume, non potea sollevarsi a maggior segno: ciò

(a) *Fabricavit* (Caligola) *et de cedris liburnicas, gemmatis puppibus, versicoloribus velis, magna thermarum et porticuum et tricliniorum laxitate, magnaque etiam vitium et pomiferarum arborum varietate: quibus discumbens de die inter choros ac simphonias, littora Campania peragraret* (Svetonio nella vita di Caligola.)

che restava di più recondito nelle combinazioni meccaniche, utili alla società incivilita, aspettava la scorta di teoretici principj e di regolari metodi, ma per tale ritrovamento era necessario il concorso di straordinarj ingegni, dotati di un sopraffine genio meccanico-geometrico. *Archimede* fu il primo tra questi. Ne' due libri *De Equiponderantibus* egli dimostrò che una leva sostenuta in un punto della sua lunghezza, resta in equilibrio se i pesi ond' è negli estremi aggravata, stanno nella reciproca ragione delle loro distanze dal punto d'appoggio; ma nella sua dimostrazione suppose, come un risultamento dell' esperienza, che l'appoggio sostenga una carica eguale alla somma de' pesi, ed i moderni, resi più circospetti da un dubbio del *D' Alembert* (Acc. di Par. 1709.) hanno ricusato di arrendersi, finchè il *Fourier* (École Polytech. cah. V.) ha rimossa sul predetto articolo qualunque ben minima difficoltà.

21. La considerazione della leva dritta si trasferì alla leva angolare, tirata ne' suoi estremi da forze perpendicolari; quindi si passò a contemplare l'equilibrio in un piano, ritenuto da un punto di sospensione, e sollecitato da due forze, che stiano in ragione inversa delle perpendicolari, tirate dal predetto punto sulle loro direzioni, e questa circostanza di equilibrio, fu riconosciuta da *Guido-Ubaldo* (an. 1577.) nelle macchine semplici, mediante un attento esame del verricello.

La ragione che dee sussistere tra la potenza ed il peso, applicati l'una e l'altro ad un piano inclinato, onde siavi tra loro equilibrio, fu indirettamente scoperta dallo *Stevin* (an. 1605) e direttamente dimostrata dal *Galilei* (an. 1634)

che ne trasse l'eguaglianza della velocità, concepita dai gravi che scendono da eguale altezza per piani diversamente inclinati. Il *Roberval* (an. 1636.) sciolse il problema nell'ipotesi che la potenza incontri obbliquamente il piano, e diede una rigorosa dimostrazione del teorema, indirettamente rintracciato dallo *Stevin*, cioè: *che tre potenze si equilibrano intorno ad un punto su cui agiscono, quando sono parallele e proporzionali ai lati di un trigono rettilineo*: Da questo non fu difficile risalire all' adequata nozione di un secondo principio meccanico, la *composizione de' moti*, per cui due moti espressi con due rette che s' incontrano, equivalgono alla diagonale del parallelogrammo, costruito sulle indicate rette; principio che per altro ci sembra indicato nella Meccanica di *Aristotile* ove dice – *Manifestum igitur est quod id quod secundum diametrum in duabus fertur lationibus, necessario secundum laterum proportionem fertur.* (Quæst. Mech. Cap. II.) Per esso il *Roberval* insegnò a descrivere la tangente delle curve, disegnabili con due moti di nota indole: conveniva sostituire ai moti le forze atte a produrli, ma questo concetto, non meno semplice che importante, era riserbato al *Newton* ed al *Varignon*, che nell' anno stesso (1687) ne diedero l' applicazione.

22. I due principj, *della leva e della composizione delle forze*, sono di un' attitudine ben diversa, giacchè il primo, non senza qualche difficoltà conduce alle condizioni dell' equilibrio fra tre potenze applicate ad un punto, ed il secondo abbisogna di considerazioni indirette per sollevarsi alla proprietà caratteristica del primo: essi sono anche in certa guisa eterogenei, e meno feli-

cemente cospirerebbero all' avanzamento della Statica, qualora un' opportuna nozione ausiliare non rimovesse ogni ostacolo, esibendo tra l' uno e l'altro un immediato anello di connessione. Tale anello vien costituito dal seg. teorema del *Varignon*: *Il rettangolo della diagonale di un parallelogrammo per la perpendicolare, su di essa tirata da un punto p del piano del parallelogrammo stesso, equivale alla somma o alla differenza de' rettangoli de' lati che comprendono la diagonale, per le respettive perpendicolari ad esse condotte da p, secondo che questi sia esterno od interno all' angolo delle forze*; giacchè basta supporre *p* sulla diagonale per veder riprodotto il principio della leva dritta o angolare, il cui punto d' appoggio coincide con quello in cui le forze concorrono. Il predetto teorema applicato alle forze, costituisce il *principio de' momenti*, il quale ha il pregio di ridurre la composizione e la decomposizione delle forze a semplici addizioni o sottrazioni, e di essere facilmente applicabile a tutte le quistioni relative all' equilibrio.

Non contenti i Geometri di avere insieme collegati i due fondamentali principj, *della leva* e della *composizione delle forze*, gradivano di vedere il secondo reso indipendente dalla considerazione del moto, e la sintetica dimostrazione del *Duchaila*, e l' analitica del *Poisson*, hanno pienamente soddisfatto a questo importante oggetto.

Noi abbiamo dimostrato con un semplicissimo metodo (Trig.ª vol. I. in 4.° Lucca 1805.) che il cammino percorso da un mobile, spinto da due forze tra loro inclinate, è un massimo, e che in tale ipotesi l' espressione della risultante coincide con quella della diagonale; e siccome non v' è

ragione di supporre che il mobile prenda dopo l' urto una direzione, la quale non sia la più favorevole all' esercizio della propria energia, ne abbiamo inferita la doppia conseguenza: che la risultante di due forze tra loro inclinate è un massimo, ed equivalente alla diagonale del parallelogrammo, costruito con le rette esprimenti la quantità e la direzione delle forze.

23. *Due potenze restano equilibrate quando stanno in ragione inversa delle velocità virtuali, di quelle cioè, che i corpi da esse animati*, alteratosi l' equilibrio, *concepirebbero nel primo istante del loro moto*.

Questa nozione fu riconosciuta da *Guido Ubaldo* nella leva e nelle puleggie mobili; dal *Galilei* nel piano inclinato e nelle macchine che ne dipendono: *Gio. Bernoulli* la perfezionò (an. 1717.) riducendola ad un concetto completo e generico, ed è: *Se un sistema di corpi, sottoposti all' azione di una o più potenze, sta equilibrato, alterando l' equilibrio in guisa, che ciascun corpo percorra uno spazio infinitesimo, il prodotto degli spazj per le respettive forze forma un aggregato* $=0$: concetto che può riguardarsi come una generica espressione delle leggi dell' equilibrio ricavate dai due principj fondamentali; che in molti casi estendesi alle differenze finite (*Fossombroni* – Mem. sul princ. delle veloc. virt. 1796.); che tradotto simbolicamente, offre un compendioso mezzo per risolvere qualsivoglia quistione spettante alla Statica, ed attentamente considerato comprende tutti que' concetti subalterni, che altri propose come principj meccanici, quantunque sieno una diversa e meno completa espressione della stessa idea: tali sono per es.° i seguenti:

Che due corpi stanno in equilibrio in una data situazione, quando sono connessi e situati in guisa, che il loro centro di gravità non possa discendere (*Torricelli an.* 1644)

È dunque $=0$ il differenziale della discesa, e però il centro di gravità nel punto il più basso.

Affinchè un sistema di corpi tirati verso uno o più centri, da forze che agiscano ciascuna su ciascuno, come una potenza n delle loro distanze da' centri respettivi, rimanga in equilibrio, la somma de' prodotti di ciascuna massa per l'intensità della sua forza, e per la potenza n+1 della sua distanza dal centro, dev' essere un massimo od un minimo (*Maupertuis* - Acc. di Parigi per l'an. 1740.).

Fra le successive situazioni di un sistema di corpi, animati da forze qualunque e tra loro connessi, quella ov' è massima la somma de' prodotti delle masse per li quadrati delle velocità, è la situazione in cui bisognerebbe collocarlo sulle prime per darli l'equilibrio (*Courtivron* - Acc. di Parigi an. 1749.)

24. *La ricerca della curva in cui conformasi una corda perfettamente flessibile, e di uniforme o varia densità, quando i suoi estremi sieno sostenuti*, curva che dicesi *catenaria*, e la cui ricerca fu proposta da *Gio. Bernoulli*:

La determinazione della curvatura competente ad una lama elastica, fermata in un estremo e spinta nell' altro da una data forza, problema immaginato e sciolto da *Giacomo Bernoulli*: *La teorica dell' equilibrio delle volte* (*Mascheroni*): Soprattutto *quella del pendolo estensibile, che oscilla in un mezzo resistente* (*Poisson* e *Paoli*) come pure *l'equazione delle superficie elastiche in equilibrio* (*Poisson* Istit. di Fran. 1818.)

sono forse i principali ornamenti della moderna Statica.

Dinamica.

25. La *Dinamica*, cioè la scienza che insegna a determinare il moto di un corpo o di un sistema di corpi, sottoposti all' azione di una o più forze, di cui si conosca l' intensità e la legge, deesi totalmente ai moderni, segnatamente al *Galilei*, che ne gettò i fondamenti co i principj d'*inerzia* e del *moto composto* (*a*), e con la teorica relativa all' accelerazione de' gravi: teorica che rintracciò, verificando la ragione degli spazi ai quadrati de' tempi, ricavata mediante la Geometria dall' ipotetica uniformità dell' accelerazione; d' onde le velocità proporzionali ai tempi. Spetta allo stesso Geometra la prima idea del pendolo, e l' applicazione di esso al regolamento degli oriuoli, scoperta ch' egli si attribuì in una lettera a *Lorenzo Reali* (an. 1637), che il *Viviani* comprovò, e che l' *Huyguens* riconobbe, allorchè scrisse al Card. *Leopoldo de' Medici*: *Il faut bien croire pourtant, puisqu'un tel prince l'assure, que Galilée ait eu auparavant de moi cette pensée* (Lett. ined. di uom. illus. T. II. p. 225). L'*Huyguens*, autore de' primi saggi sulla teorica del pendolo, diede l' analisi geometrica della forza *centrifuga* nel circolo, che trovò esprimibile per la ragione del raggio al quadrato della veloci-

(*a*) *Aristotile* fece menzione del moto composto, *Archimede* l'adoperò per la descrizione della *spirale*, *Nicomede* per quella della *concoide* ec. ed *Alhazen* spiegò per esso la riflessione della luce: tal nozione per altro era destituita d' ogni precisione geometrica, e perciò inetta a servire come base della matematica teoria del moto.

tà: Il *Newton* insegnò (Princ. 1687) a comporre le forze in vece de' moti, e profittando delle sviluppate dell' *Huyguens*, per cui ad un minimo arco se ne sostituisce uno circolare, estese a qualsivoglia curva la teoria della forza centrifuga, proveniente da una sola forza centrale: L' *Eulero* propose la decomposizione del moto curvilineo in tre, uno *tangenziale* e gli altri *normali* alla curva (Meccan. 1736), ed il *Maclaurin* (Tratt. delle Fluss. 1742) simboleggiò la forza acceleratrice che anima un dato punto, mediante il 2.° differenziale di ciascuna sua coordinata ortogonale, diviso pel differenziale quadrato del tempo; metodo adattabile ai corpi che agiscono per attrazione gli uni su gli altri, a tenore di una legge costituita da una cognita funzione delle distanze, anche nell' ipotesi che si muovano in un mezzo resistente, o che sien' obbligati di stare su di una data linea o superficie curva.

26. Il moto che risulta da *impulsione* o da *pressione* essendo inaccessibile ai precedenti principj, giacchè la misura delle forze deesi ricavare dalla reciproca azione de' corpi stessi, si procurò di soddisfare alla prima indagine, introducendo nel calcolo la *quantità del moto*, come genuina espressione della forza animatrice di un corpo spinto; e tal nozione concepita dal *Cartesio*, fu nelle debite forme applicata dal *Wallis* (Trans. Phil. 1669) alla collisione de' corpi.

Trovato in seguito un idoneo simbolo per rappresentare la pressione, mediante *il prodotto della massa per la forza acceleratrice*, ossia, *per la ragione dell' elemento della velocità a quello del tempo*, non restava che una sola classe di problemi ritrosi ai noti metodi, quelli cioè ne' qua-

li una o più forze impellenti od acceleratrici operano sopra un sistema di corpi, connessi con fili o verghe, nel qual caso i moti impressi restano modificati dalla reciproca azione e reazione de' corpi componenti il sistema, e la ricerca del *centro d' oscillazione* in un pendolo composto, abilitò i geometri a rinvenire, dopo diversi tentativi, un metodo semplice e generale con cui risolvere tutti i problemi della natura sopra indicata.

27. Nelle prime linee, che per la soluzione del predetto problema furono disegnate dal *Cartesio*, il *Roberval* riscontrò il vizio delle proprie idee, mentre l' *Huyguens*, meditando sul rialzamento eguale alla discesa, dimostrato dal *Galilei* ne' gravi cadenti, scuopriva il principio *della conservazione delle forze vive*, consistente *nella eguaglianza della salita e della discesa del centro di gravità di più corpi, che scendano insieme per risalire disgiunti con le velocità acquistate*, e per esso faceasi strada alla prima, non anche adequata soluzione del problema. Per dedurla rigorosamente dai principj della *Dinamica*, *Giacomo Bernoulli* contemplò due pesi e combinò questi due teoremi:

Che l' effettive velocità de' pesi stanno come le loro distanze dal punto di sospensione:

Che la velocità perduta dal 1.° sta a quella acquistata dal 2.°, nella inversa ragione delle distanze suddette:

Ma siccome non avvertì d' istituire il confronto fra le velocità elementari e le corrispondenti azioni della gravità, e trascurò di estendere il suo metodo ad un sistema di più pesi, rimase luogo a due rettificazioni.

Poichè la seconda ebbe delusi gli sforzi del March. *De l'Hôpital*, tornò in campo lo stesso *Bernoulli*, e riformato con un primo sperimento il suo metodo (Atti di Lipsia 1691), mediante il felice concetto, *che ciascun moto può riguardarsi come composto de' moti impressi, e di altri aggiunti o sottratti da elidersi tra di loro*, produsse (Acc. di Parigi 1703) una completissima soluzione, la quale nello stesso tempo dimostrò vera la base del metodo proposto dall' *Huyguens*, e coincidente col centro di percossa quello d'oscillazione.

28. Fervea continua disfida tra' Geometri per la soluzione di varj problemi, come quello di *Gio. Bernoulli*: *trovare una curva, per la cui concavità un grave giunga nel minimo tempo da un punto ad un altro, dato fuori della verticale del primo*, curva che fu detta *brachistrocrono* cioè del minimo tempo; e l'altro di *Giacomo*, dovè tra le brachistrocrone (cioè fra le cicloidi) che possono condursi da uno stesso punto ad una retta data, cercasi quella che vien percorsa nel più breve tempo: ec. quando il *D'Alembert* tutti gli ridusse al silenzio, additando loro un principio generale e semplicissimo, per cui qualsivoglia problema dinamico riconducevasi alla Statica, e quindi facilmente si esprimeva coi simboli dell' analisi.

Se più corpi connessi ricevono un impulso, i loro moti sono composti di quelli ch' essi prendono e di altri che si distruggono, cosicchè questi soli lascerebbero i corpi in equilibrio.

Per esso infatti egli ottenne le formole che determinano il centro d'oscillazione, e sciolse parecchi altri problemi non meno astrusi (*a*). La

(*a*) Vegga l' Artic. *D'Alembert*.

difficoltà nelle applicazioni e la complicatezza de' risultamenti non corrisposero per altro alla metafisica eccellenza del concetto fondamentale: molto rimaneva tuttavia da farsi per dare l'ultimo compimento alla scienza del moto: bisognava richiamarla all' unica formola generale dell' equilibrio, modificata mediante l'introduzione delle forze (sottoposte ad elidersi) che nascono dalle variazioni del moto di ciascun corpo, e d'uopo era profittare del teoretico avanzamento, per esaurire un ampio numero di belle ed astruse indagini. Il primo passo, per sempre memorabile, era degno di un *Lagrangia*, e la *Meccanica Analitica* nella sublime sua semplicità, diede in fatti alla scienza del moto inaspettata energia, esibendo compendiati in una formola tutti i subalterni risultamenti delle leggi Dinamiche, noti sotto il nome di *principj*, perchè quasi favorevoli punti di veduta, aveano giovato e gioveranno ad accorciare il volo dell' ingegno calcolatore (*a*). Molte ed insigni furono altresì le applicazioni che del nuovo suo metodo fece in seguito il Geometra *Torinese*, ma i limiti delle umane forze non permisero che tutti potesse percorrere gl' immensi rami di una scienza non abbastanza adulta: non poche difficoltà restavano a superarsi, alcune derivanti dai metodi del contumace calcolo Integrale, altre consistenti in varì problemi sfuggiti all' investigazione, od in raffinamenti, che tardi e solo dopo straordinarj progressi si concepiscono. Spettano a quest' ultime classi:

(*a*) I. Conservazione delle forze vive: II. Conservazione del moto del centro di gravità: III. Principio delle aje: IV. Principio della minima azione.

La teoria dell' attrazione delle sferoidi omogenee, (ordita già con aurea sintesi dal *Maclaurin*, nell' ipotesi che il punto attratto sia interno o nel prolungamento di un asse, e ritrovata con finissima analisi dal *Lagrangia*,) teoria che debbe l' ulteriore sua estensione al *Laplace* ed al *Legendre*; la bella semplicità che al presente l' adorna, al singolare accorgimento del geometra inglese *Ivory*, che ricondusse l' attrazione su di un punto esterno a quella di una 2.ª sferoide che lo comprende; ed all' astronomo *Plana* che rischiarò con magistrale profondità alcune oscurità difficili, inerenti al metodo dato dal *Laplace* nel T. II. Cap. I. della *Meccan. Celes.* (Soc. Ital. T. XV.) – I teoremi *sul moto di un corpo che scorre sulla convessità di una curva* (*Fontana* – Soc. Ital. T. II.)

La soluzione del probl. ove si cerca *per quali gradi di moto, una molla compressa contro un ostacolo immobile, indi compressa ne' suoi estremi, qualora istantaneamente si abbandoni, tende a restituirsi* (*Fontana* Soc. Ital. T. III. pag. 510 – 12) : *La determinazione dello sforzo che le porte esercitano sugli arpioni* (*Fontana* – Soc. Ital. T. VIII.)

Un trattato teorico-pratico *sulla tensione delle funi* (*Giord. Riccati*, il *Giannella*, ed il *P. Cossali* – Soc. Ital. T. X.)

La teoria degli archi e delle scale ellittiche (*Giord. Riccati*) : l' analitica ricerca *della pressione sofferta dagli appoggi che sostengono un corpo su di un piano orizzontale*, infelicemente tentata dall' *Eulero* (Nuo. Comm. di Pietrob. T. XVIII.) ed a fondo discussa dal Cav. *Paoli* (Soc. Ital. T. VI.) e da *Michele Araldi* (Soc. sudd. T. XIII.)

La Balistica del Tempelhof, perfezionata dall' Hennert.

La teorica delle forze animate, applicata ai trasporti ed alla valutazione *della velocità produttrice del massimo effetto;* argomento appena sfiorato dai Geometri *La Hire*, *Desaguliers*, *Bezout*, *Deparcieux*, *Lambert*, *Eulero*, e che parve riserbato all' esimia sagacità di *Gregorio Fontana*, e di *Vittorio Fossombroni*, il primo de' quali trovò la velocità del massimo effetto eguale a 2,8865 piedi Parigini per ogni minuto secondo; l' altro assegnò la triplice equazione esprimente la curva di doppia curvatura, descritta dal centro di gravità di un uomo, che cammina portando un peso e strascinandone un altro; scuoprì rilevanti equivoci del *Bezout*, del *Deparcieux* e d' altri; determinò la quantità del moto, consumata dall' animale che tira salendo o discendendo per un dato piano inclinato, un peso p con una velocità v, in un tempo t (elementi noti,) e dedusse dalle sue formole parecchie verità relative molto pregevoli.

La teoria geometrica elementare dell' azione capillare (*Pessuti* – Soc. Ital. T. XV.) dove si correggono alcuni sostanziali equivoci del *Laplace*.

Il Rapporto tra la teoria del centro di gravità e la composizione delle forze (*Bordoni* – Soc. Ital. T. XV.)

La definitiva e completa indagine *sulla triplice spinta di una trave inclinata* (Soc. Ital. T. XVI.)

La misura di un' altezza verticale, (come quella di una torre, di un pozzo, di una voragine,) *mediante il solo tempo della libera caduta di una data sfera, ed il momento in cui si sente l' urto della medesima contro il piano della base o del fondo*, argomento forse dotato di qualche difficoltà ed importanza (Soc. Ital. T. XVII.)

La generale teorica delle superficie elastiche, sì nello stato di equilibrio che in quello di moto (*Poisson* - Ist. di Fran. 1814.)

L'analitica espressione della elasticità e rigidezza delle curve di doppia curvatura (*Binet.* - Ist. di Fran. 1815.)

Sul movimento di un' elica elastica che scatta (*Mossotti* - Soc. Ital. T. XVIII.) e soprattutto l'aurea Memoria degli Astronomi *Carlini*, e *Plana*, premiata nel decorso anno dalla R. Accad. di *Parigi*, nella quale essi diedero la soluzione del seguente:

Probl. *Formare le tavole della Luna, precise quanto le migliori che si posseggono, col solo sussidio della teorica relativa all' universale gravitazione, e profittando delle osservazioni per la sola ricerca degli elementi arbitrarj*:

È da notarsi, che i prelodati Astronomi hanno saputo sostenere il proprio diritto alla riportata corona Accademica, confutando le difficoltà che il Laplace sollecitamente oppose al loro metodo, in una piccola dissertazione letta il dì 29 Marzo 1820 all'Uffizio delle *longitudini*.

Idrostatica.

29 È proprio di un fluido 1.° *che ogni sua parte sospinga quelle che sono meno premute, e soffra una pressione uguale al peso della colonna sovrastante*: 2.° *che respinga dal basso in alto qualunque corpo immerso, nella direzione della verticale, condotta pel centro di gravità del corpo stesso*. Questi posson dirsi *principj sperimentali*, e nell'infanzia della scienza furono con

molto vantaggio adequatamente applicati dal Geometra *Siracusano* all'analisi delle fondamentali nozioni idrostatiche, nel suo trattato *De Humido insidentibus* (*a*), ove determinò le condizioni, da cui dipende che un trigono, un cono ed una paraboloide, prendano e conservino in un fluido la situazione dell'equilibrio. Egli lasciò allo *Stewin* (an. 1608) la ricerca della pressione sul fondo e sulle pareti di un vaso, come pure la scoperta del *paradosso*, *che un fluido può premere assai più del suo peso*. Il *Galilei* fece vedere, che l'Idrostatica poteasi più felicemente derivare da un principio comune alla Statica, da quello cioè delle velocità virtuali, ed il *Pascal* profittò di questa idea per dimostrare nel suo trattato *dell' equilibrio de' liquidi*, che la pressione fatta in un punto della superficie si risente uguale da tutti. Fin qui per altro era la scienza ristretta in troppo angusti confini: bisognava estenderla ai vasti recipienti del globo, considerati come ricolmi di fluidi eterogenei, e per procedere con quell'accuratezza che conviensi ad una disciplina geometrica, d'uopo era dipartirsi da ogni principio meno adequato e crearne de'nuovi, che avessero anche una speciale attitudine a secondar l'indole dell'analisi. Il *Newton*, primo a tentare l'esecuzione di questo ardito disegno, stabilì per base del suo metodo *l'equiponderanza delle colonne centrali*, e trovò tra gli assi della sferoide terrestre (dotata in origine di una supposta liquidità) la ragione di 230 : 229.

L'*Huyguens* preferì, come principio generale dell'equilibrio, che *la direzione della gravità*

(*a*) Vegga l'Artic. *Archimede*.

incontri ad angolo retto la superficie stagnante; ma i due principj, messi a prova dal *Bouguer* e dal *Maupertuis*, non condussero ad uniformi risultamenti, e si giudicò necessario e sufficiente per l'equilibrio un esatto accordo tra loro; conclusione smentita dal *Clairaut* (*Acad. de Paris* 1734 e *Traité de la Fig. de la Terre p.* 31) e disapprovata dal *Maclaurin*, il quale, per provvedere all'insufficienza della massima *Newtoniana*, costituì l'equilibrio *nella egual compressione d'ogni molecola, prodotta da tutte le colonne rettilinee che la congiungono con la superficie*: mentre avrebbe dovuto contemplare col *Clairaut* anche le colonne curvilinee rientranti o protratte come sopra; concetto adequato, che condusse il cit. Geometra all'equazioni esprimenti le vere leggi dell'equilibrio, nell'ipotesi che le forze animatrici sieno qualunque, e mise l'*Eulero* sulla traccia del principio *di egual pressione in ogni senso*, d'onde le necessarie equazioni spontaneamente discendono (Acc. di Berl. 1755). La teorica idrostatica parea compiuta, quando il *Lagrangia* le aggiunse un notabil grado di perfezione, desumendola dalla generale equazione dell'equilibrio, combinata con la semplicissima nozione sperimentale dell'estrema mobilità competente ai fluidi (Mécan. Analyt. T. I. pag. 182. e seg.); nozione cui può con vantaggio sostituirsene un'altra che immediatamente ne deriva, cioè *la facoltà di trasmettere ugualmente in ogni senso le pressioni fatte sulla superficie*.

Risplendon tra i più speciosi oggetti della moderna *Idrostatica*: *La ricerca del centro di pressione contro il fondo delle botti orizzontali, e nelle cateratte circolari, ellittiche od iperboliche*, la prima dovuta al P. *Greg. Fontana* (Giunte

al Calcol. infinitesimale dell'Ab. *Marie*) l'altra al Cav. Can. *Saladini* (Soc. Ital.)

La teoria dell'equilibrio de' liquidi contenuti in vasi flessibili, e quella dell'equilibrio e della elasticità dell'aria, applicata mediante il barometro alla misura delle altezze verticali: *La dottrina delle trombe* in vari punti sostanzialmente perfezionata con la dichiarazione degli errori e delle inesattezze sfuggite a *Pitot*, *Camus*, *Belidor*, *Bezout*, *Bossut*, *Frisi* ed altri. (*Pessuti* Opusc. Roma 1889.) *Il calcolo relativo all'ascensione de' globi aereostatici*, notabilmente promosso sulle tracce dell'*Eulero* dal Cav. *Saladini*, (Soc. Ital. T. X.)

La teoria de' corpi ondeggianti, dove delle loro *oscillazioni*, della *stabilità* e *non stabilità* del loro equilibrio, e del *metacentro*: *la difficilissima teoria delle onde*, che deluse la sagacità del *Newton* e non corrispose ai tentativi del *Lagrangia* (*Poisson* - Inst. de Franc. an. 1815:) *Il calcolo della figura del nostro pianeta, adattato alle recenti osservazioni sull'emergenza delle terre oltre il livello del mare* (*Laplace* - Instit. de Fran. 1818.)

L'analisi combinata con l'esperienze del pendolo, con le più esatte misure di vari gradi dei meridiani terrestri, e con le osservazioni lunari, indussero l'Autore a stabilire le seguenti proposizioni:

1.° Che la densità degli strati cresce verso il centro:

2.° Che gli strati sono presso a poco regolarmente disposti intorno al centro di gravità.

3.° Che la superficie del globo nel presente suo stato, poco differisce da quella ch'esso prenderebbe in forza delle leggi dell'equilibrio, se divenisse fluido.

4.° Che la profondità del mare è una piccola frazione della differenza de' due assi:
5.° Che le irregolarità e le cagioni che alterano la superficie, si estendono a breve profondità:
6.° Che la terra è stata fluida in origine: proposizioni di cui la 3.ª e la 6.ª soggiacciono a gravi difficoltà, specialmente se pretendasi di preferire con *Laplace* (Essai Philos. sur les probabil. p. 125) la fluidità prodotta dal calorico.

Idrodinamica.

30. La scoperta fatta dal *Torricelli*, che la velocità dell'acqua prorompente da una piccolissima luce, aperta nella parete o nel fondo di un vase, è proporzionale alla radice quadrata dell'altezza dell'acqua sopra la luce stessa, fu comprovata con gli sperimenti del *Magiotti*, e contradetta dal *Newton* (Princ. Math. ec.), ma l'idea della *contrazione della vena*, sul principio non avvertita, la riaccreditò presso quel sommo Geometra, e presso tutti coloro che in seguito tennero proposito di tale argomento. Non meno difficile sembra che sia stata la spiegazione del fenomeno, giacchè dopo l'infelice tentativo del *Newton* (Princ. Math. lib. II.) e l'inadequata idea datane dal *Varignon*, fu d'uopo aspettarne il compimento da *Greg. Fontana* (Soc. Ital. T. VIII.)

La quantità del moto concepito dalla massa fluida nell'atto che sgorga, cioè il prodotto della massa per la sua velocità, eguaglia il peso della colonna sovrastante, moltiplicata pel tempo che la predetta massa impiega ad uscire dalla luce: ma la massa equivale al prodotto della luce per lo spazio percorso, e lo spazio sta co-

me la velocità pel tempo: dunque l'altezza della colonna è come il quadrato della velocità (Mécan. Anal. T. II. p. 280). Il moto de' fluidi ne' tubi costituiva un secondo problema di somma importanza, ed i Geometri tardarono a trovarne la soluzione. *Daniele Bernoulli* lo sciolse nella sua *Idrodinamica* (1738) mediante il principio della conservazione delle forze vive: indi il *Maclaurin* nel Tratt. delle Flussioni, *Gio. Bernoulli* nell'*Idraulica* ed il *D'Alembert* nel *Tratt. de' Fluidi* (1744) giunsero per vie diverse al medesimo risultamento, profittando per altro di due ipotesi meno plausibili, cioè: 1.° *che gli strati si conservino paralleli*: 2.° *che i punti di un medesimo strato abbiano una velocità eguale e parallela*: L'ultimo de' predetti Geometri trasse in seguito (1750) dal principio da lui stabilito come fondamento della Dinamica, le rigorose equazioni differenziali parziali pel moto de' fluidi incompressibili od elastici, ma il suo lavoro fu ben presto oscurato da una Memoria dell'*Eulero* (Acc. di Berl. 1755), dove le formole generali del moto de' fluidi si videro dedotte dalle leggi del loro equilibrio, ed altra difficoltà non lasciarono, che quella della integrazione finale, sovente assai considerabile.

Il *Lagrangia* finalmente diè compimento all'ardua indagine, riunendo la Dinamica e l'Idrodinamica, come *diramazioni di un solo principio e risultamenti di una sola formola generale*, nelle due ultime sezioni della sua Meccanica.

L'analisi esposta dal *Cav. Fossombroni sulla resistenza e sull'urto de' fluidi* (Soc. Ital. T. IX.): l'indagine *delle leggi che moderano la resistenza, opposta da' fluidi ne' moti lentissimi* (Coulomb. Ist. di Fr. T. XVII): *le oscillazioni de' flui-*

di ne' tubi ricurvi, ed il moto de' fluidi elastici ne' tubi cilindrici e negli strumenti da fiato, (*Poisson* Instit. de Fran. 1818) sono argomenti che onorano la moderna Idrodinamica, e per analogia c' invitano a rammentare con la dovuta lode il saggio del *Prony Sulle leggi della dilatabilità de' fluidi elast. e sulla forza espans. del vapore aqueo* (vol. I. in 4.°) e la Memoria del *Mossotti* – *Sul moto di un fluido elastico che sorte da un vaso, e sulla pressione del medesimo contro le pareti* (Soc. Ital. T. XVII) e le due Memorie del *Girard* – *Sul moto de' fluidi ne' tubi capillari* – *Sul proflu-vio lineare delle sostanze liquide da' tubi capillari* (Ist. di Francia per gli an. 1816 e 1818) e quella *Sulla stabilità de' corpi ondeggianti* del *Dupin* (Sav. Etrang.)

Idraulica .

31. L' *Idrodinamica* prende il nome d' *Idraulica* quando si applica al regolamento delle acque correnti, e delle macchine che operano mediante l' impulso o la pressione dell' acqua. L' invenzione delle macchine idrauliche fu d' assai posteriore a quella delle macchine che servono alle grandi operazioni della *Meccanica*, giacchè tutti convengono che *Archimede* immaginasse la *coclea*, mentre soggiornava nell' *Egitto*, per procurare agli abitatori del *Delta* un facil mezzo d' innaffiarlo: la *tromba aspirante* e *premente*, come pure il *timpano idraulico*, si attribuiscono a *Ctesibio*, ed è probabilmente di *Erone* suo scolare la prima idea del *Sifone* di braccia diseguali, destinato al travasamento de' liquidi: il *molino* peraltro e la *clepsidra*, riconoscono un' origine più remota, poichè *Vitruvio* tratta del pri-

mo senza indicarne l' inventore, e la seconda, se si considerano i modelli lasciatici da *Vitruvio*, e descritti con molta eleganza dal *Bailly* (Hist. de l'Astron. Mod. §. XIII e XIV) presenta quel sommo grado di raffinamento, che ben tardi suol succedere alla rozzezza delle prime invenzioni. Non il lume della teorica, ma il naturale istinto del genio meccanico, di quel genio che formò un *Zabaglia* ed un *Ferraccina*, e che suggerì l' idea dell' *Ariete* al *Montgolfier*, condusse gli antichi all' organizzazione delle macchine sopra indicate. In fatti, le prime nozioni della scienza idraulica, superficiali per altro e prive d' ogni geometrica precisione, s' incontrano nell' Opuscolo che ha per titolo *De Aquaeductibus urbis Romae Commentarius*, composto da *Sesto Giulio Frontino*, ispettore delle fontane pubbliche sotto gl' Imperatori *Nerva* e *Trajano* (*a*). Niuna notabile invenzione sino al 1481, in cui fu immaginato l' uso de' sostegni ad uso della navigazione, dai fratelli *Viterbesi*, *Dionigi e Pier Domenico*, i quali, come risulta dalle Croniche di *Gio. Juzzo di Viterbo*, li costruirono per la chiusa di *Stra* nella provincia di *Padova*. Verso il 1600 il *Galilei diede alla scienza un aspetto geometrico e meccanico nella sua insigne scrittura sul fiume Bisenzio* (*b*), ed immaginò la così detta *scala delle velocità*, che mise gl' Idrometri sulla traccia di un' indagine rilevantissima.

Il P. *Castelli* nel suo trattato *Della misura delle acque correnti* (an. 1638) insegnò, essere la portata di un fiume regolare e permanente, ugua-

(*a*) Può vedersi l' Articolo -- *Frontino*.
(*b*) *Cesarotti* -- Relazioni Accademiche (T. II. pag. 85) ove si dà conto di una Memoria del Conte *Stratico*.

le in tutte le sezioni, in conseguenza proporzionale al prodotto delle sezioni stesse per le respettive velocità, e di tal principio, ch'è poi divenuto il germe di tutti i teoremi generali adattabili all'Idrometria Pratica (*Fossombroni* – Soc. Ital. T. IX.) fece parecchie applicazioni assai plausibili.

A lui si debbe altresì l'insigne scoperta della legge, che modera l'alzamento e la depressione del pelo in un canale d'acqua corrente, allorchè diviene più o meno copioso; legge approvata dal preclaro Idraulico *Montanari*, e confermata dalle pubbliche sperienze del *Barattieri* (a), come pure da quelle che *Gio. Domenico Cassini* a tale oggetto ripetè solennemente in *Roma*.

Adattati cento sifoni ad una gran vasca, il P. *Castelli* misurò l'altezza dell'acqua che tutti insieme versavano in un sottoposto canale, ed osservò che per far decrescere di un decimo la predetta altezza era d'uopo sospendere l'azione di 19 sifoni: che sopprimendone altri 17 il pelo deprimeasi di un nuovo decimo, e così per ordine, se i nuovi sifoni rimossi erano 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3. Da tale sperimento, e da un altro istituito con moltiplicare i sifoni finchè l'altezza divenisse doppia, tripla, quadrupla ec. egli raccolse, che per avere un'altezza doppia si richiede quadrupla quantità d'acqua, nonupla per averla tripla ec.; vale a dire, che le altezze crescono come le radici quadrate de'numeri, esprimenti la respettiva portata del canale.

(a) Architett. d'Acque – Parte II. Lib. III. Cap. II.

Le sperienze del Cav. *Bonati* e quelle molto più in grande, fatte con rivi naturali dal Conte *Mengotti*, mentre non hanno lasciato alcun dubbio sulla teoria del P. *Castelli*, hanno smentita quella del *Genneté*, cui piacque di sostenere che non bastino cento fiumi eguali, introdotti nello stesso alveo, per renderne doppia l'altezza. Se il *Danubio* dopo l'ingresso dell'*Enno*, ed il *Reno* dopo il concorso del *Meno* non presentano un alzamento sensibile, ciò nasce dalla depressione del fondo, prodotta dall'aumentata velocità.

32. Tutti sapeano che, aperto un foro nella parete di un vase pieno d'acqua, è lo sprizzo del fluido tanto più vivo quanto più basso, ma niuno prima di *Raffaele Magiotti* avea pensato ad istituire un esperimento decisivo, per conoscere qual ragione abbia la quantità dell'efflusso all'altezza del fluido al di sopra del foro. Dopo diversi tentativi l'esperienza insegnò, che una piccola luce aperta nel fianco di un vase, mantenuto pieno ad altezza costante, dà nello stesso tempo una quantità di fluido, doppia di quella che sgorga da un'egual luce superiore, se la distanza di questa e di quella dalla superficie di livello, stiano come 1 : 4; che la quantità suddetta divien tripla, se la distanza della luce inferiore sia nove volte quella della superiore; ed in generale, che la quantità dell'efflusso nello stesso tempo sta come

1, 2, 3, 4 .... se 1, 4, 9, 16 ....

misurano le respettive profondità della luce. Da ciò si dedusse che le velocità dell'efflusso alle profondità 1, 4, 9, 16 ... stanno come 1, 2, 3, 4, ... ossia, come le radici quadrate delle altezze; il che poi significa essere la velocità dello sprizzo eguale a quella, che un grave acquisterebbe cadendo dalla superficie del livello sino al foro. L'anzidetta esperienza fu ripetuta dal *Torricelli*, più accuratamente dal *Mariotte* (Mouvem. des eaux. – Par. III.), e con l'intervento d'illustri testimonj fu verificata in seguito dal *Poleni*, dal *Guglielmini* e da *Gius. Michelotti* (Sperim. Idr. T. II. Disc. III). Restava da vedersi se dilatando la luce si conservasse inalterata la legge degli efflussi, ed il *Newton* fu, per quanto sembra, il primo a tentare quest'indagine, considerando le luci aperte nel fondo di un vase, poichè troviamo da lui affermato, che la massima velocità del getto corrisponde alla minima luce, e la velocità minima alla luce massima (eguale al fondo).

Detta a l'altezza, y il fondo, c il foro, egli trovò la velocità

$$v=\frac{2a\,y}{2y-(y-c)} \text{ ossia } \frac{2ay}{y+c} \; (a).$$

Un' esperienza del *Mariotte*, quantunque da quell'abilissimo Fisico male interpetrata, avea dato un indizio per sospettare che la legge delle velocità proporzionali alle radici quadrate delle altezze, si discostasse dal vero quando la luce è assai grande relativamente all'ampiezza del fondo, ed il Conte *Mengotti*, variando la luce da una cinquemillesima fino al quarto del fondo, mise fuori di dubbio la successiva degradazione

(a) Il *Newton* chiama *fondo relativo* la superficie $y-c$ del fondo diminuita del foro, e la rappresenta con la lettera b, ma ciò non serve che ad oscurare il significato della formola. Il fondo essendo noto giova scrivere b per y, onde avere $v=\frac{2ab}{b+c}$. L'ipotesi $c=0$ dà $v=2a$, veloc. mass.; $c=b$ dà $v=a$ veloc. min.

dell'anzidetta legge. Basta concepir diviso il fluido in tante colonne, uguali a quella sovrastante alla luce, per vedere che la pressione laterale, seconda cagione del getto, dee diminuire a misura che la luce si aumenta (a).

33. L'esposta eccezione non era per anche nota quando il *Guglielmini* si dedicò allo studio della scienza idraulica. L'analogia tra l'efflusso dai fori di un vaso inesausto, e lo smaltimento di un fiume che si vuota per un'ampia luce, mentre riceve alimento dall'altra, lo sedusse, e le sue grandi Opere si risentirono del vizio di un principio fondamentale male apprezzato: quella per altro *Della natura de' Fiumi* è per mille titoli ragguardevole, e sola basterebbe ad accreditarla, l'analisi delle leggi che la natura osserva nell'aprire e dirigere l'alveo dei canali e dei fiumi: analisi che, per confessione del *Fontenelle*, non poco umiliò e confuse i pretesi conoscitori dell'*Idraulica*.

Una delle più infelici applicazioni della teoria degli efflussi da luci piccolissime, fu la scala delle velocità nelle profonde correnti, velocità che si suppose prodotta dagli strati superiori, e comunicata in parte dalla forza di affinità, sino alla superficie: quindi il simboleggiamento delle velocità successive, per mezzo delle ordinate di una parabola, avente per asse l'altezza del pelo, d'onde risultò progressiva la velocità verso il fondo; conseguenza smentita dalle sperienze che il *Mariotte* istituì col sistema di due palle, una più leggiera, l'altra più grave dell'acqua,

(a) Sarebbe una frivolezza il dire con *Mariotte* -- *dans la grand ouverture l'eau supérieure ne povoit venir aussi vite qu'il eût été nécessaire*.

insieme connesse con un filo; e contraddetta pure dagli sperimenti del *Du Buat* (Princ. d'Hydraul. Par. 2.a Sez. 1.a Cap. 6), da quelli del *Prony* (Recher. ec. sur la théor. des eaux cour. Chap. 15 art. 198 et suiv.) e dai più recenti del Conte *Mengotti*, il quale collocato un vase conico pieno d'olio, tinto di rosso o di nero, con la base sul fondo di un fiume, osservò l'andamento della colonna colorata sorgente dal vertice.

34. Al *Guglielmini* successe *Geminiano Rondelli*, illustre professore d'Idrometria nell'Università di *Bologna* ed autore di dotti libri: indi il Padre *Grandi* (Trattato Geom. del movim. delle acque), *Eustachio Manfredi* (Note alla Nat. de' Fiu. del Gugliel.), il *Zendrini* (Op. Idraul.) il *Narducci* (Parag. de' Canali), il *Poleni* (De Motu Mix. - De Castellis): e nella susseguente generazione si vide un *Eustachio Zannotti*, un *Boscovich*, un *Michelotti* (Esperim. Idr. T. 2 in 4.°-1761-68) e poi il *Ximenes*, il *Frisi*, il *Lorgna*, il *Fantoni*, il *Zuliani*, il *Bonati*: soggetti di cui fu ampiamente riparata la perdita dai *Brunacci*, *Delanges*, *Ignazio Michelotti*, *Salimbeni*, *Fossombroni*, *Paoli*, *Venturi*, *Avanzini*, *Venturoli*, idraulici che soli varrebbero ad accreditare qualunque più popolosa e potente nazione. Basti accennare le magistrali sperienze *sull'urto di una vena fluida contro una lastra* istituite dal Prof. *Zuliani* (Acc. di *Pad.* T. III), d'onde la scoperta della legge che modifica la resistenza, cioè: *che quando la lastra molto supera la sezione della vena, l'urto è quasi eguale al peso della colonna d'acqua, la cui base sia la predetta sezione, l'altezza quella che deesi alla velocità della vena: nel caso della eguaglianza tra la sezione e la lastra, l'urto diminuisce più della metà*. Al che seguono importanti applicazioni al perfezionamento delle ruote idrauliche e di altre macchine.

La bella Memoria d'*Ignazio Michelotti*, inserita nel cit. vol. dell'Accad. di *Torino*, ha il merito di aver ridotta a compimento la serie delle sperienze, con tanto valore istituite da *Giuseppe Teresio* suo padre, e fra le altre indagini offre la dimostrazione di un insigne teorema indicato dal P. *Boscovich*, cioè: *che il dispendio di un orifizio quadrato, posto a fior d'acqua, sta a quello che si fa per l'orifizio circolare inscritto, come* 5 *a* 4.

La distribuzione delle alluvioni fu con grande ingegno sottoposta a regole e calcoli dallo *Zendrini* e dal *Fossombroni* (Soc. Ital. T. III p. 533): il secondo de' quali è anche illustre per le Memorie sulla *Val di Chiana*. In seguito *Francesco Ferrari* diede una bella dissertazione *sulle chiuse per la derivazione de' canali regolati* (Soc. Ital. T. V); il P. *Greg. Fontana* discusse l'analitica teoria spettante alla pressione dell'acqua in moto, contro i vasi ed i tubi pe' quali scorre (Soc. Ital. T. IX), ed *Antonio Lombardi* illustrò la dottrina del P. *Grandi*, relativa all'opportunità de' ripari e degli argini, la cui superficie abbia una concavità parabolica verticale, e l'abbia pure orizzontale se trattisi delle svolte (Soc. Ital. T. X).

Le Ricerche sulla comunicazione laterale del moto de' fluidi darebbero fama a qualunque scrittore meno celebre del Cav.r *Venturi*: quelle del del Prof. *Avanzini* - *Sulla resistenza de' fluidi* (Istit. Nazion. Ital. T. I e II ed Acc. di Pad.) lasciano in dubbio se più debbasi ammirare l' industria analitica, o la finezza sperimentale. Ivi una nuova formola, esprimente la resistenza opposta da un fluido stagnante ad un corpo che vi si muove, o da un corpo immobile ed immerso in un fluido che scorre verso di esso; e tal formola risulta dall' aggregato di quattro pressioni separatamente calcolate, cioè d' *inerzia*, di *attrito*, di *tenacità* e di *compressibilità*, se il fluido sia elastico. La teoria e l' esperienza inducono l' Autore a riconoscer false le formole del *Newton*, dello *Juan* e del *Romme*, relative all' assoluto valore della resistenza.

La ricerca del centro di pressione, istituita per mezzo di una ingegnosissima e grandiosa macchina espressamente immaginata, condusse il prelodato Geometra ad un ritrovato importante, ed è: *che il predetto centro si discosta da quello di grandezza, quando il piano rettangolare trasportato pel fluido, è obbliquo alla direzione del suo moto, e tanto più, quanto più cresce l' obbliquità*. È una conseguenza di tale scoperta l' erroneità di cospicue applicazioni, affidate ad una delle note formole. Un cenno sulla maniera di applicare l' analisi ai problemi che dipendono dalla resistenza de' fluidi e dal centro di pressione, compie le indagini della prima Memoria, e ad essa per brevità ci limitiamo.

Tre anni dopo, lo stesso Autore pubblicò la teoria geometrica dell' ariete idraulico.

Molto degne d' onorevole menzione sono sembrate le due Memorie del Cav.r *Brunacci* – *Sulle Pratiche usate in Italia per la dispensa delle acque* (Verona 1814) – *Sull' urto de' fluidi* (Soc. Ital. T. XVII), la prima onorata del premio dalla Soc. Ital., l' altra piena d' ingegnosi calcoli, diretti ad

ottenere con un' indagine teoretica l' analisi de' nuovi risultamenti, che il Cav.r *Morosi* aveva osservati nell' urto di una colonna d' acqua, contro una lastra circondata di un orlo (*a*).

35. Le sfrenate proposizioni del *Bernard*, quantunque meritassero quel disprezzo di cui egli è stoltamente liberale cogl' *Italiani*, ebbero in Italia l' onore di una confutazione in due Memorie del Prof.r *Zuliani* (Acc. di *Padova*) ed in altri scritti di valorosi ingegneri, fra' quali molto quella distinguesi del Cav.r *Bonati* (Soc. Ital. T. 15). *Zuliani* provò per es.° che l' effetto dell' altezza viva dell' acqua è ben lontano dall' essere *generalmente insensibile e quasi immaginario*: 1.° osservando che nelle sezioni minori l' acqua di un fiume acquista maggiore altezza e velocità: 2.° che gl' influenti i quali concorrono in un alveo, vanno più veloci quantunque la pendenza non cresca e talvolta scemi: 3.° che i canali scarsi d' acqua abbisognano di maggior pendenza, laddove quelli che sono copiosi, scemano la pendenza scavando il fondo: 4.° che il corso del Po riesce inesplicabile se ammettasi la massima del *Bernard*: 5.° che l' esperienze istituite da illustri Idraulici, mentre si trovano inconciliabili con la predetta massima, completamente dimostrano il contrario parere del *Guglielmini*, in conferma del quale la seconda Memoria offre luminose argomentazioni, fondate su i veri principi teoretici della scienza.

L' unica eccezione ammissibile era stata preveduta dal *Guglielmini* stesso, allorchè dichiarò: *che quando l' acqua corrente per un alveo incli-*

(*a*) Egli trovò che il massimo effetto dell' orlo è di render sestupla la forza dell' urto.

nato, abbia fatto acquisto di una velocità, maggiore di quella che può prodursi dall' altezza viva, allora la forza della pressione riesce nulla, quanto all' effetto: lo *Zuliani* la stabilì dimostrandola con le ragioni teoretiche, e confermandola con le sperienze.

36. Fra le moderne ricerche idrauliche merita ragguardevole luogo una Memoria del D.r *Gerbi* – *Sulle rotte de' fiumi e su i metodi per prevenirle* (Accad. di Pistoja vol. I an. 1808). Essa è corredata di ottime riflessioni teorico-pratiche, ed offre una compiuta dottrina analitica sulla stabilità degli argini, de' quali determina la resistenza contro il triplice sforzo della corrente, diretto a rovesciarlo con moto di rotazione intorno all' esterno limite della base, e a trasportarlo tutto o in parte in direzione orizzontale.

Il Conte *Mengotti* (Idraul. Fisica e Sperim. vol. 2 in 8.° Venez. 1816) ha scritto con ricercata erudizione e singolar chiarezza: tutto nel suo libro è luminosamente provato, seppure soverchie non sieno le difficoltà che oppone alla rettificazione degli alvei, e troppo fugaci le osservazioni che fa sulla dottrina de' *pennelli*. I molti sperimenti che ha istituiti meritano somma lode, specialmente quelli del tutto nuovi, che sono diretti a dimostrare il gravissimo pregiudizio recato dai *diversivi*.

Giustissime e belle a noi sembrano le sperienze e le riflessioni che adornano la Memoria del D.r *Focacci* – *Ricer. per conoscere i rapp. delle veloc. in andamenti ove sieno div. attriti* (Soc. Ital. T. 15). Egli ha il merito di avere stabilmente confutata la massima del *Genneté* per riguardo all' *insensibile alzamento de' fiumi*, dopo l' ingresso di qualsivoglia numero e grandezza d' influenti.

Il valore del Prof.r *Venturoli* nelle Matematiche applicate, e singolarmente nell' *Idraulica*, è superiore ai nostri elogi.

La sua Memoria *Sull' efflusso pei tubi addizionali* (Soc. Ital. T. XII) offre eleganti formole, esprimenti l' altezza dovuta alla velocità dell' efflusso pei tubi sì cilindrici che convergenti o divergenti, e prova che ne' primi la pressione laterale eguaglia quella dell' atmosfera, che ne' secondi la supera, e n' è minore negli ultimi. Alla prec. successe quella ingegnosissima *Sul pendolo idrometrico composto* (Soc. Ital. T. XIV): in seguito egli propose (Bologna 1817) un semplice è sicuro criterio, per riconoscere mediante l' *asta ritrometrica* del Cav.r *Bonati*, se la scala delle velocità venga costituita da una linea retta, ovvero da due rette diversamente inclinate, ed assicurò in tal guisa da ogni errore notabile l' uso dell' asta medesima.

Anche il *pendolo idrometrico semplice* fu dal prelodato Geometra riaccreditato, mediante la misura della *tensione* del filo, sostituita alla *deviazione* dal perpendicolo; tensione che il calcolo dimostra costante. La curvatura del pendolo si riduce a quella della *catenaria* quando la velocità di tutti gli strati si suppone la stessa: e siccome la catenaria determina la curvatura di una vela gonfiata da vento uniforme, e la diversità del fluido impellente non può produrre differenza di curvatura, sembra che da ciò ne risulti una conferma della eguaglianza tra le velocità de' diversi strati, come si disse sul fine del §. 33. *Questo modo di esplorare la velocità* (così *Venturoli*) *pesando la palla in varj punti sommersa, è sempre buono e sicuro, per quanto incerte e sconosciute possano essere le forze che sotto l' acqua torcono e tormentano il filo*.

La geometrica teoria dell' *ariete idraulico* è la terza Memoria messa in luce dal Prof. *Venturoli* nel citato anno 1817.

Non altri che l' autore di sì belle Memorie potea dare al pubblico le incomparabili *Lezioni Idrauliche* che vanno fregiate del suo nome. Tutto piace in esse, anche la severa concisione che vi predomina, e che lascia non di rado il lettore col desiderio di un più compito ammaestramento. Le seguenti osservazioni sono destinate a porgere una qualche idea di sì eccellente lavoro.

1.° In esso vien rettificata l' ipotesi e la formola proposta dal *Prony* (*a*) per esprimere la velocità dell' acqua che scorre in un lungo tubo, alimentato da un recipiente inesausto, ed inclinato all' orizzonte sotto un dato angolo.

2.° Evvi la conveniente modificazione di una massima stabilita dal *Du Buat*, *che l' impedimento delle svolte nell' alveo di un fiume, sia independente dall' ampiezza dell' alveo stesso*.

3.° Vi si dimostra falsa l' ipotesi ammessa dal *Pitót* (Acc. di Parigi 1730) *che il corso di un fiume soffra resistenza quando sbocca in un altro, ancorchè il suo pelo vada a congiungersi con quello del recipiente*.

4.° Si fa vedere che il *Du Buat* si è dipartito dal vero, quando ha preteso valutare nello stesso modo la resistenza pei tubi e per gli alvei.

5.° Vi si suggerisce un ottimo artificio, per rendere più sicura e più facile la misura dell' acqua corrente mediante il *regolatore* del *Prony* (*Mém. sur le jeaugeage des eaux cour.* Paris 1802.)

6.° Si supplisce ad una grave omissione del *Bossut* e del *Viallet*, i quali (*Recher. sur la*

(*a*) Recherches sur la théor. des eaux courantes. A' Paris 1804.

constr. des digues) considerano la stabilità degli argini, soltanto in riguardo al moto *rotatorio*, nulla curando il *progressivo*, che pur è cagione di maggior rischio.

7.° Si mostra insussistente una massima del *Montgolfier* (*Jour. de l'école polyth. cah.* 14) relativa al prodotto dell' ariete idraulico.

8.° Si corregge in *Belidor* (*Archit. Hydr.* T. I. art. 655) la misura della forza impiegata dalla macina di un molino per frangere il grano; misura che trovasi $=\frac{1}{22}$ del peso della macina in vece di $\frac{1}{35}$.

9.° Si rigetta il ripiego immaginato dal predetto *Belidor* onde ottenere il massimo effetto nella macinazione, ripiego per cui vuolsi aggravata la macina, finchè la velocità della ruota divenga $\frac{1}{3}$ di quella della corrente.

10.° Si scuopre falso il teor. del cit. Autore, ove pretende *che la ragione di* 1 : 3 tra la velocità della macina e quella della corrente, *corrisponda al massimo effetto*, e vi sostituisce la ragione vera di 2 : 5.

11.° Si disapprovano le correzioni progettate dallo stesso, per aumentare l' effetto della macchina *Samaritana*, e si propone in vece di alleggerirne le parti ed accrescere il numero delle ale.

12.° Il *Parent* ed il *Belidor* riconobbero che nei molini a vento bisogna situare le ale a 55.° sull' orizzonte, per render massimo l' effetto del vento sulle medesime, ma trascurarono di distinguere l' effetto del vento sul molino fermo da quello ch' esso vi produce quando è in moto, e non videro che nel 2.° caso, tenendo conto, come si conviene, della velocità relativa, l'inclinazione corrispondente al massimo è appunto quella preferita dai pratici, di 72 in 75 gradi.

L'Idrodinamica del *Bossut* ha il pregio di una elegante facilità, e compensa la tenuità teoretica con la copia delle sperienze, fatte da lui per commissione del Duca di *Choiseul* Ministro della Marina, col *D'Alembert* e col *Condorcet*.

Molte sperienze *in piccolo* ed un lusso analitico, sovente mal collocato, raccomandano alla curiosità dei dotti i *Principj Idraulici* del *Du Buat*.

37. Degnissime di speciale menzione ci sembrano finalmente le *Ricerche geometriche e idrometriche degl' Ingegneri Pontificj* (vol. I in 4.° Roma 1820); poichè ravvisiamo in esse un triplice avanzamento della scienza idraulica. In fatti, nel primo Articolo si mette a prova il sentimento di *Frontino*: *che un cannello tragga da un rivo d' acqua corrente maggior copia di fluido, quando procede nella direzione del rivo*. Si dà ragione del divieto fatto dal Senato *Romano*, a coloro che attingeano l' acqua ai pubblici condotti, di aggiungere sul fine del legittimo cannello una più ampia fistola, dimostrando *che tal giunta può accressere a molti doppj la quantità della derivazione*: si spiega perchè il divieto si limitasse alla distanza di 50 piedi dalla presa dell' acqua, facendo vedere *che l' aumento prodotto dal tubo addizionale, resta compensato dal soffregamento del fluido lungo le pareti del cannello*.

Dato il diametro del cannello ed il carico dell' acqua, trovare quanto il cannello debba esser lungo, perchè la giunta di un' ampia fistola compensi il discapito derivante dall' attrito, è un

elegante problema ivi occasionalmente contemplato.

Si decide in ultimo contro l' opinione di *Frontino*, che l' apertura di una o più fistole nelle pareti di un condotto, alimentato da una vasca sempre ricolma, non diminuisce, dentro certi limiti, la portata del medesimo, perchè proporzionalmente si accresce la velocità del fluido.

Il secondo Articolo offre il prospetto delle operazioni fatte dagl' Ingegneri di *Ferrara*, per estimare la portata del Po in un dato luogo, e per mettere a prova la teorica relativa al corso equabile de' gran fiumi.

Gregorio Vecchi, primo Ingegnere della Legazione *Ravennate*, dà nell' Articolo terzo un saggio sulla teoria del corso de' fiumi nella cavità delle svolte.

Rigettata l' ipotesi del *Du Buat*, *che il filone si rifletta sotto un angolo eguale a quello d' incidenza, perdendo una velocità; proporzionale al quadrato di essa e del seno che misura l' angolo d' incidenza*, stabilisce quella del moto *lineare*, unitamente all' altra del *Girard*, *che le parti dell' acqua descrivano nelle svolte archi circolari concentrici, con velocità proporzionali ai raggi*; e su queste basi ordisce una teorica completa, di cui scandaglia i risultamenti, confrontandoli coi fenomeni de' fiumi serpeggianti, osservati dal *Guglielmini*. Sagaci esperienze da istituirsi, somministreranno gli elementi che si richiedono per appurare i coefficienti, tuttavia indeterminati nelle formole del prelodato Ingegnegnere, ed allora potrà dirsi che abbiasi piena cognizione del moto de' fiumi nelle svolte, come pure delle cause che producono le corrosioni, della maniera con cui progrediscono, e de' rimedj opportuni per trattenerle.

L'ultima dissertazione che vogliamo qui rammentare con molta lode, è quella del Prof.[r] *Magistrini*, intitolata *Nuove Ricerche sulla teorica e sulle pratiche applicazioni della percossa idraulica*, inserita fra gli *Opusc. Scient.* pubblicati in *Bologna* per l'anno 1820.

Le anteposte osservazioni, quantunque incomplete e manchevoli, c'invitano a concorrere nel sentimento del *P. Frisi*, il quale nell'elogio del *Galileo*, parlando dell'*Idraulica* così si espresse: *Nell' avanzamento delle scienze hanno avuta molta parte, l'Inghilterra, la Francia e la Germania, ma l'Idraulica dee riguardarsi come una produzione propria dell' Italia. Qui è dove si è ridotto in precetti ciò che riguarda i fiumi, i torrenti, i canali navigabili, la condotta e la divisione delle acque chiare e torbide; le pendenze, le direzioni, le variazioni degli alvei; in somma tutta l' Idrometria: precetti che hanno già servito di norma a tante Opere, e dovranno servire per le altre che si avessero ad intraprendere*; sentimento che combina con quello del *D'Alembert*, il quale confessò *doversi agl' Italiani quanto di grande è stato fatto relativamente alla scienza delle acque*. Vegga Soc. Ital. T. XIII p. 397.

Affinchè anche i meno esperti chiaramente comprendano quanto grave danno dalla coltivazione de' monti derivi al corso de' fiumi, e perciò anche degl' influenti che vi si scaricano, soggiungiamo la misura approssimata della quantità delle materie che il Po, nello spazio di un anno, per la massima parte trasporta nelle vicinanze della sua foce, ed in parte deposita nel fondo del suo letto, misura con giusto e riservato metodo calcolata dal Conte *Mengotti*, e trovata di 24 milioni di piedi cubici. Prescindendo an-

che dall' alzamento del fondo, si ha così un periodico prolungamento dell' ultimo tronco al di là della foce, quindi una successiva diminuzione della pendenza, perciò una minore velocità, d'onde un interrimento che sempre si accresce, e che rende frequenti e più difficilmente riparabili le profonde rotte che si succedono.

Ciò però costituisce la minor parte del danno. Quello ch' è sopra d'ogn' altro gravissimo, consiste nell' aumento delle piene, la cui minaccia ognor crescente, deriva dalla precipitevol caduta delle acque dai nudi gioghi de' monti; caduta che produce l'improvviso furiare degl' influenti, che densi per soverchia torba, portano in breve tempo sulle meno veloci acque del recipiente un immenso volume di fluido poco scorrevole. In sì trista situazione, altamente appresa dagl' Idraulici e trascurata da' sedicenti ingegneri, parecchie sono e di somma importanza le operazioni da combinarsi. Correggere con avvedutezza il soverchio serpeggiamento del recipiente: ristringere con una serie di pennelli *opportunamente collocati*, l'eccessiva latitudine delle sezioni, finchè tutte abbiano giusto equilibrio con la portata del fluido: fortificare gli argini con ampia scarpa ed innalzarli, ove il ventre della piena sia solito rendersi formidabile: proteggere i tratti della sponda più minacciati, con ripari che offrano all' urto un' adattata concavità orizzontale e verticale: rendere ai monti la difesa de' boschi, non inutilmente sacri una volta a qualche tutelare Deità: barricare il primo tronco di alcuni influenti, onde sgravarli dalle rotolanti ghiaje e dall' ingombro delle più grossolane materie, e ciò per alcuni anni, finchè non sia ristabilita la necessaria vegetazione permanente sul fianco dei monti: ecco ciò che può sospendere la devastazione delle campagne soggette all' ira di sfrenata corrente: progetti che non si estendano a quanto sopra, o che non sieno con la massima circospezione eseguiti, appena meritano il nome di cure palliative, e finiscono con esaurire i mezzi economici delle provincie, per differire di qualche anno l' ultimo loro deperimento.

Ottica.

38. L' invenzione del vetro è per sentimento di *Plinio* il Naturalista (*a*) di un' antichità immemorabile: antichissima è pur l' arte di modellarlo in molte guise mediante la fusione: ciò servì a scuoprire la forza ustoria de' semmenti sferici o globi di vetro, ben nota al popolo di *Atene* nel tempo di *Aristofane* (*b*). Sin d' allora sapeasi che un raggio di luce progredisce in linea retta, che si riflette sotto un angolo eguale a quello dell' *incidenza*, e che si rifrange nel passare da un *mezzo* ad un altro di diversa densità. Di fatto, nella *Catottrica* di *Euclide* (Phoenom. 4) si trova descritto il fenomeno della moneta postâ nel fondo di un vase, e resa visibile da una sufficiente copia d' acqua. Il resto della citata Opera intitolata *Specularia*, costituisce un' ampia descrizione de' fenomeni, che dipendono dalla riflessione della luce negli specchi piani, concavi, convessi, sferici, conici e cilindrici; essi sono dimostrati in trentuno teoremi. *Ar-*

(*a*) Stor. Natur. lib. 5.° cap. 19; lib. 26 cap. 26; lib. 37 cap. 7.
(*b*) Nella commedia intitolata Νεφελαι cioè *le Nuvole* -- Atto 2.° Scena 1.ª tra *Socrate* e *Strepsiade*.

chimede si prevalse di un sistema di specchi piani per incendere la flotta del Console *Marcello* (veggasi *Archimede*), e bisognerebbe conoscere il suo trattato di *Catottrica*, citato da *Teone* nel Commento sull' *Almagesto* di *Tolomeo*, per apprezzare, quanto in tal genere di studj la posterità debba a quel sommo Geometra. Un solo teorema di tal trattato, conservatoci da *Teone* (luo. cit.), c' insegna ch' egli vi contemplava anche l' ingrandimento dell' angolo visuale, prodotto dalla rifrazione, quando l' oggetto veduto sta immerso nell' acqua.

39. Dal trattato del *Traguardo* di *Erone* il meccanico, che l' instancabile industria del Chiariss. Cav.ʳ *Venturi* ha ricavato da un codice della Biblioteca di *Parigi*, confrontato con un altro spettante a quella dell' Università di *Strasburgo*, si rileva che l' indicato strumento era già sin da quel tempo singolarmente perfezionato per opera di *Bitone*, scrittore delle macchine da guerra, e molto più per opera dello stesso *Erone* (veggasi l' articolo *Erone* e *Venturi* -- *Comment. sopra la Storia e le Teorie dell' Ott.ca*: Bologna 1814). In ultimo esso era divenuto simile al *Teodolito*, strumento eccellente, con predilezione adoperato nell' *Inghilterra*.

40. *Tolomeo*, che fioriva negli anni 125-140 dell' era volgare, profittò di tutti i lumi de' suoi predecessori per comporre un trattato d' *Ottica* in cinque libri, la cui traduzione Araba, priva per altro del primo libro, passò con infelice versione latina in varj codici, ed ora trovasi ridotta, mercè lo studio del prelodato Cav.ʳ *Venturi*, in purgato stile Italiano, non senza il corredo di magistrali osservazioni ed esperienze (Op. cit. p. 84 e seg.)

La visione risulta dai raggi lanciati dall' occhio all' oggetto veduto : Il campo visibile è un cono rettangolo , il cui vertice è nell' occhio : sono, come apparisce dai libri susseguenti e dall' Ottica di *Eliodoro* di *Larissa*, le principali proposizioni del Lib. I. Omessa la prima, che non merita confutazione, quantunque creduta certissima da *Tolomeo* e da *Eliodoro* , il secondo de' quali la deduce dalla figura dell' occhio , sferica e non concava, dalla scintillazione degli occhi degli animali che si cibano nella notte, e dalla facoltà che molti hanno di vedere nelle tenebre (*a*); siamo in grado di rettificare la seconda proposizione, affermando che la massima divergenza de' lati nel cono visuale si estende a 150.° decimali, con la condizione per altro, che se trattisi di una visione chiara e distinta, il campo visibile non oltrepassi i 20.° Tale in fatti è il risultamento di un' esperienza istituita dal Cav.r *Venturi*, che ognuno potrà facilmente ripetere. Abbiaosi in una stanza, parata di nero in tutto o per metà, due lumi contigui, distanti dall' osservatore cinque in sei metri. Fissato l' occhio sopra un oggetto distintamente visibile, esistente tra la parete ed i lumi, si rimuovano questi trasportandoli gradatamente, uno a destra, l' altro a sinistra, per un arco circolare parallelo al pavimento , arco il cui centro sia nell' occhio dell' osservatore : sospeso il moto di traslazione quando i lumi cessano d' esser visibili , si misuri l' arco descritto dai lumi e si avrà ec. Se i lumi si trasportano per un arco di circolo verticale, il massimo angolo ottico si riduce a 125.°

(*a*) Heliod. Larissei *Capita Opticorum*.-Pistorii 1758.

La teorica del 2.° libro è diretta ad insinuare che il colore sia ne' corpi , che la vista dia l' idea di *corpo* , *luogo* , *grandezza* , *figura* , *moto* e *quiete* : La 1.a (*vi si dice*) deriva dalla resistenza che i raggi lanciati dall' occhio incontrano negli oggetti , resistenza che riportasi per contraccolpo alla retina : la 2.a nasce dalla sentita direzione e lunghezza de' raggi ; la 3.a corrisponde all' ampiezza della base del cono luminoso : la forma di questa base fa conoscere la figura dell' oggetto .

Passando ai difetti ed agli errori della vista, l' autore insegna che la distinta percezione degli oggetti vicini esige *che i raggi* , *usciti umidi dagli occhi* , *tosto abbandonino la contratta umidità* : che la sensazione più forte, per grandezza dell' obbietto o per vivacità di colore , indebolisce la meno forte .

Nel Libro 3.° si deducono i fenomeni relativi agli specchi piani e convessi, dai seguenti principj : 1.° *Che l' immagine si vede nella direzione del raggio* , *condotto dall' occhio al punto della riflessione* : 2.° *Ch' essa comparisce ove il raggio visuale incontra la normale dall' oggetto allo specchio* : 3.° *Che gli angoli d' incidenza e di riflessione* (tra loro eguali) *sono in un piano comune*, *perpendicolare allo specchio* .

Le ragioni astratte e le sperienze ch' egli adduce per dimostrarli , di rado si trovano sodisfacenti .

Ivi è detto che *il diminuito vigore de' raggi riflessi fa creder minore la lontananza* – La teorica degli specchi piani oltrepassa di poco quella di *Euclide* (teor. 4.° e 19.°).

Ecco le principali massime spettanti agli specchi convessi .

1.° *Il raggio è ripercosso all' occhio da un sol punto; l' immagine è unica, comparisce inferiore alla tangente dall' occhio allo specchio, e sotto la superficie di esso, quantunque talvolta sia fuori ed inosservata.*

2. *L' immagine è più dell' oggetto vicina allo specchio* (Eucl. teor. 20.°) *e la sua distanza dall' occhio è minore del raggio riflesso.*

3.° *L'impicciolimento dell' immagine coincide con quello che l' oggetto subirebbe s' egli si sostituisse all' immagine.*

4.° *Sembra convessa l' immagine degli oggetti piani e de' convessi, purchè sieno situati dirimpetto allo specchio* (Eucl. teor. 23.°)

5.° *Le situazioni dell' immagine e dell' oggetto sono consimili.*

Il Lib. 4.° si aggira intorno agli specchi concavi, cilindrici e conici, argomento più compitamente trattato da *Erone* il meccanico, di poco posteriore ad *Euclide*.

I fenomeni provenienti dalla rifrazione de' raggi visuali costituiscono l' argomento del Lib. V. Vi si prova *che il raggio visuale, il rifratto e la perpendicolare alla superficie del mezzo rifrangente, nel punto della rifrazione, sono nello stesso piano*. Segue la misura della rifrazione presa con un circolo di rame; indi si considera la rifrazione prodotta da una superficie piana, concava o convessa, e ciò per mezzo di tre vasi di vetro sottile e purissimo, uno cubico, l' altro cilindrico, il terzo avente una faccia conformata in semicilindro concavo.

41. *Jacopo Alkindi* e *Tideo* furono i primi scrittori d' *Ottica* fra gli *Arabi*, ambedue molto superficiali ed infetti di false opinioni: lo stesso però non dee dirsi di *Alhazen*, che fioriva verso il

principio del secolo XI, noto per una bell' opera in sette libri, ove raccolse, rettificò ed estese le dottrine contenute nell' Ottica di *Tolomeo*. Egli rigetta come *immaginaria* l' ipotesi de' raggi vibrati dall' occhio; dichiara in qual maniera la riflessione e l' esperienza concorrano a modificare le sensazioni della vista, ed insegnino a trasferire ed applicare agli oggetti esterni le respettive loro immagini, dipinte nella retina: osserva, che siccome la costa di un ago prossimo alla pupilla non impedisce l' intiera vista di una parete situata dirimpetto, una notabil parte della visione si produce dai raggi obbliqui, rifratti nel traversare gli umori dell' occhio: egli dà finalmente una qualche idea della rifrazione astronomica. Il disegno di tutta l' opera è ben diverso da quello dell' *Ottica* di *Tolomeo*, che mai non vi è nominata; il linguaggio è più geometrico; le applicazioni sono più scelte ed in maggior numero.

Vitellione della *Pomerania*, o com' egli stesso dichiara, *filius Thuringorum et Polonorum*, scrisse nel secolo XIII un corso di Ottica molto inferiore pel merito dell' invenzione, a quello di *Alhazen*, ma più metodico e più compendioso (*a*).

42. Il secolo stesso vanta un Ottico insigne nella persona del P. *Teodorico Sassone*, Religioso Domenicano, il quale spiegò il fenomeno dell' iride, come avrebbe potuto spiegarlo prima del *Newton* il miglior Fisico del secolo XVII, dopo

(*a*) *Fra le rette che partono da due punti dati, e vanno ad unirsi sulla circonferenza di un dato circolo, il cui piano passa per li punti dati, trovar quella la cui somma è un minimo*: è un problema contemplato da *Alhazen* (Lib. V Prop. XXXIX), da *Vitellione* (Lib. VI Prop. XXII), e sciolto con eleganza dall' *Huyghens*, dal *Robins*, da Rob. *Simpson* (Sez. Con.) ed altri.

aver letti gli scritti di Monsig.[r] *De Dominis* Vescovo di *Spalatro*, e del *Cartesio* imitatore di Monsig.[r] *De Dominis*. L'anteposta spiegazione è in un codice latino della Biblioteca di *Basilea*, ed il Cav.[r] *Venturi* ne ha dato nella prelodata sua Opera (p. 149 e seg.) un compiuto saggio, corredato delle necessarie figure, tratte dall'originale. Noi ci limitiamo ad osservare che il P. *Teodorico* avea già scoperti nel raggio lucido, per mezzo di un prisma esagonale i quattro colori, rosso, rancio, giallo e verde: *secundum modum radiationis* (sono parole del predetto Padre) *experimur in irradiatione solis per lapidem cristallinum exagonalem, quando radiatio oblique incidens in aliqua illius superficierum ex parte una, et transiens per aliam superficiem ex parte altera .... colorat coloribus iridis corpora solida et oscura quibus incidit*.

Salvino degli Armati verso il 1285 inventò gli occhiali, e ciò con certezza rilevasi da un'iscrizione sepolcrale, scoperta da *Leopoldo del Migliore*, antiquario, in S.[ta] Maria Maggiore di Firenze.

43. *Gio. Battista Porta Napoletano* inventò sul fine del secolo XV la *camera oscura*, e ne accennò la somiglianza col fondo dell'occhio. Circa cinquant'anni dopo l'Ab. *Maurolico* di *Siracusa* scrisse dottamente sulla generale teoria dell'*Ottica*, che abbracciò in due Opere – *Theoremata lucis et umbrae* e *Diaphanorum*. Fra le molte sue ricerche curiose o pregevoli, evvi la misura e la ragione degli effetti, prodotti dalla luce che illumina un corpo opaco, e ciò dipendentemente dalla sua grandezza, figura, e distanza dalla superficie luminosa: vi è pure la prima idea delle curve *caustiche* per rifrazione.

44. Erasi sparsa fama che *Giacomo Mezio* di *Alcmar* in *Olanda*, guardando per caso a traverso di due vetri, avesse trovata la maniera di avvicinare notabilmente gli oggetti. Riscosso a tale annunzio il *Galilei*, allora professore in *Padova*, studiò la maniera di verificare il fenomeno, scuoprì la forma e la grandezza dovuta alle lenti, ne determinò la distanza, e senz'altro lume che quello del proprio ingegno, giunse a costruire da se stesso il desiderato strumento; nè contento del primo saggio, ne fece successivamente de'nuovi sempre migliori, sintanto che ne formò uno, da lui offerto al Senato *Veneto*, che aumentava mille volte l'oggetto (*Fabbroni* – Elog. del *Galil.* p. 26). Il grido del mirabile ritrovamento si sparse allora per l'Europa, e mentre il tentativo del *Mezio* era rimasto del tutto sterile in *Olanda*, cospicui Signori e Principi, ansiosi di possedere un telescopio, indirizzavano le loro istanze al *Geometra fiorentino*. *Galilaeus, non modo rationem qua telescopia fabricanda essent invenit, sed et ipsam ea fabricandi mechanicam artem ita calluit, ut nemo per ea tempora simile quidpiam tubis opticis per Galilaeum elaboratis proferre potuerit. Huius rei argumentum illud etiam esse potest, quod sub extremam nostri Mathematici senectutem, apud Batavos ipsos nemo fuerit inventus, qui tubum conderet, Jovis disco distinctius exhibendo parem* (Fabbroni p. 30).

Niuno contrasta al *Newton* l'analisi della luce e la scoperta dell'universale gravità, quantunque lo precedesse il P. *Teodorico* con gl'informi suoi sperimenti, già indicati da *Seneca* (*a*), e lo precedesse il D.[r] Hook con le giu-

(*a*) *Virgula solet fieri vitrea, vel striata, vel puribus angulis in* ste sue massime sull'attrazione; e si oserà negare al *Galilei* la gloria di un ritrovato, di cui eragli pervenuto un vago indizio, oscuro e misterioso per tutti fuor che per lui? al *Galilei*, che per confessione del *Bossut*, (Sagg. T. II. pag. 209.) *indovinò il meccanismo del telescopio sulla sola descrizione de' suoi effetti?* *Se la stricte justice demande qu'on n' attribue les inventions, qu'à celui qui les a complétement énoncées* (*Lacroix* – Traité du Calc. Différ. et du Calc. Intégr. T. III. p. 602, seconde édit. 1819) *Galileo* ha il vanto di aver concepita, enunciata e messa in pratica, quella per sempre memorabile che appartiene al telescopio *diottrico*.

Per provvedere ai bisogni dell' Astronomia, a cui non il rovesciamento dell'immagine ma molto pregiudica la ristrettezza del *campo*, il *Keplero* immaginò il telescopio *astronomico*, ove il comune *fuoco* sta fra le due lenti, ambedue convesse, mentre in quello del *Galilei* l'*oculare* concavo è situato tra l'*obbiettivo* convesso ed il fuoco comune ad entrambe.

45. La favola spacciata da *Gio. Batt. Porta* e dal P. *Abat*, che il faro di *Alessandria* fosse provveduto sin dal tempo di *Tolomeo Evergète* di un telescopio, atto a scuoprire i vascelli alla distanza di 600 miglia, è stata rigettata dal *Priestley*, dal *Muschembroek*, da *Roberto Smith*, dal *Bossut*, da *Gregorio Fontana* ed altri, ma niuno per quanto ci sembra ne ha data sin qui una confutazione geometrica. Lo *Smith* ed il *Bossut*, per es.°, si limitano ad alcune riflessioni

modum clavæ torosa. Hæc, si ex transverso solem accipit, colorem talem, qualis in arcu videri solet, reddit: Quæst. Natur. Lib. I. Cap. VII.

estrinseche, ed il *Fontana* trascura nel suo calcolo l'altezza della vela maestra nel vascello osservabile, e lo considera come aderente alla superficie del mare, quasi fosse una tartaruga.

Si tiri dall' occhio dell' osservatore un raggio visuale, tangente della superficie del mare, e si concepisca il vascello a tal distanza dal predetto punto, che la sommità della vela venga incontrata dal raggio. Prolungato l'asse della torre sino al centro, suppongasi l'altezza dell'osservatore di 100 braccia (*a*). Il raggio terrestre essendo di miglia geografiche 3436 e però di braccia 10308000, se dicesi θ l'angolo del raggio visuale con la torre, nel trigono fatto dal raggio visuale e dall' ipotenusa, che unisce l'occhio dell'osservatore col centro, si ha

$$10308000 : 10308100 :: \text{sen.}\,\theta : 10000000 :$$

Quindi sen. $\theta = 9999903$ (parti di rag.) $= 89.° 44.' 50''$, e l'angolo centrale di $15'. 10''$; dunque l'arco che lo misura, e però, presso a poco, anche il raggio visuale sino al contatto, è di una lunghezza eguale a 15 miglia ed $\frac{1}{6}$. Un calcolo consimile, applicato al trigono che ha per ipotenusa il raggio terrestre prolungato nella direzione dell'albero maestro sino alla sommità della vela, che supponiamo alta di braccia 80, dà 13 miglia per la lunghezza del raggio visuale tra'l contatto e la sommità della vela stessa. Dunque la massima distanza, a cui dal faro di *Alessandria*, (la cui base poco alzavasi

(*a*) Il faro di *Alessandria*, mirabile opera dell' Architetto *Sostrato* di *Gnido*, costò a *Tolomeo Filadelfo* la somma di 800 talenti. Esso era composto di una serie di gallerie con balaustri, sostenute da grandiose colonne, e giungeva ad un' altezza straordinaria. (*Grand Diction. Géogr. et Crit. par Bruzen la Martinière* T. I. pag. 192).

sul mare) poteva scoprirsi un vascello, era di miglia 28 in circa. Resta così pienamente confutata anche la gratuita asserzione del *De Valois*, il quale suppose che il cannocchiale di *Tolomeo* giungesse alla distanza di 60 miglia (a).

46. Erasi probabilmente perduta ogni memoria di quanto era stato con singolare ingegno dimostrato dal P. *Teodorico* sulla teoria dell'arcobaleno, nè a tal perdita aveano potuto supplire le riflessioni del *Maurolico*. Fu d'uopo aspettare sino al 1611, per vederne ritrovata la spiegazione da Mons. *De Dominis*. *Leggendo la sua Opera* (De radiis visus et lucis) *si conosce che l'autore possedeva il vero talento per le scienze, e rincresce che non ne abbia fatto l'unico suo studio* (Bossut. Saggio ec. T. II. pag. 192). Il *Cartesio* rettificò la teorica del *De Dominis* relativamente all'arco inferiore, spiegò la visione sulle tracce del *Porta* e del *Keplero*, e con la vana lusinga di potersi appropiare il merito di sì belle invenzioni, tacque ingiustamente il nome de' due Italiani e quello del celebre astronomo *Wirtemberghese*.

47. Si sa dal *Viviani* che *Galileo* mandò il suo *microscopio* al Re di Polonia nel 1612. Come dunque attribuirlo a *Cornelio Drebbel*, e supporre col *Bossut* che l'invenzione di esso corrisponda all'anno 1618 o 1620? (T. II. p. 211).

48. La costante ragione de' seni degli angoli,

(a) *En effet on lit qu'un Ptolomée Roi d'Egypte avoit fait bâtir une tour, ou une observatoire dans l'isle, où étoit construit le pharo d'Alexandrie, et qu'au haut de cette tour il avoit fait placer des lunettes d'approche, d'une portée si prodigieuse, qu'il découvroit de soixante milles les vaisseaux ennemis, qui venoient à intention de faire quelque descente sur les côtes* (Acad. des Inscript. etc. Paris T. I. pag. 109).

fatti dalla verticale col raggio, prima e dopo l'ingresso del medesimo in un secondo *mezzo*, era stata scoperta con molti sperimenti delicatissimi dall'olandese *Snellio*, ed il *Cartesio*, quel grand'uomo *che nulla avea trovato da imparare nelle Opere del Galilei* (a), stimò bene di appropriarsi (Diottrica 1637) anche quell'insigne ritrovamento (b), aggiungendovi di suo una falsa spiegazione, combattuta dal *Fermat* e da tutti in seguito disapprovata, il cui fondamento si era, *che il raggio trova minor resistenza in un mezzo più denso*.

Prima che si scuoprisse nell'attrazione la causa del predetto fenomeno, il *Leibnitz* in un opuscolo intitolato – *Unicum Opticae, Catoptricae et Dioptricae principium* (an. 1682,) avea con molta sagacità dimostrato, *che il minimo cammino del raggio rifratto, dee corrispondere alla minima somma de' prodotti delle resistenze de' due mezzi, per gli spazi che il raggio in essi percorre*, condizione da cui risulta, che il seno di riflessione dee stare a quello di rifrazione, nella costante ragione inversa delle resistenze de' *mezzi*.

49. La *diffrazione*, cioè quella leggiera deviazione della luce, per cui un sottil corpuscolo, investito da un raggio che introducasi per angusto foro in luogo bujo, getta ombra maggiore di quella che gli conviene, era stata scoperta dal P. *Grimaldi* sin dall'anno 1665. Verso lo stesso tempo il P. *Kirker*, Gesuita, aveva immaginata

(a) Parole di *Cartesio*.

(b) *Se vero è* (com'è indubitato) *ciò che l'Huyguens assicura, che il Cartesio avesse veduti gli scritti dello Snellio*, ecco un'altra azione *che non fa onore* alla memoria del filosofo francese (Bossut -- Saggio T. II. p. 197.)

la *Lanterna magica*: *Giacomo Gregory* contribuì all'avanzamento dell'Ottica con la sua *Optice promota*, specialmente per ciò che riguarda la costruzione degli strumenti, quantunque il suo telescopio di riflessione, formato con due specchi concavi opposti, e di un oculare situato nel fondo del maggiore, destinato a ricevere la luce doppiamente riflessa dallo specchio minore, sia riuscito sommamente difficile per gli artefici ed incomodissimo per gli astronomi.

Ai primi saggi sull'*Ottica*, dati dal *Newton*, fra' quali evvi la scoperta della diversa rifrangibilità de' raggi (Trans. Filos. 1671 – 72), successero le *Lezioni sull' Ottica* del *Barrow* (an. 1674), semplici nel metodo, sparse di novità, e scritte con geometrica precisione, ma ben presto oscurate dal *Trattato della Luce* dell' *Huyguens* (an. 1678), dove, con principj fisico-matematici si spiegano le leggi del moto, competenti alla luce diretta, riflessa e rifratta, e si risolvono parecchi problemi curiosi od importanti, fra quali giova notare quello, per cui ricercasi la curva descritta da un atomo di luce, che traversi un mezzo di densità variabile. Egli dà la soluzione in diverse ipotesi, segnatamente in quella molto speciosa, che conduce ad un arco cicloidale, quando la velocità dell'atomo sta in ragione inversa della densità degli strati orizzontali. Così foss' egli stato felice nella spiegazione delle *travi*, *fasce e croci*; degli *aloni*, *parelj*, *paraselene*, meteore meno ordinarie ed alquanto difficili, sulla cui cagione il *Cartesio*, privo dell' altrui scorta, stranamente sognò. La sola cognizione delle ipotesi fondamentali, stabilite dal Geometra Olandese, basta per ravvisare l'imperfezione del suo divisamento: esse sono:

I. *Che i minutissimi ghiacciuoli sospesi nelle alte regioni dell' aria*, (ghiacciuoli ch'esser debbono la principal cagione dei proposti fenomeni) *sieno cilindrici o sferici*.

II. *Che i ghiacciuoli contengano un nocciuolo opaco*, *e questi abbia una costante ragione alla veste diafana che lo circonda* (a).

50. L'Ottica del *Newton*, pubblicata nel 1706 diede nuovo aspetto alla scienza della luce, che insegnò ad analizzare scomponendola, mediante un prisma trigonale di vetro, in sette raggi, *rosso*, *rancio*, *giallo*, *verde*, *turchino*, *indaco* e *violetto*; raggi, la cui reflessibilità e rifrangibilità progredisce aumentando dal primo all'ultimo, e che si conservano inalterabili sotto qualunque numero di rifrazioni ulteriori.

Lungo sarebbe il descrivere le difficili esperienze ingegnosissime, che furono da quel sommo Geometra istituite, per procurare all' Analisi i necessarj elementi. L'ottava per es.°, tra quelle che nel Lib. I. succedono alla proposizione 3.ª della 2.ª parte, è insigne pel merito dell' invenzione, ed anche celebre per essere riuscita fallace, e cagione di grave controversia tra il *Dollond*, il *Clairaut*, l'*Eulero* ed il *Klingestierna*.

Indicando per $m:1$; $M:1$, le respettive ragioni tra 'l seno dell' angolo d'incidenza e quello dell'angolo di rifrazione, quando il raggio medio (il verde) ed il raggio estremo (il violetto) passano dall' aria in un mezzo rifrangente, se dicansi $n:1$; $N:1$, le simili ragioni respettive, cor-

(a) Convien dire che il *Bossut* ben poco si fosse internato nello studio delle indicate meteore, poichè (Sagg. T. II p. 205) concesse all' *Huyguens* la gloria di averle esattamente spiegate.

rispondenti al passaggio de' raggi come sopra, dall' aria in un altro mezzo diverso, può cercarsi il valore di $M-m:N-n$, *ragione della dispersione de' raggi*, e tal ricerca è di somma importanza nella teorica de' cannocchiali *acromatici*. A tale oggetto il *Newton* fece la seguente sperienza. Empiuto d' acqua un vase di vetro prismatico trigonale, v' immerse un simile prisma solido di vetro, appoggiandone la base orizzontale sulle convergenti pareti del vase; osservò i quattro angoli formati dalla quadruplice rifrazione, e mediante una sottile combinazione trovò $M-m:N-n :: B:A+B$, dove A è l' angolo inferiore del vase, B l' angolo superiore del prisma solido, e giudicati paralleli i raggi incidente ed emergente, vide che la ragione cercata si cangiava in $m-1:n-1$.

Diligentissimi sperimenti hanno dato pel vetro comune $m=1,53$; pel vetro *flint* $n=1,58$: quindi $m-1:n-1 :: 1:1,094$, mentre il *Dollond* riconobbe essere nella prec. ipotesi

$$M-m : N-n :: B:A :: 19.^\circ : 30.^\circ :: 2:3.$$

Prima che il *Dollond* verificasse l' equivoco sfuggito al *Newton*, allorchè stabilì corrispondere ad eguale rifrazione una dispersione uguale, che in conseguenza *la luce debba uscir bianca quando la rifrazione di un mezzo distrugge quella dell' altro, sicchè i raggi incidenti e gli emergenti sieno paralleli*, il *Clairaut* e l' *Eulero* cercarono con sottili calcoli il rapporto della dispersione, ma i respettivi risultamenti a cui giunsero, cioè

$$\frac{m^2-1}{m} : \frac{n^2-1}{n} :: 1:1,0804;\ m \log. m : n \log. n :: 1:1,111,$$

si trovarono anch' essi del tutto erronei.

Deesi notare che il Geometra *Svedese Klingestierna*, combattè sino dal 1754 la conclusione

del *Newton*, e che il suo scritto pubblicato due anni dopo negli Atti della R. Acc. di *Parigi*, fu la principal cagione che determinò il *Dollond*, a verificare la conclusione stessa con una decisiva sperienza.

51. Il *Courtivron* trattò con molta finezza la teorica dello specchio composto (Accad. di *Parigi* an. 1747) e cinque anni dopo pubblicò un eccellente trattato di *Ottica*. Nella citata Memoria egli risolve il seguente

Probl. *Dato uno specchio piano circolare esposto all' irradiazione del Sole, e dato un piano circolare, parallelo allo specchio, entrambi perpendicolari al raggio che unisce i centri del disco solare, del piano e dello specchio, trovare la quantità della luce riflessa che cade sul piano circolare*:

problema la cui soluzione fu notabilmente illustrata e ridotta a molto maggior perfezione dal P. *Greg.° Fontana* (Soc. Ital. T. VIII).

Nel cit. anno 1747. il *Buffon* pubblicò negli Atti della R. Acc. di *Parigi* la descrizione e gli effetti della sua macchina ustoria, che in 8 piedi di altezza e 7 di larghezza, comprendeva 168 specchi piani, rivestiti di foglia metallica, ciascuno de' quali era mobile separatamente, e si adattava a tutte le situazioni opportune.

Verso questo tempo il D.r *Perelli* scuopriva recondite verità spettanti all' *Ottica*: nell' Artic. *Perelli* possono vedersi quelle che hanno superata l' ingiuria de' tempi e la stranissima indolenza dell' autore.

52. Il perfezionamento de' telescopj diottrici esigeva che si correggesse l' aberrazione di rifrangibilità (che turba la chiarezza dell' immagine) senza riprodurre l' aberrazione di *sfericità*, cagio-

nata dalla curvatura delle lenti. L'*Eulero* profittando di un cenno dato dal *Newton* (Ott. Lib. I pag. 68 e Princ. Mathem. Lib. I prop. 98), ed incoraggiato dall'esempio offerto dalla natura nell'occhio degli animali, concepì sino dal 1747 (Acc. di *Berl.*) il disegno di comporre l'obbiettivo di doppia lente, concave ambedue da una parte, convesse dall'altra, e di riempier d'acqua il vuoto compreso tra le due superficie concave; ma tale idea fu rigettata dal *Dollond*, perchè adattando le nuove formole alla ragione della rifrazione nell'acqua e nel vetro, assegnata dal *Newton* (Transaz. Filos. 1752) (ben diversa da quella proposta dall'*Eulero*), trovò necessaria un'infinita apertura dell'obbiettivo. L'*Eulero* per altro non si arrese alle difficoltà del *Dollond*, nè alle inutili dimostrazioni del *Clairaut* (*a*); imbarazzò piuttosto l'Ottico di *Londra* con varie obbiezioni, e senza combattere la massima stabilita dal *Newton*, concluse che presto o tardi il suo calcolo sarebbe divenuto maggiore di ogni eccezione. La fermezza del Geometra di *Basilea* e gli argomenti del *Klingestierna*, insinuarono frattanto nell'animo del *Dollond* un veemente sospetto, sull'esattezza della proposizione *Newtoniana* sopra enunciata (*Ottica* pag. 92) e scopertane l'insussistenza, riprese in esame il combattuto disegno; ma siccome già si era convinto che le formole relative all'interposizione dell'acqua esigevano una soverchia sfericità, incompatibile con la conveniente apertura dell'obbiettivo, immaginò un compenso nella combina-

(*a*) Egli dimostrò che le formole dell'*Eulero* si opponevano alle sperienze del *Newton*.

zione di una doppia lente, composta de' cristalli *flint* e *crown*, (il primo limpido ed atto a produrre un'iride assai sensibile, il secondo verdastro e simile al vetro comune) (*a*), e dopo molti tentativi, ajutato più dalle sperienze che dalle teorie, giunse a comporre, or con due or con tre lenti, diversi obbiettivi *acromatici* (senza colore). Un suo telescopio di cinque piedi equivaleva ad uno degli ordinarj di piedi quindici.

53. Il problema relativo al perfezionamento de' cannocchiali acromatici, avea le qualità che si richiedono per destare la più viva emulazione tra' Geometri, somma influenza nell'Astronomia, e singolare difficoltà sì nella teorica, per le moltiplici combinazioni del numero de' cristalli, delle loro sfericità, grandezze e respettive distanze, che nella pratica per la delicata finezza della esecuzione. L'*Eulero*, promotore dell'alta indagine, tornò per conseguenza (Acc. di Berl. 1757) a discuterne in due Memorie alcuni de' più essenziali oggetti: il suo esempio fu seguito dal *Clairaut* (Acc. di Parigi 1756-57-61); ed a lui successero *Roberto Smith* (Compleat System of Opticks) ed il *Boguelin* (Berlin. 1703); poscia il *D'Alembert* (Opus. Matem. T. III, IV, V e VII: Acc. di Parigi 1765 ed Acc. di Berl. 1769), che produsse nuove formole per circoscrivere dentro certi limiti le due note aberrazioni, ed arricchì

(*a*) Le sperienze di *Boguelin*, ci danno le seguenti relazioni tra gli angoli di rifrazione e d'incidenza:

Crown	rag. viol.	1,53761 : 1
	rag. med.	1,53175 : 1
	rag. rosso	1,52588 : 1
Flint	rag. viol.	1,59058 : 1
	rag. med.	1,58121 : 1
	rag. rosso	1,57184 : 1

l' arte stessa di osservazioni e regole. Un' altra Memoria dell'*Eulero* (Berl. 1762) ed un suo completissimo *Trattato di Diottrica*, (Pietrob. 1769) tanto stimato dal *Lagrangia* (Acc. di Berl. 1778 p. 162), diedero per mezzo di nuove formole e di nuove applicazioni, (anche ai telescopj *catadiottrici* ed ai microscopj), ulteriore avanzamento notabilissimo alla scienza. Non contento egli però de' suoi progressi nè di quelli dell'*Hennert* (a), e sicuramente mal soddisfatto delle fallaci novità proposte dal *Jeaurat* (Acc. di Parigi 1770), procurò, di completare la seconda parte della sua *Diottrica* per ciò che riguarda la costruzione de' cannocchiali, e segnatamente degli obbiettivi composti (Nuov. Comment. dell'Acc. di Pietrob. T. XVIII); ed in seguito fece pubblicare da *Nicolao Fuss* un' eccellente Opera, unicamente diretta ad istruire e dirigere gli artefici nella costruzione degli strumenti ottici: – *Instruction détaillée pour porter les lunettes* ec. *au plus haut dégré de perfect.* ec. *mise a la portée de tous les ouvriers en ce genre* ec. *A' Saint Petersbourg* 1774.

In essa l' autore assegna le dimensioni di tre obbiettivi, uno di due lenti, gli altri di tre, e preso per norma il migliore, determina la curvatura di ciascuna lente, sì dell' obbiettivo che degli oculari, e prescrive le distanze a cui gli uni e gli altri debbonsi collocare in ogni sorta di telescopj astronomici e terrestri. Il perfetto obbiettivo *Euleriano* si distingue da que' del *Dollond* e degli altri Ottici, per essere le sue lenti alquanto discoste, e due isosceli, una scalena, ossia di curvatura diversa nelle due facce, calcolata a tenore dell' equazione che rende nulla od insensibile l' aberrazione di sfericità.

(a) *Dissertation sur les moyens de donner la plus grande perfection possible aux lunettes, qui a remporté le prix de l'Acad. de Berlin en* 1772.

54. Sembrava che nulla potesse aggiungersi alla perfezione de' cannocchiali proposti dall' *Eulero*, ma il *Klugel*, il Cav. *Oriani* ed il *Gussman*, ben presto ne convinsero del contrario.

Il primo nella sua *Analytiche Dioptrik–Leipzig* 1774 in 4.°, ed assai meglio in una Memoria presentata all' Accademia di *Gottinga* (an. 1796) espose un nuovo calcolo molto accurato, per la formazione di un doppio obbiettivo perfetto, di cui soggiungiamo le dimensioni:

Dist. focale della 1.ª lente convessa, di crown	»	10000
Ragg. della superf. anteriore . .	»	6943
Della posteriore	»	22712
Grossezza	»	250
Diam. dell' intiera apertura . . .	»	3216
Dist. foc. della lente concava di flint	»	14074
Ragg. della superficie anteriore . .	»	14850
Della posteriore	»	18211
Grossezza	»	100
Distanza delle lenti	»	100
Distanza foc. dell' obbiettivo . . .	»	32056
Apertura della prima lente . .	»	26.° 48′

Si misura in pollici la richiesta distanza foc. dell' obbiettivo, che nel caso precedente è 32056, e con la regola del tre si riducono le altre dimensioni alla stessa unità.

Al prelodato *Klugel* deesi anche una regola per determinare la densità della luce nel fuoco di un dato specchio: *si prenda* $\frac{1}{54}$ *della distanza focale; per* $\frac{1}{54^2}$ *si divida il quadrato della corda* *dello specchio, il quoziente si moltiplichi per* 4, *e prescindendo dalla perdita fatta nella riflessione, si avrà un numero che esprime quante volte la luce è nel fuoco più densa della naturale luce del Sole.*

55. Il Cav. *Oriani*, studiando le formole date dall'*Eulero* nella sua *Diottrica*, vide la maniera di correggere con maggior esattezza l'aberrazione di rifrangibilità, e scuoprì che senza diminuire la chiarezza, l'ingrandimento, il campo e la distinzione, poteasi accorciare il tubo di sei pollici e mezzo, ed agevolare non poco la difficil tornitura de' cristalli. Ecco le dimensioni da lui assegnate per la costruzione di due perfetti telescopj diottrici, uno astronomico, l'altro terrestre, il primo de' quali ingrandisce il diametro degli oggetti 320 volte, nel che consiste il massimo ingrandimento dato dall'*Eulero* a' suoi cannocchiali; l'altro porta un ingrandimento di 200 volte il diametro.

I secondi numeri si riferiscono al telescopio terrestre.

Apertura dell'obbiettivo, composto di tre lenti . . .	poll.	12,48 —	7,80
La prima lente di crown, isoscele e convessa: dist. focale .	»	47,71 —	40,00
Raggio di curvatura . . .	»	49,52 —	30,95
La seconda lente di flint, concava ed isoscele, è distante dalla prima di	»	2,34 —	1,46
Sua distanza focale di . . .	»	21,46 —	13,41
Raggio di curvatura di . .	»	24,90 —	15,56
La terza lente di crown, isoscele e convessa, è distante dalla seconda di	»	2,34 —	1,46
Sua distanza focale di . .	»	26,04 —	16,27

Raggio di curvatura . . .	»	27,60 —	17,25
Distanza focale di tutto l'obbiettivo	»	64,00 —	40,00
Distanza dell'obbiettivo al primo oculare	»	63,87 —	40,48
La prima lente oculare di crown, convessa ed isoscele, ha la distanza focale di	»	0,40 —	0,48
Raggio di curvatura . . .	»	0,42 —	0,51
Diam. del diaframma e sua distanza dall'oculare . . .	»	0,13	
Distanza tra il primo oculare ed il secondo	»	0,27 —	2,16
Il secondo oculare di crown, isoscele e convesso ha la distanza focale di	»	0,13 —	0,97
Raggio di curvatura . . .	»	0,14 —	1,03
Pel telescopio terres. il terzo oculare di crown, isoscele e convesso, ha per dist. foc. .	»	— —	0,40
Per raggio di curvatura . .	»	— —	0,42
Distanza fra 'l secondo ed il terzo oculare	»	— —	1,37
Lunghezza del cannocchiale .	»	68,89 —	47,21
Diametro del campo apparente	»	10'.42" -	12'.9"

Veggasi (Soc. Ital. T. III. an. 1786).

56. Contemporaneamente alla Memoria del Cav. *Oriani* fu pubblicata in *Bassano* coi torchi del Conte *Remondini* l'opera del P. *Boscovich*, *Su varj oggetti spettanti all' Ottica ed all' Astronomia* – vol. 5. in 4.° Tali disquisizioni per altro sono di una data molto anteriore, perchè sino dal 1773 erano state dall'Autore consegnate alla R. Accademia di *Parigi*. Vi si tratta con molta estensione della rifrangibilità de' raggi, della figura dovuta alle lenti, della distan-

za focale ec., ma tutto l'insieme, se prescindasi dalle invenzioni utili alla fisica sperimentale, altro non presenta che una complicata congerie di astruse formole, le quali a somiglianza di quelle del *Clairaut*, del *D' Alembert* e del *Klingestierna*, sembrano immaginate per istancare la pazienza del lettore, cui dopo grave studio non resta neppure il conforto di giungere ad un finale risultamento.

Il *Gussman* propose nel 1788 di sostituire all'oculare un microscopio composto, e con un obbiettivo di 34 pollici di distanza focale, e $2\frac{1}{2}$ pollici di apertura, sacrificando una parte della chiarezza e del campo, portò l'ingrandimento degli oggetti terrestri al millecuplo, ed al doppio quello del disco lunare.

57. Il P. *Gregorio Fontana* avea fatti dal 1790 all'800 passi importanti nella scienza della luce. Per darne un saggio notiamo alcuni de' suoi ritrovamenti.

I. Egli dimostrò che per liberare un doppio obbiettivo dalla dispersione de' colori, debbono le distanze de' fuochi principali, relativi cioè ai raggi medj, stare tra loro come 1:1,443.

II. Che detta $m:1$ la ragione di rifrangibilità de' raggi medj, quando passano da un mezzo ad un altro, e però $m \pm dm:1$ (dove dm è infinitesima) quella de' raggi estremi, e chiamando I, R, r, R', l'angolo d'incidenza del raggio composto, e gli angoli di rifrazione del rosso, del medio, del violetto, l'angolo della dispersione, cioè $R-R'$ ha per misura un arco

$$=\frac{2dm \tan. r}{m}.$$

III. Che quando i raggi attraversano due superficie inclinate fra loro sotto l'angolo a, det-

to r' l'angolo della seconda rifrazione de' raggi medj, si ha

$$R-R'=\frac{2dm \text{ sen. } a}{\cos. r \cos. r'};$$

formola che si riduce a $\frac{4dm \text{ sen. } \frac{1}{2}a}{\cos. r'}$, quando il raggio esce dalla seconda superficie con l'inclinazione stessa con cui entrò nella prima.

IV. Ridusse a formole generali la dispersione de' colori in un obbiettivo composto di qualunque numero di lenti.

V. Spiegò la ragione per cui l'ingrandimento de' telescopj non apparisce, mostrando che l'ingrandimento dell'angolo visuale combinato con la maggiore distinzione, fa credere l'oggetto proporzionatamente avvicinato, e che il concetto della grandezza diminuisce con quello della distanza; nè tralasciò di confutare lo *Smith*, il quale si affatica per derivare il giudizio della distanza apparente da quello dell'angolo visuale. Un vetro concavo impicciolisce ed avvicina; il microscopio ingrandisce senza produrre un proporzionato avvicinamento.

VI Assegnò i criterj per apprezzare la relativa bontà de' telescopj:

VII Aggiunse notabile raffinamento alla teoria del doppio obbiettivo proposto dal *Klugel*:

VIII Trattò con profonda analisi la dottrina relativa alla misura della luce (Soc. Ital. T. I).

58. Sul principio del corrente secolo molte delle più importanti questioni ottiche erano state discusse col sussidio dell'analisi, ma l'*Ottica analitica* non esisteva peranche, e per servire al più splendido lusso della scienza bisognava rifonderla quasi del tutto, e considerare i fascicoli luminosi, come un sistema di linee rette o curve,

procedenti da un dato punto o da una superficie curva: riflessi o rifratti da qualunque numero di superficie come sopra; d' uopo era introdurre nell' indagine la teorica delle superficie *sviluppabili*, ridurre a calcolo la riflessione e la rifrazione moltiplice, l' intensità, la chiarezza e la forma delle immagini rifratte, i limiti, ove la rifrazione si cangia in riflessione, la forza rifrangente de' corpi, ec., ed un' impresa di tanto ardimento richiedeva una mente, che alla forza analitica dell' *Eulero* unisse la scienza geometrica del *Monge*; e tale appunto fu l' ingegnere *Stefano Malus Parigino*, la cui acerba perdita sempre sarà vivamente sentita dai dotti.

Nella prima parte della sua *Ottica*, letta all' Istit. di *Francia* nell' 1807, egli tratta le questioni che dipendono dalle forme e dalle posizioni, prese nella massima loro generalità, e risolve con nuova e compiuta eleganza tutti i più ricercati problemi, che nel presente stato dell' Analisi possono da un sommo Geometra immaginarsi. Ecco per ordine gli argomenti che nella prima Parte vengono contemplati.

CAPITOLO I.

De' sistemi di linee rette contigue e convergenti.

Del sistema delle rette ch' emanano, a tenore di una qualunque legge, dai punti di una superficie curva.

De' due sistemi di superficie sviluppabili, che possono sostituirsi al prec., e delle due superf. curve, che sono il luogo de' punti d' incontro delle rette consecutive.

Degli angoli sotto i quali le predette due serie di superf. sviluppati s' incontrano.

Delle soluzioni particolari che determinano i limiti de' risultamenti di cui sopra.

Del particolar sistema delle linee che incontrano una retta, spettante allo stesso sistema generale: De' punti dello spazio a cui dette linee si riferiscono: Particolare proprietà della superficie, ch' è luogo di tali punti.

De' fascicoli de' raggi curvi e de' sistemi delle curve contigue, di forma variabile.

CAPITOLO II.

Catottrica.

Equazione de' raggi vibrati da un punto luminoso e riflessi da una superficie curva.

I predetti raggi riflessi sono il luogo di due sistemi di superficie sviluppabili e rettangolari.

Dell' intensità della luce riflessa, modificata dalla forma della superficie riflettente.

Della riflessione doppia: proprietà delle funzioni che s' incontrano nella espressione de' raggi doppiamente riflessi.

I raggi due volte riflessi sono il luogo di due sistemi di superficie sviluppabili, che s' incontrano sotto un angolo variabile.

Dell' intensità della luce riflessa, modificata dalla forma delle due superficie riflettenti: De' fascicoli de' raggi riflessi da qualunque numero di superficie curve: dove dell' intensità della luce.

Dell' apparente forma degli oggetti, l' immagine de' quali è riflessa come sopra.

CAPITOLO III.

Diottrica .

Equazioni de' raggi ch' emanano da un punto luminoso, e sono rifratti da una superficie curva.

Essi sono il luogo di due sistemi di superficie sviluppabili e rettangolari. Dell' intensità della luce rifratta, e modificata dalla forma delle superficie riflettenti.

Delle superficie a cui corrispondono le stesse curve di riflessione e di rifrazione.

De' raggi rifratti da due superficie, e di quelli che subiscono rifrazione in qualunque numero di mezzi.

Intensità, chiarezza e forma delle immagini rifratte.

Limiti ove la rifrazione si cangia in riflessione.

Conseguenze che servono a valutare la forza rifrattiva de' corpi sì diafani che opachi.

Della luce rifratta da' corpi non omogenei, dove de' raggi curvi.

Si suppone che gli strati di egual forza rifrattiva sieno piani, conformati in tante sfere concentriche od in altre superficie curve, e che le forze agiscano ad una distanza variabile con una data legge.

Le teorie della prima Parte sono applicate nella seconda alle arti ed alla spiegazione de' fenomeni.

Il *Malus* si fece ammirare nello stesso anno con una nuova Memoria *sulla forza rifrattiva de' corpi opachi*, e molto più con quella *sulla doppia rifrazione*, che fu premiata dall' Istit. di *Francia* sul principio del 1810.

59. Il Cav.[r] *Venturi* ha determinata l' ampiezza del campo visibile; ha dimostrato con plausibili ragioni, ben diverse da quelle addotte dal *D'Alembert* (Opusc. Mem.[a] 9.[a]), che gli oggetti non si veggono nella direzione de' raggi pervenuti alla retina, ma sulla linea perpendicolare ad essa, nel punto in cui vien eccitata dal raggio corrispondente all' oggetto, per lo che suppone, con somma verisimiglianza, che la curvatura della retina sia minore della sferica. Stabilita contro il *D'Alembert* la precedente proposizione, passa a confutarne un' altra, ove il predetto Geometra tenta insinuare che una stella dovrebbe apparire doppia, perchè, giudicandola meno distante, ne accostiamo l' immagine sulla direzione degli assi ottici. A tal effetto il Cav.[r] *Venturi* fa vedere, che anche supponendola alla distanza di sei miglia, il predetto angolo non si aumenterebbe che di 0,00001, cioè di una quantità del tutto insensibile.

Egli osserva in ultimo che l' occhio ha la prerogativa di supplire con l' estrema sua mobilità alla ristrettezza del campo distinto, cui trova di 10.° intorno all' asse ottico (Comment. sopra la Stor. e le Teor. dell' Ott. T. I Bologna 1814).

Il Canonico *Giuseppe Settele* ha pubblicato (Roma 1818) un eccellente trattato elementare di *Ottica*, dove la eleganza fisica e matematica risplende corredata di scelta erudizione. La teoria delle lenti acromatiche, quella degli specchi, l' altra delle curve caustiche, la dottrina relativa ai microscopj ed ai telescopj, non eccettuato il *catadriottico* del *Lemaire*, una completa spiegazione dell' iride, un ampio saggio de' fenomeni spettanti alla *straordinaria riflessione* della luce a traverso delle sostanze cristallizzate, costituiscono la massima parte dell'opera, cui dà compimento un bel capitolo sulla *Prospettiva*, cioè su *quella parte dell' Ottica, che considera le apparenze secondo le quali gli oggetti sono visibili, ed insegna ad imitarle, descrivendone con regole geometriche le immagini sopra una data superficie.*

60. La *Prospettiva*, quantunque sia il principale fondamento dell'arte del dipintore, fu superficialmente conosciuta dai Greci, maestri in pittura, e di ciò ne porge sicuro indizio il meschino trattato di *Euclide*; la confessione di *Apelle*, conservataci da *Plinio*, ove dice *ch' ei la cedeva ad Asclepiodoro nelle misure, e quanto un oggetto si debba discostare dall' altro;* e la dichiarazione fatta da *Tolomeo*, allorchè asserì *sembrargli impossibile che altri con la più sottile indagine possa comporre una regola, che tutte comprenda le varie apparenze degli oggetti*: nè debol riprova della stessa verità ne somministrano le vaghe relazioni che s'incontrano nella *Scenografia* di *Eliodoro* di *Larissa*.

I primi scrittori di *Prospettiva*, dopo il risorgimento degli studj, furono *Pompeo Gaurico Napoletano*, *Pietro della Francesca di Borgo S. Sepolcro*, *Leon Battista Alberti Fiorentino*, ed il P. *Luca Paccioli di Borgo Sansapoca in Toscana*. Il Marchese *Guido Ubaldo di Pesaro* pubblicò nel 1600 sullo stesso argomento un libro molto pregevole, *conforme ai sicuri e generali principj dell' Ottica e della Geometria* (Bossut - Sagg. T. II pag. ult.): *Eustachio Zannotti Bolognese* ne richiamò le regole ad un solo teorema fondamentale: in seguito non mancarono produzioni più o meno commendabili: noi ci contentiamo di rammentare con molta lode quelle del *Taylor*, di *Giuseppe Torelli* e specialmente la Prospettiva esposta dal Prof. *Tramontini* nel suo *Trattato delle Projezioni*, Geometra cui spetta il ritrovamento del seguente assai specioso

Teor. *La curva che divide la parte illuminata dall' oscura sulla convessità di una sfera è un circolo, di una sferoide un circolo od un' ellisse, di una paraboloide una parabola, di un' iperboloide un' iperbola* (Soc. Ital. T. XIII).

61. Fra le più pregevoli e recenti produzioni relative all' *Ottica* meritano distinto luogo le seguenti:

Sur les affinités des corps pour la lumière et sur les forces réfrigentes des différ. gaz (*Biot. et Arago*-Ist. di Francia T. VII an. 1806).

Des réfract. extraord. qu'on observe tres près de l' horiz. (*Biot* Ist. di Fran. 1809).

Due Memorie dell' *Arago*, la prima *Sur une modificat. ec. des rayons, dans leurs passage à travers de certains corps diaphanes* ec. (Ist. ec. 1811):

La 2.ª intesa a dimostrare *che la velocità della luce è la stessa, se venga diretta da un astro o da un fuoco terrestre, ovvero sia riflessa da un pianeta o da qualunque corpo opaco*.

Evvi un' insigne Dissertazione degli *Arago e Petit* (Ist. di Fran. 1815), il cui scopo si è di esaminare sino a qual punto le conseguenze provenienti dall' ipotesi *Newtoniana*, (che la forza attraente sia la causa della rifrazione) si trovano d' accordo con l' esperienza. In essa sembrano raccolti sufficienti dati per concludere, *che la forza rifrattiva non è costante, ma dipende dalla densità e dallo stato di combinazione proprio del corpo rifrangente*.

Il *Dupin* finalmente ha dato ne' suoi *Développ. de Géom.* nuova forma ed eleganza a parecchi punti dell' Ottica del *Malus*, quali sono *le superficie formate dai raggi riflessi o rifratti*; *il luogo delle immagini*, ec.

Tosto che le circostanze ce lo permettano scriveremo un saggio storico di *Geografia*, *Astronomia*, *Nautica*, *e Gnomonica*; ed in tale occasione dimostreremo priva di fondamento la proposizione, *che non si sappia quasi nulla della Gnomonia presso gli antichi* (*Montucla*); giacchè l' *Analemma* di *Tolomeo* ne dà un trattato, che può dirsi completo per riguardo ai sei quadranti regolari, quali sono l' *equinoziale* e l' *orizzontale*; i due verticali *australe* e *settentrionale*, l' *orientale* e l' *occidentale*, ambedue disegnati sopra un muro esistente nel meridiano.

Nel Catalogo de' Matematici si troveranno molte altre notizie storiche, espressamente tralasciate nei prospetti precedenti, pel timore di renderli molesti e perciò meno adattati alla giovanile istruzione. Se l' idea di tal progetto non piaccia, la modificheremo in altra edizione.

NOTIZIE

BIOGRAFICHE E BIBLIOGRAFICHE

RELATIVE

AI MATEMATICI ACCREDITATI NON VIVENTI

PERIODO I.

Da Talete sino alla distruzione della Scuola di Alessandria (*XII sec. e mezzo*)

Talete di *Mileto*: nacque l' an. 639 avanti l' era volg. e visse an. 92. Si sa da *Erodoto* che predisse ai popoli della *Jonia* un eclisse del Sole, per lo che gli eserciti *Medj* e *Lidj* spaventati deposero le armi; e *Diogene Laerzio* riferisce ch' egli insegnò ai Sacerdoti Egiziani la maniera di misurare l' altezza delle piramidi, mediante la lunghezza dell' ombra: nè sembra che resti dubbio sulla verità di tale avvenimento, poichè *Plutarco* (In Conv. sept. Sapien.) aggiunge in conferma una singolare circostanza, cioè che l' esperimento del metodo proposto da *Talete*, fu fatto con universale stupore, alla presenza del Re *Amasi*. *Proclo* ci dà qualche altra riprova del geometrico sapere di lui, significandoci che misurava la distanza di un bastimento dalla riva del mare; che dimostrò esser tra loro perpendicolari due corde contigue, quando sottendono la circonferenza di un semicircolo, e che arricchì la Geometria di molte verità importanti. *Thales Milesius Geometriae penes Graecos primus repertor:* così *Apulejo* (Lib. IV Floridorum).

Verso questo tempo distingueasi *Beroso* astronomo *Caldeo*, che tenne scuola in *Coo* ed ebbe in *Atene* l'onore di una statua.

Pitagora, figlio di *Mnesarco* scultore in gemme, di *Samo*: nacque l'an. 569 avanti l'era volg., e visse an. 60.

Nella prima sua gioventù fu discepolo di *Talete*; in seguito viaggiò per istruirsi, nella *Grecia* e nella *Fenicia;* passò nella *Caldea*, soggiornò coi *Bramini* nell' *Indie*, che si rese benevoli con imitarne gli usi e i costumi, ed assai si trattenne in *Egitto* dove consultò le colonne di *Sothis*, celebre monumento della vetusta Geometria. Tornato alla patria, ebbe tal dispiacere di trovarla schiava di *Policrate*, suo amico, che presto se ne assentò imbarcandosi per la *Calabria*. *Crotone*, grande città (*a*) sull' *Esaro*, rinomata pel valore degli atleti, e per la salubrità dell' aria ricercatissima, lo invitò a stabilirvi la celebre scuola *Italica*, e ciò successe l'anno 532. Ivi e nelle città circonvicine *Pitagora* risplendè tra' filosofi, come un fortunato e saggio conquistatore tra i re. Legislatori, principi, letterati, concorreano da lontani paesi alle sue lezioni, e tutte le classi degli uomini ne ritraevano dolcissima ed inaspettata istruzione, sì morale che scientifica. L' *Aritmetica,* la *Geometria* e le *Sezioni Coniche* faceano cospicua parte del pe-

(*a*) Avea 12 miglia di circonferenza ed era stata fondata l'anno 710 avanti l'era volg.

riodico insegnamento. Quantunque le memorie de' *Pitagorici* ritrovati sien perite tra' civili e militari sconvolgimenti, rimane la tavola per la moltiplicazione delle cifre, il teorema sul quadrato dell' *ipotenusa*, e l' *incommensurabilità* della *diagonale* col lato del *quadrato*.

Aristeo seniore nacque verso l'anno 536 avanti l'era volgare, e fu, per sentimento di *Giamblico*, il miglior discepolo ed il successore di *Pitagora*. Profittando degli altrui ritrovamenti ei compose un trattato delle Sezioni Coniche in cinque libri, ed una profonda Opera *Su i Luoghi solidi*, destinata a completare la dottrina delle Sezioni Coniche, con l'applicazione delle medesime alla soluzione de' problemi geometrici, dipendenti da un' equazione del 3.° o del 4.° grado. *Aristaeus, qui scribit ea quae ad hoc usque tempus tradita sunt, solidorum locorum libros quinque conicis cohaerentes vocavit* (Pappo - Lib. VII) (*a*).

Anassagora di *Clazomene* nacque nel primo anno della 70.ma Olimpiade (*Diog. Laerz.*), cioè verso l'an. 500 avanti l'era volg. Vuolsi che sia stato il primo a delineare la meridiana e costituirvi un alto *gnomone* in *Atene*: gli si attribuisce altresì la prima idea della sfera armillare e delle carte geografiche. Ch' egli arricchisse la Geometria d'importanti novità vien affermato da *Proclo* dove dice (ediz. dell' *Ervagio* p. 19):

(*a*) Chiunque sappia che *Platone* nacque circa 107 anni dopo *Aristeo* (Morery - Dizionario) dee restar meravigliato quando vegga che il *Montucla presunse (nous le presumons)* essere stato *Aristeo* discepolo de' primi successori di *Platone* nella scuola *Accademica*. Il *Bossut* andò più oltre; suppose *Aristeo* scolare od amico di *Platone*, ed ebbe il coraggio di attribuirgli la scoperta delle *Sezioni Coniche*.

Μετα δε τȣτον (Πυθαγοραν) Αναξαγορας ο Κλαζομενιος πολλων εφηψατο κατα Γεωμετριαν (a).

Enopido di *Chio*, nato verso l'an. 482, insegnò a condurre la perpendicolare da un punto ad una retta, ed a bisecare un angolo.

Zenodoro scrisse un trattato *degl' Isometri e degl' Isoperimetri* commentato da *Teone* Alessandrino, dove smentì la falsa opinione che le figure *isoperimetre* sieno equivalenti, e dimostrò i teoremi che seguono:

I. *Fra le figure isoperimetre è maggiore quella che ha più lati: è dunque massimo il circolo.*

II. *Tra le figure come sopra, e che abbiano egual numero di lati, è massima l' isopleura* (che ha i lati eguali.)

III. *La somma di due trigoni isosceli e simili, su diversa base, è maggiore della somma di due trigoni dissimili ma isoperimetri, di base uguale.*

Ippocrate di *Chio*, nato verso l'anno 461, esercitò il commercio marittimo, e depredato da' corsari si portò in *Atene* onde perseguitarli in giudizio; ivi per diporto ascoltò i filosofi e presto divenne dotto nella Geometria. *Proclo* dice che fu il primo a comporne gli elementi, e che trovò la quadratura delle *lunule* o *menischi*. Inscritto un trigono isoscele ortogonale in un semicircolo, si descrivano esteriormente su i cateti due semicircoli. Siccome i circoli stanno come i quadrati de' diametri, la somma de' semicircoli piccoli equivale al grande, e tolti i semmenti di questo, comuni agli altri, restano due lunule insieme uguali al

(a) L' originale di *Proclo* fu tradotto in latino da *Francesco Barocci* Patrizio *Veneto*, e stampato in *Padova* l'an. 1658.

trigono, e però una lunula eguale alla metà di esso.

Eccitato da questa bella scoperta, senza fondamento ad *Enopido* attribuita dall' *Hein* e dal *Fabbricio* (Biblioth. Græ. Lib. 2.° Cap. 14. §. 18) *Ippocrate* si fece animo ad investigare la quadratura del circolo.

Abbiansi due circoli A, B, e sia $B=4A$: s' inscriva in B un esagono regolare, e su ciascun lato descrivasi esternamente un semicircolo: i sei semicircoli fanno tre circoli A, ed aggiungendovi A si ottiene una superficie $=B$. Tolti i semmenti comuni al circolo B ed ai sei semicircoli, resta da una parte l' esagono inscritto, dall' altra si hanno sei lunule, che unite ad A equivalgono all' esagono: sottraggasi dall' esagono la somma delle lunule, *la cui quadratura è nota*, e si avrà nel residuo la quadratura del circolo A.

Quest' argomento è falso, perchè la lunula quadrabile dev' esser compresa tra un semicircolo ed un quadrante, non tra un semicircolo ed un sestante: ciò nonostante essa divenne celebre presso gli antichi: *Aristotele* ne parlò nella Fisica (n.° 1 cap. 10), *Eutocio* nella prefazione al suo commento sulla misura del circolo di *Archimede*; ec.

Un' altra bella invenzione d' *Ippocrate* vien descritta da *Eratostene* in una sua lettera al re *Tolomeo*, riportata dal predetto *Eutocio* nella citata sua Opera (ediz. dell' *Ervagio* an. 1544, pag. 20); lettera ove dice, che il re *Minos* non trovando assai grande il modello del sepolcro ordinato per *Glauco*, incaricò l' artefice di raddoppiarlo: soggiunge che tal problema tenne lungamente intricati i geometri, finchè *Ippocrate* di *Chio* propose di ricondurne la soluzione alla ricerca di due medie proporzionali fra due rette date, una doppia dell'altra; ricerca superiore alla Geometria elementare, ma per altro accessibile ai tentativi ed ai ripieghi meccanici, e che apre la strada alla costruzione per mezzo di due sezioni coniche.

Teodoro di *Cirene* contemporaneo d' *Ippocrate* e posteriore di 40 anni ad *Enopido*, fu dotto Geometra e Professore accreditato.

Archita di *Taranto* fioriva verso l' anno 408. Ei fu l' ottavo successore di *Pitagora*: perì di naufragio, ed il suo corpo fu trovato sulla costa della *Puglia* presso il così detto *littus Matinum*. È meraviglioso il suo metodo per la duplicazione del cubo, e può vedersi nella Geometria di Sito del Professor *Flauti*.

Platone di *Atene*, figlio di *Aristone*: nacque nell'88.ma Olimpiade, cioè verso l' anno 429 avanti l' era volgare, e visse anni 82 (*a*). Onorò la scuola di *Socrate* in *Atene*, di *Euclide* il Dialettico in *Megara*, di *Teodoro* in *Cirene*, di *Archita* in *Crotone*: visitò la *Sicilia*, viaggiò per l' *Egitto*, e nell' età più avanzata fermò il suo soggiorno nella *Grecia*, dove tutti lo veneravano come l'oracolo della Filosofia. Senz'attribuirgli l'invenzione del *metodo analitico*, e molto meno quella delle sezioni coniche, la cui dottrina insegnavasi nella scuola di *Pitagora*, ci basta di affermare con *Proclo* ch'egli *fecit, tum geometriam, tum caeteras mathematicas disciplinas maximum suscepisse additamentum*.

(*a*) L'anno di nascita di *Anassagora*, *Enopido*, *Ippocrate*, *Teodoro* e *Platone*, è stato verificato dal P. Gregorio *Fontana* (Giunte al Saggio del *Bossut* Art. II.)

Laodamante di *Taso* } aumentarono la scien-
Teeteto di *Atene* } za geometrica.

Neoclide, *Leonte*, *Teudio* di *Magnesia* e *Cizicino* di *Atene*, cooperarono all' ulteriore progresso della Geometria, e *Proclo* fa di essi onorevole menzione. Il secondo insegnò a determinare i casi ne'quali un problema è possibile, e quelli in cui non è tale, indagine ch'ebbe il nome di *determinazione*.

Eudosso di *Gnido* fu amico di *Platone*: *Proclo* lo disse matematico sommo: è fama che componesse il trattato delle proporzioni: *Archimede* (De Sphæ. et Cilin.) gli attribuisce il metodo per misurare la piramide ed il cono. Si segnalò anche nell' Astronomia.

Ermotimo di *Colofone* adornò ed estese gli elementi geometrici. *Hermotimus quae ab Eudoxo et Theaeteto prius edita fuerant uberiora fecit, compluraque invenit elementa, locosque nonnullos conscripsit* (Proclo Op. cit.)

Menecmo seniore, discepolo di *Platone*, insegnò a raddoppiare il cubo mediante l' intersezione di due parabole, e mediante quella di una parabola e di un' iperbola equilatera.

Dinostrato, condiscepolo del prec., immaginò la curva *Quadratrice*.

Aristotile, figlio di *Nicomaco* di *Stagira*, città nella *Macedonia*. N. nel 384 av. l'era vol. e visse anni 63.

Fu scolare di *Platone* e maestro di *Alessandro* il Grande. Quando *Alessandro* andò alla conquista dell' *Indie* egli passò ad *Atene*, e vi aprì la scuola *Peripatetica* nel così detto *Liceo*. Scrisse *De Lineis Insecabilibus-De Unitate*, ed un Opuscolo detto *Mathematicum*. È falso che intervenisse alle lezioni di *Socrate*, morto l' anno 400.

Democrito di *Abdera* nella *Tracia*. N. nel 3.° anno dell' Olimpiade CIV, cioè l' an. 362 avanti l' era vol.

Studiò le scienze nell' *Egitto*, nella *Caldea* e nell' *India*: il suo nome gode fama tra' geometri, ed è celebre il suo *Diacosmo*, che gli meritò dalla patria il premio di 500 talenti e l' onore di più statue. Si sa da *Diog. Laerzio* che promosse la teorica relativa al respettivo contatto de' circoli e delle sfere, alle linee irrazionali ed a' solidi.

La celebre scuola d' *Alessandria* fondata da *Tolomeo Sotere*, che s' impadronì dell' *Egitto* l' an. 300 av. l' era vol., fu protetta e con singolare munificenza decorata de' più cospicui ornamenti dal di lui figlio *Tolomeo Filadelfo*, che successe al trono per cessione del padre, l' anno 285 dell' era suddetta. Egl' invitò da lontani paesi molti letterati primarj, e formò una doviziosissima biblioteca, fra' cui volumi volle la *Bibbia*, che ottenne da *Eleazzaro* Re d' *Isdraele*, unitamente a parecchi Dottori che ne fecero la versione detta *De' Settanta*.

Il più illustre fra' professori del nuovo Liceo fu *Euclide*, che altri disse nativo di *Tiro*, altri *Alessandrino*. Si sa ch' egli vivea verso l' anno 280.^{me} av. l' era vol.; ch' egli era di dolcissima e benigna indole, e molta predilezione dimostrava per coloro che promoveano le scienze esatte (*Pappo* Collect. Math. Lib. 7).

Non meno di undici sono le Opere che gli appartengono, cioè:

I. Quattro Libri di *Aritmetica trascendente*, pieni di profonde dottrine e di esimie dimostrazioni:

Il primo libro contiene 33 teoremi, ove si contempla la natura de' numeri *primi*, si discutono le proprietà spettanti alla ragione numerica,

e si dimostra che il prodotto di due numeri non varia, moltiplicando il 1.° pel 2.° o vicev.

I problemi che fanno parte del suddetto libro hanno per oggetto di

Rinvenire il massimo ed il minimo comune divisore di due o più numeri non primi tra loro:

Determinare tra' numeri aventi una data ragione, quali sono tra loro primi:

Trovare il minimo numero composto di date parti.

Il lib. 2.° contiene varie ricerche su i numeri primi, alcune singolari proprietà della proporzione de' numeri *piani*, *solidi*, *quadrati*, e *cubi*. La natura de' numeri quadrati e de' cubi; alcune proprietà della proporzione tra' numeri primi, e la ricerca delle condizioni da cui dipende l' esistenza di un 3.° e di un 4.° proporzionale, occupano il lib. 3.°

La dottrina delle quantità incommensurabili costituisce il libro 4.°, sul fine del quale si dimostra con mirabile artifizio, che per potere esprimere la ragione del lato di un quadrato alla diagonale, con quella di due dati numeri, bisognerebbe che un numero fosse pari e dispari.

I predetti libri, quantunque sieno stati per molto tempo inseriti fra i libri VI ed XI della Geometria d' *Euclide*, non vi appartengono in alcun modo: il Prof. *Flauti* ha provato ad evidenza ch' essi formavano un trattato distinto, e che spiegavasi prima della Geometria o insieme con essa.

II. La *Geometria Elementare* in nove libri, aureo modello di esattezza, ha sgomentato sino al secolo XVII i compilatori di elementi geometrici, e tutte ha oscurate col suo vivo lume le susseguenti opere di tal genere, una eccettuata, che ricca delle speculazioni di più secoli, a se richiama presentemente l' attenzione ed il voto dei dotti. *Non multo autem his* (Eudoxo et Theeteto) *junior Euclides est, qui elementa collegit, et multa quidem construxit eorum quae ab Eudoxo, multa vero perfecit eorum quae a Theeteto reperta fuerant. Et praeterea, quae a prioribus molliori brachio ostensa fuerant, ad eas redegit demonstrationes, quae nec coargui, nec convinci possunt* (Proclo Op. cit.).

Qualunque sia la stima in che noi teniamo la prelodata Geometria, crediamo esorbitante il giudicio di un moderno Commentatore della medesima, cioè: *che la ragione dell' uomo fu paga di veder ridotta la scienza in un sistema, del quale era impossibile immaginarne un altro migliore*, e senza entrare in una discussione teoretica, che sarebbe intempestiva e potrebbe inviluparci in fastidiose questioni, opponiamo il sentimento del P. *Grandi* e la Geometria del *Legendre* (ediz. 9.ª)

Le speculazioni de' geometri posteriori ad Euclide (Grandi - Pref. alla sua Geom.) *hanno somministrato non picciol campo di fare nuove istituzioni elementari più compendiose, corredate di teoremi più generali e di nuove proposizioni... Non vi ha dubbio che possa immaginarsi un metodo più facile, più breve e forse più comodo.*

Nè il rincrescimento che il *Newton* dimostrò d' esser disceso a' libri moderni, *nondum perlecto Euclide ea diligentia, quae adhiberi in tanto Auctore debuerat*, giustifica in alcun modo la illimitata venerazione del citato Commentatore: 1.° perchè l' Opera d' *Euclide* era in quel tempo il solo libro, ove la scienza geometrica potesse profondamente acquistarsi:

2.° perchè, attesa l' imperfezione de' principj analitici allora noti, e la costante consuetudi-

ne presso i primi Matematici, il *Newton* riguardava l' antica Geometria come l' unico linguaggio conveniente alle scienze esatte. *Postquam* (così egli nel Tratt. delle *Flussioni*) *area curvae alicujus ita* (analytice) *reperta est et constructa, indaganda est demonstratio constructionis, ut omisso, quatenus fieri potest, calculo algebraico, theorema fiat concinnum et elegans, ac lumen publicum substinere valeat.*

III Un libro *De' Dati*, che formava un' introduzione alla Geometria trascendente. *Dato* è un elemento assegnabile con un' operazione geometrica, e si distingue in dato *di specie* ossia di somiglianza, *di ragione*, *di grandezza*, *di sito*, avvertendo che tali circostanze possono anche combinarsi tra loro.

IV Tre libri *De' Porismi*, opera di somma profondità, che innalza l' Autore alla sfera de' primi Geometri: *Pappo* la riguardava come *un' artificiosissima collezione di molte cose spettanti all' analisi de' più difficili e generali problemi*. *Roberto Simpson* ce l' ha restituita con una magistrale divinazione.

V Due libri *De' Luoghi relativi alla superficie.*

VI Un trattato *Delle Divisioni*, forse spettante alla Geodesia elementare (veggasi *Proclo*).

VII Quattro libri *Delle Sezioni Coniche*, di cui *Apollonio* profittò per compiere la sua grand' Opera sullo stesso argomento. *Euclidis libros quatuor cum Apollonius explevisset...* (Pappo - Lib. VII).

VIII Un libro *De' Fenomeni*, ove si contemplano le apparenze degli astri.

IX La *Catottrica* in trentuno teorema.

X La *Prospettiva* in sessanta teoremi.

XI Un libro *Del leggiero e del pesante.*

Nicomede: inventò la *Concoide*, curva geometrica, che il *Newton* insegnò a descrivere con moto continuo, e volle preferita nelle costruzioni alle sezioni coniche: *Nicomede* si prevalse della sua curva per risolvere il problema delle due medie proporzionali.

Timocari ed *Aristillo* furono i primi Astronomi della Scuola d' *Alessandria*. Delle loro osservazioni, fatte dal 295 al 269 avanti l' era vol. profittò l' astronomo *Tolomeo*. Si attribuisce loro il primo catalogo delle stelle.

Aristarco di *Samo*, che fioriva circa 280 anni avanti l' era vol., fu insigne geometra ed astronomo in *Alessandria*. E' sostenne il moto della Terra intorno al Sole, e scrisse un libro *Della grandezza e distanza del Sole e della Luna*, tradotto e commentato dal *Commandini*. Il *Sistema del Mondo* che il P. *Mersenne* pubblicò sotto il nome di lui e col titolo - *De Mundi Systemate, partibus et motibus ejusdem* (Parigi an. 1644) era lavoro del *Roberval*. Ecco il metodo ch' egli immaginò per conoscere la ragione tra le distanze della Terra alla Luna ed al Sole.

Congiunto il respettivo centro t, s, l, della Terra, del Sole e della Luna *dicotoma* (cioè bipartita dall' ombra), si ha l' angolo retto in l; l' angolo lts rozzamente misurato, risultò non maggiore di 87.°: bisognava calcolare la ragione de' lati ts, tl, e ciò venne eseguito con lungo e difficil metodo, esposto dal Cav.r *Lambre* nella Storia dell' Astronomia antica, per cui si scuoprì essere la ragione cercata fra 1 : 18 ed 1 : 19, *mentre* (così il *Bossut*) *la seconda distanza è tre o 400 volte maggiore della prima*: Noi diciamo che la ragione è $1 : 401\frac{1}{2}$, che l' angolo lts è di 89.° 50′.

Archimede di *Siracusa* nacque l' anno 287 avanti l' era vol., e morì ucciso da un soldato del Console *Marcello*, mentre disegnava la soluzione di un problema, l' anno 212, nell' età di anni 75. Fu sommo tra Geometri antichi, ed è forse comparabile al solo *Newton* tra i moderni. Studiò in *Alessandria* e vi fece amicizia con *Conone*: i titoli delle sue Opere sono:

I *De Conoidibus et Sphoeroidibus*, cioè de' volumi generati dalla rivoluzione delle curve coniche intorno al proprio asse. Dimostra per esempio che la *paraboloide* è la metà del cilindro di egual base ed altezza.

II *De Sphoera et Cilindro*, libro la cui sostanza fa parte adesso della Geometria elementare.

III *De Spiralibus et Helicibus*: quest' opuscolo misura la sublimità, cui l' umano intelletto può aspirare senza speranza di pervenirvi.

IV *De Quadratura Parabolae*.

V *De Dimensione Circuli*.

VI *Psammites seu Arenarius*:

VII *De Aequiponderantibus*.

VIII *De Humido Insidentibus*:

IX *Catoptrica*:

Sappiamo altresì che *Archimede* scrisse un libro intitolato Ἀρχαὶ ossia Elementi, dedicati a *Zeusippo*.

Con un sistema di specchi piani incendiò la flotta *Romana*, comandata dal Console *Marcello*, e questo fatto affermato dal *Zonara*, descritto dal *Tzetze*, ed assai bene spiegato dall' Architetto *Antemio*, che vivea sotto *Giustiniano*, non può revocarsi in dubbio. È d' altronde noto che nel 1747 il *Buffon* fece in *Parigi* un esperimento consimile, mediante un sistema di 168 specchi come sopra.

Ecco il prospetto dell' opuscolo idrostatico in penultimo luogo indicato; opuscolo che il *Lagrangia* riguardava *come uno de' più preziosi avanzi dell' antichità* (Mécan. Analyt. T. I p. 175 – Nouv. edit. Paris 1811).

Princ. I. *Le parti di un fluido più premute rimuovon quelle che lo son meno, e ciascuna soffre il peso della colonna verticale che le sovrasta*: Da questo principio sperimentale deduce la sfericità della superficie: indi prova che un corpo di gravità specifica eguale a quella del fluido, deve immergersi del tutto, perchè di due piramidi fluide uguali, quella che contenesse una parte del corpo di cui sopra, premerebbe sopra una superficie sferica, concepita intorno alla terra, più di quella che lo contenesse intieramente, e ciò contraddice all' ipotesi che il fluido sia in equilibrio: dimostra nella stessa maniera che un corpo di minor gravità specifica si debbe immergere sino a tanto, ch' egli occupi il luogo di un volume fluido equiponderante, e passa a stabilire I *Che un corpo di minor gravità specifica, qualora s' immerga, vien respinto verticalmente con una forza, eguale alla differenza tra 'l peso del fluido e quello del corpo*: II *Che i corpi di maggior gravità specifica, perdono dopo l' immersione una parte di peso eguale a quello del fluido rimosso*.

Princ. II *La forza con cui un fluido respinge un corpo immerso è verticale, e passa pel centro di gravità del corpo stesso*: Quindi ne deduce che la base di un semmento sferico galleggiante dee prendere una posizione orizzontale, e dà fine al 1.° libro.

Nel 2.° determina le leggi dell' equilibrio relative ai conoidi galleggianti, distingue i casi in

cui la loro situazione può essere obbliqua; e quelli in cui dev' essere verticale: nei secondi dimostra inevitabile il rovesciamento od il raddrizzamento. La teorica concernente la *stabilità* de' galleggianti, costituisce l' ultima parte dell' opera.

Fra le tante macchine prodigiose che si attribuiscono ad *Archimede*, quelle che senza dubbio sembrano appartenergli sono: *la vite perpetua*, la *coclea*, la *puleggia mobile* e la *sfera astronomica*, esprimente i principali fenomeni del nostro sistema planetario.

Chi desidera una completa ed elegantissima collezione delle Opere di *Archimede* vegga l' *Archimede* del Cav.[r] *Torelli* Veronese, stampato in *Oxford* l' an. 1792.

Conone di Samo e Dositeo di Colonia, dotti Geometri, amici di *Archimede*.

Erastotene di *Alessandria*, bibliotecario di *Tolomeo Evergete*, matematico ed astronomo: nacque verso l' anno 270 avanti l' era vol., e nell' età di 80 anni rinunziò all' afflitta sua vita ricusando il nutrimento.

Determinò l' obbliquità dell' *eclittica*, misurò la circonferenza della Terra, mediante la differenza delle altezze meridiane del Sole in due luoghi di nota distanza, e compose un' insigne Opera, avente per titolo *Loca ad Medietates*, cioè luoghi spettanti alle curve coniche, determinate di specie e di posizione, ricavati da una serie di semmenti in proporzione *aritmetica* o *geometrica* od *armonica* (a), presi sopra una trasversale variabile, che seghi due o tre rette in un pia-

(a) *Medietas* indicava la generica nozione di tutte e tre le predette proporzioni.

no, e computati da un asse che attraversa le rette di cui sopra. Tale interpetrazione è del *Montucla* e ci sembra plausibile:

Lasciò un voto con un epigramma al Re *Tolomeo*, ove dichiarava che tale offerta era un ringraziamento agli Dei per l'ottenuta soluzione del problema *Deliaco*.

Ipparco di *Nicea* nella *Bitinia*: nacque verso l'anno 190 avanti l'era vol. e mancò verso il 125. Si sa che da *Rodi* passò al Museo d'*Alessandria* dove si stabilì, e che presto ne divenne il prim' ornamento. È celebre fra' Geometri per l'invenzione della trigonometria rettilinea e sferica, sulla quale scrisse un trattato in dodici libri che più non esiste, ed il suo valore come Astronomo non ha confronto. Determinò la posizione delle stelle mediante *l' ascensione* e la *declinazione*, e valutò il loro moto in longitudine di 48″ per ciascun anno.

Dalle sue osservazioni relative alla determinazione dell'equinozio, sei delle quali fatte in autunno e tre in primavera, dall'anno 161 al 127, il *Lalande* ricavò l'anno *tropico* di 365.$^{g.}$ 5.$^{or.}$ 48.′ 48″, mentre con un più accurato metodo avrebbe potuto dedurlo con l'Astronomo *Piazzi* più lungo di 2″ (Soc. Ital. T. XIII); misurò l'obbliquità dell'*eclittica*, assegnò l'*apogèo*, il moto *medio* e le ineguaglianze del Sole, come pure il moto medio, il *nodo*, l'*apogèo*, l'*equazione del centro*, e l'inclinazione dell'orbita della Luna. La durata dell'anno assegnata da lui è quasi esatta.

Possidonio, filosofo stoico, geometra ed astronomo, fu di *Rodi*.

Dionisiodoro di *Mélo*, geometra celebre. Sappiamo da *Eutocio* che sciolse il seguente difficile problema, proposto da *Archimede*: *Dividere un*

emisfero in una data ragione con un piano parallelo alla base.

Apollonio di *Perge* nella *Pamfilia*, scolare del Ginnasio *Alessandrino*, nacque l'anno 150 avanti l'era volgare, e visse anni 50.

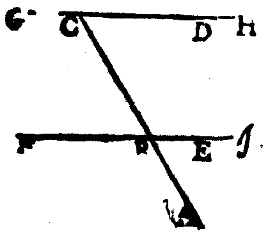
Primo geometra dopo *Archimede*: le sue opere splendono fra le più scelte e sono:

Delle *Sezioni Coniche* lib. VIII (l'ultimo è smarrito).

Ne' primi quattro libri v'è raccolto e ridotto a più elegante forma, quanto si sapeva in quel tempo, senza l'usata limitazione al cono retto: il 5.° tratta con finissima analisi delle rette massime o minime, che da un punto interno si possono condurre al perimetro, e sollevasi alla nozione de' centri di *osculazione*: il 6.° offre il paragone delle curve coniche intiere o parziali, insegna a tagliare un dato cono in guisa, che ne risulti una sezione avente dimensioni assegnate, ec. Nel 7.° s'incontrano i noti teoremi sulla somma e differenza de' quadrati degli assi e de' diametri coniugati. Il lib. 8.° esiste nella divinazione dell'astronomo *Halley*.

II. *Della Sezione della ragione* lib. II (tuttavia esistenti).

III. *Della Sezione dello spazio* lib. II.



Dati i punti D, E, sulle rette indefinite GH, FI, note di posizione, tirare da un dato punto A una trasversale ABC in guisa, che abbiasi

Condiz. 1.^{a} $\{BE:CD::a:b\}$;
Condiz. 2.^{a} $\{BE.CD=c^2\}$.

Considerando le diverse situazioni del punto A nell'ipotesi che le rette concorrano o sieno parallele, si trovano 77 casi per la prima condizione, 84 per la seconda, e costituiscono i respettivi opuscoli indicati sotto i numeri II e III.

IV. *Delle Inclinazioni* lib. II restituiti da *Horsley*.

L'argomento è: *Date di posizione due linee rette o circolari, adattare fra di esse una retta r, che sia eguale ad una data retta r', con la condizione che la r passi per un dato punto, o prolungata incontri la r'.*

IV. *Della Sezione Determinata*, opuscolo distinto in 51 lemmi, 83 teoremi e 9 problemi. Tre sono gli oggetti che vi si contemplano:

1.° Avendosi due punti A, B sopra una data retta r, si dimanda in essa un terzo punto P tale, che sia

$\overline{PA}^2 : \overline{PB}^2$ ovv. $PA.r : \overline{PB}^2$, ovv. $\overline{PA}^2 : PB.r$ come $a:b$.

2.° Se i punti dati sono A, B, C, assegnare nella retta r un quarto punto P, onde sia

$$\overline{PA}^2 : PB.PC \text{ ovv. } \overline{PB}^2 : PA.PC$$
$$\text{ovv. } PA.PB : PC.r :: a:b.$$

I punti come sopra essendo A, B. C., D, trovare in r un punto P tale, che sussista

$$PA.PB : PC.PD \text{ ovv. } PA.PC : PB.PD :: a:b.$$

Il *Ghetaldo* e lo *Snellio* essendo meno felicemente riusciti nella tentata restituzione del precedente opuscolo, supplirono al difetto di quell' ardua intrapresa i benemeriti Geometri *Giannini* e *Roberto Simpson*.

VI *De' Contatti* libri II, che insieme comprendeano 21 lemmi, 11 problemi e 60 teoremi.

Il 1.° lib. conteneva 7 problemi, e sono i seguenti, fra' quali si escludono i primi tre contemplati nella Geometria.

Dati tre punti, tre rette, due punti ed una retta, descrivere un circolo che passi per li tre punti, che tocchi le tre rette, che passi per li due punti, e tocchi la retta:

Descrivere un circolo che passi per due punti, e tocchi un circolo; per un punto e tocchi due rette o due circoli, od una retta ed un circolo; che tocchi una retta e due circoli, ovvero tre circoli.

Il 2.° libro conteneva 4 problemi, cioè i seguenti, esclusi i due primi:

Descrivere un circolo che passi per due punti, per un punto, e tocchi una retta, ovvero un circolo, che tocchi due rette, una retta ed un circolo, due circoli.

I primi che fra' moderni siensi esercitati in questo bell' argomento, furono *Francesco Viete* (*Apollonius Gallus*), il *Newton* (*Arith. Univ.*) ed il *Camerer*. Adesso abbiamo le bellissime soluzioni del *Fergola*, ed alcune del *Flauti*, relative ai due problemi più difficili, descrivere un circolo che ne tocchi tre, una sfera che ne tocchi quattro, e poi le analitiche del *Sangro*, ec.

VII *De' Luoghi Piani* Libri II.

VIII *Delle Ragioni Perturbate* Libri I.

IX *Comparazione tra 'l dodecaedro e l' icosaedro, inscritti nella stessa sfera* Lib. I.

X *Della Coclea*.

Scrisse altresì *De Arte Numeraria* (Λογιστικὴ) e l' Ὠκυτόβοον, opuscolo citato da *Eutocio* nel Comm. al libro di Archimede *De Circ. Dimens.* e vuolsi che fosse una giunta a detto libro.

Ipsicle di Alessandria godea fama l' anno 146 e vivea circa 30 anni dopo, giacchè nella prefazione ai due libri che aggiunse alla Geometria d' *Euclide*, disse che si era proposto di perfezionare ciò che *Apollonio* aveva scritto sul paragone del dodecaedro e dell' icosaedro.

Furono contemporanei di *Apollonio*:

Filonide di *Efeso*, *Trasideo*, *Eudemo* di *Pergamo* ed *Attalo*. Si sa che *Apollonio* dedicò ad *Eudemo* i primi tre libri delle Sezioni Coniche.

Erone il meccanico, di *Alessandria*, vivea circa un secolo avanti l'era volgare: fu scolare del celebre meccanico *Ctesìbio*; scrisse un Trattato di Geometria, e *Proclo* ne riprodusse alcune dimostrazioni siccome nuove e pregevoli. Molte furono le sue scritture spettanti alla meccanica: tale quella *degli Spiritali*, l'altra *sugli Orologi idraulici*, la *Meccanica* in tre libri (di cui *Pappo* diede l'estratto), ed il Trattato del *Traguardo*, rinvenuto e tradotto dal Cav. *Venturi*. *Egli* (così il prelodato Cav. op. cit. T. I.) *se non giunse all' acutezza di Apollonio, al talento inventivo di Ctesibio, alla sublimità di Archimede, pure, cedendo a questi la palma del primato, seppe tuttavia meritarsi l' attenzione di varj scrittori del secolo susseguente*.

Per dare un' idea dell' anzidetta opera sul traguardo, soggiungiamo la nota de' problemi, che col solo ajuto di tale strumento vi si risolvono.

1.° Misurare la differenza d' altezza fra due punti, uno invisibile all' altro.

2.° Tirare una retta fra due punti come sopra.

3.° Trovare la distanza di un punto lontano senz' avvicinarvisi.

4.° Misurare dalla sponda la larghezza di un fiume.

5.° Determinare la distanza e la posizione di due punti lontani.

6.° Tirare la perpendicolare sopra una retta distante.

7.° Assegnare l' altezza di un punto lontano.

8.° Trovare la differenza di elevazione di due punti lontani.

9.° Misurare la profondità di una buca.

10.° Traforare un monte per linea retta fra due bocche opposte. La soluzione di questo problema suppone noto per l' antecedente §. VII la ragione di due rette AM, MB, ma ciò da tale §. non risulta.

11.° Scavare un pozzo in un monte, che vada a cadere perpendicolarmente sopra una data escavazione sotterranea.

12.° Misurare un campo senza entrarvi.

13. Dividerlo in date porzioni che abbiano un punto comune.

14.° Segare in una data ragione un trigono od un trapezio.

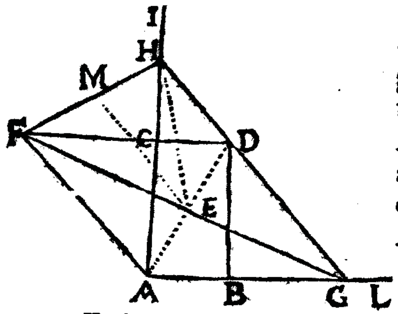
15.° Dati i lati di un trigono, assegnarne la superficie s. Posti i lati 13, 14, 15, trova p (semiperim.) $=21$, $p-13=8$, $p-14=7$, $p-15=6$

e deduce $s=\sqrt{21.8.7.6}=\sqrt{7056}=84$.

Il Cav. Venturi osserva che il metodo con cui *Erone* giunge alla nota formola

$$s=\sqrt{[p(p-A)(p-B)(p-C)]}$$

non cede in semplicità ed eleganza a quella dell' *Eulero* (Accad. di Pietrob. 1747), nè a quella del P. *Boscovich* (Op. T. V. opusc. XIV.) Ecco il bellissimo metodo proposto da *Erone* per la duplicazione del cubo.



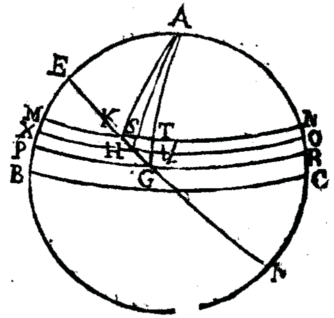
Sia nella squadra IAL il rettangolo CB, la cui altezza AC doppia di AB: al vertice D si applichi una corda che tocchi AI in H, AL in G, in guisa che le rette EH, EG, tirate dal centro E del rettangolo, risultino eguali, e si avrà $CD:CH:BG:CA$, e però CH lato del cubo, doppio di quello il cui lato è AB.

Congiunta l'intersezione F delle GE, DC, con A ed H, si ha trig. $FDE=$ trig. GAE, FA parallela ad HG, ed i trigoni DHC, CHF, FCA, sono ortogonali e simili, perchè congiungendo E con M, punto medio di FH, attesa l'eguaglianza di EF con EH, si ha EM perpendicolare ad FH e parall. ad FA, d'onde

$$CD:CH:CF(=BG):CA.$$

Gemino di *Rodi*, matematico ed astronomo che vivea 70 anni avanti l'era volgare, fu il primo a scoprire il difetto del postulato V nella Geometria d'*Euclide* (*Proclo*), e si accreditò con le sue *Narrazioni Geometriche*.

Teodosio di *Tripoli* nella *Bitinia* vivea 10 anni dopo. Il suo trattato *Degli sferici* in tre libri è una profonda teoria degli archi sferici. In esso, dalle più semplici proposizioni, che possono riguardarsi come i preliminari della trigonometria di tal nome, l'autore sollevasi nel terzo libro a varie indagini ricercate e difficili, ch'ebbero molto credito presso gli antichi. *Pappo* se ne occupò nelle sue *Collezioni Matematiche*, e noi sulle sue tracce passiamo a dare un'idea del quinto teorema.



Teor. Essendo BC, EF le metà di due circoli massimi, perpendicolari al circolo massimo ABC, A il polo de' circoli paralleli MN, XO, PR, BC, se $HK=HG$ è $PX>XM$.

Dim.^{ne}. Ciascuno degli archi di circolo massimo AK, AH, AG, è $<\frac{1}{2}\pi$, perchè dall'essere $AB=AC=\frac{1}{2}\pi$, ne segue che niun arco tirato per A sia di 90.° se non giunge a BC: dunque (Teod. Prop. prec.)

$$AK+AG>2AH;\ \text{ma}\ AK+AT=2AS$$

perchè $AK=AS=AT$: dunque $TG>2SH$: d'altronde $SH=TY$ (Teod. Lib. II Prop. 10): perciò $GY>YT$, e siccome $GY=PX$ ed $YT=XM$ (Prop. cit.) si ha $PX>XM$.

Sono molto stimate l'edizioni degli *Sferici*, fatte dal *Barrow* (Londra 1675 in 8.°) e da *Gio. Hunt* (Oxford 1709 in 8.°).

Menelao, contemporaneo del precedente, scrisse la *Trigonometria* rettilinea in sei libri, e *Sulle cose spettanti alla sfera*: lib. III, che il *Maurolico* tradusse dall'*Arabo*, e pubblicò nel 1558 (*a*).

Menecmo vivea verso l'anno 55 dell'era volgare, si rese illustre con un trattato sulla Trigonometria Sferica, e formò una nuova tavola delle *corde*, che più non esiste.

(*a*) Il Cav. *Lambre* (*Hist. de l'Astr. Ancien.* T. I pag. 235) riporta dieci proposizioni elementari e semplicissime, spettanti al lib. I, indi sollecitamente conclude *voila tout ce que renferme d'utile le livre des sphériques*: noi non osiamo imitarlo, perchè abbiamo veduto nascere grandi ritrovamenti da proposizioni riguardate come oggetti di sterile curiosità.

Sesto Giulio Frontino, ispettore delle pubbliche fontane sotto gl' Imperatori *Nerva* e *Trajano*, dee la maggior parte del suo nome ad un libro intitolato – *De Aquaeductibus urbis Romae Commentarius*. In esso ei contempla la derivazione dell' acqua da un serbatojo, ed insegna che la quantità del fluido che esce da una cannella, è proporzionale alla sezione di questa ed all' altezza del fluido sopra l' orifizio. In tale occasione egli avverte, che un tubo innestato nella parete di un condotto, per essere idoneo a derivarne una certa quantità d' acqua, dee formare un conveniente angolo con la corrente.

Teone di *Smirne*, astronomo e matematico, vivea sotto *Adriano*: si sa che le sue osservazioni celesti furon utili a *Tolomeo*.

Tolomeo Claudio di *Peluso* in *Egitto*, celebre astronomo della scuola d' *Alessandria*, fioriva negli anni 140–120 dell' era volgare, tempo a cui corrispondono le sue osservazioni astronomiche fatte in *Canopo*. Sue opere:

I. *La Sintassi Matematica*, in Arabo *Almagesto*, cioè *la grande composizione*, che contiene l' Astronomia Greca, divisa in XIII libri.

II. La *Composizione Matematica* in libri III. I due primi che ci restano nel commento di *Teone*, si aggirano intorno a varj oggetti spettanti alla trigonometria sferica ed all' Astronomia.

III. Il *Planisferio*, ossia Descrizione de' circoli di una sfera sopra un piano.

IV. L' *Analemma*, che insegna come ottengasi lo spianamento della superficie sferica.

V. La *Geografia* in VIII libri: VI. L' *Ottica* in libri V.

Scuoprì l' *evezione* della Luna, immaginò l' uso della *projezione* per la costruzione delle carte geo-

grafiche: indebitamente diminuì di 8″ l' annuo moto delle stelle in longitudine determinato da *Ipparco*, il che l' obbligò a dare all' anno tropico il falso aumento di 5′. 12″, e propose un assurdo sistema planetario, sostenendo che la Terra sia immobile, ed intorno le si aggirino col seguente ordine: la Luna, Mercurio, Venere, il Sole, Marte, Giove, Saturno.

Tolomeo dedusse dal suo teorema sul tetragono inscritto, l' equivalente di $\text{sen}(a \pm b) =$ ec., indi

$$\text{sen.}\, a = \frac{2}{r}\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}a\,\cos.\,\tfrac{1}{2}a \quad \text{e} \quad \text{sen.}\,\tfrac{1}{2}a = \left(\frac{1-\cos.\,a}{2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Con tali mezzi giunse a calcolare le corde di 6.°, 3.°, 1.° 30′, 0.° 45′, e dimostrò con ingegnoso metodo che la corda di 30′ è uguale a $\frac{2}{3}$ cor. 0.° 45′: da questa ricavò cor. 179.° 30′, e con l' ajuto delle formole esprimenti

$$\text{cor.}\,(a \pm b)\left[= 2\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a \pm b)\right]$$

compiè la costruzione della sua tavola.

Egli ottenne anche la proporzione, che somministra i semmenti della base in un trigono sferico obbliquangolo, del quale si hanno i lati.

I *Greci* non consideravano le tangenti, ed ignoravano due teoremi necessarj al compimento della trigonometria sferica, cioè l' equazioni

$$r\cos.\,A = \cot.\,b\,\cot.\,c,\; r\cos.\,b = \text{sen.}\,c\,\cos.\,B,$$

(*Scien. del Calc.* T. II pag. 171.)

Diofanto di *Alessandria*, geometra calcolatore che fioriva verso l' anno 365 dell' era volgare, visse anni 84. Si sa che compose tredici libri *delle Cose Aritmetiche*: ed uno *de' Numeri Poligoni*. I sei che de' primi ci restano, valutando la tenuità de' principj analitici allora noti, dimostrano somma sagacità: essi però, attesa l' indole de' problemi che vi si contemplano, quasi sempre inetti a porgere una conclusione generale, ben poco giovarono ad estendere la teorica dell' Aritmetica trascendente. Che *Diofanto* sapesse risolvere l'equazioni del secondo grado, apparisce dai limiti che assegna pei valori delle risolventi, e dalla sua promessa di un opportuno metodo per ottenerle. Il principale scopo dei suoi metodi Aritmetici si è, di trasformare in guisa una o più funzioni di elementi dati e di quantità incognite, che ne risulti un'assegnata potenza, la quale esser dee la stessa se le funzioni sieno più di una. Trattandosi per esempio di trovare due quadrati, che insieme ne formino uno dato, egli suppone 25 il quadrato proposto, x^2 uno de' richiesti: per verificare l'equazione $25-x^2=$ quadrato, fa il secondo membro $=(5-3x)^2$ ovvero $=(5-4x)^2$, ec. e nelle respettive ipotesi ottiene

$$x^2=9,\ x^2=\left(\frac{40}{17}\right)^2,\ \text{ec. ec. } (a).$$

Se un dato numero debba essere la differenza di due quadrati, assume 3 per numero dato, fa $3+x^2=(x-3n)^2$, ne deduce $x=\frac{3n^2-1}{2n}$, e posto $n=2$ ottiene

$$x=\frac{11}{4},\ 3+x^2=\frac{169}{16}\left[=\left(\frac{13}{4}\right)^2\right].$$

Quando il numero delle funzioni che debbono divenire perfette potenze, si aumenta, nel qual caso il problema acquista notabile difficoltà, *Diofanto* spiega molta forza d' ingegno, e per aver-

(a) Se l'Algebra fosse stata nota egli avrebbe istituita nel primo caso l'equazione $a^2-x^2=(a-mx)^2$ per trarne $x=\frac{2am}{m^2+1}$; nel secondo $a+x^2=(x-an)^2$, che dà $x^2=\frac{an^2-1}{2n}$.

ne un'idea basta osservare il suo problema 46 del Lib. IV, da noi riprodotto nella *Scienza del Calcolo* (T. I pag. 78-9).

Teone di *Alessandria*. Fioriva verso l'anno 385. Il suo Euclide corredato di annotazioni, è l'unico testo greco che abbiasi della Geometria di quel sommo matematico. Scrisse altresì un dotto commento sulla *Composizione Matematica* di *Tolomeo*.

Ipazia di *Alessandria*, figlia del precedente, pubblica geometra, autrice di nuove tavole astronomiche, e di un bel commento sopra le Opere di *Diofanto* (vegga *Suida*). Fioriva verso la metà del Secolo V, e fu scannata in una popolare insurrezione, provocata da un risentito dissidio tra'l suo amico *Oreste*, governatore dell'*Egitto*, e S. *Cirillo* vescovo di *Alessandria*.

Pappo di *Alessandria* fioriva verso l'anno 450. Le sue *Collectiones Mathematicae* in 8 libri (vol. 1 in 4.°), i due primi de' quali perirono con la biblioteca d' *Alessandria*, sono un prezioso avanzo dell' antica geometria, e molto vi risplende l' ingegno del compilatore. Ecco un prospetto de' principali articoli.

Lib. III. Dopo quattro teoremi, esprimenti certe proprietà fra due o più rette ed i loro semmenti, s'intraprende la ricerca di due medie proporzionali geometriche fra due rette date, ed a tale oggetto vengon prodotti i metodi di *Eratostene*, di *Nicomede*, di *Erone* e dell' Autore, l'ultimo de' quali dipende da un semplice meccanismo, e serve a rintracciare un cubo che stia ad un altro in una data ragione.

Trovata una media, indi una 3.ª proporzionale, sì *aritmetica* che *geometrica* ed *armonica*, a due date rette, si espongono varie proprietà delle proporzioni, e si stabiliscono alcuni preliminari per li seguenti problemi, cui si dà l'epiteto di maravigliosi: *Assegnare un trigono minore di un altro dato, e tale, che ciascun lato del 1.° sia maggiore di ciascuno del 2.°: Assegnare un trigono che sia una data parte di un altro dato, con la condizione che ciascun lato del 1.° sia moltiplice di ciascuno del 2.°* (secundum datos numeros).

Segue l'inscrizione de' *poliedri* regolari alla sfera, dedotta per altro da prolissi e fastidiosi preliminari.

Lib. IV. Teor. *È data la diagonale che sega l'angolo retto di un tetragono di cui son noti i lati, e gli altri tre angoli obbliqui.*

Teor. *È dato il raggio del circolo che ne tocca due uguali tra loro, noti di grandezza e di posizione.*

Probl. *Dati di grandezza tre circoli diseguali che si toccano, trovare il raggio del circolo che gli tocca tutti.*

Segue la teoria dell' *Arbelo* corredata d'ingegnosissime applicazioni, indi quella della *Spirale* di *Conone Amio* e della *Concoide*.

Teor. *Lo spazio compreso tra la spirale sferica ed il quadrante, nel cui vertice la spirale ha l'origine, equivale al quadrato del diametro.*

Probl. *Dato un rettangolo, tirare da un suo vertice una trasversale al lato opposto prolungato, in guisa che il semmento esteriore al rettangolo sia di una data grandezza.*

Il celebre problema sulla *trisezione dell' angolo* dà compimento al libro di cui si tratta.

Libro V. *Fra' poligoni regolari isoperimetri è maggiore quello che ha maggior numero di lati: La superficie del circolo supera quella di un poligono regolare isoperimetro.*

Fra' trigoni di egual base e perimetro è massimo l'isoscele.

Fra le figure isoperimetre, aventi egual numero di lati, è massima la figura regolare.

Libro VI. Il principale oggetto del libro sono parecchi teoremi relativi ai trigoni ed agli archi sferici, e fra gli ultimi si contempla il 5.° teorema del libro 3.° di *Teodosio* (*a*). Seguono varj articoli spettanti all' astronomia ed alla prospettiva.

Il Libro VII comprende un gran numero di speciose proporzionalità lineari e superficiali: alcune, che sembrano importanti, quantunque non astruse, ricusano un' astratta esposizione.

Nel Libro VIII ed ultimo si accennano diverse indagini proprie della Meccanica.

Sereno di *Antessa*, città nell' isola di *Metelino*, scrisse due libri *Sulle sezioni del cilindro e del cono*, e convien credere che fossero assai pregevoli, giacchè l'astronomo *Halley* ne diede la traduzione.

Proclo Diadoco della *Licia*: fu capo della scuola Platonica in *Atene* verso la metà del secolo V. Gli siamo debitori di molte notizie storiche relative agli antichi geometri, inserite nel suo dotto commento sul primo libro della Geometria d' *Euclide*. Egli diede una chiara descrizione delle curve *spiriche*, profondamente contemplate da *Pietro Ferroni* ne' suoi *Perelliani*.

Isidoro di *Mileto*, scolare di *Proclo*, geometra ed architettetto: il tempio di Santa *Sofia* in *Costantinopoli* fu sua opera.

Diocle insegnò a dividere in una data ragione una sfera nota di grandezza e di sito, con un piano condotto per un dato punto, e perfe-

(*a*) Veggasi l'Articolo *Teodosio*.

zionò con l'invenzione della *Cissoide* il metodo proposto da *Pappo* per la costruzione delle due medie proporzionali.

Eutocio di *Ascalona* vivea verso l'anno 540. Ebbero fama i suoi commenti sulla *misura del circolo*, *sulla sfera ed il cilindro*, *sugli equiponderanti* di *Archimede*, e su i primi quattro libri delle sezioni coniche di *Apollonio*. Il metodo di *Diocle*, relativo alla sezione della sfera, ci è stato conservato da lui.

PERIODO II.

Dalla distruzione della scuola di Alessandria *sino al* 1821 *(quasi XII secoli)*.

Il Liceo di *Alessandria* durò circa 930 anni, e fu distrutto dagli *Arabi* l'an. 638, o come altri dice (*a*) l'an. 642.

Durante il periodo de' cinque secoli susseguenti, appena bastò la protezione de' Califfi Arabi e Persiani, e lo studio di qualche Dervis Indiano, a serbar viva la face dell'umano sapere. Quelli che più si segnalarono sono:

I Califfi	*Abou-giafar*	(oltre il 760)
	Haraum	(oltre il 786)
	Almamon	(oltre l'813)

Gli astronomi *Alfragan*, *Albaten* e *Thebit* (sec. IX e X); *Arsachel*, *Alhazen* autore di un trattato di *Ottica*, *Geber di Siviglia*, *Mohamed-ben-musa*, autore di un'opera *Delle Fig. e degli Sferici*.

I geometri *Arabi Geber-ben-aphla* e *Maomet di Bagdad*, autore di un libro di *Geodesia* (secolo XI).

(*a*) *Rollin* Storia dell' Egitto.

I geometri *Persiani*, *Nessir*, *Maimon-reschid* (secolo suddetto).

Baschara-Acharya di *Bildur* città del *Decan*, nacque nel 1114. Il suo *Lilawati* è un ingegnoso libro di Aritmetica e Geometria, dove insegnasi la regola del tre, la falsa posizione, la maniera di estrarre la radice quadrata, e si dimostra il teorema su i trigoni simili e l'altro sul quadrato dell'ipotenusa.

Il suo *Bija-Gannita* è una specie di Algebra numerica, ove ciascuna incognita è indicata con un determinato colore; comprende l'equazioni del 2.° grado, tratta de' problemi indeterminati del 1.°, ed inoltrasi alla soluzione dell'equazione

$$x^4-2x^2-400x=99999,$$

ma col sussidio di un metodo indiretto. *Il risolvere tali equazioni* (così l'autore) *dipende dall'ingegno dell'autore e dall'assistenza di Dio*.

Un ampio saggio dell'Algebra di *Bhascara-Acharya* fu pubblicato in *Londra* da *Edwart Strachey*.

Fibonacci Leonardo di *Pisa*. Esiste un suo manoscritto del 1202, citato e veduto dal P. *Cossali*, da cui apparisce ch'egli era molto istruito nell'Algebra, e soprattutto nell'Analisi indeterminata. Fu il primo a portare in Europa l'Algebra degli *Arabi*. Scrisse una bell'opera intitolata l'*Abaco*, ed un'altra geometrica, che il *Commandini*, prevenuto dalla morte non ebbe tempo di pubblicare, e resta tuttora inedita.

Thabit-bien-corrah Persiano. Compose verso il 1200 un buon trattato delle sezioni coniche.

Chogiah-nassir-eddin di *Thus* nella *Persia*. Nacque nel 1198, e visse anni 78 (*a*).

(*a*) Vegga l' *Assemanno*-Catal. de' Mss. della bibliot. Medicea.

Tradusse dal greco nell'arabo le principali opere matematiche, non eccettuata la Geometria d'*Euclide*, trovò un metodo per dimostrare il V postulato del predetto geometra, e compose sei libri di note alle sezioni coniche di *Thabit*. La cit. versione Araba di *Euclide* fu pubblicata coi torchi della R. tipografia *Medicea* nel 1594.

Campano di *Novara*, contemporaneo del precedente, fu il primo in Europa a tradurre dall'arabo ed a commentare la Geometria d'*Euclide*, e de' suoi commenti fece onorevole menzione il *Viviani*. La sua Opera *sulla Sfera* fu dedicata al S. P. *Urbano* IV.

Gmunden Giovanni di. . . . . Professava con riputazione l'Astronomia nell'Università di *Vienna* verso il 1416.

Purbach Giorgio di *Purbach*, villaggio tra l'*Austria* e la *Baviera*. Nacque nel 1423 e visse anni 39. Divenne astronomo sotto la direzione del *Gmunden*; adornò la trigonometria di varj teoremi, di eleganti applicazioni e di nuove tavole, e sostituì all'antica divisione del raggio tubulare in 60 parti quella di parti, 600 mila.

Paccioli P. *Luca* dell'Ordine di S. *Francesco*, nativo di *Sansapoca* in Toscana. Vivea sul fine del secolo XV. Professò le Matematiche in *Perugia*, indi in *Roma*, poscia in *Napoli* (*a*). Scrisse alcuni libri d'Algebra, un'opera intitolata *Summa de Arithm. Geom.* ec. (1494) ed un trattato *De' corpi Regolari*.

Il P. *Ximenes* (De Gnom. Introd. p. 63) ne parlò con molta lode.

(*a*) Così *Bernardino Baldi* nella sua *Cronica de' Matematici* pag. 62.

Muller Giovanni, detto *Regiomontano*, perchè nativo di *Kœnigs-bergh* (monte regio) nella *Franconia*: nato nel 1436 e visse anni 40.

Fu scolare del *Purbach* e professore di Matematiche in *Padova*; divise il raggio in un milione di parti, fece il calcolo delle tangenti, tradusse dal greco l'*Almagesto* di *Tolomeo* coi commenti di *Teone*, tradusse gli *Sferici* di *Menelao*, quelli di *Teodosio*, ec. e singolarmente si accreditò col suo trattato *De triangulis*, dove con molta profondità espose la trigonometria rettilinea e la sferica: gli si dee per esempio un bel metodo per li due casi in cui si conoscono i lati o gli angoli, e la soluzione di varj problemi spettanti alla risoluzione *indiretta* de' trigoni rettilinei.

Il S. P. *Sisto* IV lo chiamò a *Roma* con grandi promesse e con l'offerta dell'Arcivescovato di *Ratisbona*, per occuparlo nella riforma del Calendario, ma colto da un'influenza epidemica, o come altri dice, avvelenato dai figli di *Giorgio* di *Trebisonda*, sdegnati per la censura che avea fatta della traduzione di *Tolomeo* pubblicata dal predetto *Giorgio*, cessò di vivere in *Roma* l'anno 1476.

Werner Gio. di *Norimberga*: nacque nel 1468, e visse anni 60. Scrisse sulle Sezioni Coniche.

Copernico Nicola, Canonico in *Worms*, nativo di *Thorn* nella *Prussia Reale*. N. nel 1472, e visse anni 71.

Scolare del *Novara* astronomo *Bolognese*: da giovine insegnò le Matematiche in *Roma*; in età più provetta riprodusse ed illustrò con nuovi argomenti il vero sistema del mondo, ma l'immortale sua opera *De Revolutionibus Coelestibus*, dedicata al Pontefice *Paolo* III, non comparve alla luce che nel 1543, anno in cui l'Autore cessò di vivere. Abbiamo detto riprodusse, perchè l'anzidetto sistema era stato sostenuto dal Cardinale di *Cusa* (villaggio presso *Treveri*) in un opuscolo *De docta ignorantia*, pubblicato verso il 1440, e dedicato al Cardinale *Giuliano Cesarini*; opuscolo che, morto l'Autore già da 38 anni, fu ristampato l'anno 1502 sotto gli auspicj del Cardinale di *Amboise*.

Maurolico Ab.e Francesco di *Siracusa*. N. in *Messina* nel 1494 e visse anni 81.

Promosse il calcolo letterale e la geometria co' suoi opuscoli Matematici (vol. I in 4.°); investigò varj teoremi sulla luce e sull'ombra, e fece il calcolo delle seganti; tentò altresì la divinazione del 5.° libro delle Sezioni Coniche di *Apollonio*, ed il suo lavoro fu lodato dal *Viviani*. La finezza con cui seppe procedere alla ricerca di varie proprietà delle curve coniche talmente piacque, che il suo metodo divenne la norma del *La Hire* ed altri.

È pur verisimile che gli appartenga la prima idea delle *caustiche* per rifrazione (*Diaphan.* Lib. II).

Il *Montucla* lo chiamò *geometra originale*, *il primo fra' suoi contemporanei*, e riconobbe nella sua maniera di discutere le curve coniche *une élégance ravissante pour les amateurs de la géometrie ancienne* (T. I p. 572).

Fu istitutore del primogenito del Vicerè in Sicilia *Gio. De Vega* e stretto amico del Marchese di *Geraci*, che gli diede la ricca Abbazia di *Santa Maria del Parto* e la pensione di 200 scudi.

Nonio (Nugnez) *Pietro* di *Alancardo-sal* nel *Portogallo*. N. nel 1497 e visse anni 80.

Fu professore nell' università di *Coimbra* e pubblicò le seguenti Opere:

I *De Arte Navigandi* an. 1573.

II *De Crepusculis*: III. *Opuscoli Matematici*.

Tartaglia Niccolò di Brescia. N. nel 1500 e visse anni 57.

È celebre la formola generale che diede per risolvere l'equazioni cubiche, formola ch' ebbe il nome di *Cardanica*, perchè il D.r *Cardano*, cui egli l'avea confidata con la giurata promessa di non farne uso, fu il primo a pubblicarla. Il suo *Trattato Generale* è dotta Opera che giovò al risorgimento delle scienze: varie quistioni numeriche e la teorica del baratto mercantile ne formano uno de' principali ornamenti. Gli si debbe l'opuscolo idrostatico di *Archimede*, perchè senza la sua versione latina dal greco originale smarrito, esso più non esisterebbe.

Cardano D.r *Girolamo di Milano*. N. in *Pavia* nel 1501 e visse anni 75.

Le sue Opere furono stampate in *Lione* (vol. 10 in fog. an. 1663). Le principali sono *De Arte Magna* e *De Subtilitate*. Fu acerrimo antagonista del *Tartaglia*, ma non ebbe coraggio di cimentarsi con lui in una pubblica disputa, intimata per disfida nella Chiesa di Santa *Maria del Giardino* in *Milano*, e sostituì *Luigi Ferrari* suo scolare.

Benedetti Gio. Battista: vivea verso la metà del secolo XVI. Fu Matematico del Principe *Emanuele* Duca di *Savoja* e pubblicò un libro, assai raro, il cui titolo è:

Resolutio omnium Euclidis problematum, aliorumque ad hoc necessarie inventorum, una tantum circini data apertura (Venet. 1553). Siamo d'avviso che gli spetti anche il trattato: *Speculationum Mathematicarum* (Taur. 1585).

Commandini Federigo di *Urbino*. N. nel 1509 e visse an. 66.

Assai abile geometra, che tradusse e dottamente commentò la *Geodesia* Araba di *Mohamed* di *Bagdad*, le greche Opere di *Tolomeo* intitolate *Il Planisferio*, e *l'Analemma*, le *Collezioni Matematiche* di *Pappo*, i primi quattro libri delle Sezioni Coniche di *Apollonio* ed alcuni trattati di *Archimede*, fra i quali l'opuscolo *De humido insidentibus*, che intitolò *De iis quae vehuntur in aqua* (1565). Egli pubblicò inoltre un suo scritto del centro di gravità, ove incontrasi un giusto metodo per determinarlo nell'*emisfero* e nel *conoide parabolico*.

Valerio Luca di *Roma*: fioriva nel secolo XVI. Professò le Matematiche nel Collegio *Romano*. Le sue scritture: *De centro gravit. solidor.* (in 4.° 1604), *De quadrat. parabolae* ec. furono molto stimate: il *Galileo* lo chiamava l'*Archimede* del suo secolo.

Ferrari Luigi di *Bologna*. N. nel 1522 e morì avvelenato dalla sorella nell'età di anni 43.

Giovinetto di 17 anni professò le Matematiche in *Milano*, ed in seguito passò all'Università di *Bologna*. Dee la sua rinomanza al metodo che rinvenne per la soluzione dell'equazioni algebriche del 4.° grado; soluzione che sarà sempre molto apprezzata ad onta del *La Fontaine*, cui piacque di trascurarla, allorchè si espresse (Acc. di *Parigi* 1764 p. 433) ne' seguenti termini: *Cette méthode* (quello così detto del *Cardano*) *a été suivie de celle de Descartes pour la résolution de la formule du quatrième degré*:

Bombelli Raffaele di *Bologna*, fu *illustre promotore dell'analisi algebrica* (Montucla). In un suo trattato di Algebra stampato nel 1579 di-

mostrò per mezzo di costruzioni geometriche, che le due parti della formola *Cardanica* compongono una somma reale, *e questo primo sforzo fu un gran passo nell'analisi dell'equazioni* (*Bossut* Saggio ec.). Vuolsi che insegnasse a decomporre qualunque data equazione del 4.° grado in due del 2.°, metodo che venne in seguito attribuito al *Cartesio*: *quod autem ais hoc* (il cit. met. del Cartesio) *non esse novum inventum, id omnino verum est*: *hoc enim docuerat Bombellius*. Così il *Wallis* nella IX Lettera al *Leibnitz* (Op. del Leibn. T. 3.°).

P. *Clavio* di *Bamberga*, Gesuita. N. nel 1538 e visse anni 74.

Porta Gio. Battista di *Napoli*: vivea nel 1563. Scrisse tre libri *Elementorum curvilineorum* – Vegga *Gherardo Vossio De Quatuor Artibus*.

Maimonide Mosé Rabbino. N. in *Cordova* nel 1539, e si stabilì nell'*Egitto* dove fu medico del Soldano *Saladino*. Fra le molte opere che lo accreditarono noi dobbiamo notare quella che ha per titolo *Director Dubitantium*, dove, con mirabile semplicità sintetica vengono determinati nel cono gli assintoti, il centro e gli assi di un'iperbola: ec.

Viete Francesco di *Fontenai* nel *Poitou*. N. nel 1540, e visse anni 63. Nel libro *De Emendat. aequat.* ridusse l'equazione de' diversi gradi ad una forma generica, esprimendo i coefficienti con le prime lettere dell'alfabeto, e sciolse gli elementari problemi relativi alla trasformazione dell'equazione: giovò anche alla Trigonometria indicando, sulla traccia dell'induzione, come possa doppiamente esprimersi cos.*ma* per le potenze di sen.*a* o di cos.*a*, e come ottengasi sen.*ma* espresso mediante il prodotto di sen. a per una finita funzione di cos. a, o mediante una serie ascendente, ordinata per le potenze di sen. a: sciolse l' equazione del quarto grado con un metodo simile a quello del *Ferrari:* mostrò che le risolventi di un' equazione cubica si possono costruire mediante la duplicazione del cubo o la trisezione dell' angolo. Il suo metodo per l' approssimata soluzione dell' equazioni numeriche di qualunque grado, dopo il silenzio del *Lagrangia* (*De la Résolut. des équat. numér.*) non sembra più meritevole di menzione. Egli scrisse anche l' *Apollonio Francese* e vi sciolse i dieci problemi *De Tactionibus*, ma tale indagine, quantunque ingegnosa, non può dirsi una restituzione o indivinazione, perchè i metodi sono indipendenti dai lemmi del Geometra *Pergèo*, conservati da *Pappo*.

Gl' *Indiani*, come apparisce da un libro dei *Bramini*, intitolato *Ajin-Akbari*, avean trovato con ingegnosissimo metodo geometrico, mediante l' inscrizione di un poligono regolare di 768 lati, che la circonferenza del circolo sta al diametro come 3927 a 1250, cioè, come 3,1416 ad 1. *Viete* ottenne la ragione di 3,1415926535:1, *Mezio* la inoltrò sino a 15 decimali, *Ludolfo* a 35, *Sharp* a 74, *Machin* a 100. Veggasi il nostro *Trattato Analitico di Trigon. ec.* Vol. I. in 4.° alla pag. 158.

Ticho-Brahe di *Knud-Strup* nella *Scania*. N. nel 1546, e visse anni 55.

Astronomo celebre, le cui celesti osservazioni, fatte per 30 anni con grandiosi strumenti, il catalogo di mille stelle, le sperienze sulla rifrazione, ed alcune nuove idee sulla teoria della luna, molto cooperarono all' avanzamento della scienza astronomica. Cacciato, l' anno 1579, per

opera dell' infame ministro di stato *Walchendorp*, dall' isola di *Ween* (isola di otto miglia in circonferenza, situata all' ingresso del *Baltico*) donatagli nel 1576, unitamente al nuovo castello di *Uraniburg* dal Re *Federigo* di *Danimarca*, si riparò a *Rostoch*, indi in *Amburgo* presso il Conte *Rantzau*, e vi pubblicò nel 1598 la sua *Astronomia Instaurata* con la dedica a S. M. l' Imperatore *Rodolfo II.* Nel susseguente anno, ad istanza di quel Sovrano munificentissimo, egli passò a *Praga* con l' annua pensione di 3000 scudi d' oro, dove gli fu dato il castello di *Benatica*, poco distante dalla capitale, ma dopo quattro anni di permanenza dovette soccombere ad un' improvvisa infiammazione dell' uretra, cagionata dal soverchio trattenimento della necessaria evacuazione.

Le osservazioni del *Ticho* occupano 21 libri e furono pubblicate nel 1666. Egli scuoprì nella Luna la *variazione* propriamente detta, e l' altra che dicesi *equazione annua*; appurò con maggior precisione l' inclinazione dell' orbita lunare sulla eclittica, introdusse ne' calcoli astronomici l' effetto della rifrazione, ma per riguardo al sistema planetario ebbe la debolezza di sostenere un' ipotesi stravagante e contraria alle leggi della meccanica, cioè che oltre la Luna si aggiri intorno alla Terra immobile anche il Sole, corteggiato da Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno.

Ghetaldi Marino di *Ragusi*: vivea nel 1607.

Acquistò fama con varie opere e sono – *Archimedes Redivivus-Collectiones Problematum-De Resolutione et Compositione Mathematica-Divinatio in librum Apoll. De Inclinationibus*.

Della terza fece menzione il *Wolfio* allorchè (Op. Math. T. V.) scrisse: *Calculum litteralem Vietae ad Geometriam elementarem applicabat Ghetaldus Italus in libris De Resolut. et Composit. Mathem.*

Nepero Giovanni Scozzese. N. nel 1551, e visse anni 67.

È celebre per l'invenzione de' *logaritmi*, della quale diè conto nell'opera – *Mirifici Logarithmorum Canonis constructio*.

Del Monte, Guido Ubaldo, marchese di *Monte Baroccio*, di *Pesaro*. N. nel 1545, e visse anni 62 (*a*). Gli spetta un libro *Mechanicorum* – Pisauri 1577, ed un pregevole trattato di *Prospettiva* in sei libri (an. 1600). Probabilmente fu il primo a ravvisare il principio delle velocità virtuali nella leva e nel polispasto (*Lagrangia* Mécan. pag. 20). Scrisse *Problemat. Astronom.* lib. VII, una *Parafrasi sugli Equiponderanti* di *Archimede*, ed un trattato della *Coclea* in IV lib. (an. 1615). Restano due manoscritti, uno de' quali è un esimio commento sul V libro di *Euclide*, l'altro tratta della proporzione composta.

Briggs Enrico di *Warley-Vood* presso *Halifax* nell'*Inghilterra*. N. nel 1556, e visse anni 74. Fu il primo calcolatore de' logaritmi tabulari da 1 a 20000 e da 90000 a 100000 con 14 decimali. La sua opera ha per titolo *Arithmetica Logarithmica*, e fu stampata in Londra nel 1624.

(*a*) *Montucla* dice che s'ignora quando *Guido* nascesse, e cita la Cronica del *Baldi* dove non si parla di lui. Il *Bossut* lo disse nato nel 1553, e morto nel 1617. Veggasi una memoria del conte *Gius. Mamiani* di *Pesaro* su la vita, e gli scritti di *G. Ubaldo*.

Stewin Simone di *Bruges* (*a*). N. verso il 1556, e morì l'anno 1635. Fermò la sua dimora nell'*Olanda*, dove fu eletto Ispettore degli argini.

Le sue opere in lingua latina videro la luce nel 1608 e sono:

I. *Arithmetica sive Ars computandi*:
II. *Problematum Geometricorum* lib. V:
III. *Hypomnemata Mathematica*:
IV. *De Cosmographia*:
V. *De Praxi Geometrica*:
VI. *De Statica*:
VII. *De Optica*:
VIII. *De Portuum Investigandorum ratione*:
IX. *Modus Fortificationis*:
X. *Vita Politica*.

Hariot Tommaso di *Oxford*. N. nel 1560, e visse anni 61.

L'opera che onorò il suo nome fu – *Artis Analyticae Praxis ed aequationes algebr. resolvendas* (*Lugduni* 1631 in foglio). Vi si dimostra che trasponendo in un membro tutti i termini di un'equazione, il coefficiente del secondo è la somma delle risolventi, prese col segno contrario; quello del terzo la somma de' prodotti binarj delle risolventi stesse, ec.; e vi s'insegna che ogni equazione algebrica può concepirsi risciolta in fattori del primo grado, e ch'ella si verifica mediante il valore dell'incognita, dato da ciascun fattore, supposto eguale a zero.

Galilei Galileo di *Firenze*. N. in *Pisa* nel 1564 e visse anni 78.

Ingegno creatore nelle scienze fisiche e *primo discuopritore delle complicatissime arti* di *Conone*

(*a*) Il *Morery* (Dizionario ec.) dice di *Bruxelles*.

e di *Archimede* (*Leibnitz* nella seconda lettera a *Wallis*: Op. T. 3.° pag. 97). Diretto dal combinato lume di un perfetto criterio, di una sagace sperienza e di una profonda geometria, promosse la *Statica*, riducendo a più semplice forma la dimostrazione di *Archimede* sul principio della leva, ed assegnando la ragione del peso alla potenza nel piano inclinato: gettò i fondamenti della *Dinamica* col principio della forza d'*inerzia*, col sublime concetto delle *velocità virtuali*, e con la legge che modera la discesa de' corpi, legge da cui, mediante un nuovo uso della *composizione de' moti* (*a*), trasse la curva percorsa dai projetti nel voto, l'eguaglianza della velocità in un corpo comunque caduto da eguale altezza, e l'energia da esso concepita per risalire altrettanto: illustrò ed estese l'*Idrostatica*, collegandola con la *Statica* mediante il citato principio delle velocità virtuali, che applicò all'equilibrio del fluido in un sifóne, ed a quello dei fluidi co' solidi immersi (*b*): ampliò l'*Astronomia*

(*a*) Il *Galilei* fu il primo a dimostrare (Dialoghi ec. Gior. quarta) che un corpo mosso con due velocità uniformi, una orizzontale, verticale l'altra, ne acquista una eguale all'ipotenusa del trigono, i cui cateti sono le velocità primitive: *Galilee a apperçu le premier ces deux principes* (quello d'inerzia e la composizione de' moti) *et en a deduit les lois du mouvement des projectiles, en composant le mouvement oblique, effect de l'impulsion, avec la chute due à l'action de la gravité* (Lagrangia Mécan. Analyt. Nouv. édit. T. I. pag. 223). Veggasi l'opera di *Galileo* che ha per titolo: *Discorsi, e dimostrazioni intorno a due nuove scienze* (Leyden 1638) ed il trattato *Del moto de' gravi, e de' projetti* di *Evangel. Torricelli*, il cui primo libro incomincia coi seguenti termini: *Scientiam de motu gravium et projectorum, a pluribus tractatam, ab unico Galileo geometrice demonstratam*: il secondo con questi: *Projecta nunc bellorumque minas atque arcium tormenta dicemus: Supremus hic laborum Galilei fructus, suprema etiam gloria.*

(*b*) *Discorso intorno alle cose che stanno nell'acqua e che in quella si muovono.*

discuoprendo le fasi di Venere e Marte, ed i satelliti di Giove, de' quali calcolò la rivoluzione (*a*): affidò la *Nautica* con le tavole de' satelliti stessi (sventuratamente smarrite), e distrutti in gran parte gli errori delle vecchie scuole; mostrata, non da lungi sull'esempio di *Bacone da Verulamio*, ma col proprio sperimento la strada della vera filosofia, si rese singolarmente benemerito delle future generazioni, che da lui hanno appreso come studiar si debba il misterioso libro della Natura, scritto nella più sublime sua parte con le figure e co' simboli della dotta Geometria.

Il *Galilei* determinò con elegante metodo il volume del *ciâto*, ed il suo divisamento può compendiarsi co i simboli letterali nella maniera che segue.

Sia il quadrato *abcd*, e descritto l'arco di 90.° *bgd*, il cui centro *c* è l'estremo, a destra, del lato superiore orizzontale *bc*, che si fa raggio ($=r$), si conduca la diagonale *ca*, indi la retta *ef* parallela ad *ad*, distante da questa della quantità lineare h, che seghi l'arco in i, la diagonale in l. Facendo rivolgere la figura intorno all'asse verticale *cd*, si trova il semmento sferico, generato dallo spazio *igdf*, eguale ad $\frac{1}{3}\pi h^2(3r-h)$, e tolto questo dall'emisfero $\frac{2}{3}\pi r^3$, generato dal quarto di circolo *cbgdc*, si ottiene $\frac{2}{3}\pi r^3 - \frac{1}{3}\pi h^2(3r-h)$: ma la differenza tra questo volume ed il cilindro $\pi r^2(r-h)$ generato dal rettangolo *ce*, ossia il volume generato dallo spazio *beib*, è $\frac{1}{3}\pi(r-h)^3$, valore esprimente il volume del cono generato dal trigono *clf*: dunque se $h=0$ si ha il *ciâto*,

(*a*) Nel calcolo de' primi tre, malgrado l'imperfezione de' suoi strumenti, non si discostò dal vero che di pochi minuti.

cioè il volume generato dallo spazio *badgb*, eguale al cono che ha per figura generatrice il trigono *cad*: equivalenza che si riduce a $o=o$ quando la *ef* s'innalza sino alla *bc*, dove $h=r$.

Chiamando A la tensione totale della *catenaria* contro un punto di sospensione H, $B(=A\cos.\theta)$ la tensione orizzontale, dove θ è l'angolo che la tangente in H fa con l'asse delle x, supposto orizzontale, si ha $\frac{dx}{dy}=\frac{s}{A}$; ma in vicinanza del punto infimo è prossimamente $s=\frac{By}{A}$, e questo valore cangia l'equazione precedente in $y^2=\frac{2A^2}{B}x$: dunque la catenaria si avvicina alla parabola, come il *Galilei*, guidato dal lume de' suoi sperimenti, diretti ad agevolare la pratica della *Balistica*, fondatamente asserì; e l'errore attribuitogli è nato da un'imperfetta intelligenza del testo, in chi produsse pel primo la vana imputazione; dall'abitudine di ripetere ciò che altri ha detto, in coloro che intesero di convalidarla col proprio assenso.

Neppure poteasi disapprovare il *Galilei* quando chiamò brevissimo il tempo della discesa per un arco circolare, giacchè volle dire *più breve* del tempo, impiegato a percorrere la corda o le corde che sottendono l'arco stesso.

Il *Galilei* ebbe cattedra nell'Università di *Pisa*, e per ripararsi dalle private persecuzioni e dal cortigiano dispetto (*a*), passò nel 1592 all'Università di *Padova*, col meschino emolumento an-

(*a*) La cui origine derivò dall'aver egli disapprovata una macchina, che il Figlio del Granduca avea proposta per la espurgazione del porto di *Livorno*.

nuo di 180 fiorini, che poi si accrebbe sino a 1000, mentre altri ne avea circa 2000; ma nel 1610 fu richiamato a *Firenze* dal Granduca *Cosimo* II, che gli assegnò una pensione di mille scudi, senza veruna obbligazione di pubblico insegnamento.

Quantunque le strepitose peripezie sofferte dal *Galilei* per la difesa del sistema Pitagorico, sieno indicate in tutti i libri che trattano la Storia delle Matematiche o dell'Astronomia, noi siamo in dovere di parlarne per doppio motivo; perchè appartengono al nostro argomento, e perchè abbiamo dati sufficienti, onde rettificare alcune false idee su tal proposito divulgate, che il *Bossut* nel suo Saggio (T. II p. 162) ed il *La Place* nel Sistema del Mondo (p. 319) non hanno temuto di ripetere con veemenza.

Il *Galilei*, allorchè rimise in nuova e più sfolgorante luce il vero sistema planetario, non contento di annunziarlo, sull'esempio del *Copernico*, come un'ipotesi filosofica, volle stabilirlo qual tesi, in contraddizione del senso letterale della S. Scrittura, ed insinuò, come apparisce da una sua lettera al P. *Castelli* e da un'altra diretta alla Granduchessa di Toscana, che il predetto senso deesi unicamente attendere negli articoli spettanti al dogma. In tal guisa egli si dichiarava interprete della Scrittura, e metteva in campo una proposizione inammissibile, la quale attesi gli scismi settentrionali, era altresì pericolosa. *Sono stato questa mattina* (così Monsignor Ciampoli in una sua lettera al Galilei) (*a*) *con Monsignor Dini dal*

(*a*) Memorie e lettere inedite o disperse, di Galileo Galilei, ordinate ed illustrate con annotazioni, del Cav. *Giambattista Venturi*.

Sig. Cardinale Del Monte, *il quale la stima singolarmente e le mostra affetto straordinario. S. S. Illustriss. diceva di averne tenuto lungo ragionamento col Sig. Cardinal Bellarmino, e ci concludeva che, quando ella tratterà di sistema Copernicano e delle sue dimostrazioni, senza entrare nelle Scritture, la interpetrazione delle quali vogliono che sia riservata ai professori di Teologia, approvati con pubblica autorità, non ci dovrà essere contrarietà veruna; ma che altrimenti difficilmente si ammetterebbero dichiarazioni di Scrittura, benchè ingegnose, quando dissentissero tanto dalla comune opinione de' Padri.*

Nel fervore di questo dissidio, i nemici del *Galilei*, che moltissimi erano ed inveleniti, si mostrarono compresi da grave scandalo, e destarono in Italia ed oltre un sì alto romore, chè il Tribunale del S. Uffizio, credè necessario di porre un termine al conflitto tra'l senso letterale della S. Scrittura e l'opinione di qualche filosofo, dichiarando eterodosse le seguenti proposizioni:

I *Che il Sole sia nel centro del mondo e privo di moto locale.*

II *Che la Terra non sia nel centro del mondo e muovasi con moto diurno:*

ed ingiunse al Geometra Fiorentino di non più sostenerle, nè di tenerne ragionamento, minacciandogli la carcere se avesse ardito contravvenire al divieto. Il decreto del S. Uffizio (25 Febbrajo 1616) termina con le parole *cumque promisisses obedientiam dimissus fuisti*.

Tornato egli a *Firenze*, non seppe usare di quella moderazione che a' grandi uomini è necessaria, per sopire negli altri il timore d'esserne soverchiati, e risoluto, non di vincere ma

di trionfare, mise in opera ogn' arte, onde nascondere agli occhi de' meno esperti lo scopo di una nuova sua dimostrazione (*a*), dove le armi della ragione, cospiranti con quelle assai pungenti, del ridicolo, si coprivano sotto il velo d' un proemio fallace, atto ad illudere il giudizio di un incauto Tribunale. *Si promulgò* (son parole del citato proemio) *negli anni passati in Roma un salutifero editto, che per ovviare a' pericolosi scandali dell' età presente, imponeva opportuno silenzio all' opinione Pitagorica della mobilità della Terra. Non mancò chi temerariamente asserì, quel decreto essere stato parto, non di giudizioso esame ma di passione troppo poco informata, e si udirono querele, che Consultori totalmente inesperti delle osservazioni astronomiche, non doveano con proibizione repentina tarpar l'ale agl' intelletti speculativi. Non potè tacere il mio zelo in udir la temerità di sì fatti lamenti. Giudicai, come pienamente istrutto di quella prudentissima determinazione, comparire pubblicamente nel teatro del mondo, come testimonio di sincera verità....*

Mi trovai allora presente in Roma; ebbi, non solo udienze ma ancora applausi dai più eminenti Prelati di quella Corte, nè senza qualche mia antecedente informazione seguì poi la pubblicazione di quel decreto.... Pertanto è mio consiglio nella presente fatica mostrare alle nazioni forestiere, che di questa materia se ne sa tanto in Italia, e particolarmente in Roma, quanto mai possa averne immaginato la saggezza oltramontana, e raccogliendo insieme tutte le speculazioni proprie intorno al sistema Copernicano, far

(1) Dialoghi sul Sistema del Mondo.

sapere che precedette la notizia di tutte alla censura Romana, e che escono da questo clima, non solo i dogmi per la salute dell' anima, ma ancora gl' ingegnosi ritrovati per delizie degl' ingegni . . . . Con ciò farò chiaramente conoscere, che il rimettersi ad asserire la fermezza della Terra, e prendere il contrario solamente per capriccio matematico, non nasce da non aver contezza di quanto altri abbia pensato, ma, quando altro non fusse, da quelle ragioni che la pietà, la religione, il conoscimento della Divina Onnipotenza, e la coscienza della debolezza dell' ingegno umano, ci somministrano.

Qual maraviglia, se dopo una sì aperta disobbedienza, preparata con tali artificiosi ripieghi, un tribunale di teologi, consapevole della propria autorità sì morale che politica, volle una qualche riparazione del sofferto oltraggio? Meraviglia piuttosto, che ad onta del dominante fervore teologico, la Romana Inquisizione a tal segno si contenesse verso il *Galilei*, e tanti seco usasse e sì studiati riguardi, sino ad assegnargli, in vece della carcere l' appartamento fiscale, con la facoltà di scrivere e ricever lettere, di tener seco un domestico e di passeggiar pel cortile; sino a rimandarlo dopo 15 giorni, non compiti gli esami, al palazzo dell' Ambasciatore Toscano, col permesso di uscire a diporto in carrozza; sino a concedergli, anche dopo la memorabile sentenza (Giugno 1633), e durante la sua relegazione *di pochi giorni* nella villa *Medici*, il sollievo di parecchie gite a *Castel-Gandolfo*; indi, e ben tosto, la facoltà di passare presso Monsig. *Piccolomini* Arcivescovo di *Siena*, suo amico; poi, sul declinare dello stesso anno, quella di trasferirsi alle sue ville di *Bellosguardo* e di *Arcetri*.

Bachet De Meziriac Gaspero di *Weissembourg*. N. nel 1569, e visse anni 61.

Fu autore di un dotto commento su i libri Aritmetici di *Diofanto*.

Keplero Giovanni di *Viel* nel Ducato di *Virtemberg*. N. nel 1571, e visse anni 60.

Illustre restauratore e promotore della scienza astronomica, che professò in *Praga*. Riconobbe la rifrazione al di sopra di 45.°, calcolò l' orbita di *Marte* in dieci pagine in foglio, ed ebbe la sofferenza di ripetere 70 volte l' operazione: riguardò il Sole come un centro di attrazione, scoprì la forma ellittica delle orbite planetarie e l' esistenza del Sole in un fuoco: trovò *che le aje descritte dal raggio vettore sono proporzionali ai tempi impiegati a descriverle*, e che *i quadrati de' tempi periodici stanno come i cubi delle distanze medie*.

La *Stereometria Doliorum Vinariorum-Lincii* 1615, e l' *Astron. Nova seu Physica Cœlestis de Motibus Stellae Martis* (in foglio), sono le più ragguardevoli tra le sue opere.

Snell Willebrord di *Leyden*. N. nel 1581, e visse anni 45.

Matematico illustre, di cui si rammenta l' *Eratostene Batavo*, ed il *Ciclometricum*. Fu il primo, dopo il risorgimento degli studj, a tentare la misura di un grado del meridiano terrestre, mediante una catena di trigoni: egli determinò anche la ragione tra l' angolo d' incidenza e quello di rifrazione, che un raggio di luce fa con la verticale quando passa in un diverso mezzo.

Gregorio P. da S. Vincenzo Gesuita, di *Bruges*. N. nel 1584, e visse anni 83. È stimabile il suo *Opus Geom. quadraturae Circ. et Sect. Coni, decem libris comprehensum: Antuerpiae*

1647, dove risplende l'idea de' rettangoli inscritti e circoscritti ad una curva; idea che suggerì l'integrazione degli spazj curvilinei. I suoi teoremi sulle serie, e la misura che trovò delle *unghie ellittiche* ed *iperboliche*, furono un fortuito risultamento dell'ostinato studio, con cui si occupò nella quadratura del circolo.

Mersenne P. *Marino*, dell'Ordine de' Minimi, di *Oizé*, villaggio nel Dipartimento del *Maine*. N. nel 1588 e visse anni 60.

Fu affettuoso amico del *Cartesio*, corrispondente dei dotti più cospicui, ed autore di molte produzioni teologiche, fisiche e matematiche.

Fermat Pietro di *Tolosa* in Francia. N. nel 1590 e visse anni 73.

Matematico profondo, che si segnalò con varj teoremi spettanti alla teoria de' numeri, probabilmente scoperti per induzione (a), e come apparisce dalla Raccolta delle lettere del *Cartesio*, ottenne una bella soluzione di un problema relativo alla rifrazione della luce. Diede altresì un difficil metodo per determinare la tangente delle curve geometriche, e propose la simbolica orditura di un altro per la ricerca de' massimi e minimi. Ecco un'idea dell'uno e dell'altro metodo.

La funzione assegnata essendo $f.x$ pongasi $f.x=f(x+h)$; tolte le frazioni ed i radicali, si sopprimano i termini comuni, si divida per h, e facendo $h=0$ si avrà l'equazione finale che determina x. Se vuolsi per esempio dividere una retta a in due parti il cui prodotto sia massimo, basta supporre $(a-x)x$ ossia

(a) Vegga l'articolo *Algebra* nell'introduzione al presente Saggio.

$$ax-x^2=ax+ah-(x+h)^2 : \text{ dedurne}$$
$$0=ah-2hx-h^2 \text{ cioè } 0=a-2x-h,$$

e fare $h=0$ per avere $x=\frac{1}{2}a$, come dal Calcolo Differenziale.

Passando al metodo delle tangenti, suppongasi $f(x,y)=0$ l'equazione della curva. Soppressi i termini comuni in

$$f(x,y)=f(x+h,y+\kappa)$$

si divida per κ, facciasi $h=0$, $\kappa=0$, e deducasi $y\frac{k}{h}$.

I moderni che a fondo conoscono il Calcolo Differenziale, hanno ravvisate ne' precedenti metodi le nozioni di detto Calcolo, ma noi siamo ben lontani dal credere, che il *Fermat* ed i suoi contemporanei giungessero a concepire il generico e sublime scopo di quella nuova specie di calcolo, che lor dovea comparire sotto l'aspetto di un particolare artifizio, applicabile soltanto a diversi casi, e soggetto a molte difficoltà.

Il *Fermat* prevenne il *Barrow*, insegnando la maniera di ottenere la *compianazione* della superficie di qualunque solido di rivoluzione.

Castelli P. *Benedetto* di *Brescia*. N. nel 1595 e visse anni 59.

Fu il primo ad applicare la geometria all'*Idrodinamica*: nel suo trattato *Della misura dell'acque correnti* (an. 1638) insegnò che la portata di un fiume regolare e permanente, si conserva la stessa in ogni sezione, ed equivale al prodotto della velocità per l'aja della sezione stessa: scoprì la legge che la natura osserva nell'alzamento e nella depressione del pelo delle acque correnti, quando se ne aumenta o se ne diminuisce la copia: difese contro *Lodovico delle Colombe* e *Vincenzo di Grazia* lo scritto del *Gali-*

lei - *Delle cose che stanno sull' acqua, o che in quella si muovono* (Firenze 1615), e pubblicò varie dissertazioni teorico-pratiche, le quali, attese le circostanze de' tempi, meritano tuttavia molta stima.

Professò le Matematiche in *Roma*, ed ebbe tra i suoi discepoli il *Cavalieri*, il *Torricelli* ed il *Borelli*.

Girard Alberto Olandese. N. nel 1596, e visse circa anni 40.

Fu pregiata la sua - *Invention Nouvelle en Algébre* (1629 in 4.°) e piacque il primo saggio che e' diede sulla teorica degli angoli solidi e loro misura. Fu il primo a determinare l'aja di un trigono sferico, e soddisfece a molti quesiti, sovente anche difficili e nuovi, relativi alla risoluzione de' trigoni e de' poligoni sì rettilinei che sferici. Veggasi il suo *Traité succinct de trigonom.* che fa parte del libro intitolato: *Tables des sinus* ec. *A' la Haye Chez Jac. Elzevir* 1629.

Tacquet P. Andrea, Gesuita, di *Anversa*. Morì nel 1660.

La sua migliore opera ha per titolo - *Cilindricorúm et Annularium*. In essa (Lib. V. Prop. 43) è tra gli altri quest' insigne teorema: *Che il volume dell' anello, generato dal rivolgimento intorno all' asse coniugato, di uno spazio iperbolico, chiuso da una corda ortogonale all' asse trasverso, sta alla sfera il cui raggio sia l' altezza dell' anello, come il quadrato dell' asse trasverso a quello del conjugato*.

Rinvenne altresì tra la sfera ed il cono equilatero circoscritto lo stesso rapporto delle superficie e delle solidità; teorema simile a quello che *Archimede* avea dimostrato per riguardo alla sfera ed al cilindro circoscritto. Veggansi:

Opera Math. R. P. *Andreae Tacquet*. *Antuerpiae* 1659.

Cartesio Renato dell' *Aja* (Haie) in *Turena*. N. nel 1596, e visse anni 54.

Sbandì dalle scuole gli antichi errori sostituendone de' nuovi, che molto si dovè sudare a distruggere: la scossa per altro ch' ei diede al servil genio del suo secolo, giovò non poco ad affrettare lo sviluppamento della vera filosofia; e gli si potrebbe anche perdonare la sua puerilità nelle scienze fisiche, se negato non avesse il dovuto onore allo *Snellio*, per ciò che riguarda le leggi della rifrazione (*a*), ed al *Keplero*, relativamente *alla causa della gravità dedotta dalle forze centrifughe* (Leibn. Atti di Lipsia 1790: *Bossut* - Saggio ec. T. II. pag. 195): se non avesse osato disprezzare gl' italiani geometri, soprattutto il *Galilei*, cui, dichiarò *di non professare obbligazione alcuna, sostenendo che nulla avea trovato negli scritti di lui che lo movesse ad invidia*. Almeno si foss' egli astenuto dall' appropriarsi la teorica sull' accelerazione de' gravi, il principio meccanico *che bisogna la stessa forza per alzare due pesi diversi ad altezze reciprocamente proporzionali* (*b*), la spiegazione dell' iride, data da Monsig. *Antonio De Dominis* Vescovo di

(*a*) L' *Huyguens* (Op. T. IV. p. 2) assicura che il *Cartesio* vide in *Olanda* gli scritti dello *Snellio*.

(*b*) Di questo principio, meno generale di quello della composizione delle forze da cui discende (*Lagrange* Mécan. Analyt. pag. 9), se ne prevalse per determinare l' equilibrio di tutte le macchine, in un opuscolo che ha per titolo – *Spiegazione delle macchine ed ingegni*. *Bossut* (Saggio sulla Storia delle Matem. T. II) non potè contenersi dal dire: *Egli* (il Cartesio) *avrebbe dovuto citare Galileo*.

Spalatro, ec.: miserabili artifizi, per cui *multum solidae laudis amisit apud iudices intelligentes* (Leibnitz Atti di Lipsia 1790.)

È celebre la sua Geometria, pubblicata nel 1637, perchè vi s'insegna a rappresentare le curve con un'equazione algebrica, a condurre loro la tangente, a costruir quelle di doppia curvatura per mezzo delle projezioni su due piani ortogonali tra loro ec., ma non conveniva che n'esaltasse il pregio a discapito degli antichi, affermando (Cart. Geom. Lib. I) che avessero ignorata la generale costruzione dell'equazioni del secondo grado (*a*), e dissimulando il gran passo fatto da *Menecmo*, allorchè insegnò a determinare le due medie proporzionali mediante l'intersezione di due parabole. *Inventum Menechmi ansam dare poterat inveniendae regulae Cartesianae, qua aequationes cubicae et biquadraticae construuntur*. Così, con molta riservatezza, il *Wolfio* (Op. T. V. Cap. IV §. 219.)

Il *Fermat* ch'ebbe grave occasione di sperimentar l'indole e pesar l'ingegno del suo compatriotta, dichiarò *Cartesium in geometricis etiam hominem esse* (*Fermat* Op. varia pag. 110): tale infatti si dimostrò in varie circostanze, e segnatamente allorchè negò che alcuna curva fosse rettificabile (Geom. Lib. II. pag. 3). L'Algebra gli dee l'invenzione degli esponenti, per cui si potè rinunziare al molesto uso di particolari segni ond'esprimere le diverse potenze: forse il metodo *de' coefficienti indeterminati*, ed una regola per riconoscere il numero delle risolventi positive di un'equazione, avente tutte le risolventi reali.

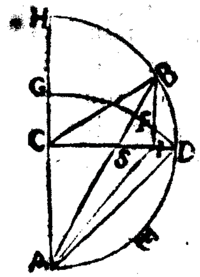
(*a*) Veggansi le annotazioni del Prof. *Flauti* al Lib. VI della Geometria d'*Euclide*.

Cessò di vivere in *Stockolm* presso la Regina *Cristina*, il cui favore era stato da lui preferito a quello di *Luigi XIII*.

De Lionne Artus di *Gap* in Francia, poi Vescovo della predetta città. N. verso il fine del secolo XVI. e morì nel 1663.

Insegnò a quadrare qualunque semmento della lunula *Ippocratica*, fatto con una trasversale che parta dal centro A del circolo, descritto con l'ipotenusa AD, e ciò costituisce il principale ornamento del suo bell'opuscolo – *Amaena Curvilineorum Contemplatio* – an. 1654. Ecco, a proposito di tale scoperta, un aneddoto singolare:

Lo *Tsahirnhaus* riprodusse nel 1687 (Atti degli Erud. di Lipsia) come sua invenzione quella del prelodato Monsignore *Artus*; Gio. *Percks* e *Caswel* fecero lo stesso nelle Trans. Filos. per l'anno 1699, e furono imitati dal *Clairaut* (il cadetto) nell'articolo *Lunule* dell'Enciclopedia: in seguito il *Wisthon* la divulgò ne' suoi comenti sulla Geometria d'*Euclide*, e non ostante il *Bourand* osò appropriarsela nel 1774 (Memorie presentate all'Acc. di Parigi T. VI), ma sotto una forma incompleta, che toglie alla primitiva invenzione quasi ogni pregio, e diede così l'esempio, affatto nuovo nella storia delle Matematiche, di una scoperta retrograda.



Essendo ACH diametro del semicircolo $AEBH$, ed AED un quadrante, si tiri una corda AB intermedia ad AD ed AH, che seghi in S il raggio CD, indi si conduca il raggio CB, e col centro in A ed il raggio AD si descriva l'arco DFG. Siccome il 2.° circolo è doppio del 1.°, e

$B\hat{A}D = \frac{1}{2} B\hat{C}D$, si ha sett.$BAD$=sett.$BCD$, e tolto FSD resta BFD= trig.SAD– trig.BCS; ma tirata la BI perpendicolare a CD, i trigoni simili BSI. CSA, danno

$BI:IS::AC:CS$, cioè trig. BCS= trig. IAS: dunque BFD= trig. IAD, e quando B giunge in H risulta

$DBHGFD$= trig. CAD, come ec.

De la Faille P. *Gio. Carlo*, Gesuita, di *Anversa*. N. nel 1597 e visse anni 58.

Fu professore di Matematica nel R. Collegio di *Madrid*, ed istitutore dell' Infante D. *Juan* d' Austria. Sue opere:

Theses mechanicae an. 1625.

Theorem. de centro gravit. partium circ. et ellips. an. 1632.

P. *Cavalieri Bonaventura* Gesuata di *Milano*. N. nel 1598 e visse anni 51.

Dalle sue lettere al *Galileo* rilevasi che sino dal 1626 avea composta la *Geometria degl' Invisibili* (*a*), ove per la prima volta si veggono sostituiti gl' infinitesimi alle figure inscritte e circoscritte degli antichi geometri; opera che il Wallis (lett. 3.ª al Leibnitz 6 Aprile 1697) giudicò *stabilita sul fondamento stesso dell' antico metodo di esaustione*; che dal *Bossut* vien riconosciuta *come una delle più originali*, e che gli meritò il titolo di *secondo Archimede* datogli dal *Galilei*. Il saggio che segue supplirà in parte alle omissioni di due moderni Storici.

(*a*) La prima idea di quest' Opera fu suggerita dal confronto delle respettive aje, che costituiscono le scale de' tempi e delle velocità nel moto equabilmente accelerato (Galil. Scien. Nuova Dial. III).

Sul principio si contemplano le quantità, i cui elementi omologi hanno tra loro la stessa ragione, e si dimostra che le figure ed i volumi di egual base ed altezza respettiva, purchè gli elementi subiscano dalla sommità sino alla base una regolare variazione, stanno in quella costante ragione, che sussiste nelle corrispondenti variazioni degli elementi consecutivi: indi si passa agli oggetti geometrici, ove la variazione elementare è variabile, e nella Prop. 24. del Lib. II si assegna la ragione fra la somma de' quadrati di una retta successivamente crescente, sino ad una certa grandezza m, e la somma di altrettanti quadrati della stessa m. Fu questo, dopo l'introduzione degl' infinitesimi, il primo passo decisivo verso il Calc. Differenziale.

Il nostro Autore estende in seguito la sua teorica alla somma delle potenze cubiche e biquadrate delle rette che congiungono i lati di un trigono rettilineo, e sono parallele alla base, e ne' tre libri susseguenti sollevasi alle curve coniche, limitando le sue indagini alle potenze quadrate; e mediante il teor. *che gli anelli circolari paralleli, descritti da una figura piana intorno ad un asse, stanno come i quadrati delle linee analoghe*, giunge alla misura de' volumi di rivoluzione, non eccettuati quelli, la cui figura generatrice è una porzione di circolo o di ellisse, e l' asse è la tangente, ovvero una retta comunque ad essa inclinata o parallela. La valutazione del *pomo*, dell' *oliva*, del *cotogno*, del *cedro*, degli *anelli*, degli *apici sferici* e *sferoidici* ec. non sono per lui che semplici corollarj, e tali pur sono le proposizioni de' libri IV e V, dove rintraccia i volumi, come sopra generati da una porzione di superficie parabolica od iperbolica.

I volumi che hanno per generatrice la *spirale*, formano il sublime argomento del Lib. VI, in cui vien ravvisata una singolare analogia tra la spirale e la parabola.

Altro non restava, per assicurar del tutto il nuovo edifizio, che dimostrare identici i risultamenti ottenuti, con quelli che una rigorosa geometria può difficilmente scuoprire, e ciò fu fatto nel Libro VII.

L' Opera degl' *Indivisibili*, che non peranche compiuta ed inedita, formava la delizia e l' ammirazione di non pochi geometri d' Italia e di Oltramonte (*a*), comparve alla pubblica luce nel 1635.

Senza diffonderci a riportare gli elogi antichi e moderni che ne sono stati fatti, ci giova notare alcuni pregevolissimi ritrovamenti dello stesso Autore, che sembrano lasciati in dimenticanza.

Nel suo *Direttorio Uranometrico*, pubblicato nel 1632 il *Cavalieri* dimostrò con nuova semplicità il teorema $\Delta = r^2(a+b+c-\pi)$, dove Δ è un trigono sferico, r il raggio della sfera, a, b, c, sono gli angoli, $\pi = 180.°$; teorema compreso nella proporzione da lui assegnata:

$$S(=4\pi . r^2) : \Delta :: 2\pi : \tfrac{1}{2}(a+b+c-\pi).$$

La prima teorica del *timpano iperbolico*, cui ora si dà il nome di *Cilindroide* del *Wallis*, è nel libro del *Cavalieri* - *Geom. Indivis. continuorum nova quad. ratione promota* - *Bonon.* 1735.

Nelle *Esercitazioni Matematiche*, (an. 1647) diede la prima, rigorosa dimostrazione del così detto teorema del P. *Guldino* (*b*): sciolse quat-

(*a*) Il *Wallis*, per esempio, ne fu istruito per mezzo di successive lettere scrittegli dal *Torricelli*.

(*b*) Egli fu un miserabile antagonista del P. *Cavalieri*. Il teorema che gli si attribuisce, e che cercò di provare con lunga e

tro problemi, respettivamente proposti dai *Keplero*, *Niceron*, *Fermat* e *Beaugrand*, problemi le cui enunciazioni sono:

Trovare il fuoco di una lente di doppia e diversa sfericità:

Assegnare i lati di un trigono isoscele, di cui si conosca il perimetro e l' aja:

Descrivere una parabola che passi per quattro punti, dati su due rette parallele:

Nella superficie di un trigono dato determinare un punto, la somma delle cui distanze dai vertici sia un minimo: e ciò che deesi sopra ogni altra cosa singolarmente notare si è, *che misurò le parabole di qualunque ordine*, e determinò *i volumi ed i centri di gravità de' solidi da esse generati intorno ad un asse*.

Kirker P. *Atanasio*, Gesuita, di *Gysen*, villaggio di *Fulda*. N. nel 1602 e visse anni 78.

Fu professore di Matematica in *Vienna*, poi nel Collegio Romano in *Roma*, e pubblicò varie Opere, fra le quali assai distinguesi quella ch' è intitolata *Ars Magna Lucis et Umbrae* (vol. I in f.°).

Roberval Egidio di *Roberval* nel *Beauvais*. N. nel 1602 e visse anni 73.

Tenne in *Parigi* per 40 anni la cattedra di Geometria fondata da *Pietro Ramo*, e per alcuni anni fu anche professore nel Collegio Reale: immaginò un metodo con cui talvolta felicemente si soddisfa al problema delle tangenti, purchè la curva possa concepirsi descritta con due mo-

stentata induzione, è il 18.° della *Stereometria* del *Keplero*, ridotto ad una generica enunciazione; teorema che il Reggiano *Antonio Rocca* avea dimostrato due anni prima, e che altri ha ravvisato nelle *Collezioni* di *Pappo*.

ti simultanei, soggetti ad una data legge: diede una rigorosa dimostrazione del teorema dello *Stewin*: *che tre potenze applicate ad uno stesso punto, si fanno equilibrio quando sono parallele, e proporzionali ai lati di un trigono rettilineo*: provò *che il centro di gravità di una piramide coincide con quello di quattro corpi eguali, situati ne' respettivi vertici*, ed insegnò a quadrare la curva *ciclocilindrica* risolvendo i seguenti.

Probl. 1.° *Disegnare con un solo tratto di compasso, sopra un cilindro retto, uno spazio eguale ad un quadrato dato*:

Probl. 2.° *Disegnare come sopra uno spazio eguale alla superficie di un dato cilindro obbliquo* (Acc. di Parigi T. VI p. 293) argomento contemplato poi dal *Viviani* nell' Opusc. *Sulle Volte degli Architetti*. Il suo trattato degli *Indivisibili* non differisce che nelle parole da quello del P. *Cavalieri*, stampato due anni prima, e ben noto in *Italia* sei o sette anni avanti la sua pubblicazione (*Frisi*-Elog. del *Caval.*) (*a*).

Frenicle de Bessy Bernardo di *Parigi*. Morì nel 1675.

Appartenne alla R. Accad. di *Parigi* e pubblicò tre opuscoli, cioè:

I. *Méthod. pour trouv. la solut. des probl. par les exclusions*:

II. *Des Quarrés et tables magiques*:

III. *Traité des triangles en nombres*.

Rocca Gio. Antonio di *Reggio*. N. nel 1607 e visse anni 52.

(*a*) Lo stesso fenomeno si è osservato nella *Poligonometria del L'Huillier* (*Ginevra* 1789), ove s' incontrano i problemi e le formole del *Mascheroni* (*Metodo di misurare i poligoni piani*, an. 1787). *Ebbi in vero meraviglia*, (così il modestissimo *Mascheroni* nella prefazione a' suoi *Probl. per gli Agrim.*) *nel vedermi coincidere in tal modo con quel Matematico*.

Si accreditò con varie dissertazioni scientifiche, con una bella dimostrazione del razzo parabolico, e col lemma 31 esposto dal *Torricelli* (*De Dimens. Parab.* p. 76.

Nardi Antonio di *Arezzo*: geometra che il *Torricelli* collocò tra i primi, allorchè nel suo proemio all' opera *De sphaera et solidis sphaeralibus*, con singolar modestia si espresse dicendo: *huic refero atque ipsius eruditis colloquiis, si quid vere geometricum in hac scriptura exciderit mihi*.

Torricelli Evangelista di *Faenza* lettore delle Matematiche nello Studio di *Firenze*. N. nel 1608 e visse anni 39.

Spiegò l' alzamento del mercurio nel barometro, e *le sue sperienze su quest' oggetto gli procacciarono una gloria che non gli verrà mai rapita* (Bossut-Sagg. T. IV): diè ragione dello sprizzo dalle piccolissime luci aperte in sottil lastra sulla parete di un vase, pieno d' acqua ad un' altezza costante; e nell' insigne opera in due libri-*De Motu Gravium et Projectorum* (*Florentiae* 1644) stabilì un nuovo principio, che può dirsi una conseguenza di quello delle velocità virtuali, cioè: *che due corpi tra loro connessi stanno in equilibrio in tutte le situazioni, in cui si verifica che il loro centro di gravità non riceva nè alzamento nè depressione*.

Se la Storia delle Matematiche (così il Professor *Ferroni* ne' suoi *Principj della Meccanica* ec.) fosse più conosciuta e trattata con maggior critica, gl' Italiani potrebbero facilmente rivendicare a favore del *Torricelli* la prima idea di risolvere i problemi dinamici, collegando le velocità virtuali con la massima discesa del centro di gravità, siccom' egli fece, e poi il *Vanni*, cercando il valore della gravità relativa in un piano inclinato, la qual massima discesa venne presupposta dal *Varignon*, onde introdurla come un principio nell' Idrostatica.

Estese e perfezionò il metodo degl' *Indivisibili*: *Cavalerii methodum Torricelli promovit feliciter et illustravit* (a); del quale avanzamento non sono picciola parte le ricerche sulla dimensione degli *anelli cocleari*, fatti cioè a guisa di chiocciola od a passi di vite, eguali, o diseguali, ricerche taciute dal *Montucla* e dal *Bossut*; nè meno cospicuo saggio ne diede nel libro-*De Solido Acuto Hyperbolico*, ove il metodo *procedit per indivisibilia curva sine aliorum exemplo* (*Torricelli* nel proemio a detto lib.), e conduce alla dimostrazione del prestantissimo teorema che segue.

Partendo dal centro C si prenda in un assintoto CV' di un' iperbola equilatera una retta CH, s' innalzi in H la perpendicolare HI sino alla curva, e trasportando intorno all' altro assintoto CV, lo spazio infinitamente lungo, i cui limiti sono CH, HI, l' arco iperbolico infinito da I verso V, e l' assintoto CV, vien generato un volume eguale al cilindro alto quanto CH, il diametro della cui base è l' asse $2a$ dell' iperbola.

Il trattato *De Quadratura Parabolae* offre venti diversi metodi molto ingegnosi: quello della *Cicloide* ne dà tre per la quadratura ed il secondo è preceduto dal seguente Lemma: *che lo spazio tra la semibase, la parallela ad essa pel vertice della cicloide, e le circonferenze verticali, ambedue alla sinistra, de' semicircoli genitori, corrispondenti, uno all' origine, l' altro alla sommità della curva, resta bisecato dalla semicicloide*.

(a) *Wallis* - Lett. al Principe *Leopoldo de' Medici*.

Il *Torricelli* assegnò anche il centro di gravità dello spazio cicloidale, affermando ch' esso taglia l' asse nella ragione di 7 a 5. Duvulgatasi tal notizia, il P. *Mersenne* ad istanza del *Roberval* gliene chiese la dimostrazione, ed ei gliela mandò nella state del 1644, unitamente ad un teorema preliminare, ma di tal sua liberalità ebbe poi grave rammarico e pentimento. *Essi hanno tardato due anni a rispondere* (son parole del *Torricelli*) *ed ora, dimentichi delle lettere passate, e confidando ch' io non le abbia più, scrivono che le predette dimostrazioni le avevano un pezzo fa.... Se persisteranno son risoluto di far conoscere le lettere, ben note a molti in Italia, e di stamparle con le mie ragioni, acciò il mondo vegga qual vergognoso furto hanno tentato di farmi* (a).

L' eccellente opera *De Solidis Spaeralibus* Lib. II, or lasciata in dimenticanza, con grave discapito della Geometria, comprende 82 proposizioni, 30 nel primo, 52 nel secondo, ed ha per oggetto primario la soluzione di sei problemi, espressi con l' universale enunciazione che segue: *Posto che un poligono regolare, iscritto o circoscritto al circolo, si rivolga intorno alla diagonale od al cateto* (b), *assegnar la ragione de' volumi generati dal poligono e dal circolo*.

I risultamenti sono semplici, i metodi eleganti, ed il tutto adorno di belle proposizioni acces-

(a) Per quest' Articolo e per la indicazione degli scritti inediti, veggasi l' Elogio del *Torricelli* tra quelli che debbonsi all' aurea penna di Monsignor *Fabbroni*.

(b) L' autore chiama *diagonale* la retta che congiunge due vertici opposti di un poligono regolare, avente pari numero di lati: *cateto* la retta che biseca i lati opposti, e se il poligono sia *perissogono* (avente dispari n.° di lati), la retta che unisce un vertice col punto medio del lato opposto.

sorie, alcune delle quali spettanti ai tronchi ed ai tubi, prismatici, cilindrici e conici: vi si dimostra per esempio *che il volume generato dall'esagono regolare intorno ad un cateto, sta a quello che l'esagono inscritto al precedente genera rivolgendosi insieme con esso, come* 14 *a* 9 (Lib. II prop. XLIII): *che i volumi descritti da un poligono regolare, il quale prima si aggira intorno alla diagonale poscia intorno al cateto, stanno come il doppio rettangolo della diagonale e del cateto, alla somma de' quadrati dell'uno e dell'altro* (prop. XLIV).

L'Autore prova che il primo de' precedenti volumi è maggior del secondo, e ne assegna la differenza.

Che se abbiansi due semipoligoni regolari, uno inscritto, l'altro circoscritto alla semicirconferenza di un circolo, e sì l'uno che gli altri si rivolgano intorno al diametro, la superficie della sfera risulta media proporzionale fra quelle de' due solidi sferali.

Che i solidi generati da due semipoligoni, uno di m lati, l'altro di n lati, circoscritti allo stesso semicircolo, che si rivolgano intorno al diametro, stanno come le respettive diagonali dei due poligoni.

Anche le *Dissertazioni Accademiche* del nostro Geometra (Firenze 1715) ci sembrano molto pregevoli. Gli argomenti sono:

Ringraziamento all'Accademia della Crusca per la sua ammissione nella medesima.

Della Forza della percossa – Lez. III.

Della Leggerezza – Lez. II.

Del Vento.

Della Fama.

In lode della Matematica.

Dell' Architettura militare – Lez. II.

Encomio del Secolo d'oro.

Borelli Gio. Alfonso di Napoli. N. nel 1608, e visse anni 72.

Astronomo e matematico. Le sue opere *Sulla forza della percossa – Sul moto degli animali* hanno goduto di una lunga celebrità.

Pell Gio. Inglese. N. nel 1611, e visse an. 74.

Fu professore in *Amsterdam* ed in *Breda*. Sue opere: *De vera circ. mensura – Tavola di* 10 *mila numeri quadrati.*

Evelio (Hevel) *Gio.* di *Danzica*. N. nel 1611 e visse anni 77.

Rinomato astronomo.

Pascal Biagio di *Clermont*. N. nel 1613, e morì tra le mortificazioni di un fanatico *Giansenismo* nell'età di anni 49.

Fece decisive sperienze relative al barometro sul *Puy-de Dôme*, monte dell'*Alvernia*; immaginò il trigono *analitico*, diede qualche idea sul calcolo delle probabilità ne' giuochi d'azzardo, e pubblicò nel 1659 un Trattato della *Cicloide*, insigne lavoro, dove si determina il centro di gravità di un arco, la misura ed il centro di gravità di qualunque semmento cicloidale; si assegnano le dimensioni ed i centri suddetti delle superficie e loro semmenti, metà, quarti ec., descritti da un dato arco intorno all'asse od alla base, e le stesse investigazioni si estendono ai solidi e loro semmenti, generati come sopra dallo spazio cicloidale o da un noto semmento del medesimo: argomenti che dall'autore furono in parte per disfida proposti con pubblico avviso ai geometri, nel mese di giugno del 1658, con l'esibizione di 40 doppie a chi trovasse innanzi al primo d'ottobre prossimo, la misura ed il centro di gravità di un semmento cicloidale: di 20 doppie a chi sapesse soddisfare ai problemi relativi ai solidi sopra indicati. I geometri che avrebbero potuto aspirare al promesso premio, erano, per quanto ci sembra, il *Wallis*, il *Wren* ed il *Barrow* in Inghilterra; il *Fermat* ed il *Roberval* in Francia, l'*Huyghens* in Olanda, il canonico *Sluze* nelle Fiandre, ed attesa l'immatura morte del *Torricelli* e del *Cavalieri*, il *Degli Angeli* ed il *Viviani* in Italia. Il solo *Wren* soddisfece in gran parte alle condizioni del manifesto, poichè, non solo provò essere ogni arco cicloidale, contato dal vertice, doppio della corrispondente corda del circolo genitore, ma rettificò eziandio il perimetro della cicloide, determinò il centro di gravità di un dato arco, e la superficie de' solidi che si concepiscono generati dalla rivoluzione del medesimo. La memoria del *Wallis* fu rigettata perchè sostanzialmente difettuosa ed erronea (*Bossut - Sagg.*).

Nel saggio storico premesso dal *Pascal* al suo Trattato, senza fondamento si accusa di plagio il *Torricelli*, ed è questa una macchia molto disdicevole in quel libro (*a*), che ad onta delle accuse di plagio, contro l'autore promosse dal *Wallis* (*b*), non sembra decaduto dal pri-

(*a*) *Ho letto con molta attenzione le carte del processo* (*Bossut*. Op. cit. T. IV) *e confesso che l'accusa del Pascal mi sembra un poco azzardata*.

La riservatezza dell'espressione *un poco azzardata* potrebbe perdonarsi ad un giudice francese, ancorchè non avesse egli altrove asserito (T. II. pag. 110), *che seguendo attentamente le dimostrazioni del Torricelli ognuno rimane convinto ch'esse gli appartengono*.

(*b*) *Plura ex transmissis occasione præmii, ne nominatis quidem auctoribus, desumpta Wallisius conqueritur, et pro Torricellio satis efficacem apologiam contexit* (*Boscovich* De Cycloide).

miero suo credito. Nelle *Lettere Provinciali*, pubblicate sotto l'enimmatico nome di *Amos Dettonville*, il *Pascal* dimostrò che alzando su i punti di un arco di 90.°, perpendicolarmente al suo piano, tutti i respettivi seni corrispondenti, si forma *una superficie cilindrica eguale al quadrato del raggio*: teorema specioso da cui deriva: *che sostituendo il semicircolo al quadrante e le corde ai seni, la superficie cilindrica risulta eguale al quadrato del diametro*.

Ricci Michelangelo (Cardinale) di *Como*. N. in *Roma* nel 1616 e visse anni 66.

La sua *Exercitatio Geometrica*, ove insegnò a condurre la tangente alle curve, non eccettuate le coniche degli ordini superiori, ed a determinare i *massimi* e *minimi*, ebbe tale applauso dalla Real Società di *Londra*, che due anni dopo si vide colà ristampata. Fu grave perdita per le scienze ch'ei le abbandonasse nella sua prima virilità per dedicarsi agli studj ecclesiastici.

Wallis Gio. di *Ashfort* nella Contea di *Kent* in Inghilterra. N. nel 1616 e visse anni 87.

Fu professore di Matematica nell'università di *Oxford*. È insigne fra le sue Opere (vol. 3 in fog.), l'*Aritmetica degl' Infiniti* (an. 1645), il cui principale oggetto è la quadratura degli spazi curvilinei, che ottiensi mediante la somma delle serie, esprimenti le ordinate contigue. Sono anche assai pregevoli i suoi trattati del *Conocuneo*, della *Cicloide*, della *Cissoide*.

Gli si debbe la prima idea degli *esponenti* fratti e de' negativi.

Mouton canonico *Gabriello* di *Lione*. N. nel 1618 e visse anni 76.

Trattò di alcune proprietà de' numeri e propose un bel metodo per la *interpolazione* delle serie.

Brounker Lord *Guglielmo Irlandese*. N. nel 1620 e visse anni 64.

È noto pel suo Saggio sulla quadratura della iperbola, e per una espressione curiosa della ragione tra 'l quadrato del diametro e la circonferenza del circolo, espressione che diede la prima idea delle frazioni continue.

Esistono nella corrispondenza epistolare del *Wallis* molte sue lettere su diversi argomenti matematici.

Fu Cancelliere, e Guardasigilli della Regina *Caterina*, e per quindici anni presiedè la R. Società di *Londra*.

Degli Angeli P. *Stefano*, dell' Ordine de' Gesuati di *S. Girolamo* di *Venezia*. N. nel 1622, e visse anni 75.

Professore di Matematica nell' università di *Padova*, diede alla luce nel 1657 sessanta problemi geometrici, ed in seguito cinque altri opuscoli pieni d'ingegno e di belle novità: è degno di special menzione quello che ha per titolo – *Miscellaneum hyperb. et parabol.* (in 4.° Venet. 1659), e molto pregevole ci sembra pur l'altro – *De infinitarum spiralium spatiorum mensura* (Venezia 1660.)

Applicò il metodo degl' *Indivisibili* alla misura delle superficie coniche, alla determinazione della tangente d'infinite parabole, alle figure *massime* inscrittibili, ed alle *minime* circoscrittibili alle parabole ec. Veggasi *Mazzucchelli* (Scrittor. Ital. T. I P. II pag. 740.)

Viviani Vincenzo di *Firenze*. N. nel 1622, e visse anni 81.

Rarissimo ingegno sintetico, emulo di *Apollonio*, del quale indovinò il V libro de' *massimi* e *minimi* relativi alle curve coniche (*a*). Egli non avea peranche pubblicato il suo lavoro, quando nella Biblioteca *Medicea* si rinvenne un codice Arabo, che conteneva i primi sette libri delle Sezioni Coniche di *Apollonio*. Riscosso a tal nuova, recò subito il suo manoscritto al Granduca *Ferdinando II* per farlo riconoscere e firmare. Poco dopo S. A. commise la traduzione del codice ad *Abramo Ecchellense Maronita*, abitante in Roma, e deputò il *Borelli* ad assisterlo nella interpetrazione delle voci tecniche o dipendenti dalla Geometria. Appena giunta in *Firenze* la sospirata versione fu confrontato un libro V con l'altro, e si vide con ammirazione che il *Viviani* avea spesso raggiunto ed in molti luoghi oltrepassato l'originale: *souvent aussi profond que l'ancien dans les questions qu'ils traitent ensemble, il se jette dans un champ beaucoup plus vaste: il se forme de nouvelles theories et trouve quantité de nouvelles propriétés* (Montucla T. I pag. 250 ediz. seconda). (*b*)

Incoraggiato dalla generosa munificenza di *Luigi* XIV, che aveagli assegnata una decorosa pensione, ridusse a compimento la sua indivinazione de' *Luoghi solidi di Aristeo* (*c*), *opera piena d'investigazioni profonde*, *per la cui celebri-*

(*a*) *De max. et min. Geom. Divinat. in V Conic. Apoll. lib. Florentiæ* 1659

(*b*) Dopo un giudizio di tal forza niuno si aspettava dalla stessa penna la seguente proposizione: *le parallele* (tra 'l libro di Apollonio e quello del Viviani) *ne fut pas désavantageux au Géomètre Italien*.

(*c*) *De locis solid. secunda Divinat. geom. in quinque lib. Aristæi ec. Flor.* 1701.

tà *sarebbe a desiderarsi che Aristeo potesse disseppellirsi come avvenne di Apollonio* (Fontenelle – Elog. del Viv.); e se i ritardi frapposti dalle pubbliche ingerenze gli tolsero la soddisfazione di farne offerta al R. suo Benefattore, vi supplì dedicandogli la sua casa in bella forma riedificata, nel cui frontespizio fece scolpire quelle significanti parole *Aedes a Deo datae*, colle quali alludeasi al primitivo nome del Re.

I problemi proposti ai Geometri da *Claudio Commiers* nel Giorn. Letter. di Parigi (17 Agosto 1676) porsero anch' essi un bell' argomento al Geometra Fiorentino di spiegare la somma sua sagacità, risolvendoli in un opuscolo pubblicato nel 1677. I problemi sono:

I. *Dato un punto nella semicirconferenza del circolo, tirare per esso una corda, la quale tagli il diametro in modo, che il suo secondo semmento sia eguale al raggio.*

II. *È dato un angolo ed una retta, e si vuole adattar questa fra i lati di quello, in guisa, che la perpendicolare alzata sulla sua metà passi per un punto dato nel piano dell' angolo.*

III. *Si hanno due quantità* $a, b(<a)$ *e si cerca una terza quantità* x *tale, che stia*
$x^2 : a :: 3x + b : x$, *il che dà* $x^3 - 3ax = ab$.

È altresì degno di speciale menzione il doppio metodo ch' egli assegnò *per dividere un arco circolare in una data ragione*, prima mediante la cicloide, poi per mezzo della spirale cilindrica; come pure il celebre problema della così detta *vela Fiorentina*, da lui proposto ai Geometri nei seguenti termini: *Inter venerabilia Graeciae monumenta extat adhuc templum almae geometriae dicatum, quod testudine intus hemisphaerica operitur, sed in hac fenestrarum quatuor aequales*

areae, tali configuratione sunt extructae, ut, his detractis, superstes superficies tetragonismi geometrici sit capax: problema che il *Leibnitz* e *Giacomo Bernoulli* prontamente sciolsero, ma non con quella eleganza sintetica che risplende nella soluzione del *Viviani*: *sed omnium fere elegantissimae videntur esse constructiones, quas Vivianus an. 1692 publico impertivit* (Jo. Bernoulli Op. T. III pag. 212.)

Veggasi l' opuscolo che ha per titolo *Exercitat. Math. de formatione et mensura fornicum*, e altro ch' è detto *Diporto Geometrico* (*a*). Non sappiamo se sia mai uscita alla luce l' Operetta in due libri, intitolata – *Centrobaricorum*.

Sluze Canonico *Renato Francesco* di *Liegi*. N. nel 1623, e visse anni 62.

Insegnò a costruire le risolventi dell' equazioni cubiche per mezzo delle sezioni coniche, diede un bel metodo per quadrare la cicloide, ed uno per la trisezione dell' angolo, molto lodato dal *Viviani* nel proemio al suo libro – *Enodatio problematum, universis geom. propositorum a Claud. Comiers*. Egli determinò altresì (an. 1668) il centro di gravità della lunula *Ippocratica*, ed assegnò il volume da essa generato mediante la sua rivoluzione intorno ad un' asse, parallelo alla sua corda estrema (oggetti trattati recentemente con nuova semplicità dal Professore *Pietro Ferroni* ne' suoi *Perélliani*). Ebbero plauso i suoi metodi per le tangenti, e per li massimi e minimi.

(*a*) È falso che il Viviani fosse noto fra' Geometri nel 1692 per la Divinazione dei *Luoghi solidi di Aristeo*, come il *Bossut* (T. III pag. 20) asserisce, giacchè gli Atti di Lipsia an. 1694 lo dimostrano già rinomato sino dal 1659.

Picard. Ab. *Gio.* della *Flèche* nell' *Angiò*. N. nel 1624 e visse anni 60.

Spedito dal Re al castello di *Uraniburg* riportò da *Ticho* l' originale delle sue osservazioni: misurò plausibilmente un grado del meridiano tra *Parigi* ed *Amiens*, e tale operazione, fondata sulla progressiva risoluzione di 13 trigoni, compresi nello spazio di 32 leghe, quantunque non più nuova dopo l' esempio dello *Snell*, ebbe il vanto di essere dopo il risorgimento delle scienze, la prima misura regolarmente eseguita.

Huyghens Cristiano, Sig. di *Zulichem*. N. nel 1625 e visse anni 70.

Risplendono fra le sue scoperte la teoria del pendolo, quella delle *sviluppate* e l' altra delle forze *centrifuga* e *centipreta* nel circolo, che comprese in tredici proposizioni. Egli per mala sorte non vide le applicazioni che se ne poteano fare al moto di rotazione della luna intorno alla terra ed al moto di questa intorno al suo asse, e che combinando la 2.ª con la 3.ª e la 5.ª proposizione avrebbe potuto stabilire geometricamente il sistema della gravitazione universale. Fu il primo a sciogliere, quantunque meno adequatamente, il famoso problema che ha per oggetto di determinare il *centro d' oscillazione*, pel quale oggetto immaginò il principio, detto *conservazione delle forze vive* (a): dimostrò *tautocrona* nel voto la *cicloide*; soddisfece al problema del *Leibnitz*: *Rinvenire la curva in cui conformasi una cordicella perfettamente flessibile e di eguale densità, la quale sia sospesa ne' suoi estremi*, curva nota sotto il nome di *catenaria*, e diede la dimostrazione de' metodi del *Fermat*, relativi alle tangenti ed ai massimi e minimi. Le sue opere occupano sei volumi in 4.° oltre un volume in fog. *De Horol. Oscillat.* Fa parte de' predetti sei volumi l'insigne opuscolo *De Quadrat. Hyperb.* ec. che il nostro Geometra publicò nell' età di 22 anni. Il *Newton* lo chiamava il *sommo Huyghens*. Prese domicilio in *Parigi* l' an. 1666 ad istanza di *Luigi* XIV che lo inscrisse tra' suoi pensionati.

(a) Consiste *nella eguaglianza tra la discesa e la salita del centro di gravità di più corpi pesanti, che scendono uniti e risalgono disgiunti*: *Gio. Bernoulli* diede il nome al predetto principio: suo figlio *Daniele* l' applicò all' *Idrodinamica*, indi (*Berl.* 1748) al moto de' corpi che si attraggono o che tendono a centri stabili, con una forza proporzionale ad una data funzione della respettiva loro distanza dal centro.

Cassini Gio. Domenico di *Perinaldo* nella Contea di *Nizza*. N. nel 1625 e visse anni 87.

Celebre astronomo, chiamato a *Parigi* da *Luigi* XIV.

Costruì le tavole del Sole, e quelle de' satelliti di *Giove*, ne scuoprì quattro intorno a *Saturno*, misurò, con l' ajuto di suo figlio *Giacomo* e del *La Hire*, la meridiana fra *Colioure* e *Dunkerque*, calcolò la periodica rivoluzione di due comete, che obbedienti ricomparvero ne' respettivi anni 1764-65; compose la tavola delle rifrazioni astronomiche, determinò la durata della rotazione di *Marte* e di *Giove* intorno al loro asse: diede un metodo per rinvenire la *parallasse* senza la cooperazione di un second' osservatore, spiegò la *librazione della Luna* (Accad. di Parigi 1675); insegnò a trovare con una costruzione geometrica l' *apogeo*, l' *eccentricità* e l' *anomalia* nelle orbite planetarie: ec. ec. Otto gradi del meridiano, misurati sotto la direzione del prelodato Geometra (an. 1683-1701), per qualche inesattezza sfuggita nelle operazioni geodetiche, riuscirono decrescenti verso il polo boreale, e questo falso risultamento tenne divisi i geometri, per lo spazio di 40 anni, nel giudizio relativo alla figura della Terra, che in Londra voleasi compressa, in Parigi rilevata verso i poli. Le nuove misure prese (1730-40) dal *Cassini De Thury* figlio di *Giacomo* e dal *Lacaille*, con migliori strumenti e con tutte le possibili precauzioni, non ismentirono la diminuzione di tutti i gradi, ma non ostante insinuarono lo schiacciamento polare, tanto più che a tal conseguenza cospiravano le lunghezze de' gradi calcolate nel *Perù* ed in *Lapponia*.

La regolarità sempre desiderata da' Geometri, e soprattutto la figura sferoidica, sì favorevole al calcolo, si è ricercata invano nel confronto delle misure geodetiche, le quali anzi concorrono a provare *que la figure de la terre est beaucoup plus composée qu'on ne l'avoit cru d'abord* (Laplace-Syst. du Monde p. 237).

Se la fallacia del pendolo, avvertita da parecchi Fisici, non ci scoraggiasse, e se la brillante ipotesi della primitiva fluidità terrestre potesse illuderci, noi volentieri cederemmo alla prepotenza di un calcolo lussureggiante, e dimenticandoci l'osservazione fatta da parecchi Geometri e dallo stesso *Laplace* (*a*), converremmo con lui che *les mesures des degrés, s'écartent peu de la figure d'un ellipsoide de révolution*... che *la surface du sphéroide terrestre est à peu-pres elliptique, et celle qui convient à l'équilibre de cette surface*

(*a*) *Si l'hypothèse d'une figure elliptique est dans la nature, cet applatissementt doit satisfaire aux mesures des degrés; mais il y suppose, au contraire, des erreurs invraisemblables*, ... (Syst. du Mon. p. cit.).

supposée fluide (Laplace-Istit. di Fran. an. 1817... p. 166 e 172).

Barrow Jacopo di *Londra*. N. nel 1630 e visse an. 48.

Professore in *Cambridge*, istitutore del *Newton*, autore di un bel libro di *Ottica* e di eccellenti *Lezioni Geometriche*. Perfezionò il metodo delle tangenti, esibendo nel suo trigono *caratteristico* un' elegante costruzione del metodo del *Fermat*, ed in tal guisa gettò un raggio di luce sull' oscura idea del nuovo Calcolo.

Kauffmann (*Mercatore*) dell' *Holstein*. Nel 1668 pubblicò la sua ingegnosa *Logarithmotecnia*: l'invenzione di una serie esprimente la superficie dell' iperbola gli procacciò la stima del *Newton*.

Wren Cav.r *Cristofano* d' *East-Knoile* nella Contea di *Wils*. N. nel 1632 e visse anni 91.

Matematico ed architetto illustre: la Chiesa di S. *Paolo* in Londra è sua opera. Scoprì e dimostrò con la Geometria e con l' esperienza, innanzi alla R. Soc. di *Londra*, le leggi del moto nella collisione e riflessione de' corpi (*a*), ed estese la teorica della *Cicloide* (vegga *Pascal*).

Distrutta *Londra* dalle fiamme nel 1666, *Wren* esibì la pianta di una nuova città, vaga, regolare e grandiosa; pianta che fu incisa nel 1724. *Londra* risorse più bella nello spazio di tre anni, ma non sì maestosa e simmetrica come *Wren* l' avea disegnata, perchè i propretarj non vollero rinunziare al suolo delle loro case.

Immaginò una macchina per arrotare e forbire gli specchi iperbolici, e può vedersi nelle *Transaz. Filosof.* pel 1669 sotto il titolo: *A descri-*

(*a*) *Newton-Princ. Mathem. Philos. Nat.* p. 20.

ption of. D.r Wren's Engin, designed for grinding hyperbolical glass.

Sturmio Gio. Cristofano di *Hippolstein* nel Ducato di *Neubourg*. N. nel 1635 e visse anni 68.

Fu prof. di Matematica e Decano nell' Univ. di *Altorff*, pubblicò parecchi libri ed ebbe fama tra' dotti Geometri.

Gregory Jacopo di *New-Aberdeen* nella *Scozia*. N. nel 1636 e visse anni 39. Professore in *Oxford* pubblicò le seg. opere: *Exercitatio Geometrica* vol. 1 in 4.°-*Vera circ. et hyperb. quadrat.-Optice Promota*. Fu applaudito il suo metodo delle tangenti e l'altro per li massimi e minimi.

La Hire Filippo di *Parigi*. N. nel 1640 e visse anni 79.

Fu abilissimo astronomo e matematico; scrisse ingegnosamente sulle forze animali; determinò con una sintesi singolarmente bella la superficie della sfera (Accad. di *Parigi* 1699); trovò due curiosi teoremi, analoghi a quello del *Pascal*, per cui si ottiene la quadratura di alcune superficie cilindriche, insistenti sopra un arco parabolico, ellittico, od iperbolico (Accad. cit. 1707): egli dimostrò per esempio *che tirato dal fuoco F un raggio vettore FM, poi da M la perpendicolare sulla direttrice, che la incontri in L, se s' innalza in M una retta eguale ad FL, perpendicolare al piano della parabola, ripetendo la stessa costruzione per tutti i punti dell' arco AM, tra 'l vertice A ed M, si forma una superficie uguale allo spazio, compreso tra l' arco AM, la ML, la direttrice ed il prolungamento dell' asse dal vertice alla direttrice*.

Dimostrò che ogni curva può essere un' *epicicloide*, e propose ai Geometri il seguente problema. *È dato il centro A, e di grandezza l' asse maggiore di un' ellisse: descriver questa in guisa, che tocchi due rette di nota posizione*; problema di cui per altro vuolsi che mai non trovasse la soluzione (Atti di *Lips.* 1744 p. 659 e 698).

Il metodo relativo alla quadratura della superficie sferica si riduce a provare, che la semiunghia cilindrica, la cui altezza equivale al quadrante della base, ha una superficie uguale al quarto del cilindro retto insistente sulla base stessa, ed alto quanto il raggio: osserva che la superficie della semiunghia si sa essere ⅛ della superficie sferica, generata dalla rotazione della base intorno al diametro, e quadruplicando le due superficie, equivalenti alla semiunghia, ne inferisce che quella dell' emisfero eguaglia la superficie del cilindro di cui sopra, alto quanto il raggio, cioè il doppio della base ossia del circolo massimo; d' onde ec.

Non si comprende come mai si appropriasse la teoria del *Roemer*, sulla figura dovuta ai denti delle ruote che comunicano il moto per mezzo dell' incastramento, nè come si azzardasse a sostenere contro l' *Huyguens*, *che il tempo della caduta nella cicloide raddoppia quello lungo il diametro verticale*, proposizione ch' ei tentò di provare con un meschino argomento, tosto disapprovato e deriso da *Gio. Bernoulli* (Op. T. I. p. 247).

Hudde Gio. di *Amsterdam*. N. nel 1640 e visse anni 62.

Fu matematico ragguardevole e diede prova del suo valore in tre lettere: *De Reductione aequationum - De Maxim. et Minim. - De Methodo tangentium*. Gli si debbe altresì un bel metodo per riconoscere e determinare le risolventi eguali di una data equazione algebrica.

Ozanam Jacopo del Princip. di *Dumb*. N. nel 1640 e visse an. 68.

Ebbe domicilio per molti anni in *Parigi* e vi diede alla luce varie opere, tra le quali vuolsi notare quella che ha per titolo: *Ricreazioni Matematiche e Fisiche*.

Couplet Claudio Antonio di *Parigi*. N. nel 1641 e visse an. 81.

Si hanno di questo illustre ingegnere alcune memorie molto ingegnose-*Sulla spinta del terrapieno-Sull' urto del vento-Sulla costruzione de' tetti-Su i carri ed i traini*, e qualche dotta produzione spettante all' *Idrodinamica*.

Newton Isacco di Woolstrop nella provincia di *Lincoln*. N. nel 1642 e visse anni 85 non compiti.

Il primo fra' geometri dopo il risorgimento delle scienze: onore dell' uman genere. Forse non c' è mai stato uomo al par di lui dotato di quella sagacità e di quella energia contemplativa, ch'è necessaria per immaginare ed eseguire un vasto e sublime disegno. La sua Opera *Princ. Mathem. Philos. Natur.*, meditata per 22 mesi in una campestre solitudine, compita nel 1686 e pubblicata nel susseguente anno, cangiò la meccanica in una nuova scienza, e dimostrò tale forza straordinaria d' ingegno, che alcuni de' più accreditati Geometri, fra i quali il *De l'Hôpital*, sgomentati per tanta sublimità, giunsero a dimandare se il *Newton* fosse un soprannatural genio, superiore ai bisogni ed alle leggi dell' umana costituzione.

Nella citata opera de' *Principj*, dopo una breve teorica sulla composizione delle forze, e sulla collisione de' corpi, l' Autore sviluppa il metodo *delle prime ed ultime ragioni*, e stabilisce

un principio, cui dà il nome di *conservazione del moto del centro di gravità*, cioè: *che lo stato del centro di gravità di più corpi non si altera per la reciproca azione di essi, e prescindendo da ogni ostacolo, sta in riposo, o si muove uniformemente in linea retta*: indi prova che le aje percorse dal *raggio vettore* sono proporzionali ai tempi, e che la forza impellente un mobile nella sua *trajettoria* sempre tende allo stesso centro. Succede la teorica delle forze centrali, corredata di eleganti metodi per descrivere una trajettoria soddisfacente a cinque condizioni, come di toccare cinque rette date, di passare per un punto e toccare quattro rette, ec.

Le oscillazioni cicloidali, l' attrazione tra una sfera ed un corpuscolo, tra una sfera ed un' altra: la resistenza de' solidi al moto, quella che essi incontrano in un fluido, (articolo meno felice, come la teoria dell' onde Lib. II prop. 46); la descrizione di una spirale in un mezzo resistente: la pressione de' fluidi, la ragione delle resistenze sofferte da una sfera e da un cilindro di egual diametro, sono magistrali argomenti che preparano alla teorica della gravità ne' corpi celesti, nella quale dimostrasi che il centro di gravità di tutto il nostro sistema planetario sta in quiete, e che i pianeti descrivono un' ellisse avente il Sole in uno de' *fuochi*; si determina il rapporto degli assi nell' orbita terrestre, l' eccentricità e la posizione degli *afelj*. L' Autore passa quindi a spiegare la *nutazione* dell' asse terrestre e ne deduce la precessione degli equinozj: contempla le ineguaglianze del moto della Luna, da esso ripete quelle de' satelliti di *Giove* e di *Saturno*, e dalla combinata attrazione della Luna e del Sole, il fenomeno della marèa. Seguono 22 problemi ed un teorema, relativi alle perturbazioni lunari, al flusso e riflusso del mare, alla figura della Luna, alla precessione degli equinozj ed alla periodica rivoluzione delle comete, delle quali rintraccia la trajettoria per mezzo di tre osservazioni.

Omessa l'Ottica, i cui principali punti adornano la moderna fisica e si suppongono ben noti, è d'uopo fare special menzione dell'*Aritmetica Universale*, che costituisce un trattato di *Algebra*, per quel tempo assai profondo, e corredato di un gran numero di belle applicazioni geometriche. Questo libro insigne fu stampato in *Cambridge* l'anno 1707, senza il consenso dell'Autore, cui tale edizione rincrebbe, perchè lo riguardava come un saggio elementare ad uso della sua scuola. *Cum in arte analytica* (Atti di Lips. an. 1708 p. 519) *adhuc desiderari animadverteret Cl. Whistonus libellum materia plenum, mole parvum, in regulis necessariis brevem, in exemplis certo consilio electis longum, et primis tyronum conatibus accomodatum, illum cum publico communicari e re duxit. Nec immerito: reperies enim in hoc libello quaedam singularia, quae in vastis de Analysi voluminibus frustra quaesiveris* ec.

Egli pubblicò nel 1704 il Trattato sulla *Quadratura delle curve*, e la *Enumerazione delle linee del terz' ordine*, e nel 1711 diede alla luce il *Metodo Differenziale*, dove coi soli principj dell'Algebra s'innalza all'investigazione di varie formole, atte a somministrare l'approssimata quadratura delle curve. Il *Metodo delle Flussioni e delle Serie*, stampato soltanto nel 1736, è un rigoroso Elemento de' Calcoli Differenziale e Integrale, e comprende la teorica esposta nel li-

bro sulla quadratura delle curve, ma il secondo Calcolo evvi leggiermente abbozzato, quantunque il *Leibnitz* ed i fratelli *Bernoulli* l'avessero già da molti anni arricchito di pregevolissime indagini. Ciò dimostra che il *Newton* anticipatamente si riposò, persuaso che ulteriori scoperte nulla più avrebbero potuto aggiungere alla sua gloria.

Risplendono fra le matematiche invenzioni del *Newton* la *formola del binomio*, il teorema esprimente la somma delle potenze *m.*esime delle risolventi di un'equazione algebrica, un metodo pel *regresso* delle serie, ed uno per la eliminazione delle incognite dall'equazioni di cui sopra, il parallelogrammo analitico, la divisione delle linee in *ordini* e delle curve in *generi*, l'enumerazione delle linee del terz' ordine; una costruzione esprimente il prodotto degli angoli, alcune formole per l'interpolazione delle serie; la soluzione del problema relativo alla *brachistrocrona*, e di quello delle *trajettorie ortogonali*, (limitata all'equazione differenziale) ec.

Il *Newton* successe al *Barrow*, suo maestro, nella cattedra di Matematica in *Cambridge*: giunto all'età di 54 anni, mercè gli ufficj del Conte d'*Halifax*, Lord *Montague*, fu da *Giacomo* II. nominato Direttore della R. Zecca; sette anni dopo, cioè nel 1703, venne innalzato alla presidenza della R. Società di *Londra*, e nel 1705 fu creato cavaliere della Regina *Anna*: ebbe il non comprato onore di essere per due volte membro del Parlamento; e dopo una lunga vita, sempre vigorosa, tranquilla, agiatissima, gloriosa, pagato l'ultimo tributo alla natura, dal compianto universale e da' Grandi del Regno fu accompagnato alla tomba in *Westmister*, luogo sacro alle ceneri degli eroi e dei re.

Roemer Olao di *Copenaghen*. N. nel 1644 e visse an. 66.

Il *Picard* lo condusse a *Parigi* dove restò per dieci anni istitutore del *Delfino*, membro della R. Accademia e cooperatore di *Gio. Domenico Cassini*. Dimostrò successiva la propagazione della luce, determinò il tempo ch' essa impiega percorrendo il raggio dell' orbita terrestre, e perfezionò il meccanismo delle ruote, assegnando la figura che conviensi ai denti delle medesime, affinchè ne derivi il massimo effetto. Tornato alla patria fu eletto professore d' Astronomia, indi Borgomastro e Consigliere di Stato.

Flamsteed Giovanni di *Derby*. N. nel 1646 e visse an. 74.

Fu astronomo rinomato, e gli si debbe un più ampio catalogo delle stelle.

Leibnitz Goffredo Guglielmo di *Lipsia*. N. nel 1646 e visse anni 70.

La rapidità della sua penetrazione e la vastità del suo sapere non hanno esempio: percorse come lampo tutte le parti dello scibile; viaggiò per la Germania, la Francia, l' Inghilterra, l'Olanda; si distrasse fra mille corrispondenze epistolari, ed in ogni ramo di erudizione scrisse volumi, quasi avesse in mira d' esaurire le forze in argomenti estranei alla sua gloria. Non gli restarono che brevi respiri per volgere lo sguardo alla Geometria, ma la vide, ne penetrò gli arcani, e disegnato il Calcolo Differenziale (Atti di *Lipsia* 1684), che poi accrebbe con l' analisi de' differenziali parziali, (Atti cit. 1697); scoperti essenziali punti dell' Integrale, in varie guise nobilitò l' uno e l' altro con sublimi applicazioni. Egli dimostrò per esempio il teorema che costituisce l' integrazione *de curva in*

curvam, principio fecondo che ha servito al conseguimento delle condizioni per la integrabilità, ed ha suggerite le prime idee sul *calcolo delle variazioni*: indicò la relazione che sussiste fra le potenze ed i differenziali de' prodotti di più variabili, fra le potenze negative e gl' integrali; notò l' importanza del calcolo delle combinazioni applicato agl' *indici*: insegnò a condurre, con ammirazione di *Gio. Bernoulli*, la tangente alla *sincrona* delle *cicloidi*: sciolse il problema della *brachistrocrona*, l' altro del *Viviani* sulla *vela Fiorentina*, quello della *catenaria* proposto da *Giacomo Bernoulli*, i problemi della curva *isocrona*, della *isocrona paracentrica*, e quello sopra modo insigne, delle *trajettorie ortogonali*, immaginato da lui per *tastare il polso agl' Inglesi*; nè trascurò di segnalarsi nella Meccanica razionale, dimostrando: *che se più forze si equilibrano in un punto, questi è il centro di gravità degli estremi delle rette esprimenti le forze*. Veggasi l' eccellente Elogio del *Leibnitz* pubblicato dal *Bailly*, e premiato dall' Accademia di *Berlino* nel 1768.

Gregory David nipote di *Jacopo*. Fu professore d' Astronomia nell' università di *Oxford*, dove pubblicò l' insigne opera – *Astronomiae phys. et geom. elementa*, cui *Keill* disse *Opus cum sole et luna duraturum*. Fioriva nel 1703.

Ceva P. Tommaso, Gesuita di *Milano*. N. nel 1648 e visse anni 89.

Tschirnhaus Ernenfriend Valter di *Kislingswald* nella *Lusazia*. N. nel 1651 e visse anni 57.

Costruì smisurate lenti convesse e buoni specchi *ustorj*, diede la prima teorica delle curve *caustiche*, ed un metodo per eliminare due termini dall' equazioni del 3.° grado, tre da quelle del 4.° . Sono degne di compatimento le ragioni con cui sostenne (Atti di *Lipsia* 1691 p. 437 e 1695 p. 490) che ogni curva rientrante escluda l'esatta quadratura.

Lorenzini Lorenzo di *Firenze*. N. nel 1652 e visse anni 69.

Unica sua opera: *Exercit. Geom. de dimens. omnium conic. sectionum* ec. *Florentiae* 1721.

Rondelli Geminiano di *Roncoscaglia* nel *Modanese*. N. nel 1652 e visse anni 83.

Ebbe cattedra d'*Idrometria* in *Bologna* ed esercitò con applauso la professione d'Idraulico. Sono un pregiato parto del suo ingegno:

Aquarum fluent. mensura nova meth. inquisita:
Planorum et Solid. Eucl. elem. faciliorib. demonstr. explicata.

Sauveur Giuseppe della *Flêche*. N. 1653 e visse anni 63.

Fu professore nel Collegio R. ed esaminatore degl'Ingegneri. Sue opere:

I *Méthodes abregées des grands calculs.*
II. *Tables pour la dépense des jets-d'-eau.*
III. *Le Rapp. des poids et mes. de differ. pays.*
IV. *Manière de jeauger ec. toutes sortes de tonneaux*.
V. *Calandrier Univ. et perpet.*
VI. *Traité de Géometrie*.

Scrisse anche con molto ingegno e novità sull'*Acustica* (Acc. di *Parigi* 1701). Veggasi la Mem.ª del *Lagrangia Sulla teoria del suono* (Acc. di *Torino* 1759).

Varignon Pietro di *Caen*. N. nel 1654 e visse anni 68.

Professò le Matematiche nel Collegio *Mazzarino* in *Parigi*, e diede alla luce un buon trattato di *Meccanica*, il cui principal pregio si è,

d'aver mostrato l'uso della composizione delle forze nell'equilibrio delle macchine (*a*) e la connessione tra 'l predettto principio e quello della leva; concetto felice ed importante, a cui pervenne mediante questo bel teorema: *che il prodotto della diagonale di un parallelogrammo per la perpendicolare tirata ad essa, da un punto del piano in cui giace, eguaglia la somma o la differenza de' prodotti, che si ottengono moltiplicando due lati che comprendono la diagonale, per la perpendicolare, tirata su ciascuno dal punto dato* (dove si prende la somma se il punto è fuori del parallelogrammo). Scrisse anche *sulle Sferoidi* (Acc. di *Parigi* T. X) e *sulla quadratura delle curve* (Acc. cit. T. XXII).

Nello stesso anno 1725, insieme con la *Nouvelle Mécanique* ebbero i geometri un altro pregevol dono dal *Varignon*, e furono i suoi *Eclaircissemens sur l'Analyse des Infinim. Petits* del *De l'Hôpital*, libro che risplende per novità di regole, di costruzioni, di metodi, di proposizioni, di problemi, e di cui l'Accademia di *Lipsia* fece compendioso elogio, dicendo: *plurima addidit Geometrae tanti nominis digna* (an. 1726 p. 118).

Nieuwentyt Bernardo di *Westraadyt* in *Olanda*. N. nel 1654 e visse anni 68. Scrisse contro il Calc. Diff.

Bernoulli Giacomo di *Basilea*. N. nel 1654, e visse anni 51.

Sciolse adequatamente il problema sul *centro d'oscillazione*, determinò la *catenaria* di variabile densità, la curvatura di un arco teso, l'equa-

(*a*) *C'est à Varignon qu'on doit d'avoir montré l'usage de cette theorie dans l'equilibre des machines* (Lagr. Mécan. Anal. Prém. Part.)

zione della *lintearia* e della *velaria* (*a*); quella di una *lamina elastica*, fermata in un capo e premuta nell' altro; e la linea brevissima fra due punti, dati sulla superficie di una *conoide* (Op. T. II num. LXXX); ma tutte queste ricerche, spariscono in confronto dell' insigne e vasto problema *isoperimetrico*, della teorica spettante alle curve *spirali* ed alle *isocrone*; e più ancora se vi si unisca il profondo libro che ha per titolo *Arte di congetturare*, il difficil problema sulla *media direzione nella corsa de' bastimenti*, e tutto ciò che appartiene alla teorica del Calcolo Integrale; argomenti che occupano una notabil parte delle sue opere – vol. 3 in 4.°. Professò in *Basilea* ed ammaestrò suo fratello *Giovanni*.

I geometri *Bernoulli* non sono stati meno di otto, cioè *Giacomo*, *Giovanni e Nicolao*, fratelli, il terzo de' quali fu anch' esso professore di matematica in *Basilea*: *Nicolao*, *Daniele* e *Giovanni*, figli di *Giovanni*; *Nicolao* figlio di *Nicolao*, ed un altro *Giacomo* che si è annunziato (Accad. di *Berl.* 1788) con una memoria sulle *lame sonore*, degno rampollo della illustre stirpe da cui discende.

Guglielmini Domenico di *Bologna*. N. nel 1655 e visse anni 55 (*b*).

Fu professore d'Idrometria nel patrio Istituto, poi di Matematica in *Padova* dove successe al *Degli Angeli*, ed appartenne alla R. Accademia delle Scienze di *Parigi*. La sua fama pel valore

(*a*) In questa si suppone che l' aria, gonfiata la vela, abbia intiera libertà di scappare: nell' altra ch' essa pesi sulla vela come un liquido sulle pareti di un vase.

(*b*) *Adolescens pulmone sanguinem rejecit* (*Fabbroni* Elogio del *Guglielmini*): quindi la brevità della sua vita.

astronomico fu di gran lunga superata dalla celebrità, procacciatagli dalla singolare sua perizia nell' *Idraulica* teorico-pratica, che molto illustrò e promosse con due Opere – *La misura delle Acque correnti*, e *Della natura de' Fiumi*.

Nella seconda egli analizzò le leggi che la natura osserva nell' aprire e dirigere gli alvei, e tale analisi è registrata fra le più belle e rilevanti scoperte: *que' fisici* (*Fontenelle* – Elog. del *Guglielm.*) *che credeano di conoscere la natura de' fiumi, veduta quell' opera, confessarono di esserne totalmente ignari*.

Halley Edmondo di *Londra*. N. nel 1656, e visse anni 86.

Successore del *Wallis* nella cattedra di *Oxford*, e del *Flamsteed* nella carica di Astronomo Reale, coltivò con sommo onore l' Astronomia, ampliò il catalogo del *Flamsteed* col registro di un gran numero di stelle australi, osservate dall' isola di S. *Elena*, ed ebbe il vanto di veder verificato il suo calcolo, relativo alla periodica rivoluzione della cometa comparsa nel 1681. Sono egregio parto del suo ingegno le seguenti scritture:

Restituzione dell' Opuscolo De Sectione Rationis (di *Apollonio*) – *Tavole Astronomiche*:
Trattato della variazione della Bussola:
Compendio dell' Astronomia delle Comete.

Reyneau Carlo Renato di *Brissac*. N. nel 1656 e visse anni 72.

Professò le Matematiche in *Angers*, e diede alla luce due opere assai pregiate, cioè:
L' Analisi Dimostrata – vol. 2. in 4.°
La Scienza del Calcolo – vol. 2. in 4.°
le quali, attesa la copia delle più recenti dottrine e la chiarezza dell' insegnamento, furono utilissime alla pubblica istruzione.

Saurin Giuseppe di *Courteson* nel Principato d'*Orange*. N. nel 1659 e visse anni 78.

Sciolse il seguente problema. *Fra le infinite curve simili, esistenti in un medesimo piano verticale, riferite al medesimo asse, ed aventi un comune punto d'origine, assegnar quella, un cui arco fra'l predetto punto ed una data linea, vien percorso da un grave nel minimo tempo* (Accad. di *Parigi* 1709). Scrisse su i punti *molteplici* (Accad. cit. 1716–23–27), e su varj articoli teorico-pratici, spettanti alla professione dell'oriolajo (Accad. cit. 1720–22).

De l'Hôpital March. *Michele* di *Parigi*, oriundo della famiglia *Gallucci* Napoletana (*a*). N. nel 1661 e visse anni 43.

Determinò la curva di *equilibrazione* ne' ponti levatoj, trovò l'equazione della *brachistrocrona*, e sciolse il problema ove ricercasi la curva, le cui tangenti tra'l contatto e l'asse, stanno in una data ragione ai semmenti dell'asse tra le tangenti e la curva. Questi saggi, uniti alla soluzione del problema relativo al solido che offre la minima resistenza, ed all'opera postuma sulle *Sezioni Coniche*, bastano per accreditarlo Geometra. Egli non era, nè forse pretendeva essere tra' primi, ma un' accorta *reticenza* (*b*) gli diede gloria e celebrità.

Gio. Bernoulli, invitato dall'*Hôpital*, passò in Francia sul fine del 1691, e si trattenne con lui per quattro mesi nella terra d'*Ourque* in *Tu-*

(*a*) *Buonafede* – Ritratti di molti uomini illustri.

(*b*) Quanto valga il dire: *Je reconnois devoir beaucoup aux lumiéres des Messieurs Bernoulli, sur tout à celles du jeune* (Gio.) ec. (*Hôpital* – Préface à l'Analyse ec.) ben lo videro *Gio. Bernoulli*, *Leibnitz*, *Burchard* ec. e lo vedranno i saggi lettori.

rena, dandogli lezione di Calcolo Infinitesimale. Le lezioni sul Calcolo Integrale furono 59 (*Joh. Bern.* Op. T. 3.°): le altre, probabilmente in maggior numero e più estese, perchè il Calcolo Integrale era tuttavia nascente, vennero inserite dal *Sig. Marchese* nella sua *Analyse des Infiniment Petits*. *Bernoulli* protestò contro il plagio, ma la protesta o non fu attesa o mal conosciuta: intanto la Francia risuonò d'applausi al valore del Geometra *Parigino*: applausi che si sono ripetuti e si ripeteranno, non ostante la luce de' contrarj documenti, uno de' quali è la seguente nota dell'editore, collocata dopo le parole: *Vidimus in praecedentibus* (*Joh. Bern.* Op. T. 3.° Lect. I): *Intellexit auctor lectiones in Calc. Diff. quas supprimendas duxit, siquidem omnia quae in ipsis continentur ab Hospitalio relata fuerunt in librum suum – Analyse des Infin. Petits* (*a*); nota con la quale concordano le seg. espressioni del *Leibnitz* – *On le voit par l'ouvrage de Monsieur l'Hôpital, à qui Monsieur Bernoulli le jeune en avoit communiqué les fondements et la matiére à Paris* (Nova Reip. Litt. Men. Novem. 1706 pag. 526) (*b*).

Veggasi la risposta di *Gio. Burchard* all'insolente dissertazione del *Taylor* contro *Gio. Bernoulli*, e la debolissima Apologia del De l'*Hôpital*, tentata dal *Bossut* (Saggio ec. T. 3.°), la quale finisce con un sentimento schietto e generoso, degno dell'apologista: *Cet exemple doit*

(*a*) Apparisce da una lettera di *Gio. Bernoulli* all'editore delle sue Opere, ch'esso era suo confidente ed amico.

(*b*) Quest'articolo può riscontrarsi nel tomo terzo (pag. 413) delle Opere del *Leibnitz*, raccolte e pubblicate da *Lodovico Dutens* (Ginevra 1768 vol. 6 in 4.°)

être une grande leçon pour les hommes ambitieux, qui veulent courir trop vîte à la réputation: il les avertit de repousser les services empressés, offerts par la vanité, et se bien persuader, qu'on n'acquiert jamais la veritable et solide gloire que par ses propres travaux.

Bianchini Francesco di *Verona*. N. nel 1662, e visse anni 67.

Astronomo riputatissimo, cui si dee l' insigne meridiana esistente nella Chiesa de' *Certosini* di *Roma*.

Scrisse due dissertazioni sulla riforma del Calendario progettata dal S. Pontef. *Clemente* XI. Chi desidera più ampie notizie vegga l' elogio scritto dal *Fontenelle*.

Maraldi Jacopo di *Perinaldo*. N. nel 1665 e visse anni 64.

Nell' età di 22 anni fermò domicilio in *Parigi* presso lo zio *Gio. Domenico Cassini*, cui prestò negli studj astronomici assiduo ed instancabile servigio. L'aurea sua indole ed il profondo sapere, di cui diè tante prove a quella R. Accademia, gli conciliarono somma benevolenza ed estimazione.

Parent Antonio di *Parigi*. N. nel 1666 e visse anni 50.

Partecipò alla R. Accademia di *Parigi* due bellissimi teoremi, che niuno, neppure il *D' Alembert* (Enciclop. Art. *Cilindroide*), seppe dimostrare:

Teor. I. *Qualora gli assi dell' iperbola che genera il cilindroide, abbiano una certa relazione a quelli di una sferoide compressa, inscritta al cilindroide, le superficie de' due solidi sono eguali anche ne' loro semmenti, fatti con piani perpendicolari all' asse comune.*

Teor. II. *Se il semmento circolare, fatto dall' arco di 90.° con la sua corda, si rivolge intorno al diametro parallelo alla corda, l' anello generato è uguale, tanto nel volume che nella superficie interna, al respettivo volume ed alla superficie respettiva della sfera inscritta nell' anello* (*a*).

Egli dimostrò inoltre *che si ha il massimo effetto di una ruota idraulica, quando la sua velocità è il terzo di quella dell' acqua*, pubblicò una memoria sullo spianamento del cono retto (Acc. di *Parigi* 1698) ed un trattato di Geometria teorico-pratica.

Moivre Abramo di *Vitry* nella *Sciampagna*. N. nel 1666 e visse anni 88.

Costretto a lasciar la patria, attesa la revocazione dell' editto di *Nantes*, si riparò a *Londra*, e vi si procacciò la sussistenza con l'emolumento che ritraeva da private lezioni. In seguito le sue scritture analitiche lo accreditarono fra gl' illustri geometri. Tale in fatti si dimostrò nelle sue *Miscellanea Analytica*, ed in una memoria inserita nelle *Transazioni Filosofiche* per l'anno 1698. Egli giunse per esempio alla formola

$$(\cos. a + \text{sen.}\, a\sqrt{-1})^m = \cos. ma + \text{sen.}\, ma\sqrt{-1},$$

ne trasse una finita espressione di sen. ma e di cos. ma, e due be' teoremi relativi ai trinomj del secondo grado, aventi 1 per ultimo termine, $-2\cos. x$ per coefficiente del secondo (*b*): formò due prospetti generali, esprimenti la potenza m^{ea} di un polinomio, ed un termine qualunque dell'espressione d' x per y, dedotta dall' equazione

(*a*) Il P. *Gregorio Fontana* (Giunte al Calc. Diff. ed Integrale dell' Ab. Marie Art. IV) diede un' elegantissima dimostrazione dell' uno e dell' altro.

(*b*) Vegga l' Articolo I sul fine di questo libro.

$$ay+by^2 \ldots = \alpha x+\beta x^2 \ldots$$

È degna di molta lode la sua *Doctrine of Chances* ossia *Dottrina degli Azzardi*, tradotta ed arricchita di note e giunte dal P. *Gregorio Fontana*, e ristampata in *Milano* dal *Galeazzi* l'anno 1776.

Detto n il *compimento* della vita, cioè la differenza fra 86 anni e l'età data, r il capitale di una lira, aumentato del suo interesse per un anno, egli suppone che la probabilità della vita annualmente decresca in progressione aritmetica; ne' successivi anni 1.°, 2.°, 3.° ec. la rappresenta con le formole $\frac{n-1}{n}$, $\frac{n-2}{n}$, $\frac{n-3}{n}$, ec., ed esprime il valore dell'annua rendita di una lira sopra una data vita, mediante la serie

$$\frac{n-1}{nr}+\frac{n-2}{nr^2}+\frac{n-3}{nr^3} \ldots\ldots + \frac{1}{nr^{n-1}},$$

che dice essere $=(1-\frac{r}{n}P):(r-1)$,

dove $$P=\frac{1}{r}+\frac{1}{r^2}\ldots\ldots+\frac{1}{r^n}.$$

Trattandosi di un libro molto ingegnoso e generalmente apprezzato noi volentieri ci asterremmo da qualunque critica osservazione, ma siccome sullo stesso argomento scrivemmo (anno 1812) una piccola dissertazione, inserita nel tomo XVI della Società Italiana, e dalla nostra corrispondenza letteraria risulta, che alcuni non hanno avuto il comodo o la pazienza di confrontarla con quella del *Moivre*, ci permettiamo di notare brevemente:

I Che la nostra formola $\frac{p'}{h}+\frac{p'p''}{h^2}\ldots+\frac{p'p''\ldots p^{(t)}}{h^t}$, dove $p', p''\ldots$ sono le probabilità che al termine

d'ogni successivo anno una data vita ha di sussistere per un altro anno, e dove h sta per r; è libera dal *compimento* n e dall'aritmetico decremento nella probabilità della vita, elementi suggeriti dalla tavola dell'*Halley*, e contraddetti dalle altre, segnatamente da quella di *Sussmilch*, la quale si estende a molte provincie e ad un grandissimo numero d'individui.

II Che ciascun termine della suddetta formola, (simbolo della probabilità di un avvenimento, composto di altri fra loro indipendenti), si calcola in termini finiti coi dati de' registri mortuali:

III Che la stessa formola, calcolata una volta la tavola dell'annua prestazione vitalizia per tutte l'età, tavola che abbiamo quasi compiuta e presto pubblicheremo, porge una soluzione adequata, unicamente soggetta alle alterazioni che provengono dalla diversità de' temperamenti e delle maniere di vivere, mentre a ciò riesce inetta la formola del *Moivre*

$$\left(1-\frac{rP}{n}\right):(r-1),$$

siccome dedotta da due ipotesi ben lontane dal vero, e calcolata eziandio con un falso metodo, cioè con moltiplicare il 1.° membro dell'equazione vera

$$1-\frac{hP}{n}=\frac{n-1}{n}-\frac{1}{nh}-\frac{1}{nh^2}\ldots-\frac{1}{nh^{n-1}}$$

per $\frac{1}{r-1}$, ed il 2.° per $\frac{1}{r}+\frac{1}{r^2}\ldots+\frac{1}{r^{n-1}}$, aggregato che nella maggior parte de' casi è assai minore di $\frac{1}{r-1}$.

Per dimostrare col fatto la discrepanza della nostra formola da quella del *Moivre*, soggiungiamo il valore di una lira sulla vita di due individui, uno di 80, l'altro di 81 anni, calcolato con le due formole:

Form. del *Moivre* . . an. 80 . . . val. 2,236
Form. sostituita . . . an. 80 . . . val. 4,37
Form. del *Moivre* . . an. 81 . . . val. 1,818
Form. sostituita . . . an. 81 . . . val. 4,25

Bernoulli Giovanni (fratello di *Giacomo*) di *Basilea*. N. nel 1667 e visse anni 81.

Fra le indagini del suo penetrantissimo ingegno meritano singolar menzione, la teorica della spirale parabolica, di cui ottenne la sottangente $=2x-\frac{2xy}{r}$, dove x è l'arco circolare contato dall'origine, y l'ordinata compresa fra 'l circolo e la spirale; determinò il *flesso contrario*, ne assegnò la quadratura parziale e totale ($=\frac{1}{6}$circ.) ec., (Atti di Lips. 1691): la quadratura de' semmenti cicloidali (Atti cit. 1699): l'espressione di un arco circolare per logaritmi immaginarj (Acc. di *Parigi* 1702); quella di sen.*ma* e cos.*ma*, mediante una serie omogenea, ordinata secondo i prodotti delle potenze di sen.*a*, cos.*a* (Atti di *Lipsia* 1701): l'indicazione del teorema: *che un prisma retto di qualunque base, alzato su quella di un cono, taglia una superficie, avente alla base del prisma la ragione del lato del cono al raggio della sua base* (Op. T. I p. 160); l'equazione e le proprietà dell'*ipocicloide*, curva le cui tangenti sono eguali e comprese tra' lati di un angolo retto; curva rettificabile ed $=\frac{3}{2}r$, che ha la sviluppata 1.ª, 2.ª ec. tutte simili a se stessa, e che riesce molto acconcia e venusta se si adoperi nella costruzione de' ponti: la completa soluzione de' problemi sulle *trajettorie ortogonali* (*a*), sulle curve

(*a*) Atti di *Lipsia* 1718.

reciproche, e sulle *tautocrone*; quella dell'*isoperimetrico*, e dell'altro ove cercasi *la minima linea in una superficie curva fra due punti in essa dati*. Le lezioni del Calc. Differ., trasfuse nell'*Analise* del *De l'Hôpital*; le 59 lezioni sul Calc. Integr., ove de' *raggi osculatori* e delle *sviluppate*, delle curve *lintearia*, *velaria* e *catenaria*, la teorica delle *cicloidi*, delle *caustiche*, e della curva in cui conformasi un raggio che traversa l'atmosfera; la dottrina del *centro di spontanea rotazione*, quella de' *pendoli*, e due trattati, della *Scienza Navale*, e della *Idraulica*.

Giovanni Bernoulli, dopo che fu passato alla cattedra di *Groninga*, il che successe nel 1695, cominciò a dimenticarsi i riguardi dovuti al fratello *Giacomo*, già suo maestro, ed in vece di mantener con lui un'amichevole corrispondenza, tentava di provocarlo, sfidandolo per mezzo de' giornali letterarj a risolvere astrusi quesiti. Stanco *Giacomo* di un contegno sì disobbligante, decise di vendicarsi in una maniera strepitosa, e lo invitò a risolvere in un anno, con la promessa del premio di 50 fiorini, i due problemi che seguono:

Probl. I *Fra le curve isoperimetre entro limiti dati, trovarne una tale, che costruendo una 2.ª curva, le cui ordinate sieno funzioni di quelle della 1.ª o degli archi di essa, l'aja della 2.ª risulti massima o minima*.

Probl. II *Trovare fra le cicloidi che un grave può descrivere da un punto ad una retta data, quella del minimo tempo*.

Appena veduta la proposizione de' predetti problemi, *Gio.* rispose *che tre soli minuti gli erano bastati per tentare, cominciare e finire un completo esame di tutto il mistero*, ed unì alla risposta la costruzione de' problemi. *Giacomo*, mal soddisfatto delle indicazioni date pel primo problema, pregò il fratello che riprendesse in esame il suo metodo, dichiarò *che quando avesse pubblicato il suo, più non avrebbe prestata orecchia ad alcun pretesto di precipitazione*, e dopo varie provocazioni ed ingiurie reciproche, tutte trasmesse per mezzo de' giornali, stampò in *Basilea*, l'an. 1700, una lettera diretta al fratello, ove lo invitava a pubblicare il suo metodo, e gli partecipava senza dimostrazione le proprie formole. Ciò non bastò a *Giovanni* per discuoprire la traccia della soluzione generale; e' si ostinò nell' idea che il suo metodo fosse adequato, e lo trasmise nel 1701 alla R. Accad. di *Parigi*, dichiarando che non dovesse aprirsi senza il suo consenso, e quando suo fratello avesse pubblicata la propria soluzione. Una tale notizia determinò *Giacomo* a divulgare con la massima solennità la nuova sua dottrina; per ciò la fece sostenere in *Basilea* come una tesi, dedicò questa ai Geometri *Newton, Leibnitz*, *l'Hôpital* e *Fazio De Duillier*, e poi la ristampò in *Basilea* e negli Atti di *Lipsia* (Mag. 1701) col titolo di *Analysis Magni Problematis Isoperimetrici*.

L'ammirazione di tutti i Geometri ed il silenzio di *Giovanni* decisero, non la vittoria ma il trionfo di *Giacomo*. Passarono cinque anni e la vantata Memoria del suo antagonista non comparve: disgraziatamente ei mancò nel 1705, ed una incauta fiducia che il pubblico, tardi o non mai potesse scuoprire la differenza delle soluzioni, indusse il superstite a permetterne la pubblicazione nel vol. del 1706.

Di fatto, il Segretario *Fouchy* nell'elogio di *Gio. Bernoulli*, lodò come generale ed esatto il metodo da lui proposto, quantunque vi fosse trascurata la considerazione di un 3° elemento della curva.

Camus Francesco di *Pichome*, villaggio della *Lorena*. N. nel 1670 e visse anni 70 in circa.

Pubblicò un trattato delle *forze moventi* (vol. 1 in 8.°) ed un altro *del moto accelerato dalle molle* ec. (Acc. di *Parigi* 1728).

Grandi P. Guido, *Camaldolense*, di *Cremona*. N. nel 1671 e visse anni 71.

Rese immortale il suo nome con due profondissime opere: *Geometrica Demonstr. Problematum Vivianeorum* (*a*): *Geom. Demonstr. Theoremat. Hugenianorum*, la prima delle quali, fra le altre insigni novità ond'è fregiata, vanta la soluzione del seguente: *Traforare una volta conica, aprendovi finestre paraboliche od iperboliche in guisa, che il resto ammetta un'esatta quadratura*: volta cui diede il nome di *tenda Camaldolense*, come il *Viviani* avea dato quello di *vela Fiorentina* all'emisfero di cui nell' articolo *Viviani*; e comprende la dimostrazione del teorema di *Gio. Bernoulli*, sulla ragione tra la superficie conica traforata da un cilindro, e la sua projezione sul piano della base (vegga *Gio. Bernoulli*) (*b*): la seconda è ricca di sublimi ricerche sulla *Logaritmica*, la *Cicloide* ec. *Nullum est dubium quin labor ipsius pergratus geometris*

(*a*) *Demonstrationes a Viviano suppressas ex proprio penu deprompsit et dedit Abbas Guido Grandius in singulari Opere quod Problemata Vivianea inscripsit*. (Io. Bern. Op. T. II pag. 212.)

(*b*) Dunque il *Monge* s' ingannò attribuendo al *Bossut* la prima dimostrazione di tal teorema (*Mémoires de Math. par divers Savans* 1785.)

sit futurus, *cum non nudam theorematum Hugenianorum*, *eamque geometricam et multiplicem*, *afferat demonstrationem*, *verum plures exhibeat geometricas methodos circa tangentes*, *quadraturas*, *centra gravitatis*, *solidorum* ec. *variarum curvarum*, *aliasque veritates geometricas illustret* (Atti di *Lipsia* 1707 p. 150.) . *Eustachio Manfredi* e l'*Ermanno*, appena vedute le anzidette opere proclamarono il P. *Grandi* geometra sommo, l'Accademia di *Londra* lo annoverò tra soci corrispondenti, ed il *Newton* gli scrisse – *Accepi libros* . . . . *et pro tanto munere gratias ago quamplurimas*. *Geometriam veterum*, *adhuc florere*, *et vestris eximiis inventis ac demonstrationibus auctam esse valde gaudeo*. Segue a dire che gli manda la sua *Ottica* ed alcuni opuscoli matematici, e conclude *utinam tanto judici non displiceant*.

Il *Leibnitz*, veduta anche la terza opera – *Quadrat. cir. et hyper.*, non potè contenersi dal congratularsi con lui e con l'*Italia*, ed in una lettera (16 Febbrajo 1703) così si espresse: *Qui cum Grandio de principatu contendere potuisset*, *Gabriel Manfredius*, *ipsum appellat Italicae analyseos principem* ... *primus certe Italorum Grandius fuit*.

Fu ammirata la sintetica dimostrazione con cui soddisfece al problema della *brachistrocrona*, ed i suoi opuscoli su i *fiori Rodonnei*, cui poi successero i *Clelii*, ebbero il difficile onore d'esser pubblicati nelle *Trans. Filos.* pel 1723.

L'Opera *De Infinitis infinitorum et infinite parvorum ordinibus* è astruso lavoro d'alto ingegno.

Scrisse un bel trattato geometrico *sul movimento delle acque correnti*, un libro di Geometria, ed un altro sulle Sezioni Coniche. Fu anche il

primo a trovare l'equazione della curva, nota sotto il nome di *Pteroide Torricelliana*, equazione che Maria Gaetana *Agnesi* ridusse alla comoda forma

$$y = \pm \frac{ax - x^2}{\sqrt{(2ax - x^2)}};$$

che *Gregorio Casali* riferì agli assi obbliqui, e ritrovò nelle sezioni del cono e del cilindro retto. Chi gradisse di costruirla alzi sul punto medio C di una retta $AB = 2a$, una perpendicolare indefinita, per A tiri un ampio numero di trasversali, che facciano un angolo qualunque con AB, noti il punto E ove tagliano la perpendicolare alzata in C, e prenda sulla traversale da ambe le parti del punto E una retta $= EC$; i punti così determinati spettano alla *Pteroide*, che ha per assintoto la perpendicolare indefinita alzata nel punto B, ed un nodo il cui asse è AC.

Keill Gio. di *Edimburgo*. N. nel 1671 e visse anni 50.

Fu professore d'Astronomia in *Oxford* e diede alla luce due pregevoli opere – *Introd. ad Veram Phisic.* – *Introd. ad Veram Astron.*. Gli appartiene altresì l'invenzione di una elegantissima serie, esprimente il logaritmo di un numero non minore di 1001; serie il cui primo termine dà 12 decimali esatte, i primi due ne danno 18, i primi tre 20 e così ec.

Il *Newton* avea determinata la curva che i projetti descrivono in un mezzo, la cui resistenza sia come la velocità semplice, ed il *Keill*, persuaso che niuno potesse oltrepassare le indagini del suo Compatriota, osò sfidare *Gio. Bernoulli* a risolvere il probl. stesso, nell'ipotesi della resistenza proporzionale al quadrato della velocità. Il *Bernoulli* trovò sollecitamente un idoneo metodo, ch' estendeasi alla resistenza proporzionale a qualunque potenza della velocità, e dichiarò che l' avrebbe mandato ad un rispettabil soggetto in *Londra*, purchè il *Keill* si obbligasse di consegnargli il suo. Le ripetute interpellazioni e le più vive istanze furon vane. Il *Keill* dissimulò costantemente, tollerò i sarcasmi e le contumelie di un avversario mal provocato, e lasciò convalidare la vituperosa opinione, che il probl. da lui proposto fosse superiore alle sue forze non meno, che a quelle de' suoi aderenti e colleghi.

Manfredi Eustachio di *Bologna*. N. nel 1674 e visse anni 65.

Astronomo e idraulico insigne. Sono molto belle le sue *Istituzioni* di *Cronologia*, dottissime le sue note al Libro *Della Natura de' Fiumi* del *Guglielmini*. Scoprì l' *aberrazione* delle stelle, e la memoria che su tale argomento pubblicò prima del *Bradley*, tanto accrebbe la celebrità del suo nome, che le Accademie di *Londra* e di *Parigi* non tardarono a registrarlo nello scarso novero de' loro corrispondenti.

Riccati Conte *Jacopo* di *Treviso*. N. nel 1676 e visse anni 78.

Propose spediti metodi per costruire l' equazioni algebriche determinate ed indeterminate: trattò de' fuochi primarj e secondarj delle lenti sferiche; illustrò ed estese la *separazione delle variabili* con due metodi, uno detto della *semi-separazione*, l' altro de' coefficienti e degli esponenti indeterminati, il 2.° de' quali felicemente lo applicò alla celebre equazione che porta il suo nome: insegnò a ridurre al 1.° l' equazioni differenziali del 2.° grado, ed al 1.° ordine al-

cune del 2.°; sciolse parecchi problemi, allora molto difficili, come quello sulle forze centrali, proposto agl' Italiani da *Nicolao Bernoulli*, l' altro ove cercasi *la curva della quale è dato il raggio osculatore*, e quello assai scabroso, immaginato dal *Verzalia*: *qual forza si richiede perchè un mobile descriva una data curva in un fluido, la cui densità varj in una data ragione, e presenti una resistenza proporzionale alla velocità* (Giorn. de' Letter. d' Italia). Queste ed altre indagini (Vol. IV *Lucca*), e la sua dottissima apologia dell' *Ermanno* contro *Nicolao Bernoulli*, che sostenea lo zio *Giovanni*, inteso a deprimere la soluzione del problema inverso delle forze centrali, data dal predetto *Ermanno* nel T. II del cit. Giorn., gli conciliarono dappertutto tale e tanta estimazione, che S. M. *Cesarea* lo invitò a *Vienna*, esibendogli la carica di consigliere di Stato, e l' Imperatore Moscovita gli offerì quella di presidente della I. Accademia delle Scienze di Pietroburgo.

Ermanno Jacopo di *Basilea*. N. nel 1678 e visse anni 65.

Fu applaudita la sua *Phoronomia* ossia *Meccanica de' Solidi e de' Fluidi*; ricondusse alla rettificazione delle curve le formole differenziali del 1.° ordine, affette da una sola variabile; trovò l' espressione del raggio osculatore delle curve *polari*; scrisse sulla curvatura di un raggio che attraversa l' atmosfera, ed in tale occasione dimostrò erroneo il metodo con cui il *La Hire* aveva ottenuta la curvatura *cicloidale* (Atti di *Lipsia* 1706): diede un nuovo metodo pel probl. delle trajettorie ortogon. (Lips. 1717-18) ed un altro per li probl. *isoperimetrici* (Lips. 1718 p. 32): sciolse il problema, agitato allora tra *Gio.*

e *Giacomo Bernoulli*, sulla indefinita sezione degli archi circolari, come pure il così detto *problema inverso delle forze centrali*, ed ebbe il vanto di essere il primo ad immaginare una speciosa curva di doppia curvatura, detta *epicicloide sferica*.

Dalla cattedra di Matematica nell' università di *Padova* passò nel 1724 a *Pietroburgo*, colà chiamato per insegnare la predetta scienza al Granduca,

Montmort Pietro di *Parigi*. N. nel 1678 e visse anni 41.

Fu apprezzato il suo *Essay sur les Jeux de Hazard*, anche da *Gio. Bernoulli*, ad onta de' notabili difetti che vi trovò (*Joh. Bernoulli* Op. T. I p. 453).

Wolfio Cristiano di *Breslavia*. N. nel 1678 e visse anni 76.

Fu professore in *Lipsia*, indi in *Halla*, d'onde fu espulso dal Governo, perchè in un ragionamento sulla morale de' *Chinesi* avea paragonati i principj di *Confucio* con quelli della Religione Cristiana. Si riparò a *Cassel* ed il *Langravio* di *Assia* lo nominò consigliere aulico e professore di Matematica nell' università di *Marbourg*.

In seguito fu ascritto alle Accademie di *Parigi* e *Pietroburgo*, e desiderato Presidente della seconda. Resistè per due volte all' invito del Re di *Prussia* che lo richiamava alla sua cattedra in *Halla*, e non vi tornò che nel 1741, ad istanza del nuovo Re *Carlo Federigo*, figlio del predecessore, il quale gli conferì la carica di consigliere di Stato, e lo nominò cancelliere dell' università. Il suo corso di Matematica (Vol.

5 in 4.°) ha goduto lunga fama, attesa la sua grand' erudizione e chiarezza.

Zendrini Bernardino di *Valcamonica* nel territorio *Bresciano*. N. nel 1679 e visse anni 68.

Abile astronomo ed insigne idraulico. Difese le opere del *Borelli sul moto degli animali* dalle censure del *Parent*; sostenne contro i Matematici deputati dal Governo Pontificio, ed a favore della Repubblica di *Venezia*, di S. A. R. il Duca di *Modena* e della città di *Ferrara*, che la progettata immissione del *Reno* nel *Po*, avrebbe prodotte fatali conseguenze, e riuscì vittorioso: liberò per mezzo di una nuova linea la città di *Ravenna* dal minaccioso assedio de' due fiumi *Ronco* e *Montone*: consigliò e diresse la mirabile costruzione de' *Murazzi* di *Chioggia*, e resistendo alle premure di *Carlo* VI che lo volea presso di se, tenne libero domicilio in patria, ove si occupò per lo spazio di 25 anni, tessendo la grand' opera che ha per titolo: *Leggi, Fenomeni, Regolazioni ed Usi delle acque correnti*.

Esistono anche altri documenti del suo sapere nell' idraulica pratica, e possono vedersi nella *Raccolta degli Autori che hanno trattato del moto dell' Acque*.

Narducci Tommaso nobile *Lucchese*. N. nel 1679 e visse anni 87.

Il *Trattato de' Canali orizzontali ed inclinati* (Lucca 1723) lo accreditò fra' geometri: il P. *Grandi* ne riconobbe l' importanza, e molto lodò la semplicità de' metodi, co' quali avea saputo soddisfare alla proposta indagine, *per se stessa oscura, astrusa e soggetta ad equivoci*.

Manfredi Gabbriello di *Bologna*. N. nel 1680 e visse anni 81.

Idraulico ed astronomo; per giudizio del *Leibnitz* matematico *celeberrimo* (*a*). Il Libro *De Construct. aequat. differ. prim. gr.*, dal *Manfredi* composto nell' età di 20 anni, e pubblicato nel 1707, molto giovò ad illustrare e promuovere la sublime Geometria. L' integrazione delle funzioni di una variabile, quella dell' equazioni del 1.° ordine fra due variabili, or mediante la *separazione*, or col mezzo della *costruzione*; la derivazione dell' equazioni differenziali dalle proprietà di una curva, la somma di varie serie logaritmiche, ed alcuni canoni per la integrazione, sono altrettanti articoli magistralmente discussi. Ecco in quali termini, letto il libro di cui si tratta, il *Leibnitz* scrisse al nostro Geometra: *Pro munere egregio gratias et meo et publico nomine tibi ago. Debebit tibi Italia, aliisque paucis, ne expers sit elegantioris profundiorisque Geometriae nuper apertae: nec dubito vestra ingenia magnos in ea progressus factura, nam vobis totam prope Algebram debemus.*

Nel 1714 espose nel tomo XVIII del *Giorn. de' Letterati* un insigne teorema, che somministra la separazione delle variabili d'ogni equazione omogenea del 1.° grado: teorema forse scoperto anche da *Gio. Bernoulli*, ma da lui non pubblicato prima del 1728 (Accad. di *Pietrob.* T. I p. 167) *e neppure sotto quella completa forma che gli conviene, giacchè pretende di amplificarlo estendendolo all' equazione* $axdy + dx\sqrt{(x^2+y^2)} = 0$, *che è uno de' primi casi semplicissimi, compresi nel cit. teor.* (*b*)

(*a*) Veggasi una lettera del *Leibnitz* al *Manfredi*, pubblicata da Monsig. *Fabbroni* nell' Elogio di *Gabbr. Manfredi*.

(*b*) Così il *Manfredi* in una nota trovata dopo la sua morte, ove si lagna che altri abbia tentato defraudarlo della scoperta sopra indicata (*Fabbroni* Elog. cit.).

Con un suo metodo delle *formole convertibili* sciolse il celebre problema, proposto dal *Taylor ai geometri non inglesi*, riducendo l' integrazione della formola assegnata da *Gio. Bernoulli* alla quadratura del circolo o dell' iperbola, mentre lo stesso *Taylor* non avea saputo recare a compimento la propria soluzione.

Estese e perfezionò in seguito il suo metodo delle formole *convertibili* nei tomi I e II de' Comenti dell' Ist. *Bolognese*: dimostrò che un' equazione del 4.° grado, la quale abbia tutte le risolventi immaginarie, equivale al prodotto di due reali e razionali fattori del 2.°: insegnò ad eliminare da un' equazione gli archi circolari: nel tomo III de' cit. Comenti mostrò come si ottengano le formole reciproche dell' equazioni irrazionali; trovò la maniera di soddisfare ad una nuova classe di massimi o minimi, nella quale il richiesto massimo o minimo è dato e costante; ec.

Poleni March. Gio. di *Venezia*. N. nel 1682 e visse an. 79.

Fu professore di Matematica, poi di Fisica sperimentale nell' università di *Padova*: scrisse con lode *De motu aquae mixto* e *De Castellis*; pubblicò sulla *Trattoria* un opuscolo profondo applaudito dall' Accad. di *Lipsia*, ne' cui Atti (1730 p. 204) di esso si dice che *problemata ac theoremata demonstrat quae a celeb. Leibnitz, Grandio et Hugenio, absque demonstratione proposita fuere*: commentò le opere di *Frontino* e di *Vitruvio*, e quando l' Accademia di *Parigi*, imitando quelle di *Londra*, *Berlino* e *Pietroburgo*, lo registrò nel novero de' suoi socj corrispondenti, onore molto difficile, perchè otto soli ve n' erano ammessi, improvvisamente comparve degnissimo emulo del *Bouguer* nella scienza navale, mentre dalla R. Accad. Parigina riportò tre premj, il primo con la memoria ove si cerca *la misura del cammino fatto dalla nave, indipendentemente dalle osservazioni celesti* (a); il secondo con la soluzione del problema: *Qual' è la miglior forma delle ancore e quale la miglior maniera di fabbricarle* (b): il terzo dimostrando *qual sia l' argano più idoneo agli usi della navigazione* (c). Non ebbe il quarto premio assegnato *al miglior metodo per determinare la declinazione dell' ago calamitato* che toccò al *Bouguer*, ma il secondo onore accademico, ossia l'*accessit*, fu suo.

Ecco il ritratto morale del nostro Geometra.

Cautus, moderatus, diligens, consilii plenus et egregie fidelis, elegans et lepidus, si res ac tempus posceret, vel ab iis diligebatur qui solent invidere virtuti (*Fabbroni* elog. del March. *Poleni*).

I suoi scritti idraulici furono per decreto del Senato Veneto collocati in pubblico luogo distinto, e la rispettosa gratitudine del patrio governo luminosamente si dichiarò con la seguente inscrizione, scolpita in aurea medaglia:

Francisco Abbati
Joannis Poleni Marchionis filio
Ob merita erga Remp. parentis eximia, et sua
Senatus Consulto.

Bernoulli Nicolao (nipote di Gio.) di *Basilea*. N. nel 1682 e visse anni 78.

(a) Atti dell' Accad. di *Parigi* per l' an. 1733.
(b) Atti della cit. Accad. per l' an. 1737.
(c) Questa Memoria riportò doppio premio e fu pubblicata negli Atti di cui sopra per l' an. 1741.

Sciolse il problema delle *trajettorie ortogonali* (*Atti di Lips.* 1717), scrisse un' applaudita *teoria de' giuochi di sorte*, e trovò il criterio d' integrabilità per l' equazioni differenziali del 1.° grado a tre incognite. Egli ed il *Montmort* studiarono insieme per tre anni, cominciando dal 1711, in una casa di campagna il calcolo delle probabilità: quindi la nuova estensione ed accuratezza data dal *Montmort* alla 2.ª edizione del suo libro.

Di Fagnano Conte *Giulio*, March. de' *Toschi* e di S.ᵗ *Onorio*, di *Sinigaglia*. N. nel 1682 e visse anni 92.

Fra le indagini che onorano il suo nome, e sono per la massima parte comprese nell' opera – *Produzioni Matem.* vol 2. in 4.° *Pesaro* 1750– debbonsi notare le seguenti:

Una nuova e sottile teorica de' trigoni rettilinei.

Le proprietà e la quadratura della *lemniscata*, la cui aja è trovata eguale al quadrato del semiasse; la quadratura della sua sviluppata, ed un metodo per costruire la curva elastica mediante la predetta curva: metodo che il *Maclaurin* riprodusse senza citare il *Fagnani*: la dimostrazione di un insigne teorema relativo ai poligoni rettilinei (a): la soluzione de' problemi seguenti:

I *Trovare un settore circolare, uguale allo spazio compreso tra 'l perimetro di un' iperbola equilatera, un assintoto e due ordinate all' assintoto stesso: e vicev.*

II *Assegnare archi ellittici ed iperbolici, la cui differenza sia una quantità algebrica:*

(a) Vegga il nostro Saggio sulla Teor. de' polig. (§. 19).

problema che il *Leibnitz* e *Gio. Bernoulli* giudicarono inaccessibile al Calc. Infinit.[le], e la cui soluzione *collocò il Fagnani nell' ordine de' più acuti analisti* (*Bossut* - Saggio ec.):

III *Integrare con la sola quadratura del circolo e dell' iperbola la formola*

$$\frac{x^{\frac{\mu q}{\nu}-1}\,.\,dx}{a+bx^{q}+cx^{2q}}$$ dove $\nu=2^{n}$, essendo n int. positivo, problema proposto dal *Taylor* a tutti i geometri, eccettuati gl' Inglesi.

IV *Dato un circolo tra i lati di un dato angolo rettilineo, determinare qual sia la minima tra le tangenti, limitate dai lati dell' angolo* (Op. T. II p. 218). Supponendo che il circolo riducasi al centro, l' Autore cerca la minima sottesa dell' angolo, fra tutte quelle che possono tirarsi pel centro stesso (*a*).

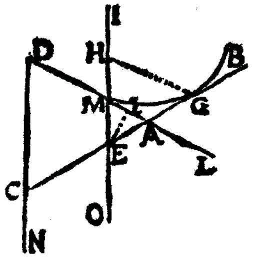
V *Costruire ed esprimere con un' equazione algebrica le curve, ove l' angolo dell' asse con le corde tirate da uno stesso punto, stia nella data ragione di due numeri, al respettivo angolo, che l' asse medesimo fa con le respettive normali alla curva.*

VI *Si dimanda la curva MGB che passa per un punto M, preso sul lato LD di un dato angolo LDN, le cui ascisse sieno contate da M sulla OMI parallela ad ND, e le cui ordinate GH ec. sieno parallele ad LD, tale, che qualunque tangente, come GAC, tagliando la OMI in E, dia $DA^{n}+DC^{n}$ un massimo od un minimo, in confronto delle simili funzioni, corrispondenti a*

(*a*) Argomento trattato in diversa guisa da *Gabbriello Manfredi*.

qualunque altra sottesa, condotta per E ai lati LD, ND.

Ecco la soluzione in compendio.



Se fosse dato il punto E e si dovesse condurre la sottesa AEC soddisfacente alla condizione indicata, si farebbe $DM=a$, $ME=t$, $MA=u$, e da' trigoni ADC, AME si dedurrebbe

$$u:t::u+a:DC=\frac{t}{u}(u+a),$$

d' onde $\left(\frac{u+a}{u}\right)^{n}\left(u^{n}+t^{n}\right)$ funz. mass. o min.,

e però, nell' ipotesi di t costante, $u^{n+1}=at^{n}$ (*a*).

Da' trigoni EMA, EHG risulta

$$t:u::t+x:GH(=y):\frac{u}{t}(t+x);$$

quindi $l.y=l.\frac{u}{t}+l(t+x)$, e per considerare indeterminato il punto E, previa la sostituzione di $\sqrt[n+1]{at^{n}}$ per u, il che dà $l.\frac{u}{t}=l.a^{\frac{1}{n+1}}-\frac{1}{n+1}l.t$, si differenzi anche per t. Il risultamento è

$$\frac{dy}{y}=-\frac{1}{n+1}\frac{dt}{t}+\frac{dt+dx}{t+x},$$

e perchè $\frac{ydx}{dy}$ (sottan.)$=t+x$, e però $\frac{dy}{y}=\frac{dx}{t+x}$, si ottiene $\frac{dt}{t+x}=\frac{1}{n+1}\frac{dt}{t}$ ossia $t=\frac{x}{n}$.

Pongasi questo valore di t e quello di u nell' equazione $y=\frac{u}{t}(t+x)$, e fatta la potenza $n+1$ si

(*a*) La t si suppone costante, perchè tirando Ei perpendicolare a DL, si hanno le rette Ei, Di; quindi Mi ($=Di-DM$) e però EM, ipoten. del trig. EiM, data per ogni dato punto E.

avrà $y^{n+1} = \frac{a(n+1)^{n+1}}{n^n} . x^n$, eq. richiesta.

Essa spetta alla parabola $y^2 = 4ax$ se $n = 1$, alla parabola $x^2 = 4ay$ se $n = -2$. In generale si ha una curva parabolica nell' angolo *AMI* quando $n > 0$: una curva della stessa specie, ma nell'angolo *DME*, se n sia n.° int.° negativo: una curva iperbolica tra gli assintoti *AM*, *ME*, quando $n < 1$ è negativo.

Chi desidera un più esteso ragguaglio sulle opere del Conte *Giulio* vegga il *Giorn. de' Letter.* an. 1715 - 18, la memoria *sulla rettificazione delle curve* (Atti di *Lipsia* 1766) e l' estratto delle sue principali scritture (Atti cit. 1750), che incomincia con le parole: *Comparet hic silloge operum Comitis Fagnani, inter celebriores nostri aevi mathematicos Italos numerandi...*

Il giudizio del P. *Le Seur* sopra i due volumi stampati in *Pesaro*, supplirà presso molti lettori alle ricerche sopra indicate:

Illustrissimus Auctor plurima et maxime universalia theoremata invenit: quae ab aliis jam erant inventa, aut ad majorem universalitatem adduxit, aut novis demonstrationibus munivit...

Cotes Ruggiero di *Leicester*. N. nel 1682 e visse anni 34.

Illustre professore nell' università di *Cambridge*: pubblicò l' *Harmonia Mensurarum*, nella quale l' integrazione delle frazioni è ridotta in formole: è celebre il suo teorema:

Essendo $AO(=r)$ *il raggio*, *O il centro d' un circolo*, $OP(=x)$ *una parte del raggio*, *se si divide la circonferenza in* 2m *parti eguali* *AB*, *BC* *ec. e si congiunge P con A,B*, ec. *risulta*

$AP.CP.EP$ ec. $= r^m - x^m$; $BP.DP.FP$ ec. $= r^m + x^m$.

Le sue riflessioni sul Calc. delle *Flussioni*, ed il metodo che immaginò per valutar gli errori nelle Matematiche applicate, meritano la considerazione de' Geometri. La seguente opera - *Hydrostatical and Pneumatical lectures* ec. fu pubblicata in *Londra* 20 anni dopo la morte dell' Autore.

Desaguliers Gio. Teofilo della *Roccella*. N. nel 1683 e visse anni 60.

Fu scolare del *Keill* in *Oxford*, e gli successe. Le sue Lezioni di *Fisica Speriment.* (vol. 2 in 4.°) furono apprezzate.

Saunderson Nicolò di *York*. N. nel 1683 e visse anni 56.

Acciecato dal vajolo nell' età di un anno, imparò le Matematiche per mezzo di semplici macchine di propria invenzione, e talmente vi si rese abile, che fu eletto professore in *Cambridge* e membro della R. Soc. di *Londra*. I suoi elementi d' *Algebra* (vol. 2 in 4.°) furono tradotti in Francese dal *Joncourt* nel 1756.

Taylor Brook di *Edmonton* nella Contea di *Middlesex*. N. nel 1685 e visse anni 46.

Scrisse da geometra sul *centro d' oscillazione* e sulla *Prospettiva* (*New principles of linear perspective* ec. *London* 1719 *in* 8.°) libro *di cui non sembra che altro esista, nè più sottile nè più ingegnoso* (*Tramontini* - Delle Projez. Graf. Prefaz. p. XI). Il suo *Methodus Incrementorum* è opera profonda, ove si veggono difficilmente abbozzati i principj del Calc. diretto ed inverso delle *Differenze*, ed incontrasi la prima soluzione del problema *sulle corde vibranti*.

Si fece onore altresì risolvendo con esatto e sagace metodo il problema sulle *trajettorie ortogonali*, ma l'insana guerra che audacemente mosse e sostenne contro il *Leibnitz* e contro *Gio. Bernoulli*, oscurò non poco il suo nome, giacchè i suoi avversarj, per contraccambio e ricatto nulla non perdonarono a' suoi libri, e misero in chiara luce anche i reconditi difetti, che un pertinace studio potea sol discuoprire.

Nicole Francesco di *Parigi*. N. nel 1687 e visse an. 71.

Abilissimo geometra, autore delle seguenti opere:

Traité du Calc. des Différ. Fin. an. 1717.

Due pregevoli memorie sullo stesso argomento (Accad. di *Parigi*.)

Essai sur la théor. des roulettes (1706):

Traité des lignes du 3.e ord. (1729): ec.

Klingestierna Samuele di *Tolefors* presso *Linkaeping*. N. nel 1689 e visse anni 96.

Percorsa la Germania, l'Inghilterra e la Francia si trattenne in *Parigi*, ove godè la confidenza e la stima de' primi letterati e geometri: fu professore di Matematica in *Stockolm*, e la sua scuola produsse lo *Stroemer*, il *Wargentin*, il *Melanderhielm* ed il *Mallet*: ammaestrò nelle scienze il principe R. (poi *Gustavo* III), ebbe la carica di Segretario di Stato e l'insigne ordine cavalleresco della *Stella Polare*. Sono parecchie e molto pregevoli le sue memorie negli Atti delle Accad. di *Stockolm* e di *Upsal*; pregevolissima quella sul quesito proposto dall'Accad. di *Pietroburgo*: *come, combinando più fuochi si può correggere ne' cannocchiali l'aberrazione di sfericità e di refrangibilità*: memoria che riportò il premio per acclamazione, e molto giovò per decidere la questione fra il *Dollond* e l'*Eulero* sulla figura e composizione dell'obbiettivo (p. 112 §. 52).

Bradley Jacopo di *Shirebox* nella Contea di *Glocester*. N. nel 1692 e visse anni 70.

Scoprì e spiegò l'*aberrazione* delle stelle e la *nutazione* dell'asse terrestre; ridusse il primo fenomeno a formole trigonometriche, ed estese la sua teoria al moto de' pianeti e delle comete. Il suo nome onora il registro de' professori d'*Oxford*.

Zannotti Francesco di *Bologna*. N. nel 1692 e visse an. 85.

Trovò quattro bei teoremi su i poligoni ed i poliedri circoscritti, i primi al circolo, alla sfera i secondi (Vegga il nostro *Saggio di una teorica elem. de' poligoni*); ottenne la quadratura di alcuni spazj iperbolici, trattò del moto iniziale e composto, promosse il metodo relativo alla *separazione delle variabili*, e scrisse un libro sulle forze centrali, non di sole eleganze, ma di belle novità fregiato, fra le quali un teorema per cui si determina la velocità in qualsivoglia punto dell'orbita, teorema che molto giovò al *P. Frisi* nella sua opera *De Gravit. Universali*.

Bernoulli Nicolao (figlio di *Gio.*) di *Basilea*. N. nel 1695 e visse an. 31.

Diede saggio dell'ottima sua disposizione alle scienze analitiche con due memorie pubblicate nel T. I de' Nuo. Com. di *Pietrob.*: scrisse anche una profonda dissertazione sul problema delle trajettorie ortogonali (Atti di *Lipsia* 1720), ma si sa che il padre vi ebbe molta parte.

Simpson Roberto di *Hamilton*. N. nel 1695 e visse an. 70.

Professò le Matematiche in *Glascow*, restituì gli opuscoli di *Apollonio* - *De Determ. Sectione* - *Loca Plana*, e l'opera *De Porismat.* di *Euclide*, la cui Geometria ed il libro *De Datis* riprodusse col corredo di note critiche molto pregiate.

Cassini Giacomo, figlio di *Domenico*, nato in *Parigi* nel 1697, visse anni 59.

Fu il primo a dare, sulla traccia delle paterne dottrine, un'esatta spiegazione della *librazione* lunare. Scrisse gli elementi dell'Astronomia e parecchie memorie astronomiche, che meritarono l'attenzione de' geometri.

Belidor figlio di un uffiziale francese, nato in *Catalogna* nel 1697, visse anni 64.

Non ostante la sua mediocrità nelle Matematiche giovò alla scienza degl'ingegneri con le seguenti opere teorico-pratiche:

La Science des Ingenieurs vol. 1 in 4.°

Le Bombardier vol. 1 in 4.°

Architecture Hydraulique vol. 4 in 4.°

Bouguer Pietro di *Croisic* nella Brettagna. N. nel 1697 e visse anni 61.

Il più rispettabile fra i geometri spediti al Però nel 1735 da *Luigi* XIV, per misurare il primo grado del meridiano, grado la cui estensione fra *Quito* e *Cuenca* fu trovata di 56753 tese. Si hanno di lui cinque insigni opere: *Della Figura della terra*: *La scienza del pilotaggio*: *La teorica del naviglio*: *Della manovra de' bastimenti*: *Sulla gradazione della luce*.

In una memoria premiata dalla R. Accad. di *Parigi* rintracciò la curva descritta da una particella di raggio solare, che obbliquamente attraversi l'atmosfera, e propose una tavola per le rifrazioni, alla cui esattezza altro non man-

cava che il lume della moderna teoria fisica. Egual premio riportò pure dalla citata R. Accad. nel 1717 mediante una dissertazione *Sull'alberatura de' bastimenti*.

Maclaurin Colino di *Kilmoddan* nella *Scozia*. N. nel 1698 e visse anni 48.

Il suo trattato delle *Flussioni* è un'opera profonda, diretta a stabilire geometricamente la teorica del Calcolo Infinitesimale. Vi s'insegna a risolvere il moto variato in tre moti rettilinei, paralleli a tre assi rettangolari; così basta eguagliare

$$\frac{d^2z}{dt^2},\ \frac{d^2y}{dt^2},\ \frac{d^2x}{dt^2},$$

alle respettive forze acceleratrici date dal problema, per avere tre equazioni simili, atte a determinare le circostanze del moto.

Degnissima del suo valoroso ingegno fu anche la *Geometria Organica* dedicata al *Newton*, opera in cui si dà la maniera di descrivere le curve degli ordini superiori al 1.°; come pure *l'Esposizione delle filosofiche scoperte del Newton* (vol. 1 in 4.°)

Partecipò con l'*Eulero* e con *Daniele Bernoulli* il premio promesso dall'Accad. di *Parigi* l'anno 1740 alla migliore teoria geometrica della figura della Terra, e tutti convengono che la memoria del *Maclaurin* sia paragonabile ai più sublimi tratti di *Apollonio* e di *Archimede*. Essa presenta l'unica soluzione rigorosa fin qui nota, ma dipende dall'ipotesi di una sferoide fluida ed omogenea.

La sua memoria sulla collisione de' corpi fu dalla cit. R. Accad. esclusivamente premiata nel 1724.

E' falso il teorema che annunziò nel suo *Trattato d'Algebra*, cioè che $\sqrt[4]{\frac{q^2-2pr+2s}{n}}$ sia minore della massima risolvente di

$$x^n-px^{n-1}+qx^{n-2}-rx^{n-3} \text{ ec.} = 0.$$

Il vero teorema analogo è $\sqrt[4]{\frac{2q^2-4pr+4s}{n^2-n}} <$ mass. risolv. Vegga *Ermanno* - Atti di *Lips.* 1757. p. 422.

Professò le Matematiche in *Aberdeen*, e mercè gli ufficj e l'annua pensione di 20 lire sterline, assegnatagli dal *Newton*, passò nel 1725 all'università di *Edimburgo*, dove fu eletto professore supplente, in luogo di *Giacomo Gregory* malaticcio (*a*).

Maupertuis Pietro di S. *Malò*. N. nel 1698 e visse anni 61.

Avendo avuta parte nella spedizione in *Lapponia*, ordinata dal Governo Francese nel 1736, per riconoscere l'estensione di un grado fra *Kittis* e *Tornéo*, *pretese arrogarsi in qualche modo* (*Bossut* - Sagg. ec.) *tutta la gloria di quell' intrapresa*, e tanto si compiacque d'esser chiamato lo *schiacciatore*, che si fece rappresentare in forma di *Lappone*, appoggiato sul globo in atto di schiacciarlo; nè ricusò l'omaggio del *Voltaire*, che accrebbe la stravaganza del ritratto calcografico con quattro insipidi versi cortegia-

(*a*) Presa *Edimburgo* dai ribelli, il *Maclaurin* si salvò rifugiandosi nella parte settentrionale dell'isola, indi nella città di *Yorck*. Dopo molti disastri, mentre tornava alla sua residenza, cadde da cavallo, ed attesi i nuovi pericoli rivoluzionarj sopraggiunti, dovette restare esposto ai rigori del verno, per lo che contrasse un' *idrope ascite* che troncò i suoi giorni.

neschi (*a*): Disgraziatamente il *Lappone* compresse con mal garbo la regione polare, e fu d'uopo risollevarla, sino a scorciare il grado di circa 200 tese, al che ben provvide il geometra Svedese *Malanderhielm*. Scrisse *Sulla Figura della Terra* (*b*), ed una memoria su i poligoni, adorna di pregevoli novità. Le sue opere (4 vol. in 8.°) contengono un saggio di *Cosmologia*, l'*Astronomia Nautica*, gli elementi della *Geografia*, tre dissertazioni sulla figura degli astri, una sul grado misurato dal *Picard*, ed un eccellente opuscolo *sulla parallasse della Luna*, che può dirsi un modello di precisione e di eleganza geometrica, e sembra scritto con l'idea di mettere a prova la sagacità de' Geometri, che lasciò nella necessità di rinvenire la dimostrazione delle formole ivi esposte.

Egli si segnalò altresì per mezzo di due speciosi concetti, uno de' quali è detto *legge di riposo* (insigne modificazione del principio delle *velocità virtuali*) (Acc. di *Parigi* 1740); l'altro è il principio della *minima azione*, il cui significato è, *che nel moto de' corpi i quali agiscono gli uni sugli altri, la somma che si ottiene moltiplicando fra loro le masse, le respettive velocità e gli spazi percorsi, è un minimo*.

Camus Carlo di *Cressy* nella *Brie*. N. nel 1699 e visse anni 69.

Diede saggi di abilità nella sintesi, ed il suo corso di *Meccanica* piacque pel rigore non disgiun-

(*a*) *Ce globe mal connu qu'il a su mesurer,*
Devient un monument où sa gloire se fonde;
Son sort est de fixer la figure du monde,
De lui plaire et de l'éclairer.

(*b*) Quest' opera fu tradotta in latino ed illustrata con note critiche da *Alarico Zeller*: Lipsia 1742.

to dalla chiarezza. Gli spettano anche le seguenti memorie:

Sulle Forze Vive (Acc. di *Parigi* 1728).

Su i denti delle ruote e sulle ale de' pignoni (Acc. cit. 1733).

Rampinelli P. Ramiro, dell' Ord. di S. *Benedetto* del Monte *Oliveto*, di *Brescia*. N. nel 1697 e visse anni 62.

Fu istitutore di M.ª *Gaetana Agnesi*, prof. di Matematica in *Pavia* ed accreditato nella scienza idraulica: le sue *Lectiones Opticae* ci sono ignote; sappiamo soltanto che prima di morire ne raccomandò l'edizione al P. *Scarella* Ch. Reg., e che furono pubblicate nel 1760.

Bernoulli Daniele, figlio di *Gio.*, di *Basilea*. N. nel 1700 e visse anni 82.

Gareggiò con *Leonardo Euler*, e vuolsi che lo superasse nella sagacità, senza emularne il valore analitico. Spiegò la ragione da cui dipende la *stabilità* de' bastimenti, e propose varie formole per valutarne la graduazione. La sua *Idrodinamica* (an. 1738) fu applaudita più del dovere: non vi mancano formole fallaci, come quelle che si riferiscono all' efflusso dell' acqua da vasi tramezzati con diaframmi, ed alla pressione *negativa*, o di *succhiamento* (*Bonati* – Soc. Ital. T. V): qualche ipotesi è meno adequata, per esempio: *che gli strati scendano paralleli*: 2.° *che i punti di uno strato progrediscano parallelamente e con eguale velocità* (ipotesi che si verificano nei soli tubi molto angusti): il principio fondamentale dell' opera, cioè *la conservazione delle forze vive*, è gratuito, e l'Autore stesso se ne avvide, e lo dimostrò dieci anni dopo negli Atti dell' Accad. di *Berlino*.

Nel 1760 divise col *Bossut* il premio assegnato dall' Accad. di *Lione* a chi trovasse *qual sia la miglior forma che conviensi ai remi*.

Cramer Gabbriello di *Basilea*. N. nel 1700 e visse an. 52.

La sua *Introduct. à l'Analyse des Cour. algebr.* è stata lungamente un libro classico: ottimo è il suo Comento sulle opere di *Giacomo Bernoulli*, molto bella la memoria, ove rintraccia la totale quadratura d' innumerabili lunule, formate per mezzo di curve algebriche o trascendenti (Acc. di *Berl.* 1748), ed eleboratissimo parto di alto ingegno sintetico è il metodo con cui dimostra il seg.

Teor. *Tra le figure formate con date linee rette è massima l' inscrittibile al circolo* (Acc. di *Berl.* 1752).

Zannotti Eustachio di *Bologna*. N. nel 1700 e visse anni 82.

Fu insigne astronomo, amico e cooperatore del *Lacaille*: ristabilì la meridiana in S. *Petronio* (Cattedr.le di *Bologna*), professò con lode la scienza idraulica, e scrisse un picciol trattato di *Prospettiva*, che in breve divenne riputatissimo. *Niun trattato di Prospettiva è più diligente ed accomodato all' uso universale* (*Tramontini* – Delle Projez. Graf. Prefaz. p. XI).

Deidier, dotto professore nella Scuola d' Artiglieria *De la Fère* in Francia. Era nato nel 1730 e vivea nel 1760. Le sue opere Matematiche furono ristampate con vantaggio della pubblica istruzione, giacchè presentano con bell' ordine e con singolar chiarezza una stimabilissima collezione delle più scelte dottrine.

Robins Beniamino. Sue Opere: *Mathematical Tracts* – *Un Trattato dell' Artiglieria*.

La Condamine Carlo di *Parigi*. N. nel 1701 e visse anni 73.

La sua singolare attività ed il suo invincibil coraggio giovarono molto al *Bouguer* nelle sue geodetiche operazioni nel Perù. Scoprì che l'attrazione del *Chimboraco* produceva una sensibile deviazione del pendolo; fenomeno importante, verificato in seguito da *Maskeline*. Noi conosciamo cinque sue opere, cioè:

I *Rélation d'un voy. fait dans l'interieur de l'Amér. Merid.* (an. 1745);

II *La Fig. de la Terre* ec. (an. 1749).

III *Mesure de trois prém. dégrés du merid. dans l'hemisphère austr.* (an. 1751).

IV *Journ. du voy. fait par ord. du Rois à l'equateur* (1751-52).

V *Divers Mémoirs sur l'inoculation* ec. vol. 2 in 12.

Krafft Giorgio di *Dutlingen* nel Duc. di *Wirtemberg*. N. nel 1701 e visse anni 53.

Professò le Matematiche nel Collegio di *Pietroburgo* e dopo il 1744 in *Tubingen*. Sono assai pregevoli le seguenti sue opere:

Institutiones Geom. Sublim. in 4.°

Introductio ad Geometriam. Petropoli 1740.

De Ungulis cilindrorum varj gener. (Acc. di *Pietrob.* T. VI an. 1732-33 pp. 13-27) dove determina la superficie ed il volume dell'*unghie*, la cui base è circoscritta da una curva conica, o da una cissoide, da una concoide ec.; nè trascura quelle, il contorno della cui base ha per simbolo $x^2dx+y^2dx=a^2dy$, curva contemplata da *Gio. Bernoulli*.

Fu socio delle RR. Accad. di *Pietroburgo* e *Berlino*, e negli Atti di questa esistono varie sue memorie.

Le Seur P. Tommaso (dell'Ord. de' Minimi) di *Retel* nella *Sciampagna*. N. nel 1703 e visse anni 67.

Sono rinomati i Comenti su i Princ. Matem.[ci] del *Newton*, e gli Elem.[ti] del Calc. Integrale, ch'egli, professore nella *Sapienza* di *Roma*, scrisse e pubblicò insieme col P. *Jacquier* suo collega.

Lecchi Antonio, Gesuita, di *Milano*. N. nel 1703 e visse anni 73.

Professò le Matematiche in *Pavia*: nel 1756 fu chiamato a *Vienna* dall'Imp.[ce] *Maria Teresa* e decorato del titolo di Matematico Imperiale: accettò in seguito dal Pont. *Clemente* XIII la carica di supremo direttore de' lavori idraulici nelle Legazioni, e diede alle stampe *l'Idrostatica esaminata ne' suoi princ. e stabil. nelle sue reg.* - Milano vol. 1 in 4.° 1765; un'opera intitolata *Memorie Idrostatico-Storiche-Modena* vol. 2 in 4.° 1773: un *Trattato de' Canali navigabili - Milano* vol. 1 in 4.° 1776. La prima si meritò l'universale disapprovazione, perchè tendeva a distruggere con fallaci argomenti varj principj della scienza: *nè contentossi egli di spargere tutti i possibili dubbj sulle generali teorie, ma estese ancora questo suo idrostatico pirronismo alle sperienze medesime, con cui sino a quel tempo erasi cercato di corroborarne i fondamenti* (*Pessuti* - Opusc. II - Sulla Legge delle veloc. dell'acqua prorompente da piccoli fori ec.)

Martin Beniamino Inglese. N. nel 1704 e visse an. 78.

Fu abilissimo nelle scienze e segnatamente nell'*Ottica*. Fra le sue opere, che sono molte, più ci sembrano pregevoli i suoi *Nuovi Elementi d'Ottica: Londra* 1759.

Bassi Laura di Bologna. N. nel 1704 e visse anni 74.

Professò in *Bologna* per 33 anni con molta gloria la Fisica sperimentale, conobbe a fondo le Matematiche, ed il patrio Istituto si pregia di additare ne' suoi Atti due sue memorie, una delle quali si aggira intorno ad un difficil probl. idrodinamico, l'altra contiene la soluzione di un probl. spettante alla Meccanica (Ist. di Bologna T. IV).

Perelli Tommaso di *Premalcore* nella Romagna. N. in *Firenze* nel 1704 e visse anni 79.

Letterato e idraulico, e professore di Astronomia in *Pisa*. Si segnalò fra i primi, quantunque la sua insensibilità agli stimoli dell' ambizione impedisse la pubblicazione de' suoi scritti, parte de' quali perì, e parte gli fu scaltramente carpita da un dotto e vivace claustrale, che ne trasse cospicua fama (*a*). Si sa che il P. *Grandi* lo ammirava come un ingegno straordinario (*Fabbroni* Elog. cit.). I piccioli avanzi delle sue indagini sono:

I *Dati tre circoli descriverne uno che gli tocchi* (soluzione geometrica elegantissima).

II *Assegnare la curva, che mediante una doppia riflessione raccolga in un punto i raggi vibrati da un dato centro.*

III *Dato un numero m di lumi, posti ad una data distanza da un piano cognito, trovare in questo il punto della massima illuminazione.*

Teor. *Un occhio che percorra una curva conica, vede di forma circolare l'orbita di una stella, ed il centro del moto apparente è dentro al circolo, fuori di esso o nella circonferenza, secondo che la curva percorsa è un' ellisse, un' iperbola, una parabola*: teorema che il *Perelli* avea partecipato ad *Eustachio Manfredi*, molto prima che *Roberto Simpson* (*Essays on several curious and usefuls subiects* - Prop. 2.ª) lo pubblicasse. Veggasi *Frisi* - *Dissertat. Variarum* p. 116.

(*a*) *Sæpe mentionem faciebat de solutis a se problematibus, ex quo alii magnam gloriæ segetem tulerunt* (*Fabbroni* Elogio del Perelli).

Restano del nostro Geometra anche parecchie scritture idrauliche, di cui - *Giorn. de' Letter.* T. LIII an. 1784 mese di Genn. *Milano*.

Veggasi l' eruditissimo opuscolo pubblicato dal Prof. *Ferroni* col titolo di *Ocia Perelliana*.

Godin Luigi Parigino. N. nel 1704 e visse anni 56.

Matematico ed astronomo illustre, spedito dal suo Governo con *Bouguer*, *La Condamine* ec. a misurare un grado del meridiano nel *Perù*. Scrisse per cinque anni l' *Efemeride* che ha per titolo *Connaissance des temps*, inventò varie macchine approvate dalla R. Accad. delle Scienze, pubblicò un trattato *Delle proprietà delle curve e dell' ellisse* (vol. 1 in 4.°) ed una memoria *Sugli usi dell' ellisse nella trigonometria sferica*.

La Fontaine Allessio di S.t *Valier* nel *Delfinato*. N. nel 1707 e visse an. 66.

Si mostrò geometra determinando la curva *tautocrona*, in un mezzo che resista come il quadrato della velocità, più il prodotto di questa per un dato coefficiente. Le analitiche soluzioni di *Gio. Bernoulli* (Acc. di *Parigi* an. 1730) e dell' *Eulero* (Acc. di *Pietrob.* T. IV) esigevano l' integrale dell' equazione esprimente la velocità del mobile: quella del *La Fontaine*, fondata sul noto artifizio della successiva e diversa variazione di uno stesso elemento, era indipendente dall' importuna condizione di cui si tratta, e perciò molto pregevole, ma i Geometri non poterono far plauso all' autore, perchè troppo egli stesso applaudì la sua dissertazione, dicendo con invereconda jattanza: *il Bernoulli avea mandata all' Accademia la sua memoria sulle tautocrone, ch' è un capolavoro, e tutti ne parlavano: proposi il mio metodo e di quella non si parlò più*. Il giovine *Lagrangia* scrisse in seguito sullo stesso argomento (Acc. di *Berl.* 1765); ed il *La Fontaine*, in vece di ammirare la generalissima formola del Geometra *Torinese*, osò combatterla (Acc. di *Parigi* 1768) con aspri modi, fino a provocare il risentimento di lui, che per altro si limitò a dimostrare la vantata soluzione del suo avversario incompleta, e per certi riguardi illusoria. *Io debbo anche avvertire*, (così il *Lagrangia* sul fine della 2.ª memoria sulle *tautocrone*, *Berl.* 1770) che il Sig.ʳ *La Fontaine non si espresse esattamente allorchè ai 19 Nov. 1738 disse d' avere insegnate le condizioni d' integrabilità per l' equazioni del 1.° grado a tre variabili. Mi pare che i geometri le conoscessero molto tempo prima che il Sig. La Fontaine fosse in grado di loro insegnarle, avvegnachè si trovano in una memoria del Sig. Nicolao Bernoulli, stampata nel 1721.....*

Si dee dire lo stesso del teorema del Sig. La Fontaine, concernente le funzioni omogenee, perchè il Sig. Euler ne avea fatto uso nella sua Meccanica (vol. II p. 49, 224, 252) stampata nel 1736.

Il teorema III, dove dimostra essere $\frac{d^2\omega}{dxdy}=\frac{d^2\omega}{dydx}$, quando pur non fosse compreso nell' equazione di condizione data da *Nicolao Bernoulli*, dovrebbe valutarsi come un facile corollario del teor. *Leibnitziano sulla differenziazione da una curva ad un altra*. In fatti, supponendo $\int Mdx=\omega$, il teorema $\frac{d\int Mdx}{dy}=\int\frac{dM}{dy}dx$ si cangia in $\frac{d\omega}{dy}=\int\frac{dM}{dy}dx$: ma $\int Mdx=\omega$ dà $M=\frac{d\omega}{dx}$ e quindi $\frac{dM}{dy}=\frac{d^2\omega}{dxdy}$: dunque $\frac{d\omega}{dy}=\int\frac{d^2\omega}{dxdy}dx$, e differenziando per x si ha $\frac{d^2\omega}{dydx}dx=\frac{d^2\omega}{dxdy}dx$, ossia ec.

Lo stesso *Lagrangia* (*De la Résol. des éq. numér.* Nota VII) fu il primo a scoprire la fallacia, non ravvisata dal *D'Alembert* nè dal *Condorcet*, inerente ad un metodo generale del *La Fontaine* (Acc. di *Parigi* 1747) per la soluzione dell' equazioni algebriche, metodo ch' ei spacciò con insana millanteria, dicendo: *Je la donne pour l'Analyse en entier, que l'on cherche si inutilement depuis l'origine de l'Algèbre.*

Riccati P. *Vincenzo*, Gesuita, figlio del Conte *Jacopo*, di *Treviso*. N. nel 1707 in *Castelfranco*, castello *Trevigiano*, e visse anni 68.

I suoi opuscoli fisico-matematici (vol. 2), il trattato delle serie, le memorie inserite negli Atti dell' Istituto di *Bologna*, e le *Istituzioni Analitiche* (vol. 3. in 4.°), talmente lo accreditarono fra i Matematici più rispettabili, che il *D'Alembert*, cedendo anche all' inclinazione del suo cuore, lo anteponeva a tutti gli altri geometri *Italiani*.

Euler Leonardo di *Basilea*. N. nel 1707 e visse anni 76.

Successe a *Daniele Bernoulli*, che per motivo di salute si ritirò dalla cattedra di *Pietroburgo*, ma non trovando colà tutte le sue convenienze passò nel 1741 alla cattedra di *Berlino*, dove si trattenne sino al 1760: indi tornò alla primiera sua residenza, e vi perdè poco dopo la vista nell'età di anni 53. Incendiatasi la sua casa nel 1771 fu tratto dagli amici fuor delle fiamme. Era insensibile alle attrattive del buon gusto e nemico degli spettacoli teatrali, ma appassionato per le rappresentazioni de' burattini: tanto è vero che la natura mai non è prodiga di tutti i suoi doni.

Il descrivere partitamente gl' immensi progressi che le scienze esatte fecero per opera sua, essendo ardua impresa, ci limitiamo a dare un cenno de' principali.

Dimostrò il teorema del *Fermat* (Scien. del Calc. §. 641), e quello del *Wilson* (§. 645); diede la teorica de' divisori spettanti al binomio $a^n \pm b^n$, ed un metodo per lo *spartimento de' numeri*: additò l' uso de' fattori irrazionali e degl' immaginarj nella soluzione dell' equazioni indeterminate; sciolse l' eq. $ax-by=\pm 1$, e quelle del 2.° grado, con un metodo dipendente da una data soluzione: rinvenne varj teoremi relativi ai residui di una potenza divisa per un n.° primo; ne dimostrò parecchi di quelli che diconsi *negativi*, accennati già dal *Fermat*; per esempio che *la somma e la differenza di due cubi non è un cubo;* provò *che un n.° primo $4n+1$ in una sola maniera si decompone in due quadrati* (*Pietrob.* N. Com. T. V): che *un n.° primo $3n+1$ in una maniera soltanto riducesi ad un quadrato più un triploquadrato* (Nuo. Com. T. VIII); ottenne con belli artifizi la soluzione di alcune classi d'equazioni a due incognite de' gradi 3.° e 4.°, e ne fece l' applicazione ad un ampio num.° di casi pratici molto eleganti (Elem. d' Alg. T. II).

Nell' Algebra decise la questione su i logaritmi de' numeri negativi, propose due insigni metodi per la eliminazione di un' incognita fra due date equazioni algebriche, e stabilì con una semplice dimostrazione il teorema *Newtoniano* sulle somme delle potenze $m, m-1, \ldots$ delle risolventi di un' equazione come sopra.

La trigonometria rettilinea gli dee molti ornamenti, come, l' espressione di un arco per li seni de' suoi moltiplici, e per indefiniti prodotti di seni, di coseganti ec. Se la trigon.ª sferica vanta una regolare semplicità simbolica è sua opera (Acc. di *Pietrob.* 1779).

Spesso e lungamente egli discusse la teorica delle serie: di moltissime ne assegnò la somma, non eccettuate quelle che sono l' ordinato prodotto di due serie date: di alcune, divergenti, ne trovò i limiti; immaginò le *ipergeometriche*: perfezionò l' interpolazione, applicandoci un suo metodo per la somma; insegnò a trasformare in serie il prodotto di un numero finito o indefinito di fattori; ottenne una semplicissima espressione del termine generale nello sviluppamento di $\frac{P+Qx}{1-x\cos.\omega+x^2}$, e mostrò come gli esponenziali si decompongano in fattori.

La sola teorica delle linee e delle superficie curve basterebbe per rendere il suo nome immortale. Analizzando l' equazione del 2.° grado in x, y, scoprì l' indole e le proprietà delle curve algebriche; quelle degli ordini superiori divise in generi e specie: trattò con un simil metodo le superficie riferendone i punti a tre piani coordinati, rettangolari fra di loro, e lasciò ai posteri i fondamenti di un grandioso edifizio.

Gli spetta pure (*Pietrob.* 1768) la prima idea e l'analisi della curva *ipergeometrica* $y=1.2.3...x$.

Nel 1744 comparve la grand' opera intitolata *Methodus inveniendi lin. cur. max. minimivi propr. gaudentes*, ove con nuova estensione ed inaspettata eleganza soddisfece al celebre problema *isoperimetrico*: successero le memorie sul problema relativo alle *trajettorie*, sulle curve suscettive di quadratura e su quelle che possono rettificarsi congiuntamente: contemplò le curve rettificabili sopra una data superficie, rintracciò le curve simili alle loro sviluppate, nè lasciò senza notabile incremento le superficie che diconsi *equivalenti*.

Chiunque considera i suoi progressi nel Calc. Infin.[le] (*Instit. Calc. Differ. et Integr.* vol. 5 in 4.°) resta maravigliato ch' essi appartengano a quello stesso ingegno, che tanto cammino avea percorso in tutte le altre diramazioni della Matematica.

Lo sviluppamento di $d^m \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}$; la ricerca de' coefficenti numerici di $\Sigma a^x y$; una formola ricavata dal Calc. Diff. per la somma delle serie; i metodi per l' integrazione approssimata; l' espressione in serie di $(1+m\cos.x)^n$; i delineamenti di un metodo per integrare l' equazioni differenziali mediante un idoneo fattore, d' onde tentò derivare l' inverso: *dato il fattore trovar l' equazione per esso integrabile*, sono indagini di sommo pregio, che preparano all' ammirazione delle susseguenti, quali sono: la prima idea sulle condizioni d' integrabilità per l' equazioni differenziali: un saggio sugli integrali particolari: il calcolo dell' equazioni affette da differenziali parziali (Acc. di *Pietrob.* 1762), di cui concepì la teorica e l' algoritmo, completando la prima col singolar concetto delle funzioni arbitrarie, anche irregolari e discontinue, e con le più scelte applicazioni fisico-matematiche.

Egl' integrò per es. l' equazioni differenziali parziali del 1.° ordine fra tre variabili, e propose ingegnosi tentativi pel 2.° ordine, ora rintracciando varie classi di equazioni integrabili, ora soddisfacendo alla proposta con un' equazione primitiva: illustrò ed estese la dottrina degl' integrali *definiti*, dove merita osservazione

$\int \frac{d\mu}{\sqrt{-l.\mu}} = \sqrt{\pi}$ tra $\mu=0$ e $\mu=1$ (*a*); l' applicazione fattane alla risoluzione dell' equazioni differenziali fra due variabili, e la determinazione di quelli che corrispondono ad una data equazione differenziale: richiamò gl' integrali *sommatorj* ai principj del Calc. Integr. e n' espresse il valore per serie: trattò il Calcolo delle *Variazioni* come un ramo del Calc. Infin.[le], e sparse di nuova luce quello delle *differenze miste*, applicandolo a scelte quistioni geometriche.

Sino agli estremi momenti della vita, non ostante la cecità, si occupò con tale ardore negli studj analitici, che ben cento sue memorie manuscritte restarono in deposito presso l' I. Accad. di *Pietroburgo*; memorie a cui fa d' uopo unire, come l' ultimo addio di quel grand' Uomo, la

(*a*) *Ferroni* osservò (Soc. Ital. T. VII) che questo risultamento fu due volte pubblicato dall' *Eulero* e due da *Gio. Alberto* suo figlio: che il *Laplace* lo riprodusse senza citare nè l' uno nè l' altro, ricavandolo da un suo astruso metodo con grave pregiudizio della semplicità e della chiarezza; ma una censura di sì piccola importanza poteasi sopprimere, se non per altro, in contrassegno di rispetto verso un Geometra sì cospicuo.

prima orditura di un metodo, rinvenuta dal figlio *Gio. Alberto* sopra una lavagna, ove si riduce a calcolo l'innalzamento de' globi aereostatici (Acc. di *Parigi* 1781) (*a*); argomento spettante alla Matematica mista, e che ci rammenta le sublimi sue opere sulla *Meccanica* (2 vol. in 4.°), la *Teoria del moto de' corpi solidi e rigidi* in 4.°, la *Scienza Navale* (2 vol. in 4.°), la *Teorica sulla costruzione ed il maneggio de' bastimenti*, l'*Ottica* e l'*Astronomia*, scienze, l'ultima delle quali gli diede occasione di riportare triplice premio dalla R. Accademia di *Parigi*, il primo nel 1748 per la *teoria de' moti di Giove e di Saturno*; il secondo, di doppio valore, nel 1752 per lo stesso argomento; il terzo, doppio anch'esso, nel 1756, meritato con una dissertazione sulle *perturbazioni che i pianeti producono nel moto della terra*.

Per riguardo all'*Ottica* basti accennare le quattro sue memorie su i cannocchiali acromatici (*Berl.* 1747-53-57) e l'esimio suo libro *Diottrico* (*Pietrob.* 1773). La seconda delle anzidette memorie ha per oggetto *la legge di rifrazione de' raggi di color diverso*.

Le opere astronomiche sono:

Theoria motus Lunae: vol. 1. in 4.°

Theoria motuum Lunae: 1 vol. in 4.° doppio del precedente.

Tabulae Lunares: 1 vol. in 8.°

Theoria motuum planetarum et cometarum: vol. 1 in 4.°

(*a*) *Lorsqu'il fut surpris par la mort, la planche noire sur la quelle il écrivoit avec de la craie, etoit chargée de ces calculs, les derniers qui aient été fait par ce grand homme*: luo. cit. p. 264.

È degna di eterna rimembranza la nobil gara con cui l'*Eulero* e *Daniele Bernoulli* lungamente si occuparono intorno ai più difficili problemi fisico-matematici, come la teorica delle lame sonore, il moto di un corpo sottoposto ad una collisione eccentrica, le oscillazioni di una catena sospesa verticalmente, ec.

Riccati Conte *Giordano*, figlio del Conte *Jacopo*, *Trevisano*. N. nel 1709 e visse anni 81.

Scrisse dottamente sull'*Acustica*, trattò delle massime figure *isoperimetre*, delle strutture architettoniche, delle scale ellittiche, della figura e dello sfiancamento degli archi, delle forze elastiche, della tensione delle funi, del *contrappunto*, ec.

Castiglione (altrimenti *Salvenini*) *Gio. Francesco* di *Castiglione Fiorentino*. N. nel 1709 e visse anni 82.

Fu professore di Matematiche in *Utrecht*, poi nella R. Scuola d'Artiglieria in *Berlino*, e nel 1787 successe al *Lagrangia* come Direttore della classe Matematica di quella R. Accademia. Pubblicò un bel comento sull'Aritm. Univ. del *Newton*: 2. vol. in 4.° 1761; espose in due memorie (Accad. di Berlino) la storia delle ricerche, fatte per dimostrare il postulato V della Geometria di *Euclide*, e diede una difficile soluzione sintetica del problema. *Inscrivere nel circolo un trigono rettilineo, i cui lati passino, prolungandoli, per tre respettivi punti dati*.

Suardi Conte *N.* di *Brescia*. N. verso il 1710.

Si dimostrò abilissimo geometra nelle sue *Osservazioni sopra alc. polig. rettil.* (*Bresc.* 1752) e ne' *Trattenimenti Matematici* (Luo. cit. 1764.)

Simpson Tommaso di *Bosworth*. N. nel 1710 e visse anni 51.

Professò le Matematiche nella Scuola Militare di *Woolwich*, e si segnalò con un *Nuovo trattato delle Fluss.* applicate alla Fisica ed all'Astronomia (1737), riprodotto ed accresciuto nel 1750; più ancora co' suoi Opuscoli (vol 3 in 8.°) che contengono 37 memorie, per la maggior parte astronomiche, e co' seguenti libri molto pregevoli, che non sappiamo se sieno stati tradotti:

I. *Essays on several and useful subjects in speculative and mixed Mathematicks* ec. *London* 1740 in 4.° Evvi una breve memoria - *A new method for the solution of equations in numbers*, dove si dà una regola per accostarsi prontamente al valore dell'incognita di un'equazione qualunque, anche irrazionale o trascendente: ed una seconda regola onde ottener lo stesso senza procedere alla eliminazione, quando si hanno due equazioni con due incognite; regole che il *Pessuti* dimostrò coi principj differenziali applicati ad una curva, ed il *Lagrangia* ritrovò mediante il teorema del *Taylor* (*Traité des éq. numér. Note* 9.ᵉ).

II. *Mathematical Dissertations*:

III. *Mathematical Essays*: IV. *Miscellan. Tracts*:

V. *The Doctrine of Annuities and Reversions*: *London* 1742.

Boscovich P. *Ruggiero*, Gesuita, di *Ragusi*. N. nel 1711 e visse anni 76.

Ingegno profondo e nato alle cose astruse: professò per dieci anni le Matematiche nell'università di *Parigi*, ed in seguito ebbe in quella capitale la direzione dell'*Ottica* e della *Marina* con l'annua pensione di 8000 franchi.

Le sue opere, tutte molto pregevoli, sono:

I. *Elementi di Aritmetica*, *Geometria ed Algebra*:

II. Un *Trattato geometrico di Trigonometria sferica*;

III. Un *Trattato sintetico delle Sezioni Coniche*:

IV. Un *Trattato della Logistica*, *e della Cicloide*:

V. *Voyage Astron. et Géogr. dans l'état de l'Eglise ec.*

VI. Una grand' *opera sull' Ottica e l' Astronomia*. (vol. 5 in 4.°). Pubblicò anche un bel libro sui turbini, descrisse il suo viaggio da *Vienna* a *Costantinopoli*, diede un insigne metodo per calcolare il moto delle comete, e scrisse varie dissertazioni teorico-pratiche, relative ad imprese idrauliche molto difficili e d'alto rilievo.

Jacquier P. *Francesco* (dell'Ord. de'Minimi) di *Vitry le-Français*. N. nel 1711 e visse anni 77.

Professò la Fisica nell'università di *Torino*; poi la Fisica Sperimentale ed in seguito la Matematica nel *Collegio Romano* (Roma): manifestò uno straordinario valor geometrico ne'Comenti sull'opera de' *Principj Matematici* del *Newton*, e comparve analista negli *Elementi del Calcolo Integrale* (vol. 2 in 4.° Parma 1768), scritti che compose insieme col P. *Le Seur* suo collega.

Tommasini Jacopo di *Seravezza*. N. nel 1711 e visse anni 79.

Era professore di Matematica Sublime in *Pisa* quando pubblicò un ampio corso di Algebra, fregiato di molti ornamenti e novità - *Introductio in Algebram*. *Lucae* (vol. 2 in 8.° an. 1784) e poi un'eccellente Trattato geometrico de' massimi e minimi: *De Max. et Min. ad Instit. Geom. accomodatis Specimen*. *Lucae* (vol. 1 in 8.° anno 1774.)

Pingré Alessandro di *Parigi*. N. nel 1711 e visse anni 85.

Ha lasciata bella rimembranza del suo sapere astronomico in un *Trattato Storico e Teorico delle Comete*: (vol. 2 in 4.°)

Gua De Malves, della *Linguadoca*. N. nel 1712 e visse anni 74.

Pubblicò un' opera intitolata – *Usage de l'Analyse de Descartes* ec. e dimostrò la regola *Cartesiana* per riconoscere il segno delle risolventi di un' equazione, che le abbia tutte reali (Acc. di *Parigi* 1741).

Juan Giorgio di *Oriuela* nella Provincia di *Valenza* nella *Spagna*. N. nel 1712 e visse anni 62.

Diede nuova estensione e raffinamento alla *Meccanica* ed alla *Scienza Navale* nell' *Examen Maritimo* ec. vol. 2 in 4.°: opera illustre, di cui son ragguardevoli anche gli errori, che molto hanno giovato ad affrettare la definitiva investigazione di varie formole.

Kaenig Samuele di *Berna*, nato in *Buedingen*. N. nel 1712 e visse anni 45.

Fu corrispondente della R. Accademia delle Scienze di *Parigi*, e sostenne una fiera disputa col *Maupertuis*, cui pretese negare ogni titolo all' invenzione del principio *della minima azione*, per attribuirlo al *Leibnitz*.

Clairaut Allessio di *Parigi*. N. nel 1715 e visse anni 52.

Si annunziò geometra sin dalla prima giovinezza con un elegante saggio *Sulle curve di doppia curvatura*; scoprì le *soluzioni particolari*, ravvisate nello stesso tempo dall' *Eulero*; scrisse profondamente *sulla Figura della Terra*, di cui misurò co' Geometri *Maupertuis*, *Camus* e *Monnier* un grado presso *Tornèo* in *Lapponia*, e adornò gli Atti della R. Accademia *Parigina* di

molte memorie, fra le quali meritano particolar menzione quelle su i cannocchiali acromatici, pubblicate ne' respettivi anni 1756, 57, 61; e l' altra sull' equilibrio idrostatico, da lui espresso con tre equazioni differenziali parziali, ricavate dal seguente principio di sua invenzione: *Per l'equilibrio di un fluido si richiede che le forze le quali animano le parti comprese in un canale rientrante, od esteso fino alla superficie, si elidano*: principio che per altro dee riguardarsi come una conseguenza di quello *della eguaglianza della pressione fatta su ciascuna particella in tutte le direzioni*.

Lacaille Ab. *Nicolao* di *Rumigny*. N. nel 1713 e visse anni 49.

Dotto geometra, professore nel Collegio *Mazzarino*, infaticabile osservatore de' fenomeni celesti, e singolarmente benemerito dell' *Astronomia*. Gli si dee l' esatto catalogo di 9800 stelle tra 'l polo australe ed il tropico dello stesso nome, osservate al Capo di *Buona Speranza*; la lunghezza del pendolo oscillante in un minuto secondo; l' accurata misura della parallasse della Luna, di Venere e di Marte, mediante il confronto dell' altezza meridiana da lui determinata al *Capo*, con quella che risultò dalle osservazioni del *Lalande* in *Berlino* e di altri; la formazione di eccellenti tavole del Sole; la valutazione di un grado del meridiano terrestre alla media latitudine australe di 37.°,0093; la longitudine del *Capo di Buona Speranza*, l' altezza del polo corrispondente al sito delle sue osservazioni australi; il perfezionamento della teorica relativa alla rifrazione astronomica ec. ec. Negli anni 1739 e 40 ricalcolò per ordine del Governo, insieme col figlio di Giacomo Cassini l' arco del meridiano fra *Colioure* e *Dunkerque*.

Cassini de Thury, figlio di *Giacomo*, di *Parigi*. N. nel 1714 e visse anni 70.

Insieme col *Lacaille* rettificò la misura di un arco del meridiano, meno felicemente determinata dal suo avo *Gio. Domenico*: ebbe il nobile coraggio di annunziare col consenso di suo padre, alla R. Accademia *Francese*, che si erano insinuati alcuni errori nelle operazioni spettanti a quell' intrapresa, e dichiarò che i nuovi risultamenti combinavano con quelli ottenuti dal *Maupertuis* e dal *Clairaut*, per provare la compressione della terra verso il polo artico. Veggasi *la Merid. dell' Osservatorio R. Verificata*.

Ximenes P. *Leonardo*, Gesuita, di *Trapani*. N. nel 1716 e visse anni 70.

Fu Matematico di S. A. R. il Granduca di Toscana, dottissimo idraulico, abile astronomo, sommo ingegnere, socio delle RR. Accad. di *Parigi*, di *Pietroburgo* ec.

Fra le molte produzioni del suo ingegno risplendono *Le Nuove Sper. Idraul. ne' canali e ne' fiumi*: il *Trattato delle Resistenze* e gli *Opuscoli Idraulici*. Il Ponte a *Sestafone*, che sorge minaccioso fra gli orrori di nude balze, mentre ricorda i monumenti del *Greco* valore e della *Romana* magnificenza, attesta l' alto sapere di lui che ne disegnò le forme e ne diresse la costruzione.

Waring Odoardo della Contea di *Shorp* in *Inghilterra*. Morì professore *Lucasiano* nel 1798.

Si hanno tre sue dotte opere: *Le Miscell. Analit.*, un *Trattato delle propr. delle curve algebr.* e le *Meditaz. Analitiche*.

Di *Fagnano*, *Gio. Francesco*, March. di S. *Onorio* ed Arcidiacono, figlio del Conte *Giulio*:

Diè prova d' alto ingegno e di somma dottrina, sì nella Scienza geometrica che nel Calcolo superiore, pubblicando molte memorie pregevolissime negli *Atti* di *Lipsia*. Basti accennare le seguenti:

Demonstrat. Theorematis ec. *Lips.* 1762.

Integrat. quarumd. quantit. differential. quae orig. hab. a lineis quae ad circul. referuntur – *Lips.* 1766.

Nova arcuum parab. Apollon. et hyperb. mensura – *Lips.* 1767.

Commentatio ad theor. paternum (del Conte *Giulio*): *De arcuum section. conic., aliar. curvar. inter se comparat.*, (Lips. 1770) – memorie due profondissime.

De Infinit. aequat. resolut., quarum rad. sub for. Cardan. ec. (*Lips.* an. cit.)

Porismata Euclidea (n.° 5., accennati dal *Fermat*) *demonstrata* (*Lips.* 1772).

De Polyg. regular. circ. inscriptor. proprietat. Reduct. quarumd. aequat. different. 2.ⁱ gr. (*Lips.* 1773).

Reductio function. trascendental. quae a circ. petuntur ec. (*Lips.* 1774).

Probl. quaedam ad meth. max. et min. spectantia – mem. due per gli anni 1775 e 76.

Varia ad Ellipsim spectantia – *Lips.* 1776.

D' Alembert Giovanni di *Parigi* (a). N. nel 1717 e visse anni 66.

Il primo tra' geometri Francesi: *uomo eccellente, amico tenero e compassionevole, benefattore generoso* (Bossut *Saggio* ec.).

(a) Figlio naturale di Mad. *Tencin*, e del Cav. La *Touche*, poi Ministro alla Corte di *Prussia*. Fu allevato dalla moglie di un vetrajo, con la quale, compita la sua educazione nel Collegio *Mazzarino*, affettuosamente convisse per lo spazio di anni 30.

L' invidia, che a stento gli perdonava la sua superiorità nelle scienze esatte, rivolse tutte le armi contro i suoi lavori letterarj, che non erano senza difetti, e tutti raccolse i colori per dipingerlo imprudente, altero, intollerante...

Perseguitò in ogni occasione, anche presso *Federigo* II, i Gesuiti, e quel Re *plus philosophe que lui, fut quelques fois obligé de lui prêcher l'indulgence et la modération* (Diction. Univ. Hist. Crit. et Bibliogr. 9.ª édit. Paris 1810).

Ridusse le quantità immaginarie alla forma $a \pm b\sqrt{-1}$, diede un eccellente metodo per la eliminazione delle incognite dall' equazioni algebriche, promosse il calcolo dell' equazioni a differenziali parziali, al cui completo integrale dimostrò necessaria una funzione arbitraria: insegnò ad integrare congiuntamente più equazioni del 1.° ordine, e propose un metodo per l' equazioni *lineari* dell' ordine predetto; estese ed applicò nella sua *Dinamica* e nella *Idrodinamica*, anche a nuovi problemi molto difficili, l' insigne principio di cui *Giacomo Bernoulli* si valse per risolvere il problema sul *centro d' oscillazione*: diede prova di raro ingegno nel libro sulla *causa generale de' venti*, scritto giovanile, ma coronato dall' Accad. di *Berlino*, e la cui dedica a *Federigo* II gli meritò l' annua pensione di 1200 lire (raddoppiata da *Luigi* XIV nel 1756); si dimostrò sommo nel *Saggio sulla resistenza de' fluidi*, e nelle *Ricerche spettanti al sistema del mondo ed alla precessione degli equinozj*, e nuovi titoli si procacciò all' universale stima con l' aurea sua prefazione all' Enciclopedia, e con parecchie memorie, alcune delle quali adornano i suoi *Opuscoli Matematici* (vol. 8 in 8.°) e gli Atti della R. Accad. di *Parigi*, fra le quali memorie si

debbono singolarmente apprezzar quelle, che si riferiscono ai cannocchiali *acromatici* (Acc. di *Parigi* 1765). Ecco un breve prospetto della *Dinamica* (*Paris* 1743).

L' *inerzia*, le proprietà del moto uniforme ed accelerato, l' indole e la ragione delle forze acceleratrici, sono gli oggetti del primo capitolo: al moto composto ed al curvilineo succede nel secondo un tenuissimo saggio sulle *forze centrali*: il terzo presenta la teorica del moto distrutto o modificato dagli ostacoli, e *tacitamente* vi si riproduce il teorema del *Galilei*: *che un corpo non perde velocità percorrendo un arco, il cui primo elemento abbia per tangente la rettilinea direzione del corpo stesso* (a). L' equilibrio fra due o più corpi che si collidono, o si tirano tra loro per mezzo di fili, verghe o leve, dà compimento, non meno semplice che adequato, alla Parte I.

I moti comunicati a più corpi insiem connessi, possono riguardarsi come composti di quelli ch' essi concepiscono e di altri che rimangono distrutti: questi ultimi sono dunque tali, che soli lascerebbero il sistema in equilibrio.

Mediante questo general principio (in altra guisa enunciato) si scoprono nel 2.° Cap. le proprietà meccaniche del centro di gravità, e se ne fa nel 3.° l' applicazione a 14 problemi, il primo de' quali è diretto a determinare il centro di oscillazione; il secondo assegna la curva percorsa da un corpo scorrente lungo una retta, la quale descriva un circolo orizzontale, e

(a) Lo stesso silenzio è religiosamente osservato dal *Bossut* nel suo Tratt. d' Idrodin. vol. 2.° §. 639.

porti nella periferia un corpo, or libero or soggetto a scorrere sopra una curva: nel terzo si suppone un corpo *A* che scivola sulla concavità di un arco, e fatta l' ipotesi che sia costretto ad inalzarne un altro, pendulo e seco unito con un filo che passa per una carrucola, collocata sulla sommità dell' arco stesso, cercasi la velocità di ciascuno: nel quarto probl. il corpo *A* è spinto da una forza acceleratrice tra le pareti di una scanalatura curvilinea, e trae due corpi *B*, *C*, seco uniti con due verghe inflessibili, e vuolsi la velocità del corpo *A*, come pure la curva descritta da *B* e *C*: si rintraccia nel problema 5.° la durata delle oscillazioni di un filo aggravato da due o più pesi, che sia rimosso di una quantità infinitesima dalla verticale, e si appurano le condizioni perchè i corpi giungano nel tempo stesso alla verticale: dopo un 6.° problema, relativo alla velocità di un grave oscillante, cercasi che debba avvenire ad un corpo, situato in guisa sopra un piano orizzontale, che la direzione del suo centro di gravità cada fuori della base, ed il risultamento è, che qualora la direzione cada verso la destra, il corpo dee rotare a destra e scivolare a sinistra: il problema 8.° contempla il moto di due corpi spinti comunque, uno de' quali è aderente ad un filo di data lunghezza, fermato in uno degli estremi sopra un piano orizzontale, mentre l' altro corpo ha la libertà di scorrere lungo il filo stesso. Seguono sei problemi sulla collisione de' corpi liberi, o ritenuti da verghe o fili, ed in ultimo si discute il principio *della conservazione delle forze vive*. La metafisica eleganza e l' uniformità del metodo, come pure una magistrale finezza analitica, sono i pregi che adornano la *Dinamica* ed anche l' *Idrodinamica* del

D' Alembert, ma il difficil lusso delle complicate formole ivi esposte, dovette cedere all' aurea semplicità e generale estensione di quelle, che *Leon. Eulero* dedusse dalle leggi dell' equilibrio (Accad. di *Berl.* 1755).

La difficulté de determiner les forces qui doivent être détruites, ainsi que les lois de l'equilibre entre ces forces, rend souvent l'application du principe de D'Alembert embarassante et penible; et les solutions qui en resultent sont presque toujours plus compliquées, que si elles etoient déduites de principes moins simples et moins directs, comme on peut s'en convaincre par la seconde partie du même Traité de Dynamique. (Lagrange — Mécan. Analyt. T. I p. 239). Il principio adoperato dall' *Eulero*, e senza ragione attribuito al *D'Alembert*, consiste nel concepire l' equilibrio tra le forze ed i moti da esse generati, presi in senso contrario.

Agnesi Maria Gaetana di *Milano*. N. nel 1718 e visse an. 81.

Emula d' *Ipazia* professò con applauso le Matematiche nell' università di *Bologna*, dove successe a suo padre. Le sue *Istituz. Analit.* encomiate dall' Accad. di *Parigi* e dal Segretario *Fouchy* (l' an 1749), furono tradotte in Francia ed in Inghilterra; molto pur piacque il suo *Tratt. del Calc. Diff. e Integrale*, e sì l' uno che l' altro sempre saranno uno splendido monumento del femminil valore. Per accennare uno de' molti pregi che adornano la seconda delle predette opere, osserviamo che la subordinazione degl' infinitesimi vi è felicemente dedotta da eleganti considerazioni geometriche.

Sigorgne Ab. *Pietro* di *Rambecourt-aux-Boix* nella *Lorena*. N. nel 1719 e visse anni 90.

È rinomato per le sue *Istituzioni Newtoniane*, opera profonda, divisa in due tomi, il 1.° de' quali tratta *della resistenza de' mezzi*; *dell' attrazione*, dove delle sue leggi e della sua combinazione col moto di projezione; *del moto nel circolo e nelle sezioni coniche*, provato con la geometria e dilucidato con riflessioni metafisiche. *La spiegazione del moto de' principali pianeti* è l' 8.° ed ultimo capitolo.

Nel 2.° tomo contemplasi *la figura della terra e degli astri*; *il moto della Luna e degli altri satelliti*: si esaminano *gli effetti che la Luna produce sulla terra*, e segnatamente *la precessione degli equinozj e la marèa*. La teorica *dell' attrazione nelle minime distanze* è il soggetto del Cap. 5.° e serve a spiegare nel 6.° *l' ascensione de' fluidi ne' tubi capillari*, nel 7.° alcuni *principali fenomeni della luce*.

Kaestner Abramo di *Lipsia*. N. nel 1719 e visse anni 81.

Professò con applauso le Matematiche nell'università di *Gottinga*, applicò la teoria dell' equazioni a differenze miste a varj problemi geometrici (Atti di *Lipsia* 1746-47) e scrisse la *Gnomonica Universalis Analytica* (*Lipsia* vol I in 4.° 1754).

Landen Gio. di *Northampton*. N. nel 1719 e visse anni 71.

Sono dotte e profonde le sue *Lucubrationes Mathematicae*. Le sue memorie, oltre quelle inserite nelle *Trans. Filos.*, occupano due vol. in 4.° Pubblicò altresì un opuscolo molto ingegnoso (*The Residual Analysis*), nel quale con metodo puramente algebrico derivò le principali regole del Calcolo Differ. Suo scopo si è di sviluppare $\frac{f.x'-f.x}{x'-x}$ ... (*a*) per fare nel quoziente, quando

più non presenti alcun segno del divisore, $x'=x$; concetto che offre in altra guisa l' idea del limite nella ragione di dx a $d.f.x$ (*b*).

Krafft Giano di *Fridericshall* nella *Norvegia*. N. nel 1720 e visse anni 45.

Fu Professore di Matematica nell' Accad. di *Soroe* nella *Selanda*, diede più memorie alla R. Accad. di *Copenhaghen*, e pubblicò varie altre disquisizioni.

Casali Gregorio di *Bologna*. N. nel 1720 e visse anni 82.

Discusse profondamente negli Atti dell' Istit. di *Bologna*, le relazioni fra i poliedri regolari successivamente inscritti, e pubblicò nei citati Atti tre altre memorie assai pregevoli, il cui titolo è - *De Coclea* - *De Conicar. Section. Focis* - Mem. 1.ª e 2.ª

Mayer Tobia di *Marspach* nel Ducato di *Wirtemberg*. N. nel 1723 e visse anni 39.

Celebre astronomo le cui principali opere sono: *L'Atlante Matematico*: *Nuova maniera generale di risolvere i problemi di Geom.*, ed otto memorie negli Atti dell' Accad. di *Gottinga*, nella cui università fu professore.

Bonati Cav.ʳ *Teodoro* di *Ferrara*. N. nel 1724 e visse anni 96.

Idraulico ragguardevole, che illustrò la scienza con molte sperienze e con parecchie memorie

(*a*) *Poisson* ha completamente dimostrato, che qualunque funzione $f(x+h)$ può svilupparsi secondo le potenze intiere e positive di h.

(*b*) *Binet*, profess. nel Lic. di *Rennes*, ha provato che il limite della funzione esiste.

pregevolissime. Quelle inserite negli Atti della Soc. Ital. sono:

I *Saggio di una nuova teoria del movimento dell' acque de' fiumi, e nuovo metodo per trovare con l' esper. la quantità dell' acqua corr. per un fiume* (Soc. Ital. T. II).

II *Della veloc. dell' acqua per un foro nel fondo di un vaso, che abbia uno o più diafram.* (Soc. Ital. T. V).

III *Sulla nat. delle rad. dell' equaz. letter. de' gr. 5.° e 6.°, e nuo. met. per le rad. pross. dell'equaz. num. di qual. gr.* (Soc. Ital. T. VIII).

IV *Osservazioni potamolog.* (Soc. Ital. T. XI).

V *Rifless. crit. su i nuovi princ. idraul. del Bernard.* (Soc. Ital. T. XV).

D'Arcy Patrizio, di *Galloway* nell'*Irlanda*. N. nel 1725 e visse anni 74.

Acquistò nome con un trattato di *Balistica* e di *Meccanica Razionale*. Sembra che gli spetti l'idea del principio che ha per titolo: *conservazione de' momenti di rotazione* (Accad. di Parigi 1747), argomento contemplato l'anno antec. da *Leon. Eulero* e da *Daniele Bernoulli*.

Montucla Gio. Stefano di *Lione*. N. nel 1725 e visse anni 74.

Si rese benemerito delle scienze esatte con la erudita Storia che ne scrisse, e perciò non può negarglisi particolar menzione onorevole in un libro che si aggira sullo stesso argomento.

Malanderhielm Daniele Svedese. N. nel 1726 e visse anni 84.

Successe allo *Stroemer* nella cattedra di Astronomia in *Upsal*, misurò un grado del meridiano in *Lapponia*, ed in contemplazione del suo merito fu dichiarato nobile e decorato dell' ordine della *Stella Polare*. Fra le varie opere molto pregevoli che diede alla luce, notiamo quella *De Nat. et Verit. Meth. Fluxionum*.

Frisi P. Paolo (dell'Ord. de' Chier. Regol. di S. *Paolo*) di *Milano*. N. nel 1727 e visse anni 57.

Fu illustre matematico, idraulico ed astronomo. La *Cosmografia Universale* è la primaria sua opera: le altre sono, per quanto ci ricordiamo:

Istituz. di Meccan. Idrom. ec. vol. 1 in 4.°

De Gravit. corpor. universali – vol. 1 in 4.°

Dissertationum Variarum vol. 1. in 4.°

Maniera di regolare i fiumi ed i torrenti lib. III.

Alcune *Relazioni idrauliche*, gli elogi del *Galilei*, del *Newton* e di *Tito Pomponio Attico*, e tre opuscoli scientifici, dove non mancano motivi di lodare l' erudizione, la vivacità e l' ingegno dello Scrittore.

L'Imperiale Accademia di *Pietroburgo* premiò una sua memoria astronomica, e fece stampare nel 1755 col suo suffragio quella *intorno alla natura, al moto ed ai fenomeni dell' etere*. La R. Accademia di *Berlino* e quella di *Parigi* diedero il premio alle rispettive sue dissertazioni: *sulla precessione degli equinozj, sulla nutazione dell' asse terrestre* ec. (anno 1756): *sull' atmosfera de' corpi celesti* (anno 1758.)

Ciò che scrisse nell' *Architett. Statica* Cap. IV contro le formole proposte dal P. *Giannella* per ridurre a calcolo la tensione delle funi, fu sì mal ponderato, che appena merita compatimento. Veggasi *Cossali* sulla tensione delle funi.

Lambert Gio. Enrico di *Mulhausen* nell' *Alsazia*. N. nel 1728 e visse anni 49.

Oltre le memorie negli Atti delle Accademie di *Berlino*, *Basilea e Monaco*, si hanno di lui almeno sei opuscoli molto pregevoli:

La Prospettiva: Zurigo 1758.

Proprietà del cammino percorso dalla luce: Aja 1759.

Fotometria: Augusta 1760.

Sull' orbita delle comete: Augusta 1761.

Opuscoli Matematici.

Beytrage zur anwendung der reinen Mathem: Berlino 1770, cioè Supplemento all'applicazione delle Matematiche pure: vol. 1 in 8.°

Fra le sue memorie merita di essere osservata, come un oggetto di piacevole curiosità, quella ove costruisce e misura varie specie di *arbeli*, ricavati dal circolo (Atti *Elvetici* T. III), ed il metodo che propone pel calcolo del novilunio e del plenilunio.

Bougainville Luigi Antonio di *Parigi*. N. nel 1729 e visse anni 82.

Militare illustre, celebre navigatore, abilissimo matematico, autore di un pregevole *Trattato del Calcolo Integrale*, vol. 2 in 4.° *Parigi* 1752 - 56, destinato a compiere insieme col Calcolo Differenziale del *De l'Hôpital*, un ampio corso di Calcolo Infinitesimale.

Bezout Stefano di *Nemours*. N. nel 1730 e visse anni 53.

Acquistò fama col suo nitido corso di *Meccanica* e *Nautica*, con la *Teoria generale dell' Equazioni Algebriche*, vol. 1 in 4.°, e più ancora con una profonda memoria sulla eliminazione delle incognite dall' equazioni di cui sopra.

Slop Giuseppe di *Cadenberg*. N. verso il 1730 e visse circa anni 80.

Onorò la cattedra astronomica dell' univ. *Pisana*, e noi che avemmo la sorte di ascoltare le sue lezioni, siamo in dovere di ravvivarne la rimembranza, di encomiare le amabili sue vir-

tù, e lo straordinario valore del suo ingegno, luminosamente da lui dimostrato nella prima teorica de' pianeti *Urano* e *Giunone*, nella memoria *sulla variazione nella longit. eliocentrica* ec. ed in altre indagini molto pregevoli.

Bossut Ab. Carlo di *Tartaras*, dipartim. del *Rodano* e *Loira*. N. nel 1730 e visse anni 84.

Fu professore di Matematica nella Scuola Militare di *Mezieres*, membro della R. Accad. di *Parigi*, socio di quella di *Pietroburgo* ec.

Pregiasi il suo *Trattato d' Idrodinamica* (vol. 2 in 4. Parigi 1786-87), opera elegante, ove la teorica è rischiarata con una serie di esperienze, eseguite dall' autore per ordine del Duca di *Choiseul* ministro della Guerra. Una sua memoria *Sulla miglior forma de' remi*, fu premiata dall' Accad. di *Lione* l' an. 1760; un' altra che partecipò con quella di *Gio. Alberto Eulero* il premio proposto nel 1761 dalla R. Accad. di *Parigi*, si aggira intorno *alla miglior maniera di zavorrare e caricare un bastimento* ec.: una 3.ª fu premiata dalla stessa Accad. nel susseg. anno, perchè bene avea soddisfatto al quesito - *Si les planétes se meuvent dans un milieu, dont la résistance produise quelque effet sensible sur leur moyens mouvements*. Anche l' Accad. di *Tolosa* coronò successivamente negli anni 1765-68 *le ricerche del Bossut sul moto de' fluidi ne' condotti*: e lo stesso fece nel citato anno 1765 la R. Accad. di *Parigi*, dividendo tra lui, il *Grognard*, il *Bordé*, il *De Villehuet* ed il *Gautier*, il premio assegnato a chi meglio sapesse soddisfare al seguente quesito:

Quali sono i metodi usati ne' porti per zavorrare e caricare convenevolmente le navi di tutte le grandezze e di specie differenti; quale il pe-

so e la distribuzione delle materie che in esse s' impiegano, quale l' effetto che da ciò deriva sul solco, sulle linee d' acqua, sul portamento della vela e sul maneggio del timone ec.

Benefico ed integerrimo cittadino, amico ingenuo e compiacente; elegante scrittore ed eruditissimo; geometra industre e profondo, tutte riunì le virtù e le prerogative che poteano renderlo caro e stimato dai dotti (*a*).

Malfatti Gio. Francesco di *Alla* di *Roveredo*. N. nel 1730 e visse anni 77.

Scrisse sulla *teoria degli appoggi*, ed un *Saggio di alcuni probl. numerici* (Soc. Ital. T. XII.) dove incontrasi la soluzione del seguente: *Trovare un numero il cui prodotto per un numero dato equivalga ad m quadrati*.

Diede altresì la soluzione di quest' altro: *Dato un prisma trigonale retto, ricavarne tre cilindri, alti quanto il prisma, e di tal grossezza che resti la minima quantità di materia*: evvi anche una sua bella memoria sulle *serie ricorrenti* ed una *sulla integrazione per mezzo degli archi ellittici* ec.

Lalande Giuseppe di *Bourg* nella *Bresse*. N. nel 1732 e visse anni 75.

Fu professore di Astronomia in *Parigi*, dove pubblicò un voluminoso corso di Astronomia. I suoi viaggi in Italia lo dimostrarono affatto privo di gusto e di criterio.

Borda Gio. Carlo di *Dax*. N. nel 1733 e visse anni 66.

(*a*) Noi speriamo che il saggio lettore non disapproverà la nostra rimembranza, verso que' geometri che ci hanno onorati di una costante amicizia, quali sono il *Lagrangia*, il *Monge*, il *Bossut*, *Gregorio Fontana*, il *Mascheroni*, il *Cagnoli*, il *Canterzani*, il *Pessuti* ed altri.

Le sue ricerche sulla resistenza de' fluidi, i suoi metodi per misurare la lunghezza del pendolo e la capacità de' bastimenti, come pure le tavole trigonometriche decimali, meritano la riconoscenza de' geometri. Egli si rese altresì benemerito perfezionando il circolo ripetitore di *Tobia Mayer*, ed aggiungendo nuova luce alla teorica dell' efflusso da piccolissime luci (an. 1766), a quella delle ruote idrauliche ed all' altra, di sua natura difficilissima, sulla curva de' projetti in un mezzo resistente.

Canterzani Cav. *Sebastiano* di *Bologna*. N. nel 1734 e visse anni 85.

I suoi opuscoli sulle serie e sulla formola *Cardanica*; la elementare riduzione delle quantità immaginarie alla forma $a \pm b\sqrt{-1}$: una memoria, ove con nuovo metodo insegna a determinare quando un dato elemento diviene massimo o minimo, probl. contemplato già dal Conte *Giulio Fagnani* e da *Gabriele Manfredi*; ec. dimostrano sicuro criterio e non ordinaria sagacità. Niun elogio basterebbe a descrivere le virtù di questo grand' uomo.

Daviet De Foncenex Francesco di *Thonon*, piccola città della *Savoja*. N. nel 1734 e visse anni 65.

Fu scolare del *Lagrangia* e diede alla luce tre memorie nel primo tomo delle Miscell. dell' Accad. di *Torino*, tessute sulle tracce analitiche comunicategli dal maestro, il qual volea procurargli con tal mezzo un pubblico impiego, come in fatti successe. Queste notizie furono partecipate dallo stesso *Lagrangia* nelle ultime ore della sua vita.

Zuliani. N. verso il 1734.

Illustre fisico e idraulico, prof. nell' univ. di *Padova*, autore di più memorie, delle quali una *Sull' urto di una colonna d' acqua contro una lastra*, due *in difesa de' principj idraulici contro il Bernard*, la 4.ª *Sullo sbocco de' fiumi nel mare*, doppiamente premiata dall' Imp. Accad. di *Mantova*.

Du Sejour Dionigi di *Parigi*. N. nel 1734 e visse anni 60.

Dimostrò vivace ingegno analitico nelle sue *Ricerche sulla Gnomon.*, *sulla retrogradaz. dei pian. e sugli ecclis.* vol. 1. in 8.°, nel suo *Saggio sulle comete* e specialmente nel *Tratt. de' moti appar. de' corpi celesti*: vol. 2. in 4.°. Pubblicò anche un piccol libro intitolato *Ricerche sulle curve algebriche*.

Euler Gio. Alberto, figlio di *Leonardo*, di *Pietroburgo*. N. nel 1734 e visse anni 66.

Una sua memoria *Sulla disposizione che convien dare al carico de' bastimenti*, meritò con quella del *Bossut*, il premio assegnato dalla R. Accad. di *Parigi* per l' an. 1761. Un' altra sua memoria *Sulle secolari equazioni de' pianeti* è nell' 8.° tomo di quelle, che furono premiate dalla stessa R. Accademia.

Saladini P. *Girolamo*, Can.^{co} e Cav.^{re}, di *Lucca*. N. nel 1735 e visse anni 78.

Insieme col P. *Vinc. Riccati* compose un pregiatissimo corso di *Analisi* Algebrica ed Infinit.^{le}, e scrisse eccellenti memorie fisico-matematiche, due delle quali *Sulla meridiana deviazione dei gravi*, (Soc. Ital. T. IX.) due *Sull' ascensione de' globi aereostatici*, (Soc. Ital. T. X.); una 5.ª *Sul centro di pressione nelle cateratte di figura circolare, ellittica od iperbolica*; una 6.ª *Sulla teoria delle comete* (Ist. di Bol. T. VII.) ec. Pro-

fessò le Matematiche con molto applauso sino agli ultimi anni della sua vita nell' università di *Bologna*, dove sempre fu riguardato come uno de' più illustri e benemeriti cittadini.

Vandermonde di *Parigi*. N. nel 1735 e visse anni 61.

Immaginò un adattato algoritmo per esprimere e calcolare le funzioni simmetriche, formate con la moltiplicazione di fattori equidifferenti; algoritmo il cui uso nel Calc. delle Diff.^{ze} è importante, e propose una nuova teoria delle quantità irrazionali di diversi ordini (Acc. di *Parigi* 1772): fece anche ingegnose ricerche sull' andamento del filo che forma le maglie di un lavoro a maglia.

Lorgna Cav. *Mario* di *Verona*. N. nel 1735 e visse anni 61.

Fu zelantissimo cultore e promotore delle scienze esatte, pel cui avanzamento istituì la Società Italiana, che lungamente diresse come Presidente. Le sue *Ricerche sulle serie*, i suoi *Principj di Geograf. astronom. geom.*^{ca}, la *Meccanica*, e le memorie *Sulla formola Cardanica* – *Sull' integrazione di alcune formole*, ec. mostrano alto ingegno e vasto sapere, ma siccome scritte fra le continue distrazioni della professione idraulica, lasciano talvolta desiderare un più accurato esame, talvolta miglior forma e compimento.

Le seguenti sono forse tra le migliori:

De montium altitudine. Veronæ 1762.

Sulla resistenza de' muri. Accad. di *Siena* 1763.

Opuscoli matematici. Verona 1767.

Sulla pressione dell' acqua in moto: premiata dall' Accad. di *Mantova* 1769.

Opusc. Matem. e Fisici. Verona 1770.

Memorie sull' acqua corrente. Venez. 1775.

Sul moto de' navigli a remi. (Soc. Ital.)
Sull' orig. de' vort. ne' fiumi: (ebbe l'*accessit* dall' Accad. di *Mantova*) .
Delle Funzioni Arbitrarie. *Pietrob.* 1791.

Fontana P. *Gregorio*, Scolopio, di *Villa di Nogarola* nel *Tirolo*. N. nel 1735 e visse an. 78.

Letterato insigne, matematico celebre ed autore di moltissime produzioni, ove non sappiamo se più debbasi lodare la facile venustà dello stile o la spontanea novità delle speculazioni. Il seg. registro ne contiene la massima parte:

I. *Memorie XV* negli Atti dell' Accad. di *Siena*.
II. *Opuscoli Matematici* n.° VII. *Venez.* 1765.
III. *Disquisitiones Phys. Math.* (*Ticini* 1780.)
IV. *Memorie Matematiche: Pavia* 1796.
V. *Memorie Matem.* n.° XVII (Soc. Ital.)
VI. *Memorie* come sopra n.° V. (Accad. di *Torino*) .
VII. *Memorie* come sopra n.° V. (Bibliot. Fis. d' Europa) .
VIII. *Memorie IV*. (Giorn. Fis. Med. di *Pavia*)
IX. *Una memoria spettante all' Idrodinamica*, premiata dall' Accad. di *Mantova*.
X. *Le giunte al Calc. Infinit.*le dell' Ab. *Marie*.
XI. *Le Giunte all' Idrodinamica* del *Bossut*.
XII. *Le Giunte al Saggio sulla Storia Matem.* dello stesso Autore.

Nell' opera indicata sotto il n.° III. primeggiano fra le altre, due dissertazioni *Sulla proporzione del calor solare in qualsivoglia latitudine*, argomento già trattato dall' *Halley* (*Transaz. Filos.* 1693) e da *Tommaso Simpson* (an. 1750). Vi si trova una formola esprimente la suddetta proporzione nel medesimo luogo ed in due giorni, ed una tavola che presenta la proporzione del calore diurno sotto l'equatore ed al polo.

Bailly Gio. Silvano di *Parigi*. N. nel 1736 e cadde vittima del furor democratico l'anno 1793 nell'età di an. 57. Le sue lettere sull' origine delle scienze e sull' *Atlantide*, e la *Storia dell' Astron. Ant. e Moder.* tom. 5 in 4.°, dimostrano un elegantissimo scrittore, pieno di vivacità e di dottrina, ma preoccupato da storte opinioni, molto bene confutate dal Cav. *Lambre* nella *Stor. dell' Astron. Ant.*: scrisse anche la teoria de' satelliti di Giove.

Lagrangia Giuseppe Luigi di *Torino*. N. nel 1736 e visse anni 77 e 70 giorni.

Suo padre *Giuseppe* fu *Torinese* e tesoriere del Ministero della guerra (*a*). Come il *Correggio*, alla vista di una tela di *Raffaele* conobbe d'esser pittore (*b*), così il *Lagrangia*, leggendo una memoria dell' *Halley* sulla superiorità dell'analisi (*Transaz. Filos.* 1693), sentì la forza del suo ingegno analitico, e volto allo studio del nuovo Calcolo, ben tosto si segnalò con una formola, esprimente il differenziale n^{esimo} del prodotto di due variabili, che nel vegnente anno, (23 giugno 1754), diciottesimo dell' età sua, partecipò al Conte *Fagnani*, insieme con un nuovo compendio dell'

(*a*) *La France a bien incontestablement le droit de se glorifier de l'un des plus grands génies qui aient honoré les sciences*; cioè del *Lagrangia* (nativo di Torino e figlio di un Torinese), perchè la rivoluzione sottomise *Torino* per alcuni anni alla Francia, (come Genova, Firenze, Roma); perchè scrisse in Francese (come sogliono scrivere gli Accademici di Torino e di Berlino); perchè si chiamò *Lagrange*, e sua Madre (figlia di un Medico di Cambiano) fu *Maria Teresa Gros*. Questo nuovo genere di argomentazione è del Cav. *Lambre*, Segretario perpetuo della R. Accad. di *Parigi* per la classe delle scienze.

(*b*) E' noto ch'egli proferì con trasporto quelle significanti parole *son pittore anch' io*.

algoritmo infinitesimale, dedotto dalla riunione de' teoremi del *Taylor* e di *Gio. Bernoulli*.

Nominato, sino dal predetto anno, professore di Matematiche nella R. Scuola d'Artiglieria in *Torino*, ed aggregato a quella nascente Accademia, si occupò intorno a varie ricerche fisico-chimiche e sperimentali, ed un solenne elogio del segretario D.r *Cigna* fu il premio de' primi suoi tentativi; preludio non equivoco del suo futuro valore (*a*). Il primo volume di quella R. Accademia presenta in fatti una sua memoria sulla teorica de' *massimi* e *minimi*, nell'ipotesi che gli elementi variabili sieno più di due e sottoposti ad una data legge; memoria, ove all'importanza de' criterj ed al pregio delle nuove formole, si vide succedere l'inaspettata promessa di un corso di *Meccanica*, tutta ordita con l'analisi sul fondamento di un solo principio.

Nello stesso volume ammirasi esteso con singolare semplicità il metodo del *D'Alembert*, all'integrazione dell'equazioni lineari a differenze finite; un trattato teorico-critico sulla dottrina del suono e dell'armonia, in cui vien riconosciuta insufficiente la dimostrazione *Newtoniana*; giusta la costruzione ma inesatto il metodo dell' *Eulero*; falso il concetto del *D'Alembert* sulla *continuità delle funzioni arbitrarie*, ed insussistenti le difficoltà di lui sull'isocronismo di una corda di qualsivoglia figura; meno fondata e non circoscritta ne' dovuti limiti, la teoria di *Daniele Bernoulli*; inadequata l'ipotesi delle istan-

(*a*) L'Accademia di *Torino* fu fondata nel 1759: ecco l'espressioni del Dott. *Cigna*: *ita ut clarissimus Auctor jam exploratum narrasse, potius quam novum proposuisse videatur . . , . . ut nihil in hac re desiderari posse videatur.*

tanee vibrazioni, e della dependenza de' tuoni dal numero di esse: e si stabilisce sulla vera, ma sfuggevole nozione delle minime *onde sonore* un metodo generale completissimo, che al merito di un'astrusa indagine quello congiunge di nuovi artifizi e raffinamenti analitici.

Poco dopo egli consegnò alla stessa R. Accad. un *Saggio sul Calcolo delle Variazioni*, oggetto di stupore per l'*Eulero*, che ne vide il manoscritto nel 1759. Ivi la soluzione del problema *isoperimetrico* è portata a molto maggior perfezione, e l'integrazione di sette classi di equazioni differenziali, vi è corredata di squisite applicazioni al moto de' fluidi, alle corde vibranti, alle minime oscillazioni di un sistema, alle forze centrali, alla determinazione delle orbite planetarie, e delle reciproche perturbazioni di Giove e Saturno: ed a tante e sì belle prove di valore aggiunse nell'anno 26.mo dell'età sua la celebre memoria *Sulla librazione della Luna*, premiata dalla R. Accademia di *Parigi*.

Sulla proposta del *D'Alembert*, che seppe resistere al premuroso invito di un potente Sovrano (*Federigo II*), il nostro Geometra venne proclamato nel 1766 Direttore per la Classe Matematica della R. Accad. di *Berlino*, e quanto egli fosse degno di quella cospicua destinazione lo dimostrò subito con le sue indagini sul problema delle *tautocrone*, e molto più col nuovo suo calcolo delle ineguaglianze de' satelliti di Giove: lavoro esimio, che nella corona accademica riportata in *Parigi* ricorda il *Cassini*, premiato un secolo innanzi per lo stesso argomento e dalla stessa Accademia: *incontro singolare di scoperte e di premj*; *d'ingegni meravigliosi e di Re* *fortunati* (*a*), che costituisce uno de' più gloriosi diritti dell' Italiana Geometria su i moderni progressi della *Meccanica Universale*.

Tutti i rami delle Matematiche Pure ed i più difficili delle Applicate, richiamarono ne' susseguenti anni l' attenzione del *Lagrangia*, e chiunque consideri il numero e l' importanza de' suoi lavori di tal genere, che cominciano dove l' *Eulero* trovò insuperabil confine, dee restar maravigliato, che un sol uomo abbia potuto di tanto oltrepassare in tutti i punti la sublime sfera delle scienze esatte. Chi desidera un' idea delle memorie e delle opere da lui pubblicate, vegga il metodico registro, esposto sul fine del presente articolo. Ciò che nell' angustia de' limiti a noi prescritti, possiamo soggiungere si è, che le memorie *Sulla secolare equazione della Luna* – *Sulle perturbazioni delle comete* – *Sulla teoria Lunare*, furono premiate dalla R. Accademia di *Parigi*: che quella *Sulle trascendenti ellittiche* – *La dimostrazione della invariabilità de' moti medj* e *La generale teorica della variazione delle costanti*, lo innalzarono qual Principe sopra tutti i Geometri: che la *Meccanica Analitica* è dal voto universale collocata accanto ai *Principj Matem. della Filos. Naturale*.

Se troppo talvolta cedè alle attrattive di una analisi lussureggiante: se, cercando i limiti delle risolventi di un' equazione algebrica, si disviò per impraticabil sentiero: se imbarazzò con importuno simboleggiamento il Calcolo Infinitesimale, fu sempre sommo anche nelle sue aberrazioni, ed ebbe il vanto di aver percorso senza inciampo la doppia sfera delle scienze esatte,

(*a*) *Luigi* XIV e *Federigo* II.

prerogativa ammirabile e senza esempio, che dimostrò quel sublime ingegno, temprato al rigore della più severa geometria (*Magistrini* Elog. del *Lagrangia*).

Il *Lagrangia* fu dilicato di complessione, compiacente, timido, morigerato, modesto, con l'una e l' altra consorte amoroso, melanconico, astratto, tenace delle sue opinioni, eruditissimo, infaticabile: nella gioventù passò tranquilla vita agiatissima: gustò nell' età provetta il soave piacere della benevolenza e del rispetto universale: la sua vecchiezza fu ricolma di onori e di gloria (*a*), la sua morte placidissima e simile a quieto sonno (*b*).

Soggiungiamo una breve analisi della *Statica* e dell' *Idrostatica*, riprodotte con la 2.ª edizione della *Meccanica Analitica* negli anni 1811–13: il resto, eccettuata una parte della *Dinamica*, è stato ristampato sopra un manuscritto manchevole.

Nella 1.ª sezione si scuoprono le oscure tracce, per cui l'ingegno umano si è inoltrato al defini-

(*a*) Fu membro del Senato in *Parigi*, conte, cav. della Legione d'onore ec. e socio delle più illustri Accademie, eccettuata quella di *Londra*, cui non piacquero le critiche osservazioni fatte da lui su diversi punti delle Opere *Newtoniane*. Tanto è vero che *obseqium amicos, veritas odium parit*.

(*b*) *J' ai été bien mal avant hier mes amis* (così nell' ultimo suo colloquio con *Lacépède*, *Monge e Chaptal*); *je me sentais mourir; mon corps s' affaiblissait peu-à-peu, mes facultés morales et physiques s' étaignaient insensiblement; j' observais avec plaisir la progression bien graduée de la diminution de mes forces, et j' arrivais au terme sans douleur, sans regrets et par une pente bien douce. Oh! la mort n'est pas à redouter, et lorsqu' elle vient sans douleur, c'est une derniere fonction qui n' est ni pénible ni désagréable. . . . . Je voulais mourir et j' y trouvais du plaisir; mais ma femme n' a pas voulu: j' eusse préferé en ces momens une femme moins bonne, moins empressée à ranimer mes forces, et qui m' eût laissé finir doucement.* (Inst. de France 1812. 2.ª part. p. 71-2).

tivo ritrovamento de' principj fondamentali della *Statica*: ricercasi nella 2.ª una formola esprimente l'equilibrio di un sistema di forze, e vi s'insegna la maniera di profittarne, anche nell'ipotesi che alcuni de' punti cui le forze sono applicate, debbano muoversi sopra una linea o sopra una superficie data: la sezione 3.ª mostra come dalla prec. formola si derivino le generali proprietà dell'equilibrio, tanto pel moto di *traslazione* che per quello di *rotazione*: ivi la composizione de' moti rotatorj intorno a diversi assi, e la teorica de' momenti relativi ai medesimi: ivi le proprietà dell'equilibrio riferito al centro di gravità ed ai massimi e minimi. La sezione 4.ª ha per oggetto di rendere più semplice e generale l'applicazione della formola esposta nella 2.ª sezione, mediante l'uso di un nuovo metodo, detto *de' moltiplicatori*; di adattare le ottenute formole all'equilibrio di un corpo di qualunque figura, e di far vedere ch'esse, così modificate, risolvono un problema di *massimo* o *minimo*.

La formola dell'equilibrio per un sistema di forze vien' applicata nella sezione 5.ª a parecchi problemi generali e sono:

L'equilibrio di un corpo libero, sollecitato da più forze, espresse con altrettante linee rette, il cui estremo si suppone dato nello spazio: quivi il teorema del *Leibnitz*.

L'equilibrio di un corpo spinto come sopra, qualora sia obbligato a muoversi sopra una linea od in una superficie curva; la composizione e decomposizione delle forze, applicata all'attrazione di una sferoide poco diversa da una sfera, la cui distanza dal punto attratto sia molto grande relativamente a' suoi assi; l'equilibrio di più forze, applicate ad un sistema di punti connessi

con un filo od una verga, l'uno e l'altra inestensibile ed inflessibile, o flessibile ed elastica: dove si considera il caso che i corpi sieno tre, e quello di mezzo possa scorrere sul filo: segue l'equilibrio di un filo come sopra, e si contemplano le ipotesi, 1.° che sia fermato in un estremo, ovvero in entrambi: 2.° che questi sieno aderenti all'estremità di un vette, mobile intorno ad un punto fisso: 3.° che debbano scorrere sopra una linea o superficie curva: 4.° che tutto il filo debba giacere sopra una data superficie curva: in quest'ultimo caso la lunghezza del filo è un massimo od un minimo, purchè le forze agiscano soltanto ne' suoi estremi.

Si dà compimento alla Statica sostituendo al filo una data superficie curva, dotata delle proprietà indicate, ed in modo speciale soddisfassi al probl. della lamina elastica.

La storia de' progressi fatti da' geometri relativamente alle nozioni fondamentali dell'Idrostatica, apre l'ingresso a questa scienza, che divisa in due sezioni, abbraccia la discussione:

I. Dell' equilibrio di un fluido incompressibile, dedotto dall' estrema mobilità delle sue parti, equilibrio che vien considerato per riguardo alle pareti di un canale strettissimo, a quelle di un vase qualunque che lo contenga, e relativamente ad un solido immerso, mobile od immobile, e per incidenza vi si rintracciano le formole spettanti alla figura della Terra.

II. Dell' equilibrio de' fluidi compressibili e de' fluidi elastici.

REGISTRO

DELLE MEMORIE E DELLE OPERE

PUBBLICATE

DAL LAGRANGIA.

Ricerche sul met. de' mass. e min.	Acc. di *Tor.* 1759.
Integraz. di un'eq. a differ. fin., ove la teoria delle serie ricorr.	
Sulla propagaz. del suono.	
Nuove ricer. intorno alla propagaz. del suono.	Accad. cit. 1760-61
Sagg. di un nuo. met. per determ. i mass. e min. delle form. integr.li indefin.	
Applicaz. del pred. met. alla soluz. di diversi probl. spettanti alla *Dinamica*.	
Divers. probl. del Calc. Integr. con l'applicaz. alla *Dinam.*, all'*Idrodin.* ed all'*Astron. Fis.*	Accad. cit. 1762-65
Sulla *libraz.* della Luna – Acc. di *Par.* 1764.	
Delle curve *tautocrone* – Acc. di *Berl.* 1765.	
Teorica delle *parallassi* – Acc. cit. 1766.	
Ricerche sulle ineguagl. de' satell. di *Giove* – Acc. di *Parigi* 1766.	
Soluz. de' probl. indeter. del 2.° gr.	Accad. di *Berl.* 1767.
Sulla soluz. dell'eq.i numeriche.	
Giunte alla prec. mem.a relativa alla soluz. dell'equazioni numeriche.	Accad. cit. 1768.
Nuovo met. per risolv. i probl. indeter. in numeri intieri.	
Nuovo metodo per risolv. l'equazioni letter. mediante le serie.	

Sulla forza delle molle piegate.	Acc. cit. 1769.
Sul Probl. del *Keplero*.	
Sulla *Eliminazione*.	
Soluz. di un probl. di Aritm.	Acc. di *Tor.* 1766-69
Sull' integraz. di alcune equazioni differenziali dove le indeterm. sono separate, e ciascun membro non è integrabile.	
Sul metodo delle *Variazioni*.	
Sul moto di un corpo attratto verso due centri stabili, (memorie due).	
Nuove rifless. sulle *tautocrone*.	Acc. di *Berl.* 1770.
Dimostrazione di un teor. di Aritm.	
Riflessioni sulla soluz. algebr. dell' equazioni.	
Dimostrazione di un nuovo teorema sopra i numeri primi.	Acc. di *Berl.* 1771.
Seguito delle rifless. sulla soluz. algebr. dell' equazioni:	
Maniera di form. le tavole de' pianeti secondo le osservazioni.	Acc. di *Par.* 1772.
Saggio di un nuovo metodo pel problema de' tre corpi.	
Nuova specie di calcolo, relativo alla differenziaz. ed alla integrazione.	Acc. di *Berl.* 1772.
Sulla forma delle risolventi immag. dell' equazioni algebr.	
Sulle rifrazioni astronomiche.	
Integraz. dell' equazioni a differenze parziali del 1.° ordine.	
Nuova soluz. del probl. sul moto di rotazione.	Accad. cit. 1773.
Sull'attraz. delle sferoidi ellittiche.	
Soluzione analit. di alcuni probl. sulle piramidi trigonali.	
Ricerche spettanti all' Aritmetica.	

Sulla figura delle colonne: Quanto importi prend. il medìo delle osservazioni.	Acc. di *Tor.* 1770-73.
Sugl'integr. partic. dell'eq.ⁱ diff.ˡⁱ Sul moto de' nodi delle orbite planet.	Acc. di *Berl.* 1774.
Sull'eq.ⁱ secol. del moto de' nodi, e delle inclinaz. delle orb. planet.	Acc. di *Par.* an. 1774.
Sull'eq.ⁱ lin. a differ. fin. parz. e loro uso nella teor. degli azzardi: Giunta alla mem.ᵃ relativa attraz. delle sferoidi ellitt. Seguito delle ricer. d'Aritm. del 1773.	Acc. di *Berl.* 1775.
Sull'equaz. secol. della Luna.	*Sav. Etran.* 1776.
Sull'alteraz. de' medj moti de' pian. Soluz. di alcuni probl. di Astr. Sfer. per mezzo delle serie: Uso delle fraz. contin. nel Calc. Integr.	Acc. di *Berl.* 1776.
Sul num.° delle risolv. immag. delle eq.ⁱ letter. Sopra alc. probl. dell'Anal. di *Diofanto*. Rifless. gener. sul moto di più corpi che si attraggono: Rifless. sullo *Scappamento*.	Acc. di *Berl.* 1777.
Determinaz. dell'orb. delle comete mem.ᵃ 1.ᵃ e 2.ᵃ Sulla teorica de' cannocchiali: Partic. maniera d'esprim. il tempo nelle Sez. coniche.	Acc. cit. an. 1778.
Diver. quest. relative alla teor. degl'integr. partic. Costruz. delle carte geogr. – mem.ᵃ 1.ᵃ e 2.ᵃ	Acc. cit. an. 1779.
Teor. della *libraz.* della Luna.	Acc. di *Berl.* 1780.

Teor. del moto de' fluidi. Teor. delle variaz. secol. degli elem. delle orb. planetarie – 1.ᵃ par.	Accad. cit. 1781.
Teor. delle variaz. secol. – 2.ᵃ par.	Accad. cit. 1782.
Sul calc. degli eclis. sogg. alle parallassi.	Elem. di *Berl.* 1782.
Teor. delle variaz. period. de' moti planet. – 1.ᵃ parte. Sulle variaz. secol. de' moti medj de' pianeti. Maniera di rettif. i met. d'approssim. per l'integraz. dell'eq.ⁱ del moto de' pianeti. Met. partic. d'approssim. e interpol. Nuove propr. del cen. di grav. Determinaz. dell'orb. delle comete – 3.ᵃ mem.	Accad. cit. 1783.
Teor. delle variaz. period. del moto de' pian. – 2.ᵃ par.	Acc. cit. an. 1784.
Sulla percuss. de' fluidi. Nuo. met. di Calc. Int. per le diff.ˡⁱ affette da un radic. quadr., sotto il quale la x non passa il 4.° gr.	Acc. di *Tor.* 1784-85.
Sullo spostamento di una cometa che passi vicina ad un pianeta.	*Sav. Etran.* an. 1785.
Met. gen. per integr. l'eq.ⁱ a diff. parz. del 1.° ord., e non lineari.	Acc. di *Berl.* an. 1785.
Teor.ᵃ geom.ᶜᵃ del moto degli afelj: Maniera di rettific. due punti de' *Principj* del *Newton* sulla propagaz. del suono, e sul moto delle onde.	Acc. cit. an. 1786.

La *Meccan. Analit.* - *Parigi* an. 1788.

Sopra una quest. relat. alle annuità:
Sul term. gen. delle ser. ricorr.
Sull'attraz. delle sferoidi.
Sulla interpolazione.
Sull'eq. secol. della luna.
— Acc. cit. an. 1792-93.

Lezioni di Aritm. e d'Alg. date alla *Sc. Norm.* an. 1794-95.

Saggio di *Aritm. Polit.* (Collezione pubblicata dal *Roederer* nel 1795-96.)

Teor. delle Funz. Analit. - *Parigi* 1797.

Soluz. dell' equaz. numeriche - *Parigi* 1798.

Saggio di Anal. num.ca sulla trasform. delle fraz.
Sul princ. delle veloc. virtuali:
Compl.ta anal. de' trig. sferici (*a*):
Sull'oggetto della *Teor. delle funz. analit.*
— *Gior. della Sc. Politec.* T. II. 1799.

Lezioni sul Calc. delle Funzioni - *Parigi* 1801.

Sopra una legge gen. dell'*Ottica*. — Acc. di *Berl.* an. 1803.

(*a*) Il *Lagrangia* trovò $\frac{\text{sen. } a}{\text{sen. } A}=\frac{\text{sen. } a \text{ sen. } b \text{ sen. } c}{K}$, dove K è il sestuplo della piramide, i cui spigoli verticali sono eguali al raggio 1, e gli angoli piani al vertice sono misurati dagli archi a, b, c. Applicando la stessa formola alla piramide supplementaria si ha $\frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } a}=\frac{\text{sen. } A \text{ sen. } B \text{ sen. } C}{K'}$

quindi $$\frac{\text{sen.}^2 a}{\text{sen.}^2 A}=\frac{K'}{K}\left(\frac{\text{sen. } a}{\text{sen. } A}\cdot\frac{\text{sen. } b}{\text{sen. } B}\cdot\frac{\text{sen. } c}{\text{sen. } C}\right)=$$

$$\frac{K'}{K}\cdot\frac{\text{sen.}^3 a}{\text{sen.}^3 A}, \text{ cioè } \frac{\text{sen. } a}{\text{sen. } A}=\frac{\frac{1}{6} K}{\frac{1}{6} K'},$$

corollario notabile che altri ha difficilmente ottenuto.

Soluz. dell'eq.i a due term. di un gr. eguale ad un n.° primo, con un met. indipend. dall'eq.i ausil. del *Gauss*:
Teor. delle variaz. degli elem. dei pianeti ec.
Teor. delle variaz. delle cost. arbit. ne' probl. della *Meccan.*: con supplem.to
— Acc. di *Par.* an. 1808.

Sopra una singol. diffic. nel calcolo dell'attraz. delle sferoidi quasi sferiche. — *Gior. della Sc. Politec.* 1809.

Secon. mem.a sulla variaz. delle cost. arb. ne' probl. della *Meccanica*: — Acc. di *Par.* an. 1809.

Sull' origine delle comete. — *Connaiss des tem.* an. 1814.

La *Meccan. Analit.* 2.a ediz. con variaz. e giunte - *Parigi* 1811 - 15.

In tutto memorie 96 - opere 6 - fra le quali si computano le Lez. di Aritm. e d'Algeb. e le Giunte all'Algeb. dell'*Eulero*.

Venini Ab. *Francesco* di *Milano*. N. nel 1737 e visse anni 83.

Illustre letterato, poeta e matematico, socio dell'I. R. Istituto di *Milano*, ec. I suoi elementi di Geometria, la dissertazione *su i principj dell'Armon. music. e poet.*, e la sua memoria *sulle misure barometriche* (Istit. di Mil. T. I. e II), sono produzioni meritamente apprezzate.

Marie Ab. *Giuseppe* di *Rhodez*. N. nel 1738 e visse anni 63.

Dottore della *Sorbona*, membro del Parlamento, censore R., prof. di Matem. nel Coll. *Mazzarino*, istitutore de' Principi figli del duca d'*Artois*. Passò con la Corte di *Luigi* XVIII a *Mittau*, e fu trovato morto nel letto, con un coltello confitto in un fianco. Riprodusse le Lezioni del suo predecessore *Lacaille*, corredate di molti schiarimenti e di giunte assai pregevoli, e pubblicò un bel *Trattato* di *Meccanica*: vol. 1. in 4.° *Parigi* 1774.

Canovai P. *Stanislao*, Scolopio, di *Firenze*. N. nel 1739 e visse anni 72.

Insigne letterato e geometra: professò con grande applauso le Matematiche pure e miste in *Firenze*: sono stimate le sue Lezioni di *Meccanica* e *Idraulica*: quelle dell'Ab. *Marie*, ampiamente accresciute e riformate da lui e dal suo Collega il P. del *Ricco*, meritarono la quinta edizione. Riprodusse le Tavole del *Gardiner* con una dotta introduzione, ove si trova dimostrata un'importante formola logaritmica del *Keill*.

Trembley Gio. di *Ginevra*. Morto nel 1811.

Analista insigne di cui esiste una bella memoria, il cui scopo si è di mostrare, come dalle *soluzioni particolari* possono dedursi gl'integrali (Acc. di Tor. 1790-91); un'altra *sulla integrazione approssimata*, ottenuta col sussidio di equazioni del primo ordine (Acc. cit. an. 1786-87). Fu, per quanto ci sembra, direttore dell'Acc. di *Berlino* per la classe matematica.

Cousin Jacopo di *Parigi*. N. nel 1739 e visse anni 69.

Forza d'ingegno e studiata oscurità, caratterizzano le sue dotte produzioni, che sono - *Introduction à l'Astron. Physique*, vol. 1 in 4.° *Paris* 1787: *Élemens du Calc. Différent. et Intégr.* vol. 2 in 8.° - Una memoria sull'equazioni a differ.[li] parziali (Acc. di *Parigi*.)

Mallet Jacopo di *Ginevra*. N. nel 1740 e visse anni 50.

Dottissimo astronomo, socio delle Accademie di *Pietroburgo*, *Parigi* e *Londra*.

Vi fu anche *Federigo Mallet* Svedese, che professò le Matematiche nell'università di *Upsal*.

Giannella P. *Francesco* di *Milano*, Gesuita. N. nel 1740 e visse anni 70.

Fu professore di Matematica in *Pavia*, pubblicò quattro memorie, più ingegnose che utili, negli Atti della R. Accademia di *Torino*, e poi parecchi opuscoli, fra' quali assai pregiasi quello che ha per titolo - *De Tensione Funium*.

Caluso Valperga Cav. *Tommaso* di *Torino*: morì verso il 1815 e visse anni 75 in circa.

Fu Segretario della R. Accademia, dottissimo nelle lingue orientali e matematico ragguardevole. Le sue memorie inserite negli Atti dell'Accademia *Torinese*, ed in quelli della Società Italiana dimostrano un profondo sapere.

Ghiminello Ab. *Vincenzo* di *Marostica*, Castello nel *Vicentino*. N. nel 1741 e visse an. 74.

Fu dottissimo astronomo, e pubblicò molte belle memorie spettanti alla sua professione, negli Atti della Società Italiana.

Pessuti Gioacchino di *Roma*. N. nel 1742 e visse anni 72.

Nell'età di 24 anni professava le scienze esatte in *Pietroburgo*, di dove presto si ritirò per motivo di salute - Eletto alla cattedra di Matematica applicata nella Sapienza di *Roma*, pubblicò un eccellente opuscolo sulla teoria dalle trombe Idrauliche, ed un altro *sulla legge delle velocità dell'acqua, prorompente da piccoli fori de' vasi*, dove procurò di stabilire con ingegnosi argomenti, in parte nuovi: I. *che l'anzidetta velocità supera di poco quella dovuta a* $\frac{2}{3}$ *dell'altezza dell'acqua soprastante*: II. *Che nel punto della massima contrazione della vena, è quasi dovuta a* $\frac{7}{8}$ *dell'altezza suddetta*: dimostrò con elementare facilità le due regole proposte da *Tomm. Simpson*, per accostarsi prontamente al valore delle risolventi di un' equazione, e di quelle che soddisfanno al sistema di due equazioni affette da doppia incognita (Vegga *Simpson*); e trattò egregiamente, coi soli mezzi somministrati dalla Geometria, la temuta teorica delle attrazioni *capillari* (Soc. Ital. T. XV).

Cagnoli Cav.^{re} *Antonio* dell' isola di *Zante*. N. nel 1743 e visse anni 73.

Fu prof. di Matematica nella *Scuola del Genio* in Modena, Presid. della Società Italiana e socio delle principali accademie. Quantunque si dedicasse allo studio delle scienze esatte nella provetta età di 37 anni, presto divenne geometra ed astronomo, e tale si dimostrò nella sua *Trigonometria Piana, e Sferica*: Parigi 1786, ed in parecchie memorie il cui respettivo soggetto è: *La durata del crepuscolo*, *Il massimo lume di Venere*; *La rotazione del Sole*; *L' equazione dell' orbita e l' eccentricità de' pianeti*: *La determinazione dell' equatore di un pianeta*; *La stazione de' pianeti*: *La costruzione delle carte geografiche*: *Le formole per le deviazioni di uno strumento de' transiti*, e *La determinazione delle longitudini geografiche*. Questa fu premiata dalla R. Accad. di *Copenaghen*.

Per accennare una delle principali novità che adornano la citata Trigonometria, diciamo che il cap. XIII contiene un eccellente metodo differenziale, fondato sulla falsa posizione, per risolvere con facilità e prontezza un indefinito numero di equazioni trigonometriche, le quali trattate con gli ordinarj artifizi divengono implicate, e s' innalzano ad un grado superiore al 2.° L' Autore dimostra col fatto l' opportunità del suo

metodo, applicandolo alla soluzione degli otto problemi, contemplati dall' *Eulero* nella sua *Introd. all' Anal. degl' Infinites.*, il cui respettivo soggetto è di trovare:

I *L' arco eguale al coseno*.
II *Il settore ch' è bipartito dalla corda*.
III *Il seno che biseca il quadrante*.
IV *La corda che biseca il semicircolo*.
V *Un metodo per trisecare un circolo con due corde tirate da uno stesso punto*.
VI *Un arco* $a = r + \text{sen.}\, a + \cos.\, a$.
VII *Il settore doppio del trigono, fatto dalla segante e dalla tangente col raggio*.
VIII *La lunghezza dell' arco di un quadrante, tagliato da una trasversale che passa per un suo estremo, e va sino al raggio condotto al 2.° estremo, affinchè la trasversale stessa risulti eguale all' arco*.

Condorcet March. *Maria Gio.* di *Ribemont* presso S. *Quintino* nella *Piccardia*. Si avvelenò per sottrarsi alla mannaja democratica che l' attendeva, l' anno 1794 nell' età di anni 51.

La dimostrazione delle condizioni d' integrabilità per le funzioni differenziali, e per quelle che sono affette da differenze finite (*Du Calc. Integr.* in 4.° *Paris*), che l' *Eulero* aveva indirettamente dedotte dalla teoria de' massimi e minimi, costituisce uno de' suoi più speciosi ritrovamenti; diede il primo saggio sulla teorica dell' equazioni *a differenze* e *differenziali*; discusse quella *de' metodi d' approssimazione* (*Acad. des Sc. de Paris* 1771); ampiamente trattò della probabilità delle deliberazioni, risultanti dalla pluralità de' voti – *Essai sur l'applicat. de l'Anal. aux probab. des décisions ec.* vol. 1 in 4.° Una sua memoria sulla teoria delle comete fu premiata dalla R. Accad. di *Berlino*.

Méchain Pietro di *Laon*, Dipartim. dell' *Aisne*. N. nel 1744 e visse circa anni 67.

Astronomo illustre, che restò vittima degli estremi disagi sofferti nelle operazioni geodetiche, dirette a proseguire la traccia del meridiano da *Dunkerque* alle isole *Baleari*.

Fontana P. Mariano, Bernabita, di *Casalmaggiore*. N. nel 1746 e visse anni 62.

Professò con applauso le Matematiche applicate nell' università di *Pavia*, ed è accreditata la sua *Dinamica*, che tradotta in lingua *Inglese*, fu prescelta per testo delle pubbliche lezioni nell' università di *Oxford*.

Del Ricco P. Gaetano, Scolopio, di *Firenze*. N. nel 1746 e visse anni 72.

Astronomo nella cattedra fondata in *Firenze* dal P. *Ximenes*, si accreditò molto con le sue Lezioni Ottiche ed Astronomiche, e con altre belle produzioni, compiute insieme col suo Collega il P. *Canovai* (vegga quest' Art.) (*a*).

Monge Gasparo di *Mezieres*. N. nel 1746 e visse an. 69.

Gettò i fondamenti della teorica relativa alle projezioni, dimostrando i teor. che seguono:

I *Se un punto di una retta r* (che si concepisce nel piano xy) *si congiunge con gli estremi delle sue projezioni sugli assi Ax ed Ay, la somma o la differenza de' trigoni che ne derivano,*

(*a*) I Padri delle Scuole Pie, chiamati a *Firenze* dal Granduca *Ferdinando* II, l' an. 1630, portarono l' istruzione matematica in quella Capitale, dove il P. *Settimi* ammaestrò il *Viviani* nella Geometria; e la promossero nell' università di *Pisa*, dove con molta lode il P. *Francesco Michelini* la professò. *Mi lasciai* (Così *Viviani* nel Lib. *Delle Proporz.*) *persuadere a pigliarne* (della Geom.) *qualche lezione dal P. Clemente Settimi, che in quel tempo era qui solo ad insegnarla.*

equivale a quello la cui base sia r ed il vertice A.

II *Se un punto del piano di un trigono Δ si congiunge co i vertici delle sue projezioni su i piani rettangolari xAy, xAz, yAz, la somma o la differenza delle piramidi risultanti, equivale a quella la cui base sia Δ ed il vertice A* (*a*).

Diede regolari metodi per la *Geometria di situazione*, perfezionò ed estese ne' suoi *Fogli d'Analisi* l' applicazione del calcolo alla scienza geometrica, scrisse un bel trattato delle superficie del 1.° e del 2.° grado, un altro *Sull' Arte di fabbricare i cannoni*, ed un ottimo *Elemento di Statica*: dimostrò che niuna equazione differenziale fra tre variabili è assurda (Acc. di *Parigi* 1784); promosse con esimie applicazioni la dottrina dell' equazioni differenziali parziali; ec.

Ingenuo, amabile, generoso, infaticabile, si conciliò in singolar modo la stima e l' amicizia di chiunque ebbe la sorte di conoscerlo, e noi sempre ci ricorderemo delle sue virtù, e del benefico favore onde ci fu liberalissimo.

Cossali P. Pietro, Ch. Reg., di Verona. N. nel 1748 e visse anni 68 non compiti.

Fu professore di Astron., Meteorol. e Idraul. nell' università di *Parma*, dove pubblicò una dotta opera, intitolata: *Origine dell' Algebra, suo trasporto in Italia* ec. e di là passò nel 1807 alla cattedra di Matem. Subl. nell' università di *Padova*.

(*a*) La teorica delle projezioni fu estesa dal *Poisson* (*Traité de Mécan. Paris* 1811 *chap.* 3); l'*Hachette* applicò alle linee ciò che il *Poisson* aveva detto delle superficie: *Gaetano Giorgini* è andato più oltre, ed in una sua memoria (Atti della R. Accad. di *Lucca* 1820), ha dimostrati cinque teoremi (45.° e 52.° del Tit. V; 55.^{mo}, 59.^{mo} e 61.^{mo} del VI), ed ha confermata l' importanza della teorica stessa con varie applicazioni alla Geometria ed alla Meccanica.

Esistono negli Atti della Soc. Ital. sette sue memorie assai pregevoli. Noi ci limitiamo a far menzione di quella, sopra tutte le altre profonda e laboriosissima, ove discute, con la luce del calcolo e dell' Astronomia, l' ardita ipotesi: *Se gli aereoliti possano esser lanciati sulla Terra da un vulcano della Luna* (Soc. Ital. T. XIII). Egli trova che la velocità di projezione debb' essere di piedi *Parigini* 8292,73 in 1″, affinchè l' aereolito arrivi al punto, dov' è uguale l' attrazione lunare e terrestre, e possa proseguire il corso con la velocità di piedi 16,39 pel primo 1″; e dimostra che in forza di tal projezione (circa $\frac{1}{13}$ di quella con cui la Terra si aggira nella sua orbita), l' aereolito cadrebbe sul nostro pianeta con la velocità di piedi 34067,4 per 1″ (quasi $\frac{3}{10}$ della media velocità di cui sopra); e che impiegherebbe nel suo cammino 64.^{or}14.′ 26.″.

Mascheroni Ab. *Lorenzo* di *Castagneta*, villaggio del *Bergamasco*. N. nel 1750 e visse anni 50.

I problemi per gli Agrimensori: la Geometria del compasso (a): *Le ricerche sull' equilibrio delle volte* e le *Annotazioni al Calc. Integr. dell' Eulero*, lo dimostrarono sino dalla più verde sua virilità geometra nato per l' invenzione. Deputato con noi al *Congresso de' pesi e delle misure*, tenutosi in *Parigi* negli anni 1798-99, vi sostenne il decoro dell' Italiana Geometria, ma con gravissimo danno della medesima vi terminò innanzi tempo la sua mortale carriera.

(a) *Mariano Fontana* osò accusarlo di plagio perchè produsse alcuni metodi di *Gio. Battista Benedetti*, senza citarlo. Noi che abbiamo conosciuto il candore e la superiorità del suo spirito, siamo persuasi che il raro libro di quel geometra gli fosse del tutto ignoto.

Howard fioriva verso il fine del caduto secolo. Pubblicò (*Newcastle sur la Teyn* 1798) un eccellente libro geometrico che ha per titolo: *A Treatise on spherical geometry*, i cui principali punti sono:

Teor. *I trigoni sferici, la cui base sia un arco di circolo minore, se hanno il vertice sulla circonf. di un circolo minore, eguale e parallelo al primo, sono eguali tra loro*: quindi

La circonfer. di un circolo minore è il luogo geometrico de' trigoni sferici, fatti con archi di circolo massimo, ed aventi la base e la superficie stessa.

Probl. *Trovare due circoli eguali e paralleli, tali che la circonf. di uno passi per due punti dati, e quella dell' altro per un punto dato.*

Probl. *Trasformare un poligono sferico, formato con archi di circolo massimo, in un altro che abbia un lato di meno.*

Probl. *Dato un trigono sferico assegnarne un altro eguale, avente un angolo comune, ed un lato del quale, sia un dato arco.*

Probl. *Ridurre un dato poligono sferico ad un quadrato sferico equivalente.*

Teor. *Fra i trigoni sferici, fatti con due lati di data grandezza, è massimo quello in cui le corde de' lati dati sono ortogonali tra loro.*

Seguono varj probl. che hanno per oggetto di descrivere sulla sfera un circolo, che passi per punti dati, o che tocchi de' circoli dati di grandezza e di posizione, nell' ipot. che il numero delle condizioni sia sufficiente.

Arbogast Luigi di *Mutzig* nell' *Alsazia*. N. nel 1759 e visse anni 44.

Professore di Matematica in *Strasburgo*, compose una memoria, premiata dall' I. Accad. di

Pietroburgo, sulle *funzioni arbitrarie*, spettanti agl' integrali dell' equazioni a differenziali parziali, ed applicò in nuova guisa il Calcolo Differenziale alla teoria delle curve. Il suo *Calcolo delle derivazioni* è pieno d' ingegno, ma non tale che meriti di essere sostituito agli uniformi e semplici metodi generali del Calcolo Differenziale.

Collato Antonio. N. verso il 1764, ed è mancato nel corrente anno.

Fu professore d' Introduzione al Calc. Subl. in *Padova*, pubblicò una memoria intitolata – *Il Metodo del Leibnitz dimostr. con la teor. delle funz. del Lagran.* Milano 1802; un meschino libro di Geometria a tre coordinate; un bel saggio sulla *poliedrometria analitica*, e stava preparando un ampio trattato sulle macchine.

Brunacci Cav. *Vincenzo* di *Firenze*. N. nel 1767 e visse anni 51.

Fu dottissimo professore di Matematica superiore in *Pavia*, nello studio infaticabile, in ogni sua produzione lucidissimo, nell' ammaestramento della gioventù esimio.

Persuasi che le indebite lodi ad altro non servano che a screditare chi le dispensa, lasciamo che altri celebri la sua *Matematica Derivata* ed i suoi *Elementi di Algebra e Geometria*, (*parto di pochissimi giorni* (a),) e c'induciamo piuttosto a mostrare gradimento e stima pel suo Trattato sull' ariete idraulico, quantunque in parte confutato dal Prof. *Avanzini*, perchè ci sembra dotta ed ingegnosa produzione, e perchè comparve la prima sopra un argomento assai difficile.

(a) *Piola* – Elog. del *Brunacci* – quasi che la fretta potesse giustificar l' autore di una miserabile produzione.

La *Matematica Sublime* (vol. 3. in 4.° Firenze) che il P. *Cossali* chiamò *Corso esteso* (Soc. Ital. T. XVII), non merita il disprezzo con cui è stata riguardata da molti, nè gli elogi con cui è stata celebrata da pochi. Quattro sembra che sieno le memorie più applaudite:

Nella prima, la teorica del Calcolo delle variazioni, vien' estesa agl' integrali doppi, e completata con la soluzione del seguente problema:

Determinare i criterj del massimo o del minimo, relativi al doppio integrale di $Vdxdy$, *dove* V *è funzione d'* $x, y, z, p, p_{,}, U$, *la* U *essendo data dall' equazione*

$\frac{dU}{dx}=F(x, y, z, p, p_{,}, q)$ (Instit. Naz. Ital. T. I.)

La seconda ha per oggetto *l' urto de' fluidi contro una lastra circondata di un orlo*, e fra le altre novità offerisce questa assai notabile: *che l'urto equivale al peso di un cilindro fluido, la cui base è la sezione della colonna urtante, l' altezza doppia di quella che deesi alla velocità della caduta* (Soc. Ital. T. XVIII.)

Le memorie 3.ª e 4.ª ci sono ignote, perchè non fanno parte di alcuna Collezione Accademica: sappiamo però che la terza presenta un nuovo metodo per la irrigazione delle campagne *Lombarde*, e che fu premiata dalla Società Italiana; sappiamo che la metafisica del Calc. Diff. costituisce l'argomento della quarta, e che l' Imp. Accademia di *Padova* la riputò degna del premio.

Il *Brunacci* promosse la teorica della probabilità, contemplando la probabilità variabile: diede sviluppamento all' integrale dell' equazioni lineari a differenze finite, del secondo ordine, affette da coefficienti variabili: smentì un giudizio pronunziato dal *Laplace*, allorchè assegnò l' integrale di certe equazioni lineari, affette dai differenziali parziali del secondo ordine, ec. (*a*).

Pezzi Francesco di *Genova*. N. nel 1767, e visse anni 46.

Sono molte e tutte ingegnose le memorie da lui pubblicate:

Sull' integrazione di una formola ec. Società Italiana T. IV.

Nuova derivaz. delle quantità trascend. . . . T. V.

Integrazione in serie finite di tre formole, il cui numeratore è $x^q dx$, *il rispett. denom.*[re] *è una potenza delle respettive funzioni* $a+bx+cx^2$, $a+bx+cx^2+dx^3$, $a+bx+cx^2+dx^3+ex^4$. T. VI.

Sulla determinazione a priori del valore dell' equazioni del tempo . . . . T. VIII.

Sulla trasformazione di una fraz. contin. indef. in fraz. volg., e sulla soluz. dell' eq.[i] *indet. del primo gr.* T. XI.

Sopra un probl. trigon.[co] . . . . T. cit.

Nuovi teoremi sulla possibilità dell' equaz. $x^2-ay^2=\pm 1$, ec. T. XIII.

Malus Stefano di *Parigi*. N. nel 1775 e visse anni 37.

La sua professione d'ingegnere al servizio dell'esercito francese in *Egitto*, lo costrinse a tollerare indicibili travagli e disastri, l'ultimo de' quali fu l'infezione pestilenziale. È celebre per le sue analitiche indagini e per le sue scoperte, le une e le altre spettanti all' *Ottica*, fra le quali è d'uopo notare la *polarizzazione* (*b*) della luce. La sua *Ottica Analitica* e le sue memorie pubblicate negli Atti dell' Istit. di Francia, meritano lo studio de' geometri. Vegga pag. 120. §. 58.

(*a*) Noi gli perdonammo, dopo una breve e moderata risposta, la nota incautamente pubblicata contro di noi nella Matematica Subl. T. I p. 357.

(*b*) Le molecole lucide, quando attraversano un corpo cristallizzato cui competa doppia rifrazione, provano intorno al loro centro di gravità diversi moti, dipendenti dalla natura delle forze, sopra di esse esercitate dalle particelle del cristallo, e se l'effetto che ne deriva riducasi a disporre le molecole lucide in modo che risultino parallele, e le facce omologhe del raggio sieno rivolte verso la stessa parte, si ha la *polarizzazione*.

REGISTRO SUPPLEMENTARIO

Anderson Roberto di *Londra*. Scrisse ingegnosamente sulla *Stereometria e sulla perfetta maniera di stazzare*.

Anderson Alessandro, *Scozzese*: pubblicò un supplem. all' *Apoll. Rediv.* del *Ghetaldi*.

Auzout astronomo, della R. Acc. di *Parigi*, alla quale diede una memoria inserita nel T. VI. Cessò di vivere in *Roma* l'an. 1693.

Bainbridge Gio. prof. di Astron. in *Oxford*. N. nel 1582 e visse anni 61. Nella bibliot. del Coll.° di *Dublino* si conservano i suoi pregiati manoscritti *Sulla teoria del Sole e della Luna*, *Sul Calendario*, le *Osservazioni astron.* e le *Miscellanee Matematiche*.

Byrge Giusto, *Alemanno*: morto in *Cassel* nel 1633. Costruì le tavole dei logaritmi, probabilmente senza conoscer quelle del *Nepero*, stampate nel 1614. Il manoscritto di dette tavole fu trovato e riconosciuto dal *Kaestner*.

Billy P. Jacopo, Gesuita, di *Compiegne*. N. nel 1602 e visse anni 77. Scrisse plausibilmente il *Diofantus Redivivus* in 8.° 1670, ed un libro intitolato *Opus Astronomicum*: *Paris* 1661.

Beaune Florimondo di *Blois*. N. nel 1601 e visse anni 51. Vuolsi che sia stato il primo a rintracciare i limiti delle risolventi di un' equaz. non superiore al 4.° grado. Fece un comento sulla Geom.ª del *Cartesio*.

Brancker, Tommaso, Alemanno: autore di una introduz. all' Algeb., che fu tradotta in Inghilt. con le note del D.r *Pell*.

Barattieri Gio. Battista: ingegn.re di *Lodi*. Diede prova di non ordinaria abilità nella sua - *Architett. d' Acque : Piacenza* 1656.

Backer Tommaso - Costruz. delle risolv. di qual. equaz. non super. al 4.° gr., med. il circ. e la parab. (Trans. Filos. 1684): idea suggerita da *Pappo* (lib. IV teor. ult.).

Baerman G. F., già prof. nell' Accad. di *Wirtemberg* (Atti di Lipsia 1748). Quest.i geom. trattate con l' eq.i a diff. miste.

Bayes - Sul Calc. delle probabil. (Trans. Filos. 1763).

Beguelin - Acc. di Berl. 1764-1703 ec.

Burija - *Méth. élément. et directe pour le calc. numér. des logarith* (Accad. de Berl. 1792). Per mezzo di cinque problemi ed una tavola ottiene con le frazioni continue il valore de' logaritmi, e delle quantità esponenziali che ne dipendono. Esiste anche la sua Geom.ª in 2 vol.

Ceva March. *Gio.*, fratello del P. *Ceva* (p. 210): pubblicò la *Geometria Motus : Bonon.* 1692, lodata negli Atti di *Lipsia* (Suppl. T. III).

Coursier - *De Sect. superf. sphaerae per superf. sphaericam, cilindr., conicam : Divione* 1663.

Cristoforo Giacinto di *Napoli*: *De Construct. aequat. Neap.* 1699.

Caswel - Sulla parziale quadrat. della *lun. ippocrat.* (Trans. Filos. 1703).

Clarke - Dimostr. di alc. princ. propos. del Lib. I de' *Princ. Matem.* del Cav.r *Newton*.

Craig Gio. - *Met. per la quadrat. delle curve* (Trans. Filos. 1703): *Optica* lib. II - *De Calc. Fluentium*.

Contemplò anche il seg. probl. di *Gio Bernoulli*: *Trovare innumerab. curve isoperim. con una data curva geometr.*

Campbel - Illustrò varj punti dell' *Aritm. Univ.* del *Newton*.

Costard, astron. illustre (Trans. Filos. 1754 ec.).

Cametti P. *Ottaviano*, Vallombresano, già prof. di Matem. nell' univ. di *Pisa*, autore di un buon compendio delle sez. con., di un elegante libro idrostatico, ec. Visse circa an. 80.

Camerer Svizzero - *Sulle Variaz. trigonom.*

Charles, geom. Francese, noto per le sue ricerche sull' interpolaz. delle serie ed altri ogg. (Enciclop. - Acc. di Par. 1788 - Sav. Etran. T. X). Perì nella marittima spedizione del *La Peyrouse*.

Charpit, geom. Francese, mancato nel fior degli anni. Immaginò un bel metodo per ricondurre l' integraz. dell' eq.i a differ.li parz., affette da *m* variab., ad un sist. di *m* eq.i diff. fra *m*+1 variabili.

Cassella Ab. *Giuseppe* di *Napoli*: autore di dotte memorie analitiche (Soc. Ital.).

Courtivron, geom. francese, di cui alla p. 112 §. 51.

Dicearco della Messenia: ant. geom. e geogr.

Desargues di *Lione*, amico del *Cartesio*, autore di un saggio sulle sez. con.: scrisse pregevolmente sull' *arte di tagliar le pietre*, sulla *gnomon.* e la *prosp.*

Dupuis Francese, morto in acerba età, mentre dava grandi speranze.

Delanges Paolo, ingegn. idraul., aut. della *Mecc. Prat.* e di più mem. sulla Mecc. e l'Idraul. (Soc. Ital.).

Deparcieux – *Sulla probab. della vita* e *sulle annuità:* 2 vol. in 4.°

Eraclide ed *Eraclito* ant. geom.

Emerson – *The Method of Increments*. Scrisse su tutte le parti della Matem., sulla Meccan., l'Ottica e la Navigazione.

Epinus – Acc. di Berl. 1758 ec.

Filone di *Bizzanzio*.

Filone di *Tyane*; geom. ant. che scrisse sulle cur. degli ord. super.

La sua vita fu scritta da *Gio. Castiglione*, altrim. *Salvenini*.

Ferguson Jacopo: aut. di un tratt. d'Alg. (Aja 1667).

Fontenelle Bernardo di *Roano*. N. nel 1657 e visse anni 100.

La sua *Geom. degl' Infin.* vol. 1 in 4.° 1727, non fu disprezzata dal *D'Alembert* (Enciclop. Art. Infin.).

Fuss Nicolao – Acc. di Pietrob. T. III e IX.

Fantoni Can.co, idraul. accreditato.

P. *Guldino* di S. *Gallo*, Gesuita. N. nel 1577 e visse anni 66.

La sua opera – *Centrobaryca* – vidde la luce negli anni 1635–41.

De Graaf Abramo Olandese: Pubblicò un buon corso di Matem. (Amsterd. 1679).

Guarini P. *Guarino*, Chier. Reg. *Teatino*, Matem. del Duca di *Savoja* – *Del Modo di misur. le fabbr. Torino* 1674.

Caelestis Mathematicae ec. *Mediol.* 1683: op. in f.° – *Architett. Civile* in f.°

Guinée – *Applicat. de l'Alg. à la Géom. Paris* 1707.

Goldbach – Nuo. Com. di Pietrob. T. XV e XVI.

Giannini Pietro, già prof. nell'univ. di *Siviglia*: diede alla luce una divinaz. del lib. *De Sect. Determ.* di *Apollonio*.

Gruson – *Sul calc. di esposizione* (Acc. di Berl. 1798-800) ed un libro in 4.° col titolo di *Opuscula Mathematica*.

Hobbes Tommaso di *Malmesbury* nella contea di *Wilt*. N. nel 1588 e visse anni 92.

Ammaestrò nelle Matematiche il Principe di *Galles*, poi *Carlo II*, e si rese celebre con la stravaganza de' suoi opuscoli metafisici e geometrici. A noi basta di rammentarne due tra i secondi, come un oggetto di semplice curiosità, e sono:

De principiis et ratiocinat. geometrarum: Amstelodami 1668.

Principia et problemata aliqua geom., antea desperata, nunc brevit. expliç. et demonstr. Lond. 1674.

Ostinatosi ne' suoi errori, a dispetto dell'universale disapprovazione, tentò una ridicola difesa, dicendo:

In magno quidem periculo versari video existimationem meam, qui a geometris fere omnibus dissentio. Eorum enim, qui de iisdem rebus mecum aliquid ediderunt, aut solus insanio ego, aut solus non insanio: tertium enim non est (*quod dicet forte aliquis*) *insaniamus omnes* (Proem. al 1.° de' cit. opusc.).

Giova sapere che *Gius. Scaligero* di *Agen*, nato nel 1544 ed autore degli opuscoli:

Cyclometrica Elem. – *Append. al Cyclometr.* ec. confutati dal P. *Clavio*, avea già dato all'*Hobbes* l'esempio stranissimo di una geometrica demenza.

Hoock di *Freshwater*. N. nel 1638 e visse anni 65.

Fu professore di Meccanica in *Oxford*, poi di Astronomia nel Collegio di *Gresham*: inventò la molla degli oriuoli, e scrisse dotte opere.

Hemeling Gio. Alemanno – autore di un libro Algebrico, in cui si comprende la soluzione di 106 problemi tenuti per difficili – *Lipsia* 1684.

Hogdson Jacopo – *A system of the Mathem.* vol. 2.; opera stimata nel suo tempo, ed il cui principale oggetto è la Scienza del pilotaggio.

* *Herbrestein* Conte Ferdin. – *Sulla quadrat. delle lunule* – *Nuo. Anal. piano-geometrica* (Atti di Lipsia 1711–12–13 ec.)

Hennert Gio. Feder. di *Utrecht* – *Institut. Gnomon.*, *Chronol.*, *Geogr.* et *Naut.* 1778 – *Comment. de altitud. mensurat.* 1786 – *Saggio sulla Balistica*.

Hellins – Sullo sviluppamento di $(a+b \cos. z)^m$ (Trans. Filos. 1798.)

Ippia di *Elèa*, *Ippia* di *Sebaste* ed *Ipponico*, ebbero nome tra gli antichi geometri.

Intieri Bartol. di *Firenze* – *Apollon. ac Serenus promotus Neap.* 1704 – *Ad nova arcana detegen. adytus*: *Beneventi* 1703. Il secondo opuscolo è diviso in tre lett., ove insegna a descriv. in un piano l'ellis., l'iperb. e la parab. di qualunque grado.

Kersey Gio. Inglese. Diede alle stampe un esteso corso di Algebra 1673.

Kinckuysen Gherardo, Olandese – Autore di un'opera algebrica, tradotta in Inglese, e di un'altra sulle sezioni coniche.

Kochanski Adamo di *Varsavia*: immaginò una bella costruzione, per cui prontamente assegnasi una retta quasi eguale alla circonf. del circ.

Klugel – *Dictr. Analitica*.

Kramp – *Annales de Mathem.* – *Analyse des Réfractions Astronom.* – *Arithm. Universelle*.

P. *Leotaud* del *Delfinato*, Gesuita. Scrisse plausibilmente sulla quadratrice, e negli opuscoli – *Exam. quadrat. circ.* ec. *Lugd.* 1653 – *Cyclomathia* lib. III an. 1663 – confutò la pretesa quadratura del circolo proposta dal P. *Gregorio da S. Vincenzo*.

Lockner Zaccaria, matematico Alemanno.

Ludolf professore in *Erfurt* – *Sulla quadratura del circolo*. (Atti di Lips. 1711 pag. 81.)

Luchini Dom. – *Deliciae Mathem. Romae* 1730. Il principale oggetto è la *Gnomonica*, di cui l'autore tratta con molta estensione e profondità.

Lawson – Restituì l'opuscolo *De Taction.* di *Apollonio*.

Lexell – Scrisse varie memorie, due delle quali sulla tetragonometria (Accad. di Pietroburgo T. XIX e XX.)

Lowel Edgwoorth Riccardo – *Della resist. dei fluidi*.

Lancret – Sav. Etran. T. I e II.

Massimo Tirio, forse anteriore ad *Ipparco*, fu insigne promotore della Geografia.

Midorge, Francese, autore di una introduzione alla Diottr. ed alla Catottr. – 1631.

Messalah dotto matematico Ebreo.

Montfort Antonio di *Napoli*, citato con lode dal *Viviani*.

Magini Gio. Ant. di *Padova*. N. nel 1555 e visse anni 62.

Illustre professore di Astronomia in *Bologna*, amico del *Copernico* e del *Keplero*, ed autore delle seguenti opere accreditate:

L' Efem. astron. – Novae Coelest. orbium theoricae ec. (1589) – *Comment. in Geogr. et Tabul. Ptolom. – L' Italia descritta : Bologna* 1620.

Ebbe anche l'onore di essere invitato a Vienna dall' Imp. *Rodolfo* .

Montanari , insigne professore di Astronomia in *Bologna* .

Michelini P. Famiano , matematico e idraulico del Granduca di *Toscana* , autore di un ingegnoso opuscolo *Sulla maniera di regolare e dirigere le acque correnti* .

Millet De Chales P. Claudio , Gesuita di *Chambery* : autore di un amplissimo corso di Matem. pura e mista : vol. 4 in 4.° Lione 1690 (ediz. postuma). Di esso il *Wolfio* scrisse: *In demonstrando, rigori veterum perspicuitatem jungit . Cursuum mathematicorum absolutissimus est* .

Mosdorff Gotlieb Augusto – Sul fuoco delle lenti e degli specchi sferici (Atti di Lipsia 1749.)

Muller Gio. – A Mathem. treatise, containing a system. of conicks sections , with the doctr. of flux . Lond. 1736.

Questo bel libro termina con 25 scelti problemi teorico pratici : *sulla miglior curvatura delle volte – sulla situazione di un argine che opponga la mass. resist.* – ec.

Martini D.r *Raniere* , professore nell' università di *Pisa* ed autore di due buoni libri , uno sul Calc. Diff. an. 1761 , l'altro sulle Sez. Con. an. 1768.

Marchetti Alessandro di *Pontormo* in Toscana. N. nel 1633 e visse anni 81.

Successe al *Borelli* nella cattedra di Matematica nell' università di *Pisa* , e pubblicò un trattato – *De Resist. Solid. in* 4.°

Michelotti Giuseppe , illustre professore d' Idraulica in *Torino – Experienze Idraul.* T. 2 in 4.°

Machin Gio. professore di Astronomia nel Collegio di *Gresham* nell' Inghilterra . Trovò una rapida serie per esprimere la rag. del diam. alla circonferenza del circolo , e promosse la teor. delle perturbazioni lunari .

Meunier – Sav. Etran. T. X.

Michelotti Teresio figlio di Giuseppe. Dottissimo professore di Matem. in *Torino* , poscia in *Lisbona* , dove cessò di vivere .

Mendoza y Rios , Joseph – Tratado de Navegacion : *Madr.* 1787 vol. 2 in 8.°: opera molto pregevole .

Mayer Cristiano , insigne astronomo . Dimostrò con accurato calcolo , comprovato dai *Costard* e *Stukely* (Trans. Filos. 1754) , che l' ecclisse predetto da *Talete* avvenne il dì 17 Maggio dell' anno 603 avanti l' era volgare .

Noel P. Francesco , Gesuita – Osservazioni matematiche e fisiche fatte nell' Indie e nella China .

P. *Nicolas* , Gesuita , *Tolosano* . Furon pregiati i suoi libri – *De Lin. Spiralib. Tolosae* 1693. – *De Lin. Spiralib. logarithm.* ec. 1695 – *De Concoidib. et Cissoidib.* 1697.

Norwood Riccardo – Scrisse un bel trattato sul pilotaggio .

Nieuport – Melanges Mathematiques .

Oughtred Guglielmo – Key of the Mathematicks in 12.°

Parmenione matematico Greco .

Perseo Cittico , geometra Greco , inventore delle curve *spiriche* .

Palma Gio. Batt. di *Napoli – In Geom. exercitationes : Neap.* 1689 ; lib. lodato negli Atti di *Lipsia* (Suppl. T. II.)

P. *Paolino* da S. *Giuseppe*, delle Scuole Pie, di *Lucca*, professore nell' università di *Roma* ed autore di ottimi elementi d'Algebra, ristampati per la terza volta in *Roma* l' anno 1752, ed encomiati negli Atti di *Lipsia*.

Percks Gio. – Sulla parz. quadrata della *lun. ippocrat.* (Trans. Filos. 1699.)

Polac Federigo, professore di Matem. in *Francfort* – *Mathesis Forensis*: *Lipsiae* 1734 in 8.°: libbro pregevole, di cui negli atti di *Lipsia* (Suppl. T. I.)

Playfair, professore nell' università di *Edimburgo* ed autore di qualche dotta memoria. (Acc. di Edimb.)

Price – *Observations on reversonary payements* ec.

Pfaff – *Disquisitiones Analyt.* vol. 1 *Pietrob.* 1809.

Parceval Marcantonio – Sav. Etran. T. I ed Istit. di Fran.

Riccioli P. *Gio. Battista*, Gesuita, di *Ferrara*. N. nel 1598 e visse anni 73.

Dottissimo astronomo, le cui principali opere sono:

Astron. Vetus et Nova – *Geogr. et Hydrogr. Reform.* – *Astron. Reform.*

Rahn Enrico, Tedesco, autore di un trattato d'Algebra tradotto in Inglese.

Renaldini di *Ancona*, professore di Matematica in *Padova*. La sua *Ars Analytica*: *Patav.* 1672, ed il suo *Opus Mathematicum*: *Bonon.* 1677, ebbero lode.

P. *Rabuel*, Gesuita, autore di un ampio comento sulla Geometria del *Cartesio*.

Raphson – *Analysis aequationum universalis* ec. 1696.

Rhode, geometra *Prussiano*. Veggasi una prof. mem. del Prof. *Racagni*, dove si esaminano le censure del suddetto geometra contro il metodo del *Laplace*, per la misura delle altezze mediante il barometro.

Il Conte *Radicati* di *Coconato*.

Romme – *L'Art de la Marine* in 4.°

Schooton Francesco, Olandese, scolare dell'*Huyguens*, prof. in *Leyden*, ed aut. di molte opere stimate, alcune delle quali spettanti all' Architettura. Noi crediamo dover fare special menzione delle seg.ti – *De Concinnand. demonstr.* – *Exercitat. Mathem.* Lib. V 1646 – *De organ. sect. coni descript.* 1646 – *Commentat. in Geom. Cartesii*: 1649.

Sharp Abramo – *Geom.a Promota*: *Londini* 1718.

La 1.a parte tratta de' semmenti circolari; la 2.a de' poliedri, ed oltre i regolari già noti ne contempla dodici di sua invenzione.

Schubert – Nuo. Com. di *Pietrob.* T. IX, XIII ec. Nel 1.° risolve il probl. *Trovare le curve la cui normale eguaglia il raggio di curvatura*.

Sherwin, Inglese – *Tavole Matematiche*.

Smith Roberto, prof. di Astron. in *Cambridge* – *A Compleat Systems of Opticks in four books* 1738.

Stewart – *Comento sulla Quadrat. delle curve* del Cav.r *Newton*.

Stukely, astron. illustre (Trans. Filos. 1754 ec.).

Stepling Giuseppe, astron. in *Praga* – *De' Semm. cilindr., conici e parabol.* ec. *Dresdae et Lipsiae* 1761.

Segner Gio. Andrea. Gli si attribuisce l'idea de' tre assi di equilibrio de' momenti. Veggasi Accad. di Berl. 1956–57 – Accad. di Pietrob. T. VII an. 1758–59.

Salimbeni Cap. *Leonardo*, prof. nella Sc. Milit. di *Verona* ed illustre ingegnere.

Tetens Gio. Nicolao, profess. di Fis. nell' Acc. *Fridericiana Buzzoviense* - Varie mem. su i mass. e min. (Atti di *Lipsia* 1763 ec.)

Tinseau - Sav. Etrang. T. IX.

Wright Odoardo, aut. delle *Carte Ridotte*, ad uso del pilotaggio: nacque verso il 1560.

Van-Ceulen Lodolfo, *Fiammingo*. Nell' opusc. *De circ. et adscriptis*, 1610, espresse la ragione del diam. alla circonf. del circ. con 35. decimali. Gli spettano altresì le seg. op. - *Fundam. Arith. et Geom.* - *Problem. Geometrica*.

Vlacq Adriano, Olandese. Le tavole ch' ei calcolò con dieci decimali, per supplire al voto rimasto in quelle del *Briggs*, si trovano nella sua *Trigonom. Artificialis*: *Goudae* 1633.

Witt Gio., *Olandese*. I suoi *Elem. delle curve* ebbero applauso.

Van-Heuraet Olandese. Rettificò la parab. cub. senza conoscere il simile ritrovato dell' Inglese *Gugliel. Neill*.

Walmesley-*Sulle Serie* (Acc. di Berl. 1758) - *Sulle perturbazioni del moto lunare*, ec.

Viebeking - *Sulla costruz. de' ponti e di altre fabbriche nell' acqua*.

I Matematici che non hanno giovato alla scienza, o che non si sono meritati la stima di qualche geometra illustre, sono stati espressamente tralasciati. L' involontaria dimenticanza di alcuni potrà perdonarsi all' autore di un Saggio, da quelli specialmente che non ignorino essere la Storia delle Matem. *opus arduum ac difficile, quod infinitam propemodum requirit lectionem, et bibliothecam libris omnibus, tam antiquis quam recentioribus instructissimam* (Wolf. Elem. di Matemat. T. V p. 68).

GIUNTE E VARIAZIONI

TRASMESSE DALL' AUTORE SUL FINE DELLA STAMPA.

Pag. 36 lin. 3.ª - un bell' opuscolo del D.r *Masetti*, nel quale si rintracciano l'equaz.i e le proprietà di quattro curve algebriche (*a*).

Pag. 55 li. 4.ª di fondo: dalla stolta lusinga .... dalla lusinghevole idea.

Pag. 105 §. 45. Osservando i recenti scritti dell' insigne architetto *Stern* Romano, abbiamo veduto che il maraviglioso campanile della cattedrale di *Strasburgo*, disegnato da *Erwin Stimback*, e fabbricato con l' assiduo lavoro di 162 anni, sorge all' altezza di piedi Parig. 494,1 (mis. dell' Ingl. *Dorn*, inferiore di 4.pi,9 a quella della magg. piram. Egiziana), all' altezza cioè di brac. Lucchesi 272, e perciò siamo in dovere di rettificare il calcolo esposto nel cit. §., aumentando l' altezza del Faro sino a braccia 300, contate dal sito dell' osservatore. Lo stesso metodo dà, in questa nuova ipotesi, l' angolo centrale di 26′, e però la massima distanza a cui un vascello potesse di lassù scoprirsi, di miglia geografiche 39.

Pag. 125-26. Ci è sembrato che la voce *produzione* abbia, nel senso metaforico, speciale attitudine a significare uno scritto di qualsivoglia estensione, pubblicato con le stampe; nè a tal nozione abbiamo trovato equivalente al-

---

(*a*) La 1.ª per es.o è la linea percorsa dal centro del circolo, inscritto nel trigono variabile *AFM*, dove *A* è il vertice di una data parabola, *F* il fuoco, *M* un punto del perimetro: rassomiglia la *pteroide Torricelliana*, ammette un' esatta quadratura, ed ha per equazione $pz^2 = u^2(p-4u)$.

cuno de' vocaboli, opera, libro, opuscolo, memoria, dissertazione. Ciò sia detto per giustificare presso i conoscitori della lingua italiana il raro uso da noi fatto della detta voce, a favor della quale sta il voto della sana critica, norma e fondamento d'ogni colto linguaggio, e l'esempio lasciatoci dal Traduttore dell'Istoria della *Conquista del Messico*: opera, che quanto alla purità della lingua venne approvata dall' Accad. della Crusca, essendo censori *Luigi Strozzi* ed *Anton Maria Salvini*.

Pag. 142 li. 16. *Conone*, inventore della *spirale*, emulò *Archimede*, giacchè *maximae propositiones horum librorum* (a) *Cononis sunt* (*Torric.* proem. alla *Quadrat. della Parab.*); ed *Archimede* stesso, trattando di lui non dubitò di asserire, *qui non satis temporis ad haec excogitanda sortitus, vitam permutavit, et ipsa reliquit inexplicata cum illa invenisset, ac multum adeo geometricas facultates ampliasset* (Proem. al Tratt. *De Lin. Spiral.*)

Pag. 176. Il *Keplero* fu prof. di Matematica e Morale in *Gratz*, poi Matematico imp.^le^ in *Praga*, d'onde (an. 1613) passò alla cattedra di Matematica in *Lintz*. Ivi egli pubblicò l'*Epitome Astron. Copernicanae*, e l'opera in V lib. *Harmonices Mundi geometricus* ec. Quella *De Cometis* lib. III, uscì alla luce in Augusta l'anno 1619.

Pag. 180 li. 8 e 9. Nota. *In Fisica a nulla serve il saper formare delle belle immaginazioni, giacchè il Cartesio in tutte le sue immaginazioni ha inciampato nell'errore*. Così il Francese Ab. *Sigorgne* nelle sue *Istituz. Newtonia-*

(a) *De Spha. et Cilin.—De Conoid.—De Lin. Spiral.* — di *Archim.*

ne §. 204, tradotte dal P. *Carbonara* della *Congreg. della Madre di Dio*. Veggasi *Agatopisto Cromaziano* - *Restauraz. d'ogni Filos.* vol. 2.° cap. 21, e *Parent* - *Recherches de Mathem. et de Phys. Paris* 1705, dove i fisici pensamenti del *Cartesio* sono discussi ampiamente e senza veruna indulgenza.

Ci siamo dimenticati di avvertire a suo luogo, che il *Cartesio* diede un bel metodo per condurre la tangente alla cicloide (Lettre 65.°); che immaginò con molto ingegno la teorica delle curve *ovali*, la cui proprietà caratteristica è, che la somma o la differenza de' raggi vettori, condotti ai due fuochi da uno stesso punto del perimetro, vada successivamente variando in una data ragione; proprietà che abbraccia quella della ellisse e dell' iperbola; che servì all' autore per risolvere un sottil problema ottico, la cui costruzione lo inviluppò nell' inutile ricerca delle lenti iperboliche.

La questione ch' egli ebbe col *Fermat* sulla maniera di togliere l'*asimetria* da una data equazione, gli meritò, com' è noto, l' universale compatimento.

Ciò che insegnò sull' arte di arrotare i cristalli fu tale, *ut in ea non satis versatum judicaverint experti* (*Wolf.* Elem. di Matematica T. V. pag. 68.)

Pag. 102 li. 17. *Gio. Caswel* e *David Gregory* estesero la parziale quadratura delle *lunule*, e di tali progressi diede conto il *Wallis* in una sua lettera al Dott. *Sloane* (Trans. Filos. an. 1699 pag. 411.)

Pag. 186 li. 11 di fondo. Essendo mancato il professor *Magini* l'an. 1629, il P. *Cavalieri* concorse alla sua cattedra, ed a tale oggetto esibì al Magistrato di *Bologna* il suo trattato *Degl' Indivisibili*.

Pag. 199 L' *Huyghens* nell' opera intitolata *Theorem. de circ. et hyperb. quadrat.* dimostrò la relazione che sussiste fra la quadratura delle sezioni coniche e la ricerca del loro centro di gravità; trovò l' aja della cissoide (estesa all' infinito) eguale al triplo del circolo genitore, e misurò la superficie delle conoidi e delle sferoidi.

Pag. 202 li. 2 Alcune delle ragioni che sembrano assolutamente contrarie alla primitiva liquidità o mollezza della Terra, furono esposte da *Ermenegildo Pini* (Soc. Ital. T. VI), e dal professore *Della Decima* nella sua *Geologia*. Il P. *Boscovich*, il Cav. *Cagnoli* (Soc. Ital. T. VI) ed il Cav. *Lorgna* (Princ. di Geogr. cap. 7.°), ed altri, hanno decisamente opinato che la superficie terrestre non sia nè sferoidica nè regolare.

Pag. 203 *Gregory Jacopo* (De vera circ. et hyper. quadrat.) dimostrò, che se abbiansi due poligoni simili p, p', uno inscritto, l' altro circoscritto ad una curva conica, poi due altri poligoni simili P, P', di doppio numero di lati, il primo inscritto ed il secondo circoscritto alla stessa curva, il poligono P è medio geometrico tra p e p', il poligono P' medio armonico fra p e P.

La sua opera *Geometriae Pars Universalis*: *Patavii* 1668, contiene molti be' teoremi sulla trasformazione, rettificazione e quadratura delle curve, e sulla misura de' volumi generati dalla loro rivoluzione.

Pag. 204 Si sa dal *Leibnitz* (Commerc. Epistol. pag. 87 e 92) che l' *Hudde* possedea da

molto tempo il metodo delle tangenti, anche più completo di quello pubblicato poi dal Can.^{co} *Sluze*: che avea trovata prima del *Mercatore* la quadratura dell' iperbola: che sapea condurre una curva per un dato numero di punti, e che avea scritto sulle rendite vitalizie e sulla probabilità della vita umana.

Pag. 210 li. 7 di fondo. Pubblicò un' operetta che ha per titolo *Opuscula Mathem.* 1699, dove trattò ingegnosamente della moltiplice sezione dell' angolo.

Pag. 221 Il problema delle *trajettorie reciproche*, proposto ed egregiamente sciolto da *Gio. Bernoulli*, ha per oggetto di trovare le curve, ch' essendo costruite in direzione contraria sul medesimo asse, e trasportate parallelamente a se stesse, l' una contro l' altra, con velocità eguale, si tagliano sempre sotto uno stesso angolo dato.

Lo stesso *Bernoulli* diede (Acc. di Par. 1732 pag 237) la teorica dell' *epicicloide sferica*, ed in parte confutò quella datane dall' *Ermanno*.

Evvi anche la soluzione del seguente

Probl. *Descrivere sulla superficie di una sfera una curva algebrica e rettificabile*.

CORREZIONI PER LA *SCIEN.* DEL *CALC.*

T. II pag. 92 li. 5. di fon.
valore che diviso . . . valore la cui metà divisa

P. 92 li. ult. . . . a *Lambert* . . . a *Lambert*, e corrisponde alla divisione di $\frac{1}{2}\pi = 1,5707$ . . . . per 90, per 5400, ec.

T. IV pag. 100 §. 624. (per coloro che non hanno la carta ristampata).

Tolga l'esponente di 8 e d'y, scriva $2y$ per $16y$, $8y$ per $64y$.

§. cit. li. 6 . . . . poichè $x=31$ . . . . poichè $y=1,3,6,10,15$ . . . .
danno $a=1,2,3,4,5$ . . . .

Cangiato hanno in *danno* cancelli *la proprietà di cui si tratta*, poi *mentre si ha* e la lin. seg.

Pag. 225 li. 5 di fon.

$$x=\frac{4-1^2}{-1} \quad \ldots\ldots \quad x=\frac{4-12}{-1}.$$

Articolo I.

Fatto $b=a$ ed $m=1,2,3$ ec. si ottiene

$$\begin{aligned}
&\text{sen.}\,2a=\text{sen.}\,a.2\cos.a\,,\\
&\text{sen.}\,3a=\text{sen.}\,2a.\,2\cos.a-\text{sen.}\,a\\
&\text{sen.}\,4a=\text{sen.}\,3a.2\cos.a-\text{sen.}\,2a\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\text{sen.}(m+1)a=\text{sen.}\,ma.2\cos.a-\text{sen.}(m-1)a\\
&\cos.2a=2\cos.^2.a-1\\
&\cos.3a=\cos.2a.2\cos.a-\cos.a\\
&\cos.4a=\cos.3a.2\cos.a-\cos.2a\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\cos.(m+1)a=\cos.ma.2\cos.a-\cos.(m-1)a\,;
\end{aligned}$$

e mediante l'ipotesi $2\cos.a=y+\frac{1}{y}$, e la scala di relazione $2\cos.a\,,-1$, si ha

$$\cos.2a\left(=\cos.a.2\cos.a-\cos.0a\times-1\right)=\tfrac{1}{2}\left(y+\frac{1}{y}\right)^2-1=\tfrac{1}{2}\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)$$

cioè $\quad 2\cos.2a=y^2+\frac{1}{y^2}$.

Si trova nella stessa guisa

$$2\cos.3a=y^3+\frac{1}{y^3}\,,\quad 2\cos.4a=y^4+\frac{1}{y^4}\,,\text{ ec.}$$

e per provare la legge di derivazione basta supporla verificata per due gradi consecutivi n^{simo} ed $(n-1)^{\text{mo}}$, ipotesi che non può rifiutarsi giacchè sussistono le due eq.$^{\text{i}}$

$2\cos.0a=y^0+\frac{1}{y^0}$, $2\cos.a=y+\frac{1}{y}$: il risultamento è

$$2\cos.(n+1)a\left[=\left(y^n+\frac{1}{y^n}\right)\left(y+\frac{1}{y}\right)-\left(y^{n-1}+\frac{1}{y^{n-1}}\right)\right]=y^{n+1}+\frac{1}{y^{n+1}}$$

Or l'eq.$^{\text{i}}$ $2\cos.a=y+\frac{1}{y}$, $2\cos.ma=y^m+\frac{1}{y^m}$, danno

$y^2-2\cos.a.y+1=0\ldots(1)$, $y^{2m}-2\cos.may^m+1=0\ldots(2)$; e siccome coesistono debbono avere una risolvente comune α (teor. che *Moivre* accennò senza dimostrazione nelle Transazioni Filos. per l'an. 1722): ma non può α soddisfare ad entrambe senza che lo stesso avvenga di $\frac{1}{\alpha}$, perchè la sostituzione di $\frac{1}{y}$ in vece d'y non altera l'equazioni di cui si tratta: dunque l'equazione (1) è un divisore dell'equazione (2), e fatto $ma=\theta$ si ha

Teor. del *Moivre*: $y^{2m}-2\cos.\theta.y^m+1=0$ divisibile per gli m trinomj seguenti

$$y^2-2\cos.\frac{\theta}{m}.y+1\,,$$

$$y^2-2\cos.\left(\frac{\theta}{m}+\frac{2\pi}{m}\right)y+1\,,$$

$$y^2-2\cos.\left(\frac{\theta}{m}+\frac{4\pi}{m}\right)y+1\,,$$

$$y^2-2\cos.\left(\frac{\theta}{m}+\frac{6\pi}{m}\right)y+1\,,$$

. . . .

$$y^2-2\cos.\left(\frac{\theta}{m}+\frac{(m-1)2\pi}{m}\right)y+1\,,$$

e perciò equivalente al loro prodotto.

Per dedurne il teorema del *Cotes* basta fare $a=0$ ovvero $a=\frac{\pi}{m}$, ipotesi che riducono l' equazione (2) ad $(y^m\pm1)^2=0$.

Articolo II.

Supplemento al §. 77 della *Scienza del Calcolo*, 42 degli *Elementi d' Algebra*.

Profittando del corollario 5.° del §. 89 (Elem. cit.), del §. 495 (Sc. del Calc.), possiamo direttamente dimostrare la riduttibilità di $(a\pm b\sqrt{-1})^n$ alla forma $A\pm B\sqrt{-1}$, quando n è numero fratto o frazionario.

In $(a\pm b\sqrt{-1})^{\frac{m}{n}}$ si ponga $\frac{m}{n}=q+\frac{r}{n}$, onde avere

$$(a\pm b\sqrt{-1})^q\sqrt[n]{(a\pm b\sqrt{-1})^r}.$$

Prescindendo dal primo fattore, che supponiamo ridotto alla nota forma, si concepisca effettuata la riduzione di $(a\pm b\sqrt{-1})^r$ ad $\alpha\pm\beta\sqrt{-1}$, e si tratterà di ridurre $\sqrt[n]{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}$. A tale oggetto facciasi $p=\alpha$ e $q=\pm\beta\sqrt{-1}$ nell' equazione identica

$$\sqrt{(p\pm q)}=\sqrt{\tfrac{1}{2}(p+\sqrt{p^2-q^2})}\pm\sqrt{\tfrac{1}{2}(p-\sqrt{p^2-q^2})}$$

onde

$$\sqrt{\alpha\pm\beta\sqrt{-1}}=\sqrt{\tfrac{1}{2}(\alpha+\sqrt{\alpha^2+\beta^2})}\pm\sqrt{\tfrac{1}{2}(\alpha-\sqrt{\alpha^2+\alpha^2})},$$

Si trasformi il 2.° termine in

$$\sqrt{\tfrac{1}{2}(-\alpha+\sqrt{\alpha^2+\beta^2})}\sqrt{-1}\,:$$

si rappresentino le respettive quantità reali $\sqrt{\tfrac{1}{2}(\alpha+\sqrt{\alpha^2+\beta^2})}$, $\sqrt{\tfrac{1}{2}(-\alpha+\sqrt{\alpha^2+\beta^2})}$ per γ, δ, e si avrà $\sqrt{\alpha\pm\beta\sqrt{-1}}=\gamma\pm\delta\sqrt{-1}$: quindi

$$\sqrt[2^i]{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}\left[=\sqrt[2^{i-1}]{\pm\sqrt{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}}\right]=\sqrt[2^{i-1}]{\pm(\gamma\pm\delta\sqrt{-1})},$$

Ma con lo stesso metodo si trasforma

$$\sqrt[2^{i-1}]{\pm(\gamma\pm\delta\sqrt{-1})}\text{ in }\sqrt[2^{i-2}]{\pm(\varepsilon\pm\zeta\sqrt{-1})},\text{ ec.}$$

e proseguendo si giunge ad una funzione finale della forma $A\pm B\sqrt{-1}$, indipendente dal segno radicale. Dunque se $n=2^i$, la riduzione è possibile.

Due sole ipotesi restano da farsi per n, cioè che sia dispari e però $=2h+1$, ovvero pari e della forma $2^i(2h+1)$. Nel 1.° caso giova istituire l'equazione

$$\sqrt[n]{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}=s\pm t\sqrt{-1}\,,$$

per verificare se s e t ammettano generalmente un valor reale. Siccome non può supporsi

$$\sqrt[n]{(\alpha+\beta\sqrt{-1})}=s+t\sqrt{-1}\text{ senza che sia}$$

$\sqrt[n]{(\alpha-\beta\sqrt{-1})}=s-t\sqrt{-1}$, poichè in questa sola ipotesi, la somma delle potenze $n^{si.}$ di ambedue le equazioni dà reale il 2.° membro e comparabile a 2α, valore del 1.°, pongasi la potenza $n^{es.}$ di

$$\sqrt[n]{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}=s\pm t\sqrt{-1}\,,\text{ onde avere}$$

$$\alpha\pm\beta\sqrt{-1}=s^n\pm ns^{n-1}t\sqrt{-1}-\frac{n(n-1)}{1.2}s^{n-2}t^2\mp\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}s.^{n-3}t^3\sqrt{-1}\text{ ec.}$$

L'identità esige che sia

(1) . . . . $s^n-\frac{1}{2}n(n-1)s^{n-2}t^2$ ec.$=\alpha$, equaz. che necessariamente esclude qualunque potenza dispari di t, perchè tali potenze risultano affette da $\sqrt{-1}$, e non fanno parte dei termini paragonabili ad α. Ma il prodotto di

$$\sqrt[n]{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}=s\pm t\sqrt{-1}\quad\text{per}$$

$$\sqrt[n]{(\alpha\mp\beta\sqrt{-1})}=s\mp t\sqrt{-1}$$

dà $\sqrt[n]{(\alpha^2+\beta^2)}=s^2+t^2$ cioè $t^2=\sqrt[n]{(\alpha^2+\beta^2)}-s^2$ quantità reale: dunque l'eq. (1) ha i coefficienti reali, e fatta la sostituzione del respettivo valore di t^2, t^4, ec. resta di grado dispari: per conseguenza s ammette almeno un valore reale, e l'ipotesi $\sqrt[n]{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}=s\pm t\sqrt[2^i]{-1}$ è soddisfatta.

Se finalmente $n=2^i(2h+1)$ si ha

$$\sqrt[n]{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}=\sqrt[2^i]{\sqrt[2h+1]{(\alpha\pm\beta\sqrt[2^i]{-1})}}=\sqrt{(s\pm t\sqrt{-1})}=$$

(pel 1.° caso) ad $A\pm B\sqrt{-1}$.

Dunque si verifica generalmente

$$\sqrt[n]{(\alpha\pm\beta\sqrt{-1})}=A\pm B\sqrt{-1},\qquad\text{e però}$$

$$(a\pm b\sqrt{-1})^q\sqrt[n]{(a\pm b\sqrt{-1})^r}\quad\text{ossia}$$

$$(a\pm b\sqrt{-1})^{\frac{m}{n}}=A\pm B\sqrt{-1},$$

anche nella supposizione di $m>n$: il che voleasi dimostrare.

ARTICOLO III.

Somma de' numeri figurati di qualunque ordine, e sue applicazioni.

La somma de' numeri figurati di qualsivoglia ordine, già da molto tempo rinvenuta per induzione, essendo un oggetto che non poco interessa il Calcolo Algebrico, ci siamo proposti di rintracciarla con adequato metodo, e di farne l'applicazione a due ricerche assai pregevoli, che nella *Scienza del Calcolo* sembrano desiderate, vale a dire alla determinazione del numero de' termini che costituiscono la potenza $(a+a_1+a_2\ldots+a_n)^m$, ed alla derivazione della formola

$$\frac{m(m+1)\ldots(m+n-1)}{1.2.3\ldots n}\quad(\ldots(r)\text{ Op. cit. T. I pag. 94})$$

esprimente il numero delle combinazioni tra m elementi presi n alla volta, con la condizione che ciascuno possa ripetersi fino ad n volte.

Si scrivano in colonna le identità che seguono:

$$1+0=1$$

$$n+1=\frac{n+1}{1}$$

$$\frac{n(n+1)}{1.2}+\frac{n+1}{1}=\frac{(n+1)(n+2)}{1.2}$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{1.2.3}+\frac{(n+1)(n+2)}{1.2}=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3}$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3.4}+\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3}=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{1.2.3.4}$$

. . . .

$$\frac{n(n+1)\ldots(n+m-3)}{1.2.3\ldots(m-2)}+\frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+m-3)}{1.2.3\ldots(m-3)}=\frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+m-2)}{1.2.3\ldots(m-2)}$$

$$\frac{n(n+1)\ldots(n+m-2)}{1.2.3\ldots(m-1)}+\frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+m-2)}{1.2.3\ldots(m-2)}=\frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+m-1)}{1.2.3\ldots(m-1)}$$

$$\frac{n(n+1)\ldots(n+m-1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots m}+\frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+m-1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots(m-1)}=\frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+m)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots m}$$

Nella somma de' respettivi membri si sopprimano i termini identici, e si avrà la somma de' primi $n+1$ termini, spettanti alla serie dell' ordine $(n-2)^{esi}$.

$$1+n+\frac{n(n+1)}{1\,.\,2}+\frac{n(n+1)(n+2)}{1\,.\,2\,.\,3}\ldots+\frac{n(n+1)\ldots(n+m-1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots m}=$$
$$\frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+m)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots m},$$

la cui espressione costituisce il termine generale della serie consecutiva, come può verificarsi facendovi $n=0,1,2,\ldots n$.

Passando alla prima delle applicazioni sopra indicate si osservi che la serie

$$(a+a_1)^0+(a+a_1)^1+(a+a_1)^2\ldots+(a+a_1)^{n-1}+(a+a_1)^n,$$

comprende un numero di termini espresso per

$$1+2+3\ldots+n+(n+1)=(\S.114)\frac{(n+1)(n+2)}{1\,.\,2};$$

e si vedrà che tal è quello di

$$(a+a_1+a_2)^n=a^n(a_1+a_2)^0+na^{n-1}(a_1+a_2)^1$$
$$+n\frac{(n-1)}{2}a^{n-2}(a_1+a_2)^2\ldots+na(a_1+a_2)^{n-1}$$
$$+(a_1+a_2)^n.$$

La potenza $(a+a_1+a_2+a_3)^n$ si ottiene sostituendo a_2+a_3 per a_2 nella espressione di $(a+a_1+a_2)^n$; perciò i successivi termini della potenza $n.^{esima}$ di un quadrinomio sono respettivamente affetti da

$$(a_1+a_2+a_3)^0,\ (a_1+a_2+a_3)^1,\ (a_1+a_2+a_3)^2\ldots,\ (a_1+a_2+a_3)^n.$$

e basta sostituire, $1, 2, \ldots n$ per n in $\frac{(n+1)(n+2)}{1\,.\,2}$

per avere una serie numerica, la cui somma esprime il total num. de' termini componenti

$$(a+a_1+a_2+a_3)^n.$$

Tal serie è

$$1+3+6+10\ldots$$
$$+\frac{(n+1)(n+2)}{1\,.\,2}=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\,.\,2\,.\,3}.$$

La sostituzione di $0, 1, 2, \ldots n$ per n nella prec. formola, dà, com' è noto, i numeri piramidali, e la somma di essi, cioè $\frac{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}$. equivale al numero de' termini componenti

$$(a+a_1+a_2+a_3+a_4)^n.$$

Si supponga inoltrata la precedente derivazione sino ad

$$(a+a_1+a_2\ldots+a_{n_{,}})^n,$$

essendo $n_{,}$ un dato num.° intiero, ed il numero de' termini che compongono la predetta potenza sia per conseguenza

$$=\frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+n_{,})}{1\,.\,2\,.\,3\ldots n_{,}}\ldots(s).$$

Le respettive ipotesi $n=0, 1, 2\ldots n_{,}$ danno

$$1,\ \frac{n_{,}+1}{1},\ \frac{(n_{,}+1)(n_{,}+2)}{1\,.\,2}\ldots\frac{(n_{,}+1)(n_{,}+2)\ldots(n_{,}+n)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots n_{,}},$$

cioè la serie de' numeri figurati che succede ad

$$1,\ \frac{n_{,}}{1},\ \frac{n_{,}(n_{,}+1)}{1\,.\,2}\ldots\frac{n_{,}(n_{,}+1)\ldots(n_{,}+n-1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots n_{,}-1}.$$

Dunque il numero de' termini componenti lo sviluppamento di $(a+a_1+a_2\ldots+a_{n_{,}+1})^n$ viene espresso con una formola, soggetta alla stessa legge che caratterizza la (s); la legge della derivazione è generale, ed il numero de' termini contenuti nella espressione di

$$\left(a+a_1+a_2\ldots+a_m\right)^n$$

$$\text{è } = \frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+m)}{1.2.3\ldots.m}.$$

Avvertasi adesso che la formola precedente coincide con $\frac{(m+1)(m+2)\ldots(m+n)}{1.2.3\ldots n}$, ch' essa, posto $m-1$ per m, non differisce dalla (r); che i termini dello sviluppamento di $\left(a+a_1+a_2\ldots+a_m\right)^n$ son' omogenei del grado n (§. 139 form. V), e si concluderà ec.

TAVOLA

Che comprende il valore dell'annua rendita di una lira, sulla vita di un individuo di anni 18, 19, . . . sino a 95 inclusivamente.

Età	Val. dell'an.ª rend. di 1 lira	Età	Val. dell'an.ª rend. di 1 lira	Età	Val. dell'an.ª rend. di 1 lira
an. 18	15,05077	44	,47928	71	5,92815
19	14,96102	5	,29431	2	,72925
20	,86743	6	,10104	3	,54651
1	,76978	7	10,89893	4	,38743
2	,66781	8	,68737	5	,18921
3	,56130	9	,50140	6	,01477
4	,44997	50	,30830	7	4,87600
5	,33353	1	,10762	8	,69784
6	,21169	2	9,89887	9	,56054
7	,08413	3	,68153	80	,37492
8	13,95049	4	,49236	1	,23464
9	,81040	5	,29799	2	,16741
30	,66349	6	,09825	3	,05950
1	,50933	7	8,89300	4	3,87140
2	,34746	8	,68207	5	,74247
3	,17742	9	,46531	6	,49096
4	12,99869	60	,24254	7	,27643
5	,84361	1	,01362	8	,12830
6	,71436	2	7,77838	9	2,79006
7	,58025	3	,53668	90	,46221
8	,44101	4	,28836	1	,15983
9	,29633	5	,07792	2	1,91578
40	,14589	6	6,86900	3	,81619
1	11,9[illegible]36	7	,66323	4	,38375
2	,80209	8	,46281	95	0,93726
3	,65647	9	,27067		
		70	,09068		

Il laboriosissimo calcolo di questa tavola è stato fatto, col sussidio d' ingegnosi artifizj, dal Sig.r Girolamo Tommasi, Archivista di Stato del Ducato Lucchese, e dal Sig.r Pietro Ruelle Ingegnere, mediante la formola da noi proposta nella *Scien. del Calc.* (T. II pag. 53), e riprodotta in questo libro sul fine della pag. 229. Basterà un esempio per mostrare con quanta facilità da ogni respettivo valore della tavola si deduce l' annua prestazione vitalizia, competente ad un individuo di una data età.

Un uomo di anni 51 vuol dare a vitalizio la somma di lire 3560, e dimanda quanto all' anno può giustamente pretendere.

Se $10^{li.},10762$ danno $1^{li.}$, quanto $3560^{li.}$ daranno?

Il 4.° proporzionale è $\frac{3560^{li.}}{10,10762}$ cioè $352^{li.}\frac{1}{5}$ presso a poco.

INDICE ALFABETICO

De' Geometri non viventi, de' quali si è fatta nel libro particolar menzione.

(a) I Geometri il cui cognome è preceduto dalla doppia virgola, si trovano nel *Registro Supplementario* pag. 304 e seg.

Sommando gli anni vissuti da' 70 Geometri Italiani, nell' Indice contraddistinti con l' asterisco, Geometri che sono tutti quelli, de' quali abbiamo potuto rinvenire l' anno della nascita e quello della morte, si ottiene il numero 5076, e questo diviso per 70, dà il quoziente $72 \frac{1}{2}$. Dunque in Italia la longevità de' Geometri si estende di molto oltre i consueti limiti, ed ha l' aspetto di un singolare fenomeno, che l' accorto lettore troverà consentaneo alla morale costituzione della natura umana. In 70 se ne contano 18 ottuagenarj, 2 nonagenarj.

I geometri italiani da noi registrati sono 104; i francesi 76; tutti, cominciando da *Talete*, 418. La ragione del numero totale de' francesi al totale numero degl' italiani, almeno, per quanto sin qui risulta dalle nostre ricerche, può dunque supporsi approssimatamente espressa per 19 : 26; e questa ragione, attesa la doppia popolazione della Francia, si dee ridurre a quella di 5 a 13.

INDICE

DELLE MATERIE

NOTIFICAZIONE DELL' EDITORE.

Per secondare le istanze di molti Signori Associati alla *Scienza del Calcolo*, avevamo risoluto di pubblicare sul fine di questo libro la Memoria del Sig.r Prof.r Franchini, sulla triplice spinta di una trave inclinata, ma l'inaspettato aumento del volume ci ha costretti a riserbarla ad uno de' tomi che seguono.

Intanto, affinchè niuno possa disapprovare la nostra risoluzione, anticipiamo qui la notizia di un documento, relativo alla predetta Memoria; documento che fu richiesto dal Governo del Regno Italico, ch'è registrato negli Atti della pubblica Istruzione di Milano, e ci è stato recato da un Prof.re dell' università di Pavia (*a*).

(*a*) L'Autore del presente libro, conferma contro qualunque tipografo italiano che lo riproducesse, la dichiarazione che pubblicò ne' suoi Elementi d'Algebra (pag. 308).

Milano li 15. Gennajo 1813.

AL SIG. CONTE SCOPOLI,

Consigliere di Stato, Direttore Generale della pubblica Istruzione ec. ec.

La riputazione del Signor Abb. Franchini di Lucca, in qualità di valente matematico, è già da alcuni anni solidamente stabilita per mezzo di varie opere, da lui pubblicate, e separatamente e nelle raccolte Accademiche. La memoria (sulle spinte di una trave inclinata), inserita nel tomo 16.° della Società Italiana, ch' ella Sig. Conte Direttore, mi ha dato da leggere, è una nuova prova dell' abilità non ordinaria di questo Autore. In essa si scorge nitido ordine d' idee, stile conciso e chiaro, rigore geometrico nelle dimostrazioni, ed elegante facilità nell' esporre e nel risolvere le quistioni intralciate di matematica pura e di meccanica. Vi si trova quella scelta e sobria erudizione, che fa risaltare l' importanza delle stesse quistioni, e tiene risvegliata l' attenzione del lettore. In somma i meriti del Sig. Franchini sono tali, che converrebbe collocarlo, non in un Liceo con un tenue soldo, ma in una delle Università del Regno, nelle cattedre d' analisi sublime o di matematica applicata, e son sicuro che riuscirebbe a formare degli ottimi allievi, ed a promuovere con altre opere gli studj delle scienze esatte.

Ho l' onore di attestarle, Sig. Conte Direttore, la più distinta stima e considerazione.

Sottoscritto ORIANI.

Per copia conforme all' originale che trovasi negli Atti della Direzione Generale dell' Istruzione pubblica

NARDINI R. *Censore*.

SUPPLEMENTO

All' Errata degli Elementi d' Algebra.

Pag. 37 li 14 . . . Op. cit. . . . *Scien. del Calc.*
46–15 . . . $(3a^2$ . . . . . $(a$
51–17 . . . $10(a+b^{\frac{3}{6}})$ . . . $10(a+b)^{\frac{3}{6}}$
58–21 . . . $2^3=6$ . . . $2^3=8$
23 . . . di 6 . . . di 8
61–4 di fon. . . . $l(b\sqrt{c^{\frac{1}{2}}})$ . . . $l(b.c^{\frac{1}{2}})$
70–13 . . . . . $y=\kappa$ . . . . . $y=1+\kappa$
6 di fon. . . . d' onde . . . Inoltre
106 §. 90 li. 4 . . . nella pred. ipot . . . . nell' equaz. del 2.° gr.
126–10 . . . a^4-b^2 . . . a^2-b
5 di fon. . . . (aggiungasi) sostituendo $b\sqrt{-1}$ a $\sqrt{-b}$:
140–3 . . . $r>0$ . . . $r<0$
4 . . . . $(-1)^5>0$ . . . $(-1)^5<0$
141–2 . . . . lire . . . . scudi
158–12 e 13 . . . $(m+1)a$ . . . ma
15 . . . $=2,3,4,5,6$ . . . $=3,4,5,6,7$
19 . . . (147 n.° I) . . . (150 n.° I)
164–ult. . . . . . $\frac{1-t^2}{1}$ . . . . . $\frac{1}{1-t^2}$
174–14 . . . cos. DCF . . . cos. CDF
205–13 . . . 178 n.° II . . . 119
21 . . . 344 168
210–8 . . . . $\frac{C}{A}, \frac{C}{B}$ . . . . . $\frac{A}{C}, \frac{B}{C}$,
267–9 . . . . $(\frac{1}{2}Cl)^2$ . . . . $(Cl)^2$
273–7 di fon. . . . $QMANR$ . . . $Q'QAPR$

282–15 . . . n.° IV . . . n.° III
293–14 . . . $\sqrt{2rx-x^2}$ . . . $\sqrt{2r-x}$
302–7 $\begin{cases} y=ax+\alpha \text{ . . . } x=az+\alpha \\ z=bx+\beta \text{ . . . } y=bz+\beta \end{cases}$
306–9 . . . quoziente . . . divisore
309–1 . . . Pag. 147 . . . Pag. 17