

LEGGI  
E FENOMENI,  
REGOLAZIONI ED USI  
DELLE  
ACQUE CORRENTI  
DI  
BERNARDINO ZENDRINI  
MATEMATICO DELLA  
SERENISSIMA REPUBBLICA DI VENEZIA  
CON LA SOPRAINTENDENZA GENERALE DELLE ACQUE.



IN VENEZIA  
MDCCLXI.

Presso GIAMBATISTA PASQUALI.  
CON LICENZA DE SUPERIORI, E PRIVILEGIO.





## PREFAZIONE.



I maraviglierà forse taluno nel vedere un Trattato di Acque tutto segnato di cifre algebriche, quasi che queste nulla abbino a che fare col corso de' fiumi, o coll'equilibrio de' liquidi che sempre affettano di comporre la loro superficie a punti equidistanti dal comune centro de' gravi. Se questi però farà attenzione, che il fondamento della Geometria è l'Analisi, come la Geometria è la base della scienza delle Acque, di quella in specie, che il loro moto e peso, e la loro forza rafferma, farà d'accordo che altro metodo più naturale, e per avventura più compendioso e sicuro esser non vi possa, che quello che in questo nostro Trattato si è posto in uso.

Io so molto bene quanti pur anco vi siano fra gli Uomini di scienze, che vorrebbero trat-

tate

vj      P R E F A Z I O N E .  
 tate le cose sì della pura, che della mista matematica con la sola sintesi, ed in somma coll'antico metodo, pretendendo che in tal modo maneggiando le materie, e maggiormente l'intelletto si appaghi, e le dimostrazioni rieschino molto più a portata di farci sentire la verità delle proposizioni, riputando che l'analisi serva piuttosto ad indicarci i risultati che si ricavano da certi dati, e da certe supposizioni, che a tessere le vere prove di quanto viene proposto: contuttociò per poco che un s'interni in questo criterio ed esame, si vedrà chiaramente, che se la pura Geometrica sintesi dimostra con certa catena di sillogistiche prove le assunte proposizioni, lo stesso fa pur anco l'analisi, se cogli stessi principj e procede e conclude, il tutto finalmente in entrambi riducendosi o ad eguagliare le quantità, o a risolverle in analogie; con la sola differenza che in quella sembrano in certo modo più sviluppate e le analogie, e le quantità comparate, in questa se stanno coperte sotto termini universali, benchè pajano assai involute, a talento però di chicchessia possono agevolmente ricevere l'intero suo sviluppamento ed esser condotte nello stesso modo e forma che con la sintetica Geometria si ottengono.

A tal proposito non devo tralasciare di trascrivere quanto M. Bellidor, sì benemerito della scienza che abbiamo per le mani, ha pubblicato nella di lui Prefazione alla sua *Architettura*

*Idra-*

*Idraulica*. Come, dic' egli, non ignoro punto l'importanza di un soggetto, che tanto interessa la necessità della vita, ho io creduto che applicandomi a trattarlo con esattezza, ognuno avesse a lodare l'aver io impiegati i momenti di quell'ozio, di cui posso disporre, ma temo solamente, che quelli i quali non hanno l'uso dell'*Algebra*, e che si sono di già lamentati di quella che ho sparso nelle altre mie Opere, mormoreranno di trovarne molta in questa, che ora esce, ma come vogliono essi che io mi faccia? Ella è divenuta la chiave di tutte le scoperte, nè è possibile di perderla di vista, quando oprar si voglia con precisione, nè certamente se non col di lei mezzo si ponno dedurre i metodi per operar con sicurezza nella pratica. Il calcolo letterale s'addatta alla capacità dello spirito presentandogli una serie infinita di oggetti sotto la più semplice espressione, senza esser distratto dalla complicazione de' loro rapporti, nè si ricerca altra attenzione che quella che domanda il calcolo stesso, e la sola penna conduce direttamente alla risoluzione di ciò di cui si va in traccia, che diviene in seguito una formola generale per tutte le simili questioni senza il bisogno di altre dimostrazioni, che di quelle che si ricavano dall'evidenza del calcolo medesimo, le di cui operazioni sono fondate sopra semplici assiomi. Sovente una sola espressione letterale dà lume ad una scienza intiera, svoluppandosi senza fatica tutte le conseguenze le une dopo le altre, come agevolmente si potrà giudicarlo per il modo con cui noi abbiamo espresso le regole de' moti, e quelle della misura delle acque. E il non mai abbastanza lodato M. De Fontenelle ne-

gli

gli *Elementi della Geometria dell'infinito*, verso il fine della dottissima sua Prefazione si esprime, parlando del calcolo: Che questo in *Geometria* è quello appunto, ch'è lo sperimento in *Fisica*, e tutte le verità prodotte solamente dal calcolo, si potrebbero avere in conto di verità di esperienza.

Aggiungasi al fin qui detto, (oltre alla facilità che dà il calcolo nel dedurre tante conseguenze) la fecondità dello stesso per cavarne fecondo le varie supposizioni la serie delle deduzioni e Corollarj, onde si può dire, che perfettamente ne resti esaurito il soggetto che si maneggia: motivi tutti che mi hanno fatto preporre questa all'antica sintetica strada sempre laboriosa a trattarsi, senza comparazione meno ubertosa nello scoprimento de' ritrovati, e spesse volte insufficiente a condurci al termine che ci siamo proposti, allora principalmente, che siamo obbligati a servirsi delle curve di grado superiore, o come vengono dette, trascendente, che adesso dopo degli ammirabili ritrovamenti del Cavalieri e del Torricelli ne' loro indivisibili, e dopo dell'analisi degl'infiniti promossa da' loro inventori al più sublime grado di perfezione, da tanti incomparabili Uomini della Germania, dell'Inghilterra, e della Francia e che hanno in passato fiorito, e che tutt'ora fioriscono, cotanto illustrata, si maneggiano quasi con tanta facilità, quanto si trattavano altre volte le sole linee ricevute dagli antichi come Geometriche.

Se

Se dunque anco di queste linee avevo a far uso in questo Trattato, era ben conveniente il fermarmi di tutti que' mezzi che a tal termine condurre mi potevano, ed ecco prodotti que' titoli che giustificare possono il metodo da me tenuto, essendo, per così dire, il solo che alla meta guidar mi poteva.

Altro pesante obbietto mi potrebbe esser fatto anche concedendomi tutto ciò, che fin qui ho esposto, ed è, che finalmente tendendo ogni mio scopo nel porre in una ragionevole pratica la dottrina delle acque, anzi avendo voluto piantar questa sopra delle sole osservazioni, de' fenomeni, e di fatti incontestabili, certamente che quelli che vi avranno a por le mani non faranno, e forse di gran lunga, in istato d'intendere il linguaggio con cui è stesa questa materia, onde più tosto aveva essa a trattarsi col fondamento di una facile Geometria, che nell'astrusa via dell'analitica da pochi conosciuta, e calcata; dimodochè i Periti a' quali finalmente raccomandarsi si deve l'esecuzione di quanto si avanza, niuno o pochissimo uso ne potranno fare.

L'obbietto per vero dire ha il suo nerbo, e lo conosco pur troppo di molta forza, ma non può però esser tale da farmi pentire della mia fatica, e della massima presa. È verissimo che i Periti e gl'Ingegneri poco o nulla si domesticano con il calcolo, ma se questi non lo fanno, lo devono ben fare i Professori delle miste Matematiche, a'

\*\* quali

quali effettivamente ho inteso di dirigere quanto può trarsi dal mio Trattato. So pur troppo che d'ordinario si confondono da' men dotti i gradi di Perito, d'Ingegnere, e fino talvolta d'Agrimensore con quello de' Professori, abbenchè l'ordine di questi sia ben differente dal rango degli antedetti; deve un vero Professore intender egualmente le dottrine teoriche, che le regole della pratica, dove al Perito basta di versar in questa: Io dunque ho preteso di affaticarmi per i primi, senza però perder di vista nè meno i secondi, che se quelli sono come la mente nell'Uomo, questi possono riputarsi come le braccia.

Prima di spiegarmi ulteriormente sopra di ciò, e mostrare che in fatti quanto rafferma il Trattato servir debba e per gli uni, e per gli altri, dirò qualche cosa dell'idea generale avuta nell'estesa de' Capitoli che tutte le materie trattate contengono.

Perchè dunque documentato dal Gran Galileo, e poi dal celebratissimo Cavaliere Nevvton ne' suoi incomparabili Principj della naturale Filosofia, di doverli dedurre in Fisica le conclusioni non da poco fondate, e spesso volte affatto ideali supposizioni, ma dal fatto e dalle osservazioni, e sopra di queste stabilire il fondamento di quanto si fosse per avanzare; Appoggiandomi per tanto ad una massima sì vera, ho procurato di seguire i precetti di detti grand'Uomini, e Dio volesse con quella fortuna e



pubblico vantaggio com' essi hanno fatto: Ben venticinque anni di non interrotte osservazioni sopra delle acque ho consummati prima di stendere il presente Libro, ed ho voluto più di una volta assicurarmene col rifare le osservazioni non che in uno, ma in varj fiumi nell'incontro di averne tanti riconosciuti anche fuori de' felicissimi Stati della Serenissima Repubblica, cui ho l'onore da lungo tempo di servire.

Raccolte dunque le osservazioni, e ricavato dalle medesime quelle conseguenze, che mi sono parute le più naturali ed adattate, e sopra delle medesime avendo voluto prender il consiglio di Uomini ben capaci di ammaestrarmi, ho potuto finalmente tessere quanto in ora esce in pubblico; Che se per avventura non ho toccati i limiti che avrei bramato, può essere che almeno dia materia ad altri più abili di me di farlo, e di ridurre una volta questa sì necessaria scienza, nata per la felicità de' popoli e de' Stati, alla sua perfezione.

E' nata la dottrina delle acque, com' è palese, in Italia, e dalla celebre controversia del Reno fra Bolognesi e Ferraresi ha avuto il vero suo cominciamento, e può dirsi ancora il suo incremento: Fu il primo D. Benedetto Castelli Abate di S. Benedetto Aloisio, quello che avendo affittito Monsignor Ottavio Corsini Presidente di Romagna nella Visita che e' fece del Reno e del Pò, stese poscia gli elementi che denominò *Mi-*

*sura delle acque correnti*, ed in verità che unì sì felicemente una sì contumace e difficile materia alle leggi della Geometria, che per il tempo che allora correva, e nelle di lui supposizioni, la condusse tanto inanzi, che si è meritato un nome immortale, abbenchè e le cose posteriormente ritrovate con esperimenti più adattati, abbiano indotti gl' Idrometri ad appigliarsi ad altre leggi pel moto delle acque, e certe sue predizioni pubblicate a piedi del suo Libro intorno alla diversione del Sile dalla Laguna di Venezia, abbiamo fatto toccar con mano a chi conosce il vero sistema di quelle acque, quanto siasi egli ingannato, bastando per provarlo il solo riflettere che appoggiano tutto l' opposto i due lumi maggiori delle Idrostatiche discipline, Geminiano Montanari e Domenico Guglielmini in tante loro dottissime Scritture fatte nel tempo che e l'uno e l'altro si trovava a' stipendj della predetta Serenissima Repubblica, ed ottimamente però istrutti della materia che avevano per le mani; onde si può agevolmente raccogliere, che se taluno condanna i Periti ed Ingegneri perche privi di teoriche cognizioni, poterli dal pari condannare anco que' Teorici, che troppo donano ad una scienza molto astratta.

Diede in un tal inciampo anco il per altro cotanto benemerito delle scienze Gianalfonso Borelli, quando si fece a trattare, senza saperne il motivo, delle Lagune di Venezia, che da quanto consta, o si può congetturare, mai vedute

aveva, proponendo di escavarle assieme con i porti, con certi rastrelli co' quali voleva grattar i fondi, onde sollevar il fango; quasichè consistessero esse Lagune in pochissima estesa, ed avessero i Porti pochissimo fondo, e nelle une e negli altri vi fosse un moto anche maggiore di quello di un fiume, e stessero senza peso i loro pantani. E pur vi è stato, chi stimando di accrescer gloria al di lui nome, ha pubblicato non molti anni sono que' pensieri, che nè egli quando vivea, nè quelli che dopo la di lui morte si prefero la cura di donare al pubblico le egregie di lui Opere, hanno creduto molto confacevole alla di lui fama il doverlo fare. Osservabile pur si rende cert'altra Dissertazione dell' esimio Galileo sopra del fiume Bisenzio, nella quale quanto spicca il profondo ingegno del suo Autore, altrettanto manca di quella verità pratica, che in tante altre sublimi cose, per le quali si può dire, che fosse egli nato, sì altamente sopra ogni altro si distingue, e si distinguerà ne' secoli avvenire.

Al qual proposito non saprei ben riconoscere in fatti il motivo, perchè un sì celebre Matematico trovandosi Professore nell' Università di Padova in tempo che la Repubblica diede un nuovo letto al Pò, una nuova strada alla Brenta di ben 20. miglia di estesa, ed un nuovo alveo al Musone altro fiume del Padovano col Regio dispendio di milioni, non fosse mai, fra mille difficoltà che nacquerò nell'esecutiva di dette imprese, e

fra

fra gl' imbarazzi delle varie opinioni ed obietti degli Ingegneri, prima che le deliberazioni fossero prese, ricercato del suo parere il Galileo, che pur era in possesso ed in Venezia ed in Padova di un' altissima stima, contuttociò non si trova certamente ne' pubblici Archivj del Magistrato alle Acque, Prefide di tutte le seguite regolazioni, documento alcuno di un tanto Soggetto, come moltissimi se ne trovano di altri non pochi, o per dir meglio di tutti quelli che allora fiorivano, abbenchè di oscura fama a petto del Galileo; ciò sarà stato facilmente, perchè la scienza delle acque non era cosa di suo genio, o in cui con le necessarie osservazioni si fosse l' incomparabile Uomo esercitato, senza delle quali ben scorgeva l'occhio suo Linceo, che la scienza non sarebbe stata punto promossa: attendeva egli bensì con tutto lo spirito a liberare l'Astronomia, e la Fisica da' pregiudizj, ne' quali erano involte, ed a ridur le Meccaniche al maggior grado di perfezione.

Ma giacchè siamo entrati in un simile discorso, non può uno che si trova coll' onore dell' attuale servizio della Serenissima Repubblica, dispensarsi di dare un breve riflesso a quanto nella Prefazione della *Raccolta de' Scrittori, che trattano del moto delle acque* si è avanzato, coll' indicarsi ciò che viene prodotto nel Libro intitolato *la Laguna di Venezia* del N. H. Trevisani, come che direttamente si oppone alla pubblica massima del-

la

la regolazione degli Estuarj, Trattato che potrebbe per avventura ne' più deboli almeno imprimer delle idee troppo contrarie alla pubblica felicità, ed all'eterna conservazione del circondario delle Lagune, e de' Porti di questa Augusta Dominante.

Viene allegato il Padre Abate Castelli come che non approvava la diversione del Sile, consigliata da' Periti, ed eseguitasi poscia del 1684., e si vuole esser stato un effetto dell'ignoranza degli Architetti volgari fomentati dalla soverchia avarizia di acquistare terreno fruttifero, il qual frutto e vendita sarà sempre immensamente minore al dispendio di tanti milioni spesi in divertire, e mutare il corso e per sì lungo tratto a tanti, e sì gran fiumi, che si potevano spendere in cose molto più utili; oltre il danno inestimabile dell'aria peggiore, e della navigazione tanto peggiorata, e che sempre va peggiorando.

Chi ha prodotti questi sensi o non ha veduto mai le Lagune di Venezia, o le ha vedute senza punto farvi sopra la minima considerazione, e come si dice, di solo passaggio. Se parliamo de' prognostici del Castelli, da esso fatti quando stavasi per divertir il Sile, niuno se n'è avverato, mentre quella diversione ha bene avuto lo svantaggio di esser imperfetta in riguardo a se stessa ed alle Campagne vicine, non in rapporto alle Lagune dalle quali restò il detto fiume divertito: nè dessa ha a che fare nè poco nè molto con le nostre navigazioni, nè con que' Porti, ch'effe-

fettivamente dal Mare ce la introducono: nè tampoco i Periti che l'hanno consigliata hanno avuto in animo di far acquisti o bonificazioni di terreni, come con palpabile errore viene detto, non essendo il Sile nè capace di farle, attesa la natura delle proprie acque, nè le situazioni nelle quali fu divertito sono in stato di riceverle, nè il Principe di tolerarle comechè formano per lungo tratto la conterminazione de' suoi Estuarj, legge inviolabile essendo di lasciar il tutto con acqua e palustre.

Dell'aria poscia e chi mai negherà che quella di Venezia, dacchè furono scacciati i fiumi dalle Lagune, che l'ammorbavano, ed inducevano nell'Inclita Città frequenti e contumacissime epidemie nel sempre nocevole miscuglio delle acque dolci con le salse, non sia giunta allo stato della maggior sua perfezione? Convien ben esser affatto forestieri di questo Clima per non sapere ciò, o negarlo. Ma giacchè antesignano di tal erronea massima si produce il testè nominato P. A. Castelli, mi sarà permesso di opporre all'autorità di questo Matematico due altri, che nell'affare delle acque hanno sentito tanto innanzi, che ormai da tutti vengono riconosciuti come due cardini di questa scienza, Geminiano Montanari, e Giandomenico Guglielmini, i quali non hanno scritto già come il Castelli senza aver veduto ed esaminato, o se veduto ed esaminato solo superficialmente, le Lagune di Venezia, ma tutti e

due come Professori stipendiati dalla Serenissima Repubblica.

In quell'aureo Trattato dunque, a cui il Montanari diede il nome di *Mare Adriatico e sua corrente esaminata*, diretto in forma di lettera al S. Cardinale Basadonna al §. *Sin da' primi tempi*, così si esprime: *E perchè fra le cure più gravi, che la Pubblica Sapienza in questa materia non perde giammai di vista, una, e la più importante, si è la conservazione di questi Porti e Lagune, per salute della quale ha in ogni tempo, ma molto più nel passato, e nel presente secolo profuso, e va tuttavvia con Regia magnanimità profondendo tesori, e specialmente nella diversione di tanti fiumi, che portando in detta Laguna le torbide l'andarano atterrando, de' quali ben sa l'Eminenza Vostra, che oltre il Bacchiglione e Brenta, e tanti altri già tempo trasportati fuori di essa Laguna, e gl'importantissimi due fiumi, Piave e Sile divertiti in questi ultimi anni, oramai in essa Laguna non isboccano più altre acque dolci fuor de' tre piccioli Torrenti, che faranno quanto prima esiliati ancor essi dalla medesima, ed altrove al Mare condotti: onde non resterà di poi altro nimico da temersi in natura fuori, che il Mare ec.*

Ed al §. *In primo luogo adunque*, ( così segue nel proposito de' fiumi per rapporto alle Lagune ) siccome io fui sempre di ferma opinione, che sia verissima e santissima la massima costante di questo Eccellentissimo Senato d'andar divertendo da questa Laguna tutti i fiumi, che per l'avanti, non solo con le tor-

\*\*\*

bi-

*bide l'andarano atterrando, ma con la naturalezza delle acque medesime propagavano d'ogni intorno quei canneti, che soliti nascere in tali paludi infettano l'aria di non so qual poco salubre esalazione, onde sono quasi disabitate le grosse popolazioni di Torcello, e di Mazzorbo, nè di questa incontrastabile verità abbia bastato a distraermi l'aver veduto, e con ragioni per altro ingegnosissime e dotte procurato di provar il contrario, il dottissimo e da me in ogni altra sua cosa riverito Abate D. Benedetto Castelli, onde stimo dovermi sempre benedire dalla posterità tutta le grandi applicazioni non meno che i dispendj di tanti milioni impiegate ne' lunghi Tagli, o sia nuovi alvei fatti al Bacchiglione, ed alla Brenta per condurli con altr'acque più lungi, che s'ha potuto da questa Dominante, e nel divertire altresì dalla parte di Tramontana il Sile, ed altri fiumicelli minori, il che si ha effettuato oramai quasi intieramente, oltre la diversione della Piave, e della Livenza in altre parti stabilita ec.*

Così parla il Montanari, come ogn'uno può agevolmente vederlo, essendo di già alle stampe il detto Trattato ed inserito ancora nella stessa Raccolta degli Autori che hanno trattato di acque pubblicata in Firenze; vediamo ora cosa sentisse il Celebre Guglielmini in tal materia, e lo ricaveremo dalla di lui Scrittura segnata in Padova 17 febbrajo 1699, che esiste in Venezia fra i registri dell'Eccellentissimo Magistrato alle Acque, essendo stata al medesimo indirizzata.

Egli per tanto al §. *Per la stessa ragione espo-*



ne quanto segue. Siccome dunque le velme si attribuiscono in gran parte al torbidume del Mare, così le barene non hanno altra origine, che dall'acqua de' fiumi, e non ho dubbio, che se la Brenta non fosse stata a tempo divertita si sarebbero protratte le Barene sino a' Porti, ed avrebbero esterminata la Laguna, e perciò non posso a bastanza commendare la Provvidenza dell'Eccellentissimo Senato, che ha saputo far argine a' nemici della Laguna, e così potenti quali sono i fiumi particolarmente torbidi, obbligandoli con Regio sforzo a superare l'inclinazione della natura, ed a portare per altra via li tributì al Mare, cioè la Brenta al Porto di Brondolo, il Sile a quello di Jesolo, e la Piave a quello di S. Margarita. Resta non ostante la Laguna soggetta agli insulti della Brenta con le rotte del Soprabondante; del Marzenego, del Dese, e del Zerro con gli aperti sbocchi, che tutti non cessano di pregiudicare, e se bene con passo lento, pure s' avanzano alla di lei distruzione.

Segue al §. Io non entro a proponer difese contro gl' insulti de' Fiumi, sapendo che con replicati decreti dell'Eccellentissimo Senato è stata da molto tempo in qua promulgata la sentenza della loro relegazione dalle Lagune, benchè non so il perchè sin ora non sia stata eseguita. Bensì dico, che più deve temersi il danno di un Fiume torbido, come che per l'avantaggio del sito non ha limite nell'elevazione delle alluvioni, le quali forma, che anzi per legge di natura le deve ridurre a tal alzamento, che superi tutti li sforzi del Mare contrario. Si sa per esperienza esser tutti i fiumi

mi torbidi, distruttori delle paludi, e delle Lagune, ec. .... ne ponno far ferma fede il Pò, ch'è stato il primo a traversar quella grande, che si estendeva dalle foci del fiume Sarvio sino al Lisongo: Il Montone e Ronco che hanno ridotta in Terraferma Ravenna, che pure se dobbiamo credere a Strabone era anticamente situata in una Laguna nè più nè meno che Venezia al presente, e ne possono esser testimonj più cogniti, perchè più vicini, l'Adige e la Piave e la Livenza col portare le loro foci al Mare; il primo al Porto di Fossone; il secondo a quello di Jesolo; il terzo a quello di S. Margarita, e lo stesso senza dubbio avrebbero fatto il Bacchiglione, la Brenta, il Musdone & il Sile, se non vi si fosse a tempo provveduto. Fuori dunque i Fiumi di Laguna, se ella si vuol eterna, ed inviolabile custode d'una Città, che ha per principal prerogativa essersi conservata dalla sua prima nascita Vergine, e sede imperturbabile della Religione, e della Libertà.

Chi sino qui ha parlato, non è certamente di que' Periti notati dal Cabeo, ma bensì di que' Chiarissimi Professori descritti da Vitruvio; nè citansi qui i Porti di Efeso nè quali sboccava il fiume Caistro, ma bensì si parla di Lagune, paludi e Porti di queste nostre vicinanze a tutti noti, perduti tutti quelli, nè quali si sono lasciate sboccar le fiumane, e conservati per l'opposto tutti gli altri da quali si sono divertite. Non si condanni dunque chi fino nel secolo XIV. suggerì alla Serenissima Repubblica di Venezia, con-

sistere l'indennità delle sue Lagune nel conservarle perfettamente salse, col discacciare da esse ogni acqua dolce, ma si condannino quelli che l'opposto consigliassero, come nimici del pubblico bene.

Quindi nel Magistrato alle Acque vi esiste la seguente iscrizione a perpetuo documento.

VT. AQVARVM. IMPERIVM. RELIGIONE. ET.  
CONCORDIA. QVAESITVM. ATQVE AESTVARIA  
HAEC. LIBERTATIS. SACRO SANCTA. SEDES.  
VRBIS. VELVTI. SACRA. MOENIA. AETERNVM.  
CONSERVENTVR. AERE. PVBLICO. CVRATORVM.  
DILIGENTIA. ET. SEVERITATE. AMNES.  
ELIMINATI. COERCITI. DIVISI. ALIO. TRADVCTI.  
IPSIQVE. MARI. ET. LITORIBVS. IMPOSITÆ.  
LEGES.

Se il Castelli con la scorta della *Geometria e della Filosofia meccanica*, e de' suoi nuovi ritrovamenti pronunziò dannosa la diversione de' fiumi dalle Lagune, mossi e dalla Geometria e dalla Filosofia, e da una consumata esperienza insegnano il contrario i due insigni Matematici Montanari e Guglielmini, il Castelli piantò le sue proposizioni con ipotesi che non reggono a' fatti, dove i due antedetti Matematici avanzarono le loro col fondamento d'incontrastabili ragioni dedotte dalle osservazioni, e da una vera e solida pratica; il che sia detto perchè una massima sì perniciososa introdotta dall'Autore del *Trattato della Laguna di Venezia* publicatosi del 1718. non prendesse piede con troppo danno di codeste Lagune.

Tor-

Tornando laddove il discorso restò in certo modo troncato, se si è passato dal merito del P. A. Castelli per averci dati il primo gli elementi Geometrici dell'idrostatica, alle di lui massime concernenti le Lagune di Venezia, molti lumi in seguito ci ha lasciati il P. Marino Merfeno dell'ordine de' Minimi ne' suoi fenomeni idraulici, dedotti sempre con lo sperimento alla mano.

Di quanto poscia in vantaggio di questa scienza produssero i Celebratissimi Mariotte, Cassini, Viviani, e li testè nominati Montanari e Guglielmini, indi M. Parent, M. Pitot, M. Bellidor, come pure il P. A. Grandi, il S. Marchese Poleni Professore di Matematiche, e di Filosofia sperimentale in Padova, ed il Sig. Manfredi, non è da immorare in descriverlo, notissimo essendo ad ogn'uno, che non sia affatto forestiere in queste materie l'aver essi in varie guise promossa la scienza delle acque. Anzi non una volta facendo serio riflesso alle tante utili scoperte e ritrovati di questi Soggetti, sono stato per abbandonare la pubblicazione di queste mie notizie e meditazioni, e l'avrei certamente fatto, se non avessi riflettuto, che quanto ero per avanzare conteneva bensì cose anco prodotte da detti Autori se non altro nella parte, che servir poteva al più retto uso della scienza, ma che ciò non ostante mancavano per accostarsi a' veri limiti di tali dottrine molte e molte osservazioni, gran parte delle quali erano state da me fatte,

e po-

e potevano esser d'eccitamento ad altri di moltiplicarle, onde nuovi lumi acquistasse questa materia. Così ho preso il partito di lasciar uscire questo Trattato, il quale in fatti, come mi sono espresso, abbenchè sembri composto per quelli solamente, che l'interiore Geometria coltivano, se però si farà la necessaria attenzione si scoprirà, che può, quanto basta, esser inteso ancora dagli altri, che tal scienza non possedessero, essendo stata mia particolar cura di aggiungere ad ogni proposizione o lo scolio o l'esempio per renderla facile ed intelligibile, e perchè da tutti se ne possa far quell'uso, che è stato lo scopo di questa mia fatica.

Ben è vero che vorrei, che i Periti fossero non di quelli descritti dal Cabeo, ma che studiassero di esser veramente quali li voleva Vitruvio, voglio dire, che nè essi intraprendessero tal professione, nè i Principi o Maestrati permettessero loro l'esercitarla senza lo studio delle Matematiche elementari, comprendendo sotto di queste la Geometria di Euclide, l'Aritmetica, i principj dell'Analisi, che finalmente altro non contengono che un'Aritmetica maneggiata con caratteri e numeri, in vece di servirsi di questi ultimi soli; per altro le quattro operazioni, sopra delle quali si fonda tutta quant'è l'Aritmetica, le stesse e non più servono all'Analisi, e ciò per quello appartiene alla pura contemplazione della quantità discreta e continua. Per le miste Matema-

tiche

tiche poscia dovrebbe il Perito ben intendere le meccaniche, che comprendono tutta la dottrina de' pesi, delle potenze, delle resistenze, e degli equilibrij tanto de' solidi che de' fluidi, insomma si vorrebbe che si accostassero ad Epistemio e Filalete di quel dotto Dialogo *circa all' Arno e le acque della Valdimerole*, e non già a quel buon Chirocrate, terzo interlocutore del medesimo Dialogo, ed allora non punto difficile riuscirebbe l'intendere o questo o altri Trattati circa alla dottrina delle acque, ed il Pubblico, ed il privato sarebbero meglio serviti, se allora non si commetterebbero di quelli errori, che pur troppo si scorgono alla giornata succedere, e nella stima che si concilierebbero presso dell'universale restarebbe dal pari promossa la loro riputazione, ed avanzato il loro interesse.

Si darà ormai un breve saggio di tutto ciò che si contiene in questo Libro, e servir potrà d'idea generale di quanto si è avuto in vista per promuovere questa scienza. Perchè dunque l'acqua è un fluido, pertanto nel primo Capitolo si disamina la natura di questi, col rilevarsi l'analogia, che essi hanno co' solidi, e tutto ciò che concerne le leggi generali del moto delle acque; nè potendosi senza il conoscimento de' fenomeni dell'uscita di queste da' fori de' vasi tenuti sempre ripieni con essa, venirne a capo, così nel Capitolo secondo se ne spiegano i sintomi, nè solamente col rapporto fra quantità e quantità, ma col

fissarsi

fissarsi il peso assoluto della medesima dentro lo spazio di un dato tempo, e ciò tanto per i fori orizzontali, che per i verticali. Al detto Capitolo si è aggiunta un' Appendice, in cui si esaminano le proposizioni ed i pareri di varj Autori, circa all'uscita predetta dell'acqua da' vasi ponderando la Legge con cui effettivamente si muove dentro dal vase in tal maniera aperto, ed in qual modo si possa sciogliere quelle difficoltà, che sono derivate dalla Proposizione 37. de' Principj della Filosofia del Nevvton della prima edizione, e poi della 36. della seconda: materia ancora meglio illustrata nell'edizione 1726. dal nobilissimo suo Autore, come ognuno potrà facilmente rilevare.

Perchè poi differenza è stata scoperta nella quantità dell'acqua, che esce da' Vasi armati di tubi cavi, da quelli tali che non li hanno, quindi nel Capitolo terzo si pondera quanto in tal proposito è stato detto, rimarcandosi come dalle osservazioni nasca la teoria di tali fenomeni; e nel Capitolo quarto si danno le leggi de' moti ritardati, ogni qual volta questi siano resi tali per l'immersione nell'acqua stagnante di qualche parte dell'altezza de' vasi effluenti.

Stabilito quanto concerne i moti delle acque ne' Vasi, si passa nella prima Parte del Capitolo quinto a considerare le velocità delle correnti nel modo che sono state rilevate da' più rinomati Autori col prodursi anco le stesse osservazioni da essi fatte, e le deduzioni che da queste ne emergono: e nella seconda Parte del medesimo Ca-

\*\*\*\*

pi-

pitolo si dà il metodo, che stimasi più sicuro di ogni altro onde ottenerli le dette velocità, il che tanto importa nell'affare de' fiumi, col servirsi della palla a pendolo, dandocene di ciò la teoria e la pratica, e ciò che molto importa deducendo dalle osservazioni fatte, principalmente nel Po, le leggi di dette velocità, assai diverse dalle sin ora corse, e con Tavole adattate si scorge, che a misura del maggior moto del fiume, si rende diversa la legge della di lui velocità almeno a norma di quanto sin'ora si ha potuto ricavare dalle osservazioni; che se queste variassero, potrà però il metodo, che se n'è dato, servire per maggiormente cavar questa materia dalle tenebre, nelle quali pur anco giace, nè riuscirà punto difficile il riformarne le Tavole con le stesse formole, che si sono in questo Capitolo registrate. E prima di terminarsi lo squittimo delle velocità si è esaminato ancora lo strumento per rilevarle indicatosi da M. Pitot nelle memorie dell'Accademia delle scienze 1732 con le dubbietà che si hanno nel servirsi del medesimo.

Si è poi stimato utile e necessario di aggiungere alla detta seconda Parte del Capitolo quinto un nuovo metodo per le erogazioni delle acque a profitto delle irrigazioni delle Campagne, coll'indicare il modo di evitar gli errori che in tali ripartimenti d'ordinario si commettono a grave danno e del Principe e degli interessati: parte questa dell'idrometria, che gli Autori hanno bensì conosciuta bisognosa di riforma, ma di cui però non han-

han-



hanno fin ora dato un metodo che sia facile e sicuro.

Trattatosi in tal maniera delle velocità delle acque correnti, e per l'importanza del conoscerle a fondo avendosi immorato in tal disamina molto più che nelli altri anteriori Capitoli, si passa nel Capitolo sesto a dar il metodo per l'unione e divisione delle acque de' fiumi, e fissandosi le leggi del loro crescere e scemare, il tutto si esemplifica a maggior chiarezza con le reali misure di varj alvei di fiumi Reali, e Torrenti.

Dalle alterazioni, che i fiumi ricever possono o dalle escrescenze, o dall'unione o derivazione de' canali, si passa nel settimo Capitolo a considerare gl'impedimenti, che si oppongono al corso delle acque; cioè o quelli che si praticano per salvar le rive, o quelli che in qualunque altro modo all'urto di esse acque si oppongono, non esclusi nè meno quelli che derivano dall'incontro delle acque mosse sotto direzioni, che in qualunque senso s'incontrino, indicandosi il metodo per misurarne i veri effetti, e calcolarne la perdita del moto. Così nell'ottavo Capitolo si esamina i ritardamenti, che nascer possono e da' Venti e da' rigurgiti del Mare, punto ancor questo di non leggiera importanza nella scienza delle acque, attribuendosi talora a cause assai lontane ciò, che proviene immediatamente dalle predette cagioni.

Si passa poi nel nono Capitolo a versare intorno le cause universali delle escrescenze e decrescenze dei fiumi, punto questo piuttosto filosofico, che Matematico, e da cui dipende lo sciogli-

gimento del Problema stato fin ora assai controverso dell'origine delle Fontane e dei fiumi, e se ne danno esempj individuali per il Pò col fondamento delle misure più accertate di esso fiume in riguardo alle escrescenze sue, ed all'ordinaria quantità delle di lui acque, e con tal incontro si dà la linea in cui si conforma la superficie de' fiumi in piena, ben diversa da quanto fin ora hanno prodotto gl'Idrometri, ricavato il tutto dalle indubitate osservazioni del Pò, dell'Adige, e di altri minori fiumi.

E perchè da quanto si è premesso circa la dottrina delle acque si ha da raccogliere il frutto segnatamente per i ripari de' fiumi, così il Capitolo decimo contiene quello che concerne le resistenze degli alvei dei fiumi, e que' ripari che oppor si possono in loro difesa, parte questa di meccanica non ancor tocca dagli Autori, benchè l'avesse in vista il rinomato Montanari, come ci costa da molti di lui scritti: noi abbiamo trattata questa materia a misura delle nostre forze, e potrà agevolmente da' Statici venire e vieppiù promossa, ed esserne anco intieramente esaurita.

Nè averemmo creduto di aver soddisfatto adeguatamente al nostro impegno, se nell'undecimo Capitolo, dopo aver versato intorno alle corrosioni de' fiumi e circa alle rotte che si aprono negli argini, non avessimo dato il metodo di ripararle: cosa ancor questa necessaria, e di cui non vi è Autore che ne parli, lasciando che i semplici Pratici spesso volte con soverchio dispendio a maggior carico del danno di quelli, che le soffrono nel-

le loro Tenute, a di loro talento, e senza le necessarie cautele le prendano, e pochissima sia la cura dell' impedirle con inestimabile danno de' paesi e della navigazione, se que' tali fiumi sono navigabili.

Sarebbe poi stata molto imperfetta l'Opera se dopo tante considerazioni intorno a' moti delle acque e alla regolazione di queste ne' proprj alvei non si avesse data la maniera di fabbricar i Softegni, le Chiaviche, gli Strammazzi, e le Botte sotterranee, dalle quali cose tanto frutto si ritrae così in riguardo della navigazione e del commercio, come per rapporto alla coltivazione delle Campagne, Retratti e Bonificazioni che spettano all'ubertà de' paesi ed alla abbondanza. Tutto ciò dunque viene esposto nel Capitolo duodecimo, ed al medesimo fine si è fatto il susseguente decimoterzo, che dà il metodo di far i scoli delle Campagne, e generalmente quello di formar i Retratti ed Acquisti tanto per alluvione, che per efficazione, materia ancor questa che seco porta immensi vantaggi a' popoli ed a' Stati.

Finalmente nel decimo quarto ed ultimo Capitolo resta espresso tutto ciò, che appartiene alle macchine mosse dall'acqua, vale a dire alla forza di questa per conciliar loro il moto, ed alla resistenza che le medesime impiegano contro di esso, col considerarsi tutti que' mezzi, che contribuir possono alla maggiore possibile facilità di detto moto, onde declinare dalla reazione di dette resistenze; e nell' Appendice che va dietro di questo Capitolo si è versato sopra quanto dottissimamente hanno prodotto varj

Autori in tal proposito, cioè M. De la Hire, M. Parent, M. Pitot, e M. Bellidor, paragonando le date loro formole agli esperimenti, acciocchè un punto di molto rimarco, abbia a pubblico vantaggio la necessaria chiarezza, e resti tolto da ogni equivoco.

Nel medesimo tempo che col fondamento delle osservazioni si sono stabilite le leggi de' moti delle acque, i loro fenomeni, i ripari da darsi a' fiumi; le fabbriche, gli edificj per regolarli, e le macchine inservienti al comodo dell'umana vita, si è procurato nel scioglimento di varj Problemi a dette cose attinenti di mostrare ancora il modo geometrico di costruirli, acciocchè nel mentre che si ha in vista di promuovere la scienza delle acque, resti pur avanzata anco quella del calcolo, ed abbiano gli studiosi di queste materie onde esercitar il loro spirito, e riconoscere i fonti da quali sono emanate le proposizioni, ed il modo di ricavare a norma delle varie supposizioni quante conseguenze ad essi fosse in grado.

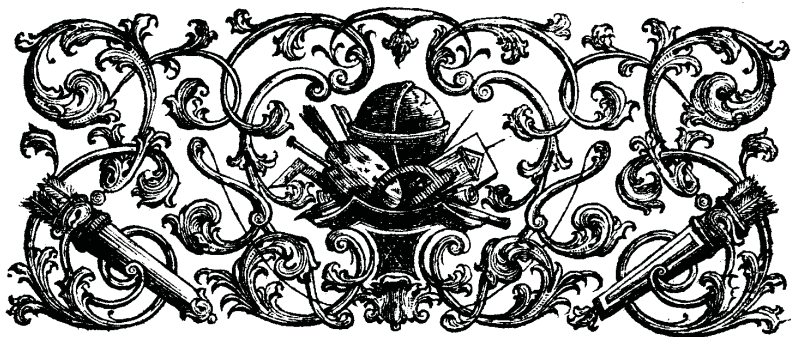
Si è poi voluto in fine del Trattato publicar di nuovo la Relazione, che e dal chiarissimo fu Sig. Eustachio Manfredi, e da me fu estesa per la regolazione delle acque di Ravenna, che rimane anco corredata delle necessarie note a maggior lume di quanto in quella resta espresso, e di quanto e nell'esecuzione e dopo è seguito, e potrà servire per un'idea generale di una diversione de' fiumi delle maggiori, che sianfi mai fatte ad indennità e salute di una sì riguardevole Città non solo, ma di una intera Provincia.

# I N D I C E

## DE' CAPITOLI.

- CAP. I.** *Della natura de' fluidi in generale, e della analogia che hanno co' solidi, o sia le Leggi generali del moto delle acque.* carte 1
- CAP. II.** *Della uscita dell'acqua da' lumi semplici de' Vasi; sue leggi e fenomeni.* 12
- APPENDICE del CAP. II,** *Che contiene le varie proposizioni e pareri intorno all'uscita dell'acqua dal fondo de' Vasi, conservata che sia dentro de' medesimi ad una data altezza.* 26
- CAP. III.** *Dell'uscita dell'acqua da' Vasi armati di tubi; sue leggi e fenomeni.* 51
- CAP. IV.** *De' moti ritardati dell'acqua ch' esce da' lumi de' Vasi; sue leggi e fenomeni.* 63
- CAP. V. PARTE I.** *Della velocità delle acque correnti; loro leggi e calcoli secondo varj Autori.* 81
- CAP. V. PARTE II.** *Delle velocità delle acque correnti, esaminate con la palla a pendolo.* 100
- AGGIUNTA alla PARTE I. del CAP. V.** *Circa all'indagare le velocità delle acque correnti.* 130
- APPENDICE della PARTE II. del CAP. V.** *Che contiene la pratica facile per la distribuzione delle acque, i disordini che corrono in tal materia, ed i metodi per correggerli.* 135
- CAP. VI.** *Dell'unione e divisione delle acque correnti, con le leggi del loro crescere e scemare.* 155
- CAP.

- CAP. VII.** *Degl'impedimenti che si fanno al corso de' fiumi, e delle alterazioni che ne derivano.* 169
- CAP. VIII.** *De' ritardamenti che nascono alle acque correnti per li regurgiti e per i Venti ne' fiumi e nel mare.* 184
- CAP. IX.** *Delle cause universali dell'escrescenze e decrescenze de' fiumi, e loro fenomeni.* 213
- CAP. X.** *Delle resistenze degli alvei de' fiumi, e de' ripari per loro sicurezza sì fatti con palificate, che con materiali di molta gravità.* 245
- CAP. XI.** *Delle corrosioni de' fiumi; delle Rotte che si aprono negli argini de' medesimi; e de' ripari da porsi in opera per impedirle, ed accadute per prenderle e sanarle.* 294
- CAP. XII.** *De' Sostegni, Chiarviche, Strammazzi, Botti, e Ponticanali, attinenti alle regolazioni delle acque.* 341
- CAP. XIII.** *De' scoli delle Campagne, de' Retratti, e del modo di formare le Bonificazioni sì per alluvione, che per semplice essiccazione.* 376
- CAP. XIV.** *Della forza dell'acqua per rapporto agli Edificii; e del modo di ridurli con il maggiore possibile vantaggio nel loro movimento.* 407
- APPENDICE al CAP. XIV.** *Intorno alla maggior perfezione delle macchine mosse dall'acqua.* 449



LEGGI E FENOMENI:  
REGOLAZIONI ED USI  
DELLE  
ACQUE CORRENTI:  
CAPITOLO PRIMO.

*Della natura de' fluidi in generale, e della analogia che hanno co' solidi; o sia, le Leggi generali del moto delle Acque.*

I.

**L** Fluidi, come i solidi, hanno la loro gravità, mediante la quale, rimossi che sieno o tutti o in parte gl' impedimenti, si pongono in movimento, accostandosi, per quanto è loro permesso, al centro de' gravi. Le leggi di questo movimento, da quelle de' solidi non sono diverse, se non in riguardo alle alterazioni, che derivano da varie circostanze, come sarebbe in grazia di esempio la minorazione del moto, che nasce dal soffregamento del fluido contro del solido continente, e dalla viscosità delle parti componenti il fluido stesso, per cui non così facilmente queste obbediscono alle forze moventi &c. onde ne' fluidi

A la

2 LEGGI, FENOMENI &c.

CAP.I. la legge della discesa de' gravi, trovata già dal celebre Galileo, dalle sopraddette cagioni non poco viene alterata.

I I.

Costando dalle meccaniche, che l'elemento crescente o decrescente della velocità di un mobile, sta in ragione composta della forza, che produce il moto, e dell'elemento del tempo; starà anco l'elemento di questo in ragione diretta dell'elemento della predetta velocità, ed inversa della forza. Parimenti essendo l'elemento, o sia l'incremento momentaneo dello spazio percorso in ragione composta dell'elemento dello stesso tempo, e della velocità intiera, farà l'elemento del tempo in ragione diretta dell'elemento dello spazio, e reciproca della detta velocità: cosicchè avendosi due quantità eguali tutte e due allo stesso elemento del tempo, saranno anco eguali fra di loro, che perciò farà la velocità intiera nell'elemento suo infinitesimo crescente o decrescente, eguale alla forza moltiplicata nell'elemento dello spazio, quindi per i principj del calcolo integrale farà anche il quadrato della velocità eguale alla doppia area fatta dalla forza, e dall'elemento dello spazio ne i moti crescenti, e ne i decrescenti il quadrato della perdita velocità farà eguale alla doppia area predetta.

I I I.

*Corollario.* Se la forza farà costante, come è quella che nasce dalla gravità nella discesa de' corpi sopra della superficie della Terra, farà il quadrato della velocità nella ragion composta del doppio spazio percorso, e della forza; onde resta manifesto, che descrivendosi una parabola conica, che abbia il parametro eguale alla doppia forza, che diremmo *sollecitante*; l'ordinata esprimerà la velocità per quel dato punto, e la saetta o abscissa di essa parabola, lo spazio percorso; e da quanto si è detto, se ne deducono tutti i più celebri teoremi del movimento de' gravi, che il Galileo produsse col mezzo e della induzione, e delle osservazioni.

I V.

TAV.I. Sia VD una linea orizzontale, DBQ una perpendicolare alla Fig.I. predetta, VBE una inclinata all'orizzonte; se vi sarà un mobile che abbia da cadere o per la perpendicolare, o per l'inclinata, avendo questi la sua forza, ch'è la gravità costante ed in-

va-



variabile in una data distanza dalla superficie della Terra, si potrà questa esprimere per una data linea, e sia questa QB, e sarebbe quella con cui caderebbe per la perpendicolare; ma perchè questa forza varia di molto ne' suoi effetti in cadendo per lo piano inclinato VB; per determinare però il valore rispetto alla gravità assoluta, si conduca la QE perpendicolare alla VE, e l'intercetta BE esprimerà la forza, che si chiama *sollecitante* il mobile nel piano inclinato VE, attesochè la forza assoluta QB si risolve, come è noto a' Statici, nelle due QE, BE, delle quali la QE si esercita contro del piano VB, nè punto serve a promuovere il mobile, onde resta la sola BE per farlo, chiamata però a tal fine *sollecitante*.

V.

*Corollario I.* E perchè i triangoli QBE, VDB sono simili farà QB. BE :: VB. BD, e però essa forza *sollecitante* farà come il seno dell'angolo d'inclinazione, presa la lunghezza del piano inclinato pel seno tutto, e la forza, che diremmo *premente* QE farà come il complemento del medesimo angolo d'inclinazione, come si ha da i elementi trigonometrici. Questa pressione, o *niso* QE vale quello sforzo, con cui è premuto il piano dal mobile, ed appunto secondo al principio dell'*azione e reazione*, vi deve esso piano col medesimo grado resistere.

VI.

*Corollario II. e Scolio.* Resta pur manifesto, che se il piano da scorrersi dal mobile è disteso in una linea retta come BV, tanto la forza *premente*, che la *sollecitante* sono date, e costanti, senza poter esser variate, se non al mutarsi della inclinazione del piano, ed in tal caso cangieranno appunto nella proporzione dei seni della inclinazione, e de' loro complementi rispettivamente. Sia per esempio il peso assoluto di un grave, posato sopra d'un piano inclinato nell'angolo BVD di 30 gradi, libre 150, valerebbe la QB questo peso e questo numero, e per la trigonometria essendo come il seno tutto alla QB così il seno di gradi 30 alla BE forza *sollecitante*; farà questa di 75 parti, e la *premente* di 130 di tutto il peso; ed è da notarsi, che la somma di queste forze eccede di molto il valore della forza assoluta, e che solamente la somma de i quadrati della *premente* e della *sollecitante*

CAP.I. *citante* eguaglia il quadrato della forza assoluta, come porta la natura del triangolo rettangolo.

VII.

TAV.I. Ma se la strada, che far dee il mobile sia curva concava o convessa, allora le dette forze resteranno variate in ciascun punto della traiettoria: Sia questa CBV, in cui VD l'orizzontale, e BE, *be* siano due tangenti in diversi punti della medesima Traiettoria, esponghi BQ la forza assoluta pel punto B, a cui supponga si arrivato con la sua discesa il mobile. Dal punto Q si cali la perpendicolare alla tangente BE, come istessamente dal punto *b* condotta la tangente *bq*, e presa *bq* eguale essa pure alla forza assoluta, si tiri altra perpendicolare *qe* alla tangente *be*, e s'intendino BR, *br* elementi della curva infinitamente piccoli, faranno per le cose, che si sono dette alli numeri IV. e V., BE, *be* le forze *sollecitanti* e QE, *qe* le *prementi*, e queste molto fra di loro diverse, e se la QB, ovvero la *qb* non fosse una forza costante come è quella della gravità, ma variante, ed espressa delle ordinate della curva HFZ, ne deriverebbero varie formule di forze centrali, l'indagar le quali non è del presente Trattato.

VIII.

TAV.I. Se faranno due piani, uno inclinato BV, e l'altro perpendicolare all'orizzonte BD, che abbiano ad esser percorsi da un mobile rispettivamente; si cerca la velocità che avranno ne' due punti d'orizzonte K e T, che devonfi intendere di livello. Rappresentanti dunque QB la gravità assoluta del mobile, e fatto il triangolo rettangolo QBE, dinoterà QE la forza *premente* il piano VB, come la BE la forza *sollecitante* il mobile nel medesimo, per il numero V. All'asse VB si descriva la parabola conica BRC, col parametro, che sia la quarta proporzionale con la lunghezza del piano BV, col seno dell'inclinazione BD; e con la doppia QB esprime la gravità, condotta l'ordinata KR, valerà questa la ricercata velocità del mobile nel punto K. Parimenti all'asse BD si faccia un'altra parabola BS di parametro eguale alla doppia QB, e prodotta la KT in S farà TS ordinata di questa nuova parabola pur eguale alla velocità in T del mobile discendente per la perpendicolare BD, e faranno eguali le velocità in K e T del mobile che percorre ed il piano inclinato, e quello a piombo.

*Dimostrazione*: Perche i triangoli VBD, QBE sono simili, farà l'analogia VB. BD :: QB. BE quale BE farà eguale alla forza *sollecitante*, e perche per il numero III. il doppio spazio percorso KB moltiplicato con la forza BE è come il quadrato della velocità, adunque l'ordinata KR della parabola BRC rappresenterà la velocità competente a questo punto, come anche il doppio spazio BT moltiplicato nella forza della gravità assoluta QB, valendo il quadrato della velocità, esporrà la TS ordinata della parabola BS la velocità rispondente al punto T. Essendo poi per i conici il quadrato di RK eguale al rettangolo sotto di KB e del parametro della parabola CRB, cioè  $KB \times 2BE$ , e così il quadrato di TS eguale al prodotto di BT in  $2QB$ , e per i triangoli simili QBE, BKT essendo QB. BE :: KB. BT farà anche  $2QB. 2BE :: KB. BT$ , e  $2QB$  farà in ragion composta della diretta di  $2BE \times KB$  e della inversa BT, onde se si sostituirà questo valore della doppia QB nell'egualità di TS quadrato col rettangolo BT in  $2QB$  farà KR quadrato al TS quadrato come  $2BE \times KB$  a  $2BE \times KB$ , vale a dire, rimarrà TS eguale a RK, e perciò le velocità del mobile ne' punti T ed S del medesimo orizzonte faranno eguali; il che era da trovarsi e da dimostrarfi.

Ovvero più brevemente. Per la natura delle parabole faranno i quadrati di RK e di TS eguali alli rettangoli  $2BQ \times BT$ ,  $2BE \times KB$ . Ma BQ. BE :: KB. BT. per i triangoli simili, dunque  $BQ \times BT$  eguale a  $BE \times KB$ , dunque  $2BQ \times BT$  eguale a  $2BE \times KB$ , dunque li quadrati di RK e di TS eguali, e perciò anco RK eguale a TS; il che &c.

I X.

*Corollario*. Si può adunque prendere le velocità competenti tanto sopra la parabola del piano inclinato, quanto sopra quella del perpendicolare, giacchè e nell'uno e nell'altro punto corrispondente sono eguali, come si è dimostrato: anzi d'ordinario descrivesi solamente la parabola della perpendicolare per dinotare la velocità di qualunque piano inclinato, bastando che dal dato punto in questo venghi condotta una orizzontale, che termini alla parabola.

Se

CAP.I.

X.

*TAV.I. Fig. 4.* Se faranno diversi piani inclinati come BV, Bu &c. le forze *sollecitanti* BE, Be, faranno reciprocamente come le lunghezze de' piani percorsi, mentre per la similitudine de' triangoli BQE, KTB; BQe, BkT faranno le analogie BE. BQ :: BT. KB, come pure Be. QB :: BT. Bk, adunque BQ in ragione composta della diretta di KB e BE ed inversa di BT, e parimenti nella diretta di Bk, Be e reciproca di BT, e perciò il rettangolo sotto di KB, BE farà eguale al rettangolo sotto di Bk, Be e per conseguenza BE. Be :: Bk. KB.

In altro modo si può dimostrare come segue: Essendo KB. BT :: QB. BE farà BE in ragion composta della gravità e dell'altezza del piano, e della inversa della lunghezza. Il medesimo farà di Be, ma la gravità e l'altezza sono costanti ne' piani proposti, dunque BE a Be in reciproca delle lunghezze; il che &c.

X I.

*Corollario*. Nè essendo il piano perpendicolare BT se non un piano sommamente inclinato all'orizzonte, farà ancora la forza *sollecitante* BE alla forza *assoluta* della gravità QB, nella reciproca ragione della lunghezza de' piani BT e KB.

X I I.

Per conoscere la forza viva, che il mobile avrebbe in scendendo pel piano inclinato in qualunque punto K, oppure, ch'è lo stesso, la resistenza che vi si ricercasse per ridurlo alla quiete nel detto punto K, sicchè perdesse affatto il suo concepito momento, basterà moltiplicare la massa del corpo che scende, col quadrato della velocità, cioè (immaginandosi descritta la parabola BS e prodotta KT in S) con TS quadrato, onde per esprimere l'aggregato di tutte queste forze per i diversi punti del piano, bisognerà concepire un solido raffermao da due parabole, i di cui assi formino sopra il lato del quadrato, un triangolo isoscele mistilineo, qual quadrato sia quello delle ordinate delle medesime parabole, e da una superficie convessa che termina in un punto, cioè nel vertice delle stesse parabole, vale a dire, per il quadrato CEDB; per le parabole AE, AD, che convengono nel punto A, per il triangolo mistilineo isoscele CAB, e per la superficie

*TAV.I. Fig. 5.*

fie

ficie convessa ADE, ovvero per il quadrato  $cedb$ , per le parabole CAP.I. le  $Ae$ ,  $Ad$ , per il triangolo  $cAb$ , e per la superficie  $Ade$ .

## XIII.

*Scolio.* E' nota la controversia che verte fra i Matematici sopra dell'antedetto principio del valore delle forze *vive*, tali chiamandosi quelle di un corpo, che si trova nell'attuale movimento, a differenza delle forze *morte*, che in altro non consistono se non nello sforzo o conato al moto di un corpo, che si trovi in quiete, e che abbia solamente la forza di moverfi in potenza: tal forza *morta* viene misurata dal peso del corpo (parlando de' gravi, che tendono al centro della Terra) o sia dalla massa del medesimo in date distanze dalla superficie della Terra; nè intorno di queste forze *morte* cade controversia alcuna fra Statici, come cade nella misura delle *vive*; mentre alcuni pensano, che queste possano confondersi, come le confondono di fatto coll'impeto del corpo mosso, o con la quantità del di lui moto, facendole come la massa moltiplicata nella velocità; dove altri, non accordando il detto principio, distinguono e l'impeto, e la quantità del moto predetto, dalla forza *viva*, che vogliono formarsi dalla massa nel quadrato della velocità. Fondasi l'opinione de' primi in quell'assioma filosofico, che gli effetti debbano esser proporzionali alle loro cagioni, o per meglio dire, che il totale effetto esaurir debba tutta quella causa, da cui deriva; negando i secondi, che il moto del corpo, o sia la quantità del di lui moto, o l'impeto del medesimo sia l'intero ed adeguato effetto della potenza agente, volendo che l'effetto intero sia lo spazio, al quale un grave, per esempio, potrebbe ascendere in forza della potenza, che lo muove, il qual spazio, nè meno secondo al sentimento dello stesso Cartesio fautore della prima opinione, non deve confondersi, nè con il tempo, nè con la celerità del mobile. Quindi la più retta e genuina spiegazione della misura delle forze *vive* ricavano i secondi dalle resistenze, che vincer dee un corpo mosso, stimando queste esser la vera ed adeguata misura di ciò che cercano: Che però sopra un tal principio, la stessa gravità è da considerarsi come una resistenza, comechè questa impedisce, che il corpo mosso non falsisca, se non ad un certo determinato punto dello spazio, oltre di cui, estinti già tutti i gradi della forza *viva*, non può progredire: misurano pertanto la detta forza *viva* col moltiplicare il peso, o la massa in detta

CAP.I. detta altezza dello spazio, la qual altezza essendo nel fatto de' gravi cadenti, come il quadrato della velocità, tal prodotto valerà la forza *viva*. Stanno per la prima opinione il Galileo, il Cartesio, il Newton, il Varignon, il Padre Abate Grandi, ed altri Matematici di chiaro nome; e per la seconda l'Ugenio, il Leibnizio, il Bernoulli, l'Ermanno ed altri molti insigni Statici: noi per forti motivi avvalorati da irrefragabili sperienze, seguir dobbiamo questi ultimi. Per altro insistendo nell'ipotesi de' primi, la formula esprimente la forza, spiegata nel numero precedente, non sarebbe già quella del solido, di cui s'è detto, ma la semplice parabola,

## XIV.

Nelle acque correnti contenute fra sponde o parallele, o in qualsivoglia modo inclinate, quando esse acque sieno ridotte allo stato di *permanenza*, cioè che nè creschino per aggiunta di nuova acqua, o per qualche impedimento inferiore che le trattenghi, nè decreschino per mancanza di una data e costante sopravvenienza, oppure per il levarsi loro qualche ostacolo, onde resti più di prima facilitato lo scarico, passerà per ogni sezione una data ed eguale quantità di acqua, e questo è principio fondamentale di questa scienza, e su di cui s'appoggiano i più utili Teoremi di essa, senza che patisca nè in pratica, nè in teorica eccezione alcuna.

## XV.

Per velocità di un'acqua corrente, quando non si noti altra circostanza, intender vogliamo un movimento delle parti dell'acqua da per tutto uniforme, detta anche tal velocità dagli idrometri *media* o *ragguagliata*; per altro a suo luogo si confideranno poi le velocità diformi, con il modo di ridurle *ragguagliate* o *medie*; ciò supposto, essendo la quantità dell'acqua, che passa per una sezione di qualunque fiume, ridotto che sia allo stato di permanenza, in ragion composta del tempo, della velocità, dell'altezza viva, e della larghezza di detta sezione, ne deriva, che in ogni altra sezione dello stesso o egual fiume correr debba la stessa proporzione, abbenchè possino in molti modi variarsi gli elementi predetti. Ventidue casi differenti sono registrati dal chiarissimo P. Ab. Grandi nel suo Trattato delle acque, che risultano dalle diverse supposizioni delle variabili e costanti quan-  
tità



tità de' predetti elementi, e sono questi i Teoremi generali appoggiati a verità incontrastabili di tutta la dottrina delle acque. CAP.I

XVI.

*Scolio.* Si chiami in grazia di esempio la quantità dell'acqua scaricata da una sezione di un fiume  $Q$ ; la velocità, larghezza, ed altezza dell'acqua nella sezione rispettivamente  $V, L, A$ , il tempo in cui segue lo scarico  $T$ ; Parimenti la quantità scaricata da un'altra sezione o del medesimo, o di un altro fiume sia  $q$ , e gli elementi predetti  $u, l, a, t$ ; farà l'analogia per il numero precedente  $Q. q :: ALVT. alut$ , onde se  $Q = q$ , farà ancora  $ALVT = alut$ , e se inoltre  $V = u$  farà  $LAT = lat$ , ovvero  $T. t :: al. AL$ , vale a dire, che i tempi dello scarico faranno nella ragione inversa delle sezioni. In oltre, tenendosi la medesima ipotesi di  $Q = q$ , se farà  $T = t$ , s'averà  $LAV = lau$ , e però  $V. u :: la. LA$ , cioè le velocità in ragione contraria delle sezioni; e se  $L = l$  farà  $AVT = aut$ , ovvero  $T. t :: au. AV$ ; che però date le larghezze delle sezioni eguali, faranno i tempi in ragione reciproca del prodotto dell'altezza viva, e della velocità, e così in qualunque altro modo, supposti i dati, nascono altre analogie come resta manifesto, senza immorar di vantaggio in cosa da se stessa assai facile.

XVII.

Un'acqua, che contenuta fra sponde parallele discenda nel piano inclinato  $AC$ , non potrà mantenersi in tutti i punti successivi del piano predetto la primiera altezza  $AF$  di sua sezione, ma di mano in mano discendendo, anderà scemando l'altezza nelle sezioni  $BE, CD$  &c. (supposto il tutto senza resistenze, ed il piano sensibilmente inclinato) mentre se  $BE, CD$  si mantenessero eguali nell'altezza ad  $AF$ , avendo l'acqua in  $CD$ , e  $BE$  maggior velocità, a cagione del piano inclinato, e prescindendo dalle resistenze, di quello abbia in  $AF$ , dovrebbe in dette sezioni discontinuarsi nel proprio corpo: cosa che non succede, e per il numero XIV. allorchè la superficie sia ridotta allo stato di permanenza, passando per ciascheduna sezione una eguale quantità di acqua, ne nasce, che tutte le  $BE, CD$  &c. debbano farsi minori, a misura, che si discostano dal principio  $A$ . TAV.I Fig.6.

Ovvero più brevemente: essendocchè le velocità sono in reciproca ragione delle altezze, supposta data, e costante la larghezza,

B

za,

CAP.I. za, ne deriva, che le velocità debbano crescere discostandosi dal principio; adunque devono calare le altezze.

XVIII.

Benchè le  $BE, CD$  dinotino l'altezza dell'acqua ne' punti  $B, C$ , nientedimeno ciò non ha verun rapporto col solido, che nel medesimo piano scendesse per l'azione della propria gravità; imperocchè le particelle componenti l'acqua per tutta l'altezza  $BE$ , trovandosi realmente distaccate le une dalle altre, aver devono anche tutti i loro movimenti separati, il che non può succedere ne' solidi, ne' quali, per esser le loro particelle componenti collegate assieme, muovonsi come una cosa sola, rimanendo ogni particella mossa dalla stessa forza, e regolato il tutto dal centro di gravità d'esso corpo. Dal che si ricava, che tutte le parti minime dell'acqua per tutta l'altezza  $BE$  si potranno muovere con velocità diverse; quindi per ridurre a calcolo l'impeto, che essa avrebbe in questa sezione, converrebbe raccogliere assieme tutte queste velocità, e ricavarne la media, col servirsi poi di questa pel calcolo ricercato. Ben è vero, che se il piano  $AC$  è molto inclinato, e l'altezza  $BE$  non molto considerabile, si potrà prendere la velocità competente al punto  $B$  per costante in tutti gli altri punti dell'altezza  $BE$ , e ciò senza errore sensibile.

XIX.

Considerando la forza viva dell'acqua, ch'è una affezione differente dalla quantità del moto, ne' varj punti del piano inclinato, essa forza, non ostante il rendersi sempre minore l'altezza della sezione più che il punto in quistione è lontano dal punto  $A$  origine, può sempre aumentarsi in discendendo; conciosiacosacchè, diminuendosi l'altezza delle sezioni, crescono le velocità, e componendosi la detta forza dall'area della sezione, e dal quadrato della velocità, ed aumentandosi in maggior proporzione i quadrati, che non fanno i lati de' medesimi, dovrà la detta forza crescere, non con quella proporzione però, che andrebbe aumentando quella d'un grave solido, che scendesse per lo stesso piano. Chi dunque supponesse un grave di peso variabile, di cui la massa ne' varj punti del piano inclinato, fosse come le rispettive ordinate  $BE, CD$  &c. questo tal corpo variante, avrebbe la medesima forza, che l'acqua della sezione d'un fiume dentro le dette circostanze; e sarebbe ridotta la legge delle forze de' solidi discen-



scendenti a quella che osservano i fluidi, consistendo in ciò una delle più rimarcabili differenze, che fra questi corra, per rapporto a' fenomeni de' loro movimenti. CAP. I.

XX.

Le forze vive delle sezioni di un fiume medesimo sono fra di loro come le velocità rispettive; imperocchè esse forze sono fra di loro in ragione delle masse o sezioni, e del quadrato della loro competente velocità; ma una sezione nella sua velocità, deve esser eguale all'altra sezione nella sua velocità, secondo i principj communi dell'idrometria; adunque le dette forze faranno fra di esse nella ragione delle loro rispettive velocità.



CAPITOLO SECONDO.

*Della uscita dell' Acqua da' lumi semplici de' Vasi; sue leggi, e fenomeni.*

I.

**N**E' vasi, che abbiano aperto un foro di qualunque figura nel loro fondo, quando prescindasi dalle resistenze interne del Vaso, ed esterne dell'aria, dalla viscosità dell'acqua, e da ogni altra circostanza, non si vede cosa in contrario, che persuader possa, che quella tal acqua in uscendo dal detto foro, allorchè il vaso sia sempre tenuto con la medesima altezza dell'acqua, non abbia a muoversi di moto accelerato, attesocchè essendo realmente ogni minimo componente dell'acqua un grave, e tutti essi minimi, essendo affetti dalla medesima azione della gravità, non potrà quello che verrà dietro al primo, al secondo, al terzo &c. dare verun impulso a quello, che lo precede, nè molto meno venir ritardato; tanto anche fu esposto dal Guglielmini nella prima delle due lettere idrostatiche indirizzate al chiarissimo Leibnizio, e che si leggono e nella Miscellanea Italica del Roberti, e nella Raccolta degli Autori ch' hanno scritto delle acque, stampata in Firenze. Se dunque e l'acqua, ed ogni altro fluido uscente da' Vasi hanno una tal legge, avranno altresì quella, che le loro velocità all'uscire, dopo incominciato il flusso, s'iano in ragione sudduplicata delle altezze di essi fluidi, appunto come resta spiegato al numero III. del Capitolo precedente, e la scala di queste velocità farà una parabola conica, come pur è notato al numero VIII. del medesimo Capitolo.

II.

Accelerandosi dunque il moto del fluido nel Vase ABCD all'uscire che fa dal foro FG, e successivamente in tutti gli altri punti di mezzo nella perpendicolare al centro del foro IK, nè dovendo questo discontinuarsi, nè abbassarsi di livello dalla sua superficie EH, ed avendo però per li numeri XIV e XV del precedente Capitolo a passare in tutte le sezioni poste fra K ed I una egual quantità di acqua, dovranno però anche le sezioni esser reciproche con le velocità rispettive; quindi se questa legge deve

TAV. I  
Fig. 7.

deve sussistere, non potranno esse sezioni esser eguali, ma maggiori, e maggiori a misura, che si accostano al punto K; ed ecco la precisa necessità di considerare in movimento non solamente quell'acqua che a perpendicolo sovrasta al foro FG, ma ancora molta della laterale, perchè ridotto il flusso allo stato di permanenza, deve senz'altro formarfi l'infundibulo EFGH, che distinguerà il moto vivo dell'acqua, dal moto contenuto ne' spazj EBF, HGC, come acutamente fu asserito dal celebratissimo Newton ne' suoi *Principj della natural Filosofia*: in oltre, e come mai le particelle sommamente mobili dell'acqua, potrebbero tutte, a riserva delle imminenti a piombo sopra del foro, starsi immote e rigide, se la stessa sabbia dell'oriuolo a polvere, benchè di figura sì irregolare, ed in paragone dell'acqua cotanto resistente al moto, pur si conforma in una specie di cono, qualor esce pel suo foro senza agitazione esterna? Vi concorrono dunque nell'uscita dell'acqua i moti laterali, ed il moto vivo si propaga assai più de' limiti del foro, essendo affatto impossibile, che si possa formare un pariete rigido, e a piombo d'acqua, come dall'altra parte ha tutti i numeri dell'evidenza, e di una naturale inalterabile necessità il dilatarsi esso moto vivo, come si è esposto.

III.

Sarebbe assai facile il ridurre a calcolo la quantità dell'acqua uscente dal lume FG col conformarla in un cilindro o prisma, che avesse questa stessa base, ed una certa altezza, se qualche circostanza non l'imbarazzasse. Poste dunque le stesse cose, come sopra, e supponendo per ora, che la quantità dell'acqua, ch' esce dal Vaso per FG, sia in ragione composta del tempo, del lume, e della velocità CM, o  $Cm$ , essendo per la natura della parabola CM o  $Cm$  in ragione sudduplicata delle altezze CD, CH, e de' rispettivi parametri, i quali per il numero III. del primo Capitolo, sono come il doppio di una linea, che ne rappresenti la forza o la gravità; sarà dunque la detta quantità uscente in ragione composta del tempo, del lume, e della sudduplicata delle rispettive altezze CD, CH, e della linea predetta dinotante la gravità.

IV.

Ed ecco, come nel Vaso ABCD in qualunque modo aperto nel suo fondo, si possa dare l'inequal moto dell'acqua, e salvarsi anche l'accelerazione che ha il medesimo con gli altri gravi, e cioè

me-

CAP. II. mediante le ineguali sezioni, nelle quali realmente divider si dee tutta ess'acqua, qualor si concepisca posta in movimento; difficoltà, che per non esser stata mai direttamente incontrata dal Guglielmini, non ha potuto appieno risolvere nelle accennate sue lettere idrostatiche le obbiezioni fattegli dal Papino, registrate negli atti di Lipsia dell'anno 1691, comprendendosi anche da questo, come tanto nel piano inclinato, che nel perpendicolare si salva l'identità dell'operare della natura, sempre costante nelle proprie leggi ed effetti. E' poi osservabile, che se un vaso fosse tutto aperto nel suo fondo, e fosse sempre tenuto alla medesima primiera altezza, che ciò non ostante l'acqua in escire non conferverebbe lo stesso diametro dell'apertura del Vaso, ma restringerebbe la sua *vena*, concorrendo a far questo e le resistenze del Vaso, e quelle dell'aria, oltre molte altre cagioni, che sono state ne' precedenti numeri sufficientemente considerate.

V.

*Scolio I.* Essendo che le principali sperienze per rintracciare la quantità del moto de' fluidi, sono state fatte, e si fanno ancora ne' Vasi, che contenendo dell'acqua, la trasmettono per qualche foro aperto o ne' loro fondi, o ne' loro pareti in altri recipienti; ci accade però di dovere intorno a questi fare le opportune riflessioni, e de' fenomeni osservati da diligentissimi Uomini, raccogliere le leggi del moto predetto, così per lo stato *permanente* di ess'acqua, tenuta cioè sempre al medesimo livello, come per lo *variantè*, alla stessa altezza non conservata. Fu dottrina del chiarissimo Evangelista Torricelli, che le acque uscissero da' lumi de' Vasi con una velocità in ragione sudduplicata delle altezze della medesima acqua; tale proposizione restò poi confermata da molti sperimenti praticati dai dottissimi Mariotte, e Guglielmini, e poi con una del pari elegante ed ingegnosa dimostrazione del rinomatissimo Signor Giovanni Bernoulli fu la stessa a *priori* dimostrata, come si registra in uno schediasma del fu Signor Ermanno negli Atti di Lipsia 1716. Eccone un'altra: Sia  $f$  una forza costante,  $ds$  uno spazio infinitesimo per cui si muova l'acqua,  $q$  la quantità ch' esce da un foro in un tempo pur infinitesimo  $dt$ : sarà l'equazione secondo a' principj della Statica  $2ffds = quu$  (dinotando  $u$  la velocità,) dicasi in oltre  $l$  il lume per cui esce l'acqua nel tempo  $dt = \frac{ds}{u}$ ,  $g$  la gravità della medesima acqua,

qua,

qua, ed  $n$  l'altezza a cui viene costantemente mantenuta, sarà  $q = fludt$  CAP.  
 $= \int \frac{luds}{u} = fl ds$ , dunque  $2f = luu$ , ma  $f = gla$ , e perciò  $2ga = uu$  II.

ed  $u = \sqrt{2ga}$ , ovvero per la costante  $2g$ ,  $u = \sqrt{a}$ : perlocchè corroborata questa legge dalla ragione e dalle osservazioni, non rimane più luogo da dubitare, ch' ella non sia fatta secondo l'operar della natura. Il Castelli, che primo di ciaschedun altro ridusse la ragione delle acque correnti ad essere appoggiata alla Geometria, e dopo di lui il Barattieri, il Cassini, ed il Montanari, considerando le velocità de' fiumi, non credettero conforme al vero il servirsi in questi della legge sopradetta, cioè ch' esse fossero in ragione sudduplicata delle altezze, computando queste dall'orizzontale, che s'intendesse passar per l'origine del fiume in quistione, ma furono di parere che le dette velocità stessero nella semplice ragione delle medesime altezze, alla qual asserzione si oppose poscia il Guglielmini nel Trattato della natura de' Fiumi. Più innanzi procureremo di fare col mezzo di molte osservazioni un esatto criterio di queste due opinioni, comechè servono di base a molta parte di ciò che spetta all'acque correnti.

V I.

Scolio II. Ne'vasi o conserve, destinate a scaricar dell'acqua, molte cose vi sono da considerare: sono le principali, I. La velocità dell'acqua dentro del vase. II. La velocità della medesima all'uscire dall'emissario. III. La quantità dell'acqua, che esce, e questa o prescindendo dalle resistenze, oppure ponendole in conto. IV. Il tempo che si consuma in scaricarsene una data mole. V. La forza con cui ella esce, ed è valevole a far impressione sopra d'un corpo resistente. VI. Le resistenze de' pareti, e dell'emissario. VII. La contrazione della vena, che l'acqua acquista dacchè è uscita dal lume, e la cagione perche nasca un tal fenomeno. VIII. La differenza che vi è nello scarico unendo all'emissario un tubo sì in riguardo alla lunghezza di questo, sì alla larghezza e figura del medesimo. IX. La figura de' Vasi. X. Il sito e forma de' lumi, per i quali si versa l'acqua. XI. La fermezza, che devono avere i Vasi per contenere l'acqua. XII. E finalmente, l'impedimento del moto, allorchè il lume o semplice, o armato di tubo scaricasse dell'acqua, se tali emissari stessero immersti nell'acqua stagnante: ch'è dal più al meno tutto quello, che concerne la dottrina del moto dell'acque ne' Vasi.

Sia

V I I.

CAP. Sia il vase ACDB tutto ripieno di acqua, ed abbenchè sia aperto II. to in PO, s'intenda però tenuto sempre pieno fino in CA. Si prenda AR eguale all'unità, e per i punti R ed N si conduchi il semicircolo RNS, il di cui centro sia I: parimenti prodotta la NM, ch'è una retta perpendicolare, che passa per lo centro del lume PO, sino in T si faccia MT eguale ad AR o all'unità, e per i punti T, O s'intenda fatto il mezzo circolo TOV col centro H, che tagli MN in V; prodotta poi CA in E sino che AE sia eguale a AS per i punti E e B col parametro eguale ad AR intendasi descritta la parabola conica EB, il di cui vertice sia B, ed a cui si ordini KW eguale ad MV, se si farà AZ eguale a BK abscissa della parabola, farà il punto Z il più alto, come il punto O il più basso dell'iperboloide ZQO del quarto grado, in cui si conformerà l'acqua in uscendo pel lume PO, cosicchè dalla rotazione di questa curva intorno all'asse MN verrà descritto l'infundibulo ZOPX, che salverà la legge spiegata al numero II. di questo Capitolo. Condotte al detto iperboloide le ordinate XYZ, GLQ essendo  $QL^2 \cdot OM^2 :: \sqrt{NM} \cdot \sqrt{LN}$  cioè in sudduplicata di NM e di LN; ed essendo pur tale la ragione che si ricerca pel movimento dell'acqua, che discende, mentre qualunque sezione LQ, o la sua doppia GQ sta come i quadrati di LQ oppure di GQ: così l'orificio PO o MO sta come il quadrato di PO, oppure di MO: resta manifesto, che questa curva salva i fenomeni della discesa dell'acqua dentro de'vasi aperti nel fondo, come in PO. Che poi il punto Z debba essere il più alto nel caso presente, e resti determinato, quando AZ resta eguale all'intercetta BK della parabola BWE si dimostra nel modo che segue: Essendo per la natura della parabola stessa il quadrato di AE, ovvero di AS al quadrato di BW, o di MV, come l'abscissa AB all'abscissa KB, o alla sua eguale per la costruzione AZ, farà dunque AS a MV in sudduplicata ragione di AB ad AZ, e per la natura de' i circoli, essendo il quadrato di AN eguale al rettangolo di AS in AR, ed il quadrato di MO eguale al rettangolo di MV in MT, ed essendo AR, MT eguali per la costruzione all'unità farà l'analogia; come il quadrato di AN al quadrato di MO, così la AS alla MV, adunque il quadrato di MO farà pur in ragione sudduplicata di AB ad AZ.

Ovvero più brevemente: essendo il quadrato di AN ovvero di



di ZY al quadrato di OM, così AS ovvero AE ad VM, ovvero KW per la natura del circolo, dunque il quadrato di ZY al quadrato di OM, come AE a KW; ma per la natura della parabola AE a KW, così la dimidiata di AB alla dimidiata di AZ, dunque il quadrato di ZY al quadrato di OM, così la dimidiata di AB alla dimidiata di AZ; il che era da dimostrarsi.

V I I I.

*Corollario.* Perche dunque la AZ non può diventare nulla, se non quando NA sia infinita, ne deriva, che NA sarà uno degli asintoti di questa iperboloida, e che solo ne' vasi di una infinita larghezza può restar immobile parte dell' acqua fino alla sommità, ma che in tutti i vasi di una altezza determinata, si dà uno spazio più e meno dilatato in cui tutta l'acqua si muove, vale a dire, per tutto quello che giace oltre del punto Z, il quale farà sempre d'una altezza eguale alla quarta proporzionale del quadrato di AS, del quadrato di MV, e dell' altezza del vaso AB, e volendo ciò determinare in numeri, supponendo la larghezza del vaso AC di 40 once, NA di 20, l' altezza AB di 100, il diametro del foro PO di 10, ed MO di 5, sarebbe la AZ ricercata un  $\frac{25}{2}$  di oncia: Resta pur manifesto, che l'altro asintoto dell' iperboloida farà NM, non potendo l'ordinata LQ se non ad una infinita distanza unirsi con la NM.

I X.

Abbenchè le velocità delle acque correnti, ch'escano da' lumi de' Vasi, sembri che debbano esser semplicemente regolate dalle altezze dell' acqua esistente nel Vase, nientedimeno sensibile differenza vi è fra il moto dell' acqua, ch' esce da' lumi aperti nel fondo, e fra quelli fatti ne' lati, non ostante che le altezze delle acque si mantenghino le stesse: nasce ciò, perche il foro aperto nel fondo ha l'acqua premuta egualmente da per tutto, prescindendo dalle resistenze, dove ne' fori laterali la pressione dell' acqua non può agire con la medesima forza in tutti i punti del lume, essendo più premute le infime particelle dell' acqua vicine al fondo, che le più distanti da questo, onde l' aggregato delle velocità, che nel foro laterale si esercitano, farà sempre minore dell' aggregato delle velocità, che spingono fuori l'acqua dal lume orizzontale.

C

Perche

CAP.  
II.

X.

Perche le velocità delle acque correnti, possono esser di una diversa intensione ne' varj punti della stessa perpendicolare, perciò coll' oggetto che venghino rappresentate in una figura è costume di ordinarle tutte ad una linea retta perpendicolarmente, e far che terminino ad una curva, la di cui natura dipende poi dal vario grado di esse velocità, chiamandosi questa comunemente nel linguaggio de' Geometri *Scala delle velocità*. Sia l' altezza di una fezione di un' acqua corrente AC ad angoli retti, a questa siano condotte AB, EF, CD &c. ciascheduna delle quali esponga rispettivamente la velocità dell' acqua ne' punti A, E, C, e con tal legge potendosi inalzare infinite perpendicolari, faranno tutti i punti estremi di esse B, F, H, D terminati in una linea curva o retta, a misura del grado delle dette velocità: la natura della qual linea o scala sarà determinata dalla ragione di EF ad AE, o di CD ad AC che sono le di lei funzioni, come vengono dette da' Geometri; e perche tutte queste ordinate si possono considerare come altrettanti spazj percorsi da un mobile in un dato tempo con una velocità alle stesse linee rispettivamente proporzionale; perciò questi spazj potranno ancora esser dinotati da dette rispettive ordinate. In oltre ciascheduna ordinata AB, EF, CD &c. potendo venir considerata come un filamento di acqua, e tutti questi filamenti essendo d'una eguale grossezza, pertanto saranno essi prismi o cilindri di eguali basi, e di differenti altezze; e questi corpi rappresenteranno la quantità dell' acqua, che nel tempo in cui viene scorso lo spazio KH con le velocità KH, uscirà per i punti fisici, o basi A, E, C &c. e l' aggregato di tutti i detti corpi, empiendo l' area ABDC, farà da questa connotata la quantità dell' acqua, che in detto tempo uscirà per l' altezza AC.

TAV. I.  
Fig. 9.

X I.

L' area ABCD, moltiplicata nella larghezza del lume o fezione, esprime la quantità dell' acqua, ch' esce in un dato tempo pel lume o fezione predetta, e se la larghezza di questa è costante, farà la quantità dell' acqua come l' area ABCD, e per maggior facilità riducendo al calcolo l' espressione; se diremo essa larghezza  $z$ ; AM,  $x$ ; AB,  $y$ ; MC,  $a$  ed AC,  $a-x$ ; farà nel primo caso la quantità dell' acqua  $M - \int y dx$ , e nel secondo

Q—



$Q - \int y dx$  ( $\int$  indica la somma degli elementi, ch'entrano a comporre l'area, ed  $M, Q$  quantità costanti da determinarsi.) Se dunque a quest'area, che può esser curvilinea, sostituiremo un'area rettilinea rettangola ed eguale a quella, esprimerà essa l'aggregato di tutte le velocità, ed insieme la quantità dell'acqua che dentro un assegnato tempo può somministrar la sezione; i lati dunque di questo rettangolo restino espressi per  $m$  &  $u$ , farà l'equazione  $Q - \int y dx = mu$ : Che se uno di questi due lati, come  $m$  si farà eguale ad  $AC$ ,  $a - x$  in tal caso si ridurranno le due aree rettilinee, o curvilinee ad avere la stessa altezza, e l'equazione diventerà  $Q - \int y dx = u \times \overline{a-x}$ , onde  $u = \frac{Q - \int y dx}{a-x}$ ;

per tanto facendosi  $CG$  eguale ad  $AI = \frac{Q - \int y dx}{a-x}$ , e conducendosi  $IG$  parallela all'asse  $AC$ , si averà il rettangolo  $AICG$  eguale all'area  $ABDC$ , e la  $AI$  ovvero  $KH$ , condotta dal punto dell'intersecazione della  $GI$  con la curva, farà quella, ch'esprimerà la *velocità media*, o *ragguagliata*, con la quale se si movesse l'acqua in tutti i punti del lume, o della sezione, farebbe tanto cammino, quanto realmente ne può fare in movendosi con le velocità ineguali terminate alla curva  $BHD$ , onde l'una per l'altra si può sostituire, anzi per facilità de' calcoli, farà più espediente di servirsi delle velocità *medie*, che delle effettive.

XII.

Ma questa velocità *media* si trova assai facilmente nel modo che segue: supponendo che la curva della velocità sia la parabola  $MBD$ , cosicchè l'area  $ABDC$  rafferma l'aggregato di tutte esse, essendo  $AB$  minima e superficiale, e la  $CD$  la massima del fondo; si produca  $BA$  in  $Z$ , cosicchè  $AZ$  sia eguale alle due terze di  $CD$ , e per il punto  $Z$  si tiri la  $CZQ$  che resti pur tagliata in  $Q$  dalla  $MQ$  parallela alla  $BZ$ ; indi si faccia  $AY$  eguale alle due terze di  $AB$ , e si tiri la  $CYT$ , poi per il punto  $A$  si conduca la  $AN$  parallela a  $CYT$ ; se si ordinerà la  $EF$  eguale alla  $QN$  nella parabola  $MBD$ , e dal punto  $F$  si condotta la  $GH$  parallela all'asse  $MC$ , farà il rettangolo  $AHGC$  eguale all'area parabolica  $ABDC$ , ed  $EF$  farà la ricercata *velocità media*. Perchè ne' due triangoli simili  $CZA, CQM$  corre l'analogia  $AC. CM :: AZ. QM :: \frac{2}{3} CD. QM$  per la costruzione, farà il rettangolo  $\frac{2}{3} CD \times CM$  eguale al rettangolo di  $AC$  in  $QM$ : parimenti

CAP. II. per i triangoli simili  $CAY, ANM$ . essendo  $CA. AM :: AY.MN :: \frac{2}{3} AB. MN$ . farà il rettangolo  $\frac{2}{3} AB \times AM$  eguale al rettangolo di  $MN$  in  $AC$ ; ma la differenza dei due rettangoli  $\frac{2}{3} CM$  in  $CD$ , e  $\frac{2}{3} AM \times AB$  vale lo spazio parabolico  $ABDC$ , adunque questo spazio sarà eguale al rettangolo  $CG \times GH$ , e per il numero precedente, lo spazio predetto applicato all'altezza viva  $GH$  ovvero  $AC$  sarà eguale alla ricercata *velocità media*; il che era da trovarsi e da dimostrarsi.

XIII.

Scolio. Resti espressa la velocità superficiale  $AB$  per il numero 18, e quella del fondo  $CD$  per 24, si ha a trovare la *velocità media* corrispondente. Sia  $MC = 100$ ,  $AM = 60$ , farà per lo numero antecedente  $QM = 40$ , ed  $MN = 18$ , onde la *velocità media*  $EF$  o  $QN$  farà 22. Così per sapere quanto il punto  $E$  se ne stia sotto del pelo dell'acqua  $AB$ , o più alto del fondo  $CD$ ; essendo per la natura della parabola il quadrato di  $CD$  alla  $CM$ , come il quadrato della  $EF$  alla  $ME$ , o sia alla  $AM + AE$ , farà servendosi de' numeri sopraposti  $576. 100 :: 484. 60 + AE$ , e l'egualità  $48400$  con  $34560 + 576 AE$ , e facendo le necessarie trasposizioni e divisioni, farà  $AE$  eguale a  $24 \frac{1}{6}$ , e per conseguenza  $CE = 15 \frac{1}{6}$ .

XIV.

Abbenchè paja, che le velocità delle acque uscenti dai fori de' Vasi, debbano esser semplicemente regolate dalle altezze dell'acqua esistente nel Vaso, nientedimeno sensibile differenza vi è fra la velocità dell'acqua ch' esce da i fori aperti nel fondo, e da quelli fatti ne' lati, quando siano di una sensibile grandezza, non ostante che le altezze dell'acque si mantenghino le stesse: nasce ciò, perchè il lume aperto nel fondo manda fuori in ogni suo punto l'acqua, animata dalla stessa forza, che si genera dalla pressione dell'acqua, che vi sta di sopra, dove ne' lumi laterali, essa pressione non può con la medesima energia operare in tutti i punti della sezione, trovandosi più pressate le infime parti vicine al fondo, di quello siano pressate le più discoste dallo stesso. Sia il Vase  $ABDC$ , in cui intendasi aperto il foro  $EF$  nel fondo, scaricherà questo in un dato tempo una determinata quantità di acqua, tenuto che sia sempre ripieno fino in  $AC$ . Chiudasi poi, e si apra il lume laterale  $DG$ , che sia della medesima

figma grandezza dell'altro, e che termini in D col fondo; se il Vaso, anche in questo secondo caso, sarà sempre conservato con l'acqua fino in AC, darà minor quantità di acqua dell'altra uscita pel foro EF del fondo, abbenchè dentro lo stesso spazio di tempo. La ragione si è, perchè la forza della pressione in EF si esercita in tutti i punti, che compongono la sezione del foro EF egualmente, mentre la stessa altezza DC dell'acqua la va animando, dove nel lume laterale DG, essendo in G minore l'altezza dell'acqua di quello sia in D, farà anche minore la forza della pressione, nè farà eguale a quella del foro EF se non nel punto D.

X V.

Sia da cercarsi le due differenti quantità di acqua, che usciranno da diversi lumi verticali, comparati con uno orizzontale; sia il vaso RQBA con un foro nel fondo T di una figura quadrata, ed un altro verticale in Z pur quadrato, onde le aree di questi lumi saranno Z quadrato e T quadrato; La quantità somministrata da T sia Q, e quella somministrata da Z sia R; così il tempo in cui esce per T sia X, e quello per Z sia Y, farà la quantità Q per il numero III. di questo Capitolo in ragion composta del quadrato di T, di X, e della sudduplicata dell'altezza AB; intendasi poi descritta la parabola APGC con l'asse AB, e condotte le ordinate MO, NP ed altre; è chiaro per li numeri XI, e XII di questo, che la velocità *media* competente al foro Z, si dovrà esprimere per la differenza de' rettangoli  $\frac{2}{3}$  di NP x AN e  $\frac{2}{3}$  AM x MO applicata al diametro del foro Z, o sia alla differenza fra le due quantità AN e AM, e che perciò la quantità dell'acqua, che darà esso foro Z, sarà in ragion composta diretta del quadrato della differenza di AN e AM, del tempo Y, e della differenza de' rettangoli predetta, e reciproca della differenza di AN e AM, e per conseguenza queste due quantità saranno fra di loro, come il triplo quadrato del foro T, e la sudduplicata di AB, ed il tempo X, alla doppia differenza di AN e AM, ed il tempo Y nella differenza de' prodotti di AN, e la sudduplicata di questa stessa linea con AM, e la sudduplicata della medesima AM, cioè, farà  $Q. R :: 3 TTX \sqrt{AB}. 2 \overline{AN-AM}. Y. \overline{AN \sqrt{AN} - AM \sqrt{AM}}$ .

Corol-

X V I.

CAP. II. *Corollarj (I.)* Se si farà  $AB=AN$ , il che succederà allora, che il foro verticale sia col suo lato inferiore al fondo del Vaso, e di più facendosi  $T=AN-AM$ , cioè supponendo eguali i due fori laterale e del fondo, si muterà l'analogia suddetta nella seguente  $Q. R :: 3 TX \sqrt{AB}. 2AB \times Y \times \sqrt{AB} - AM \sqrt{AM}$ , e (II.) facendo  $AM=0$ , ch'è il caso portato da M. Mariotte nel suo Libro de' movimenti dell'acque a c. 416, farà anche  $T=AN=AB$ , e perciò  $Q. R :: 3X. 2Y$ ; e (III.) se i tempi saranno eguali, si avrà l'analogia  $Q. R :: 3. 2.$  vale a dire, che le quantità fluenti dell'acque per l'uno, e per l'altro de' lumi predetti faranno tra di loro nella proporzione sesquialtera.

X V I I.

In due modi si può assoggettare al calcolo la quantità dell'acqua, che viene scaricata dai fori aperti ne' Vasi, cioè o *relativamente* col paragonare la quantità dell'acqua somministrata da uno de' Vasi, con un'altra quantità uscita da un'altro, e ciò avuto riguardo alla grandezza de' fori, all'altezza dell'acqua, ed al tempo in cui succede lo scarico; oppure *assolutamente*, cioè a dire, col rilevare non solo la ragione, che fra di loro ritengono due quantità nell'antedetto modo uscite da i vasi, ma col rintracciare il reale suo peso, ed il suo volume: Il primo modo è molto più facile del secondo, e qualche volta è sufficiente per venir in chiaro di ciò, che si cerca per qualche fenomeno dell'acque correnti; il secondo riesce alquanto più difficile, perchè più composto: Ecco e dell'uno, e dell'altro il metodo, che si appoggia a quanto si è detto ne' numeri precedenti, ma che può esser ricevuto come un incontrastabile principio, cioè che le quantità dell'acqua ch'escono nell'antedetta maniera, sono in ragion composta delle velocità, del tempo che consumano ad uscire, e dell'orificio; cosicchè chiamando queste quantità Q, V, T e B quadrato rispettivamente, farà sempre  $Q=VTB^2$ ; il valore della qual espressione si muterà a misura, che si muteranno le quantità, e le circostanze; e se vi saranno altre quantità q, u, r, bb esprimenti l'uscita dell'acqua da un altro vaso, farà pure  $q=urbb$ , e perciò  $Q. q :: BBTV. bbuv$ , cosicchè se in grazia di esempio, il foro del secondo vaso che scarica la quantità q sia 36 linee quadrate, cioè  $b=6$ , l'altezza dell'acqua in esso vaso

vaso 64, il tempo 10 minuti, cioè  $t = 10'$ ,  $n = 8$  per il numero III. di questo; e per il Vaso, che dalla quantità  $Q$ ,  $B$  sia eguale a  $\sqrt{40}$ ,  $V = 10$   $T = 20'$ , farà  $q$ .  $Q :: 288. 800$ , ovvero come  $9. 25$ .

CAP. II.

XVIII.

Ma la quantità assoluta si determina nel modo che segue: Siano i due vasi  $RQBA$ ,  $rqba$ , i quali abbino l'altezza dell'acqua  $ab$ ,  $AB$ , ed i lumi  $fb$ ,  $FB$  posti verticalmente, ed abbenchè per questi si versi l'acqua, s'intenda però che l'altezza primiera di questa non mai manchi, e per maggior facilità servendosi de' simboli, e del calcolo, dicasi  $AB = A$ ,  $AF = B$ , il lume  $FB$  s'intenda quadrato, ed eguale a  $C^2$ ;  $ab = a$ ,  $af = b$  ed  $fb = cc$ , farà  $FB = A - B = C$  ed  $fb = a - b = c$ ; la quantità dell'acqua uscita in un dato tempo dal vaso  $rqba$  sia  $q$ , e questa esprima in grani il peso dell'acqua, farà per il numero XV. di

questo  $q = \frac{cc \times 2a \sqrt{a-2b} \sqrt{b}}{3a-3b}$ , e per la medesima ragione, dicendo la quantità dell'acqua uscita dal Vaso  $RB$  in grani  $Q$ , farà  $Q = \frac{CC \times 2A \sqrt{A-2B} \sqrt{B}}{3A-3B}$ , e perciò  $q. Q :: \frac{cc \times 2a \sqrt{a-2b} \sqrt{b}}{3a-3b}$ .

$CC \times \frac{2A \sqrt{A-2B} \sqrt{B}}{3A-3B}$ , e l'equazione  $Q = \frac{q CC \times A \sqrt{A-B} \sqrt{B} \times a-b}{cc \times A-B \times a \sqrt{a-b} \sqrt{b}}$ .

Se dunque risulterà da' fenomeni, che in uno dei due Vasi e. g. dal  $rb$  esca una conosciuta quantità d'acqua per un dato lume in un dato tempo, si saprà ancora quanto peso ne potrà uscire da un altro, che abbia diverso foro, e diversa altezza dell'acqua.

XIX.

Il Guglielmini nel suo Trattato *Aquarum fluentium mensura* a c. 143. dice, che in un vaso cilindrico di due piedi di diametro, e con altezza di acqua, mantenuta sempre la stessa, di piedi 3, once 11, con lume quadrato di linee tre di lato, uscisse di acqua in un minuto primo di ora libbre di Bologna 32, once 10, che sono grani 252160, in ragione di once 12 per libbra, di dramme 10 per oncia, e di grani 64 per dramma; cosicchè nel caso del numero precedente, farebbe  $q = 252160$  grani,  $cc = 3 \times 3 = 9$ ,  $a = 564$  linee, e  $b = 561$  linee: osservò di più che in un' oncia cubica di acqua si contenevano di peso grani 786, onde

CAP. II. onde nella detta formola, sostituendo tutti questi numeri in vece de' simboli corrispondenti farebbe  $Q = \frac{252160 \times CC \times A \sqrt{A-B} \sqrt{B}}{3 \times 564 \sqrt{564-561} \sqrt{561} \times A-B}$ ;

oppure più generalmente ponendo il tempo dello scarico del Vaso  $T$ , essendo già quello dell'altro vaso  $rb$  eguale per l'osservazione a  $60'$  farà  $Q = \frac{252160 \times CC \times T \times A \sqrt{A-B} \sqrt{B}}{3 \times 60' \times 564 \sqrt{564-561} \sqrt{561} \times A-B}$ , e facendo il foro quadrato cioè  $C = A - B$  la formola diventerà la seguente  $Q = \frac{252160 \times C \times T \times A \sqrt{A-B} \sqrt{B}}{3 \times 60' \times 564 \sqrt{564-561} \sqrt{561}}$  nella quale sostituendo i valori di  $C$ , di  $T$ , di  $A$  e di  $B$ , si averà in peso di grani la quantità dell'acqua che verrà somministrata dal vaso  $RB$  dentro di quel tempo. Che se questa quantità espressa in grani si voglia in once cubiche, basterà divider il quoziente prima per 786, che sono i grani, che per le sperienze del Guglielmini entrano in un' oncia cubica di acqua della misura però Bolognese, indi dividendo questo nuovo quoziente pur anco per 1728, che sono le linee di un piede cubo, si averà la quantità dell'acqua ricercata in piedi cubi.

XX.

Volendosi sapere il peso dell'acqua, che uscisse da un lume aperto nel fondo orizzontale di un vaso, ritenuto sempre alla medesima altezza di acqua, servendosi della formola del numero precedente, farà da rifletterfi che questo lume paragonato ad un lume verticale, quando tutti e due siano della medesima grandezza e figura, e che il verticale con uno de' suoi lati stia piantato nel fondo, darà una quantità di acqua, che alla quantità somministrata dal lume del fondo starà come  $2A \sqrt{A-2B} \sqrt{B}$ .  $3C \sqrt{A}$ , come risulta dal numero XV. di questo; onde dicendo  $R$  la quantità uscita pel foro laterale, ed  $S$  quella uscita dall'altro del fondo, e facendo  $R$  eguale alla quantità  $Q$  del numero di sopra, e  $c = A - B$ , sostituendo in quella formola il valore di  $R$  quivi ritrovato, e supponendo il tempo  $T = 60'$ , si ricava  $S = \frac{6324}{3} CC \sqrt{A}$  essendo che  $564 \sqrt{564-561} \sqrt{561}$  è 100 prossimamente; onde l'esperimento del Guglielmini, ridotto al lume orizzontale, avrebbe dato grani 272333, essendo cioè  $CC = 9$  ed  $A = 564$ , che fanno di Bologna libbre 35, once 5 in circa, e ge-



e generalmente qualunque sia il tempo, in cui esce la detta quantità di acqua pel foro orizzontale, se diremo esso tempo T, farà la formola  $S = \frac{6304 \times CC \times T \sqrt{A}}{60^{\circ} 5.}$  CAP. II.

XXI.

*Scolio.* Sia in grazia di esempio da indagare la quantità dell'acqua che uscisse da un foro circolare fatto nel fondo d'un Vaso, il qual foro abbia di diametro 12 linee del piede del Reno, che rispondono ad once 9 e punti 10 del piede di Bologna: sapendosi che questa misura a quella sta come 23 a 28; e contenga l'acqua in altezza di piedi 15: 5: 7 di Reno, che risponderanno a linee 1829 di Bologna, ridotte con l'accennata proporzione, e s'intenda la ragione del diametro alla circonferenza come 113 a 355, onde il lume sarà di perimetro 31 linea prossimamente, e l'area risponderà a questo logaritmo 1.8830528, ed il lato a 0.9415264; quindi la formola del numero antecedente farà  $S = \frac{6304 \times 1.8830528 \times \sqrt{1829 \times T}}{5 \times 60^{\circ}}$ ,

e se  $T = 6'$ , diventerà:  $\frac{6304 \times 1.8830528 \times \sqrt{1829 \times 6}}{5 \times 60^{\circ}}$ , che risponderà prossimamente ad once cubiche di Bologna 644, e ridotte ad once cubiche di Reno, triplicando la ragione di 23 a 28, farebbero once di questo piede 161 in circa, cioè mezzo piede cubo di Reno più 297 once cubiche. Il Sig. Ermanno in questi medesimi supposti nella *Foronomia* allo Scolio della Prop. 33 del Lib. 2. servendosi dell'analogia della scesa de' gravi, secondo le osservazioni dell'Ugenio, trova che dovrebbe uscire un piede cubo di Reno più 24 pollici; ma secondo i di lui dati calcolando, si trova che uscirebbe un piede cubo, meno un solo pollice, cioè pollici 1727, e di misura di Bologna once cubiche 957; ecco dunque la differenza, che porta il calcolo fatto, servendosi de' fenomeni della scesa de' gravi per l'uscita dell'acqua piuttosto che delle immediate osservazioni tirate dal peso della mole uscita, che importa più d'un terzo: può essere che tal divario attribuir si debba alle resistenze che incontra l'acqua in uscendo dai fori, come anche dal soffregamento contro del solido, oltre all'aria che essa pure vi resiste. Veggasi quanto sopra di questa difficoltà ne ha scritto il Padre Abate Grandi, nel Libro del movimento dell'acqua, allo Scolio della Proposizione 10. pag. 510.

APPENDICE

DEL

CAPITOLO SECONDO.

*Che contiene le varie proposizioni e pareri intorno all'uscita dell'acqua dal fondo de' Vasi, conservata che sia dentro de' medesimi ad una data altezza.*

**M**olto essendo stato scritto da celebri Matematici intorno al moto dell'acqua uscente per un foro fatto nel fondo di un Vaso, conservato sempre ripieno alla medesima altezza, dacchè il chiarissimo Cavaliere Newton avanzò la proposizione registrata nel Libro II. de' *Principj della naturale Filosofia*, edizione prima, non potrà essere se non d'utilità, che in quest'Appendice venga considerato, quanto da' predetti dottissimi Uomini è stato prodotto, coll'indicare ancora nella discrepanza delle opinioni, i motivi de' loro dissensi, le varie interpretazioni date al fenomeno, ed i fondamenti più probabili delle di loro asserzioni; cominciando dunque dal Sig. Newton.

I.

1. Considera egli nel luogo citato il vaso ACBD con un foro EF nel di lui fondo, e ripieno d'acqua sino in AD, la quale nell'uscire non iscemi: chiama il foro EF nel fondo  $f$ , l'altezza dell'acqua costante  $GE = s$ , il peso dell'acqua incumbente sopra del foro  $= p$ , la velocità che acquisterebbe nel fine della discesa, se libero cadesse questo peso nel vuoto  $= v$ , il tempo  $t$ , il moto  $m$ ; vuole poscia che la velocità ch' avrebbe l'acqua all'uscire dal foro, sia alla velocità acquistata dopo della caduta nel vuoto, come  $d$  all' $e$ ; onde nominando  $r$  quella velocità farà  $r :: d. e$ , e perciò  $r = \frac{dv}{e}$ . Indi segue: E perche l'acqua discendendo nel vuoto, acquistata che ha la velocità  $v$ , può (ritenendo invariata la medesima) descrivere lo spazio  $2s$ , secondo a' ritrovati dal Galileo; dunque anco l'acqua uscente dal foro con la ve-



la velocità  $\frac{du}{e}$  potrà descrivere lo spazio  $\frac{2ds}{e}$ , attesochè sono  
 proporzionali  $u. 2s :: \frac{du}{e} \left( \frac{2dsu}{eu} = \right) \frac{2ds}{e}$ . Prende in seguito  
 questo spazio, ch'è lo stesso dell' altezza della colonna acqua,  
 e lo moltiplica col foro, provenendone  $\frac{2dsf}{e}$  valore della quanti-

tà dell'acqua, che può fluire dal foro nel tempo, in cui libera-  
 mente sarebbe essa quantità caduta nel vuoto: Raccoglie dipoi  
 il moto di ess' acqua, col moltiplicare cioè questa colonna  
 o quantità dell' acqua nella sua velocità  $r$ , onde ne cava  
 $\frac{2dsf}{e} \times \frac{du}{e} = \frac{2ddsfu}{ee}$ , il qual moto, dovendo esser eguale a quello  
 seguito nel vuoto, farà l'equazione  $\frac{2ddsfu}{ee} = afu$ , oppure  $\frac{2dds}{ee} = r$

ovvero  $\frac{dd}{ee} = \frac{a}{2s} e \frac{d}{e} = \sqrt{\frac{a}{2s}}$ , cioè  $d.e :: \sqrt{\frac{a}{2}} \cdot \sqrt{s}$ . cioè  $r.u :: \sqrt{\frac{1}{2}} a$ .  
 $\sqrt{s}$ . oppure  $r.u :: \sqrt{aa} \cdot \sqrt{2as} :: a \cdot \sqrt{2as}$ , vale a dire, che la ve-  
 locità con la quale l'acqua esce pel foro, alla velocità dell'acqua  
 liberamente cadente nel tempo  $r$ , e con cui percorre lo spazio  $s$ ,  
 farà come l'altezza dell' acqua sopra del foro alla media propor-  
 zionale fra l'altezza medesima raddoppiata, e lo spazio predetto  
 descritti nel cadere di ess'acqua.

2. Si concepisca ormai, che questi moti si facciano al rovescio  
 ascendendo, e perchè  $r.u :: \sqrt{\frac{1}{2}} a \cdot \sqrt{s}$  per le cose dette di sopra,  
 farà anche  $rr.uu :: \frac{1}{2} a.s$ . cioè i quadrati delle velocità come gli spa-  
 zj rispettivi, e per tanto l'acqua fluente ascenderebbe all' altezza  
 di mezza la colonna, nel tempo, che la stessa acqua nel vuoto a-  
 scendesse tutto lo spazio  $s$ ; di modo che la quantità dell' acqua u-  
 scente dal foro, nel tempo che un grave potesse descrivere in ca-  
 dendo l'altezza  $\frac{1}{2} a$  farà eguale alla colonna di tutta l'acqua  $af$ ,  
 che sopraincombe al foro.

3. Perchè non si poteva maneggiare questa quantità di moto  
 dell' acqua uscente pel foro senza considerare costante la veloci-  
 tà, nè tale essendo ne' gravi cadenti; perciò il Sig. Newton ha  
 introdotto il paragone del peso cadente nel vuoto, supposta la  
 velocità acquistata nel fine dello spazio percorso, correrne con  
 la medesima invariata, un altro, e con tale supposizione ha  
 poi dedotte le predette conseguenze; ma perchè le illazioni ricava-  
 te fossero convincenti, sarebbe stato d'uopo di provare, che

Append.  
 del  
 CAP.  
 II.

Append.  
 del  
 CAP.  
 II.

l'acqua all'uscire dal Vaso, e non altrove di sua colonna si mo-  
 vesse di moto equabile; quindi la conclusione Newtoniana non  
 può esser considerata che come ipotetica, e dare solamente un  
 paragone fra i due moti dell' acqua uscente pel foro, e quello del  
 peso, e non già come se dinotasse il moto reale ed assoluto della  
 medesima acqua uscente pel foro fatto nel fondo del vaso in  
 quistione.

II.

1. Nella nuova edizione de' Principj della Filosofia Newto-  
 niana 1713, e così nelle altre pubblicate dopo di questo tem-  
 po, occupa questo Problema il luogo della Proposizione 36, in  
 vece di quello della 37 della prima edizione, e senza più ser-  
 virsi dell' antedetto paragone de' moti dell' acqua nel vuoto, e  
 nel foro del Vaso, è stata riformata la Proposizione nel modo che

TAV.I  
 Fig.15

segue: Sia il Vaso cilindrico PCDQ, in cui s'intenda un cilin-  
 dro di ghiaccio APBQ della medesima capacità del vaso, e che  
 con moto uniforme discenda perpetuamente, di modo che le di lui  
 parti inferiori non sì tosto tocchino la superficie AB, che liquefa-  
 cendosi il ghiaccio, e riducendosi in acqua, discendano verso del  
 foro EF, formando la cateratta o imbuto AEFB, ed escano pel  
 medesimo foro perfettamente empiendolo. E perchè per la de-  
 terminazione della quantità uscita, si ha bisogno dell' uniformità  
 del moto, pertanto vuole il Signor Newton, che la velocità del  
 ghiaccio squagliato in acqua sia uniforme, e tale come se cadesse  
 dall' altezza IH: supposta questa velocità, ricava poi l'altra dell'  
 acqua all'uscire dal foro, facendo l'analogia, come sezione a se-  
 zione, così reciprocamente velocità a velocità. Dicendo dunque  
 $AB=a$ ,  $HI=x$ ,  $EF=b$ ,  $GI=y$ , farà  $bb. aa ::$  (essendo i cir-  
 coli come i quadrati de' loro diametri)  $(\sqrt{HI}) \sqrt{x} \cdot \frac{aa\sqrt{x}}{bb}$ ,

ma la velocità sta ancora in dimezzata dell' altezza dell' acqua,  
 farà però l'equazione  $\frac{aa\sqrt{x}}{bb} = \sqrt{y}$ , ovvero  $b^4. a^4 :: x. y$ . vale a  
 dire IH:IG in dupplicata del circolo EF al circolo AB.

2. Passa dipoi alla considerazione del restringimento della vena  
 all'uscire che fa l'acqua dal foro, ma ciò non essendo della pre-  
 sente ispezione, si ommette da noi il quivi riflettervi.

3. Il corollario primo resta manifesto dalla analogia  $b^4. a^4 :: x. y$   
 ricavato, come sopra si è detto, dal principio idrostatico delle se-  
 zioni

zioni in ragione contraria delle velocità; quindi se ne deduce, che se AK a CK sia in ragione duplicata del foro per cui esce l'acqua alla duplicata del circolo AB, la velocità dell'acqua uscente pel detto foro sia come quella d'un'acqua, che fosse discesa dall'altezza CK.

4. Nel Corollario secondo, la forza (nel senso Newtoniano) con cui può prodursi tutto il moto dell'acqua all'uscire dal vaso, vale il peso d'una colonna cilindrica, di cui base sia il foro EF, e l'altezza 2GI, veramente essendo proporzionale il peso ad essa forza, ed esso trovandosi composto dalla predetta colonna, sembrerebbe che la forza dell'acqua non dovesse se non conteggiarsi con questa stessa colonna; contuttociò, se ben si farà attenzione, altre circostanze nel calcolo sono da averfi in riflesso, conciosiacosacchè, se il moto dopo la caduta dell'acqua dall'altezza GI continuasse subito ad essere invariato ed equabile, non si potrebbe porre in dubbio la verità dell'asserto; ma se d'esso, come in fatti succeder deve, abbia ad assoggettarsi alle leggi de' gravi cadenti, pare che in altro punto più sotto del G sia da prendersi quell'altezza da cui cadendo l'acqua abbia ad animare il moto che si cerca, ed i calcoli debbansi fondare sopra di altri principj, onde determinarsi la vera quantità.

5. Nel Corollario terzo si dimostra, che il peso di tutta l'acqua nel Vaso ABCD sta alla parte che fluisce per la cateratta come la somma de' circoli AB ed EF al doppio circolo EF del foro, il che si rileva nel modo seguente: Sia  $IH = m$ ,  $IG = n$ ,  $IO = x$ ,  $ON = y$ ,  $AB = 2c$ ,  $EF = 2b$ , dunque  $HG = n - m$ , ed essendo per quanto si è detto nell'espore la proposizione, l'equazione  $AB^2 \sqrt{IH} = MN^2 \sqrt{OI}$ , ovvero in termini analitici  $c^4 m = y^4 x$  farà  $x = \frac{c^4 m}{y^4}$ , e prendendo le differenze  $dx = \frac{-4c^4 m dy}{y^5}$ , ed il solido di parte della cateratta AMNB, essendo  $\int 4yy dx$  diverrà, sostituendo il valore di  $dx = \frac{-4c^4 m dy}{y^5}$ , e facendo  $ON = GF$  per averfi il solido intiero, farà l'integrale  $\frac{-8c^4 m}{yy} + \frac{8c^4 m}{bb}$ , ed il solido o peso di tutta l'acqua contenuta nel vaso  $= 4cc \times \frac{n - m}{y}$ ; quindi la ragione fra questi due solidi farà quella di  $4cc \times \frac{n - m}{y} + \frac{8c^4 m}{bb}$ , ma si ha anco l'equazione  $AB^2 \sqrt{IH} = EF^2 \sqrt{GI}$ , cioè  $cc \sqrt{m} = bb \sqrt{n}$  onde  $n = \frac{c^4 m}{b^4}$ ; sostituendo pertanto questo va-

lore

lore di  $n$  nella detta analogia, si avrà  $\frac{4c^4 m}{b^4} - 4m \frac{-8ccm}{yy} + \frac{8ccm}{bb}$ , e perche per l'intiero solido dell'imbutto deve farsi  $y = c$ , adunque la detta analogia si muterà in  $\frac{c^4 - b^4}{bb} \cdot 2bb + 2cc$ , ovvero  $c^4 - b^4 \cdot 2bbcc - 2b^4$ ; e dividendo l'uno e l'altro membro per  $cc - bb$  farà come  $cc + bb \cdot 2bb$ , ovvero come  $4cc + 4bb$  ad  $8bb$ , vale a dire, come la somma de' due circoli AB, EF al doppio circolo di EF.

6. Gli altri corollarj sono troppo facili; nè accade però maggiormente fermarsi nella loro spiegazione.

III.

1. Il Signor Jurin nelle Transazioni Filosofiche d'Inghilterra num. 355. considera egli pure il movimento dell'acqua uscente dal foro di un vaso fatto nel fondo, secondo a quanto fu considerato dal Sig. Newton alla predetta proposizione 36 della seconda edizione. Noi riferiremo le sue viste, aggiungendovi l'analisi da cui egli facilmente le avrà ricavate. Avendo egli dunque, sul fondamento avanzato dal Newton, stabilita la cateratta che si forma nell'atto di succedere il detto movimento, dice, che l'acqua ne uscirà con quella velocità, ch'è dovuta al cadere de' corpi gravi da una data altezza, che quì è appunto quella dell'acqua nel Vaso, considerando per altro l'acqua discendente nel medesimo foggetta a tutte le leggi degli altri corpi gravi. S'intenda DE ordinata della curva  $CGS = y$ ,  $AD = x$ , farà la velocità competente alla sezione  $EE = \sqrt{x}$ , supposta l'acqua sempre conservata all'altezza DA nel vaso, e perche il prodotto di ciascheduna sezione EE nella sua rispettiva velocità, dev'esser costante, secondo le leggi delle acque correnti; pertanto farà l'equazione alla curva CGS,  $xy^4 = 1$ , la quale è manifesto che farà un'iperboloide del quarto grado; e lo spazio SADES farà eguale a  $\frac{1}{2}$  del rettangolo HD, e per conseguenza lo spazio SHE eguale ad un terzo del medesimo rettangolo di HD; ed essendo lo spazio SHE infinito dalla parte S resta manifesto che questo, ciò non ostante non può esser maggiore della detta terza parte di esso rettangolo; paradossò, come tant'altri, che punto non sorprende i moderni Geometri.

L'analisi è assai facile; farà dunque l'elemento del predetto spazio  $DdeE = \int -y dx$  mentre crescendo le abscisse, decrescono le ordi-

TAV. I  
Fig. 16

Append.  
del  
C A P.  
II.

Append.  
del  
C A P.  
II.

ordinate della curva in quistione, e per l'equazione si hà  $\frac{4dy}{y^4} = -ydx$ , onde l'integrale farà  $\frac{4}{3y^3} = \frac{4}{3y \times yy}$ , ma per la natura della curva essendo ancora  $yy = \frac{1}{xyy}$  diventerà però il detto integrale  $\frac{2}{3}xy$ .

3. Stabilisce poscia il Sig. Jurin il suo teorema primo, ch'è il fondamentale in questo particolare, e dice, che uscendo l'acqua da un foro circolare fatto nel fondo del vaso, che s'intendesse avere un' infinita larghezza, il moto di tutta la cateratta acquee verso dell'orizzonte, farà eguale al moto di un cilindro acqueo di base eguale al foro, e di altezza quanto quella dell'acqua, onde la velocità sua sia pari a quella dell'acqua uscente per il detto foro.

4. Oltre alle cose antedette, dicendo il foro  $bb$ , e l'altezza dell'acqua nel vase  $a$ , avremo l'equazione  $xy^4 = ab^4$  (A), e condotta  $ee$  infinitamente prossima ad  $EE$ , farà il solido infinitesimo  $EE ee = \int -yydx$  (B), ed il moto suo secondo a' principj comuni dell'idrostatica  $\int -yydx \sqrt{x}$ , e differenziando l'equazione (A) ne proviene  $\frac{4b^4ady}{y^5} = -dx$ , onde sostituendo questo valore

nella formola (B) farà essa mutata in  $\int \frac{4b^4ady}{y^5} \times \frac{bb\sqrt{a}}{yy} = \int 4b^5 a \sqrt{a \times y^{-5}} dy$ , ovvero  $\frac{4b^5 a \sqrt{a \times y^{-4}}}{4} = \frac{b^5 a \sqrt{a}}{y^4}$  (C). e sostituendo

in vece di  $y^4$  il suo valore  $\frac{b^4 a}{x}$  farà trasformata questa formola (C) nella seguente  $bbx\sqrt{a}$ , e quando si concepisca che  $AD$  diventi  $AB$ , allora farà  $x = a$ , e la formola diventerà  $bb a \sqrt{a}$ , ma questa vale il cilindro predetto nella velocità competente alla discesa per tutta l'altezza dell'acqua; dunque &c.

5. Li tre corollarj che stanno aggiunti alla dimostrazione che fa il Signor Jurin della prima parte del suo primo teorema, facilmente si deducono da quanto si è di sopra esposto: mentre supposta costante l'altezza dell'acqua, stabilisce  $m = bb$ , cioè il moto in ragione del foro, ch'è il primo corollario; indi fatto costante  $bb$ , cioè il foro farà  $m = a \sqrt{a} = \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}} = u^3$ , (dicendo  $u$  la velocità) vale a dire il moto in sesquialta dell'altezza dell'

Append.  
del  
CAP.  
II.

dell'acqua, ch'è il secondo Corollario; e finalmente dato  $m$ , si cangia la formola in  $bb = \frac{1}{a^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{u^3}$ , cioè il foro in reciproca ses-

quuplicata dell'altezza dell'acqua, ovvero in triplicata reciproca della velocità, ch'è il terzo Corollario.

6. Parimenti si ricavano con molta facilità li sei Corollarj annessi alla dimostrazione della seconda parte del teorema dell'Autore. Si dica  $q$  la mole uscita, e le altre cose come sopra, farà secondo a' principj presi da esso oltre  $m = abb\sqrt{a}$ ,  $q = bbt\sqrt{a}$  (dicendo  $t$  il tempo impiegato nel raccogliersi quella tal mole d'acqua)  $= bbt\sqrt{a}$ , onde sostituendo nella formola  $m = bba\sqrt{a}$  il valore di  $bb\sqrt{a} = \frac{q}{t}$  si avrà  $m = \frac{aq}{t}$ , nella quale, facendo costante

l'altezza e la mole, farà  $m = \frac{1}{t}$ , vale a dire il moto in reciproca ragione del tempo, e date  $a$ ,  $t$ , farà  $m = q$ , cioè esso moto come la mole, e fatte costanti  $t$ ,  $q$ , farà  $m = a$ , cioè la mole come l'altezza; date  $m$  ad  $a$ , farà  $q = t$  che dà la mole come il tempo; date  $m$ ,  $q$  allora  $a = t$  cioè l'altezza come il tempo; e finalmente date  $m$ ,  $t$  farà  $q = \frac{1}{t}$ , vale a dire la mole in ragione inversa dell'altezza dell'acqua, il che rafferma tutti li sei antedetti Corollarj; da tutto ciò però non ancora si rileva la conclusione del Corollario secondo Newtoniano, ch'è il soggetto della quistione, restando fin qui per altro manifesto che il Signor Jurin nel fatto de' vasi che scaricano dell'acqua per un foro fatto nel fondo de' medesimi, vuole ed ammette la cateratta, di cui si è detto.

I V.

1. La proposizione Newtoniana adottata per vera senz'altra dimostrazione dal dottissimo Jacopo Keill, nel Libro intitolato *Tentamina Medico-physica. Tentamen III.* fu dichiarata falsa dal celebre ed amicissimo, allorchè viveva, Sig. Michelotti nel Libro *de separatione fluidorum in corpore animali* (p. 112.) professando che l'acqua uscente dal foro d'un vaso, altra velocità aver non possa, che quella che acquistata avrebbe un grave in cadendo da pari altezza, come quella dell'acqua: nel che il Sig. Jurin è perfettamente d'accordo col Sig. Michelotti, se rettamente s'attende a quanto esso ha dimostrato, nè altro divario si sa vedere, se non che esso Signor Michelotti non vuole cateratta o imbuto nel mo-



to dell'acqua del vaso: per altro la conclusione del Jurin sembra la stessa affatto che quella del Sign. Michelotti; anzi l'istanza che questi fa (pag. 127) all'altro, cioè, che se è vero, che in qualunque sezione EE debbasi esprimere la velocità per la sudduplicata di DA, non puossi negare, che anche nella sezione del foro CC, la velocità competente esser non debba la sudduplicata di BA, il che sono persuaso, che non solamente non lo negasse il Sig. Jurin, ma che anche sia una delle conclusioni dedotte dalla sua stessa analisi, se in vece di porre l'equazione  $xy^4 = 1$ , sia posto, per supplire anco alle leggi degli omogenei, e per averli la dimostrazione da noi sopra espressa nel numero precedente,  $xy^4 = bba$ , dicendo  $bb$  il foro, ed  $a$  l'altezza dell'acqua. Perlocchè fin ad'ora tutto il dissenso fra questi Autori non è se non che, se si dia o no la cateratta, non mai che la velocità dell'acqua uscente dal foro non sia eguale a quella che avrebbe un grave in cadendo da pari altezza, e non già dalla doppia, come è il parere del Sig. Newton. Si farà sopra di quanto scrisse il Signor Michelotti contro il Signor Jurin, qualche riflesso sì intorno la cateratta aquea, che si vuole far credere affatto commentizia, sì intorno a quello che si è addotto di fisico, e considerato per distruggerla.

2. Comechè dunque verun assurdo non vedo, ch'essa cateratta porti in natura, e che anzi per l'opposto, ponendo la medesima, osservo con essa salvarsi molti fenomeni, che nella discesa dell'acqua ne' vasi aperti con un foro accadono; e che l'occhio e la ragione la fanno, per così dire, altresì toccar con mano, se non col riconoscerla effettivamente dentro del Vaso, al certo, coll'osservarla fuori d'esso nel restringersi, che manifestamente fa la vena dell'acqua in discendendo (sopra di che si può anche vedere il Trattato del movimento dell'acque del chiarissimo Padre Abate Grandi Prop. IX. Cap. II. p. 507. Autore in queste ed in altre materie a niuno secondo) non so comprendere come la medesima vena non possa, o non debba ammetterli, e continuare anche dentro del vaso, come di fuori apparisce, e formare in somma l'imbutto, o sia cateratta in quistione.

3. Esaminando poi quanto riferisce il Sign. Michelotti circa il Vaso ACDB; lo considera egli ripieno prima di acqua fino in AB col foro O per cui si scarica con una velocità come  $\sqrt{AC}$ , ed indi facendo, che quasi tutta ess'acqua svanisca, a riserva di una pochissima ed insensibile parte CDmn, gli sostituisce un corpo solido

Append.  
del  
CAP.  
II.  
TAV. I.  
Fig. 16.

E do

do A mn B della medesima gravità specifica dell'acqua, ma talmente lubrico, che niuna resistenza patir possa dalle sponde del Vaso, onde impedirli la libera scesa, ed in conseguenza l'azione sopra della superficie dell'acqua rimasta mn: il che posto, conclude, che pel detto foro uscirebbe ancora l'acqua affetta della medesima velocità come prima, cioè come  $\sqrt{AC}$ .

4. Supponiamo dunque di averci trovato questo corpo solido, e sia di cera caricato di poca limatura di ferro o di piombo, di modo che posto in acqua sia conosciuto veramente della medesima gravità specifica di ess'acqua; quindi se verrà posto nella medesima, potrà fermarsi in qualunque sito sotto della di lei superficie, senza che affettar possa nè di salire, nè di scendere, secondo a quanto importa l'equilibrio fra due corpi eterogenei bensì, ma della medesima specifica gravità. Ciò dato, sia posto il detto solido A mn B sopra l'acqua del nostro vaso: in questa dunque o ch'egli ha campo da immergerli, o no; supponiamo che immerger si possa, adunque secondo a' principj della Statica, non potrà sussistere, ma dovrà andarsi a collocare sotto della superficie, e disturberà per conseguenza questo ideale sperimento: ma si vuole supporre che talmente combacj i lati del vaso, che bensì premer possa l'acqua rimasta mCDn, ma non penetrarla, ed in tal supposizione peserà egli sopra dell'acqua, quanto porta la di lui mole e peso, e nel comprimer l'acqua farà appunto l'effetto dell'embolo in un sifone; e comechè i solidi, a differenza de' fluidi, operano con tutte le loro parti, quasi fossero unite in un solo punto, così la forza che darebbe all'acqua per uscire dal foro, non farebbe già quella che compete all'altezza AB, moltiplicata nel foro, ma quella che derivarebbe dal cilindro di acqua, che avesse il peso assoluto di tutto il detto solido, e per conseguenza nulla ha che fare tal argomento per farci conoscere il moto dell'acqua in quistione.

5. Nè parmi che aver possa maggior forza contra della cateratta Newtoniana, l'altra ragione presa dall'Elaterio. Vuole il Signor Michelotti (pag. 129) supporre un corpo senza gravità, fluido però, ed egualmente denso che l'acqua: cosa in fatti che non si crede necessaria per dedurne la conseguenza, che si ha in vista, potendo bastare la supposizione ch'egli sia elastico, e che esercitar possa contro del fondo una forza pari a quella dell'acqua nelle ipotesi di sopra prese; l'effetto che questi produrrebbe può

Append.  
del  
CAP.  
II.

TAV. I.  
Fig. 17.



può bensì provare esservi in natura delle potenze, che applicate a varj corpi generar possono eguali velocità, ma non mai avrà che fare con l'esistenza o nò della cateratta.

Append.  
del  
CAP.  
II.

V.

1. Rispose il Signor Jurin al Michelotti al numero 355. An. 1722. delle Transazioni Anglicane, procurando di giustificare le sue prime proposizioni, e dichiarando fra le altre cose di mai aver nè meno pensato di scriver contro la dimostrazione del chiarissimo Signor Giovanni Bernoulli, ben sicuro che niuno mai potrà rinvenire nella sua dissertazione cosa, che abbia nè anco ombra di verisimiglianza, ch'egli abbia voluto connotare il predetto Sig. Bernoulli.

2. Cerca poi di salvare il Corollario Newtoniano della quantità del moto eguale alla doppia colonna, che ha per base il foro del vaso, e passa a giustificare ancora la proposizione 37 de' Principj della prima edizione, col far vedere che il tutto procede bene nelle supposizioni del Newton, avvalorando ancora quanto avanza con alcuni sperimenti, che dice fatti e dal detto Autore, e da altri, affermando lui stesso di averli veduti con altri molti della Società Regia, nell'esame di che noi non immoreremo di vantaggio, attenendoci a quanto abbiamo detto ne' numeri I. e II. di codesta Appendice, allorchè furono considerate quelle proposizioni. Indicando dunque il Signor Jurin che la colonna premente debba risultare dal foro moltiplicato nella doppia altezza dell'acqua, come appunto l'ha considerata il Signor Newton, ne porremo quì l'analisi, che s'accorda con quanto rimarca esso Signor Jurin al §. *Libet hic loci* &c. cioè che l'intera cateratta sia eguale alla detta doppia colonna o cilindro, il di cui peso tutto impiegar si dee nella scesa dell'acqua; imperocchè il valore di detta cateratta è  $\int -yydx$  in cui sostituendo  $4x dy$  in vece di  $-ydx$ , e  $\frac{b^4a}{y^4}$  in vece di  $x$  in forza dell'equazione  $xy^4 = b^4a$ , ne

deriva  $\int -yydx = \int 4b^4ay^{-3} dy$  ovvero  $\frac{4b^4ay^{-2}}{2} = \frac{2b^4a}{yy}$ , ma  $yy = \frac{bb\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$ , dunque sostituendo il valore di  $yy$  sarà  $\int \frac{2b^4a\sqrt{x}}{bb\sqrt{a}} = 2bb a$  essendocchè quando si calcola tutta intiera la cateratta,  $x$  diventa  $= a$ ; il che era &c.

3. Segue poscia il Sig. Jurin ad esaminare i fondamenti, sopra

de' quali si è formata la dimostrazione del Sign. Giovanni Bernoulli, pretendendo di poter concludere, che quella goccia di acqua, che da esso viene posta come animata non che dalla gravità naturale della medesima, ma dalla colonnetta acquee, che gli sovrasta, non lo sia in effetto, sopra di che lasciandone la decisione ad altri, passerò a fare qualche riflesso sopra la risposta, che ne ha dato il Michelotti.

V I.

1. La critica dunque, che a questa proposizione fa il Signor Jurin, avendo per fondamento, che tutte le particelle dell'acqua agiscono in ragione della propria gravità, senza che le sovrapposte vi concorrano ad accrescerne la forza, pretende il Signor Michelotti nelle risposte fatte e pubblicate l'anno 1724 p. 15. e seguenti, che il principio sia equivoco e falso, & è di parere, che da ciò seguirebbe un assurdo, che qualunque grave mosso dalla quiete, riceverebbe in un istante quella intiera velocità, che acquisterebbe il medesimo se fosse sceso da una maggiore altezza. Prova indi la verità della proposizione Bernoulliana anche col mezzo dell'equilibrio de' liquori, notando che l'azione delle parti di essi, rispetto alle parti imminenti al foro, sia quella di un cuneo, che volendo penetrare sforza del pari e le superiori, e le inferiori particelle, onde ne deduce dover esser la velocità della particella che sta per uscire dal foro in ragione dell'altezza di tutta l'acqua.

2. Quanto a me, come parmi evidente nelle sue supposizioni la dimostrazione del Sig. Bernoulli, così mi sembra anche assai facile il porla in chiaro, quando però prima venga distinto il vero caso della quistione. Un fiume, per prender la cosa assai materiale, quando il di lui corso si voglia ridurre ad un certo calcolo, in due stati si deve considerare o di alterazione, attesa la sopravvenienza di nuove acque o lo scemamento delle medesime, ovvero di permanenza con acque costanti: nel primo caso i calcoli fondati sopra una data quantità di acqua, che in un dato tempo passi per ciascheduna sua sezione non servono, come servono nel secondo, ch'è quello che d'ordinario viene considerato dagl'idrometri. Se si farà la dovuta attenzione anche all'acqua uscente dal noto foro del fondo, o da qualunque altra parte, non sarà difficile da concepire, che anche in questa faccenda succeder dee in parità di circostanze lo stesso che ne' fiumi, alme-

no per alcuni istanti di tempo, cioè fino a tanto che sia ridotto il moto dell'acqua ad uno stato di permanenza, e ch'esso abbia acquistati tutti que' gradi di velocità in tutte le sue parti, che gli competono.

3. Quando dunque si distinguano questi due casi, si può facilmente venir in cognizione per il primo, che la pressione delle parti sopraposte alle inferiori deve aver luogo, almeno per que' primi istanti, e che questa poi debba cedere tantosto che succeda il secondo caso dello stato di *permanenza*, nel quale tutte le particelle ch'escano dal foro, n'escano dopo esser state mosse dalla superficie arrivando fino al fondo con quel moto ch'è comune a tutti i gravi cadenti, e senza che abbiano uopo di altra forza acceleratrice, che della naturale della propria gravità.

4. Profeguisce il Michelotti (pag. 22.) con nuovi argomenti contro la proposizione Juriniana, considerando quella forza che può far la pressione dell'acqua in un vaso largo di fondo, e ristretto nella sua sommità, e supponendovi dentro l'acqua naturale, e poi agghiacciata, e nella varietà di detta forza che si esercita contro del fondo nell'uno e nell'altro caso, pone in essere quanto sia incongruo l'asserto di esso Signor Jurin. Ottimamente il Michelotti va deducendo quanto sia diversa la pressione del fluido, rispetto al solido, premendo questo nella sola ragione del di lui peso (quando sia in quiete) quello nella ragione della base nell'altezza del fluido, nascendo tal differenza appunto dalla natura della fluidità, diversa da quella de' corpi solidi. Il fenomeno può spiegarsi nella maniera che segue, il quale per dir vero ha molto sembante di paradosso. Nel vaso ACDEFB di figura larga nel fondo, e che poi va restringendosi verso la di lui sommità, vi sia l'acqua fino in AB; la pressione che farà contro del fondo EF è eguale alla pressione che farebbe l'acqua se il vase fosse bensì con la medesima base, ma con l'altezza dell'acqua da per tutto come FB, vale a dire, se la base essendo circolare, fosse il vaso un cilindro; in somma produrrà lo stesso effetto e nell'uno, e nell'altro caso, abbenchè nel cilindro l'acqua fosse in assai maggior quantità di quello fosse nel vaso proposto; attesochè il peso dell'acqua contenuta nella parte ristretta CABH non solamente ha uopo di esser bilanciata dall'acqua esistente in un qualunque sito della porzione larga del vaso, ma tutta dee cooperare al medesimo effetto, mentre il peso AHBC

tro-

trovandosi sempre in atto di discendere, deve restar impedito egualmente da ciascheduna parte dell'acqua sottoposta e laterale, giacchè se una parte fosse nell'azione di resistere, e l'altra no, accaderebbe che per questa subito discendesse l'acqua CABH per la ragione del bilanciamento de' liquidi; L'asserto si prova ancora, conciosiacchè se in qualunque punto di DC apriremo un foro, l'acqua, quando l'altezza sia conservata fino ad AB, risalirà, non computate le resistenze dell'aria ed altre del vaso fino al detto livello AB, ed istessamente aprendosi infiniti fori, succederà sempre lo stesso per le cause sopradette; in oltre, se con un tubo recurvo piantato nel fondo EF, e rivoltato verso di AB, daremo sfogo a quest'acqua, vedremo, che poste le stesse cose, risalirà ess'acqua al livello AB, e così seguirebbe se infiniti tubi recurvi posti nell'antedetto modo fossero inseriti nel detto fondo; dunque la pressione è eguale alla base EF nell'altezza FB, come appunto succederebbe se lo sperimento si facesse in un vaso cilindrico FG, che fosse ripieno di acqua; cosa che non può far il solido, perchè le di lui parti non agiscono se non unite, e come una cosa sola, quanto se fossero ramassate nel di lui centro di gravità, ed allora, come nota il Michelotti, la pressione è proporzionale al peso semplicemente, cioè alla quantità della materia ch'è posta sopra quel tal fondo.

5. Quanto all'ipotesi di esso Michelotti di considerare l'acqua esistente nel vaso di difforme larghezza, primo nello stato di fluidità, indi di agghiacciamento, comechè è vera l'illazione che ne viene dedotta circa alla forza del di lei premere, così pare che sia molto lontana da ciò che ha voluto intendere il Jurin, avendo questi bensì considerato col Newton, che si possano agghiacciare le parti laterali dell'acqua, quelle cioè che non stanno a piombo sopra del foro, ma non già quelle della colonna imminenti all'emissario, come rilevasi dal di lui §. *Quoniam nulla alia re &c.* (pag. 10) della dissertazione prodotta dal Michelotti, che però varie essendo le supposizioni, non è da maravigliarsi, se anco le conseguenze siano diverse.

6. E circa allo sperimento della scesa di quella colonna di Zecchini cento, l'ipotesi del Michelotti, non è quella del Jurin, e per quanto a me pare, non può ella accordarsi co' pesi di ciascheduna sezione della cateratta, nè può correre la parità che ne viene addotta, mentre in tanto si dice, che la cateratta succeder debba, in quanto che l'acqua in discendendo viene animata

da

Append.  
del  
CAP.  
II.

Append.  
del  
CAP.  
II.

TAV. I.  
Fig. 18.

da una varia velocità, ed ha bisogno per non discontinuarsi di far che le sezioni di essa cateratta sieno reciproche alle dette velocità; dove i Zecchini secondo all'ipotesi del Michelotti riuscendo sempre minori di peso a misura, che si discostano dal fondo, su di cui posano, non si sa vedere come mai correr possa il paragone fra le sezioni della cateratta più dilatate a misura, che dal foro sono discoste, co' Zecchini, che devono esser minori di peso; ma o maggiori, o minori di questo che fossero, è noto che prescindendo dalle resistenze dell'aria, tutti i gravi cadenti, discendono nello stesso tempo, quando pari sieno le altezze delle cadute.

7. E quanto a ciò che soggiugne il Michelotti, (pag. 24) che prima che il Jurin voglia definire il moto dell'acqua uscente pel foro di un vaso col fondamento della quantità uscita e conformata in un cilindro di doppia altezza di quella che abbi l'acqua nel vaso, abbia egli a provare, che la forza dell'acqua uscente come sopra, debba esser eguale a quella che avrebbe un grave, che cadendo in un dato tempo ed eguale a quello dell'acqua uscente dal vaso nelle dette circostanze; si può rispondere, che abbenchè non sia incomparabile il moto uniforme coll' accelerato, come sembra volerci significare il Michelotti, trovandosi sempre la velocità dell'uniforme ed equabile doppia dell' accelerato, acquistata nel medesimo punto secondo ai principj del Galileo, nulladimeno la difficoltà della proposizione del Jurin, credo consistere nel non saperfi dove esso moto accelerato termini, e dove comincj l'uniforme, se al foro, come l'hanno supposto sin ora quasi tutti quelli, che hanno trattato di queste materie, ovvero nel maggior restringimento della vena acqua, come lo persuadono oltre la ragione anco gli sperimenti fatti, e fra questi quelli praticati dalla diligenza del chiarissimo Signor Marchese Poleni; non solamente nel Libro *de Castellis*, ma ancora in quella lettera che indirizzò al Signor Marinoni Matematico Cesareo l'anno 1724, non potendo la diversa quantità dell'acqua uscita e raccolta in que' cavi prismi, de' quali egli fa menzione, in altro modo salvarsi e spiegarfi, se non col restringimento delle vene; ha il medesimo Signor Poleni, con una esattezza eguale alla di lui penetrazione, rettificata le sperienze dell'insigne Mr. Mariotte *Trattato del movimento delle acque*, (pag. 423) e rilevata con il porre a' vasi lumi di varie figure, e di difformi grossezze la molta differenza che ne risulta, la quale se fu conosciuta dal Mar-

riotte

Append.  
del  
CAP.  
II.

riotte, venne da lui attribuita nel medesimo *Trattato* (p. 428) *discorso terzo*, alle diverse resistenze incontrate dall'acqua all'uscire, il che è vero: ma tali resistenze non da tutto il moto dell'acqua, ma da quello in particolare che si fa per la varia grossezza de' lumi, semplicemente provengono.

8. Alla dimostrazione portata in appresso dal Sig. Michelotti (pag. 29) non vi è che rispondere, se intender si vuole nel primo tempo, che aperto il lume l'acqua fluisce; ma quando questa sia ridotta allo stato di permanenza; in tal caso, considerando il moto concepito dall'acqua, se questo si vuole equabile ed uniforme, può benissimo esser vero, che la pressione sia eguale al doppio cilindro, il che non succederà allora quando il detto moto tale non fosse; mentre non valerebbe che il semplice cilindro, cioè il prodotto del foro nell'altezza dell'acqua; quindi il tutto dipende dal porre una retta ipotesi senza confondere i moti accelerati con gli equabili ed uniformi, e lo stato *variabile* dell'acqua, che ha ne' primi istanti dell'apertura del foro, con lo stato di *permanenza*, il che nella determinazione della quantità dell'acqua uscita da' fori predetti, ha cagionato di molti equivoci, e perplessità.

## V I I.

1. E' entrato in questa quistione anco il Signor Daniele Bernoulli figliuolo del rinomatissimo Sig. Giovanni sin d'allora che trovavasi in Venezia. A questo insigne Matematico professando io del pari e grandissima stima per la singolar sua cognizione nelle scienze più recondite, ed una sincera amicizia per le rare doti che il di lui animo adornano, dovrei ciecamente sottoscrivere a quanto nelle di lui eruditissime *Esercitazioni* ha prodotto in Venezia sin dall'anno 1724, se non fossi sicuro che l'ingenuità sua, e l'amore della sola verità, a cui ha diretto ogni scopo de' suoi profondi studj, non mi permettessero di aggiunger quivi qualche riflessione sopra di quanto fu in questa materia da esso in allora pubblicato.

2. Il motivo dello scrivere suo fu, com'egli stesso si esprime, perche il Signor Conte Riccati, soggetto di chiarissimo nome, aveva trovato nella proposizione, di cui si è detto, di che ridire a quanto aveva pubblicato il Signor Michelotti nel Libro *de separatione fluidorum*, professando esso Sig. Conte di poter difendere



fendere e sostenere la verità del Corollario Newtoniano , non ammesso dal predetto Sig. Michelotti.

3. Pone il Sig. Bernoulli come *apodittica* la dimostrazione Newtoniana del Corollario spesse volte nominato della prima edizione de' Principj, ed in prova della validità della medesima dice: Che se nel vaso EABF ripieno di acqua sino in EF s'intenda aprirsi il foro CD, e si supponga, a riserva della porzione AmnB infinitamente piccola, agghiacciarsi l'altra parte acqua EmnF dice, che il ghiaccio dovrà esercitare sopra dell'acqua rimasta la stessa pressione, che faceva prima dell'agghiacciamento. Circa però alla forza di questa ragione, avrei quella stessa difficoltà ch'ebbi quando esaminai la proposizione del Sig. Michelotti nel numero precedente §. 4; diversa, quanto al mio intendere, essendo l'affezione del solido, che tale è divenuta l'acqua agghiacciata, da quella del fluido, ed altri e diversi per conseguenza gli effetti che a prodursi vengono nell'uno e nell'altro stato; onde per questo capo sembra che il mezzo termine addotto dell'acqua agghiacciata non possa aver luogo per concludere quanto è stato proposto.

4. Per altro la dimostrazione del Sig. Co: Riccati riferita nelle *Esercitazioni* (pag. 33) è appoggiata a non altro che alla velocità ridotta equabile e costante, che vien supposto aver acquistata l'acqua all'uscire dal foro, nè si vede perchè in tale supposizione non abbia ad aver luogo per concludere effettivamente quanto è stato asserito; il punto sta che tal supposizione si accordi col fatto, e che così realmente succeda in natura.

5. Nè differente da ciò è quanto nella lettera del Sig. Conte Riccati portata (pag. 38 di dette *Esercitazioni*) vien riferito al §. *Quid ex his sequatur videtur*; volendo cioè non altro effo Sig. Conte ivi concludere, come conclude di fatto, che se la quantità dell'acqua uscita nell'assegnato tempo è doppia, doppia dovesse altresì essere la forza impellente della medesima, secondo gli stessi principj portati dal Sig. Michelotti.

6. Dicendo poscia il Sign. Co: Riccati al §. della lettera suddetta (p. 39.) *Quod si ab istis circumstantiis*; che non potendosi misurare altrimenti la forza espellente, se non per la quantità del moto generata in un dato tempo; vien egli documentato dalla esperienza, che l'acqua uscente da un vaso nel tempo definito dal Newton, quando venghi paragonata con quella quantità, ch'empisse la cavità di un cavo cilindro, attaccato normalmente

F all'

Append.  
del  
CAP.  
II.

TAV. I  
Fig. 19

Append.  
del  
CAP.  
II.

all'orificio, farà molto maggiore della semplice, vale a dire, del prodotto del foro nell'altezza dell'acqua costante; ma soggiugne, non mai però arrivare ad esser doppia, abbenchè in certi casi a questa di molto s'avvicini, secondo gli esperimenti fatti dal Sig. Marchese Poleni.

7. Questi credo che possino esser quelli registrati nella lettera da esso diretta al Signor Marinoni Matematico Cesareo, cioè li sei ne'quali armando il foro di lamine, e di cavi cilindri, ha raccolto varie quantità di acqua dentro il tempo di un minuto primo d'ora, conservando però sempre gli stessi diametri delle aperture, e la stessa altezza dell'acqua; in fatti essendo il foro, di cui egli si è servito di 3 linee di diametro, cioè all'incirca  $\frac{1}{11}$  di un pollice quadrato, e l'altezza dell'acqua di piedi 13 ovvero once 156, e supponendo coll'Ugenio che un grave discenda in forza della propria gravità per piedi 15 in un minuto secondo di ora (ommettendo il pollice di più, ch'egli osservò, ciò poco alterando il calcolo) il medesimo grave percorrerebbe in 52" in circa lo spazio delli 13 piedi predetti; quindi facendo  $\frac{11}{15}$  la quantità corrispondente in detto tempo, valerebbe questa pollici cubici 10 $\frac{2}{3}$ .

8. Ma avendosi osservato, che in un minuto primo uscirono nel primo sperimento pollici cubici 607; adunque in 52" uscirebbero pollici 11 $\frac{1}{2}$ , cioè poco più della semplice quantità ricercata dal foro, e dalla semplice altezza. Nel sesto sperimento poi, mutati gli emissarij, abbenchè dello stesso diametro e figura, crebbe la quantità raccolta nel medesimo tempo a 905 pollici cubici, i quali divisi per 52", come sopra, danno pollici cubici 17 $\frac{1}{2}$ , vale a dire, che molto si accosta alla doppia quantità, senza però mai arrivare al preciso; ma tutte queste varianti quantità provengono dal sito del maggior restringimento delle vene acquee, senza la considerazione di cui, mai si potranno spiegare li sopradetti fenomeni.

9. Segue il Sign. Co: Riccati nella detta lettera (pag. 40) in forza degli addotti sperimenti a rappresentare, che se nel tempo definito dal Newton, discendendo la suprema superficie dell'acqua, che sta imminente sopra del foro, sino al fondo del Vaso, o sia il cilindro sotto una tal altezza, e di base eguale al foro, se altro non cospirasse (dic'egli) ad alterare questo di lei moto, dovrebbe uscirne appunto tanta quantità, quanto porterebbe essa colonna, ma dalle sperienze n' esce di vantaggio; dunque, con-

clude,



clude, che all' azione verticale dell' acqua, vi si aggiugne anco l' obliqua, ed esser in somma certo, che opera in questo incontro una maggior copia di acqua, di quella che porterebbe la sola colonna predetta.

10. Nella risposta che a questa lettera diede il Sig. Bernoulli (pag. 44) adduce in prova del suo argomento varie ragioni, che non facendo direttamente allo stato della quistione, che quì si esamina, le potrà il Lettore vedere nel suo fonte; si dirà solamente che (alla pag. 46) sembra che e' dubiti dell' esperienze citate dal suo Antagonista, cioè ch' esca maggior quantità di acqua pel foro, di quello che dia il calcolo della colonna: afferendo, che la ragione persuade il contrario, quì mi farò lecito di dire, che il fatto è tale, nè doverfi ricredere a quanto con tutti i numeri dell' attenzione ha osservato il Sig. Marchese Poleni nella citata lettera, dalla quale si è tirato il calcolo registrato a' numeri 7 e 8 di questo articolo.

11. Le obbiezioni del Sig. Bernoulli diedero motivo al Sig. Co. Riccati di replicar di nuovo con altra lettera in data 24 Marzo 1724, e viene pur questa registrata nelle Esercitazioni (p. 47, e seguenti) in questa riproducendo al criterio la materia, si esprime (pag. 50) che veramente da quanto scrissero il Guglielmini, l' Ermanno, il Varignon, e l' Ugenio si ritrae, dover uscire dal foro del vaso in quistione una doppia quantità di acqua rispetto a quella rafferata dalla colonna imminente al detto foro, ma pretende esso Sig. Conte che non vi arrivi, nè arrivar vi possa; dopo presa per mano la dimostrazione Newtoniana del Corollario della 36 afferma che in questa siasi molto bene dal suo Autore distinta la velocità della superficie, dalla quiete che aveva prima che niun moto concepisse: cosa, dice, non ben osservata da altri che hanno versato sopra di tal materia, aggiugnendo, che il Newton insegna che detta velocità della superficie, debba esser quella, che un grave avrebbe acquistata in cadendo col moto accelerato dall' altezza HI: cosa a cui, soggiugne il Signor Conte Riccati, per non aver avuto riflesso il Sig. Bernoulli, l' abbia portato a tirar delle conseguenze lontane dal vero, volendo per altro che nel fatto della cateratta, vi sia stato anche nel suo Autore qualche cosa di umano: confessando però, che con tal ipotesi si salvino molto meglio i fenomeni, che secondo qualunque altra di ciaschedun' altro Autore.

12. Provocato a versar sull' esperienze, risponde il Sig. Bernoulli

Append.  
del  
CAP.  
II.

noulli (pag. 58) dubitar delle praticate osservazioni, rimarcando che le fatte dal Sig. Marchese Poleni, non danno che il medio fra la semplice, e la doppia quantità, o sia il cilindro dell' acqua imminente al foro, quando, soggiugne, la ragione mostra, che avesse ad esser eguale o all' una o all' altra di esse due quantità, e conclude di non doverfi fidare degli sperimenti, almeno (credo che voglia dire) de' praticati fin allora. Veramente il voler che le sperienze indichino a capello il vero stato di ciò, che si cerca, sembra un pretender troppo, e voler che la fisica dia quanto la pura ed astratta Geometria; basta bene, che gli sperimenti si accostino convenientemente a quel termine, che l' osservatore ha in vista. Nelle fatte sperienze, che danno sempre una maggior quantità di acqua del semplice cilindro predetto, e mai minore, anzi in certi casi assai da vicino al doppio, pare che prescindendo dalle circostanze che visibilmente possono alterar l' uscita dell' acqua, debbasi credere, che se non precisamente la doppia colonna, non mai la semplice sia quella che uscir dovrebbe: cosa, che abbondantemente resta poi comprovata dalle ultime esperienze fatte dal Sig. Marchese Poleni, e registrate nella detta lettera diretta al Sig. Marinoni: notizia della quale in fatti non mi costa, che il Signor Bernoulli abbia avuta, essendosi pubblicata dal più al meno nello stesso tempo, che le esercitazioni stesse uscirono alle stampe. Quindi non dee recar meraviglia, se il Signor Bernoulli non avendo vedute dette posteriori esperienze, abbia detto di dubitare delle osservazioni fin' allora praticate dagli Idrometri. Che poi l' aria abbia potuto ritardare nella scesa del grave il di lui moto, e che per conseguenza il tempo della caduta, a cui si è ragguagliata anco l' uscita dell' acqua, sia stato preso maggiore di quello sia stato in fatti, non pare che tal obbiezione possa detrarre sensibilmente alle dedotte conseguenze: e ciò tanto meno, se si ha riguardo che questo è stato calcolato secondo le osservazioni fatte dall' Ugenio nel pieno, e non già nel vuoto, allorchè con replicate sperienze ricavò, che un grave liberamente cadente dalla quiete, percorra in un minuto secondo di tempo piedi 15, ed un pollice del Regio piede di Parigi.

13. Ciò che il Sig. Bernoulli (p. 59) avanza del cilindro insistente sopra dell' orificio del fondo, e pertugiato da infiniti fori, non pare, che l' effetto, che ne dee avvenire, altro non possa indicare, se non che allo sbilancio della colonna, o cilindro sud-

TAV. I  
Fig. 15

detto, succeder debba il movimento delle parti laterali, nel che farsi, se ben si riflette, nascerà non altro che la cateratta Newtoniana; tanto poi è lungi, che l'acqua laterale alla detta colonna pur acqua, possa tenerla sospesa, che anzi è credibile, che venghi ajutata dalla detta acqua laterale al moto; ed in somma che segua appunto l'opposto di ciò, che di seguire ci avvisa esso Signor Bernoulli; e circa a' cuneoli dell'acqua, e agli interstizj risultanti fra goccia e goccia, non pare che una mera ipotesi immaginata per salvare con qualche verisimiglianza gli allegati fenomeni, al certo senza alcun fondamento, che sia reale, che pure sembrava assai necessario, trattandosi non di altro, che del modo di conoscere la misura di detta acqua uscita.

14. Passa in seguito il Sig. Bernoulli (pag. 61 e 62) a provare contro del Sig. Co: Riccati, che quando si volesse ammettere il moto obliquo delle particelle dell'acqua asserito da esso, questo non solo nulla contribuirebbe alla pressione delle gocce dell'acqua, che anzi per lo contrario, quanto maggiore egli fosse, tanto minore pretende, ch'esser dovesse la velocità con cui si scaricherebbe l'acqua. A tal causa considera in primo luogo il vaso pieno d'acqua, ma tutto aperto nel di lui fondo, e dice che ciascheduna particella dell'acqua, venendo animata dalla propria naturale gravità, discenderebbe con una velocità da principio infinitamente piccola, nel passar che farebbe dalla quiete al moto; ma in tal caso, non ridotto il fluido allo stato di *permanenza*, pare che l'ipotesi sia fuori della quistione. Considera poi in secondo luogo il foro infinitamente piccolo, e ricerca che cosa ne fosse per seguire nell'uscita dell'acqua, ed asserisce che ciascheduna goccia di acqua dovrà comunicare a quella che gli sta di sotto tutta la forza della sua gravità differentemente da quello che succederà nel primo caso, in cui la goccia precedente non riceveva impulso veruno dalla susseguente; e la ragione dice, di essere, perche in questo secondo caso la goccia superiore preme con tutta la sua gravità la inferiore, mentre essa niente cede; credo, voglia inferire, perche questa è come in quiete per l'equilibrio dell'acqua laterale col mezzo de' cuneoli da esso introdotti nella spiegazione del fenomeno; nella qual circostanza deve però ricevere, secondo al parere del Signor Bernoulli, tutto l'impeto della superiore. Prima di passar oltre fiam lecito di riflettere brevemente sopra l'asserito equilibrio, che consiste nel supporfi, che ogni particella della colonna acqua resti controbilanciata da un filamento

Append.  
del  
C A P.  
II.

Append.  
del  
C A P.  
II.

dell'acqua laterale, il che a mio credere ha le sue grandi difficoltà per esser ammesso, come un vero principio in Statica. Questo equilibrio dunque fra le particelle della colonna, e l'acqua laterale, se io mal non mi appongo è stato dedotto da quanto succede nel meccanismo della sospensione dell'argento vivo nel Barometro; ma la faccenda, se dritto si mira, va molto diversamente, mentre in quella machinetta succede effettivamente il bilanciamento fra la colonna dell'aria alta quanto è tutta l'atmosfera, e le 28 once di altezza in circa del Mercurio; ma l'azione e reazione, che vicendevolmente viene esercitata da que' due fluidi succede pel vuoto d'aria che resta fra la superficie del Mercurio, e la sommità del cannello sigillato ermeticamente, come si può vedere da quanto ne scrissero tanti Autori, che di tal materia hanno lodevole, e chiaramente trattato; tolto perciò il vuoto, si toglie subito anco l'equilibrio; quindi non si sa concepire in buona filosofia, che i filamenti laterali, possano mai formar bilanciamento con le parti della colonna; ma per l'opposto, anzi cospirare al medesimo moto, ch'ella ha, e procura di avere per uscire dal foro; e perciò la pressione non potrà esser esercitata dalle superiori contro le inferiori particelle. E quanto all'argomento che si potrebbe trarre dalle galleggianti per ispiegare il detto equilibrio, entrandovi nel paragone due corpi eterogenei, la cosa esce subito da' limiti delle nostre supposizioni, nè può dare per l'assunto del Sig. Bernoulli prova alcuna.

15. In terzo luogo si fa a riflettere il Signor Bernoulli ad un altro caso, che farebbe allora quando il foro fosse eguale alla metà del fondo, o della superficie dell'acqua contenuta nel vaso: il che posto, dice, che la superficie predetta EF discenderebbe con la metà della velocità, di quello farebbe l'acqua uscente per CD: e ne ricava, che ciascheduna goccia non impieghi da principio del suo moverfi, se non la metà della propria gravità naturale, e l'altra metà la comunichi alla goccia, che gli sta sopra; di modo che torni lo stesso, come nel foro infinitamente piccolo del caso precedente, venendo l'acqua animata da una gravità acceleratrice eguale alla metà della gravità acceleratrice ordinaria; onde poi la forza con cui l'acqua da principio esce, la stabilisce eguale a mezzo il peso della colonna acqua imminente sopra del foro CD, e la velocità con cui esce, rispetto a quella con cui uscirebbe, se il foro fosse infinitamente piccolo come  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  ad 1, vale a dire, l'acqua fluirebbe con quella velocità, ch'è dovuta

ad

ad un grave che cadesse dall'altezza di  $\frac{1}{2}$  BF; e finalmente vuole che da ciò ne segua, ch'essendo in questa supposizione maggiore il moto obliquo o intrinseco, che deriva dall'ampiezza maggiore del foro, minore sia la velocità.

16. Ma qui mi sarà permesso di riflettere, che il Signor Bernoulli, ed appoggia, direi quasi, senza avvedersene, la cateratta che cerca di proscrivere, e fa un'ipotesi, che pare interamente fuori della quistione: Appoggia la cateratta, avvegnacchè, dicendosi la velocità del vaso suddupla di quella del foro per esser reciproche le sezioni con le dette velocità, convien porsi il moto in tutta la superficie EF, come appunto per un qualche spazio succede nella cateratta; e pure esso Signor Bernoulli non voleva altro moto nell'acqua, che quello che si fa nella colonna imminente al foro; oltredicchè non resta poi manifesto, come porre si possa la velocità della superficie EF suddupla di quella del foro, quando quella per la supposizione non ha da muoversi, dovendo esso vaso conservarsi sempre ripieno; quindi le conseguenze che se ne sono dedotte, pugnando con i supposti nulla possono concludere.

Facendo poi attenzione alla formula  $\frac{n-m}{n} p$ , espressa dal Sig. Bernoulli (p. 63) per la forza che caccia l'acqua fuori del foro, quando questo fosse eguale a tutto il fondo cioè  $n = m$ ; in tal caso essa forza sarebbe nulla, e la velocità espressa per  $\frac{n-m}{n} r$

(in cui  $r$  vale l'altezza del cilindro: dove  $p$  nella prima espressione dinota la pressione della colonna acqua) sarebbe essa pure eguale a zero, non che infinitamente piccola, come l'Autore si esprime più abbasso; Può forse aver egli inteso per l'una e per l'altra il solo primo istantaneo momento: ma questo non è quello che porta la quistione, come tante volte si è notato nella disamina di queste proposizioni.

17. Istando il Sig. Co: Riccati verso il Signor Bernoulli, che per venir in chiaro della verità, volesse far il calcolo di quell'esperimento, che viene registrato dal Guglielmini verso il fine del suo Trattato della misura delle acque correnti; lo eseguisce il Signor Bernoulli (alla p. 66) delle *Esercitazioni*; ed in fatti si trova, che paragonata l'uscita effettiva dell'acqua dal foro con quella del cilindro inferviente al medesimo, non è molto differente dall'egualità, cioè con la sola discrepanza di queste due frazioni  $2 \frac{10278}{10611}$  e  $2 \frac{11}{12}$  cioè quella, che corre fra il numero 504320 e 509328,

Append.  
del  
C A P.  
II.

Append.  
del  
C A P.  
II.

e 509328, ovvero di parti 5008; degno per altro di rimarco si è, come non ostante che la mole dell'acqua del cilindro, molto, per vero dire, si accosti ad esser eguale alla uscita pel foro, ciò non ostante quella sia però maggiore, e come che lo sperimento fu fatto dal Guglielmini coll'armar il foro di semplice lamina di ferro, così risponde con poco divario a quello, che pur fece il Signor Marchese Poleni (se le misure si riducono, come è conveniente o tutte alle parti del piede Regio di Parigi, oppure a quelle del piede di Bologna) sopra di che potrà vedersi, quanto fu detto a' numeri 7 e 8 dell'articolo corrente di quest'Appendice, cioè, che praticato lo sperimento in questo modo, l'acqua uscita molto si accostava ad esser eguale a quella che potrebbe esser contenuta nel semplice cilindro di base come il foro, e di altezza come quella costante dell'acqua del Vaso, il che poi non si è verificato nelle susseguenti sperienze, quando il foro veniva armato in altra maniera, come in detto Articolo abbondantemente si è considerato; in somma, quando non si abbia in riflesso il diametro della vena, ch'è il vero e naturale emissario, ma solo l'artificiale del foro, nulla di certo in questo affare sarà mai per raccogliersi.

18. Il fenomeno poi, osservato dal Signor Bernoulli (pag. 68) della vena di acqua torbida ed opaca fino al di lei maggior restringimento, e dopo il detto punto pellucida e chiara, sembra a me, che molto provi, circa all'accelerarsi del moto dell'acqua fino al detto punto, e ridursi poi equabile dopo del medesimo, mentre e l'opacità, e la torbidezza non ponno da altro procedere, che dalla maggior costipazione ed affollamento dell'acquee particelle, che atteso il di loro maggior moto, più si affollano fino al massimo restringimento della vena; ma dopo di questa, rimettendosi alla uniformità del movimento, danno luogo alla diafanità; il che ancora resta ulteriormente comprovato dall'osservarsi la vena continuar col medesimo diametro senz'altra alterazione: segno indubitato della equabilità del moto contratto dopo di quel punto dalle particelle dell'acqua.

### V I I I.

Nel mentre che stavo trascrivendo la presente Appendice, mi giunse la nuova Edizione della *Natura de' fiumi* del celebre Guglielmini, con le annotazioni del chiarissimo Sig. Eustachio Manfredi, soggetto per tutti i titoli d'indelebile memoria, e la di cui



cui perdita seguita in quest'anno 1739, sarà memorabile, accoppiate ch'erano in lui con raro esempio le perfette cognizioni egualmente delle più sublimi scienze, e delle più amene lettere. Egli dunque nell'Annotazione III. del Capitolo primo alla Propos. 6. (p. 34) rimarca, che il detto Guglielmini sia stato il primo a porre in essere la figura della cateratta o imbuto, che viene formato nel cadere dell'acqua dalla sommità di un vaso che ne sia ripieno, ed abbia un foro nel fondo, andandovi di moto accelerato. E vaglia il vero, certamente che il Newton nella prima edizione de' *Principj della naturale Filosofia* non fa parola di tal cateratta, come la fa nella seconda pubblicata del 1713, quando il Libro della *misura delle acque correnti* del Guglielmini uscì l'anno 1692; Egli dunque e l'indicò in detto Trattato al Libro 4. propos. 6, e geometricamente poi dimostringli, benchè cateratta non la chiamasse, nel Libro 5. Prop. 9. Dopo poi e del Guglielmini, e del Newton, il celebratissimo Sig. Giovanni Bernoulli negli Atti di Lipsia del 1716, ed il Sig. Ermanno nell'Appendice alla *Foronomia* ne diedero le loro particolari dimostrazioni fondate sopra il principio delle pressioni; onde furono di parere, che per concepire la velocità dell'acqua all'uscire dal foro, bastasse il porre al calcolo la semplice altezza della colonna acqua imminente ad esso foro.

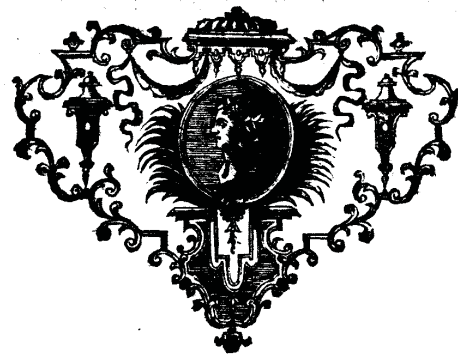
2. Ma il Sig. Manfredi con un molto convincente raziocinio stabilisce contro il sentimento predetto: *Che il semplice peso della colonna del fluido, che sta perpendicolarmente sopra del foro, da se solo non basterebbe che per metà a cacciar fuori l'acqua con quella velocità, con cui esce dal vaso (se questa è eguale a quella di un cilindro caduto da pari altezza) nè per trovare il rimanente della forza a ciò necessaria ad altro si saprebbe ricorrere, che all'altra acqua laterale, ch'è d'intorno alla detta colonna: e che spingendo secondo alla comune proprietà de' fluidi per ogni verso, venga come ad ischiacciare, e ad assottigliare quell'ultima falda o gocciola d'acqua, che si presenta al foro (la quale sola può cedere a tal pressione per avere l'esito aperto per lo stesso foro,) e con ciò fuori la sprema, succedendo essa a riempier d'intorno ciò che quella ha lasciato di vuoto presso gli orli del foro, onde poi nasca la contrazione del getto: E però si dee conchiudere, che la forza di tutta l'acqua laterale nel produrre questo effetto sia altrettanta, quanta è quella della colonna perpendicolare, con cui in fatti sta in equilibrio; se pure non si dee dire piut-*

G

tosto,

Append. del CAP. II. *tofo, che tutto l'effetto dipenda dalla detta acqua laterale, e che la colonna verticale altro non faccia, che andare somministrando al foro nuove falde di se stessa, di mano in mano che la forza obliqua le va spremendo, e cacciando fuori del vaso.*

3. Ho voluto qui trascrivere tutti li pensamenti del Signor Manfredi, per spiegar il fenomeno: ripurando io poter questi dar tutto il peso a quanto si cerca; circa poi alla di lui dimostrazione che comincia al §. *Prendendo dunque &c.* (p. 40) ella è tutta fondata sopra la comparazione di un solido che cade dall'altezza che ha il fluido nel vaso, con la quantità del fluido eh'esce dal medesimo vaso, supposto che il primo abbia nel fine di sua caduta acquistata per appunto quella velocità, che poi sempre ritener dee il fluido in escire dal foro: vale a dire, ch'essa velocità nel solido sarebbe stata capace di correre un doppio spazio nel medesimo tempo, se in vece di cominciar dalla quiete ad accelerarsi, secondo la legge ritrovata dal Galileo, fosse sempre disceso con quella tal velocità acquistata nel fine della caduta; quindi esso Sig. Manfredi raccoglie, che la quantità del fluido uscito, debba in buona teorica esser doppia della colonna, che sta sopra del foro, e non già, come altri hanno sentito, come la semplice colonna.





## CAPITOLO TERZO.

*Dell'uscita dell'acqua da' Vasi armati di tubi ;  
sue leggi e fenomeni.*

## I.

**N**ella ricerca della quantità dell'acqua, che in certo determinato tempo esce da' lumi de' vasi, oltre alle cose dette nel Capitolo antecedente, vi è da attendere ad altre molto essenziali circostanze, le quali o trascurate, o non osservate, possono render dubbiose le sperienze, e fare che i calcoli che ad essi si appoggiano, restino non corrispondenti alla verità che si cerca. Fu il primo, per quanto a me costa, il Mariotte, che si avvisò, uscire maggior quantità di acqua da un tubo cilindrico, che fosse inferito nell'orificio di un vaso, di quella che nel medesimo tempo, può dallo stesso uscire dal detto orificio libero, e non punto armato di tubo, abbenchè il diametro e nell'uno e nell'altro caso si supponga il medesimo. Riporterò una sola delle quattro sperienze fatte da questo acuratissimo Autore, e farà quella che riferisce nel Trattato del moto dell'acque Vol.II. p.423. Ediz. d'Olanda in 4.  
*Io, dic' egli, ho fatta un' altra simile sperienza: Ho attaccato un tubo di sei piedi di lunghezza, e di un' oncia di larghezza all' apertura E di un vaso di capacità di un piede cubo, il quale essendo stato riempito di acqua, e si vuotò in 37 seconde: ed avendo tagliato il detto tubo nel mezzo H, si vuotò in 45 seconde: e tagliato nell' alto in E, si scaricò in 95 seconde; dal che si ricava, che la lunghezza de' tubi cagiona maggior accelerazione.* Altri sperimenti soggiunge poi il detto Autore, che tutti confermano questa sua proposizione, aggiungendo a carte 424. *Un altro tubo di piedi 4 fece pure il medesimo effetto; egli aveva 4 linee (di apertura di diametro) da un capo, e quattro e mezzo dall' altro. Si inserì all' orificio secondo tutte e due le posizioni (cioè da un capo e poi dall' altro) e diede la medesima quantità di acqua, se non che parve, che essendo le 4 linee in E e le 4  $\frac{1}{2}$  in F (vale a dire con la maggior apertura esternamente) ne somministrassero o quattro cucchiari di più.* Nota in oltre, che se questi tubi sono troppo ristretti, poco o nulla è la differenza fra la quan-

G 2 tità

CAP. tità che danno i vasi, siano o armati, o non armati ne' loro emisf-  
III. sarj di tubi.

## I I.

Per ispiegare con fondamento quanto ci occorrerà in questa materia, è necessario di avanzare ciò che il Sig. Cavaliere Newton ha prodotto ne' *Principj della natural Filosofia*. Ediz. II. prop. 36. Libro II. Caso primo al §. *Liquefcat jam glacies &c.* dic' egli dunque: *Conciosiacchè le particole dell'acqua non passano tutte perpendicolarmente per il foro, ma dai lati del vaso d'ogni intorno fluendo e drizzandosi verso l'orificio, passano per questo con mori obliqui: e dirigendo abbasso il loro corso, cospirano nell'uscire a formare una vena di acqua, la quale è più ristretta un po' al di sotto del foro, di quello sia nello stesso orificio, ed è il diametro della vena, al diametro dell'orificio come 5 a 6, ovvero come 5  $\frac{1}{2}$  a 6  $\frac{1}{2}$  prossimamente, seppure senza prender sbaglio, queste misure ho potuto prendere.* E verso il fine di questo stesso paragrafo soggiugne: *Egli è poi noto, per gli sperimenti, la quantità dell'acqua somministrata da un lume circolare aperto nel fondo di un vaso, esser quella, che in ragione del diametro della vena con l'antecedente velocità uscir dee &c.* Dalle quali cose si raccoglie in primo luogo, per le osservazioni del Mariotte, che maggior quantità d'acqua esce pel foro di un vaso armato di tubo, di quello faccia per il semplice lume: contuttocchè siano entrambi di una stessa apertura di diametro; ed in secondo luogo dalle sperienze del Newton, doverfi stimare la quantità dell'acqua, che viene somministrata da' lumi, in ragion della velocità, e della fezione non del foro, ma di quella della vena di acqua che in uscendo si forma.

## I I I.

Per stabilire alle osservazioni di questi insigni Autori, che primi tali fenomeni scoprirono, un congruo raziocinio, e ridurre possibilmente alla verità del calcolo la cosa, è d'uopo riflettere a qualche essenziale proprietà de' corpi fluidi in generale. Hanno questi, come è noto, le loro parti componenti, tutte vicendevolmente staccate; ma una certa loro naturale viscosità, o come altri chiamar la potrebbero, *attrazione*, fa che si muovano con una specie di partecipazione, vale a dire, come se le medesime parti fossero in qualche modo assieme collegate: cosa, a cui se ben si

atten-

attende, che disturba non poco le ordinarie leggi della gravità, per le quali ciascuna particola dell'acqua, dovrebbe con un certo impeto avvicinarsi al centro de' gravi, come accade a' solidi, qualor liberamente discendono; dal che si raccoglie, che il fluido mover si debba, come se fosse una cosa sola, ma il di lui moto dipende poi da molte altre circostanze affatto proprie di esso fluido, e niente comuni a' corpi solidi. In uscendo dunque, che fa l'acqua da' vasi, convien attendersi non solamente alla velocità, che ritiene per la pressione delle parti superiori, ma ancora al vero diametro del foro, come secondo il Newton si è registrato nel numero precedente. E perchè si osserva, che l'acqua uscente da' vasi non progredisce sempre con la stessa grossezza di vena, ma che si va affottigliando fino ad un certo termine, egli è da esaminarsi, da che possa derivare un tal restringimento di diametro, il quale è maggiore, allorchè l'acqua passa nell'uscire per semplici lumi, e minore, quando passa per tubi di qualunque figura; e s'indicherà poi il modo di calcolare precisamente qualunque quantità di acqua, somministrata da qualunque lume o munito, o non munito di tubo.

## I V.

Per la spiegazione di un tal fenomeno, il dire, che la velocità si accresca in passando pe' tubi; e che perciò si affottigli la vena dell'acqua (che così la chiameremo per uniformarsi al Sig. Newton) ella è una mera ipotesi gratuitamente introdotta, non iscorgendosi veruna cagione, che un tale accrescimento di velocità possa produrre; quello che ben ci pare secondo la ragione in questo proposito di poter dire, si è, che ogni qualvolta i fori de' vasi vengono armati di tubi, allora l'acqua non può non seguire la direzione della cavità de' medesimi, senza che venga gran fatto ribattuta e riflessa verso l'asse del moto, caminando incassata, ed essendo più gagliardo il moto che si fa, secondo la lunghezza de' tubi, dell'obliquo che può nascere dalla ripercussione fatta da' pareti, onde le vene de' tubi sono sempre in parità di circostanze più dilatate delle vene, che si formano da' semplici e nudi lumi de' medesimi vasi; mentre discendendo l'acqua per l'altezza di questi vasi, non sì tosto esce da quelle angustie, che il di lei moto retto, resta non poco debilitato; perlochè l'obliquo, proveniente dall'affollamento dell'acqua in uscire, prevalendo sopra dell'altro, si dirige verso l'asse del moto, e riduce

CAP. III. duce però più ristrette le vene ne' loro diametri. Una tale convergenza ne' semplici lumi, nasce dalla forza maggiore che ha l'acqua all'uscire spinta dalla pressione della soprastante nel vaso, dove uscendo da i tubi, non viene il moto obliquo gran fatto accresciuto; imperocchè la lunghezza del tubo, gli leva buona parte dell'energia, con cui ess'acqua dentro la cavità del detto tubo s'introduce. Se dunque da i moti obliqui, e per conseguenza ritardanti il libero corso dell'acqua, ne nasce la maggior contrazione delle vene dell'acqua; e se questa, posta in azione, risente in ogni sua parte le diverse affezioni del moto, non è difficile il dedurre la spiegazione del fenomeno, cioè che in parità di circostanze, scarichi più acqua un foro armato di tubo, di uno che ne fosse privo.

## V.

Per calcolar adunque le vere quantità dell'acqua che somministrano i vasi o per nudi fori, oppure col mezzo de' tubi, convien distinguere due forti di sezioni, cioè *fisica* e *razionale*. La sezione *fisica* è quella che si viene a formare dal reale emissario, e che ha per sua ampiezza il diametro o del semplice foro, oppure del tubo. *Razionale* poi è quella che fa la vena dell'acqua nel fito del suo maggior restringimento, il quale, come dicemmo, nasce dalla cospirazione di tutti i moti obliqui dell'acqua posta in movimento per uscire. Per non andar errati nel calcolo della quantità dell'acqua ch' esce nel modo predetto, dobbiamo servirsi delle sezioni *razionali*, non delle reali e *fisiche*, che sono sempre maggiori delle prime, e danno sempre un prodotto maggiore del vero: ch'è quel tanto che fu indicato anco dal Newton, come si è esposto al num. II. di questo Capitolo. Sia il diametro del lume *razionale* di un vaso *b*; l'altezza dell'acqua mantenuta costante *a*; il tempo in cui se ne vuota una data quantità *t*; ed il diametro del lume pur *razionale* di un altro vaso *B*; l'altezza della sua acqua, conservata come sopra *A*; ed il tempo dello scaricarsi di una quantità di acqua eguale alla prima *T*: se però fara supposto incognito il diametro della vena del secondo vaso *B*, ed il resto tutto cognito, si avrà la formula  $B = \frac{b\sqrt{t}\sqrt{a}}{\sqrt{T}\sqrt{A}}$ , che si ricava dal num. XVIII. del Capitolo precedente.

## VI.

CAP.  
III.

*Scolio I.* A motivo di rilevare, se alla teoria qui sopra posta corrispondano le osservazioni, si sono volute prendere quelle che stanno registrate nel Libro *de Castellis per que derivantur fluminum aquae* del chiarissimo Signor Marchese Poleni: le quali comechè fatte con la più precisa diligenza, così le prenderemo come fondamento de' nostri calcoli. Si piglieranno dunque alcune delle dette osservazioni come *radicali*, cioè a dire per norma dell'altre, e come sicure e certe: e colla base di queste, servendosi della formola del numero precedente, si anderanno rilevando le altre. Si supporrà per incognito il diametro di una vena di acqua, e per cognito quello di un'altra; e farà quello dell'osservazione che diremo *radicale*, ed assieme supporremo conosciuta l'altezza dell'acqua, ed il tempo in cui succede lo scarico di una data quantità della stessa, come in fatti porta quella tal osservazione. Prendendo dunque per osservazione *radicale* la registrata a' §§. 29 e 30 di detto Libro, nella quale il diametro della vena dell'acqua è di linee  $25\frac{1}{2}$ ; il diametro maggiore del frusto conico per cui usciva l'acqua di linee 42, il minore di linee 26, (essendo il detto maggiore attaccato al vaso) e la lunghezza linee 92, scaricò questi in minuti 2. 58" una data quantità di acqua, essendo quella del vaso costantemente conservata all'altezza di linee 256; fatto però il calcolo, si ritrova, che il diametro della vena dell'acqua per il §. 31 dell'antedetto Libro, dovrebbe essere secondo i dati, e la formola linee  $25\frac{55448}{170333}$ , ch' eccede di tutta questa frazione il diametro osservato, cioè della terza sola parte di una linea o poco più. Così nel §. 32. avrebbe ad essere il diametro della vena  $25\frac{18952}{170333}$ , dove si pone solamente 24. Parimenti nel §. 33 dovrebbe stare per la formola  $25\frac{82527}{88644}$ , ma nell'osservazione non è più di linee  $23\frac{1}{2}$ : ma egli è chiaro da vedere, quanto difficile sia il prendere queste misure con l'ultima esattezza, quale veramente la dinota il calcolo; e ciò non tanto per un certo tremore, che in uscendo concepisce la vena, ma ancora perchè non è così facile il rilevare, ove veramente sia il piano della minima sezione della vena predetta; oltredicchè, si può dare il caso, che l'offer-

CAP. III. l'osservazione da noi presa per *radicale*, non siasi praticata con l'ultimo dell'esattezza necessaria, ma che più precisa sia alcuna delle altre; lo che tutto può servire ad indurre le differenze sopradette.

## VII.

*Scolio II.* Molto più però si acostano al vero i seguenti sperimenti, col supporre cioè per osservazione *radicale* quella, che sta registrata al §. 34, in cui si pone il diametro della vena linee  $24\frac{1}{2}$ , col fondamento della quale si ritrova, che il diametro della vena del §. 35. dev'essere  $20\frac{36024}{211893}$ , ponendosi dall'Autore  $20\frac{1}{2}$ , ch'è una sprezzabile differenza. Il diametro della vena del §. 38. deve star secondo la formola  $20\frac{4779}{211893}$ , e l'osservazione portata 20. Nel §. 39 dev'essere  $19\frac{50489}{55691}$ , ed è posto 20, pure con insensibile differenza. Si prende poi ne' tre seguenti sperimenti per osservazione *radicale* quella del §. 40, in cui l'altezza dell'acqua è di linee 128, il foro di un tubo cilindrico linee 26, la sua lunghezza linee 91, il tempo in cui scaricò una data quantità di acqua fu di 4. minuti, e 25 seconde, ed il diametro della vena linee 25; con tali dati si trova, che per il §. 41 avrebbe ad essere secondo la formola  $24\frac{35047}{44322}$  assai prossimo al numero raccolto. Così ne' §§. 42, 43 dovrebb'essere il diametro della vena  $20\frac{30190}{70631}$ , dov'è notato  $20\frac{1}{2}$  con un insensibile divario.

## VIII.

*Scolio III.* Presa poi per *radicale* osservazione quella registrata alli §§. 45 e 46. in cui non vi era tubo, con altezza di acqua di linee 178, con 9 linee di diametro nel lume, con acqua uscita nel tempo di un minuto e mezzo di once cubiche 2560, ebbesi la vena di linee  $7\frac{1}{2}$ ; calcolando dunque col fondamento di questa, trovasi per lo §. 47, che il diametro della vena avrebbe ad essere secondo la formola  $7\frac{228431}{579920}$ , dove è posta  $7\frac{1}{2}$  secondo l'orizzontale, e  $7\frac{3}{4}$  secondo la perpendicolare all'orizzonte. Nel §. 48, preso il diametro della vena  $8\frac{1}{2}$  per osservazione *radicale* si ricava, che il diametro della vena pel §. 49 dovesse essere  $7\frac{291253}{579920}$  ed



ed è posto  $7\frac{1}{2}$ , pure con una insensibile differenza. Il diametro della vena del §. 50 dovrebbe stare  $8\frac{195883}{511525}$ , e si fa eguale al foro reale, vale a dire, a linee 9. Nel §. 53,  $8\frac{195883}{511525}$ ; nel §. 54  $8\frac{257055}{511525}$ ; nel §. 55  $8\frac{485843}{511525}$ , cioè tutti essi diametri qualche poco minori delle linee 9, come porterebbero le osservazioni del precitato Libro. Nel §. 57, l'area della sezione si trova essere  $39\frac{87739}{109954}$  ma l'osservazione porta 42: così al §. 60 l'area si trova  $46\frac{40275}{93401}$ , e secondo l'osservazione il lato quadrato di questa sezione è  $7\frac{2}{3}$ . Una tale troppo sensibile differenza fra il calcolo, e l'osservazione può dipendere, perchè in questo §. non vengono dall'Autore determinati i lati della sezione *razionale*: nel rimanente, come si è veduto, si accordano le osservazioni, per quanto è lecito pretendersi nelle cose fisiche, dalli calcoli geometrici.

I X.

Dalle quali osservazioni, e diduzioni sembra poterfi conchiudere, che i tempi, ne quali escono le dette quantità di acqua da i frutti conici siano in subvigecupla proporzione de' diametri medii degli stessi frutti, o al più in subventunecupla de' medesimi diametri: noi però si appiglieremo alla prima ragione di queste due; attesocchè dalla comparazione de' §. §. 30 e 31, essendo quei diametri medii 29 e 34, farebbe  $\sqrt[3]{29} \cdot \sqrt[3]{34} :: 177.178$ . onde fummando i logaritmi estremi e medii di questi quattro termini, farebbero l. 2. 3245072, e l. 2. 3235399 che hanno con poco di vario lo stesso numero 211. Più anco si accosta alla detta proporzione paragonandosi i due §. §. 31 e 33 per l'egualità che devono rafferma di  $177\sqrt[3]{72} = 185\sqrt[3]{29}$ . dando i due logaritmi 2. 3408399 e 2. 3402916, il di cui numero è prossimamente 219: così paragonando i §. §. 31 e 32, dovendo stare l'analogia  $\sqrt[3]{29} \cdot \sqrt[3]{43} :: 177.180$ , risultano i logaritmi 2. 3283924 e 2. 3296467, il numero de' quali è prossimamente 213.

X.

*Scolio I.* A norma di che, si può calcolare quant'acqua di più darebbe un regolatore, che fosse posto alla bocca v. g. di un diverfivo di un fiume, se questo avesse i lati dell'incile convergenti, rispetto ad uno che li avesse paralleli. Figuriamoci che quel

H Rego.

CAP. III. Regolatore avesse in bocca piedi 31, e nell'uscita piedi 24, e fosse paragonato ad uno della medesima lunghezza, ma con le sponde parallele e distanti da per tutto piedi 24; farebbe per il numero antecedente come  $\sqrt[3]{24}$  a  $\sqrt[3]{\frac{11}{2}}$ , così il tempo per l'emissario parallelo che si chiamerà T al tempo per l'emissario convergente, che diremo t; e se T farà eguale in grazia di esempio a 3600, farà prendendo i logarithmi l. o. 0690105. l. o. 0723579 :: l. 3. 5563025 al quarto onde  $t = l. 3. 5596599$ , il di cui numero prossimo è 3628, cioè 28 secondi di più d'un'ora, ricercherrebbe per lo scarico della medesima quantità di acqua nell'emissario convergente, di quella si ricercasse nel parallelo; di modo che essendo i tempi come le quantità dell'acqua scaricata, se per esempio uscissero in un'ora 2000 botti di acqua pel parallelo, nel medesimo tempo pel convergente ne uscirebbero a questo conto botti  $2015\frac{1}{2}$ , cioè botti  $15\frac{1}{2}$  di più; e servendosi dell'altra ragione subventunecupla ne uscirebbero sole botti  $13\frac{7}{8}$  di vantaggio, sempre con una sprezzabile differenza.

*Scolio II.* Sia adesso da cercarsi qual larghezza aver dovesse l'emissario parallelo, perchè tant'acqua vuotasse in un dato tempo, quanta il convergente nelle misure predette; è manifesto che dovendo essere  $T = t$ , farà in tal caso (fatto il calcolo) la larghezza ricercata dell'emissario parallelo  $\frac{11}{2} = 27\frac{1}{2}$ , cioè appunto un medio aritmetico fu 31 e 24. Ma a questo passo è facile da rilevare la contraddizione che ne proviene in rapporto all'analogia dello Scolio precedente, mentre ivi il diametro medio di piedi 24 dell'emissario parallelo dà la stessa quantità che quello di piedi  $27\frac{1}{2}$  convergente in diverso tempo: dove, secondo queste ultime supposizioni, la darebbe nello stesso tempo con manifesta implicanza: lo che abbastanza prova o che la differenza è insensibile, ovvero, avendo noi puntualmente seguito quanto proviene dagli sperimenti del Signor Marchese Poleni, esser fuori di dubbio, che per salvare i fenomeni vi abbisogni qualche cosa di più di ciò, che per le formole generali danno le aperture degli emissarij, le convergenze, o parallelismi de' loro lati, o le velocità delle acque uscenti; lo che sia detto a maggior lume di questa cotanto intricata e difficile materia. Parimenti quando si facesse l'emissario parallelo eguale da per tutto a piedi 31, non si avrà gran fatto una maggior quantità di acqua, mentre in tal caso il logaritmo del tempo per l'emissario convergente farebbe 3. 5540924, a cui risponde il numero 3585, vale a dire, che 19 seconde prima darebbe il paral-

paral-



parallelo la stessa quantità dell'acqua del convergente, e che questo in vece delle 2000 botti in un'ora, ne somministrerebbe botti 1989  $\frac{4}{7}$ , cioè sole botti 10  $\frac{1}{2}$  di meno: Per altro e nell'uno e nell'altro caso sono queste differenze, come si è rimarcato, sprezzabili, quando si trattasse di una reale diversione per quello spetta alle alterazioni, che nascer poteffero dalla maggiore o minore convergenza di detti Regolatori. Bensì ne nasce, che la sezione *razionale* di un tal regolatore, abbia ad esser non poco differente dalla *fisica* dell'emissario, altrimenti molto differenti farebbero i prodotti per la quantità dell'acqua uscita, come può assicurarsene chi volesse aver il tedio di farne il calcolo. Sarebbe stato veramente il luogo più adattato da produrre queste considerazioni intorno a' diversivi, quello in cui si avrà a trattare delle acque correnti de' fiumi; ma ci sono parute tanto dipendenti da quanto in questi numeri si è esposto, che si è stimato proprio più tosto che altrove di quì registrarle.

X I.

Insistendo nelle sperienze del suriferito Libro, segue il §. 34. in cui applicandosi al solito vaso un tubo cilindrico, resta conservata l'acqua alla consueta altezza di linee 256; il diametro del tubo fu di linee 26, e la sua lunghezza di linee 91; diede questo in tre minuti e sette seconde la solita quantità d'acqua. Parimenti nel §. 35 si registra l'osservazione dell'esserfi applicata al medesimo vaso una lamina di grossezza di un dodicesimo di linea, di pari diametro col tubo, e che lasciò uscire la solita data quantità di acqua in 4 minuti e 36 seconde. Fatti dunque i confronti di questi numeri e quantità, si trova che considerando la lamina anch'essa come un cortissimo tubo, il tempo dello scaricarsi dell'acqua sta in ragione subdecottupla della lunghezza rispettiva de' tubi; cioè corre l'analogia  $\sqrt[12]{\frac{1}{12}}$ .  $\sqrt[12]{91} :: 187.276$ ; rispondendo li due logaritmi che ne risultano, summando gli estremi ed i medii termini, assai da vicino a dare il medesimo numero 2.4409091, e 2.4406313. Tanto pur ricavasi anco dalle osservazioni registrate ne' §. 41. 42. e 43; dove nel §. 41. si prende il tubo cilindrico della medesima lunghezza e diametro come sopra, ma l'altezza dell'acqua si è fatta di linee 542; il tempo dello scarico fu di minuti 2 e seconde 11; e ne' §. 42 e 43 presa la lamina come sopra, fu fatta pure la stessa altezza dell'acqua di linee 542, ed il tempo dello scarico della medesima quantità di acqua fu di minuti

CAP. III. tre, seconde 13; onde l'analogia 131. 193 ::  $\sqrt[12]{\frac{1}{12}}$ .  $\sqrt[12]{91}$ , ed i logaritmi che risultano dall'egualità sono 2.2860614 e 2.2855573 che danno quanto basta lo stesso numero; che però tanto da questo, che dal IX. di questo Capitolo, sembra poterfi raccogliere il canone, *Che le quantità* assolute uscenti da qualunque tubo o convergente, o di lati paralleli, e di qualunque lunghezza, siano in ragione composta della subvigecupla de' diametri medii, e della subdecottupla delle loro rispettive lunghezze. Contuttociò questo canone non risponde (per quello riguarda alle proporzioni riferite alle lunghezze de' tubi) alle osservazioni de' §§. 50, 52, 53 e 54, salvandosi piuttosto quelle rispondenti a' diametri medii negli emissarj convergenti; dal che sempre più si può conoscere, che molto resti da investigare per accostarsi alla vera quantità, ch' esce da' vasi armati di tubi, ed in specie da questi di figura cilindrica.

X I I.

Tutto ciò che fin quì si è detto non riguarda che il semplice paragone degli orifizj *razionali*, o siano diametri apparenti delle *vene*, nella supposizione, che una delle due osservazioni sia giusta ed esatta; ora è da cercarsi il vero diametro *razionale*, senza che si abbia la necessità di averne osservato prima un altro corrispondente, come di sopra si è fatto; onde *posto il fisico orificio, sia da ritrovarsi il razionale*, almeno ne' lumi armati con tubi o conici, o cilindrici; attesocchè ne' nudi orificj conviene servirsi di qualche altra osservazione, come si vedrà nel progresso. Perchè dunque l'acqua discendendo a cagion di esempio liberamente da O in N, nell'accostarsi che fa al punto n, si va accelerando; cioè in minor tempo una particella dell'acqua percorrerà lo spazio Kn, che un eguale spazio PK; quindi per una tale ragione le vene dell'acqua, dovranno per necessità sempre più assottigliarsi in discendendo, e nel progresso facendosi maggiore la velocità per la scesa del momento, con cui le parti dell'acqua a cagione o della loro viscosità, o delle loro vicendevoli attrazioni, stanno unite, si devono allontanare le une dalle altre, e la vena rimanere come discontinuata. Un tale staccamento comincia appunto sotto del minimo diametro della vena cioè in CD, oppure in LM, concependo che il vaso KABO, per li due eguali emissarj KI, HGFA, versi l'acqua IKLM e DCHG. Ad altra circostanza deesi pur attendere, ed è, che, come si è notato, dovendo esser sempre maggiore il diametro della vena GHCD, ch' esce dal foro armato di tubo

TAV. I  
Fig. 21

tubo conico o cilindrico del diametro della vena IKML, fatto da quello senza tubo, abbenchè non minore, ma eguale di portata al primo GH, ne deriva, che tutte le sezioni analoghe della vena GHCD siano rispettivamente maggiori di tutte le sezioni analoghe della vena IKLM; onde il diametro *razionale* di IK, farà minore del diametro *razionale* di GH. Egli è ben vero, che per gli orificj armati di tubi conici o cilindrici, perche poco o nulla restringesi all'uscire l'acqua, si potrà senza sensibile errore prendere i diametri *fisici* in GH per i *razionali*, non però in qualche distanza da GH come v. g. in CD, restringendosi a norma dell'allontanarsi da GH sensibilmente la vena.

CAP. III.

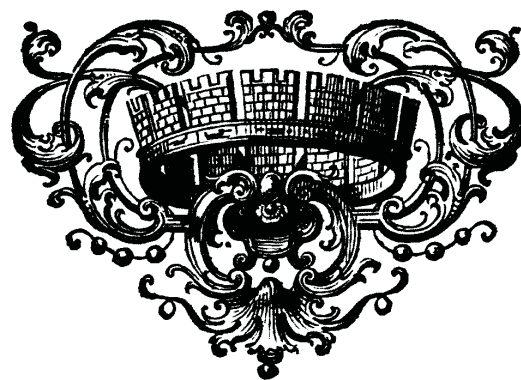
XIII.

Supposte le quali cose, se per esempio, conoscer vogliamo il minimo diametro CD della vena GHCD, osservisi il luogo preciso, dov'essa comincia a gettare de' spruzzi, e a discontinuarsi, e sia in C; si conduca CD normale alla direzione della vena nel punto C, o sia alla sua tangente, e questa normale per il numero antecedente rappresenterà il minimo diametro ricercato, e dal punto predetto C al lato BA prodotto si conduca la perpendicolare CE; dicasi il lume *reale* o *fisico* (che in questo luogo equivale, ed è lo stesso, a cagione di essere il detto lume armato di tubo, che il *razionale*) *bb*; e perche eguali quantità di acqua devono passare per GH, e per CD nello stesso tempo, conservata che sia ad un' altezza costante l'acqua dentro del vaso in OB; farà l'equazione  $bb \sqrt{BA} = uyy$  (dicendo *yy* l'area del ricercato lume, ed *u* la velocità corrispondente al punto C; la qual velocità farà come la radice quadrata di BE a cagion dell'accelerazione, che in discendendo va acquistando l'acqua, secondo le leggi de' gravi cadenti) onde farà ancora  $yy = \frac{bb \sqrt{BA}}{\sqrt{BE}}$ , ovvero  $y = \frac{b \sqrt{\sqrt{BA}}}{\sqrt{\sqrt{BE}}}$ , ed in tal modo dalla sola osservazione del sito del punto C, si ricaverà per i detti tubi il minimo ricercato diametro.

XIV.

Ma se il lume sarà senza tubo, converrà prima di ogni altra cosa ritrovare il diametro *razionale* corrispondente al reale IK, il quale, come si è detto, è maggiore sensibilmente del *razionale*,

CAP. III. *le*, nè si può senza errore, come ne' tubi conici o cilindrici, prendere uno per l'altro. Si osservi dunque il più esattamente che sia possibile l'apertura del diametro LM, e l'altezza corrispondente NK; e dicendo il lume LM, *cc*, farà l'equazione  $cc \sqrt{ON} = tt \sqrt{OK}$  (facendo *tt* eguale all'area ricercata della sezione *razionale* IK) onde  $tt = \frac{cc \sqrt{ON}}{\sqrt{OK}}$ , stabilita la dimensione della qual area, farà poi facile di rintracciare qualunque diametro minimo LM; e conosciuto il minimo diametro *razionale*, chi volesse da ciò dedurre l'altezza corrispondente AE, oppure KN, basterà prendere per incognita la BE o la ON, e tutte le altre quantità supporre conosciute e date, servendosi della formola  $BE = \frac{b_1 \times BA}{y^4}$ , ovvero  $ON = \frac{t^4 \times OK}{c^4}$ .



## CAPITOLO QUARTO.

*De' moti ritardati dell'acqua ch' esce da' lumi de' Vasi;  
sue leggi e fenomeni.*

## I.

**P**ER moto ritardato non si vuole intender già quel ritardamento, che nell'uscire dell'acqua da' fori de' vasi deriva dal soffregamento delle parti componenti l'acqua con le pareti interne de' recipienti, e degli stessi lumi, ma bensì l'impedimento che si genera, allorchè l'acqua in uscendo incontra dell'altra acqua stagnante, che sia però con la sua superficie di livello più basso di quello che sta nel vaso, mentre se quella ch'è in quiete fosse nello stesso orizzonte con quella che dee uscire, resterebbero bilanciate, e senza moto, come è facile da vedere. Il primo, per quanto io sappia, che di cotali moti ritardati ne formasse idea, e contezza ce ne desse, fu il Sign. Cav. Newton ne' *Principj della natural Filosofia*: vedendosi che nel caso sesto della Proposizione 36. Lib. 2. Ediz. II. accenna le leggi che cotesto moto può avere, dicendo: *Che se un vaso ripieno di acqua avrà un lume che sia immerso sotto la superficie di un acqua stagnante, la di cui altezza sia minore dell'altezza dell'acqua del vaso, scaricherà l'acqua con una velocità che farà come la dimezzata del residuo ch'è fra tutta l'altezza dell'acqua del vaso e l'altezza dell'acqua stagnante*, cioè a dire, in ragione dimezzata dell'altezza dell'acqua del vaso, che rimane sopra dell'acqua stagnante.

## I I.

Sia a cagion di esemplo il vaso ADGH ripieno di acqua fino in HA, ed abbia un lume CD; pongasi questo vaso nell'acqua stagnante BDFE, la di cui altezza sia BD, farà la velocità, con cui esce l'acqua, purchè sempre sia tenuto pieno fino in HA, come la radice quadrata di  $AD - DB$  cioè come  $\sqrt{AB}$ , e ciò proviene perche tutta l'acqua GDB viene sostenuta da altrettanta acqua BDFE per l'equilibrio de' liquidi; onde la sola acqua sopra del livello BE, cioè quella, la di cui altezza è  $BA = AD$

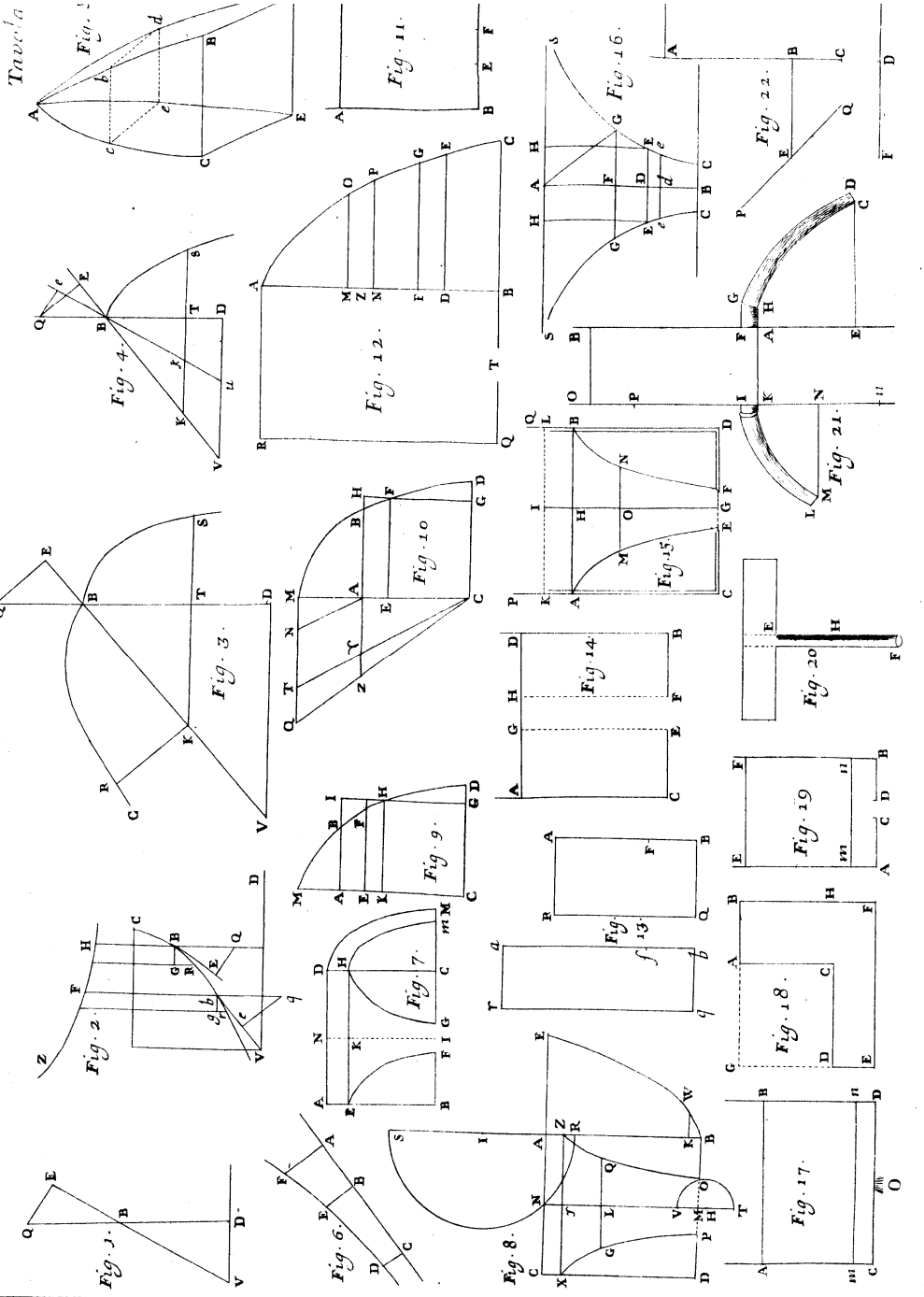
TAV. I  
Fig. 22

## 64 LEGGI, FENOMENI &amp;c.

CAP. AD—BD deve uscire per il lume CD. Se dunque la quantità ch' esce per il lume CD così immerso, in un assegnato tempo, dicasi  $q$ , farà l'equazione (supposta la larghezza del lume la QR)  $q = QR \times AD - AC \times \sqrt{AB} = QR \times CD \times \sqrt{AB}$ , che farà la formola generale per conoscere le dette quantità, e dicendo qualunque altra quantità  $r$ , e le altre rispettive linee di altro vaso similmente immerso  $qr, ad, ac, ad$ , farà l'analogia  $q. r :: QR \times CD \times \sqrt{AB}. qr \times cd \times \sqrt{ab}$ ; quindi se una di queste due quantità, e le misure del vaso, faranno conosciute e nel peso, e nelle loro lunghezze, avremo, mediante la sola sostituzione, conosciuta qualunque altra quantità e misure dell'altro vaso; cosicchè farà la formola  $r = \frac{q \times qr \times cd \times \sqrt{ab}}{QR \times CD \times \sqrt{AB}}$ .

## I I I.

Altra sorte di moto ritardato nasce allora, che un fluido in quiete, viene posto in movimento da un altro fluido, che sopra vi cade. Sia il vaso  $\phi$ LEK, il quale s'intenda chiuso da tutti i lati, a riserva del foro QP, e l'acqua in esso sia mantenuta all'altezza costante SB; l'altezza del foro sia sopra l'acqua stagnante  $XT\mu$  per tutta la  $P\mu = NR$  (condotta cioè VM parallela a SL) è chiaro che questa verrà posta in movimento dalla forza dell'impeto, con cui essa cadendo mette in azione la superficie fluida ma quieta  $X\mu$ . Un tal moto seguirà con due contrarie direzioni, cosicchè si moverà l'acqua in parte secondo la TX, ed in parte secondo  $T\mu$ , e quell'acqua, ch'è sottoposta all'asse della vena cioè la  $qV$ , non si moverà nè verso una, nè verso l'altra parte. Questa impressione deve avere i suoi limiti, e comunicarsi o fino al fondo in V, se la distanza non è grande, ovvero anche non passar il punto Z, se RV fosse d'una insigne profondità; in tutti i modi ragion vuole che si comunichi alle parti dell'acqua con forza ineguale, e che perda della propria energia a misura che si discosta dalla superficie  $X\mu$ , e che resti l'acqua maggiormente mossa vicino ad XR di quello sia in YZ, o in V. Un tale scemamento di moto nasce, perche essendo l'acqua  $X\mu LV$  per la supposizione in una perfetta quiete, ed il moto dovendo cominciare la propria azione nella superficie XR per stendersi poi successivamente verso del fondo, avendo a muovere tutti, dirò così, gli strati dell'acqua, e moverli successivamente, gli si moltiplicano le resistenze, onde deve perdersi



re anche successivamente non pochi gradi della primiera velocità, prima di arrivare a muovere le parti più lontane dalla superficie, e più vicine al fondo,

I V.

Prodotta l'orizzontale BS in M, producafi altresì RV in M, e fatto asse *Mq* e vertice il punto M si descriva la mezza parabola *MXq*, egli è manifesto che *Xq* esprimerà la velocità della vena dell'acqua in TR; perdendosi poi l'impeto a misura dello scostarsi che fa dalla superficie *Xq* fino all'estinguerfi affatto il moto, che può supporfi al fondo V, vi farà una curva, che tali velocità residue potrà connotare, come *VYX*, e però l'area di questa rappresenterà il moto ritardato nell'acqua stagnante, che risulterà bensì originalmente dalla direzione verticale della penetrazione, ma effettivamente dalla tendenza orizzontale, con cui ess'acqua viene posta secondo tal direzione in movimento: che però se s'intenderà, che l'acqua della vena ad altro non contribuisca, che ad eccitare il moto predetto all'acqua stagnante, senza farla punto crescere di altezza, come accade allorchè o l'acqua stagnante può tramandare a capello la sopravveniente, o pure che la dett'acqua stagnante sia di superficie così dilatata, che qualunque quantità di acqua, che vi possi somministrare il vaso, sia da riputarfi un infinitamente piccolo, in riguardo della quantità di dett'acqua stagnante; farà dunque in tali circostanze il moto ritardato di quest'acqua, rappresentato dall'area di detta curva *XRV*, la natura della quale dipenderà dalla cognizione della legge delle resistenze.

V.

Poste le stesse cose, sia il vaso *LDEKA*, che in vece di avere il foro *PQ*, fosse dalla cima al fondo aperto, come mostra la sezione *ADEK*, cosicchè l'acqua stagnante potesse entrarvi liberamente, fino al lato opposto *PL*, ed in oltre, che per la bocca *K* gli venghi somministrata una data quantità di acqua, la quale però in cadendo niente alteri quella che trovasi attualmente nel vaso, e che a cagione delle angustie della sezione *ADEK*, che proibisce la libera uscita, debba alzarsi internamente di livello. Sia da ritrovarsi (dopo che farà l'interna acqua ridotta allo stato di permanenza, a cui arriverà in pochi momenti) l'altezza *BC* sopra la stagnante *CD*. Anche dalla sola ispezione del-

TAV. II. Fig. I.



CAP. IV. la figura apparisce che due moti devonfi separatamente considerare, il primo vivo dell'acqua che strammazza dalla sommità B nella stagnante CG, ed il secondo quello che dovrà concepire l'acqua stagnante, a cagione della pressione e forza fatta dall'acqua viva CBG. Per quello riguarda il primo di questi moti, essendo di già per la supposizione, arrivata l'acqua allo stato permanente, in tutti i punti della perpendicolare *cb*, si muoverà con la stessa legge, come ne' moti liberi di pressione, vale a dire, che descrivendo intorno all'asse *bc* una mezza parabola, esprimerà questa con la di lei area, l'aggregato delle velocità competenti a tutti i punti di *bc*. Il moto poi che riceverà l'acqua stagnante CGD lo potremmo supporre come le due terze del rettangolo fatto dalla velocità massima CG, e dalla profondità CD, cioè che questa curva DHG che lo esprimerà, sarà dessa pure parabolica, giacchè con tale ipotesi bastevolmente si possono spiegare i fenomeni, e le osservazioni.

V I.

Se pertanto diremo *q* la quantità dell'acqua somministrata esternamente dal vaso  $\phi$ LEK, sarà l'equazione  $q = \frac{2}{3} BC \times CG \times DE + \frac{2}{3} CG \times DC \times DE$  eguale alla quantità dell'acqua, che nello stesso tempo, in cui si scarica la quantità *q* esce per la sezione BDE col moto vivo BC, e con quello che diremmo di partecipazione CD. E se si concepirà, che un vaso esterno somministri per la bocca  $\phi$ K al vaso  $\phi$ LEK per uno o più fori l'acqua *q*, cosicchè il numero di questi fori sia *n*; la sezione razionale di uno di questi sia *bb*, ed *a* l'altezza, alla quale viene costantemente mantenuta l'acqua in questo vaso esterno, e dicendo  $BC=x$ ,  $DE=y$ ,  $DC=c$ , sarà l'equazione analitica  $nbb \sqrt{a} = \frac{2}{3} xy \sqrt{x} + \frac{2}{3} cy \sqrt{x}$ , ovvero  $3nbb \sqrt{a} = 2xy \sqrt{x} + 2cy \sqrt{x}$ , in cui supponendo per incognita la sola  $BC=x$ , e liberando l'equazione dall'asimetria,

si ridurrà a  $x^3 + 21xx + ccx - \frac{9nbb^4a}{4yy} = 0$ , ed il valore di *x* sarà

$$\sqrt[3]{\frac{m^3}{2} + \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} + \sqrt[3]{\frac{m^3}{2} - \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} - \frac{2}{3}c$$

nella quale  $\frac{m^3}{2} = \frac{8c^3yy + 243nbb^4a}{216yy}$ . Questo valore serve per ritrovare, data la quantità dell'acqua esternamente somministrata da' fori *nbb*, l'altezza, a cui giungerà sopra la stagnante, la viva BC. Che

se

se l'acqua, che dal vaso esterno entra nel vaso  $\phi$ LDEKA, cadesse sopra l'acqua in esso contenuta, e ridotta già allo stato permanente, tal pressione accrescerebbe il moto della stagnante, cosicchè uscirebbe dalla sezione composta DEB tanta maggior copia di acqua, quanto importerà l'azione di essa nuova pressione equivalente, cioè alle due terze del rettangolo, che avesse per lati, la massima velocità di quest'acqua cadente, e la profondità BD.

V I I.

Scolio. Molti sperimenti intorno questi moti ritardati ha fatti il Signor Marchese Poleni, e riferiti nel Libro intitolato: *De motu aqua mixto*, da' quali si possono rilevare in fatti le altezze vive BC acquistate dall'acqua nell'uscire che fa dalle sezioni BDE. Dice il celebre Autore *di aver ricercate varie regole, per addattarle alla spiegazione de' fenomeni, e di aver con molti e molti calcoli procurato di salvare le osservazioni: varias regulas quasivi, nec sine plurimis calculis tentavi (non enim alio modo, quam tentando, res hac perfici posse videbatur) aprare ipsas singulis experimentis &c.* §. 67, e soggiugne di aver finalmente scelta una regola, la più conveniente di tutte per ottenere il fine, che avevassi proposto; e di ciò aver eseguito coll'introdur nelle curve paraboliche esprimenti le velocità, certi parametri variabili, le formole de' quali si dichiara di averle fissate col tentare l'operazione, cioè a posteriori e dagli effetti risultati dagli sperimenti.

V I I I.

Il Teorema su cui sono piantate le proposizioni, è fondato nella supposizione che l'acqua stagnante, dopo esser stata posta in movimento da quella che sopra vi cade, si muova in ciascuna sua parte con la velocità massima, con cui si muove la viva: così sta espresso al §. 87. con questi sensi: *La quantità dell'acqua, ch' esce per la perpendicolare del moto misto è il prodotto, che si fa dal tempo, moltiplicato per la radice dell'altezza viva nel parametro del moto misto, moltiplicato per le due terze parti della viva altezza, aggiuntavi l'altezza morta, vale a dire con i simboli Algebraici da noi sopr' adoperati, sarà  $q = r \sqrt{P} x \times \frac{2}{3} x + c = r x \frac{2x+2c}{3} \sqrt{P} x$ .* (chiamando P il parametro del moto misto) la qual formola è differente da quella, che si è posta al num. VI.

I 2

di

CAP. di questo, e la differenza nasce per prendersi la velocità massi-  
 IV. ma competente alla viva altezza, come costante per il moto, che concepir deve l'acqua stagnante, dove nel numero predetto viene esposta per  $\frac{7}{2}$  del rettangolo fatto dalla massima velocità, e dalla profondità, ove termina la propagazione del moto. E' pur differente da quella, imperocchè il parametro P si pone nel numero VI costante, dove nel Libro del *moto misto* si varia secondo che variano le altezze che vengono chiamate *vive e morte*: La formola per esso si è dedotta, per quanto viene asserito, col tentar l'operazione; quella del numero VI. da i principj più semplici dell'idrometria.

I X.

Scolio I. Se la quantità  $x \times \frac{2x+2c}{3} \sqrt{P x}$  si porrà eguale alla quantità dell'acqua somministrata dal vaso intermedio, come far si deve ogni qualvolta l'acqua uscente per la sezione del *moto* chiamato *misto* è ridotta allo stato di permanenza, la formola non si troverà a sufficienza corrispondere alla detta uscita. In oltre dandosi P per  $x$  e costanti, se noi vogliamo (date le altre quantità) ritrovare l'altezza viva della sezione, non lo potremo fare, secondo a quanto viene prescritto dal Libro predetto, se non arrivando ad una equazione biquadratica molto involuta per ritrarne il valore di  $x$ , dove con le formole di sopra registrate non ascende l'equazione, che al terzo grado. I calcoli registrati a' §. 82. 83. e 84 per verificare alcune osservazioni, danno il solo rapporto fra la quantità dell'acqua ch' esce in uno sperimento, rispetto a quella ch' esce in un altro, lo che non sembra sufficiente per far conoscere realmente ciò che si cerca.

X.

Scolio II. Ad oggetto però di rilevare il consenso delle formole poste di sopra con li fenomeni osservati dal Signor Marchese Poleni, si sottopone al calcolo lo sperimento registrato al §. 43, servendosi della formola del numero VI. Supponiamo dunque come incognita l'altezza viva, ritrovatafi con l'osservazione, di  $\frac{7}{2}$  di linee del piede Regio di Parigi, e come incognite tutte le altre quantità, cioè l'altezza di linee 55 dell'acqua stagnante =  $c$ , la larghezza della sezione  $y = \frac{7}{2}$ , il numero di tubi, che scaricano l'acqua cioè  $n = 3$ , l'altezza dell'acqua del vaso intermedio

$a = 252$

$a = 252$  il diametro di ciaschedun tubo, che il Signor Poleni dice, che arrivava quasi alle 8 linee, noi le prenderemo come di  $\frac{7}{2}$  di linee, e ciò non solamente perche in fatti il foro fisico scarseggiava delle 8 linee, ma ancora perche doveva molto più scarseggiarne la sezione *razionale* dalla accennata misura, abbenchè potesse poi computarsi qualche cosa di più l'altezza dell'acqua del vaso intermedio, che però prendendo questo diametro di  $\frac{7}{2}$  di linee si crede anzi di prenderlo un po' eccedente, piuttosto che minore. Effendocchè dunque il valore di  $x$  è eguale a

$$\sqrt{\frac{m^3}{2} + \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} + \sqrt{\frac{m^3}{2} - \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} - \frac{1}{3}c, \text{ in cui}$$

$$m = \frac{8c^3 yy + 243 nmb^4 a}{216yy} \text{ ne rileveremo il preciso nel modo che segue :}$$

X I.

Scolio III. Sarà  $bb = 47$  ommesse le frazioni, che poco o nulla rilevano

log. 8 = 0.9030900  
 log.  $c^3$  = 5.2210881  
 log.  $yy$  = 2.3806634  
 log. = 8.5048415

il di cui numero è 319772774

log. 243 = 2.3856063  
 log. 9 = 0.9542425  
 log.  $b^4$  = 3.3441958  
 log.  $a$  = 2.4014005  
 9.0854451

il cui numero è 1217433109; e però la summa delli due antecedenti numeri sarà

1537205883 (A)  
 log. 216 = 2.3344537  
 log.  $yy$  = 2.3806634  
 4.7151171

il di cui numero è 51894, onde se questo dividerà il numero (A), il quoziente 29622 farà  $\frac{m^3}{2}$  e  $\frac{m^6}{4}$  farà 877462884. (B) Se

poi

CAP. poi dal logaritmo di  $c^6 = 10.4421762$  si sottrarrà il logaritmo  
 IV. di  $729 = 2.8627275$ , rimarrà  $7.5794487$  logaritmo di  $\frac{c^6}{729}$   
 il di cui numero è  $37977080$ , e se questo pure sarà sottratto dal  
 numero (B) resterà  $839485804 = \frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}$  la di cui radice qua-  
 drata è prossimamente  $28974$ , onde la formola per il valore di  $x$ ,  
 diverrà eguale a  $\sqrt[3]{29622+28974} + \sqrt[3]{29622-28974} - \frac{11^o}{2} =$   
 $38 \frac{4943}{112810} + 8 \frac{113672}{170505} - \frac{11^o}{2}$ , che si riduce a  $x = 10 \frac{505819101}{11540801430}$ .

## XII.

*Scolio IV.* In tali supposizioni dunque l'altezza viva  $x$  farebbe qualche cosa maggiore delle dieci linee, dove il Signor Marchese Poleni la trova solamente  $\frac{11}{2}$  di linee: molti accidenti possono esser cagione di un tal divario, i più rimarcabili sono i seguenti: il non averfi determinato il vero diametro *razionale* de' tubi del vaso intermedio, come sopra si è avvertito; l'averfi ommessa la considerazione di qualche frazione nel calcolo ad oggetto di non imbarazzarsi in una fatica fuori di proposito; l'averfi preso nell'osservazione in vece della vera altezza dentro del labbro che fa l'acqua in strammazzando nella stagnante, qualche altezza nella stessa curvatura del detto labbro; e finalmente, perche forse, per niente dissimulare li  $\frac{2}{3}$  del rettangolo fatto dalla massima velocità nella profondità da noi preso per esprimere il moto dell'acqua che prima era stagnante, non è per avventura la supposizione più esatta, ripugnando anche alla sperienza; mentre non abbiamo mai ritrovato che i tempi abbiano veruna costante relazione alle altezze vive, lo che pure dovrebbero essere, quando le velocità avessero qualche relazione alle altezze. Potrebbe tal varietà anco derivare, perche il moto orizzontale concepito dall'acqua, penetrando assai sensibilmente fino al fondo, turbasse la legge predetta, e ricercasse di prendersi un'altra quantità diversa dal rettangolo, di cui si è detto; lo che non può veramente determinarsi che con molte e molte sperienze ed osservazioni.

## XIII.

Si è sottoposta al calcolo la medesima osservazione del §. 43. del Libro predetto, supponendo cognite tutte le quantità, fuori che

CAP. che l'altezza dell'acqua del vaso intermedio S, e ciò per scansare dagliare se in fatti corrisponda alla formola in esso fissata  $q = \text{IV.}$   
 $\frac{2}{3}x \sqrt{x+c} \times y \sqrt{Px} = nbb \sqrt{a}$ , oppure  $\sqrt{a} = \frac{\frac{2}{3}x+c \times y \sqrt{Px}}{nbb}$ . Av-  
 vressimo, per vero dire, ricercato volontieri, come nel numero XI di questo si è fatto, il valore dell'altezza viva  $x$ , ma il tedio di aver a sviluppare un'equazione del quarto grado ci ha fatto astenere da una tal ricerca; tanto più, che se il metodo è conforme alla verità, questo, supposta incognita qualunque quantità, quando le altre sieno note, deve far rilevare il valore dell'indeterminata. Per una maggior facilità adunque abbiamo presa per incognita l'altezza predetta  $a$ , e supposti i numeri esprimenti le altre quantità, come sopra; si è in primo luogo sulle tracce del §. 71 ritrovato il valore del parametro del *moto misto*, senza però supporre divisa la linea del piede Regio nelle  $\frac{m}{10}$  parti, come ivi viene praticato, ma prendendola come una linea appunto, e supponendo poi il parametro del moto chiamato *semplice* eguale all'unità, che dal Signor Marchese Poleni si fa 1000, si trova per tanto P eguale a  $\frac{2973}{11265}$ , le altre quantità sono  $x = \frac{11}{2}$ ,  $c = 55$ ,  $bb = 47$ ;  $y = \frac{11}{2}$ , onde sostituendo questi valori nella formola sopraposta, e riducendola proviene  $\sqrt{a} = 17$  ed  $a = 289$ . Sopra di che è d'avvertire, essersi tralasciate le frazioni, come poco o nulla alteranti il calcolo; ma secondo l'osservazione era  $a = 252$ , che però risulta maggior del vero la quantità dell'acqua, che si fa uscire per la sezione del *moto misto*, e poterfi concludere che la formola non ben regge alla verità, comechè in tali supposizioni eccede l'altezza dell'acqua del vaso di mezzo la vera osservata, di una quantità di linee 37.

## XIV.

Che se in vece di supporre incognita la detta altezza, si farà tale la larghezza della sezione cioè  $y$ , per vedere se il calcolo più si accostasse a quanto fu rilevato nell'osservazione, sarà la formola per questo caso  $y = \frac{nbb \sqrt{a}}{\frac{2}{3}x+c \sqrt{Px}}$ , in cui  $a = 252$ , e sostituendo i numeri posti e ritrovati di sopra, si ha, lasciate le frazioni  $y = 13$  quando nel §. predetto viene determinata  $\frac{11}{2}$  cioè molto maggiore: Che però ad oggetto di far che uscisse una determinata quantità di acqua per la sezione del *moto misto*, converrebbe restringerla alle dette linee 13, con manifesto dissenso dell'osservazione dalla formola.

Si



Si è pur fatta altra prova del nostro metodo sopra l'osservazione registrata al §. 48 in cui l'altezza *morta* si fa di linee in circa 16, la larghezza della sezione linee 38, e si hanno 12 tubi aperti, persistendo l'acqua del Vaso di mezzo pure alle linee 252. Si ritrova dunque, che questi numeri rettamente sostituiti nella nostra formola danno  $x = 40\frac{1}{2}$  prossimamente, dove nel Libro predetto si pone linee 42, con divario quasi sprezzabile, potendo anco esser provenuto dall'averli preso  $c = 16$ , quando dovevafi prendere  $c = \frac{61}{4}$  cioè un po' maggiore di 16. Ma esaminando la formola del Signor Poleni, col porre per incognita l'altezza  $a$  dell'acqua del vaso di mezzo, si trova per lo sperimento sopradetto del §. 48 essere il parametro del moto *misto*  $P = \frac{6171}{11}$ ; onde sostituendo i valori degli altri numeri, facendo  $c = 16$ , come sopra, si ha che l'altezza sopradetta  $a$ , dovrebb' essere, neglette le frazioni, eguale a 289, come appunto fu ritrovato, calcolando l'osservazione del §. 43, e per conseguenza maggiore di quello, che realmente fu ritrovata, e dev' essere di un eccesso di linee 37 prossimamente. Un tale consenso fra tutti e due gli sperimenti, calcolati secondo le formole del Signor Marchese Poleni, fanno chiaramente comprendere esservi dappertutto dell' eforbitanza, e prenderli la quantità dell'acqua uscita col *moto misto* maggiore di quello, che in effetto dovrebb' essere.

## XVI.

*Corollario I.* Qualunque delle quantità, ch'entrano nella nostra equazione fondamentale  $x^3 + 2cxx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4yy} = 0$  supposta per incognita, e cognite tutte le altre, si avranno nuove formole, che faranno conoscere il valore delle medesime. Sia in grazia di esempio incognito il numero di tubi  $n$  per i quali si scarica il vaso di mezzo. L'equazione si cangerà nella seguente (I)

$$n = \frac{29\sqrt{x^3 + 3cxx + ccx}}{3bb\sqrt{a}}$$

nella quale essendo cognite  $a, c, bb, x$ , si ritraerà il vero valore di  $n$ , cioè il numero predetto dei tubi da aprirsi, acciocchè con l'altezza  $a$  dell'acqua del vaso di mezzo, si abbiano poi ancora le altre quantità ricercate.

II. Ma

II. Ma ponendo incognita l'altezza dell'acqua e del vaso di mezzo, farà la formola (2)  $a = \frac{4yyx^3 + 8cxxx + 4ccxyy}{9nnb^4}$  CAP. IV.

III. E supponendo incognita la  $c$ , cioè l'altezza *morta* della sezione, farà (3)  $c = -x + \sqrt{xx + mm}$ , in cui  $mm = \frac{9nnb^4a - 4yyx^3}{4xyy}$

IV. E facendo incognita la larghezza della sezione  $y$ , farà (4)  $y = \frac{3nbb\sqrt{a}}{2\sqrt{x^3 + 2cxx + ccx}}$

V. E finalmente volendosi per incognito il lume di uno de' tubi (eguale però di diametro a tutti gli altri) del vaso di mezzo, farà la formola  $bb = \frac{2y}{3n\sqrt{a}}\sqrt{x^3 + 2cxx + ccx}$ .

I casi possibili dagl' impossibili si manifesteranno dalle stesse sostituzioni, quando provenghino quantità negative o immaginarie.

VI. Servendosi della (3) formola  $c = -x + \sqrt{xx + mm}$  per ritrovare l'altezza dell'acqua stagnante  $c$ , se il numero  $n$  de' tubi del vaso di mezzo farà 8,  $bb = 47$  linee quadrate,  $a = 300, y = 20, x = 12$  diverrà l'antedetta formola  $c = 129$  nella quale  $mm = 19737$  e  $\sqrt{xx + mm} = 141$  prossimamente.

## XVII.

Sia da ridurfi il *moto ritardato* al *moto libero*, vale a dire, data la sezione, in cui vi sia un'acqua stagnante posta in moto da un'acqua viva corrente che gli sopravenga, ritrovare un'altra sezione, nella quale movendosi liberamente l'acqua, scarichi questa in un dato tempo la stessa quantità di acqua che scaricava la sezione del *moto ritardato*. Intendasi nella perpendicolare alla AD l'altezza BD, in cui per lo spazio BC muovasi l'acqua di *moto libero*, e in CD di *moto ritardato*. Sia BE la parabola esprimente la velocità del *moto libero* e  $\frac{2}{3} CE \times CD$  l'area, che connota il *moto ritardato*; egli è da ritrovarsi l'altezza FG, sopra la quale, come asse descrivendosi la parabola FGH, esprima l'area di questa una quantità eguale alla quantità dell'aggregato dei due moti predetti *libero* e *ritardato*, cioè, che l'area FHG sia eguale alle due aree BCE e  $\frac{2}{3} DC \times CE$ . Chiamisi la FG l'altezza media de i due moti suddetti; e dovendo per la supposizione esser eguali le aree BCE +  $\frac{2}{3} CE \times CD$  a FHG, farà l'equazione

K (dicen-

TAV.  
II.  
Fig. 2.

CAP. IV. (dicendo  $u$  la GH,  $y$  la CE, e le altre linee chiamandole e de-terminandole come sopra)  $\frac{2}{3} cy\sqrt{x} + \frac{2}{3} xy\sqrt{x} = \frac{2}{3} u z\sqrt{z}$  ( $z$  è l'al-

tezza ricercata FG) che si riduce a  $z = \sqrt{\frac{c+x|^2 \times xyy}{uu}}$ , e l'area mi-  
sta diventerà  $\frac{2}{3} u \times \sqrt{\frac{c+x|^2 \times xyy}{uu}} \times \sqrt{\frac{c+x|^2 \times xyy}{uu}}$ . Che però se  
si dirà  $q$  la quantità dell'acqua uscita per FG in un dato tempo  
 $r$ , farà  $q = \frac{2}{3} r u \sqrt{\frac{c+x|^2 \times xyy}{uu}} \times \sqrt{\frac{c+x|^2 \times xyy}{uu}}$ , e tale fareb-  
be la ricercata quantità, che darebbe la sezione libera nelle con-  
dizioni de' moti antedetti libero, e ritardato, e la velocità media  
 $\frac{2}{3} u \sqrt{u} \sqrt{\frac{c+x|^2 \times xyy}{uu}}$ .

XVIII.

Corollario. L'altezza della sezione libera  $z$  del moto ritarda-  
to dell'osservazione registrata al §. 43 del moto misto, supponen-  
do  $u = y$  sarebbe eguale a linee 33 prossimamente, ricavandosi  
ciò dalla formola posta al numero antecedente, divenendo in tal  
supposizione  $z = \sqrt{c+x|^2 \times x}$ , nella quale  $c = 55$ ,  $x = \frac{11}{4}$ . Ma  
l'altezza della sezione libera del moto ritardato del §. 47 in cui  
 $c = 108$ ,  $x = \frac{1}{4}$ , ed  $y = u$  farà eguale a linee 32 in circa.

XIX.

Sia proposto da indagare nel peso di grani l'acqua, che fosse  
per uscire dalla sezione libera del moto ritardato dentro lo spazio  
di un minuto di ora. E' chiaro da vedere, che la formola per  
questi casi è la registrata al numero XVIII del Capitolo II, e che  
allora la  $y$  ivi adoperata diventa zero; farà adunque  $r =$   
 $\frac{252160 \times 3}{9 \times 564 \sqrt{564} - 561 \sqrt{561}} \times f \sqrt{x}$ , ma  $f \sqrt{x}$  è eguale in queste supposi-  
zioni ad  $u z \sqrt{z}$  ovvero facendo  $u = y$  ad  $y z \sqrt{z}$ , perlochè farà la quan-  
tità dell'acqua ridotta al peso di grani per il tempo predetto di  
un minuto di ora  $r = \frac{252160 \times 3}{9 \times 564 \sqrt{564} - 561 \sqrt{561}} \times y \sqrt{c+x|^2 \times x}$   
 $\sqrt{c+x|^2 \times x}$ , nella qual formola basterà sostituire i valori di  $c$ ,  
 $x$  e  $y$  per conoscer la ricercata quantità.

Scolio.

XX.

CAP. IV.

Scolio. Essendo per tanto, secondo l'osservazione del §. 43.  
 $y = \frac{11}{4}$ ,  $c = 55$ ,  $x = \frac{11}{4}$ , ed essendosi trovato al numero XVIII di  
questo  $z = 33$ , farà  $\sqrt{z} = \sqrt{33}$ , onde  $r = \frac{252160 \times 3}{990} \times \frac{11}{4} \times 33$   
 $\sqrt{33}$ , che fanno grani prossimamente 2233526 per un minuto  
primo d'ora, ch'equivalgono ad once cubiche 2841  $\frac{79}{191}$ ; e nello  
sperimento del §. 47, uscirebbero nel medesimo tempo grani in  
circa 2177925, ommesse le frazioni. Si potrebbero rettificare que-  
ste operazioni col ridurre a peso l'acqua, ch' esce dal vaso inter-  
medio S, ed in tal modo sarebbe ridotto il foro verticale all'ori-  
zontale, come viene anco prescritto al numero XX del Capit. II.

e la quantità dell'acqua sarebbe  $\frac{126080}{110} \times f 252 \sqrt{252} - \frac{977}{8} \sqrt{977}$ .

Ma se si ponesse  $f$  ch'è l'orificio di uno de' fori, di linee quadrate  
47, come sopra si è fatto, supposto il diametro  $7 \frac{1}{2}$ , ne darebbe-  
ro i tre fori maggior quantità di quella, che fosse per dare la me-  
dia sezione libera del moto ritardato; onde perche si ottenghi l'  
eguaglianza, farebbe da farsi  $f = 28$  linee quadrate, cioè, che il  
diametro di uno de' fori fosse di sole linee 6. Un tal divario può  
procedere dalle resistenze che incontra l'acqua all'uscire, essen-  
dovi molta differenza fra il moto dell'acqua osservato nello spe-  
rimento del Guglielmini, preso da noi per radicale, e quello of-  
servatosi dal Signor Marchese Poleni. Il Guglielmini prese un  
vaso molto alto per le sue osservazioni; cosicchè vi è luogo di  
credere, che il moto dell'acqua risentisse minori resistenze in  
uscire dal suo orificio; in somma molte sono le circostanze che  
vanno alterando la quantità dell'acqua uscente da i vasi, per bat-  
tere di puntino con li fondamenti teorici del calcolo; lo che ab-  
biamo voluto accennare, perche alcuno non credesse che voleffi-  
mo troppo attribuire alle nostre proposizioni, o troppo derogare  
alle dottrine con studio, fatica e merito avanzate dagli altri.

XXI.

Non solamente dall'equazione fondamentale  $c+x|^2 \times x = \frac{9nnb+a}{4yy}$   
si può avere l'altezza media  $z$  coll'eguagliare la frazione di que-  
sta a,

CAP. IV. sta a,  $\sqrt{c+x}^2 \times x$ , ma ancora coll'eguagliarla all' altro membro  $\frac{9nnb^4a}{4yy}$

effendo questa quantità parimenti composta dalle condizioni della mole dell'acqua, ch' esce dal speffe volte nominato vaso di mezzo, che ha servito per le osservazioni del moto misto: Comechè

dunque devesi conservar l'eguaglianza fra  $\sqrt{c+x}^2 \times x$  e  $\frac{9nnb^4a}{4yy}$ , co-

sì il valore dell' altezza della fezione *media*  $z$ , dovrebbe trovarsi sempre lo stesso, tanto diducendolo da uno, che dagli altri membri; contuttociò se con le osservazioni registrate dal §. 43 fino al §. 55. inclusivamente del Libro predetto, se ne farà la prova, si rileverà esservi un sensibile divario fra le medesime *medie* altezze. Le due Tavole del numero seguente ne faranno conoscere le differenze, nelle quali la prima colonna contiene le altezze medie *del moto ritardato* ricavate dalle altezze *viva* e *morta*, osservate negli sperimenti predetti; e la seconda contiene le medesime altezze *medie* calcolate sopra la quantità dell' acqua somministrata dal vaso di mezzo. Per la prima colonna si è adoperata la formola

$$z = \sqrt{c+x}^2 \times x; \text{ e per la seconda quella di } z = \sqrt{\frac{9nnb^4a}{4yy}}$$

avvertendo che la fezione *media* si suppone della stessa larghezza di quella del *moto ritardato* di linee quadrate 47, cioè, il di cui diametro sia linee  $7\frac{1}{2}$ . E' anche d'avvertirsi, di averfi fatti questi calcoli, senza tener conto delle frazioni, ciò nulla rilevando per una sufficiente esattezza.

X X I I.

Scolio I. TAVOLA PRIMA delle altezze medie del moto ritardato, secondo le osservazioni registrate nel Libro del moto misto dal §. 43. fino al §. 55.

§.	Altezze medie delle fezioni.	Altezze medie de' fori del Vaso di mezzo.
43	33	36
44	55+	57
45	73	75
..	90	91+
..	106	105

Al-

§.	Altezze medie delle fezioni	Altezze medie de' fori del Vaso di mezzo	CAP. IV.
47	33	36	
..	51	57	
..	70	75	
..	85+	91+	
..	99	105	
48	19	20	
..	30	31	
..	43	41+	
..	52	50+	
..	61	58	
49	35+	38	
..	62	65	

TAVOLA II. delle altezze medie del moto libero.

§.	Altezze medie delle fezioni	Altezze medie de' fori del Vaso di mezzo
53	15	13 $\frac{7}{100}$
..	23	21 $\frac{7}{100} +$
..	30	28 $\frac{16}{100} +$
..	37	34 $\frac{19}{100}$
54	21	19 $\frac{22}{100}$
..	34	30 $\frac{25}{100}$
..	44	40 $\frac{16}{100}$
..	52	49 $\frac{13}{100}$
55	21	19 $\frac{21}{100}$
..	33	31 $\frac{42}{100}$
..	45	41 $\frac{13}{10}$
..	54	49 $\frac{22}{100}$
..	63	58

X X I I I.

Scolio II. Molte cose possono esser cagione del divario, che si è notato fra le osservazioni ed il calcolo, una delle più probabili sarebbe, se rettamente non fosse stato da noi assunto il diametro *razionale* de' fori del vaso di mezzo, stabilito come si è detto di li-

nee



CAP. IV. nec  $7\frac{1}{4}$ , e restarebbe ciò anche avvalorato, se istituendosi il calcolo col supporre, in grazia di esempio, che l'altezza *media* dello sperimento del §. 43 fosse di sole linee 33 in vece delle 36, che nella supposizione predetta si sono ritrovate; ed in fatti si rileva, che ad oggetto che i fori e le sezioni diano la stessa altezza *media* per lo sperimento del §. 43, che ciascheduno de' fori dovrebbe avere di diametro linee  $7\frac{337}{1000}$ , grandezza non eccedente in paragone del diametro *razionale*; ma se poi questa quantità si prenderà come costante, non corrisponderanno gli esperimenti de' paragrafi susseguenti, mentre facendo attenzione alla serie di ambe le altezze *medie* e delle sezioni, e de i fori, si vede che l'altezza *media* della sezione del §. 43. è di linee 33, e quella de i fori di linee 36; ma quella ch'è la quinta dopo di questa, cioè quella degli sperimenti del §. 45 ha per altezza *media* della sezione linee 106, e per altezza *media* de i fori linee 105, minore dell'altra, dove nel §. 43 l'altezza *media* delle sezioni era minore dell'altezza *media* de i fori, e per questo tal esperimento il diametro *razionale* dovrebbe essere  $7\frac{105}{300}$ , ch'è maggiore di quello ritrovato di sopra in ragione di 7765 a 7237.

## X X I V.

*Scolio III.* Più curioso è il risultato del calcolo degli sperimenti registrati inclusivamente dal §. 53 fino al §. 55 fatti per i moti *liberi*, o, come si chiamano nel Libro del *moto misto*, *semplici*; mentre se i fori e le sezioni dessero, come sarebbe uopo, la stessa altezza *media* in una larghezza, che fosse rispettivamente eguale alla larghezza delle sezioni *libere* de i medesimi sperimenti, secondo al calcolo fatto sopra 13. osservazioni, ciascun diametro *medio* de' fori del vaso di mezzo, dovrebbe esser di linee  $8\frac{17}{17}$ , cosa che non può correre, non arrivando alle 8 il diametro stesso di uno de i fori, come si rileva al §. 38, convien però dire, che qualche altra circostanza alteri queste misure: può essere che le resistenze, incontrate dall'acqua in uscendo da i fori, alterino in parte le altezze; contuttociò non farei persuaso che fossero per riuscire sì sensibili da indurre tal variazione. Quello che mi sembra poter molto contribuire a ciò, si è che l'acqua scappando dalle sezioni, non altrimenti di quello faccia in uscendo da' fori, è costretta a formare una sezione, che non impropriamente si potrà chiamare *contratta*, e per conseguenza minore della *reale*, onde sarebbe stato desiderabile di indagarli anco la misura di queste

fezio-

sezioni *contratte*, come si hanno per le vene delle acque uscenti da' vasi. CAP. IV.

## X X V.

Nella supposizione dunque, che i diametri *razionali* de' tubi del vaso di mezzo siano ciascheduno di essi di linee  $7\frac{1}{4}$  o siano linee quadrate 47, e che le sezioni del *moto libero* si restringano secondo la loro larghezza all'uscire che fa l'acqua, durando invariata l'altezza delle medesime sezioni; in tal caso ad oggetto di salvare l'egualità delle sezioni *medie*, farebbe uopo supporre nello sperimento primo del §. 53 in luogo della larghezza delle linee 88, solo linee  $77\frac{6}{100}$ , e nel §. 54 per il primo sperimento in vece delle linee 52, solamente linee  $46\frac{72}{100}$ , e finalmente nel primo sperimento del §. 55. in vece delle linee 38, linee  $34\frac{82}{100}$ , tutto ciò ricavandosi dalla formola  $y = \frac{3nbb\sqrt{a}}{2\sqrt{x^3}}$ , nella quale il valore di  $x$  è sempre l'altezza rispettiva delle sezioni libere 15, 21, 21; cosicchè sembra potersi senza notevole errore prendere per restringimento delle sezioni l'ottava parte di meno del diametro *reale*, onde averli il diametro *razionale* della sezione, e secondo un tal computo, dicendo il diametro *reale*  $d$ , sarebbe il *razionale*  $\frac{7}{8}d$ .

## X X V I.

Questa regola però, abbenchè pajà non molto lontana dalla verità, almeno nelle sezioni de' *moti liberi*; nientedimeno può molto ingannarci, secondo la diversità de' casi, ed al certo della medesima non sarà da servirsi per le sezioni de' *moti ritardati*; mentre in questi a cagione dell'acqua stagnante che rintuzza il moto vivo di quella che scende, molte altre cose possono entrare a render fallace la suddetta regola; molti sperimenti vi abbisognerebbero per accostarsi al vero a norma del variarsi degli accidenti: converrebbe, oltre il restringimento della larghezza, ridurre a calcolo ancora le resistenze per li sfregamenti incontrati dall'acqua in uscendo da i vasi, e rilevare (del che vi è molto da dubitare) se in fatti nelle sezioni si possa prendere per inalterata l'altezza, come sopra si è esposto, per averli l'area *razionale* della medesima. In somma quanto si è detto, è stato solamente per accennare da che possa dipendere l'eguaglianza dell'altezze delle sezioni *medie*, comparate col-

le se-

le sezioni *libere*, e a fori del vaso di mezzo, quando la stessa quantità di acqua e nell'une, e negli'altri si scarica nel medesimo tempo. Chi potesse combinare tutte le possibili variazioni che succeder possono, vedrebbe a capello dove sta radicata questa disuguaglianza; ma l'umano intelletto è troppo limitato per giugnere a ciò, e deve contentarsi da rilevarne solamente una poca parte, e di accostarsi nelle cose fisiche nel miglior modo che può al vero, se non può effettivamente conseguirlo.



## CAPITOLO QUINTO.

## PARTE PRIMA.

*Della velocità dell' acque correnti ; loro leggi e calcoli  
secondo varj Autori.*

## I.

**E**ssendo essenzialissima cosa in trattandosi dell'acque correnti, come sono quelle de' fiumi, il determinare il grado della loro velocità, dipendendo dalla retta cognizione di questa ed il mezzo di rilevare il moto, con cui esse progrediscono, e la maniera di ridurre a calcolo quella reazione ch' esercita contro di esse il recipiente, ch' è l'alveo, come pure l'intendere e l'accrescimento che un influente produrrebbe in un alveo, e l'abbassamento che nascerebbe, quando si facessero una o più diramazioni; quindi per preliminarmente della materia de' fiumi, che si vada ad ispiegare, si è da me stabilito il versare sopra questo punto, che io faccio il principale nell'affare di che si tratta; e perche quanto si anderà avanzando sia meno equivoco e più certo, ho procurato di fondarlo sopra le migliori scoperte che fin ora si sono fatte da i più esperti Idrometri. Si è creduto in fatti, che dacchè il Torricelli, il Mariotte, ed il Guglielmini, rilevarono co' loro sperimenti, che l'acqua in uscendo da i fori de' vasi, sempre conservata ad una costante altezza, abbia una velocità corrispondente alla dimezzata delle altezze dei medesimi Vasi, si è creduto, dico, che la stessa legge avesse pur a conservarsi anco nelle acque correnti de' fiumi, considerandosi l'acqua di questi, come se uscisse da un vaso alto quanto la stessa origine del fiume, e che avesse un' apertura eguale all'area della sezione, sopra di cui aveva a cadere il calcolo. Contuttociò, se ben si attende alla molteplicità delle circostanze che alterar possono questa legge, si vedrà non difficilmente, che quanto si asserisce, non può sì di leggieri verificarsi, quando bene non si prendesse per modano un fiume, che camminasse senza resistenze, e che liberamente sboccasse non in un altro fiume, o nel Mare, o in un Lago o Laguna, come tutti  
L fanno,

CAP. fanno, ma sto per dire, in aria, oppure nel vuoto; che però la  
V. maniera di calcolare esse velocità con l'analogia de' vasi, riesce,  
Parte se non ideale, certamente poco adattabile alla pratica.  
prima.

## I I.

Benedetto Castelli Abate Cassinense, che prima di ogni altro seppe unire la scienza delle acque alla Geometria, avendo fatto certo sperimento pretese di provare, che le velocità delle acque correnti stessero rispettivamente come le altezze delle medesime acque; opinione, che fu seguitata dal Barattieri, ed anco dal celebre Montanari, come si rileva dalle molte Scritture prodotte in materia di acque, nel tempo ch'egli, trovandosi al servizio della Veneta Repubblica, sosteneva in Padova la Cattedra d'Astronomia e Meteor. Il fondamento, fu di cui il Castelli appoggia i suoi raziocinj, consiste in uno sperimento registrato da lui nel Corollario secondo della Proposizione 4 del Libro intitolato, *Dimostrazioni Geometriche della misura delle acque correnti* a c. 92. esprimendosi nel modo che segue: *Io ho preparato, dice egli, cento sifoni, o vogliam dire canneritorre, tutte eguali, e poste al labbro di un vaso, nel quale si mantiene l'acqua con un istesso livello (o lavorino tutte le canne, o qualsivoglia numero di esse) collocate le bocche, dalle quali esce l'acqua, tutte al medesimo livello parallelo all'orizzonte, ma più basso di livello dell'acqua del vaso; e raccolta tutta l'acqua cadente dai sifoni in un altro vaso più basso, l'ho fatta scorrere per un canale, inchinando in modo, che mancando l'acqua da i sifoni, il canale rimane affatto senz'acqua asciutto. E fatto questo, misurai l'altezza viva del canale diligentemente, e poi lo divisi in dieci parti eguali precisamente; e facendo levare via 19 di quelli sifoni, in modo che il canale non scorreva acqua se non di 81 di quei sifoni; di nuovo osservai l'altezza viva dell'acqua nel medesimo sito osservato di prima, trovai che l'altezza sua era scemata la decima parte precisamente di tutta la sua prima altezza; e così seguitando a levare 17 altri sifoni, l'altezza era pure scemata  $\frac{1}{10}$  di tutta la prima sua altezza viva, e provando a levare 15 sifoni, poi 13, poi 11, poi 9, e poi 7, poi 5, e poi 3, sempre in queste diversioni fatte ordinatamente, come si è detto, ne seguiva ogni sbassamento di  $\frac{1}{10}$  di tutta l'altezza. E qui fu cosa degna d'esser osservata, che crescendo l'acqua per detto canale, la sua altezza viva era diversa in diversi siti del canale, cioè sempre minore, quanto più*  
si av-

si avvicinava alla sbocatura; contuttociò lo sbassamento seguiva CAP. in tutti i luoghi proporzionatamente, cioè in tutti i siti scemava V. la prima parte dell'altezza di quel sito, e di più usciva l'acqua Parte dal canale sparsa in campo più largo, dal quale pure avendo di- prima. versati esiti e bocche, in ogni modo ancora in quella larghezza, le altezze vive s'andavano variando, e mutando colle medesime proporzioni. Ne qui mi fermai nell'osservazione, ma sendo scemata l'acqua, osservai l'altezza viva, che faceva ne' sopradetti siti (la quale era pure un decimo di tutta la prima altezza,) aggiunsi all'acqua di quel sifone l'acqua di tre altri sifoni, sicchè tutta l'acqua era di 4 sifoni, ed in conseguenza quadrupla della prim'acqua, ma l'altezza viva era solamente il doppio; ed aggiungendo cinque sifoni l'altezza viva si fece tripla, e con aggiungere sette sifoni, l'altezza cresceva il quadruplo: e così coll'aggiunta di nove cresceva il quintuplo: e coll'aggiunta di 11 cresceva il sestuplo: e coll'aggiungere di 13 cresceva il settoplo: e coll'aggiungere di 15 l'ottuplo: e coll'aggiungere di 17 il nonuplo, e finalmente, aggiungendo 19 sifoni; sicchè tutta l'acqua era centupla dell'acqua di un sifone solo; in ogni modo l'altezza viva di tutta questa acqua era solamente decupla della prima altezza, congiunta dall'acqua che usciva da un solo sifone.

## I I I.

Scolio. Da tutto ciò si rileva. Primo, che l'esperienza è stata fatta in un canale di non poca estensione, benchè l'Autore lo chiami vaso; e questo si raccoglie, mentre l'acqua stava sempre al medesimo livello, o lavorassero tutte le canne, o qualsivoglia numero di esse, lo che al certo accaduto non farebbe in un Vaso, benchè di molta capacità, quando non li fosse stata rimessa altrettanta acqua, quanta ne scaricavano le canne. Secondo, si raccoglie, che il recipiente, benchè ancor questo lo denomini l'Autore vaso, fosse pur un canale; soggiugnendo aver fatta discorrere l'acqua raccolta proveniente da i sifoni per un canale, inclinato in modo che restasse tutto vuoto ed asciutto, ogni qualvolta veniva a mancare l'acqua de i sifoni.

## I V.

Attefocchè dunque per il num. XV del Capitolo I; le quantità dell'acqua nelle sezioni de' canali, prescindendo dalle resistenze, sono in ragion composta della velocità, e delle altezze delle medesime sezioni, quando sia data la larghezza di queste;



CAP. faranno le velocità in ragion diretta della quantità, e reciproca V. delle altezze; divisa pertanto avendo il Castelli tutta l'altezza Parte viva, derivata dall'acqua, uscente da tutti i cento sifoni, in dieci parti eguali, cominciò ad otturare tanti de i detti sifoni, co- prima. ficchè quest'altezza fosse scemata di un decimo, cioè restasser nove parti delle dieci, e trovò che chiuderne diecinove conveniva. Dicendo dunque Q la quantità dell'acqua, la quale da un dato numero di sifoni esce, ed V la velocità che avrà nel canale che riceve l'acqua da i sifoni, X l'altezza che si va variando, a misura, che giuoca maggiore o minore numero di sifoni, farà l'equazione  $Q = VX$  ed  $V = \frac{Q}{X}$ .

## V.

*Scolio I.* A norma della prima osservazione del Castelli, acciocchè l'altezza restasse 9 parti, si ebbero a chiudere 19 sifoni, e restavano però 81, tanti adunque davano acqua nel canale; quindi  $V = \frac{Q}{9} = 9$ . Per la seconda osservazione per avere l'altezza 8 se ne chiusero altri 17, ficchè rimasero 64; e per tanto in in questa supposizione  $V = \frac{Q}{8} = 8$ . Per la terza osservazione se ne chiusero 15, e rimasero 49, nell'altezza 7, onde  $V = \frac{Q}{7} = 7$ , e così di mano in mano; ficchè le velocità secondo questi sperimenti furono come i numeri 10. 9. 8. 7. &c. cioè nella progressione aritmetica decrescente, e semplicemente come le altezze rispettive dell'acqua osservate nel canale inclinato, in cui esercitavasi il di lei moto.

## V I.

*Corollario.* Da questo sperimento e raziocinio si ricava, che Q farà anco eguale a  $XX$ , e per conseguenza che  $X = \sqrt{Q}$ , mentre si è veduto che  $V = X$ ; e però le altezze faranno in ragione dimezzata delle quantità dell'acqua. Viene ciò comprovato dal Castelli con l'osservazione che fece di aprire tanti sifoni, sino che ottenesse le altezze, che andassero crescendo aritmeticamente di una decima parte per volta. Osserva dunque, che per avere la prima, cioè che crescesse di una decima di tutta l'altezza, bastava che giuocasse un solo sifone: ma per averne due decime, li convenne aprirne altri tre, cosicchè fra tutti erano quattro; per il primo caso  $X = \sqrt{1} = 1$ , per il secondo  $X = \sqrt{4} = 2$ . Per elevare l'acqua a tre decime parti, ebbe ad aprirne altri cinque, che in tutti

tutti erano nove, ed in fatti  $X = \sqrt{9} = 3$ ; ponendo adunque tutti i numeri ritrovati 1, 2, 3 in ferie, si vede, ch'essi compongono una progressione aritmetica, ricavandosi il tutto dal supposto, che le altezze stiano fra di loro in dimezzata della quantità.

CAP. V.  
Parte prima.

## V I I.

*Scolio II.* Degno di osservazione in questi sperimenti pur si rende, di avere il Castelli lasciato non solo liberamente piombare l'acqua da' suoi sifoni nel sottoposto canale, ma di aver voluto disponer questo in maniera, inchinandolo, cosicchè lasciasse facilmente uscir l'acqua che riceveva, fatto ciò senza alcun dubbio per accostarsi il più che fosse possibile a' fenomeni delle acque correnti de' fiumi; mentre per altro non potevano mancar mezzi di venir in chiaro della verità che ricercava: Il dubitare della quale in una tale speranza, sembra che troppo offendesse il credito di questo Chiarissimo Autore; onde senza più fermarsi nell'ulterior disamina delle circostanze, che avessero potuto per avventura turbar l'osservazione, passeremo a rappresentare ciò, che altri in tal proposito hanno osservato, perchè dal confronto degli sperimenti si possa giudicare del più verisimile.

## V I I I.

Il Barattieri, rinomato Ingegnere, e Scrittore d'Idrostatica nel Volume secondo della *Architettura dell'acque* al Cap. II. pag. 66. produce un caso, come e' lo chiama, di *esperienza*. Consiste questo in un'osservazione dell'altezza dell'acqua di un acquedotto, detto la Codogna sul Lodigiano, che scaricava l'acqua, prima libero, poi in parte chiuso; riporteremo le di lui stesse parole e figura, acciocchè se ne rilevi il vero fondamento della speranza, e del discorso che vi fa sopra. *L'acqua, dic'egli, della Codogna, acquedotto de i maggiori del Lodigiano, si riduce in fine ad un Regolatore o Partitore, dentro al quale si divide in quattro acquedotti ineguali di quantità, e di larghezza, ma però tutti disposti con una medesima pendenza. Noi però, per facilitare il discorso, la supponiamo divisa in due parti sole, nel modo che mostra la sezione ABGF divisa in due parti dalla perpendicolare CD nelle larghezze di 67 per AC, ed 86 per la parte CB, che costituiscono la larghezza tutta di AB, numero 153, passando per la sezione AD quantità di acqua numero 37 e due terzi, e per la*

TAV. II.  
Fig. 3.

CG

**CAP. CG** quantità 48 e un terzo, che sono in tutto quantità 86, e se-  
**IV.** condo il paese sono oncie 86 di acqua di sua misura. Per questa  
 Parte operazione fu preso il tempo, che l'acqua era di quantità maneg-  
 prima. giabile, e misuratane la sua prima altezza viva CD, si trovò  
 essere oncie lineari  $8\frac{3}{11} \cdot \frac{1}{2}$ , che moltiplicate in se stesse, formano  
 di quadrato n. 67. Si fece immediatamente serrare la parte CDBG,  
 che comprende la quantità 48 e un terzo di acqua; e tali quantità  
 48 e un terzo furono ridotte a passare tutte unite con le quantità 37  
 e due terzi, nella parte AC larga 67, e fermatosi tanto che fosse  
 fatta la piena possibile, fu poi misurata la seconda altezza viva  
 che si fece nella sezione AC, per causa di tutta la quantità 86,  
 e fu trovata essere la perpendicolare ED oncie  $12\frac{2}{11} \times \frac{1}{2}$ , il qual  
 numero forma il quadrato 153 in punto. Considerati noi gli effetti  
 seguiti in questo caso, cominciassimo a cavare le seguenti notizie:  
 Primo, essendo l'acqua che corre per la sezione AD, quantità 37  
 e due terzi, e la quantità dell'acqua che corre per la sezione HD,  
 quantità 86, ed essendosi trovato il numero quadrato della prima  
 altezza CD, 67, ed il quadrato dell'altezza seconda BD, 153,  
 arrivassimo a conoscere che le proporzioni delle medesime quantità,  
 erano come le proporzioni de' medesimi quadrati delle loro altez-  
 ze, e corrispondentemente i quadrati come le loro quantità; essen-  
 dochè, tanta è quantità 37 e due terzi a quadrato 67, quanta è  
 quantità 86 a quadrato 153; e tanta è quantità 37 e due terzi a  
 quantità 86, quanta è 67 a 153. E quella proporzione ancora,  
 che tiene la prima larghezza AB, 153, con il numero quadrato  
 della prima altezza DC, 67, lo tiene ancora il numero quadrato  
 153 della seconda altezza HF, con la seconda larghezza AC, 67.  
 E perche &c.

**I X.**

Riducendo lo sperimento alle nostre formole: La quantità dell'  
 acqua in una sezione AD era 37 e due terzi, e nella CG 48 e un  
 terzo, nelle quali sezioni per esser di una medesima altezza CD,  
 saranno le quantità dell'acqua che passano in un dato tempo, co-  
 me le larghezze, cioè come oncie 67 a 86. Avendo chiuso poi il  
 condotto CG, osservò il Barattieri ascendere l'altezza dell'acqua  
 ch'era CD, sino ad essere ED di oncie  $12\frac{2}{11} \cdot \frac{1}{2}$ , dove la CD era  
 $8\frac{3}{11} \cdot \frac{1}{2}$ , cioè ad essere fra di loro come 1782. a 1190, ovvero co-  
 me 891 a 595. Se dunque le altezze devono essere, come le  
 radici delle quantità dell'acqua, deve correre questa analogia

595.

595. 891 ::  $\sqrt{37\frac{2}{3}}$ .  $\sqrt{86}$ , ovvero prendendo i rispettivi loga-  
 ritmi 2.7745170. 2.9498777 :: 0.7879786. 0.9672492, e le  
 fumme delli due estremi, e quelle de' medii fanno 3.7417662,  
 e 3.7378563, i numeri più prossimi de' quali sono 5517 e 5468,  
 non gran fatto lontani dall'eguaglianza per uno sperimento di  
 tal sorta; che però ne dedusse effo Barattieri, che le altezze stes-  
 sero rispetto alle quantità nell'antedetta ragione, cioè che  $Q=XX$ ,  
 come ricavò ancora da' suoi sperimenti il Castelli: e perche  
 $Q=VX$  sarà pure  $VX=XX$  ed  $V=X$ , cioè le velocità come  
 le altezze.

**X.**

Nella Raccolta di Bologna pubblicatafi l'anno 1682 nella no-  
 ra controversia fra i Bolognesi ed i Ferraresi per la pretesa in-  
 troduzione del Reno nel Pd grande si legge a carte 71. E noi  
 abbiamo fatto esperienza anche questo giorno in Roma con nove  
 canali d'acqua corrente eguali, introdotti in un solo, ora uno, ora  
 quattro, ora tutti nove; ed in effetto se un canale ha fatto un'on-  
 cia di altezza, quattro canali hanno fatto solo due oncie, e nove  
 canali solo tre &c. onde risulta anche da questa osservazione che  
 pur fu fatta dal celebre Giovanni Domenico Cassini, avvalorato  
 il teorema del Castelli, e comprovato il di lui sperimento. An-  
 che il chiarissimo Montanari in tutte le occasioni, ch'ebbe a scri-  
 vere sopra le acque nel tempo, in cui fu a' stipendj della Repub-  
 blica di Venezia, di altra ragione non si servì, in trattando del-  
 le velocità de' fiumi, che della addotta dal Castelli; così leggiam-  
 mo nella Scrittura fatta da lui per il Sile l'anno 1683, adope-  
 rar egli i principj del detto Castelli, e del Barattieri; ed è an-  
 co probabile, che questo grand' Uomo, avesse de' fondamenti rea-  
 li, per appoggiarli, sapendosi quanto e' fosse ritenuto nel proce-  
 dere nelle cose fisiche, senza il necessario lume degli sperimenti;  
 tanto più, che a lui non potevano esser ignote le osservazioni in-  
 torno l'uscita de' fluidi da' fori de' vasi, fatte dal Torricelli, e  
 da altri valent' Uomini; lo che dà luogo a credere, che non sti-  
 masse adattabili le sperienze della detta uscita da' fori, e del  
 corso de' fiumi. Ecco ciò che produce nella predetta scrittura in  
 proposito delle velocità dell'acque correnti. La dottrina, si espri-  
 me egli, è dell'Abbate Castelli, e del Barattieri, che soli hanno  
 scritto della misura delle acque correnti, non arrivando ad inse-  
 gnare la misura delle figure o sezioni, che non siano parallelogram-  
 me,

CAP. V. Parte prima. *me, mi sono servito di altre mie dottrine proprie, che convengono con li principj del Castelli, ma dimostrano anco la misura delle sezioni, che non sono regolatori: le quali a Dio piacendo pubblicherò nel mio Trattato intitolato: Scienza d'acque correnti ampliato &c.* E vaglia il vero sopra questi principj egli predisse affai da vicino le inondazioni ch' avrebbe prodotto il Sile, conducendolo nell' alveo abbandonato di Piave, secondo che si divisava di fare, e che fu poi anche efeguito. Si servì pure delle ragioni delle velocità in proporzione dell' altezze anche del 1679, quando fece la Scrittura 15 Marzo, sopra lo scarico de' diversivi dell' Adige, nel caso che questi si avessero a ridurre a strammazzi; ecco le di lui stesse parole: *Perche sapranno molto bene, ch' ella è dottrina comunissima de' Matematici ed Ingegneri d'acque, che lo scarico dell' acque de' Regolatori non viene misurato dalla misura del vanno di essi, ma dal moltiplico della lor base nel quadrato dell' altezza; onde &c.* Così in altra Scrittura fatta parimenti per le cose dell' Adige l'anno 1687. 4. Luglio, si legge: *L' acqua, che scarica un Regolatore in un dato tempo è eguale all' acqua contenuta in un parallelipipedo rettangolo, l' altezza del quale sia l' altezza dell' acqua stessa nel Regolatore, la larghezza sia quella del Regolatore medesimo, e la lunghezza sia la quantità del corso fatto dall' acqua nel dato tempo &c.* Itessamente leggiamo nella Scrittura 1679, ultimo Aprile, diretta al N. H. Giulio Giustiniani, dalle quali cose si deduce, ch' esso Montanari abbia nel fatto della velocità dell' acque seguitato quanto aveva detto il Castelli.

## X I.

Il Guglielmini, che scrisse dopo del detto Montanari, che li fu Maestro, riferisce uno sperimento, addattato, com' egli si esprime, a rilevare la velocità dell' acque correnti. Trovasi questo registrato nella proposizione prima del secondo Libro *Aquarum fluentium mensura pag. 21.* Una tal osservazione, abbenchè paja piuttosto applicabile allo scarico, che si fa dell' acqua per i fori de' vasi, che al corso de' fiumi; nientedimeno si pretende e da lui stesso, e da molti altri, potersi benissimo applicare alla spiegazione de' fenomeni, che nelle acque correnti, vanno succedendo. Le sue parole, tradotte dal latino sono (tanto dell' antedetta proposizione, che della supposizione che premette alle definizioni del detto secondo Libro) le seguenti: *Ad oggetto di lavorare sul dottrinale, noi supponiamo gli alvei de' fiumi,*

*mi o canali, essere vasti molto estesi in lungo, il fondo de' quali sia sempre nel medesimo piano, e con i lati che siano piani verticali eretti normalmante al piano del fondo, per i quali o discorra l' acqua, o possa discorrere dal punto più sublime al più infimo, e dirigersi al suo termine, non già per cammino flessuoso ma retto.* Segue poi nella detta prima proposizione ad esporre lo sperimento ne' seguenti termini: *Si preparò un Vaso di figura cilindrica, di altezza di piedi 4, e di base che aveva in diametro piedi due, e fu divisa tutta l' altezza in sedeci parti eguali, col farvi in ogni sito di queste divisioni altrettanti fori circolari, tutti della medema grandezza. Fu armato poscia ogni uno di essi fori di altrettante cannelle di legno pur tutte fra di loro eguali, le quali avevano la loro interna cavità e benissimo levigata, e da per tutto di un eguale diametro, ch' era di poco più d' un' oncia. Si applicò poi alla parte esteriore di esse una lamina di metallo, che aveva un foro circolare del diametro di un quarto di oncia, e si fece, che il di lui centro restasse fissato nel centro della cannella, rimanendo poi perfettamente otturato il foro della medesima. Empiro in appresso il vaso di acqua, e disposto un pendolo, la di cui lunghezza era di once  $28\frac{1}{2}$ , si osservò la quantità dell' acqua che usciva ogni 15 vibrazioni. Essendo dunque chiuse tutte le altre cannelle, a riserva della più inferiore, fu osservato che dentro l' accennato tempo era uscita l' acqua per il peso di once 123, durando sempre alla medesima altezza l' acqua del Vaso. Chiusa poi la cannella inferiore, ed aperta quella che stava sopra tutte le altre, cosicchè l' altezza dell' acqua si facesse minore di tre once: cessato che fu il flusso di questa, fu riaperta la prima inferiore, e dentro il tempo di altre 15 vibrazioni, si ebbe acqua di peso once 118, e così di mano in mano si operò nelle altre cannelle, sino a tanto che si divenne all' altezza di once 24. Ed allora essendo molto difficile il conservar l' acqua alla medesima altezza per tutto il tempo che durava il flusso, si chiuse la cannella inferiore, e riempiro di nuovo il vaso, si aprì quella ch' era sotto alla superficie dell' acqua per once 24, che nel dato tempo lasciò uscire 93 once di acqua, e successivamente si continuò lo sperimento sino ad once tre di altezza secondo il metodo adoperato di sopra; ma perche il foro di questa ultima cannella, abbenchè però quasi insensibilmente, era maggiore di quello della prima inferiore; lo che si apprese dopo averne fatto un accurato sperimento, e con la maggior quantità uscita, e con la rettificazione del di lui diametro; perciò avendosi dovuto cambiare quel foro, fu necessario di fare una doppia of-*



CAP. servazione, e per l'altezza dell'acqua alle once 48, e per quella V. delle once 24 &c.

Parte prima.

XII.

La Tavola seguente contiene tutte le osservazioni del numero precedente.

Altezza dell'acqua sopra il centro della cannella e del foro in once del piede di Bologna.	Quantità dell'acqua che ne uscì in ogni 15 vibrazioni in once della libbra di Bologna.	Proporzione delle quantità dell'acqua, tratta dall'osservazione radicale prima, cioè della sudduplicata delle altezze in once della libbra di Bologna.
48	123	123
45	118	119
42	116	115
39	110	111
36	106	106
33	103	102
30	97	97½
27	91	92
		Proporzione della quantità tratta dall'osservazione radicale seconda.
24	93	93
21	87	87
18	81	80½
15	74	74
12	66	66
9	56	57
6	47	46½
3	34	33

XIII.

Scolio. Costando adunque da quanto si è dedotto dallo sperimento, la quantità dell'acqua uscita in un dato tempo, sia adesso da esaminarsi se i numeri esprimenti essa quantità corrispondono

dino alla dimezzata delle rispettive altezze, come di succedere afferma il Guglielmini. Operando dunque con i Logaritmi per i numeri 123 e 119, e loro corrispondenti 48, 45 si rilevi se sommando assieme il logaritmo di 123 con la metà del logaritmo di 45, dia lo stesso numero, che darà la somma del logaritmo di 119 con la metà del logaritmo di 48; in fatti si trova che la somma de i primi monta a 2.9165113, e quella de i secondi a 2.9161676 con una differenza sprezzabile fra l'una e l'altra; che però si può dire, che le velocità, attesa l'osservazione allegata, stiano nella ragione dimezzata delle altezze, come asserisce l'Autore.

CAP. V. Parte prima.

XIV.

Lemma. Potendo accadere di doverci cercare il valore degli esponenti di una proporzione geometrica, per determinarsi la specie di essa proporzione, si pone questo facile Lemma, che si estende generalmente a qualunque dignità de' numeri proposti. Siano questi  $a, b, c, d$ ; e sieno fra di loro  $a.b :: c^m.d^m$ . supponendo  $a$  minore di  $b$ ; sia da cercarsi il valore di  $m$ , e per conseguenza da determinarsi essa proporzione, dico che  $m = \frac{bd-la}{ld-lc}$  intendendosi per  $l$  il logaritmo. Perche dunque  $m = \frac{lb-la}{ld-lc}$  farà ancora  $lb-la = mld - mlc$ , ovvero  $lb + mlc = la + mld$ , e per la natura de' logaritmi  $bc^m = ad^m$ , e risolvendo l'equazione in analogia  $a.b :: c^m.d^m$ , lo che &c. il valore però di questo esponente farà sempre la differenza de i logaritmi, delli due primi numeri, divisa per la differenza dei due secondi, ed il quoziente mostrerà se  $m$  sia intiero o rotto, vale a dire, se la ragione sia come le potestà, o come le radici di queste.

XV.

Scolio. Per il caso riferito al numero XIII. di questo, essendo  $a=45, b=48, c=119, d=123$ , sarà  $m = \frac{l48-l45}{l123-l119} = \frac{0.0280287}{0.0143581}$  di modo che l'esponente vero sarà  $\frac{280287}{143581}$ , ma il prossimo sarebbe 2, onde  $45.48 :: 119^2.123^2$ . oppure  $\sqrt{45}.\sqrt{48} :: 119.123$ , cioè che le quantità, o le velocità dell'acqua di quello sperimento stanno in ragione dimezzata delle altezze. Più lontani da ciò che pretende concludere stanno i numeri ritrovati dal Barattieri, M 2 essen-

CAP. V. effendochè ne' di lui quattro numeri posti al numero IX. di questo 595. 891 ::  $37\frac{1}{2}$ . 86, ne' quali i due ultimi rappresentano la quantità dell'acqua, si trova  $m = \frac{1753607}{3624016}$ , di modo che dovendo, secondo a quanto pretende egli di concludere, essere  $m = \frac{1}{2}$  non sarebbe in realtà che a un di presso  $m = \frac{177}{162}$ ; contutto ciò non è errore sensibile il prendere anco  $\frac{177}{162}$  per  $\frac{1}{2}$  attesi i tanti accidenti che possono aver alterata l'osservazione.

XVI.

Altra sperienza si legge in un Libro Anonimo stampato in Modena l'anno 1719 col titolo di *Ragguaglio di una Scrittura intitolata, Compendio ed esame del Libro pubblicato in Modena col titolo: Effetti dannosi che produrrà il Reno, se sia messo in Pò di Lombardia.* Trovasi dunque a carte 114 registrata l'infracritta osservazione, fatta, come l'Autore ingenuamente confessa, per provare se in realtà reggeva lo sperimento del Castelli, per ottenere il che, ha esso preteso di rifare la stessa esperienza. Si è preparato, dic' egli, una Cassa di legno larga per un verso un piede e mezzo di Parigi, e per l'altro un pollice di meno. Tre lati di questa Cassa sono alti 13 pollici e mezzo, e l'altro opposto al lato più largo è alto un solo piede; e ciò affinché l'acqua possa riboccare dalla Cassa solo per quella parte &c. Si è inoltre preparato un canale rettangolo, pur di legno, chiuso da un capo, e aperto dall' altro, largo 11 linee, alto di sponda 5 pollici, e lungo piedi 2 e mezzo. Sarebbe necessario, ch'ei fosse anche due in tre piedi più lungo, poichè l'acqua, che come si vedrà, cade in questo canale, si tiene, ove cade, in una superficie assai bassa; indi cominciando a fluire per lo canale va gonfiandosi fino a un tal segno, oltre al quale, comincia poi a sgonfiarsi, e a correre con superficie di mano in mano più bassa &c. Si è dunque attaccato il prementovato canale con una delle sue sponde alla sponda più alta, e più larga della Cassa, e quasi presso il fondo di questa. Finalmente si erano fatte fare nove canne, o sifoni di latta al possibile in tutto e per tutto uguali, e piegati nella loro rivolta ad angoli retti, il loro ramo più lungo è un piede e quattro pollici, e il più corto è 14 pollici. Il diametro del loro vaso è di 5 linee &c. Fu la prima volta posto il canale col fondo orizzontale al possibile, provvedendo &c. fu data l'acqua &c. ed avendo nel canale notati tre segni, cioè uno a mezzo in circa, un altro più vicino allo sbocco,

co, ed il terzo più verso il cadere dell'acqua de' sifoni, ma tutti e due in eguali distanze da quello di mezzo, segue poi: *L'altezza nel segno di mezzo competente a 4 canne fu 18 linee, e quella delle 9 canne fu circa 30 linee. L'altezza poi nel segno più discosto allo sbocco, fu per le 4 canne circa 20 linee ed un quarto, e  $33\frac{1}{4}$  linee per 9 canne. Finalmente l'altezza nella sezione più presso allo sbocco fu circa 15 linee e mezzo per una canna, e 25 linee per le nove canne.*

XVII.

Scolio. Ponendo in serie le suddette osservazioni danno per i numeri delle altezze e per il numero delle canne

7	1
$18\frac{1}{4}$	4
$30$	9

e per il Lemma del numero XIV di questo effendosi da cercare in qual ragione stiano i quattro numeri 7.  $18\frac{1}{4}$ . 1. 4. si trova che l'esponente de' numeri rappresentanti le canne è  $\frac{4279033}{6020600}$  eguale prossimamente a  $\frac{1}{10}$ , oppure a  $\frac{2}{5}$ , onde farà l'analogia  $7. 18\frac{1}{4} :: 1^{\frac{2}{5}}. 4^{\frac{2}{5}}$ , ovvero  $7^3. 18\frac{1}{4}^3 :: 1^2. 4^2$ . vale a dire, che i quadrati delle quantità stanno prossimamente come i cubi delle altezze, ovvero, ch'è lo stesso, che le altezze rispettive stanno in duplicata subtriplicata ragione delle quantità.

Per la seconda osservazione sono i numeri

Per le altezze	Per le quantità
$8\frac{1}{2}$	1
$20\frac{1}{4}$	4
$33\frac{1}{4}$	9

Prendansi gli ultimi quattro numeri  $20\frac{1}{4}$ ,  $33\frac{1}{4}$ , 4, 9, e median- te il Lemma, si trova l'esponente delle quantità 4, e 9;  $\frac{2153666}{3521825}$  eguale prossimamente a  $\frac{2}{3}$ , onde le altezze dell'acqua corrente, notate al segno più discosto dallo sbocco, seguono pure la proporzione di quelle di mezzo

Per la terza osservazione	
Le altezze	Le quantità
$6\frac{1}{2}$	1.
$15\frac{1}{4}$	4
25	9

Pren-

CAP. V. Parte prima. Prendansi i quattro primi numeri  $6\frac{1}{2}$ ,  $15\frac{1}{2}$ , 1, 4, e col Lemma si averà, che l'esponente delle quantità 1 e 4 dovrà essere  $\frac{740713}{1204120}$  eguale prossimamente a  $\frac{7}{13}$ , e che meno delle altre due si accosta a  $\frac{2}{3}$ . Più si accostano i quattro ultimi numeri alla proporzione suddetta, essendochè hanno per esponente la frazione  $\frac{2146702}{3521825}$  eguale assai più da vicino a  $\frac{2}{3}$ .

XVIII.

Segue l'Autore del Libro predetto a versare a carte 116 intorno ad altra osservazione per i canali inclinati, dic' egli: Finalmente s' inclinò il canale dal suo capo aperto, dimodochè il suo fondo faceva coll' orizzonte un angolo in circa di gradi sette e mezzo. Si rifecero le cose stesse. Le altezze assolute furono tutte minori delle altezze assolute ed omologhe trovate nell' altra esperienza; imperocchè nel segno di mezzo l'acqua di 4 canne fu solo circa otto linee e mezzo, ove nel sito corrispondente dell' altra esperienza fu 18 linee  $\frac{2}{3}$ . Così tutte le altre misure furono a proporzione minori &c. Imperocchè posta l'altezza delle 4 canne le solite 250 parti, trovossi in ogni segno quello di una canna 95 parti e 430 quella di 9 canne.

XIX.

Scolio. Altezze osservate	numero delle canne
95	1
250	4
430	9

e prendendo i primi quattro numeri 95, 250, 1, 4, si trova che per esser in geometrica proporzione, devono i due ultimi 1, 4, aver l'esponente  $\frac{1050541}{1505150}$  ch'è molto vicino ad essere  $\frac{2}{3}$ . L'esponente per li ultimi quattro dovrebb' essere  $\frac{471057}{704365}$  esso pure non molto lontano dalli  $\frac{2}{3}$ , conchiude però l'Autore: Nè solo allorchè il canale sta orizzontalmente si manifestano in tale proporzione, vi corrispondono, e più tosto con maggior esattezza, ove il canale sia inclinato.

Nell'

XX.

Nell'occasione della visita generale del Pò per l'affare del Reno fattasi da i Commessarj del Pontefice, dell'Imperadore, e della Repubblica di Venezia, i Matematici Pontificj e Bolognesi per rilevare le velocità delle acque correnti, proposero uno sperimento, il risultato di cui, tratto da i Protocolli autentici di essa visita, quì si registra, per farvi poi sopra quelle riflessioni che migliori saranno riputate, onde venirsi in chiaro possibilmente di ciò che si cerca. Sotto adunque li 21 di Maggio 1721 in data della Polesella, si trovano le infrastrate osservazioni: Il dopo pranzo ad istanza de' Signori Pontifici e Bolognesi si fece nella fossa Polesella il seguente sperimento. Si prese un vaso di latta di once 10 in circa di altezza, di larghezza di 6 in 7 once, e di grossezza di once una e mezzo in circa, nella cui sponda più angusta verso la sommità del vaso è un picciol foro, di diametro minore di un punto di oncia, il qual foro si apre, tirando con un filo di ferro, una piccola lastra di ottone adattata al medesimo foro, e si chiude mediante una molla, che rallentato il filo lo restituisce al suo sito. Questo vaso ha nel piano superiore un altro foro, a cui si adatta, mediante una vite con tubo di latta di diametro di un terzo di oncia in circa, mediante il quale l'aria del vaso, comunica con l'aria esterna, e finalmente verso la base ha un altro foro, che si chiude con turacciuolo a vite, e che serve per vuotare speditamente l'acqua entrata nel vaso, e di sotto la base è impiombato, a fine che più facilmente resti immerso nell'acqua, e tutto l'istrumento si gira intorno un asse verticale di ferro, affinchè immerso nell'acqua corrente si addatti alla durazione di questa, rivolgendolo il picciol foro al di lei corso. Posto dunque questo vaso nell'acqua corrente della Fossa Polesella, in sito ove l'acqua era profonda p. 3:8:0 e immerso in modo che il centro del foro restava sotto la superficie dell'acqua once tre, per quanto si poteva conoscere; ed aperto il detto foro, si lasciò entrare in esso vaso l'acqua per il tempo di 60 vibrazioni semplici di un pendolo lungo p. 2:4:7 in circa, e pesata l'acqua raccolta nel detto tempo con una stadera ordinaria, fu ritrovata once 11  $\frac{1}{2}$  Bolognesi. Replicato poscia lo sperimento in profondità di un piede, si raccolsero nel medesimo tempo libre una once 10  $\frac{1}{2}$  di acqua. Terzo; in profondità di piedi 2  $\frac{1}{2}$  si raccolsero once 31  $\frac{1}{2}$  di acqua. Quarto; in profondità di piedi 2  $\frac{1}{2}$  l'acqua raccolta fu once 33. Quinto; in profondità di piedi 2 si ebbe-

CAP. V. Parte prima.

ro

CAP. V. Parte prima. ro once 29  $\frac{1}{2}$ . E' d'avvertire che in questi sperimenti fatti nella Fossa Polejella, l'acqua all'incontrar che faceva l'asta di ferro, e il rubo di questo strumento, sul qual rubo veniva determinata la quantità dell'immersione del foro, si alzava alquanto, e lasciava qualche equivoco nella vera quantità dell'immersione.

X X I.

Scolio. Sicchè dunque mediante questa speriienza si hanno due serie di numeri, la prima dinotante l'altezza dell'acqua, che restava sopra del foro immerso; e la seconda, che mostra la quantità dell'acqua uscita. Noi li porremo in due colonne per ordine, cominciando dalla minima immersione.

Serie delle Osservazioni.	Altezze dell'immersione ridotte in punti di oncia.	Quantità dell'acqua uscita dentro lo stesso tempo, ridotta in mezza once.
1	36	23
2	144	45
3	324	63
4	360	66
5	288	59

I quattro primi numeri, secondo il Lemma del numero XIV danno l'esponente  $\frac{6020600}{2914847}$  che vale quasi 2; e per conseguenza si dinota, che le altezze rispettive 36 e 144 sono come i quadrati delle quantità 23 e 45, ovvero, il che è lo stesso, che le quantità, o le velocità stanno in ragione dimezzata delle rispettive altezze. L'esponente della terza e quarta osservazione è  $\frac{457575}{2020341}$  cioè questo parimenti quasi 2; onde appare, che da tale sperimento si dovesse concludere, che le quantità delle acque uscite dal fiume e ricevute dal foro nella fiasca stiano in ragione delle radici quadrate delle rispettive altezze, abbenchè l'acqua in cui fu fatta la speriienza si movesse anche in superficie, e con moto assai concitato, come da me stesso, ch'ero presente, fu veduto e considerato.

Segue

X X I I.

Segue l'osservazione riferita nel Protocollo sotto il medesimo giorno. Lo stesso sperimento si fece nel Pò vicino alla ripa sinistra di esso, poco sotto all'Osteria, essendo ivi l'acqua profonda p. 5:6:0; e parimente stando il foro immerso sotto alla superficie dell'acqua once tre, si raccolsero nel detto tempo di 60 vibrazioni dello stesso pendolo once 10 di peso, e rifatta la medesima speriienza altra volta si raccolsero once 12  $\frac{1}{2}$ . Secondo; in profondità di piedi uno si ebbero once 23  $\frac{1}{2}$  di acqua. Terzo; in profondità di piedi 2  $\frac{1}{4}$ , si trovarono di acqua once 31  $\frac{1}{2}$ . Quarto; in profondità di piedi 2  $\frac{1}{2}$  si raccolsero once 33. Quinto; in profondità di piedi 2 si raccolsero once 30. Sesto; in profondità di piedi 4 si ebbero once 41; e finalmente replicato quest'ultimo sperimento si ebbero once 42.

CAP. V. Parte prima.

X X I I I.

Scolio. Ridotte però in serie le dette osservazioni sono le seguenti:

Numero delle osservazioni.	Altezze delle immersioni.	Quantità dell'acqua uscita in mezza once.
1	36	20 ovvero 24
2	144	47
3	324	63
4	360	66
5	288	60
6	576	82 ovvero 84

Per il Lemma si trova che ne' primi quattro numeri 36, 144, 24, 47, li due ultimi 24, 47 devono avere per esponente  $\frac{6020600}{2918867}$  quantità assai vicina al 2; ben più lontana di questo farebbe, se in vece del 24 si avesse preso il 20, che rappresenta il peso rilevato nella prima osservazione. Prendendo poi i numeri della 4 e 6 osservazione 360, 576, 66 e 84, si trova che l'esponente di questi due ultimi per essere in proporzione geometrica, dev'essere  $\frac{1020600}{523677}$  ch'è assai prossimo al binario.

N

Seguo-



X X I V.

CAP. V. Parte prima. Seguono le osservazioni della detta Visita. Parimenti si fecero li stessi sperimenti nell'acqua stagnante di un Tino, in cui era alta piedi 4 in circa, ed essendo immerso il centro del foro once 3 sotto la superficie dell'acqua, si raccolsero in 60 vibrazioni dello stesso pendolo once 11 di acqua. Secondo, in profondità di un piede si ebbero once 23  $\frac{1}{2}$ . Terzo, in profondità di piedi 2  $\frac{1}{2}$  si raccolsero once 32  $\frac{1}{2}$  di acqua. Quarto, in profondità di once 24 si ebbero once 30  $\frac{1}{2}$ . Quinto, in profondità di once 2  $\frac{1}{2}$  si trovarono once 34.

X X V.

Serie delle osservazioni.	Altezze delle immersioni in punti d'oncia	Quantità dell'acqua uscita in mezze once.
1	36	22
2	144	47
3	324	65
4	288	61
5	360	68

Non vi è che da vedere i numeri di questa serie, e paragonarli con i rispettivi ed analoghi delle serie precedenti per intendere, che ancor questi seguono le stesse proporzioni, offendo quasi gli stessi affatto. Egli è per altro un fenomeno assai curioso, quello ch'è accaduto in queste sperienze, cioè l'averfi la stessa quantità di acqua e nella Fossa Polesella, e nel Pò, quando quella della Polesella era visibilmente più veloce di quella del Pò; e ciò che ancor maggior meraviglia reca si è, come la stessa quantità di acqua si ritragga ancora quando l'acqua è stagnante, allorchè il centro del foro resta immerso a pari altezza, come nell'acqua corrente, e pure non che le acque della Polesella e del Pò sotto della superficie, ma quella della stessa superficie correvano con un moto insigne. La cagione più probabile di questo fenomeno si accennerà al numero XVI della Parte seconda di questo Capitolo; in tanto si dà il rimanente della sperienza.

X X V I.

Si ebbe in oltre la curiosità di porre il centro del foro di detto vaso a fior di acqua nella prenominata Fossa Polesella per quanto fu

fu permesso dall'ondeggiamento e dalla resistenza dell'acqua corrente, e si offerò che vi entravano poche gocce in esso vaso nel tempo delle 60 solite vibrazioni, onde non si determinò il peso di esse gocce per esser giudicato insensibile. Posto però il medesimo vaso nell'acqua stagnante col centro del foro corrispondente alla superficie dell'acqua, e lasciato immerso, durante le solite 60 vibrazioni non entrò acqua nel medesimo vaso. Il celebre Padre Abate Grandi allo Scolio della Proposizione 46 del Trattato del movimento dell'acque, dopo aver considerate le cause de' varj fenomeni accaduti nel raccogliersi di quest'acqua, conchiude con la solita sua ingenuità, di non aver voluto far fondamento sopra tali sperienze, abbenchè da lui stesso, e da me pure vedute ed attentamente osservate in ordine allo stabilire la teoria della proporzione delle velocità in varie altezze dell'acqua corrente, ma di averle volute dedurre da principj generali delle acque. Anche il chiarissimo Sig. Manfredi, che pur si trovò presente alle suddette sperienze, nelle Annotazioni pubblicate ultimamente sopra la Natura de' fiumi del Guglielmini all'Annotazione XII del Capo VII pag. 231 parlando della Fiasca idrometrica del fu Dottor Nadi, con la quale furono fatti i detti sperimenti, conclude dopo di aver esposto il modo, con cui furono raccolte le varie quantità dell'acqua entrata pel foro: imperocchè intendendosi di cercare per simili esperienze le velocità attuali dell'acqua, cioè quelle che hanno le parti di essa in virtù della forza che le produce, modificata dalle resistenze degli ostacoli, quando all'acqua si presenta il foro, per cui si fa sgorgare liberamente nel vaso, le si toglie ogni ostacolo, e le si lascia concepire di nuovo quella velocità, che le può dare la forza movente (sia la pressione, sia la discesa) senza alcuna resistenza, e perciò fuori del caso di poterfi ottenere l'attuale velocità dell'acqua del fiume secondo le diverse altezze, a norma di ciò che si voleva ritrovare.

CAP. V. Parte prima.

## CAPITOLO QUINTO, PARTE SECONDA.

*Delle velocità delle acque correnti, esaminate con  
la palla a pendolo.*

### I.

**E**SSENDO stato indicato dal Castelli prima, e poi dal Guglielmini alla Proposizione IX. *Aquarum fluenrium mensura*, che per indagare le velocità ne' fiumi potesse esser utile mezzo un pendolo, purchè la palla di questo fosse di natura di maggior specifica gravità dell'acqua, in cui si ha da immergere, non però, che tanto l'eccedesse nella detta specifica gravità, che riuscisse troppo resistente a gli urti dell'acqua, consistendo tutta l'osservazione nel notare a quanti gradi la palla resti deviata dal perpendicolo, cosa che facilmente si ottiene mediante un semicircolo, o quadrante, o altro strumento equivalente diviso in gradi. Lo stesso modo pure d'indagare la velocità viene insegnato dall'Ermanno nella *Foronomia*, ove tratta delle acque correnti; che però si è procurato di ridurre all'atto l'idea, facendosi lo sperimento in varj luoghi del Pò, e di altri fiumi e con varie lunghezze di pendolo, e con varie immersioni di questo, ed abbenchè non si abbia ancora ottenuto quella precisione, che si desiderarebbe onde fissarsi le deviazioni ad una certa legge, nientedimeno la ricerca è gita tanto innanzi da potersene per ora contentare in una sì difficile materia. Ciò che per lo più mi è accaduto di osservare in tal proposito si è, che eguali crescimenti d'immersione danno nelle stesse lunghezze di pendolo eguali aumenti degli archi di deviazione, o ch'è lo stesso, crescendo le immersioni aritmeticamente, crescono pure aritmeticamente gli archi, ma però con differenze fra le immersioni, e gli archi affatto inconstanti, e diverse. Con un pendolo di lunghezza di piedi 6 di Ferrara, si è trovato, che immergendolo successivamente un piede per volta, gli archi andavano crescendo sino ad avere 9 gradi di differenza, qualche volta 7, 5 ed alcuna fiata anche con soli 3 in 4 gradi di differenza, e si è osservato, che il massimo an-

golo

golo di deviazione in tale lunghezza di pendolo arrivò a gradi 68: ma di ciò più diffusamente al numero XI. di questo. CAP.  
V.

Parte II.

### II.

*Lemma.* Per rilevare la ragione delle dette velocità col fondamento delle osservazioni de' pendoli sopradetti, conviene prima di ogni altra cosa dimostrare una proposizione di Statica, il che anco fece l'Ermanno, cioè: *Che le velocità delle acque correnti per gli alvei inclinati siano in ragione sudduplicata diretta del seno del complemento della distrazione del pendolo, e della tangente dell'angolo della medesima distrazione, e reciproca della differenza del seno del complemento della stessa distrazione col seno dell'angolo della inclinazione dell'alveo all'orizzonte.* Sia l'orizzontale GD, e GC sia l'inclinazione del fondo del fiume con l'orizzonte, AG una perpendicolare al medesimo orizzonte, ed AB il filo, a cui è raccomandata la palla B di materia un po più grave di altrettanta mole di acqua; NB è una parallela al fondo, e rappresenta un filo di acqua, che urta e tiene sospesa la palla. Sia BF parallela alla AG; PB parallela ad AE; ed il quarto di cerchio GBE passi per lo centro della palla B. L'angolo GDA è eguale all'angolo della inclinazione del piano BAF; l'angolo ADG è eguale agli angoli DGC, DCG, e perciò l'angolo DCG è eguale alla differenza degli angoli ADG e DGC, ovvero BAF e DGC, e per la Trigonometria farà il seno della differenza di questi angoli a DG come il seno dell'angolo GDC a GC, e per tanto

$$GC = \frac{DG \times S. GDC}{S. BAF - DGC} \quad (S \text{ significa seno})$$

ma DG è la tangente dell'angolo GAD, e l'angolo GDC è il complemento dell'angolo ADG, ovvero BAF, adunque farà  $GC = \frac{S. BAF \times Tang. GAD}{S. BAF - DGC}$  di più GC

vale la forza dell'impressione fatta dall'acqua contro della palla B, essendochè risolvendo le azioni di questo grave così sospeso per resistere a gl'impeti dell'acqua, faranno le due AG, GC quelle ch'esprimeranno la risoluzione del moto, delle quali AG potendo dinotare la gravità assoluta della palla, che agisce nella linea perpendicolare, la GC dinoterà la forza, con cui il peso è sostenuto fuori della detta perpendicolare, supponendo sempre, che il filamento NB sia parallelo a GC, che rappresenta la direzione del fondo del fiume. Perchè poi le impressioni sono come i quadrati della velocità, secondo il sentimento di accreditatissimi Statisti, adun-

TAV.  
II.  
Figura 4.

CAP. V. adunque le velocità faranno come  $\sqrt{\frac{S.BAF \times Tang. GAD}{S.BAF - DGC}}$ ; il che Parte II. era da dimostrarfi.

## III.

*Corollario.* Se l'alveo del fiume, o la superficie di questo fosse orizzontale, in tal caso divenendo l'angolo  $DGC = 0$  sarebbe la velocità  $= \sqrt{Tang. GAD}$ ; vale a dire nella ragione dimezzata della Tangente dell'angolo d'inclinazione, il che si dimostra anco nel modo che segue. Nel quadrante  $AGD$  sia la palla  $B$  tenuta sospesa dalla forza dell'acqua  $CB$  in  $B$ . Se sarà esposto il peso assoluto di essa palla per  $AG = AB = BF$ , e la forza dell'acqua per il sito  $B$  con la  $CB$ ; sia poi prodotta  $AB$  fino che tagli la tangente  $GO$  nel punto  $O$ ; sia pur condotta  $CF$ , e la tangente  $BE$ , che sarà perpendicolare alla  $CF$ : Per i simili triangoli  $AMB$ ,  $BEF$  farà il peso assoluto  $BF$  risolto ne i due  $BE$ ,  $EF$ , e farà  $BE$  il peso relativo, con cui la palla vuol discendere; dicasi  $CB$  forza assoluta dell'acqua  $= f$ , farà per i triangoli simili  $AGO$ ,  $CEB$ ,  $CB = GO$ ; dunque essendo  $f = muu$ , cioè la forza come la massa nel quadrato della velocità, ed essendo data e costante  $m$ , farà  $f = uu = GO$ , dunque  $u = \sqrt{GO}$ ; il che ec. E' manifesto che  $CE$  dinota la forza dell'acqua per far tendere il filo  $AB$ , come  $EF$  rappresenta la resistenza del medesimo, riportata al peso, che lo tende.

## IV.

*Scolio.* Il Guglielmini alla Prop. IX. del Libro *Aquarum fluviorum mensura*, stabilisce questa velocità in ragione delle tangenti del medesimo angolo, esprimendosi: *Quare si superficies aquæ vel nullo modo, vel insensibiliter sit ad horizontem inclinata, quam proportionem habebunt tangentes angulorum inclinationis, eandem habebunt & velocitates.* Ciò nasce per aver egli stabilito come principio; Che le potenze sieno come le tangenti degli angoli d'inclinazione, quando che, rappresentandosi per esse potenze le velocità, e per le tangenti le impressioni dell'acqua, stiano i quadrati di quelle come queste, secondo i più veri principj della Statica, almeno per quanto sono io persuaso, documentato da molte osservazioni ed esperienze, ed assicurato da raziocinii de' più celebri Matematici del passato, e del presente secolo. Lo stesso Sig. Manfredi nelle *Annotazioni* al Libro della natura de' fiumi *Annotazione XII.* stabilisce almeno ne' fiumi insensibilmente decli-

declinanti col loro fondo dall'orizzontale, che le tangenti degli angoli delle deviazioni dal perpendicolo debbano stare fra loro, come i quadrati delle velocità dell'acqua.

CAP. V. Parte II.

## V.

Per ridurre al concreto quanto si è dedotto in ordine a rilevarfi le velocità col mezzo delle palle sospese da fili, sia il fondo del fiume, o una linea a questo parallela, o orizzontale, o insensibilmente inclinata all'orizzonte  $BS$ ; La superficie della di lui acqua corrente sia  $\phi Y$ , ed  $A$  sia il centro del moto del pendolo, che sopra è descritto; La lunghezza del filo sia  $AB$ , e questa non oltrepassi l'altezza  $\phi B$ , è chiaro, che in questo sito non si potrà già egli fermare a cagione del corso dell'acqua, che si suppone diretto da  $B$  verso  $S$ ; tenuto però fisso in  $A$  dovrà ascendere la palla fino v.g. in  $C$ ; descrivendo con questo moto l'arco di circolo  $BC$ . Sia da questo punto  $C$  condotto il seno retto  $KC$  dell'angolo di questa deviazione, che si produchi verso  $Q$ , facendo  $QK = u = \sqrt{BS}$  per il numero II e III di questo, vale a dire, eguale alla dimezzata della tangente di questo medesimo angolo, ch'è la  $BS$ ; farà  $Q$  un punto alla curva della velocità ricercata. S'innalzi poi  $AV$  il pendolo per la seconda osservazione, e stante l'impressione dell'acqua, descrivi in questo sito l'arco  $1HIO$ ; dal punto  $IO$  si conduchi il seno retto  $IOI\gamma$ , e si produchi fino in  $R$ , cosicchè  $IRI\gamma$  sia come la dimezzata della rispettiva tangente dell'angolo di deviazione  $BIG$ , il che si otterrà col condurre  $IOIC$  parallela ad  $AB$ , fino che tagli l'arco  $BC$  in  $IC$  (e così degli altri punti  $2C$ ,  $3C$ ,  $4C$ ,  $5C$ ,  $6C$ ) e farà il punto  $IR$  un altro punto della curva delle velocità, rispondente a questa seconda stazione. Dipoi s'innalzi il centro del moto del pendolo successivamente in  $2V$ ,  $3V$ ,  $4V$  ec. e l'impressione dell'acqua faccia salire la palla per gli archi  $2H_2O$ ,  $3H_3O$ ,  $4H_4O$ , da tutti i quali punti  $2O$ ,  $3O$ ,  $4O$  si conduchino pure i rispettivi seni retti  $2O2\gamma$ ,  $3O3\gamma$ ,  $4O4\gamma$ , e si produchino in  $2R$ ,  $3R$ ,  $4R$ , cosicchè queste linee stiano rispettivamente in dimezzata delle tangenti prese, come sopra  $B_2G$ ,  $B_3G$ ,  $B_4G$ , e faranno per le cose dette, tutti i punti  $R$  alla medesima curva delle velocità per i fiumi orizzontali. La costruzione della qual curva, e proprietà di essa saranno registrate ne' numeri seguenti.

TAV. II. Figura 6.

CAP.

## VI.

V. *Scolio*. Sopra di che è da notarsi, che abbenchè la palla comandata al filo in A sia tenuta in tanta lunghezza di questo, da poter anche arrivare al fondo B del fiume, ciò non ostante, venendo ella dal corso dell'acqua spinta fino in C, nel caso cioè della prima stazione, o sia nella massima di lei immersione, è trattenuta da una costante forza a quell'altezza. Nasce questa forza dall'azione de' filamenti dell'acqua KC, che insieme formano un cilindro, il di cui diametro è quello appunto della palla, e dopo ch'è posta in equilibrio nulla vi contribuiscono gli altri filamenti posti fra K ed il fondo B, che però non si potrà con un dato e costante peso di palla in una sola osservazione, misurare le velocità dell'acqua sotto del detto punto K per tutta l'altezza KB. Egli è ben vero, che rilevata la natura della curva delle velocità QR 2R 3R ec. si potrà continuarla dall'una e l'altra parte quanto occorrerà, e che per conseguenza si potranno determinare ancora le velocità competenti allo spazio fra K e B, supposto sempre che non si variino le circostanze, e che le resistenze del fondo non entrino ad alterare le leggi di dette velocità vicino al fondo.

## VII.

Per averfi la natura di questa curva delle velocità si chiami  $AB = 1V1O = 2V2O = 3V3O$  ec.  $= a$ ,  $BK = x$ ,  $KC = y$ ,  $BG = t$ , farà per le tangenti del circolo  $t = \frac{a\sqrt{2ax-xx}}{a-x}$ ,  $QK = u$ . Perchè dunque  $u = \sqrt{BG} = \frac{\sqrt{ax}\sqrt{2ax-xx}}{a-x}$  farà l'equazione  $a^4u^4 - 2au^4x + u^4xx = 2a^3x - aaxx$ , onde la curva ricercata farà una specie d'iperboloide, che averà per asintoto una perpendicolare, che s'innalzerà sopra un punto dell'asse AB, e farà quello, per cui passerà il seno tutto del quarto di circolo, che descriverebbe la palla, se per impossibile la forza dell'acqua, posto il centro del moto sotto A, cioè sotto alla superficie dell'acqua v. g. in 4H, fosse capace di tenerla sospesa col suo filo nel sito orizzontale: il detto asintoto dunque sarebbe 4HQM, e taglierebbe la curva fra Q ed IR, e dipoi, prodotto che fosse indefinitamente, si avvicingerebbe sempre alla curva QN senza mai toccarla; essa curva farà una specie di *anguinea*, le di cui ordinate saranno sempre in ra-

gio-

gione composta dimezzata diretta del seno corrispondente, e della lunghezza del pendolo, e reciproca della subquadruplicata della differenza de' quadrati della medesima lunghezza del pendolo, e del medesimo seno corrispondente. Le dette ordinate dovendosi porre con intervalli crescenti secondo una data ragione, secondo il variar delle immersioni del pendolo, si dovrà pur diversificare la specie della curva delle velocità, onde per servirfene nel caso delle osservazioni sopra di qualche fiume, basterà poterla descrivere per punti, a misura della varietà di esse osservazioni, secondo i varj angoli della deviazione, che compariranno nella diversa immersione.

## VIII.

*Corollario*. E perchè  $\frac{\sqrt{a}\sqrt{2ax-xx}}{a-x} = \frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{\sqrt{aa-yy}}} = u$  se  $y = a$ , cioè se la forza tenesse la palla sospesa orizzontalmente, diverrebbe l'espressione  $\frac{\sqrt{aa}}{0} = u = \infty$ , cioè a dire, che vi abbisognerebbe di una forza infinita per tenerla in tal positura sospesa; e se  $y = 0$ , cioè allor quando la velocità fosse nulla, si cangerebbe la formula in  $\frac{0}{\sqrt{\sqrt{aa}}} = u = 0$ , e perciò in tal supposizione di niuna forza abbisognerebbe, ed in tal caso la curva di queste velocità comincierebbe nell'asse AT.

## IX.

Sia la superficie del fiume la  $\phi Y$ , la quale, secondo le osservazioni, correndo con moto più tardo degli altri strati di acqua più verso del fondo, come farebbe in grazia di esempio de' strati, che passano per 4 $\gamma$ , 3 $\gamma$ , 2 $\gamma$  ec. ne deriva, che se verrà concepito, che l'acqua continuasse in altezza viva verso T, dovesse finalmente arrivare ad un punto 1V, ovvero 2V, 3V ec. in cui l'acqua niente si movesse, e ciò accaderebbe ogni qualvolta il moto di essa si faccia col mezzo della pressione, o pure, ch'è lo stesso, l'altezza  $\phi 1V$  equivalerebbe alla differenza, che correrebbe fra l'altezza della conserva, che somministrasse nel suo principio l'acqua al fiume, e la data superficie corrente, come ordinariamente viene supposto dagli Idrometri. Cercando dunque le espressioni analitiche di queste altezze, e paragonandole con le rispettive ordinate R $\gamma$ , si averà la ragione, che correrà fra esse altezze e le velocità, ch'è

O

la

CAP.

V.

Parte II.



CAP. V. la solita e necessaria ricerca di chi maneggia la dottrina delle acque. Se noi fossimo contenti di far il paragone fra le velocità, e le rispettive altezze vive dell'acqua, che terminano in  $\phi$ , avremmo una falsa analogia, essendochè se muovesi l'acqua della superficie, egli è segno evidente, che un'altra forza stia sopra di quella, e così successivamente fino alla quiete: ecco l'idea generale per averci le altezze comprese fra il seno retto della deviazione, allorchè la palla è nella massima sua immersione, ed il punto della quiete, di cui si è parlato. Dicasi il numero de' gradi della massima deviazione del pendolo  $n$ , la differenza de' gradi per ogni nuova immersione chiamisi  $p$ ; sia  $q$  eguale alla differenza fra la massima e la minima immersione, farà  $\frac{n}{p}$  la parte da aggiungersi al seno del complemento dell'angolo di deviazione, che si dinoterà per  $m$ , e la quantità  $\frac{n}{p}$  farà espressa nelle parti del raggio, o del pendolo, che per maggior facilità si può intender diviso in sei parti eguali, farà dunque  $AK + AT - TIV (= AB)$ , avvertendo, che  $AK$  diventerà successivamente  $1\gamma 1V$ ,  $2\gamma 2V$ ,  $3\gamma 3V$  ec.  $m + \frac{n}{p} - a$  per il punto  $K$ , e per gl' altri casi, essendo  $AK$ ,  $m - q$  farà per conseguenza la ricercata altezza per tutte le positure  $m - q + \frac{n}{p} - a$ , e la ragione della velocità all'altezza sarà come  $\frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{aa - yy}}$  ad  $m + \frac{n}{p} - q - a$  potendo  $b$  esser qualunque numero intero o rotto da determinarsi da' fenomeni.

X.

*Scolio.* Indicato, come si disse, dal Castelli, dal Guglielmini, e dall'Ermanno questo modo di rintracciar la ragione delle velocità ne' fiumi, in certa occasione che io ebbi fino dall'anno 1717, feci nel Po i più esatti sperimenti, che mi fu permesso: Avendo dunque preparato una palla di legno, di grossezza di once una e mezzo in circa, nella quale era anco stato infuso in una cavità, ch'era fatta dentro di essa, del piombo liquefatto; questa palla veniva poi raccomandata al centro d'uno strumento graduato col mezzo di un filo di seta, indi servendosi di un picciolo pendolo raccomandato al medesimo centro, tenevasi disposto a piombo il piano dello strumento, e sempre diretto parallelo al corso del fiume, di modo che la palla portata dal corso dell'acqua si veniva a dispor-

TAV. II. Fig. 6.

re al suo equilibrio, ed il filo, a cui era raccomandata, marcava con sufficiente precisione gli angoli della deviazione; quello che potei osservare nelle tante esperienze fatte in detta visita fu, che abbassando il centro del moto con dati ed eguali intervalli, ed immergendosi però per altrettanto spazio la palla, gli archi descritti dalla medesima andavano crescendo con eguali incrementi. Si noteranno nella seguente Tavola fedelmente tutte le osservazioni allora fattesi, con tutte le circostanze di lunghezza di pendolo, e di altezza dell'acqua, sopra i cui praticavansi gli sperimenti, attribuendosi qualche differenza degli accrescimenti degli archi alla difficoltà, che d'ordinario accompagna le osservazioni. Saranno posti nell'ultima colonna i gradi corretti de' medesimi archi.

XI.

Tavola delle osservazioni per le velocità.

Luoghi delle osservazioni	Altezze vive delle Sezioni.	Lunghezze del pendolo fino al centro della palla.	Varie immersioni della palla sotto la superficie dell'acqua.	Gradi corrispondenti secondo le varie immersioni.	Gradi corrispondenti corretti.
A Crespino li 12. Maggio 1717.	p. 24.	p. 6	5	68	70
			4	60	60
			3	50	50
			2	40	40
ivi lo stesso giorno	p. 26.	p. 6	5	66	66
			4	57	57
			3	48	48
			2	40	39
Dirimpetto la Chiavica di Raccano. 14. detto.	p. 33. 7.	p. 6	5	64	64
			4	56	56
			3	48	48
			2	40	40
Nel Pò delle Fornaci sotto le Papozze. 12. detto.		p. 6	5	64	64
			4	56	56
			3	48	48
			2	40	40
Dirimpetto la Chiavica di Raccano. 14. detto.	p. 19. 5.	p. 6	5	57	59
			4	50	50
			3	41	41
			2	32	32
ivi lo stesso giorno.	p. 14. 1.	p. 6	5	51	50
			4	46	45
			3	40	40
			2	35	35

Segue la  
Tavola  
ante-  
posta.

CAP.  
V.  
Parte II.

Po di Ariano alla Casa Gi- lioli. 12. Maggio 1717	p. 8. 8. 8.	p. 6	5 4 3 2	47 42 36 26	48 42 36 30
ivi lo stes- so giorno	p. 9. 5. 11.	p. 6	5 4 3 2	47 42 36 26	47 41 35 29
Crespino 12. detto.	p. 10. 7. 3.	p. 6	5 4 3 2	46 41 34 28	46 40 34 28
Po di Ariano alla Casa Gi- lioli. 12. det- to.	p. 9. 7. 7.	p. 6	5 4 3 2	45 40 35 28	45 40 35 30
ivi lo stesso giorno	p. 8. 0. 3.	p. 6	5 4 3 2	41 37 34 29	41 37 33 29
Papozze li 9 detto	p. 27. 3. 9.	p. 6	5 4 3 2	35 30 25 20	35 30 25 20
Po di Ariano alla Torre Panfilia.	p. 10.	p. 6	5 4 3 2	33 27 23 18	33 28 23 18
Papozze 9. detto.	p. 18. 4. 9.	p. 6	5 4 3 2	30 25 20 17	30 25 20 15
ivi li 9. detto.	p. 12. 9. 10.	p. 6	5 4 3 2	23 20 18 15	24 21 18 15
		p. 6	5 4 3 2	15 12 9 6	15 12 9 6
		p. 6	5 4 3 2	5 4 3 2	5 4 3 2

Rima-

XII.

CAP.  
V.  
Parte II.

Rimane da supputare la ragione delle velocità rispetto alle corrispondenti altezze, in qual proporzione cioè stia  $R\gamma$  a  $\gamma IV$ , il che si ricaverà dalla formola posta al num. IX. di questo, ch'è

$\frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{aa-yy}}$  a  $m + \frac{n}{p} - q - a$ , e prendendo a considerare la massi-  
ma e la minima deviazione di ciascheduna osservazione, ser-  
vendosi delle intermedie per rilevare con qual differenza pro-  
grediscono gli archi, onde averli il punto di quiete  $IV$  ec. Si è  
dunque calcolata la seguente Tavola, in cui la prima colonna  
contiene gli archi massimo e minimo di deviazione; La secon-  
da le velocità; La terza le rispettive altezze; La quarta l'es-  
ponente delle medesime altezze, ricavato mediante il Lemma  
del numero XIV. della prima Parte di questo Capitolo, onde  
poi restano, secondo il medesimo esponente, proporzionali le  
altezze, e le dette velocità; La quinta colonna contiene prossi-  
mamente in numeri rotondi il detto esponente; e la sesta fi-  
nalmente esprime i gradi compresi secondo le diverse propor-  
zioni, che ne emergono.

Segue la Tavola.

Gra-

CAP.  
V.  
Parte II.

Gradi di deviazione.	Velocità corrispondenti.	Altezze razionali corrispondenti.	Frazioni, che esprimono l'esponente dell'altezze.	Numeri prossimi di esse Frazioni.	Gradi compresi secondo le diverse proporzioni.
70 40	524 289	50866 43246	$\frac{2574276}{704907}$	$\frac{7}{2}$	dal 70 al 66
66 39	474 285	62891 49921	$\frac{2214452}{1003070}$	$\frac{2}{1}$	dal 66
64 40	452 289	77172 59912	$\frac{1939320}{1099492}$	$\frac{2}{1}$	al 60
60 36	416 269	74999 55879	$\frac{1885789}{1278247}$	$\frac{3}{2}$	dal 60
59 32	399 250	60751 44041	$\frac{2026446}{1396990}$	$\frac{3}{2}$	al 50
50 35	345 264	130944 98564	$\frac{1153953}{1232389}$	$\frac{1}{1}$	dal 50
48 30	333 240	100242 69922	$\frac{1419536}{1562663}$	$\frac{1}{1}$	
47 29	328 236	115420 84670	$\frac{1430901}{1444762}$	$\frac{1}{1}$	
46 28	317 230	97246 66056	$\frac{2093319}{2144821}$	$\frac{1}{1}$	
45 30	316 240	120710 86590	$\frac{1190830}{1442396}$	$\frac{1}{1}$	al 41
41 29	295 239	146280 108280	$\frac{910965}{1307201}$	$\frac{2}{3}$	dal 41
40 27	289 216	109912 73952	$\frac{1275739}{1720595}$	$\frac{2}{3}$	
35 20	264 191	98566 60626	$\frac{1420856}{2110848}$	$\frac{2}{3}$	
33 18	255 180	93849 55099	$\frac{1503871}{2313152}$	$\frac{2}{3}$	
30 15	240 164	86590 46580	$\frac{1667020}{2692682}$	$\frac{2}{3}$	al 24
24 15	211 164	124672 79912	$\frac{1102689}{1929169}$	$\frac{1}{2}$	dal 24
15 6	164 103	79912 32954	$\frac{2032526}{3847457}$	$\frac{1}{2}$	
5 2	93 59	82954 33274	$\frac{1994330}{3967636}$	$\frac{1}{2}$	al 2

## XIII.

CAP.  
V.

Parte II.

Sia da rintracciarsi mediante la palla sospesa ad un quadrante, come si è esposto ne' numeri superiori, lo spazio percorso dall'acqua in qualunque dato tempo. Si prenda con la maggiore possibile esattezza in una data profondità di acqua corrente l'angolo di deviazione del pendolo, avvertendo che resti profondato sotto la superficie del fiume il meno che sia possibile, di poi con un esatto orologio alla mano, posto prima un galleggiante nel filone del fiume, nel fito della prima osservazione, si noti dentro un dato tempo il viaggio che farà esso galleggiante, ed in grazia di esempio abbia fatto in un'ora miglia due, il che si potrà raccogliere dal tempo consumato nel fare 200 passi, o qual altro numero de' medesimi si vorrà, senza aver la pena di accompagnarlo per tutto lo spazio de' due miglia; in ragione dunque di mille passi geometrici per miglio, faranno per li due miglia once 120000, che diremo  $s$ ; L'angolo della deviazione sia FAE di gradi 20, il di cui seno retto DG, ed il seno tutto AF o AG, onde si deduce, che dove l'acqua ha forza di spinger oltre il galleggiante per lo spazio  $s$ , la palla si discosta dalla perpendicolare in quella data altezza per gradi 20. Sia ora o nel medesimo o in altro fiume da rilevare per un altro dato angolo di deviazione FAG quanto cammino faccia l'acqua, dico che questo farà sempre in ragion composta della diretta del primo spazio  $s$ , e dimezzata della tangente Fe di questo ultimo angolo di deviazione, e reciproca pur dimezzata della tangente FE dell'angolo di deviazione della prima osservazione radicale in parità di tempi: imperocchè le velocità de' fiumi per il numero V. di questa seconda Parte sono in ragione dimezzata delle tangenti degli angoli di deviazione, e per esser ne' fiumi (come si dirà a suo luogo) equabile il moto loro progressivo, faranno i spazj percorsi, come le velocità, onde la velocità radicale della prima osservazione allo spazio percorso, farà come la velocità dell'ultima osservazione allo spazio, che si ricerca, o pure la dimezzata della tangente Fe al ricercato spazio; che però questo farà in ragione composta della diretta dello spazio  $s$ , e della dimezzata di Fe, ed inversa pur dimezzata di FE, come si è detto.

## XIV.

*Scolio.* Riduciamo la cosa all'esempio, supponendo la deviazione del pendolo nella seconda osservazione esser di gradi 55. Per i trian-

TAV.  
II.  
Fig. 7.

CAP. i triangoli simili ADG, AFE farà come la secante AE al raggio V. AF, così AF=AG al seno del complemento AD, che però AD Parte II. farà ( fatto il calcolo ) eguale a parti 95300 delle 100000, in cui s'intende diviso il raggio, e per la medesima ragione Ad farà di quelle parti 58170. Sarà parimenti come questo seno del complemento al seno retto DG, così il raggio alla tangente FE, onde pel primo caso farà FE eguale a parti 36410, e la Fe=142700, e la radice di FE farà 191 in circa, e quella di Fe, 378, quindi lo spazio ricercato farà  $\frac{120000 \times 378}{191} =$  a passi 3960, onde l'acqua

in questo secondo stato camminerrebbe in un'ora quasi il doppio della prima; dovendosi avvertire, che se l'esperimento si farà nel medesimo fiume, lo spazio che si ritroverà, competerà a que' filamenti di acqua, che risponderanno al sito sotto della superficie, ove si troverà la palla; e se lo sperimento si praticherà in altro fiume, si dovrà pure aver riguardo al detto sito, o veramente procurare, che la palla stia il più che sia possibile vicina alla superficie, senza però che mai resti nell'orizzonte di questa.

X V.

Scolio II. Dovendosi nel fatto de' fiumi concretare qualche cosa di positivo in tanta varietà di osservazioni, che si sono riportate in riguardo delle velocità, non si tralascierà di avvertire, quanto in tal proposito si reputa più conforme al vero. Credè il Castelli esser le velocità delle acque correnti nella semplice ragione delle rispettive altezze, ma la di lui speriienza riferita da noi puntualmente al numero II. della prima Parte di questo Capitolo, viene riputata dalla maggior parte de' Idrometri, come mancante della necessaria esattezza; anzi l' Autor Modanese, di cui abbiamo fatta menzione, avendo rifatta la stessa speriienza con qualche variazione però delle circostanze, come si è notato al num. XVI e seguenti della detta prima Parte, non ritrovò in fatti, quanto aveva dedotto il Castelli, ben rilevò dalle sue osservazioni, che le altezze dell'acqua corrente stessero fra di loro nella duplicata subtriplicata della quantità dell'acqua, e per conseguenza, che le velocità siano come le radici quadrate delle rispettive altezze, essendochè le quantità dell'acqua stanno fra di loro come le altezze e le velocità, considerandosi la larghezza della sezione, come data e costante. Sopra questo particolare nientedimeno quando lo sperimento del Barattieri riferito al numero

mero VIII: della stessa prima Parte sia stato praticato con le dovute cautele, potrebbe molto contribuire per farci accostare al vero, essendo ella stata una osservazione reale fatta in un condotto con un Regolatore, dove gli speriamenti del Castelli, e dell' Anonimo Modanese sono stati eseguiti in piccioli canali. Il maggior scrupolo che io avessi nell' osservazione di esso Barattieri sarebbe il sapere se in fatti egli lasciasse, che le acque si bilanciassero nel condotto, ridotto che l'ebbe alla piena, come era ben necessario per rettamente dedurre gli effetti dello sperimento, e se osservasse nel medesimo condotto inferiormente al Regolatore, l'acqua scemata, e cresciuta di altezza viva, senza le quali avvertenze non può concludere la di lui speriienza, come che supporrebbe senza fondamento alcuno, che tutta l'acqua, che passava pel Regolatore avanti che fosse chiuso, passasse ancora dopo esserne stata chiusa la metà, il che, come si è detto, dipende dall'aver osservato, se nel canale sotto del Regolatore veniva alterata l'altezza dell'acqua, giacchè probabilmente per ridursi a scaricare la medesima quantità, doveva superiormente stare per qualche spazio di tempo sul crescere; con tutto ciò può darsi, che abbia egli fatte tutte le opportune diligenze, abbenchè non le abbia registrate nel suo Libro; il che supposto, concluderebbe la di lui osservazione, che le altezze dell'acqua fossero in dimezzata delle rispettive quantità dell'acqua, che passa per una data sezione. Ciò che merita del riflesso intorno allo stabilimento della legge delle velocità in riguardo alle altezze si è quel tanto, che viene registrato nella Raccolta di Bologna, come si è considerato al num. X. della prima Parte di questo Capitolo, mentre quelle osservazioni furono fatte con l'assistenza di celebri Matematici, fra quali il Cassini; restando pur anche avvalorata la probabilità della proposizione dall'uso, che ne fece il Montanari in tutti i suoi calcoli delle acque, come si è notato al numero stesso, sapendosi che questo chiarissimo Matematico aveva in uso di non servirsi delle nude ipotesi, ma delle medesime volerne con scrupolose osservazioni i più accertati fondamenti.

X V I.

Scolio III. Da che il Torricelli, il Merfeno, il Mariotte, il Guglielmini, ed altri osservarono ne' vasi, che scaricano dell'acqua per fori in essi aperti, essere la proporzione delle velocità in dimezzata delle rispettive altezze, si pretese di dedurre, che la

P stessa

CAP. V. Parte II.



CAP. V. Parte II. stessa ragione debba pur verificarsi anco nelle acque correnti, considerando che ne' fiumi orizzontali, all'altezza dell'acqua ne' vasi poteva esser analoga, e produr lo stesso effetto, l'altezza viva del fiume, e ne' fiumi inclinati rispondere all'altezza dell'acqua ne' vasi l'altezza che vi è fra un punto dell'altezza viva di quel fiume e l'orizzontale, che passasse per l'origine dello stesso fiume; veggasi di ciò il Trattato del Guglielmini, *Aquarum fluentium mensura* nelle proposizioni II. del Libro secondo e terzo; niente dimeno non ben pare adattabile l' analogia predetta de' vasi, che si scaricano per i fori con le acque correnti; imperocchè sembra, che anche il moto già concepito dall'acqua nel cammino possa alterare non poco la velocità, che dalla semplice pressione fosse per nascere: nè gli sperimenti registrati nella parte prima di questo Capitolo dal numero XX. al XXIV. praticati nel Pò e nella Fossa Polefella nell'incontro della visita 1721 possono in verun conto stabilire la detta proposizione, cioè che le altezze nelle acque correnti siano come i quadrati delle velocità, mentre che dalle stesse osservazioni si rileva seguire dal pari gli stessi fenomeni in ordine alla quantità dell'acqua e nell'acqua corrente, e nella stagnante, cosa che mal si può adattare a due cose assai differenti; anzi per poco che vi si attenda, si può scoprire il fondamento dell'equivoco dell'esperimento, avvegnacchè opponendosi l'immerfa fiasca idrometrica alla correntia dell'acqua con una faccia o fronte larga da due onces in circa, e fermandosi questa normalmente al corso, obbliga tutti i filamenti dell'acqua che in questo urtano, a fermare il loro corso, ed i filamenti superiori nella medesima altezza viva dell'acqua, altra forza verso di questi trattenuti non esercitano, che quella della semplice pressione. Per tanto egli è lo stesso, come se in fatti l'acqua del fiume per rapporto all'acqua, che entra nella fiasca, stesse stagnante, ed uscisse pel foro di un vaso: onde la suddetta benchè ingegnosa osservazione non può farci conoscere il ricercato grado del moto delle acque correnti.

## XVII.

*Scolio IV.* Non pare che un tal equivoco possi accadere servendosi per l'esame delle velocità, della palla, di cui si è detto, mentre il muoversi, che fa essa intorno al centro del pendolo, fa che tanto si scosti dal perpendicolo, quanto importa il pareggiarsi de' momenti fra il corso dell'acqua, ed il peso rispettivo della

della palla, e per conseguenza resta manifesto, che l'angolo di deviazione può servir di fondamento per un giusto calcolo delle velocità. Noi al numero I. di questo Capitolo, abbiamo trovato, che gli archi di deviazione in eguali immersioni della palla, vanno crescendo aritmeticamente, e fino a che altri più accurati di noi non ci mostrino altra progressione di questi archi, ci farà lecito di attenerci a quanto abbiamo esposto nella Tavola registrata al numero XII. di questo. In questa dunque ogn'uno può chiaramente vedere, che le leggi del moto nelle acque correnti non sono sempre le stesse, e se vogliamo spiegare questo moto con la forza della pressione, il che pare assai consentaneo alla verità, noi vediamo dalla detta Tavola; Primo, che se il moto dell'acqua è assai intenso, vale a dire, se immerfa la palla sotto la superficie dell'acqua per piedi cinque, si ottiene un arco di 70 gradi, e ritratta poi così che resti solo immerfa un piede, abbiassi un arco di gradi 40, con differenza di gradi 10 per ogni piede d'immersione, noi vediamo dico, che le altezze prese dalla quiete perchè succeda con la forza della pressione il detto moto, stanno in ragione settuplicata dimezzata delle corrispondenti velocità, ed accostarsi assai alla ragione quadruplicata. Secondo, se il massimo arco è gradi 66, ed il minimo 39, e che le differenze sieno di 8 in 9 gradi per ogni nuova immersione, in tal caso le velocità stanno come i quadrati delle altezze. Terzo, se il massimo arco è 64, il minimo 39, e le differenze degli archi parimenti di 8 in 9 gradi per ciascuna immersione, faranno le velocità in triplicata dimezzata delle altezze. Quarto, se il massimo arco è 50, ed il minimo 30 e la differenza degli archi di gradi 5 in 6 per immersione, stanno le velocità nella semplice ragione delle altezze, come vogliono il Castelli, il Barattieri, il Montanari, ed i Raccoglitori di Bologna. Quinto, se il massimo arco è 41, ed il minimo 15, con differenza da arco ad arco di gradi 4 in 5, allora le velocità sono in ragione duplicata subtriplicata delle altezze. Sesto, se il massimo arco farà gradi 24, ed il minimo gradi 2, con differenza fra arco, ed arco di gradi uno fino a tre, faranno le velocità come le radici quadrate delle altezze, come vogliono il Guglielmini ed altri rinomati Autori. Da tutto ciò si raccoglie verificarsi in realtà nelle acque correnti tutte le ipotesi fin ora corse fra gli Idrometri, e molte altre ancora non considerate oltre di quelle. Per tanto se il fiume corre molto veloce, e le differenze fra ar-

CAP. V. Parte II.

CAP. V. coe arco, dentro però le circostanze con le quali si sono fatte le nostre osservazioni, registrate nella Tavola del numero XI. di Parte II. questa seconda parte, stanno come ivi si sono notate, converrà nel calcolo delle velocità servirsi delle ragioni rilevate nell'altra Tavola del numero XII. Se il fiume corre lento, servirsi dell'ordinaria dimezzata delle altezze, e ne'moti che non sono gran fatto tardi, nè gran fatto concitati converrà adoprare le altre ragioni, parimenti notate in essa Tavola. Egli è ben vero, che un solo punto di *sublimità* o di quiete del fluido non può servire per tutta la sezione; mentre in questa potrà tal acqua correre con differenze tali di archi, che ricerchino tutti diverse proporzioni; quindi per averci una velocità media, converrebbe in una data sezione rilevare con quali differenze andassero crescendo gli angoli di deviazione, e presa poi di ciascheduna osservazione la velocità media, prendere dell'aggregato di tutte una nuova velocità pur *media*, ed il simile fare delle rispettive altezze, e da ciò ne risulterebbe la più prossima ragione delle velocità per rapporto alle altezze.

## XVIII.

*Scolio V.* Sia per esempio da esaminare o una sezione di un fiume, o parte di essa, vale a dire per quella altezza, a cui arriva la lunghezza del pendolo sopradescritto, e per non allontanarsi dal vero, prendiamo alcune osservazioni, che furono fatte nel Pò dirimpetto alla Chiavica di Raccano l'anno 1717 li 14 Maggio. Furono queste in numero di cinque, che stanno ancora registrate nella Tavola del numero XI. di questa seconda parte, ma sparsamente, cioè in que' luoghi, che loro competono per la serie. Qui le porremmo tutte a suoi luoghi, anzi ad oggetto di una maggior chiarezza, sia nella seguente figura la larghezza del Pò AB, la quale dalle osservazioni fatte del 1721. II. nella visita di quel fiume fra Pontificij, Cesarei, e Veneti, fu riconosciuta di pertiche 65 Bolognesi, li 20 Marzo. Sia A la parte destra del Pò, B la di lui parte sinistra, e più vicina alla Chiavica suddetta, che non è gran fatto superiore alla Terra della Polesella. La prima osservazione fu in GM in altezza di piedi 33 : 7, gli archi per la deviazione con differenza di piedi 4 d'immersione della palla furono, il primo e massimo di gradi 64, e il secondo e minimo di gradi 40. Nella seconda osservazione FL, sempre con la stessa differenza d'immersione, il massi-

massimo arco fu di gradi 57, il minimo 32. Nella terza EK CAP. il massimo fu 50, il minimo 35. Nella quarta DI il massimo V. fu gradi 47, il minimo 29, e nella quinta ed ultima HC il Parte II. massimo fu 40, ed il minimo 25. Ciò fatto si ricorra alla Tavola suddetta fondamentale numero XII. e si troverà, che per la prima osservazione le velocità sono come i quadrati delle altezze, cioè prendendo prima la media velocità fra la massima e la minima che è 370 (nascendo questo numero dalla somma 452 e 289 divisa per metà) e la media altezza verrà ad essere secondo la Tavola 68542, che ridotta in piedi (de' quali in sei s'intende diviso il filo, che sostiene la palla) col moltiplicare questo numero per 6, e dividerlo per 100000, si averà 4 per la detta altezza media in piedi (ommettendo le piccole frazioni per brevità, e perchè solo insensibilmente alterano il calcolo) e quadrando farà la velocità, come piedi 16. Per la seconda osservazione si ha dalla stessa Tavola dover esser le altezze in triplicata dimezzata rispetto alle velocità, onde col metodo detto di sopra, si ricava che le velocità faranno come 5. Per la terza osservazione e per la quarta, avendosi che le velocità debbano essere nella semplice ragione delle altezze faranno la terza, come piedi 6 once 10, e la quarta come piedi 6 (cioè a dire, che tanti piedi di altezza di acqua, che s'intenda posta sopra i punti, ove cadono le velocità medie, produrranno queste tali velocità) e finalmente per la quinta osservazione, essendo le velocità in ragione duplicata subtriplicata delle altezze, farà la velocità competente, fatto il calcolo, come 3. Si raccolgano tutte queste velocità in una somma, e si averanno piedi 36 : 10, che divisi per lo numero delle osservazioni 5, faranno piedi 7 : 4 per la velocità ragguagliata o media equivalente alla vera dell'acqua sopra il punto della velocità media della sezione, in cui si sono fatte le operazioni predette. Per averci però la mole dell'acqua, che per la detta sezione passerà in un dato tempo, basterà moltiplicare la larghezza nell'altezza di essa sezione, e poscia nel sopra ritrovato numero esprimere la velocità. Per aver l'altezza ragguagliata di questa parte della sezione, bisogna sommare separatamente gli archi massimi di deviazione di ogn'una delle osservazioni, e dividere la somma per lo numero delle medesime, e si averà l'arco medio per le ricercate altezze, così nel caso presente la somma è 260 gradi, e l'arco ragguagliato gradi 52, il di cui seno del complemento 38 farà, fatte le de-

CAP. debite calcolazioni piedi 4 onces 8 a un dipresso, da cui de-  
 V. tratto un piede cioè la A<sub>0</sub> restano piedi 3 : 8, e la quantità dell'  
 TAV. acqua che si ricerca sarà 17479 numero prodotto dalla moltiplica-  
 II. zione di  $650 \times 7\frac{1}{4} \times 3\frac{3}{4}$  che è due volte e mezzo in circa maggio-  
 Figura 6. re di quello che provenirebbe calcolando col fondamento delle ordi-  
 narie regole della dimezzata delle rispettive altezze, il che  
 darebbe solamente 5589, e quasi il doppio di questo numero si  
 avrebbe servendosi della regola del Castelli, che darebbe 8737,  
 dal che si può agevolmente comprendere, quanto lontano dal ve-  
 ro ci guidino i metodi, che sono in uso pel calcolo della quantità  
 dell'acqua ne' fiumi.

## X I X.

Essendo che ne' computi antecedenti non si è calcolato, che  
 la portata dell'acqua per una parte della sezione, vale a dire  
 per la sola altezza, a cui arriva il pendolo, qualor è allontanato  
 dalla perpendicolare per l'azione dell'acqua, il che, come si è  
 veduto, risponde al seno del complemento dell'angolo di devia-  
 zione, quindi sarebbe da cercarsi il metodo di rilevare l'intera  
 portata della sezione: Per eseguirlo sembrerebbe congruo il mo-  
 do posto in uso ne' numeri antecedenti, cioè di progredire nell'e-  
 fame delle velocità, che è quel tutto, che cercarsi deve, e ciò  
 secondo la progressione ritrovata coll'uso della palla, vicino alla  
 superficie dell'acqua; come per esempio, se la velocità superficiale  
 è di gradi 25, la susseguente un piede più verso del fondo  
 fosse di gradi 30, la prossima un altro piede più sotto fosse gradi  
 35, e la quarta gradi 40, sembra giusta illazione il dire, dun-  
 que 8 piedi sotto della superficie sarebbe gradi 60, e 12 piedi  
 sotto della medesima superficie dovrebbe essere gradi 80; ma  
 un tal discorso non risponde all'osservazione, secondo a tutti i  
 casi possibili: conciosiachè vi sono delle velocità, che crescono  
 con tali eccessi, che progredendo secondo la detta ragione, pri-  
 ma di arrivare al fondo, l'angolo di deviazione verrebbe ad es-  
 sere maggiore del retto, con manifesto assurdo, non potendo l'  
 acqua con tutto l'impeto che può concepire, se pur questa  
 non fosse infinito, arrivar a tener sospeso il pendolo orizzontal-  
 mente, e senza una forza più che infinita, per parlare col linguag-  
 gio della scienza interiore, non si può mai far oltrepassar l'ango-  
 lo retto al pendolo. Tornisi a considerer quì alcuna delle osser-  
 vazioni registrate al numero XI. di questa seconda parte, e fra  
 que-

queste la prima fatta a Crespino, la quale essendosi praticata in  
 un fondo di piedi 24 con differenza di 10 gradi per ogni piede d'  
 immersione della palla, quando per due soli piedi fosse essa sta-  
 ta ancora profondata, avrebbe dovuto oltrepassar l'angolo retto,  
 e da una forza più che infinita esser distratta, il che in alcun mo-  
 do non poter succedere ogni uno lo comprende. Nella seconda of-  
 servazione, fatta parimenti a Crespino in fondo di piedi 26, con  
 differenza di deviazione di gradi 9 per ciascuna immersione, pro-  
 fondata la palla a piedi 9 oltrepasserebbe l'angolo retto, e da-  
 rebbe, con assurdo, un angolo di gradi 93. Nella terza osserva-  
 zione fatta a Raccano in fondo di piedi 33 : 7 arriverebbe ol-  
 tre l'angolo retto, cioè a gradi 92, allorchè fosse immersa la pal-  
 la piedi 9, cioè quando pur anco vi restassero piedi 24 : 7 ad  
 arrivar al fondo. Nella quinta osservazione ivi in fondo di pie-  
 di 19 : 8 arriverebbe l'angolo di deviazione a i gradi 96, quan-  
 do la palla stesse alta dal fondo piedi 9 : 5. Nella duodecima  
 osservazione alle Papozze in fondo di piedi 27 : 3 : 9 quando la  
 palla fosse immersa, di modo che restasse essa discosta dal fondo  
 piedi 11 : 3 : 9 ascenderebbe all'orizzontale, ed immergendola  
 ancora di più, oltrepasserebbe la detta orizzontale, con maggior  
 assurdo. Finalmente nella osservazione XIV. alle Papozze in fon-  
 do di piedi 12 : 9 : 10, allorchè fosse immersa la palla ad un so-  
 lo piede lontano dal fondo essa sarebbe asportata ad avere un an-  
 golo di deviazione di gradi 90.

## X X.

Dalle quali cose chiaramente apparisce l'incongruenza dell'  
 illazione, ed esser impossibile, che avvicinandosi al fondo con  
 le immersioni possi sussistere la stessa legge degli accrescimenti  
 degli angoli di deviazione, e convien dire, che le resistenze, che  
 incontra l'acqua a cagione del soffregamento del fondo, alterino  
 molto sensibilmente le sopradette proporzioni, nè in verun mo-  
 do siano queste da negligerfi da chi pretende rilevare i veri acci-  
 denti del moto delle acque. E vaglia il vero, essendo io li 11  
 Maggio 1717 sul Pò di Ariano alla Mezola, accommodai il filo  
 della palla, perchè fosse di pari lunghezza con l'altezza viva  
 dell'acqua cioè di piedi 8 : 8, onde immerso fino a fior di ac-  
 qua, e di poi successivamente estratto di piede in piede, co-  
 sicchè l'ultima osservazione fu fatta con un piede d'immersione,  
 si ritrovarono i gradi di deviazione 24, 23, 22, 21, 19, 17,



CAP. V. Parte II. 16, 12, dal che apparisce che questi angoli non si vanno eccedendo con differenze eguali, ma che a misura, che si accostano al fondo, hanno gli eccessi minori. Parimente nella stessa sezione in fondo di piedi 6 : 8, ridotta a questa misura la lunghezza del filo, ed anche quattro once di più, di modo che era piedi 7 ; fatta però la massima immersione, ed indi estratta di piede in piede la palla, si ebbero i gradi seguenti di deviazione 21, 22, 23, 20, 22, 20, 18, cioè con angoli che sul principio crescono andando verso il fondo, indi inoltrandosi più verso di questo decrescono. Così nell' osservazione fatta li 14 Maggio 1717 dirimpetto la Chiavica di Raccano nella settima stazione, essendosi in un fondo di soli piedi  $4\frac{1}{2}$  con la lunghezza però del pendolo di piedi 6, immersa che fu la palla fino al fondo, ed indi successivamente estratta, notandosi l'angolo di deviazione per ogni mezzo piede di estrazione, si ritrovò l'angolo vicino al fondo gradi 19; in piedi 4, gradi 20; in piedi  $3\frac{1}{2}$ ; gradi 19; in piedi 3 gradi 18; in piedi  $2\frac{1}{2}$  gradi 16 e finalmente immersa la palla piedi 2 gradi 14, onde anche da questa osservazione si rileva qual resistenza cagioni il fondo de' fiumi al movimento dell'acqua. Poste le quali cose, ben si comprende mancar il metodo per averci la serie compita esprimente i gradi delle velocità in una data altezza viva di una sezione di un fiume. Non vi sarebbe altro ripiego per indagare il meglio che fosse possibile quanto si cerca, che il servirsi di una palla assai pesante, acciocchè quanto più esattamente notasse gli angoli più vicini al fondo, ma si caderebbe poscia nell'inconveniente di non poterfi avere sensibili differenze degli angoli di deviazione, mentre poco resterebbe mossa dal corso dell'acqua, oltre alla difficoltà grande, che vi sarebbe in maneggiarla.

## X X I.

TAV. II. Figura 9. Abbenchè negli antecedenti numeri paja sufficientemente posta in chiaro la teoria delle velocità delle acque correnti col mezzo delle palle sospese da fili, nientedimeno si è voluto avanzar l'esame ad una maggiore facilità per servirsiene con frutto, e speditezza nella pratica. Sia il punto fisso A, da cui penda la palla B, attaccata in A col filo AB, immergasi per un dato spazio sotto la superficie dell'acqua corrente, ascenderà la palla portata dal corso fino v. g. in P, ed ivi durerà sospesa sino a tanto che o ritirisi essa, o più si profondi, cioè sino che resti espo-

CAP. V. Parte II. esposta ad esser trasportata e sospesa da un' altra forza: se dal moto di questo pendolo dovessimo noi desumere qualche fenomeno intorno al movimento dell'acqua, converrebbe non alterare nè poco nè molto la prima lunghezza del filo; ma non domandando le nostre ricerche alcuna vibrazione di pendolo, ma il solo trasporto ed equilibrio della palla tenuta sospesa dalla forza dell'acqua, quindi egli è lo stesso o il profundare di più il filo senza variarne la lunghezza, o pure variando essa lunghezza, esporre la palla a sostenere varj impulsi dalla forza del corso. Fatta dunque la prima osservazione, e supposto che l'angolo di deviazione sia BAP, si può prolungare il filo per un dato intervallo, e sia Ab, onde portandosi la palla più verso del fondo, se l'acqua in questo sito si muove con maggior energia che nel primo, farà salire la palla in 1p, e l'angolo di deviazione sia 1b, A, 1p, dipoi allungato il filo fino a 2b sia l'angolo di deviazione 2b, A, 2p e così successivamente, se si condurranno i raggi 1p A, 2p A ec., farà lo stesso per la seconda osservazione, come se la palla avesse descritto l'arco B, 1O, e per la terza, l'arco B, 2O, essendo che per gli archi concentrici, sono questi tutti proporzionali, onde il calcolo egualmente bene procederà sopra dell'arco B, 1O, B, 2O, come sopra gli archi rispettivi 1b, 1p; 2b, 2p.

## X X I I.

Ma la forza assoluta, con la quale farà mossa l'acqua impellente della palla, si troverà nel modo, che segue. Per la prima positura P, si conduchino FPD parallela al filo perpendicolare AB, ed il seno dell'angolo di deviazione PH, tirata prima l'orizzontale AE, di poi si faccia PD eguale al peso assoluto della palla nell'acqua, e condotta la tangente all'arco BP, che sia MP, si faccia DC parallela a questa tangente, e si produca FP sino che tagli la DC in D, farà per i principj della statica DC la forza, che avrà la palla per discendere nell'arco PB nel punto P, ed equivalerà alla forza acceleratrice di essa palla; PC farà la forza, con cui resta teso il filo nella positura APC. Perchè dunque questa palla rimanga dall'azione dell'acqua sospesa in P, dovrà precisamente l'impeto dell'acqua esser eguale alla forza acceleratrice DC, o sia PM. Si produca DM in G sino cioè, che tagli il seno PH, ed esprimerà la detta PM la forza dell'acqua, che si dirigerà a sostenere la palla, GM quella



CAP. V. quella che farà forza sopra lo stramento del filo a cagione dell'urto dell'acqua, e finalmente la GP rappresenterà la forza assoluta, con la quale si muoverà l'acqua, che si è risolta nelle due collaterali GM, MP. Lo stesso accaderà in ogni altra positura, e farà 1g, 1p, la forza assoluta rispondente al punto 1b, e 2g, 2p quella corrispondente al punto 2b, e le totali distrazioni del filo saranno rispettivamente DM + MG; 1d, 1m + 1m, 1g; 2d, 2m + 2m, 2g ec.

XXXIII.

E' manifesto, che tutti gli archi descritti da queste diverse lunghezze de' fili, si possono ridurre all'arco AB del filo più breve, o a qualunque altro, e che per conseguenza si possono istituire tutti i calcoli sopra questo con assai maggior facilità, e con molto maggior compendio; siccome altresì è manifesto, che se s'intenderanno prodotti tutti i rispettivi seni retti PH, 1O, 1Q, 2O, 2Q in S, 1R, 2R ec. cosicchè HS sia eguale a GP, 1Q 1R à 1g, 1p; 2Q, 2R à 2g, 2p ec. la linea curva, che passerà per tutti questi punti S, 1R, 2R, farà la linea delle forze, in cui le ordinate anderanno crescendo come le forze predette; avrà il vertice B, e AT per asintoto, restando solo da avvertirsi, che calcolata sull'arco BE, rimane collocata con inverso sito, vale a dire, che le ordinate da B verso A rappresenteranno le forze crescenti dell'acqua da B verso 2b di questa curva, una sola porzione della quale servirà per farci rilevare le forze di un fiume, cioè quella, che cade fra la minima, e la massima immersione, quando l'eccesso con cui gli angoli di deviazione si vanno superando non sia tale, che il rispettivo loro seno retto non cada di sopra del precedente: intorno la qual cosa dalla sola ispezione della figura si può rilevare, che durando il corso del fiume nel medesimo stato, se HP; 1b; 2b, 2p rappresentano i filamenti dell'acqua, e che corrino più quelli, che più restano verso il fondo, non mai la palla potrà andar più alta dell'immersione precedente, cosicchè 2p, non potrà star sopra dell'orizzontale di 1p; altrimenti il filamento 1b, 1p correrebbe con maggior impeto del filamento 2b, 2p, che è contro la supposizione. La costruzione geometrica della curva veggasi dal numero XXXIV. di questa seconda parte sino al fine.

XXIV.

Essendo per i simili triangoli APH, PDC, PDM queste analogie, AP. PH :: PD. DC = PM. ed AP. AH. :: PD. PC, sarà ancora PH. AH :: DC. PC, ed il rettangolo PH x PC = AH x DC; parimenti per la simiglianza de' triangoli PDM, PMG e fra se stessi, e con i primi, sarà ancora l' analogia PC. PD :: PM. GP; e presa la commune altezza PH, farà PC x PH. PD x PH :: PM. PG, ovvero AH x DC. PD x PH :: PM. GP; ma DC = PM; adunque AH. PD x PH :: 1. GP e però GP in ragione diretta di PD x PH ed inversa di AH, onde la forza assoluta impellente, che l'acqua ritiene, è in ragione composta della diretta del peso assoluto della palla nell'acqua, e del seno dell'angolo di deviazione, e reciproca del seno del complemento del medesimo angolo, e perchè la detta forza si sta come il quadrato della velocità, ne nasce, che la velocità assoluta delle acque correnti stia nella dimezzata ragione diretta del peso assoluto della palla nell'acqua moltiplicata nel seno dell'angolo di deviazione, e reciproca pur dimezzata del seno del complemento del medesimo angolo.

XXV.

Corollario. Dal che se ne ricava, che allor quando l'angolo di deviazione BAP farà di gradi 45, la forza assoluta dell'acqua farà eguale al peso, che avrà in acqua la palla, cioè alla DP, essendo che l'angolo PDM eguale all'angolo di deviazione, se diviene di gradi 45, e GPD essendo retto, farà per conseguenza PGM parimenti di gradi 45, e perciò DP = GP.

XXVI.

Ma perchè si riduca questa velocità allo spazio effettivo, che in un dato tempo possa ella percorrere, così conviene andar più avanti in questa proposizione, riducendo alle misure dello spazio la formola ritrovata nel numero XXIV. di questa seconda parte  $v = \sqrt{\frac{PD \times PH}{AH}}$ ; Si chiami dunque il peso della palla in aria P, il peso di una mole di acqua eguale in volume ad essa palla Q, farà P - Q il peso assoluto di essa palla in acqua, come coita dalle equiponderanti, cioè DP. Per averfi il valore

CAP. V. Parte II. TAV. II. Figura 9.

CAP. di Q si proceda come segue. Essendochè dalle osservazioni del  
 V. Guglielmini, registrate da noi al numero XIX. del Capitolo se-  
 Parte II. condo, un'oncia cubica di acqua di misura Bolognese pesa grani  
 786, se diremo la circonferenza del circolo massimo della palla  $c$ ,  
 il di lei semidiametro  $r$ , farà per la stereometria la solidità di  
 essa palla  $\frac{2crr}{3}$  e per conseguenza farà l'analogia, come il con-  
 tinente dell'oncia cubica al suo peso, così il continente della sfe-  
 ra della palla al peso suo effettivo in aria, cioè come 1728  
 punti cubici, che sono gli elementi di un'oncia, a grani 786. così  
 $\frac{2crr}{3}$  a  $\frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$  che vale il peso Q: onde  $GP = \frac{PH}{AH} \times PD$   
 $= \frac{PH}{AH} \times \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$  valore della forza assoluta dell'acqua, di  
 cui formandocene un cilindro, che abbia la base eguale alla  
 circonferenza massima della palla  $\frac{cr}{2}$  e l'altezza  $y$ , farà l'equa-  
 zione  $y = \frac{2PH}{cr \times AH} \times P - \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$ , la qual altezza farebbe  
 quella, che farebbe camminar l'acqua con la velocità osservata  
 con la palla.

X X V I I.

Scolio I. Poniamo per esempio, che il semidiametro della pal-  
 la  $r$  sia eguale ad 8 linee; che l'angolo di deviazione sia di gra-  
 di 30; che la palla P, pesata in aria sia di grani 6720, farà  
 prossimamente  $c = 50$ , facendo come 7 al 22 la ragione del dia-  
 metro alla circonferenza, inoltre PH seno dell'angolo di devia-  
 zione farà per le Tavole trigonometriche 50000, e il di lui  
 complemento AH, 86603. Ciò dunque supposto,  $\frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$

valerà prossimamente grani 966, che detratti dal peso assoluto della palla 6720, restano grani 5754 pel peso della palla in ac- qua, il di cui logaritmo	-	-	-	3.	7599699
ed il logaritmo 2PH	-	-	-	5.	0000000
onde la somma	-	-	-	8.	7599699
essendo poi il logaritmo di $c$	-	-	-	1.	6989700
quello di $r$	-	-	-	0.	9030900
e quello di AH	-	-	-	4.	9375179
farà la somma	-	-	-	7.	5395779
					onde

onde la differenza de' logaritimi di queste due somme fa- CAP.  
 V.  
 Parte II. 8. 7599699  
 7. 5395779

rà - - - 1. 2203920, il di cui numero è prossi-  
 mamente  $16\frac{1}{2}$  cioè come  $1\frac{1}{2}$  dell'altezza del cilindro esprimente  
 la forza dell'acqua. Trovata l'altezza predetta, basta cercar nel-  
 la Tavola calcolata dal Guglielmini per i spazj dovuti alle velo-  
 cità, registrata nel fondo del libro *Aquarum fluentium mensura*,  
 abbenchè secondo anche il sentimento del Sig. Manfredi, sia essa  
 bisognosa di riforma, esprimendosi pag. 96. che per la misura del-  
 la velocità de' fiumi, tali non sono quelle deduzioni notate nel-  
 la Tavola data dal nostro Autore (Guglielmini) nel Libro del-  
 la misura delle acque correnti per la ragione addotta ec. Sup-  
 ponendo dunque gli spazj marcati in essa Tavola per essa bastan-  
 temente veri, si raccoglie, che ad una altezza di once una ed un  
 terzo corrispondono all'incirca piedi di Bologna 71 in un minuto  
 d'ora, onde in un'ora quel tal fiume farebbe piedi 4260 di cam-  
 mino, o pure pertiche di Bologna 426, che non arrivano alla  
 misura di un miglio intero di quel paese.

X X V I I I.

Scolio II. Per porre in pratica quanto si è detto ne' numeri  
 anteriori nel fatto de' fiumi, daremo quì il modo di servirsene.  
 Perchè le acque correnti hanno un diverso movimento ne' varj  
 punti della larghezza della sezione, così se il fiume non è molto  
 largo si facciano in tre differenti luoghi le osservazioni con la  
 palla, immergendola con date eguali differenze, indi si raccol-  
 ghino in una somma tutti gli angoli di deviazione ad osservazione  
 per osservazione, e si dividano per il numero delle diverse immer-  
 sioni, poi si sommino assieme questi, che diremmo, *medii* angoli  
 di nuovo, dividendoli pure per il numero delle fatte stazioni,  
 che nel caso presente faranno tre, e si avrà l'angolo *medio* di de-  
 viazione, con cui realmente si moverebbe l'acqua, se col mede-  
 simo grado d'impulso da per tutto correffe. Siano in grazia di  
 esempio gli angoli di deviazione osservati nel sito del filone con  
 eguali intervalli d'immersione gradi 30, 35, 40, 45, dall' uno  
 de' lati siano 22, 25, 28, 31, e dall'altro 24, 28, 32, 36, le  
 somme rispettive sono per il filone 150, che diviso per 4 da  
 37: 30: Per il primo de' lati la somma è 106, che pur divi-  
 sa per 4 da 26: 30, e la somma dell'altro è 120, che hà per an-  
 golo

CAP. V. Parte II. golo medio 30, e sommando tutti e tre questi angoli *medii* di deviazione fanno 94, che diviso per 3, numero delle osservazioni dà per l'angolo *medio* di tutto il moto dell'acqua 31. 20, cioè gradi 31, ed un terzo, sopra il qual angolo calcolando con una data palla, la forza assoluta dell'acqua, si ricava finalmente lo spazio percorso dall'acqua dentro un dato tempo, ed in conseguenza si averanno noti i piedi cubici dell'acqua, che escono per quella data fezione.

XXXIX.

*Scolio III.* Volontieri avremmo calcolato la Tavola a motivo di facilitar i calcoli agli idrometri, ma riflettendo, che questa non avrebbe servito, se non per una palla di un dato peso, e di una data mole, così sarebbe convenuto, che tutti si avessero provveduto di simili ed eguali palle, e nella grandezza e nel peso, il che per avventura non sarebbe stato sì facile, avuto ancora riguardo alla diversità delle misure, che in ogni paese sono in uso, oltredichè non potendosi già con una sola palla esplorare le velocità di tutte le acque, ma essendo di mestieri spesse volte di mutarle, accrescendole o diminuendole di peso, acciocchè più sensibili siano gli angoli, che marcansi dal corso dell'acqua, sarebbe stata questa una seconda, e maggiore difficoltà, per cui si farebbe resa frustranea la Tavola, che secondo certi dati, si fosse calcolata: che però stimando sufficiente l'aver data la formula del numero XXVI. di questa seconda parte, ci dispenseremo dai calcoli, lasciando a chi si vorrà servire di questo, che noi riputiamo sicuro metodo, la pena di conteggiare la quantità dell'acqua, che in dati tempi passasse per una data fezione, il che cogli esempj de' numeri XXVII., e XXVIII. non farà per riuscire difficile, anche per quelli, che non fossero dotati, che di una mezzana capacità.

XXX.

Si è voluto quì trasportare la costruzione, e proprietà della curva, che risulta dal numero V. di questa seconda parte, per non distrarre soverchiamente nella contemplazione delle cose analitiche la mente di chi fosse contento d'intender solo quanto concerne il metodo più piano dell'Idrometria. Sia dunque da determinare, e costruire la curva delle velocità, supposto, che gli archi procedano secondo la progressione aritmetica, immersa che  
sia

Fig. 10. CAP. V. TAV. II. sia la palla per dati, ed eguali spazj. Dicsi BC = z ( spazio che si fa scorrere elevando il pendolo ad una data altezza ): la lunghezza del pendolo AB = a, e l'arco osservato nella profondità AB sia = c. La differenza tra gli archi sia = b, e l'arco CR = y, farà per l'ipotesi  $y = c - \frac{bz}{m}$  ( supposta l'unità = m = ad un piede per conformarsi alle nostre osservazioni ) cioè restando ben manifesto, avvegnacchè, se estratto il pendolo per un piede, si ha l'arco c - b sollevato per due piedi, si avrà c - 2b, e per tre, c - 3b, e finalmente estratto per lo spazio z, si avrà l'arco  $c - \frac{zb}{m} = y$  come si è detto.

XXXI.

Si dica QC = x, seno verso dell'arco CR; la tangente del medesimo arco = t, farà BQ abscissa della curva dà determinarsi  $p = z + x, y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$  e  $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$ , ma si è dimostrato ai numeri II., e III. di questa seconda parte, che  $mt = uu$ , dunque si averanno le equazioni  $y = c - \frac{bz}{m}, y = \int \frac{aadt}{aa + tt}, t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}, z + x = p, mt = uu$ , nelle quali fatte le debite sostituzioni, si ricaverà la relazione tra p ed u, ch' è quello che si ricerca.

XXXII.

*Scolio.* La prima equazione delle antedette cinque è al triangolo. La seconda dà la relazione della tangente dell'arco del circolo al medesimo arco. La terza dà la relazione del seno verso alla tangente del medesimo arco. La quarta è alla linea retta. La quinta alla parabola.

XXXIII.

Si costruirà dunque nel modo che segue la curva proposta. Si taglino ad angolo retto le rette linee ADG, DRQ. Prendasi III. DR eguale all'arco del circolo descritto dal pendolo, o sia col raggio a, indi si faccia DQ eguale al raggio medesimo. Per li punti

CAP. V. punti R, Q si tirino due linee parallele a DG, e s'intenda descrittta tra DG, RH la curva DK espressa dall' equazione Parte II.

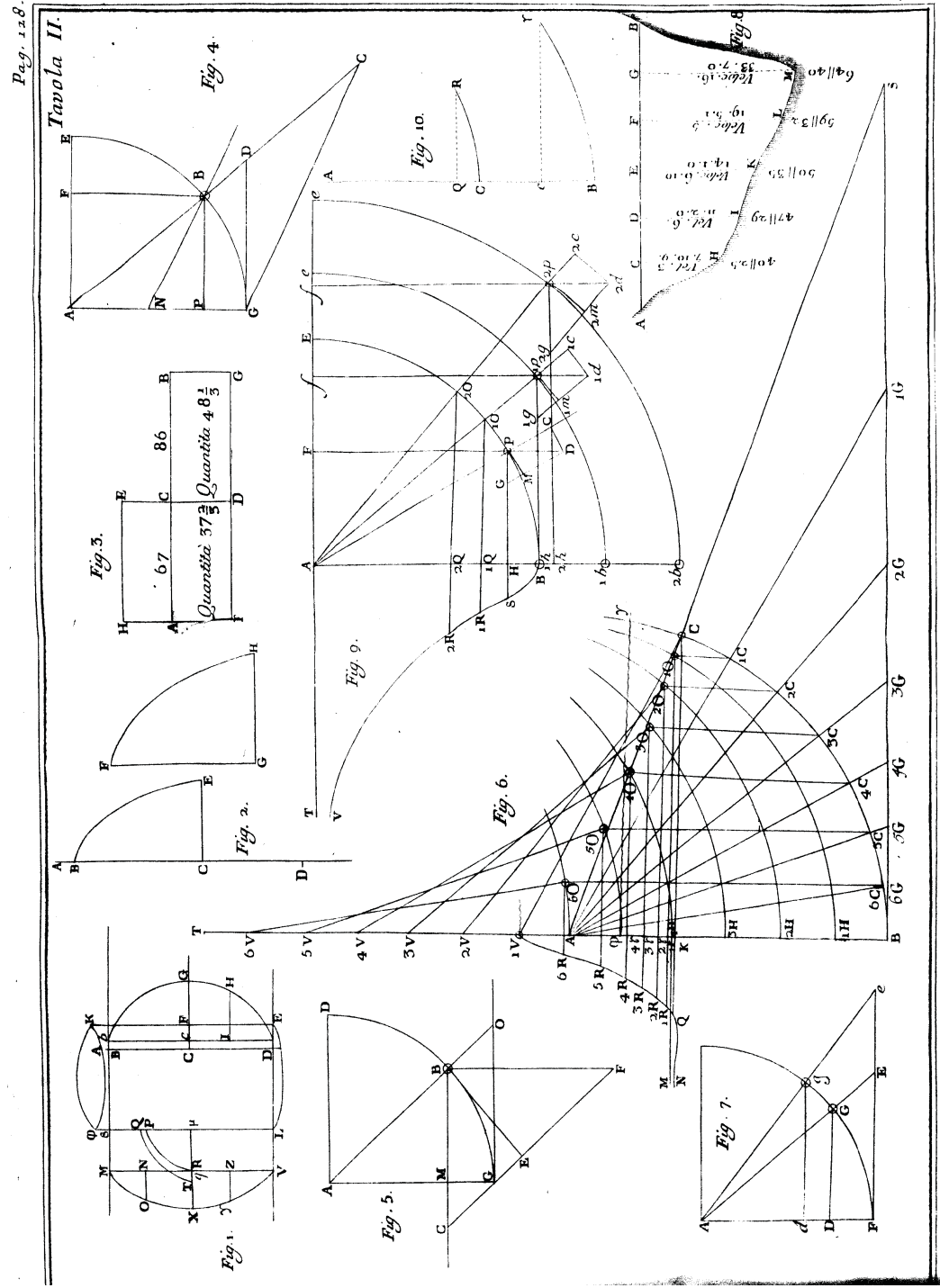
$y = \int \frac{aadt}{aa+rr}$ , nella quale sia  $DG = t$ ,  $GK = y$ , e sia KO parallela a DG. Si descriva parimenti la curva RL, di cui la natura si esprima con l'equazione  $t = \frac{a\sqrt{2ax-xx}}{a-x}$ , e sia  $RH = t = DG$ ,

$HL = x$ . In oltre si descriva dal vertice D la parabola DF dinotata dall' equazione  $mt = uu$ , nella quale  $DG = t$ ,  $GF = u$ . Si faccia poi  $OD = c$ .  $DA :: b.m.$  e si conduchi AOS; di più RI nell'angolo semiretto con la QR, dico che presa Dg a piacere, e condotta  $fgkl$ , come pure  $li$ ,  $ks$ ,  $fc$  parallele a DG, poscia  $im$  parallela a DQ ed  $fc$  parallela a DG, farà il punto c nella curva o scala delle velocità AC, cioè dico essere  $Db = pbc = u$ ; mentre per la natura della parabola DF farà  $mt = uu$ , e per la natura delle parallele  $bc = u$ . Per la proprietà poi della curva DK farà  $Kg = y = \int \frac{aadt}{aa+rr}$  e per il triangolo ODA dalla supposizione  $Oo. so :: b.m$ , ma essendo  $DO = c$ , farà  $Oo = c - y$ , e perciò  $so = \frac{m \times c - y}{b} = z$ . Parimenti per la natura della curva RL, (essendo  $kl = x$ )  $t = \frac{a\sqrt{2ax-xx}}{a-x}$  e per l'angolo semiretto in R;  $OM = x = us$  per le parallele; dunque  $ON = z + x = Db. q.e.d.$  Il vertice di questa curva è in A, le altezze razionali dell'acqua sono le  $Ab$ . E se dal punto S ove v' a terminare la AO nella RH si tiri ST, farà PT l'asintoto della curva AC delle velocità.

XXXIV.

Per la costruzione geometrica della linea delle forze, supposto fisso il centro del pendolo, allungando successivamente il filo, a cui resta la palla raccomandata, sia il centro del pendolo fermo A; BV, bH siano due archi descritti co' raggi AB, Ab, sia DH il seno retto dell'arco bH, conducaf BQ tangente dell'arco BV nel punto B, e per i triangoli simili farà  $AB. BQ :: HM. FH$  (supposta MF parallela al raggio AH). Sia  $AB = a$ ,  $BQ = t$ ,  $HM = p$ ,  $FH = f$  farà  $a.t :: p.f$  ed  $af = pt$ . Sia ancora  $Bb = z$ , che è lo spazio, o per dir meglio

TAV. III. Figura 2.





glio l'allungamento del pendolo, o pure il di lui abbreviamento, quando venghi concepito, che il punto  $b$  cadesse sopra B fra A e B, farà  $AH = a \pm z$ .  $AD = x :: \sqrt{aa + rz}$ . L'arco della deviazione osservato in B sia  $c$ , e la differenza da un altro qualunque arco  $bH$ , che sia  $y$ , dicasi  $b$ . farà l'equazione ( per quanto si è detto al numero XXX. di questa seconda Parte )  $y = c + \frac{bz}{m}$ .

(  $m$  vale l'unità ) si avranno per tanto le seguenti equazioni  $af = bt$ ;  $a \pm z \times a = x \sqrt{aa + rz}$ ,  $c \pm \frac{bz}{m} = y$  ed  $y = f \frac{aadt}{aa + rz}$ , dalle quali, fatte le debite sostituzioni, si averà la relazione tra  $x$  ed  $f$ , che è la forza dell'acqua, che agisce contro della palla, e la curva esprimente codesta forza si costruirà come segue.

XXXV.

Nella retta AE si prenda  $AB = a$ , e BE eguale al quadrante del circolo descritto col raggio  $a$ ; la curva BN sia espressa dall'equazione  $y = f \frac{aadt}{aa + rz}$ ; Prendasi nella retta AY;  $BD = c$ , ar-

co osservato, e sia BD.  $BG :: b. m$ , dipoi tirisi la retta GDF. Si tagli  $AL = p$ , e si conduca la parallela LI a BM. In oltre sia RBK in angolo semi-retto: preso poscia qualunque punto M, e condotta l'ordinata MN, sia BM eguale a  $r$ , farà  $MN = y$ ,  $DP = c - y$ ; se dal punto N farà condotta NQ parallela a BM fino che tagli la GF in Q farà  $PQ = \frac{m}{b} \times c - y = z$ ; si tiri QR parallela

ad AB fino che tagli RK, farà  $RS = QP = BS$  per l'angolo semi-retto. Si unifichino i punti A ed M con la retta AM, e si tiri l'arco ST, farà  $AT = AS = a - z$ ; sia TV normale ad AB, e sia prodotta indefinitamente, si unifichino i punti I ed V con la retta IV, e dal punto L tirisi la parallela LX ad IV, fino che tagli VX in X, dico che il punto X farà nella curva delle forze ZX $\phi$ . Perchè dunque per i triangoli ABM, AVT simili farà  $AM = \sqrt{aa + rz}$ .  $a :: AT = AS = a - z$ .  $x$ . dunque  $x \sqrt{aa + rz} = a \times a - z$ . Similmente AL. LI :: AB. BM dunque  $p. f :: a. r$  e però  $fa = pr$  ma  $VX = LI$  dunque  $VX = f. q. e. d.$  Il vertice della qual curva è in Z presa  $BZ = BG$  e l'asintoto farà YO presa  $BY = EF$ .

CAP. V.

XXXVI.

Se poi si volesse la scala delle velocità, basta dal vertice L sopra LI come asse descrivere una parabola Lm, per l'equazione  $mf = uu$ , ed L $m$  farà  $u$ , fatta poi Ln in angolo semi-retto, farà parimenti  $pn = u$ , e perciò tirata nH parallela ad AB, il punto in cui questa linea taglierà TV prodotta farà nella scala ricercata delle velocità.

XXXVII.

La curva o scala delle velocità del numero XXXIII. si esprime con questa equazione ( denominate le quantità, come in esso numero )  $p = \frac{cm}{b} - \frac{m}{b} \int \frac{2aamudu}{mmaa + u^4} + a + \frac{aam}{\sqrt{aamm + a^4}}$ . La curva delle forze del numero XXV., ( nominando parimente le quantità, come in esso numero ) farà espressa per l'equazione  $x = \frac{pcm + abp}{b\sqrt{pp + ff}} - \frac{pmm}{ab\sqrt{pp + ff}} \int \frac{apdf}{pp + ff}$ , e quella esprimente la sca-

la delle velocità per la seguente equazione  $x = \frac{cmm + mabp}{b\sqrt{pp + ff}} - \frac{pm^3}{ba\sqrt{ppmm + u^4}} \int \frac{2ampudu}{ppmm + u^4}$ .

Aggiunta alla prima Parte del presente CAPITOLO circa all'indagare le velocità delle acque correnti.

1. Oltre a quanto è stato da noi considerato circa a' metodi, ed esperimenti indicati, e fatti da varj Autori per rilevare le ragioni delle velocità nelle acque correnti, è ben il dovere, che si produca ancor lo strumento inventato da M. Pitot membro della Accademia Reale delle scienze, e Soggetto cotanto benemerito della dottrina delle acque, ed in specie di quella parte, che alle macchine appartiene molto da lui posta in chiaro, promossa, ed amplificata.

2. Consiste lo strumento di cui si è detto, registrato nelle Memorie di detta Accademia dell'anno 1732. in certo tubo di vetro

tro recurvato ad angolo retto, la di cui lunghezza, che restar deve a piombo, raccomandato che sia a certo prisma triangolare di legno lungo anche qualche cosa più del tubo, sì per sicurtà di questo, sì ancora per poterlo, quanto sia d'uopo, immergere sotto della superficie dell'acqua corrente, si fa di 6 piedi, ed anche più, se così si volesse, ma poco più di un'oncia e mezzo la parte di esso tubo recurvata ad angolo retto. La faccia del prisma essa pure si tiene larga da un'oncia e mezzo, e qualche cosa maggiore a proporzione che si accrescesse la lunghezza del cannello; Altro tubo della medesima lunghezza pare, che si vogli applicato al medesimo prisma, ma diritto, e non punto recurvato, finalmente si fanno le opportune divisioni in piedi, oncie e linee, da adattarsi nel modo più facile al tubo per servirsene opportunamente, come in detta Memoria resta abbondantemente espresso.

3. Per ben applicare la macchinetta all'acqua corrente si dirige il bracciolo recurvo verso del corso, fermandosi in tal modo orizzontalmente, onde entrando per l'aperto foro l'acqua sale per quello a piombo fino ad una certa altezza, cosa che non succede nel lungo cannello, che non è incurvato, come non succede nè meno nel recurvo, se l'acqua è stagnante, ed in ciò effettivamente consiste il modo d'indagar il grado della velocità dell'acqua, mentre se per concepir essa velocità è ragionevole il supporre, che la medesima acqua, o altro grave cadendo da una certa altezza la producesse, è altrettanto ragionevole il credere, che prescindendo dalle resistenze, avendo l'acqua corrente una data velocità, questa sia valevole a farla salire fin dove si estendesse la detta altezza, secondo a' generali principj dell'equilibrio de' fluidi, di modo che le altezze occupate dall'acqua sopra del livello della corrente nel tubo predetto, noterebbero appunto que' punti di *sublimità*, e di *quiete*, de' quali noi si siamo serviti ne' numeri IX. e XII. della seconda parte di questo Capitolo, come ognuno potrà agevolmente rilevare.

4. M. Bellidor Soggetto di quel merito, che a tutti è noto, dopo aver nel suo Libro dell'Architettura idraulica, encomiato l'invenzione della detta macchinetta di M. Pitot, dà alla parte recurva del tubo, che il suo Autore aveva lasciato di figura cava cilindrica, la forma di un imbuto aperto dalla parte del corso dell'acqua, fatto ciò facilmente perchè maggiormente raccogliessero il corso dell'acque, e quasi introdur nel tubo un maggior nu-

mero di filamenti di quel fluido; contuttociò se ben vi si attende sembra che le ripercussioni di quelli, che cadono nell'obliquità del pariete dell'imbuto, potessero anzi che facilitare, servir d'impedimento al moto di quelli, che direttamente nella sezione libera del tubo vi passassero.

5. Non porta veramente M. Bellidor esperimento alcuno, che io abbia fin ora veduto, da lui fatto con questo strumento, come tre ne porta M. Pitot: e l'uno e l'altro bensì invitando gl' Idrometri a volerne fare a maggior incremento della scienza delle acque, come certamente io quanto prima, non ostante qualche dubbio, che mi rimane sopra gli effetti di questa macchinetta, farò per intraprendere. Fra tanto mi farà permesso di fare qualche considerazione sopra quelli fin ora fatti, e registrati nelle antedette memorie.

6. Tre dunque furono, e tutti nella Sena, cioè due al *Pont Royal*, ed il terzo 30 toese superiormente a detto sito, ed in tutte e tre le osservazioni rilevasi che da per tutto la velocità va diminuendo verso il fondo, nè alcuno può negare, che ciò succeder non debba a qualche distanza del detto fondo, attese le resistenze, che per lo soffregamento dell'acqua corrente con la sabbia si fanno sentire, e tali pure noi le abbiamo rimarcate al num. XX. della seconda parte del presente Capitolo. Veramente l'Autore non dà la misura dell'altezza dell'acqua della Sena ne' siti, ove le sperienze predette ha praticate, ma solo indica di esser giunto con lo strumento alla profondità di piedi 4; ma da quanto ha lasciato scritto M. Mariotte nel Trattato del moto delle acque pag. 339 sappiamo che la Sena di sopra del *Pont Royal* all' incirca nel predetto sito ha 5 piedi ragguagliati di profondità, ed in altri luoghi per testimonianza dello stesso Autore ne ha ed 8 e 10, onde possiamo molto bene dedurre, che di massimo fondo ivi aver possa il detto fiume da 8 piedi poco più poco meno, quindi non pare poterli riputar sì di leggieri, che fino a tal altezza giugner possa cotanto sensibile l'effetto della resistenza del fondo, da fare che fino alla superficie ne risenta l'acqua i ritardamenti alla sua velocità in modo che questa in vece di crescere almeno per qualche tratto sotto a detta superficie, vadi immediatamente scemando.

7. In fatti i nostri esperimenti praticati nel Pò in pari o poco differente altezza, dall'antedetta della Sena non ci danno un tal fenomeno, come si può vedere al numero predetto e se-

gnatamente nella sperienza fattasi vicino alla Chiavica di Racca-  
no li 14 di Maggio 1717 dove in fondo di piedi  $4\frac{1}{2}$  di Ferrara, Aggiunta alla Par.I. del Cap. V. che rispondono a poco più di 6 di Parigi, la nostra palla segnò l'angolo di deviazione in gradi 19, ed estratta o sia innalzata per mezzo piede segnò gradi 20, e restando immerfa piedi 3 gradi 18, in piedi  $2\frac{1}{2}$  gradi 16, ed in piedi 2 gradi 14. Si dubita per tanto che anche nello Strumento di M. Pitot, benchè e ragione-  
volmente costruito e molto ingegnoso, rimanghi con tutto ciò es-  
posto ad alcuno di que'difetti, che si sono rimarcati dal num. XX.  
al XXVI. della prima Parte del corrente Capitolo, e spezialmen-  
te ad alcuno di quelli, che si sono rimarcati per la Fiasca idro-  
metrica, onde si renda frustranea ogni diligenza, che vi sia impiegata.

8. Al certo che pare difficile da concepire, come introdottasi nel primo momento che si pone in esperimento la macchinetta, per il foro orizzontale del tubo l'acqua corrente debba salire all' altezza, che precisamente è dovuta al di lei corso, quando sembra affatto fuori di dubbio, che arrestato il prisma triangolare con i tubi fermamente contro il corso dell'acqua, debba egli prima di ogni altra cosa render stagnanti, ed immobili tutti i filamenti dell'acqua, che in esso vengono a percuotere, senza eccettuarne ne meno quelli che incontrano il foro, mentre se non altro alla curvatura del tubo trovano l'impedimento, che vale ad alterar molto il moto dell'acqua, e quelle conseguenze, che da esso quando fosse affatto libero, derivar ne potrebbero.

9. Per altro l'aver osservato il tubo retto con l'acqua interna non più alta del livello dell'esterna, ed il recurvo con l'acqua molto più elevata, mostra che in questo vi si esercita una forza, che certamente manca nel primo: potrebbe taluno credere, che la sottigliezza de' cannelli producesse dal più al meno il fenomeno, che si osserva ne' tubi capillari di salire i fluidi ne' quali sono immersi molto più di quello porti l'equilibrio de' medesimi, e ciò per quelle cause, che primo di tutti palesò al pubblico il nostro chiarissimo Montanari ne' suoi Pensieri fisico-matematici; ma se tali fossero stati quelli adoperatifi nello strumento di M. Pitot, sarebbe succeduto dal pari l'altezza dell'acqua, e nell'incurvato e nel retto, e non già solamente in quello, come porta l'osservazione dell'Autore.

10. Sono andato anco meco stesso riflettendo, se mai il tanto sensibile declinare delle velocità apparenti col mezzo di questa  
mac-

Aggiunta alla Par.I. del Cap. V. macchinetta a misura del maggiormente profundarsi della stessa, potesse per avventura derivare da ben altro principio, che dalle resistenze del fondo, che certamente nel Pò coll'esame della palla (forse quanto a me, il mezzo sin ora il meno imperfetto per rilevare, e dedurre le velocità delle acque correnti) non rispondono nell'effetto alle osservate in Parigi nella Sena, cioè che dovendo la forza dell'acqua penetrare attraverso dell'altezza di quella porzione, che sale nel cannello, e che se ne sta stagnante e morta, quanto maggiore si è l'immersione del tubo, tanto maggiore diviene quel cilindretto di acqua, onde maggiore ancora si ricerca lo sforzo dell'acqua per salire più alto; sicchè resta incapace di produrre il suo libero effetto, e di mostrarci la sommità dell'acqua stessa nel cannello all'altezza che dovrebbe andare, se tal impedimento non incontrasse: il quale sempre più cresce, quanto più resta immerfa la macchinetta: Quindi non farebbe poi punto da maravigliarsi se cotanto sensibili ci compariscano i ritardamenti della velocità, ed affatto improporzionati a quelli che può dar la resistenza al moto del fondo del fiume.

11. Merita con tuttociò e l'invenzione dello strumento, ed i lumi, che da questo rettamente adoperato, se ne possono ritrarre, che vi si faccia sopra molte e molte osservazioni, e noi faremmo di quelli, che non tralascieranno di far risaltare anche in questa parte il merito di M. Pitot, come siamo persuasi che altri assai più abili di noi vorranno impiegarfi al medesimo fine, ben sicuri, che una volta che siasi trovata la maniera di averfi senza equivoco i gradi della velocità in ogni punto di un'acqua corrente, si verrà ad ottenere gran parte di ciò che manca alla perfezione dell'idrometria.

12. Quanto poi alla facilità del servirsi di questo strumento come da me si reputa tale ne' fiumi di mediocre portata, ed in poca profondità, così mi sembra assai difficile l'usarlo ne' maggiori, e dove la velocità fosse insigne, cioè allora quando si avesse ad immergere il tubo alli 12, 15 e più piedi, nel qual caso si avrebbe ad accrescer la mole del prisma, ed in conseguenza le resistenze originate dalla stessa macchineta al libero corso de' filamenti dell'acqua, ed alterar vieppiù quell'effetto, di cui si va in traccia.

# A P P E N D I C E

DELLA SECONDA PARTE

D E L

## C A P I T O L O Q U I N T O .

*Che contiene la Pratica facile per la distribuzione delle Acque, i disordini che corrono in tal materia, ed i metodi per correggerli.*

**P** Erche l'istituto nostro non è solamente di pubblicare queste materie idrostatiche per quelli a' quali sono note le regole dell'interior Geometria, ma perche se ne approfittino ancora quelli, che mancando della cognizione di tali studj, sono però adoperati anche più che i primi negli assegnamenti e divisioni delle acque, ed essendo corsa fin ora una pratica, che non può quanto è necessario, corrispondere alle vere leggi delle acque correnti, pertanto si è voluto inferire a questo nostro Trattato l'Appendice seguente, che appoggiandosi a quanto si è esposto nella seconda Parte dell'Articolo quinto, si è procurato di ridurre in atto pratico quanto ivi resta col fondamento di molte proposizioni dedotto e provato, e con la mira che ogni Perito se ne possa alle occorrenze servire, e farne buon uso. Vide il Castelli la necessità di tal riforma, e ne aveva anco nell'Appendice XI. del suo *Trattato* di acque prodotti i rimedj ch'è credeva più adeguati; ma per dir vero, comechè questi sono fondati sopra la determinazione della velocità, e questa non quanto basta essendosi da esso fissata nelle acque correnti rimangono le conclusioni da esso fatte, involte in molti equivoci. Il Guglielmini parimenti diede le sue regole al Capo XII. *della natura de' fiumi*, e certamente nelle supposizioni da esso poste, il metodo procede con tutte le necessarie riserve, ma come avverte il Sig. Manfredi nelle *Annotazioni*, tal metodo riguarda principalmente i canali orizzontali. Noi vedremo di supplire indeterminatamente per qualunque ipotesi. Sia però

A R-

## A R T I C O L O I .

*Che contiene varie nozioni circa alle bocche di derivazione.*

Append.  
della Par-  
te II. del  
CAP.  
V.

1. Nella misura delle acque da distribuirsi agl'usi che le domandano, si servono i Periti dello spazio che occupa l'acqua in uscire dalle bocche o siano Regolatori, per introdursi negli alvei che abbiano una certa e determinata pendenza almeno per il tratto di alcune centinaia di pertiche.

2. Questo pendio, che ordinariamente viene determinato di 4 once al più ogni cento pertiche, si pretende poter egli fissare la velocità dell'acqua corrente.

3. Ma l'effettiva misura consiste nella quadratura dell'area dell'acqua, dividendosi lo spazio che contiene in piedi ed once, cosichè 144 once quadrate formano il piede quadrato, detto propriamente in queste nostre parti *quadretto*: L'oncia quadrata vien detta *punto*, de' quali 144 si forma esso *quadretto*.

4. La denominazione però ordinaria che corre, si è, che un *quadretto* porta once dodici di acqua, e dodici punti ne porta un'oncia.

5. E generalmente data l'area di una bocca di acqua corrente in once quadrate o punti, se si dividerà questa per 144, ne provengono i *quadretti* con gli avanzi o rotti: v. g. se si avrà una bocca larga 150 once con altezza viva di acqua di once 42, moltiplicando questi due numeri insieme, sarà il prodotto 6300, che diviso per 144, dà il quoziente 43 *quadretti*, e punti 108, cioè secondo il linguaggio de' Periti 43 *quadretti* ed once 9.

6. Nè viene punto distinto, che l'area occupata dall'acqua sia più alta o più bassa, più stretta o più larga, bastando per la pratica corrente, che nella bocca vi sia numero eguale di piedi quadrati ed once, per pronunciare che la divisione sia pur essa eguale.

I I.

7. Oltre le 100 pertiche ovvero 200, che vengono stabilite vicine alle bocche col pendio di once una per ogni 25 di esse, non cercasi poi, se l'alveo nel rimanente ne abbia più o meno, bastando che l'imbocco per quel tratto sia tale, e si pretende che



che una volta che l'acqua sia introdotta, abbia a camminar senza punto far risentire quella della bocca, nè per via di rigurgito, se il pendio nel progresso mancasse, nè per via di chiamata maggiore, se l'inclinazione dell'alveo andasse crescendo.

8. Si suppone per altro che le distribuzioni venghino fatte in tempi di acque ordinarie, contuttociò non si notano segni fissi e stabili, nè col mezzo delle livellazioni si rilevano le alterazioni che possono andar accadendo.

9. Se fatta la bocca o Regolatore della prescritta misura venghi conosciuto (o perchè gli altri compossessori se ne lamentino, o perchè il moto dell'acqua troppo veloce lo palesi) che più acqua del dovere ella assorbi, vi si colloca un secondo Regolatore in certa distanza dal primo, perchè questo moderi il corso, e bilanci l'acqua, chiamandosi questi secondarj Regolatori *Briglie*.

10. Posta che sia la Briglia non più si bada a qualunque pendenza maggiore o minore, che aver possa il condotto di derivazione.

### I I I.

11. Circa alla direzione dell'imboccatura, non vi è prescritta certa regola, ma si procura, che questa sia più a seconda del corso del fiume da cui si estrae l'acqua, che sia possibile, e che cammini per 25 o 30 pertiche parallelo ad esso.

12. Il sito preciso d'impiantar il Regolatore è dalli 18 alli 24 piedi dentro del canale di derivazione.

13. Nel rimanente a misura del numero di *quadretti* che si vogliono derivare, si tiene largo il Regolatore, quando però l'acqua ordinaria sia alta nel condotto un piede; onde la pratica ordinaria è, che per estrarre v. g. 5. *quadretti*, si tenghi larga la bocca piedi 5; se 6, 6 &c.

14. Ma quando non vi è l'altezza di un piede, allora varj ripieghi si pongono in uso da' Periti, cioè o di abbassare altrettanto, quanto è il difetto, la foglia del Regolatore, oppure di allargar la bocca tanto, cosicchè moltiplicando questa maggior larghezza, con l'altezza data dell'acqua, si ottenghi il numero ricercato; e finalmente se ne pratica un terzo che è d'imbrigliare l'influente o condotto maestro inferiormente alla bocca, cosicchè resti in questo tanto elevata l'acqua, quanto è necessario per averfi quella tal misura.

Append.  
della Parte II. del  
Cap. V.

15. Così per lo contrario, quando l'acqua da derivarsi fosse nel fiume o condotto maestro più alta di un piede, si servono i Periti di varj metodi per non lasciar correre se non quella quantità che desiderano, uno di questi si è di lasciar bensì la foglia del Regolatore di livello con quella dell'influente, ma di chiuderne, attraverso la superficie, quella porzione, ch'è oltre di un piede; altri alzano la foglia del Regolatore, quanto ricerca l'eccesso di quella tal profondità.

E tale in sostanza si è la pratica per il ripartimento dell'acque, per le irrigazioni, per gli edificj, e per altre bisogne de' paesi, delle popolazioni, e delle Campagne; si enumereranno adesso i disordini, e gli equivoci, che in queste distribuzioni vi possono essere a danno e pubblico e privato.

### A R T I C O L O II.

*Disordini che accadono nella misura dell'acque d'irrigazione.*

#### I.

1. Primo e massimo disordine si è, ch'essendo corrente l'acqua che si vuol derivare, e ricercandosi per sapere la quantità dell'acqua, che in un dato tempo n' esce, i numeri esprimenti la larghezza, l'altezza che ha l'acqua alla bocca, ed il viaggio suo o sia la velocità, non si tiene conto che di due, lasciandosi il terzo senza punto determinarlo al pendio che si dà all'alveo per qualche numero di pertiche vicino alla bocca, e senza punto riflettere, che le Campagne per le quali si conducono esse acque, variano molto le cadenti, nè esser sempre in poter dell'arte, avuto riguardo a' due termini *a quo* e *ad quem*, di tirar l'alveo in modo tale, che sempre conservi l'oncia di caduta per ogni 25 pertiche; che se anche l'arte gliela potesse dare, la natura non la conserva di ordinario, sapendosi che il pendio si varia a norma del moto, delle torbide che porta l'acqua, dell'erbe ch'entro vi germogliano, e di molti altri accidenti.

2. Se dunque mutasi il pendio, mutasi subito anche l'estrazione dell'acqua, accrescendosi, se cresce l'inclinazione, o diminuendosi, se cala.

3. Si calcolano le aree de' *quadretti*, come la misura dell'acqua,

qua, quando per questa dovrebbero calcolare un solido di tre dimensioni, detto da' Geometri parallelepipedo.

Append.  
della Par-  
te II. del  
Cap. V.

I I.

4. Erroneo poi al sommo si è, il ragguagliare i quadretti ad eguale numero di punti, per pronunciare che Tizio e Sempronio godino v. g. pari quantità di acqua, come se le due aree della *figura 4.* quadrata una, e l'altra rettangola oblonga, eguali fra di esse, dar dovessero eguali quantità di acqua, quando è noto per li principj dell'idrometria, che l'area quadrata darà quasi il doppio di acqua dell'altra, se sia collocata col lato minore a piombo; dimodochè, per far che dessero egual acqua, converrebbe che la oblonga avesse una base non di 8 parti, come la presente, ma di undeci e più.

TAV.  
III.  
Figura 4.

5. E perche al mutarsi le altezze vive dell'acque correnti, mutansi anche le loro velocità, e per conseguenza le erogazioni, il non fissarsi le dette altezze a segni stabili, ed inalterabili, riesce sempre di molto pregiudizio, nè può il Perito in occasione di rivedere le derivazioni, render conto, nè meno per questo capo della vera quantità dell'acqua che resta estratta.

I I I.

6. Nè punto servono le briglie solite porsi in qualche distanza dentro dell'alveo per regolare l'eccesso della caduta, e la maggior estrazione dell'acqua; mentre questa, come si è detto, non mai si modera, se l'alveo non è stabilito nella inclinazione che ricerca la natura di quelle tali acque, essendovi di queste taluna che non richiede più di un piede per miglio; tal'altra che ne vuole uno e mezzo, ed anche di vantaggio. E se bene pare all'occhio che fra la Briglia ed il Regolatore principale della bocca, cammini l'acqua con moto più lento, ciò è vero, ma in tanto l'acqua dee crescer di corpo nella bocca, e supplisce spesse volte con la maggior altezza alla deficienza apparente del moto.

7. Nè vedendosi alcuna certa regola per piantar esse briglie, ben si può comprendere, che il solo caso regola tal'operazione; quindi, per quanto sia acuto l'occhio del Perito, ed invecchiata la di lui pratica, mai si potrà dir con ragione, che l'acqua derivata sia quale lo ricercano le di lei vere misure.

8. Uno de' disordini molto riflessibili si è pur quello di situare l'imboccatura delle seriole di derivazione, importando molto che

questa sia piuttosto secondo un angolo, che secondo un altro, abbenchè di pochi gradi differente; mentre in ogni diversa direzione s'ianca l'acqua con diverso momento, come agevole è il dimostrarlo in buona Statica per la ragione delle forze composte.

9. Ma alcune circostanze dell'alveo principale, da cui si fa l'estrazione, accrescono poi all'eccesso il sopradetto disordine delle direzioni delle bocche, cioè il sito del filone del canal maestro, e le di lui piegature: mentre se vi faranno due estrazioni eguali nelle loro bocche, ed anche con eguali pendenze, ma che una sia sotto la curvità di una volta, e l'altra in un drizzagno, a meraviglia faranno diverse le quantità dell'acqua estratte; e se tutte e due faranno anche nel medesimo drizzagno, ma che il filone passi vicino alla bocca dell'una, e un poco più lontano da quella dell'altra, notabile pure sarà il divario fra di esse.

10. Come sarà anco considerabile esso divario, se una stessa bocca restasse divisa in due o più parti eguali, avegnacchè quella che averà il filone, ne porterà maggior quantità delle altre, nè sin adesso si vede alcuna regola per adeguatamente ripartire esse acque, se non quella che nasce dalla pratica de' Periti, a cui, abbenchè debbasi deferir molto, non è però che non si abbia a cercar scrupolosamente quella precisione che può dar il buon uso della misura geometrica dell'acque.

11. Nè può supplirsi col procurare di diriger le bocche per qualche spazio più a seconda che sia possibile del fiume o condotto principale; mentre, oltrechè non si può far l'estrazione senza inclinar l'alveo della Seriola, resta poi questo, dopo poco spazio, piegato, come lo ricerca l'andamento delle Campagne, e si perde ben tosto gran parte di que' vantaggi che si credevano guadagnati. Se ne faccia l'esperienza sopra due Seriole, che abbiano la stessa bocca ed estrazione, e che vadino bensì a terminare nel medesimo sito, ma con cammino differente, uno più corto, e l'altro per le piegature più lungo, e si conoscerà quanto più prontamente scaricherà l'alveo più breve del più lungo.

I V.

12. Circa poi l'estrazione effettiva, non avendosi verun riguardo alla profondità del canale maestro, ma unicamente a stabilir le bocche della divisata misura, può in molti modi restar alterata la vera quantità che di estrarre s'intende, tanto se il fondo dell'alveo maestro è maggiore, eguale, o minore dell'altezza,

za, a cui resta posta la foglia, mentre se maggiore, estratta l'acqua in superficie, alla sola altezza di un piede, ve n'anderà affai di meno, che in quella bocca, che avesse la foglia egualmente alta, ma di livello col fondo dell'alveo principale, mentre l'acqua v'è di sua natura a trovar gli alvei più profondi. Nè in in verun modo, come si è veduto al num. 4. di questo articolo, può supplire la maggior larghezza della bocca, quando senz' altra avvertenza, questa si dilatasse sol tanto, quanto importasse la solita quadratura.

13. I ripieghi, che pur si adoprano, per bilanciar l'acqua investita in esse bocche, meritano i suoi riflessi; così l'imbrigliar l'alveo maestro senza una precisa cognizione degli effetti, che può recar un tal impedimento per il rigurgito, non può che apportar de' sconcerti, oltre al lasciarsi, si può dire in libertà degli interessati, di porre clandestinamente sopra la foglia della briglia de' rialzamenti ne' tempi delle magrezze, e derivarne ne' suoi condotti una quantità di acqua, maggiore di quella che loro appartenga.

14. Ben più dannoso è quell'altro ripiego, di limitare le bocche che hanno una maggior profondità, col ferrarne una parte alla superficie dell'acqua, mentre per quanto poco che queste ferraglie sieno alte, è incredibile, come velocitano le acque che vi passano per di sotto.

### ARTICOLO III.

*Metodi per declinare da' disordini predetti nelle derivazioni dell'acque de' condotti.*

#### I.

1. In due modi si può misurare l'acqua corrente, o con assoluta, o con relativa misura. Misura assoluta s'intende il determinare quanto in un dato tempo, per una data bocca, uscir possa di acqua. Misura relativa vuol dire, la proporzione di qualunque quantità uscita, dentro un certo tempo per una o più bocche, o rispetto ad un'altra quantità uscita nel medesimo tempo, oppure rispetto ad alcuna delle quantità estratte; come per esempio, conoscendosi che in un quarto d'ora per una bocca limitata eschino sei botti d'acqua, all'ora si conosce la quantità assoluta

Append.  
della Parte II. del  
Cap. V.

solata di quell'acqua uscita; ma se date varie bocche, estratte da un alveo, si può conoscere che una di esse scarica una quantità d'acqua, che a quella che scarica l'alveo intiero del condotto dentro del medesimo tempo, abbia la proporzione di 4 al 9, e che le quantità estratte da due di esse bocche, stiano fra di loro come 3 al 2, allora si conosce la quantità relativa dell'acqua, non l'assoluta.

#### I I.

2. Forniscono la Geometria e la Statica il modo di rilevare e nell'una, e nell'altra maniera le quantità suddette, e di già ne' Capitoli antecedenti ne abbiamo dato il metodo; quanto però è difficile l'averli le quantità assolute, altrettanto piano e facile è l'ottenersi la relativa, non ricercando maggior studio di quello, che impiega un esperto bombardiere per accertare con ragione il getto delle bombe.

3. Va solo a vedere, se la misura relativa dell'acque può esser sufficiente per la di loro retta distributiva, ed in fatti purchè questa resti appoggiata a certe regole, fondate sull'osservazione, e sulla pratica, non pare averli a dubitare, che tale riuscir non debba; onde lasciando la misura assoluta, si atterremo semplicemente alla relativa, con la morale sicurezza, che in tutte le parti si ponga nel vero suo diritto la più reale distributiva.

#### I I I.

4. Con tali fondamenti adunque, e dalle molte esperienze fattesi, pare che quando per una bocca di un piede quadrato, o di due, o di tre, con altezza conveniente, e col condotto di proporzionata capacità, sgombrato da atterrazioni, e da altri impedimenti, cammini l'acqua liberamente con tal moto, sicchè in un'ora faccia v. g. mille passi Geometrici, o pertiche Padovane 833, questa tal acqua, con tal moto, possa di ragione esser considerata per un *quadretto*, due o tre, a misura dell'area della bocca, per cui esce.

5. Non essendo però difficile il fissar tal emissario, e tal moto, se non altro per ora, in via di supposizione, ideale bensì, ma, che presto diverrà reale, ecco a buon conto la base di tutte le distribuzioni delle acque da farsi in ogni sito di qualunque fiume nel modo e forma, che si anderà esponendo.

6. Per far ciò, farà poi necessario che il Perito ben concepisca le mi-



misure di questa bocca regolatrice, e che procuri anco col disaminare alcuna di quelle, che attualmente sono in essere, vedere se in fatti il caso portasse a rinvenirla disposta secondo al movimento predetto fondamentale dell'acqua, e con ciò risparmiare il tedio dei calcoli, e delle deduzioni.

Append.  
della Par-  
te II. del  
Cap. V.

I V.

7. Si abbia una palla di cera di grossezza di un'oncia in circa di diametro la quale calata nell'acqua, resterà per la maggior parte profundata, essendo che la cera è quasi della medesima gravità specifica dell'acqua; si ponghi dessa nello spirito o filone del condotto, ed aggiustato prima un orologio a minuti, osservisi, se l'acqua uscente dalla bocca di derivazione faccia i mille passi sopradetti nello spazio di un ora o sieno 60 minuti, seguitandosi nel suo cammino fino a quel termine, il che quando succeda, si potrà prender questo condotto per base delle altre erogazioni, come che scaricherebbe l'acqua con la velocità reale che si cerca per regola e norma; dovendosi però avvertire, che seguitando la palla, di cui si è detto con l'orologio alla mano, se o dal vento, o dal corso obliquo, o da qualche altro accidente venisse portata a riva, di procurare che di nuovo, e con la necessaria prestezza sia rimessa nel filone, perchè segua il proprio corso.

8. Che se questa bocca regolatrice per avventura non si trovasse su quel tal fiume, ma che, poste per altro le cose espresse di sopra circa alle misure e buona situazione, si avesse riconosciuto con replicate osservazioni, che il viaggio fatto in un' ora fosse o maggiore, o minore dei passi mille, in tal caso farà da regolar questa bocca nel modo che segue, perchè servir possa di fondamento alla portata di un quadretto. Si moltiplichino mille passi per la larghezza della bocca ridotta in once, e si divida per il numero de' passi trovati; il quoziente che ne risulterà farà il numero in once, che aver dovrebbe questa bocca, acciocchè in un'ora la di lei acqua cammini un miglio, tenuta però sempre alla medesima altezza della bocca regolatrice.

V.

9. Sia per esempio la larghezza once 12, e l'acqua che per questa bocca uscisse conservata sempre alla medesima altezza dell'altra, che serve di base allo sperimento, cammini in un'ora non più di passi 800 geometrici, farà moltiplicando 1000 per 12, il pro-

Append. prodotto 12000, che diviso per 800 darà 15 in vece delle 12 once, ed in tal modo darà in un'ora tant'acqua, come la fissata per la misura d'un quadretto.

10. Ma se camminasse in un'ora passi 1300, allora dovendosi pur moltiplicare 1000 per 12, si avrà ancora il prodotto 12000, ma che diviso per 1300, sarà il quoziente once 9 punti  $2\frac{2}{3}$  incirca, sicchè la bocca dovrebbe restringersi a questa misura, per avervi la quantità determinata come sopra.

11. E con tal metodo la cosa andrebbe sicura, ma è d'avvertirsi, che esso non serve, che al più per que' regolatori, che abbino i condotti dritti, almeno per un miglio, e ne' quali sia in arbitrio l'allargar solamente le bocche senza alterar punto loro le altezze vive, cioè lasciando nella positura di prima la foglia. Il condotto deve esser dritto per un miglio, perchè la palla, dove il corso fosse tortuoso, andrebbe troppo frequentemente ad attaccarsi alle rive, e l'osservazione riuscirebbe troppo fallace per servir di fondamento ad una retta distribuzione.

V I.

12. Data dunque la stessa bocca, sia da mutarsi l'altezza viva dell'acqua senza alterare la larghezza, ma coll'abbassare, o alzar, la foglia, sicchè dia tant'acqua, come la bocca d'un quadretto, l'acqua del quale faccia mille passi in un'ora, come è stato supposto. Si faccia quest'altezza eguale al prodotto, che nasce dalla moltiplicazione della larghezza nella radice cubica del quadrato di mille, e si divida per la radice cubica del quadrato de' passi osservati nel condotto in maggior o in minor numero delli mille supposti.

V I I.

13. Sia l'esempio preso di sopra, cioè faccia prima l'acqua del condotto non più di passi 800 all'ora, essendo però che il quadrato di 1000 e 1000000, la di cui radice cubica è 100, questa moltiplicata con 12 produce 1200, ed il quadrato di 800 essendo 640000, la di cui radice cubica prossima è 86, se questo numero dividerà 1200, il quoziente farà 14 once in circa; due once adunque farebbe da abbassarsi la foglia per avervi l'intento; e nel secondo caso, quando cioè camminasse 1300 passi all'ora, si avrebbe ad alzare essa foglia once 2, essendo che il quadrato di 1300 è 1690000, e la sua radice cubica prossi-





X I.

20. L'uso è il seguente: Sia l'acqua corrente MN; si ponga l'osservatore a cavaliere di essa, in un regolatore fatto con sponde perpendicolari, se questo trovasi nel condotto, e gioverà il farlo, quando non vi fosse, indi attaccata la palla al filo predetto, che sia lungo a misura del bisogno e per l'immersione, e per il sito, ove deve collocarsi l'osservatore in altezza certamente di qualche piede dalla superficie dell'acqua, s'immerga la palla P sotto di essa superficie, il che fatto, il corso subito la trasporterà fino ad un certo termine: S' inchini allora la squadra FAC in modo, sicchè il filo a cui è raccomandata la palla tocchi e baci tutto il braccio AF più lungo, e tenendo il piano dello strumento a piombo, si osservi qual grado segni il pendolo D, farà l'arco compreso fra questo punto, ed il punto B, l'angolo, che si chiama della deviazione, e servirà per rintracciar la velocità dell'acqua.

21. E' perchè le acque hanno diverso moto, maggiore cioè più verso del fondo, e minore più verso della superficie, però se il fiume o condotto abbia un'altezza di due, tre o quattro piedi di acqua, farà bene praticarvi tre o più differenti osservazioni, una quasi a fior d'acqua, l'altra a mezza l'altezza viva, e la terza più verso del fondo, il che si potrà fare o abbassando per una data misura lo strumento, oppure senza muover questo, coll'allungare semplicemente il filo della palla, purchè questi allungamenti siano eguali, e perchè è pur diverso il moto nel mezzo, o dove si trova il filone rispetto a quello vicino alle sponde, perciò ad oggetto che l'osservazione sia esatta al possibile, in tre luoghi per lo meno saranno da praticarsi gli sperimenti, e qualche volta in 4, 5 ed anche più se il fiume avesse larghezze considerabili, ma ne' piccoli fiumi e condotti d'irrigazioni basteranno le tre predette.

X I I.

22. Per esempio siano gli angoli delle prime tre immersioni nel filone del condotto o fiume, gradi 10. 8. 6; gli angoli delle tre altre verso della riva destra gradi 8. 7. 6, e quelli verso la sponda sinistra 7. 5. 3; si sommino assieme a parte a parte, e si avranno 24, 21, 15, che divise ad una ad una per il numero delle immersioni 3, daranno rispettivamente 8, 7, 5 per i loro

T 2 an

Append.  
della Par-  
te II. del  
CAP.  
V.

angoli *medi* o *ragguagliati*; sommati i quali da nuovo danno 20, numero che diviso ancora per quello delle stazioni cioè per 3, lascia gradi 6, e minuti 40. per l'angolo *medio* della deviazione, vale a dire, che se un condotto eguale in altezza e larghezza col dato si movesse in tutte le di lui parti con moto tale, che spingesse fuori del perpendicolo la palla per gradi 6, e minuti 40, questi due condotti scaricherebbero in egual tempo, eguali quantità di acqua.

23. Avuto l'angolo *medio* della deviazione, si dovrà pur riconoscere col livello l'inclinazione del canale di derivazione, e per conseguenza sarà noto anche l'angolo, che questa tale inclinazione farebbe coll'orizzontale: Se dunque si moltiplicherà il seno del complemento dell'angolo di deviazione con la tangente dell'angolo *medio* della deviazione predetta, e si dividerà il prodotto per la differenza, che corre fra il seno del medesimo angolo del complemento, ed il seno dell'angolo d'inclinazione dell'alveo coll'orizzontale, e di questo quoziente se ne estrarrà la radice quadrata, farà questa la velocità competente a quel condotto, o Seriola, o a quel fiume, su di cui sarà stata praticata l'osservazione.

24. Ma perchè e l'angolo dell'inclinazione dell'alveo è sempre di una sprezzabile apertura, e per ordinario ne' condotti non guari differente da quella del fiume principale, e trattandosi di sole quantità relative, perciò in pratica senza sensibile errore, potendosi supporre come un zero, esso angolo d'inclinazione, diventerà la velocità semplicemente, come la radice quadrata dell'angolo della deviazione, il che renderà assai facile il calcolo. Che se alcuno volesse pur scrupolizzare anche su le differenti inclinazioni degli alvei, questo in tal caso non avrà che a servirsi della formola sopraposta, ed avrà l'intento con la maggiore geometrica precisione.

X I I I.

25. Per facilitare l'uso di questo Canone si danno nella Tavola, che sarà registrata al §. XVIII. num. 36. le radici quadrate di tutte le tangenti di grado in grado, cominciando dal zero, sino al grado 70, mentre per condotti di derivazione ad un tal angolo di deviazione forsi mai non arriverà la salita della palla. Essa Tavola si è calcolata con le radici prossime, quando i numeri sono fordi, e quei numeri, che hanno unito il segno + dinotano, che la radice è qualche poco eccedente la vera quantità, come per lo contrario quei nu-

me-

meri che hanno unito il segno —, mostrano che sono di qualche frazione mancanti della vera radice; ma tali difetti non turbano sensibilmente il calcolo, cosicchè si possono prender per veri senza tema d'ingannarsi.

Append.  
della Par-  
te II. del  
Cap. V.

26. Veniamo agli esempli, e prima sia da estrar l'acqua da un fiume in una data quantità. Se dunque in questo vi è Regolatore, vi si pratichino le osservazioni con la squadra a pendolo, e se non vi è, se è facile e di poca spesa, si faccia fare; e se il piantarlo fosse di qualche impegno si tralasci, e si operi nel modo che segue: Si tenda una sottil corda da riva a riva ad angoli retti con queste, e si divida in tre parti eguali, se il fiume non è molto largo, e in maggior numero se fosse di maggior dilatazione; ed in ogn'una di queste divisioni si faccia stabilmente un segno visibile: Se vi si potesse gettar un ponte con una tavola ben resistente, sarebbe meglio della corda per le osservazioni, avendola prima segnata come sopra; dipoi in tutti e tre li diversi punti notati si pratichino le osservazioni degli angoli di deviazione, o con eguali immersioni, se la lunghezza del filo della palla non si vuole alterare, oppure tenendo fissa la prima immersione coll'alungar mezzo piede o un piede per volta, acciocchè la palla abbia campo di scandagliar il moto più lontano dalla superficie, e egualmente per altro rilevandosi il moto e nell'uno, e nell'altro modo, che sempre torna lo stesso, come di sopra si è accennato; e notati diligentemente tutti gli angoli di deviazione, se ne ricavi, come si è detto al §. XII. n. 22. l'angolo medio, che sia in grazia di esempio di gradi 6 e 40 minuti, come ivi fu per supposizione determinato.

27. Fatta questa prima osservazione, si prenda l'esatto scandaglio della sezione del fiume, scandagliandola con eguali intervalli, e col maggior possibile numero di scandagliate, e sommate assieme tutte le misure che daranno, e diviso il prodotto per lo numero di esse scandagliate, si avrà l'altezza *media* o *ragguagliata* di detta sezione in piedi ed onces; abbiassi pure la larghezza del fiume, e se per esempio l'altezza ragguagliata sia piedi 6:4 e la larghezza piedi 20; si moltiplichino un numero per l'altro, e farà il prodotto 127, ommettendo una picciola minuzia che non rileva; poi si vadi alla Tavola del §. XVIII. n. 36, e si osservi, che al numero di gradi 6 corrisponde 102, a quello di 7, 111; onde per i minuti 40, che vagliono  $\frac{2}{3}$  di grado, farà il numero proporzionale (dicendo, se 60 dà 9, cosa darà 40?) 6, da aggiun-

gere

gere al 102, e diverrà 108, numero esprimente la velocità, come si è detto al num. 24 del §. XII, onde moltiplicando 108 per 127 viene 13716 per la quantità dell'acqua del fiume.

28. Dipoi col galleggiante osservarsi il reale moto di esso fiume per dieci ovvero venti minuti primi d'ora, e da ciò si riconosca con la regola aurea, che in un'ora faccia v.g. 900 passi geometrici; in tal caso non farà vero che contenghi quadretti 127, come risulta dalla moltiplicazione ordinaria dell'altezza nella larghezza della sezione; e perchè la velocità non dà i mille passi stabiliti in un'ora, è dunque da trovarsi questa differenza nel modo che segue:

29. Si moltiplichino mille per la larghezza della sezione ritrovata, che fu 20, ed il prodotto 20000, divida il prodotto del numero de' passi, che farebbe per l'osservazione il galleggiante in un'ora, che sono 900, con l'area ritrovata 127, e verrà 114300, dividendo pertanto questo numero 114300 per 20000, ne proviene  $5\frac{2}{3}$ , che farà la nuova altezza ragguagliata del fiume, che avrà a moltiplicar la larghezza 20, onde averli il vero numero de' *quadretti*, e però saranno questi 113, con differenza di *quadretti* 14 di meno di quello portava la pratica ordinaria; sicchè secondo a' posti principj fondamentali, quel tal fiume si può dire, che porti realmente *quadretti* 113 di acqua.

### XIV.

30. Siano da derivarsi sei di detti *quadretti*. Si estrarghino pure all'uso ordinario, tenendo larga la bocca piedi 6, ed alta uno, e si formi un Regolatore alterabile, il condotto si perfezioni, e vi si dia l'acqua, che vi cammini per qualche tempo, dopo il quale siano da rettificarsi le misure, che da prima furono solamente abbozzate. E perchè dal fiume in questione è seguita l'estrazione di 6 quadretti di acqua, però nel nuovo condotto farà da esaminarsi col galleggiante il moto che hà l'acqua, se maggiore, o minore di mille passi all'ora, e secondo quanto si è detto al §. VI num. 12. si avrà a mutare o il sito della foglia, o la larghezza della bocca di estrazione, come più sarà in grado, ma sempre nelle misure, che faranno dinotate dal calcolo, ed in tal modo resteranno estratti i sei *quadretti* senza equivoco alcuno.

### XV.

31. Ecco un altro metodo facilissimo da rettificare l'operazione

ne



ne che darà i veri *quadretti* dell'acqua nel caso proposto in numero di sei. Si moltiplichi la larghezza del Fiume nell'altezza ragguagliata, ritrovata quella di piedi 20, e questa di piedi  $6\frac{2}{3}$ ; e questo primo prodotto si moltiplichi con quel numero che risponde alla ritrovata velocità 108; indi questo nuovo prodotto si moltiplichi col numero, ch'esprime i *quadretti* da estrarfi, che nel caso presente è 6; e questo total prodotto si divida per l'altezza viva della nuova bocca, che nel nostro esempio è l'unità moltiplicata nel numero esprimente la velocità ragguagliata della nuova bocca, che sia v. g. di gradi 5, a cui nella Tavola risponde 93 ed il prodotto resti poi moltiplicato nel numero esprimente i *quadretti* reali che porta il fiume avanti la derivazione, ch'è 113; e questo quoziente farà la larghezza della nuova bocca, la quale se sarà maggiore o minore delli piedi 6, si dovrà ridurre a quella tal misura ritrovata: nel caso presente, facendo il calcolo, si trova che verrebbe piedi 7 ed once 10, onde sarebbe d'allargarsi un piede ed once 10, acciochè dia la porzione, che se gli è destinata; il processo dell'operazione è il seguente:

Append:  
della Par-  
te II. del  
Cap. V.

$\begin{array}{r} 93 \\ \hline 1 \\ \hline 93 \\ 113 \\ \hline 339 \\ 1017 \\ \hline 10509 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 6\frac{2}{3} \\ \hline 127 + \\ 108 \\ \hline 13716 \\ 6 \\ \hline 82296 \end{array}$
---	--

$$10509 | 82296 | 7 \frac{8733}{10509} = 7.10$$

$$\frac{73563}{8733}$$

$$10509.8733 :: 12.9 \frac{10215}{10509} = 10$$

### X V I.

32. Poniamo un'altro esempio, nel quale la velocità media della bocca superi quella del fiume principale, e sia di gradi 9; Per la Tavola del §. XVIII. n. 36. gli compete 126, e conservando per altro le stesse cose, farà il calcolo

Append.  
della Par-  
te II. del  
Cap. V.

$\begin{array}{r} 126 \\ \hline 1 \\ \hline 126 \\ 113 \\ \hline 378 \\ 126 \\ \hline 126 \\ \hline 14238 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 6\frac{2}{3} \\ \hline 127 + \\ 108 \\ \hline 13716 \\ 6 \\ \hline 82296 \end{array}$
--	--

$$14238 | 82296 | 5.2.$$

da cui si viene a comprendere, che basterà che la bocca sia larga piedi 5.2 in vece delli 6, per dare la quantità ricercata. Ecco pertanto, come al cambiarsi delle velocità del fiume, e de' canali delle derivazioni, si muta anco la vera quantità de' *quadretti*, e come il metodo che quì si è posto con molta facilità, chiarezza, e brevissimo calcolo, la fa rilevare, con la sola supposizione di averfi fatta l'osservazione fondamentale nel fiume da cui si ha da estrar l'acqua.

33. Resta pur manifesto il modo, col quale si può togliere qualunque altro corpo di acqua dal medesimo fiume, bastando mutar i numeri che lo esprimono, ne' calcoli sopraposti, nè il Perito ha da levarsi dalla sua pratica nella prima estrazione, ma solo aggiustar le misure nella rettificazione che se gli rende necessaria, dopo che l'acqua si farà bilanciata nel condotto, come si è notato ne' numeri anteriori.

### X V I I.

34. Sarà ancora molto facile il sapere quant'acqua si possa estrarre per servigj privati da un dato fiume, senza impoverirlo foverchiamente di acque, e senza pregiudicare a quelli che per avventura fossero inferiori, ed avessero li suoi usi antichi; mentre quando con la pratica e calcolo, esposti ne' §. §. antecedenti, si può conoscere la vera quantità de' *quadretti* ch'esso fiume porta, si può altresì calcolare il più ed il meno che se ne potesse levare, allorchè il fiume nel progresso ricevesse delle nuove acque, o delle proprie ne somministrasse alle Campagne o Valli, quando fosse disarginato; nel qual caso, prima di piantar la distributiva dell'acque, converrà certificarsi di tal esuberanza, o deficienza, col replicar l'operazioni predette in varj siti, per poi calcolare con ragione e fondamento sopra le *erogazioni* da farsi, avuto riguardo all'intero sistema del medesimo fiume.



35. Finalmente con la medesima facilità si potrà rettificare qualunque condotto o Seriola, posta sopra qualunque fiume, mentre dato il quantitativo dell'acqua dovuta a Tizio, e per lo numero 31 del §. XV. conosciuta la reale quantità che porta o il fiume principale, o qualunque de' condotti, col prenderli quello o alcuno di questi per base fondamentale, riuscirà egualmente facile il sapere, se i riparti siano giusti, trascendino, o manchino. Altri esempj non si allegano, mentre bastanti si reputano i sovrapposti, ed il recarne di nuovi non servirebbe, che a tediare i leggitori, e talvolta a confondere i meno versati.

Append.  
della Par-  
te II. del  
Cap. V.

XVIII.

36. Tavola delle velocità rispondenti a gradi differenti di deviazione.

Gr. 1	41 +	Gr. 24	211 +	Gr. 47	328 +
2	59 -	25	216 +	48	333 -
3	72 -	26	221 +	49	339 -
4	84 +	27	226 +	50	345 -
5	93 -	28	230 -	51	351 -
6	102 -	29	236 +	52	358 +
7	111 +	30	240 -	53	364 -
8	118 -	31	245 -	54	371 +
9	126 +	32	250 +	55	378 +
10	133 +	33	255 +	56	385 +
11	139 -	34	260 +	57	392 -
12	146 +	35	264 -	58	400 -
13	152 +	36	269 -	59	408 +
14	158 +	37	274 -	60	416 -
15	163 -	38	279 -	61	425 +
16	169 -	39	285 +	62	434 +
17	175 +	40	289 -	63	443 +
18	180 -	41	295 +	64	452 -
19	185 -	42	300 -	65	463 -
20	191 +	43	305 -	66	474 +
21	196 +	44	311 +	67	485 -
22	201 -	45	315 -	68	497 -
23	206 -	46	322 +	69	510 -
				70	524 -

V

37. Res

XIX.

Append.  
della Par-  
te II. del  
Cap. V.

37. Resta da avvertire che la velocità dell'acque correnti, come anche si è espresso al §. XI. n. 21, essendo maggiore più verso il fondo, minore più verso della superficie, rimane questa prevalenza di moto alterata sensibilmente dalle resistenze del fondo; così anco benchè nel mezzo di un canale corra l'acqua più veloce di quello faccia vicino alle rive; e facendosi le resistenze di dette rive, e del fondo maggiormente risentire, dove l'acqua è minore di corpo, ne proviene, che in parità di circostanze, abbenchè si abbia lo stesso pendio in due diversi canali, correrà però sempre meno quello che v. g. avrà un piede di altezza, ed altrettanta larghezza di un altro, che sia maggiore ed in larghezza ed in profondità; cosicchè nel calcolo fondamentale, allorchè vien supposto che l'acqua debba far un miglio di cammino all'ora, si avrà ad attendere anco a tali accidenti, battendo un dieci per cento, se l'acqua fosse di corpo oltre li 6 quadretti, nulla battendo se l'acqua fosse dalli sei alli tre, ed aggiungendo il dieci per cento, se fosse minore delli tre quadretti.

38. Nel qual caso in tutti que' numeri, ne' quali si è supposto che quello di mille passi moltiplichi o divida qualche altro numero, basterà di sostituire o il 900, ovvero il 1100, secondo l'esigenza, e si averanno prossimamente le desiderate quantità; che se anco lo stesso numero di 1000, quantità assunta come la più ragionevole, si credesse o deficiente o eluberante, il che non pare, ciò non ostante sussistono tutte le predette regole, solamente che si abbia l'avvertenza di mutar il numero 1000 ivi preso per fondamentale. Si è voluto aggiungere anche questa notazione, acciocchè sempre più si rilevi l'universalità di questo metodo, nel quale una volta che si abbi determinata la sola quantità di un cammino ragionevole, che può far l'acqua dentro un certo tempo, non vi è più difficoltà per fissare stabilmente tutte le misure di ogni e qualunque derivazione in ogni e qualunque condotto.

## CAPITOLO SESTO.

*Dell'unione e divisione dell'acque correnti, con le leggi del loro crescere e scemare.*

## I.

**U**N fiume che ponga capo in un altro fiume, non lo fa crescere già a misura della quantità dell'acqua che vi porta, come accaderebbe se l'acqua venisse considerata a guida di un solido, ma solamente cresce per quanto gli viene permesso dalla maggiore o minore velocità sì dell'influente, che del recipiente. Così per lo contrario, se ad un fiume col mezzo d'un canale verrà scemata una certa quantità di acqua, dovrà esso abbassarsi di superficie a norma del moto che avrà ed il canale di derivazione, ed il fiume da cui si distrae l'acqua; e tali alterazioni risentir si debbono non solo nelle parti inferiori al sito ove o si pone, o si estrae l'acqua, ma ancora nelle superiori; con qual legge poi, ciò per anco ha molto dell'oscuro; quello che sembra certo si è, che tanto nel caso dell'unione, che della derivazione, conviene che la superficie si vadi accomodando in una proporzionata cadente; e comechè l'impressione che nasce da una tale anomalia non giugne per lo più a turbare tutto l'alveo del fiume, se questo corre per lungo tratto, così si riduce il più difficile del problema a trovare il punto, ove la superficie alterata si confonde ed unisce con l'inalterata dopo seguito il bilanciamento dell'acque, il qual punto in rigore geometrico dovrebbe scorrere e trovarsi fino al principio o fonte del fiume, quando una curva regolare fosse, com'esser dovrebbe, la di lui superficie; ma tanti sono gl'impedimenti ed ostacoli che il corso dell'acqua da per tutto incontra, che questa legge non si osserva in fatto, ed in ogni fiume vi è realmente un punto, oltre il quale non passa l'azione del rigurgito. Ciò però, per quanto sarà in poter dell'arte, considereremo in altro Capitolo, ove si tratterà delle cadenti de' fiumi, delle loro piene e magre; e ci basterà adesso di cercare l'alzamento o lo scemamento che può seguire in un fiume per l'aggiunta o derivazione di una data quantità di acqua.

## CAP. VI.

## II.

TAV. III.  
Figura 7.

Intendasi che l'altezza del recipiente avanti l'ingresso di un nuovo influente sia la AB, la sua larghezza in una sezione regolata sia LM, l'altezza sotto di cui corre l'influente avanti l'unione sia FG, la sua larghezza HI; introdotto che sia nel recipiente predetto, dovrà questo soffrire qualche gonfiamento, si cerca di qual altezza sia egli per essere. Perche dunque l'acqua aggiunta deve conformarsi alla larghezza della sezione del recipiente, si concepisca l'altezza FG dell'influente, mutata nella AE del recipiente, allorchè l'acqua di quello sia in questo passata; e perche questa nuov'acqua pesa sopra la sottoposta, perciò quella del recipiente verrà obbligata ad abbassare la sua superficie, e dal punto A ridurla v. g. in C, cosicchè anche il punto E passerà in D, e sarà  $ED = AC$ ; e perciò la BD sarà tutta la nuova altezza, che avrà acquistata il recipiente, dopo l'aggiunta dell'acqua dell'influente. Si chiami  $AB = d$ ,  $AE = x = CD$ ,  $BD = z$ ,  $FG = b$ ,  $HI = a$ ,  $LM = c$ , la velocità del recipiente, prima di ricever l'influente sia  $u$ , quella dopo di averlo ricevuto, ma avanti che possa esercitar la pressione, e ridurfi all'equilibrio, cioè quella ch'avrebbe se corresse l'acqua dell'influente nella larghezza del recipiente  $= t$ , la velocità che realmente avrà il recipiente dopo seguita l'unione, e dopo bilanciate nel loro corso le acque  $= q$ , e finalmente la velocità che teneva l'influente nel suo alveo avanti l'unione  $= r$ . Essendochè dunque le due moli di acqua dell'influente e del recipiente, che in un dato ed egual tempo possono passare separatamente nell'alveo del recipiente, devono pur passare unitamente per esso recipiente; quindi sarà l'equazione  $du + tx = qz$  e  $z = \frac{du + tx}{q}$ , prima formola generale; dipoi perche egual mole d'acqua, in egual tempo dee intendersi passare e per l'influente separato, e per lo medesimo influente, quando si concepisca ridotto alla larghezza del recipiente; sarà però un'altra equazione  $ctx = abr$ , onde  $x = \frac{abr}{ct}$ , e  $z = \frac{cdu + abr}{cq}$ , seconda formola generale esprimente tutta l'altezza BD; quindi la AD ch'è il solo accrescimento per l'influente sopra lo stato di prima del recipiente, verrà ad essere  $\frac{cdu + abr - cdq}{cq}$ .

III.

CAP. VI.

Coroll. 1. Se le velocità fossero in dimezzata proporzione delle altezze farebbe  $AD = \frac{d\sqrt{d+x}\sqrt{x}-d\sqrt{z}}{\sqrt{z}} = z-d$ , che si riduce a  $z = \sqrt{d^3+2dx\sqrt{dx+x^3}}$  ed  $AD = \sqrt{d^3+2dx\sqrt{dx-x^3}}-d$  in cui  $x = \frac{b\sqrt{aa}}{\sqrt{cc}}$ , come si ricava sostituendo nella formola  $crx = abr$ , i valori di  $r$  ed  $r$ , che sono  $\sqrt{x}$ ,  $\sqrt{b}$ , questo valore dunque di  $x$  sostituito in quello di  $z$ , darà il valore di  $AD$ .

IV.

Coroll. 2. Nella supposizione del Castelli e del Barattieri, che fanno le velocità, come le altezze, farà  $z = \sqrt{dd + \frac{abb}{c}}$ , ed  $AD = \sqrt{dd + \frac{abb}{c}} - d$ .

V.

Coroll. 3. E conseguentemente, se farà  $u = d^m$ ,  $r = b^n$ ,  $q = z^\phi$ , cioè se faranno  $m, n, \phi$  numeri quali si vogliano intieri o rotti esprimenti qualunque potestà delle altezze, per le velocità fa-

rà la formola generale  $z = d^{\frac{m+1}{\phi+1}} + a^{\frac{-1}{\phi+1}} x^{\frac{n+1}{\phi+1}} \left| \frac{1}{\phi+1} \right.$  nella quale essendo di già eliminato  $x$ , non vi farà se non da sostituire i valori di  $d, a, c, b$ . fissati che siano i suddetti esponenti; supponendosi  $z, d$  incognite; la suddetta formola darà l'equazione generale di tutte le curve degli accrescimenti dei fiumi per l'aggiunta di nuovi influenti, l'abscissa delle quali farà  $z$ , l'ordinata  $d$ ; ovvero più generalmente facendo  $u = d^{\frac{m}{p}}$ ,  $r = b^{\frac{n}{p}}$ ,  $q =$

$$z^{\frac{\phi}{p}} \text{ si averà } cz^{\frac{\phi+p}{p}} = cd^{\frac{p+m}{p}} ab^{\frac{p+n}{p}} \text{ cioè } z^{\frac{\phi+p}{p}} = \frac{cd^{\frac{p+m}{p}} + ab^{\frac{p+n}{p}}}{c^p}$$

a d

CAP. VI. TAV. III. Figura 8.

a d nel modo che segue. Sia  $d^{\frac{p+m}{p}} = b^{\frac{m}{p}} y$  ovvero  $d^{p+m} = b^m y^p$  farà  $z^{\frac{\phi+p}{p}} = y + \frac{ab^{\frac{n+p-m}{p}}}{c} \left| \frac{p}{p} \right. x^{\frac{m}{p}}$ . Si costruisca la curva AE espressa dall'equazione  $d^{\frac{p+m}{p}} = b^{\frac{mp}{p+n-m}} y$ . Si prenda  $BA = ab^{\frac{p}{p+n-m}}$  e dal punto B si descriva un'altra curva, che abbia per equazione  $z^{\frac{\phi+p}{p}} = y + \frac{ab^{\frac{n+p-m}{p}}}{c} \left| \frac{p}{p} \right. x^{\frac{m}{p}}$  farà  $DE = d$ ,  $CD = z$ , e l'intercetta CE farà il ricercato accrescimento.

VI.

Scolio 1. Nel caso semplicissimo delle velocità in ragione delle altezze, servendosi della prima formola del numero precedente, si muterà questa in  $dd = zz - \frac{abb}{c}$ , equazione all'iperbola equilatera  $BA$ , di cui tanto il parametro  $bn$ , quanto il diametro  $bm = \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{c}}$ ; DB dunque farà l'altezza dopo l'unione dell'acqua, e BA l'altezza, che prima di riceverla aveva il recipiente; ed essendo per la natura dell'iperbola equilatera il quadrato di BA eguale al rettangolo  $Bm \times bB$ , cioè alla differenza de' quadrati  $DB, Db$ , si avrà in termini analitici  $dd = zz - \frac{abb}{c}$ , che è l'equazione proposta; onde apparisce il metodo di descrivere tal iperbola, sicchè contenghi tutti i casi possibili di questi crescimenti nati da una sopravvenienza di acque; E calcolando con la seconda formola medianti le due parabole del numero precedente, faranno l'equazioni  $dd = by$ ,  $BA = \frac{ba}{c}$  e  $zz = by + \frac{bba}{c}$ , e se in vece di  $by$  si sostituirà il suo valore  $dd$ , farà  $zz = dd + \frac{bbd}{c}$  equazione che di sopra si è trovata e costrutta.

Scor

V I I.

CAP. VI.

*Scolio II.* Se le velocità stessero come le radici delle altezze, l'equazione che ne risulterebbe dalla prima formola del num. V. ascenderà alla sesta dimensione nell'incognita, e farebbe la seguente  $c^4 z^6 - 2 a^2 b^3 c c z^3 + a^4 b^6 - 2 c^4 d^3 z^3 - 2 a^2 c^2 b^3 d^3 + c^4 d^6 = 0$ , che non trascende però i limiti dell'equazione cubica, ma con la seconda formola posto  $\frac{m}{p} = \frac{n}{p} = \frac{\phi}{p} = \frac{1}{2}$  si avrà  $z^3 = y + \frac{ba}{c} \sqrt{x b}$ , e supponendo  $d^3 = by^2$  farà in tal caso AE la parabola che esprimerà la detta equazione, e BC quella dell'altra  $z^3 = y + \frac{ba}{c} \sqrt{x b}$  senza altro imbarazzarsi nella risoluzione dell'equazion predetta affai composta.

TAV. III. Figur. 8.

V I I I.

La conversa proposizione del numero II. di questo, si ricava dalle stesse formole ivi registrate: cioè data l'altezza viva di un fiume, da cui si dovesse estrarre una quantità di acqua, ritrovare la sezione del canale di derivazione, cioè questo scarichi la detta quantità di acqua, e che l'altezza viva BD discendi fino in BA. L'equazione dunque  $c q z = c d u + a b r$  si muta ancora in  $a b r = c q z - c d u$ , la quale scioglie il problema. Sia da levarsi per tanto una quantità di acqua, che alla prima avanti dell'estrazione abbia la ragione di  $l a p$ , onde farà l'analogia  $c q z . c d u :: l . p$ .

TAV. III. Figur. 7.

e facendo  $r = b$  ed  $u = d$ , farà  $b = \frac{c}{a} \times \frac{l-p}{p} \times d^{m+1} \sqrt{\frac{1}{n+1}}$  da cui si cava l'altezza viva del canale derivante  $d = \frac{a}{c} \times \frac{p}{l-p} b^{n+1} \sqrt{\frac{1}{m+1}}$

formola che fa nota l'altezza, che dopo levata la detta quantità d'acqua dovrà aver acquistato il fiume, da cui rimane ess'acqua estratta. Che se scemata l'acqua del fiume, dopo aperto il canale derivante per una data altezza, e nota l'altezza dell'effluente  $b$ , si desiderasse la larghezza di esso  $a$ : Sia la prima altezza avanti la derivazione, alla seconda dopo che questa è seguita, come  $e$  ad  $f$ , cioè.  $z d :: e . f$ . onde  $z = \frac{de}{f}$  sostituendo però que-

sto valore nella formola generale, come sopra  $r = b$ ,  $q = z$  ed

CAP. VI. ed  $u = d$  farà ridotta l'equazione alla seguente  $a = \frac{c}{\phi+1} \times$

$$\frac{e^{\phi+1} d^{\phi+1} - f^{\phi+1} d^{m+1}}{b^{n+1}}$$

nella quale  $a, d$  sono le incognite, e le quantità date sono  $c, f, b, z$ , ovvero se fosse data questa larghezza, e restasse incognita l'altezza sarebbe  $b = \frac{c}{a f^{\phi+1}} \times$

$$\frac{e^{\phi+1} d^{\phi+1} - f^{\phi+1} d^{m+1}}{n+1} \sqrt{\frac{1}{n+1}}$$

ovvero per i fiumi orizzontali, o quasi orizzontali, dove essendo libero il Canal derivante, il fondo di questo viene anco a regolare l'altezza viva dell'acqua del fiume, cioè quella, che può agire a promuovere la maggiore o minore quantità, che devesi derivare, restando l'altra inoperosa in riguardo

di un tal canale da derivarsi, farà la formola  $d = \sqrt[\frac{n}{1}]{\frac{e}{f} \times \frac{c z^{\phi}}{a+z}} = b$ .

I X.

*Coroll. I.* Sia nella seconda formola del numero precedente  $m = n = 1$ , si muterà in  $d = b \times \sqrt{\frac{ap}{cl - cp}}$  nella quale se si porrà  $l = 4000, p = 3100$  numeri esprimenti le quantità dell'acqua, che passano per una data sezione del fiume, e prima, e dopo della derivazione,  $b = a$  piedi 10,  $a =$  piedi 200,  $c =$  piedi 300 farà, fatte le dovute operazioni, il logaritmo di  $d = 1.3345034$ , che risponde a piedi  $21 \frac{122841}{202034}$ . Il valore poi dell'altezza pri-

ma, avanti cioè la derivazione, farà  $z = \frac{d \sqrt{l}}{\sqrt{p}}$  onde essendo conosciuta  $d$ , faranno pur conosciute tutte le altre quantità, e valerà piedi  $23 \frac{8858}{92417}$

X.

*Coroll. II.* Facendo  $m = n = \frac{1}{2}$ , che è il caso del Torricelli, del Mariotte, e di altri, si tramuterà la detta seconda formola-



mola in  $d = b \sqrt{\frac{app}{cc-l-p}}$ , e  $z = \frac{d \sqrt{ll}}{\sqrt{pp}}$ , fatte le dovute sostituzioni, e posti i valori delle quantità  $l, p, b, a, c$  come sopra sarà logaritmo  $z = 1.4846658$ , il di cui numero  $30 \frac{75446}{142405}$  dal che appare, che se si abbasserà il fiume per l'acqua derivata dall'effluente, cosicchè la prima altezza alla seconda dopo la derivazione sia come  $23 \frac{8858}{92417}$  a  $21 \frac{122841}{202034}$  sarà la quantità, che passa per una data fezione inferiormente al sito della deviazione, avanti che sia estratta l'acqua, alla quantità che passa per la medesima fezione dopo derivata la detta acqua, come 40 al 35, nel primo caso, e le altezze per il secondo caso faranno come  $30 \frac{75446}{142405}$  a  $27 \frac{146407}{157942}$ .

X I

Coroll. III. Prendendo la terza formola del numero predetto, nella quale si suppongono date  $e, f, d, b, c$ , e facendo  $n, \phi, m = 1$  per l'ipotesi del Castelli si cerca la larghezza del canale di derivazione, sarà però  $a = \frac{cdd}{ff} * \frac{ee-ff}{bb}$ . Sia  $e. f :: 9. 8$ ;  $d = 20, b = 18, c = 300$ , sarà il logaritmo di  $a = 1.9929051$ , a cui prossimamente corrisponde il numero 98, e di tanti piedi dovrebbe essere la larghezza ricercata del canal di derivazione, acciocchè la prima altezza del fiume restasse alla seconda dopo estratta l'acqua nella ragione di 9 al 8, ma nella supposizione che  $m, n, \phi$ , sieno eguali a  $\frac{1}{2}$  sarà la terza formola mutata in  $a = \frac{cd \sqrt{d}}{f \sqrt{f}} * \frac{e \sqrt{e-f} \sqrt{f}}{b \sqrt{b}}$ , e il logaritmo prossimo di  $a$  sarà  $1.8900925$ , il di cui numero prossimo è 78 per la ricercata larghezza.

X I I

Coroll. IV. Servendosi della formola generale del numero III.  $z = \frac{cdu+abr}{cq}$  per averfi l'altezza residua di un fiume, dopo che

X gli

CAP. VI. gli farà stata levata una certa quantità di acqua, sarà  $d = \frac{cqz-abr}{cu}$  ovvero sostituendo in vece di  $q, r, u$  li valori rispet-

tivi  $z, b, d$  sarà  $d = c \sqrt{\frac{\phi+1}{-ab}} \sqrt{\frac{d+1}{m+1}} \frac{1}{c}$ ; se dunque  $\phi,$

$d, m$  faranno eguali ciascheduna ad un  $\frac{1}{2}$  farà l'equazione  $d^6 - 2aab^3d^3 + z^6 = 0$   
 $-2z^3 - 2aab^3z^3 + \frac{a^4b^6}{c^4}$

oppure, per maggior facilità, si potrà ridurre alla seguente espressione  $d = \sqrt{z^3 - \frac{2zcx^3 \sqrt{bz}}{abb} + x^3}$  ed essendo  $x = \frac{b \sqrt{aa}}{\sqrt{cc}}$  sarà  $d = \frac{\sqrt{ccz^3 - 2cabz \sqrt{bz} + aab^3}}{\sqrt{cc}}$ .

X I I I

Coroll. V. Ovvero servendosi della seconda formola registrata al numero V. di questo, e medianti le due parabole ivi costrutte sarà secondo a quanto ivi si è esposto  $cd \frac{p+m}{p} = c \frac{\phi+p}{p} - \frac{p+n}{p} \frac{p+m}{p} - \frac{\phi+p}{p} - \frac{ab}{c} \frac{p+n}{p}$ , ovvero  $d^{p+m} = \frac{\phi+p}{p} \frac{p+n}{p} \frac{p+m}{p} - \frac{ab}{c} \frac{p+n}{p}$  e facendo  $z \frac{\phi+p}{p} = b \frac{m}{p} y$  diventerà, fatte le debite sostituzioni,  $d^{p+m} = y + \frac{ab}{c} \frac{p+n-m}{p} \frac{p}{m} x b^m$ . Sia dunque BC la curva, la di cui equazione  $z^{\phi+p} = b y^m$ . Si prenda  $BA = \frac{ab}{c} \frac{p+n-m}{p}$ , e dal punto A si descriva un'altra curva AE espressa dall'equazione  $d \frac{p+m}{p} = y - \frac{ab}{c} \frac{p+n-m}{p} \frac{p}{m} x b^m$

farà

farà DE =  $d$ , CB =  $z$ , e CE la ricercata differenza delle altezze .

CAP. VI.

XIV.

*Scolio I.* Si produrranno alcuni esempj concernenti l'abbassamenti de' fiumi in piena, col mezzo de' canali riforatori, o diversivi, che venghino chiamati, e faranno tali esempj presi dall'Adige; che come è noto, molti ne tiene, e per i quali in varj tempi ebbi motivo di fare varie osservazioni per la generale regolazione di quel fiume. Fu trovato dunque 1°. Che la Buova della Badia tiene di altezza di acqua in piena sopra la di lei foglia piedi Veneti 10 : 7 : 4 cioè linee 1528, la larghezza sua è di piedi 12  $\frac{1}{2}$  o siano linee 1800, l'altezza raggiugliata dell'Adige ivi dirimpetto, considerato pure in piena, fu trovata di p. 11. 3. 1, cioè linee 1621, essendo largo piedi 402 ovvero linee 57888, onde a norma di quanto si registra al numero VI. di questo, calcolando col

supporre le velocità, come le altezze, avendosi  $x = \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{c}} = 269$ ,

e per conseguenza  $d = \sqrt{z^2 - x^2} = 1598$ , detratte queste dall'altezza dell'Adige, avanti la derivazione, restano linee 23 cioè once una, e punti undeci per l'abbassamento ricercato. 2°. Alla bocca o sia Regolatore della Sabbadina si è trovato  $z = p. 19. 1. 11 =$  linee 2759,  $b = p. 9. 2. 11 =$  lin. 1331;  $a = p. 27 \frac{1}{2} =$  linee 3960;  $c = p. 2280 =$  lin. 30240 onde  $x = 554$ , e  $d = \sqrt{z^2 - x^2} = 2703$ , che detratte da 2759 prima altezza, danno linee 56 equivalenti ad once 4 e due terzi. 3°. Al Regolatore di Fiume nuovo, quando era di legno, si è trovato  $z = p. 10. 8. 4 =$  linee 1480;  $b = p. 4. 10. 8 =$  lin. 704;  $a = p. 60 =$  lin. 8640;  $c = p. 318 =$  lin. 45792, e però  $x = 306$  e  $d = 1448$  cosicchè può dare un abbassamento all'Adige di once 2, e due terzi. 4°. A Fossa Bellina, che è il più inferiore de' diversivi, rispetto al mare si è trovato  $z = p. 10. 11. 8 =$  linee 1580;  $b = 4. 4. 2 =$  lin. 626;  $a = p. 60 =$  lin. 8640;  $c = 258 =$  lin. 37152, onde  $x = 301$  e  $d = \sqrt{z^2 - x^2} = 1531$ , che detratte da 1580 lasciano 29 linee per l'abbassamento dell'Adige, cioè due once e punti cinque. 5°. Ma al Castagnaro, ch'è il primo e più lontano dal mare di tutti i diversivi, essendosi trovato  $z = p. 14. 2. 10. =$  linee 2050;  $b =$  lin. 1491;  $a =$  lin. 35064;  $c =$  lin. 95040 misure presesi sopra i due strammazzi laterali alla cunetta, che rimane nel mezzo, la di cui portata si è poi calcolata separatamente; farà  $x =$  lin. 950, e  $d =$  lin. 1816,

X 2 quan-

CAP. VI. quantità che levata da 2050 lascia linee 234, cioè piedi 1 : 7 : 6 per l'abbassamento dell'Adige pieno a cagione della diversione, che gli possono fare i detti due strammazzi uno di quà e l'altro di là dalla cunetta. Calcolando poi la derivazione di questa, si ha che  $z$  farà eguale a linee 2050,  $b =$  lin. 2127,  $a =$  lin. 3816,  $c =$  lin. 95040 come sopra, onde  $d$  farà lin. 2000 profissamente, che sottratte da 2050 lasciano 50 linee, che fanno once 4 e punti 2, che però tutto il diversivo del Castagnaro dà piedi 1 : 11 : 8, cioè soli quattro punti di meno di due piedi.

XV.

*Scolio II.* Il Celebre P. Abate D. Guido Grandi Matematico del Gran Duca di Toscana nel Trattato del movimento delle acque, che già qualche anno ha consegnato al Pubblico con le stampe di Firenze al Capitolo V. Prop. XXXV. professa, che se due fiumi orizzontali LG, FG, siano mossi colle velocità GI, GK, si uniscano in un tronco, la cui velocità, e direzione sarebbe GH; e poi viceversa si supponga, che lo stesso Tronco HG colla stessa velocità HG, dovesse con moto retrogrado diramarsi ne' due rami GL, GF non restituirà loro le velocità IG, KG uguali alle prime, se non quando l'angolo LFG fosse retto, il che essendo diverso da quanto da noi si è stabilito ne' numeri antecedenti, siamo chiamati a ponderare a misura delle nostre forze, i fondamenti sopra de' quali è piantata la detta proposizione. Risolve dunque il P. Abate Grandi la velocità totale GH, che è nata dalle due laterali GK, GI, mediante il compimento del parallelogrammo con le due linee esprimenti le forze HE, GE, delle quali HE è la perpendicolare condotta alla GK prodotta; ma se di converso, dice il P. Abate, il tronco HG si rivolgesse ne' rami, le velocità di questi non sarebbero già le stesse, che allora quando entravano nel tronco, bensì ora maggiori, ora minori, e solo eguali nel caso che l'angolo LGF fosse retto. La direzione della velocità GH, risultante dalla conspirazione delle due laterali GI, GK è appunto quale da tutti gli Statici viene prescritta. Per averne una prova più chiara si conduca sulla linea del tronco GH le perpendicolari K $\delta$ , I $\phi$ , e si avrà la velocità GK risolta realmente nelle due G $\delta$ ,  $\delta$ K, e la velocità GI nelle altre due G $\phi$ ,  $\phi$ I, delle quali le K $\delta$ ,  $\phi$ I, nulla contribuiscono al moto progressivo, ma le sole G $\delta$ , G $\phi$ , que-

TAV. III. Figura 9.

ste

ste poi  $G\delta + G\phi$  sono eguali a  $GH$ , come si può facilmente dimostrare; dunque questa quantità dinota realmente la velocità con la quale si muove l'acqua del tronco, dopo ricevuti gl' influenti, e qui di passaggio è da notarsi, che la prevalenza di una delle perpendicolari  $K\delta$  sopra l'altra  $I\phi$  non servirebbe che ad obbligare il filone a torcere un poco dalla sua rettitudine il cammino. Allorchè poi considera il chiarissimo Autore la conversa della proposizione, cioè quando il tronco passasse ne' rami, risolve la velocità di questo  $HG$  nelle due  $HE$ ,  $EG$ , e dice che in  $GF$  vi anderebbe l'acqua con la velocità  $GE$  maggiore di  $GK$  per l'angolo acuto; lo che farebbe vero ogniquivolta e quando per questo ramo  $GF$  vi dovesse andare tutta l'acqua del tronco, mentre  $HG$  n' esprime tutta la velocità, ma per  $GF$  non dovendone andare che quella quantità, ch'è venuta quando  $GF$  fu considerato come un influente, ne deriva, che la  $HG$  debba risolversi in altra guisa di quello è stato fatto, considerando cioè  $G\phi$  per la velocità  $GI$ , e  $G\delta$  per la velocità  $GK$ , onde saranno poi restituite a capello le velocità di prima  $GK$ ,  $GI$  ne' due canali rispettivi, ora riputati come rami diffuenti  $GF$ ,  $GL$ ; quindi gl' influenti convertiti in diffuenti non cangieranno di velocità, anzi la medesima e nell' uno e nell' altro caso saranno pontualmente ritenute, purchè alcuna circostanza non venghi mutata.

X V I.

*Scolio III.* Non credo fuori di proposito il dar quivi un esempio dell' accrescimento che farebbe un fiume reale in piena, se avesse a ricevere un nuovo influente pur in piena. Le velocità si supporranno nella ragione dimezzata delle altezze, col servirsi della formola registrata al num. III di questo  $z = \sqrt{d^3 + 2dx\sqrt{dx+x^3}}$ ; Sia la profondità raggugliata della sezione del recipiente linee  $3962 = d$ , la larghezza del medesimo linee  $115200$  (cioè piedi  $800$ ) =  $c$ ; La sezione dunque vera di questo recipiente venghi rappresentata dalla figura 10, in cui per  $A$  e  $B$  dinotasi il profilo degli argini,  $C$  il fondo,  $DE$  la superficie di piena,  $PF$  la profondità raggugliata; ma la sezione dell' influente venghi rappresentata per la figura 11, che n' esprime il profilo, in cui appariscono le Golene  $EH$ ,  $LNR$  molto più elevate del fondo  $I$ , e s' intenda l'altezza della sua piena  $BMS$ . Per meglio adattarsi alla pratica ed al calcolo, divideremo essa sezione in molte parti, raggua-

CAP. VI.

*CAP. VI.* raggugliandole ad una ad una alla sezione del recipiente, perchè poi sommate assieme diano l'intero di lui accrescimento. Nella sezione dunque dell' influente fig. 11.  $DEHILNRT$ ,  $DE$  dinoti l'argine destro,  $RTV$  il sinistro,  $EH$  sia il fondo della spiaggia, Marezana o Golena a piedi dell' argine destro,  $LNR$  il fondo della Golena dalla parte sinistra, ed  $HIL$  il fondo dell' influente. La porzione  $BFE$  si consideri di un'altezza raggugliata di piedi  $3.0.4$ , cioè prendendo la metà di  $EF$  a causa del triangolo  $BFE$ , ovvero  $BAE$ , e la base  $BF$  sia di piedi  $11$ , ovvero di linee  $1584$ ; perlochè fatte le necessarie operazioni sarà  $z =$  linee  $3963$ , dalle quali detraendosi linee  $3962$ , altezza raggugliata del recipiente in piena, restano linee una per l'accrescimento di essa porzione  $BFE$ . Così per la porzione  $FGHE$  larga piedi  $17$  ed alta piedi  $6.0.9$ , cioè linee  $873$ , sarà  $z =$  linee  $3968$ , dalle quali sottratte le  $3962$ , rimangono linee  $6$  per l'accrescimento del recipiente in piena a causa della detta porzione. La parte  $GHILM$ , abbia di altezza raggugliata  $p. 13.5.3$ , oppure linee  $1935$ , e larghezza piedi  $126 =$  linee  $18144$ , onde  $z$  valerà in tali dati linee  $4102$ , e però questo terzo accrescimento sarà di once  $11$  e punti  $8$ . La parte  $MLNO$ , formata dalla Golena sinistra più bassa, abbia l'altezza *media* linee  $1333$ , la larghezza di piedi  $100 =$  linee  $14400$ , quindi  $z$  sarà di linee  $4026$ , e l'altezza ricercata per l'accrescimento del recipiente once  $5$  ed un terzo. La Golena poi più alta  $ONSR$  sia larga piedi  $26 =$  linee  $3744$ , e profonda raggugliatamente sotto della massima piena  $p. 3.6.3 =$  linee  $507$ , e però  $z = 3966$ , che danno di accrescimento punti  $4$ . Finalmente la porzione, che comprende la scarpa dell' argine, se verrà considerata di larghezza piedi  $8$ , ed alta raggugliatamente piedi  $1.9.1$ , non dà verun accrescimento sensibile, raccogliendo dunque tutte dette misure, formano l'intero accrescimento di piedi  $1.5.11$ .

X V I I.

*Scolio IV.* Sopra a quanto viene registrato nella visita del Pd e del Reno fattasi l'anno 1693 da' Cardinali d'Adda e Barberini, chi volesse calcolare l'accrescimento, che il Pd fosse per fare per l'aggiunta del Reno, non avrà che a servirsi della formola antedetta, come della medesima avrebbe a servire quello, che sopra i rilievi della visita generale 1720 volesse riconoscere il medesimo effetto. Per quella dunque del 1693 antedetta, si suppone l'al-

tezza

tezza ragguagliata del Pò pieno, ma senza Reno, a Lagoscuro di piedi 35 ovvero once 372; l'altezza pur ragguagliata del Reno al passo detto de i annegati, cioè  $b = p. 9$  ovvero once 108; la larghezza di esso Reno ivi  $p. 189 = a =$  once 2268; la larghezza del Pò a Lagoscuro  $p. 760 = c =$  once 9120, onde  $x = p. 3:6$ ,  $d^3 = 51478848$ ;  $2dx\sqrt{dx} = 3906000$ , ed  $x^3 = 74088$ , numeri che sommati assieme fanno 55458936, il di cui logarit. 7.7439015 che diviso per 3 per averli la radice cubica lascia log. 2. 5813005, il di cui numero 381  $\frac{3755}{10384}$ ; e perche la frazione risponde a linee 4, se si sottrarrà 372. da 381. 4, resteranno once 9 e linee 4, cioè p. o. 9. 4 per il ricercato accrescimento, secondo le dette supposizioni.

## XVIII.

*Scolio V.* In una Scrittura presentata dal Guglielmini nel tempo della visita, e che fu registrata negli atti della medesima, e poi stampata nella Raccolta di Firenze, si calcola l'alzamento predetto di soli p. o. 8. 9; ma la differenza fra il di lui ed il nostro calcolo deve rifondersi nel prendere che ha fatto i numeri prossimi, in vece de' veri per liberarsi dalle frazioni. Il Sig. Eustachio Manfredi nella risposta che fa alle ragioni prodotte dal Sign. Giovanni Ceva pag. 67. §. *Ma per non dissimulare*, dice a questo proposito: *Si troverà in fine che tornano appunto le once 9  $\frac{3}{4}$  d' elevarzione trovate dal Sig. Ceva, che viene ad essere quasi un' oncia di più di quel che risulta nel calcolo suddetto fatto dal Guglielmini ne' medesimi supposti, e ciò per un piccolo errore di una frazione, che corse in questo &c.* Nel proposito dell' unione de' fiumi, farà utile il vedere e considerare que' riflessi, che il predetto Signor Manfredi ha fatto nelle Annotazioni al Libro della natura de' fiumi del Guglielmini, dalla pag. 311. fino alla 318.

## XIX.

*Scolio VI.* In tutti gli esempj soprapposti noi si siamo serviti pel calcolo delle velocità della ragione che si riporta alle altezze delle acque o semplice o dimidiata, e ciò per non discostarsi da quel tanto, che in molte occasioni è stato prodotto da molti rinomati Autori, ed ancora per dar un saggio del modo di servirsi delle formole, che abbiamo trovate: quando però si desiderasse una mag-

CAP. maggior precisione non farà da partirsi dal calcolo delle velocità rilevate con la palla, e adoperando la formola registrata al num. XXVI della seconda parte del Capitolo precedente, e servendosi de' precetti esposti ne' numeri XXVII e XXVIII di detta seconda Parte. Non è però che in qualche caso non possiamo servirsi senza tema di andar gran fatto errati anche delle ragioni soprariferite per le velocità, anzi per rintracciare il meno equivocamente che sia possibile la verità ne' casi di molta importanza, farà bene di calcolare con molti metodi, osservando a quali differenze portino e gli uni e gli altri, per determinarsi poscia al più probabile.





CAPITOLO SETTIMO.

*Degl' impedimenti che si fanno al corso de i fiumi, e delle alterazioni che ne derivano.*

I.

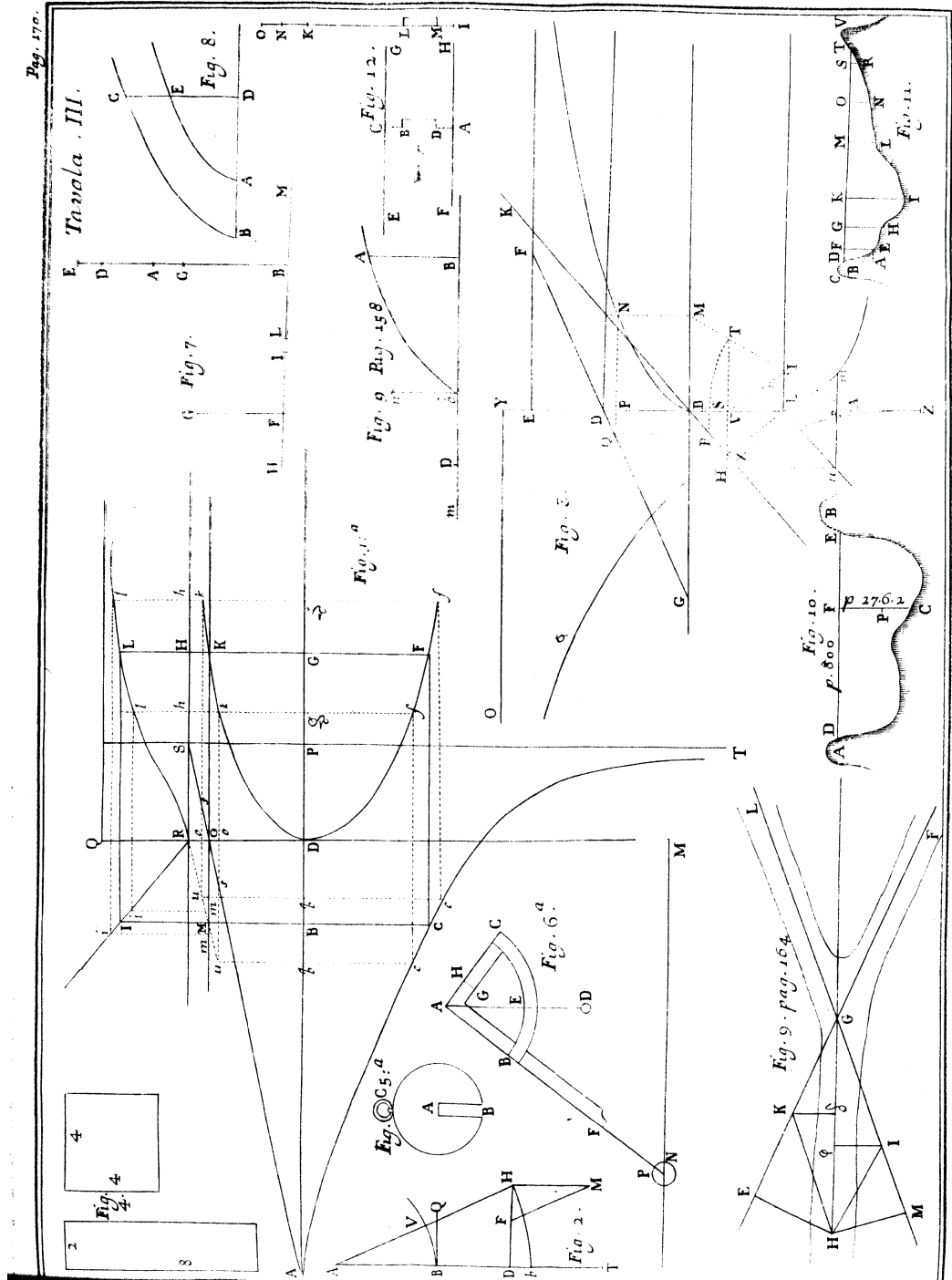
UN fiume, che venga aggiunto ad un altro fiume, in tanto gli accresce la velocità, in quanto in parità di circostanze lo aumenta di corpo, e di altezza, ed un tale accrescimento produce una reale ed assoluta aggiunta di moto, a quello che aveva prima, che niun' acqua vi fosse unita. Vi sono in oltre degli accrescimenti di altezza viva, senza che ricevano i fiumi verun reale aumento per l'unione di altre acque; tal farebbe l'inalzamento di queste a cagione di un ostacolo che si frapponesse al libero loro corso, mentre in tal caso l'acqua crescerà in detto sito fino ad ottenere dall'altezza, quello che le veniva levato dall'impedimento. Se un tale ostacolo è solamente in qualche luogo del fiume, fuori di esso ostacolo, ripiglierà l'acqua il suo corso, come se non vi fosse stato verun impedimento; ma se le difficoltà saranno continue in un dato spazio, refterà illanguidito il corso del fiume; onde per rimetterlo sarà di mestieri, che cresca il corpo, e seguano delle alterazioni nelle misure che prima aveva; ma queste variazioni di moto saranno sempre contenute nelle formole avanzate nell'antecedente Capitolo, essendo solamente varie le altre circostanze riguardanti il sito e positura dell'ostacolo, lo che rende più complicata, benchè non più difficile, l'espressione, e la formola.

II.

Intendasi il fiume EGFH, che corra da E verso G con altezza viva IK; dipoi si supponga venir posto sotto la di lui superficie in certo sito l'ostacolo BD; l'altezza dell'acqua dal fondo fino al piano inferiore del detto ostacolo sia IM; l'altezza di questo ML, e resti lontano dalle rive quanta è la distanza CB, DA; supposizione questa, che quantunque sia astratta, per non rimanersi esso ostacolo appoggiato da veruna parte, che sia stabile, nientedimeno per render più universale la proposizione, così può concepirsi, bastando per renderlo conforme al ve-

Y ro,

TAV. III. Fig. 12



CAP. ro, far eguale a zero una delle tre linee CB, DA, IM. Perchè dunque l'ostacolo BD impedisce il moto dell'acqua di liberamente progredire, averà ess'acqua la necessità di alzarsi a motivo, che per il restante della sezione passi appunto nello stesso tempo tant'acqua, quanta passava inanzi, che vi fosse l'ostacolo, onde crescerà di corpo v. g. fino in N. Si figuri, che una eguale quantità di acqua com'è quella, che può trattene- re BD sia sovrapposta in KO, accomodata però alla larghezza CA, cioè sopra la superficie corrente, ed atteso questo nuovo peso, discenda essa superficie fino al punto N. Dovendo per- tanto nel tempo stesso eguali quantità di acqua passar avanti e dopo che vi sia posto l'ostacolo, quando l'acqua sia ridotta al- lo stato di permanenza, chiamando l'altezza dell'ostacolo LM = d. farà come segue

Larghezze	Altezze	Velocità cor- rispondenti	Quantità d'acqua
AC = b	IK = g	r	bgr
AD = a	IN = z	u	auz
CB = c	IN = z	u	cu z
BD = b	IM = e	n	ben
BD = b	LN = z - d - e	r	z - d - e x br

dunque l'equazione generale farà  $bgr = auz + ben + cuz + zbr - dbr - ebr$ , e perciò  $z = \frac{bgr - ben + dbr + ebr}{au + cu + br}$

III.

Corollario I. Ma quando, come effettivamente succede nelle acque correnti, si concepisca l'ostacolo attaccato alla riva FH, e che la superficie del medesimo ostacolo venghi ad esser alta quan- to può venir alta la massima escrescenza del fiume, proveniente però questo effetto dall'impedimento, che il corso riceve dall' o- stacolo, e non già per nuova acqua sopravveniente, e s'intenda in oltre quest'ostacolo attaccato al fondo, nè che sotto di lui passar vi possa quantità alcuna di acqua, in tal caso saranno nulle le quantità a, e, cioè farà a=0, e=0, d=z; onde la formola del numero antecedente si muterà nella seguente  $z = \frac{bgr}{cu}$ , ovvero per- chè b=c+b farà  $z = \frac{c+b \times gr}{cu}$

Co.

IV.

Coroll. II. Se dunque si potranno le velocità in ragione dimidia- ta delle altezze farà  $z = g \sqrt{\frac{e+b^2}{cc}}$ .

V.

Coroll. III. Ma se le velocità si vogliono nella ragione sem- plice dell'altezze, farà la formola del numero III. mutata in  $z = g \sqrt{\frac{c+b}{c}}$ .

VI.

Nel numero II di questo si sono considerati quegli ostacoli, che si oppongono perpendicolarmente alla corrente del fiume, ma essendovene di quelli, che al corso del medesimo si presentano obliquamente, ricevendo l'impulso dell'acqua ad angolo o ot- tuso, o acuto, così è da indagarfi qual resistenza venghi fatta all'acqua corrente a misura della varia inclinazione di detti im- pedimenti. Sia il fiume GHON, che corra da G verso H, e sia l'ostacolo AD ad angoli retti col corso del fiume, ed altri due AE, AC; il primo che formi angolo acuto col detto corso; il secondo angolo ottuso, purchè i punti estremi E, D, C siano nella linea EDC parallela alla ON: Gli effetti che ne seguono sono per il primo caso di AD perpendicolare, che tutti i filamen- ti acquei saranno ribattuti secondo la linea del corso; e perche l'effetto non può esser maggiore della sua causa, pertanto le par- ti acquee dopo che averanno urtato nell'ostacolo, non potranno risalire contr'acqua per la medesima linea, con cui sono venu- te, onde non potranno che tendere, ove minore è il moto, va- le a dire, verso le parti laterali, e quivi seguirà la molente; fat- ta la quale, dovendo pur l'acqua camminare, si accomoderà col suo corso in una linea curva OD, restando l'acqua contenuta nell' area DAO o ferma, o con qualche vortice, e se questo non se- guirà, la curva OD farà l'uffizio di riva rispetto al corso. Se poi l'ostacolo farà nel sito AE, in tal caso l'acqua quieta farà conte- nuta dentro l'area OAE, ed il corso si farà secondo OE, ma i vortici che potranno formarfi, impediranno la regolarità di esso corso. Finalmente se la positura dell'ostacolo fosse AC, l'area

TAV. IV. Figura 1.

Y 2

occu-

CAP. VII. occupata dall'acqua quieta farebbe la OAC, ed il moto seguirebbe lungi la curva OC; ciò supposto, e supposta la quiete dell'acqua nell' aree predette OAE, OAD, OAC, è noto per la Geometria, che quest' aree poste fra le parallele ON, EC, e le curve OE, OD, OC fossero rette, ed avessero il loro principio in un istesso punto, farebbero eguali di capacità; e dette linee, lungi le quali striscia l'acqua, abbenchè realmente debbano esser curve, nientedimeno si potranno fìcamente prender per rette, e per conseguenza fra di loro eguali le dette aree.

## VII.

Arrivando per la supposizione l'ostacolo sempre alla medesima parallela EC in qualunque angolo venghi egli posto, sarà valevole a fermare in ogni di lui positura i medesimi filamenti di acqua in numero; nientedimeno avuto riguardo alla natura de' fluidi, egli è assai vario, appunto secondo le varie inclinazioni dell'impedimento, il moto concepito dall'acqua che dopo ridottasi allo stato manente, va secondo la direzione delle curve OE, OD, OC strisciando e progredendo verso MH; mentre non essendo quella curva un corpo solido, ma fluido e soggetto a mille accidenti, accadono moltissime irregolarità al moto che se ne genera. Universalmente è vero, che quanto l'angolo, che fa l'ostacolo con la riva, riesce meno ottuso, sente l'acqua maggiori le resistenze, quando però esso ostacolo si concepisca a piombo col piano orizzontale del fondo; maggiori ancora sono le resistenze quando è ad angolo retto con la riva, e più crescono allorchè è acuto verso le parti superiori; nel qual caso sono innumerabili i vortici, che si formano, alle quali cose se avesse ben atteso il Micheli- ni nel Libro, che pubblicò per difendersi dalle corrosioni de' fiumi, non avrebbe sì di leggieri commendato tanto quella sorta di pignoni, che vengono a formare con le rive i predetti angoli acuti.

## VIII.

Sembrando impedimenti al corso de' fiumi anco le svolte o lunate, nelle quali si piega il loro alveo, farebbe da considerarsi anche questo genere d'impedimento. Se superficialmente viene disaminata la cosa, pare poterli ridurre il ritardo proveniente dalle medesime svolte alla resistenza causata dall'ostacolo delle rive, che oppo-

opponendosi con le loro piegature al corso, lo rallentano; ma se si farà la necessaria attenzione alla vera meccanica, con cui si muove l'acqua lungi esse, si vedrà chiaramente, che devesi ritrarre da altri principj il ritardamento, che dar possono al moto dell'acqua. Se la natura ha fatto da se quel tal alveo, l'avrà stabilito con varie tortuosità e curvature secondo all'esigenza del corso del fiume, ed alla varia resistenza de' terreni per i quali passa; Se l'arte poi avrà preparato il letto al fiume, quando angolarmente l'avesse fatto volgere da una in un'altra direzione, si vedrebbe che l'acqua nel vertice dell'angolo far dovrebbe un qualche molente, affettando la quiete per qualche spazio, cosicchè i lati dell'angolo verrebbero ad esser due tangenti di una curva, lungi la quale strisciar dovrebbe l'acqua, in somma il moto di lei naturale succederebbe sempre in linee curve, fino a tanto che trovasse di poter progredir rettamente. Il celebre Varignon nelle *memorie di Matematica, e di Fisica per l'anno 1693* a carte 181 e legg. confidera la caduta, o l'ascesa di un grave, quando questo venghi obbligato a passare per diversi piani inclinati, e stabilisce la perdita della velocità di esso nel passar dall'uno all'altro de' detti piani; ma soggiugne nel fine del di lui dotto discorso, che non può valere la conseguenza, e la legge da esso fissata ne' piani inclinati di una grandezza infinitamente piccola, come sono quelli, che compongono le linee curve, allegando, che in questi, le perdite delle velocità non sono, che *differenziali* del secondo grado, e perciò rispetto a' primi, di niun valore. Lo stesso accade nel fatto delle svolte de' fiumi, che realmente altro non sono, che curve, come di sopra si è detto, che però ogni qualvolta siano queste stabilite, la velocità che fanno perdere all'acqua, non è da computarsi, che per un *differenziale* del secondo grado, rispetto alla velocità con cui l'acqua si muove, perlochè è da cercarsi altronde la cagione di questi ritardamenti, che si possono dividere in *assoluti*, e *rispettivi* nell'affare dei fiumi, quei che arrivano per le svolte sono i *rispettivi*, che niente possono levare al moto dell'acqua, quando altre circostanze non vi siano; ma gli *assoluti* sono quelli, che derivano dal maggiore o minore viaggio, che far deve l'acqua corrente per giugnere allo stesso termine, essendo che un fiume dritto, vi arriverà più presto di un tortuoso, e però vi giugnerà piuttosto nel primo, che nel secondo caso, ed ecco come le svolte o lunate pregiudicano al moto del fiume, ritardandolo per il tempo, che deve impiegare per arrivar al suo fine con una data quantità di acqua.

Sia

CAP.  
VII.

## I X.

TAV. Sia il fiume retto EF, e fra i medesimi termini ve ne sia un altro tortuoso GQH; ma di eguale quantità di acqua col primo retto, essendo le due AG, MH parallele, farà la forza della gravità che muove l'acqua per GQH alla forza della gravità, che muove l'acqua per EF in ragione inverfa delle secanti degli angoli d'inclinazione delle rispettive pendenze di essi alvei, o sia delle lunghezze dei medesimi prendendo per seno tutto la massima loro inclinazione. Sia BD eguale a GQH, alveo tortuoso; BC eguale ad EF, alveo retto, essendo AB il pendio assoluto di entrambi, discorrenti fra le parallele AG, MH, le dette forze faranno come BD a BC lunghezze degli alvei, se BA sia il raggio, e gli angoli ABC, ABD quelli delle inclinazioni di questi alvei; Esprima BA, ovvero Bn la forza dell'acqua nel punto B, se si condurranno le due Bm, Bq perpendicolari rispettivamente a BC, BD, e dal punto A, le due nm, nq, che incontrino le due Bm, Bn ad angoli pur retti, faranno le forze dell'acqua per progredire ne' piani inclinati, risolte in modo, che Bm dinoterà la forza, con cui il piano BC è premuto, e Bq la forza con cui l'altro piano BD è pur pressato, ed mA la forza acceleratrice del fiume BD, come qA ovvero qn quella del fiume retto EF. Perchè dunque i triangoli Bmn. ABC sono simili farà BC. BA :: Bn. mn onde  $mn = \frac{BA \times Bn}{BC}$ ; parimenti per i triangoli simili qBn. ABD farà BD. BA :: Bn. qn, e però  $qn = \frac{BA \times Bn}{BD}$ , e finalmente mn. qn ::  $\frac{I}{BC} \cdot \frac{I}{BD}$  :: BD. BC. il che cc.

## X.

Coroll. Quanto dunque sarà piu tortuoso l'alveo GQH, tanto minore sarà la forza, che vi resterà per muover l'acqua, cosicchè se questa per l'alveo retto EF si dovesse scaricare nello stesso tempo, come quella per GQH, farà di mestieri, che il corpo dell'acqua si accresca fino ad una certa altezza, supponendo il fondo impenetrabile alla corrosione, onde si ricercherà anco maggior arginatura nell'alveo tortuoso GQH, di quello sia in EF.

Sia

CAP.  
VII.

## X I.

TAV. Sia da indagare qual minor altezza viva avesse un fiume a cui fossero levate tutte le curvature, e fosse ridotto a camminar retto; sempre però conservando la medesima pendenza di alveo. Fig. 3. Sia AC l'alveo retto, la cui inclinazione totale AB, ed il tortuoso, in cui realmente si suppone piegato l'alveo del fiume in quiete sia AD anch'esso con la stessa pendenza AB. dicasi AD = s, AC = S, AB = a. La velocità del tortuoso = u, quella del retto = V. L'altezza della sezione in un dato punto del tortuoso = a, l'altezza della sezione del retto in un punto corrispondente = A. Dovendo per tanto in tempi eguali scaricare queste sezioni per l'ipotesi quantità eguali di acqua, farà l'equazione (data in tutti e due la medesima larghezza di alveo) AV = au, e per la supposizione, che più da vicino risponde a' fenomeni essendo le velocità di dette acque in ragione reciproca delle lunghezze de' loro rispettivi alvei, secondo anco a ciò che fu detto nel num. IX. di questo, farà per tanto  $V. u :: \frac{I}{AC} \cdot \frac{I}{AD} :: AD. AC$ ; dunque  $As = aS$ , e perciò la formola  $A = \frac{aS}{s}$ .

## X I I.

Scolio. Ponendo il caso in termini, ed adattandolo alla pratica si supponghi che l'Adige dal Castagnaro in giù fino al Mare non abbia verun altro diversivo, o ramo, e conservi da per tutto la stessa larghezza, ed ogni altra circostanza data s'intenda. Sia da trovarsi quanto restasse abbassato se al medesimo venissero tolte tutte le tortuosità. La di lui altezza viva al punto del Castagnaro sia di piedi 10 ovvero once 120, e perchè l'andamento dritto, che si facesse dell'alveo secondo le misure più esatte è di Pertiche Padovane 31525, ed il tortuoso in cui presentemente è piegato di pertiche 42100 riducendo il tutto in once farà AD = once 3031200 = s  
AC = once 2278800 = S  
altezza viva a = once 120.  
onde l'equazione  $A = \frac{aS}{s}$  da  $\frac{120 \times 2278800}{3031200} = 90$  once prossimamente, che detratte dalle 120 altezza viva dell'alveo tortuoso, re-

re-



CAP. VII. restano 30 once per il ricercato decrescimento dell'Adige al stagnaro, se gli fossero levate tutte le tortuosità e fosse ridotto in linea retta, dal che resta manifesto, che perderebbe molto della sua navigazione.

XIII.

Dato un alveo tortuoso, disteso in un piano inclinato come AD; Sia da ritrovarsi un altro o più o meno serpeggiante come Ac, TAV. AC con la medesima inclinazione però AB, cosicchè per uno di IV. essi passando l'acqua, che prima discorreva per AD scemi, o si accresca di una data altezza FH, ovvero Fb, e la quantità di Fig. 4. acqua, che passava per AD, alla quantità dell'acqua, che passerà per AC o Ac, sia come m ad n, cioè in una data ragione. Si conduchino GA, FE parallele a BC orizzontale, e sia FH l'abbassamento che avrebbe pel piano AC; ed Fb l'accrescimento che acquisterebbe pel piano Ac. Sia AE = GF = a; FH o Fb = x; dunque Gb = a + x e GH = a - x ed ambidoi a ± x. La velocità in AD = V; quella in AC ovvero Ac = u; AD = S, AC o Ac = s. Sarà dunque per l'ipotesi a V.  $\frac{a + x \times u}{a + x} :: m . n$ , onde  $n a V = m u \times \frac{a + x}{a + x}$ ; ma per la statica gli spazj percorsi ne' moti equabili, come sono quelli de' fiumi regolari, che tali considerarsi devono, se non altro allorquando camminano fuori de' monti, sono in ragione de' tempi, e delle velocità; per tanto se il tempo, in cui si percorre AD si dirà T; quello in cui si percorre AC ovvero Ac, t. sarà S . s :: VT. ut, ed  $u = \frac{VTs}{S t}$ ; sostituendo però nell'

equazione sopraposta questo valore si averà  $s = \frac{n a S t}{m T \times a \pm x}$ , e se fossero noti gli spazj, e si cercasse l'accrescimento o il decrescimento delle rispettive altezze x sarà  $\mp x = a - \frac{n a S t}{m T s}$ , e se eguali fossero m ed n, ed i tempi pur eguali, saranno le formole  $s = \frac{a S}{a + x}$  ed  $+ x = a - \frac{a S}{s}$ .

Se a = 120, S = 4 ed s = 3 prendendo lo scemamento sarà x = 40, avvertendo di doverli levar a da  $\frac{a S}{s}$  a causa di x negativo; Ma l'Adige appunto ha la lunghezza del suo cammino naturale tortuo-

tuoso rispetto al retto artificiale, che si facesse nella ragione di CAP. 3 al 4, come si è rimarcato nel numero antecedente; adunque lo scemamento secondo questo calcolo darebbe in vece delle 30 once di sopra ritrovate, 40, e resterebbe l'altezza viva 80 once delle 120 che prima aveva. Non sarebbe dunque fuori di proposito il prendere in pratica un medio fra 30 e 40, e dire che un tal fiume se fosse retto si ridurrebbe a sole 85 once delle 120, che adesso e' tiene nelle acque ordinarie. CAP. VII.

XIV.

Altra sorte d'impedimenti accadono alle acque correnti, quando un influente sbocca in un recipiente sotto un qualche angolo. Intendasi il fiume recipiente KGMS, in cui metta capo in AB l'influente EABF sotto qualsivoglia angolo GAE. Sia la larghezza TAV. del recipiente QL, e quella dell'influente PF; Il moto di questi fiumi intendasi seguire con direzione parallela alle sponde KS, IV. EA. E' manifesto, che fatta che sia l'unione dell'acqua, si varierà la direzione del recipiente, almeno per un qualche tratto. Fig. 5. Si produca EA in I, e si tagli AD di una grandezza tale, cosicchè rappresenti la forza, che ha l'influente, e dal punto D si conduca la DC parallela alla sponda QS, determinandosi essa pure eguale alla forza dell'acqua del recipiente; Se dal punto C al punto A si condurrà la AC farà questa secondo la dottrina dei moti composti la strada che affetterà di far l'acqua del recipiente dopo seguita l'unione.

XV.

Ma comechè le velocità nei fiumi sono diverse in ogni punto delle loro sezioni, così chi volesse esprimere la forza, con cui ogni filamento dell'acqua dell'influente, va incontro ad ogni filamento del recipiente, converrebbe che la AC di sopra considerata non già fosse una linea retta, ma bensì una curva; Sia però proposto da determinarne di questa la specie. Sia X il recipiente, Z l'influente che entri in esso sotto l'angolo A; Sinalzi la AK perpendicolare alla linea del corso del recipiente, come pure la AT normale al corso dell'influente: MK<sup>m</sup> rappresenti la velocità del punto K, ed NL<sup>n</sup> la velocità a questo punto infinitamente prossima, così OQ<sup>o</sup> sia la velocità dell'influente per il punto Q, e PT<sup>t</sup> per il punto P esso pure infinitamente prossimo a Q predetto, onde  $\gamma\phi$ , H6 saranno le scale delle velocità di questi fiumi secondo Z do

CAP. VII. do tutte le loro larghezze; Si produchino in D ed E fino ad intersecarsi i detti filamenti esprimenti dette velocità, e compito il parallelogrammo CcDE, la diagonale CD farà la strada dell'acqua per le dette rispettive velocità. Prodotta cA in S, si lasci cadere dal punto D la perpendicolare DS, e dal punto C la CR e alla PD la normale CG, dicasi AB = x, BC = y, AL = p, AQ = q farà Bb = dx, CD = dy, sia MK = p<sup>m</sup>; QO = q<sup>n</sup>; ed essendo le forze operanti al punto C, e che producono la porzione infinitamente piccola della curva CD, come Cc. cD :: dx. dy :: MK x DF<sup>2</sup>. QO x CG<sup>2</sup> :: p<sup>m</sup>dpp. q<sup>n</sup>dqq; e per la somiglianza de' triangoli ABQ, BCR essendo AQ. AB :: CR = AL. CB, dunque b. f :: q. x ed b. f :: p. y (esprimendo b al f la detta data ragione) e però q =  $\frac{bx}{f}$ ; p =  $\frac{by}{f}$ ; dqq =  $\frac{bbdx}{f}$ ; dpp =  $\frac{bbdy}{f}$ ; p<sup>m</sup> =  $\frac{b^m y^m}{f^m}$  e q<sup>n</sup> =  $\frac{b^n x^n}{f^n}$  dunque dx. dy ::  $\frac{b^m y^m}{f^m} x$   $\frac{b^n x^n}{f^n} y$ , e l'equazione  $\frac{b^n x^n dx^3}{f^n} = \frac{b^m y^m dy^3}{f^m}$ , ovvero  $\frac{b^n x^n}{f^n} = \frac{b^m y^m}{f^m}$ . Ed integrando  $\frac{3}{n+3} x^{\frac{b^n x^{n+3}}{f^n}}$  + A =  $\frac{3}{m+3} y^{\frac{b^m y^{m+3}}{f^m}}$ , che esprime la natura della ricercata curva.

XVI.

Coroll. Se m = n ed A = 0, ovvero se m = n = 0, la nuova direzione CD dell'acqua farà sempre in una linea retta, e per esser curva conviene, che l'esponente della velocità del recipiente sia diverso dall' esponente della velocità dell'influente, come resterà manifesto a chi vorrà farne la prova col sostituire varj valori in numeri a' predetti esponenti.

XVII.

Passiamo a considerare un'altra specie di ritardo nel corso de' fiumi, quello cioè che nasce dalle resistenze, che risente l'acqua in progredire per l'alveo, qualunque sia la lunghezza di questo. Se dunque veruna resistenza non incontrasse l'acqua nel suo cam-

mino, farebbe lo stesso, come se dessa, corpo grave che è, sdruciolasse per un piano inclinato, che viene rappresentato dall'alveo stesso: E perchè e dalle osservazioni dell'Ugenio, e dalle dimostrazioni del Galileo nel Trattato del moto, di un grave che cade o per la perpendicolare, o per un piano inclinato, si può venir in cognizione dello spazio, che nel vuoto dovrebbe percorrere; quindi paragonando il vero, ed apparente moto dell'acqua in quel dato alveo con il moto suddetto, che far dovrebbe, se liberamente potesse scendere, ne nasce, che la differenza potrà in essere tutta quella quantità di moto, che le resistenze gli levaranno, sia poi o per lo soffregamento, che fa l'acqua nelle sponde, o per quello, che la stessa produce sopra del fondo. E perchè i fiumi per quanto poco inclinati che siano, hanno nella loro superficie qualche grado di velocità, così a motivo d'istituire il calcolo col fondamento della verità, converrà supporre il grave (che verrà rappresentato dall'acqua) non come se cominciasse a moverfi dalla quiete, ma bensì, comechè già abbia concepito quel tal grado di velocità.

XVIII.

Per ritrovare adunque lo spazio perpendicolare, in cui discendendo liberamente un grave, acquisti in un punto del medesimo una data celerità, sia questo spazio BA = x; il tempo che s'impiega a percorrerlo = t, costando però dalla dottrina del Galileo de' moti accelerati, che se nel medesimo tempo t, il mobile si fosse continuamente mosso con l'intera velocità acquistata nel fine della caduta A, che avrebbe passato uno spazio doppio di BA = 2x: E perchè i fiumi, almeno sticamente al senso, camminano con un moto equabile, e dove il moto è tale i spazj percorsi sono in ragione dei tempi, perciò dicendo a il tempo di un minuto secondo, ed s lo spazio che può scorrere il fiume nel detto tempo a di un minuto secondo si averà t. a :: 2x. s, onde  $t = \frac{2ax}{s}$ . E comechè nella libera discesa di un grave dalla quiete B, gli spazj FB, AB, dicendo il primo b, e supponendo che venghi trascorso in un minuto secondo, l'altro a, stanno come i quadrati de' tempi, per tanto sarà x. b :: tt. aa, e quindi  $t = \frac{a\sqrt{x}}{\sqrt{b}}$ ; e per conseguenza farà l'equazione  $a\sqrt{\frac{x}{b}} =$

TAV. IV. Figura 7.

CAP. VII.  $\frac{2ax}{s}$  ed  $x = \frac{ss}{4b}$ , e perciò la BA farà direttamente come il quadrato dello spazio, che farebbe il fiume in un minuto secondo, ed inverfa della quadrupla di FB.

## XIX.

*Coroll.* Si deduce da ciò, che supponendosi in qualsivoglia angolo BCA il piano inclinato CG, rappresentar l'alveo declive di un fiume, e se dal punto B al punto C della AG prolungata, quanto bitogna, si condurrà BC normale ad AB, discendendo il grave da detto punto C, arrivato che sia in A, avrà acquistata la stessa velocità, come se fosse disceso dal punto B egualmente alto, rispetto all'orizzontale CB.

## XX.

Poste le medesime cose, sia da ritrovarsi nel piano inclinato AG uno spazio, che nel medesimo tempo venga trascorso di quello, che si trascorre lo spazio perpendicolare BA dalla quiete. Si faccia secondo a ciò che dimostra il Galileo alla Prop. XVII.  $CA \cdot CA + BA :: CA + BA$ . CG, farà questa CG direttamente come il quadrato di CA, BA, considerate come se fossero una sola retta linea, e reciprocamente come CA, e per conseguenza AG farà come l'aggregato della doppia BA e di quella ragione, che si compone dal quadrato della detta BA direttamente, e reciprocamente dalla CA, ed essendo essa AG secondo a quanto viene dimostrato nella medesima proposizione del Galileo, lo spazio percorso sopra del piano inclinato, dopo che il grave è disceso dalla quiete per tutta la BA, nel medesimo tempo, in cui viene percorsa la detta BA dunque ec.

## XXI.

Coll' uso pertanto di questa formola, e di quella del num. XVIII, di questo Capitolo, resta sciolto il Problema proposto, bastando, che sia dato il cammino, che in un dato tempo si fa dall'acqua per l'alveo CG, la di cui inclinazione o sia angolo BCA si conosca; Sia nota l'osservazione dell'Ugenio, che un

gra-

grave cadendo liberamente nell'aria percorra la BF di linee 2227 CAP. VII. nello spazio di un minuto secondo; e che si supponga in oltre, che i fiumi di non molta inclinazione, dopo aver corso qualche considerabile spazio, si riduchino ad avere un moto equabile, onde progredendo in tal modo un fiume, dopo aver acquistata la velocità, che compete all'altezza BA, si moverà per uno spazio doppio di BA nello stesso tempo, che questo si trascorre; se dunque col moto accelerato camminerà per la quantità espressa per  $2BA + \frac{BA^2}{AC}$ , e con l'equabile per la  $2BA$  parrebbe in certo modo, che la quantità  $\frac{BA^2}{AC}$  fosse quella ch'esprimer valesse l'aggregato delle resistenze incontrate nella discesa.

## XXII.

*Scolio I.* Sia per esempio un fiume, che per ogni miglio penda onca 14, e che in un' ora cammini 3 miglia in punto di moto equabile, si cerca in primo luogo la sublimità B, o sia la BA da cui cadendo un grave, arrivato che sia in A acquisti una velocità valevole a spingerlo per le dette tre miglia nello spazio di un ora. Se dunque dentro di questo tempo fa 3 miglia, in un minuto di ora farà linee 600, facendo ciascun miglio di Pertiche 500, di piedi 10, l'una di misura di Bologna, onde per lo numero XVIII, dove  $x = \frac{ss}{4b}$  farà in numeri  $x = \frac{360000}{8900} =$  40 linee prossimamente, e perciò cadendo esso grave dall'altezza di linee 40 potrà acquistar la detta velocità. Il tempo che s'impiegherà si raccoglie pure dallo stesso numero, mediante la formola  $t = \frac{2ax}{s}$ , nella quale  $a$  vale un minuto secondo o siano 60''', che però sostituendo questi valori, farà  $t = \frac{2 \times 40 \times 60'''}{600} = 8'''$

prossimamente; quindi lo spazio predetto sarà percorso in questi otto minuti terzi. In oltre perchè è nota l'inclinazione dell'alveo di questo fiume in un miglio, farà anche nota la AC, facendo 168 a 72000 linee, che tante entrano in un miglio nella predetta supposizione, così BA, 40, a CA, onde questa farà di linee 171428. Se dunque nella formola del numero antecedente sostituere-

tuere-

CAP. VII. tueremo questi valori farà  $AG = 80 + \frac{1600}{171428}$  dentro il tempo

di 8 terzi. Pare che la frazione  $\frac{1600}{171428}$  dinotar potesse le resistenze quivi incontrate, se le 80 linee rimargar possono il moto equabile; dimodochè, quando ciò fosse, se in linee 80 di cammino viene ritardato  $\frac{400}{42857}$  di linea, in un miglio verrebbe ritardato 84 linee.

## X X I I I.

*Scolio II.* Ma se supposte le stesse cose, si avrà un fiume, che penda per ogni miglio piedi 3 o siano linee 432, in tal caso farà  $AC = 66666$  linee, il moto accelerato farà  $80 + \frac{1600}{66666}$ , e l'equabile naturale al fiume farà 80 nel tempo di 8 terzi, onde anche in questo caso il ritardamento parerebbe un  $\frac{1600}{66666}$  di linea, e in un miglio (facendo l'analogia come sopra) linee 216. Finalmente se farà un fiume di pendenza di 10 piedi per miglio cioè di linee 1440, e che cammini 4 miglia per ora, farà BA eguale a linee 72 prossimamente, lo spazio che farà in un minuto primo d'ora farà linee 820;  $t = 11''$ , ed  $AC = 36000$ , e però il moto accelerato farà  $144 + \frac{5184}{36000}$ , ed il ritardamento in un miglio farebbe piedi 5 ovvero linee 720, come si ricava facendo la sopra- riferita analogia.

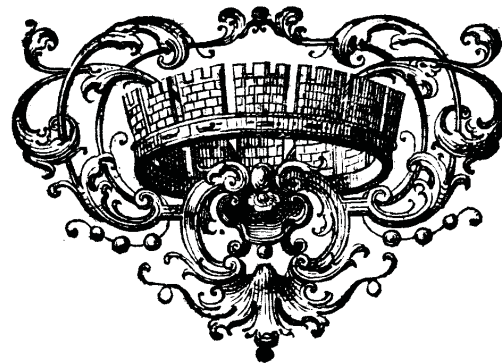
## X X I V.

*Corollario I.* Dal che apparisce, che le dette resistenze, quando per tali concepir si vogliano, non ritardano che insensibilmente il moto all'acqua; si potrebbe dire che restasse compensato questo qualunque ritardamento dall'accrescersi che fa il corpo dell'acqua.

## X X V.

*Corollario II.* Resta ancor manifesto, che quanto più il fiume ha di pendio e di velocità, tanto maggiori succedono i ritardamenti;

ti; l'esempio si ha nel fiume supposto di piedi 10 di pendio per CAP. VII. ciascun miglio in cui si è rilevato esso ritardamento di piedi 5 nel detto spazio, quando nel fiume supposto di pendio once 14 per miglio, non era che once 7 nel detto spazio, onde sicuramente si potrebbero tali impedimenti considerer per nulla, senza errore sensibile. La materia è piena di difficoltà, ed abbisogna di molto tempo, e di molte e molte sperienze per esser tratta il più che sia possibile dalla sua oscurità, non avendosi quì voluto dare che un saggio di qualche vista, che intorno la medesima si è avuta.





*De' ritardamenti che nascono alle Acque correnti per li regurgiti, e per i Venti ne' fiumi, e nel Mare.*

## I.

**P**erche si abbia la possibile cognizione de' ritardamenti delle acque de' fiumi, faranno da considerarsi anco quelle resistenze che vengono fatte da' regurgiti provenienti dall'azione del Mare e de' Venti contro il loro corso. E per non fermarsi, almeno ne' primi, sulla pura idea in una materia involta fra molte difficili circostanze, abbandonando le ipotesi, si ricaverà qualche sicuro lume dalle osservazioni che nell' incontro delle celebri Visite del Pò 1716, 1719, 1720, e 1721 si sono fatte, e fra queste di quest'ultima, perche da' fenomeni si possa rilevar tanto d'accostarsi in qualche modo al vero. Si darà dunque la Tavola degl' inalzamenti ed abbassamenti osservati nel Pò ne' due siti di Lagoscuro e Polesella dal giorno 21 Marzo fino li 11. Aprile 1721, che si è cavata da' registri del Protocollo della medesima Visita tanto per i giorni predetti, che per tutti gli altri di mezzo.

## I I.

Nella seguente Tavola resta dunque espresso nella prima colonna il giorno dell' osservazione, nella seconda l' osservazione fatta a Lagoscuro segnata L, e nella terza l' osservazione fatta lo stesso giorno alla Polesella notata P, e le lettere B, C significano abbassamento la prima, e crescimento la seconda.

Tavola

Tavola de' crescimenti e decrescimenti.

CAP.  
VIII.

	L			P		
21 Marzo	p. o.	o. 3	B	p. o.	o. 1. 3	B
22	o.	1. 3	B	o.	1. 9	B
27				1.	5. 6	C
30	o.	1. 6	B	o.	4. 0	B
31	o.	6. 6	B	o.	3. 6	B
Primo Aprile	o.	3. 0	B	o.	1. 9	B
2	o.	1. 0	B	o.	1. 0	B
3	o.	0. 6	B	o.	0. 9	B
4	o.	0. 9	B	o.	0. 0	
5	o.	1. 3	B	o.	0. 6	B
6	o.	1. 6	C	o.	1. 3	C
7	o.	1. 9	C	o.	0. 9	C
8	o.	0. 9	B	o.	1. 0	B
9	o.	3. 6	B	o.	1. 6	B
10	o.	3. 0	B	o.	0. 0	
11	o.	1. 6	B	o.	1. 3	B

## I I I.

*Scolio.* Distando Lagoscuro dal Mare secondo l'andamento del Pò, pertiche Bolognesi 20142, e la Polesella dal medesimo Mare pertiche 15932, ed ambidue questi luoghi restano soggette al regurgito del Mare nel solo caso di straordinarie burrasche, come a suo luogo sarà più particolarmente considerato, ed essendo la Polesella più vicina al Mare del Ponte di Lagoscuro, dovrebbero tanto gli accrescimenti, che i decrescimenti trovarsi minori alla Polesella, e maggiori a Lagoscuro, rilevatesi anco le piene massime del Pò più alte al Ponte predetto di Lagoscuro di quello siano alla Polesella di piedi 3:11:8 o diciamo 4 piedi, come si ricava da' Protocolli delle Visite 1720 e 1721, onde resta manifesto, che se altra causa non entrasse a disturbare il moto dell'acqua, avrebbero ad essere rispettivamente alla Polesella minori le differenze di quello fossero a Lagoscuro; contuttociò le osservazioni registrate nella Tavola anteposta non danno esattamente questo degrado di differenze, mentre nelle tre prime linee delli 21, 22, e 30

Aa

e 30

CAP. e 30 Marzo è maggiore la differenza alla Polefella di quello sia VIII, a Lagoscuro; nelle due susseguenti maggiore è a Lagoscuro e minore alla Polefella, come è naturale; sono eguali o quasi eguali nelle tre susseguenti de' giorni 2, 3, 4 Aprile; maggiore a Lagoscuro che alla Polefella ne' giorni seguenti 5, 6, 7 com'è giusto; quasi eguali il giorno delli 8, e di nuovo secondo l'esigenza naturale sono le tre ultime osservazioni delli 9, 10, 11, dando maggior differenza a Lagoscuro, che alla Polefella. Il novilunio era seguito li 27 Marzo, onde li 30 susseguente l'acqua del Mare doveva crescere con forza, ma non così li giorni 21 e 22, che il moto era insensibile, o come vien detto a Venezia di *fele*, seguita l'ultima quadratura della Luna li 20 di detto mese. Ma non essendo in questi giorni stata burrasca, non è credibile che fino alla Polefella sia arrivata l'azione del flusso del Mare; onde tutto lo svariato, che si rileva in queste osservazioni, da altro probabilmente non può esser nato, che o da venti, che ritardando, o accelerando il corso del fiume abbiano prodotta l'alterazione, ovvero anche dallo sbilancio, che potesse aver indotto la fossa Polefella, che sgorgando in questo tempo quasi tutte le acque del Tartaro, e parte anche di quelle dell'Adige, quelle cioè, che per lo Scortico vengono nel Castagnaro o Canal-bianco, ma essendo stata chiusa per altro la rosta di esso diversivo a' suoi tempi, si può credere non aver potuto le acque di essa fossa alterar in maniera, che fosse sensibile, il Pd; nientedimeno ciò dar potrebbe qualche prova, se le predette differenze fossero sempre stimate o di accrescimento, o di diminuzione di altezza, ma essendo osservato il fiume ora più alto, ora più basso alla Polefella che a Lagoscuro, non si vede, che si possa con fondamento attribuire all'influenza di dette acque i detti cangiamenti, non negandosi però, che i medesimi in qualche parte anche da tal causa non possono esser derivati; resta dunque a dire, che il Vento molto abbia potuto contribuire a tali anomalie.

## I V.

Non sono intieramente d'accordo il Castelli ed il Guglielmini circa all'effetto del Vento pe' ritardamento de' fiumi. Afferisce il primo al Corollario settimo del primo discorso o sia introduzione alla misura dell'acque correnti: *Che similmente si può concludere che i Venti che imboccano un fiume, e spirando contro la corrente, ritardano il suo corso, e la sua velocità ordinaria, necessariamente*

anco-

ancora amplieranno la misura del medesimo fiume, ed in conseguenza saranno in gran parte cagioni o vogliam dire concagioni potenti a fare le straordinarie inondazioni, che sogliono fare i fiumi. Ed è cosa sicurissima, che ogni volta che un gagliardo e continuo vento spirasse contro la corrente di un fiume, e riducesse l'acqua del fiume a tanta tardità di moto, che nel tempo, nel quale faceva prima cinque miglia, non ne facesse se non uno, quel tal fiume crescerebbe cinque volte più di misura, ancorchè non gli sopragiongesse altra copia di acqua; la qual cosa &c. e nel Corollario ottavo seguente dice: *Abbiamo ancora probabile la cagione dell'inondazioni del Tevere, che seguirono in Roma al tempo di Alessandro Sesto, e di Clemente Settimo, le quali inondazioni vennero in tempo sereno, e senza notabile disfacimento di nervi, che però diedero che dire assai alli ingegni di quei tempi. Ma noi possiamo con molta probabilità affermare, che il fiume arrivasse a tant' altezza ed escrescenza per il ritardamento dell'acque dependente dalli gagliardissimi e continuati venti che spiravano in quei tempi, come viene notato nelle memorie.*

## V.

Il Guglielmini nel Capitolo X. della natura de' fiumi si esprime: *Che le cause che ritardano la velocità de' fiumi, sono l'elevazione del pelo del recipiente, la direzione del moto di esso opposta a quella del filone dell'influente, il vento contrario &c. Rispetto alla forza del vento, questa deve considerarsi in due stati, perchè o ella si esercita per una linea parallela all'orizzonte, ed allora poco toglie di velocità all'acque del fiume, potendo al più ritardare quella sola, ch'è nella superficie, e perciò non mai si vede, che il vento cagioni elevazione sensibile nell'acque correnti, ma solo un certo increspamento che fa credere a poco pratici, che il fiume corra all'insù, attribuendo essi a tutta l'acqua quel moto, che vedono nell'alzamento successivo dell'onde: ovvero la direzione del vento è inchinata al piano orizzontale, e non v'ha dubbio, che secondo la diversa inclinazione, e la forza, che ha in essa, non possa produrre effetto più manifesto, facendo l'onda del fiume più elevata, ed in ciò forse consiste tutto l'alzamento, che può fare la direzione, e la forza del Vento. Ma perchè il Vento più inchinato all'orizzonte, meno si oppone alla corrente, perciò anco meno opera in ritardarla, almeno nelle parti inferiori, le quali si sa per prova, anche ne' mari più burrascosi, non riser-*

Aa 2

tire

CAP. VIII. *rire il moto delle tempeste, anzi vi è chi crede portarsi la parte inferiore dell'onde, con moto contrario a quello del Vento. Quindi è, che per cause delle grandi inondazioni de' fiumi, non ponno accusarsi i Venti, se non quanto fanno elevare la superficie del mare, dentro il quale devono avere i fiumi l'ingresso &c.*

## V I.

*Scolio I.* Vuole dunque il Castelli, che i Venti siano o cagioni o come cagioni potenti a fare le straordinarie inondazioni de' fiumi; ed il Guglielmini afferma bensì, che la direzione del Vento inclinata al piano orizzontale, secondo la diversa inclinazione e forza possa produrre effetto più manifesto: ma consistere questo nel far l'onda del fiume più elevata; concludendo che per cause delle grandi inondazioni de' fiumi non ponno accusarsi i Venti; aggiungendo però, se non quanto fanno elevare la superficie del Mare. Abbenchè però le opinioni di questi due celebri Matematici pajano diverse, nientedimeno se ben si pondereranno convengono nel concludere la stessa conseguenza; mentre certamente anco il Guglielmini accorda l'inalzamento del fiume, quando il vento sia con direzione in qualche maniera inclinata all'orizzonte, cioè se non altro quell'inalzamento che nasce dall'onda eccitata dal vento, ed abbenchè non accordi positivamente che dentro l'alveo possa il vento ritardar il fiume, dimodochè cagioni le straordinarie inondazioni, è però d'accordo, che sostenuto il mare dalle grandi burrasche, succedano poi nel fiume le grandi escrescenze ed inondazioni. Che poi i venti agitano piuttosto il Mare, che i fiumi, non si vede una ragione che sia dimostrativa per provarlo, almeno nelle parti vicino agli sbocchi, anzi vi è tutto il fondamento di credere, che i Venti facciano dal pari elevare e la superficie del Mare, e quella de' fiumi, quando principalmente spirano contro la direzione di questi; ed in somma che o direttamente o indirettamente possono causare de' sensibili gonfiamenti.

## V I I.

*Scolio II.* Il che resterà tanto più manifesto se si farà attenzione all'eccessiva altezza, a cui qualche volta arrivano non dirò le maree de' più lontani Mari dell'Olanda, della Danimarca e del Baltico, che non sono molti anni che fecero provare grandi desolazioni e alla Città di Amburgo, ed alla vicina costiera tut-  
ta,

ta, come pure alla Città di Peterburgo, ma anche al nostro Adriatico, e per tacere degli straordinarij crescimenti antichi, rimarcheremo solo quello seguito del 1705, quando predominando un contumacissimo Scirocco, oltre le eccessive piogge, che lo accompagnavano, crebbe fuor di modo il Mare; come si è rilevato nella visita 1721 alle spiagge di Volano, ove per deposizione del conduttore delle Valli del Ser. di Modena, si è potuto conoscere, che la Marea salì sopra dell'ordinario pelo oltre li piedi 4 di Bologna; quindi può raccogliersi, che i fiumi di esso Mare influenti abbino dovuto straordinariamente gonfiare, come pur troppo è accaduto in quella a tutta Lombardia memorabile inondazione. Nè ciò può esser derivato da altro, che dal vento, che si rese valevole a sostenere sì gonfio il Mare malgrado l'azione del riflusso, onde rimasti anco sostenuti i fiumi senza poter liberamente scaricarsi nel Mare, si sono gonfiati assai più di quello, che avrebbero fatto, se alcuna forza contraria non avesse avuta a' loro sbocchi. Nella medesima maniera, che il vento può gonfiare il Mare, può ancora in parità di circostanze agire contro del corso de' fiumi, ed obbligarli a maggiori rialzamenti, siccome porta il sentimento del Castelli.

## V I I I.

*Lemma.* Per ridurre a calcolo l'effetto proveniente dal vento nel ritardamento del corso de' fiumi, e nel tener più del dovere alta la marea è da dimostrarsi: Che lo spazio corso da un fluido che abbia qualunque velocità e qualunque rarità, rispetto allo spazio percorso da un altro fluido che pur abbia qualunque altra velocità, e qualunque altra rarità, che venga ad incontrarlo in senso direttamente contrario è sempre in ragion composta della diretta fra la differenza, che corre tra la rarità del più veloce, e del quadrato della velocità del meno veloce, la rarità del meno veloce, ed il quadrato della velocità del più veloce, ed inversa del prodotto fatto dalla rarità del più veloce, e dalla velocità del meno veloce. Sia AB lo spazio corso da un fluido, e DC quello di un altro, che venghi in senso contrario ad urtarlo, supponendo che dopo il congresso si levino in un istante le particelle, che hanno cozzato. Sia EF la velocità del primo meno veloce =  $b$ , GH quella del secondo più veloce =  $a$ ; LM sia la rarità del primo =  $c$ , ed IK quella del secondo =  $d$ . È noto, che la facilità che incontrerebbe B nel passare per CD, se CD si

TAV.  
IV.  
Fig. 8.

con-

CAP. VIII. considerasse come un fluido in quiete, sarà in ragione composta della forza di AB, e della rarità di CD, ed essendo le forze come i quadrati delle velocità sarà per tanto in ragion composta del quadrato della velocità, e della rarità di CD, cioè come  $EF^2 \times IK$ . Parimente supponendo AB in quiete, e DC in moto farà la facilità, che incontrerebbe nel penetrare per AB come  $GH^2 \times LM$ : ma perchè tutti e due i fluidi si considerano in moto, adunque la facilità residua sarà come  $EF^2 \times IK - GH^2 \times LM$  cioè in termini analitici  $dbb - caa$ , in oltre essendo le facilità in proporzione degli spazj, che in dati tempi vengono percorsi sarà  $dbb \cdot b :: dbb - caa \cdot \frac{dbb - caa}{db}$ , il che era da dimostrarsi.

## I X.

*Scolio.* Intendasi AB esser il fluido dell'acqua; come DC dell'aria, e che lo spazio, che separatamente possono essi fare in grazia di esempio in un minuto secondo sia dell'acqua di 5 piedi, e dell'aria di 24, onde  $b=5$ , ed  $a=24$ : e perchè un barometro formato con acqua di 30 piedi di altezza si bilancia con un cilindro di aria di egual base, ma di altezza quanta è quella dell'atmosfera, la quale secondo le osservazioni del la Hire registrate nella Storia dell'Accademia delle scienze dell'anno 1696, è di altezza piedi del Re 127221, ne segue, che un piede di acqua pesi quanto piedi 4240 d'aria (supponendo i cilindri d'acqua e di aria della medesima base) onde sarà  $d=4240$ , e  $c=1$ , e sostituendo nella formola del numero precedente questi numeri, avremo lo spazio percorso da AB in un minuto secondo ridotto a piedi 4 : 11 : 8 con perdita secondo questa ipotesi di linee 4 nel detto tempo di un minuto secondo, così in un giorno ascenderebbe la perdita del moto a piedi 2448, cioè a mezzo miglio in circa di ritardamento.

## X.

Prendendosi la cosa più universalmente, vale a dire col supporre queste due potenze dell'acqua, e del vento in qualunque modo fra di esse inclinate o cospiranti al medesimo termine, o in senso fra di loro obliquo; Sia da determinarsi lo spazio che correrebbero dopo l'accozzamento, intendasi la superficie dell'acqua BD, che corra inclinata all'orizzonte con un dato angolo,

TAV.  
IV.  
Fig. 9. 10.

lo, CA sia la direzione del vento, che resta inclinata alla detta superficie dell'acqua con l'angolo CAD. Sia  $u$  la velocità dell'acqua,  $c$  la sua rarità,  $v$  la velocità dell'aria mossa in vento,  $d$  la sua rarità. E perchè la facilità di penetrare, che ha l'acqua nell'aria, se questa sarà considerata quieta, è come la rarità di questa moltiplicata nel quadrato della di lei velocità, sarà *duu* il valore di questa facilità, che si faccia eguale ad AD. Parimente facendo  $AG = cvv$  eguale cioè al quadrato della velocità del vento moltiplicata nella rarità dell'acqua, se saranno condotte le DQ, GQ parallele ed eguali rispettivamente alle dette facilità AG, AD e se da Q ad A sarà condotta la diagonale AQ rappresenterà questa la facilità o lo spazio, con cui nel medesimo tempo si moverà, dopo l'urto del vento, l'acqua, cioè accorciandosi, se il vento riesce in qualche modo contrario alla direzione dell'acqua, come nella figura 9 ovvero allungandosi, se il medesimo in qualche maniera venghi a cospirare con la direzione del di lei moto, come nella figura 10, essendo chiaro che in questo caso AQ è maggiore di AD spazio percorso dall'acqua avanti l'accozzamento del vento.

CAP.  
VIII.

## X I.

Dati dunque i due spazj AD, AG sia da ritrovarsi lo spazio indi risultante AQ, il che si otterrà mediante la risoluzione trigonometrica del triangolo ADQ, in cui sono dati i lati AD, DQ e l'angolo compreso fra di essi. Sia  $AD = a$ ,  $DQ = AB = b$ , e l'angolo  $ADQ = m$ ; Sia il seno di  $\frac{180 - m}{2} = q$  ed il seno tutto  $= s$ ; avendosi dunque per la trigonometria queste due analogie  $s \cdot 2a :: q \cdot \frac{2aq}{s}$  ed  $s \cdot 2b :: q \cdot \frac{2bq}{s}$ , se si moltiplicheranno queste due quarte proporzionali vicendevolmente sarà il prodotto  $\frac{4abqq}{ss}$ , ed il quadrato della somma dei due lati cogniti  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + bb$ , che però se da questo si sottrarrà il detto prodotto sarà  $a^2 + 2ab + bb - \frac{4abqq}{ss}$ , eguale alla base ricercata AQ; dipoi se si farà come lo spazio percorso dall'acqua avanti il vento, alla di lei velocità, così il nuovo spazio AQ alla velocità dopo esser stata spinta dal vento, sarà questa velocità ritardata o accre-



CAP. VIII. creciuta a causa della nuova forza, che se gli è applicata, ed in termini analitici  $a. u :: \sqrt{a^2 + 2ab + bb} - \frac{4abqq}{ss}$ .

$$u \sqrt{a^2 + 2ab + bb} - \frac{4abqq}{ss}, \text{ che è la ricercata formola.}$$

X I I.

Coroll. I. Se  $q$ . diventa il seno di 180 gradi, ilchè accade allora quando il vento camminerà con la medesima direzione dell'acqua, in tal caso si fa nulla la quantità  $\frac{4abqq}{ss}$ , e la formola diviene  $\frac{u \times a + b}{a} = \frac{duu + cxx}{du}$ .

X I I I.

Coroll. II. Ma se  $m$  diventa gradi 0, che è quando il vento spirava direttamente contrario al corso dell'acqua, in tal caso  $q$  si fa seno tutto, perchè  $\frac{180-0}{2} = 90$ , e però la formola si cangia in  $\frac{u \times a - b}{a} = \frac{duu - cxx}{du}$ , che è la stessa del numero VIII. di questo sostituendo in vece di  $u$  il  $b$ , ed in vece di  $x$  la quantità  $a$ , che vale lo stesso.

X I V.

Scolio I. Supponendo che l'inclinazione del vento rispetto all'inclinazione della superficie del fiume sia di gradi 15, e che gli spazj percorsi dall'acqua e dal vento, siano come quelli posti al numero IX. di questo, e supponendo ancora che questi spazj dell'acqua, e del vento succedano in un minuto secondo di tempo, farà però come segue

$$\begin{aligned} 4 &= 1. 0. 6020600 \\ a &= 106000 = 1. 5. 0253059 \\ b &= 576 = 1. 2. 7604225 \\ qq &= \sqrt{82. 30^2} = 1. 19. 9698876 \end{aligned}$$

dal qual logaritmo sottraendo il log. di  $ss$  = 1.20. 0000000  
 farà il residuo 1. 8. 3576760

il di cui numero è prossimamente 227800000 in

in oltre essendo

$$\begin{aligned} aa &= 1123600000 \\ 2ab &= 122112000 \\ bb &= 331776 \end{aligned}$$

CAP. VIII.

loro summa 11358443776

da cui dettraendo il suddetto ritrovato numero 227800000

$$11130643776$$

metà del di cui logaritmo è prossimamente 1. 5. 0232476

ma  $u = 5$  onde il suo logaritmo 1. 0. 6989700

e la summa 1. 5. 7222176

da cui levando il logaritmo di  $a$  = 1. 5. 0253059

rimane 1. 0. 6969117

del qual logaritmo il numero è prossimamente  $4 \frac{976}{1000}$ , che sono piedi 4. 11'. 8". 6". poco differente dallo scemamento dello spazio fatto per diametrale opposizione, come si è veduto al numero IX. di questo.

X V.

Scolio II. Ma se l'angolo d'inclinazione farà di gradi 40, in tal caso il logaritmo di  $\frac{4abqq}{ss}$  farà 8. 3337600, il di cui numero è 215600000, che detratto dal numero 11130643776 lascia 11142843776, il logaritmo della di cui metà è 5. 0234421 onde riducendo in una summa farà

$$\begin{aligned} &1. 5. 0234421 \\ u &= 1. 0. 6989700 \end{aligned}$$

e sottraendo

$$\begin{aligned} &1. 5. 7224121 \\ a &= 1. 5. 0253059 \end{aligned}$$

1. 0. 6971062

il di cui numero è  $4 \frac{979}{1000}$ , che da p. 4. 11'. 8". 9".

X V I.

Scolio III. E se l'angolo d'inclinazione è di gradi 153, vale a dire, che cospiri con la direzione dell'acqua farà  $\frac{4abqq}{ss}$  eguale al logaritmo di 7. 1241590, il di cui numero è prossimamente

Bb te

CAP. VIII. la metà del di lui logaritmo è

te 13310000, che detratto da 11358443776 lascia 11345133776, l. 5. 0273065, onde essendo  $u = l. o. 6989700$

e levando

l. 5. 7262765  
 $a = l. 5. 0253059$

si lascia l. o. 7009706

il di cui numero è prossimamente  $s \frac{23}{1000} = p. 5. 0'. 3''. 3'''$ .

XVII.

Scolio IV. Finalmente se il vento cospirasse del tutto con la medesima direzione dell'acqua, avendosi allora  $\frac{4abqq}{ss} = 0$  e la for-

mola divenendo  $\frac{u \times a + b}{a}$  farà  $s \frac{288}{1000}$  cioè p. 5. 0'. 3''. 11'''.

XVIII.

Scolio V. Si supponga poscia l'inclinazione del vento rispetto alla superficie dell'acqua di gr. 15, egli è manifesto, che in un minuto secondo viene ritardato il moto dell'acqua, secondo il calcolo del numero XIV. di questo, tre punti e mezzo, o che è lo stesso per ogni cinque piedi di spazio, i predetti tre punti e mezzo. Quindi mediante l'aurca regola si troverà, che in un miglio verrà ritardato il moto dell'acqua dal vento piedi 24; così paragonando (il che è anche più naturale per confrontarlo con la durezza del vento, supposto sempre della medesima intensione) il ritardo col tempo impiegato, si avrà in un'ora una perdita di piedi 87½ e in un giorno naturale, supposto che tanto durasse il vento piedi 2100, che è quasi un mezzo miglio d'Italia. Se il vento fosse inclinato 40 gradi alla superficie dell'acqua, si ha dal numero XV. di questo, che il ritardo col tempo durasse di punti 3, ed un duodecimo, il che darebbe in un miglio piedi 21½ ed in un'ora p. 77. once 1. E se il vento cospirasse col moto naturale del fiume sotto un angolo di gradi 153, cioè con una inclinazione di gradi 27, dalla parte della corrente caminerebbe l'acqua di più per lo numero XVI. punti 3½, onde in un miglio avanzerebbe piedi 22½ ed in un'ora piedi 51½.

Sco-

XIX.

Scolio VI. Da quanto sin'ora si è esposto è chiaro, che l'azione del vento in qualunque direzione stia rispetto al corso dell'acqua, dev'esser considerata, come se l'acqua corrente ed il vento potessero, per così dire, operare l'uno contro dell'altra, cioè come se ogni particola d'aria potesse agire contro ogni particola dell'acqua: ma perchè è noto, che questa penetrazione non può realmente darsi, ma che l'azione del vento sopra dell'acqua è molto limitata, e che gran fatto non si estende oltre la superficie della medesima acqua, per tanto sarà ulteriormente da cercare la reale alterazione, che l'aria mossa in vento può esercitare contro dell'acqua o corrente o anco stagnante.

XX.

Se dunque sopra tutta l'altezza dell'acqua d'un fiume, che può estendersi alli 10 e 20 piedi non può agire la forza del vento, sia da ritrovarsi quella profondità sotto la superficie del medesimo fiume, a cui può arrivare l'azione dello stesso vento, e senza partirsi dalla figura espressa al numero X. di questo, essendochè dalle due azioni AD, AG, l'acqua farebbe obbligata a seguire la direzione AQ in vece della AD, e risolvendosi questa AQ nelle due AF, QF, delle quali la prima è quella che opera per via dell'impressione del vento CA sopra l'acqua BA, sembra però poterli prender questa AF per la misura della ricercata penetrazione, e per conseguenza dell'effetto prodotto dal vento sopra l'acqua per una data inclinazione. Per avere dunque la AF, essendosi per il numero XI. di questo ritrovata la AQ, se per la trigonometria si farà come questa AQ al seno dell'angolo dell'inclinazione dell'acqua col vento BAG = ADQ = fm (f. significa seno) così AD al seno dell'angolo AQD, si avrà quest'angolo, ponendo la detta analogia in termini analitici,

$$\sqrt{a+b^2} - 4 \frac{abqq}{ss} \cdot fm :: duu \cdot \frac{duu \times fm}{\sqrt{a+b^2} - 4 \frac{abqq}{ss}} = f. AQD, \text{ il di}$$

cui angolo corrispondente sia p, farà per tanto 180 - m = p = angolo AQF, il di cui seno dicasi r, facendo poi come il seno

tutto s ad  $AQ = \sqrt{a+b^2} - \frac{4abqq}{ss} :: r$  al quarto proporzionale

Bb 2

AF

TAV. IV.

Fig. 9. 10.

CAP. VIII.  $AF = \frac{r}{s} \sqrt{a+b^2} - \frac{4abqq}{ss}$ , che vale la ricercata profondità, a

cui nelle dette circostanze si potrà estendere l'azione del vento, e farà però in ragion diretta del seno della differenza fra l'angolo retto preso due volte, e la somma dei due angoli dell'inclinazione, fra il vento e l'acqua dell'angolo ADQ, e della AQ, e reciproca del seno tutto.

X X I.

Scolio. Sia l'inclinazione suddetta di gradi 15, per tanto sarà  $\frac{dnu \sqrt{m}}{\sqrt{a+b^2} - \frac{4abqq}{ss}} = \frac{l. 106000 + l. f. 15 gr.}{l. AQ}$  onde 10600 = l. 5.0253059

l. gr. 15 = l. 9.4129962  
 l. 14.4383021  
 l. AQ = l. 5.0232476  
 l. 9.4150545

che risponde al seno di gradi 15.4' quindi 180 - m - p = 180° - 15° - 15.4' = 149° 56', ed il suo complemento 30° 4' il di cui

seno corrisponde ad r, onde l'espressione  $\frac{r}{s} \sqrt{a+b^2} - \frac{4abqq}{ss}$  ridotta a logaritmi farà

9.4150545  
 5.0231476  
 14.4383021  
 10.0000000  
 4.4383021

che ha per numero 24430 prossimamente, facendo poscia AD allo spazio corso dall'acqua senza il vento nel tempo di un minuto secondo, così AF allo spazio che correrebbe l'acqua percorrendo questa stessa linea, dinorante l'azione fatta dal medesimo vento contro l'acqua, ed essendo quello spazio secondo le supposizioni fatte ne' numeri antecedenti 5 piedi, farà prendendo i Logaritmi

4.4383021  
 0.6989700  
 5.1372721  
 5.0253059  
 0.1119662

che vale prossimamente piedi  $r \frac{294}{1000} =$  piedi 1. 3. once 6 pun-

ti

ti, e 4 minuti; sicchè in tali supposizioni crederci che non molto lontano dal vero si fosse, quando si calcolasse risentirsi l'acqua di quel dato fiume a causa del vento nella detta inclinazione, e quando questi fosse con la supposta energia, per un piede sotto della superficie corrente, onde dato questo impedimento resta manifesto il metodo di rilevarne gli effettivi ritardamenti.

X X I I.

Abbenchè paja, che quando il vento fosse orizzontale nulla potesse operare contro il corso del fiume, effendocchè in tal caso AF è eguale a zero; nientedimeno se si farà attenzione all'inclinazione, che ogni fiume o poca o molta, necessariamente deve avere, resterà manifesto, che il Vento, anche se spirasse parallelo all'orizzonte, potrà agire sul fiume ch'è inclinato; e se anche il fiume, come accader suole nelle vicinanze de' sbocchi nel Mare, stesse orizzontale, contuttociò un tale stato per poco lo potrà mantenere, mentre non sì tosto comincia il riflusso del Mare, che immediatamente anche il fiume acquista il suo proporzionato pendio; onde è da concludersi, che in tutti i casi, non mai potendosi dar vento, che non sia inclinato rispetto alla superficie del fiume, così la AG mai potrà esser zero, e perciò il fiume avrà a risentire sempre o poco o molto del Vento. Si dà qui l'idea d'uno strumento, che si reputa valevole a far conoscere sufficientemente l'inclinazione del Vento rispetto alla linea orizzontale. Sia una specie di tamburro di legno sottile espresso per la figura EAG, il cui diametro sia Eγ di un piede e mezzo in circa, e la grossezza AM di quattro once, e per entro sia tutto vuoto. Nel centro D sia accomodata una ruota volante affissa nel centro D con un perno, ed abbia i suoi bracci o pallette di leggerissima materia b. b. b. &c. cosichè possa liberamente e facilmente girarsi; il diametro di essa ruota cioè bb sia la terza parte in circa di tutta la EG. Sia poi aperto un foro in A di una mezz' oncia di diametro, ed a questo si unifca ben fortemente un cono tronco ad imbuto BAC di materia anch'esso leggiera, ma consistente, e che abbia il suo asse nella direzione QM, dimodochè vada a ferire poco sotto dell'estremità de' bracci della volante bb; e nella medesima linea MF dalla parte opposta F si apra un altro foro di consimile diametro, e si armi con un cilindro cavo e di poca altezza F, e diviso l'arco FA in due parti eguali in B, da questo punto si lasci cadere un filo, a cui sia rac-

TAV. IV. Fig. 11.

comar-

CAP. VIII. comandato il peso G; indi all'estremità dell'asse D, che riesce oltre la superficie di uno delli due piani circolari EAG, sia posto un indice, e fatto un circolo dal centro D, si segni un punto ben visibile ad arbitrio, come farebbe P, e l'indice sia DL. S'intenda in oltre condotta su la detta superficie la linea retta MF, che passi per tutti e due i centri M ed F. Tal strumento poi dovrà esser piantato sopra di un piede, che lasci il comodo di rivolgerlo a tutte le parti. Circa all'uso, ogni qualvolta spiri del vento, si dovrà verso di questo volgere la bocca dell'imbutto BC, cosichè entrandovi l'aria per M esca per F, e nel passare faccia girare la volante *bb* col maggiore possibile moto, lo che si rileverà dal numero de' giri dell'indice LD dentro un dato tempo, che si fisserà o con un orologio a secondi, o con la vibrazione di un qualche pendolo. Conosciuto dunque questo maggior numero de' giri della volante, si noti l'angolo, che formerà il pendolo EG con la linea MF, il qual angolo sottratto da' 90 gradi, darà l'angolo della ricercata inclinazione del vento rispetto all'orizzonte. Per sapere poi il viaggio del medesimo vento, si misurerà la porzione di circonferenza LPM, e si osserverà quante volte in un dato tempo essa venghi percorsa, e questo viaggio risponderà al moto del vento. Egli è ben vero che per notare il numero di questi giri, quando il vento sia molto intenso, converrà che l'indice DL sia molto lungo, anzi farebbe bene il formarlo con sottil lamina di ferro, o di rame longhissimo, e lasciar che oltrepassi i limiti del Tamburro, bastando che venghi diligentemente notato il numero de' giri; quando bene mediante qualche macchina non si potesse fare, che venissero numerati i giri in quel modo che si pratica ne' podometri, coll'avvertenza però, che tali macchine non disturbino il libero moto del vento dentro del Tamburro.

X X I I I.

Quanto si è detto alli numeri X e XI di questo, si può applicare all'azione del flusso del mare in riguardo al ritardamento del corso de' fiumi, e all'accrescimento cui devono restar soggetti per tal cagione. Intendasi CA la direzione del fiume, che sia inclinata alla superficie del mare DB, con qualsivoglia angolo CAD, la velocità del fiume sia espressa per *u*, quella del mare opposta a quella del fiume per *x*; e perchè si vogliono supporre le acque del mare e del fiume con la medesima resistenza, per tanto le facilità di

pene-

penetrare, che averanno rispettivamente, saranno come i quadrati delle loro velocità, onde si averà la AQ (che risulta dalle

CAP. VIII.

$$\text{due facilità } AE = uu, AD = QE = xx) = \sqrt{uu + xx^2} - \frac{4uuxxq}{55}$$

nella qual formola, come pur si è supposto al numero XI, *q* è eguale al seno dell'angolo di gradi 180 meno l'angolo dell'inclinazione CAD, diviso questo residuo per metà ed *s* eguale al seno tutto. Se l'inclinazione fosse nulla, in tal caso la nuova facilità indi risultante AQ minore della prima AE, farebbe

$\sqrt{uu + xx^2} - 4uuxx$ , essendochè in tal caso  $q = s$ , oppure  $AQ = uu - xx$ . La AQ si determina geometricamente, mentre stabilite che siano le due AE, AD eguali, come si è detto, rispettivamente alle quantità *uu* e *xx*, se si compirà il parallelogramma DQE A, esprimerà la diagonale AQ la ricercata facilità.

X X I V.

Sia AK la superficie del mar basso, *bA* quella di un fiume, TAV. ch'entro vi sbocchi, e sul mare si spiani. Sia poi BML la superficie alta del medesimo mare, debbasi ritrovare la posizione del- Fig. 13. la retta *bB*, linea del medesimo fiume accomodata all'alta marea BM. Si conduca la BC perpendicolare alla superficie BM ed alla AK. Intendasi AK lo spazio impiegato dal corso del fiume nel tempo della bassa marea in un secondo di tempo, e BM quello del medesimo fiume nello stesso tempo dopo il flusso del Mare. Dati dunque gli spazj, AK, BM percorsi, come si è detto, si trovino per il numero XVIII. del Capitolo antecedente, le corrispondenti sublimità HE, FG, la prima delle quali HE nella GD parallela così resti accomodata, sicchè prodotta KA in *e* cada il punto H nella superficie *bA*, si conduchino ancora a questa *K e* orizzontale le due parallele *cd*, *L f* verso *d* ed *f*. E' manifesto che cadendo un grave dalla sublimità HE arrivato che sia in E, averà acquistato una velocità da correre con moto equabile il detto spazio AK. Se parimenti si farà GF come l'altezza, da cui cadendo l'altro grave, arrivato che sia in F acquisti la velocità da percorrere con moto equabile la BM, se dal punto B per l'estremità G sarà condotta la BG*b*, farà questa la positura della superficie, che il fiume acquisterà durante l'alta marea, ridotto che sia esso fiume allo stato di permanenza. Perchè dunque BM è minore

nore



nore di AK anche GF farà minore di HE, onde la Bb meno si scosterà, dentro una data distanza, dalla Bf, di quello farà la Ab dalla Ae, dentro la medesima distanza, che però le due Ab, Bb, faranno convergenti fra di loro, e finalmente si verranno ad unire in un punto b, che farà appunto il termine dell'azione dell'alta marea, o sia del rigurgito fu per lo fiume; da questo punto però, che sia, come si è detto, l'b, si lasci cadere la bd perpendicolare alla dC; e perchè i due triangoli AEH, Aeb sono simili, farà AE. EH :: Ae. eb. Parimenti essendo simili i due triangoli BFG, Bfg farà ancora BF. FG :: Bf. fb, ma AE = BF, come pure Ae = Bf, adunque HE. FG :: be. fb :: be. be - BA. Perchè poi gli spazj HE, GF sono come i quadrati della velocità, quindi dicendo la velocità per AK = u, quella per BM = x, farà HE =  $\frac{uu}{4b}$ , ed FG =  $\frac{xx}{4b}$ , dicasi be = z, e sia BA l'altezza massima

del mare a cagione del flusso = m, farà l'analogia  $\frac{uu}{4b} \cdot \frac{xx}{4b} :: z \cdot z - m$  che nasce dall'altra analogia ricavata dalla similitudine de' triangoli, ed ancora perchè essendo per l'ipotesi, ridotto il fiume allo stato di permanenza, dovendo però anche in questo stato scaricare eguali quantità di acqua in ogni di lui sezione, farà AC√HE = BC√GF, come anche AC√be = BC√fb, onde AC =  $\frac{BC\sqrt{GF}}{\sqrt{HE}}$  =  $\frac{BC\sqrt{fb}}{\sqrt{be}}$ , oppure HE.GF :: be.bf. adunque z =  $\frac{muu}{uu - xx}$ . Pertanto se nel dato angolo d'inclinazione HAE si iscriverà be parallela ad HE ed eguale alla quantità  $\frac{muu}{uu - xx}$ , determinerà questa il punto ricercato b, termine dell'azione del flusso; lo che era da ritrovarsi.

XXV.

*Corollario.* Che però, se si farà come la differenza de' quadrati delle velocità del fiume alto e basso, al quadrato della velocità del fiume in tempo della bassa marea, così la differenza fra le altezze del mare prima e dopo del suo crescimento ad una quarta proporzionale: esprimerà questa l'altezza inscrivibile per il termine dell'azione del flusso dentro l'angolo d'inclinazione, che ha il fiume sopra l'orizzontale del mare in stato di bassezza.

Per

XXVI.

Per averfi la distanza dal punto b dal mare A, si farà secondo i principj della trigonometria Sen: bAe = q. be =  $\frac{muu}{uu - xx} :: s.T = s.$

$\frac{s * muu}{q * uu - xx} = Ab$ , e chi volesse la Bb farà questa, conforme è noto a' Geometri assai facile da trovare, mentre nel Triangolo fBb sono dati i lati fB = eA ed fb; e l'angolo bfb è retto, ma insensibilmente essendo ineguali le due Bb, Ab nelle grandi distanze; quindi potremo servirsi della ritrovata Ab senza imbarazzarsi in un più laborioso calcolo.

XXVII.

*Solio.* Sia l'inclinazione di un fiume d'onze due per miglio, intendendo ch'esso miglio sia di pertiche 500 di Bologna, come lo abbiamo in questo Trattato più volte supposto per accomodarsi alle osservazioni fatte in Pò, ridotte alla detta misura; sarà l'angolo GBF di 6 secondi; sia l'altezza del mare AB sopra del suo basso pelo piedi 3 = m, la velocità del fiume in bA = u intendasi di piedi 3 in un secondo di tempo, e quella per bB cioè nell'alta marea x sia di un solo piede nel detto tempo di un secondo; ed essendo l'angolo HAE di 6 secondi di un grado, sarà il suo seno q = 3, essendo il seno di un minuto primo = 29 parti delle 100000 nelle quali s'intende diviso il raggio, onde la formola  $\frac{s * muu}{q * uu - xx}$

diviene  $\frac{100000 * 3 * 9}{3 * 8} = 112500$  piedi, cioè pertiche 11250 di dieci piedi l'una, che fanno miglia 22  $\frac{1}{2}$ . Posta la stessa inclinazione, ma facendo u = 4; x = 2, la formola suddetta diviene  $\frac{100000 * 48}{3 * 12} = 133333$  cioè pertiche 13333, che fanno miglia 26

e pertiche 333; di più facendo u = 4; x = 1 farà la formola  $\frac{100000 * 48}{3 * 15} = 106666$  piedi o pertiche 10666 che sono miglia 21 e pertiche 166 per il termine del rigurgito. Facendo poi l'inclinazione del fiume di 3 onze per miglio, diviene l'angolo GBF di 10 secondi, il di cui seno è prossimamente 5; onde nella supposizione per la ve-

C c loci-

CAP. VIII.

locità del primo caso, mutasi la formola in  $\frac{100000 \times 3 \times 9}{5 \times 8} = 67500$  piedi, che fanno per il rigurgito, miglia  $13 \frac{1}{2}$ . Per il secondo caso si muta in  $\frac{100000 \times 4 \times 8}{5 \times 12} = 80000$  piedi o miglia 16. E per il

terzo diviene la formola  $\frac{100000 \times 4 \times 8}{5 \times 15} = 64000$  piedi cioè miglia

12 e pertiche 400. Che se tal inclinazione fosse di mezzo piede per miglio, che importerebbe un'angolo di 20 secondi, e l'altezza del mare sopra la sua superficie fosse di piedi  $4 = m$ , e  $q = 10$ ; in tal caso ritenendo rispettivamente le velocità, come ne' tre casi sopraposti, farebbe per il primo la formola

$\frac{100000 \times 4 \times 9}{10 \times 8} = 45000$  piedi o miglia 9. Nel secondo caso fareb-

be essa formola  $\frac{100000 \times 4 \times 16}{10 \times 12} = 53333$  piedi, cioè miglia 10 e

pertiche 333. Finalmente nel terzo caso si muta in  $\frac{100000 \times 4 \times 16}{10 \times 15}$

= 42666 piedi, cioè miglia 8 e pertiche 266.

XXVIII.

Le velocità del fiume competenti tanto all'altra, che alla bassa marea, si rilevano ciascheduna dal concorso ed azione delle due forze contrarie e del fiume e del mare, considerate in parti libere; faranno queste pertanto da ricavarfi dalla formola del numero XXIII di questo Capitolo, col sostituirvi in vece di  $n$  ed  $x$  le equivalenti velocità libere del fiume e del mare; efferdocchè, se il fiume si muove secondo la direzione del proprio alveo, anche il mare si muove nel crescere che fa, secondo una linea che viene sempre verso terra; onde dato per le osservazioni i gradi delle velocità competenti ad A e B, si potrà dalla formola espressa nel suddetto numero ricavare la pendenza dell'alveo, il che abbenchè in pratica, attesa la difficoltà di fare esattamente le osservazioni, non rispondesse per avventura al fatto, nientedimeno farà sempre vera la proposizione in pura teorica. Chi volesse altra formola per la distanza Ab o Bb dinotante il termine del rigurgito a causa del flusso del mare, si potrà questa avere con il determinare il punto V nella BA, cosicchè que-

CAP. VIII.

questo venghi a connotare il centro di azione delle due velocità competenti ad A e B, vale a dire, la velocità media, nel qual caso dicendo  $BV = n$ , e perciò  $AV = m - n$  farà la nuova formola

$$la \ z = \frac{s}{q} \times \frac{m}{2n - m}$$

XXIX.

Scalio. Prendendo l'esempio del caso secondo, allorchè l'inclinazione del fiume è stata supposta di 6 secondi, farà  $n : n - m :: 4 : 2$ ;  $m = 3$ , e perciò  $n = 6$ , che sostituito nella formola di già ritrovata, si muta in  $z = \frac{100000}{3} \times \frac{36}{9} = 133333$  come sopra.

XXX.

Ricerca il luogo di trattarsi anco degli sbocchi de' fiumi influenti ne' fiumi recipienti, a motivo di riconoscere quali alterazioni venghino da quelli causati in questi in ordine principalmente al rigurgito che nascer dee nell'incontrarsi che fanno sotto un qualche angolo le acque de' medesimi; e prima d'ogni altra cosa è da osservare la proprietà, che tiene un'acqua corrente nell'uscire dalle strettezze del proprio alveo in quello spazioso di qualche recipiente, che è non già di seguire la direzione del proprio filone, o quella che dovrebbe nascere dalla composizione delle due forze dell'influente cioè, e del recipiente: ma in certo modo di spandersi circolarmente da pertutto; onde per quanto acuto che fosse l'angolo che facesse lo sbocco con le rive del recipiente, non può di meno l'influente di non rintuzzare più affai di quello pare a prima vista la corrente del recipiente, ed allora in particolare, quando questo fosse in stato di magrezza, o anche di mediocrità di acque, e l'influente venisse pieno. Per rilevare dunque prossimamente la distanza a cui si può estendere il rigurgito, farà da considerarsi l'aggregato delle velocità che tiene il recipiente al di sopra dello sbocco dell'influente, avanti la piena dell'influente, e di tutte raccoglierne la media; parimenti lo stesso farà a praticarsi dopo la piena del medesimo, raccolte le quali due quantità, si averà per la formola registrata al numero XXVI di questo la ricercata distanza, note però che siano, l'inclinazione del recipiente avanti

CAP. VIII. la detta piena, e l'altezza a cui può giugnere questo, dopo ricevute le nuove acque, e che con le medesime abbiassi equilibrato.

X X X I.

*Scolio.* Sia in grazia di esempio la velocità media nel recipiente avanti la piena dell'influente tale, che l'acqua in un minuto secondo faccia piedi 3, ma dopo la piena ne faccia (intendendo sempre al di sopra dello sbocco) solamente  $1\frac{1}{2}$ , farà dunque  $u=3$ ,  $x=1\frac{1}{2}$  ed  $m=3$ ; l'inclinazione del recipiente con la linea orizzontale, avanti la piena, sia di 20 secondi; in tal caso la formola  $\frac{s}{q} \times \frac{m u u}{u u - x x}$  farà  $\frac{100000 \times 27}{10 \times 6\frac{1}{4}} = 40000$ , cioè a pertiche 4000, che fanno miglia 8. Per lo contrario, se si volesse sapere quanto il recipiente fosse per far rigurgitare l'influente, ogni qualvolta venissero ambidue in somma piena: Si supponghino note le quantità seguenti: l'inclinazione dell'influente di secondi 51, cioè cada 15 once per ogni miglio; la velocità avanti la piena dell'influente sia di 5 piedi in un minuto secondo, e dopo la detta piena; e quando siano equilibrate le acque, vale a dire allorchè tutte le sezioni scarichino eguali quantità di acqua, la velocità sia di piedi due nel detto tempo; onde adattando la formola sopraposta all'influente farà  $q=25$ ,  $u=5$ ,  $x=2$ , e sia l'altezza acquistata dal recipiente sopra il suo basso pelo  $=m=21$  piedi, si muterà dunque la formola in questa  $z = \frac{100000 \times 21 \times 25}{25 \times 21} = 100000$  pertiche o siano miglia 20; ma se  $u=4$ , in tal caso  $z =$  miglia 18, e pertiche 333.

X X X I I.

Ripigliando la figura del numero XIV del Capitolo precedente. Sia da determinarsi l'angolo di deviazione, che l'influente cagiona al corso del recipiente, cioè BAC oppure DCA. Sia la velocità del recipiente  $u$ , quella dell'influente  $x$ , faranno le forze rispettive, come i quadrati di esse velocità, onde DC  $=uu$  ed AD  $=xx$ : intendasi dato l'angolo LAP, e perciò anche il di lui complemento LAD oppure ADC. Sarà dunque per la trigonometria  $AD + DC, DC - AD :: t. \frac{DC - AD}{AD + DC} \times t$ , cioè

in

TAV.  
IV.  
Fig. 5.

in termini analitici  $\frac{uu - xx \times t}{uu + xx}$ ; ( $t$  è la tangente della metà del residuo a 180 gradi dell'angolo dato ADC) alla qual tangente connotata da questa espressione risponda l'angolo  $p$ , farà dunque DCA = angolo LAP  $-p$ .

CAP. VIII.

X X X I I I.

*Scolio I.* Sia la velocità del recipiente espressa con il numero 1562; quella dell'influente con 324, onde  $u=1562$ ,  $x=324$ , ed  $uu - xx = 2334868$ ;  $uu + xx = 2544820$ ; Sia LAE = gradi  $2\frac{1}{2}$  e per tanto  $\frac{uu - xx \times t}{uu + xx} = 4006$ , a cui risponde la tangente di gradi  $2.18' = p$ , e però LAP  $-p =$  DCA = gradi 0.  $12'$ ; ma questa direzione abbenchè vera in Statica, nientedimeno non risponde, nè al fatto, nè all'osservazione a cagione che le parti dell'acqua dell'influente, passando dal proprio alveo PF in quello del recipiente ADC, si spandono secondo tutte le direzioni, onde l'angolo dell'inclinazione, che si pone di gradi 5 in riguardo alla direzione dell'alveo, può essere di molto maggior apertura per rapporto alla tendenza media dell'acqua dell'influente.

X X X I V.

*Scolio II.* Si registrerà qualche osservazione nel proposito de' rigurgiti de' fiumi, e specialmente di quelli del fiume Pò, perchè col fondamento del fatto si possa stabilire qualche cosa di sicuro in questa materia. Dalle deposizioni legali notate nella visita del Pò fatta da Mons. Riviera, ora Eminentiss. Cardinale, l'an. 1716 leggesi a c. 193, sotto il giorno 18 di Ottobre, la deposizione avuta da uno delle Papozze ne' termini seguenti. *Che quando vengono Burrasche grandissime del Mare arrivano li rigurgiti quasi sino a Francolino, ma che le ordinarie non passano Crespino.* Un altro disse a car. 195. *Che arrivavano le Burrasche grandissime del Mare insù per lo Pò con li rigurgiti sino a Francolino, ed alle volte quasi a Lagoscuro, ma che le ordinarie non passano Crespino ec. che le Burrasche per quanto grandi sieno non arrivano a far alzare il Pò alle Papozze non più di un piede in circa, e andando*

CAP. VIII. *do all'insù sempre meno, e le Burrasche ordinarie lo alzano alle Papozze meno di mezzo piede, ed all'insù del Pò sempre meno, e nelle parti inferiori esser sempre maggiore l'alzamento. A carte 196 altro Pratico depose: Che li rigurgiti del Mare nelle Burrasche più grandi, che danno all'insù, alzano il Pò da un piede, e si estendono sino a Crespino, ma alle volte quando sono grandissime arrivano quasi sino a Francolino, e che nelle Maree ordinarie per li rigurgiti alzarfi l'acqua alle Papozze un mezzo piede al più, e non arrivare tali rigurgiti se non quasi a Crespino. Parimente fu deposto sotto il giorno 20 Ottobre: Che quando il Pò è bassissimo i rigurgiti grandi del Mare si risentono quasi a Francolino, e può alzarfi il Pò colà un dito in due al più, ed a Crespino allora farà un alzamento d'un piede e mezzo in circa, aggiungendo: Che quando poi il Pò è alta, anzi altissimo, non si scorgono, nè si possono scorgere i rigurgiti del Mare, rimanendo insensibili. Altra deposizione si legge a carte 233. Che li rigurgiti grandi del Mare, quando il Pò è basso si sentono quasi a Francolino. A Crespino poi potranno alzare un piede incirca d'acqua, e vicino al Mare possono alzarfi da tre o quattro piedi incirca, quando però le Burrasche sono grandissime.*

X X X V.

Scolio III. Nella visita del Pò 1721 fattasi fra i Commessari Pontificio, Cesareo e Veneto sotto il giorno 14 Marzo si ha per deposizione di un pratico interrogato a Lagoscuro, che il Pò ora cresce ora cala a causa, che il Mare gonfia all'insù, e il Pò si alza, sentendosi qui a Lagoscuro le crescenze del Mare, quando fa gran fortuna. Fu rilevato anco in questa visita lo stato delle ordinarie crescenze, e decrescenze fatte dal Pò al Mazzorno, ed alla Veniera vicino agli sbocchi, non essendosi altrove fatte tali osservazioni per non essersi fermata la visita positivamente, che ne' due luoghi suddetti. La tavola seguente contiene quanto fu osservato, tirato fedelmente da' registri della medesima visita.

16 Apri-

16 Aprile al Mazzorno	Bh. 15. 19' A. 20. 45	} differenza delle altezze - - - p. o. 4'. 3"
17 detto ivi	B 17. 23 A. 22. 49	
18 detto ivi	B 17. 43 A. 24. 41	} D. - - - - 0. 6. 5
19 detto ivi	B 18. 24 A. 24. -	
20 detto Veniera	B 19. 2 A. 1. 45	} D. - - - - 1. 9. 3
21 detto ivi	B 18. - A. 24. 30	

CAP. VIII.

B indica la bassa Marea, A l'alta, ed è da avvertirsi, che essendocaduta l'ultima quadratura della Luna nel giorno 18. Aprile, l'acqua del Mare aveva pochissimo moto.

X X X V I.

Nell'ingionta figura intendasi AE la cadente del Pò da Lagoscuro al Mare in tempo di acqua bassa di questo, AP la cadente del medesimo nel tempo dell'acqua alta, e ne' siti delle lettere apposte siano disposti i siti lungi il Pò, espressi nella figura, cioè Lagoscuro, Francolino, Polesella, Crespino, Papozze, Mazzorno e Veniera; Le distanze di ciascheduno de' quali dal Mare siano le notate nella seguente Tavola, ricavate quelle da Protocolli della medesima Visita 1721, e ridotte a pertiche Bolognesi, misura di cui si sono serviti gl'Ingegneri in tutte le osservazioni di essa Visita, avvertendo che si prende quivi per termine lo sbocco del Cammello, bocca ed allora, ed in questi tempi la principale di quel fiume.

Dalla Veniera al Mare, cioè la QE	Pertiche - - - - 1450
Dal Mazzorno al Mare, cioè la ME	- - - - - 6887
Dalle Papozze al Mare, cioè la DE	- - - - - 9637
Da Crespino al Mare, cioè la CE	- - - - - 12982
Dalla Polesella al Mare, cioè la NE	- - - - - 15932
Da Francolino al Mare, cioè la BE	- - - - - 18912
Da	

TAV. IV. Fig. 14



CAP. VIII. Da Lagoscuro al Mare cioè la AE - - - - - 20142  
 Dal che si ricava che AB sia Pertiche 1230  
 AN - - - 4210  
 AC - - - 7160  
 AD - - - 10505  
 AM - - - 13255  
 AQ - - - 18692  
 AE - - - 20142

XXXVII.

Se l'azione del Mare non oltrepassa Francolino, in tal caso EP non arriverà se non v. gr. in p, ed allora BE farà la massima, e da tutte le AN, AC, AD, AM, AQ, AE farà da levarsi AB cioè pertiche 1230, per averli le BN, BC, BD, BM, BQ, e BE, ed il pelo del Pò farà in tali circostanze *Bncdmqp*. Quando poi l'effetto della burrasca non oltrepassasse Crespino, come accade quando questa è delle ordinarie, secondo alle riferite deposizioni, allora la CE farà la massima, e da tutte le AD, AM, AQ, AE, farà da levarsi AC di pertiche 7160, e si averanno le CD, CM, CQ, CE, si conduce *cqrst*, che rappresenterà il pelo del Pò nelle dette ordinarie burrasche, in quelle cioè, che fanno sentire i loro effetti fino a Crespino. E perchè viene asserito, che le grandi fortune di Mare, cioè quelle che arrivano a turbar il corso del Pò fino a Francolino, fanno alzare il pelo del Pò alle Papozze un piede e mezzo, e a Crespino piedi uno in circa; osservo che stanno prossimamente in geometrica proporzione le distanze di questi luoghi con le dette rispettive intumescenze, ed essere BC. Cc :: BD. Dd cioè 5930 once ad once 12 così 9275 once ad once 18, che però potrebbesi ricavare un Canone: *Che le altezze alle quali arrivano i fiumi a cagione dell'azione del Mare, sono come le rispettive distanze dal termine del rigurgito fino al luogo dell'osservazione, e secondo un simile computo il Mare in tal stato di burrasca dovrà crescere sopra la bassa superficie once 31 o poco più.*

XXXVIII.

Scolio I. Secondo l'analogia predetta, costando dalle osservazioni registrate nella Tavola al numero XXXV. di questo, che l'al-

l'altrezza media, a cui arrivò il Pò al Mazzorno li 18 e 19 Aprile fosse di once 7, e la massima altrezza alla Veniera ne' due susseguenti giorni 20 e 21 fosse di once 20; se s'intenderà al punto G esser il Mazzorno, al punto F la Veniera, e che AE rappresenti il pelo alto del Pò in que' giorni, come AD il pelo basso, farà GB=7; FC=20, ed essendo BC pertiche 5437, farà AB pertiche 2927 per l'estensione intiera del rigurgito vicino alle quadrature della Luna, cosicchè il punto A verrebbe ad essere 5 miglia e pertiche 427 superiormente al Palazzo Quirini al Mazzorno, e però in quel giorno l'azione della Marea farà arrivata (secondo questo calcolo) 177 pertiche superiormente alla punta della divisione del Pò, che si fa nell'alveo detto delle Fornaci, ed in quello di Ariano; ed il Mare avrà ottenuta una altrezza di once 29, sopra la di lui bassa superficie, imperocchè cognite AB, AD, BG, è pur conosciuta la DE per i triangoli simili AGB, AED, onde per il numero precedente, essendo AD=9814 e GB=7 farà DE once 23 e punti 5, misura assai naturale pel moto di questo mare.

CAP. VIII.

TAV. IV.

Fig. 15.

XXXIX.

Scolio II. E quando l'effetto si risenta fino a Lagoscuro, supponendo secondo alle deposizioni, che a Crespino si alzi piedi 1 1/2 cioè once 18, in tal caso, essendo AC. Cc :: AE. EP, ovvero in numeri 7160. 18 :: 20142. 50, resta palese, che in tal incontro si alzerebbe il Mare piedi 4 once 2, come appunto succede nell'ostinato spirar de'Sirocchi. Tutte le quali misure rispondendo assai prossimamente a' fenomeni, quella analogia, che risulta dalla similitudine de' triangoli, i lati de' quali sono nella superficie alta e bassa del fiume, e le basi le altezze rispettive ne' dati luoghi dell'acqua del fiume, potrà adoprarsi, come di una sufficiente precisione.

TAV. IV.

Fig. 14.

XL.

Chi volesse sapere la minor inclinazione, con cui cammina il Pò nello stato dell'alta marea, rispetto alla bassa; intendasi condotta l'orizzontale DNM, e la parallela a questa PE, e sia nota la CN, che supponendosi cadere il fiume due once per miglio verrà ad essere per il primo caso del crescere del Pò alla

Dd

Ve-

## 210 LEGGI, FENOMENI &amp;C.

CAP. VIII. Veniera once 20 sopra il di lui basso pelo di once 5 e punti 9, e la DE essendo stata ritrovata di once 23: 5, come la CF per le osservazioni essendo di once 20 farà  $PC = PN - CN = 23$ .

IV.  $5 - 5. 9 = 17. 8$ , e per tanto  $FP = FC - PC = 20 - 17. 8 =$  once 2 e punti 4, che divisi nelle 1450 pertiche, distanza che corre dalla Veniera al Mare, si avranno punti 9 per miglio, e perciò il declivio viene a scemarfi di punti 15 per miglio.

## X L I.

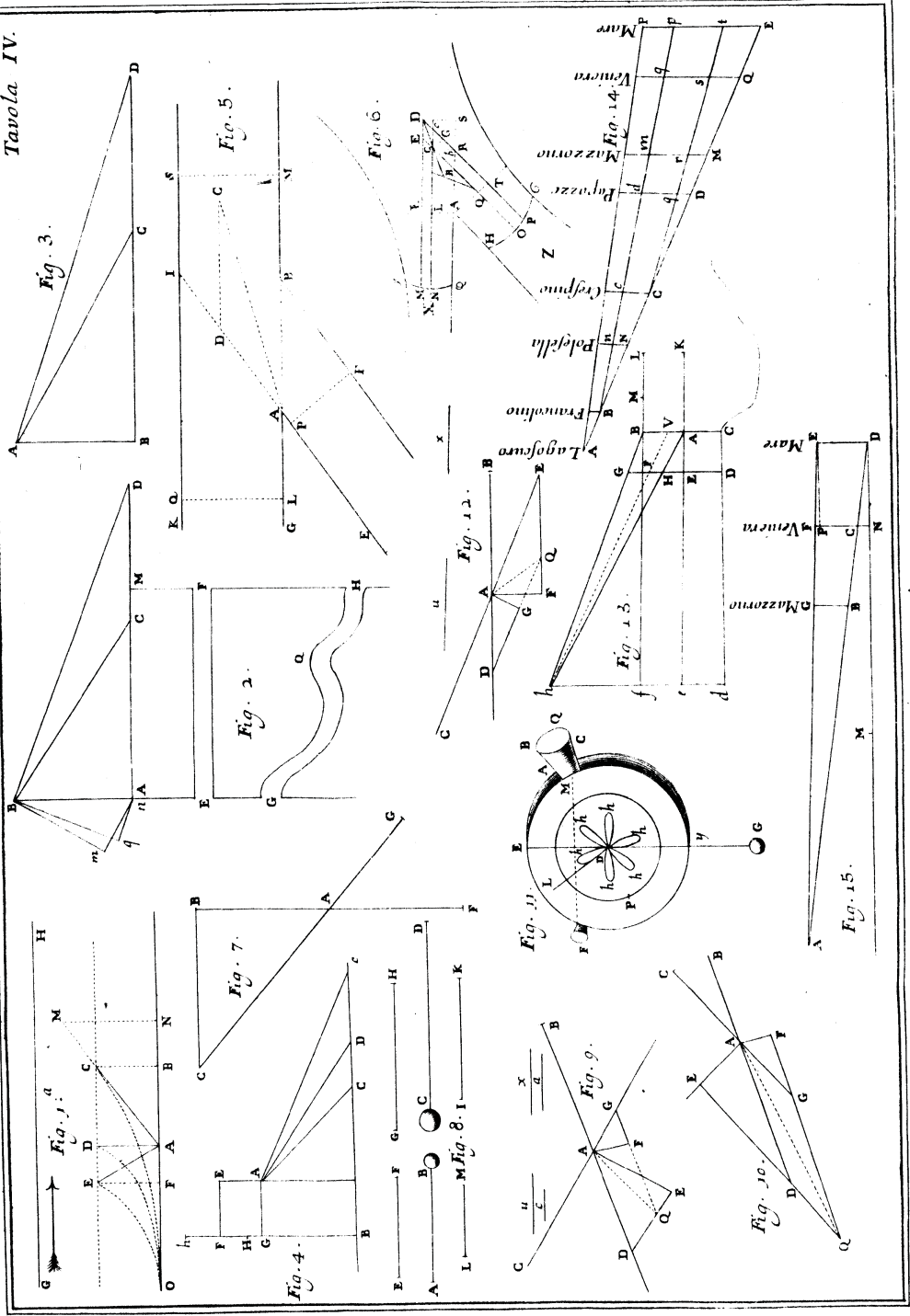
Nel proposito de' rigurgiti causati, o dal Mare, o da qualche fiume influente nel suo recipiente, o da questo in quello, ogni qualvolta l'altezza sua superasse quella dell'influente è da notarsi, che l'elevazione causata da' medesimi rigurgiti non si misura dalla semplice altezza, che fa il Mare, o il fiume sopra il basso pelo, o dell'uno, o dell'altro, ma ben riesce ella non poco maggiore, che però l'orizzontale, che fosse condotta dal punto della massima altezza predetta non potrebbe in verun modo indicare la vera estensione del rigurgito. L'esempio lo abbiamo nello stesso Pò, in cui attesi i rilievi della visita 1721, si ricava che la di lui inclinazione nello stato di bassezza da Lagoscuro alla Chiavica della Palata, che è fra la punta di S. Maria, ed il Mazzorno, sia di piedi 5. 8. 5., ed essendovi da questo punto al Mare pertiche Bolognesi 7887, che fanno miglia  $15\frac{1}{2}$  (tratto non potutosi livellare per esser soggetto di continuo a' moti del Mare) se gli dà once due per miglio di caduta, onde ne risultano once 31, o diciamo solo 30, dimodochè l'intera cadente del Pò da Lagoscuro al Mare nello sbocco del Cammello farà piedi 8. 2. 5: Ma dai calcoli abbiamo rilevato, e conosciamo anco dalla sperienza, che il Mare nelle maggiori burrasche, non può alzarsi che poco più delli 4 piedi sopra la di lui bassa superficie, ed arrivando come costa dalle deposizioni, l'effetto della burrasca fino a Lagoscuro, resta manifesto, che a doppia maggior altezza perpendicolare arrivar può il detto effetto, di quello sembra, che dovesse giugnere. Chi farà riflesso all'impedimento, che l'acqua inferiore promuove nella superiore, questi vedrà una non oscura ragione del fenomeno.

Pare

## X L I I.

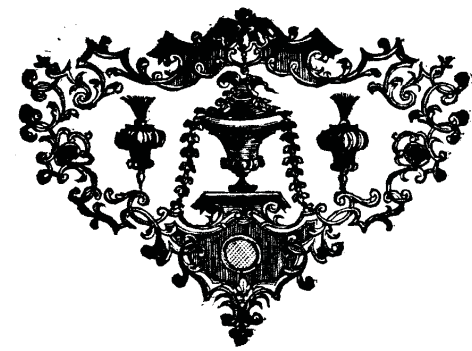
Pare a prima vista, che si potesse calcolare l'estensione del rigurgito dall'altezza da cui cadendo un grave acquistasse tanta velocità da poter percorrere dentro un dato tempo, tanto spazio, quanto realmente può percorrere il Mare, o il fiume, che un tal rigurgito promovesse, il che in niun conto rispondendo a' fenomeni, non può un tal fondamento esser adottato come vero e reale. Si supponga che il Mare nel flusso cammini contro il fiume, che in esso sbocca, due piedi in un minuto secondo, che è un moto assai maggiore del vero, almeno qui nell'Adriatico, nel quale l'acqua non arriva quando cresce a far un miglio all'ora; e perchè per lo numero XVIII. del Capitolo precedente la sublimità, che si ricerca per far muovere un grave, che scende con un dato moto in qualunque altra direzione, si esprime per  $\frac{ss}{4b}$  in cui  $s$  rappresenta lo spazio ricercato,  $b$  vale 15 piedi di Parigi; sarà dunque detta sublimità essendo  $s = 2$ ;  $\frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ , che danno once 9 e punti 7. Perchè poi il Mare nella grande burrasca si può alzare piedi 4, il di lui effetto sarà determinato per l'orizzontale, che passerà once 9 e punti 7 aldisopra dei detti piedi 4, adunque non arriverebbe a due miglia, e qualche cosa di più oltre dei Albaroni di quà dalla Guarda, quando è noto, che l'effetto delle burrasche grandi arrivano a Francolino e a Lagoscuro. Parimenti si supponga, che fuori della burrasca, il flusso del Mare cammini in un minuto secondo un solo mezzo piede, e che si alzi sopra del suo basso pelo, due piedi nel termine dell'alta Marea, farà  $s = \frac{1}{2}$  ed  $\frac{ss}{4b} = \frac{1}{240}$  nel qual caso la sublimità sarebbe poco più della metà di un punto di oncia, ed il rigurgito secondo la supposizione fattasi avrebbe ad estendersi per quanto comportano li due piedi, ma con questi non arriverebbe all'intestatura del Taglio un miglio e più inferiormente alla Cavanella, quando è manifesto, che oltrepassa in ogni tempo il Mazzorno di qualche

Dd 2 che



212 LEGGI, FENOMENI &c.

CAP. che miglio . Se al solo sbocco nascesse l' impedimento', e fosse VIII. considerato il Mare, o il fiume recipiente senza moto alcuno, la dottrina sopradetta potrebbe in qualche modo verificarsi; ma gl' impedimenti si vanno moltiplicando anco nelle parti dentro l' alveo del fiume, abbenchè sempre minori rieschino i più lontani dagli sbocchi . Quindi nasce la necessità di piantare il calcolo sopra altri principj, come si è procurato di fare ne' numeri precedenti, avendosi in vista di spiegare i fenomeni secondo le leggi della natura, e le fin' ora fatte osservazioni .



*Delle cause universali delle escrescenze e decrescenze de' fiumi, e loro fenomeni.*

I.

**E** sfendo per lo più collocati gli alvei de' fiumi nella parte più bassa delle Provincie, per le quali discorrono, ne proviene, che le acque in essi, come a centro finalmente si rivolghino, e quanto maggiore sarà la superficie della terra, che vi scolerà, tanto maggiore verrà a riuscire di mole di acque quel fiume. Se quanto di pioggia cade sul terreno, passasse subito nell'alveo recipiente, e questo con un moto rapido portasse al mare le acque, i fiumi non avrebbero che moderatissime le piene, ma impedito il corso dell'acqua da infiniti ostacoli, e nel fiume recipiente e negl'influenti, non potendosi ess'acqua smaltire a proporzione della sovravegnente, convien al fiume gonfiare, e porfi in molta escrescenza che si dirà massima, allorchè empirà tutto il letto fino alla sommità delle rive ed arginature, e mediocre quando non oltrepasserà la metà dell'altezza dell'alveo, e si chiamerà trovarsi il fiume nella magrezza, allorquando correrà con molta scarsezza di acque.

II.

Caderebbe quì in acconcio di ricercare, se i fiumi venghino formati o mantenuti dalle sole piogge e nevi liquefatte, ovvero dal mare mediante li sotterranei comunicanti meati; ma per non dilungarmi soverchiamente dall'istituto di questo Trattato, dirò solamente: che quanta è l'implicanza con le buone leggi della Statica di questa seconda, benchè assai antica opinione, altrettanto la prima è assistita da tali e tante osservazioni che ormai luogo appena si lascia da dubitare della di lei verità. I Francesi più degli altri veramente si sono distinti in questa ricerca, e le loro sperienze hanno, si può dire, posto in tutto il suo lume una tale astrusa materia, ed hanno nel medesimo tempo dato eccitamento, e mostrato come con l'osservazione alla mano si possa avere il vero fondamento della proposizione.

Per

III.

Per giudicare adunque rettamente delle piene de' fiumi, convien avere in considerazione, 1. l'area della terra che somministra l'acqua; 2. l'altezza, a cui questa giugnerebbe, durante la pioggia, se niun esito avesse, che la derivasse nel fiume; 3. il pendio de' terreni verso dell'alveo; 4. la capacità di questo; 5. la velocità propria tanto nell'acque magre, che nell'escrescenze; e 6. finalmente ogni altro accidente impeditivo del naturale corso dell'acqua, quando è di già incanalata nell'alveo. Lo squagliamento delle nevi è pur da considerarsi, come l'effetto di una pioggia in quel sito, ove esse nevi esistono, il quale benchè per lo più di non molta estesa in paragone di tutto il terreno, che può somministrar l'acqua al fiume, nientedimeno però il molto tempo, in cui dura per ordinario lo sfacimento delle dette nevi, può tener non poco gonfio il fiume. Quanto maggior di estesa e di pendio sarà l'area del terreno, che somministra le acque all'alveo maggiore, tanto maggiore sarà la piena, rispetto ad un altro fiume in parità di circostanze; così parimenti, se la medesima area fosse liscia, e senza impedimenti, farà nel fiume una più grand'escrescenza di quello fosse per fare la stessa o egual area impedita, e con molti ostacoli, che ritardassero l'acqua; dal che ne nascono i gravi disordini di quasi tutti i fiumi di Lombardia, dacchè sono state coltivate le colline ed i monti, da' quali senza verun ritegno precipitando le acque, riempiono in pochi momenti gli alvei loro, discorrendo per essi con tale tumidezza, che non vi è argine, che possa contenerne o l'impeto o l'altezza.

IV.

Se a misura della quantità dell'acqua che dalle Campagne e da' monti si raccoglie nell'alveo, si andasse accrescendo la velocità per smaltirla nel mare, reale centro di tutti i fiumi, non succederebbero mai, o rarissime volte, le rotte: ma il pretendersi in natura una tale celerità è un volerli l'impossibile, giacchè tanti e tali sono gl'impedimenti che derivano dal pendio, dalla tortuosità dell'alveo, dall'unione di altre acque nel recipiente, da i Venti che soffiano talvolta contrarj al corso del fiume, e dal flusso del mare, che manca affatto la speranza di vedere i fiumi sì veloci che possono supplire col moto allo smaltimento



mento delle acque, che loro vengono somministrate da' paesi ag-  
giacenti, e che hanno naturale diritto di mandare le proprie ac-  
que in quell'alveo: ma dato anche che questo moto vi fosse, avreb-  
be egli ad essere cotanto rapido, che non vi sarebbe arginatura  
che resistesse alla corrosione che produrrebbe l'acqua, quando  
bene non si concepisse un alveo sempre corrente fra i macigni  
de' monti. Costituiti però i fiumi dentro tali limiti, e circostan-  
ze, non ci resta altro per ripararsi dalle rovine, che seco por-  
tano, che inalzare ed ingrossare eccessivamente que' ripari del-  
le arginature, che sono destinati a sostenerli, ed a far fronte al-  
la loro forza; ciò non ostante per qualunque riparo, che venis-  
se piantato, non resterebbe pur anco assicurato il Paese, se la  
costituzione del Clima con le pioggie moderate, e non universali  
non concorresse a tener i fiumi dentro moderate elevazioni; per  
altro, come alle volte pur troppo succede, se durano molto le  
piogge, se tutti gl'influenti corrino pieni in un tempo nel reci-  
piente, e se il mare per i venti contrarj al corso del fiume, ne-  
ghi per molti giorni il libero e naturale ingresso alle di lui ac-  
que, riparo non vi è, che possa impedire che non tracimi, e non  
allaghi le Provincie, quando le Campagne aggiacenti siano più  
basse della maggior altezza, a cui può arrivar esso fiume. Esempio  
memorabile l'ebbe la Lombardia del 1705, quando il Pò, gonfiatosi  
all'eccesso per essersi ad un tratto pur gonfiati tutti i  
suoi influenti, squarciò gli argini tutti con 48 rotte da Gua-  
stalla al mare, formando di un sì vasto paese un solo dilatatissimo  
Lago.

V.

Perche dalle osservazioni fatte e nell'Accademia Reale di  
Francia, e da altri molto celebri Uomini in varie parti di Eu-  
ropa, si può computare la quantità ragguagliata dell'acqua,  
che dentro lo spazio di un anno, cade con le pioggie, e perche  
possono esser note altresì le altezze, alle quali ascenderebbe l'  
acqua accresciuta dalle medesime pioggie dentro qualunque altro  
assegnabile tempo, come pure perche si può conoscere e deter-  
minare la superficie di terra di una o più Provincie, che sco-  
la in un dato alveo; pertanto non potrà nè meno ignorarsi,  
data la quantità dell'acqua caduta in pioggia per un dato tem-  
po, il termine a cui farebbe per giugnere l'altezza di quella pie-  
na, supposta pur nota anco la larghezza dell'alveo; mentre di-  
cendo

CAP.  
IX.

CAP. IX. cendo la lunghezza di esso alveo per tutto il tratto, che rice-  
ve le acque degl'influenti suoi e delle Campagne fino al ma-  
re  $a$ ; la larghezza de' terreni, chè gli somministrano l'acqua  $b$ ;  
l'altezza dell'acqua che può cadere nell'assegnato tempo  $x$ ; la  
larghezza dell'alveo del fiume in quistione  $c$ , e l'altezza ricer-  
cata della piena  $y$ , supposte le velocità dell'acqua date per que-

sta altezza, elevata alla potestà  $m$ , farà  $y = \frac{bx}{c} \sqrt[m]{\frac{1}{m+1}}$

V I.

*Corollario.* E quando  $m = \frac{1}{2}$  ch'è l'ordinario valore, che vien  
dato per il calcolo delle velocità, la formola sopraposta diver-  
rebbe  $y = \frac{bx}{c} \sqrt{\frac{1}{3}}$ , vale a dire, che le altezze delle piene fareb-  
bero nella ragione duplicata subtriplicata della quarta proporzio-  
nale alla larghezza dell'alveo, al terreno che somministra l'ac-  
qua, ed alla altezza dell'acqua caduta con la pioggia sopra le  
Campagne, durante quel dato tempo.

V I I.

*Scolio.* Ma su tali fondamenti, veri per altro, nelle suppo-  
sizioni che si fanno, mal si accorderebbero le altezze così dedot-  
te con le osservate nell'escrescenze, mentre oltrechè quì vien  
supposto l'alveo o affatto privo di acqua avanti la pioggia, o  
almeno con pochissima e quasi stagnante, dobbiamo poi anche  
supporre l'acqua delle pioggie, che possi tutta passare in un i-  
stante dentro l'alveo del fiume, e che ivi senza fluire, crescer  
possa alle dette misure, lo che pure è contrario alle leggi della  
natura, oltre al dover prescindere da tutte le resistenze, ed acciden-  
tali impedimenti, per li quali viene diversificato assaiissimo il calco-  
lo. Nè miglior lume per conseguire l'intento, si potrebbe ave-  
re servendosi delle proposizioni IV e V del Castelli nel Libro  
della misura delle acque o de' documenti del Guglielmini inseriti  
nel Capitolo X della *Natura de' fiumi*, dove anche questo Au-  
tore confessa ingenuamente la difficoltà di arrivare al vero col  
mezzo de' calcoli e delle teoriche proposizioni, come nè meno  
si sarebbe potuto giugnere a conseguirne il fine col servirsi del-  
le

le formole per l'accrescimento dell'acqua degl'influenti ne' recipienti date nel Capitolo VI num. II. e segu. tante essendo le circostanze che alterar ne possono la base del conteggio, se l'illustre suo Commentatore Manfredi non avesse quanto basta, rischiara- ta questa sì oscura materia.

## VIII.

Il *Mariotte* nel Trattato de' movimenti delle acque Parte I, Discorso II produce un ingegnoso calcolo della quantità dell'acqua, che può ricevere la Sena in un anno, e ritrova, che di tutta la piovuta dentro di questo tempo, non ne passa la sesta parte per la sezione di Pont-royal, risolvendosi, convien dire, il rimanente in vapori, e disperdendosi per tener umettate le terre; riflesso, che benchè direttamente non serva per i rilievi, che si cercano delle altezze delle piene, indica però in una certa maniera il modo di determinare, con meno equivoco che sia possibile, la quantità dell'acqua che cade in pioggia per rapporto alle medesime piene. Ho voluto io pure, sopra le osservazioni fatte nel Pò, indagare se veramente sussista il fenomeno, sul piano datoci dal detto *Mariotte*. Si è presa la carta del Pò stampata in Roma, delineata dal Colonello Ceruti, come la meno erronea, e da questa tagliando fuori tutto il paese di là dall'Alpi, e quello oltre l'Appennino, come pure nelle parti inferiori, tutto quel tratto che a Settentrione giace oltre Tartaro e Castagnaro o Canal-bianco, e nelle Meridionali, tutto quello ch'è collocato dalla Stellata ingiù, essendo il Panaro l'ultimo degl'influenti del Pò dalla parte destra; si è trovato dunque il rimanente contenere una superficie di 30000 miglia di quadratura, cioè a dire, che scola una estesa di paese equivalente ad un'area quadrata che abbia per lato miglia d'Italia 173 in circa, computando 60 miglia per un grado dell'equinoziale.

## IX.

Per fissare l'altezza dell'acqua venuta in un anno con la pioggia in Lombardia, (trattandosi del Pò) col servirsi delle sole once sedeci Bolognesi, i piedi cubi delle piogge per tutto un anno, avuta relazione all'area stabilita nel numero antecedente, che scola in Pò, farebbero 1020833333333 : prendendo poscia la sezione regolata di questo fiume al Ponte di Lagoscuro sul Ferrarese, larga piedi di Bologna 720 con altezza

E c

rag-

CAP. raggugliata di piedi 12, secondo alle osservazioni dell'an. 1720, e la massima altezza determinatafi col ragguglio della piena 1719, arrivando a piedi 29, ne proviene che l'altezza media di Pò mezzano sia piedi 20 in circa. In oltre essendosi dal Montanari osservato, che il Pò basso in detto luogo cammina un miglio all'ora, come si legge nella di lui Dissertazione intorno la corrente del Mar Adriatico (regolando i miglia Ferraresi con i Bolognesi, de' quali si siamo serviti nelle Visite) e da noi pure nella Visita 1721 essendosi riconosciuto, che in un'ora il Pò basso faceva all'incirca il detto miglio in detto tempo, per ricavarfi la velocità del Pò mezzano, quando cioè abbia l'altezza di piedi 20, si potrà adoperare la seguente regola, la quale si accosta più delle altre alle osservazioni; e consiste nel prendere le velocità e nella semplice ragione dell'altezze medie, e nella dimezzata delle medesime, e dividere il prodotto per metà.

## X.

*Scolio I.* Calcolando dunque nell'uno e nell'altro modo, supporre piedi 20 per l'altezza mezzana di Pò, come piedi 12 per la minima del detto fiume basso, sarà la seguente analogia  $\sqrt{12} \cdot 500 :: \sqrt{20} \cdot 645$ ; cioè, se il Pò camminasse in altezza mediocre, farebbe una strada di pertiche 645 (col fondamento della ragione dimezzata dell'altezza per le velocità) in un dato tempo, ma con quello della semplice ragione dell'altezza, farebbe l'analogia  $12 \cdot 500 :: 20 \cdot 833$ ; onde la strada mezzana, secondo alla regola predetta, farebbe in circa Pertiche di Bologna 739; ma con tal supposizione uscirebbe in un anno dalla sezione di Lagoscuro piedi cubi di acqua 932204160000, quantità che poco è differente da quella delle piogge, onde per tal capo molto differente farebbe la quantità esalata in vapori per la Lombardia, di quella di Francia. Calcolando poi con una supposizione più probabile, ponendo cioè l'altezza di Pò mezzano, quando così corresse tutto l'anno di piedi 15, in tal caso i piedi cubi forniti dalla sezione di Lagoscuro nel detto tempo di un anno farebbero 560079360000, la metà in circa de' piedi cubi delle piogge; lo che ancora è molto lontano da quanto produce il *Mariotte* per la Sena.

XI.

CAP. XI.

*Scolio II.* Le considerazioni che sopra le acque venute con le piogge, e sopra l'origine delle fontane ha pubblicato il *De la Hire* nelle memorie dell'Accademia Reale del 1703. persuadono della molta quantità di acqua, che viene consumata e nel nutrimento de' vegetabili, e nella materia de' vapori; non si può però sì di leggieri sottoscrivere alla di lui opinione nel proposito dell' interna fermentazione, che suppone farsi dall'acqua nelle gran conserve sotterranee di livello col mare per spiegare l'origine e la perennità delle fontane, essendo noi persuasi, che il calcolo registrato ne' numeri antecedenti, batte assai lontano dalla verità per le di lui supposizioni fondamentali. Ciò può vedersi in fatto, esaminandosi quanto sta espresso nelle medesime memorie per l'anno 1705, nelle osservazioni che lo stesso *De la Hire* porta nel far il paragone fra la quantità della pioggia caduta a Parigi, e quella caduta a Pont-briant, ch'è due Leghe lontano da San Malò: mentre essendo in tutto l'anno 1704 caduta a Parigi la pioggia in quantità di once 19, e linee 10  $\frac{1}{2}$ ; a Pont-briant fu di once 23 e linee 8  $\frac{1}{2}$ ; e soggiugne, che per avviso del Marefciallo di Vauban, che faceva osservare la stessa cosa nella Cittadella di Lilla, si era trovato, ch'erano un poco maggiori le piogge in Fiandra, che a Parigi. Dalle osservazioni poscia registrate l'anno 1706 nelle medesime memorie circa alla pioggia caduta l'anno precedente 1705, si rileva che l'acqua caduta a Pont-briant fu di 260 linee, cioè di 16 linee di meno della caduta l'anno 1704. Finalmente l'anno 1709 registra il detto *De la Hire*, che l'altezza dell'acqua caduta l'anno innanzi a Lione era stata di once 36 e linee 9, e ne ricava: *Che la quantità dell'acqua della pioggia era stata a Lione il doppio di quella caduta a Parigi, nè poterli dubitare che ciò sia accaduto a motivo de' due gran fiumi che vi passano, i quali al più possono avervi prodotto delle nebbie, ma piuttosto derivar ciò dalle grandi montagne, che le stanno assai vicine, ove sempre sono maggiori e le piogge, e le nevi, che nel paese piano.*

XII.

*Scolio III.* E vaglia il vero, ben differente di molto si offeriva la quantità dell'acqua, che piove in Lombardia, rispetto a quella, che piove in Francia, come che generalmente questo

E e 2 Regno

CAP. IX.

Regno è senza paragone meno montuoso di essa Provincia. Si sono fatte fra molte altre, alcune osservazioni dal Sign. Corradi Matematico del Sereniss. Sig. Duca di Modena in due differenti fiti del Modanese, cioè a Modena, ed al Forno Volastro nella Garfagnana, ed ha egli trovato che nel 1715 caddero di pioggia a Modena pollici 36 e linee 10, e nel 1716 pollici 49  $\frac{1}{2}$ , dove al Forno caddero l'anno predetto 1715 pollici 81  $\frac{1}{2}$ , e nel 1716 pollici 102  $\frac{1}{2}$ ; onde prendendo una misura ragguagliata, si può dire, che le quantità della pioggia di un anno consista in pollici del piede Regio di Parigi 67  $\frac{2}{3}$ , due volte di più dell'acqua caduta in Francia: Poniamo anche meno e siano soli pollici 60 ovvero piedi 5, lo che potrà servire per i calcoli del Pò assai più adeguatamente delle altre osservazioni, se la maggior parte della Lombardia, che scola in questo fiume è assai simile al Modanese, ove le dette osservazioni furono fatte.

XIII.

*Scolio IV.* Calcolando dunque sopra l'altezza del Pò, che stes- se mezzano con piedi 20 di profondità per tutto l'anno, si avranno col fondamento di dette osservazioni piedi cubi di pioggia 3828125000000, ed il Pò smaltendone piedi cubi 932204160000, ne deriva, che tre parti in circa se ne debbano consumare, e non già le cinque afferite dal Mariotte. Ma calcolando sopra un'altezza del Pò di piedi 15 per tutto l'anno, ch'è assai più ragionevole, se ne consumerebbe anche qualche cosa di più della sesta parte, mentre, come abbiamo di sopra trovato al num. X di questo, smaltendone nella supposizione predetta il Pò in un'anno piedi cubi 560079360000, e la pioggia facendosi ascendere a piedi cubi 3828125000000, è manifesto, che il primo numero è quasi subseptuplo del secondo, e con ciò poterli accordare colla natura le diduzioni derivate dalle varie osservazioni predette. E generalmente dicendo un lato della superficie de' terreni che scollano in un recipiente *a*; l'altro lato *b* (ridotte l'aree ad un equivalente rettangolo); l'altezza dell'acqua delle piogge venute in un anno in quest'area *x*; la larghezza di esso fiume recipiente *c*; la di lui altezza mezzana *d*, e la velocità osservata delle sue acque in un dato spazio *y*: Sia *n* un numero, che moltiplicato con *y* dinoti il cammino di un'ora della di lui acqua, sarà la proporzione della quantità della pioggia venuta in un anno a quella che in questo stesso tempo sarà smaltita dal fiume come  $abx$  a  $24 * 365 * x * ndcy$ , ovvero come  $ab. 24 * 365 * ndcy$ .

Sia

XIV.

CAP. IX.

TAV. V. Fig. 1.

Sia il fondo del fiume CN, inclinato all'orizzonte con l'angolo CZA; ZAY sia l'orizzontale, che passa per la superficie del Lago o Vasca, che serve di principio al fiume, e BC sia l'altezza di una sezione lungi il fondo CN. Intendasi AGHI la linea o scala della velocità, e perchè, ridotto che sia il fiume allo stato di permanenza, deve scorrere per tutte le sezioni eguale quantità di acqua, ne proviene, che il complesso delle velocità di tutte le sezioni deve esser dato e costante, e rappresentando l'area BGHC questo complesso nella prima sezione, qualunque altra area eguale a questa, presa dentro di questa curva, rappresenterà le velocità corrispondenti ad altro sito del fondo CN, e perciò la linea, che dinora l'altezza di quest'area, farà l'altezza ricercata della sezione per quel dato punto, riducendosi il Problema a tagliare nella scala delle velocità aree sempre eguali. Se la linea delle velocità fosse retta, come vuole il Castelli, come la AH*i*, la scala farà un triangolo AD*i*, rettangolo ed isoscele, da prodursi verso le parti inferiori fino a tanto, che il punto D riesca d'orizzonte con quel tal punto N del fondo, sopra di cui si vuol cercare l'altezza NO. Suppongasi BC, l'altezza della prima sezione, uscita che è l'acqua dal Lago, è noto che il trapezio BFHC dinoterà il complesso di tutte le di lei velocità; Sia da trovarsi il simile complesso per lo punto N, si conduca ND parallela all'orizzontale ZY, e facciasi il trapezio P*i*ND eguale al Trapezio BFHC, farà PD la ricercata altezza dell'acqua, competente al punto N. Condotta poscia PO parallela a DN, e dal punto N la NO parallela alla DP, farà il punto O nella superficie del fiume in questo sito. Ad oggetto poi di render più facile il ritrovamento di questa, PD o NO, dicasi AC=*a*, AB=*b*, AD=*z* e AP=*x*, farà per la natura del triangolo, e per le condizioni del Problema l'equazione  $\frac{1}{2}aa -$

$\frac{1}{2}bb = \frac{1}{2}zz - \frac{1}{2}xx$  oppure  $aa - bb = zz - xx$ , facciasi  $xx = y$  e  $zz = t$  equazioni ambidue alla parabola conica col parametro eguale all'unità: descrivasi dunque questa e sia AHM, il di cui vertice sia in A e passi per H, ella soddisfarà all'equazione  $xy = y$ , ovvero  $zz = t$ ; se si dirà DM=*t*, e PL=*y*, ed es-

CAP. IX. sendo  $aa - bb = t - y$ , si conduca BG parallela al fondo CN, questa attesa la poca inclinazione della superficie del fiume Br, non differirà sensibilmente dalla medesima, e dove essa BG taglia la parabola in R si tiri RE parallela ad AC, come pure *re*, che dalla AE non sarà distante che per un infinitesimo; taglierà questa la CH in *e*, lasciando *eH* data e costante, a cui facendo eguale KM, se dal punto K s'inalzerà KL normale alla DM, farà questa la ricercata altezza; e però si farà NO = DP = KL. Veramente avuta la costruzione geometrica pare superfluo il cercare più oltre il valor analitico dell'ordinata NO della curva della superficie de' fiumi BO. Contuttociò ne daremo l'espressione per chi volesse ridurre a calcolo l'altezza ricercata delle sezioni, lungi il piano CN.

XV.

Perchè dunque per la natura della parabola conica si ha l'analogia AP<sup>2</sup>. PL :: AD<sup>2</sup>. DM farà  $DM = \frac{PL \times AD^2}{AP^2}$ , e per il Problema essendo DM - PL = HE = ad una quantità costante, sia questa *c*, onde  $\frac{PL \times AD^2}{AP^2} - PL = c$ , e sostituendo in vece di *y* il suo valore *xx*, farà, fatte le dovute riduzioni  $x = \sqrt{zz - c}$ , e  $z - x = DP = z - \sqrt{zz - c}$ .

XVI.

Coroll. Sia  $z = 24$ ,  $c = 12$ , farà  $24 - \sqrt{564} = 23 \frac{71}{100}$ , onde DP =  $\frac{71}{100}$ . Cresca il *z* ad essere 100, farà l'espressione  $100 - \sqrt{9988} = 100 - 99 \frac{84}{100} = \frac{16}{100}$ .

XVII.

Per quello spetta alla costruzione geometrica, essendo che tutte le *x*, o siano AP faranno espresse per la distanza, che corre tra il centro d'una iperbola equilatera, ed un punto dell'ascissa, da cui si spicca l'ordinata, sia questa eguale a *z* e la detta iperbola averà il semidiametro eguale a  $\sqrt{c}$ . Perchè poi l'altezza di ogni sezione, viene rappresentata per  $z - \sqrt{zz - c}$ , se questa si porrà come *u* avremo  $u = z - \sqrt{zz - c}$  equazione, che in questo supposto competerà alla curva de' fiumi, la quale equazione liberata dall'asimetria si riduce a  $uu - 2uz + c = 0$ : Per la



la costruzione della quale sia ACN il fondo del fiume; dal punto A s'inalzi ADF perpendicolare, e facciasi AF=2; indi dal punto F si tiri indefinitamente FGH, e si tagli FG=1/2 AF=1, e GH=2/3 c; da A per G condughisi la retta AG; e per lo punto H cogli asintoti GA, NA si descriva l'iperbola HBO; se da qualunque punto B di questa si condurrà alla FA la perpendicolare BD, che tagli in E la retta AG, sarà AD, o BC la ricercata altezza della fezione competente al punto C, ed ogni altra NO, sarà l'altezza rispondente al punto N. *Demostrazione.* Imperocchè i triangoli AFG, ADE sono simili, sarà AF . FG :: AD . DE cioè 2 . 1 :: u . u/2 = DE (dicendo BC = AD = u) e AC = z

CAP. IX. TAV. V. Fig. 2.

onde BE = BD - DE = z - u/2, AG = sqrt(5); e parimenti essendo AF . AG :: AD . AE, cioè 2 . sqrt(5) :: u . u/sqrt(5), e per la natura dell'iperbola essendo AG \* GH = AE \* EB ovvero 1/2 c sqrt(5) = (z - u/2) \* u/sqrt(5) = zu/sqrt(5) - uu/2sqrt(5), farà ancora uz - uu/2 = 1/2 c, oppure uu - zuz + c = 0; sicchè in questa supposizione la curva della superficie del fiume, sarà un'iperbola fra gli asintoti, e facendo BC la prima fezione, farà BO la curva ricercata.

XVIII.

*Scolio I.* Il Guglielmini nel libro V. della misura delle acque fluenti alla Proposizione VII. scioglie questo Problema, cioè data l'altezza dell'acqua della prima fezione di un canale inclinato, e ridotto allo stato di permanenza, ritrovare l'altezza nelle altre fezioni inferiori, e lo riduce a trovare due aree in due eguali parabole, che abbino uno stesso parametro, la qual cosa involgendo la quadratura di questi spazj, fa che la soluzione riesca un poco composta ed implicata, massimamente nella supposizione che egli fa delle velocità in ragione dimezzata delle altezze. Nè più semplice riesce lo scioglimento, che di questo medesimo Problema fa allo scolio II. della medesima proposizione, onde l'Ermanno nella *Foronomia*, riduce il tutto ad una maggior facilità, mediante il servirsi della parabola cubica del secondo genere, col ritrovare le differenze delle abscisse, che siano

sempre date e costanti, come alla proposizione 40 del Libro secondo si osserva, servendosi della figura del numero XIV. di questo, e supponendo che la scala della velocità AGI sia una parabola conica, si avrà poste le stesse cose come nel numero XV, che i due quadrilinei BGHC, PID devono esser eguali. Sarà pertanto secondo alla nota quadratura della parabola 2/3 a sqrt(a - 2/3 b sqrt(b) = 2/3 z sqrt(z - 2/3 x sqrt(x)), oppure a sqrt(a - b sqrt(b) = z sqrt(z - x sqrt(x)); Si faccia a sqrt(a - b sqrt(b) = c, e z sqrt(z - x sqrt(x) = y - p, farà la nuova equazione c = y - p, come anco farà z^3 = yy, x^3 = pp. La costruzione è la seguente: Sopra l'asse AK si descriva la parabola cubica del secondo grado AG con il parametro eguale all'unità AD. Si prenda AB = c, e vertice B, si faccia un'altra parabola cubica come la prima col parametro istessamente eguale ad AD, e sia questa BF; e da qualsivoglia punto G condotta l'ordinata GK, se si dirà FK = x, GK = z, AK = y, e BK = p farà c = y - p may = z sqrt(z), ep = x sqrt(x), dunque c = a sqrt(a - b sqrt(b) = z sqrt(z - x sqrt(x), il che ec. e perciò GF mostrerà l'altezza della ricercata fezione.

TAV. V. Fig. 3.

XIX.

*Scolio II.* Prendendosi poi come data la z, sia da determinarsi la x nell'equazione c = z sqrt(z - x sqrt(x)), farà x^3/2 = z^3/2 - c oppure x^3 = z^3 - 2cz^3/2 + cc, ed x = sqrt(z^3 - 2cz^3/2 + cc); se però z = 40 e c = 1 farebbe, fatte le dovute riduzioni, anche x = 40 profissamente.

XX.

Il Barattieri nel Libro dell'*Architettura delle acque*, Parte prima lib. VI. Capitolo X. pag. 187, considerando il modo con cui si dispongono le altezze vive, e le indebolite delle acque correnti nel murarsi le pendenze de' canali, procura di spiegare a priori questo fenomeno, senza molto riuscirvi, come vi riesce assai più, quando descrive certa osservazione da esso fatta sopra del Torrente Stirone ad istanza della Città di Borgo Sandonino. Ecco quanto esprime sopra di questo particolare. Fu questa figura cavata dal proprio fatto ec. comprende con questa la longhezza di sei miglia, che si vede però esser divisa in dodici distanze a mezzo miglio per una, se bene le sue altezze

tezze restano regolate a bracci per farla chiara nel modo, che si è detto di sopra. Fu conosciuto che il suo fondo restava disposto, come con la A, B, C, D, pendente nove braccia in tre delle sud-dette distanze di mezzo miglio per una. Nella parte poi DEF pendente quattro braccia in due distanze, la parte FGH tre braccia pendente in due distanze, e la KL, lunghezza di tre distanze senza pendenza alcuna, che arrivato poi al L precipita colà quel canale con pendenza grande giù d'un sostegno, dal quale discendono le acque con grandissima velocità: Nelle sopraddette distanze, e sopra del medesimo fondo fu misurata l'altezza, che vi aveva fatto la piena seguita pochi giorni prima, le quali altezze si cavarono dagli arborei per anco segnati, e fu in questo modo AY altra braccia  $3\frac{1}{2}$ , BX braccia 5, DT braccia 7, ES braccia 9, FR braccia 10. GQ braccia 11, HP braccia 12; IO braccia 11; KN braccia 10, e poi mezzo miglio più oltre braccia 8, ed avanti altro mezzo miglio braccia  $5\frac{1}{2}$ , e per ultimo sopra del sostegno L braccia 3, atteso che l'acqua in tal sito riceve gran velocità per il suo smaltimento nel precipitarsi da quel sostegno. Con le quali altezze essendosi disposta la pendenza del fondo, ed alzarovi sopra il corpo dell'acqua, si è formata la figura per la quale venissimo noi in chiara cognizione, che tai figure si formano senza difficoltà, e seguono per mancamento delle pendenze del suo canale. Che l'alzamento di dieci braccia alla sezione trasversale KN, si possa fare per verità, si dice di no, è seguita in questo luogo, perchè l'alveo si stringe, oltre al perdere la pendenza, nè egli si può fondare per essere dal sostegno sostenuto il fondo; quando si mantenesse quel canale sempre d'uguale larghezza l'acqua si alzerebbe poi anche sino a formare con la sua superficie la linea, che si vede condotta tra il fondo, ed essa maggior superficie dal Y al M.

CAP. IX. TAV. V. Fig. 4.

X X I.

Se dunque l'osservazione è tale, quale dall'esperienza ed attenzione di chi l'ha fatta ci viene prodotta, sono rimarcabili, fra le altre, tre cose, il pendio, la disposizione del fondo di detto Torrente, e le differenti altezze, alle quali arrivò quella piena riferita dal Barattieri, onde si viene a comprendere, che fra i due estremi termini del Torrente, cioè il principio, ove furono comminciate le osservazioni, ed il fine al sostegno, esservi un massimo, non avendo l'acqua al detto sostegno veruna relazione

Ff con

CAP. IX. con l'altra inferiore, se si vuol intendere in riguardo o del moto o delle cadenti. Le varie altezze dunque della piena, ci dimostrano esservi fra i termini predetti un'altezza massima, cioè sicchè la curva superficie, in cui conformasi il pelo del fiume riesce più gonfia in un certo sito, che in ciascun altro diverso dal medesimo. Circa poi alla natura della curva del fondo, rilevata da fenomeni soprannarrati, si trova esser questa una prima parabola cubica prossimamente. Sopradichè è da notarsi, che molto più evidentemente ne' fiumi temporanei e precipitosi, che ne' reali e perenni si osserva la linea del fondo distesa regolarmente senza sinuosità, e la ragione si è, perchè tali fiumi, attesa la violenza del loro corso, trovandosi per lo più dritti in linee, non gran fatto curve e tortuose, non ha l'acqua campo nel discendere, di formar i vortici, o di escavar le voragini, come accade ne' fiumi grandi, che hanno molte e grandi volte e tortuosità, onde le osservazioni circa al pendio de' fondi asciutti, fatte sopra questi Torrenti, sono ben più certe ed accurate, di quelle, che si potessero fare intorno a' fondi de' fiumi reali, i quali oltre all'aver sempre dell'acqua, sono dappertutto con delle vasche più e meno profonde quà e là, cioè sicchè quando si volesse la livellazione di questi fondi, converrebbe regolarli sopra le altezze medie o ragguagliate, ma sempre con grande incertezza. Non si può esprimere quanto basta l'irregolarità del fondo del Pò esaminatosi da noi da Pavia al Mare, non quella dell'Adige rimonosciuto da Legnago al Mare, come per l'opposto il piano regolare osservatosi ne' Torrenti del Friuli Tagliamento, Celine e Torre.

X X I I.

TAV. V. Fig. 5. Per la ricerca adunque della curva parabolica del fondo secondo alle osservazioni del Barattieri, intendasi questa esser AFD, le di cui ordinate AC, FG taglino perpendicolarmente l'altezza CGD, ed a questa si tiri la parallela AB; Si produca GF in H, e sia condotta FE parallela ad AB. Chiaminsi  $FG = x$ ,  $FE = y$ ,  $AB = b$ ,  $BD = d$ , che dinoterà la lunghezza della linea in questione, sarà  $AH = b - y = m$ . Il parametro di questa parabola dicasi  $p$ , si avranno due equazioni  $d^3 = pb$ , ed  $x^3 = py$ , onde  $b - y = m = \frac{d^3 - x^3}{p}$ , ovvero  $x = \sqrt[3]{d^3 - mp}$ .

XXIII.

CAP. IX.

*Scolio.* Adattando al caso particolare del Barattieri la formula, si ha per la prima osservazione  $m = 9$ ,  $b = 17$  (intiera cadente del fondo)  $BD = 22000$  braccia, supposto un miglio di passi mille geometrici ognuno de' quali vale Braccia  $3\frac{2}{3}$ ; in tal caso il parametro  $p$  sarà eguale a  $626400000000$  prossimamente, il di cui logaritmo  $11.7968191$ , ed essendo logaritmo  $d^3 = 13.0272681$ , e quello di  $b = 1.2304489$ , sarà il numero di  $d^3 = 1065000000000$ , quello di  $mp = 563700000000$ , onde  $\sqrt{d^3 - mp} = 17110 = x$ , e  $d - x = 22000 - 17110 = 4890$ , che danno il difetto di Braccia  $609$ , che fanno passi geometrici circa  $166$ , dal numero ritrovato dal Barattieri per la caduta di  $9$  braccia, cioè di tre spazj, o di un miglio e mezzo, o sia di  $1500$  passi. La seconda osservazione fa  $m = 13$ , ed in tal caso, poste le stesse cose come sopra  $pm$  è  $814200000000$ , onde  $x^3 = 250800000000$ , ed  $x = 13580$ , e  $d - x = 22000 - 13580 = 8420$  braccia, quantità minore di passi  $200$  da quanto portano le osservazioni dell'Autore, essendochè  $m = 13$  occupa cinque spazj o passi  $2500$ . Nella supposizione poi di  $m = 16$  diviene  $pm = 1002000000000$ , e  $x^3 = 630000000000$ , onde  $x = 8573$ , che detratto da  $2200 = d$ , lascia  $13427$  con difetto di passi  $110$ . Finalmente facendo  $m = 17$  che è l'intiera cadente di questa linea, si ha  $x = 0$ , e  $d = 3000$ , cioè un piede andrebbe distribuito in tutti li cinque spazj residui. L'Autore lo ritrova ne' due primi, avendo osservato i tre posteriori senza veruna caduta.

XXIV.

Oltre all'andamento del fondo, osserva pur il Barattieri la disposizione in cui trovò l'ultima piena seguita, per quanto egli ci avvisa, poco prima della visita, che e' fece del predetto Torrente Stirone, dentro la distanza delli sei miglia, cioè da A al M e nota varie altezze, alle quali giunse l'acqua di effluenza, trovate contraddistinte ne' tronchi degli alberi lungi le rive, ed abbenchè cotali segni sieno soggetti a non pochi equivoci, nientedimeno quando dappertutto si prendono dall'indizio del lezzo senza confonderli con i segni indicati nelle fabbriche, o su i rivali degli argini, possono bensì lasciare il dubbio della precisa e vera altezza di quella tal piena, ma non già dell'andamento della superficie del fiume, quale dal più al meno sa-

Fig. 2

TAV. V. Fig. 4.

CAP. IX.

rà stata da per tutto o poco più alta, o poco più bassa. Questa piena adunque riferita dal Barattieri, viene ad osservarsi disposta sopra una linea flessuosa, che incurvandosi mostra la sua convessità verso il fondo ad un terzo incirca del viaggio, passa ad esser concava verso del medesimo fondo, dopo l'altro terzo, declinando poi sempre verso l'emissario M; ed ha un' altezza massima HP all'incirca a due terzi di tutto il cammino. Volendo l'Autore spiegare questo fenomeno, ricorre alla varia pendenza del fondo, cioè ove questa è minore, come accade nelle parti più vicine allo sbocco, deve accrescersi il corpo dell'acqua ad oggetto, che ne passi per ciascuna sezione una eguale quantità, soggiungendo a questo passo: *E quando non potesse smaltirsi dal medesimo capo inferiore, et avesse da continuare il viaggio avanti, con la pendenza  $cdp$ , si alzerebbe maggiormente con l'altezza indebolita fino alla superficie  $eix$ , e di vantaggio; se ella perdesse poi affatto la pendenza in passando con la  $dp$ , si farebbe l'alzamento anco maggiore.* Non si nega che nel caso del Torrente Stirone, regolato in L con la foglia fissa di uno strammazzo nelle accennate pendenze dell'alveo, non possano aver luogo le ragioni addotte, ma se al punto L non vi fosse strammazzo, nè per conseguenza la forte chiamata, che nasce dal dover qui precipitar l'acqua, allora mancando il declivio inferiore, converrebbe dedursi che la massima altezza della piena fosse per riuscire allo sbocco, e pure non può ciò sempre succedere, nè di fatto succede, come si anderà esaminando: Che non possa succedere, si rileva, mentre se questo sbocco sarà nel Mare, non avendo esso altra altezza, che la sua ordinaria, regolata dal flusso e dal riflusso, e dovendo i fiumi per legge di natura appianarsi sopra la superficie di detto Mare in qualunque stato essi si ritrovino o di piena, o di magra di acqua, ne nasce, che la di lui massima altezza, debba trovarsi in una sezione non poco superiore alla detta loro foce, come anche effettivamente succede, essendosi osservato accader ciò costantemente in tutti i fiumi, e grandi, e piccoli.

XXV.

Volendosi dunque determinare la curva della superficie de' fiumi pieni, supponendo che il fondo venghi rappresentato per qualsivoglia curva, si dedurrà quella della detta superficie nel modo che segue. Sia ADE la curva del fondo, AB sia la prima

TAV. V. Fig. 6.

ma altezza dell'acqua in uscire dal Lago o Conserva, SB sia l'orizzontale che passa per lo punto B del detto Lago. Si tirino poscia ad angoli retti AG, EG, e questa si produca in S, farà AG la lunghezza intiera dell'alveo del fiume eguale a BS; sia GE = a, GS = c, dunque ES = a + c = m; da qualunque punto D si conduchino DQ, DN parallele rispettivamente a SE, AG, e chiamata DN = x, NE = y, farà DH = a - y, e DQ = a + c - y = m - y. Dal punto D si conduca pure DP normale alla curva in D, e si termini nell'orizzontale BS, e chiamisi u, e coll'asse DP si faccia la curva PV delle velocità, simile a qualunque altra che possa esser costrutta in qualunque altro punto fra D ed A, ovvero fra D ed E. Sia il punto X nella superficie dell'acqua di piena, onde DX sia l'altezza viva del fiume = z; da' punti D ed X s'inalzino le normali a PD; XZ, DV, che faranno due ordinate della curva delle velocità, cioè la DV rappresenterà la velocità del fondo, prescindendo dalle resistenze, e la XZ quella della superficie, la DV farà una tangente della curva del fondo nel punto D. S'intenda la curva delle velocità PZV una parabola Appolloniana, e sia l'alveo dappertutto della medesima larghezza. Perchè dunque arrivata la piena allo stato di permanenza, deve per tutte le sezioni passare un'eguale quantità di acqua; farà però ZXDV in DX eguale ad una costante, che sia l'unità, onde farà  $\frac{2}{3} z u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} z x \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} = 1$  per la quale si ha la relazione tra z ed u.

XXVI.

Per la costruzione della soprapposta equazione descrivasi circa l'asse AD la parabola cubica del secondo grado ABC, in cui si prenda a piacere un'ordinata CD. Dal punto C si tiri CE parallela ad AD, e tra gli asintoti CE, CD descrivasi l'iperbola GBK, della quale il rettangolo dato sia  $\frac{2}{3}$ ; questa taglierà la parabola predetta al punto B. Sia CD = u, EB = z, dunque BF = u - z, AD per la parabola farà  $u^{\frac{3}{2}}$  ed AF,  $\sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}}$ ; quindi EC farà  $u^{\frac{3}{2}} - \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}}$ ; e per la natura dell'iperbola GBK, farà il dato rettangolo eguale a EB x EC, ovvero in termini analitici  $\frac{2}{3} = z x u^{\frac{3}{2}} - z x \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}}$ , oppure  $\frac{2}{3} z u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} z x \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} = 1$ ; lo che &c. Dal che si ricava che prese infinite ordinate CD nella parabola antedetta, se si descriveranno altrettante

CAP. IX.

TAV. V. Fig. 7.

CAP. tante iperbole GBK, le ordinate di queste ne' punti dell'inter- IX. secamenti con esse parabole, determineranno le corrispondenti z alle ordinate della parabola CD, u.

XXVII.

Sia da ritrovare la massima z; differenziando pertanto l'equazione del numero XXV farà  $z u^{\frac{3}{2}} du + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} dz - z x \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} du - dz x \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} dz = 0$ , ovvero  $z u^{\frac{3}{2}} du - z x \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} du + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} dz + z x \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} dz - \frac{2}{3} \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} dz = 0$ ; Se si pone dz = 0, farà  $u^{\frac{3}{2}} = \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}}$ , cioè u = u - z, ovvero z = 0; qual ipotesi ci farebbe conoscere la massima u, quando vi fosse: Ma ponendosi du = 0

farà  $\frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + z x \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \sqrt{u-z}^{\frac{3}{2}}$ , nella qual equazione, sostituito il valore di u che nasce dall'equazione soprapposta, farà noto il valore della massima z. Si prenda Dd infinitesima nella curva del fondo, e chiamisi ds; indi si conduca dT parallela a DQ = dx secondo a quanto fu supposto nel numero XXV di questo; e perchè i triangoli DTd, DQP sono simili, farà l'analogia Dd.DT :: DP.DQ, onde  $u = \frac{m-y x ds}{dx}$ , e per la natura della curva parabolica del fondo eguale anco a  $\frac{m ds - x^3 ds}{dx}$ , ma per la stessa causa è anco ds = dx  $\sqrt{1+9x^4}$ , adunque  $u = \frac{m-x^3}{5} \sqrt{1+9x^4}$ : e per avere il massimo, dovendosi fare du = 0, differenziando il presente di lui ritrovato valore, ne proviene finalmente, fatte le necessarie operazioni  $x^4 - \frac{2mx}{5} + \frac{1}{15} = 0$ , equazione da cui potrà restar fissato il punto D, che avevasi, come si era proposto, a ritrovare, sito della maggior intumescenza.

XXVIII.

Scolio. Più semplice riuscirà la costruzione della curva della superficie di un fiume in piena, quando col Castelli e Montanari si facciano le velocità nella semplice ragione delle altezze; e supponendo il fondo, come si è fatto, di figura parabolica cubica del primo grado: contuttociò per niente dissimulare non ben corrispondendo al fatto l'induzione teorica, si passerà a descri-



scrivere le osservazioni, che si sono fatte gli anni 1719, 1720, e 1721 nel Pò in riflesso principalmente alle di lui somme effrescenze, lo che si è ottenuto mediante la livellazione di tutti i segni, che furono indicati lung'h' esso Pò dal Ticino al mare; e comechè vi fu pure una particolar attenzione di osservare tutte le variazioni giornaliere, che accadevano al fiume in tutto il corso delle visite, così si è potuto ridurre l'altezza delle dette piene sotto una sola linea, che si è fatta passare per l'orizzonte, in cui fu trovato il pelo del Pò alla Buffalora, luogo situato poco inferiormente all'osbocco del Ticino. Ridotte dunque tutte le misure all'altezza di questa superficie si è trovata quella della piena del Pò (seguita pochi giorni prima del cominciamento della Visita, e che puote dare però un ampio campo di verificare le reali altezze, alle quali era giunta l'acqua) ridotta, come si registra nel numero seguente. Si avrebbe desiderato di marcare anco la linea della memorabile piena 1705, ma non indicati i segni da per tutto a cagione delle molte rotte allora seguite, rimasta interrotta una tal osservazione, non si è stimato proprio di registrarla.

CAP. IX.

X X I X.

Ridotti i differenti peli del Pò, a quello delli 30 Novembre 1719, si è trovato, che la piena di dett'anno fu più alta de' peli trovati lungi il Pò rispettivamente, come segue:

Alla Buffalora	-	-	-	-	Piedi 6.	1.	0
A Trebbia 27 miglia in circa più inferiormente	-	6.	0.	0			
Al Bergantino di Piacenza due miglia sotto di Trebbia	5.	8.	6				
A Cremona 22 miglia distante	-	4.	10.	6			
A Roccabianca 29 miglia inferiore a Cremona	-	5.	1.	3			
Al Taro, discosto da Rocca-bianca miglia 6	-	6.	6.	0			
A Torricella, distante miglia uno e mezzo	-	5.	0.	0			
A Casal maggiore discosto da Torricella miglia 11 in circa	-	4.	10.	0			
Al Crostolo più inferiore miglia 15 in circa	-	4.	8.	3			
A Borgoforte, lontano dal Crostolo miglia 12	-	9.	9.	3			
A S. Benedetto altri miglia 12 più inferiore	-	12.	6.	11			
Al Mincio miglia 8 discosto da S. Benedetto	-	10.	8.	5			
A Ostiglia dieci miglia più inferiore	-	10.	0.	8			
Alla Chiavica della Moglia miglia 11 discosto da Ostiglia	-	9.	6.	2			
					A Ser-		

CAP. IX.	A Sermide miglia uno e mezzo più di sotto	-	9.	8.	0
	A Calto miglia 4 e mezzo inferiormente a Sermide	-	9.	1.	3
	Alla Chiavica della Ca rossa miglia 3 lontana	-	9.	6.	1
	A Figaròlo miglia 2 più inferiore	-	9.	8.	0
	Alla Chiavica Pilastrese mezzo miglio discosto	-	9.	1.	2
	Alla Chiavica di Occhiobello posta miglia 7 più inferiormente	-	8.	6.	10
	A Lagoscuro 3 miglia discosto da Occhio-bello	-	7.	4.	6
	Alla Chiavica di Raccano 8 miglia in circa più inferiormente	-	6.	11.	11
	Alla Polefella mezzo miglio più sotto	-	6.	9.	6
	Alle Papozze 12 miglia discosto	-	1.	10.	4
	Alla punta del ramo di Ariano da mezzo miglio inferiore alle Papozze	-	1.	8.	2
	A Santa Maria di Corbola quasi un miglio inferiormente al detto sito	-	0.	10.	9

X X X.

Dal che appare che la superficie del Pò pieno si distende secondo una linea curva, che ha una massima ordinata alle parti di S. Benedetto di Poliròne, essendochè, secondo queste osservazioni e computo, ivi la piena riesce più alta di quello fosse alla Buffalora p. 6. 5. 11, e di quello fosse a Santa Maria di Corbola p. 11. 8. 2, e maggiore anco di quello sia stata in qualunque altro luogo intermedio. E' da notarfi per altro, che le sopradette altezze non rispondono quanto uopo farebbe a' fenomeni, a' quali, come è il dovere, se si voglia stare attaccati, nasce un assurdo, ed è, che il pelo del Pò delli 30 Novembre predetto, rilevatosi alla Buffalora accresciuto e diminuito di tutte le giornaliere seguite variazioni, tirate fedelmente da i registri de' Protocolli, riuscirebbe allo sbocco in mare più alto del pelo di questo nell'ordinaria marea p. 6. 4. 2, dimodochè le altezze della detta piena inferiormente a Santa Maria di Corbola, starebbero sotto di detto pelo, o secondo il parlar de' Geometri, dopo di quel sito si ridurrebbero ad esser negative, intersecando il pelo del Pò a mezza strada fra il detto luogo di Santa Maria di Corbola, e la Chiavica della Palata, che riesce 1303 pertiche di Bologna inferiore alla drittura di detta Santa Maria, onde a questa Chiavica, farebbe stata la piena 1719 sotto di esso pelo Piedi 0. 10. 6 Alla

**DELLE ACQUE CORRENTI. 233**

Alla Cavanella discosta da detta Chiavica miglia 3, e mezzo - - - - - p.1. 2. 10 IX. prendendo un *medio* fra i molti segni di piena ivi osservati.

Alla Chiavica Zen miglia due discosta - - - - - 1. 2. 10

Alla Chiesa della Contarina posta inferiormente alla dirittura di detta Chiavica pertiche 670, cioè della Chiesa vecchia asportata dalla rotta seguita 1725. - - - - - 1. 2. 9

Ed alla Chiesa della Donzella miglia 3 ed un quinto più oltre verso il mare - - - - - 6. 4. 2

Il qual sito si trova lontano dallo sbocco del ramo della Scovetta pertiche 1350; nel qual tratto, restando il fiume quasi intieramente soggetto alla legge del flusso e riflusso del Mare, ciò ha fatto, che più oltre non si siano avanzate le osservazioni.

**X X X I.**

E perchè nulla manchi a chi con lodevole curiosità volesse intraprendere il calcolo di quanto si è esposto intorno alla piena del Pò, si pongono quivi in serie tutte le osservazioni e delle giornaliere variazioni di esso Pò, in tempo della visita, e delle altezze della piena 1719, rilevate con le livellazioni più accurate de' segni lungo esso fiume indicati e riconosciuti.

29 Novembre 1719 allo sbocco del Ticino in Pò stava il pelo di questo più basso della piena seguita li 19 del detto mese - - - - - p.2. 7. 0

30 detto fu più basso del li 29 - - - - - o. 6. 0

primo Dicemb. più basso delli 30 Novembre - - - - - o. 7. 0

2 Dicembre più basso del primo - - - - - o. 6. 0

3 detto più basso del primo sopraccennato - - - - - o. 4. 0

4 detto più basso delli 3; o. 3. 6

Piena 1719 più alta del pelo del Pò di questo giorno - - - - - p.6. 7. 0

Piena a Trebbia più alta 8. 2. 3

Piena a Piacenza più alta 7. 5. 0

Gg 5 det-

**234 LEGGI, FENOMENI &c.**

CAP. 5 detto più basso delli 4; o. 4. 3

IX. 6 detto più basso - - - - - o. 3. 10

7 detto più basso - - - - - o. 3. 11

9 detto più basso delli 7; o. 8. 0

10 detto più basso - - - - - o. 3. 6

11 detto più basso - - - - - o. 3. 9

12 detto più basso - - - - - o. 3. 0

13 detto più basso - - - - - o. 1. 9

14 detto più basso - - - - - o. 2. 2

15 detto più basso - - - - - o. 2. 1

16 detto più basso il Pò delli 15 - - - - - o. 1. 6

20 det. più basso delli 16; o. 4. 10

21 detto più basso - - - - - o. 1. 0

22 detto più basso - - - - - o. 1. 0

26 det. più basso delli 22; o. 3. 8

31 det. più basso delli 27; o. 3. 9

1720 primo Gennajo più basso dell'ultimo Dicembre si suppone - - - - - o. 1. 6

detto più basso delli 31

2 Dicembre - - - - - o. 3. 0

3 detto più basso - - - - - o. 1. 4

4 detto più basso - - - - - o. 1. 8

5 detto più basso delli 2; o. 4. 9

9 detto più basso delli 5; o. 7. 3

11 det. più basso delli 9; o. 4. 9

19 det. più basso delli 11; o. 10. 2

20, 21, 22 senz'alterazione

23 det. più alto delli 20; o. 10. 3

Piena a Cremona più alta - - - - - 8. 3. 0

Piena a Roccabianca più alta - - - - - 9. 1. 0

Piena sopra lo sbocco di Taro - - - - - 10. 5. 9

Piena dal Co: Simonetta più alta - - - - - 9. 4. 6

Piena a Casal maggiore più alta - - - - - 9. 8. 3

Piena a Borgoforte più alta - - - - - 15. 9. 9

Piena alla Chiavica di Zara più alta - - - - - 18. 8. 7

Piena a S. Benedetto più alta - - - - - 19. 6. 1

Piena al Mincio - - - - - 18. 4. 8

Piena a Ostiglia più alta - - - - - 18. 7. 1

Piena a Revere - - - - - 18. 5. 9

Piena alla Chiavica della Moglia - - - - - 17. 2. 4

Offervazioni fatte nella Parma.

DELLE ACQUE CORRENTI. 235

24 detto più basso	p. o. 3. 6	Piena alla Massa	17. 7. 3	CAP. IX.
26 detto più basso	o. 4. 0			
9 febbrajo più basso	o. 9. 6	Piena a Calto più alta	18. 2. 5	
		Piena alla Cà rossa	18. 7. 3	
10 detto più basso	o. 1. 0	Piena a Figaròlo	18. 11. 0	
		Piena alle Quadrelle	18. 0. 3	
11 detto più basso	o. 1. 6	Piena alla Chiavica Pila-		
		strefe -	18. 4. 4	
12 detto più basso	o. 1. 0			
14 det. più basso delli 12;	o. 1. 0	Piena a Occhiobello	18. 0. 0	
15 detto più basso	o. 0. 9	Piena a Lagoscuro	16. 10. 0	
16 detto più basso	o. 0. 5	Piena ivi a Lagoscuro	16. 10. 10	
		Piena ivi ad altro segno	16. 10. 5	
17 detto più basso	o. 0. 9			
18 detto più basso	o. 1. 9			
21 detto più basso delli				
26 Gennajo	1. 3. 6			

e perche li 16 febbrajo fu trovata la fommità di certo ganghero posto alla porta del Magazino da oglio al Ponte di Lagoscuro più alta del pelo del Pò p. 17. 2. 9, e la stessa fommità di esso ganghero fu trovata li 17 Marzo 1721 più alta del pelo di detto Pò p. 18. 8. 3, ne segue che il pelo del Pò di questo giorno fosse più basso di quello delli 16 febbrajo 1720 p. 1. 5. 6, che però 1721. 17. Marzo. Pelo del Pò più baso di quello era li 16 febbrajo 1720 p. 1. 5. 6

18 detto più alto	o. 0. 9	Piena a Raccano più al-		
		ta - - -	p. 17. 10. 2	
		Piena ivi con altro se-		
		gno - - -	17. 5. 7	
		Piena ivi pur con altro		
		segno - - -	17. 4. 4	
20 Marzo più baso de' 18;	o. 4. 0	Piena alla Polefella	17. 10. 6	
21 detto più basso	o. 2. 3			
22 detto più baso	o. 1. 9			
27 detto più alto delli 22;	1. 5. 6			
28 detto più alto	o. 1. 6			
29 detto più alto	o. 4. 0			
30 detto più baso	o. 4. 0			
31 detto più baso	o. 3. 6			

236 LEGGI, FENOMENI &c.

CAP. IX.	Primo Aprile, più bas-		
	fo - - -	p. o. 1. 9	
	2 detto più baso	- o. 1. 0	
	4 detto più baso	- o. 0. 9	
	5 detto più baso	- o. 0. 6	
	6 detto più alto	- o. 1. 3	
	7 detto più alto	- o. 0. 9	
	8 detto più baso	- o. 1. 0	
	9 detto più baso	- o. 1. 6	
	11 detto più baso delli 9;	o. 1. 3	Piena alle Papozze più
			alta - - - p. 12. 6. 7
	12 detto più baso	o. 1. 0	Piena alla punta di A-
			riano - - - 12. 5. 5
			Piena da Perseghino 11. 8. 0
			Piena alla Chiavica del-
			la Palata - - 9. 10. 9
			Piena alla Cavanella 9. 11. 6
			Piena alla Chiavica Zen 9. 6. 5
			Piena alla Contarina 9. 6. 6
			Piena alla Chiesa della
			Donzella - - 4. 5. 1

Dalla Chiavica della Palata in giù verso il Mare, risalendo il fiume assai visibilmente de' moti di esso nel flusso e riflusso, così abbenchè molte osservazioni vi siano ne' Protocolli, registrate per ciaschedun giorno; nientedimeno, si ha stimato più proprio servirsi del pelo delli 12 Aprile fino al Mare, per definire sopra di questo l'altezza delle piene, piuttosto che farlo sopra una superficie, che si trova in una perpetua variazione, tanto più che in tutti i giorni che furono impiegati per il compimento della Visita, il Pò ch'era ridotto ad una insigne magrezza, non fece mutazione osservabile, nè il mare in questo tempo fu mai agitato dal Sirocco, ch'è quel vento che più di ogni altro sostiene l'acqua nel fiume, e lo fa crescere di corpo.

XXII.

Ove dunque l'aggregato di un dato numero de' scemamenti giornalieri del Pò, venghino ad uguagliare l'altezza osservata della piena, ivi farà il punto d'intersecazione, dopo del quale, crescendo ancora i detti scemamenti, e facendosi sempre men al-

ta la piena a misura dello avvicinarsi al Mare, ne deriva l'assurdo, di cui sopra al numero XXX. di questo, si è detto; cioè che l'altezza della piena diverrebbe negativa, e più bassa del pelo del fiume, riportato ad un dato giorno: Così nel caso presente, che può per molti titoli servir di legge, dibattuti i pochi accrescimenti fatti da qualche giorno dal Pò, dai scemamenti occorsi dopo li 30 Novembre 1719 sino li 12 Aprile 1721; sommano questi, come dalla serie del numero precedente si ricava, sottratti gli alzamenti dalli scemamenti once 131 e punti 4, che vagliono piedi 10. 11. 6, onde alla Chiavica della Palata, tanto doveva esser alto il Pò per rapporto alli 30 Novembre 1719; ma se prenderemo una altezza media fra la piena osservata alla suddetta Chiavica, e quella notata da Perseghino, si ha essere piedi 10. 9. 4, onde nell' luogo intermedio incirca fra la detta Chiavica della Palata, e la Casa di esso Perseghino, il pelo della piena avrebbe ad intersecare quello delli 30 Novembre, cosa che non può succedere senza l'assurdo predetto: convien dunque crederfi, con il fondamento della ragione e dell'osservazione, che i scemamenti giornalieri vadino degradando molto diversamente nelle parti superiori del fiume, rispetto alle inferiori più verso il Mare: cosicchè se a Pavia sarà calato da un giorno all'altro il Pò due once in grazia di esempio; a Lagoscuro dovrà nello stesso giorno esser scemato molto più. Infatti se dal registro stampato in Bologna col titolo di *Osservazioni per la visita 1721*, si farà il ragguaglio delle alterazioni giornaliere seguite a Lagoscuro contemporaneamente con quelle osservate alla Polesella, abbenchè in non maggior distanza di sette miglia, si vedrà verificarsi l'ineguaglianza di dette alterazioni, essendo perlopiù maggiori le differenze trovate alla Polesella delle ritrovate a Lagoscuro, almeno allor quando il Pò da un giorno all'altro andava scemando di altezza; di modo che dove dalli 20 Marzo alli 22 si trova a Lagoscuro calato il Pò once due e mezzo, alla Polesella si vede scemato dentro lo stesso tempo once 4 ed un terzo; così dove dalli 20 Marzo fino alli 11 Aprile si trovò a Lagoscuro una differenza di once due e punti 9, alla Polesella fu di once 5 e punti 9: Sarebbe stato desiderabile di aver le osservazioni contemporanee di Pavia, e di Lagoscuro o Polesella per determinare più da vicino il progresso di tali differenze, il che si avrebbe potuto agevolmente fare, se tal vista allora si avesse avuta.

A mo-

CAP. IX.

XXXIII.

TAV. V. Fig. 8.

A motivo però di salvare i predetti fenomeni delle piene rilevati in Pò, si è procurato di accostarsi all'andamento reale, che averà avuto questo fiume il giorno delli 30 Novembre 1719, da Pavia al Mare, e sopra questo si sono poi calcolate le altezze della piena, succeduta pochi giorni prima. Per maggior chiarezza sia BD un tratto della superficie del fiume, che s'intendi prolungata indefinitamente in retta linea verso F; AB sia l'altezza dell'escrescenza al sito, ove si sono comminciate le osservazioni, DE sia lo scemamento dell'acqua per il sito D, osservato qualche giorno dopo calata la piena, ed EI, l'altezza della medesima piena, rilevata di sopra, ma riconosciuta al sito istesso D. Si tirì E $q$  parallela a BF, e si determini di qualunque lunghezza. Sia  $q\epsilon$  lo scemamento pure del fiume, rilevato nel sito  $d$  dopo qualche altro giorno, e C $\epsilon$  l'altezza quivi della piena, che sarebbe esatta, ogni qualvolta i scemamenti seguissero in ogni punto, come realmente portano le osservazioni, vale a dire, che tanto calasse l'acqua in  $d$  quanto in D, il che si è veduto non reggere alla sperienza, ma essersi osservato, che quanto si avvicina al Mare, crescono essi maggiormente, altrimenti supposto AICR $p$  la superficie dell'escrescenza, verrebbe in R ad intersecare il pelo del fiume, quando questo s'intendesse ridotto a quello, che passa per B, principio delle osservazioni. Intendasi dunque BE $e$ H una curva, che passando per sotto il punto E, e qualunque altro posto inferiormente o superiormente a questo lasci la differenza fra l'osservato scemamento, ed il *razionale* (che così chiameremo quello, che avrebbe effettivamente ad essere) e sia questa  $\epsilon e$ , si faccia  $dq = \epsilon e$ , e per tutti i punti  $q$  determinati in questo modo, sia condotta un'altra curva BD $qg$ , che dinoterà l'andamento vero del pelo del fiume ridotto al giorno, in cui si avranno comminciate le osservazioni, e C $q$  sarà la vera altezza della piena per quel tal sito. Per averfi il valore di questa C $q$ , essendo ella eguale a  $-C\epsilon + \epsilon e - qe$ , ed essendo  $qe = de - \epsilon e$ , sarà  $Cq = C\epsilon + 2\epsilon e - de$ : Chiamisi C $\epsilon = a$ ; BD =  $c$ ; DE =  $b$ ; Bd =  $x$ , de =  $y$ , che equivale alla differenza giornaliera, che va accadendo al fiume,  $de = z$ : E sia l'equazione della curva BE $e$ H,  $z^m = x^n$ , ovvero  $z = x^{\frac{n}{m}}$ , che diviene  $b = c^{\frac{n}{m}}$  allorchè l'ordinata  $de$  arriva in DE; essen-



essendo dunque per la natura di questa curva  $c^{\frac{n}{m}} \cdot b :: x^{\frac{n}{m}} \cdot z$ . CAP. IX.  
 farà  $z = \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} = de$ , ed  $se = de - ds = \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} - y$ , onde dicen-

do  $Cq = p$ , farà  $p = a + \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} - 2y$ .

XXXIV.

Scolio. Per determinarsi la curva BEeH, che soddisfaccia a' fenomeni, nè lasci seguire l'assurdo, che accaderebbe conducendo il pelo delli 30 novembre 1719 per il Pò verso il Mare col dare ad ogni sito i ritrovati scemamenti, di maniera che la piena con la sua superficie non venghi a tagliare il pelo di esso Pò molte miglia superiormente allo sbocco di detto fiume in Mare, niun' altra se n' è rinvenuta più a proposito, e che più si accosti della parabola biquadratica del terzo grado col paramento eguale all'unità, la di cui equazione sia  $z^3 = x^4$ , ovvero  $z = x^{\frac{4}{3}}$ , onde  $n =$

4,  $m = 3$ , e pertanto  $p = a + \frac{b x^{\frac{4}{3}}}{c^{\frac{4}{3}}} - 2y$  servirà a dinotare la generale espressione dell'altezza della detta piena ne' luoghi rispet-

trivi; servendosi dunque de' scemamenti giornalieri espressi per  $y$  della Tavola registrata al num. XXXI. di questo, e per le distanze adoperando le notate al num. XXIX. pur di questo Capitolo, fatti i dovuti calcoli, e ridotte tutte le altezze al pelo delli 30 Novembre predetto, si ritrova (preso lo scemamento DE primo per reale nella data distanza BD) che le stesse corrette avranno ad essere

A Cremona la piena più alta del pelo, che termina alla curva BDgg

A Roccabianca	Piedi	5.	4.	0
Poco sopra lo sbocco del Taro		7.	3.	6
A Casal maggiore		9.	2.	3
A Borgoforte		7.	9.	9
A S. Benedetto		13.	9.	9
		15.	11.	1

Al

CAP. IX.		Piedi	14.	10.	2
Al Mincio			14.	5.	3
A Ostiglia			15.	11.	0
Alla Chiavica della Moglia			15.	6.	11
Alla Mafsa			14.	9.	1
A Calto			15.	5.	11
Alla Chiavica della Ca rofsa			14.	11.	11
Alle Quadrelle			15.	1.	0
Alla Chiavica Pilastrefe			14.	10.	8
A Occhio bello			14.	0.	0
Al Ponte di Lagoscuro			12.	11.	10
Alla Chiavica di Raccano			12.	4.	2
Alla Polefella			9.	3.	9
Alle Papozze			6.	11.	11
Alla Chiavica della Palata			7.	4.	7
Alle Porte della Cavanella			7.	2.	7
Alla Chiavica Zeno			7.	3.	8
Alla Chiesa della Contarina			1.	7.	3
Alla Chiesa della Donzella					

XXXV.

Ma per descrivere la sopradetta parabola biquadratica del terzo grado nel fatto del Pò, dovranno esser espresse le di lei abscisse, come segue.

A Cremona miglia 51 distante dalla bocca del Ticino, che si prende per primo termine

A Roccabianca miglia 80 dal suddetto primo termine	Piedi	2 :	10
Sopra Taro m. 86		5 :	2
A Casal maggiore m. 98 $\frac{1}{2}$		5 :	8
A Borgoforte m. 125		6 :	10
A San Benedetto m. 137. sempre dal Ticino come primo termine		9 :	4
		10 :	6
Al Mincio m. 145		11 :	4
Ad Ostiglia m. 155		12 :	5
Alla Chiavica della Moglia m. 166		13 :	7
Alla Mafsa m. 167 $\frac{1}{2}$		13 :	9
A Calto m. 172		14 :	3
Alla Chiavica della Ca rofsa m. 175		14 :	7
Alle Quadrelle m. 177		14 :	10
Alla Chiavica Pilastrefe m. 177 $\frac{1}{2}$		14 :	10
A Occhiobello m. 184 $\frac{1}{2}$		15 :	7

Al

DELLE ACQUE CORRENTI. 241

Al Ponte di Lagoscuro m. 187 $\frac{1}{2}$	-	-	Piedi 15 : 11	CAP.
Alla Chiavica di Raccano m. 195	-	-	17 : -	IX.
Alla Polefella m. 196	-	-	17 : -	
Alle Papozze m. 208	-	-	18 : 4	
Alla Chiavica della Palata m. 212	-	-	18 : 10	
Alle Porte della Cavanella m. 215	-	-	19 : 2	
Alla Chiavica Zeno m. 217	-	-	19 : 5	
Alla Chiefa della Contarina m. 218	-	-	19 : 6	
Alla Donzella in distanza di miglia 223 dalla bocca del Ticino, ove si sono comminciate le osservazioni.			20 : 3	

X X X V I.

La somma poscia delle giornaliere variazioni dell'acqua del Pò relativamente a tutti i luoghi suddetti, sono le infrascripte

A Cremona	-	-	-	-	Piedi 2. 10. 6
A Roccabianca, e al Taro	-	-	-	-	3. 5. 9
A Casal Maggiore	-	-	-	-	4. 4. 3
A Borgoforte	-	-	-	-	5. 8. 0
A San Benedetto	-	-	-	-	7. 0. 6
Al Mincio	-	-	-	-	7. 5. 3
Ad Ostiglia	-	-	-	-	8. 3. 5
Alla Chiavica della Moglia	-	-	-	-	7. 5. 2
Alla Massa	-	-	-	-	7. 8. 8
A Calto, ed alla Ca rossa	-	-	-	-	8. 10. 2
Alle Quadrelle	-	-	-	-	8. 11. 2
Alla Chiavica Pilastrese	-	-	-	-	9. 0. 8
A Occhiobello	-	-	-	-	9. 4. 2
Al Ponte di Lagoscuro	-	-	-	-	9. 4. 11
Alla Chiavica di Raccano	-	-	-	-	10. 11. 2
Alla Polefella	-	-	-	-	11. 3. 2
Alle Papozze	-	-	-	-	10. 9. 5
Alla Chiavica della Palata, e fino al Mare					10. 10. 5

Dal che risulta che il pelo del Pò delli 30. Novembre 1719, riportato verso il Mare, riesce quasi il doppio più basso di quanto portano le giornaliere osservazioni: qualche divario, che si incontra nelle altezze delle piene (vedendosi tal volta un'altezza maggiore fra due minori, come quella alla Chiavica della Ca rossa, che è di piedi 15. 5. 11, e quella più prossima superiore

H h re

242 LEGGI, FENOMENI &C.

CAP. re a Calto di p. 14. 9. 1, e la prossima inferiore alle Quadrelle di p. 14. 11. 11, ) dee rifonderfi in qualche sbaglio preso ne' rilievi di queste stesse escrescenze, mentre è incredibile quanto varie sieno le deposizioni delle genti, che s'incontrano sulla faccia de' luoghi. Noi abbiamo con l'ultimo dell' esattezza voluto riportare ciò che si è trovato, lasciando ad altri il campo di depurare queste per altro fondamentali osservazioni, e scoperte.

X X X V I I.

Coroll. Si ricava dalle cose dette, che molto diversa sia la superficie dei fiumi in piena, da quella de' medesimi nello stato di magrezza, essendochè questa viene a derivarsi da una spezie di parabola, che ne' fiumi grandi si accosta ad esser biquadratica del terzo grado, dove il pelo degli stessi fiumi in escrescenza viene a formare una curva di un genere affatto diverso; nè è meraviglia, mentre i fiumi, durando la piena non possono mai bilanciare i loro moti, cosicchè progrediscano con la stessa legge, che agevolmente possono seguire allorchè corrono magri, ed allorchè nuove acque non vengono ad alterarli.

X X X V I I I.

Scolio I. L'anno 1721, essendo io stato spedito dall'Ecc. Senato alla generale visita dell'Adige da Legnago al Mare, per la di lui regolazione, trovandosi allora con quattro rotte aperto il di lui alveo, due dalla parte del Padovano, e due da quella del Polefine, fra le altre cose che eseguendo le commissioni ebbi a cuore, una fu di rilevare esattamente le altezze, alle quali in varj siti era arrivata l'ultima piena; si registrerà quivi il dettaglio tratto dal diario della visita, che esiste in Pubblico, ed in cui stanno descritte tutte le osservazioni fattesi nel detto incontro.

1721. 7. Agosto a Legnago	Piena più alta del pelo corrente - - p. 5. 4. 0
9 detto al Castagnaro pelo dell' Adige più alto del li 7 - - - p. 0. 0. 6	Piena dopo miglia 7 da Legnago - - 8. 0. 0.
10 detto A Villabuona più alto - - - o. 1. 5	Piena in miglia 1 $\frac{1}{4}$ dal Castagnaro - - 6. 2. 10
11 detto Ai Masi più basso - - - o. 1. 0	Piena in miglia 2 $\frac{1}{4}$ da Villabuona - - 6. 10. 0

12 det-

DELLE ACQUE CORRENTI. 243

12 detto Adige cresciu-	Piena alla Bova dell'							
to - - - - p. o. 2. 6	Adigetto - - p. 6. 5. 5							CAP. IX.
13 detto Alla Rotta Sab-	Piena in miglia 8 $\frac{1}{2}$ dai							
badina calato o. o. 10	Masi - - - - -							
14 detto Adige più al-								
to - - - - o. 1. 5								
A Lusia miglia 1 $\frac{1}{2}$ dalla Rotta Sabbadina	Piena	p. 11.	3.	4.				
Alla Boara miglia 6 da Lusia	Piena	12.	4.	9.				
A Borgoforte miglia 8 $\frac{1}{2}$ dalla Boara	Piena	11.	9.	7.				
A Fiume nuovo sotto lo sbocco dell'Adigetto mi-								
glia 8 da Borgoforte	Piena	4.	0.	6.				
A Fossa Bellina miglia uno da Fiume nuovo	Piena	5.	0.	0.				
Al Molinazzo miglia 4 $\frac{1}{2}$ da Fossa Bellina	Piena	3.	4.	2.				
Alla Cavanella di Fossone miglia 7 $\frac{1}{2}$ dal Molinaz-								
zo - - - - -	Piena	3.	2.	9.				

restandovi fino al Mare miglia 4, le quali distanze si sono calcolate a miglia ordinarj del paese di Perliche 833 Padovane l'uno di sei piedi per ciascheduna.

X X X I X.

*Scolio II.* Appare dunque, che anco nell'Adige vi è il suo *ventre di piena*, o sia il suo *massimo*, e cader questo nelle vicinanze della Boara, arrivando ivi l'altezza dell'escrescenza a piedi 12. 4. 9, ed esser minore in tutte le altre situazioni. Egli è ben vero, che stando, come si è detto, aperti gli argini con le 4 rotte, non poteva il di lui pelo trovarsi disteso sopra una stessa curva, onde nelle parti inferiori, rispetto della prima rotta più superiore mostrava maggior magrezza, di quella che doveva aver realmente, se niuna rotta fosse stata aperta: Che però come si è fatto del Pò, non si è potuto calcolare nè l'andamento del pelo, supposto per base quello delli 7 Agosto a Légnago, nè rilevarsi il degradamento più esatto delle altezze delle piene; contuttociò è indubitato aver egli nelle sue intumescenze, come appunto il Pò, il *massimo* predetto, che verrà a cadere in parità di circostanze molto più vicino al Mare, di quello faccia l'altro del Pò, come facilmente può ogni uno didurlo dal solo paragone delle distanze.

X L.

Nè a' soli fiumi grandi accade l'antedetto fenomeno, di avere la massima altezza delle loro piene in un certo sito, come si è veduto

H h 2                      duto

244 LEGGI, FENOMENI &c.

CAP. IX. duto ne' numeri antecedenti, ma lo stesso addiviene ancora a' fiumi picciolissimi; infatti si è osservato nel Zero, ch'è un picciolo fiumicello del Trevigiano, posto alla destra del fiume Sile, ch'egli pure va soggetto alla stessa anomalia delle piene. Fui a riconoscerlo del 1722, ed avendo comminciate le osservazioni quasi dal suo principio, e continuate fino dove rimane soggetto al rigurgito del Mare, cioè fin inferiormente alla Villa di Bonisuolo, ho potuto rilevare con la livellazione, che posto il medesimo pelo dal principio al fine, una piena poco prima accaduta, e che aveva lasciato dappertutto ne' tronchi degli alberi manifesti segni della propria altezza, stava come segue.

Poco superiormente del sostegno di Levada vicino al				
Zerone più alta	- - - -	Piedi	0.	8. 2
Al Mulino allora distrutto di S. Alberto	- - - -	-	0.	11. 6
Al Mulino di Zero	- - - -	-	1.	1. 1
Al Mulino di Mogliano al Ponte di Zero nel Terraglio	- - - -	-	1.	10. 3
Al Mulino di Marcone	- - - -	-	3.	2. 0
Al Mulino di Bonisuolo	- - - -	-	2.	11. 3

Il centro però delle massime escrescenze di questo fiumicello viene a riuscire nelle vicinanze di Marcone, ove cioè si è osservato, che l'altezza della piena stava sopra il pelo ordinario p. 3. 2. 0. Egli è per altro vero, che quando furono fatte queste osservazioni, esistendovi sopra di esso Zero tre Mulini, distrutti allora gli altri, rostando questi con le loro portine l'acqua, restava effettivamente alterato il reale andamento del pelo del fiume; contuttociò trovandosi i detti Mulini superiormente a Marcone, luogo, come si è detto, del centro della massima piena, nè altri essendovene verso il Mare, restava l'escrescenza tutta in libertà di bilanciarsi a norma di quelle circostanze, che servono ad alterare, e il di lei corso, e le di lei altezze.

X L I.

*Coroll.* Onde i fiumi nelle loro piene si dispongono la superficie in una curva, che avendo un *massimo*, deve per necessità trovarsi presso di questo concava verso il fondo del fiume, potendo poi avere un punto d'inflessione ne' siti più lontani, dopo il quale rivolge la convessità sua verso del medesimo fondo.

CAP. I-

CAPITOLO DECIMO.

*Delle resistenze degli alvei de' fiumi, e de' ripari per loro sicurezza si fatti con palificate, che con materiali di molta gravità.*

I.

**S**IA AB la sponda del vaso IHBE ripieno di acqua è da cercarsi il gravame che viene sostenuto da qualunque porzione di esso Bb, oppure dall'intera linea o lato BE; intendansi descritte le altezze perpendicolari dell'acqua AB, ab distanti fra di loro di un solo infinitesimo, e prodotta ab in d, disegni questa bd il gravame assoluto esercitato dalla detta colonnetta di acqua nel punto b che può sempre esser proporzionale all'altezza ab nella larghezza del Vaso, che sia n, in Aa. Si conduca bC perpendicolare alla BE, e dC parallela a BE, che s'incontreranno in C: costa dalla Statica, che questa bC dinoterà il nifo che farà l'acqua sopra il detto punto b. Dicasi AB = b; BE = a; Eb = x; ab = y farà aE =  $\sqrt{xx - yy} = z$ , e per la similitudine de' triangoli Eab, bdc essendo bE :: bd. bC, essendo n la larghezza del vaso, farà la bd espressa per nydz, onde l'analogia suddetta farà in termini analitici  $x \cdot z :: nydz \cdot bC = \frac{nyzdz}{x}$  e tutte le bC esprimenti tutti i nifi o conati dell'acqua contro della sponda del vaso saranno notate per  $\int \frac{nyzdz}{x}$ : Ma per la similitudine ancora de' triangoli Eab, EAB essendo BE :: AB :: bE. ab cioè a. b :: x. y ed  $x = \frac{ay}{b}$  ed  $xx = \frac{aayy}{bb}$ , se questo valore verrà sostituito nella formola ritrovata, diventerà dessa  $\int \frac{nydy \cdot \frac{aa - bb}{ab}}{\frac{aayy}{bb}}$ , ed integrando sarà  $\frac{nyy \cdot \frac{aa - bb}{2ab}}$ , quantità che potendosi porre eguale a p, farà l'equazione  $yy = \frac{2ab}{n \cdot aa - bb} \cdot p$  alla parabola. Per la di cui costruzione si fac-

TAV. V. Fig. 9.

cia

CAP. X. cia AB + BE. 1 :: 1. M, dipoi M. n :: BE - AB. Q, e finalmente Q. AB :: 2BE. R, ed intendasi descritta la parabola conica SD, il di cui parametro sia R, se l'ordinata DC si dirà y farà soddisfatto all'equazione suddetta, mentre per la natura del-

TAV. V. la parabola  $R \cdot SC = yy$ , ma  $R = \frac{2ab}{Q}$  e  $Q = \frac{n \cdot a - b}{M} = \frac{n \cdot a - b}{a + b}$

Fig. 10.

dunque  $R = \frac{2ab}{n \cdot aa - bb}$ , e pertanto  $\frac{BC \cdot 2ab}{n \cdot aa - bb} = yy$ , adunque il conato totale allorchè  $y = b$  farà eguale a  $\frac{nb \cdot \frac{aa - bb}{2a}}$ , tutti però essi conati saranno espressi per le ascisse SC, ed il totale gravame farà allorchè SC vale  $\frac{nb \cdot \frac{aa - bb}{2a}}$ .

II.

**TAV. V. Fig. 11.** Che se in vece di supporfi la sponda BE formata con linea retta, si voglia piegata in una qualunque curva BbsE, si ritroverà il conato dell'acqua come segue. Poste le stesse cose come nel numero precedente, facendo però aE = z, bE = x esprimente la lunghezza della curva da b in E, farà per la nota proprietà delle tangenti  $aM = \frac{ydz}{dy}$ ; (essendo ns = dz, e bn = dy)  $bM = \frac{ydx}{dy}$ ; onde per i simili triangoli Mab, bcd, farà l'analogia  $bM \cdot aM :: bd \cdot bc$ , cioè  $\frac{ydx}{dy} \cdot \frac{ydz}{dy} :: nydz \cdot bc = \frac{nydz^2}{dx}$  e tutte le bc =  $\int \frac{nydz^2}{dx}$ .

III.

**Corollario I.** Si concepisca a cagion di esempio la data curva BE una parabola, la di cui equazione  $z = yy$ , il qual valore sostituito nella formola precedente dà  $\int \frac{4ny^3 dy}{4yy + 1}$ , ed il suo integra-

le  $\frac{\pi}{3 \cdot 4} \sqrt{4yy + 1}^3 - \frac{\pi \sqrt{4yy + 1}}{4} + A$ , e posto  $y = 0$ , allorchè il conato sia eguale a zero, farà  $A = \frac{1}{2} \pi$ , che però in tal caso



so l'integrale completo sarà  $\frac{n}{12} \sqrt{4yy+1} - \frac{n\sqrt{4yy+1}}{4} + \frac{1}{2}n$  CAP. X.  
 dalchè si ricava, che la detta parabola non possa cominciare nella superficie dell'acqua, ma sotto di questa ad un sesto della larghezza del Vaso.

I V.

Corollario II. Qual formola  $\int \frac{nydz}{dx}$  dà ancora la prima del numero I. di questo Capitolo, mentre praticate le necessarie sostituzioni divenendo la curva una linea retta sarà  $z = \frac{ydx}{dy}$  &  $y = \frac{zdy}{dz}$  ovvero  $dz = \frac{zdy}{y}$ : Parimenti  $\frac{ydx}{dy} = x$ , ovvero  $dx = \frac{x dy}{y}$ , onde  $\int \frac{nydz}{dx} = \int \frac{nyzdy}{yydx} = \int \frac{nyzdy}{yyx} = \int \frac{nzdy}{x}$ ; ma  $x = \frac{ay}{b}$ , dunque  $\int \frac{nzdy}{x} = \int \frac{bnzdy}{ay}$ , e  $zz = xx - yy$  ovvero  $zz = \frac{aa-bb}{bb} \times yy$ , adunque  $= \int \frac{nydy}{ab} \times \frac{aa-bb}{bb}$  come in detto numero primo.

V.

Sia da trovarsi il gravame, che risente un argine, la di cui scarpa verso il fiume, si suppone a maggior facilità retta, e che formi con l'orizzontale un angolo di gradi 40, cioè l'angolo AEB. L'altezza perpendicolare AB sia di piedi 32, e sia d'averfi prima il valore di  $y = b$  per tre differenti posizioni, col dividere cioè tutta la scarpa dell'argine BE, che si suppone di piedi 50 in cinque parti; onde il primo valore di  $y$  dopo AB di piedi 32, come si è detto, sarà di piedi 25 prossimamente. Il secondo valore di  $y$ , facendo  $Eb = 30$ , sarà piedi 19; Il terzo piedi 13, ed il quarto sarà 6 piedi; quai valori sostituiti nella formola  $\frac{nyy \times aa - bb}{2ab}$  danno rispettivamente 472; 288; 166; 78; 17; e 0. Supponendo  $n =$  ad un piede, dimodochè questi numeri rappresentano tanti piedi cubi d'acqua, che aggravano rispettivamente l'argine dalla sommità dell'acqua fino all'assunta  $y$ , cosichè faranno sempre minori a misura che detta  $y$  si prenderà più vicini

TAV. V.  
Fig. 9.

CAP. X. vicina alla sommità E, fino a ridursi in nulla a fior di acqua. E perchè secondo le osservazioni del Guglielmini un'oncia cubica di acqua pesa grani 786 del peso di Bologna, il primo numero però conterrà once cubiche in circa 815600, cioè libbre di Bologna 83470 nella supposizione posta al numero XIX del Capitolo secondo; dal qual peso vien gravata la parte più bassa dell'argine delle cinque, nelle quali s'intende diviso. Il secondo numero 288 averà once cubiche 497700, che fanno libbre 50930. Il terzo numero 166 avrà once cubiche 286800, cioè libbre 29360. Il quarto numero 78 averà once cubiche 134800 o libbre 13790; ed il quinto numero 17 darà once cubiche 29370, cioè libbre 3006.

V I.

Se tale è il momento, che l'acqua stagnante esercita contro degli argini, non dissimile dev'esser quello anco dell'acqua corrente lungi le rive, mentre quando il di lei corso sia parallelo a queste, cade tutto lo sforzo della velocità, ch'è ciò per cui la corrente differisce dalla stagnante acqua, a vantaggio del moto progressivo, e nulla si esercita contro delle sponde, ond'egli è lo stesso, rispetto a queste, come se ess'acqua si trovasse in una perfetta quiete, e che non le aggravasse se non col proprio peso, e con la sola forza d'inerzia. Potrebbe dir tal uno, che quando la cosa fosse così, non mai seguirebbero le corrosioni negli argini, le quali si veggono esser un manifesto effetto della velocità dell'acqua; al che si risponde, che quando l'argine fosse perfettamente liscio, e formato di terra ben collegata e densa, non potrebbe mai accader la corrosione, la quale in tanto succede, in quanto essendo le rive scabre, ineguali, e con moltissimi risalti, la corrente urtandovi pone l'acqua in vortice, l'apice del quale trivellando il fondo, lo scalza, e fa rovinare, e da un tal effetto ne provengono poi nuove inegualità, e nuovi impedimenti al corso, i quali quanto più sono vicini ad esser a piombo, tanto più vagliono ad eccitare i vortici, ed a promuovere l'intacco, formando poi ciò, che nel Pd specialmente chiamasi *Froldo*. In oltre si dice, che le dette corrosioni seguono per l'ordinario nelle lunate o svolte de' fiumi; ed in particolare allorchè sono desse assai acute, nel qual caso viene l'acqua in certo modo ad urtar di petto, se non nell'argine, al certo nell'acqua, che ad esso sta a ridosso, lo che fa, che il momento di questa si venghi in qualche modo ad accrescere, se non quanto farebbe se l'acqua affatto libera vi urtasse,

tasse, almeno accrescendo l'energia del proprio peso, non però in grado che sia molto maggiore della semplice pressione, mentre, come si è detto al numero VIII. del Capitolo VII. qualunque sia l'andamento della riva, l'acqua a questo si accomoda in maniera, che va anch'essa piegandosi col suo corso in direzione parallela alla riva medesima, senza darvi altro carico, che quello del proprio peso.

VII.

Ciò che fu generalmente indicato al num. VI. del Capitolo VII conviene ora più particolarmente averli in riflesso per rintracciare con il grado della forza dell'acqua, che spinge e carica, quella ancora de' ripari, che resiste e contropera. Universalmente è vero che nel canale  $XcTS$  correndo l'acqua da  $X$  al  $c$ , se questo corso sarà in qualche modo impedito coll'*obice* fermo  $KL$ , o  $HI$ , oppure  $OP$ , il momento dell'acqua contro di esso *obice* sarà in ragione composta dello spazio occupato dall'acqua per un certo tratto superiormente all'*obice* stesso, e del quadrato della velocità di dett'acqua, tanto venendo comunemente ricevuto da' Statici; ma concretando il discorso a ciò, che realmente succede ne' fiumi, alla riserva delle punte  $L, I, P$  degli *obici*, non risente il riparo nelle altre di lui parti, l'energia del momento predetto, ma solamente quello del peso dell'acqua: imperocchè dovendo questa restar senza moto, o come si chiama di *molente* per lo spazio  $XLK$ , ovvero  $ZIH$ , oppure  $YOP$ , si formerà in  $XL, ZI, YP$  una curva, secondo cui movendosi l'acqua, essa curva a misura dell'*obice* farà più esteso verso della corrente del fiume, ed avrà il vertice più distante dall'attaccamento che detto *obice* fa con la riva, cioè per il  $KL$ , ch'è il più lungo, in  $X$  distante da  $K$  per lo spazio  $KX$ . Ma per l'*obice*  $bI$  minore, per lo spazio  $bZ$ . Ed in fatti ci ammaestra la sperienza non vi esser penello (così dicendosi tali *obici* nel linguaggio di questi paesi) che non fermi dentro di certi limiti e superiormente, ed inferiormente ad esso delle materie, di quelle cioè, che dall'acqua vengono portate. Circa al corso poi, che l'acqua acquista alla punta de' penelli, si è veduto nell'incontro della visita del Pò 1719, quanto moto concepisce dessa alla testa de' moli fatti a' prismi, formati avanti della Città di Piacenza contro le corrosioni del Pò, rimanendo nelle altre loro parti con l'acqua a collo senza moto, e ridotta del tutto molente.

CAP.  
X.

TAV.  
V.  
Fig. 12.

CAP.  
X.

VIII.

La forza dunque di cotali ripari si calcolerebbe assai eccedente, quando si volesse che fosse come il prodotto del quadrato della velocità nello spazio occupato da quell'acqua, che viene a ferire il penello: cosa, che solamente può seguire per un qualche tratto verso della di lui punta, nè verso della riva altro tormento non potrà risentire, che qualche peso dall'acqua se la superiore si rimanga per un poco più alta dell'inferiore per di dietro il riparo; lo che anco si farà manifesto, quando si rifletta, che l'acqua stagnante superiormente al penello, contro di cui si scarica l'impeto della corrente, non può comunicare il moto alle vicine parti in quel modo che accade allora che un corpo solido percuote altri corpi pur solidi collocati nella medesima direzione. Egli è ben vero, che l'acqua in correre urtando nella stagnante  $XKL, ZHI$ , ovvero  $YOP$ , essendo più veloce verso le punte de' penelli, che verso la riva, può agevolmente eccitar de' vortici, i quali quando siano di tal numero e forza da accostarsi al sito ove è piantato il penello, impedirebbero non che le deposizioni e gli atterramenti in detto luogo, ma cagionerebbero della molta profondità a piedi del riparo, col ridurlo in brevè tempo a molta debolezza e pericolo di rimaner distrutto, avegnacchè scalzato che fosse, sarebbe reso inutile a reggere al carico dell'acqua, nè meno operando ella col solo di lei peso, non che con la violenza del corso. A tal sorta d'inconvenienti rimangono esposti principalmente que' penelli che formano angolo acuto con la riva dalla parte superiore, come  $HI$ ; nè da un tal disordine vanno esenti quelli, che stanno collocati alla medesima riva perpendicolari, come  $bI$ , e meno di tutti quelli che si piantano ad angolo ottuso con essa riva come  $OP$ , i quali quanto più sono dolci, o posti a seconda del fiume, meno sempre restano soggetti al predetto sconcerto.

IX.

La forza de' vortici, non altrimenti che nell'aria allorchè dessa forma i turbini e le bisciabove, è molto insigne nell'acque correnti. Si pongono queste in un moto circolare, abbandonando il rettilineo qualunque volta incontrano un *obice*, che al loro moto progressivo resista; nel qual caso convertendo la direzione rettilinea in circolare, si forma una figura conica, ponendosi in giro

ro l'acqua coll'inclinarsi spiralmemente dalla superficie al fondo in cui termina o con l'apice del cono, ovvero prima che questo vi arrivi, trivellandolo e profondandolo con un'estrema violenza o al piede dell'obice, da cui ha avuto origine il vortice, o da questo non molto lontano. Non tutti però gl'impedimenti posti nel fiume generano i vortici, ma quelli solamente che sono posti o a piombo, o poco fuori del perpendicolo, come sono in grazia di esempio le palificate o disposte in paradori, o in pennelli, gli angoli salienti delle muraglie ed altri consimili: ogni galleggiante che discorra a questi contiguo, ne viene rapito, e strascinato al fondo con molta violenza. Se però le acque correnti non hanno insigni profondità, la forza della penetrazione de' vortici non è di molto riflesso, come ben lo è quando l'altezza viva dell'acqua è molta, e ne deriva da ciò, che potiamo sostenere le palificate ne' fiumi profondi da 8 in 10 piedi, ma non già in quelli che ne hanno 20: la ragione si è, che operando in tali turbini d'acqua la sola velocità perpendicolare, il di cui grado viene determinato dall'altezza maggiore o minore dell'acqua medesima, e niente contribuendo la circolare, che può esser considerata come data e costante, e prodotta dal solo moto progressivo del fiume, è palese, che l'azione non si può render molto sensibile se non in grande altezza: Per altro la circolare non agisce se non nell'urtar di fianco l'obice che incontra, o sia di un solo vortice più dilatato, o di molti minori, ne quali tal volta si subdivide; ma è facile da vedere, che se il danno cagionato da' vortici non consistesse, che nell'impressione laterale contro de' ripari, facile sarebbe il difendercene; ma il caso si è di doverci resistere alla forza della penetrazione che fanno essi vortici contro del fondo, scalzando irreparabilmente il riparo, onde vengono giustamente i vortici riputati da tutti i più saggi idrometri, *la peste de' fiumi*, senz'averli pur anco trovato forza, che resistere vi possa, ed allora principalmente quando il fondo del fiume si trova sabbioniccio; tutto lo studio però esser deve nell'impedire, che non si generino.

X.

Per determinare adunque il più precisamente, che sia possibile qual forza vi sia nell'apice de' vortici, e qual incremento essa prendi in questa parte, si potrà supporre esso vortice, come fatto da una spirale intorno ad un cono. Essendo dunque manifesto,

Li 2 che

CAP. X. che per qualunque curva discenda un grave, non ha, prescindendo dalle resistenze, nè può avere mai maggior velocità di quella che acquisterebbe discendendo per la perpendicolare; e dovendosi però prendere da quest'azione la forza del vortice in riguardo alla velocità, se s'intenderà il vortice formato DFAG di cui la superficie al pelo dell'acqua DEG, il vertice A; sia Fig. 13. DCb la spirale descritta dal moto vorticoso dell'acqua inclinata al piano orizzontale coll'angolo formato dalla tangente di essa spirale nel punto D, e dal piano orizzontale DEG: Siano AE Ae due linee infinitamente prossime, che partendo dal vertice A terminano nella base DGE, formando l'angolo infinitesimo EAe; Si faccia passare per il punto b, ove Ae taglia la spirale, il circolo Fb parallelo a DG; e chiamisi EC = y, BC = dy; FB = x, Bb = dx: La velocità circolare in FB con cui devevi intendere che l'acqua si muova sempre con direzione parallela a DG = u, ma questa sia data e costante. Essendochè dunque lo spazietto CB sarà percorso con la velocità  $\sqrt{EC} = \sqrt{y}$ , e lo spazietto Bb con la velocità u, e tutti e due nel medesimo tempo; per tanto sarà l'equazione  $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{\sqrt{y}}$  ed integrando  $\frac{x}{u} = 2\sqrt{y}$  ovvero  $xx = 4uu y$ , equazione ch'esprime la natura della spirale DCb formata dal vortice.

X I.

E perchè le forze sono come i quadrati delle velocità, sarà essa forza  $f = y = \frac{xx}{4uu}$ , vale a dire in ragione diretta del quadrato dell'altezza EC, e reciproca del quadruplo del quadrato della velocità costante circolare FB, ovvero perchè è data questa velocità in ragione del quadrato di dett'altezza.

X I I.

Scolio. Sia x = 4 piedi ovvero a quarantotto once, sarà la forza in tal punto come 2304; e se x = 5 piedi ovvero once 60, sarà dessa eguale a 3600; se poi la forza predetta sia = piedi 6 cioè a 72 once, valerà la forza 5184; onde resta assai chiaro il grande aumento che riceve il vortice a misura della di lui profondità, di modo che il doppio di altezza porta quattro volte più di forza.



XIII.

CAP.  
X.

*Coroll.* Resta poi manifesto, che quanto maggiore sarà la velocità dell'acqua corrente del fiume, i vortici succederanno di diametro più dilatato, valendo il quadrato di essa velocità per la forza tangenziale da descrivere la spirale, o per meglio dire quel circolo, che risponderà ad un dato punto di essa spirale, ed è manifesto altresì, che quanto maggior copia di acqua sarà posta in giro, che di più durata sarà il vortice; qualunque però siasi l'ampiezza di questo in pari altezze, sarà eguale l'effetto, se non in riguardo del grado, certamente in rapporto del tempo.

XIV.

Si può ricavare da quanto ne' numeri precedenti si è detto, che dove si eccitano i vortici, a misura che il fondo è lontano dalla superficie, tanto maggiore segua l'effetto dell'escavazione. Siano i fondi variamente inclinati AF, AL, AM; la superficie dell'acqua AB, e s'intendino formati i tre vortici, C, D, E; soffrirà da questi più il fondo AM, del fondo AL; e questo più del fondo AF, essendochè per li numeri X e XI di questo, le forze in M, L, N, K, O, I, sono ben maggiori della forza del vortice rispettivamente in F, G, H, cioèchè in grazia di esempio, se condotta la FO dall'intersecazione F all'apice O del vortice EO sia questa parallela all'orizzonte dell'acqua BA, farà la forza in O per escavare il fondo, eguale alla forza del vortice CM in F, ma la forza in F è molto minore della forza in M, dunque la forza in O, anch'essa è molto minore della forza in F.

TAV.  
V.  
Fig. 14.

XV.

Se dunque il fondo, o riva AM fosse assai tormentata dall'azione di tali vortici C, D, E, e si volesse pensare a ripiegarvi: Se noi vi piantassimo de' pali perpendicolari alla superficie dell'acqua come FM, GN, HO, non già levaremmo l'effetto pernicioso, ma piuttosto lo verremmo ad accrescere, imperocchè urtando l'acqua in tali nuovi *obici*, si ecciterebbero nuovi vortici, che avendo libero spazio di agire sopra della riva AM nelle altezze come prima, produrrebbero lo stesso e maggior effetto, e ben tosto si vederebbero scalzate e sconvolte le palificazioni,

CAP. X. te, che per togliere lo sconcerto vi fossero state poste: Bensì o si leverebbe affatto, o molto si minorerebbe, se sopra la predetta riva piantati più ordini di pali, come FM, NG, OH, sopra vi fosse conficcato un forte tavolato AF, il quale impedendo il progresso dell'apice de' vortici, e togliendo loro la forza in F, G, H, darebbe campo, con qualche altro lavoriere superiore, di empirsi tutto lo spazio FAM, e con ciò riducendosi la riva meno acclive, meno resterebbe esposta al dirupamento. Egli è ben vero, che non tutti i fiumi, ed in specie i grandi soffrirebbero un tal ripiego per non dar tempo e modo di ergere il riparo che sia forte e consistente; ne' mediocri però e piccioli, e molto più ne' temporanei possono riuscire di molto utile tali difese, le quali facilmente volle indicare il Celebre Montanari in certe Scritture sopra le acque, nelle quali esaltava sopra di ogni altra cosa per ovviare alle corrosioni ed intacchi, che i fiumi fanno alle rive, i ripari piantati obliquamente, anzi si espresse di pensare al modo di figere anco obliquamente i pali, ben conoscendo che la perpendicolarità di questi, serve molto ad accrescere i sconcerti de' fiumi in vece di toglierli.

XVI.

*Scolio.* Quindi è, che ne' fiumi grandi come v. gr. il Po non potendosi per lo più lavorar con palificate, ho io introdotto il piantare in vece di dette palificate, i moli di gabbioni, che avanzandosi secondo una certa direzione verso il filone del fiume, abbiano scarpe sì dolci da proibire la formazione de' vortici. Così avendo avuto a coprire alla Contarina la gran Coronella, che ivi fu formata per chiudersi una grandissima rotta, che si era aperta del 1725, furono piantati due moli, composti con barche ripiene di terra affondate, e poi sepolte fra un gran numero di Gabbioni ben alti e grossi ripieni della miglior terra, che si trovasse in que' fiti, con i quali furono ridotti i detti moli ad avere una scarpa tale, e sì dolce e poco acclive, che non ostante che fossero piantati in 18 piedi di acqua, hanno sempre resistito alla corrente, senza che mai sianfi prodotti i vortici, di maniera che essendo seguito celeremente l'effetto di rivolgere la corrente, lontana dalla riva anche prima, che i detti moli fossero compiuti in tutta la divisata lunghezza, per non gettare superflamente il danaro pubblico, si sono lasciati senza ulteriormente avvanzarli, alchè ha dato luogo a' meno intendenti, per non dire a' detrattori



tori delle altrui operazioni, di disseminare, ch' essi ripari erano stati in parte dalla violenza delle acque asportati. Ben maggiore fu l'impegno di altri moli, e contramoli piantatifi in altre parti di detto fiume, formati però di foli Gabbioni ma di una estesa sorprendente; nè l'effetto di quelli che si sono fatti piantare nell' Adige al sito delle pericolose corrosioni del Bertolino, e della Rotta nuova è stato minore di ciascun altro, avendo benchè di assai moderata lunghezza potuto assicurare quelle gelose parti, e col rivolgerè il corso alla parte opposta, e col radunare immense sabbie a profitto della riva, che rimaneva intaccata, consiste tutto il segreto di detti ripari nel ben attraccarli all'argine, nel dar loro grande scarpa, e nell'empire i Gabbioni della miglior terra, che sia veramente cretosa e tenace, ilchè quando venghi effettuato, e restano impediti i vortici, e levate certamente le più pericolose corrosioni.

XVII.

Infinite possono essere le direzioni, da darfi a' pignoni, o penelli, che, come è stato detto, così si chiamano quelle palificate semplici o doppie, oppure que' moli, e muraglioni, che attaccandosi fortemente alla riva XQ, secondo una certa direzione, vanno ad incontrare il corso dell'acqua; disse infinite, perchè se dal punto A della riva XAQ, si descriverà dal centro A il semicircolo DHG, i di cui raggi rappresentino questi ripari come AM, AL, AH, AI, AK, infinite saranno le direzioni per tutti i punti cioè della circonferenza DHG: A misura poi che più o meno sono essi inclinati alla direzione del fiume maggiore o minore, sarà la quantità dell'acqua ch'essi incontreranno, di maniera che l'impedimento che faranno per fare al corso dell'acqua, sarà sempre in ragione de' seni retti delle rispettive loro inclinazioni, se il penello fa angolo acuto verso le parti superiori del fiume; del seno tutto, se è piantato ad angolo retto con la riva, e della differenza o sia complemento a due retti, se ottuso sopra della medesima.

XVIII.

In parità dunque di lunghezza de' penelli, sarà più discosto il vertice della curva XL, ovvero ZI, ovvero YS dall'attaccamento, che egli ha alla riva, quanto è maggiore il seno dell'inclinazione

CAP. X.

TAV. V. Fig. 15.

TAV. V. Fig. 12.

CAP. X. se sia acuto come HI, cosicchè nel retto KL l'attaccamento X farà nella maggiore possibile distanza: Ma negli ottusi come OP, la distanza OY farà maggiore, allorchè il seno della differenza fra l'angolo dato YOP, ed i due retti sarà parimenti maggiore.

XIX.

Coroll. Si ricava da quanto si è detto, che il massimo ristagno, o sia molente dell'acqua a causa de' penelli, seguirà nel penello perpendicolare alla riva, e la minima nell'ottuso alla medesima, e che quanto più è ottuso o acuto, minore sarà il detto ristagno sino a ridursi a nulla se l'angolo svanisce affatto e diventi o zero o di 180 gradi.

XX.

Perchè spesso volte accade di averfi a piantare de' penelli non solamente coll'oggetto di staccare dalla riva il filone dell'acqua, onde ne resti impedito l'ulterior intacco della medesima, ma ancora perchè essi ripari facciano seguir delle deposizioni nella loro parte superiore, ed anco nell'inferiore, come si anderà considerando; Sia però da ritrovarsi lo spazio, che occuperà la molente dell'acqua fatta da penelli o acuti, o ottusi, col supporre nota per le osservazioni l'area della molente formata dal penello retto KKL, purchè s'intenda con gli altri della medesima lunghezza. Si chiami  $KX = a$ ,  $KL = b$ , e condotte le perpendicolari  $bI$ ,  $cP$ , sia  $Zb = x$ ;  $bI = y$ ,  $cP = X$ , e  $cP = r$ . Si supponga che  $KX$ , ovvero  $bZ$ , oppure  $cY$ , elevate alla potestà  $n$  esprimano le funzioni dell'ordinata rispetto alla sua abscissa  $LK$ ,  $Ib$ ,  $Pc$ . Per esser queste curve della medesima specie, sarà l'analogia  $KX^n. KL :: Zb^n. bI :: r^n. cP$  cioè in termini analitici  $a^n. b :: x^n. y :: X^n. r$ , onde le equazioni  $y = \frac{bx^n}{a^n}$ , ed  $r = \frac{bX^n}{a^n}$ ; dicasi in appresso, il seno dato dell'inclinazione del penello con la riva  $bHI = c$ , e quello di YOP, oppure del suo complemento ai due retti  $cOP = C$ ; così quello del complemento  $bHI = m$ , e l'altro  $cOP = M$ . Sarà per la trigonometria  $c.y :: m. \frac{my}{c} = bH$ , ed istessamente  $Oc = \frac{Mr}{C}$ ; Si chiami poi l'area  $XKL = A$ ; Sarà l'area  $ZHI = \frac{myy}{2c} + f$

+  $\int y dx$ , e l'area  $YcP = \int r dX - \frac{MY^2}{2C}$ . Intendasi poi che l'area CAP. X.

XKL stia all'area  $\overset{ZHI}{YOP}$ , come  $p$  a  $q$  farà l'analogia  $A. \frac{myy}{2c} + \int y dx :: p. q$ ; e l'area XKL all'area YOP stia come  $q$  al  $r$  farà  $A. \int r dX - \frac{MY^2}{2C} :: q. r$ , e finalmente stia l'area ZHI

all'area YOP, come  $r$  al  $s$  farà  $\frac{myy}{2c} + \int y dx. \int r dX - \frac{MY^2}{2C} :: r. s$

nelle quali analogie basterà sostituire i valori di  $y$  dato in  $x$ ; di  $p$ ;  $q$ ;  $r$ ;  $s$ . e fissare la spezie delle curve XL, ZI, YP per determinare le ricercate proporzioni delle dette aree. Generalmente farà  $\frac{myy}{2c} + \int y dx = \frac{m}{2c} \times \frac{bbx^{2n}}{a^{2n}} + \int \frac{bx^n dx}{a^n}$ , ovvero  $\frac{m}{2c} \times \frac{bbx^{2n}}{a^{2n}} + \frac{bx^{n+1}}{n+1 a^n} \pm Q$ , e  $\frac{MY^2}{2C} + \int r dX = \frac{M}{2C} \times \frac{bbX^{2n}}{a^{2n}} + \frac{bX^{n+1}}{n+1 a^n} \pm S$  (Q ed S sono quantità costanti da determinarsi dalla natura delle curve in questione.)

X X I.

Sia da trovarsi in un fiume in un dato angolo acuto verso le parti superiori di un penello, la lunghezza di questo perchè renda stagnante l'acqua in modo, sicchè lo spazio compreso da esso, rispetto a quello formato da un penello normale alla sponda sia come 1 al 2; farà dunque  $n=1$ , e  $p=2$ ,  $q=1$ , e l'angolo  $bHI=50^\circ$ , onde il di lui complemento  $bIH=40^\circ$ . Sia  $a=6$ ;  $b=4$ , farà  $A=12$ , e l'analogia del numero precedente  $A.$

$$\frac{m}{2c} \times \frac{bbx^{2n}}{a^{2n}} + \frac{bx^{n+1}}{n+1 a^n} :: p. q \text{ diventerà } 12. \frac{76604}{2 \times 64279} \times \frac{16xx}{36} + \frac{4xx}{12} :: 2. 1, \text{ che ridotta dà } x = 3 \frac{154}{1000} \text{ prossimamente, e per-}$$

$$\text{chè } y = \frac{bx^n}{a^n} = \frac{bx}{a} = 4 \times 3 \frac{154}{1000}, \text{ farà } y = 2 \frac{103}{1000}, \text{ e per la tri-}$$

$$\text{gonometria essendo } \angle bHI, 50^\circ. bI, 2 \frac{103}{1000} :: \int T. HI =$$

$2 \frac{745}{1000}$ , quindi se nel dato angolo  $bHI$  di gradi  $50$ , farà in alzata il penello HI, coficchè la lunghezza di questo alla lunghez-

K k  
za

CAP. X. za dell'altro KZ stia come 549 a 800, fermerà questo la metà dell'acqua in riguardo del primo, come si era proposto. Che se si cercasse qual dovesse essere la lunghezza di detto penello, perchè nell'angolo dato fermasse, e rendesse *molente* altrettanti acqua, quanta il penello perpendicolare KL, allora essendo  $p=q$ , farà, fatto il calcolo, la proporzione della lunghezza dell'acuto al normale, come 1941 a 2000. Parimenti chi volesse render *molente* l'acqua in ragione di 3 al 2, essendo in tal caso  $p=n$ ,  $q=3$  farebbe la lunghezza ricercata di detto penello alla lunghezza del perpendicolare, come 5527 a 4000.

X X I I.

*Scolio.* Avvegnacchè le cose antedette possono esser vere in pura ed astratta teorica, nientedimeno non sempre producono i divisati effetti in pratica. Ne darò un assai chiaro esempio. Avendosi dovuto fare una diversione all'Adige con un Taglio reale alle parti della Torre nuova, e ciò per levargli quattro perniciose curvature, che oltre il ritardargli il corso, una di esse, cioè la più vicina alla Torre nuova, faceva passar la maggior parte del fiume per il Canale Naviglio di Loreo nel Pò di Levante, e per questo al Mare, col lasciar senza forza, perchè con pochissima acqua il tronco principale verso della Cavanella, e foce di Fossone, fatto che fu il Taglio, e superate tutte le difficoltà di far un alveo in un terreno tutto marcio e di cuoro, e dovendosi a motivo di aver la comunicazione col Pò, lasciar tant'acqua al predetto Canal Naviglio, che fosse sufficiente per la Navigazione, ed anco perchè l'Adige aver potesse per questa parte un adattato sfogo nelle sue escrescenze, nè volendosi impegnare in nuovi Tagli, e potendosi agevolmente ottenere l'intento servendosi di quel pezzo di alveo, che dalla bocca del nuovo Taglio passa alla Tornuova, vale a dire del medesimo, che prima di formare il Taglio serviva fino a detto termine di letto all'intero fiume, tutto l'impegno fu di bilanciare in modo e dividere l'acqua, che una data minor porzione ne passasse verso Loreo, e la maggiore discorresse pel Taglio: Furono a tal fine però ideati un penello ed uno sperone perchè ci procurassero l'effetto predetto. AB rappresenta l'Adige, CD il Taglio nel di lui principio ed imboccatura, là dove cioè si stacca dall'antico letto; Era da ridursi EB porzione dell'alveo dell'Adige che passa alla Tornuova in modo che non avesse a ricevere che un terzo in circa dell'acqua

TAV. V.  
Fig. 16.

acqua del fiume . Fu a tal oggetto piantato il penello alquanto curvo LM con doppia palificata ad angolo assai ottuso con la sponda per rivolgere il corso maggiore nella bocca del Taglio , di poi fu costruito lo sperone FE parimenti formato con doppia palificata di forma triangolare , e tutto fu fatto riempire fino all'acqua mediocre di terra e Volpare , e questo perchè fermando l'acqua nello spazio EKG , e riducendola stagnante vieppiù potesse prender corso pel nuovo canale CD , riuscì questo ad angolo acuto EFH verso le parti superiori del fiume , e da chi eseguì l'opera , trovandomi io lontano per altre facende , fu lasciato intatto il pezzo di argine H , che volevo abbassato fino al livello dell'acqua ordinaria . Seguì infatti l'effetto di rivolgere gran parte dell'Adige nel Taglio dopo un qualche tempo , ma ben lungi di potersi mai ridurre a *molente* lo spazio EKG fra lo sperone e la punta dell'argine di cui si è detto , sito che restò sempre tormentato da vortici in maniera tale , che a riserva di qualche picciolo spazio vicino a K al vertice cioè dell'angolo di detto sperone con la sponda , non solamente si mantenne quivi il primo fondo , ma si accrebbe , e la punta E restava così tormentata , che per salvarla si ebbe bisogno di far gettare al piede , ed a ridosso de' pali una quantità di sassi condotti dalle cave di Laspida . Fu molto pensato al modo di levar questi vortici , ed un tale dannoso irregolare corso , che s'internava incessantemente verso di FE minacciando di distruggere la prima linea de' pali dello sperone , si giudicava utile il far levare l'argine FH , ed abbassare la marezana , ma entrato in taluno qualche scrupolo , che allargata soverchiamente la bocca del Taglio non avesse poi l'acqua conveniente forza per tenersi scavato quanto era uopo il fondo , fu preso finalmente il mezzo termine di piantare alla punta H , ( che pur era stata fin da quando fu aperto il Taglio guernita , senza però molta necessità di pali ) un picciolo molo servendosi di una barca affondata , e ripiena di buoni Volparoni e terra , ed in fatti tal operazione eseguita , o fosse che per essersi ridotta in dolce scarpa impediva i vortici , o fosse , che la punta G venne a riuscire sì lontana da H , che abbondantemente puote impedire il maggior disordine , riducendo l'acqua a correre anche più in là della punta E , e con ciò fu il tutto per allora assicurato , e continuò l'Adige ad imboccare sempre meglio il Taglio , come erasi divisato , cosicchè poco più della quarta parte di esso passava verso di Loreo per l'alveo , che fu detto di comunicazione

CAP. ed il rimanente per il Taglio verso di Fossone : i detti ripari hanno poi fatto nella parte inferiore marezane tali , che l'alveo si è ridotto anche in qualche riflessibile distanza da essi , alla sola larghezza conveniente , per conservar la navigazione , vale a dire alle misure del Naviglio di Loreo , ed ultimamente coll'impianto di alcuni altri moli , che furono suggeriti da me fin allora , che fu divisato di servirsi di questo tratto di alveo per la navigazione del Pd , si è poi ridotto alla sua perfezione . Ecco dunque come non sempre i penelli acuti fanno il *molente* , come taluno è di parere ; il che tutto si è voluto esporre a lume e documento di quelli , che sono destinati a regolare le acque correnti .

## X X I I.

Cade in tal proposito l'esame di alcune proposizioni registrate da Fammiano Michelini nel Trattato della *direzione de' fiumi* , e fra le altre quella che viene posta nel Capitolo secondo , volendo provare , che l'acqua stagnante in un Vaso avente i lati perpendicolari all'orizzonte , non vi faccia veruna pressione , qualchè nella guisa , che accade a' corpi solidi tutto il conato fosse diretto verso del fondo , e niente contro delle sponde . La dimostrazione ch'egli porta è la seguente : *Ora se egli è vero che il fondo dee esercitare forza eguale al peso assoluto , non è possibile che per lo contatto collaterale del piano perpendicolare all'orizzonte patisca lo stesso piano , compressione alcuna da detto grave , perchè se ciò fosse vero , oltre alla resistenza totale , che fa il fondo , vi sarebbe anco quella del piano collaterale , che fra tutte due insieme farebbono una somma maggiore del peso del solido , e così un grave di due libbre pesarebbe più quando egli è appoggiato ad un piano perpendicolare all'orizzonte , che se egli pendesse per l'aria libera , la qual cosa è impossibile .* Dal qual discorso si raccoglie , che l'effetto farebbe maggiore della sua causa , quando secondo i principj della Filosofia è noto , che ciò mai può succedere .

## X X I V.

Un tal sentimento oltre all'esser contrario a quanto hanno scritto il Guglielmini , Ermanno ed altri , che dell'idrometria hanno trattato , si prova erroneo da quanto segue . Non si nega che il fondo del vaso non abbia a sostenere tutto il peso del fluido , che vi soprafa , ma da ciò niuna implicanza ne deriva , che il medesimo fluido non possa anco nello stesso tempo premere



le sponde laterali di esso vaso, ed il conato farà in ragione delle rispettive altezze dello stesso fluido; in quella guisa che punto non implica, che un grave posato sopra un piano orizzontale non vi pesi tanto allorchè resta quieto, quanto allorchè viene posto in movimento, e fatto passare a percuotere un ostacolo che vi fosse opposto sopra del medesimo piano. Nasce ciò da un'altra causa e forza ben diversa da quella, con cui gravita sopra del fondo; così il fluido dentro del vaso pesa, egli è vero, sopra del fondo nella ragione del proprio peso; ma essendo il fluido sommamente lubrico e sdruciolevole, si ricerca, che le sponde vi contr'operino per fermarlo nel suo sito; ora lo sforzo di questa reazione vale appunto quello che chiamasi l'azione del fluido che si esercita contro le sponde, che niente ha a che fare coll'assoluto peso, con cui l'acqua preme incessantemente il fondo, in quella guisa che non si lascia di esser meno grave allorchè si preme con forza un muro, oppure allora che si scaglia una pietra a qualche distanza.

X X V.

Dal che poi procede non verificarsi nè meno ciò che lo stesso Michellini nel detto Capitolo secondo avanza, appoggiato al principio sopraenunciato, cioè, che *gli argini faranno picciolissima forza per ritener l'acque in comparazione di quella che dovrà fare il fondo*, mentre, oltrechè gli argini di terra non sono mai perpendicolari al fondo, ma inclinati, abbenchè questa forza vadi sempre scemando verso la superficie dell'acqua, fino ad arrivare al nulla, contuttociò abbenchè non sia ella, quanto quella del fondo, non è poca però, ed al certo tale, che per lo più arriva ad esser la metà dell'altra. Segue il Michellini nel Capitolo terzo la stessa ipotesi, e per conseguenza dura nello stesso equivoco, nel paragonare che fa l'impressione che un cubo di bronzo farebbe sopra d'un piano orizzontale, su di cui posasse, il quale strascinato che fosse, toccando un muro verticale eretto al piano predetto, quando esso cubo camminasse sempre allo stesso parallelo, *non parirebbe*, dic'egli, *compressione alcuna, ancorchè fosse di latte rappreso* (per servirmi delle di lui stesse parole) *nè per qualunque moto violento, che impresso gli venisse*; lo che tutto si concede ne' solidi, ed anco ne' fluidi, per quanto riguarda al non variarsi delle impressioni, ma si dice non potersi già verificare, che quella pressione che deriva dall'altezza del fluido,

CAP. X.

CAP. X. fluido, e ch' esercitavasi contro del pariete, non segua a produrre costantemente il proprio effetto; e quì si ricerca di nuovo, se concepito che avesse quel cubo un rapidissimo movimento, credesse il Michellini, che in proporzione dell'energia di questo fosse per aggravare il soggetto piano con lo stesso peso, oppure con minore? ch'è quanto può servire a confutare il Capitolo secondo di esso Autore.

X X V I.

Al Capitolo quarto, considerando un Vaso, o Vivajo, come esso lo chiama, con le sponde perpendicolari all'orizzonte, ma col fondo al medesimo inclinato, come EF rispetto ad AF, DG del vaso DAGF, pretende di dimostrare, che essendo ripieno di acqua stagnante sino in DA, e la sponda AF riufcendo nella parte più bassa del Vivajo, farà forza per ritenere l'acqua stagnante, e la resistenza che dovrà fare al peso assoluto di tutta l'acqua del Vivajo avrà quasi la stessa proporzione, che l'altezza del suolo EG alla lunghezza del suolo inclinato EF. La dimostrazione che foggia, dipende da un principio equivoco che suppone, pretendendo che l'acqua stagnante sia soggetta alle stesse anomalie di un grave solido, che per lo piano EF discendesse a far impressione contro della sponda AF. L'assurdo che da tal supposizione nascerebbe, si ricava nel modo che segue. Perchè dunque secondo il Michellini deve stare l'analogia EG ad EF, così la resistenza di AF al peso assoluto P dell'acqua, farà la resistenza di AF =  $\frac{EG \times P}{EF}$ . Intendasi pertanto un

TAV. VI. Fig. I. vaso DEFNM, parte del di cui fondo EF sia inclinato all'orizzonte, e parte sia in sito orizzontale come FN. Sarà dunque secondo l'Autore prefata la linea AF (quando il vaso intendasi ripieno di acqua sino in DM) ch'è il filamento dell'acqua che sovrasta al punto infimo F del piano inclinato EF, giacchè questo piano promove l'impressione sopra la sponda AF, se solida fosse, e tale non essendo ma fluida, sopra dell'acqua stessa che equivale alla sponda, ma a detta supposta azione contr'operando l'acqua in FM, dovrà questa risentire del carico, e seco ancora la vera sponda MN per partecipazione e comunicazione di moto, ed il momento di esso carico farà lo stesso, che risentirebbe nel senso del Michellini la AF. Si supponga ora che il piano EF sia eretto verticalmente a piombo in AF; nel qual caso



caso la formola della resistenza di AF o di MN, che di sopra CAP. si è detto esser  $\frac{EG \times P}{EF}$  diverrà = P, pareggiandosi EG ed EF X.

in AF; adunque il carico che avrebbe MN farebbe eguale al peso assoluto del fluido, ma lo stesso viene risentito dal fondo, adunque l'effetto proveniente da una parte, farebbe eguale all'effetto proveniente dal tutto: cosa che non può succedere.

XXVII.

Il Capitolo quinto del medesimo Autore dà motivo d'indagare varie cose per rapporto alle resistenze degli alvei, sì in riguardo al loro fondo, che alle sponde, dic'egli, che *la resistenza degli argini dovrà esser assai picciola in comparazione di quella del fondo*; nasce la proposizione dal di lui terzo Capitolo, che si è dimostrato insufficiente, onde cade per conseguenza ancora quanto in questo si avanza. La resistenza che devono far gli argini non è sì poca che debba trascurarsene la considerazione, sentendo la sponda il peso dell'acqua, meno bensì del fondo, a misura ch'è da questo più discosto quel punto che si considera, ma molto più sensibile a misura ch'esso punto si avvicina al fondo, come si è notato al numero XXV di questo. Per altro non si credesse che il fondo fosse aggravato da altra forza, che da quella che proviene dal peso del fluido, e non come crede il Michelini quando si esprime: che *il suolo del fiume resta percosso dall'impeto attuale, e dall'energia e peso di tutta l'acqua*; mentre se s'intenderà il fondo di un fiume, quanto si voglia inclinato AD, TAV. e che venghi gravato dal peso dell'acqua nel punto B in ragione di BE, è manifesto per la Statica, che il fondo resta premuto dall'acqua, quanto porta la perpendicolare EC, come appunto resterebbe aggravato, se l'acqua in vece di correre, si supponesse agghiacciata; nè la velocità de' filamenti dell'acqua che si fa secondo una direzione parallela al fondo può in conto alcuno imprimere nel medesimo un maggior impulso. Tanto pur si rileva nel capo sesto, proposizione 38 del movimento delle acque del P. Abate Grandi. Il Capitolo 6 del Michelini nè esso pur regge, come appoggiato al Capitolo 4, dimostrato che si è contrario alle vere regole della Statica; così parimenti il Capitolo 15 non può sussistere per la medesima ragione, ed in tanto l'argine dalla parte del maggior fondo, che nella figura di esso Michelini

TAV. VI. Fig. 2.

CAP. X. chelini è il CD, può restar corroso, in quanto che più alto del suo opposto, soffre maggior peso dall'acqua, e d'ordinario avrà il filone poco da sè discosto; onde qualunque impedimento che risalti fuori del medesimo argine, può facilmente produrre la corrosione, come si è provato al numero VI di questo, e perciò il fiume potrà nella supposizione del detto Autore perdere la prima tendenza retta, e renderfi incurvato e flessuoso.

XXVIII.

Passando esso Michelini a trattar de' ripari per la regolazione dell'acque correnti, stabilisce ne' Capitoli 23 e 24 del sopradetto Trattato, che *i pignoni triangolari, che dall'argine pendono a scarpa verso il mezzo del fiume, possono fare una valida resistenza*. Ricerca i vantaggi che recar possono col fondamento delle dottrine da esso allegate, ma queste avendo per base alcuni principj manifestamente inadmissibili, convien rintracciarne altronde l'utile che apportano, e determinarne se possibil fia, il grado ed il valore. Io suppongo in primo luogo formati già questi penelli, o pignoni con pali, che piantati alla difesa in due o tre linee, ed intersecati da altri pali, vengono a formare varj spazj riquadrati, da riempirsi poscia di sasso o di altra materia pesante. Suppongo in secondo luogo, che i detti pali siano e conficcati in eguali distanze fra di loro, ed egualmente grossi e pesanti, e che il terreno ove sono fitti sia di una eguale resistenza, ed orizzontale; in terzo luogo, che tutto lo sforzo, che in uno de' pali può produrre l'acqua, si consideri come rammassato in un solo punto, in cui tanta debba esser la resistenza, quanta di tutti gli altri assieme del detto palo, vale a dire, che questo sforzo si faccia in un sito tale, e con tal grado di forza, che vaglia ad agire contro del palo, come l'unione delle forze particolari di tutti gli acquei filamenti che realmente lo percuotono, qual impeto sopra di quel tal punto si potrà chiamar *medio*. Sia pertanto da cercarsi nella data lunghezza AG, ove stanno piantati i pali di un pignone, che hanno l'altezza esposta alla corrente dell'acqua BD per il sito B; che ciascuna parte del riparo o penello AEDFG possa resistere egualmente all'urto dell'acqua. Sia HCC la linea esprimente le velocità rispettive, di maniera che dal punto B conducendo l'ordinata BC dinoti questa la velocità competente a questo punto, o per dir meglio, l'unione

TAV. VI. Fig. 3.

ne di tutte quelle che vanno a ferire il palo corrispondente, e così ogni altra ordinata, rispetto ad ogni altro rispettivo punto. Si chiami  $AB=x$ ,  $BD=z$ ,  $BC=y$ , e sia l'equazione della curva delle velocità  $x=y^m$ , essendo  $m$  un qualunque numero intero o rotto da determinarsi da' fenomeni, secondo cioè i varj gradi delle velocità decrescenti, a misura che si recede dal filone dell'acqua;  $AE=a$ , che farà il primo palo accanto della riva. Il momento con cui resiste ciascuna parte  $BDdb$  infinitesima del palo e del penello, è come il quadrato della velocità, moltiplicato nello spazietto infinitamente piccolo  $BDdb$ , che però farà  $yyz dx = ad$  una costante per la supposizione, facendo  $dx$  costante, e sostituendo in vece di  $yy$  il suo valore  $x^{\frac{2}{m}}$  farà  $x^{\frac{2}{m}} dz dx + \frac{2}{m} z x^{\frac{2-m}{m}} dx = 0$ , che si

riduce a  $-\frac{dz}{z} = \frac{2dx}{mx}$ , ed integrando  $m \ln a - m \ln z = 2 \ln x$ , ovve-

ro per salvare la legge degli omogenei  $\frac{a^{3m}}{z^m} = xx$ , ed  $a^{3m}$

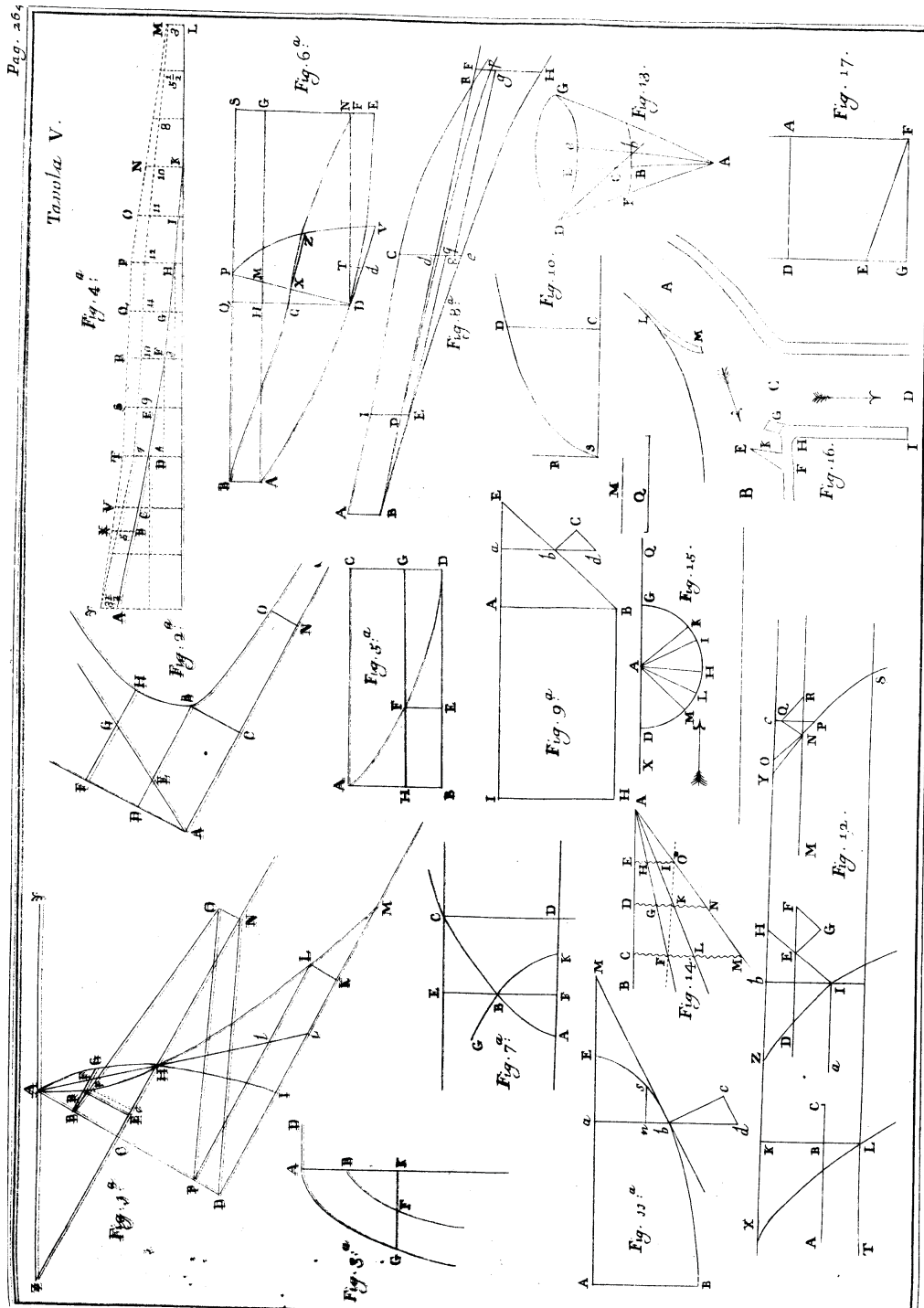
$= z^m xx$  equazione generale della curva ricercata  $EF$ , che determinerà l'andamento delle altezze del riparo. Senza differenziali si può ottenere lo stesso, supposte le stesse cose. Sia dunque da determinarsi le altezze de' pali, acciò ricevino eguali impressi dal corfo dell'acqua. L'azione dell'acqua farà come  $yyz$  (fatta  $y$  la velocità media che opera sopra  $BD=z$ ) la quale dev'essere

costante da per tutto, dunque  $yyz = a^3$  ma  $yy = x^{\frac{2}{m}}$  dunque  $x^{\frac{2}{m}} z = a^3$ , ovvero  $xxz^m = a^{3m}$  come sopra.

X X I X.

Corollario. Se  $m = -2$ , allora  $HC$  farà un'iperbola del secondo grado, e la curva  $EF$  diverrà una retta linea, la quale però non potrà mai unirsi al fondo  $G$ , ma avrà un minimo  $FG$  di una data quantità. Se  $m = \frac{1}{2}$  cioè quando  $HC$  fosse una parabola, la di cui ordinata  $AB$ , allora  $EF$  farà un'iperbola del quarto grado. E se  $m = 2$  farà  $HC$  una parabola, di cui l'ordinata  $BC$ , e la  $EF$  farà in tal caso un'iperbola quadrato-quadratica. Credo pertanto, che il maggior vantaggio che si possa ricavare da tali ripari, consista nel poterli fare da per tutto egualmente resistenti a petto dell'impulso dell'acqua, abbassando i

L1 pali



CAP. X. pali con certa legge verso la loro parte estrema FG, e non già come si persuade il Michelini, perchè col mezzo de' loro angoli acuti con la corrente dell' acqua facendo molente e deposizioni dalla parte di sopra, siano vevoli a rovesciare le acque dalla parte opposta, ciò venendo operato dal semplice ostacolo, onde si dirige a quella parte l'acqua, e mai per l'alzamento che quivi possa acquistare il fondo, tanto più che nè essa molente, nè esse deposizioni succedono, com' egli si avvisa, per quanto ci costa dalla pratica osservazione registrata al numero XXII di questo, e dalla induzione teorica esposta al num. VII parimenti di questo Capitolo.

## X X X.

*Scolio.* Contuttociò difficilmente, e forse mai si potrebbe dall' arte, quantunque esertissima, piantare un penello, che avesse veramente le suddette condizioni, onde sarà piuttosto ipotetica, che vera e reale infatto la precedente proposizione, essendo ben chiaro da vedere, che nè i pali possono essere egualmente fitti, nè il terreno egualmente resistente, per tacere di molte altre circostanze tanto intrinseche, che estrinseche a' medesimi penelli in riguardo della forza dell' acqua, che li viene a percuotere, ed a' vortici, che a loro pregiudizio possono andarsi eccitando. In oltre, non sempre i penelli si fanno con palificate, ma sovente anco di muro, e di macigni disposti in linee, e che vengono a formare una specie di traversa a i fiumi, e questi, come assai facilmente può comprenderli, possono resistere ben diversamente di quello far possono le palificate. Sarà dunque opportuno di avanzare le considerazioni ancora sopra di questi, per ridurre poscia il tutto possibilmente all' uso, ch' è quanto ricerca il ben Pubblico, ed esige la buona direzione delle acque. Si esaminerà dunque ne' numeri seguenti quanto appartiene alle resistenze de' solidi o sciolti, o collegati assieme co' quali si difendono le rive de' fiumi, e si considereranno in oltre le resistenze di qualunque sorte di palificata, come pure si pondererà la forza di que' ripari, che per esser composti e di palificate, e di macigni, si potranno chiamare ripari *misti*.

## X X X I.

*Lemma.* Sia una leva AD convertibile intorno all' appoggio A, ed a questa siano applicate due potenze, la prima che la  
prema

prema secondo AL, ma con difforme grado di forza, di modo CAP. X. che questa abbia un *massimo* in A, ed un *minimo* in Z, e resti espressa per la curva MNZ, le di cui ordinate esponghino rispettivamente i gradi della forza competente a quel tal punto, sopra di cui insistono. Parimenti il rimanente dalla leva LD venghi spinto in senso contrario, secondo tutta questa lunghezza da un' altra forza, di grado pur variante, applicata come sopra, e che si esponga per la curva GO, che pur abbia un *minimo* DO ed un *massimo* LG. Con le ordinarie regole della Geometria si quadrino le aree di queste curve, e si formino rispettivamente due rettangoli PALK, LDIT, che abbino le basi pur rispettivamente eguali alle AL, LD, connotanti la lunghezza della leva destinata a ricever le predette impressioni di dette due forze contrarie: Se dal punto ove il lato PK taglia la curva MNZ si lascerà cadere NB, questa equivale alla forza media, e dinoterà il punto o centro dell' impressione di essa, dimodochè applicando la forza F al punto B, succederà lo stesso, come succedeva per l'azione di tutte le dette forze applicate secondo tutta la lunghezza AL. Tanto accadrà dall' altra parte, quadrando l' area della curva GODL, e formando il rettangolo LTID eguale alla dett' area, mentre dove il lato TI taglierà la curva in H, farà questo il punto, da cui cadendo la perpendicolare CH alla leva AD esprimerà la forza media, e la potenza E applicata normalmente in C, produrrà lo stesso effetto, quando sia eguale alla CH, come l'intera forza applicata alla LD. Facendosi dunque come la potenza F alla potenza E, così la distanza AC alla distanza AB, resteranno esse due potenze in equilibrio, e per poco che si accresca o il momento della potenza E, oppure la distanza AC, resteranno esse potenze sbilanciate, e potrà la E superare la F.

## X X X I I.

Riducendo la proposizione alla meccanica della resistenza che far possono i pali piantati ne' fondi de' fiumi e canali per la costruzione de' penelli, paradori, o qualunque altr' opera posta a difesa delle rive, intendasi DA tutta l' altezza di esso palo, fitto in terra fino in L, cioè per tutta la LA, onde la LD sia l' altezza dell' acqua che lo viene ad urtare da X in C secondo la direzione XC, quando esso palo fosse tutto sott' acqua.

Ll 2

E. per-

CAP. X. E perchè le impressioni dell'acqua sopra di LD si sforzano di levarlo dal perpendicolo ed abatterlo, nè quando ciò succedesse potendosi effettuare senza ch'egli descriva un arco intorno al centro A, questo punto per tanto potrà concepirsi come una specie di appoggio, e tutta la lunghezza del palo, come una leva convertibile intorno di questo centro A, ch'è il caso del Lemma del numero precedente. La resistenza del terreno, e l'azione dell'acqua vengono a formare le due potenze applicate in senso contrario; consiste la resistenza nel doverli superare la tenacità del terreno, ed il peso del medesimo, il quale riesce maggiore, più che al punto A si accosta, ma quivi il moto è nullo o insensibile, e maggiore a misura dello avvicinarsi al punto L, ove è massimo, per rapporto alla tenacità e peso predetti, ma quivi giunto il peso del terreno è nullo o insensibile; restano per tanto dal più al meno bilanciate in modo queste resistenze, che la curva che le potrà esprimere sarà piuttosto la  $LNm$ , che la  $LNM$ ; qualunque però sia questa, dinoti la  $BN$  la resistenza *media* ritrovata come nel numero precedente, e la forza *media* dell'acqua sia  $HC$ , seguirà, che le azioni attiva e passiva di queste potenze faranno perfettamente eguali alla reazione delle medesime, ogni qualvolta si verifichi l'analogia delle distanze reciproche dall'appoggio A, e faranno maggiori, o minori tutte le volte che si varieranno le dette distanze, e perchè conficcandosi di più il palo, crescono le resistenze, ed il punto B centro di esse, più si viene ad accostare al centro A, ne segue, che più resisterà alla corrente un palo, che un altro, purchè il primo sia più fitto del secondo; e nella stessa maniera, variandosi l'altezza dell'acqua DL, senza che resti alterata la fittura LA, si verrà a render o più debole, o più forte la resistenza per essere svelto; dal che ne nasce, che quanto maggiormente il palo resterà sopra terra, ed avrà maggior spazio da esser percosso dall'acqua, rimarrà esso con maggior debolezza, e sarà con altrettanta facilità dalla forza dell'acqua abbattuto; e per lo contrario, quanto maggiormente sarà piantato sotto terra, ed avrà meno altezza esposta alla corrente dell'acqua, avrà egli maggior forza da resistere ad esser smosso dal suo luogo.

I pali

### XXXIII.

I pali EL, CD, MQ, siano conficcati nel terreno della sponda o fondo di un fiume YY. sino in L; D; Q; e l'acqua corrente da R verso K abbia l'altezza IZ; il palo CD sia piantato perpendicolarmente al corso del fiume, e gli altri due EL, MQ obliquamente; si ricerca, supposta egual fittura de' medesimi pali nella stessa tenacità di terreno, e che per conseguenza abbino essi una egual resistenza, quali impressioni siano per ricevere dall'impeto dell'acqua; Conducasi la AB perpendicolare al palo CD, e facciasi questa eguale alla velocità *media* dell'acqua; dipoi alla medesima AB si conduchino parallele, ed eguali le GF, PN; La prima al palo EL; la seconda al palo MQ, esprimeranno esse pure le velocità *medie*, con le quali la detta acqua viene a ferire ancora questi pali obliquamente piantati; da' punti F, ed N s'inalzino le perpendicolari a' pali FH; NO; e da' punti G; P; le parallele all'asse degli stessi pali, GH; PO; dinoteranno le HF, ON le velocità rispettive, con le quali dall'acqua corrente vengono percossi i pali EL, MQ, e gl'impeti che produrranno saranno come i quadrati di HF; ON, onde resta manifesto, che il palo perpendicolare CD deve reggere all'impeto di AB, e che se la di lui fittura fosse di minor momento di detta forza, verrebbe egli abbattuto; ma gli altri pali obliqui non devono reggere che agli impeti delle HF, ON, minori di GF o PN o AB; quindi le impressioni fatte sopra pali egualmente piantati in terreno, ma variamente inclinati, saranno come i quadrati del seno dell'inclinazione de' pali, rispetto al corso, dell'acqua, essendochè HF è il seno dell'angolo HGF eguale all'angolo KTZ, intendendosi però le impressioni proporzionali alle forze dell'acqua, ed essa forza proporzionale all'impeto.

### XXXIV.

Coroll. Quindi ne deriva ricever minor impressione dall'acqua i pali obliquamente piantati, che i perpendicolarmente fitti alla corrente purchè si concepisca che questa, urtato che abbia, possa istantaneamente sottrarsi, e dar luogo alla sopravveniente, nè a questa formar impedimento alcuno; al che può essere che alludesse il Montanari, quando preferiva alle palificate a piombo, le inclinate con i pali ficcati come EL, conoscendole come più resistenti e vevoli ad impedire la produzione de' vortici

tan-

CAP.  
X.  
TAV.  
VI.  
Fig. 6.



CAP. X. tanto dannosi alla consistenza delle rive di ogni fiume: Ben è vero che l' impedire i vortici dipende da altre cagioni, oltre l'allegata delle impressioni oblique; forsi uno de' maggiori vantaggi di tali palificate sarebbe quello della facilità, che avrebbe l'acqua di sottrarsi dall'urto, dopo seguita la percossa. Può anco dirsi che intanto i pali fitti obliquamente siano di maggior resistenza, inquanto che volendosi muovere un palo così piantato, non solamente bisogna superare la resistenza nata dalla tenacità del terreno, ma ancora il peso di quella materia, che giace sopra del palo, e premuto lo tiene. Ma la difficoltà maggiore a chi volesse servirsi di simili ripari, sarebbe circa al modo di piantarli, conciosiacchè dovendosi ficcare i pali a forza di percussioni fatte da un grave cadente dentro certo regolatore di legno, farebbero desse assai più languide, se questo grave cader dovesse per un piano inclinato, piuttosto che a piombo, ciò non ostante una maggior gravità, che si desse al peso del battipalo, potrebbe in qualche modo supplire all'esigenza, quando tali difese si volessero da taluno piantare. Il Montanari predetto, come quello, che ben conobbe la difficoltà di piantar i pali inclinati talmente, ch'essi e stessero testa con testa, e fossero sì lunghi, che attesa l'obliquità del conficcarli, pur anco riuscissero a quell'altezza, che fosse necessaria a difesa delle rive, pensò ad un'altra foggia di riparo, che lo stesso effetto produceffe, mediante certi Tavoloni da esser collocati in declive sopra due o tre linee di basse palificate piantate a piombo. Se ne espresse chiaramente in quella sua erudita egualmente, che dotta Scrittura esibita a Venezia per l'affare del Sile ne' termini seguenti al §. *Vengo hora all'intestatura ec. verso il fine. Del resto quanto al far penello, che ajuti l'acque a voltersi nell'imboccarura, io per mio riverentissimo senso ne farei poco caso, in riguardo non tanto della difficoltà di praticarlo in que' fondi sì grandi, perchè questa non è insuperabile, quanto perchè ogni volta che sia chiusa l'intestatura, l'acque da se volteranno verso dove troveranno la strada, ma stimo bensì conferente l'armare di buoni tavoloni a scarpa la riva del Taglio nuovo appresso l'imboccarura con pali sotto l'armatura per maggior fermezza ed appoggio delle tavole, essendo questo il luogo, che sarà più esposto alle correnti, e per mio senso in questa piegarura questa armatura di tavole a scarpa alle rive opposte alle correnti è il più sicuro difensivo, che possa applicarsi.* Così il Montanari: Vuole dunque nel fiume LM per opporsi alla corrosione

AG,

AG, dopo piantata la palificata alta quanto fosse il bisogno, GHIK, CAP. ed un'altra sotto dell'estremità CD formarvi sopra in declive il X. Tavolato BCDA da esser ben assicurato sopra de' travi, che si TA V. scorgono da G in A, qual Tavolato ogni qualvolta riuscisse troppo VI. lungo si potrà interrompere con un filo FE, collocato però Fig. 7 in modo che niun ostacolo faccia al corso dell'acqua; Si è in questa figura lasciato senza tavoloni da BA sino in F perchè si veda l'orditura interna. Veramente la proposizione, che io sappia, non è stata posta in uso, sembra per altro ella assai ragionevole almeno ne' fiumi di non molta violenza, quando però l'estremità CED possa restar immersa sott' acqua in maniera che non lasci battere il vivo del corso ne' pali posti a piombo, che la sostengono.

## X X X V.

Se ad un palo BFED fitto per l'altezza ED nel terreno NM, ne sarà piantato un'altro contiguo ed eguale ad esso nella medesima linea della direzione dell'acqua, cosicchè resti dal primo coperto, nè riceva l'urto di essa, e s'intenda che ogni punto del primo della linea di sua superficie tirata dall'alto al basso tocchi ogni punto omologo della linea dell'altro, che pur dovrà esser egualmente fitto, se l'acqua urterà nel primo BD, restando come si è detto il secondo AC coperto, diventerà la resistenza di BD doppia di quello era prima; conciosiacchè questo secondo palo facendo l'ufizio d'appoggio del primo, verrà desso a premerlo appunto per quanta è l'impressione dell'acqua, onde il residuo fra l'impressione e la resistenza sarà eguale, e nel primo e nel secondo; ma questo residuo è appunto ciò, che resiste all'acqua. Se dunque si uniranno assieme questi due residui eguali, si avrà l'intera resistenza, o forza contraria, con cui il palo BD resiste al corso dell'acqua equivalente al doppio della forza, con cui resisterebbe, se il detto palo BD, fosse solo.

## X X X V I.

Coroll. Dal che procede, che moltiplicando l'impianto de' pali nel modo sopraddetto, cioè uno contiguo all'altro, si verrà a raddoppiare le resistenze a misura del numero di pali, contutto ciò le condizioni che si ricercano sono troppo precise, perchè reggano in effetto alla pratica, sì per quello riguarda il piantarli e-

gual-

TAV. VI. Fig. 8.

CAP. X. gualmente, alche si contrappone e la varia qualità del terreno, e la deforme grossezza de' pali medesimi, sì per quello spetta al contatto, che si suppone quasi perfetto, anzi perchè la proposizione si debba verificare, conviene talmente concepirli uno presso dell'altro, che senza considerare il cedere, che le loro parti vicendevolmente possono fare, deve ciascuna porzione del palo BD spinta che sia, premere sopra del palo AC, come se i due pali fossero un solo corpo continuo, cose quasi tutte impossibili a ridursi all'atto pratico.

## XXXVII.

TAV. VI.  
Fig. 9.

Per fortificare il palo AC confitto nel fondo di un fiume per l' altezza DC, con l' acqua alta come DK, si usa talvolta di piantare un altro palo BL obliquamente al primo, di modo che inestato in B col primo non possi AC mediante questo appoggio cedere all'impeto dell' acqua proveniente secondo la direzione VK, senza che ceder anco non debba esso palo LB, chiamato nel Polesine specialmente, *Orbone*. Esprima GE parallela al pelo dell'acqua VI, la velocità della stessa per urtare in queste resistenze; si conduchi GF parallela al palo HB, ed FE a questo perpendicolare, le quali s'incontreranno nel punto F, sarà la FE la velocità dell' acqua per ismuovere LB dal suo sito o pure, ch'è lo stesso, sarà la velocità relativa dell'acqua, con cui essa può far impressione contro il detto appoggio BL. La GF dinoterà la resistenza per non cedere, che ha esso palo secondo la direzione HB, ogni qualvolta cedendo AC all' impulso di VK, si venisse AC ad inclinare verso le parti G. Perchè dunque l'azione dev' esser eguale alla reazione, però GE rappresenterà non solamente la velocità, che ha l' acqua sopra di questo palo, ma ancora, come si è detto, la precisa resistenza, che viene ad esser impiegata dall'appoggio BL per non cedere. Essa GE si risolve, come è noto, nelle due laterali GF, FE, e la FE dinota la resistenza, che impiega per non esser smosso dal suo sito secondo la FE, e la GF quella di non cedere secondo la HB, che è quella, che dipende dalla tenacità del terreno, in cui sta fisso il palo, che opera appunto in senso contrario a questa forza GF, resta pertanto manifesto, quanto fu proposto.

Per-

## XXXVIII.

CAP. X.

Perchè poscia non è così facile l'assicurare i pali così obliquamente piantati, sicchè non restino deboli, ed esposti a cedere all'impressione, che vi può fare AC, pressato dall'incessante urto dell'acqua, pertanto in pratica vi si supplisce coll'impianto di alcune punte di pali o terraficoli PL, PL uno per parte dell'*orbone*; questi conficcati perpendicolarmente verso la punta L, a qualche distanza però da questa, viene poi raccomandato a' medesimi col mezzo ancora di qualche palo trasversale, che riduce esso *orbone* come in una morfa, accrescendosi con tal modo di molto il di lui resistere, e per conseguenza rimane sempre più assicurato il palo AC. Senza un tal ripiego ne' gran corsi dell' acqua, nel caso principalmente di doverli chiudere qualche rotta, o intestar qualche ramo di fiume, non potrebbe forsi l'arte superar l'impeto dell'acqua: La principal attenzione deve essere nel ben innestare la testa B nel palo AC, e nel ben assicurare con i terraficoli PL, la positura dell'*orbone*.

## XXXIX.

E perchè molto può contribuire alla sussistenza del palo AC il preciso sito dell'immorsatura B, vi sono da fare alcune considerazioni per determinare il punto più congruo, onde ottenerla. Il palo AC fitto che sia sotto il fondo del fiume per la profondità DC, essendo spinto dall'acqua per tutta l'altezza DK, viene nel caso di esser sostentato dall'appoggio BL a fare l'ufficio di una leva con due appoggi, uno in D e l'altro in K, e la potenza verrà a riuscire nel centro dell'azione che sia v. gr. in Z. E' manifesto che avvicinando noi l' appoggio B al Z, minor impressione potrà fare l'acqua sopra di AC; cosicchè, se in parità di circostanze potessimo far cadere B in Z, allora si resisterebbe nella più forte maniera possibile da LB, alla detta impressione fatta sopra di AC, ma ciò eseguir non si potrebbe senza render più breve FE ed accrescere GF, vale a dire, senza diminuire la resistenza che ha BL per cedere secondo la direzione BL, aumentando per altro la forza di resistere all'esser levato secondo la direzione FE, ma ricercandosi, perchè succeda l'equilibrio, che resti molto conficcato e s'interni nel terreno L, se l'angolo in H riesce troppo ottuso, di modo che la punta di BL, benchè molto si fignesse, non anderebbe gran fatto sotto del fondo, quindi

TAV. VI.  
Fig. 9.

M m

riu-

CAP. X. riuscirebbe pur anco debole l'azione di questo appoggio, onde sarà sempre maggior vantaggio, che la testa B sia in qualche distanza da Z, perchè l'impianto dell'orbone possa riuscire più forte, ed incirca, se il triangolo CBR averà i lati CB, CR eguali, o il CR non molto maggiore di CB, riuscirà il palo AC a sufficienza fiancheggiato dall'orbone LB, ilchè si può dimostrare nel modo che segue. Sia BK il palo fitto; LB l'orbone, e siano condotte CB, CL, cioè la prima perpendicolare al palo, e CL normale a questa. La forza di LB si risolve nelle due BC, CL, delle quali la prima BC fa che BL non possa esser levato e dimori immobile nel punto L. La CL impedisce che BL non si profondi di vantaggio. Tutte queste azioni sono necessarie perchè conservi la di lui posizione: dunque farà allora resistente quanto più potrà, quando la somma di queste sarà la più grande: ma ciò succede quando CL, farà eguale a CB, cioè quando l'angolo LBK, farà semiretto. Dunque ec.

TAV. VI. Fig. 10.

X L.

In altro modo ancora vengono da taluni collocati i pali di appoggio oltre della positura predetta. Sia l'argine di un fiume TAV. NLMK, il fondo di esso fiume KD, il palo ficcato verticalmente AO, e ne sia un'altro EB assicurato nell'alto dell'argine in modo, che la di lui punta E riesca più alta della testa, ed immorsatura B rispetto al pelo del fiume, come esprime la figura. Esponendosi come nel numero XXXVII. la velocità dell'acqua per la GI, dinoterà il quadrato della IH l'impressione, che questo appoggio riceve dall'impulso che gli fa AO pressato dal conato de' filamenti acquei, ed il quadrato di GH rimarcherà la resistenza che gli fa il terreno dell'argine, perchè non venghi dalla pressione di AO ulteriormente spinto a conficarsi secondo la direzione FE, e venghi smosso per conseguenza dall'appoggiare con tutta la sua forza il palo verticale AO. Si potrebbe anche dire, che EB resiste a due movimenti uno verticale e l'altro orizzontale; La resistenza per l'uno e per l'altro è proporzionale, e alla tenacità dell'argine, e alla quantità della materia, che si dee muovere, in movendosi EB. Precindendo dunque dalla robustezza ed inclinazione di questo palo, medianti le quali senza riferter ad altre circostanze pare che possi dare gli stessi vantaggi dell'orbone, consideratosi al numero XXXVII. e seguenti, riesce questo

sto assai inferiore di forza al primo, ed in qualche incontro anche dannoso all'argine, mentre oltre alla difficoltà, che s'incontra nel piantarlo nella detta positura, ed alla minor resistenza, che ha sempre il terreno dell'argine rispetto a quello del fondo del fiume, accade, che non adoperandosi questa sorte di appoggi, se non dove l'argine è soggetto alla corrosione, ed ove l'acqua vi striscia col suo filone, ne proviene, che da qualunque leggier ostacolo possa essa venir posta in vortici, scalzando il palo AO, e debilitandolo in modo, sicchè anche il palo EB pochissima difesa vaglia a prestare, ed anzi smovendosi dal suo sito AO, e seco traendo EB, farà per debilitare anco l'argine. Se EB fosse collocato orizzontalmente, resisterebbe egli con la forza assoluta GI, e l'argine, cadendo la punta E più verso la base di esso, meno sarebbe tormentato, ed ancor meno se fosse talmente l'appoggio inchinato, cosicchè la punta E fosse più verso la superficie del fiume della testa B, ed allora farebbe più l'ufizio di orbone, che di contena, come chiamano i pratici questo appoggio. Altro difetto, e questo considerabilissimo; ritiene questa difesa, ed è, che restando impiantato il palo FE, dove l'acqua vi arriva rare volte, asciuttandosi l'argine, rimane la punta FE così debolmente assicurata dalla terra, che a poco o nulla può servire; resta pertanto da concludere imperfetti essere questi appoggi, e tanto più esserlo, quanto che il loro impianto riesce più alto dell'orizzonte dell'acqua.

CAP. X.

X L I.

Per resistenza di un corpo solido, si vuol intendere in questo luogo, quella con cui regge per non esser infranto da una potenza, fitto che egli sia immobilmente in un'altro corpo infinitamente più resistente di esso, come se in grazia di esempio il palo BC sia piantato in C, in maniera che non possa da alcuna forza esser svelto secondo la direzione CB, bensì rotto fra C e B da una potenza applicata in B, ovvero anche in qualche altro punto fra B, ed A, come sarebbe dal peso P, che mediante la girella D sforzi BC in modo però da non poterlo spezzare, nè meno far crollare allorchè esso peso P venga accresciuto. Sia dunque per supposizione il peso P in perfetto equilibrio con la resistenza di BC, si potrà esso peso P talmente accrescere, cosicchè venghi il palo smosso o rotto fra C e B. Con

TAV. VI. Fig. 12.



CAP. X. lo sperimento adunque si indaghi qual peso o forza sia necessaria perchè CB sia reso inutile, attaccata che fosse la fune DB al centro della resistenza, e rilevata la quantità di questo peso così accresciuto si verrà in cognizione, nota che sia la velocità ed altezza dell'acqua, del grado della resistenza, che farà per fare il palo, conficcato ad una nota profondità. Per dedurre poscia il momento delle collegazioni de' corpi, data che sia la legge delle resistenze, sarà assai facile il rilevare la difformità delle medesime a misura delle grossezze de' corpi in quistione; generalmente si può stabilire ne' corpi omogenei di materia, e simili di figura, che crescano le forze del resistere, o decrescano nella ragione de' cubi de' diametri di essi corpi, quando la potenza venghi applicata in egual distanza dall'appoggio.

## X L I I.

TAV. VI. Fig. 13. Altra sorta di forze per resistere possono avere i solidi, oltre quella, che può nascere dal proprio peso. Sia il solido CIKD liscio nella di lui superficie CD, a questo vi soprasti un'altro solido AGHB, che resti unito al primo mediante un perno di ferro o di qualunque altro metallo EF; Sia da investigarsi il momento della di lui coerenza, per potervi contraporre una forza valevole ad isvellerlo; ciò può effettuarsi in due maniere, o estraendolo secondo la direzione dell'asse del perno FE, oppure obliquamente a questo traendolo: Se nel primo caso, converrà impiegarvi tutta quella forza, che vaglia a superare l'adesione o coerenza della superficie di esso chiodo più il peso assoluto di GB, cioè la forza dovrà superare tutto il momento di essa adesione e del peso assoluto predetto; ma dovendo levare GB dal sito in cui posa, farà di mestieri impiegarvi una forza capace di superare non solamente tutta la resistenza del perno per esser spezzato, ma ancora l'adesione fatta dal solido GB sopra del piano CD, la quale varia secondo che la scabrezza dei due piani combaciantisi è maggiore, o minore; e detta forza verrà pure diversificata a norma dell'applicazione, che di essa verrà fatta con direzione o parallela, o obliqua a' corpi da muoversi e da spezzarsi. Se non perno vi fosse, le osservazioni dell'Amontons, registrate negli Atti dell'Accademia delle Scienze per l'anno 1699 mostrano, che le resistenze di un corpo, che con uno de' suoi piani striscii sopra di un altro, siano a un di presso in ragione

ne di un terzo della compressione che nasce dal loro peso assoluto, niente contando l'estesa più o meno della superficie combaciante: ogni qualvolta dunque si unifichino questi due solidi mediante il detto perno o chiodo, valerà lo stesso, come se di peso molto maggiore divenisse il solido comprimente GB, cosichè ritrovando un peso equivalente a tutta la tenacità, con cui stanno uniti, farà d'uopo per svellerli o smoverli, non solamente vincere la resistenza del perno o chiodo, ma ancora di superare un terzo del peso di quello, che gravita sopra dell'inferiore.

## X L I I I.

Corollario. E' manifesto da ciò il grande incremento di forza, che vengono ad acquistare i pali collegati assieme, quando siano uniti con chiodi di ferro, o cavicchj ben forti di legno. Egli è ben però vero, che per isvellerle queste collegazioni applicandosi le potenze col mezzo di qualche specie di leva, come fa v. g. l'acqua in urtando e percotendo una palificata, se il centro della resistenza verrà a riuscire in qualche sensibile distanza dal centro ove viene applicata la forza, in tal caso, crescendo assai la potenza predetta, ha uopo la resistenza di cedere con affai meno di difficoltà di quello farebbe, se la medesima potenza venisse applicata immediatamente al sito della fittura de' pali.

## X L I V.

Scolio. Se dunque l'unione de' pali, mediante le traverserle e catene, serve ad accrescer a' ripari le resistenze, e renderli più forti, ne proviene, che quanto più saranno queste, più difficilmente resteranno sconcertati dall'azione dell'acqua; quando però abbiassi da operare contro di un corso di questa molto gagliardo, non potranno bastare le semplici palificate, qualor queste a guisa di penelli si estendino verso il filone del fiume, ma converrà raddoppiarle ed anco triplicarle, col piantar due o tre linee di pali parallele, indi intersecarle con traverserle, ed accompagnarle con chiavi, avvertendo di assicurar ogni palo con un chiodo proporzionato alla chiave medesima. Se il palo si rimane molto sopra acqua ed esposto in conseguenza, specialmente ne' crescimenti del fiume, a soffrir molto dalla stessa, si come si è detto al numero XXXII di questo, si potrà replicare



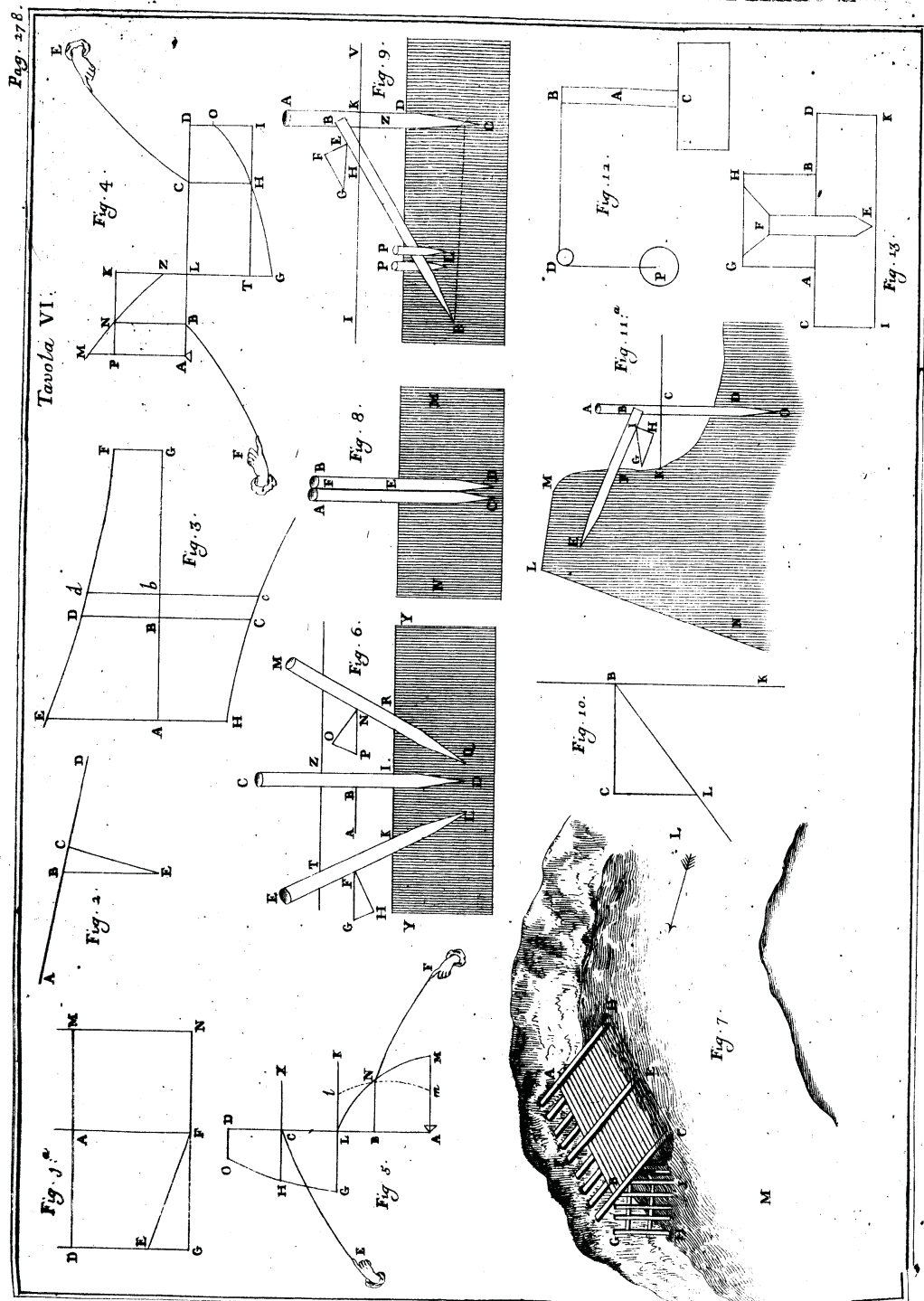
CAP. un'altra chiave che legghi più sotto della prima i pali, e li renda più forti; dipoi sarà ogni cinque o sei passi da intersecar, come si è accennato, le dette linee di palificate con catene immorsate nelle chiavi, e con ciò tanto più gagliardamente resisteranno, quando siano assicurate da chioderie ne' luoghi opportuni, ed in tal modo la palificata verrà a restar divisa, come in tante casse, le quali poscia dovranno esser riempite di qualche materia grave, perchè il riparo non solamente resisti per esser ben piantato nel terreno del fondo, e ben concatenato con chiavi e catene, ma ancora per il peso de' materiali delle casse predette, del che si dirà quando caderà la considerazione sopra i varj generi di ripari, che si possono usare contro le acque correnti.

XLV.

Sono state fin ora considerate le resistenze che provengono da' ripari, che nelle acque correnti si fanno, col mezzo delle palificate, cioè a dire, coll'accrever queste forze, e servirsi delle più alte fitture di pali, e delle collegazioni, che possono loro darsi con le catene, chiavi, e chioderie. Si considererà adesso quelle altre difese, che si fanno coll'uso de' corpi gravi, il momento de' quali venga a riuscire maggiore delle forze, che imprimer vi possa l'acqua corrente. Sia il corpo parallelepipedo ACDEFG, e siano proposte le due linee N ed M, ch' esprimino la ragione del peso di questo corpo al peso di un altro simile e della medesima materia composto KLQPOHI, ovvero, ch' è lo stesso, che siano come la mole del primo alla mole del secondo. A norma dunque che o l'altezza, o la larghezza, o la lunghezza del corpo HQ s'intenderanno variarsi, ne risulteranno ancora le varie grandezze in mole, che potrà avere esso corpo, quando secondo l'ipotesi abbia sempre a conservare la ragione di M ad N. Poniamo data la sola KL, oltre le dimensioni pur date del corpo CF; Se fra gli asintoti *ba*, *ae* sarà descritta l'iperbola *cf* tale, che fatta *ad* quarta proporzionale alle N; M, e all'altezza del corpo dato DE, come pure la *dc* = *ab* quarta proporzionale alla data KL larghezza della base del corpo, di cui la mole si ricerca, alla larghezza CD del dato corpo, ed all'altezza di esso AC, esprimeranno le due *ae*, *cf* rispettivamente la profondità ricercata del corpo LQ, e la di lui altezza LI. Perchè dunque per la natura dell'iperbola sono eguali i due rettan-

TAV. VII. Fig. 1.

Fig. 2.



rettangoli  $ad \times dc$ ;  $ae \times ef$ , ed  $ad$  eguale per la costruzione a  $CAP. X.$   
 $\frac{DE \times M}{N}$  e  $dc = \frac{DB \times CD}{KL}$  farà l'egualità  $\frac{DE \times M}{N} \times \frac{DB \times CD}{KL}$   
 $= ae \times fe$ , ovvero risolvendo in analogia farà  $ae \times fe \times KL. DB$   
 $\times CD \times DE :: M. N$ ; il che &c.

XLVI.

Corollario. Ma la proporzione della base AD del solido dato alla base HL del solido ritrovato farà come il rettangolo fatto da N in  $ae$ , ovvero LQ al rettangolo di  $M \times DE$ , come ricavasi dall'analogia del numero precedente.

XLVII.

Avendosi poi a considerare che l'impressione dell'acqua contro di questi corpi, non può farsi sopra di tutta la superficie de' medesimi, ma solamente in alcuna delle faccie, siano queste le basi ABCD, HILK, e siano esse talmente collocate, cosicchè ricevino il corso dell'acqua da questa sola parte, e strisci poi il rimanente parallela a BF, IP, restando coperte e difese le faccie GFE, OPQ; Si supponga conosciuta la velocità che fa impressione sopra di AD e chiamisi  $u$ , e s'intenda precisamente quanto basta per non ismoverlo, cosicchè accresciuta per alcun poco, possa restar asportato. Sia la velocità che si cerca, e ch'è destinata a far impressione sopra dell'altro solido V, all'asse  $ae$  col parametro  $ai$  eguale alla quarta proporzionale fra il rettangolo  $M \times DE$ ; il quadrato della data velocità  $u$  ed N, sia descritta la parabola  $agb$ , e condotte le ordinate  $dg$ ,  $eb$  esprimenti la prima, la data velocità  $u$ , e l'altra la ricercata V; questi due corpi riceveranno dall'acqua corrente una eguale impressione; mentre per la natura della parabola essendo  $VV. uu :: ae. \frac{DE \times M}{N}$ , ed aggiungendo il commune rettangolo

TAV. VII. Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 1.2

o base ACDB, farà  $VV. uu \times ACDB :: ae. \frac{DE \times M}{N} \times ACDB.$

onde l'equazione  $VV \times \frac{DE \times M}{N} \times ACDB = ae \times ACDB \times uu$ ,

ovve-

CAP. X. ovvero  $VV \times \frac{DE \times M}{N} \times \frac{ACDB}{ae} = ACDB \times uu$ , ma  $\frac{DE \times M}{N}$

$\times \frac{ACDB}{ae} = \frac{DE \times M}{N} \times \frac{BD \times CD}{ae} = KL \times LI$  per il numero

precedente; dunque farà  $VV \times KL \times LI = ACDB \times uu$ , cioè il quadrato della rispettiva velocità nella base HL farà eguale al quadrato della rispettiva velocità nella base AD, ma secondo a' principj della Statica, queste quantità vagliono l'impressione, adunque faranno esse eguali in ambidue i corpi, come erasi proposto.

XLVIII.

Ma se fosse data la base HL, e fosse da trovarsi la sola altezza del corpo LQ, poste le stesse cose, diventa il problema assai più semplice, mentre fatto  $Kl = N$  ed  $lm = M$ , e poste queste linee fra di loro in qualsivoglia angolo  $Klm$ , prolungata  $Kn$  si faccia eguale alla quarta proporzionale fra DE, la base AD, e la base HL; dipoi condotta per i punti  $Km$  la retta  $Kmp$ , se dal punto  $n$  si condurrà parallela a  $lm$  la  $np$ , sarà questa eguale alla ricercata altezza LQ. Indi sopra questa linea come asse col parametro  $no$  eguale alla quarta proporzionale fra il rettangolo  $M \times DE$ , il quadrato della data velocità  $u$  ed N ovvero  $Kl$ ; sia descritta la parabola  $nq$ , sarà l'ordinata  $pq$  quella, ch'espriemerà la ricercata velocità V. Perchè dunque il quadrato  $pq$  è eguale al rettangolo  $np \times no$ , e per la similitudine de' triangoli  $Klm$ ,  $Knp$ , essendo  $nl. lm :: Kn. np$ , sarà  $Kn$  direttamente come il rettangolo di  $Kl \times np$ , e reciprocamente come  $lm$ , dunque essendo  $no$  eguale per la costruzione al quadrato della data velocità  $u$ , e  $Kl$  direttamente, e reciprocamente come il rettangolo di  $lm \times DE$ , sarà il quadrato di  $pq$  eguale direttamente al quadrato di  $u \times Kn$ , e reciprocamente a DE, ovvero sarà il quadrato di  $pq \times DE$  eguale al quadrato di  $u \times Kn$ , e moltiplicando l'una e l'altra parte con la base AD, farà il quadrato di  $pq$  nella base AD  $\times DE$  eguale al quadrato di  $u$  nella base AD  $\times Kn$ , ma per la costruzione HL. AD :: DE. Kn, adunque la base HL è eguale direttamente alla base AD  $\times DE$ , e reciprocamente a Kn, e pertanto il quadrato di  $pq$  nella base HL sarà eguale al quadrato di  $u$  nella base AD, dunque le impressioni,

ni, per i principj della Statica faranno eguali. Che poi li solidi siano fra di loro come N ad M, e per conseguenza come Kn a np si raccoglie, perchè essendo per i triangoli simili Kl. / m :: N. M :: Kn. np, ed essendo Kn eguale al solido CF direttamente, ed alla base KI reciprocamente, farà N. M :: CF solid: KP solid: essendo np l'altezza LQ; lo che era da dimostrarsi.

X L I X.

*Corollario.* Come che dunque molto più crescono le abscisse delle sopradette parabole esprimenti l'altezza del solido LP, di quello crescono le ordinate corrispondenti delle medesime parabole, esprimenti le velocità, aumentandosi queste in ragione delle radici de' quadrati delle ordinate, dove quelle crescono come le stesse abscisse; quindi si comprende quanto più crescer si debba la mole di un solido per resistere all'impeto dell'acqua nella data ragione di altro solido dato, di quello crescer debba la velocità della medesima acqua per asportarlo.

L.

Penda un grave F dal filo AF, e sia di tal peso che immerso nell'acqua corrente, la violenza di questa lo possa far declinare dal perpendicolo, e ridurlo nella positura AG, tenendosi sempre fermo ed immobile il centro A. Si conduchino nel quadrante FAC, oltre i raggi AC, AF, le due DG, GB parallele rispettivamente a' detti raggi, e dal punto F s'inalzi la tangente FE, che resti tagliata in E dal raggio AG prodotto, di poi all'asse FE vertice F e parametro eguale alla FA equivalente all'unità, si descriva la parabola conica FK, ed in questa si tiri l'ordinata KE dal punto cioè dell'intersecazione che fa la secante AE colla tangente FE, come pure si produchi GB indefinitamente verso N, se si taglierà BN eguale a KE, e così ogni altra rispettivamente nello spazio AC, si potrà per tutti i punti N così ritrovati descrivere la curva AN, che si chiamerà delle velocità competenti a' sostentamenti del grave pendolo per tutti i punti del quadrante. Questa curva avrà il suo principio nel punto A, e un asintoto CO parallelo ad FA. Perche per la natura della parabola FK il quadrato di KE è eguale al rettangolo di AF in FE, farà anche KE in dimezzata ragione di FE; ma per il numero III. del Capitolo V, la dimezzata ragione di

$$\frac{Nn}{FE}$$

CAP. X.

CAP. X. FE esprime la velocità, con cui l'acqua sostiene il grave nel sito G, adunque la EK, o la di lei eguale BN rappresenterà la velocità ricercata, e così ogni altra ordinata rispettivamente: In oltre, perchè nel punto F la FE diventa nulla, farà ivi pur nulla anco l'ordinata KE, e per tanto la curva AN avrà il suo principio nel punto A. Parimenti perchè la tangente dell'angolo retto è infinita, non intersecando la secante se non dopo una infinita distanza, però anche la EK rispondente a tal tangente, farà infinita, come altresì la BN, che diventa in tal caso CO; il che tutto era da dimostrarsi.

L I.

Per determinarsi il seno dell'angolo d'inclinazione per tutti i diversi pesi possibili de' gravi conformati in palla, conosciuto che sia uno di essi, intendasi GI esprimere il peso assoluto della palla; se dal punto I alla GE si condurrà la normale IH, rappresenterà questa il peso relativo di detta palla nel sito G per discendere verso di F. Si produchi, se sia d'uopo la GD in P, e si faccia GP eguale a KE ovvero BN, è manifesto, che la velocità assoluta PG, condotta che sia la PQ perpendicolare alla AG, farà risolta nelle due laterali PQ, QG, delle quali la PQ è quella che direttamente resiste al peso della palla, o sia al di lei conato HI, e la QG distende e fa impressione sopra del filo AG. Dovrà dunque esservi l'equilibrio fra HI ed il quadrato di questa relativa velocità PQ, essendo che le forze stanno appunto, secondo le leggi della Statica, come i quadrati delle velocità. Sarà perciò il seno retto dell'angolo d'inclinazione FAG in ragione dimezzata della differenza de' quadrati fra il raggio AF ed il peso assoluto GI: conciosiaccolachè i

$$\begin{aligned} &\text{triangoli simili GIH, ed ADG danno } IH = \frac{GI \times AB}{AF}, \text{ e i trian-} \\ &\text{goli pur simili GAD, GPQ, danno } PQ = \frac{AD \times GP}{AG} \text{ farà } PQ^2 \\ &= \frac{AD^2 \times GP^2}{AG^2}, \text{ e per tanto farà l'egualità } \frac{AD^2 \times GP^2}{AG^2} = GI \\ &\times AB. \text{ (essendo } AG = FA) \text{ oppure } GI \times AB = \left( \frac{AD^2}{AG} \times BN^2 \right) \\ &= \frac{AD^2 \times FE}{AG}, \text{ ma FE per i simili triangoli ADG, AFE è} \\ &\text{egua-} \end{aligned}$$



eguale a  $\frac{AF \times AB}{AD}$ , adunque  $GI \times AB = \left(\frac{AD^2}{AG} \times \frac{AF \times AB}{AD}\right)$  CAP. X.

$AD \times AB$ , e però  $GI = AD = \sqrt{AG^2 - AB^2}$ , onde  $GI^2 = AG^2 - AB^2$  ed  $AB = \sqrt{AG^2 - GI^2}$  come erasi proposto.

L I I.

*Corollario I.* Ne deriva da ciò non mai poterfi bilanciare queste palle, se i seni de' complementi degli angoli d'inclinazione non sono eguali a quelle quantità ch' esprimono i pesi assoluti delle medesime palle.

L I I I.

*Corollario II.* E perchè  $GI = AD$ , faranno le gravità specifiche de' corpi immersi mediante un filo nelle acque correnti, rispettivamente come i seni de' complementi degli angoli d'inclinazione; e per l'opposto, immersi corpi di varia gravità specifica, i seni de' complementi de' medesimi angoli d'inclinazione rappresenteranno le dette gravità specifiche; onde ecco una nuova maniera per averfi queste gravità nella dottrina delle galleggianti.

L I V.

*Scolio I.* Egli è ben vero, che l'esperimento che quì si accenna d'immergere con un filo un corpo grave, non potrebbe aver luogo, per dare di quanto si cerca un vero lume, che o nelle acque che corressero velocissimamente, o allorquando i corpi immersi non guari superassero la gravità specifica dell'acqua; le quali condizioni mancando, i corpi sospesi non si moverebbero sensibilmente dal loro perpendicolo, maggiore essendo il loro conato per resistere, che la velocità dell'acqua per asportarli fuori del piombo. Per ridurre la cosa all'uso che si siamo prefissi, sia dunque la palla, che d'immergere s'intende di una gravità, che poco superi quella dell'acqua, e dicasi questa  $m$ , e la gravità specifica di un altro corpo noto sia  $n$ . Sia il seno verso dell'angolo d'inclinazione fatto dalla palla, la di cui gravità specifica  $m = AD$ ; linea che farà nota nelle parti del raggio  $AF$  supposto 100000; Data dunque la proporzione di  $m$  ad  $n$ , farà  $\frac{n \times AD}{m}$  la quantità nelle parti del raggio che farà resistenza alla

TAV. VII. Fig. 4

CAP. X. velocità dell'acqua. Sia per esempio  $m : n :: 6.7$ , e l'angolo  $DAG$  sia di gradi 35, onde  $AD = 81899$  delle 100000, farà  $AD$  per la gravità di  $n$ , 95549, che però il seno retto corrispondente farà di gradi 17. 10', e tanto declinerebbe il pendolo dalla perpendicolare, quando la palla fosse della gravità specifica come  $n$ . Sia adesso  $m : n :: 6.8$ , farà la palla che avesse la gravità specifica  $n$  equivalente a parti 109197, che superando le 100000 di parti 9197, con tante parti di più, quante sono le 9197, potrebbe resistere alla violenza dell'acqua, vale a dire, non solamente questo tal corpo non farebbe smosso dalla perpendicolare, ma per ismooverlo vi si ricercerebbe ancora tutte le dette parti residue.

L V.

*Scolio II.* Nota dunque che sia la proporzione della gravità della palla dello strumento, che serve per indagare le velocità, alla gravità di qualunque altro corpo, è facile il rilevarfi i gradi della di lui resistenza, quando le moli sieno eguali. Noi chiameremo ne' corpi assai più gravi in specie dell'acqua l'*eccesso*, tutto quello che hanno oltre le parti 100000, nelle quali s'intende diviso il raggio, e che bastano per resistere a tutti i conati che può far quel dato corso di acqua per allontanarlo dal perpendicolo. Per trovare adesso all'accrescersi la mole di questo corpo, quanto maggior *eccesso* acquisterebbe, converrà ridurre prima la palla, che si suppone formata della materia più resistente, in una figura simile all'altro corpo maggiore che si vuol immergere, che a maggior facilità potrebbe esser un parallelepipedo, avvertendo di ridur la base che riceve l'acqua, eguale di area alla base del nuovo prisma da formarsi, e questo corpo riceverà gli stessi urti dall'acqua, come la palla; farà poi, secondo a quanto si è detto al numero XLV di questo, da rilevare in qual proporzione stiano le resistenze di entrambi, avute le quali si faccia come la resistenza della palla ridotta in prisma, al prisma omogeneo maggiore di cui cercasi l'*eccesso*, così il valore nelle parti del raggio, trovato per la palla, al quarto proporzionale, da cui se si leverà le parti 100000, farà il residuo l'*eccesso* ricercato del corpo maggiore, il qual *eccesso*, secondo le osservazioni dell'*Amontons* registrate nell'anno 1699 degli Atti dell'Accademia Reale delle Scienze, dovrà esser accresciuto da un terzo di tutto il di lui peso, essendo che non sospeso nell'



nell'acqua, ma s'intende venir esso collocato sopra una superficie CAP. X. piana ed orizzontale, o quasi orizzontale, e che per conseguenza per esser trasportato resiste ancora per un terzo in circa del di lui peso, che quivi ritiene, quindi l'ecceffo del grave farà come il quarto proporzionale suddetto più il terzo di tutto il peso di quel tal corpo, e dicendo questo ecceffo F, la proporzione della gravità, o delle ordinate della parabola espresse al numero XLV. e seguenti di questo, facendosi come r al s, ed r sia la minore, s la maggiore, farà  $F = \frac{r}{s} \times \frac{ny}{m} + \frac{r}{3}$ , quando r sia il peso che ha nell'acqua il grave, di cui si cerca l'ecceffo dal che resta manifesto con quanta forza resistino i corpi, che siano molto gravi, quando venghino opposti alla correnteia delle acque.

LVI.

Per ridurre la Teorica forse troppo astratta all'uso, ed alla pratica, esamineremo in concreto la resistenza de' ripari nella maniera più facile, che sia possibile: Per ottener ciò s'intenda ogni riparo conformato in un parallelepipedo, e quando non lo fosse realmente si potrà da ogni anche mezzanamente versato nella Geometria de' solidi, ridurre ogni corpo alla predetta forma, e ciò a motivo di facilitare il calcolo, e render più chiara la materia: ma perchè difficilmente si potrebbe venir a capo di ciò, che si desidera, considerando assolutamente le forze delle resistenze e dell'acqua, perciò si riduca la quistione ad investigare solamente le relative; Sia dunque in primo luogo da trovare un corpo omogeneo parallelepipedo, che collocato in una corrente di acqua non possa da questa venir asportato, o, ch'è lo stesso, qual peso e mole debba egli avere, perchè in un dato moto dell'acqua non venghi asportato, bensì per pochissimo che venghi sminuito il di lui peso, possa dalla corrente esser mosso, con che sarà la quistione ridotta a cercare l'equilibrio fra il peso che resiste, e la forza dell'acqua che spinge ed urta. Si prenda un corpo della forma predetta ed omogeneo in ogni sua parte componente, che sia talmente o accresciuto o scemato di peso, senza però mai alterarne la di lui figura, e talmente collocato a qualche sito dell'altezza di una sezione di un fiume, che vaglia a resistere al corso, ma o mutato per un insensibile spazio di sito, o pure variato benchè insensibilmente di peso rimanga smof-

fo

CAP. X. fo dal suo luogo, durando per tanto un tal equilibrio, si avrà la maniera di conoscere la resistenza e la forza, e di ridurre al calcolo e l'una e l'altra. Sia un picciolo parallelepipedo BM

TAV. VII. fig. 5.

di materia omogenea, e della stessa o diversa, di cui si formano i ripari, ma per maggior facilità poniamo della medesima, sia rivolto con una delle sue faccie FGM al corso dell'acqua, restando le due laterali parallele alla direzione della medesima, e s'intendi in oltre con la sua base EM ben appoggiato o al fondo, o a qualche piano equivalente, e venghi talmente collocato nella sezione di un fiume, di modo che abbia le sopradette condizioni: All'asse AE s'intenda descritta una parabola ADC, e si prolunghino le IB, HE fino in D e C, cioè DB, CE siano due ordinate di questa parabola. Perchè poi il peso di questo corpo diverso è in aria, e diverso in acqua, dicasi la ragione della gravità di lui specifica m, quella dell'acqua n,

e si faccia  $m : n :: \text{solid. BM} : \frac{n \times \text{sol. BM}}{m}$ , e questa quarta

proporzionale esprimerà il peso di altrettanta acqua, quanta è la mole del solido, il di cui peso nell'acqua farà eguale alla differenza del solido BM, e della detta quarta proporzionale,

cioè  $\text{sol. BM} - \frac{n \text{ sol. BM}}{m} = \frac{m-n}{m} \text{ sol. BM}$ . Ma per le osser-

vazioni dell'Amontons a causa della compressione, che esso peso fa al soggetto fondo, deve pur anco resistere per un terzo di detto suo peso, però tutto il momento farà  $\frac{m-n}{m} \text{ sol. BM} +$

$\frac{2}{3} \text{ sol. BM} = \frac{4m-3n}{3m} \text{ sol. BM}$ . Il momento della forza dell'acqua

è come il quadrato della velocità della stessa moltiplicato nella base del solido, supposto che fluisca normale al piano BIHE, e perchè la velocità che urta nel solido è come l'aggregato di tutte le ordinate, che occupano lo spazio DBEC, e questo spazio per la quadratura della parabola è eguale a  $\frac{2}{3} CE \times AE - \frac{2}{3} DB \times BA$ , e perciò

$$\frac{2}{3} CE^2 \times AE^2 - \frac{2}{3} CE \times AE \times DB \times AB + \frac{2}{3} DB^2 \times AB^2 \times BH = \frac{4m-3n}{3m} \text{ sol. BM} = \frac{4m-3n}{3m} \times BH \times HM \text{ cioè } \frac{4m-3n}{m} \times HM = \frac{4AE^3 - 8AE \sqrt{AE} \times 2AB \sqrt{AB} + 4AB^3}{3}$$

Per

L V I I.

CAP.  
X.

Per facilità del calcolo onde determinare le predette resistenze sia  $AE = p$ ,  $AB = x$ ,  $HE = t$ ,  $HM = r$ , farà dunque per il numero di sopra  $\frac{4m-3n}{m} \times r = \frac{4 \times p^3 + x^3 - 8px\sqrt{px}}{3}$

ovvero  $\frac{4m-3n}{m} \times rt = \frac{4t}{3} \times p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}$ , e dicendofi

$rt = P$  farà ancora  $P = \frac{4tm}{12m-9n} \times p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px} = t \times$

$\frac{4m}{12m-9n} \times p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}$ . Per esempio sia  $AE = p = 180$ ,  $AB = x = 175$ ,  $HE = t = 3$ ,  $m = 2$ ,  $n = 1$ , farà, fatto il calcolo,  $P = 283800$ , cosicchè accrescendofi benchè insensibilmente il momento dell'acqua corrente, o scemandofi nello stesso modo la resistenza del peso, farebbe questo asportato.

L V I I I.

Sia un reale riparo, omogeneo però di materia al grave con cui si è supposto fatto lo sperimento registrato al numero LVI. di questo, qual riparo non farà difficile, data la di lui mole a conformarlo in un prisma di simile figura con quello dello sperimento; Si figurì poi l'acqua corrente ridotta alla sua massima altezza ed impeto per conseguenza, e perchè in tal caso faranno mutate le quantità  $x$ ,  $p$ ,  $t$  rimanendo solo invariate le  $m$  ed  $n$ , però a norma di esse riducendo la formola del numero precedente in numeri, se questi equivaleranno alla quarta proporzionale con il peso del primo grave dello sperimento, col peso del riparo, e col numero ritrovato per il detto sperimento, tal riparo farà in equilibrio con la forza precisamente, se farà minore sarà asportato, se maggiore resisterà, e di quanto questa sarà maggiore, tanto farà l'eccesso, che avrà per resistere, secondo a quanto è stato detto al numero LV. di questo Capitolo.

L I X.

*Scolio.* Facendofi  $p = 300$ ,  $x = 50$ ,  $t = 200$ , e la proporzione del peso dello sperimento al peso del riparo, sia come 1 al 2000,

CAP.  
X.

2000, avrebefi la formola  $\frac{4tm}{12m-9n} \times p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}$

ridotta in numeri 1138133333, ma l'analogia de' pesi porta 1. 2000 :: 283800. 567600000, ch'è minore della sopraddetta resistenza di parti 570533333, tal riparo però resisterebbe ad ogni urto del fiume, come quello che avrebbe di eccesso sopra dell' equilibrio alla forza della corrente il numero soprapposto 570533333.

L X.

Abbenchè in due corpi gravi eguali in mole, ma che uno sia composto di molti altri piccoli, e l'altro di un solo, immerfi che siano nell'acqua corrente, il peso assoluto, e la resistenza che hanno nel contatto del fondo sia eguale in entrambi, nientedimeno ben diverso riesce il loro momento per resistere all' impeto dell'acqua, avvegnacchè nel corpo diviso, tutti gli strati delle di lui parti, a misura del variarsi della velocità nell'altezza viva, ricevono diverso impulso, e resistono a misura del peso sovraincombente, che loro rimane: dove nel corpo indiviso, abbenchè in tutti i punti riceva una diversa impressione, nientedimeno vi è un solo centro di azione e di reazione, dove nel diviso tutte le parti componenti possono esser considerate con i loro centri particolari di azione e contraazione, quindi per opporsi con la maggior forza all' impeto dell'acqua, devesi sempre prescegliere i corpi più grandi, piuttosto che i più minuti, abbenchè siano della medesima materia; così la terra abbenchè gettata sparsa in un gran corso d'acqua, non mai prenderebbe piede, come chi opponesse a questo medesimo corso un argine di semplice terra non punto legata o rassodata non lo renderebbe fermo e consistente, bensì posta la detta terra in volpare, in gabbioni, o in qualsivoglia altro modo unita, resisterà alla corrente, e gettata così raccolta, e ristretta nel corso dell'acqua, appena refterà mossa fuori del piombo ove sarà lasciata cadere, e maggior piede vi prenderà allora principalmente quando con una qualche palificata venisse assicurato il fondamento del detto ammasso di terra, legato come si è detto.

L X I.

*Scolio.* Chi avesse presi tutti quei sassi e ciotoli della Trebbia, che furono adoperati a formar i prismi per i moli della Città

CAP. X.  
 tà di Piacenza, e li avesse gettati nel Pò nel sito medesimo di essi moli, con l'idea di obbligar quel fiume a non internarsi di più con le corrosioni, con le quali si avanzava verso di quella Città, avrebbe questi del tutto gettato il tempo, ma i medesimi ciotoli e sassi legati con buona calce, e ridotti di una giusta mole, si sono potuti gettare nella corrente di esso Pò senza pericolo, che ne venissero asportati, ed hanno stabilito tre moli di tal solidità e consistenza, che tutto l'impeto di quel fiume Reale, nulla li può offendere. Da un somigliante principio nasce la buona riuscita che apportano le Volpare, che con molto frutto si adoprano nell'Adige nello stato Veneto. Non sono desse altro, che alcune zolle di terra, legate con paglia o fieno, o altra poco differente materia, che sia capace di tenerla unita assieme, e di formare una spezie di prisma lungo in circa due piedi, alto uno, ma di figura accedente al rotondo e bislunga: con le zolle, o con la semplice terra e creta non potrebbe già assicurarsi il piede dell'arginatura, e molto meno empirsi le casse delle palificate, che servono per chiuder le rotte, essendochè l'acqua correndovi con grande precipizio il tutto porterebbe via, ma con le Volpare si empiono agevolmente i cassari delle palificate, onde va poi crescendo l'argine malgrado la violenza del corso dell'acqua, e la rotta si chiude, come si esporrà nel Capitolo seguente. Sopra i pubblici lidi di Venezia sono stati da me introdotti e moli, ed argini di marmo d'Istria legato con calce e pozzolana, di modo che dove il sasso benchè di gran mole regger non poteva all'urto del mare, adesso in tal modo legato dura a fronte di ogni burrasca, ed a suo tempo quel circondario farà ridotto del tutto impenetrabile ed eterno, come eterna è quella Metropoli che da detti lidi viene divisa dal mare, e custodita.

## L X I I.

Vincenzio Viviani nell'erudito discorso che indirizza al Gran-Duca di Toscana Cosimo III. intorno *al difendersi da riempimenti, e dalle corrosioni de' fiumi* a c. 50, dove parla del sasso sciolto, e de' cantoni fatti dalla natura, e posti per difesa dell'intracco delle rive, dice così: *Siccome in quel sito dove si pon quel cantone, o quel sasso di cava non si trova pur uno fra que' milioni di sassi starivi condotti dalle piene, che sia del peso di alcun di que' che vi si portano apposta, così, non avendo esse piene avuto tanto vigore, e forza di naturalmente condurvene, come l'aveva-*

CAP. X.  
*no avuta, ed anche maggiore, allora che del medesimo, e di maggior peso di man in mano, se ne sgravarono più, e più alto nel medesimo letto di Arno, non la potranno aver nè meno per ismuovere, sollevare, e condur più lontano quelle moli, di peso tanto superiore, trasportate quivi dall'arte; e più sopra a c. 47, ed i quali sassi fieno di forma non rotonda, ma affacciata e ruspa, e di peso assolutamente maggiore di quello delle massime parti della materia, che la corrente di massima forza può condur quivi, dove esso riparo si forma, è bastante a contrastare, ed a resistere alla gravexza, e rapidità di questo elemento, anzi a domarlo, a vincerlo, ed a sugarlo ec. Dal qual sensato discorso pare, che seguir debba, che la forza assoluta delle acque correnti si possa desumere dalle materie, che lasciano qua e là per l'alveo, mentre non le potendo più oltre far avanzare, è segno manifesto, che il massimo della velocità viene misurato dal peso di quella tal materia, con cui resiste ad esser ulteriormente promossa avanti, le quali cose essendo così, resterebbe agevolmente noto qual peso, e qual mole si potesse porre in un dato fiume di conosciute forze, per deludere e rintuzzare ogni di lui conato, ed in tal modo quanto è stato esposto a' numeri LVI., e LVII. di questo, circa allo sperimento da praticarsi per indagare qual resistenza vi voglia per i ripari, sarebbe sufficiente per averfi questa cognizione, mentre basterebbe pesare alcuno di que' ciotoli, per dedursi poscia le conseguenze ivi ricavate; ma per niente dissimulare sembra che la proposizione del Viviani debba nel fatto de' fiumi restar soggetta a molte eccezioni, per le quali spesse volte non si possa venir in cognizione del peso, che si dovesse opporre al corso dell'acqua per formare una sufficiente resistenza: conio siacò che se fosse assolutamente vero, che il peso delle materie già deposte nelle piene dei fiumi, fosse l'indice delle loro massime forze, seguir ne dovrebbe, che da quel termine in giù ogni anche picciol sasso, o altra poca mole resistesse al corso dell'acqua, e che potesse servire per la materia, di cui comporre un riparo, che a resistere valesse in quella guisa, che resistono i corpi di maggior mole, nelle parti superiori del medesimo fiume, onde nel Pò v. gr. essendo che a Piacenza arrivano i sassi portati in esso Pò dalla Trebbia della grandezza di mezzo piede incirca, nè più oltre si avanzano, adunque di questi a Cremona, ch'è più inferiore di sito di Piacenza, ove la forza del fiume benchè in piena mai li trasporta, si potrebbe ergere un riparo egualmente resistente, che un altro fatto a Piacenza, o in altro sito più superiore-*



riore, il qual riparo fosse composto di parti di mole molto maggiore, con tutto ciò, se di questi sassi deposti dal Pò nel suo fondo dirimpetto a Piacenza si pretendesse di formar a Cremona un penello o molo, farebbe subito rovesciato dalla forza dell'acqua, anzi in faccia di Piacenza per fermar i ripari stabilmente, si è dovuto dei detti sassi di Trebbia legati con buona calce formar i prismi triangolari di una lunghezza ciascheduno di 3 piedi, ed altri un piede; della qual mole di sasso non ne conduce il Pò, in alcun luogo, fuori delle Montagne. Nè meno ben s'intende, come mai se i sassi deposti qua e là lungo l'alveo del fiume, fossero la misura della forza di esso, perchè negli stessi siti vi si arrestassero, e sassi molto più piccioli, e fino le sabbie più minute, che finalmente formano dappertutto il vero letto de' fiumi, almeno fuori de' monti; e pure se la proposizione della massima forza si verificasse contro de' ciottoli più grossi, dovrebbe con altrettanto di energia scaricarsi contro de' più minuti, ed asportarli più oltre, e dovrebbe dirsi che a le velocità ne' fiumi, ove non portano che la sola bellera, fossero insensibili rispetto a quelle, ove il fiume porta e ghiaie e sassi, o che ogni debolissimo peso, là ove è portata solamente la bellera, fosse valevole ad opporsi alla forza dell'acqua, e ad impedire i disordini, ma non verificandosi nè l'uno, nè l'altro, ragion vuole, che si resti persuasi, non esser il peso delle materie deposte l'indice del massimo grado della forza de' fiumi, benchè considerata in piena, ma doverli desumer questo dalla combinazione di molte altre circostanze.

## L X I I I.

Chi però farà le dovute distinzioni fra i fiumi temporanei, e Reali, troverà poter sussistere la proposizione del Viviani, e le nostre antecedenti. Sono i primi quelli, che correndo per ordinario fra monti, ricevono dal pendio ben grande di questi le acque, che si vanno unendo frà dossi, e rialti, onde e in un momento per così dire riempiono l'alveo del recipiente, e vi corrono con un impeto più dovuto ad un grave, che discenda per un piano inclinato, che ad un fluido, che tolto si riduce all'egualità del moto, che però abbenchè quelle acque descendenti non fossero capaci di portar seco i grossi sassi, nientedimeno lo sono per scalzar i medesimi dalla terra, ove stanno fitti, quindi fatti liberi, ogni poco impulso di più, che vi dia l'acqua, spinti dal proprio peso, ed aiutati dalla declività del terreno passano nel fiume, che ormai

O o z                      reso

CAP. X. reso gonfio dalle acque, e che ritiene un pendio di qualche piede per ogni centinaio di pertiche, vanno ruzzolando allo ingiù, nè prima si fermano, che succeda l'equilibrio fra la velocità dell'acqua, e le resistenze nate dal loro peso, dalla minorazione del declivio del letto e dall'accidentale intoppo, che va succedendo fra i medesimi sassi, oltre ai movimenti irregolari, che vengono promossi dalla loro diforme superficie più o meno scabra e ruspa; onde in questi siti, note che siano tutte le dette cose, può benissimo arguirsi il massimo grado di forza dal massimo peso, portato dal fiume, ma dove questi va perdendo quel sensibile declivio, e che comincia ad entrare nelle Campagne piane col proprio alveo, la cosa quivi passa altrimenti, mentre o sia per l'ingresso di nuovi influenti, o per l'altezza del corpo, che può acquistar l'acqua, abbenchè possa avere un momento pari a quello che aveva, là dove pur anco conduceva i sassi, nientedimeno arrestati più superiormente da alcune delle circostanze predette, resta l'alveo più a basso libero dai medesimi sassi, e ghiaie, non per deficienza di forza per condurli, ma per mancanza dei medesimi materiali, fermati già di sopra.

In fatti chi mai crederebbe che nel Pò a Crespino non vi fosse velocità da portar della ghiaja, che si ferma a Piacenza; che non è di maggior mole come è stato detto ne' sassi, che la compongono di un mezzo piede incirca? Un'altra essenzialissima circostanza nasce dalla costituzione in cui si trovano i fiumi Reali e perenni a fronte de' temporanei, ed è, che come questi hanno il loro fondo regolatissimo, e condotto, se all'occhio si crede, in una linea retta, i primi lo hanno irregolarissimo. Esempio ne siano, tutti quei Torrenti, che usciti fuori delle Montagne, s'incamminano verso le pianure meno inclinate all'orizzonte, avvegnacchè se questi, come loro frequentemente accade, rimangono senz'acqua, o per rotte o perchè manchi di sopra, o si perda fra la terra, si vedono col fondo spianato ed assai regolare sopra la di loro cadente; io osservai il Reno, quando del 1717 aveva aperte e correvano le due Rotte alla di lui destra Pansilia e Cremona, poco superiormente a S. Agostino, e lo vidi col letto, che ivi è in sabbia, spianatissimo. Lo stesso potei osservare ne' Torrenti del Friuli, Tagliamento, Celline e Torre. Per l'opposto i fiumi grandi e perenni hanno il fondo irregolarissimo, cioè ripieno di ridossi, vasche e gorgi molto profondi; Il Pò più di ogni altro fiume ne fornisce l'esempio, avendolo ritrovato noi nelle visite solenni in esso praticate col

mez-



mezzo de' scandagli col fondo al maggior segno irregolare, cioè in fiti escavato in voragini, in altri rialzato in gran dossi; e tale è la diversità che corre fra fiume e fiume, e per conseguenza tali le cagioni che realmente impediscono il libero avanzarsi, che far dovrebbero i fassi, senza che possino restar spinti dalla forza dell'acqua, ove, tolte le dette resistenze, farebbero promossi.

CAP.  
X.

## L X I V.

Non essendo per tanto sicura la regola sopradetta per stabilire adeguatamente di qual ponderosità abbiano ad esser i ripari, per resistere secondo all'esigenza alla forza dell'acqua, farebbe qui da ricercare qual legge vi potesse essere per ottenere con morale sicurezza il sopradetto fine; ma comechè per stabilir questa vi si ricerca la combinazione di tante e tante circostanze, così non potendosi queste sufficientemente determinare, non si può nè meno fissar la legge di esse resistenze; dovrà bastare per altro all'Ingegnere, di saper distinguere la forza de' fiumi ne' varj fiti del loro alveo, essendocchè ben diversa è la loro energia ove corrono in ghiaja, ed ove camminano in pura sabbia, e con pochissimo declivio: molto differenti perciò dovranno esser i ripari da porre in uso anche nello stesso fiume a misura cioè della varietà de' fenomeni, che emergono nel di lui alveo, nella di lui portata e declivio; Se opererà ove il fiume porta la ghiaja, dovrà di questa unirne in prismi o cantoni di lunghezza di due fino a tre piedi, e di altezza un piede in circa, formandone o penelli, o muraglioni, a misura ch'è chiamato dal bisogno dell'operare, o per volger l'acqua, o per resistere all'intacco di una qualche corrosione; se il fiume in quel tal fito arriva a portare col suo corso delle pietre assai grosse, non basteranno per ostargli i detti cantoni sciolti, ma bensì si avranno a collegare col mezzo di palificate divise in casse. Finalmente se il fiume corre in pura sabbia, o anche in semplice bellotta, come accade ne' fiti assai vicini al mare; in questo caso vi si resisterà coll'uso delle Volpare, quando però queste siano di una sufficiente mole, ben legate, e formate di buona terra, ovvero con i gabbioni; ma circa alla diversità de' ripari da praticarsi in varj fiti de' fiumi, e secondo le diversità degli accidenti, punto essenziale in materia dell'acque correnti, si esaminerà nel seguente Capitolo, destinato alla pratica delle difese de' fiumi, e regolamento del loro corso.

C A P I -

## C A P I T O L O U N D E C I M O .

*Delle corrosioni de' Fiumi; delle Rotte, che si aprono negli argini de' medesimi; e de' ripari da porre in opera per impedirle, ed accadute per prenderle e sanarle.*

## I.

UN fiume quanto più lentamente cammina, tanto più con uniformità di moto progrediscono i di lui acquei filamenti tanto nel mezzo, che verso le sponde, di modo che appena si distinguerà il filone o spirito dell'acqua, dal corso ch'ella avrà accosto delle rive; si ricava ciò dall'osservazione dal pari e dal raziocinio, conciosiacosachè il ritardo de' filamenti predetti verso le sponde nascendo dalla resistenza che queste vi fanno, quanto maggiore sarà il moto dell'acqua, tanto più opereranno le dette resistenze, i gradi delle quali, come ben fanno i Statici, crescono come i quadrati delle velocità; dimodochè dove queste sono minime, minime saranno pure le reazioni: così per l'opposto, se si considererà un fiume di molta velocità dotato, riuscirà molto sensibile il moto del di lui filone rispetto al moto de' filamenti laterali, e più vicini alle rive. Se dunque vi fosse tal fiume, che ristretto fra le sue sponde rapidamente corresse nel mezzo, ed assai lentamente alle rive, questi ogniqualvolta si venisse a dilatare in modo, che seguisse in esso un sensibile ritardamento del detto filone, acquisterebbero i laterali filamenti tal moto, onde tutte le parti egualmente, almeno al senso, si movessero; quindi resta manifesto, che poco o nulla contro dell'acqua operando le resistenze, altro non risentirebbero le sponde, che il peso dell'acqua, e pur che fossero vellevoli a contenerla, farebbero sufficienti ad impedire ogni loro squarciamento, anche quando esse sponde fossero superiori di livello alle Campagne adiacenti. E per l'opposto, ove sensibile è il divario fra il corso del filone, ed il moto de' filamenti laterali, le resistenze delle sponde dovranno contr'operare gagliardamente, come il loro ufficio non è che di reazione contro la forza

za

za dell'acqua ch'esse devono sostenere, e precisamente con quel grado, che levano alla velocità del fiume; comechè poi esse resistenze si oppongono in senso contrario alla direzione perpendicolare, che partendo dal filone viene a riuscire al punto, di cui si parla; però questo non solamente dovrà sostenere il peso dell'acqua del fiume, ma esser superiore di momento ancora a questi *conati laterali*, formati dall'acqua impedita nel proprio corso: e questo è il modo col quale vengono sforzati gli argini a cedere, oltre il naturale peso dell'acqua, e quando si prenda il moto del filone come un *moto libero*, e che non risenta delle resistenze delle sponde, si averà da un tal dato, il modo di ridurre a calcolo il valore di detto *conato* perpendicolare, che si pratica contro di esse sponde, che vincer devono per non essere squarciate.

I I.

*Corollario.* Da ciò nasce, che le sezioni de' fiumi a misura, che sono più veloci nel filone, meno sieno immuni dalle resistenze, senza che l'accelerazione del corso possa supplire al bisogno, sicchè il fiume non gonfi nelle parti superiori: indizio ben sarebbe del non esser delle ritardate, se egualmente tutti i filamenti dell'acqua si movessero; ed allora l'altezza viva dell'acqua nelle sezioni superiori nulla si aumenterebbe per la resistenza delle sponde, e gli argini nulla, oltre il gravame che loro recasse il solo peso delle acque, risentirebbero.

I I I.

Se un fiume di sponde parallele AC, ZF, le di cui velocità orizzontali venghino espresse per l'area BCDEF, il filone per RD, le minime velocità laterali per BC, FE, e l'altezza viva dell'acqua per BI, si debba allargare di maniera, che facendo la riva KL parallela alla ZF, succeda di passare per le sezioni di questo eguali quantità di acqua in egual tempo, e con velocità per tutta la larghezza così dilatata costante ed eguale alla massima RD del fiume più ristretto. Sia dunque BI altezza viva della sezione = A, BF sua larghezza = L, CDE scala delle velocità, di cui l'area LV (chiamando V la sua velocità); RD la velocità massima = W; l'altezza ricercata nell'alveo dilatato = a; e la sua larghezza parimenti da trovarsi = l; Per tanto, secondo l'ipotesi, sarà l'equazione  $LVA = aW$ .

ovvero

296  
CAP. XI. ro  $\frac{ALV}{W} = al$ . Si conduchi nell'angolo semi-retto ABS la ret-

la BSK; indi si faccia AV ovvero BT =  $\frac{AV}{W}$ , e si descriva l'iperbola OV tra gli asintoti BG, BI, sarà qualunque KG la larghezza ricercata = BG e GO ovvero BQ l'altezza pur ricercata, e per la natura dell'iperbola sarà  $OG \times GB = VA \times AB$ , onde a qualunque larghezza BL corrisponderà l'altezza BQ, perchè segua il corso con la detta velocità massima RD per tutta la detta larghezza.

I V.

*Corollario.* Generalmente dato un fiume, che corra con le velocità ritardate, la di cui larghezza sia BL, se ve ne farà un altro di qualunque altra larghezza BF, che cammini con le velocità libere, ed eguali da per tutto alla massima delle ritardate, saranno le altezze vive dell'acqua reciprocamente, come le aree fatte dalle velocità, e dalle larghezze; attesochè essendo  $ALV = aW$  farà ancora A. a :: lW. LV; il che &c.

V.

Riducendo il Problema dall'universale al particolare, si figurì il fiume GBZF coll'acqua alta come BI, il di cui filone RD, ed il cammino meno veloce verso le sponde, come viene dinotato dalla curva delle velocità CDE; supponendo dunque che l'acqua discorrente per il filone RD sia libera, nè risenta in alcuna sua parte la reazione delle sponde; in tal caso è certo, che se le dette sponde fossero sommamente lisce; tutta l'acqua di questo fiume camminerrebbe in ogni sito con la velocità massima RD, cioè non ostante, ridotta nel caso delle resistenze allo stato di *permanenza*, tanta quantità ne dovrà passare nella sezione *ritardata*, quanta nella *libera*, dove in questa passerebbe sotto una minore altezza viva; Saranno dunque le BL, BF eguali cioè  $L = l$ , e perciò  $\frac{AV}{W} = a$ , vale a dire, che l'altezza ricercata sarà nella ragione diretta di BI, e della velocità del fiume ritardato, e reciproca della massima velocità RD.

V I.

*Scolio*. Sia in grazia di esempio RD velocità massima eguale a 8, e la BI altezza dell'acqua nella sezione ritardata 10;  $V = 7$ , farà la BH altezza ricercata eguale a  $8\frac{1}{2}$ , onde lo scemamento dell'altezza verrà ad essere  $\frac{1}{4}$  di un piede, ovvero un piede ed un quarto, e le resistenze saranno sempre proporzionali alli due trilinei misti CND, DEM, determinati dalla tangente alla curva NM del punto D, e dalla produzione di BC, FE in N, M; ovvero facendo che il filone cada appunto nel mezzo della NM, faranno come il doppio dell'area di CND, e tanto avranno di più a resistere gli argini oltre il peso naturale dell'acqua che devono sostenere. Rilevando dunque da' fenomeni la natura della curva CDE, tutto il rimanente si determinerà facilmente. Ma se RD non fosse la massima velocità libera, ma risentisse essa pure qualche ritardo dalle resistenze delle sponde; in tal caso l'argine o la riva soffrirebbe maggior impressione di quella, che il calcolo dimostrasse; ciò accade ne' fiumi non molto larghi. Indizio poi che la BD sia la massima e libera, farà, se esaminando e riconoscendo i filamenti dell'acqua vicino al filone, saranno essi trovati in qualche numero progredire colla stessa velocità del filone stesso, cioè allor quando la curva termini per qualche spazio sensibile di qua e di là dal punto D nella tangente, oppure che nel detto spazio non declinasse da essa tangente, che insensibilmente.

CAP. XI.

V I I.

Come che un fiume a misura, che si allarga, meno risente delle resistenze delle sponde, così per l'opposto quanto egli si va più facendo stretto, vieppiù le prova; quindi al restringersi degli alvei, devono le sponde restar più tormentate non solamente dal peso dell'acqua, ma ancora dalle pressioni nate per la reazione delle dette resistenze: anzi se il fiume soverchiamente fosse ristretto, anche il filone stesso non potrà a meno di non restare impedito nel libero di lui corso: Essendo poscia varia la pressione, che fa l'acqua anche stagnante contro de' lati de' vasi, cosichè più vicino al fondo, sono maggiormente premuti, come si è veduto al numero IX del Capitolo II; Nella stessa maniera succedono gli sfiancamenti dell'acqua corrente contro delle sponde, i quali ove più la velocità è sensibile, più agiscono

Pp cono

CAP. XI. cono contro delle medesime, seguendo in somma da per tutto le leggi della detta velocità; ciò non ostante il tormento maggiore delle sponde non viene prodotto dalle dette potenze, ma bensì dalla corrosione, che riconosce ben altri principj de' sopradetti; per ispiegare i quali è necessario da saperfi, che il filone dell'acqua di sua natura dovrebbe occupar il mezzo del fiume, ma come che per ordinario le acque correnti per poco tratto conservano la rettitudine, così abbenchè saja, che dovessero le curvature obbligar l'acqua a tenersi col proprio corso maggiore verso del mezzo del fiume, ciò non ostante non poco declina questo verso la parte concava della detta curvatura. Sia il fiume ABCFED, che abbia la curvatura BCFE nel fine del tratto dritto AB, DE; Stia il filone GH nel mezzo del fiume: Se dunque in un assegnato tempo l'acqua del filamento GH ha forza di arrivare in I, un altro filamento parallelo al filone, situato più verso la riva AB, come sarebbe ML, non arriverebbe nel medesimo tempo se non in L, percorrendo uno spazio minore del primo. Perchè poi ogni moto di sua natura si fa per linea retta, per quanto si può, quindi tanto GH, che ML continueranno il più che loro sarà possibile, con la direzione GH, nè si accosteranno verso BC, fino a tanto che i filamenti fra AB e GI urtando nella concavità della riva non venghino da questa obbligati a rivolgersi verso K, e così il filone GI passata la sezione BE non più calcherà, come prima faceva, il mezzo del fiume, ma starà più accanto della riva concava BC come in IN. Sbilanciato il filone, ed accostato a BC, deve questa parte risentire maggior pressione della AB, sito in cui per la supposizione, cammina nel mezzo, e quanto più vien pressata la parte BC, altrettanto resta sollevata la EF; ove per ordinario rallentandosi il moto dell'acqua, accadono le deposizioni e le secche, il che serve poi a restringere maggiormente l'alveo, ed a caricare vieppiù la parte opposta BC.

TAV. VII. Fig. 7.

V I I I.

TAV. VII. Fig. 8. Nel fiume VZTY corrente da V in Z vi sia su la superficie posta una corda perfettamente flessibile QFAS, raccomandata a due punti fissi Q ed S, si cerca la curvatura di essa corda, o sia la natura della curva QFAS. Sia il filone del fiume NBAC; si conduca BP normale a questo, e sia essa l'asse della

la





rd  $\int \frac{dp}{1-pp} = ADC - BDC =$  al Settore iperbolico ABD, e CAP. XI.

per tanto  $\int \frac{dp}{1-pp} = DAB = q - \frac{m}{2+m} \times \sqrt{b-y} \left| \frac{2+m}{m} \right.$ ; Si

chiami  $DAB = s$ , farà  $s = q - \frac{m}{2+m} \times \sqrt{b-y} \left| \frac{2+m}{m} \right.$ , e final-

mente l'ordinata della curva  $y = BF = b + \frac{2+m}{m} \times \sqrt{s-q} \left| \frac{2+m}{m} \right.$ ,

il che era da ritrovarsi. Se dunque si prenderanno le Ff eguali da per tutto, e si determinerà BF eguale alla quantità predetta, si avrà il modo di descrivere la ricercata curva. TAV. VII. Fig. 8.

### X I.

Se si supponrà la sponda di un fiume composta di parti omogenee, di una stessa grossezza e collegazione con le vicine; la forza del fiume scaricandosi sopra di essa non altrimenti, che sopra la corda considerata al num. VIII. di questo, quella tal sponda non prima cesserà di cedere alle impressioni, di quello porti il grado di essa forza, che la verrà a costituire in una figura curva, che non mai farà ridotta alla sua vera forma, se non allora che la difformità delle impressioni a cagione di essa curvità, farà ridotta ad incontrare da per tutto le stesse resistenze, ed insomma solamente allora quando averà acquistata la piegatura della corda, di cui di sopra si è parlato, ottenuta la quale, la riva non farà più intaccata, e così si conferverà fino a tanto che altre circostanze non entrino a frastornare la detta disposizione, ch'è ciò di cui parla il Guglielmini nel Libro della natura de' fiumi al Corollario primo della Prop. 8. del Cap. VI.; Dal che resta poi evidente, che ove cada a percuotere la riva il filone del fiume, ivi debba essere il vertice di questa curva, o sia della corrosione, e che a misura della larghezza del fiume, anche più discosto debba cadere il detto vertice, quindi ne deriva, che i fiumi più grandi abbiano le loro volte o gombiate di maggior ampiezza, di quelle de' minori, ne poterfi realmente chiamar corrosioni, quando il filone del fiume non viene a premere la sponda, formando ivi essa corrosione il proprio

CAP. XI. prio vertice. Egli è pur chiaro ed evidente, che stabilita che sia la corrosione, restando in un perfetto equilibrio le resistenze delle rive con la forza di ciaschedun filamento dell'acqua, dee seguire, che la riva non resti più tormentata nel vertice o centro di azione di quello sia in ciascuna altra parte, ma che da per tutto soffrirà la stessa pressione, nè finalmente si cangerà l'equilibrio fino a tanto che non si cangiino le circostanze, o dell'acqua che urta, o delle rive che resistono.

### X I I.

Pretende il Barattieri al Capo secondo del Libro II. dell'Architettura delle acque, che essendovi da una parte del fiume una corrosione, e necessariamente dalla parte opposta, la spiaggia o renajo, dovervi esser due pendenze sopra le quali scorrono le acque, una naturale dal principio del nascimento de' fiumi, sino dove termina dentro del mare, e l'altra accidentale, che è da dove l'abaco è men profondo, cioè a dire dalla spiaggia alla parte, dove si getta la corrosione, e questa (spiegasi egli) poterfi dire accidentale, perchè resta mutabile, secondo si vanno mutando gli effetti de' fiumi ec. Il sentimento dunque dell'Autore si è, che la spiaggia rivolti l'acqua o tutta o parte a caricar il filone, e la riva, che da questo è posta in corrosione, la qual cosa abbenchè possa verificarsi in qualche senso, non può però seguirsi in riguardo della natura dell'acqua corrente, ma solamente rispetto ad alcune circostanze, che possono alterare il moto del fiume dalla sua origine fino al fine, nè tampoco può succedere secondo le leggi della Statica, avvegnacchè mantenendosi di livello la superficie trasversa del fiume da riva a riva, nè mai l'acqua da destra a sinistra passando, non può realmente asserirsi che nella medesima fezione camminar possa l'acqua, parte verso il suo fine, e parte con direzione verso della riva opposta; onde la proposizione del Barattieri per questo capo non si accorderebbe con le leggi del moto delle acque: contutto ciò si verifica il di lui sentimento, almeno in parte se non in tutto, ma per conoscerlo è di mestieri prender la cosa da suoi principj, e ben discernere quei accidenti, per i quali succede un tal fenomeno di moto accidentale, come lo chiama il detto Autore. Ciò che fa resistenza al corso delle acque, oltre gli accidentali impedimenti di gombiate ed altri ostacoli e resistenze, si è il per-

petuo soffregamento, che l'acqua è obbligata a fare e contro le rive, e contro il fondo: Del primo ne abbiamo parlato al numero XVII, e seguenti del Capitolo VII., e del secondo ne parlano l'esperienza e la ragione, come si è esposto a' numeri XIX., e XX. del Capitolo V. Anzi non saprei come meglio spiegare il modo con cui l'onda del mare si rompe sulla spiaggia, se non col mezzo delle resistenze, che l'acqua vi riceve in passando dal maggiore al minor fondo. Più di una volta mi sono curiosamente trattenuto ad osservare la maniera, con la quale il mare infuriato spinge i suoi flutti al lido, ed ho veduto, che non sì tosto l'onda arriva, ove il mare perde il fondo, e comincia la spiaggia sott'acqua, che essa onda si cangia di forma, ed in vece di conservare la naturale sua rilevanza sopra della superficie dell'acqua, essa in avanzandosi verso del Lido, più progredisce con le sue parti più alte, che con le più vicine al fondo, di modo che non sostentata l'acqua per il difetto di quella, che più tarda la siegue, cade e stramazza furiosamente dall'alto sull'acqua della spiaggia, e con strepito e fragore genera la spuma, spargendosi poi dilatatamente anche oltre il confine dell'orizzonte del mare, procedendo in somma il fenomeno dal non progredire tutto il corpo dell'onda con pari passo nel di lei moto, comechè questi riesca maggiore in superficie, minore verso del fondo, il che non accadendo per niente ne' luoghi di maggior profondità, chiara cosa è derivar lo sbilancio predetto dalle sole resistenze provenienti dal troppo vicino fondo, vedendosi queste valevoli a rattener di maniera il corso dell'acqua benchè spinta dal vento, che rispetto alla superiore, rimane notabilmente rallentata nel proprio movimento. Può anch'essere, che l'azione del vento non penetrando gran fatto dentro dell'acqua, muova con maggior energia la parte di sopra, con minore quella di sotto.

XIII.

L'acqua corrente di un fiume ha la propria tendenza verso lo sbocco, e desume il suo moto dall'inclinazione che tiene verso del suo recipiente sia poi desso o il mare, o un altro fiume; e sebbene l'acqua del filone cammina più veloce a qualche distanza dalle sponde, viene ciò non ostante regolato il sistema del corso dalla pendenza di tutto il fiume, da altro non nascendo il ritardo

CAP. XI.

CAP. XI. tardo di una parte sopra dell'altra, che dalle accidentali resistenze dell'alveo nelle rive e nel fondo; Si può nientedimeno dare il caso, che l'acqua viva di una sezione si trovi di sì poca altezza, che le resistenze del fondo estendino la loro azione assai sensibilmente contro tutta l'altezza viva dell'acqua, e queste resistenze possono esser di tal energia, che levino o del tutto, o quasi intieramente il di lei moto progressivo, con cui camminar dovrebbe sempre parallela al filone del fiume, il che quando succedesse uopo avrebbe di starsene o stagnante, o quasi stagnante; ma perchè il filone non ritarda gran fatto il proprio moto, meno certamente risentendo da dette resistenze, però (almeno ne' fiumi reali e molto dilatati) non potrà conservarsi in tale stato di cose l'acqua di livello in tutti i punti della larghezza della sezione, e potrà di qualche linea restar più basso il filone del rimanente di essa sezione, di quell'acqua cioè, che discorre più verso delle rive, e per tanto questa potrà anco esser rivoltata da un tale sbilanciamento verso di esso filone, il quale se per avventura si trova vicino alla riva opposta, verrà la medesima maggiormente caricata coll'accrescersi la di lei corrosione all'aumentarsi di tal forza laterale, che abbenchè non paja camminar direttamente ad investir il filone, nientedimeno nell'obliquità del corso che deve assumere, viene a sospingerlo verso dell'opposta riva; con che resta spiegato il Capitolo, di cui si è detto, del Libro secondo della Parte prima dell'Architettura di acque di esso Barattieri.

XIV.

Ogni fiume in qualsivoglia parte del proprio alveo, fuori de' monti, resta soggetto alle rotte, vale a dire, ad extravasare le sue acque fuori del di lui letto per un'apertura che si fa nelle sponde, ma non ogni rotta succede nella medesima maniera, conciosiacosachè ovvero che i fiumi corrono incassati fino ad una certa altezza de' loro argini, ovvero che questi tengono tutta la loro acqua all'altezza dell'orizzonte delle Campagne, oppure che hanno il fondo anche più alto del medesimo orizzonte, in tutti e tre i quali casi riescono diverse sì le cause delle rotte, che gli effetti delle medesime. Sia HCFG la sezione di un fiume contenuto fra gli argini HC, GF. L'altezza di una massima piena sia BD, ed AE sia la superficie dell'acqua di esso fiume posto in escrescenza: Si produci EA indefinitamente verso M, e da

TAV. VII. Fig. 10.

e da questo punto cada la perpendicolare PM. Sia poi la Campagna o in livello col fondo CF, come SO, o superiore a questo come RN, o del medesimo inferiore come TQ, e le cadute rispettive dell'acqua sopra di essa farebbero per tutti e trei casi, come MO, PM ed MN. E' poi da rifletterfi che in quattro diverse maniere si fanno le rotte, cioè la prima per tracimazione dell'acqua, quando viene più alta del ciglio dell'argine, come se arrivasse in KL; La seconda per l'intacco, che si fa dell'argine dalle corrosioni, potendosi questi ridurre a sottigliezza tale da non poter più reggere al peso dell'acqua, onde ne rimane sovente aperto. La terza, allora che i fortummi delle acque, facendosi assai vicini al piede dell'argine, incavernandolo, lo rendono incapace di reggerfi, mancandogli il fondamento; e la quarta finalmente, se qualche benchè esilissimo pertuggio sia o naturalmente, o artificiosamente introdotto nel corpo dell'argine, cioè o prodotto dal marcimento di radici di alberi, stati piantati nella grossezza del riparo, o da Topi che ne traforano, come è lor costume, sotterraneamente il terreno, oppure da qualche tristo e malizioso, che con trivelle fori a dirittura l'argine stesso. Abbenchè l'effetto della rotta sia il medesimo in qualunque modo succeda, nientedimeno molto diverso riesce il modo, con cui desse si aprono, come si anderà esponendo.

X V.

L'acqua nella superficie benchè corrente di un fiume, ritiene poca forza, cosicchè per vincerla, basta di opporvi de' piccioli arginelli di terra della grossezza di due piedi incirca, e talvolta il semplice solco dell'aratro, fatto lungo l'argine, che ad esser tracimato resta esposto, sollevando la terra all' altezza di poche once, basta per trattenerne l'acqua, che non trabocchi, nè ciò solamente può praticarsi ne' fiumi di piccola portata, ma è in costume nello stesso Pò, qualor minaccia di voler sorpassare coll'escrescenza l'argine: un tale sfioramento di acque, abbenchè paga di poca considerazione, contuttociò, quando accade, slamina l'argine, e dà modo all'acqua di penetrar nel più interno dello stesso, e di facilitare in poco spazio di tempo il di lui rovesciamento. Veramente sul principio del prodursi un tal effetto, misurandosi la forza dalla sola altezza viva IK, riesce assai insensibile, ma penetrando l'acqua il cotico, e sollevandolo in parte, lo riduce ad esser facilmente levato, onde corroso il ciglio dell'

Qq argi-

TAV. VII. Fig. 12.

CAP. XI. argine IH, l'acqua v' sempre più acquistando forza, per IN s'incanala, ed a poco a poco resta abbassata la superficie IH. A misura poscia di un tal abbassamento, crescendo l' altezza viva dell'acqua descendente per esso argine, si riduce questo a termine di distruggere e sovvertire ogni difesa che far poteva contro il fiume. A norma che la campagna è più alta, o più bassa rispetto al fondo del fiume cresce di momento la forza dell'acqua in discendendo per lo declive dell'argine INQ, accelerandosi a misura, che dal punto K si va scostando, quindi rendesi vevole a corrodere e scavare in TQ, quando ciò far non potesse in SO, ovvero in BN, e secondo alla corrosione superiore dell'argine, crescendo sempre di momento, va anche crescendo sempre di energia per scavarfi al piede dell'argine una qualche profondità, dal che rendendosi debole vieppiù il fondamento di questo, e l'acqua premendo incessantemente, in breve tempo resta rovesciato il riparo, ed aperta la rotta. Tali accidenti arrivano ai fiumi per certe straordinarie circostanze, che alle volte si uniscono ad ingrossarli eccessivamente, mentre per altro l' altezza dell'arginatura restano determinata superiore di qualche piede alle massime escrescenze, pare che mai dovessero nel modo predetto restar gli argini tracimati, contuttociò accadendo talvolta un predominio grande e continuato di Venti, e di quelli in specie, che tengono più dell'ordinario gonfio il Mare, e che inflano direttamente lo sbocco del fiume, restando il corso di questo impedito nel proprio scarico, meraviglia non è, se i ripari vengono formontati: così ancora succedono talvolta le piogge sì dirotte, e continuate, che gonfiando tutti ad un tempo gl'influenti, resta il recipiente talmente ricolmato di acque, che si rende improporzionato a contenerle, onde anco per tal motivo si fanno inevitabili le rotte, delle quali si è parlato.

X V I.

Altre rotte succedono a' fiumi per la debolezza dell'argine, quando cioè dalla corrosione resti intaccato di modo, da ridursi incapace a sostenere il carico dell'acqua: comincia per ordinario la detta corrosione dal fondo, essendo che quivi l'acqua pressata dal maggior peso, scarna assai facilmente il piede del riparo, levato il quale non può più reggere la parte superiore, onde a misura dell'intacco del fondo, va distruggendosi tutto il restante dell'argine; Egli è ben vero, che nel tempo in cui dura la



La piena, abbenchè resti il piede interiore dell'argine escavato e corrosò, sì dalla forza dell'acqua che sostiene, sì per l'adesione, che la medesima fa agli argini, stanno questi pur anco in piedi, abbenchè privi di fondamento in molta parte, ma non sì tosto danno giù le acque, che mancando del detto sostentamento, cadono a ripari a grandi porzioni. Tanto ci accadde di vedere sul finire dell'anno 1719, dopo che abbassatosi il Pò dalla piena che aveva poco prima sofferta, in viaggiando per esso da Pavia al Mare per occasione della visita generale, di cui spesse volte si è fatta menzione, a norma dello scemare dell'escrescenza, cadevano lung'h'esso fiume all'improvviso molte e molte pertiche degli argini, specialmente in quelle parti, ove erano i *froidi*. Ciò non ostante se il fiume è di fondo più basso delle aggiacenti campagne, non possono seguir sì agevolmente in esso le rotte, abbenchè, come si è esposto, restino intaccati gli argini, se le sole banche di dietro vagliono a contener l'acqua dall'extravasazione, come si è potuto osservare alla Volta detta della Colombara nell' Adige a Lusia del 1721, quando dal corso violentissimo, che ivi aveva l'acqua a cagione della vicina aperta rotta nella Volta inferiore di S. Francesco, restò talmente intaccato l'argine, che altro non aveva, che la banca verso la Campagna, e pure ebbesi campo di fortificare detta banca in maniera, che non puote esser asportata dall'acqua, benchè avesse un moto maggiore di ogni credere. Ma quando i fiumi hanno il fondo di livello, o anche superiore alla Campagna, in tal caso deve temersi la rotta, anche quando l'acqua del fiume va scemando: Che se in vece di calare tornasse a crescere, come non rare volte avviene, allora la rotta si rende, per così dire, inevitabile, mentre tracciando l'acqua l'altezza della rimasta banca, con tutta facilità la squarcia, anche se il fiume avesse il fondo più basso della Campagna.

## XVII.

La terza e quarta specie di rotte succedono per il trapelamento, che attraverso dell'argine, o sotto del medesimo, può far l'acqua: nasce il primo caso per ordinario da due cagioni, cioè o da fori, che nella solidità dell'argine, vi fanno talora i Topi, oppure dal marcirsi di qualche radice di albero, onde si lascia il luogo alla penetrazione dell'acqua, ed al formarsi delle rotte. Anco con trivelle ben lunghe di ferro maliziosamente

Qq z da.

CAP. dagli uomini per qualche suo scellerato fine, si fanno succedere le rotte, bastando all'acqua per farle, ogni benchè picciolo buco, onde insinuarsi. L'altro caso viene prodotto dalla mala qualità del terreno, su di cui è piantato l'argine del fiume, potendo esser o di cuoro, o di altra materia facilmente permeabile all'acqua, sotto della qual specie cadono tutte le sorgive, che nelle campagne a canto de' fiumi si osservano in que' paesi, che sono fatti a forza di alluvioni, ed ove altre volte vi erano Lagune, Laghi e paludi, ne' quali, abbenchè gli atterramenti li rendono in stato di esser retratti, nientedimeno non penetra mai sì dilatatamente il lezzo e la belletta, che restino empite tutte le sotterranee comunicazioni, di maniera che i ripari non mai acquistar possono la necessaria perfezione. Quando dunque le campagne per le quali discorre un fiume siano state prima della sopradetta qualità, faranno queste certamente soggette alle sorgive, ed al pericolo delle rotte e delle inondazioni: di tal natura si è quasi tutto il Ferrarese, il Polesine di Rovigo, ed il basso Padovano, questi due ultimi Territorj rispetto all'Adige, l'altro rispetto al Pò. Ciò che in tal proposito si rende parimenti rimarcabile si è, che il Polesine di Rovigo predetto, dal Castagnaro allo sbocco dell'Adigetto vicino a Cavarzere tiene le Campagne ancor più basse del basso Padovano, che le sta collocato dall'altra riva, ed il contrario segue fra essa bocca dell'Adigetto ed il Canal di Loreo, derivando ciò nelle parti superiori per essersi prima arginati quelli del Polesine, che i Padovani, e nelle parti inferiori per essersi sempre voluta la Laguna di Venezia (che altre volte arrivava all'Adige nelle vicinanze di Cavarzere) assicurata, perchè non avesse a ricevere le acque torbide di questo fiume, ond' egli lasciato liberamente scorrere dalla parte destra, ha potuto rialzare notabilmente i terreni aggiacenti, resi adesso dall'attenzione de' possessori in buona parte coltivati ed ubertosi: generalmente però parlando, ove le Campagne sono più basse, restano più soggette alle sorgive, e per conseguenza alle rotte, ed alle inondazioni.



XVIII.

Sia CHID parte di una fezione di un fiume, il di cui argine ridotto in profilo sia HABS; l'orizzonte della Campagna GM; il fondo dell'alveo HI. Suppongasi l'argine forato o da Topinare, o da radici di alberi marcite, oppure da qualunque altra cagione; intendasi l'altezza ordinaria del fiume FE, se vi sarà la comunicazione sotterranea EYKL, potrà l'acqua insinuarsi per la strada EKL fino nella Campagna, cosichè prodotta la superficie FE in Q, lasciando cadere la perpendicolare QL, farà la forza con cui l'acqua in L (prescindendo dalle resistenze, che incontra per la strada tortuosa EKL) farà per uscire, come se la medesima quantità di acqua cadesse dall'altezza QL, ed il movimento di es' acqua per scappare farà, secondo le note leggi della Statica come LQ moltiplicata nell'ampiezza del foro che somministra l'acqua, ovvero come il quadrato della velocità nella base dell'acqua ch' esce. Supponendo poi il fiume cresciuto in DC, allora figurandosi prodotta la DC, si lasci cadere la perpendicolare al piano di Campagna, e qualunque de' due fori EL, HM, spingerà l'acqua con una forza eguale alla NM moltiplicata nel suo rispettivo orificio. Così parimenti se vi fosse il foro rZ attraverso dell'argine, uscirebbe l'acqua con la forza dovuta all'altezza PO &c. E se la comunicazione EKL tortuosa s' incurvasse in K, di modo che il punto K fosse più basso del livello della Campagna, nientedimeno la forza non farà già quella che compete alla perpendicolare RK, ma solamente quella ch'è dovuta alla LQ; mentre nel tubo recurvo EKL, le parti YK, KL pesando egualmente una contro l'altra, si vengono vicendevolmente a sostenere, nè rimane altro sforzo, che quello che proviene dall'altezza LQ. In molte altre maniere può darfi la comunicazione fra l'alveo del fiume e la Campagna; in tutte però succederà sempre uno de' casi qui notati, e si ridurrà sempre l'effetto alla meccanica qui sopra descritta, in ordine alla forza con cui esce l'acqua dall'alveo verso la Campagna.

XIX.

*Corollario I.* Ne proviene da quanto si è detto, che le forgive possono esservi e non esservi, a misura dell'altezza maggiore o minore del fiume, quando cioè le comunicazioni restassero al di sopra della superficie bassa dell'acqua: che se rimanessero sotto

CAP.  
XI.  
TAV.  
VII.  
Fig. II.

CAP. to di questa, in tal caso faranno perenni, ma avranno più o meno forza, secondo che il fiume sarà più o meno alto, desumendosi sempre il grado di questa dalle altezze delle perpendicolari LQ, MN &c.

XX.

*Corollario II.* Resta pur manifesta la facilità che vi è, ov'essono le forgive, di aprirsi le rotte, mentre quando le comunicazioni EKL, HM portassero acqua lungo tempo, ed avessero molta velocità, come accade allorchè il fiume è sul crescere; in tal caso niente vi è di più facile, che il dilatarsi queste cieche strade e rami di comunicazione, onde ridotte che siano a molta ampiezza di diametro, cade l'argine che sopra vi incombe, e la rotta è fatta; tanto successe nell'aprirsi della rotta nell'Adige detta di S. Francesco a Lusia l'an. 1721 e tanto del 1737 all'Anguillara, e così quasi in ogni altra di detto fiume, mentre trascuratosi di provvedere ad una fontana, ch'era non molto discosta dal piede dell'argine a Lusia, assorbì questa improvvisamente il riparo, ed aprì quella gran rotta, per cui si divertiva quasi tutto il fiume a danno dell'ubertoso Retrato di S. Giustina, ed in quella dell'Anguillara, abbenchè la fontana fosse a molte pertiche discosta dall'argine, nientedimeno seguì la rotta coll' inondazione di tutto il basso Padovano.

XXI.

Circa al ripararsi dal pericolo delle rotte, si considereranno in primo luogo quelle che provengono da tracimazione di argine. O che dunque il formontamento dell'acqua è puramente accidentale per qualche straordinaria piena arrivata all'improvviso, oppure, che da qualche tempo si è venuto in cognizione, che il fiume con l'altezza delle proprie escrescenze arriva più vicino al ciglio degl'argini, di quello faceva altre volte; Se accade il primo, molto difficile è il riparar la disgrazia, se niente è trascurata; Se il secondo, converrà riconoscer diligentemente se nuove acque fossero state introdotte nell'alveo, o se coltivati terreni di monte, che prima non si coltivavano, sicchè le acque abino campo da precipitare senza ritegno verso dell'alveo, o finalmente, se il fondo del fiume per nuove deposizioni sia cresciuto, lo che sarà da rilevarsi mediante diligenti livellazioni e scandagli, fissati a' segni stabili fuori del fiume; in tutti e tre i detti

ti casi conviene senz'altro rialzar, tantosto che si potrà, tutte le linee degl'argini, di modo che rieschino questi più alti della massima escrescenza piedi due in tre. Un tal rialzamento si per render minore la spesa, si per guadagnar tempo si potrà effettuare nel principio mediante una semplice coronella, o come si chiama sul Pò, con un *soprasoglio*, che non è altro, se non un piccolo arginello largo tre piedi in circa e alto due, piantato sopra del piano superiore dell'argine dalla parte del fiume, il quale abbenchè di sì poca mole, non è però che non possa convenientemente resistere, avendosi già detto della poca forza che ha l'acqua vicino alla superficie: in progresso di tempo, ma il più celaramente che sia possibile, si dovrà poi ingrossare il detto *soprasoglio*, e ridurre alla larghezza del rimanente dell'argine.

## X X I I.

*Scolio I.* In tutti i fiumi dello Stato Veneto, per tacere degli altri, si è avuto bisogno di simili rialzamenti, essendo di tempo in tempo sopravvenute escrescenze tali, che per contenerle furono riconosciuti gli argini del tutto incapaci; sia poi stata la cagione o lo svegramento de' monti seguito da poco più di mezzo secolo in qua, o il riempimento del fondo per qualunque altra causa di deposizione di torbide. Due insigni documenti di tali alzamenti se ne hanno nel Pò, alla Polefella, ed alla Cavanella. La fabbrica del gran Vaso de' sostegni nel primo di questi luoghi, costrutta verso il termine del XV Secolo, non lascia angolo a dubitare, che l'altezza di quelle muraglie non fosse tale da contenere ben due piedi almeno, oltre le massime escrescenze, l'acqua del Pò; contuttociò adesso l'altezza di queste, come costa da' rilievi della Visita 1721 sotto li 18 Marzo, e primo Aprile, arriva a superare le coltellate di marmo che cuoprono il detto sostegno un piede ed once dieci di Bologna, cosicchè se a questi si agghiongeranno almeno due piedi di franco, ch'essa fabbrica doveva avere sopra le piene, resta manifesto esser quivi seguito in poco più di due secoli, dacchè esso sostegno fu piantato, un rialzamento o di piena, o di fondo di quasi 4 piedi di Bologna. Così alla Cavanella si conosce pur cresciuto il fondo, essendochè si ha da' documenti del Magistrato alle acque di Venezia, che quando furono fabbricate quelle Porte del 1623, fosse l'edifizio tenuto sì alto da lasciar la massima piena di allora piedi 3 di Venezia sotto i marmi delle coltellate e coperte

di

CAP. XI. di marmo; e tanto si rileva dall'indubitabile documento registrato in certo Libro d'Itinerarj ne' seguenti termini. *Ritornato (uno degli Esecutori di detto Magistrato) alle Porte della Cavanella piantato su l'arzero dal Proto Contino il livello, si livellò diligentemente & con l'occhio proprio degli Illustrissimi Signori Esecutori si vide che sempre con l'acqua di Pò anco molto bassa li sarà piedi 4 di acqua sopra li sogieri di esse Porte, & con ogni maggior escrescenza piedi tre e più di fabbrica.* Ma nella Visita suddetta li 14 di Aprile fu rilevato, che le piene presenti superano due piedi di Bologna le coltellate di marmo delle Porte, dunque esse piene, superano le antiche di oltre 5 piedi, di maniera che in poco più di un secolo è seguito a detta parte un tale alzamento: La prolungazione della linea di quel fiume reale farà facilmente stata la principal cagione di una sì riflessibile alterazione e disordine.

## X X I I I.

*Scolio II.* Del rialzamento del letto de' fiumi ne abbiamo un chiaro argomento anche dal celebre Vincenzio Viviani in quell'aureo suo Trattato indirizzato a Cosimo III. Gran Duca di Toscana, intorno *al difendersi da' riempimenti e dalle corrosioni de' Fiumi*; parlando dell'Arno, per cui veramente fece l'accennato Trattato; dice dunque a carte 25. *Ma trascurata sì lunga digressione, benchè non in tutto fuor del mio assunto, e ripreso questo colà, dov'io l'interoppi: non è dunque al giudizio mio, e di que' che lo provan con loro pregiudizio, da mettersi punto in dubbio un perpetuo riempimento del letto di Arno, il quale, non segue già, come evidentemente si scorge per uniforme altezza in universale, nè per tutta la larghezza del medesimo letto, non potendo ciò mai avvenire ne' Torrenti, che pregni di materia grossa, sono forzati a deporla per via, or da una parte, or dall'altra, qua in maggiore e là in minor copia, ed a crearsi e mantenersi in qualche luogo un canale serpeggiante e continuato più profondo che altrove per lo scarico delle acque basse e perenni; il qual canale non si riempie, o si rialza a gran segno, quanto fa il resto del letto, di cui, ben concedo ancora, che l'alzamento e il riempimento non segua, che a poco a poco, ed il più del tempo per insensibile, ma però è segue, e non obbliga l'esperienza a non ammetter per ragioni quelle di chi tiene in contrario. Questo occupamento del Vaso, e di continente, dà causa alle piene di procurarsi al luogo perduto, dentro le ripe più*

*più deboli, d'onde ne seguon le corrosioni, e Lunate, e di scorrervi ancora più alte, d'onde n'avvengono l'inondazioni.* Da' quali sentimenti appare non solo, come di fatto si è rialzato il letto di Arno, ma ancora il modo, con cui generalmente vadi esso rialzamento seguendo, a misura del quale, riconosciuto, com'è stato detto, diligentemente con la livellazione, e con lo scandaglio, si deve rialzar l'arginatura, cosicchè siavi in essa per lo meno due in tre piedi di franco sopra la massima piena. Una tal causa non sarà stata certamente l'ultima di aver prodotto il gravissimo danno risentitosi li 2 del passato Dicembre dalla Città di Firenze nell'improvviso e grande allagamento, che ha fatto Arno con immenso danno della popolazione e dentro, e fuori di quella nobilissima Capitale.

X X I V.

Le rotte o che accadono ne' fiumi incassati fra terra, almeno col loro pelo ordinario, mentre se sono anche nell'escrescenze più bassi delle Campagne, non possono seguir che corrosioni, ovvero succedono in que' fiumi, che il pelo basso hanno più alto delle Campagne, o finalmente in quelli che il fondo stesso del fiume hanno superiore alle medesime Campagne. Il chiudere quelle de' fiumi incassati, non è difficile molto, rispetto al serrare quelle de' fiumi, che o il pelo o il fondo tengono più alti delle Campagne, che inondano. Per sanare dunque quelle rotte della prima maniera, converrà osservare le seguenti regole. Primo, di non intraprendere la chiusura avanti che l'acqua non sia incassata nell'alveo, vale a dire, prima che la rotta più non corra. Secondo: E perchè non succede rotta senza gorgo e nel sito ove stava l'argine rovesciato, e nella Campagna a canto di questo, e qualche volta, dandosi il caso, ch'esso gorgo si avanzi di molte pertiche verso della detta Campagna, però sarà ben da esaminare, se sia di maggior vantaggio il tirar il nuovo argine di figura circolare, schivando il gorgo, oppure tirarlo in linea retta, attraverso del medesimo gorgo: si fa di figura circolare allorchè questi è troppo profondo, e si traversa quando non è tale, in linea retta; per lo più però nelle maggiori rotte de' grandi fiumi è di mestieri gettarsi alla figura curva, come si è fatto nel chiudersi della gran rotta Contarini nel Pò l'anno 1726. Terzo: Non si ha a cercare che il nuovo argine a misura che si porta la terra resti stabilito, ma basta

R r

anco

CAP. anco talvolta ammontonare la terra nel sito, ove anderà eretto, riducendola con le maggiori scarpe possibili, e ciò perchè se il fiume nell'atto di serrare la rotta si ponesse in escrescenza non rovesci i lavorieri, il che non succederà, purchè l'acqua non formonti in altezza i fatti ripari. Quarto: Si comincerà l'argine o l'ammassamento del terreno dall'uno e dall'altro termine della rotta per unire poscia nel mezzo il lavoro. Quinto: Nel condurre la terra per la formazione dell'argine si adopereranno animali per condurre le biroccie, e ciò ad oggetto di maggiormente calcare ed affodare la terra, e in difetto delle biroccie converrà moltiplicare la gente. Alla predetta Rotta Contarini, mancando il modo di avere tanti animali e biroccie, fu supplito coll'impiego di 1500 persone, essendo stata quell'opera di estesa sopra le 1100 pertiche; nè il Pò, abbenchè crescesse nel tempo del lavoro, puote recarvi pregiudizio alcuno. Sesto; Tirando poscia l'argine nelle sue vere linee e profili, si avrà la mira di lasciarvi la scarpa di due piedi per piede di altezza verso Campagna, e di piede per piede verso il fiume. Settimo; ogni nuovo argine, che sia fatto per chiuder qualche rotta, avrà ad esser munito di una conveniente banca all'altezza in circa della due terzi di tutto l'argine, e se la Campagna sia assai bassa, si farà in oltre altra sottobanca, la metà più bassa della prima, onde resti l'argine perfettamente assicurato e difeso. Sia in grazia di esempio

TAV. VII. FGABCD il corpo dell'argine; la di lui scarpa verso del fiume F. G. 12. BC sia di piede per piede, ma quella verso della Campagna AG sia di due piedi per piede; HGFI sia la banca; HL la sua scarpa inclinata, come quella dell'argine; MLKNO la sottobanca, parimenti inclinata nella sua scarpa MO, come le altre, e tutto il corpo OMLHGABC farà tutto il profilo dell'argine, che avrà a resistere alla forza dell'acqua. Ottavo: è d'avvertire, che la superficie AB sia un poco inclinata verso del fiume, perchè le acque piovane non si possino fermare con danno del terreno e del riparo. Al contrario i piani della banca e sottobanca vanno tenuti con qualche pendio verso la Campagna per il medesimo motivo. Nono; se la terra con cui sarà costruito l'argine non fosse della più perfetta qualità, ma avesse del fabbionaccio, in tal caso saranno da coprirsi le scarpe con arelle doppie ben ficcate co' suoi cavicchi o terraticoli, acciocchè restino difese dal vento, e dagli animali, che sopra vi potessero passare. Decimo; e finalmente al piede di esso argine in C farà da ergervi un



un paradore a palificata con viminatura se il fiume è grande, e CAP. soffre i pali, ovvero ancora se il corso lo tolera, formarlo di dop- XI. pie arelle raccomandate a proporzionati pali, e nell' una e nell'altra maniera acciocchè l'acqua arrivi stanca al piede dell' argine, e deporre vi possa la torbida che seco porta. Alla rotta Contarina, di cui si è detto, e le scarpe in molta parte, ed il dinanzi fu coperto con le dette arelle con buona riuscita.

## X X V.

*Scolio*. Le rotte del Pò, come che ha egli la sua superficie bassa, inferiore a quella delle aggiacenti Campagne, si prendono sempre nel modo antedetto, variandosi solo nella grossezza maggiore o minore de' ripari, essendo che quanto più il sito della rotta è distante dal mare, altrettanto tiene bisogno di maggior grossezza de' detti ripari, volendosi intendere però di quella distanza, che può arrivare alla maggiore intumescenza possibile del fiume, o sia al ventre della piena, di cui si è detto al numero XXXIII e seguenti del Capitolo IX, giungere nel Pò verso di Borgoforte sul Mantovano, passato il qual sito, non crescendo essa piena a tant'altezza, non ricercherà poi, che ripari proporzionati. Egli è ben vero, che in queste parti più lontane, avendo il Pò assai più declivio, che nelle parti inferiori, e per conseguenza una maggior velocità, converrà regolarli anche secondo un tal accidente per stabilir adeguate difese; ma è ancora vero, che trovandosi in dette situazioni le Campagne altrettanto più alte, che più verso il mare, non potranno gli argini risentire dell'impeto maggiore dell'acqua a causa della maggiore inclinazione, che per molto poco della loro altezza, è assai vicino al loro ciglio, dove il momento della forza, da quanto si è esposto al numero V del Capitolo X, va sempre scemando fino a ridursi in nulla, onde la detta maggior velocità dell'acqua non potrà tanto operare, che obblighi ad ingrossar gli argini più del dovere. In fatti nel Piacentino e Cremonese nulla hanno a che fare le arginature in paragone di quelle delle parti inferiori del Mantovano, Ferrarese, e Veneziano, nè queste in paragone di quelle oltre della Cavanella, e ciò per li detti motivi della forza variante del fiume a misura de' diversi siti, ne quali viene considerata.

## X X V I.

Abbenchè però le rotte sopradette sembrano e le più facili a prenderli, e ciò che più importa, prescindendo dall'inondazione fino che dura il fiume alto, senza che rechino altre più funeste conseguenze, nientedimeno possono qualche volta esser fatali, e dar luogo alla disalveazione di tutto il fiume con immenso danno delle Provincie; accade ciò, quando esse rotte formano cavamento tale, sicchè col mezzo di altri canali, e della maggior brevità del cammino per passar al mare, in vece di sparger l'acqua dilatatamente per le Campagne l'uniscono in un solo canale, formando un nuovo fiume; tali rotte vengono dette comunemente in *cavamento*, e spaventano i popoli nel dubbio di qualche positivo disalveamento, come accadde sul terminare del secolo decimosecondo a Figarò nel Pò, quando apertasi poco inferiormente a questa Terra da un certo detto Siccardo maliziosamente la riva sinistra del Regio fiume, non puote mai restar chiusa per quanta attenzione e fatica vi si ponesse da' Cispadani, cosicchè dentro lo spazio di non molto tempo, formatosi un giusto alveo, ed unitosi ad altri canali trovati prima di arrivar al mare, puote formare dalla Stellata a questo il moderno Pò di Lombardia, o di Venezia che si dica; ed abbenchè allora non si perdesse il Pò maestro che andava per Ferrara al mare, per i due alvei di Volano e Primaro, nientedimeno per varj accidenti seguiti negli ultimi secoli, si è poi questo tronco maestro perduto affatto, rivoltatasi l'acqua tutta per esso Pò di Venezia; ed ecco quali effetti funesti possa produrre una rotta o trascurata, o in sito che renda impossibile la di lei presa anche ne' fiumi che corrono col loro pelo ordinario incassati fra terra, non che in quelli che alle Campagne lo tengono superiore, per tacere di quelli che fino il fondo tengono più alto di esse Campagne.

## X X V I I.

Molto maggiore è l'impegno di prender le rotte di que' fiumi, che per stare col loro pelo ordinario più alto delle Campagne, sempre corrono, anche dopo che si sono abbassati; camminano questi per l'aperta rotta con le loro acque tanto veloci per la bassezza degli aggiacenti terreni, che quasi tutte le rivolgono in essi, spargendole poscia largamente per le Campagne, inondando il paese, otturando i scoli, e rovinando le fabbriche che incontrano.



Per concepire in qualche modo la gran forza dell'acqua in discendere nelle Campagne, intendasi AZOFEP la sezione del fiume; l'argine squarciato dalla rotta sia EPQS; L'orizzonte dell'acqua alta, allorchè sussisteva l'argine sia ABC; l'altezza viva dell'acqua con cui sarà caduta nel primo momento dello squarciarsi, sopra la Campagna, sia la BE; l'altezza dell'acqua nella Campagna la HY, essendo il piano di questa EH; tolto dunque l'argine EP che serviva all'acqua di appoggio, dovrà inclinarsi verso della rotta, acquistando prima l'inclinazione AYI, e poi sgorgata che sia per qualche tempo, la ZVYI, dovendosi per necessità abbassare il fiume nella libera uscita, che ritrova per l'apertura di essa rotta: cadendo dunque dal principio l'acqua da B in E, non potrà di meno di non escavarvi il gorgo FTH sotto del livello della Campagna, e poi ridotto il pelo nell'inclinata ZI, caderà pur anche l'acqua per la DE, e farà il momento della prima caduta al momento della seconda supposta la medesima larghezza della rotta come BE a DE; quando i punti E ed Y siano nella stessa orizzontale.

CAP. XI.  
TAV. VII.  
Fig. 13.

XXVIII.

Perchè il fiume non solo prende l'inclinazione AI, e poi la ZI nella sola sezione dirimpetto alla rotta, ma deve formarsi la cadente delle parti superiori sopra il punto E, vero fondo della rotta medesima; così per molto tratto nelle occasioni delle aperture degli argini si vede con gran corso muoversi l'acqua verso di questa parte, dalla qual violenza di moto ne segue poi un altro gravissimo disordine, ed è quello della rovina delle arginature, non essendo possibile che resistere possino a non esser scarnate e corrose in moltissimi siti, ed in quelli principalmente, ove il filone del fiume striscia al piede delle medesime; Che però non mai vediamo accaduta una rotta senza che succeda per lunghissimo tratto il dirupamento interno de' ripari. Intendasi dunque nella sezione del fiume in escrescenza AZOFEP, gli argini AZ, PQSE, de' quali PQES venghi rovesciato sino in ES, l'acqua però trovando maggior facilità ad uscire per questa apertura, che a progredire per l'alveo naturale del fiume, vi si scaricherà per la medesima parte, prima secondo tutta l'altezza BE, poi successivamente per la DE, e finalmente per la VE con il momento che sarà proporzionale all'apertura predetta, cioè se la larghezza, che occupa l'acqua nella rotta è fempre

CAP. XI. pre la stessa, in ragione delle predette altezze, essendo che sono come le masse nel quadrato della velocità, ed il quadrato di questa, come l'altezza dell'acqua; se poi varia fosse la larghezza occupata dall'acqua della rotta ed in piena e dopo di questa, sarà esso momento in ragione composta delle altezze predette, e della rispettiva larghezza dell'acqua: dovendosi avvertire, che le predette altezze sono le ragguagliate, essendochè i specchj delle rotte non sono già rettangoli, ma bensì formati essi pure irregolarmente, come le sezioni dei fiumi.

XXIX.

L'acqua appena uscita dall'angustia della rotta, trovando la campagna dilatata, deve per questa tutta spandersi, però caverà bene al piede dell'argine il gorgo FTH, qualche volta molto profondo, ma la di lui estesa non farà che di poche pertiche, perchè l'effetto non può superare la sua causa. Da altro motivo ancora vengono prodotti i predetti gorghi, cioè allora quando per sotterranei meati introdotta l'acqua in campagna, si leva finalmente in collo l'argine, e quanto i detti meati sono più profondi, tanto più profondo riesce anche il gorgo, disposta ch'è la terra dalla penetrazione dell'acqua ad esser facilmente asportata. Dietro a' fiumi arginati si veggono molti e molti di simili gorghi, lasciandosi d'ordinario fuori dell'argine, talvolta però, come si è esposto al numero XXIV. di questo siamo obbligati a prenderli dentro del riparo verso del fiume; Sono dunque essi laddove si scorgono sempre indicio di rotte altrevolte seguite.

TAV. VII.  
Fig. 13.

XXX.

Ma non sì tosto l'acqua della rotta è uscita dall'alveo, ed ha oltrepassato il gorgo ES, che se trova la campagna aperta e non chiusa da arginature, si eleva a pochissima altezza sopra della medesima, ma se resta impedita da qualche argine trasversale, cosicchè dopo allagato un tratto di campagna, non abbia esito, allora si alza fino a pareggiare il livello del fiume, se però quel tal argine o naturalmente, o artificialmente non si venghi ad aprire, mentre allora si riduce l'acqua alla sola altezza, o poco più, come se argine alcuno non vi fosse, di modo che se in grazia di esempio dopo cessata la piena, la caduta dell'acqua dal fiume nella Campagna è la VE, inclinandosi il fiume per

la ZVY, farà l'altezza nella Campagna la HY. Il corso per altro è molto violento, non ostante che l'acqua abbia poca altezza, almeno per qualche buon tratto, ed a misura che l'altezza, da cui cade, è maggiore, o minore. Nè prima cessa da allargarsi essa rotta, di quello che non sia resa proporzionata al corpo, che deve scaricare, quando bene qualche forte tivarro o altro ancora più solido impedimento nell'argine non proibisca l'ulterior dilatazione della rotta, nel qual caso sempre più violento si mantiene il corso.

XXXI.

Aperte che sono le rotte deve per necessità il fiume starse ne assai più basso del solito, quando esse rotte siano di quelle, che sempre corrono, come accade ne' fiumi, il pelo de' quali si conserva in ogni tempo più alto delle Campagne; quando però si abbia a fare il calcolo delle masse dell'acqua, che passerà, o per il fiume poco superiormente alla rotta, o per la rotta medesima, o per l'alveo inferiormente alla rotta, allora volendosi servire dell'altezza viva dell'acqua per calcolare la velocità, non produrrebbe di gran lunga la vera stima, essendochè troppo rapido è il moto, che l'acqua in quelle vicinanze concepisce per la rotta. Il più sicuro squittinio farebbe quello d'indagare i gradi del moto, come fu esposto al num. V. e seguenti del Capitolo V., ma il collocarsi con barche in rotte o vicino a rotte, porta seco e della difficoltà, e del pericolo; si crede dunque che non si andasse molto lungi dal vero, supputando le velocità non in ragione delle altezze vive delle acque o del fiume o della rotta elevata a qualche dignità, ma bensì secondo all'altezza viva e ragguagliata dell'acqua, che avrebbe il fiume, come se alcuna rotta non fosse aperta, il che si potrà ben rilevare, e dalla deposizione de' pratici, ed anche col ricercare, in parti però molto lontane dalla rotta, lo stato dell'acqua, e riportarlo con le necessarie circostanze al sito in questione; quando però si faccia questa ricerca in tempo di acque ordinarie, e magre, sarà sufficiente l'indagare da paesani a qual altezza stava l'acqua nel detto stato, prima che la rotta fosse aperta, mentre al certo, rispetto alle parti superiori e molto lontane dove la chiamata della rotta non si risente, l'acqua cammina con quell'altezza, che camminerebbe all'incirca se niuna rotta vi fosse, onde lo scarico potrà calcolarsi, come prodotto dalla forza

za

CAP. XI. za totale, che avrebbe l'acqua, se mantenuta fosse all'ordinaria sua altezza: ch'è quanto si può raccogliere in una cosa tanto lubrica ed oscura, onde andare ne' calcoli il meno errati, che sia possibile.

XXXII.

TAV. VII. Fig. 14.

La larghezza dell'alveo superiormente, ed inferiormente alla rotta, sia  $CD=LM$ ; L'altezza dell'acqua superiormente ad essa rotta, che si suppone dover correre sia  $BE$ , la qual altezza se non fosse la rotta, s'intenda che fosse  $BA=NO$ : L'altezza viva che tiene la rotta nel suo specchio sia  $HK$ , e quella che ha l'acqua nell'alveo inferiormente alla rotta,  $NP$ : mediantile palificate, o altra operazione sia ridotta la larghezza o apertura della rotta  $FG$  ad essere  $FS$ , durando nello stato di permanenza l'acqua, come prima, anche dopo il ristringimento predetto; debbasi trovare a qual altezza  $BR$ ,  $HQ$ ,  $NT$  salirà l'acqua, supponendosi questi aumenti a maggior facilità tutti eguali, abbenchè rigorosamente parlando la  $RE$  dovesse essere un pò maggiore di  $KQ$  e di  $TP$ , ma potendosi considerare questa differenza come insensibile, si potranno prendere come eguali i predetti accrescimenti; dicasi  $AB=IH=ON=a$ ;  $CD=LM=b$ ,  $BE=c$ ,  $HK=d$ ,  $PN=f$ ,  $FG=m$ ,  $FS=n$ ,  $RE=KQ=TP=x$ ; sarà  $BR=c+x$ ,  $HQ=d+x$ ,  $NT=f+x$ , onde per i principj statici (supponendosi bensì il corpo dell'acqua essere il prodotto della sua altezza viva nella larghezza della sezione, ma la velocità desumendosi dall'altezza  $BA$ , che avrebbe se la rotta non fosse aperta, almeno per rapporto delle parti superiori, e del sito di essa rotta) sarà l'equazione  $b \times c + x \sqrt{a-n} \times d + x \sqrt{a-b} \times f + x \sqrt{f+x}$  prendendosi la sola  $NT$  nell'alveo inferiore per l'altezza, che dà la velocità, essendochè l'acqua non si muove, se non coll'impulso di questa, a differenza di quella, che si muove e nella rotta, e nell'alveo superiore in vicinanza di questa, onde sarà ancora  $b \times c + x \sqrt{a-n} \times d + x \sqrt{a-b} \times f + x$ , ovvero  $bc + bx - ad - nx \sqrt{a} = bf + ba \sqrt{f+x}$ , e facendo  $bc - nd = rb$ ;  $bx - nx = tx$ , sarà  $axrb + tx^2 = f+a \sqrt{bb}$ , e finalmente l'equazione del terzo grado  $x^3 + 3fx + 3ffx + f^3 = 0$ .

$$-\frac{a+}{bb} - \frac{2arbx}{bb} - \frac{arbx^3}{bb}$$

fia

fia  $3f - \frac{att}{bb} = l$ ,  $3ff - \frac{2arbt}{bb} = b$ ;  $f^3 - \frac{arrb^3}{bb} = k$ , e l'e-

quazione sarà ridotta a  $x^3 + lxx + bx + k = 0$ , e facendo  $z = \frac{x}{l}$  per levare il secondo termine, sarà  $z^3 + \frac{l}{l}z + \frac{b}{l}z + \frac{k}{l} = 0$

e di nuovo prendendo  $\frac{1}{3}ll + b = p$ , e  $\frac{1}{27}l^3 - \frac{1}{3}bl + k = q$  si cambierà in  $z^3 + pz + q = 0$ , da cui è facile tirar il valore della radice  $z$ , e finalmente da questa quello di  $x$ , che sarà  $x = z - \frac{1}{3}l$

$$= \sqrt[3]{\frac{1}{27}q + \sqrt{\frac{1}{27}qq + \frac{1}{27}p^3}} - \sqrt[3]{-\frac{1}{27}q + \sqrt{\frac{1}{27}qq + \frac{1}{27}p^3}} - \frac{1}{3}l.$$

XXXIII.

*Scolio.* Per dare un esempio; sia in once,  $AB = a = 80$  ( e pur in once tutte le altre quantità )  $CD = b = 2880$ ;  $BE = c = 60$ ;  $HK = d = 50$ ;  $PN = f = 36$ ;  $FG = m = 1000$ ; sarà fatte le debite riduzioni e calcoli  $l = 34$ ;  $p = 953$ ;  $q = 36259$ ; onde l'equazione sarà mutata in  $z^3 - 953z + 36259 = 0$ , ed  $x$  sarà per la formola sopraposta eguale ad once  $12 \frac{2}{3}$ , e tanto sarà l'accrescimento per il restringersi della rotta, quindi l'alveo inferiore comincerà ad avere un piede di acqua di più a comodo della navigazione, se il fiume sarà navigabile ed a vantaggio di levarsi gli abbonimenti, che faranno seguiti per la rotta: a misura per tanto del restringimento, anderà sempre crescendo l'acqua nel fiume, e si potrà indagare la quantità di questo aumento col metodo sopradescritto.

XXXIV.

Sia la rotta ACDE accaduta all'argine destro del fiume FGAD, cosicchè l'acqua per la massima parte si scarichi per essa apertura AD, senza mai cessare, essendo per la supposizione il pelo del fiume sempre più alto in qualunque stato di acqua della superficie della campagna. Armate che siano le teste della rotta, se tale sia il loro bisogno, di buone palificate, perchè di vantaggio la bocca non si allarghi, la prima operazione sarà quella di piantare una lunga palificata, che cominciando in A cioè da 20. pertiche in circa superiormente a C, si estenda attraverso della rotta, come AB, potendo fare con la direzione dell'argine, a cui si raccomanda un angolo di 170 gradi incirca, ed in tal modo verrà dolcemente a respinger l'acqua verso l'alveo

TAV. VII. Fig. 15.

Ss in-

CAP. XI.

inferiore del fiume H, e si proibisca per quanto si può l'uscita dell'acqua per la rotta. Chiamasi questa palificata così disposta, *paradore*, preso il nome dall'effetto, conciossiachè rivolge e spinge l'acqua altrove dalla direzione acquistata per l'apertura dell'argine. Il *paradore* vuol esser fabbricato con pali ben lunghi, forti e spessi cioè testa con testa, perchè possa, e reggere al carico violento dell'acqua, ed impedire che questa in minor quantità, che sia possibile non si diverta nella rotta; va egli ben legato con traversali filagne, ed anche assicurato, ove il bisogno lo ricerchi con pali di appoggio, in quella guisa che resta espresso al numero XXXVII. del Capitolo precedente; fatto che sia e ben assicurato il *paradore* nel modo predetto, si osserverà l'acqua contenersi nel fiume più alta di prima, facendo questo riparo in sostanza un vero restringimento della rotta, come si è esposto ne' due numeri precedenti, anzi dall'effetto di esso *paradore*, e dal contenere più o meno l'acqua, si potrà col metodo del numero antecedente calcolare quant'acqua di più resterà nel fiume, fatta che sia quella difesa di una data lunghezza, ma perchè fra palo e palo, per quanto l'arte procuri di ben adattarli, pur vi passa dell'acqua, perciò ad oggetto che il calcolo possibilmente si accosti al vero, si potrà sempre diffalcare un terzo: cosicchè se in grazia di esempio sarà stabilita la lunghezza del *paradore* di pertiche 50, si potrà conteggiare, come se fosse di un terzo meno incirca.

XXXV.

*Scolio.* Non è però, che molto tempo prima d'intraprenderli formalmente la chiusura della rotta debbasi piantar il *paradore*, come di fare parerebbe idoneo a motivo di rattenere il più che fosse possibile l'acqua nel fiume, e ciò perchè il violento corso escaverebbe a canto di questa palificata delle profondità riducendo deboli i pali stessi, e sovente anco per poca escrescenza, che sopraggiungesse, ponendo in pericolo essa palificata di esser rovesciata: quindi è che l'impianto del *paradore*, deve bensì anteporsi a tutte le altre operazioni, quando si sia nel caso dell'otturazione della rotta medesima, ma poco dopo all'erezione di questo, devono susseguire gli altri lavorieri, destinati nel più breve tempo a chiuder, ed assicurare l'apertura. Si è detto che i pali de' *paradori* devono esser posti senza sensibile intervallo uno a canto dell'altro, il che si deve intendere de' *pa-*

ra-

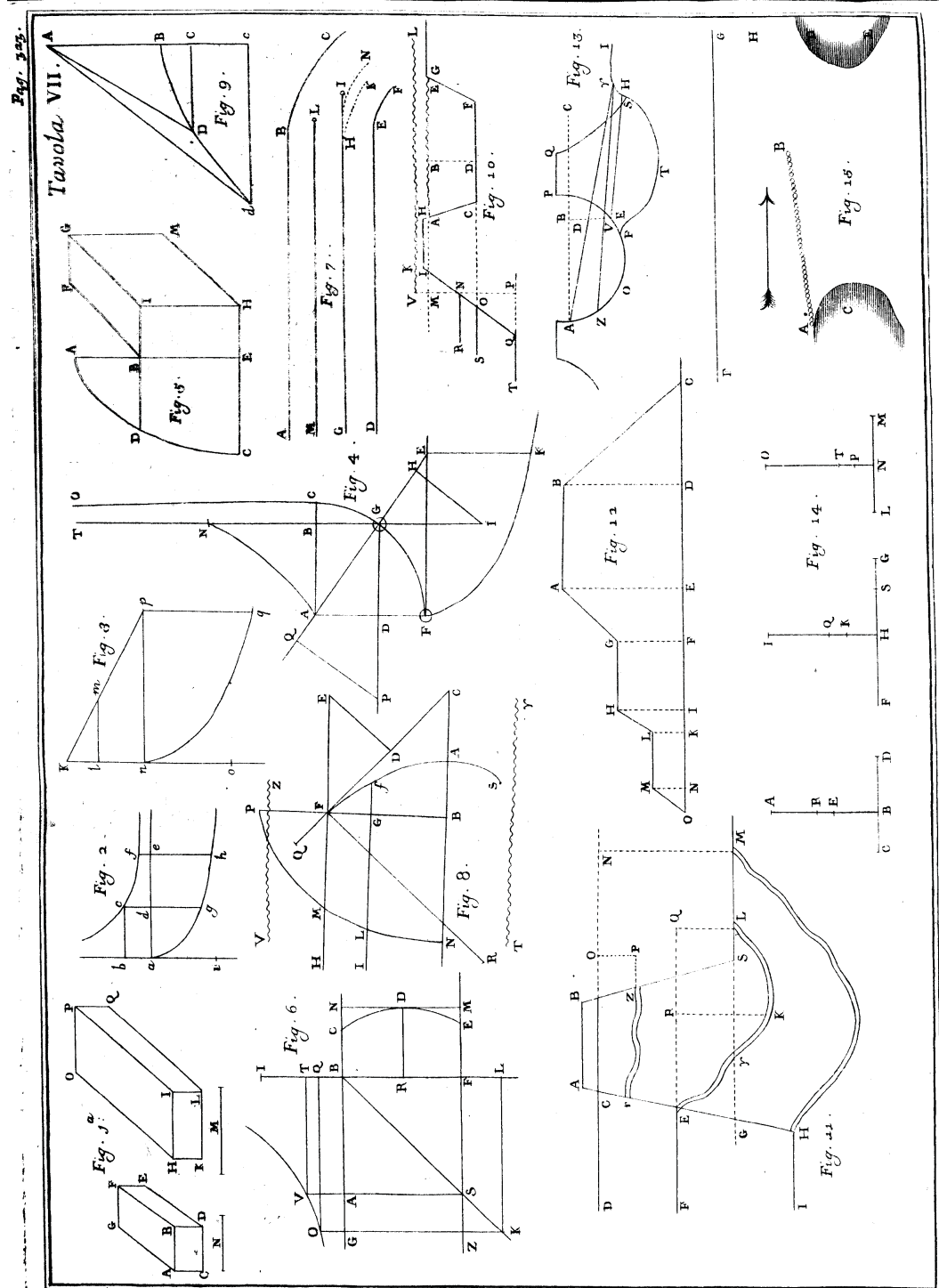


*radori* fatti per le rotte di maggior impegno, e dove il corso dell'acqua è molto grande, cosicchè tolta questa circostanza, si potranno anco ergere con pali alquanto fra di essi discosti, e fino ad avere la distanza fra palo e palo, quanto porta la grossezza di uno de' medesimi, ed anche qualche cosa di più, ma dovranno poi essere tessuti con fraschumi di vimini ben assicurati con degorenti e lattole, servendo tal inviminatura per impedire sempre più il corso dell'acqua fuori dell'alveo, nè sarà mai a proposito l'inviminare in qualche modo anco *que' paradori*, ne quali non rimangono intervalli, se non piccioli fra palo e palo per supplire al difetto del combaciamento, ma in tal caso l'inviminatura dovrà esser posta a ridosso della palificata, non potendosi tessere fra i pali, per la distanza che manca, tra l'uno e l'altro.

XXXVI.

Alla costruzione del paradore si dovrà poi far seguire l'impian- to della palificata maestra, come la DF, ed è da avvertire, che tal volta conviene formar il paradore QR, separato affatto dalle palificate che hanno a servire per l'otturazione della rotta, se il corso è precipitoso, ma talvolta il paradore *Ab* può servire alle operazioni che si fanno per l'effettiva chiusura della medesima rotta. La palificata maestra dunque spiccandosi dalla parte sinistra della rotta andrà dirittamente verso la destra, e a un dipresso nel sito in cui caderebbe il piombo del ciglio dell'argine dalla parte del fiume, e questa si avvanzerà fino che arrivi a coprire il margine destro della rotta, senza che si profeguisca fino ad attaccarsi alla riva, essendochè la contropalificata maestra supplirà a questo difetto. I pali per la costruzione di essa palificata maestra devono esser ben fitti, vicini l'un all'altro, come quelli del paradore ben legati con filagne, ed assicurati insomma nella più valida maniera, dovendo anco servir di appoggio al paradore, quando così lo ricerchino le circostanze, e ciò medianti le catene o pali trasversali *ab*, *ab ec.*, ed in tal maniera rimarrà ancora di vantaggio impedita l'uscita dell'acqua dalla rotta, crescendo nel fiume tanto superiormente, che inferiormente di essa, ed appoggiandosi a queste palificate maggior quantità di acqua, sarà anco maggiore la resistenza che faranno, e per tanto non si dovrà differire

TAV. VIII. Fig. 1.



CAP. XI.



CAP. rire il follecito impianto delle altre palificate, perchè si possa  
XI. quanto più presto cominciare il nuovo argine.

## X X X V I I.

Alla palificata maestra deve succedere la contropalificata, e quando si possa, deve esser questa piantata nel medesimo tempo che la prima, cosicchè cominciandole tutte e due alle rispettive teste de' loro argini si vadino ad incontrare, a motivo che con più forza resti inibito il corso all'acqua. La distanza della contropalificata dalla palificata maestra dovrà essere quanto comporta la larghezza del piano superiore dell'argine, di modo chè se la detta palificata maestra, deve stare a piombo del ciglio dell'argine verso del fiume, la contropalificata dovrà collocarsi a piombo dell'altro ciglio verso campagna, dove cioè comincia la scarpa nella parte superiore dell'arginatura; Chi però la facesse anche qualche poco più ritirata non commetterebbe errore alcuno; insomma quando abbia dalla palificata maestra la distanza di piedi 15 in 16 starà ben collocata: In questa figura della rotta, essendo AB il paradore, FD la palificata maestra, farà CP la contropalificata pur maestra, quale avrà essa pure a servire di appoggio alla prima palificata maestra, mediante le catene e traverse de' pali a guisa di *orboni* FC, GP con gli altri di mezzo a questi paralleli come viene espresso dalla figura; lo spazio poi FCPG si chiama la *castella delle Volpare*, perchè quivi principalmente esse si annegano, e fondano per servire di base al corpo dell'argine, che dee esser piantato intal sito, estendendosi le scarpe fuori di quelle palificate tanto verso il fiume, che verso la campagna. Il sito PGD si può lasciar talvolta senza contropalificata, essendochè correndo il fiume da A in B, ed il corso grande della rotta trovandosi ordinariamente poco discosto dalla di lui parte destra, cioè poco lontano da F ne segue, che per tutta la GD vi debba essere così poco corso, che non meriti la predetta difesa, bastando l'avanzarsi all'ombra della palificata maestra coll'argine anco di semplice terra, quando, come si è detto, il corso sia moderato, ed il fondo convenientemente resistente; che se il corso sarà grande si dovrà far arrivar la detta contropalificata fino all'argine opposto in D. Per ulteriormente poi assicurare la base del paradore, e la testa e base delle due palificate maestre nello spazio AZC, si potrà piantare de' pali, che rieschino per-

TAV.  
VIII.  
Fig. 2.

perpendicolari alle predette palificate, raddoppiando le linee CAP. de' medesimi a misura del bisogno, e ben legandoli con catene XI. e filagne.

## X X X V I I I.

Ma perchè le palificate maestre possino avere la necessaria sussistenza, e ciò, non solamente prima che restino sepellite nell'argine, ma anche dopo che questo si va ergendo, è necessario piantare alcuni groppi di pali P. S. T. Q. che potranno esser com- TAV. posti di tre per ciascheduno, a questi si avranno poi a raccoman- VIII. dare *punte ed orboni*, che servino di rinforzo alla contropalifica- Fig. 3. ta MN, e per conseguenza anco nel contrasto di queste forze, alla palificata maestra ed al paradore; la disposizione de' quali appoggi e difese si comprende abbastanza dalla figura; in oltre perchè piantate le dette palificate, ed incominciato dall'una e dall'altra parte l'argine, che partendosi dagli estremi della rotta, deve andar ad unirsi verso delle parti medie di essa, succede, che a norma del restringimento, l'acqua più si pone in movimento nella parte che resta aperta, però dove deve incaminarsi il detto maggior corso, che dal più al meno si fa a due terzi in circa di tutta la larghezza della rotta, cominciando dalla parte sinistra, venendo verso la destra, quivi è da formarsi ciò, che chiamasi *castello* della rotta, e serve per dargli la *stretta*, come si dirà a suo luogo. Consiste questo *castello* in alcuni groppi di pali di tre per gruppo, ben legati, infilagnati ed incatenati, i quali mediante i *stili ed orboni* appoggiano di tal modo le palificate, che le rendono assai più assicurate di prima, e danno modo di dare la *stretta*, che vale a dire l'ultima mano alla rotta, cosicchè tratteneute le Volpare da tali impedimenti, rimangono là dove sono state annegate. I Groppi predetti di pali per il *castello* possono essere a due ordini, come porta la figura, ed anco a tre, se il corpo dell'acqua sia maggiore. *Castello* dunque si può chiamare tutto quello spazio ch'è circoscritto dalle lettere FEST. Il luogo veramente da darsi la *stretta* è sovente lo stesso che quello ove ergerli dee il *castello*, cioè laddove il corso è minore, verso la parte sinistra; ma quando quivi fosse piantato, oltrechè il fondo subito si farebbe maggiore, non resterebbero poi assicurate le palificate, come porta il bisogno, dovendo il *Castello* fare e l'uno e l'altro degli ufizj predetti; oltredicchè trovandosi il maggior corso verso PS, non sarebbe sì facile l'avanzar l'argine dalla destra

CAP. XI. destra alla sinistra attraverso di questa parte e per il molto fondo della rotta, e per il molto corso, sicchè il luogo del castello sarà sempre da stabilirsi nell'antedetto sito, soprastandosi qualche facilità, che parrebbe potersi incontrare facendolo in altro luogo, mentre questa sarebbe tolta da molte essenziali difficoltà.

## XXXIX.

Seguito l'impianto di tutte le palificate, delle quali si è detto, converrà immediatamente pensare alla positiva otturazione della rotta mediante l'erezione dell'argine; ma prima è di mestieri l'aver provveduto molte migliaia di Volpare di buona qualità formate, le quali si dovranno gettare in gran numero per fondamento del nuovo argine nel sito principalmente dove cade il maggior corso,

TAV. VIII. Fig. 2. e massimamente ove si avrà a dare la stretta alla rotta: al sito dunque della palificata maestra AB a ridosso della medesima dall'una e l'altra parte, dovrà esser riempito con le predette Volpare, e fra questa palificata e la contropalificata, spazio che anco viene chiamato *Cassa delle Volpare*, se ne dovrà gettare quella quantità, che sarà stimata conveniente, dopo di che con larga base ed ottima terra si dovrà dall'un e l'altro canto della rotta avvanzar l'argine, scegliendo per la di lui fabbrica la miglior terra, e sopra tutto ben attaccandolo all'argine vecchio. Oltre alla bontà che deve aver la terra, è pure indispensabile, ch'ella sia ben pestata e calcata, altrimenti il lavoriere riuscirebbe troppo debole per resistere allo sforzo dell'acqua. Avanzato l'argine da ambe le parti in un'altezza conveniente fino al sito del castello, correrà l'acqua con maggior moto per il rimasto varco, onde quel giorno che sarà stabilito per darvi la stretta devono esser approntati in gran copia e legnami e terra e Volpare e Uomini, ma soprattutto Volpare e Volparoni, ed anco quando tale esser potesse il bisogno, alcuni sacchi ripieni di terra, oppure gabioni fatti di vimini, acciocchè alle occorrenze annegati tali materiali, resti il più presto che sia possibile levato il corso all'acqua, e ridotta la rotta, come si dice, in *coronella*, che dovrà farsi tant'alta cosicchè per il crescimento, che dopo chiusa la rotta con la stretta farà il fiume, non possa l'acqua stramazzarvi per di sopra: levato il corso, con pari sollecitudine si dovrà rialzar l'argine alle dovute misure.

L'ar-

## XL.

L'argine nuovo dovrà e nell'altezza, e nella grossezza eccedere le misure degli argini ordinarij, e ciò non solamente perchè la propensione delle acque, che avevano preso il corso per la rotta, pur anco, almeno in parte benchè chiusa, sussiste, ma molto più perchè l'argine nuovo e per il terreno che lo compone difficile ad addentarsi, e per la lubricità del fondo, su di cui possa, calerà in progresso di tempo non mediocrementè; circa all'accrescimento da darli ad esso argine, non si può niente di certo stabilire, a motivo che deve questo desumerfi dalla natura del fiume, su di cui si lavora, mentre se è grande e profondo, maggiore deve anche essere il detto accrescimento, e minore se di minor portata, per un di presso si potrà nella grossezza tenerlo più largo una quarta parte del vecchio, e di altezza tre o quattro piedi maggiore di esso, costruendolo poscia con tutte quelle regole di scarpe e declivj che ricercheranno e la condizione del terreno, che si pone in opera, e la qualità de' fondi sopra i quali si fabbrica. Se per sorte o tutto o parte il nuovo argine fosse fabbioniccio, e difficilmente perciò si potesse ottenere sopra di esso il germoglio dell'erbe, e la formazione del cortico, non sarà fuori di proposito il vestir le di lui scarpe o con lotte di terra cretosa, se tale si troverà in quelle vicinanze, oppure con arelle doppie ben disposte, e raccomandate con lattole e terraficoli nel terreno di esse scarpe: così fu praticato nella gran Coronella di Corbola Ferrarese sul Pò, costruttasi per ferrar la rotta che si aprì del 1705, e che non restò perfettamente chiusa se non del 1717, e tanto pur feci io praticare nell'altra gran Coronella alla Contarina nell'occasione di aver chiusa quella grande apertura, non però furono poste da per tutto le arelle, ma nel sito in cui l'argine per mancanza di buon terreno fu eretto quasi con la sola fabbrica, supplendo la molta grossezza datavi alla bontà della terra, che in detto sito mancava.

## XLI.

Innalzato che sia l'argine, conviene ancora renderlo sicuro dalla corrosione col rivolgere dolcemente l'acqua lontana dal piede di esso, il che si ottiene in varie guise in que' fiumi, che ammettono di piantar pali ne' loro fondi, essendovene tal uno, come il Pò, che li scalza ed abbatte, nel qual caso è di mestieri

CAP. XI.

stieri supplirvi con le grandi scarpe da darli all'argine. In que' fiumi dunque, ne' quali è lecito il difendersi con paradori e penelli di palificate, si faranno questi o col piantare a piede dell'argine dentro la cassa del fiume qualche bassa palificata estesa secondo il bisogno, la quale inviminata che sia, rintuzzi il corso, oppure col formarli superiormente al sito della rotta, ed anco, alle occorrenze, in qualche parte dell'argine nuovo, qualche penello ben assicurato, acciocchè incontrando dolcemente il corso dell'acqua, lo rivolga lontano dal piede dell'argine; se il fiume non-è molto rapido anche di semplice legno di campagna può esser bastante, ma s'egli è di molta forza, e la direzione dell'acqua venghi con angolo quasi retto ad infilare l'argine, converrà servirsi di buone palificate, ben assicurate con catene e filagne, raccomandandole ed a' pali, ed all'argine stesso: Serviranno tali ripari, quando siano ben disposti, non solamente a tener lontano dal nuovo argine la corrosione del fiume, ma nel medesimo tempo a formare a' piedi di esso la deposizione, ch'è lo stesso, che dargli la maggiore di ogni altra difesa.

## X L I I.

Nell'ultimo numero del Capitolo precedente si disse, che circa alla diversità de' ripari da praticarsi in varj siti del fiume, e secondo la varietà delle circostanze, se n'avrebbe poi esaminata la qualità, ricerca què il luogo di farlo. Consistono dunque i ripari o in semplici *paradori* paralleli all'argine, o in *penelli*; riguardano i primi l'immediata difesa dell'arginatura; i secondi possono esser impiegati per guardare un lungo tratto di essa col rivolgere il corso del fiume, sicchè più non vada a ferire il detto piede; quasi sempre i paradori si piantano o nella corrosione che comincia ad intaccare l'argine, o anche in qualche drizzagno, se vi sia il pericolo che l'impeto del fiume voglia più l'una che l'altra riva intaccare; per ordinario si formano di palificate di una sola linea ed alti all'acqua media, venendo ben raccomandati con altri pali allo stesso argine, tenuti i pali a qualche distanza fra di loro s'inviminano come i penelli, ma quanto quelli vanno soggetti ad esser scalzati da' vortici, che attorno de' pali va formando il corso dell'acqua, onde rare sono le volte, che si osservino pali de' paradori marciti dalla vecchiezza, ma quasi sempre sono dopo non molto tempo le-

vati,

vati, e trasportati dalla corrente; de' penelli formati con palificate ne abbiamo avuto discorso nel Capitolo precedente dal numero VI fino al num. XLIV, che però què altro non ne diremo; ne' rimanenti numeri di quel Capitolo fu detto delle resistenze de' pesi ammassati co' quali si formano parimenti i penelli, ma le proposizioni furono assai generali, quivi ne individueremo l'uso a pubblico profitto.

## X L I I I.

Perchè, come in tanti luoghi di questo Trattato si è veduto, due sono i danni che ricevono i ripari formati con palificate o siano di paradori, o di penelli, o di qualsivoglia altra forma, e sono lo scalzamento, che il corso dell'acqua induce ne' pali confitti nel fondo del fiume, ed i vortici, ne' quali si pone l'acqua quando incontra le perpendicolari resistenze; importa il primo la perdita del riparo; il secondo l'escavazione del fondo a piedi degli argini: convien sfuggire se sia possibile e l'uno e l'altro di questi pregiudizj, sostituendo in vece di pali altri materiali non soggetti nè ad esser levati dall'acqua, nè a ridurre il di lei moto nelle predette perniciose vertigini; il che tutto si verrà ad ottenere, se secondo a quanto si è detto ne' numeri posteriori del Capitolo precedente, in vece di palificate si serviremo o di cantoni di smalto, come ci ha ammaestrati il Viviani nella dissertazione per difendersi da Arno, oppure con terra cretosa e consistente ridotta in Gabbioni disposti in modo da poter resistere alla violenza dell'acqua, unendo loro anche talvolta degli altri materiali. Due generi pertanto di tali ripari si propongono, il primo col Viviani predetto con gli prementovati cantoni di smalto, ed il secondo con i gabbioni in deficienza delle pietre e calce per formare i primi, ed anco perchè molte volte trovandosi il fondo del fiume di sì poca consistenza e di tal lubricità, che ne afforbirebbe, prima di affodarsi, una prodigiosa quantità, dove i gabbioni nè hanno bisogno di tante cautele, nè di tanta spesa come i cantoni: si è detto che qualche volta il fondo può ricusare i prismi fatti con pietra, il che può accadere dove il fiume, corre in alveo paludoso ed instabile; nel qual incontro saranno da sostituire i gabbioni predetti. Io, per quanto a me è noto, il primo in varj siti del Pò e dell'Adige, ne ho fatti con ottima riuscita fabbricare, e con altrettanto profitto li ho posti in pratica: può essere che un giorno, tralasciate del tutto le palificate, pen-

T t

seran-



CAP. XI. faranno gl'Ingegneri a sostituirvi quest'altra, che può dirsi perpetua difesa, la quale, oltre al dar sicurezza di buon esito, non ricerca si può dire verun'altra spesa per conservarla, dove per l'opposto le palificate vogliono e grave dispendio per costruirle, e non mediocre nel mantenerle, anche per que' pochi anni che sussistono.

## X L I V.

TAV. VIII. Fig. 4, 5, 6. I moli dunque si avranno a formare a piramide trilatera troncata verso della sua cuspide, ma la sezione al vertice avrà ad esser obliqua alla base, comechè dovrà terminare sul fondo in dolce scarpa. Intendasi BACG fig. 4 una tale piramide, la di cui cuspide sia G, e resti troncata con la sezione FED in maniera però che questa non riesca parallela al piano della base BAC, ma che se fosse prodotto il piano DEF si unirebbe al piano prodotto ABC dalla parte di A, e ciò perchè riesca il tronco con maggior scarpa che sia possibile verso il corso dell'acqua, che si suppone essere verso G. Terminerà poi il molo con la superficie nella linea BE fig. 4, ovvero nella AF fig. 5, 6, formandolo, come si dice, a schiena di cavallo. La direzione rispetto al corso ed all'argine, può essere come più piace: la migliore delle altre da me si crede quella che e con il corso, e con l'argine forma angolo retto, come resta espresso nella figura 5 e 6, nelle quali QR è l'argine che va attaccato alla base. Non è però che egualmente bene e con profitto non si possi, secondo alle circostanze dell'andamento del fiume, diriger l'asse di questi moli, o sia la loro capitale anche un poco a seconda del fiume, come si pratica d'ordinario ne' penelli a palificate; ma queste regole non si possono stabilire nelli quasi infiniti casi che succeder possono, lasciandosi all'intelligenza dell'Ingegnere il presciogliere piuttosto una, che un'altra direzione.

## X L V.

Se questi ripari si avranno a piantare in fiumi che non abbiano oltre li otto in dieci piedi di profondità nelle acque ordinarie, di soli gabbioni si potranno formare, senza che vi si ponga nel corpo de' moli altro materiale; ma se il fiume avrà maggior fondo, in tal caso, se non altro a motivo del minor dispendio, si potrà far l'ossatura de' moli con barche affondate ripiene di terra, e di poi sepolte fra i gabbioni predetti, ridu-

riducendoli possibilmente alla sopradetta forma; e perchè i gabbioni non bene talvolta si vengono, attesa la loro forma, a combaciare, perciò si dovranno col metodo che si dirà, accompagnare con terra, fenazzo, paglia e brulli, di mano in mano che anderà crescendo l'opera, e quando siasi arrivati assai vicino alla superficie dell'acqua media, come che quivi poca è la forza del fiume, almeno nelle parti più vicine alla riva e più discoste in conseguenza dal vertice del molo; si potrà anco lavorare non con Gabbioni, ma con semplici Volparoni e Volpare ben legate, e ripiene di buona e cretosa terra, e ridurre in tal modo il riparo all'altezza conveniente, ch'è quella per ordinario, dell'argine maestro, avvertendo però che verso il vertice si terrà la dett' altezza alquanto più bassa, tirandola in declive, di modo che vadi a terminare al livello in circa dell'acqua ordinaria.

## X L V I.

Il Gabbione si potrà far alto sei piedi poco più poco meno, di figura cilindrica, largo in diametro piedi tre, tutto tessuto di vimini, fatta che sia l'ossatura con nove lattole in giro; dipoi gli si addatta il fondo nello stesso modo tessuto, indi si riempie di terra della migliore e più tenace, vicino al luogo dove avrà ad esser affondato, e finalmente si chiude col suo coperchio simile al fondo, e sarà preparato per esser gettato all'acqua, laddove i fondi sono grandi, come fu eseguito alla Polesella fra il Sostegno e la Chiavica Barbazza. Ma se i fondi sono moderati, si porranno i Gabbioni vuoti in opera collocati in piano inclinato secondo la loro lunghezza, di maniera che il loro fondo appoggi sopra quello del fiume a canto le rive, e la bocca resti di sopra ond'esser per questa empiti di terra, cominciando dalla riva e progredendo verso il mezzo del fiume a 4, 6, ed anche più Gabbioni di fronte nel modo antedetto collocati, e successivamente empiti di terra, e poi nella medesima sepolti di sopra tirando il molo a schiena di cavallo: così fu operato in Adige alla Cavanella, Rotta nuova e Bertolino, ed anche in Pò in qualche sito. I primi moli che facesti eseguire furono quelli in Pò per sicurezza della rotta Contrarina, dacchè restò ella chiusa, e furono piantati in 18 piedi di acqua alla punta, in 12 e 13 più vicino all'argine. Altri poi ne furono da me fatti formare in varj altri luoghi del medesimo fiume per varie esigenze, ed istessa-



CAP. XI. mente nell'Adige, in questo però in fondi minori di quelli del Pd. Singolare fu quello piantatosi quasi dirimpetto alla Cavanella di Fofone, a motivo di spinger l'acqua verso del Mandracchio delle Porte, e di corrodere una gran spiaggia, gettata in sito tale, che impediva quasi intieramente il transito alla grossa e minuta navigazione. Tutti i quali ripari, ed altri ancora sussistono, ed hanno prodotto gli effetti per i quali sono stati piantati.

## XLVII.

L'orditura interna de' moli ne' gran fondi de' fiumi si può fare con barconi affondati ripieni di terra o di altri materiali, ma l'affondarli, abbenchè paja cosa non difficile, in pratica però riesce di molto impegno; se ne darà quì il metodo tirato da quanto fu osservato nell'impianto di un gran molo in uno de' maggiori fiumi dell'Italia, che per averli a formare di una straordinaria estesa fu d'uopo servirsi di due Marciliane, e di uno de' più grandi Burchi che navighino i fiumi, e dovevano esser collocati tutti e tre questi Bastimenti in linea retta nel modo che si dirà; ma prima devesi dare qualche regola per l'affondamento predetto. Sia però  $Z\phi$  il fiume che corre da  $Z$  verso  $\phi$ , e sia in grazia di esempio da affondarsi la barca  $IK$  al sito  $IK$ ; parebbe veramente, che facendosi il corso secondo una sola direzione, bastasse assicurare la barca all'argine in  $O$  ed al fondo  $M$ , mediante le gomene  $KMIO$ , ben raccomandate e nella barca  $KI$ , e all'Ancora  $M$  appoggiata ed attaccata al detto fondo; niente dimeno conviene assicurarla in oltre anche inferiormente in  $L$ , con altra Ancora, e all'argine con altra gomena  $IN$ , e ciò perchè facendosi il movimento dell'acqua con assai d'irregolarità, non starebbe mai ferma la barca nell'atto del discendere, tirandosi essa inegualmente dalle gomene nell'andare al fondo; il che più agevolmente sarà compreso, se si considererà il profilo dell'argine e fiume  $VaQS$ , mentre calata che sia al fondo, è manifesto che la gomena  $TS$  dev'esser in bando, quando sia in questo sito, e molto più tesa di prima, l'altra raccomandata all'argine  $VX$ , e ciò per la ragione de' punti fissi  $S$  ed  $V$ , e de' mobili nel discendere  $X$ ,  $T$ , onde e dall'impeto, che può concepire, almeno se il fiume è d'insigne fondo, e da questo inevitabile sconcerto, potrebbe facilmente rovesciarsi la barca, che però farà bene di assicurarla con le altre due Gomene  $NI$ ,  $KL$ ,

accioc-

acciocchè resti possibilmente nel sito, in cui sarà stata collocata quando galleggiava; in tutti i modi è indispensabile il rallentamento delle corde raccomandate all'argine, in specie quando il fondo sia molto grande, e l'argine molto alto. Che se e l'uno e l'altro non eccedono i sei ovvero otto piedi, le differenze delle lunghezze de' Cavi non faranno per causare sensibile alterazione nel profundarsi, nè altro rimedio vi è per ovviare qualche più grave sconcerto, se non allungare il più che sia possibile i punti fissi  $N$ ,  $O$ ,  $L$ ,  $M$ , perchè il raggio di questa specie di pendolo, rappresentato dalla barca nell'andar al fondo, abbia sempre maggior proporzione all'arco da essa barca descritto, e perciò minore sia sempre la differenza de' raggi predetti. Se il fiume non è di larghezza tale, che possi egualmente bene, che con le ancore assicurarli la barca anche dalla riva opposta, si potrà farlo; e farà da avvertire una circostanza, che potrà farsi declinare da quelle notabili differenze di lunghezza, che contraggono le gomene nell'andar al fondo delle barche, e farà se essa gomene invece di raccomandarsi al piano superiore dell'argine, al che fare molte volte ci invita qualche tronco di albero ivi esistente, si afficurerà la gomene al piede del medesimo, col figervi un ben grosso palo o più di uno, se tale sia il bisogno come in  $a$ , ed allora molto meno ineguali riusciranno le lunghezze de' cavi  $aY$ ,  $aX$  di quello faranno  $VY$ ,  $VX$ , e per conseguenza con meno d'irregolarità potrà andare al fondo la detta barca.

## XLVIII.

La terra, rovinazzi ed anco pietre vive o cotte, quando vi sieno, saranno tutti materiali atti da caricare la barca da affondarsi, ma non si può farlo con questi soli, bastando con essi caricarla sol tanto che resti immersa fino all'opera morta, o poco più, mentre aggravandola maggiormente si potrebbe incontrare un disordine, e farebbe che resa troppo greve per esser la terra o gli altri materiali di molto maggiore specifica gravità dell'acqua, nell'andar al fondo acquistando troppo momento, potrebbe rompersi ed aprirsi: caricata dunque al segno predetto, farà da formarsi in essa de' rombi come li chiamano le genti di mare, a pelo di acqua, perchè entrandovi questa a poco a poco la sommergerà finalmente: così fu da me pratica-

to

TAV.  
VIII.  
Fig. 7.

CAP.  
XI.

CAP. XI. TAV. VIII. Fig. 7. to con buona riuscita in Pò nell'affondamento di due Marciliane e di un Burchio, che furono disposti come resta espresso per le lettere A. B. C. delle quali A rappresenta il Burchio; B, C le Marciliane. Si ebbe anco attenzione di collocare A alquanto lontano dalla riva, e ciò per aver maggior facilità da avvanzarsi verso il mezzo del fiume, non essendo poi difficile il chiudere, atteso il poco fondo che ivi avevasi, anche con semplice terra il varco fra la puppa A e l'argine, come prima di ogni altra cosa restò effettuato. L'occasione portò, il che è un caso assai singolare, di avervi a collocare tre bastimenti in linea, mentre per altro per un ordinario riparo può esser sufficiente o uno o due al più. Egli è anco da avvertirsi, che come le Marciliane per la molta altezza de' loro bordi, attesi i gran fondi, che si avevano, riuscirono molto addattate, dall'altra parte la loro forma curva, e non punto piana verso il fondo diede della difficoltà per essersi sentate alquanto pendenti, onde sempre meglio sarebbe l'affondare o burchi piatti, oppure di quelle barche, che si chiamano in Venezia *Piatte da libi*; e piuttosto, se la molta altezza dell'acqua lo ricercasse, porne due una sopra dell'altra, ovvero, ilchè ancora riuscirebbe meglio, collocarne due al paro nel fondo, e poi una sopra di esse, ripiene prima che fossero le due del fondo di buon terreno, e di altri materiali. Tali barche al certo e con maggior facilità si affonderebbero, e nel sentarsi sopra del fondo più si addatterebbero al medesimo di quello fossero per fare, o le Marciliane, o altre barche di fondo non piano ma curvo, che qualche volta se niente più del bisogno restano caricate prima che siano aperte con i rombi de' quali si è detto, si rompono, come successe ad una, che fu affondata in poca distanza dalle sopramentovate, essendo per altro molto vecchia, e sdruscita.

## X L I X.

TAV. VIII. Fig. 7. I detti Bastimenti nell'antedetto modo affondati si possono chiamare ossatura del molo, la quale però, come è stato notato, non si rende necessaria se non ne' gran fondi, come sono in specie quelli del Pò in queste nostre parti. Affondate che siano dunque le barche, e stabilita l'ossatura all'incirca come in A, B, C, si dovrà prima di ogni altra cosa unire la puppa del-

CAP. XI. la barca A coll'argine in DE, il che, quando non vi sia insigne corso, si farà anco con la semplice terra sparsa, ma se qualche corso vi fosse, che impedir potesse alla detta terra lo stabilirsi, e prender piede, allora si potrà con l'impianto di qualche palo chiudere quel varco, e di poi con terra e fascine, stame, paglia e terra unire la detta puppa all'argine, indi nelle barche A, B, C, che come si è detto sono restate non affatto ripiene di terra o rovinazzi per le ragioni dette, si getterà della terra sino al riempimento intiero, ma se si dubitasse che il soverchio peso di tal materiale, non aprisse la barca, allora a misura che si andrà avvanzando il riempimento, si dovrà porli a ridosso i gabbioni, e questi principalmente dalla parte superiore fra G ed E, e nella punta o vertice del molo HFG, ed assestarli occorrendo con brulli, e stame in modo, che si venghino in ottima forma a collegare assieme; inferiormente si potrà bensì servirsi de' gabbioni, ma in minor quantità, supplendovi con terra e stame nella maniera che si dirà nel numero seguente.

## L.

Non è sì facile, come per avventura pare a prima vista l'annegare, come si dice, i gabbioni, vale a dire il gettarli all'acqua in modo, che il loro ammasso riesca stabile, forte, e tirato con giuste proporzioni. In un gran molo formatosi in Pò si adopèrò il seguente metodo. Si collegarono, mediante un forte pagliuolo formato di buone travi, e ben tessute tavole, due delle ordinarie burchielle, di quelle che si servono i cavafanghi pel trasporto degli estratti pantani, e così unite formavano come un passo da fiume, poi sopra di detto pagliuolo si ponevano due gabbioni per volta ben riempiti prima di terra e ben otturati; condotte in appresso le burchielle cosicchè l'estremità del pagliuolo venisse a cadere appunto sopra del luogo, ove si avevano a calare al fondo i gabbioni, si ruzzolavano gettandoli all'acqua, coll'avvertenza che essi gabbioni, stessero sempre coll'asse e lato paralleli al bordo delle barche affondate. In altro modo e questo ben più facile si fecero affondare de' gabbioni, cioè col porne due uno per parte di una grossa barcha, ben pieni ed otturati, e vicendevolmente raccomandati con una corda, condotta la barca sul luogo, e sciolto il vincolo, scaricavasi da un lato il primo gabbione, e la forza che da questo veniva fatta era tale, che sbilanciandosi si scaricava dall'altra parte l'altro. Bensì

Bensì con molto ingallonnemento della barca, ma però senza pericolo alcuno. La larghezza della base che fu data ad esso molo fu di 40 piedi, ed i gabbioni a ridosso delle barche furono posti sino quasi alla superficie dell'acqua ordinaria dalla parte superiore EG; nell'inferiore si adoperarono i gabbioni dal vertice del molo sino quasi alla di lui metà in B, e ben molti ne furono gettati nella punta HG, cosicchè fra tutti furono più di mille; nel rimanente verso terra e sopra l'acqua furono usati mantelletti tessuti di vimini, caricati di terra ed affondati, ed un numero grandissimo di fascine, a tal segno che la mole è riuscita come convenivasi; contuttociò per niente dissimulare, comechè le barche ed i gabbioni hanno perfettamente resistito, così i mantelletti e le fascine non l'hanno fatto, ed è stato uopo di ripararlo, nell'occasione anco che fu prolungato, ma con soli gabbioni, ed è poi riuscita l'opera della maggior consistenza, senza che più temer possa i pregiudizj dell'acqua, come era seguito prima di detta prolungazione.

## L I.

Si dirà di alcuni effetti seguiti dopo l'impianto di un tal riparo, perchè venghi compreso ciò, che da simili opere si possa promettere l'Ingegnere. Appena piantato il molo, l'acqua restò affatto molente e superiormente, ed inferiormente ad esso per tanto spazio, che essendosi in disposizione di piantarne un altro superiormente, fu giudicato del tutto superfluo; poco dopo sorsero atterramenti tali, che dove prima vi erano i dieci e dodici piedi di acqua, tutto si ridusse in spiaggia di pochissimo fondo, e di una vastissima estesa; e non andò guari che restò esso molo dalla parte dell'argine sepolto nelle sabbie, che appena a' poco pratici lasciava conoscere, che quello fosse un riparo formato in tanto fondo di acqua; tutto il danno, se pur di danno merita il nome, che ha risentito, si è qualche corrosione superficiale verso della di lui punta, da quella parte cioè, che resta esposta ai venti australi, essendosene intaccata qualche pertica, senza però l'asporto di alcuno de' gabbioni. Quanto al corso dell'acqua; dacchè egli fu costruito, si è manifestamente piegato verso della riva opposta, senza poter abbandonar tal direzione; atteso il grand'espansione, che

che si è formato ed a tutela del riparo, e per sospingere il corso lontano. CAP. XI.

## L I I.

Di molto minor impegno sono stati i moli piantatifi per sicurezza della Rotta Comarina, ed ancora minore quelli fattifi all'Adige Rotta nuova, Bertolino, Cavanella di Fossone, ed altri luoghi, mentre in questi ne meno vi è stato il bisogno di affondar barche, ma si sono formati con soli gabbioni, eretti dopo posti in opera, ed è stato sì pronto l'effetto di rivolger l'acqua, e fermar le sabbie, che appena terminati se n'è veduto il profitto. Alla Cavanella essendo obbligata la navigazione a scorrere per un mezzo miglio inferiormente al Mandracchio, in ora entra alla testa di esso con fondi buoni, portato ch'è il corso alla sinistra parte, dove allora tenevasi tutto alla destra. Una volta che tal forte di riparo abbia preso piede nel fiume, non può esser dal medesimo mai asportato, mentre la grande scarpa, che gli si dà, impedendo del tutto la formazione de' vortici, e riducendo e superiormente ed inferiormente molente l'acqua, il corso di questa, abbenchè possa con forza ferire la punta del molo, non può però distruggerla, levate che sono con i vortici le cause, che potrebbero indurvi la rovina. Il legamento de' materiali componenti questi moli è tale, che qualunque forza del fiume non vale a debilitarlo, rendendolo come di un solo corpo, e per conseguenza di una enorme gravità. Potrà dar qualche difesa alla punta, per resistere alla corrosione, il coprirla di doppie arelle ben conficcate nelle scarpe con terraficoli di salice, che germogliando reggono poi al corso, ed impediscono l'intacco che succedere potesse. Per altro il risarcirne le punte, sarà sempre opera facile e di pochissima spesa, nè anderà molto, che formatosi letto di sabbie anche per testa, cesserà il bisogno di qualunque ristoro.

## L I I I.

Prima di terminare questo Capitolo, ragion vuole, che si indichino ancora le difese, che competono a' Torrenti dopo aver esposte quelle, che riguardano i fiumi Reali principali.



palmente, laddove nelle aperte Campagne col loro corso progrediscono verso il Mare: Veramente altra ragione correr deve ne' ripari de' Torrenti, altra ne' fiumi perenni, se la violenza di quelli nel discendere per i proprj alvei nulla, per così dire, ha che fare con il moto di questi. Nel Trevigiano altro più valido riparo non hanno saputo gli antichi opporre alla Piave da Narvesa in giù fino a che dopo aver corso quattro in cinque miglia, deposta la ghiaja s'incanala ed inalvea, camminando con meno furia, perchè meno inclinata, di quello si trova più verso del Monte, de' murazzi formati con crode senza cemento alcuno, piantati quattro in cinque piedi sotto il fondo dell'alveo, alti quanto lo ricerca l'escrescenza maggiore di quel fiume, e ben terrapienati alle spalle; sono essi non seguenti, ma collocati in tutti que' siti ne' quali batte l'acqua, e si estendono quanto lo ricerca l'accollamento di essa alla riva, e ciò tanto dall'una, che dall'altra parte, sussistono da quattro secoli, sconcertati solo nelle loro teste, ma non in guisa, che non possino facilmente esser riparati; difesa migliore di questa non può suggerirsi o nella Piave, o in qualunque altro fiume, che rapido corra come quella.

## L I V.

Altro genere di difesa si pratica in detto fiume, e sono i *Gorzi*, che altro non sono se non grandi gabbioni di figura conica tronca, che si piantano con la maggior loro base nel fondo, tenendosi alti quanto ricerca la massima piena; si dispongono in retta linea perlopiù in due file una accanto dell'altra, legati ed assicurati con travi onde venghi loro accresciuta la resistenza, si riempiono non già di terra, ma della più grossa ghiaja che si trovi nelle vicinanze ove piantansi i detti ripari. Resistono i *Gorzi*, come è chiaro da vedere, per il loro enorme peso alla violenza dell'acqua, e con la scarpa che hanno per la figura conica, impediscono alla medesima il porsi in vortici, onde fermato il piede reggono all'urto benchè impetuoso che soffrir devono, senza punto rovesciarsi e perire. La meccanica del loro resistere, è la stessa di quella che fanno i gran pesi, conformati in prismi o gabbioni, ma

ma tanto maggiore è la loro resistenza per i sassi che contengono, quanto maggiore è l'impeto che sostener devono: Un buon *Gorzo* vuol avere sei piedi incirca di diametro nella base, e nella sua sommità terminare nella metà o poco più, a norma della maggiore, o minore altezza che si ricerca, potendo questa arrivare fino li dieci e dodici piedi, purchè perfetti siano i materiali che lo compongono; tanto quelli inferienti per l'ossatura verticale, che gli altri che devono nella medesima esser orizzontalmente tessuti, ordinariamente si dispongono in forma di paradori lungo le rive intaccate, ed alcune volte per traversare qualche ramo ed obbligarlo a volgersi altrove, qualche volta anco in figura di penelli o pignoni, secondo le esigenze del corso dell'acqua: insomma fanno essi la difesa più valida dopo quella de' murazzi. Non dissimile riparo ho veduto praticare in qualche fiume del Bolognese dentro le Montagne, come pure nel Serchio sul Lucchese, ma in figura piuttosto di Gabbione, che di *Gorzo* con la sola differenza, che vengono empiti di sassi di quelli cioè che seco porta il fiume, ed in ciò veramente convengono con i *Gorzi*, ma nella forma che si accosta alla cilindrica, con i gabbioni.

## L V.

Con massima utilità sono stati posti in uso nel Torrente Torre nel Friuli, certi pignoni formati di grossi macigni, suggeriti e fatti eseguire dal Guglielmini. Consistono questi in certe piramidi scalene tronche, che con le loro basi ben attaccandosi alle rive, vanno a terminare con le loro teste nel fondo dell'alveo non più lunghi di cinque in sei pertiche, e taluno anche meno, diretti alquanto a seconda della corrente del fiume, sono fatti di sasso di cava della maggior grossezza, spianato bensì grossamente, ma in maniera però che quanto basta assestano gli uni con gli altri, formando i lati competentemente liscii, difesa questa, che molto fu contrastata nella prima sua esecuzione da chi non intendeva gran fatto la vera maniera del difendersi in simili Torrenti, ma che poi è stata considerata per la più adattata e forte per sicurezza di quelle rive, e della Reale Fortezza di Palma, che dal detto Tor-



CAP. XI. rente veniva non mediocrementemente minacciata; da tutto ciò ben si può comprendere che per opporsi alle acque più precipitose de' Torrenti è di mestieri il servirsi de' pesi i più gravi, e che a nulla in questi servono le palificate, come queste servir possono ne' fiumi di corso più regolato.



C A P I -

## C A P I T O L O D U O D E C I M O .

*De' Sostegni, Chiarviche, Strammazzi, Botti, e Ponticanali, attinenti alle regolazioni delle Acque.*

## I.

**D**efinizione I. Sostegno è quella fabbrica, che traversando il fiume, o qualunque altro canale, serve a sostenerla di lui acqua a certa altezza, o a comodo di navigazione, o per minorar il corso del fiume o del canale a preservazione o delle rive, oppure di qualche fabbrica inferiore, o finalmente per il motivo di animare qualche edificio.

*Definizione II.* Si dividono questi sostegni in stabili e mobili, sono i primi quelli, che si formano con roste, o siano pescaje, cavalletti, briconate ec. i secondi tutti quelli, che servono ad uso di navigazione, e per il movimento degli edificj.

*Definizione III.* I sostegni mobili altri sono a porte, che si aprono contro il corso del fiume, altri a pianconi o travate, che si levano e ripongono in numero maggiore o minore secondo l'occasione.

## I I.

Quei fiumi, che per aver troppo pendio smaltiscono con troppa celerità le loro acque, nè le lasciano crescere, se non pochissimo, di corpo, ricercano per esser navigati i Sostegni, che minorando loro la caduta, vengano ad accrescere in tutte le loro sezioni l'altezza viva dell'acqua. Parimenti que' fiumi, le fonti de' quali non tramandando che poc'acqua, se si vogliono ridurre ad uso di navigazione uopo è di munirli di Sostegni, perchè trattenua l'acqua da questi, e resa quasi stagnante, si rendano capaci di soffrire il barcheggio; ma perchè i fiumi possono restar imbrigliati con i sostegni, si ricerca, che la loro portata, cioè il corpo delle loro acque sia di moderata mole, altrimenti il sostegno non verrebbe tollerato: insomma i sostegni sono ricercati da' fiumi piuttosto piccoli, che mediocri, e da quelli, che eccessiva caduta avessero; non già da' Torrenti puramente tali,

CAP. XII. tali, i quali per restar sovvente, e per molto tempo privi affatto di acqua, lascierebbero frustraneo il sostegno, e la navigazione, in grazia di cui si pianta. Per altro, qualunque sia la mole dell'acqua da sostentarfi con le dette fabbriche, v'abbisogna sempre, che resti aperto un qualche sfogo al fiume, perchè l'acqua sopravveniente non cresca sopra del sostegno, e lo formonti; ma di ciò ne daremo a suo luogo le regole e le leggi.

III.

TAV. VIII. Fig. 8. Sia la fezione DACF di un fiume, l'altezza viva della cui acqua sia la DA; si voglia talmente essa fezione ristretta, cosicchè acquisti l'altezza AH, che alla prima abbia la ragione di  $m$  ad  $n$ : Questa AH dunque farà per l'ipotesi la quarta proporzionale di  $m, n, b$  (dicendo DA,  $b$ ,) e perciò facciasi come AD ad AH, così la dimezzata di AH, alla quarta proporzionale, che sia L; dipoi come L ad AC così la dimezzata di AD alla quarta, che sia M; se a questa si farà eguale la larghezza della fezione AB, l'acqua verrà ad acquistare l'altezza desiderata AH che alla prima AD farà come  $m$  ad  $n$ . Perchè dunque  $L. AC :: \sqrt{AD}. AB.$  farà ancora  $AB = \frac{AC\sqrt{AD}}{L}$

e sostituendo in vece di L il suo valore  $\frac{AH \times \sqrt{AH}}{CF}$  farà  $AB =$

$\frac{AC \times CF \sqrt{CF}}{AH \sqrt{AH}}$  ovvero  $AB \times AH \sqrt{AH} = AC \times CF \sqrt{CF}$ , adun-

que scaricheranno esse due sezioni moli eguali, se tanto l'uno che l'altro membro dell'equazione rafferma la quantità dell'acqua che può uscire nel medesimo tempo e dall'una e dall'altra apertura; lo che era &c.

IV.

Scolio. Riducendo per l'uso, l'espressione a' termini analitici, dicendo  $AC = a, AB = x, AH = c$ , farà  $c = \frac{bn}{m}$  (quando la ragione di AD all'AH sia quella di  $m$  al  $n$ ) onde la formola essendo  $ab\sqrt{b} = cx\sqrt{c}$ , se verrà sostituito in vece di  $c$  il valore suo diverrà  $ab\sqrt{b} = x \frac{bn}{m} \sqrt{\frac{bn}{m}}$ , oppure  $am\sqrt{m} = nx\sqrt{n}$ , ovvero

$x = \frac{am\sqrt{m}}{n\sqrt{n}}$ . Sia in grazia di esempio da alzarfi l'acqua mediante il ristringimento della fezione, cosicchè la AH divenghi quadrupla di CF; farà però  $m = 1; n = 4$ ; Sia  $a = 80$ , farà  $x = \frac{80}{4\sqrt{4}} = 10$ , onde il ristringimento dovrà ridursi alla sola ottava parte di quello era prima, perchè si ottenghi quadrupla altezza: in somma la larghezza della fezione farà sempre in ragione composta diretta della prima larghezza della fezione, e della subtriplicata del numero esponente la prima altezza, e reciproca della subtriplicata del numero esponente l'altezza, a cui si vuole che arrivi l'acqua.

V.

Si ricava dalla suddetta facile proposizione l'idea generale de' sostegni usati ne' fiumi e canali per renderli navigabili, allorchè scaricando questi di acque senza di essi non soffrirebbero il barcheggio, attesa e la mancanza della necessaria altezza dell'acqua, e spesse volte la soverchia velocità che ritengono, per cui resterebbe molto incomodata la navigazione. Altro dunque non facendo i sostegni, che ristagnar l'acqua o in molta o in poca parte, si riduce la quistione al ristringimento del fiume, in modo che nelle parti superiori e cresca di altezza, e si minori di corso; ma perchè l'acqua sopravveniente deve o in poca o in molta quantità aver il suo esito, ne deriva da ciò la necessità che hanno i sostegni de' diversivi e sfogatori, altrimenti in non molto tempo resterebbero formontate le rive; questi diversivi possono esser costrutti in ogni sito, purchè non molto lontano da esso sostegno. I portelli, che si lasciano nelle porte del sostegno, servono essi pure di temporaneo diversivo, ma que' canali che lateralmente si formano a sostegni, sono i diversivi perenni e reali, detti propriamente risforatori o sfogatori, la foglia de' quali può esser o di livello col fondo naturale del fiume, o anche più alta, e formata in pendio a guisa di uno strammazzo. Generalmente parlando, i sostegni se saranno formati ne' fiumi torbidi, hanno bisogno di restar qualche volta aperti per impedire i riempimenti; ma se con acque chiare, possono mantenersi sempre chiusi a comodo della navigazione; qualche volta però anche ne' torbidi, se il diversivo è di molta capacità, possono tenersi sempre chiusi, supplendo il corso

CAP. corso di questo allo smaltimento della torbida, ne abbiamo l'esem-  
XII. pio ne' sostegni della Brenta dalla Mira a Padova.

V I.

Per determinar l'altezza a cui secondo alle circostanze deve farsi il sostegno, perchè non sia formontato dalle piene con pericolo di restarne danneggiato, basterà tenerlo alto in modo che essa piena possa sfogare per il diversivo, senza che formonti; il che si otterrà col calcolare una sezione accresciuta di quanto può farla aumentare la piena, servendosi della formola del num. IV di questo, e ben notando a quali altezze pervenir potrà l'acqua nel diversivo, per fissare poscia sopra di questa le coltellate del sostegno che rieschino almeno due piedi più alte delle dette misure. In altro modo ancora potrebbesi supplire a tal esigenza, tenendo la fabbrica a quella sola altezza, che si ricercherebbe, se esso sostegno non avesse a servire, che per le acque ordinarie, e ciò coll' introdurre lo sfogatore a strammazzo superiormente al livello dell'acque comuni, ma col dilatarlo a quelle misure, che

TAV. VIII.  
Fig. 9.

il calcolo fosse per indicare. Sia per esempio la sezione del diversivo o sfogatore calcolata nel modo esposto al num. IV la BCDE, che contenendo le acque ordinarie ed obbligandole a correre per esso facciano il gonfiamento, la di cui altezza, sia la CB, e possa crescere per la piena sino in FG, quando tant' alte fossero le sponde di esso diversivo; ma perchè con tal altezza converrebbe crescere anco le sponde e rivali di esso diversivo; però non si vogli che tanto aumenti, ma solamente da A in H spazio di poche once. Sarà per i comuni principj dell'idrometria l'equazione  $AK \times AH \sqrt{AH} = BE \times BF \sqrt{BF}$ , e considerando come incognita AK sarà questa eguale a  $\frac{BE \times BF \sqrt{BF}}{AH \sqrt{AH}}$  valore della ricerca

larghezza dello strammazzo del diversivo.

V I I.

Scolio. Sia la piena che potesse venire sopra l'acqua ordinaria alta piedi 5 ovvero once 60, onde  $BF = 60$ ; la larghezza del diversivo BE sia di once 72, e l'altezza che si desidera sopra il labbro dello strammazzo AH sia once 9, dovrà AK esser di once 1200, cioè 15 volte e mezzo in circa più largo dello sfogatore, il solo strammazzo, o sieno li due fianchi che lo vengono a comporre, il che impegnerebbe in una molta spesa nella fabbrica,

ca, e sarà sempre meglio tenerlo alquanto ristretto, e soffrire più tosto una qualche maggior altezza della piena. Nella stessa supposizione lasciando che la piena salisse alta sopra dell'acque ordinarie once 16 facendo  $AH = 16$  once, la dilatazione dovrebbe farsi a once 506, 6 fiate cioè di maggior larghezza del diversivo verrebbero ad avere i due fianchi dello strammazzo, e generalmente la dilatazione di essi fianchi, sarà in ragione composta diretta della larghezza del diversivo, e della subriplicata dell'altezza, a cui in esso salirebbe l'acqua, che si volesse nel diversivo dello strammazzo, meno la larghezza dello strammazzo stesso.

CAP. XII.

V I I I.

I sostegni infervienti ad uso di navigazione si formano con due mani di Porte, a motivo di poter livellare le acque tanto superiori, che inferiori, e dar il passaggio alle barche; il che succeder non potrebbe, se una sola mano vi fosse, com'è facile da raccogliersi per poco che vi si rifletta. Sia ABCD quello che chiamasi Vaso delle Porte, fabbrica che ordinariamente si fa di pietra; CF, BF le Porte superiori, che si chiudono in angolo, perchè più possino resistere al peso dell'acqua superiore; DE, AE sono le porte inferiori, che anch'esse si chiudono in angolo, mentre aperte che sieno le superiori, devono sostener il peso dell'acque come le prime; qualche volta però possono anco chiudersi queste in linea retta, ma in tal caso la Porta è una sola, piantata in D ovvero in A, e tanto larga che arrivi col suo battente nell'opposto gargamme, che anderà lasciato nelle muraglie, onde chiudersi perfettamente il varco all'acque: così fu fatto nella parte inferiore del gran Vaso del Dolo sopra la Brenta; DCBA vien detta propriamente la Conca formata da' muri laterali DC, AB, che dovranno, come il rimanente della fabbrica esser piantati alla maggiore possibile profondità, come in RQ, che viene a formare profilo della pianta sopra le teste di frequentissimi pali ZR, QY, se il terreno mostra di avere del cuoroso: La foglia di CFB dev'esser formata un piede in circa più alta della platea di fuori e superiore CVBL, ma di livello in circa coll'interiore del Vaso, e la foglia di DA si farà pure un piede in circa più alta della platea medesima del Vaso, ed a tal livello si farà pure la inferiore HDAI, e ciò perchè le Porte trovino, onde appoggiarsi nel fondo chiuse che sieno, dovendo a tal oggetto esse foglie formarli

TAV. VIII.  
Fig. 10.

X x ango-

CAP. XII. angolari come CFB. Vi si formano parimenti le ale di muro BL, CV; AI, Dd da farsi o in questa, o in altra più congrua forma; chiusa che sia la porta superiore CFB, l'acqua OP farà come nel profilo alta aO, cioè più alta della inferiore NSV quanto è la ON; ma aperta questa Porta e chiusa l'inferiore, la OP superficie dell'acqua, passerà in T, ed allora le barche faranno introdotte per passare inferiormente in VS, vuotato che sia il Vaso col mezzo de' portelli, come col mezzo di questi verrà riempito; se poi una barca debba esser tradotta dall'inferiore acqua alla superiore, allora passando da VS in VN, chiusa la inferiore Porta DA, si dovrà empire il vaso, e ridotta l'acqua all'altezza NO aprire la Porta superiore CFB, il che si farà senza difficoltà alcuna, pareggiate che siano le acque dentro e fuori del Vaso. Ma perchè queste Porte o sostegni rostano e serrano perfettamente il fiume, se questi ha incessante sovravegnente, si dovrà lateralmente, perchè non inondi quanto più si può lontano da' muri della fabbrica per evitare i pregiudizj alla medesima, introdurre il diversivo GMHK di quell'ampiezza e profondità che il calcolo dimostrerà, secondo a quanto si è mostrato al num. IV, e seguenti di questo Capitolo.

## I X.

Le Porte de' sostegni devono esser formate di ottimo legname, quercia, castagno, o larice, ben ordite con travi come in ABCD che rappresenta la parte di dietro riguardante la conca nella superiore, ed il fiume nell'inferiore dalla parte di sotto di essa TAV. conca, ma abcd rappresenta la parte della Porta, che ha da sostenere la corrente del fiume, o per meglio dire, il peso; vale Fig. 11 e a dire ABCD ha da restare dalla parte verso l'acqua inferiore e fuori e dentro della conca, ed abcd ha da esser volta all'acqua superiore, e perchè chiusa che sia una delle Porte del sostegno, conviene prima di aprirle, e dar il passaggio alle barche, che la conca si empisca di acqua, però in esse Porte vengono introdotti i portelli G, H: g, h, ed i suoi otturatori I, K, raccomandati alla verga di ferro o di legno e I, fK, che medianti i manubrij E, F; e, f ed il rincontro de' denti della ruota dentata, facilmente si alzano ed abbassano, chiudendosi, ed aprendosi secondo il bisogno. Se le Porte sono divise in due parti basterà un portello per ciascheduna; se poi la Porta non è divisa, come dinotasi nella figura, se ne introdurranno due, acciocchè si abbia e nell'

nell'uno e nell'altro modo la facilità necessaria per empire, e CAP. vuotare il vaso o conca, e lasciare più spedita la navigazione. XII. Quando la conca è grande, e molta l'altezza dell'acqua sostenuta, allora oltre i predetti portelli, si può introdurne un terzo nella grossezza delle muraglie, perchè con maggiore prontezza si possa empire il vaso; ma è da avvertirsi, che sia ben assicurato, mentre il gran corso che concepisce l'acqua lo può di leggieri danneggiare con pericolo di far rovinare il sostegno. Tal foro, quando vi sia, non si dovrà aprire, quando la conca sia ancora con poc'acqua, bensì solamente allora, che si trova oltre della metà ripiena, levandosi con ciò di molto la forza dell'acqua uscente, e togliendosi il pericolo che non resti l'edificio in alcuna sua parte sconcertato. Alle Porte del Dolo si trova un foro dalla parte destra superiore all'entrare, e chiamasi il *Vampadore*, che viene aperto con le leggi antedette, così ricercandolo l'ampiezza ed altezza di quella notabile fabbrica; ed a motivo, che il gran corso dell'acqua non danneggiasse la platea del sostegno, è stato usato dalla cognizione dell'Architetto che lo piantò, poco prima del 1534 un ottimo ripiego, e fu, di far bensì entrar l'acqua per un solo foro, ma di allargarlo poi nell'interno de' muraglioni in un spazioso condotto, e farlo uscire nella conca o vaso diviso in cinque fori costrutti di marmo, di larghezza un piede e mezzo per ciascheduno, onde l'acqua entra nella platea nè meno con la quarta parte della velocità, con cui si caccia per la bocca del *Vampadore*. Tale artificio fu da me osservato sul cadere dell'anno decorso 1740, quando di Pubblico comando feci porre in asciutto quel gran Vaso per rimetterlo da' gravi sconcerti che aveva risentiti ed in ogni angolo dell'ingresso superiore, e nella platea che fu trovata per la metà sconvolta nel felciato suo di cotto; Difficile, per vero dire, è stato il levargli l'acqua, attesa la gran copia de' fabbioni che affediavano e superiormente ed inferiormente il Vaso senza che mai cessassero le trapelazioni fino a tanto che non furono perfettamente levati dal corso dell'acqua che fra un bosco di palificare pur anco succedeva, e lasciato il fondo col solo terreno buono di creta; per altro nulla più ha contribuito all'asciuttamento predetto, ed alla sicurezza de' lavorieri, di una pianconatura o travata che vi feci porre a pochi piedi superiormente alle porte, dopo ch'ebbi rilevato esservi nelle laterali muraglie, benchè molto sdrusciti, i gargammi per riceverla. La pozzolana



CAP. XII. con cui sono stati impastati i cementi, ed i molti marmi posti di nuovo in gran mole per i goloni da annicchiare i fusi delle Porte, promettono la più soda resistenza di detta Reale fabbrica nel tempo avvenire.

X.

La formola che si registra al numero XX del Capitolo secondo fornisce sufficientemente quanto occorre, circa il tempo e quantità dell'acqua, che dalla parte superiore OP passa nella conca, e da questa nell'inferiore Canale, nella supposizione però, che per l'empirici della Conca predetta non cali OP, nè cresca VS, ma che la capacità di essa conca sia infinitamente piccola in riguardo del rimanente del fiume. La formola dunque

TAV. VIII. Fig. 10.

del numero predetto è  $R = \frac{6304 \times CCT \sqrt{A}}{60'' \times 5}$ , in cui R è la quantità uscita da un foro di un Vaso, la di cui acqua sia sempre mantenuta alla medesima altezza; CC l'area di esso foro; T il tempo; A l'altezza dell'acqua sopra del centro del foro; 60'' un minuto primo, il tutto espresso in once cubiche del piede di Bologna: e perchè si vuole come incognito il tempo che si consumerà al riempirsi della conca, però sarà  $T = \frac{5 \times 60'' \times R}{6304 \times CC \sqrt{A}}$ ,

ed essendocchè nell'esempio del Vaso, l'altezza dell'acqua va sempre scemando, sarà però, in vece della velocità corrispondente a quest'altezza A, da sostituirsi la velocità ragguagliata o *media* competente allo scarico di una data quantità.

X I.

Sia pertanto l'acqua superiore alla porta chiusa AE; CD il portello; KL la di lui larghezza; HI la larghezza ragguagliata della conca del sostegno; FB la di lui lunghezza; SQBF x HI la quantità dell'acqua passata in un certo tempo nella conca predetta, il qual tempo è da ritrovarsi, data la detta quantità; FB è la superficie dell'acqua comunicante con l'inferiore del sostegno sempre più alta del portello CD. Sia AB = a; AQ = x, dunque QB = a - x; HI = d; FB = c; CD = n; KL = m. Intendasi ART una parabola ch'esprima le velocità dell'acqua all'entrare nella conca, cioè BT dinoti quella *media*,

dia, che compete al primo ingresso dell'acqua, allorchè resta chiusa la porta GM, ed aperto il portello CD; e QR quella velocità pur *media*, che avrebbe l'acqua giunta col suo pelo all'altezza SQ; ma perchè sono in un continuo variare tutte queste decrescenti velocità, pertanto sarà da prenderne di tutte una *media*, cioè  $\frac{BT + QR}{2}$  per quella che affai da vicino può rispondere a' fenomeni del movimento di quest'acqua, onde detta velocità, per la natura della parabola, sarà  $\frac{\sqrt{AB} + \sqrt{AQ}}{2}$

CAP. XII.

per quella che affai da vicino può rispondere a' fenomeni del movimento di quest'acqua, onde detta velocità, per la natura della parabola, sarà  $\frac{\sqrt{AB} + \sqrt{AQ}}{2}$

$$\frac{1}{2} (\sqrt{a} + \sqrt{x})$$

quindi nella formola espressa nel numero antecedente T =  $\frac{5 \times 60'' \times R}{6304 \times CC \sqrt{A}}$  in vece di  $\sqrt{A}$  sarà da sostituire  $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{2}$

come in vece di R il valore del solido SQ x SF x HI =  $dc \times a - x$

onde T =  $\frac{2 \times 60'' \times 5 \times dc \times a - x}{6304 \times mn \times \sqrt{a} + \sqrt{x}}$  formola generale per cui si verrà in cognizione del ricercato tempo.

X I I.

Scolio. Si faccia x = 16, a = 49, dunque QB = 33; d = 480, c = 1200; n = 12; m = 18, che però la formola sarà mutata in

$$T = \frac{10 \times 60'' \times 1200 \times 480 \times 33}{6304 \times 18 \times 12 \times 11}$$

di cui il logaritmo del numeratore, sarà 10. 07004, e quello del denominatore 7. 17545, e perciò il logaritmo del tempo ricercato 2. 89459, e perchè resta espresso in secondi, si divida per 60, sottraendo cioè il logaritmo di questo numero dal predetto, e rimarrà il logaritmo del tempo in minuti 1. 11644, che dà 13 minuti primi in circa.

Ma volendosi sapere il tempo intiero, che si consumerà nell'empire tutto il vaso del sostegno, cioè allora quando l'acqua sarà arrivata in A, allora, divenendo x = 0, si cangia l'espressione in T =  $\frac{10 \times 60'' \times dc \sqrt{a}}{6304 \times mn} = \frac{10 \times 60'' \times 1200 \times 480 \times 7}{6304 \times 18 \times 12}$

ed il logaritmo del numeratore sarà 9. 38366, e quello del denominatore 6. 13406, onde il logaritmo del tempo ricercato

to

CAP. to 3.24960, e sottraendogli il logaritmo di 60 come sopra, XII. rimane esso logaritmo del tempo 1. 47145, che vale 30 minuti primi, ed in tale spazio di tempo reſterà empita tutta la conca del ſoſtegno.

XIII.

Coroll. I. Reſta manifeſto, che ſe un altro ſimile portello reſterà aperto nella medefima porta, l'empimento predetto ſeguirà nella metà del tempo, cioè in un quarto d'ora; dovendoſi per altro avvertire circa a' portelli e loro grandezze, di averſi a ſtabilire in modo, che non rieſchino ſoverchiamente grandi per non render debole la porta, e pregiudicare al vaſo col maggior peſo dell'acqua, e che parimenti non rieſchino ſoverchiamente piccoli per non averſi a conſumere troppo tempo nel paſſaggio delle porte.

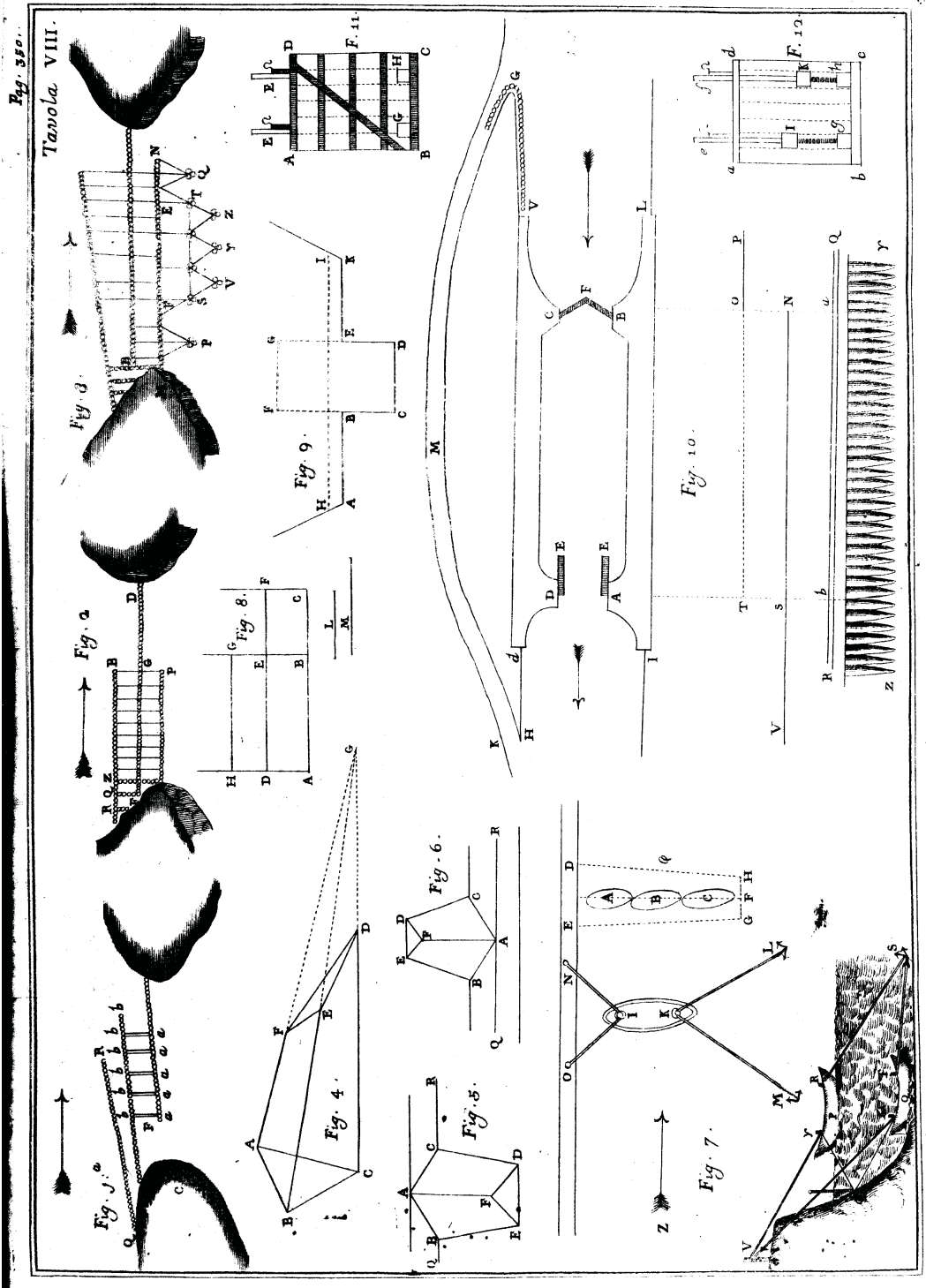
Coroll. II. E' ancora manifeſto eſſervi il modo di determinare la grandezza di eſſi portelli, perchè ſia tale, coſicchè in un dato tempo ſomminiſtri l'acqua neceſſaria, dovendoſi però prendere tali miſure dall'acqua ordinaria, e non già dalla piena, o dall'eſtrema magrezza.

Coroll. III. E' chiaro parimenti, che le regole inſervienti per empire la Conca, in riguardo cioè al tempo ed apertura de' portelli, le medefime ſervire ancora per ſcaricarla, correndo nell'uno e nell'altro caſo le ſteſſe leggi. Sogliono per altro gli eſperti Portinaj aprire i portelli in due volte, e ciò per non dare tanto carico alla fabbrica, allorchè la Conca trovaſi vuota, atteſo il grande corſo di acqua, che in tale ſtato concepifce, apren- do poi tutto il lume di eſſi portelli, quando è per la metà incirca ripiena, rimanendo tolto allora ogni pericolo, il che dee offer- varſi, quando in ſpecie è il tempo delle eſcrescenze, e che la caduta dell'acqua ſi fa di maggior momento.

XIV.

Il modo effettivo di piantar i ſoſtegni farà il ſeguente: Rico- noſciutoſi nel luogo diviſato ove ſia il miglior fondo, mediante la Trivella gallica, con cui eſtraeſi di fuolo in fuolo la terra fino alla profondità neceſſaria; ſi ergeranno due cavedoni o in- teſtature attraverso del fiume R. S; laſciando però l'adito a flui- re l'acqua per qualche eſito laterale nell'inferiore; dipoi farà da eſcavarſi una gran buca, ben profondandola ſotto dell'orizzonte della

TAV. IX. Fig. 2.



della Campagna li 16, 18 e fino a 20 piedi a misura della buona o rea qualità del terreno, e la larghezza e lunghezza di questa, non solamente dovrà essere quanto porta l'estesa della fabbrica, ma quel di più ch'è necessario in riguardo della profondità, e di quelle banche che nella scarpa si avranno a lasciare, e ciò per due motivi, e perchè la terra di sopra pesando troppo, non cada nella buca stessa, e perchè gli operaj possino gettar essa terra con il badile o paletto di banca in banca ( se più di una uopo sia di formarne ) senza molta difficoltà: Una buca che fosse profonda 18 piedi, vorrebbe due banche, oltre il piano del fondo, e così a proporzione; qualche volta la tenacità del terreno può esser tale da soffrir senza banche l'intera scarpa di tutta l'altezza del cavamento, ed allora per asportar fuori la terra, converrebbe usar i ponti e le carolle.

Preparata che sia la buca, o che il terreno del fondo è bianco e cretoso, o cuoroso e nericcio, oppure composto di fabbione e rena; Se bianco e cretoso sarà da considerarsi, se tale sia dappertutto, ovvero in qualche sola parte, come ancora se di rena e fabbione fosse, ovvero di cuoro sia dappertutto oppure in qualche sito solamente del preparato cavamento, ed a norma delle varietà, che faranno trovate, si avrà ad operare diversamente nell'impianto de'fondamenti: generalmente il terreno negro e pieno di radici di erbe e canne è il più cattivo; La creta ed il terreno bianco e sodo è il migliore, e tale è pure la rena ed il fabbione, quando però non vi sia gran caduta dell'acqua nella fabbrica, che si deve intraprendere, mentre in tal incontro potrebbe dubitarsi, che il fabbione venisse asportato, e rimanessero troppo deboli i fondamenti, ma dove non si trova se non poca caduta, il fabbione si conta fra gli ottimi fondi, potendosi sopra di esso fabbricare anche col gettarvi de' semplici zattaroni doppi di ben tessuti legni, senz'altro palificamento: qualunque però sia la qualità del fondo con palificate e tavolato ogni fabbrica si assoda, quando però l'oculato Architetto sappia al bisogno ben adattare il ripiego, senza gettare inutilmente la spesa: ma prima d'internarsi di vantaggio nella fabbrica de' sostegni è necessario produrre alcune proposizioni per rapporto alla resistenza de' fondi.

CAP.  
XII.CAP.  
XII.  
TAV.  
IX.  
Fig. 6.

## X V.

Un peso ADCB egualmente grave in tutte le sue parti, di figura parallelipeda, il di cui centro di gravità sia E, se sarà posato orizzontalmente sopra di un piano DC egualmente cedente, onde tutti i filamenti che devono resistere alla pressione FD, IH ec. GC, abbenchè in qualche maniera compressibili, e cedenti, lo facciano fino ad un certo grado, a cui arrivata la discesa del peso, restino le resistenze di essi filamenti, bilanciate con la pressione, cioè allorchè resti intieramente estinta la forza viva del grave, ed altro non sia in azione che la morta, il che di succedere si supponga, allora che giunto sia il peso in *dc*, restano i filamenti abbreviati della quantità *Hb*, *Hb* ec. a causa della compressione, e rimasto il peso con la sola forza morta; ciò non ostante il detto peso otterrà ancora la stessa positura orizzontale, ed in tal modo potrà conservarsi: il che si dimostra agevolmente avvegnacchè tutte le parti egualmente gravi, incontrando per la supposizione eguali resistenze, non vi è ragione perchè una parte discender debba più di un'altra, tanto le esteriori *d*, *c*, che le interiori *b*, *b*; discenderà dunque il centro di gravità E per una retta linea perpendicolare all'orizzonte, e disceso che sia fino all'estinzione della forza viva, ed a trovare l'equilibrio con le resistenze, ivi fermamente potrà sussistere senza incontrare verun'altra alterazione: Per tanto quando il fondo sia in tutte le sue parti di una egual resistenza, ed in quel sito specialmente, in cui si vuole piantare qualche edificio, anche senza palificate, si potrà ergervi la fabbrica col porvi un buon tavolato doppio, composto di ben uniti affoni; il peso della quale al più potrà discendere qualche oncia sotto del piano stabilito, ma quivi arrivata non procederà più oltre. E' però da avvertire di doverli caricare dal più al meno egualmente le parti omologhe e corrispondenti, altrimenti nè il centro di gravità E potrebbe discendere per la perpendicolare suddetta, nè egualmente restar compressi i filamenti *bI*, *bI* ec.; e l'edificio sentato che fosse, rimanendo con la sola forza morta, caderebbe fuori del piombo, con disordine, e brutta apparenza.



XVI.

Perchè poi i fondi composti di materie cedevoli non sono ordinariamente tali, se non per un certo determinato spazio, sicchè se a qualche piede vicino alla superficie della campagna il terreno è di cuora, o di altra materia meno resistente, più sotto finalmente trovasi la creta ed il caranto, che dà una perfetta ed eguale resistenza. Chi potesse fondar le fabbriche sempre sopra di un tal fondo, non abbisognerebbero esse nè di palificate, nè di tavolati o zatteroni, ma basterebbe escavar tanto fino che si trovasse esso buon terreno, il che ne' luoghi palustri non è quasi mai permesso per le sorgive, che il profondare oltre di certe misure impediscono, onde restano annegate le buche, quando si vogliono cavate oltre delli 14 in 16 piedi, quindi è di mestieri declinare da queste escavazioni, sostituendovi altri mezzi, che siano valevoli ad appoggiarsi al terreno forte senza altra escavazione, e con ciò ridurle alla dovuta consistenza. Tali mezzi altri non sono, che i pali piantati a piombo, e di tal lunghezza, che con le loro punte per un terzo incirca della loro lunghezza, restino fitti nel terreno sodo, perchè poscia sopra le loro teste, si possa conficcare il tavolato di affoni. Sia in grazia di esempio escavato il terreno fino in AB, facendo la buca con due banche X, Z, secondo a quanto si è espresso al num. XIV. di questo, nè più oltre senza pericolo si possa progredire, non avendosi pur anco il terreno consistente per tutto lo spazio ABIKDC, e comincj solamente il terreno forte alla profondità EIK. Si profondino dunque i pali AF, BG, DK, e tutti gli altri intermedj di modo che per un terzo incirca restino fitti in detto terreno forte, coll'avvertenza che i pali, che faranno fitti nel perimetro della fabbrica siano il doppio più lunghi, di quelli dell'interno della medesima, cioè se questi faranno 5 piedi, siano quelli 10; sopra le teste di essi pali, che dovranno esser tutti contigui, e come si dice testa con testa ridotti che siano ad un solo livello, si stabilisca il tavolato di affoni ABCD, e sopra di questo si comincerà il muro della fabbrica.

Le regole da osservarsi in questa importante materia sono le seguenti. I. Se la fabbrica non è di grande estesa, come se fosse una Chiavica, ed il terreno AEIKD di mediocre consistenza, e ben forte l'altro EFGHKI, allora si potrà appoggiare il tavolato a due fila di pali, piantati sotto delle estremità AC, BD,

Yy e que-

CAP.  
XII.

TAV.  
IX.  
Fig. 7.

CAP.  
XII.

e questi anco con qualche distanza fra di loro; ma se il terreno non è di tal natura, converrà piantare i detti pali assai più vicini, ed anco contigui, e testa con testa. II. Se la fabbrica è più dilatata, ed il terreno di mediocre consistenza, farà di mestieri piantare un terzo ordine di pali parallelo a' primi; e se esso terreno fosse ancora meno sufficiente, se ne dovrà piantare una quarta ed una quinta linea; e finalmente se il terreno fosse del tutto inabile a sostenere il peso della fabbrica, converrà empier tutto il vano di pali ben lunghi, facendo che arrivino più giù che sia possibile, e che si tocchino testa con testa, legandoli ben bene con sue catene e filagne, di modo che possano ben resistere al grave peso, che gli verrà sovrapposto senza pericolo di sconcertarsi.

XVII.

Sopra del Tavolato si dovranno stendere i suoli di pietre cotte a quante mani, che occorreranno, fino a tanto che si arrivi all'altezza ove l'acqua camminar dee, foderando poi questa superficie di corradoli di marmo, il tutto ben inarpefano e connesso: ma perchè accade spesso volte, che o per la soverchia spesa, o per la mancanza de' marmi, non si possano con i medesimi guernire le fabbriche, si potrà supplire con il laterizio nel modo che segue, secondo a quanto avanzò in una erudita Relazione il rinomato Montanari in data 10 febbrajo 1686, per certa navigazione nel Friuli, su di cui allora versava quel celebre Professore. *Cavato, dic'egli, prima il fondo alla profondità di due piedi sotto il piano, ove deve essere il salicciato (che dovendosi lavorare in luoghi palustri sarà il sito, ove anderà il tavolato, di cui sopra si è detto) vi si farà una buona platea d'ottima calcina ben lavorata, e mischiata con giarella minuta ben vagliata, e netta dalla terra, oltre il solito sabbione, e questa all'altezza di oncie 24, la quale ben battuta, e lasciata per più giorni far la sua presa, vi si butterà dipoi per quattro o cinque giorni, ogni dì tant'acqua, che la ricuopri tutta, acciò ne succbi il suo bisogno a perfezionare la sua presa, dopo di che trovandosi abbassata, com'è solito nell'asciugarfi, circa once 4, vi si farà sopra il salizzo di pietra ben cotta e scielta e spianate insieme, acciò nel lavoro si accostino bene, valendosi similmente d'ottima calcina, e ne verrà fatto un salizzo fortissimo, che lasciato ben riposare, diventerà tutta una forte platea d'un pezzo, che sempre più indu-*

ran-



randosi resisterà maravigliosamente alla caduta dell'acqua, e ad ogni sorgente inferiore, distendendo un tal salizzo non solo per tutta la capacità delle Porte, ma nell'uscita delle medesime alquanti piedi più avanti, in modo però che nel fine vada a colligarsi con un muretto inferiore, che gli serva di fondamento: al che altro non aggiungeremo; se non che se essa platea sarà formata con calce a pozzolana, ancora più forte riuscirà l'impasto predetto. Sarà poi necessario che i muri della fabbrica riescano di un piede e mezzo incirca dentro del piombo delle esterne palificate, non essendo se non troppo azzardoso il piantarli all'estremità delle medesime, potendo accadere per tal motivo de' sconcerti ben gravi a tutto l'edificio.

XVIII.

Non sarà superfluo l'avvertire, che a titolo di maggior forza saranno da guernire i Cantionali della fabbrica di buoni marmi, onde ne segua una forte legatura, e quando mancassero i marmi, servirsi di ottime pietre cotte fregate, e di buona calce, e se fosse meschiata con pozzolana sarebbe ancor meglio, e ciò perchè con maggior forza si resista al corso dell'acqua, ed all'urto, che sovente in passando essa vi imprime, che perciò non sarebbe fuori di proposito l'introdurre nella platea certe bossole a canto del risalto dell'angolo più vicino all'ingresso delle porte, nelle quali fossero piantati alcuni pali squadri ad oggetto di cuoprire i detti risalti dagli urti delle barche, se da questi le fabbriche ricever possono de' gravi sconcerti; Se però il detto angolo sarà con marmi, poco o nulla nè potrà risentire la muraglia. Quando vi sia sfogatore, converrà pur munire la di lui bocca esterna, o con buona muraglia, oppure con buona palificata, mentre stante che per questo si da la comunicazione libera fra l'acqua superiore e l' inferiore, il corso viene grandemente ad accelerarsi, sicchè molto facilmente ricever corrosioni assai pregiudiziali nè possono le rive, e restar intaccata la bocca di esso diversivo, onde il ben munire e quelle e questa, sarà affatto necessario. Si può ottenner l'intento di divertir l'acqua, ed anco di render la bocca del diversivo meno esposta alla violenza dell'acqua col fabbricar opportunamente in esso diversivo qualche edificio, che sostenendola ne moderi il corso, ed accresca agli abitatori vicini il comodo o sia per la molitura de' grani, o di altro, ed a Padroni del Sostegno l'utile.

CAP.

XII.

TAV.

IX.

Fig. 2. 4. 5

XIX.

La forma de' sostegni si riduce o alla designata nella figura 2, o a quella connotata nelle figure 4 e 5. La più reale e forte è quella che ha meno angoli, cioè quella del numero 4, e di tal forma sono i celebri sostegni di Governolo sul Mantovano, e e del Dolo nel Padovano; i più comuni sono gli ottangoli, che tali riescono compresi i lati delle Porte, come mostra la figura 5, altri si formano come dinota la figura seconda, ed allora principalmente, quando le barche, che devono passarvi, siano piccole, e servono per i piccioli fiumi. I maggiori, quelli cioè destinati sopra fiumi grandi, non solamente devono esser fatti con grossi muraglioni di 5 e 6 piedi di larghezza, ma devono anco esser assicurati co' suoi speroni o barbacani, come resta espresso in detta figura, in cui PNQO è la platea AB, CD sono le foglie; FZ, ZH le porte superiori divise in due; CD l' inferiore; le prime che si chiudono in angolo, contrastando fra di esse; quelle della parte inferiore batte nel risalto di muro della fabbrica; γγ sono i gargammi o goloni corrispondenti alle bossole per ricevere gli assi delle porte; FPE, BQE sono le ale d'avanti; CNK, DOM le ali di dietro; TT i Catelli per maneggiarvi l'argano da aprire esse porte; XX i barbacani o speroni che assicurano le muraglie. Il profilo di una parte lo dimostra la figura 3, in cui gcib è la platea, bkl i gli assoni sotto di essa, piantati sopra i pali testa con testa kmonl esistenti sotto de' fondamenti; dabb il muraglione, fpe il barbacane.

TAV.

IX.

Fig. 3.

XX.

Scolio. Uno de' mezzi più efficaci per obbligar i fiumi a soffrir la navigazione, quando tali di sua natura non siano a motivo della loro grande pendenza, sono i Sostegni, e con questi anche i piccioli, per così dire rigagnoli si possono ridurre al barcheggio, e non solo nelle pianure, ma ancora negli stessi monti, onde chi ne fu l'inventore ha al certo un gran merito con l'umana società: Ho cercato molto per rintracciare di questi il nome, e sapere il tempo di un sì spezioso ritrovamento, senza averlo potuto conseguire, se pure certa notizia che mi deriva da private carte non potesse dar qualche lume per riconoscere il detto benemerito inventore. Ho trovato dunque che Dionisio, e Pietro Domenico fratelli da Viterbo del fu Maestro Francesco di detta Città Ingegnere della

della Signoria di Venezia acquistano del 1481 li 3 di Settembre da' Sign. Contarini certo sito nella Bastia di Strà, luogo ben noto verso di Padova, per formar in esso un foratore del Piovego, ch'è quel canale che viene da Padova al detto luogo di Strà, ed in certa supplica de' medesimi da Viterbo di detto anno, resta espresso ch'essi, che si chiamano *Maestri di orologio*, faranno, che le barche e burchi potranno passare per la Chiesa di Strà senza pericolo, operando in modo che le acque usciranno con facilità, e senza esser obbligate a scaricare, e senza esser tirate. Aggiungono poi le condizioni, fra le quali la principale si è quella di aver essi a formar l'*ingegno* come lo chiamano, e mantenerlo; il che essendo stato loro accordato assieme con quel provento che pur avevano dimandato, costa da Ducale a' Rettori di Padova, in cui si esprime compito il Sostegno di Strà; perlocchè ricercarono i detti Maestri di far una buova per maggior perfezione dell'opera. A costoro dunque, almeno nello Stato Veneto, si può dare il vanto di tal invenzione, non trovando chi prima di essi l'abbia ideata nè posta in pratica.

Con l'uso de' Sostegni abbiamo veduti congiunti i mari, e tradotti, per così dire, per le stesse Montagne i navigli. Nel famoso Canal Reale che dà la comunicazione in Francia a i due mari, si contano 64 sostegni, fra' quali alcuni doppi, uno quadruplo, e quello di Fonceranes vicino a Beziers ha otto mani di porte consecutive: idea veramente mirabile e nuova, e ben riunibile fra monti, sostenendosi da questo solo fino ad undeci toese di altezza di acqua, che sono piedi 66 di Parigi, ed in circa da 62 de' nostri, e da ogni porta piedi 8. E' lunga essa gran fabbrica, (divisa come si è detto in diversi vasi) 156 toese o siano piedi 696, cioè pertiche IIII delle nostre, per nulla dire delle due conserve stabilite per impinguarlo, di Castelnaudari, e di Nauroze, alimentata questa dal Riserbatojo di S. Feriol; il che si è voluto indicare perchè si conosca fin dove sia giunto l'umano ingegno nel maneggio delle acque, e fin dove siasi estesa la potenza di Ludovico XIV per promuovere il commercio del di lui Regno; il merito di un'Opera sì grande si attribuisce a Pavolo de Riquet, ch'efeguir la fece sopra i progetti dell'Andreossy Matematico, fu cominciata del 1666, e terminata del 1680.

La navigazione di Bologna, che si pratica per il naviglio tirato, mediante la Chiesa di Casalecchio fino a Malalbergo, e per le Valli verso di Ferrara, arrivata ch'è da questa Città al Ben-

tivo-

CAP.  
XII.

CAP. XII. *tivoglio*, deve ascendere fino al piano di Bologna piedi 50 di quella misura, che vagliono 55 in circa de' Veneti, ed essendovi nel tratto di otto miglia altrettante mani di Sostegni, vengono essi a sostenere per ciascuna mano da 7 piedi.

X X I.

Accade qualche volta di averli a sostenere l'acqua di un canale con i *pianconi*, o sia con una travata, in vece di Porte, e ciò o perchè poco sia il ricercato sostentamento, o che rare volte ricerchisi l'apertura del Sostegno, o finalmente per evitare la spesa, quando bene tali pianconature non si facciano per regolare i fiumi, acciocchè nelle magre abbiano l'acqua bifognevole, e nelle piene smaltiscino la superflua; nel qual incontro tali edifici si piantano in bocca de' diversi de' fiumi, e si chiudono ed aprono secondo l'esigenze, facendo l'ufficio di strammazzi nelle piene, e di sostegni nelle magre. I *pianconi* altro non sono che travi riquadrate poste le une sopra le altre ne' suoi incastri, coficchè combaciandosi e fra di esse e col marmo ove appoggiano, venghino a trattenere il corso dell'acqua, riducendola stagnante per quanto si estende la di loro altezza. Quando occorre servirsi di tal edificio, non è di mestieri piantare due mani di travi, come nelle Porte, delle quali si è parlato, ma una sola mano è sufficiente, quando bene il fiume non fosse di tal forza da temersi, che una sola non potesse resistere, ed allora è utile anzi necessario il replicare una tal difesa. Antico n'è l'uso, ed al certo fino dal decimo quarto Secolo, cioè anche prima de' Sostegni a Porte, facendone di ciò ampia testimonianza quella fabbrica sul Padovano, che chiamasi comunemente *Colmellone di Limena*, e che esiste nella Brentella nella Villa di detto nome, piantata al tempo di Francesco da Carrara il vecchio. Ella è divisa in due occhi per potersi più agevolmente chiudere alle occorrenze con la travata. Per regolare una navigazione di un canale, che manchi di acque, non vi è forse mezzo più valevole di tali fabbriche, intendendo però di que' canali, che o hanno diversi, oppure che divisi in molti rami, ricerchino la regolazione di alcune bocche, non già dell'alveo principale, in cui anzi a difficoltare, che a facilitare la navigazione servirebbero, e di gran lunga i sostegni a Porte sono migliori, e più spediti di quelli a pianconi per l'imbarazzo dell'assettar le travi e levarle, il che sempre riesce e difficile, e di molta fatica.

Suppo-

## X X I I.

Supponendo un'acqua corrente da fermarsi con pianconi, cercasi qual forza sarà da impiegarsi per cacciarli a' suoi luoghi, e si dice che questa, prescindendo dalla propria gravità considerata nell'acqua, dovrà essere in ragione delle altezze, che rimarranno sopra di quel tal piancone, che si anderà ponendo in opera; imperocchè essendo data la superficie del piancone, che si appoggia all'incastro o gargamme, e per conseguenza la resistenza che può rifentire il medesimo per la propria scabrezza, altro non rimane da considerarsi, che l'urto dell'acqua per averli il momento della totale pressione; ora quest'urto dell'acqua sta come il quadrato della velocità, e questo quadrato come l'altezza dell'acqua stessa; adunque esso momento sarà come le rispettive altezze, essendo costante e la superficie del piancone, e la resistenza a causa della propria scabrosità nell'andar abbasso, e per conseguenza la forza ricercata per cacciarlo al suo luogo, dovrà esser maggiore del detto momento.

## X X I I I.

*Corollario I.* Resta manifesto, che quanto i pianconi saranno più gravi in specie dell'acqua, tanto più facilmente andranno abbasso ad affettarsi a' suoi luoghi, mentre la loro gravità superando quella dell'acqua, ajuterà a vincere le resistenze, e la loro levigazione a superare quelle resistenze che provenir potessero dall'irregolarità della superficie ch'entra deve ne' gargammi.

*Corollario II.* E quanto più la bocca della fabbrica sarà ristretta, tanto più i pianconi resisteranno al peso dell'acqua, posti che siano in opera; e per lo contrario, essendo troppo dilatata la bocca, e troppo lunghi i pianconi, più difficile sarà il maneggiarli, e facilmente potranno cedere al carico predetto dell'acqua; quindi il gran Sostegno della Polefella, che fin dal 1705 era stato ridotto a pianconi, in vece delle Porte che prima vi erano, essendo largo piedi 22 Veneziani, è stato da me l'anno 1734 fatto riformare in due vani, coll'ergervi un pilastro di tutto marmo a mezzo, avendo però lasciato un occhio maggiore dell'altro per dar comodo a qualche barca che vi transitasse, ed in tal

CAP.  
XII.CAP.  
XII.

tal modo e si è ridotto facile il maneggio de' pianconi, ed assicurato dall'acqua del Pò quell'importante sito.

*Corollario III.* Quanto più alta sarà l'acqua superiore dell'inferiore, altrettanto sarà difficile il collocar i pianconi ne' suoi luoghi; come allorchè poca sia la differenza dell'acqua, sarà molto facile il porveli, anzi non prima si pongono d'ordinario, che non molto differenti siano i livelli fra l'acqua superiore e l'inferiore, ed in tal modo la fatica riesce minore, e più sicuro il sostentamento dell'acqua.

*Corollario IV.* Rilevasi ancora che i pianconi più che a trasferir le barche, come i Sostegni a Porte, siano destinati a sostenere il corso de' canali, mentre non facendosene per lo più, che una mano, troppo di difficoltà avrebbe il barcheggio in passare il rapido corso che ne provenirebbe dopo che quel dato numero delle travi fosse levato, e molta fatica e perdimento di tempo vi sarebbe nel rimetterle; oltredicchè vuotandosi non poco l'alveo nel tempo che durasse aperta la pianconata, ciò non mediocrementemente altererebbe l'altezza dell'acqua, che potrebbe anco talvolta ridursi sì scarfa da non poter sostenere la navigazione.

## X X I V.

Mi sovviene di aver letto in qualche manoscritto del Sabbadini Ingegnere che in Venezia ha avuto molto nome nel secolo XVI in cui egli fiorì, come quello che molto ha contribuito alla regolazione dell'acque de' fiumi e Lagune di Venezia; mi sovviene, dico, di certa sua proposizione di formar le pianconate co' travi posti non orizzontalmente, com'è l'ordinario costume, ma a piombo uno dietro l'altro. In fatti sembra a prima vista, che maggior facilità vi potesse essere nel collocarli, essendocchè non incontrano l'acqua, se non per quanto porta la di loro grossezza; dove ne' pianconi orizzontali deesi calar abbasso tutto disteso, coll'incontrare tutta l'acqua secondo a tutta la lunghezza del piancone: Per servirsi di un tal metodo, si dovrebbe collocarne uno orizzontale nella parte alta della fabbrica fuori dell'acqua, che facesse appoggio agli altri; nientedimeno come che per i primi, che fossero affettati poca difficoltà si verrebbe a risentire, così per gli altri, allorchè si fosse per chiudere affatto il varco all'acqua, vi sarebbe molto da faticare, mentre gonfiando dessa a motivo de' primi pianconi che fossero posti in opera, molto si accre-



accrescerebbe la velocità ne' siti ancor liberi, e tal corso peravventura sì crescerebbe, che difficile molto riuscirebbe il porre in registro le ultime travi. Non è però che in qualche caso anche questo genere di pianconatura non potesse avere il suo uso, quanto l'altra, nel caso specialmente che l'acqua fosse poco da sostenerli, oppure che si andasse aggiungendo pianconi a misura de' crescimenti dell'acqua e di sopra e di sotto dalla fabbrica, mentre allora non molto potendo esser il corso, darebbe ciò luogo alla posizione de' pianconi ne' proprj luoghi con una competente facilità.

CAP.  
XII.

X X V.

*Defnizione.* Chiavica altro non è, che una fabbrica per lo più di muro in testa de' scoli, cioè ove questi pongon foce nel recipiente, e talvolta anco in altri siti intermedj a cagione di sostenere, chiusa che sia, con le sue paratòre, per qualche tempo le acque dello scolo, quando quella del recipiente sia più alta di quella dello scolo; Si apre poscia ogni qualvolta il pelo del detto recipiente stia più basso del pelo dello scolo; in somma ella è una fabbrica che si chiude ed apre, secondo l'esigenza dello scolo e delle Campagne, e serve principalmente a liberarle dalle acque provenienti o dalle piogge, o dalle sorgenti, o da qualunque altr'acqua, che nuocer potesse alle medesime.

X X V I.

Per quanto spetta all'impianto non differisce, in parità di circostanze, tal fabbrica da quella de' Sostegni, de' quali si è detto ne' numeri antecedenti, così anco la figura dal più al meno è la stessa, a riserva dell'esser i Sostegni più grandi, e le chiaviche più piccole, come che quelli devono dar il passaggio alle barche, queste alle sole acque delle Campagne; Sono anche differenti perchè le Chiaviche, se niente sono di mole riguardevole, si fanno coperte con volti, dove i Sostegni si lasciano scoperti, se pure qualche necessità non costringe a farlo, come succede alle Porte Contarine di Padova, che passando sotto della pubblica muraglia della Città si è dovuto farvi de' Volti. Nel genere delle fabbriche, delle quali si è detto, sono da eccettuare certi Chiaviconi di straordinaria grandezza, i quali avendo più vani, benchè di moderata apertura; contuttociò la mole di tali edificj è anche

Zz

mag-

CAP. maggiore di quella di qualche Sostegno; così sono molti Chiaviconi lungi il Pò e segnatamente quelli colà sul Mantovano, che verso la foce dell'Oglio scolorano il Cremonese, oltre delle ad essi più vicine ed aggiacenti Campagne. Notabile fra questi Chiaviconi è quello detto de i Quattr'occhi, formato con una squisita Architettura, e di una grandezza rimarcabile; si porranno alcune misure di tal fabbrica perchè si possa concepire la di lei mole, e queste rilevatesi nella Visita generale del 1719, di cui altrove si è fatta menzione. L'altezza degli archi degli occhi fu trovata dalla foglia piedi 11. 2. 6 di misura di Bologna, la lunghezza intiera della fabbrica piedi 77 e mezzo, la lunghezza delle trombe o volti sotto de' quali discorre l'acqua piedi 45, largo ciascun occhio piedi 5, la larghezza del prospetto di tutti e quattro gli archi piedi 30 contigua ad essi archi, ma presa nell'ultimo lembo superiore piedi 33, e nell'ultimo inferiore piedi 36 e mezzo.

X X V I I.

Le foglie delle Chiaviche che sono le basi delle cadenti de' scoli, si pongono per ordinario di livello coll'acqua bassa del recipiente, ed anche qualche cosa di sotto, se pure il fiume non è di quelli che vadino elevando il fondo; nel qual caso le Campagne perderebbero lo scolo dopo qualche tempo, e sarebbe uopo ricercare altri siti, ove scolarle, come ne diremo a suo luogo. Chi tenesse più alta la detta foglia dell'acqua magra del recipiente, perderebbe il vantaggio di avere dentro lo scolo una maggior altezza di acqua viva; contuttociò, quando le Campagne fossero assai alte, ed i scoli con sensibile inclinazione verso delle Chiaviche, si potrebbe tener le foglie di queste anche più alte del pelo basso del fiume recipiente. Si armano le Chiaviche con le sue paratòre, perchè restando chiuse ne' tempi dell'escrescenze del recipiente, le Campagne che scolorano non abbiano altr'acqua che la propria, mentre altrimenti avrebbero di rigurgito ancor di quelle del fiume; ordinariamente alzasi la paratòra o con semplice leva, oppure con qualche altra macchina dalla parte di sopra collocata; onde per lo più la fabbrica della Chiavica si chiude con volto, che serve anco di ponte per comunicare l'argine o strada che resta da essa Chiavica divisa. In due maniere per altro esse paratòre si formano, o stabili, e solamente amovibili con la forza degli Uomini, oppure da aprirsi da



da se stesse con la forza dell'acqua, che loro si accolla; Le prime si praticano ne' fiumi, le piene de' quali vengono solamente in certi tempi determinati; Le seconde in quelli, che per esser vicini al mare risentono del rigurgito di questo, e per non introdurre nel flusso marino dell'acque superflue e dannose nelle Campagne, perciò si formano le portelle, che diconsi a vento, le quali battendo verso il condotto si aprono da se stesse ogniqualvolta il livello del fiume recipiente resta più basso di quello dello scolo, e si chiudono quando il pelo dello scolo resta più basso del pelo di esso fiume; contuttociò per assicurarsi dalla penetrazione dell'acqua nell'escrescenze, si sogliono calare anco le paratore stabili, al qual oggetto nelle Chiaviche si formano anco per queste i suoi particolari gargammi.

X X V I I I.

Non è dissimile la fabbrica delle Chiuse o strammazzi da quella de' Sostegni, per quello riguarda alla figura esterna, bensì molto differiscono nell'alzato, essendo di mestieri tener tanto alta la platea di essi strammazzi, cosicchè trattenghino le acque nell'alveo almeno fino ad un certo segno, se traversano tutto il fiume, e ne' diversivi tenendoli tanto alti di labbro, di modo che nelle sole escrescenze tramandino fuori dell'alveo principale una data quantità di acqua. E perchè le acque così strammazzate devono sovente cadere da qualche notevole altezza, però devonsi ben fortificare ed il fondo ed i lati, che contener le devono. Sia GE la palificata sotto della platea, sopra della quale siano piantati i fondamenti; AB sia il piano declive verso le parti inferiori dello strammazzo; BD lo scarpone; FDEG un regòlone di marmo o anche di cotto, su di cui è piantato esso strammazzo; A il labbro o ciglio; AC la scarpa della platea; HI la profondità del fiume; HNLM la superficie e figura dell'acqua, che in cadendo acquista; KC l'atterramento che fa, se il fiume è torbido, superiormente allo strammazzo. Il maggior tormento della fabbrica a causa dell'acqua che cade farà in DEL; Che se l'acqua potesse per avventura penetrare verso FG, o in altra parte intermedia, la fabbrica potrebbe restar non difficilmente sovvertita e rovinata, com'è accaduto nello strammazzo di pietra detto della Rovigata nell'Adigeto, che restò asportato dopo pochi anni del suo impianto. Osservabile si rende, come sotto la AO orizzontale, vale a dire, sotto al ciglio o labbro dello strammazzo,

Zz 2 zo,

CAP. XII.

zo, non resti l'acqua perfettamente stagnante, e per conseguenza, come non si ricolmi tutto lo spazio, che giace sotto di detta orizzontale, essendo per altro costante, che verso il fiume HI, si mantiene escavato il diversivo con la vasca IKC, dove accanto e contiguo alla scarpa AC dell'antipetto non mai resta ricolmato, come pare che succeder dovesse, sino in A, ma sempre vi rimane l'altezza AC senza deposizioni, tanto rilevandosi ne' diversivi della Sabbadina ed in quelli di Cavarzere sopra dell'Adige.

X X I X.

Ciò però non sempre nella medesima maniera succede: qualche volta può dipendere dal sito e da altra inseparabile circostanza dell'acque correnti; conciosiacosachè facendosi per ordinario le bocche de' diversivi in quella parte, in cui il filone appoggiasi alla riva, succede, che l'impeto dell'acqua non poco si estenda contro della sponda ed antipetto, ed impedisca per conseguenza le deposizioni; in oltre chiamata l'acqua e dalla bocca dello strammazzo e dalla propria inclinazione a causa del sito, s'istrada ella verso dello strammazzo con molta velocità ed energia, ma non trovando varco sufficiente per scaricarsi con prontezza, converte in parte il moto suo progressivo in vorticoso: onde quelle deposizioni che sotto del livello del labbro dello strammazzo dovrebbero seguire, non seguono. Che se il diversivo fosse piantato in una Golena, o in sito ove il filone stesse lontano dall'incile di esso diversivo, potrebbe la torbida ricolmare il fondo IKA se non sino al labbro A, al certo molto da vicino, non rimanendo altro, che impedir valesse la deposizione, che qualche piccolo vortice che nascer potesse da qualche impedimento, che pur trovasse lo sfogo dell'acqua.

X X X.

Scolio. Non solamente si piantano i strammazzi ne' diversivi, ma talvolta attraverso de' fiumi stessi, se questi o non sono navigabili, oppure se tali, in qualche altro modo alla navigazione si possa supplire, ovvero ancora allorchè per dar moto agli edificj sia necessario di inalzar l'acqua. Così è stato praticato a Governolo nel Mincio, traversato ch'è questo fiume da uno strammazzo ad oggetto di sostenere fino ad un certo segno l'acqua di esso Mincio, onde i Laghi di Mantova, e principalmente l'inferiore, restar

restar potessero con certa determinata altezza di acqua; a detto stramazzo si sono poi lateralmente fabbricate le Porte per darfi l'adito alla navigazione, che va e viene da quella Città. Altre volte esso sostegno era pianconabile, e serviva per impedire i rigurgiti del Pò, l'acqua di cui nelle piene sale fino a Mantova con molto danno e della Città e del Lago, che la circonda; adesso tal fabbrica è molto pregiudicata, nè più vengono posti i pianconi, rovinati che sono i gargammi, onde è lasciato libero l'ingresso al detto rigurgito; in acque ordinarie del Pò e Minicio la caduta dell'acqua di questo per detto sfogatore è di piedi  $4\frac{2}{3}$  di Bologna, così essendosi trovato li 20 Gennajo 1720. Celebre e di grande impegno è la Chiesa di Casalecchio sul Bolognese che obbliga il Reno a somministrar l'acqua al Naviglio di Bologna; osservabile è quella di Matellica fatta per servizio de' Mulini sotto il dorso del fiume Savio; ne è inferiore quella da noi fattasi sotto del Montone a due miglia o poco più da Ravenna, essa pure destinata ad innalzar l'acqua di questo fiume per la molitura de' grani.

X X X I.

Consistendo il maggior tormento delle fabbriche a stramazzo nella platea, ed ale inferiormente alla caduta dell'acqua, è necessario guernir le rive di buone e consistenti palificate, e la platea su di cui l'acqua strisciar deve, di buoni e grossi marmi e muraglie munirla. Non è possibile il declinarsi quivi l'estrema forza, che vi esercita l'acqua, ma bensì si può in parte moderar l'intacco de' laterali nel modo che segue. S'incurvi il declive dello stramazzo cosicchè resti più basso nel suo mezzo di quello sia a canto i fianchi ed ale, e l'acqua in cadendo inclinerà col di lei maggior corso verso detto mezzo, e verso quello dell'alveo che ricever la deve, ed in tal modo assai meno saranno tormentate le ale, e le rive che ess'acqua cadente accompagnano. Sia lo stramazzo OPCI, che abbia da ricever l'acqua secondo QE, e sia la platea formata sopra due piani vicendevolmente inclinati OQEI, PQEC, avvertendo però che la saetta GE non sia più che di mezz'oncia per piede di tutta la larghezza IC; Si potrebbe anco formare in vece dell' due piani rettilinei, de' quali si è detto, una superficie curva che avesse l'asse eguale alla saetta antedetta. A maggior facilità però supporremo i detti due piani

CAP. XII.

TAV. IX. Fig. 9.

CAP. XII. ni rettilinei; intendasi il corpo dell'acqua sopra dello stramazzo HBCEI, la di cui sezione a causa dell'angolo IEC si conformerà nella figura HIECB, essendo HB l'orizzontale; Le velocità della parte media di essa sezione restino espresse dalla parabola EAF, e quelle della parte laterale per BCD altra parabola, e tutte quelle della sezione per il solido 2AEFDBA, regolandosi poi le dette velocità dalle altezze rispettive AE, BC, le due aree estreme AEF, BCD faranno fra di loro, come i rettangoli sotto  $AE \times EF$  e  $BC \times CD$ , e precisamente come  $\frac{2}{3} AE \times EF$  a  $\frac{2}{3} BC \times CD$ , oppure come  $\frac{2}{3} AE \sqrt{AE}$  a  $\frac{2}{3} BC \sqrt{BC}$  onde quanto la ragione dimezzata AE è maggiore di quella di BC, tanto la velocità in AE è maggiore di BC, e perchè tutta la lunghezza dello stramazzo QE porta la stessa pendenza in QE, come quella dei lati OI, PC, così la velocità si conserverà sempre maggiore verso del mezzo, che verso le parti laterali, quindi il filo dell'acqua più vivo dovrà sempre essere in QE, anzi in certo modo l'acqua laterale di OI, PC invece di progredire parallela ad essi lati, dovrà piuttosto declinare verso la OE, dimodochè il livello HAB, attesa questa maggior velocità, dovrebbe conformarsi in una specie di curva HXB, di saetta però quasi insensibile. Se dunque tutto l'impeto propenderà verso QE è manifesto che meno resteranno tormentate le ale laterali IKL, CMN, come certamente succederebbe ogniqualvolta lo stramazzo avesse il labbro orizzontale, se la velocità in tal positura sarebbe dal più almeno la stessa in ogni punto della linea IGC, prescindendo dalla resistenza delle muraglie de' fianchi, e per tanto le rive ed i laterali verrebbero ad esser più tormentate.

X X X I I.

Scolio. E' per altro da osservare, che facendosi per lo più i stramazzi ne' fiumi per il solo sfogo delle acque superflue delle piene, e non già perchè lascino traboccare le mediocri, e molto meno le acque magre, destinate ordinariamente e per mantenere la navigazione, e per tenere escavato il letto dalle deposizioni portate dalle escrescenze, ogni qualvolta però si abbinò a formare essi stramazzi curvi, si dovrà ben attendere, che la saetta della curvità non abbassi soverchiamente il ciglio dello stramazzo; quindi per non andare errati in questo as-

fa-

fare, farà bene di stabilire il punto più basso della curvità, che verrà ad esser appunto nel mezzo della platea, cosicchè esso riesca di livello con l'acqua media del fiume, e tener essa platea piuttosto di qualche maggior larghezza, e tale che venghi a smaltire l'acqua desiderata, il che data la specie della curva che formerà esso strammazzo, oppure se tale non fosse, ma fosse composto di due rette superficie vicendevolmente inclinate, data la quadratura, o sia la sezione, non sarà difficile dalle premesse, il determinare la larghezza competente.

XXXIII.

Accade non di rado, che o per scolare le campagne, o per irrigarle, ovvero per portar l'acqua per uso di qualche edificio, debbasi intersecare qualche altr'acqua, che discorre di mezzo, e fuori del livello di quella da condursi, o se anche nello stesso livello non compatibile, che resti unita alla medesima. In due maniere si fa per tanto passar l'acqua attraverso di un altr'acqua, cioè o sotto alla superficie di essa, o di sopra della medesima. Nel primo modo si pratica col mezzo di qualche tromba sia di legno sia di pietra: Nel secondo col servirsi di un ponte con sue sponde parimenti o di legno o di muro; Chiamansi propriamente le prime, *Botti* o *Trombe* sotterranee; il secondo *Pontecanale*, abbenchè qualche volta impropriamente si dicano, e le une, e le altre indistintamente *Ponticanali*. L'uso di tali fabbriche è di una somma importanza ed utilità, e senza di esse non si bonificherebbero talvolta immense Campagne, ma resterebbero palustri ed affatto inutili. Grande n'è l'uso nel Veronese e nel Bresciano, nel primo per servizio principalmente dell'adacquamento delle risare, nel secondo per le irrigazioni delle praterie. Nel Polesine di Rovigo sono pure frequentissime tali fabbriche per scolare i Retratti, e così ancora nel Padovano, a tal segno, che chi chiudesse alcune di esse *Botti* in questi due Territorj, li ridurrebbe in breve tempo alla condizione di paludi, e di vastissime, ubertose e coltivate Campagne che sono, diverrebbero dilatati laghi, ed infelici Valli.

La

CAP.  
XII.

CAP.  
XII.

XXXIV.

La costruzione delle *Botti* sotterranee, ricerca una somma attenzione nel fabbricarle, perchè quanto basta rieschino forti per resistere al peso che gli viene soprapposto, ed anche a sforzi dell'acqua interna, che per esse sotto dell'orizzonte della rimanente vi discorre, come sono quelle che curve si formano a differenza delle rette, che si fanno allor quando l'acqua, che se gli deve introdurre tiene poca differenza di livello, con quella che ha da intersecare, e tali *Botti* tanto più dovranno farsi curve, quanto maggiore sarà il corpo dell'acqua di sopra; in qualunque modo però si facciano le *Botti* rette o curve, è d'avvertirsi, che fabbriche di tal forte devono esser ben fondate, e non in diversa maniera da quanto si è detto per i Sostegni, anzi con maggior cautela per la molta profondità, che aver devono le *Botti*, e generalmente parlando, ricerca tal fabbrica buona platea, buoni fianchi ed ale, buoni volti sopra di se, valevoli a sostenere l'acqua che sopra vi avrà a passare, ed ottimi fondamenti; e quando la *Botte* sia curva, si avrà il detto volto a formare di consistenza tale, cosicchè possa reggere anco ai *conati* che l'acqua racchiusa e discorrente in essa potesse esercitare contro di esso volto.

XXXV.

Ricerca dunque il luogo d'indagare nelle *Botti* curve i *conati* o sfiancamenti che esercita l'acqua contro de' volti, che di sopra le chiudono, onde vi si possino addattare pesi tali, che rendino sicura la fabbrica. Non si cercheranno quivi gli sforzi esercitati dall'acqua o lateralmente, o dalle parti inferiori di queste fabbriche, mentre si suppongono piantate e fiancheggiata in modo da resistere perfettamente al peso dell'acqua, restringendosi alla sola perquisizione del *conato*, che esercita l'acqua contro della parte superiore della *Botte* per risalire all'orizzontale da cui discende per passare di sotto al Canale o fiume che l'interseca. Sia AKE il dorso della botte curva, di cui una porzione mostrasi per XT, e sarà AKE quella curva che forma la di lei superficie superiore sotto del fondo del canale da traversarsi, sia nota la natura di questa curva, che può essere di qualunque specie: AE sia l'orizzontale, a cui l'ac-

TAV.  
IX.  
Fig. 10.

l'acqua da passarsi arrivi; KI sia la massima profondità del dorso predetto, o l'asse della curva accennata, essendo K il di lei vertice. Da qualunque punto B si conduchino le due ordinate BC, BL parallele rispettivamente alle due AE, KI, ed altre due infinitamente prossime *bc*, *bl*. Condotta poi dal punto B la tangente BQ si produca CB in F, e si faccia dapertutto BF = BC; indi ad angolo retto con BQ si conduca BG dal punto B, e dipoi la GF parallela alla BQ, e prodotta BC verso D si determini CD = GB; se per tutti i punti così trovati si tiri la curva ADdP, si chiamerà questa la curva de' conati dell'acqua con i quali nell'altezza determinata dall'orizzontale AE fa forza contro del dorso della Botte. Sia ancora condotta AR parallela all'asse IK, e prodotta BL verso S, si faccia con le coordinate SR, RA la parabola conica SA col parametro eguale all'unità, che rappresenterà la curva delle velocità, che avrebbe l'acqua, se dalla Botte uscisse per qualunque punto B, essendo manifesto, che prescindendo dalle resistenze, aperto un foro B, salirebbe l'acqua appunto fino all'orizzontale in C, ovvero, ch'è lo stesso, un grave cadendo dalla quiete C, arrivato che fosse in B acquisterebbe appunto tanta velocità da farlo risalire fino in C; onde le velocità dell'acqua saranno in ogni punto B come le radici quadrate di BC o di AR. L'impeto poi o forza, con cui sale quest'acqua sarà per la Statica, come il quadrato della velocità, quindi facendo quest'impeto assoluto come la BF, dovrà questa farsi eguale alla CB altezza dell'acqua, per la natura della parabola AS, e perciò BG rappresenterà la forza rispettiva, con cui spingesi il punto B della Botte, intendendo risolta cioè essa forza BF nelle due collaterali BG, GF, delle quali GF essendo parallela alla tangente, nulla spinge il volto della fabbrica; La curva ADd, sarà dunque la ricercata de' conati di tutta la Botte, cioè l'area di questa curva sarà eguale all'aggregato di tutte le forze, con le quali vien premuto il dorso della medesima, come erasi proposto.

Per determinare la natura di questa curva sia KI = *a*; KL = *x*; LB = *y*; AI = *b*; Hb = *dx*; BH = *dy*; BF = *f*; BG = CD = *z*; Bb = *ds*, e per la somiglianza de' triangoli BHb, BGF essendo Bb (*ds*). BH (*dy*) ∴ BF (*f*). BG = DC =  $\frac{f dy}{ds}$

farà l'equazione  $z = \frac{f dy}{ds}$ , e sostituendo il valore di *ds*, e ridu-

cendo farà  $dy = \frac{z dx}{\sqrt{f^2 - z^2}}$  equazione generale della curva ADd,

nella quale dandosi *z* per *x*, *y*, e costanti, come altresì la *f*, si avrà l'equazione nelle sole *z* ed *x*. Perchè dunque la forza è come il quadrato della velocità come nel numero antecedente sarà *f* = *uu*, ma *u* =  $\sqrt{BC} = \sqrt{a-x}$  si avrà perciò *uu* =  $a-x$  = *f* ed  $ff = a^2 - 2ax + xx$ ; onde l'equazione generale diverrà  $dy = \frac{z dx}{\sqrt{a^2 - 2ax + xx - z^2}}$ .

Parimenti perchè la curva della Botte è data potremmo ridurre l'espressione differenziale alle quantità finite, benchè indeterminate. Supponiamo dunque che la curva del dorso della Botte sia parabolica, il di cui parametro *p*, sarà  $px = yy$ , e  $dy = \frac{p dx}{2\sqrt{px}}$ , e perciò  $z = \frac{a-x\sqrt{p}}{\sqrt{4x+p}}$ , equazione speciale della curva ADd nella predetta supposizione.

Facendo poi *z* = 0 sarà *a* = *x*, il che dimostra che la curva avrà il suo principio in A, e che allora KL = KI; parimenti se *x* = 0 sarà *z* = *a* per la massima ordinata IP, e dopo P ritornerà ad inflettersi verso E con la stessa curvatura, che ha verso di A. quando la Botte abbia dall'una, e dall'altra parte curvatura uniformi.

La quadratura dello spazio della curva ADPI, che vale lo sforzo totale fatto dall'acqua contro del dorso della Botte si avrà nel modo che segue, come pure il suo doppio 2API, cioè  $2\int z dy$ . Essendo dunque nelle supposizioni del numero antecedente-



dente  $dy = \frac{p dx}{2\sqrt{px}}$  e  $z = \frac{a-x\sqrt{p}}{\sqrt{4xx+p}}$ , quindi  $2fzdy = 2 \int \frac{a-x\sqrt{p}}{\sqrt{4xx+p}}$

$$\times \frac{p dx}{2\sqrt{px}} = p \times \int \frac{adx - xdx}{\sqrt{4xx+px}} = p \times \int \frac{-x - \frac{1}{2}px dx}{\sqrt{4xx+px}} + \frac{\frac{1}{2}p + ax dx}{\sqrt{4xx+px}}$$

L'integrale del primo membro è  $-\frac{1}{2}\sqrt{4xx+px}$ , e però l'integra-

le completo sarà  $p \times -\frac{1}{2}\sqrt{4xx+px} + \int \frac{\frac{1}{2}p + ax dx}{\sqrt{4xx+px}} + M$ . Se pe-

rò s'intenderà descritta l'iperbola AF, o le iperbole opposte, AF, BQ con il diametro BA =  $\frac{1}{2}p = \frac{1}{2}$  del parametro della curva parabolica della Botte e CA =  $\frac{1}{2}p$ ; AE = x, EF = y, ed il lato trasverso CH = p eguale cioè al detto parametro sarà EF =  $\sqrt{4xx+px}$  per la natura dell'iperbola, essendo BA . CH :: CE<sup>2</sup> - CA<sup>2</sup> . EF<sup>2</sup>, e facendo AP = a farà l'integrale comple-

$$\text{to } p \times \frac{1}{2}\sqrt{4aa+pa} - \frac{1}{2}\sqrt{4xx+px} + \int \frac{\frac{1}{2}p + ax dx}{\sqrt{4xx+px}}, \text{ e quando } x$$

$$= 0 \text{ farà } p \times \frac{1}{2}\sqrt{4aa+pa} + \int \frac{\frac{1}{2}p + ax dx}{\sqrt{4xx+px}}. \text{ Il membro } \int \frac{\frac{1}{2}p + ax dx}{\sqrt{4xx+px}}$$

$$= \frac{1}{2}p + a \int \frac{dx}{\sqrt{4xx+px}}: \text{ Si moltiplichi la quantità sotto la sum-$$

matoria per  $\frac{p}{16}$ , e si divida il coefficiente  $\frac{1}{2}p + a$  per questa me-

$$\text{desima quantità, e farà } \frac{1}{2}p + 16a \times \int \frac{p dx}{16\sqrt{4xx+px}} = \frac{2p+16a}{pp}$$

$$\times \int \frac{p dx}{16\sqrt{4xx+px}}; \text{ ma l'integrale di questo membro è il Settore}$$

dell'iperbola CFA moltiplicato nella quantità  $\frac{2p+16a}{pp}$ , per tan-

$$\text{to l'integrale completo diverrà } \frac{1}{2}\sqrt{4aa+pa} - \frac{1}{2}\sqrt{4xx+px} + \frac{2p+16a}{p} \times \text{Sect. CFA};$$

Dipende dunque la misura dell'area proposta dalla quadratura del Settore iperbolico predetto, onde tutto il conato dell'acqua valerà l'aggregato delle quantità di sopra notate; il che ec.

TAV. IX. Fig. 10.

Supponendo per tanto, che AEK spazio compreso fra la curvità della Botte, fosse ripieno di acqua, la quistione sarà ridotta a vedere se l'area AEK sia maggiore, minore o eguale all'area de' conati 2AIP, prescindendo anche dal legamento delle pietre, che formano il volto di essa Botte, della terra, e degli altri materiali, che possono esser alla medesima sopraposti; Se dunque l'area antedetta de' conati sarà minore, potrebbe temersi lo sfiancamento della fabbrica, ma se eguale o maggiore dovrà resistere a qualunque sforzo, che in passando l'acqua potesse farvi, e col suo moto, e col suo peso, ed è facile da vedere, che segnando le BC la ragione delle BF, e le CD quella delle GB, essendo sempre queste minori di quelle, abbia sempre la curva de' conati a comprendere minor spazio della curva del dorso della Botte, onde per poco, che venghi caricata e di terra e di altri materiali sarà ridotta a resistere perfettamente a qualunque sforzo interno dell'acqua ed a dare adeguatamente i vantaggi per i quali viene costrutta. Non si tralascia di avvertire, che anco le Botti egualmente che le Chia- viche, si possono munire con sue paratore per dare o levare secondo l'esigenza il passaggio alle acque per servizio de' Retratti e delle bonificazioni, ed anco per impedire, che nel caso delle rotte più acqua del bisogno non s'introducesse a passarvi, mentre ciò succedendo facilissima farebbe la loro rovina.

XXXIX.

Non essendosi calcolata la forza dell'acqua contro della Botte, che secondo l'andamento del di lei dorso, e per ottenere l'intero conato di tutto il corpo dell'acqua, ricercandosi di avere il valore di que' sfiancamenti, che passano bensì per il dorso predetto, ma dietro alla curvità trasversale del Volto di essa Botte, come

TAV. IX. Fig. 10.

TX, ogni punto di cui ha sopra di se diversa altezza dell'acqua premente, è sempre maggiore di quella, che sta sopra di detto dorso, conteggio ancor questo di qualche imbarazzo, e tedio; se ne darà dunque il metodo di calcolare la curva de' conati per tutta

tutta l'estesa trasversale del Volto TX, avuta la quale, e moltiplicato il risultato per la lunghezza che porta il doppio della massima ordinata di essa curva de' conati, si averà l'intero sfiancamento dell'acqua; e per render più universale la proposizione avendosi ne' numeri antecedenti XXXV e seguenti di questo, proceduto sempre nella supposizione, che l'acqua che entrar deve dentro la Botte non oltrepassi nell'altezza l'orizzontale, che passa per la sommità degli archi estremi, che formano l'ingresso ed uscita alla medesima, e potendo succedere ch'essa Botte resti più bassa di detta orizzontale come in X; dimodochè la curva de' conati non abbia l'origine in A, così per render più universale la proposizione, s'intenda la superficie dell'acqua che termini all'altezza MO; AKE sia la curva del Volto della Botte, per cui deve passar l'acqua che discende da MO; MS sia la parabola che dinoti le velocità RS in qualunque punto B. Essendo FB = MR, ed MR come il quadrato di SR per la parabola: presa CD = FG, che sarà una normale della tangente BG tirata dal punto F, fatte DF, df parallele ad MV, ed infinitamente prossime, sarà VDPX la curva ricercata de' conati nella supposizione predetta, la quale volgerà o il convesso o il concavo alla base AE, secondo porterà la natura della curva AKE. Se OK farà maggiore di tutte le FG volterà il concavo, se minore il convesso.

CAP. XII.

TAV.

IX.

Fig. 12.

X L.

Chiamisi OK = c; KL = x; LB = y; Hb = dy; BH = dx; BF = f; FG = CD = z Bb = ds. Dunque  $z = \frac{f dy}{ds}$ , e perciò  $dy = \frac{z dx}{\sqrt{f^2 - z^2}}$  ma  $f = c + x$ , dunque  $dy = \frac{z dx}{\sqrt{c+x^2 - z^2}}$ . Sia  $2px = yy$ , equazione della curva AKE onde  $\frac{p dx}{\sqrt{2px}} = \frac{z dx}{\sqrt{c+x^2 - z^2}}$  e  $p \sqrt{c+x^2 - z^2} = z \sqrt{2px}$ , e sostituendo in vece di  $2px$  e di  $x$  i loro valori, farà l'equazione alla curva ricercata.

CAP. XII.

cercata  $pp \times c + \frac{yy^2}{2p} - z^2 = zzyy$ ; questa curva sarà sempre algebrica tutte le volte che tale sarà quella della Botte AKE; la quadratura poscia dello spazio della curva de' conati sarà espressa per  $z dy = \frac{p^2 c + x dx}{\sqrt{4xx + 2px}}$ . Ma quando si avesse la curva della Botte circolare, il raggio di cui fosse p, onde l'equazione  $yy = 2px - xx$ , allora la natura della curva de' conati resterebbe espressa da questa equazione  $z =$

$$\frac{\sqrt{c+p} + \sqrt{pp - yy}}{p} \times \frac{pp - yy}{p}$$

X L L

Molto più facile della costruzione delle Botte sotterranee riesce quella de' Ponticanali, i quali d'ordinario si formano attraverso di qualche canale per passare dalla parte opposta un'acqua di livello più alto di quella di esso canale, e tale che tutto il corpo dell'acqua di detto Pontecanale possa restar superiore alla massima escrescenza del canale che resta di sotto, onde l'acqua di questo non mai possa non avervi libero il passaggio. Per ordinario altro che qualche picciol corpo di acqua inferiente ad irrigazione non si passa co' ponticanali, contuttociò, quando tale fosse il bisogno, s'invalveano anche talvolta delle acque navigabili; ne abbiamo l'esempio nel Pontecanale, che passa l'alveo proveniente da Monfelice alla Battaglia, detto comunemente della Rivella: egli è di un'ottima struttura, largo 12 piedi, ed alto a proporzione; dà il passaggio alle barche che vanno alle Saffaje di Lissida al carico de' macigni per servizio de' Lidi di Venezia, e superiormente vi passa il canale navigabile detto di Este. Tutti gli acquedotti degli antichi sono una specie di Ponticanali; la loro struttura maravigliosa ci fa comprendere egualmente la perizia ch'essi avevano nel condurre le acque, e la grandezza del loro animo. I Ponticanali per la condotta di qualche picciol corpo di acqua, si fanno ordinariamente di legno di forma quadrata; per altro il formarli di volti di pietra sarà sempre il miglior partito; il peso che devono regge-

reggere non è più di quello del peso assoluto di un corpo di acqua CAP. di mole quanto è il vano di esso Pontecanale, poco o nulla e- XII. perando il moto, con cui es'acqua cammina; quando però si abbino a formare di pietra, e per acque di molto corpo e navigabili, il loro impianto dev'essere, come quello de' sostegni e botti, acciocchè possino contrastare con qualunque carico che l'acqua lor potesse dare.



GAP-

## CAPITOLO DECIMOTERZO.

*De' Scolì delle Campagne, de' Retratti, e del modo di formare le Bonificazioni sì per alluvione, che per semplice efficaazione.*

## I.

**C**ominciando dalle cause generali delle inondazioni, che tengono oppressi i luoghi bassi da ritraersi, giacchè negli alti non vi è bisogno di cercar il modo di dar esito alle acque, facendolo da se stessa la natura: Si cercherà prima di ogni altra cosa, se a qualche misura fissa possa ridursi la quantità dell'acqua, che sopra di dette basse situazioni si va fermando; dipoi farà indicato il modo di liberarsene. In tre maniere, e non in altre, può un luogo basso e palustre esser inondato, o dalla pioggia, o dal forgimento delle acque, o dal corso di qualche canale uscente da un vicino fiume, che possa diffondersi per l'ampiezza di un vicino padule, supposto il terreno consistente; che se questo non è tale, ma di cuora, può restar soggetto anche ad un quarto modo d'inondazione, proveniente cioè dall'abbassarsi della superficie stessa scuorosa: col qual abbassamento si potrà render inoperoso lo scolò; e gettate tutte le spese fattesi per render asciutto quel tale tratto di Campagne. Le prime tre cause dipendono da cose esterne al padule, la quarta da una interna del medesimo, ed è facile da comprendere, che ove il terreno resta soggetto a quest'ultima, a non ammettere se non molto difficilmente la bonificazione reale.

## I I.

La quantità delle piogge, che dentro lo spazio di un anno in un dato paese cade, è determinata in certe misure; di tanto ne fanno testimonianza le osservazioni di Francia, d'Inghilterra, e d'Italia, nascendo solamente la differenza dalla situazione de' paesi o più discosti, o più vicini a' monti, osservandosi che in questi la pioggia cade in maggior quantità, ed in minor copia ne' più lontani,