NECROLOGIO

CARLO SOMIGLIANA

Il 19 giugno 1955 si è spento a Casanova Lanza, all'età di 95 anni, il prof. Carlo Somigliana, uno dei più illustri rappresentanti della Fisica matematica classica. Egli era nato a Como il 20 settembre 1860 dal nobile Cesare e dalla nobildonna Teresa dei Conti Volta; discendente quindi per via materna dal grande fisico comasco.

Frequentò il primo biennio di studi universitari a Pavia e si laureò a Pisa il 29 ottobre 1881. Perfezionò quindi la Sua cultura matematica e fisica presso quella *Scuola Normale Superiore*, dove allora nel campo del calcolo infinitesimale rifulgeva l'ingegno potente di Ulisse Dini e i corsi di Fisica matematica e di Meccanica superiore erano tenuti dal geniale Enrico Betti.

Coetaneo e compagno in quella Scuola di Vito Volterra, al pari di questi il Somigliana aveva certamente subito il fascino degli insegnamenti del Betti, se si pensa che la parte più cospicua delle Sue ricerche è rivolta allo studio di problemi inerenti alla statica e alla dinamica elastica.

Il Somigliana iniziò la Sua carriera didattica come assistente alla cattedra di Calcolo infinitesimale a partire dal primo novembre 1887 presso la Università di Pavia. Nel 1891 è ivi incaricato di Fisica matematica e verso la fine dello stesso anno è abilitato alla libera docenza nella medesima disciplina. In seguito a concorso fu quindi nominato, dal primo ottobre 1892, straordinario di Fisica matematica sempre a Pavia, e fu promosso ordinario il primo dicembre 1896. Continuò la Sua carriera nella stessa sede fino a tutto l'anno accademico 1902-903, ove ebbe ancora incarichi di insegnamento di Matematiche superiori e di Geodesia. Il primo dicembre 1903 venne trasferito come ordinario di Fisica matematica presso l'Università di Torino e in questa sede ha quindi insegnato ininterrottamente fino al 29 ottobre 1935, epoca in cui, per raggiunti limiti di età, fu collocato a riposo.

In questo lungo periodo oltre l'insegnamento ufficiale il Somigliana ha svolto anche una notevole e varia attività in commissioni di concorso per cattedre universitarie, in convegni e congressi scientifici e in adunanze delle diverse accademie di cui faceva parte, attività che si è protratta fino a quasi la vigilia della Sua morte con conferenze prima nel Seminario matematico di Torino e poi nel Seminario matematico e fisico di Milano.

Egli ha ricoperto la carica di Preside della Facoltà di Scienze della Università di Torino dal 1920 al 1933, è stato Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione dal 1911 al 1915, Presidente del Comitato nazionale geodetico e geofisico del Consiglio Nazionale delle Ricerche dal 1922 al 1926, Presidente della Società italiana per il Progresso delle Scienze negli anni 1924, 1925 e del Comitato glaciologico dal 1910, Membro della Commissione geodetica italiana.

Il Somigliana era Socio dell'Accademia Nazionale dei XL, Accademico nazionale dei Lincei, Accademico Pontificio, Socio Nazionale dell'Accademia delle Scienze di Torino, Membro eff. dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente dell'Istituto Veneto e dell'Accademia delle Scienze di Padova, Membro de la Société Helvétique des Sciences Naturelles, Accademico d'Italia dal 16 giugno 1939, premio per le matematiche nel 1894.

* * *

L'opera scientifica di Carlo Somigliana, che si estende a campi svariati della matematica, anche quando tratta questioni di Analisi o di Geometria, è generalmente rivolta all'indagine di fenomeni fisici o meccanici e allo studio di problemi che hanno grande interesse per la Fisica terrestre.

Le ricerche di Somigliana comprendono oltre un centinaio fra note e memorie originali, alcune delle quali ormai sono diventate classiche. Molte di esse, quelle che riassumono l'opera Sua, furono pubblicate in un volume di « Memorie Scelte » (1) che Gli fu offerto in occasione del Suo 75° anno di età, quando lasciava l'insegnamento tenuto per 43 anni nelle Università di Pavia e di Torino.

Sin dal Suo primo lavoro, pubblicato nel Nuovo Cimento nel 1885, e relativo all'equilibrio di un corpo elastico, il Somigliana rivela una grande padronanza nell'uso dei metodi della Fisica matematica e un'abilità particolare nel risolvere nel modo più semplice e più elegante questioni che allora, nell'indirizzo di Betti, venivano studiate da un gran numero di matematici italiani.

Ma la Sua memoria fondamentale è quella pubblicata qualche anno dopo negli Annali di Matematica, dove stabiliva, per le funzioni che rappresentano gli integrali delle equazioni della elasticità, una teoria analoga a quella delle funzioni potenziali, trovando delle formule alle quali oramai è legato il Suo nome, le quali dànno nella maniera più semplice possibile, e in forma molto espressiva, le componenti dello spostamento in un punto interno al corpo elastico per mezzo delle forze di massa, delle forze superficiali e degli spostamenti in superficie, formule che costituiscono le analoghe di quelle di Green per le funzioni armoniche e delle quali il Somigliana si serve per risolvere problemi particolari di elasticità.

Alla statica elastica sono dedicati diversi altri lavori in ciascuno dei quali ha studiato un aspetto nuovo della questione o ne ha fatto una nuova applicazione, o ha stabilito delle relazioni con altri fenomeni ed altre teorie, o ha precisato alcuni concetti fondamentali. Dall'osservazione che nella risoluzione dei problemi di Fisica matematica mediante serie di soluzioni semplici non risultava indicato alcun carattere specifico da cui derivasse un procedimento generale per la determinazione delle costanti arbitrarie in modo da soddisfare alle condizioni al contorno, viene indotto a istituire una teoria che permette di caratterizzare le soluzioni semplici, mediante una proprietà intrinseca che si presta immediatamente a definirle, per certi sistemi di equazioni differenziali lineari a derivate parziali di 2o ordine che chiama *sistemi simmetrici*. Dei sistemi simmetrici, nel caso di due sole variabili indipendenti, determina successivamente delle soluzioni caratteristiche, le quali hanno un punto isolato di singolarità in cui esse e le loro derivate diventano infinite secondo una legge determinata, soluzioni che Gli permettano di rappresentare con integrali definiti, analoghi a quelli di Green, le funzioni incognite in un punto qualunque di un campo piano, mediante i loro valori e quelli delle loro derivate al contorno.

Lo studio del potenziale elastico unitario, assunto come una forma quadratica delle sei componenti della deformazione, e la ricerca delle forme speciali che esso può assumere per effetto di proprietà di simmetria, porta il Somigliana alla interessante constatazione che quelle forme sono tutte e solo quelle che si hanno in conseguenza della legge fondamentale che regge la simmetria dei cristalli.

Delle deformazioni elastiche nei corpi cristallini il Somigliana si è occupato in diversi altri lavori, e fra questi hanno notevole interesse quelli relativi alle relazioni che esistono fra le proprietà elastiche e quelle da cui derivano i fenomeni termoelettrici o piezoelettrici, di cui si era occupato il Voigt.

Per la risoluzione di problemi di equilibrio elastico nel caso più generale di corpi cristallini che ammettono un piano di simmetria, il Somigliana dimostra un elegante teorema che, rispetto alle equazioni della elasticità, può considerarsi come equivalente al principio delle immagini di Lord Kelvin nel caso di campi limitati da piani, analoghi a quelli nei quali esso porta alla risoluzione del problema di Dirichlet. In base a questo teorema, col concetto di *gruppo di integrali* delle equazioni di equilibrio da Lui introdotto, e col metodo di integrazione esposto, il Somigliana ha fornito così la possibilità di aumentare la serie dei problemi di statica elastica di cui sia assegnabile la soluzione generale in termini finiti.

Dopo che il Volterra ebbe sviluppata magistralmetne la teoria delle *distorsioni elastiche,* il Somigliana, riprendendo la questione da un nuovo punto di vista, apportava a questa teoria contributi nuovi e cospicui, dando ad essa un assetto generale e definitivo. Egli in una prima memoria dimostra che in un mezzo omogeneo isotropo indefinito, nel quale immagina praticato un taglio piano, nella sola ipotesi della continuità delle componenti della deformazione, esistono effettivamente distorsioni, dovute a spostamenti normali al piano del taglio, che Egli chiama *distorsioni di Weingarten,* che non sono distorsioni nel senso di Volterra.

Alcuni anni dopo, in due note lincee del 1914, il Somigliana esamina la questione da un punto di vista più ampio, con riferimento a un corpo elastico qualsiasi, isotropo o anisotropo, considerando le deformazioni prodotte da uno strato di discontinuità in corrispondenza di una superficie interna al corpo, senza intervento di forze esterne, di massa o superficiali. Dimostra quindi che la condizione di discontinuità dello spostamento nei punti di detta superficie e la condizione che i due vettori che rappresentano le tensioni elastiche sulle due facce di essa si facciano equilibrio, sono sufficienti ad individuare anche dal punto di vista analitico la deformazione del corpo. Ne deduce che l'ipotesi della continuità della deformazione attraverso la superficie considerata, precedentemente ammessa, viene a costituire una nuova condizione a un problema già fisicamente e analiticamente determinato ed essa viene quindi a riflettere problemi speciali di distorsione. Fondandosi poi sulla nota corrispondenza che esiste fra i problemi della statica elastica ed alcuni problemi della teoria del potenziale, il Somigliana risolve brillantemente il problema delle distorsioni che si era posto in maniera più generale, riducendolo a quello delle deformazioni per date forze superficiali, inquadrando nello stesso tempo in una cornice più ampia la teoria che Volterra aveva felicemente creata.

Diverse note di Somigliana sono dedicate allo studio, da un punto di vista puramente meccanico, del problema maxwelliano dell'equivalenza fra azioni a distanza ed azioni propagantesi da punto a punto attraverso ad un mezzo elastico. Dimostra così che rappresentazioni meccaniche conformi alle idee di Faraday e di Maxwell ed in perfetto accordo colle leggi della meccanica, sono effettivamente possibili, e ciò indipendentemente da ogni ipotesi speciale sulla natura del mezzo. Questa rappresentazione la estende quindi al caso non considerato da Maxwell in cui le forze del campo variano col tempo e sono prodotte da un movimento vibratorio.

Osservando poi che mediante l'ordinaria teoria della elasticità non è possibile un'analoga rappresentazione dei campi di forze magnetiche, in quanto quella teoria è basata sull'ipotesi che nessuna reazione elastica si manifesta quando le molecole del corpo deformato sono sollecitate a ruotare senza modificazioni di forma, mentre questo è il modo con cui si ritiene che agiscano le forze magnetiche, allora il Somigliana sente la necessità di una estensione della teoria classica della elasticità. Considera quindi una forma più generale dell'energia unitaria che dipende oltre che dalle sei componenti di deformazione, anche dalle tre componenti della rotazione, onde tener conto dell'azione deformante dovuta ai momenti di rotazione agenti sugli elementi di massa, deformazione che nell'ordinaria teoria classica è presupposta nulla. In base ad essa stabilisce nel modo più semplice le equazioni differenziali dell'equilibrio e ricerca la forma speciale che esse assumono nel caso dell'isotropia.

* * *

Se la statica elastica aveva costituito uno dei campi al quale il Somigliana aveva dedicato con successo gran parte della Sua attività scientifica, non meno importanti sono le Sue ricerche sulla dinamica elastica.

Da una dimostrazione molto semplice di un teorema di Clebsch relativo alla decomposizione di qualsiasi movimento oscillatorio di un mezzo isotropo in due movimenti, l'uno longitudinale, l'altro trasversale, passa, dopo diversi anni, a studiare con un procedimento diretto un problema di cui si era già occupato il Love, relativo all'estensione della celebre formula su cui Kirchhoff ha fondato la teoria della propagazione dei raggi luminosi nei mezzi itsoropi, agli integrali delle equazioni generali dei movimenti vibratori nel mezzo stesso.

Il Somigliana considera al riguardo un integrale assai semplice di una equazione alle derivate parziali del 4° ordine, il quale è funzione di una distanza r e del tempo t ed ha rispetto a questa equazione un ufficio analogo a quello dell'integrale $1/r$ per l'equazione di Laplace. Mediante di esso costruisce delle funzioni che chiama *potenziali ritardati di 2° ordine*, per distinguerli dai potenziali ritardati di Lorentz, coi quali esprime gli integrali del moto prodotto in un mezzo indefinito da forze arbitrariamente date in uno spazio finito.

Successivamente in un poderoso lavoro pubblicato in tre note negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino degli anni 1906, 1907, il Somigliana, con un procedimento analogo a quello seguito per stabilire le Sue formule integrali della statica elastica, trova le corrispondenti formule integrali nel caso del movimento, le quali esprimono le componenti dello spostamento in un punto interno mediante quelli che Egli chiama gli *elementi fondamentali* del problema, e cioè i valori delle forze di massa, le pressioni superficiali esterne e i valori dello spostamento stesso sulla superficie, considerando tutte queste quantità come date per qualunque valore del tempo. Quelle formule integrali, che hanno importanza capitale per la teoria generale dei movimenti oscillatori dei mezzi elastici isotropi, vengono determinate mediante un abile e giudizioso maneggio della formula di Kirchhoff, e il concetto di potenziale ritardato di 2° ordine, già precedentemente introdotto, e utilizzato in diversi lavori, trova in queste ricerche la sua naturale e spontanea applicazione per presentare i risultati finali sotto forma più intuitiva ed atta a dar ragione della loro struttura.

Di particolare interesse per la Geodinamica sono poi alcuni lavori relativi alla propagazione delle onde sismiche in un suolo piano illimitato e infinitamente profondo, arrivando ad alcuni notevoli risultati da cui deduce dei nuovi concetti circa le principali caratteristiche del fenomeno quale effettivamente si osserva. Invero dai sismologi si ammette generalmente che dei tre gruppi di onde che ordinariamente compongono un sismogramma, quello che arriva ultimo, detto anche delle *onde lunghe*, che sono anche le più ampie e più regolari e che provocano i più grandi disastri, corrisponda alle *onde superficiali* scoperte da Lord Rayleigh. La velocità di propagazione di queste onde è teoricamente determinata da una delle tre radici reali di una certa equazione di 3° grado. Ora il Somigliana, giungendo a questa equazione per altra via, dimostra che anche alle altre due radici di essa, che erano state fino allora trascurate, corrispondono onde piane speciali del suolo, le quali risultano dalla sovrapposizione di un'onda longitudinale e di un'onda trasversale. Ritornando sulla questione il Somigliana studia ancora l'origine delle onde di Reyleigh direttamente sulle equazioni generali del moto, considerando la loro propagazione in un mezzo in ogni senso illimitato. Perviene così ad una definizione di dette onde più generale di quella originaria, mettendo in luce caratteri notevoli ed interessanti sia dal punto di vista cinematico che dinamico.

* * *

Sempre pronto ad affrontare i problemi che interessano le ricerche fisiche del nostro globo, dalla conoscenza diretta acquisita nelle Sue escursioni alpine dei fenomeni che accompagnano il lento movimento dei ghiacciai, il Somigliana è portato a concepire una teoria organica e rigorosa relativa alla determinazione analitica della profondità dei ghiacciai che viene elegantemente sviluppata in diverse note pubblicate nei Rendiconti dei Lincei del 1921, e successivamente completata in altri lavori.

Il Somigliana pone la questione di collegare la velocità superficiale di tutti i punti di una sezione del ghiaccio, colla curva di profilo della sezione. Considera al riguardo il moto del ghiacciaio come quello di un fluido viscoso pesante e, ammessa una certa schematizzazione, riduce la questione a un problema al contorno che risolve con grande semplicità, assegnando quindi l'equazione generale del profilo di una sezione in base alla conoscenza della curva che rappresenta gli spostamenti nell'unità di tempo lungo la linea superficiale della sezione.

Un altro campo di ricerche al quale il Somigliana ha dedicato la Sua intensa attività scientifica, in numerosi lavori pubblicati a cominciare dal 1926, è quello relativo alla teoria generale del campo gravitazionale esterno al geoide ellissoidico e d'importanza capitale per la Geodesia e la Geofisica. Queste ricerche che sono state fondate sui risultati di Pizzetti, il quale sin dal 1894 aveva apportato un contributo essenziale alla teoria, utilizzando una forma speciale del potenziale gravitazionale esterno a un geoide rotante di forma qualunque, potenziale che è rappresentato da una combinazione lineare di due funzioni armoniche regolari all'infinito, di cui sono assegnati i valori in superficie, e che in base a un noto teorema di Stokes risulta indipendente dalla distribuzione interna delle masse. Il Somigliana ne trae delle conseguenze veramente notevoli stabilendo delle formule di grande semplicità che hanno interesse sia dal punto di vista teorico che dal punto di vista pratico. Trova infatti relazioni nuove fra i valori della gravità e le costanti geometriche del geoide, mettendo in luce nuove possibilità di determinazione di queste costanti mediante sole misure di gravità.

* * *

Oltre le ricerche fondamentali alle quali si è accennato, numerose altre ne ha compiuto il Somigliana nei diversi campi della Fisica matematica, trattate sempre con profondità di indagine, con rigore analitico e con generalità di vedute. Esse riguardano i potenziali newtoniani di superficie e di doppio strato, i campi newtoniani simmetrici rispetto a un asse, questioni sulla conduzione del calore, problemi di induzione magnetica, considerazioni sulle unità elettriche e magnetiche, ecc..

Diverse memorie sono poi dedicate all'Analisi pura. Ma anche queste hanno quasi sempre attinenza con i risultati di altri lavori, o sono relative ad equazioni differenziali che intervengono in questioni fisico-meccaniche, o che ne sono la generalizzazione. Ricordo fra esse quella relativa ad una estensione della formula fondamentale di Cauchy sulle funzioni analitiche, tendente ad ottenere delle formule di rappresentazione che continuino a valere anche pei punti del contorno. Ricordo ancora due ampie memorie degli Annali di Matematica del 1890, nella prima delle quali estende all'equazione lineare omogenea del 4º ordine a derivate parziali e con coefficienti costanti, in due variabili indipendenti, contenente solo le derivate quarte, i metodi così fecondi e importanti che si applicano nello studio dell'equazione di Laplace. Nella seconda memoria considera invece l'estensione dei procedimenti atti ad ottenere, mediante la trasformazione delle variabili, la trasformata di un'equazione lineare omogenea a derivate parziali, con coefficienti costanti, senza applicare le regole ordinarie del calcolo differenziale, ma utilizzando le relazioni che devono esistere fra i coefficienti dell'equazione trasformata, al caso di un'equazione differenziale di ordine superiore al secondo.

Un problema di idrostatica relativo alla stabilità dell'equilibrio di diversi liquidi di densità differente, non solubili l'uno nell'altro, soggetti all'azione della gravità, e contenuti in un vaso a sezione orizzontale costante. Lo conduce ad una ricerca interessante sulle funzioni cosidette *ordinate*, di cui si occupò anche il Volterra.

Il problema della temperatura stazionaria dell'ellissoide Gli fa pensare come non sia esclusivamente necessario per costruire le soluzioni semplici atte alla risoluzione di quel problema, ricorrere alle coordinate e alle trascendenti ellittiche, e quindi alle funzioni di Lamé. Osservando che i prodotti di Lamé esprimono in ultima analisi funzioni razionali intere delle coordinate cartesiane, il Somigliana si domanda se non sia possibile definire e costruire questi polinomi per via puramente algebrica. Per risolvere questa questione era necessario innanzitutto stabilire una definizione per le soluzioni elementari componenti la soluzione generale, che fosse indipendente dalla loro composizione mediante le variabili ellittiche, e la via per questa definizione Gli fu indicata dalla condizione di ortogonalità. Fondandosi allora su un metodo che Egli stesso aveva dato diversi anni prima circa l'integrazione mediante soluzioni semplici, dà un procedimento che permette di calcolare algebricamente quelle soluzioni, che Egli chiama *armonie solide ellissoidiche*. Ritornando su questa questione in una conferenza tenuta nel 1934 nel Seminario Matematico e Fisico dell'Università di Torino, il Somigliana mostrò ancora come quel procedimento poteva essere applicato per risolvere il problema dell'equlibirio elastico di un ellissoide omogeneo isotropo, per il quale non esisteva ancora alcun metodo generale per la sua risoluzione.

* * *

Tutta l'opera di Somigliana, come si è già osservato, è improntata alle vedute classiche della Fisica matematica, e verso le moderne idee sollevate dalla teoria della relatività nel campo della Fisica e della Meccanica è restato sempre dubbioso, poichè riteneva che i fenomeni che in quella teoria avevano trovato la più brillante spiegazione si potessero spiegare anche con una semplice generalizzazione analitica delle equazioni che stanno a base della meccanica newtoniana.

Così a proposito della trasformazione di Lorentz, che è il fulcro di tutta la relatività, Egli dimostra che essa si presenta come un caso speciale delle trasformazioni dell'integrale di d'Alembert dell'equazione delle onde piane, e osserva pertanto che a quella trasformazione si può giungere con considerazioni assai semplici, indipendentemente da ogni concetto relativistico.

In un altro lavoro sulla variabilità della massa, il cui concetto viene generalmente collegato colla forma relativistica delle equazioni del moto di un punto, ed ove la massa risulta dipendente dal quadrato della velocità secondo una espressione analitica ben determinata, si domanda se non sia possibile costruire una dinamica la quale conservi i lineamenti generali della dinamica classica senza prescrivere a priori una forma determinata di dipendenza della massa dalla velocità. Il Somigliana dimostra come a questa domanda si può dare una risposta affermativa considerando una funzione lagrangiana che dipende da una funzione arbitraria del quadrato della velocità del punto. Deduce quindi le equazioni del moto in base al principio variazionale di Hamilton e mostra come le proprietà che sussistono per le equazioni del moto di un punto sono valide anche nel caso più generale considerato

Di Somigliana sono da ricordare ancora le comunicazioni che riguardano la vita scientifica, la letteratura e le opere di Alessandro Volta i discorsi inaugurali sulla scienza pura e le applicazioni; le belle e limpide commemorazioni di Eugenio Beltrami, di Giacinto Morera, di Henri Poincaré, di Orazio Tedone, di Enrico D'Ovidio, di Gian Antonio Maggi, e infine di Vito Volterra e Tullio Levi-Civita, che rivelano una profonda conoscenza delle loro opere e una grande ammirazione per Essi.

Negli ultimi anni della Sua vita, trascorsi nella quiete della Sua villa in Casanova Lanza, il Somigliana conservava ancora integro l'amore per la Scienza, la virtù di assimilizione, lo spirito critico. Gli ultimi Suoi lavori, che portano la data del 1952, improntati come sempre all'applicazione dei metodi della Fisica matematica allo studio di fenomeni geofisici, costituiscono una lucidissima esposizione, accompagnata da una logica discussione, di una teoria elaborata dal Milankovitch, tendente a spiegare i fenomeni climatici delle diverse ere geologiche in base alle variazioni secolari e millenarie del moto Kepleriano della Terra, che sono prodotte dall'azione gravitazionale degli altri pianeti.

Le spoglie di Carlo Somigliana riposano ora nel ridente cimitero di Como, ma le Sue opere rimarranno non solo ad attestare l'elevatezza e la fecondità del Suo ingegno, ma saranno ancora fonte di studio da parte dei giovani.

CATALDO AGOSTINELLI