

## NECROLOGIA

---

### BEPPLO LEVI

Il 28 agosto 1961 si è spento a Rosario, in tarda età, il prof. Bepplo Levi. Nato a Torino il 14 maggio 1875, il Levi s'iscrisse nel 1892 in quell'università e vi compì gli studi di matematica, avendovi per maestri insigni Corrado Segre, Enrico D'Ovidio e Giuseppe Peano. A tutti e tre Egli rimase legato, per tutta la vita, da profondo affetto e deferenza: col primo si laureò, nel luglio 1896, presentando una brillante tesi sulle singolarità superiori delle curve algebriche sghembe (iperspaziali); alla memoria del secondo dedicò un lavoro di rilevante contenuto filosofico, oltre che matematico (in « *Scritti matematici offerti ad Enrico D'Ovidio* », Torino 1918); del terzo tracciò un magistrale profilo scientifico in due note apparse in questo Bollettino (1932), poi fuse insieme nell'articolo d'apertura della raccolta: « *In memoria di Giuseppe Peano* » (Cuneo, 1955).

Dopo essere stato per alcuni anni assistente del Segre a Torino e professore di scuole medie, entrò nei ruoli delle Università come professore di Geometria proiettiva e descrittiva a Cagliari (1906-1910), poi di Analisi Matematica a Parma (1910-1928), infine della stessa materia a Bologna (1928-1938). Nel 1938, colpito dalle persecuzioni razziali, emigrò in Argentina come professore nell'Università del Litoral di Rosario, esercitandovi l'insegnamento fino a due anni prima della morte. Appartenne all'Accademia delle Scienze di Bologna e, a partire dal 1935, all'Accademia nazionale dei Lincei come socio corrispondente.

Mente acutissima, di capacità critiche eccezionalmente sottili, si prodigò tutta la vita con energia indomita, con fervore quasi religioso, all'insegnamento ed alla ricerca scientifica. Nella quale, da giovane, seppe portare contributi molto importanti.

La Sua vasta cultura Lo portò a spaziare ampiamente sia nell'analisi matematica, che nella geometria. Sono di notevole rilievo infatti le Sue ricerche di geometria algebrica, approfondimento accurato e penetrante delle questioni studiate nella Sua tesi di laurea, la memoria « *Sul principio di Dirichlet* » pubblicata nei rendiconti del Circolo matematico di Palermo (1906), le note del 1906 sull'integrazione secondo Lebesgue, quella « *Sulla definizione dell'integrale* » pubblicata negli Annali di Matematica (1923), oltre ai due trattati: « *Introduzione all'analisi matematica* » (del 1916), e « *Analisi algebrica ed infinitesimale* » (del 1937).

Nelle citate ricerche di geometria algebrica, il Levi studiò il modo di trasformarsi di un punto singolare di una superficie algebrica dello spazio ordinario per una successione di trasformazioni quadratiche, quando si assumano il punto stesso e i suoi trasformati successivi (o meglio i punti di una deter-

minata — ma arbitraria — successione di trasformati del punto considerato) come punti fondamentali isolati delle trasformazioni successive: e determinò in qual modo si possa ottenere, per tale via, una riduzione della singolarità (1897). Successivamente (Rendic. Lincei, 1898) dimostrò la possibilità di mutare una data curva algebrica dello spazio ordinario, in altra priva di singolarità puntuali, e ciò per mezzo di trasformazioni birazionali dello spazio (Cremoniane). La Sua tesi di laurea, ampiamente sviluppata, diede luogo alla memoria « *Sulla varietà delle corde di una curva algebrica* » (Accad. Scienze, Torino 1898).

Il poderoso lavoro sul principio di Dirichlet rappresenta un importante anello di congiunzione fra la fondamentale memoria che, sull'argomento, venne pubblicata dall'Hilbert nel 1900, e le successive di J. Hadamard (1906), di G. Fubini (1906-1907), di H. Lebesgue (1907) e di altri illustri analisti. L'interesse, veramente eccezionale, di questa memoria è molteplice ed emerge, in particolare, sia nel fatto che l'integrale

$$\iint \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy$$

vi viene per la prima volta studiato nel senso del Lebesgue, sia nell'introduzione di un nuovo tipo di funzioni che s'è rivelato fecondo in altre questioni d'analisi (1).

Le note del 1906 apparvero nei Rendic. Lincei sotto il titolo « *Ricerche sulle funzioni derivate* ». Esse sono ricche di risultati e si collegano ad un'altra (pubblicata nello stesso anno, nei Rendic. Istit. Lombardo) ov'è enunciato e dimostrato il teorema, presto divenuto celebre: « Una successione non decrescente di funzioni  $f_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), non negative e integrabili (sec. Lebesgue) su uno stesso insieme  $E$ , è tale che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_E f_n(x) dx = \int_E \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx \quad (2).$$

E nella succitata nota degli Annali di Matematica, Egli diede una nuova elegantissima definizione dell'integrale del Lebesgue, sulla quale ritornò più volte nel seguito, dopo che G. Vitali ebbe a farne oggetto d'una critica profonda.

Il trattato del 1916 è una miniera di questioni originali e può oggi apprezzarsi assai più che nel tempo in cui fu scritto, come opera che, sotto vari aspetti, anticipa l'astrattismo moderno. Segnaliamo, fra le dette questioni,

(1) Cfr. O. NIKODYM, *Sur une classe de fonctions considérée dans l'étude du problème de Dirichlet* (Fundam. Mathemat. 21, 1933, p. 129) e, più recentemente, J. DENY e J. L. LIONS, *Espaces de Beppo Levi et applications* (C. R. Acad. Sci. Paris 239, 1954 pp. 1174-1177); G. PRODI, *Tracce sulla frontiera delle funzioni di Beppo Levi* (Rendic. Sem. Mat. Univ. Padova, vol. XXVI, 1956).

(2) L'interesse del teorema si rivelò in dipendenza della condizione restrittiva che la successione  $\left\{ \int_E f_n(x) dx \right\}$  sia limitata: tale condizione è infatti

necessaria e sufficiente affinché l'integrale  $\int_E \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$  risulti finito.

Cfr. M. PICONE e T. VIOLA, *Lezioni sulla teoria moderna dell'integrazione* (Torino, 1952), pp. 185, 194.

ad es. l'elegante dimostrazione del teor. di Gauss sui polinomi simmetrici<sup>(3)</sup>, e la definizione generalissima del concetto di funzione, del tutto nuova rispetto alla definizione peaniana e non lontana da quella introdotta, molto più tardi, dagli astrattisti francesi<sup>(4)</sup>.

Il trattato del 1937 ha carattere del tutto diverso e testimonia della vastità e raffinatezza della cultura analitica del Levi. I fondamenti del calcolo infinitesimale vi sono esposti con grande ricchezza e precisione di dettagli, ma senza pesantezze, in uno stile agile e facilmente accessibile. È un'opera matura che rappresenta quanto di meglio e di più avanzato si poteva desiderare a quell'epoca e che ricorda, sotto alcuni aspetti, i trattati d'analisi del Peano.

Ma è doveroso ricordare altri lavori del Levi che, sebbene di minore portata, ne dimostrano l'eccezionale versatilità ed acutezza critica. Fra tali lavori emerge la nota dal titolo: « *Intorno alla teoria degli aggregati* » (Rendic. Ist. Lombardo, 1902), nella quale viene osservato che non è possibile dimostrare in generale che, assegnato comunque un insieme  $M$  i cui elementi siano degli insiemi non vuoti e due a due disgiunti, ogni somma formata con insiemi di  $M$  ha potenza maggiore o eguale a quella di  $M$ , a meno che non si conosca una legge che permetta di scegliere un elemento in ciascuno degli insiemi formanti  $M$ <sup>(5)</sup>. Interessanti, per i fondamenti dell'Analisi, le « *Riflessioni sopra alcuni principi della teoria degli aggregati e delle funzioni* », che il Levi pubblicò nei già citati « *Scritti matematici offerti ad Enrico D'Ovidio* », riflessioni sulle quali ritornò a più riprese e in cui si trovano enunciati il concetto di *dominio deduttivo* e il *principio d'approssimazione*<sup>(6)</sup>.

(3) Ritrovata più tardi, in forma alquanto più semplice, dal KORSELI, e riportata anche, recentemente, dall'ASCOLI nelle sue « *Lezioni di Algebra* ».

(4) La definizione del LEVI è la seguente (loc. cit. p. 74):

« Quando un'espressione contiene una o più variabili, e fra le operazioni che si ammettono effettuabili sopra di essa v'ha la sostituzione di convenienti valori a ciascuna delle dette variabili; se inoltre la detta espressione è capace di assumere valori per effetto di una tale sostituzione; allora si dice che essa rappresenta, esprime, od anche semplicemente è una funzione delle dette variabili ». A nostro parere, il LEVI non chiari sufficientemente, a proposito di tale definizione, il significato delle parole: « *espressione* », « *valore* », « *operazione* ». Inoltre la grande generalità della definizione stessa ci sembra alquanto ridotta dal procedimento seguito, consistente nel definire dapprima le funzioni in forma esplicita (seguendo in ciò il metodo classico), per giungere solo in un secondo tempo alle funzioni in forma implicita (per un confronto con la definizione moderna accennata, si veda per es.: J. DIEUDONNÉ, *Foundations of modern Analysis*, New York e Londra 1960, p. 5).

(5) Ciò viene osservato, si noti bene, due anni prima che E. ZERMELO enunciassero il suo famoso assioma!

(6) Noi riteniamo che le questioni che si connettono a questo principio siano ancora lontane dal loro compimento. A tal fine occorrerebbe, crediamo, poter inquadrare solidamente il principio (ma in ciò si presentano grandi difficoltà!) in una teoria degli insiemi e delle funzioni di variabili reali, in cui sia particolarmente richiesta la conservazione delle proprietà metriche.

Il LEVI non fu altrettanto felice, a nostro parere, in altri lavori di filosofia matematica, e più precisamente di logica, nei quali si lasciò andare ad osservazioni eccessivamente sottili, tanto da apparire (in qualche dettaglio) addirittura oscure, quasi dei curiosi giuochi di parole! Nè riuscì sempre a cogliere il vero valore e il significato filosofico di certi concetti, che pur erano destinati ad assurgere ad un posto d'importanza centrale per il pensiero matematico. Citiamo ad es. la Sua pretesa di considerare le antinomie logiche

Nel ventennio 1939-1959 il Levi continuò fervidamente il Suo lavoro, instancabile nell'assolvere le Sue nuove mansioni di professore dell'Università di Rosario: dirigendo e redigendo personalmente, in buona parte, la rivista « *Mathematicae Notae* » da Lui fondata, impartendo corsi svariati d'Analisi, di Geometria, di Meccanica razionale, animando ed incoraggiando allievi, corrispondendo con matematici di tutto il mondo. Sono di quest'ultimo periodo alcune monografie d'un certo rilievo (per es. quella intitolata: « *Sistemas de ecuaciones analíticas en terminos finitos, diferenciales y en derivadas parciales* » (1944)), e un originale volumetto di storia della matematica: « *Leyendo a Euclides* » (1947)<sup>(7)</sup>.

Beppo Levi fu uomo di prodigiose energia e vitalità, profondamente affezionato agli amici, nobilmente patriota, tenerissimo amante della famiglia. Riconobbe per primo la genialità matematica del fratello Eugenio Elia, di otto anni più giovane, cui diede preziosi consigli negli anni della formazione culturale. Seguì gli studi dei Suoi tre figli Giulio, Laura ed Emilia, facendosi quasi scolaro con loro fin dai più teneri anni<sup>(8)</sup>. Dimostrò eccezionale fermezza d'animo e rara presenza di spirito in grandi, frequenti avversità e dolori di cui la natura e la lunga, travagliata esistenza, Gli fecero il dono più crudele ed amaro. Il Suo esempio ed il Suo insegnamento resteranno incancellabili nel ricordo di quanti — come chi scrive — ebbero la fortuna di conoscerLo e di lavorare al Suo fianco.

come semplici difetti di ragionamento, la cui eliminazione avrebbe potuto essere assicurata da un maggior rispetto del rigore (« *Antinomie logiche?* », Annali di Matemat. pura ed appl. vol. 15, 1908 p. 187; lavoro d'altra parte interessante per osservazioni critiche sulla definizione peaniana di funzione, sull'assioma di ZERMELO, ecc.).

<sup>(7)</sup> Questo volumetto rivela una sensibilità storica acuta dal punto di vista strettamente matematico, cioè nella critica comparativa delle singole questioni, anche in senso genetico, come esse appariscono nei celebri *Elementi*. A tal genere di ricerche il LEVI non era del resto nuovo (v. per es. Le Sue interessanti « *Osservazioni e congetture sopra la geometria degli Indiani* », Bibl. Math. IX, 1908 p. 97). Non può invece dirsi altrettanto dal punto di vista storico generale, poichè il LEVI osa riprendere un'ipotesi già da lungo tempo combattuta ed oggi ritenuta definitivamente demolita, essere cioè l'EUCLIDE degli *Elementi* il filosofo (di Megara) contemporaneo ed amico di PLATONE.

<sup>(8)</sup> Di ciò resta un commovente documento nell'« *Abaco da 1 a 20* », che scrisse e pubblicò per i figli nel 1922, commovente per l'amore e la cura infinita prodigativi (tutte le illustrazioni, che lo fanno apparire come un allegro libretto di figure, sono di mano dell'Autore). Il LEVI presentò anche, in un breve articolo pubblicato nella rivista « *L'Arduo* » (n. 2 del 1922), i principi pedagogici che lo informarono. Tali principi si possono riassumere brevemente nella presunta necessità enunciata, che noi francamente respingiamo: doversi impartire la prima nozione d'aritmetica, ai bambini, in modo del tutto formale cioè *non* astraendo dal concreto (« Si conta nominando i numeri della serie naturale l'uno dopo l'altro. Chi non conosce i numeri è nella materiale impossibilità di contare. I numeri sono il *mezzo*, non il *risultato* dell'operazione di contare ». Conseguenza di tali principi è la mancanza di riferimento del concetto di *numero* a quello generale d'insieme).

TULLIO VIOLA