EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

Comitato scientifico:

Simonetta Bassi
Università di Pisa

Umberto Bottazzini
Università Statale di Milano

Michele Ciliberto
Scuola Normale Superiore di Pisa

Giuseppe Da Prato
Scuola Normale Superiore di Pisa

Paolo Freguglia
Università di L'Aquila

Mariano Giaquinta
Scuola Normale Superiore di Pisa, Centro di ricerca matematica "Ennio De Giorgi", Presidente

Angelo Guerreggio
Università Bocconi di Milano

Michele Marini
Fourweb Service srl

Stefano Marmi
Scuola Normale Superiore di Pisa, tesoriere

Massimo Mugnai
Scuola Normale Superiore di Pisa

Pietro Nastasi
Università di Palermo

Luigi Pepe
Università di Ferrara

EVCLIDE MEGARENSE

ACVTISSIMO PHILOSOPHO,

SOLO INTRODVTTORE DELLE
SCIENTIE MATHEMATICE.

DILIGENTEMENTE RASSETTATO, ET ALLA
integrità ridotto, per il degno professore di tal Scientie
Nicolò Tartalea Brisciano.

SECONDO LE DVE TRADOTTIONI.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE
dello istesso tradottore di nuouo aggiunta.

TALMENTE CHIARA, CHE OGNI MEDIOCRE
ingegno, senza la notitia, ouer suffragio di alcun'altra scientia
con facilità sarà capace a poterlo intendere.



IN VENETIA, Appresso Giouanni Bariletto. 1569.



AL MAGNIFICO ET HORNATISSIMO D'OGNI VIRTV, IL SIGNOR BENETO ZORZI DEL CLARISSIMO M. ALVIGI. CVRTIO TROIANO S.

DEcreuediamo honoratiſsimo Signor mio, come la natura ci ha formato la parte interna di tal ſorte, che ch'io per naturale uiuacità o per dottrina conoſce le conditioni de gli huomini, ſa molto bene di eſſer tenuto di far piacere all'huomo delqual ſolo ſi uede eſſere corriſpondente nel communicare i beneficj, io che per diuina gratia, ſempre mi ſono compiacciuto di giouare, per le forze mie, al ſtato humano, ho fatto cõ molta diligenza ſtampare l'Euclide in lingua uolgare, tradotto da Nicolo Tartaglia Briſciano, huomo nelle Mathematice dottrine, tanto eccellente & raro, per ſcientia & pratica, che i dotti di tale arte tengano per fermo lui ſolo hauer inteſo le ſottilità & le oſcure ſententie di Euclide, & anco i ueri fondamenti della Mathematica, ne' quali hanno preſo tant'errore quelli che auanti lui ſi ſono auantati di hauerlo ſin dalle radici ottimamente inteſo; ilche ſi uederà nel ſuo cõmento dottiſsimo. Et uolendo io dedicare una tale dottrina la piu ferma & chiara di tutte le altre arti liberali, a perſona, che per ſue uirtù, bontà d'animo, & ornamenti dell'intelletto la doueſſe hauer cara: uoltando mi per l'animo di molti nobili ingegni a quali ſi potrebbe inuitare, ſer mai il penſiero in uoſtra Magnificentia laqual ha moſtrato tanto amo reuole affetto uerſo quaſi ogni ſorte di dottrina, che hauendoſi dato prima alle humanità & hiſtorie, & finalmente s'è redotta alle mathematice come a dottrina certiſsima & chiara, laquale, perche ferma i ſuoi principij in coſe, che da niuno poſſono eſſer negate, ſi dimoſtra d'ogn'altra piu ſcientifica e uera. Et quantunque tali ornamenti di V. Mag. ui fanno degno di maggior laude, di quella ch'io le poſſo dare con la mia dedicatione, nondimeno io non mi ritrarò di inuiarle la mia fatica, perche eſſendole io amoreuoliſsimo ſeruitor, tẽgo per certo che quella, mirando all'affetto del cor mio, aggrandirà il mio dono, riputandolo aſſai piu di quanto egli ſia in effetto: coſi per uoſtra bontà, il mio libro uenirà ad eſſerui grato, & con queſto caminerà ſecuro ſotto la protettione di V. Mag. laquale, ſe tenerà me in quel conto, che meritâ l'amor mio uerſo di leí, mi darà animo di ſtampare al-

tre simil cose, tutte utili ad illuminare gli intelletti humani: si che in tal modo si uenirà a giouare al mondo, & ad illustrare il nome di questo Autore, la cui dottrina di maniera per se stessa lampeggia, che essendo posta in luce, manderà per l'universo i suoi raggi tanto chiari, che qualunque letterato ne prenderà una picciola scintilla, gli parerà di uedere un chiaro Sole, che gli illustri l'intelletto a comprender meglio ogn'altra dottrina. Accetterà adunque V. Mag. me con l'opera istessa, la quale mi rendo certo, che sarà gratissima al uostro alto intelletto, si perche essa dottrina si manifesta anco a i sentimenti, come anchora perche Vostra Mag.ne prenda diletto. Et con questo, pregandole ogni felicità, me le ricomando di core.

LETTIONE DE NICOLO TARTALEA BRISCIANO,

SOPRA TVTTA LA OPERA DI EVCLIDE MEGARENSE, ACVTISSIMO MATHEMATICO.

TVTTI gli huomini, Magnifici e Preclariſsimi Auditori, (come ſcriue Ariſtotele nel primo della Methaphiſica) naturalmente deſiderano di ſapere, & nel primo della poſteriora conchiude, che il ſapere non è altro, che intendere per demoſtratione. Platone poi diffiniſce la ſapientia non eſſer altro, che una cognitione delle coſe diuine & humane: & tutti gli antiqui Philoſophi dicono, le parti della ſapientia eſſer due, cioè ſpeculatione, & operatione, ouer Theorica, & Pratica: Et Ariſtotele nel ſecondo della Methaphiſica dice, che'l fine della ſpeculatione, ouer della ſcientia ſpeculatiua non è altro, che la uerità, & della operatione, ouer pratica, è l'opera compita: Anchora li detti antiqui inueſtigatori delle coſe, affermano come ſi tocca piu la uerità nelle Mathematice diſcipline, che in qualunque altra ſcientia ouer arte liberale: Per ilche hanno aſſolutamente determinato quelle eſſer nel primo grado di certezza: & però uediamo (come dice il Cardinal di Cuſa) tutti quelli, che guſtano di queſte diſcipline, accoſtarſe a quelle con amor mirabile; & queſto non è per altro, ſe non perche in quelle ſi contiene il uero cibo della uita intellettuale.

2 Queſte tali Scientie, ouer diſcipline ſono ſtate tanto intrinſicamẽte conoſciute da noſtri ſaui antiqui, che da quelli fu determinato, che la prima coſa, che ſe douelſe far imparare a tutti quelli, che ſi dedicauano alla ſapienza, fuſſeno le diſcipline mathematice (cioè, ſi come al preſente ſi coſtuma ſare della grammatica.) Et queſta determinatione ouer coſtitutione ferno per tre cauſe: Prima perche le dette ſcientie, ouer diſcipline, approuano l'ingegno dell'huomo, ſe egli è atto a far frutto nelle altre ſcientie, o nò: perche tra quelli ſi coſtumana queſto prouerbio. Sicut aurum probatur ingni, & ingenium Mathematicis: cioè che ſi come la bontà de l'oro uien conoſciuta, & approbata con il fuoco, coſi l'ingegno dell'huomo uien conoſciuto & approuato con le Diſcipline Mathematice. Et però quando per ſorte trouauano alcuno, che di tai ſcientie non fuſſe capace, lo leuauano da tal cominciato ſtudio, & lo applicauano ad altro eſercitio, perche in effetto comprédeuano (come dice Vitruuio Polione al primo capo del ſuo primo libro) che la dottrina ſenza lo ingegno, ne lo

ingegno senza la Dottrina, puo fare un perfetto artifice.

3 La seconda causa, perche li nostri antiqui uoleuano che le Mathematice discipline fusseno le prime imparate, è questa, perche alla intelligentia di quelle non ui occorre alcuna altra scientia. La causa è che per se medesime si sostentano, per se medesime si uerificano, per se medesime si approuano, & non per auttorità, ouer opinione de huomini, come fanno le altre scientie, ma per dimostratione.

4 La terza causa è, che conosceuano tutte le altre scientie, arti, ouer discipline, hauer delle Mathemathice bisogno, & non solamente le liberali, & sue dependenti; ma anchora tutte le arte Mecanice, come al presente sotto breuità, in parte si farà manifesto.

5 Primamente egli è cosa nota, che per mezzo di queste tai scientie ouer discipline, nelle occorrentie naturali noi conoscemo in materia, la descriptione, qualità, & quantità de ogni figura geometrica, cioè de triangoli, quadrangoli, Penthagoni, Essagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & de ogni altra figura piana. Et similmente de ogni corpo solido, si regulare, come irregulare, come sono pyramidi, prisme, ouer seratili, sphere, coni, chilindri ouer colonne, cubi, otto base, dodice base, uinti base, & altri suoi dependenti, con tutte le sue proprietà & proportioni, come geometricamente descrine è forma el nostro egregio Authore Euclide in 15. Libri, delliquali 11. sono de geometria, cioè el primo el 2. & el 3. el 4. el 6. el 10. lo 11. lo 12. il 13. il 14. & il 15. Et tre sono di Arithmetica, cioè el 7. lo 8. & il 9. El quinto a tutti questi è comune, ilquale è della proportione & proportionalità, laqual proportione & proportionalità cosi se aspetta al numero, come alla misura.

6 Certa cosa è anchora, che queste tai scientie, ouer Discipline mathematice sono nutrice, & matre delli musici: Impero che con li numeri & sue proprietà proportione & proportionalità noi conosciamo la proportione dupla, che da pratici è detta ottaua, esser composta d'una sesquitertia & de una sesquialtera: & similmente sapiamo la sesquitertia esser composta de duoi toni, & de un semiton menore, & la sesquialtera esser composta de tre toni & de un semiton menore, per ilche si manifesta la detta dupla, ouer ottaua esser composta de cinque toni & de duoi semitoni menori, cioè meno una come de sei toni, & similmente sapiamo el tono esser piu di otto come & men di 9. Anchora per uigor di queste tai discipline sapiamo esser impossibile a diuidere il detto tono, & ogni altra superparticolare rationabilmente in due parti equale, ilche dimostra il nostro Euclide, nel la ottaua propositione del ottano libro.

7 Piu oltra, non per altra causa alli presenti tempi è penuria de boni & eccellenti Artefici, che per difetto delle antedette discipli-

ne,

te, perche di ben intendere l'Almageſto di Ptolomeo, & ſimilmente Giouan de monte Reggio ſenza le Euclidiane Iſtruttioni, niun certo ſi puo auantare: & quantunque ſi lega nel eccleſiaſtico al primo Capitolo. Altitudinem cœli, & latitudinem terræ, & profundum abiſſi quis dimenſus eſt? Nondimeno tanta è la uirtù di queſte ſcientie, ouer diſcipline, che per mezzo delle proportioni, non ſolamente li noſtri antiqui hanno conoſciuto quanta ſia la rotondità di tutta la terra, & quanto ſia el Diametro ſuo & ſimilmente delli altri elementi: ma anchora hanno conoſciuto la grandezza del Sole, & della Luna, delle ſtelle, ſi fiſſe come erratice, & la conuerſatione del loro Cielo, come dimoſtra Ptolomeo nel Almageſto, & Alphonſo nelle ſue Tauole.

8 Queſte medeſime ſcientie ouer diſcipline, danno la uia all'arte giudiciaria, detta aſtrologia, & ſimilmente alla Pyromantia, Hydromantia, Geomantia, Nicromantia, & altri ſorti legi, come ſcriue Iſidoro, & Cieco Daſcoli, & ſimilmente Cornelio Agrippa nel ſecondo di Occulta Philoſophia.

9 Che diremo della Geographia? Non ci dimoſtra Ptolomeo & tutti gli altri eccellentiſsimi Geographi, quanto li ſia neceſſario el numero, la miſura, la proportione, & proportionalità. Quando che di tutto l'uniuerſo debitamente proportionando li gradi della lor longhezza & larghezza, in una piccol carta, tutte le famoſe prouincie, città, caſtelli, monti, fiumi, iſole, peninſule, & altri ſiti maritimi, & mediterranei ci hanno ridotto.

10 Quanto che queſte ſiano neceſſarie alla Corographia, cioè al modo di mettere rettamente in diſegno un particolar ſito, ouer paeſe, & ſimilmente la pianta de una città lo habbiamo dimoſtrato nel quinto libro delli noſtri queſiti, & inuention diuerſe.

11 Anchora conſiderando bene, e ſtudiando la ſcientia Perſpettiua, ſenza dubbio ſi trouarà, che nulla ſarebbe, ſe la Geometria, come madre ſua, non ſe gli accomodaſſe. Queſto non ſolamente ci verifica el noſtro Euclide, nella ſua Specularia & Perſpettiua, & ſimilmente lo Arciueſcouo Giouanne Cantuarienſe: Ma piu abondantemente Vitteleone, quel gran Perſpettiuo, ilquale ogni ſua propoſitione approua & dimoſtra con le Euclidiane propoſitioni.

12 Che queſte tai ſcientie ouer Diſcipline ſiano neceſſarie all'arte Pittoria, non uoglio ſtar a prouarlo particularmente, perche mi baſta che Alberto duro alli tempi noſtri Pittor eccellentiſsimo, nella opera ſua non ſolamente lo confeſſa & affirma: ma ancora attualmente lo dimoſtra al ſenſo.

13 Quanto queſte ſiano opportune all'arte horologica, cioè alla compoſitione, deſcrittione, ouer coſtruttione delli horologij, ſi horizontali

tali come murali. Sebastiano Munstero non solamente in Pratica, ma in Theorica lo fa manifesto.

14 Da queste medesime discipline germoglia, & nasce la scientia de' Pesi, come apertamente dimostra Giordano in quello de Ponderibus, il che medesimamente retificamo & approuiamo nel quinto libro de li nostri quesiti & inuentioni diuerse, con laqual scientia Aristotile nelle sue questioni Mecanice assegna la causa di ogni ingeniosa mecanica inuentione.

15 Tanto è generale la uirtù, ouer potentia di queste tai discipline piene di certezza, che Archimede Siracusano per lo studio di quelle, con suoi mecanici ingegni difese un tempo la città di Siracusa contra l'impetto di Marco Marcello Consule Romano, per ilche acquistò il nome della immortalità.

16 Per mezzo di queste si fanno uarij & diuersi modelli, fabricansi ponti quasi alla natura impossibile.

17 Anchora se con lo intelletto ben considranno & guardano tutte le sorte de antique & moderne machine, & istromenti belici si offensiui come diffensiui, come sono bastioni, repari, bricole, trabocchi. catapulce, scorpioni, balistre, ariete, testudine, helepoli, come dimostra Vetruuio nel decimo. Et similmente Vegetio, Valturio, & Lion Battista delli Alberti, sempre con forza de numeri & misure le loro proportioni si trouano formare & fabricare.

18 Delle noue inuentioni per noi trouate, sopra el tirar delle moderne machine tormentarie, dette dal uulgo artegliarie, non uoglio replicarlo per hauerlo altroue detto & in parte publicato: Basta solamente a dire, che per consiglio di queste, senza alcuna sperienza ne pratica in tal esercitio la maggior parte ritrouai.

19 Similmente per uirtu di queste habbiamo ancor trouato di mandar a effecutione tutti quei modi (recitati da Vegetio, & da Frontino Valturio, che usauano li nostri antiqui nell'ordinare gli eserciti in battaglia sotto uarie & diuerse forme, cioè in forma quadra di gente, ouer di terreno, & similmente el modo di formar, el cuneo, la forfice, la sega, el rhumbo, la forma circulare e la lunare, lequal cose alli presenti tempi quasi in tutto sono perdute.

20 Di quanto aiuto & subsidio sian le dette discipline alla Architettura, Vetruuio Polione nel suo Proemio lo fa manifesto.

21 Queste tai scientie, ouer discipline non solamente acuiscono l'ingegno del huomo, & lo fanno atto a poter con facilità penetrare in qual si uoglia altra scientia: Ma anchora lo preparano a poter agilmente discorrere ouer caminare di longo alla sapientia: Anzi che Boetio Seuerino uol che queste tai scientie, ouer discipline siano le proprie uie di ascendere a quella, & finalmente conchiude senza queste

tai

tai ſcientie ouero diſcipline eſſer impoſsibile di potere rettamente filoſofare.

22 Queſto medeſimo uienne a eſſere ſtato retificato con li effetti da quel Platone padre e maeſtro de Philoſophi, elquale non uoleua che alcun ſcholaro intraſſe nella ſua ſchola, ouer ſtudio, ſe non era prima in Geometria ben iſperto.

23 Et però non è da marauigliarſi, ſe molti paſsi nella Phiſica, Methaphiſica, & Poſteriora de Ariſtotele, & ſimilmente in quel de Celo & mũdo paiono oſcuri, & difficili alli noſtri moderni, che la maggior parte non procede da altro, che per non ſapere le predette diſcipline.

24 Queſte medeſime danno l'eſſere alla Pratica ſpeculatiua di Algebra, & Almucabala, uolgarmente detta la Regola della coſa ouer arte Magna, e queſte, non ſolamente Maumeth figliuolo de Moiſe Arabo (gia di tal ſcientia primo inuentore) Ma anchora frate Luca dal Borgo, Michel Scifelio, e Leonardo Piſano Geometricamente lo fanno manifeſto.

25 Eſſendo un giorno interrogato il diuino Platone, perche cauſa lo huomo fra el genere de gli animali era chiamato animal rationale, & tutti li altri erano detti irrationali & bretti, lui riſpoſe perche lo huomo ſa numerare & le beſtie non. Se adonque coſi minima parte di tai diſcipline (che è il numerare) per eſſer commune a tutti ne fa differenti da gli animali brutti, & ne preuileggia di queſto nome rationale; Eglié adunque coſa chiara che quanto maggior parte apprendiamo di quelle, tanto piu ſaremo rationali, & lontani dalli irrationali.

26 Da queſte medeſime diſcipline ſe raccoglie & prende (dico inauedutamente) parte della Dialettica, cioè la prattica & il modo di ſapere argomentare nel diſputar le coſe, & a confutare lo auerſario, & conchiudere il propoſito per uarie & diuerſe uie, come che procedendo in quelle ſi farà manifeſto.

27 Piu ſorte Bartolo da Saſſoferrato (famoſo legiſta) nella ſua Tyberina ſue figure geometrice uſando, non ſolamente ne manifeſta lui eſſere ſtato nelle Mathematice ottimamente inſtructo & coroborato, ma anchora ne aduertiſſe la geometria eſſer neceſſaria in iure.

28 Che diremo della guida & ſcorta di noſtra ſalute ſacra Theologia: Non dimoſtra il Reuerendiſsimo Cardinal Nicolo di Cuſa nella penultima parte de l'opera ſua, ſenza la geometria non poterſi a gli intelletti noſtri communicare, laqual parte è intitolata Complementum theologicum figurarum in Complementis Mathematicis.

29 Ma eglié di tanta neceſsità queſta geometrica diſciplina & ſcientia, che non ſolamente noi huomini mortali nelle noſtre coſe commenſurabili uſamo quella, come piu uolte è ſtato detto; ma anchora il

ra il magno Iddio, il quale è misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano, non si gouerna senza quella, con laquale, anchora questi Compositori de imagini, & Pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro usando el suo compasso: per il che anchora li peritissimi Architetti, come ci manifesta Vetruuio Polione al primo cap. del suo terzo lib. Cercano con ogni diligentia di proportionare le case & altri suoi publici & priuati edifici alla similitudine del detto corpo humano, per esser quello, come è detto, dal sommo Architettore con debite misure fabricato.

30 Finalmente si conosce anchora la nobilità, eccellentia & altezza di queste discipline, per la gran fama & nome di quelli, iquali hanno dato opera ad essornare & studiare dette scientie, come furno Mercurio Termegisto philosopho sacerdote & Re d'Egitto, similmente Pytagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hypocrates, el nostro Enclides, Ptolomeo, Archimede Syracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio Architetto. Et molti altri, iquali per breuità lasso, per non ui tenir in tempo, basta in conclusione, che non si trouarà alcuno che sia stato di gran nome & fama in alcuna facultà senza le Mathematice.

31 Queste poche parole ho uoluto preponere in questo nostro principio, accioche uoi conosciate che la presente dottrina non è cosa uile, ne mecanica, ne da essere spreciata, ma dignissima & da esser apprecciata da ogniuno, senza la quale ogni altra scientia è imperfetta, & cosi per oggi saremo fine, dimane poi cominciaremo a dichiarire alcuni termini alla materia nostra pertinenti.

32 Finalmente accioche non para che io sia ingrato della benignissima attione & audientia, che per uostra humanità me hauete prestata. Virendo infinite gratie.

SECONDA LETTIONE.

1 ESSENDO il proposito nostro Magnifici & Eccellentissimi auditori, di uoler dar principio a esponere, ouer dechiarare quelle scientie, arti ouer discipline, che da Greci sono dette Mathematice, che in nostra lingua non uol dir altro che scientie, ouer arti doctrinabile; per procedere regolatamente, prima diffiniremo quale, & quante siano queste tai scientie, ouer discipline, & qual sia il loro proprio sogetto: Et da poi questo, distingueremo le specie di cadauna di quelle, & li suoi termini principali.

2 Le scientie Arti, ouer Discipline Mathematice, secondo il uulgo sono molte, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, la Cosmographia, la Corographia, la Perspettiua, la Specularia,

culária, la ſcientia di Peſi, la Architettura & molte altre: Ma Boetio Seuerino, & Giorgio Valla tolendo tal opinione da alcuni Greci uogliono, che le dette diſcipline Mathemathice ſiano ſolamẽte quatro, cioè Arithmethica, Geometria, Muſica, & Aſtronomia, & che tutte le altre ſiano ſubalternate, cioè dependenti dalle dette quattro: Ma Fra Luca dal Borgo ſan ſepulchro, uuole che le dette diſcipline Mathematice ſiano oueramente cinque (aggiongendo alle predette quattro la Perſpettiua) oueramente tre, ſi cludendo dalle predette quattro la Muſica: & per ſoſtentare tal ſua opinione, aduce ragioni & argumenti aſſai, liquali per non eſſer cosa de importantia la ſciaremo da banda. Nientedimeno il Reuerend. Sig. Pietro de Aliaco Cardinale, nella prima queſtione ſopra Giouanne di Sacrobuſto, conchiude, la Muſica, & la Aſtronomia, & ſimilmente la Perſpettiua non eſſer pure Mathematice (come è il uero) ma medie fra le mathematice, & la ſcientia naturale: Per ilche ſeguita ſolamente la Arithmetica, & la Geometrica eſſer le pure Mathematice, & tutte l'altre eſſer medie, ouer dependenti, & miſte delle Mathematice diſcipline & della ſcientia naturale, eccettuando la Strologia giudiciaria, laqual egli conchiude eſſer pura naturale, in quanto alla ſua eſſentia.

3 Concluderemo adunque che ſolamente la Arithmetica, & la Geometria, delle quali ſpeculatiuamente tratta el noſtro Euclide, ſiano le pure diſcipline Mathematice.

4 Et perche il primo libro del detto noſtro Authore, come fu detto hieri, è di geometria, il ſoggetto della quale geometria è la quantità continua, le ſpecie della qual quantità continua, ſecondo el logico ſono cinque, cioè, linea, ſuperficie, corpo, luogo, & tempo. Ma ſecondo il mathematico ſono ſolamente tre cioè linea, ſuperficie, & corpo. Et perche il piu puro & principal termine di queſte tai ſpecie de quantità è il ponto, però conuenientemente il noſtro Authore ne diffiniſſe quello nella ſua prima diffinitione. Dicendo.

5 Punctus eſt cuius pars non eſt. Cioè il ponto è quello, la parte del quale non è, cioè che non ſi troua parte di quello, che in ſoſtantia nõ uol inferire altro, ſalno che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè che di quello non ſi potria tuore ne dar ne trouare ne anchora imaginare la mità, cioè, che non ſe potria tuor ne dar ne trouar ne imaginar un mezzo ponto, & non potendo tuor ne dar un mezzo põto, meno potremo tuor ne dare un mezzo terzo, ne un mezzo quarto, ne alcuna altra parte ſimile a quello, per laqual diffinitione ne dinotta il detto ponto eſſer indiuiſibile, & conſequentemente non eſſer quantità, perche ogni quãtità continua è diuiſibile in infinito.

6 Alcuno potrebbe dire, per tutto quello che tu me hai detto fin a queſta hora, io non ſo ne intendo che coſa ſia queſto ponto.

Et io

7 Et io risponde, che cadauno de uoi per natural istinto sa che cosa egliè, & che sia il uero, lo farò confessare a uoi medesimi. Essempli gratia.

8 Se io adimando a qual si uoglia di uoi, come se chiama la istremità di questo ago ouer gucchia, senza dubbio cadauno di uoi dirà che se chiama ponta, se ui adimandarò perche ragione se chiamela cosi ponta, uoi me risponderesti, perche è cosi sutilmente appontita, & che na cosi a terminare in niente: se adunque tal termine sarà niente, el non recenerà diuisione, cioè chel non si potrà diuidere in due ne in piu parti, & però non haueria parte alcuna & non hauendo parte per la diffinitione del nostro Euclide saria un punto, & questa è la ragione che uoi la chiamati ponta, adunque egliè tempo assai che uoi sapeti che cosa è ponto.

9 Questo tal ponto nelle operationi geometrice si intende & piglia per ogni piccol segno fatto uoluntariamente ouer a caso con qualche stiletto apontito in qualche spacio, come saria a questo modo) ouer amente con qualche materia colorata, come saria a dire con la ponta de la penna in qualche foglio di carta a questo modo. Oueramente con qualche altro material colore, come saria con questo gesso. a que sto modo.

10 Alcun potria dire. questo tal ponto artificialmente fatto, non hauer alcuna conuenientia con quello, che diffinisse lo Authore, attento che lo operante geometrico mai non lo puo costituire ne segnar talmẽ te piccolo, che non possa esser sempre piu piccolo, ouer che non sia sem pre diuisibile appresso all'intelletto.

11 Considerando fra me medesimo Magnifici & Preclarissimi Auditori qualmente alcuni delle nobiltà uostre hanno appresso di se l'opera del nostro Euclide secondo la prima traduttione dal Campano, & alcuni altri secondo la seconda, fatta da Bartholameo Zamberto Veneto (che uiue anchora.) Alcuni altri secondo la stampa di Parise, ouer d'Alemagna, nellaquale quale hanno incluso le predette ambedue traduttioni, ma per un certo modo qual è piu presto atto a generare confusione in cadauno studente, che altramente, (come nel nostro processo faremo chiaramente conoscere,) & alcuni altri l'hanno secondo la nostra traduttione fatta in uolgare, & acciò che per tal uariatione alcun dipoi non resti confuso, ne ha parso di uolere sotto breuità repettere tutta la lettione de hieri secondo cadauna de dette traduttione, acciochè si ueda la differentia che sia da l'una a l'altra, & laqual cosa non sarà inutile alli giouani principianti: dapoi questo se dichiarirà anchora, almeno le due altre seguenti diffinitioni.

EVCLIDE MEGARENSE
ACVTISSIMO PHILOSOPHO,
ET PERSPICACISSIMO MATHEMATICO,

LIBRO PRIMO.

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.



Ne Intelligentia delle cose che seguitano è da notare, qualmente, egliè costume (anzi è debito) di ciascheduno che voglia trattar di qualche scientia, ouero disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, ouero disciplina con tutti li suoi occorrenti termini. Et perche la Geometria è una scientia, ouero disciplina contemplatiua, la descrittione delle figure, ouero forme della quantità continua immobile, detta magnitudine, Perilche il soggetto generale di detta Geometria uerria ad esse re la detta magnitudine immobile: le specie dellaquale sono tre, cioè, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a uarij, & diuersi termini, & figure, denominate per diuersi nomi; per tanto l'Autthore, inanzi che dia alcuna propositione, ci ha uoluto ordinariamẽte diffinir tutte quelle cose di che si ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il tutto chiaro si potrà uedere.

DIFFINITIONE PRIMA.

I II. ponto è quello, che non ha parte.

I

IL TRADOTTORE.

IN QVESTA *prima diffinitione l'Autthor ci diffinisce il principio della quãtità continua (che è il ponto) & dice, che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè, quello delquale non si puo tuogliar, ne trouar, ne anchora imaginar la mettade, ouer il terzo, ouer il quarto, ne alcuna altra parte simile: Perlaqual diffinitione ci denota, il detto ponto non esser alcuna quantità: ma solamente, esser un semplice termine fatto dalla natura, ouero dall'arte, ouer a caso, ouer con la mente imaginato, denotante il principio ouer il mezzo, ouero il fine di alcuna quantità, oueramente qualche altra condizionata parte d'una linea, ouer qualche effetto accidente in una, ouero piu linee, o altre quantità: come nelle cose che seguitano si mederà palese. Et questo tal ponto (nelle operationi Geometrice) se intende, & piglia per ogni piccolo segno fatto uolontariamente, ouero a caso con qualche stilo ponto,*

ouero

pō-
to.

ouero dipinto con qualche materia colorata, in qualche ſpatio: come per eſempio ha
uemo deſcritto, ouer ſegnato in margine. Ma perche alcuno potria arguir, & dire,
tal ſorte di ponto (artificialmente fatto dall'operante) non hauer alcuna conuenien
tia con quello che diffinisce l'Autthore: attento che l'operante non mai il puo conſti
tuire, ne segnar, talmente piccolo, che'l non poſſa eſſer sempre piu piccolo, ouer che'l
non ſia sempre diuiſibile appreſſo all'intelletto, & per tal cauſa non eſſer di alcuna
conſideratione appreſſo l'Autthore, per eſſer in tutto al contrario della ſua diffini-
tione: Onde per riſoluer queſto dubbio, riſpondo (come habbiamo detto nel principio
del probemio (che tutte le operationi, e conſtructioni fatte dall'operãte in materia,
cioè, in carta, ouer in terra, ouer in qual ſi voglia altra materia, mai poſſon eſſer coſi
vere, e preciſe che nõ poſſano eſſer piu vere, e piu preciſe: Et ſe bẽ il mathematico cõ
ſidera & guarda con l'occhio ſenſibile le coſe congionte con la materia, ſecondo l'eſ
ſer ſuo, tamen ſecõdo la ragione ſempre li conſidera, & guarda con la mente aſtrat
ta da quella materia, dove ſono, ſecondo che ſono ſimplicemente in ſe, cioè, ſecondo
l'intẽtion dell'operante, e non ſecondo l'oprare l'intẽtion dell'operante, Geometrico
è ſempre di far le coſe che cõſtruiſſe in materia, a tutto ſuo poter, ſecõdo che sõ ſem
plicemente in ſe, a bencbe non mai le fa coſi preciſe: facendo adonque un ponto, con
intention di farlo ſecondo che è ſimplicemente in ſe, cioè, indiuiſibile ſeguita, quel
tal ponto (tolto ſecondo l'intention del operante) eſſer indiuiſibile. Il medeſimo in ſo
ſtantia afferma Ariſt. nel 6. della mech. qual dice, che la ſcientia mathematica nõ
cõſidera le coſe congionte con la materia, ſecondo l'eſſer ſuo: ma ſeparate da quella
ſecõdo la ragione: e che la ſcientia naturale le conſidera cõ la detta materia all'un
e l'altro modo, cioè, ſecondo l'eſſer e ſecondo la ragione: perilche ſeguita che conſide
rando il detto ponto ſecondo l'eſſer e ſecondo la ragione, per tanto quanto è realmen
te quel material color negro dipinto nel margine di queſto foglio di carta, tal cõſide
ration ſerà naturale, e tal ponto ſecondo queſta conſideration non ſi puo negar che
non ſia diuiſibile in infinito. Ma conſiderandolo cõ la mente ſeparato da quella ma
teria ſenſibile, ſecondo la ragione, cioè, ſecondo la diffinitione, tal conſideratione ſe-
rà mathematica, e ſecõdo quella ſerà indiuiſibile: ſi che il naturale è differente al
mathematico in queſto, che egli conſidera le coſe neſſine, il mathematico nude d'o-
gni materia ſenſibile.

Comparatione del Ponto.

IL ponto in Geometria, è ſimile alla unità nella Aritbmetica: la qual è principio
del numero, & non è numero: Similmente è ſimile al ſuono nella Muſica (come
afferma Franchin di Gaffori nel 2. capitolo del ſuo primo libro: ſimilmẽte è ſimi
le allo iſtante nel tempo, ouer nel moto (come ci manifeſta Ariſtotele nel 6. della
Phyſica, teſto. 24.) E forſi che non ſerìa fuor di propoſito a dir che il detto ponto
fuſſe ſimile alla materia prima, nelli principij delle coſe naturale. Anchora ſi puo
dir che'l ponto ſia ſimil alla lettera conſonante in Grãmatica, perche in vero quel
la non è voce, et è principio della voce. Vero è che alcuni Gramatici dicon eſſer una
voce indiuiſibile: ma queſti tali (ſecondo il mio parere) ſe ingannano: perche ogni vo
ce è diuiſibile in infinito: La regon è queſta, che ogni voce è proferta in tempo, & è

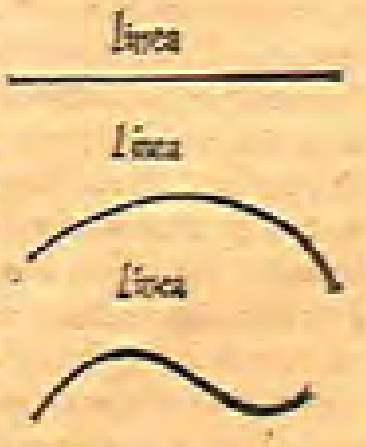
miſurata

misurata da quello: & ogni tempo è diuisibile in infinito (per esser specie del continuo) adonque ogni uoce è diuisibile in infinito: perche, se la misura è diuisibile in infinito (per commune scientia,) seguita che la cosa misurata sia medesmamente diuisibile in infinito. E però non si puo dire, che alcuna uoce sia indiuisibile, si come non si puo dir, che il ponto sia una quantità continua indiuisibile, perche seria contradittione. Si uede adonque che il ponto ha similitudine con tutte le cose: immo ha grā similitudine con Iddio: & per questa causa li Sapienti hanno attribuito questo nome pōto a esso Iddio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamente appare. Q ue sto ponto nella secōda tradottione è detto segno: ma perche questo nome ponto è piu commune, & piu frequentato, fra li Latini e uolgari che segno, Ponto e non segno, m'è parso chiamarlo. Q uesto medesmo stile ho usato nelle altre diffinitioni, etiam nelle propositioni: perche non mi è parso de imitare, gli Alemani, liquali hanno stā pato una propositione della prima tradottione de uerbo ad uerbum precisamēte co me sta co'l suo commento. Et consequentemente a quella una della seconda tradottione; pur de uerbo ad uerbum come sta co'l suo commēto: laqual mistione non è altro, che una confusione alli studenti: & massime, doue le propositioni sono diuerse in conclusione: Anzi ho osseruato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in conclusione (in l'una & l'altra tradottione: sizno doue si uogliano) quantunque nel dire, ouer nel proferir gli sia qualche differentia (come è stato del pōto) ne ho formato una sola propositione in uolgare: formando la maggior parte de testi uolgari sopra quella, che ha uocaboli piu communi, cioè, sopra la prima: E questo medesmo ordine ho tenuto nelli suoi commenti ouero espositioni: perche, in uero la prima tradottione, si nelli testi come nelli commenti usa generalmente uocaboli piu communi & piu usitati, che la seconda: uero è che la seconda pur in molti testi parla piu correttamente, che la prima, come procedendo in molti luoghi si uedrà palese: & massime, nel decimo.

Diffinitione. 2.

2 La linea è una longhezza senza larghezza: li termini della quale sono
2 duoi ponti.
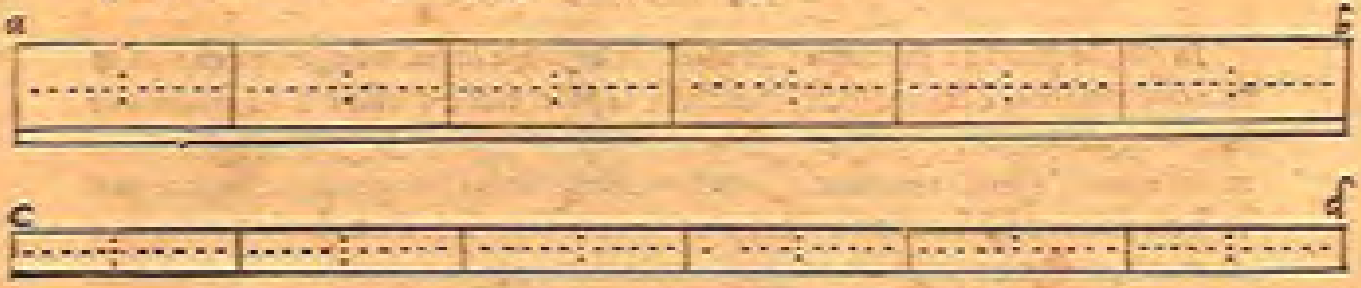
Il Tradottore.



In questa diffinitione l'Autore ci diffinisce la prima specie della quantità continua (che è la linea.) Et dice che la linea è una longhezza, senza alcuna larghezza: & che li termini di quella sono duoi ponti, (essendo però intesa terminata:) perche, sono molte linee, che non son terminate, com'è la circonferētia di un cerchio, & altre simili. Ma bisogna notare, qualmente sono alcune linee fatte dalla natura: alcune dall'arte: alcune, a caso: alcune, imaginate con la mente. Q uelle, che sono fatte dalla natura, sono le semplice lōghezze, ouero le sēplice larghezze, ouero grossezze, che sono naturalmente in ogni qualità de corpi materiali dalla natura prodotti, ouero dall'arte

dell'arte fabricati: et sono etiam li semplici termini delle superficie terminati detti corpi. Ma perche anchora non si è diffinito che cosa sia superficie, ne corpo, al presente nō è lecito di parlarne, ma nel processo si vederà manifestamēte cosi essere. Ma le linee fatte dell'arte, overo a caso sono fatte volontariamente, overo a caso dall'operante Geometrico con qualche stiletto ponto, overo con qualche materia colorata, in qualche spatio, come per esempio (in varij modi, si come etiam varij modi possono accadere) habbiamo designato di sopra. Vero è, che alcun potria dire (come fu detto del ponto) queste tali linee artificialmente fatte dallo operante non haver consequentia alcuna cō la linea diffinita dallo egregio nostro Autthore Euclide, attēto che non mai possono essere tirate, overo designate tante sottil, che quelle non habbiano qualche larghezza in se: Nientedimeno questo dappio se risolue secōdo quello del ponto cioè, chi nol considerar ciascheduna di dette linee o altre similize similmente quelle, che sono in ogni qualità di superficie & corpo, cosi secondo la ragione, come secondo l'essere, congionte e vestite di quella materia di negro colore, o altra simile, che ce le fa visibile in larghezza, come fa il naturale: senza dubbio secondo tal consideratione haveranno sempre qualche larghezza, & anchor grossezze, per causa della sua veste materiale. Ma chi considererà dette linee, per congionte con detta materia. secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, separate da quella, cioè, nude e spogliate di quella sua veste materiale de inchiostro o carta tinta, come fa il mathematico, secondo tal consideration si troverà esser resoluto il dubbio. Si vede adonque che il mathematico, & il naturale, nel considerar le cose si accordano in una parte, perche ciascheduno le considera secondo l'esser congionte con la materia dove sono infuse: ma si discordano in un'altra, cioè, secondo la ragione: perche il naturale secondo la ragione le considera medesimamente congionte e vestite di quella sua veste materiale sensibile: & il mathematico, separate, cioè, nude & spogliate della detta sua veste materiale, come fu detto sopra il ponto. E tutto questo afferma Aristotele nel prealegato sesto della Methaphisica, testo 2. et similmente il Commentatore sopra il primo de celo & mundo, commento primo: ma più diffusamente Aristotele nel secondo della Physica, testo .xx. celo declara. Et accio che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda et intēda questa differentia, che è fra il naturale et il mathematico nel considerar le cose, voglio addur anchora un'esempio molto facile da capire. Hor poniamo che sieno due misure material di alcuno metallo, over di legno (si come sono quelle, che usano questi mechanici, per misurar le cose occorrēte) & che dette misure siano di egual longhezza, come sarebbe che fussino dui passi, & che ciascheduno di essi passi sia diviso in cinque piedi, liquali piedi siano di onze xii. come si costuma fra li Architetti: & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un legno molto grosso, cioè, il passo. a. b. et l'altra sia d'un legno sottile, cioè, il passo. c. d. dico che chi nol cōsiderar queste due misure, overo, quantità realmente secondo, che sono, cioè, secōdo la materia, senza dubbio si cōcluderà una esser maggiore dell'altra, cioè, la. a. b. esser maggior della. c. d. perche egliè più materia dentro, cioè, più quantità di legno, per la sua maggior larghezza & grossezza: et questa tal consideratione serà naturale, laqual se referisse alla materia,

teria, che si mede, cioè, alla quantità del legno. Ma chi vuol considerar queste due misure secondo il Geometra ouer mathematico (dqual non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragione) dirassi queste due misure esser eguali, come è il vero, per che sono tolte et considerate secondo la intētione dell'operante, che le ha fabricate, dqual le ha fatte con intentione di far una simplice longhezza: al medesimo se intende d'ogni altra sorte di fameglia misura, cioè, pertiche, brazza, cāne, canezzi, et altre simili, o siano di ferro, ouer di legno: grosse o sottile, non importa; perche tal grossezza non sien considerata. E però si potria dir che la linea, è una longhezza senza alcuna considerata largheza, ouer grossezza. E che sia il vero, che ciascuna delle sopradette famose misure siano intese tolte per linee, oltra che Euclide ce lo manifesta nel decimo chiamādo ciascuna simile, linea data rationale, cōe al suo luoco si dirà. Il sapientissimo Commētatore Auerrois sopra il secondo della Physica, commento. xx. volendo declarare la considerationo del prospettivo (circa alla linea) essere media fra la considerationo del naturale del mathematico, ce lo ratifica con queste precise parole. Geometra enim cōsiderat de magnitudinibus abstractis a materia, naturalis uero cōsiderat de eis secūdum quod sunt in materia. Perspectiuus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas considerationes: non enim considerat de linea secundum quòd est linea simpliciter, ut Geometer: neque secundū quòd est linea lignea, aut aerea, ut naturalis, sed secūdum quòd uisualis. Per ilche è da sapere che per la linea lignea, ouero metallica se piglia naturalmente come è detto di sopra: uero, è che la scrittura di tal commento dice, linea ignea, aut aerea: ma io credo che sia stato mal tradotto, & che voglia dire come habbiamo detto disopra, cioè, linea, aut aerea: Et questo credo serà bastante alla intelligentia della differentia della considerationo naturale & mathematica, con la qual si risolverà uarij dubbij sopra le cose che seguitano.



Diffinitione 3.

3/4 La linea retta è la brevissima estensione da uno ponto ad un'altro, che riceue l'uno e l'altro di quelli nelle sue estremità.

Il Tradottore.

Hauendo lo Autore nella precedente diffinitione diffinito, che cosa sia la linea in genere. (Perche questo genere de linea si divide in due specie principale, cioè, in retta, e curua, però nella presēte diffinitione ci uol dar a conoscer quel sia la retta) e dice che la linea retta è la piu brevissima estensione, ouer tratta che tirar si possa



in atto, ouero con la mente da un ponto a un'altro, riceuendo nelle sue stremità ciascuno di quelli, come per lo esempio si vederà. Siano le dui ponti.a. & b. come qui potrai vedere nel primo esempio. Dico che dal ponto.a.al ponto.b.si possono tirar infinite linee una maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui di dentro nel secondo esempio: et similmente infinite altre nella forma & maniera, che habbiamo posto nel terzo esempio, et in altri uarij modi: ma la più breue che tirar si possa dal detto pũto.a.al pũto.b.poniamo che sia quella che qui dentro sono, e che habbiamo tirata restandẽte nel quarto esempio: Essendo adonque la più brieue, che tirar si possa dall'uno all'altro dedetti pũti, serà detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basti per declaratione della linea retta, & circa per notitia della curua: perche chi cognosce il dritto de una cosa è sforzato a cognoscere etiam il rouerscio, e però lo Autthore non ha uoluto diffinir altramente la linea curua, per essere cosa superflua, imaginãdosi tal cognitione esser espressa a chi haverà notitia della retta. Ideo &c.

Diffinitione 4.

4 / 5.6 La superficie è quella che ha solamente longhezza & larghezza: li termini della quale sono linee.

Il Tradottore.

In questa quarta diffinitione l'Autthor ci diffinisse la seconda specie della quantità continua (che è la superficie) et dice che la superficie è quella che ha solamente larghezza e larghezza, cioè, che gli manca la profondità, ouer grossezza: li termini della quale (essendo terminata) sono linee. dico essẽdo terminata, perche sono molte superficie che nõ sono terminate, come saria la superficie d'una balla tonda, ouer d'un ouo, et altri corpi simili. Hà per intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmente sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune imaginate cõ la mente. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualità di corpo dalla natura prodotto, ouer dall'arte fabricato: ma per nõ esser ãchora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo per lor da banda, per non preterir l'ordine dell'Autthore, il qual non costuma parlare d'una cosa auanti la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer a caso sono quelle, che vengono fatte, ouer disegnate volontariamẽte, ouer a caso dall'operante geometrico, ouer pittorico, con qualche stiletto pontuto, ouer cõ qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per esempio habbiamo designato un margine, il qual margine è pur anchora lati superficie di questo foglio di carta. Ma

dicẽ

dui dubbij ponno occorrere nella mente del studente circa alla soprapposta diffinitio ne, e circa alla nostra espositione uno di quali è questo. Potria dire, la diffinitione di ce, che la superficie ha solamente longhezza, e larghezza, & trouò la maggior parte delle superficie hauer piu longhezze e piu larghezza, come appar nella superficie. a. b. c. d. laquale ha due longhezze cioè il lato. a. b. et il lato. c. d. et due diuerse larghezze, cioè, il lato. a. d. et il lato. b. c. Circa a questo dubbio rispondo, che la longhezza & la larghezza d'una superficie è una cosa, & li lati, ouer linee, che la terminano sono un'altra: perche le linee che terminano ogni qualità di superficie (siano quante si vogliano) se dicono solamente termini di quella superficie, e non longhezze, ne larghezze di quella: uero è che per mezzo de tali termini noi vegniamo in cognitione della uera e simplice longhezza e larghezza de ogni qualità di superficie, & poi per mezzo della detta uera e simplice longhezza & larghezza noi vegniamo in cognitione della quãtità di quella tal superficie, come nel. 2. libro si vederà manifestio: et per questo si dice che la superficie ha solamente longhezza, & larghezza, et che li termini di quella sono linee: ma non dice che le linee che la terminano siano la sua longhezza, ouer larghezza: & questo basta per declaratione del primo dubbio. El secõdo è simile a quello della linea, cioè, che se potria dire, che quelle superficie artificialmente fatte, ouer designate, ouero pinte con qualche liquor co poreo colorato, hauer in se sempre qualche grossezza, ouer profondità: ma questo dubbio se risolue come quello del põto, ouer della linea, cioè, che il Geometra le considera (secondo la regione) nude, & spogliate di quella materia colorata secondo che sono in se, cioè, senza profondità, ouer grossezza: & questo basta per delucidatione della superficie in genere.



Diffinitione 5.

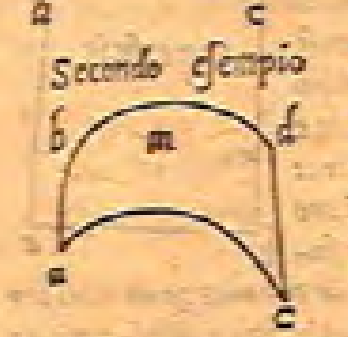
5/7 La superficie piana è la brevissima estẽsione da una linea a un'altra, che riceua nelle sue estremità e l'altra di quelle.

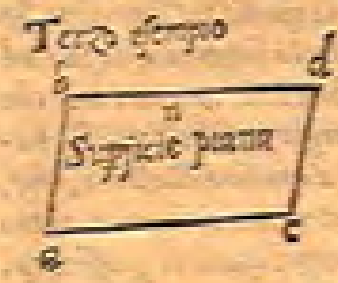
Il Traduttore.

Hauendo l'Autthor di sopra diffinito che cosa sia superficie in genere (e perche sono due specie principali de superficie, cioè, piana, e globosa, ouer cõcaua, ouer sphe rica, ouer mõtuosa) e però in questa diffinitione ne diffinisse la piana, et dice, che la superficie piana è la piu brevissima superficie che si possa estẽdere da una linea a una altra, riceuendo nelle sue estremità ciascuna di quelle: perilche bisogna notare che questa diffinitione è quasi simile a quella della linea retta: Onde similmẽte bisogna aduertire che da una linea a un'altra si puo estendere in atto, ouer cõ la mente infinite superficie, che riceueranno nelle sue estremità ciascaduna di quelle, ma ben se nõ una sola se ne puo estendere che sia piana, e non piu: quella sarà la piu brevissima



de tutte le altre che estender si possano: come (exempli gratia) siano le due linee a.b. & c.d. come qui si vede. Nel primo esempio dico, che dalla linea a.b. alla linea c.d. si può estendere in atto, over con la mente, infinite superficie, alla similitudine della superficie m. tirata nel secondo esempio che una sarà maggior dell'altra, et in altri un'ordine la più brevissima che estender si possa, sarà quella che sarà estesa brevemente, & rettamente dalla detta linea a.b. alla linea c.d. alla similitudine della superficie m. del terzo esempio, laquale, essendo la più brevissima, sarà detta superficie piana, per la presente diffinitione, dovendo che la sia estesa talmente che ella ricorra nelle sue estremità ciascadauna di quelle proposte linee: questo dico, perche se ne potria tirar di più breve di quella fra le dette linee, che nō sariano piane, ma nō ricorrerano le dette due linee a.b. et c.d. nelle sue estremità, e però fu forza a constituir la diffinitione: Et questo credo sia bastate alla dilucidatione della superficie piana etiam alla non piana: perche (come dissi della linea retta) chi cognosce la superficie piana è necessario che etiam cognosca la non piana: e però non fu bisogno diffinirla altramente.





Diffinitione 6.

6/8 L'angolo piano è il toccamento, & la applicatione non diretta, de l'una e l'altra due linee insieme la espansione delle quale è sopra la superficie.

Il Traduttore.



Applicatione diretta

In questa diffinitione l'Autthore cida a cognoscere qualmente l'angolo piano è compreso sotto tre condition. La prima è, il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formeria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee a.b. & b.c. eguale si toccano in ponto b. di una applicatione diretta: & per esser tal applicatione diretta, non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa una sola linea che è tutta la a.b.c. ma se le dette due linee si toccassono d'una applicatione non diretta, alla similitudine delle due linee d.e. et e.f. in pōto. e. bē formariano l'angolo in ponto. e. tamen se le dette due linee d.e. & e.f. se espandessero, over distendessero sopra



una

una superficie globosa, ouer mõtuosa el detto angolo nõ saria angolo piano, ma mantuoso, ouer curuperube do uendo esser angolo piano, bisogna che habbia la terza condizione, cioè, che le dette due linee se espãdano, ouer estendano per la superficie cioè, per la superficie diffinita nella precedẽte diffinitione, a ben che l'Author nõ lo specifica: Ma egli è suo costume, che ogni uolta che gli nomina linea, ouer superficie, senza altra conditione, egli uole che se intenda di quella linea, ouer superficie che è stata diffinita, & non altramente: circa ciò bisogna auertire: spandendoli adonque le due linee d. e. & .e.f. per una superficie piana, l'angolo .e. saria piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano superficiale, non è altra differentia, saluo che la espansione de le due linee del non piano è in una superficie non piana, tamen li angoli piani posso no esser contenuti da due linee curue, ouero da una curua, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in una superficie piana, come per esempio ho mo disse gnato: & questo credo sia bastante alla declaratione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale: dico superficiale, acciò non se intendesse de l'angolo solido, delquale se ne parlarà nell'undecimo Libro, ma in questo loco non è a proposito di parlarne.

Diffinitione 7.

7 9 Ma quando due linee rette conteneno un'angolo, quell'angolo è detto rettilineo.

Il Tradottore.

Perche delli angoli piani (come dissi, et esemplificai nella precedẽte diffinitione) alcuni sono contenuti da linee rette: alcuni, da curue: & alcuni, da una curua, & una retta, per tanto l'Author ci aduertisse, come quello angolo, che è contenuto da due linee rette, si chiama, angolo rettilineo.

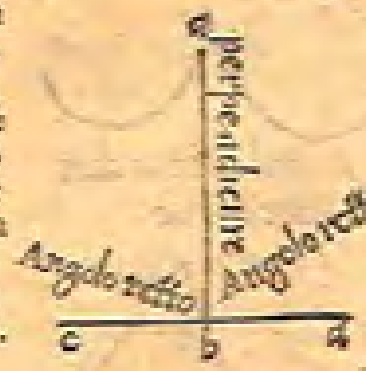
Diffinitione 8.

8 10 Quando una linea retta starà sopra una linea retta, & che li duoi angoli cõtenuti dall'una e l'altra parte sono eguali l'uno e l'altro di quelli sarà retto.

Il Tradottore.

Le specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioè, retto, e non retto: ma per che l'angolo non retto si diuide etiam in altre due specie, cioè, in maggior del retto, e minor del retto: perilche potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo esser tre, cioè, retto, maggior del retto, e minor del retto: onde l'Author per la presente diffini-

Con la euidentia di qita se puo conoscer se una squadra è giusta.



tione ci da a cognoscer l'angolo retto: laqual dice, che quando una linea retta starà sopra d'una linea retta, (cioè, come sta la linea a.b. sopra alla linea c.d.) si con dutionatamente, che li dui angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle dette due linee siano eguali fra loro (cioè, che l'angolo contenuto della linea a.b. & della parte d.b.) dell'altra sia eguale all'altro āgolo cōtenuto dalla medema linea a.b. & dall'altra parte c.b. del la medesima c.d. che cadauno delli detti angoli se dice angolo retto, &c. Pero per intelligētia delle cose che seguitano bisogna notare, che quādo se vol denotare i scrittori un'angolo, quello si proferisse, la maggior parte, per tre lettere, dellequal la lettera media sempre sarà quella, che denotarà il pūto done termina il detto angolo: Esempli gratia. Volēdo proferir, over dire quello che havemo detto di sopra (secōdo si costumarà nelle cose seguenti) diremo in questo mo do. Se l'angolo. a.b.d. sarà eguale all'angolo a.b.c. l'un l'altro sarà retto. Onde per l'angolo a.b.d. bisogna intendere l'angolo cōtenuto dalla linea a.b. & dalla linea. b.d. in pūto. b. & per l'angolo a.b.c. l'angolo cōtenuto della medema linea a.b. & dalla linea c.b. in punto. b. & cosi si deue intendere nelle cose seguenti.

Diffinitione 9.

9/10 Et la linea soprastante è detta perpendicolare sopra a quella, dove so prà sta.

Il Tradottore.

Brevemente in questa diffinitione consequentemēte si cōclude, che la linea a.b. della figura precedente si dice perpendicolare sopra alla linea c.d. & questa diffi nitione si debbe intendere congionta alla precedente, quantunque ella sia disgionta & segregata.

Diffinitione 10.

10/11 Et l'angolo ch'è maggior del retto, si dice ottuso.

Il Tradottore.



In questa diffinitione l'Autthor ci adduttisse, quel mente l'angolo che è maggiore dell'angolo retto, si chia ma āgolo ottuso: esempli gratia: se la linea a.b si sarà inclinata sopra alla linea c.d. (come appar in questa se conda figuratione) essa formarà dui angoli inequali. mo de quali sarà maggior del retto, cioè, l'angolo a.b. d. & l'altro sarà minore, cioè, l'angolo a.b.c. l'angolo adonque a.b.d. per la presen te diffinitione sarà detto ottuso: l'altro ch'è minor del retto si diffinisce nella seguen te diffinitione: et questa diffinitione insieme con la seguente si debbono inter der per

congionte

congionte con la ottaua, si come fu detto anchora della precedente.

Diffinitione 11.

11/12 Et l'angolo che è minor del retto, è detto acuto.

Il tradottore.

In questa diffinitione l'Autthor similmente ci auisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonque l'angolo a.b.c. della precedente figura si chiamerà angolo acuto, e l'angolo a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) E questo basta per la declaratione delle tre specie delli angoli piani rettilinei.

Diffinitione 12.

12/13 Il termine è quello, che è fine della cosa.

Il Tradottore.

Qui ancora l'Autthor sotto breuità ci diffinisce che cosa sia termine, & dice, che il termine è il fine di ciascuna cosa: essempli gratia, sia la linea a.b. e similmente la superficie a.b.c.d. & perche ciascun delli duoi ponti a. & b. sono principio e fine della detta linea a.b. adonque ciascuno delli detti duoi ponti a. & b. può esser detto termine della detta linea a.b. similmente perche la superficie a.b.c.d. finisce nelle quattro linee a.b. a.c. c.d. & b.d. adonque ciascuna delle dette quattro linee serà termine della detta superficie.



Diffinitione. 13.

13/14 La figura è quella, che è contenuta sotto uno, ouer piu termini.

Il Tradottore.

In questa diffinitione ci dà a cognoscere qualmente la figura è compresa sotto uno, ouero piu termini, & qual siano quelle figure, che sono contenute sotto uno termine, & quale siano quelle che siano contenute sotto duoi, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle seguéte diffinitioni si farà manifesto massime di quelle di che si ha a trattare, e parlar nelle cose che seguitano perche seria cosa superflua a parlarne in questo luoco, e in quello, e però mi passo senza altro essempio.

Diffinitione 14.

14/15.16 Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è chiamata circōferentia, in mezzo della qual figura è un ponto, dalqual tutte le linee rette, ch'escano, & uadano alla circonferentia sono fra loro equali: & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

Il Tradottore.



In questa diffinitione l'Autbor ci da a cognoscere qualmente il cerchio è compreso sotto tre condition: la prima è, che è una figura piana, cioè, superficie piana, e non conuessa, ne cõcaua, ouero conuessa: la seconda, che è contenuta da un sol termine, ouero da una sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è un ponto cosi conditionato, che tutte le linee menate da quello alla circõferẽtia son fra loro equali: si che ogni figura che habbia queste tre conditioni è detta cerchio: perilche segnita, che ogni figura, che manchi di alcuna di quelle conditioni nõ se intẽde esser cerchio: exempii gratia, le due figure A. & B. hanno due di quelle tre cõditioni: che si aspettano al cerchio, cioè, sono figure piane sono etiam contenute da un solo termine, ouero linea, per chiamata circonferentia: tamen, perche non hanno, ne possono hauere nel mezzo un põto cosi cõditionato, che tutte le linee, che si partino da quello, & vadino alla circonferentia, siano fra loro equali, niuna di quelle se intẽde esser cerchio: perche, douẽdo esser cerchio, bisogna ch'habbiano essi l'altra terza condition, si come ha la figura C. e però la detta figura C. hauendo tutte le dette tre conditioni si chiamerà cerchio, & cosi ogni altra simile, maggiore, ouer minore, & il ponto C. sopra il quale uien constituido artificialmẽte in detto cerchio, è detto centro del detto cerchio: uero è alcuno potria arguire, & dire (come fu detto del ponto, e della linea artificiale) che la detta figura C. artificialmẽte fatta, non esser uero cerchio (per molte ragioni, che si potriano adducre) & esser impossibile che l'operante possa cõstituir un perfetto cerchio: tamen, questa oppositione, quer dubbio se risolue come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioè, per quello, che habbiamo detto nel principio: e per che seria superfluo a replicarlo, di nouo, mi passo con silentio. Ideo aduerte.



Diffinione 15.

15 / 17 Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quello, & applica le sue estremità alla circonferentia, & diuide il cerchio in parte quale.





Il tradottore.

L'esempio di questa diffinitione habbiamo descritto nella figura della presente, però mi passo senza altra declaratione, per esser da se chiara, come si può apertamente uedere.

Il mezzo

Diffinitione 16.

16 Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cer
18 chio, & dalla metta della circonferentia.

Il Traduttore.

Hauendo l'Autbor diffinito il cerchio, etiam il centro, et il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, ouer parti, & incomincia dal semicercbio, o uuol dire, mezzo cerchio: & perche la diffinitione parla chiaro, altramente non la espongo, saluo che bo posto la figura qui per esempio.



Diffinitione 17.

17 Portion di cerchio è una figura piana contenuta da una linea retta e
19 da una parte della circõferentia maggior, o minor del mezzo cerchio.

Il Traduttore.

Benche il semicerchio, ouer mezzo cerchio sia anchora lui una parte rationale del cerchio, cioè, la metta di quello, per esser diffinito per il suo proprio nome, non è connumerato fra le portioni, ouero parti del cerchio: ma quando se dirà semplicemente una portione, ouero parte di cerchio l'autbor uuole, che si intenda una parte maggiore, ouer minore del detto mezzo cerchio, come per esempio babbiamo designato. Et nota che tanto significa a dire una settione di cerchio, quanto che è a dire una portione, ouero parte di cerchio.



Diffinitione 18.

18 Le figure rettilinee sono quelle, che sono cõtenute da linee rette. delle
20. 21 lequali alcune sono trilatere, lequali sono contenute da tre linee rette,
22. 23 alcune quadrilatere, le qual sono contenute da quattro linee rette, alcune moltilatere, lequal son contenute da piu di quattro linee rette.

Il Traduttore.

Questa diffinitione altramente non espongo, ne con parole, ne con esempio, per essere da se piana: & le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle seguenti diffinitioni.



19 Diffinitione 19.

24. 25 26. Delle figure di tre lati una è detta triangolo equi-

altero

altero, & quello è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati equali: l'altra è detta triãgolo isocelo, e quello, che è contenuto solamente sotto di duoi lati equali: l'altro è detto triangolo scaleno, & quello è quello, che è contenuto sotto di tre lati inequali.





Il Tradottore.

In questa, e nella seguente diffinitione l'Author ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati, secondo li duoi modi, che possono esser divise, ouer considerate, cioè secondo la consideratione delli loro lati, per laquale sono dette trilatere, ouer secondo la consideratione delli loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adonque delle dette figure divise ouer considerate secondo la varietà delli lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima è quella, che ha tutti li tre lati equali, e questa tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella, che ha solamente duoi lati equali, & l'altro maggiore, ouer minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo Isocelo: la terza è quella, che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo scaleno, come per esempio appare. L'altra divisione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione di angoli nella seguente diffinitione se farà manifesta.

Diffinitione 20.

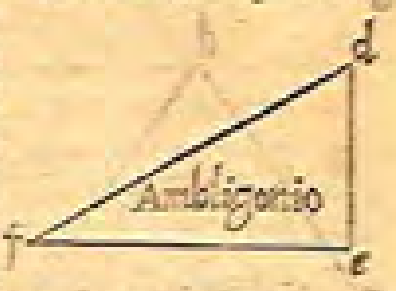
20 27. 28 29. Anchora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogonio, & quello è quello, che ha un'angolo retto: l'altra è detta triangolo Ambligonio, & è quello, che ha un'angolo ottuso, l'altra è detta triangolo Oxigonio, & questo è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

Il Tradottore.



In questa diffinitione (come habbiamo detto disopra) l'autor diffinisce li altri nomi speciali delle figure di tre lati secõdo l'altra divisione fatta secõdo la variatione delli angoli, e nõ delli lati, le quali specie sono pur tre. La prima è detta triãgolo orthogonio, et questo triãgolo è quello, che ha un'angolo retto, si come è il triãgolo. a. b. c. il quale ha lo angolo. b. retto: la seconda è detta triangolo ambligonio, & questo è quello, che ha un'angolo ottuso, si come è il triãgolo. d. e. f. il quale ha lo angolo. e. ottuso, cioè maggior di uno retto: la terza è detta triãgolo oxigonio, et questo è quello, che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triangolo. g. b. i. il quale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè che ciascaduno di loro è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si vuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda divisione nõ si

bui alcuno rispetto alla variatione delli lati: perche il triangolo ortogonio può hauere tutti li suoi tre lati inequali, etiam può esser di dui lati: per tanto il detto triangolo ortogonio (secondo la prima divisione) potria essere triangolo isocele, e similmente triangolo scaleno: ouero è che nō potria esser equilatero, (la causa di questo per le cose dette non la posso assignare, ma i quelle che si ha da dir nella penultima del primo, serà manifesta.) Anchora il triangolo ambligonio può esser di dui lati equali, etiam di tre lati inequali, dilche dando anchora a lui il nome secondo la prima divisione, potria essere pur triangolo isocele, & similmente scaleno: ouero è che'l non può esser equilatero. Similmēte il triangolo exigonio può esser di tre lati equali, etiam di dui lati solamēte equali, ouero di tre lati, pur inequali: per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima divisione potria essere equali, etiam isocelo, et similmente scaleno. È però bisogna auertire in queste varie specie di nomi, perche alle volte un triangolo può esser chiamato per dui nomi, secōdo le dette due divisioni, & questo basta per la declaratione delle specie delle figure di tre lati.





Diffinitione 21.

21.22 30.31 32.33 Ma delle figure di quattro lati una è detta quadrato, ilqual quadrato è de lati equali, & de angoli retti: l'altra è detta rettagono longo, & questa è una figura rettangola, ma non è equilatera: l'altra è detta, helmuaym, ouero rhombo, laquale è equilatera, ma non è rettangola: l'altra è detta simile helmuaym, ouero rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste, sono chiamate, helmuaripine, ouero, trapezzie.

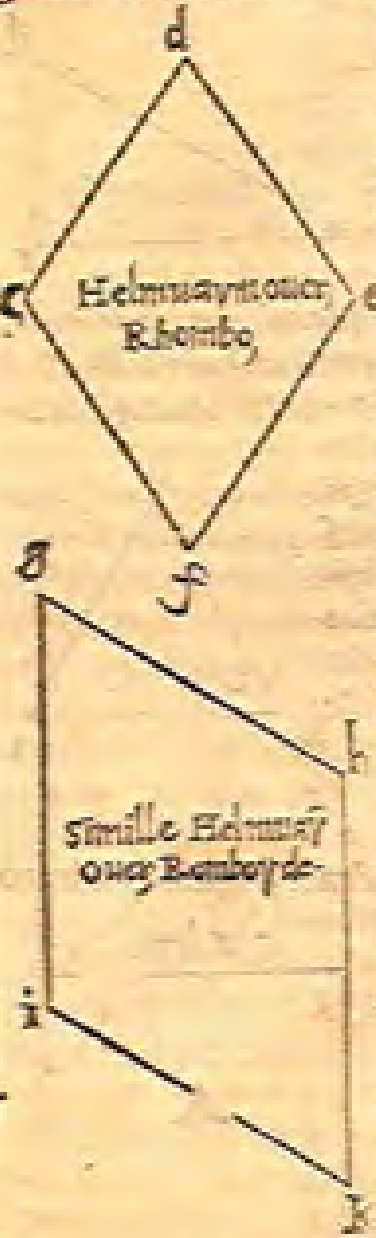


Il Traduttore.

Nella presente diffinitione l'Autthor ci da accorno sceuramente le specie regolar delle figure quadrilatere sono quattro una delle quali è detta quadrato, et questo è quello, che ha tutti li suoi quattro lati equali, et tutti li suoi angoli retti (come appar per esempio nella figura. A.) l'altra è detta retragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadro, ma non è equilatera, anzi è più longa, che larga, alla similitudine della figura



gura.B.l'altra,è chiamata helmuayn,ouero rhombo,e questa figura ha per li lati equali,come il quadro,ma non ha li angoli retti,anzi ha dui angoli ottusi,& dui acuti(come per esempio appare nella figura:c.d.e.f.) dellaquale li dui angoli contraposti.c.& e.sono ottusi,& li altri dui contraposti.d.& f.sono acuti: la quarta è detta simile, helmuayn, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi,equali,& similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non ha tutti li lati equali nelli angoli retti,come per esempio appare nella figura.g.h.i.K.de laquale li dui lati oppositi.g.i.& h.K. sono equali,et similmente li dui.g.h.& i. K. & similmente li dui angoli oppositi.h.i. sono equali. & similmente li altri dui.g.K.sono pur equali, tamen tal figura nō è equilatera,ne rettāgola,anzi ciascaduno delli dui lati.g. i.& h.K. sono maggiori di ciascaduno delli altri dui. g.h.& i.K. & similmente li dui angoli.i.& h. sono ottusi,& li dui.g.& K.sono acuti. Et perche oltra queste quattro specie di figure de quattro lati,determinate di sopra,ce ne son molte altre(come appare quì) tamen l'Autthor dice,che tutte le altre,(eccetto che le quattro specie esemplificate di sopra) sono dette helmuaripe,ouero trapezzie.



21/35

Figure helmuaripe



quero trapezzie



Diffinitione 22.

Le linee equidistante, ouero parallele sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se siano protratte in infinito.

Il Tradottore.

L'Autthore ci diffinisce le linee equidistante,ouero parallele socto di due condizioni. La prima è,che siano in una medesima superficie,et nō in diuerse. La seconda è,che stāndo quelle nell'una et l'altra parte in infinito non cōcorrino insieme:ze però qualunque due linee mancarano in alcuna di quelle due condizioni, nō se intende che siano parallele,mer equidistante: esempli gratia,se fusse una linea stesa per la superficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamente cō un capo sopra detta superficie e l'altra elevata suso in aere,

senza

senza dubbio queste linee haueriano questa cõditione, che slongandole in atto, ouero con la mente in infinito dall'una e l'altra parte, non cõcorreriano insieme: tamen per questo non se intenderia, che quelle fussero equidistante, perche seriano in superficie diuerse. Similmente se i una medesima superficie seranno due linee, come (essempli gratia) le due linee, a.b. & c.d. diffese nella superficie del margine, lequale perche protratte quelle dalla parte .a. & .c. si vede euidentemente che concorreriano insieme, però non se intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle seranno in una medesima superficie, cosi condizionatamente, che slongandole dall'una l'altra parte in infinito non habbiano ad incõtrarsi insieme quelle se intenderanno esser equidistanti, ouero parallele, come per essempio appare nelle due linee .e.f. & .g.h. lequale euidentemente si vede che protrahêdole, ouero slongandole da qual parte si voglia, non concorreriano, ouero non se incontrariano mai insieme, & però se intenderanno essere linee equidistanti, ouero parallele: & cosi (hauendo sofficientemente detto) saremo fine alle diffinitioni di questo primo libro.



Il traduttore.

Inanti che procediamo più oltra, bisogna notare, che li primi principij di ciascuna scientia non si cognoscono per demostratione: nec etiam alcuna scientia è tenuta a prouar li suoi primi principij, perche bisogneria proceder in infinito. Ma quelli tali principij si cognoscono per intelletto, mediante il senso, e però il principio di ogni nostra cognitione incomincia dal senso. Perilche sono supposti nella scientia, et cõ quelli se dimostra, & sostenta tutta la scientia: & sono detti principij di quella scientia, perche, prouano altri, & non essere possono prouati da altri, in quella scientia; & questi primi principij delle scientie alcuni li chiamano petitioni, & alcuni li dicono dignità, ouero suppositioni. Dico adõque che li primi principij che si suppongano in questa scientia ouero disciplina Geometrica, sono quindeci, delli quali sei sono proprij, cioè, che si conuengono solamente alla Geometrica, et nove sono communi, cioè che si conuengono a diuerse altre scientie. Et perche la intentione dello Autore è di voler disputare questa scientia Geometrica, et quella sostentare con demostratione: Onde per proceder rettamente, egli primamente adimanda che gli sia concesso li detti suoi propri principij, liquali (come è detto) sono sei (come nel processo vederà) & per questo se chiamano petitioni: & chiunque negasse queste sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica se cõ quello occorreria a disputarla altramente, non li altri nove (per essere cose necessarie etiam concesse, & supposte in altre scientie) egli li suole chiamare communi concettioni, ouero communi sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

1 1 Adimandiamo che ce sia concesso, che da qualunque ponto in qualunque ponto si possi condurre una linea retta.

Lo

Il Traduttore.

Lo Autore in questa prima petitione adimanda, che gli sia cõ
a——b cesso, che da un ponto ad un'altro si possa menare, overo tirare una
linea retta, come seria a dire dal ponto a. al ponto b. laqual peti
tione, per essere all'intelletto evidente, non si può negare: vero è che alcuno potria
dire, che a voler esequire tal cosa attualmente in materia nõ è molto facile, perche
si vede che per far più giustamente tale effetto, egli stato necessario all'operante
ritrovare certella, non solamente per tirare una linea da un ponto a un'altro di grã
dissima distantia, cioè, una linea retta di grandissima longhezza: ma ancora per
tirarne overo designarne una, che sia longa solamente uno, over due palmi. Et che
sia il vero, si sa che communemente per tirar, over designare dette linee di picca lõ
ghezza, si costuma prima di farsi fare una lisetta di legno, over di alcuno metal-
lo più piana et retta che sia possibile, et secondo l'ordine di quella tirale dette linee
rette da un ponto ad un'altro, secõdo le sue occorrentie, laquale lisetta alcuni chia
mano Rega, et alcuni altri Regola, laqual rega, over regola, essendo perfettamente
giusta, per più giustamente tirarà le dette linee rette, dimente che la superficie del
la materia dove se tirano sia perfettamente piana, e che gli sia anchora diligentiss
mo nell'operare: lequal cose nõ è molto facile accordarle, cioè, che la regola sia per
fettamente piana, & retta, & che la superficie della materia dove si tirano simil
ter perfettamente piana, & che l'operante usi tutta quella perfetta diligentia, che
si possa usare. Similmente per tirare, over designar le linee di molta lõgherza si co
stuma di trare una corda sottile longa a sufficientia, & inbrattia quella con una
spongia infusa in certa acqua tinta communemente d'un colore rosso, & egli insie
me con un compagno tirano la detta corda, & ciascadeno di loro con una mano la
firmano uno delli dui ponti dove desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'al
tro, dapoi uno di loro con l'altra mano tira, et inarca sforzatamente la detta cor
da rettamente in aere, dapoi la lascia scorrere, & quella percuotendo nella super
ficie di quella materia, dove si ritrova, ne lascia la linea signata di quel suo liquore,
e perche la detta corda si solena anticamẽte far de lino, dicono li Grammatici che
da quella è derivato quel nome linea, laqual linea talmẽte fatta, dovẽdo esser per
fettamente retta, bisogna accordar più cose, non molto facile, lequal per brevità la
scio, perche ciascuno per le cose dette le può considerar da se medesimo.

Hor certo a tutti questi dubbij io rispondo, & dico, che egli è vero, anzi dico che
per tal causa niuna operatione fatta in materia (come fu detto in principio del Pro
hemio) può esser cosi giusta, & precisa, che non possi esser sempre più giusta, e più
precisa: nientedimeno considerato tal atto operativo fuor di tutti gli impedimenti
della materia (come fa il mathematico) tale petitione nõ si può negare, se al nostro
intelletto può dubitare di quello. Perilche bisogna notare (come più volte ho detto)
qualmẽte tutta la scientia, overo disciplina Geometrica si divide in due parti, cioè,
activa, overo operativa, & in contemplativa, overo speculativa, e però parte di que

Sti

ſi primi principij indemoſtrabili ſi ſuppongon per la parte operatiua, & parte per la ſpeculatiua, quelli che ſi ſoppongon per la parte operatiua ſono ſolamente tre, cioè, queſta & le due ſeguenti petitioni, tutti li altri ſi ſoppongono per la parte ſpeculatiua. Dico adunque che queſta prima petitione viene ad eſſer il principio della parte operatiua. E chi negaſſe queſta inſieme con le due ſeguenti ſaria negata tutta la parte operatiua, ma concedendo queſta inſieme cõle due ſeguente niuno altro atto operatiuo ſi poerà negare, perche tutti ſi dimoſtreranno euidentemente. Seguita adonque che in queſti tre primi principij operatiui conſiſta tutta la ſoſtantia del noſtro bene & mal operare nelle operationi Geometrice, e però quanto piu l'operante ſerà diligentia in ciaſcuno di quelli, cioè, di mandarli piu giuſtamente a eſſequtione, che ſia poſſibile, operando in materia, tanto piu l'opre ſue ſi troueranno eſſere al ſenſo giuſte & preciſe ſecondo la ſua intẽtione, e per il contrario, quanto piu errerà in ciaſcun delli detti tre atti, tãto piu l'opre ſue ſi repreſenterãno al ſenſo imperfette & falſe ſecondo la ſua intentione, & però in queſte tre coſe biſogna uſi tutta la ſua diligentia nelle ſue mecaniche operationi.

Petitione 2.

I 2 Anchora adimandiamo che ci ſia concello, che ſi poſsi slongare una retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare.

Il Tradottore.

In queſta ſeconda petitione, aſpettante alla parte operatiua, l'Autbor dimanda che gli ſia conceſſo che ſi poſſi slõgar qualunque linea retta terminata direttamẽte, cioè in continuo, quãto ci pare, come eſempli gratia, ſe fuſſe la linea a.b. & che ci occorreſſe a douerla slongare direttamente in longo uerſo.c. ouer uerſo.d. aſſai o poco, ſecõdo l'occorrentia, l'Autbor dimanda che gli ſia conceſſo che ſi poſſa fare, perche ſe l'auerſario uoleſſe negar queſto atto, non ſeria poſſibile a dimoſtrarlo con ragioni aſtratte: Ma perche la eſperẽtia ſenſibile ce lo fa manifeſto, tal petitione nõ ſi puo negar, ne il noſtro intelletto puo dubitar di queſto uero è che l'auerſario potria addurre altro dubbio, ſi come nella precedente uenimmo a dimoſtrare tal dubbio ſi riſolueràa, come quello della precedente, cioè pigliando tale atto libero da tutti li impedimenti della materia, come fa il matbematico.



Petitione 3.

2 3 Anchora adimandiamo che ce ſia concello, che ſopra a qualunque centro ne piace puotiamo deſignare un cerchio di che grandezza ci pare.

Il Tradottore.

In queſta terza petitione l'Autbor dimanda che gli ſia etiam conceſſo di puoter deſignar un cerchio di qual grandezza li pare, & ſopra a qual ponto, ouer centro

tro

tro li pare, e sempli gratia, occorrendoli a dover designar, ouer descrivere un cer
chio, di qual si voglia terminata grandezza, sopra a
qual si voglia ponto, come seria a dir sopra il ponto a. ec
che l'aversario gli volesse negar tal cosa, non seria possi
bile a poter dimostrare tal possibilità, con argomenti
astratti, ma perche l'operāte (nelle descrittioni piccole)
con l'istromento del compasso, sensibilmente lo fa mani
festo, (e similmente nelle descrittione grande) con una
corda, longa a sofficientia, fissando un capo sopra un pō
to centrale, e con l'altro, colligato con qualche ferro ap
puntato, ouer con qualche altra materia segnāte, gran
te atorno atorno lo conduse a perfettione, tal petitione nō è da negar: vero è che l'a
versario (parlando naturalmente) ui potria addurre dubbij assai, si come nelle due
passate, & arguir esser impossibile a descriver un perfetto cerchio, mētidimeno tut
ti se risolueno, come quelli della prima petitione, cioè sumendo tal atto secondo la
consideratione mathematica e non naturale, dalche facendo serà risolta ogni dubi-
tatione.

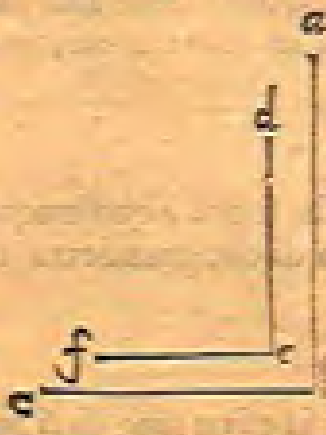


Petitione 4.

Similmente adimandiamo, che ci sia concesso tutti li angoli retti es
ser fra loro equali.

Il Tradottore.

In questa quarta petitione anchor l'autthor dimanda che gli sia cōcesso che tut
ti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petitione a ciascun principiante, che nō
habbia alquāto practicato l'angolo retto parerà alquāto oscura da concedere, ma
quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra, non negaranno che una squadra
grande non sia bona per giustar una piccola, perche l'angolo retto non fa mutatione
per la longhezza, ne per la cortezza delle due linee che constituiscono, come es-
sempli gratia, sia l'angolo. a.b.c. retto, e similmente l'angolo d.e.f. ma contenuto da
molte minor linee dell'angolo. a.b.c. come si vede de-
signato hor dico che l'angolo. d.e.f. quātunque sia conte
nuto da minor linee di quello, che è l'angolo. a. b.c. è
equale al detto angolo. a. b c. cioè chi ponesse l'angolo.
e. sopra l'angolo. b. giustando la lineetta. e. d. sopra la li
nea. a.b. dico che l'altra lineetta. e. f. si giustera da se
medesima sopra l'altra linea. c. b. e l'āgolo d.e.f. si giu
stera, ouer equalera atorno atorno con l'angolo. a.b.
c. & consequentemente, inquanto all'angolo seranno
equali, perche se ben le linee. a.b. & b.c. son maggior
delle linee. d.e. & f. e. tamen quella applicatione non
directa delle due linee grandi, e simile, & equale a quella delle due piccole, e questo
è quello



è quello che bisogna cõceder, perche non si potria dimostrar tal cosa, salvo che al sẽ so, cioè con la esperientia in materia.

Petitione 5.



4/5 Adimandiamo etiam che ci sia concesso, che se una linea retta cascarà sopra due linee rette, & che duoi angoli da una parte siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio, protratte in quella medesima parte sia necessario congiongersi.

Il Tradottore.

In questa quinta petitione l'Autthor dimanda che gli sia anchor concesso, che se una linea retta cascarà sopra a due linee rette alla similitudine della linea a. b. sopra le due linee d.c. & e.f. & che duoi angoli da una medesima parte, come seria li duoi angoli c.g.h. & e.h.g. del primo essempio, siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee protratte in quella medesima parte, cioè in la parte verso c. & e. dove sono li predetti angoli, sia necessario a tempo congiongersi insieme; come nel secondo essempio appare in punto K. laqual cosa in vero al senso, overo alla esperientia è manifesta, ne etiam lo intelletto può dubitar di questo, perilche non è da negar tal petitione.



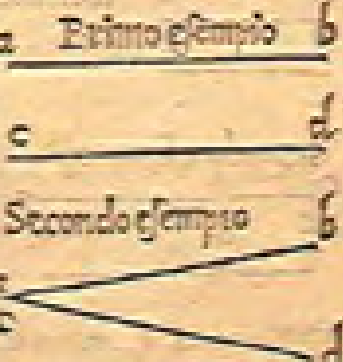
Petitione. 6.

5/15 Similmente adimandiamo che ci sia concesso due linee rette non chiudere alcuna superficie.

Il Tradottore.

In questa ultima petitione l'Autthor anchora adimanda, che gli sia concesso, che due linee rette non includendo alcuna superficie: semplicemente: siano le due linee rette a.b. & c.d. (come nel primo essempio appare) hor dica che con queste due linee sole non si potrà chiuder alcuna superficie, cioè, chi con la mente ponesse il punto a. sopra il punto c. (come nel secondo essempio appare) & stringer poi, over menare il punto a.b. verso il punto d. talmente che se la linea a.b. serà equale alla a.c.d. si congiongano insieme (come nel terzo essempio appare) all'hora tutta la linea a.b. toccarà universalmente con ogni sua parte l'altra linea c.d. & fra l'una e l'altra nõ serrerà

Cõ questa evidentia se pooretse conoscer una regola in alia.



Terzo esempio



alcun spacio, overo superficie, imo che ambedue le dette linee seranno ridotte in una linea sola (come all'intelletto si può facilmente comprendere, etiam vedere nel detto terzo esempio) & questo è quello che l'Autthore domanda in questa ultima petitione: & così saremo fine alle petitioni, lequale in vero non sono da negare: & chi le negasse (come fu detto in principio) negaria tutta la scientia: & con quel tale, che le negasse non seria da disputare.

Questa ultima petitione nella seconda tradottione è posta nelle commune sententie, et è l'ultima di quelle: ma secondo il mio giudicio quivi mi par essere più conveniente luoco.

Il tradottore.

Seguitano le nove concettioni dell'animo, overo le commuui sententie.

Communi sententie.

Prima.

1 / 1 Quelle cose che à una medesima cosa sono equali, fra loro sono equali.

Il Tradottore.



Esempli gratia: Se per caso la linea a.a. fusse equale alla linea c. & che similmente la linea b. fusse per equale alla medesima linea c. si concluderia che per commune sententia la linea a. seria similmente equale alla linea b. perche ogni commune intelletto affermerà questo, ne il nostro intelletto può credere altramente, & per questo si chiama commune sententia: il medesimo se intende nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Seconda.

2 / 2 Primo esempio.



Et se à cose equal siano aggionte cose equali, tutte le somme seranno equali.

Il Tradottore.

Secondo esempio



Esempli gratia: se per caso fussero le due linee a.b. & c.d. equal fra loro, & che alla linea a.b. aggiongessimo la linea b.e. & similmente alla linea d.c. (come nel secondo esempio appare) & che la linea b.e fusse equale alla linea d.f. si concluderia, che per commune concettione, over sententia, tutta la linea a.e. seria similmente equale a tutta la linea c.f. perche in vero niun sano intelletto può dubitar di questo, il medesimo segueta nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

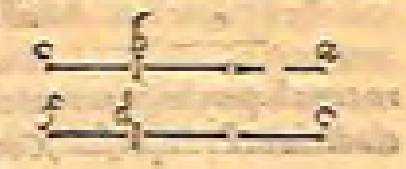
Terza

Terza.

3 Et se da cose equali seranno tolte cose equali, quelle cose, che reste-
ranno, seranno equali.

Il Tradottore.

Questa è il converso della precedente: esempli gratia: se per caso le due linee a.e. & c.f. fussero equali fra loro: & che da quelle ne fussero tolte, overo cavate le due parti b.e. & d.f. & che quelle fussero equali, si con-
cluderia, per commune concettione, li duoi rimanenti,
cioè, a.b. & c.d. essere fra loro equali: perche in vero
nisuno sano intelletto potrà credere il contrario di medesimo seguirà nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.



Quarta.

4/5 Et se da cose non equali tu leverai cose equali, li rimanenti seranno
inequali.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se fussero le due linee a.b. & c.d.
& che la a.b. fusse maggiore della c.d. & che si levas-
se dalla linea a.b. la parte e.b. & dalla c.d. la parte f.
d. le qual parti fussero equali fra loro, si concluderia per
commune sententia, che li duoi residui, cioè a.e. & c.f.
fussero inequali, cioè, che'l residuo a.e. fusse maggiore del residuo c.f. perche, il nostro intelletto non può dubitare di questo, il medesimo seguterà nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Quinta.

5/4 Et se a cose inequal tu aggiongerai cose equali, li resultanti seranno
inequali.

Il Tradottore.

Per esemplificare questa, torremo la figura della precedente, per essere il con-
verso di quella: esempli gratia: se fussero le due linee a.e. & c.f. inequali, cioè che
la a.e. fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiongessi le parti e.b. & f.
d. le qual parte fussero equali fra loro, si concluderia per commune sentia, li duoi
resultanti, cioè tutta la a.b. & tutta la c.d. essere fra loro inequali, cioè, la a.b. es-
sere maggiore della c.d. perche, il nostro intelletto non può dubitare di questo, il me-
desimo si concluderà nelle Superficie, Angoli, Corpi, & Numeri, &c.

Sesta.

6/6 Se due cose seranno doppie a una medesima cosa, quelle medesime seranno fra loro equali.

Il Tradottore.

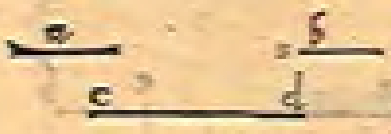


Esempio: Se per caso la linea.a.b. fusse doppia alla linea.c. & che similmente la linea.d.e. fusse pur doppia alla medesima linea.c. si concluderia per commune opinione, esser sententia le due liner.a.b. & d.e. esser fra loro equali: perche, in vero niun sano intelletto dubiterà di questo: il medesimo si concluderia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Settima.

7/7 Se seranno due cose delle quale una e l'altra sia la mettà di una medesima cosa una e l'altra di quelle serà equale all'altra.

Il Tradottore.

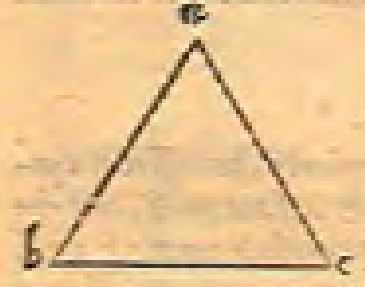


Esempio: Se per caso la linea.a. fusse la mettà della linea.c.d. & che similmente la linea.b. fusse pur la mettà della medesima linea.c.d. si concluderia, per commune concettione, che la linea.a. fusse equale alla linea.b. perche niffuno sano intelletto negarà questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottaua.

8/8 Se alcuna cosa sia posta sopra a un'altra, è serà applicata a quella, che l'una non ecceda l'altra, quelle seranno fra loro equali.

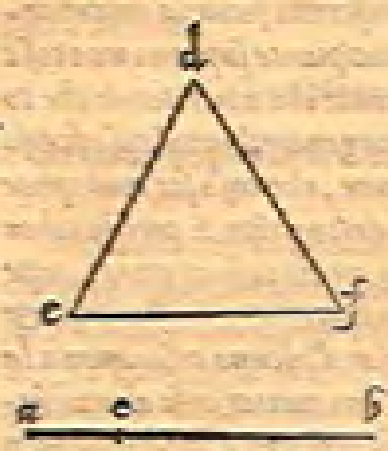
Il Tradottore.



Esempli gratia: Se fussero i duoi triāgoli a.b.c. e.d.e.f. di tal conditione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si conuenissero talmente insieme, che uno non ecceddesse l'altro in parte alcuna, cioè, che quello fusse l'angolo.a. sopra lo angolo d. & l'angolo.c. si giustasse, sopra conuenisse sopra l'angolo.f. et similmente la linea.a.c. sopra la linea.d.f. e la linea.a.b. sopra la linea.d.e. e la linea.b.c. sopra la linea.e.f. si concluderia per cōmune sentētia questi duoi triangoli fussero fra loro equali: il medesimo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale; & similmente di due linee, cioè, quando si giustasse una linea so-

pra

pra un'altra, & che si connettissero talmente insieme, che l'una non eccedesse l'altra dalli capi, ne dalle bande: si concluderia pur per commune sententia che fussero equali, perche il nostro intelletto non potria creder altramente.



Nona.

Ogni tutto è maggiore della sua parte.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se dalla linea a.b. se ne togliesse una parte, come seria a dire la b.c. si concluderia per cõmune sentẽtia, che la detta parte b.c. fusse minore del tutto, cioè, di tutta la linea a.b. il medesimo si cõcluderia in ogni altra parte maggiore, ouero minore, & in ogni altra specie di quãtità, cioè, in Superficie, Corpi, et Numeri, & similmente nelli Angoli &c.

Altre concettioni, ouero communi sententie aggiunte dal Campano.

Ma eglie da notare che oltra queste commune concettioni dell'animo, ouero sententie, Euclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprehensibili: delle quali questa ne è una.

Se due quantità equali seranno comparate a qual si voglia terza del medesimo genere, insieme seranno ambedue di quella terza, ouer equalmente maggiore, ouer equalmente minore: ouer insieme equale.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se le due linee a. & b. fussero equali fra loro, & che ambedue fussero comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla c. dice che per commune scientia si concluderia, che ambedue quelle (cioè a. et b.) fussero ouero equalmente maggiori della detta linea c. ouer equalmente minori, ouer che tutte tre fussero equali.



Anchora un'altra.

Quanta è alcuna quantità a qual si voglia altra del medesimo genere, tanta può esser qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere nelle quantità continue, questo universalmente è vero, ouero se le antecedenti seranno maggiori di consequenti, ouero minori, perche la magnitudine, cioè, la quantità continua discresce in infinito, ma nelli numeri non è cosi, ma se il primo serà submultiplice del

secondo, sarà qual si voglia terzo equalmente submultiplice di alcuno quarto: perche il numero cresce in infinito, si come la magnitudine diminuisce in infinito.

Il Tradottore.

Certamente il Campano, nell aggiongere questa sopradetta seconda concettione, si è dimostrato di poco giudicio, à voler che un principiante sappia una cosa che non sa, ne è capace al saper che cosa sia fin a tanto che non intende che cosa sia a dire esser una quantità ad un altra del medesimo genere, la qual cosa si diffinisce nella terza diffinition del quinto libro: e similmente, che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisce nella seconda diffinition del detto quinto. E però io exhorto ogni studente, che non perda tempo in voler intender queste cose aggionte, imperoche la maggior parte sono cose frustre, e che confondon l'intelletto del studente, & interrõpon l'ordine dell Autore, il qual è di non parlar d'alcuna cosa anante la diffinitione di quella (come anco il debito) similmẽte di non metter cosa alcuna superflua, cioè, che non sia bisognevole in alcuna altra cosa nell opera sua, & similmente di non essere diminuto, & se pur in alcun luogo pareva che fusse stato diminuto, la causa era processa dalli Scrittori et Copisti: che hanno interlasciato, et trasportato molte sue diffinitioni et propositioni, come i questa nostra traduttione (causa delle due traduttioni) procedendo si potrà vedere. Anchora è suo costume di argomentare ogni sua dimostratione con le cose passate, & non con quelle, che hanno da venire (come vuol il debito) perche in vero delle cose che hanno da venire si debbe presupponere che il studente non habbia notitia alcuna: la qual cosa non è stata considerata dal Campano.

Hor per dar fine a questi primi principij della scientia Geometrica, li quali si cognoscon (come è detto) per l'intelletto, mediante il senso, e nõ per dimostratione, et venir a quelle cose, che si cognoscon per dimostratione. Dogo è notar qualmente in più modi si dice l'huomo saper una cosa: perche alcuna volta diciamo saper quelle cose, delle quali n'habbiamo certezza semplicemente per alcun di nostri cinque sensi: exempli gratia, se io sento nõ a vedere vedrò ciò, ch'io so che colui corre: & se io vedo uno che corre, io dico che io so che colui corre, et s'io tocco una cosa dura, dirò molle caldo, over freddo, io dirò ch'io so che quella cosa è dura, over molle, caldo over freddo, e similmente s'io gusto una cosa dolce, over grata, io dirò, ch'io so che quella cosa è dolce, over garba, e similmente s'io odoro una cosa odorifera, ò puzzolente, io dirò ch'io so che quella cosa è odorifera, over puzzolente: et alcuna volta siamo certi d'alcuna cosa per longa esperientia, per la qual noi cognosciamo le cose mutabili, e questo anchor diciamo saper. Alcuna volta diciamo saper quelle cose, delle quali n'habbiamo certezza per intelletto: talmente che l'intelletto nostro nõ può credere il contrario: & questi sono li primi principij delle scientie, li quali, come i lor termini e anco communi sono conosciuti semplicemente: exempli gratia: se alcuno cognosce che cosa sia tutto, et che cosa sia la parte, egli non può dubitare che ogni tutto non sia maggiore della sua parte: il medesimo seguita in tutti gli altri. Imperò dunque il proprio sapere (come afferma Aristotele nel primo della Posteriora) non è altro, che a intendere per dimostratione:

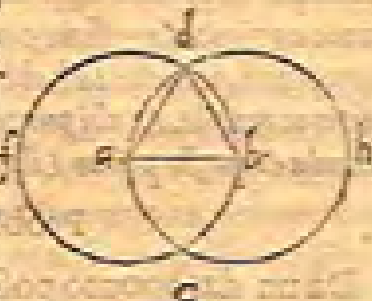
Si come le cose mediocremente le cose mediocremente

mostratione: e però propriamente di quelle cose che intendiamo per demostratione siamo detti hauer la scientia: & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifestamente, si potrà uedere.

Problema prima. Propositione prima.

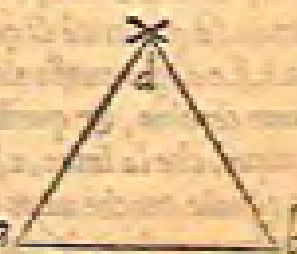
1 Possiamo sopra una data retta linea costituir un triangolo equilatero.
1

Sia la data retta linea a.b. uoglio sopra di questa constituir uno triangolo equilatero, & per esequir tal cosa, io porerò il piede immobile del mio compasso, quel sesto, sopra l'uno delle estremità della linea, cioè, in pũto a. & l'altro piede mobile lo allargarò insino all'altra estremità, cioè, al ponto b. & secondo la quantità de essa linea data per la terza petitione, descriuerò il cerchio a.b.d.f. dapoi questo di anuno farò centro l'altra estremità di essa linea, cioè, il ponto b. & per la medesima petitione (secondo la quantità della medesima linea) linearò il cerchio a.c.e.d.k. li quali cerchi se intersecaranno fra loro in dui ponti, li quali sono c. & d. & l'uno de detti (poniamo il pũto d.) cõtinuarò con ambedue le estremità della data linea, tirando per la prima petitione le due linee d.a.b, & d.b, & cosi serà constituido, il triangolo a.d.b. il quale dico esser equilatero: perche, dal ponto a. il qual è centro del cerchio a.b.e.f. sõno tirate le linee a.d. & a.b. per insino alla circonferentia di quello, perilche seranno equal, per la diffinitione del cerchio, similmente anchora: perche, dal pũto b. che è centro del cerchio a.e.d.k. sono tirate le linee b.a. & b.d. per insino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra loro equale. Adonque perche l'una e l'altra delle due linee a.d. & b.d. è equale alla linea a.b. (come di sopra fu approuato) quelle medesime seranno anchora fra loro equal, per la prima concettione. Adonque sopra la data retta linea habbiamo collocato un triangolo equilatero che è il proposito.



Il Traduttore.

Bisogna notar che quando occorresse di descriuere semplicemente il detto triãgolo equilatero sopra una data retta linea, cioè, che nõ fusse dibisogno a far la demostratione di tal operar, non è necessario di descriuer integralmẽte li detti dui cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte dove fanno la intersecatione in ponto d. (come appare nella seconda figura) & dal detto ponto d. tirar le due linee d.a. & d.b. & serà designato il detto triangolo: ma uolendo dimostrar, & assignar la causa che quel sia equilatero egli necessario a compire li detti dui cerchi, & arguire come di sopra fu fatto: il medesimo si debbe intendere in molte delle sequente probleme.



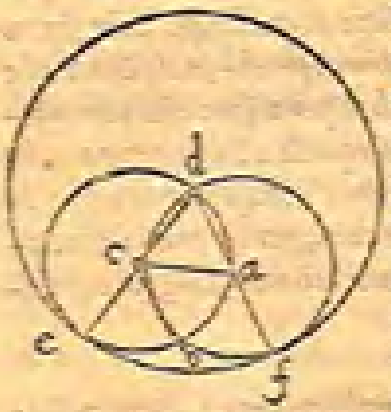
Il Tradottore.

Consequentemente a questa propositione nella prima tradottione gli è stato aggionto dal Campano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre due specie de triangoli, cioè, il triangolo di dui lati equali, & quello di tre lati inequali: la qual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata, perche, chi ben considera l'ordine de Euclide (come di sopra fu detto) trouerà lui non hauer posto alcuna propositione i tutta l'Opra sua in uano cioè, che nō sia stata bisognenole nella construttione, ouero speculatione di qualche altra di quelle, che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua, done sia bisognenole tal propositione aggionta (massime per quel modo) si può dire lei esser cosa superflua, et fuor di proposito, perioche la habbiamo lasciata, per nō confonder il studente con tal propositione inutile. Et chi pur volesse il modo di esequir ū tal Problema, la xxxesima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dimostra.

Problema. 2. Propositione. 2.

2 Da un datopunto possiamo condurre una linea retta equale a qua-
2 lunque propolta retta linea.

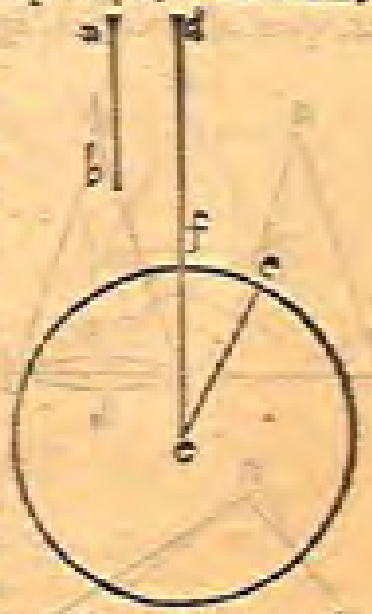
Sia il punto dato. a. & la linea data. b. c. meglio dal punto. a. condurre una linea retta equale alla linea. b. c. (cioè in qual parte si meglio.) per far adonque questo congiungerò il punto. a. con una delle due estremità della linea. c. b. (qual mi pare.) hor congiungasi il punto. a. con la estremità. c. trata la linea. a. c. sopra la qual linea costituirò un triangolo equilatero (secondo la dottrina della precedēte) il qual sia. a. c. d. et in quell' estremità della data linea, con la qual ho congionto il dato punto, cioè, nella estremità. c. ponerò il piede immobile del mio compasso, & descriuerò sopra di quello un cerchio secondo la quantità della data linea (il qual sia il cerchio. e. b.) & allongarò il lato del triangolo equilatero che è opposito al punto dato, cioè, il lato. d. c. per il centro del cerchio descritto per infino alla circonferentia di quello: et sia tutta la linea cosi protratta. d. e. et secondo la quantità di quella sopra il centro. d. linearò un cerchio, il qual sia il cerchio. e. f. e dapoi questo slongarò il lato. d. a. per insino alla circonferentia di questo ultimo cerchio, & quello concorra nella circonferentia di quello in punto. f. Dico adonque, che la linea. a. f. è equale alla. b. c. perche le due linee. b. c. & c. e. sono fra loro equale, perche uēgono dal centro del cerchio. e. b. alla circonferentia di quello. Similmente anchora le due. d. f. & d. e. sono fra loro equale, perche etiam loro uengono dal centro del cerchio. e. f. alla circonferentia, & le due linee. d. a. et. d. c. sono etiam equal, perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee d. a. &



a.& d.c.serãno leuate via dalle due.d.c.& d.f.che sono fra loro equal,li duoi residui, liquali sono.a.f.& c.e.seranno etiam equali (per la terza commune sententia.) Adonque perche l'una e l'altra delle due linee.a.f.& c.b.è equale alla.c.e. quelle medesime sono fra loro equal per laqual cosa dal pũto.a.habbiamo tirata la linea.a.f.equale alla linea.b.e.che è il proposito.

Il Tradottore.

Molti principianti,che anchora non sanno che cosa sia il procedere scientifico demostratiuo, quasi si scandalizzano di questa soprascritta propositione (per la sua bassezza) parendogli (come è il uero) potersi essequire tal problema per piu corta via,cioè,pigliando diligentemente con un compasso la misura della data linea.b.c. & con tale appretura di compasso assignarne un'altra di tal quantità,che termini nel detto ponto.a. laqual cosa (per esser euidente al senso) pare a lui che non si debba,ne si possa negare. A questo se risponde,che egli è uero che tal conclusione,per esser euidente al senso in materia,mai si puo negare,nientedimeno tal operatione non seria demostratiua,et l'Autthore è tenuto a demostrar ogni sua propositione,si operatiua come speculatiua, eccetuando le sei petitioni a lui concesse nel principio: Ma alcuno potria dir che l'Autthore haueria fatto meglio a poner tal propositione per principio, ouer per petitione che per propositione: perche, in uero questa non è meno euidente, ouero concessibile che il tirar una linea retta da un ponto a un'altro, ouero il slongar una data linea terminata Certa a quest altra particolarità rispondo,che l'Autthore non ha adimandato la concessione delle sei petitioni per esser cose euidenti,ouero facili da conceder,anzi egli l'ha adimãdate per esser impossibile a dimostrar alcuna di quelle: & quando egli hauesse possuto trouar modo de dimostrar alcuna di quelle,egli nõ haueria posta quella tale per principio,ne adimãdato che gli fusse concessa,anzi egli la haueria posta per propositione, et quella dimostrata si come ha fatto di questa sopra scritta: essẽdo adonque la sopra scritta demostrabile (cõe disopra appare) uergogna seria stata all'Autthore hauerla posta per petitione.



Problema 3. Propositione 3.

3/3 Proposte due linee rette inequal, dalla piu longa di quelle possiamo tagliarne una parte equale alla minore.

Sieno le due linee.a.b.& c.d. inequali,& sia la.a.b.minore, uoglio dalla.c.d.tagliarne una parte che sia equale alla.a.b.& per far questo,dal ponto.c.tiro una linea equale alla.a.b. (secondo che se insegna la precedente,) l'equal sia la.c.e.farò adonque il ponto.c.centro, & descriuerò un cerchio secondo la quantità della

e.c.

e.c.il qual segarà la linea.g.d.in pũto.f.dico adõque che la linea.e.f.serà equale alle linee.a.c.e.perche,ambedue vengono, dal centro.c.alla circonferentia del medesimo cerchio:perche una e l'altra delle due linee.a.b.e.f.c.sono equal alla linea.d.e.quel le medesime seranno fra loro equal,che è il proposito.

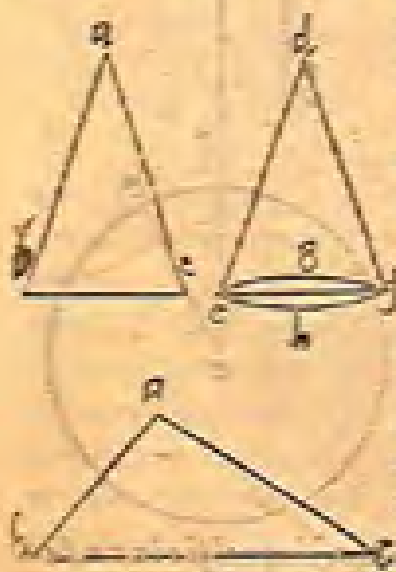
Il Tradottore.

Similmente di questa soprascritta propositione si conte della passata,molti si sao gliono scandalizare per le medesime regioni della passata,perche se vero questa nõ è altro che il conuerso della seconda petitione,la quale domanda che sia concesso che si possa slongare una data linea retta terminata directamente in longo quanto ne paresse ad alcuno pareria che l'Autthore potesse similmente poner la soprascritta per petitione,cioè, admandar che fusse concesso che de una data linea retta terminata se ne potesse toglier quanto ci pare. Certa à questo rispondo,che la detta seconda petitione è indemostrabile: e la soprascritta è demostrabile, e però vergogna seria stata all'Autthore a poner tal propositione per cosa indemostrabile, essendo demostrabile: però niuno si debbe scandalizare di tali basse propositione:perche,con queste cose basse,& note, se dimostrerà poi le cose piu alte,& manco note.

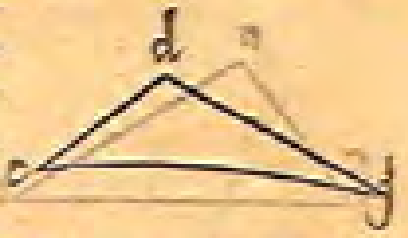
Theorema prima: Propositione.4.

4 De ogni duoi triãgoli, de liquali li duoi lati dell'uno serãno equal alli
4 duoi lati dell'altro: e li duoi angoli di quelli, contenuti da quelli lati equali,seranno equali l'uno all'altro; Anchora le base di quelli seranno equal: & li altri angoli dell'uno alli altri angoli dell'altro: & tutto il triangolo a tutto il triangolo serà equale.

Sieno li duoi triãgoli.a.b.c.& .d.e.f.et sia il lato.a.b.equale al lato.d.e.et il lato a.c.equale al lato.d.f.et l'ãgolo.a.equal all'ãgolo.d.hor dico che la basa.b.c.e equal all'angolo.f.laqual cosa si approua metẽdo,mẽtalmente il triãgolo.a.b.c.sopra al triãgolo.d.e.f. imaginẽte che l'ãgolo.a.cada sopra all'angolo.d.& il lato.a.b.sopra il lato.d.e & il lato.a.c.sopra il lato.d.f. & per il conuerso modo della penultima cõcettione,è manifesto,che nelli angoli,ne etiam li lati si excederanno fra loro, perche,l'angolo.a.e equale all'angolo.d.& li lati sopra posti sono equali a quelli doue sono sopra posti, dal presupposito. Adonque li duoi punti.b.& .c. cadeno sopra li duoi punti.e.& .f. Se adonque la linea.b.c. cade sopra la linea.e.f. è manifesto il proposito,perche quãdo la linea.b.c.sia posta sopra alla linea.e.f. & che la nõ esce da la detta linea.e.f. ne che etiam lei sia eccedata da quella, per la penultima concettione,e equale a quella & per la medesima ragione l'angolo.b.serà equale all'angolo.



l'angolo.e.& l'angolo.c.all'angolo.f.& tutto il triangolo a tutto il triangolo. Ma se la linea.b.c.per lo auersario,non cade sopra la linea.e.f.necessariamente cadera,ouer di dentro del triangolo(si come fa la linea.e.g.f.)ouer esterna fuora del detto triangolo,secondo che fa la linea.e.b.f.ilche essendo,due linee rette chiuderiano superficie:laqual cosa è contra l'ultima petitione. Adunque gliè necessario che la linea.b.c.cada precise sopra la.e.f.perilche segueta il proposito.



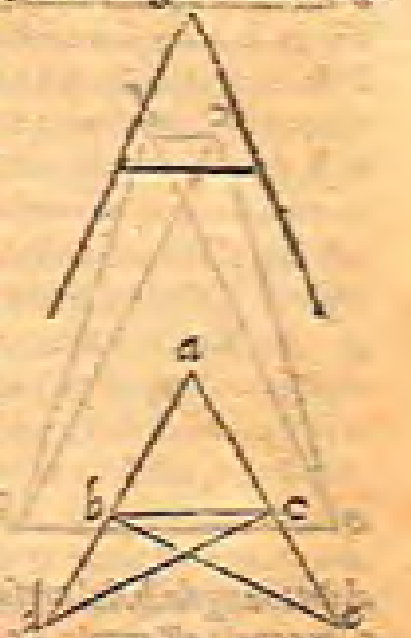
Il Tradattore.

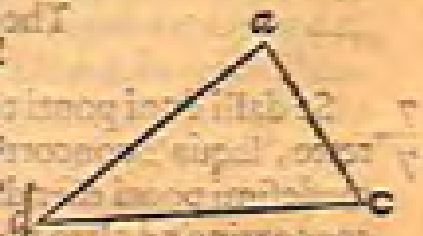
Bisogna notare,che ogni lato d'uno triangolo puo essere detto basa di quello triangolo.

Theorema.2. Propositione.5.

5/5 Li angoli che sono sopra la basa,de ogni triangolo de duoi lati equali,è necessario esser fra loro equali,& se li duoi lati equali siano protratti directamente,faranno anchora sotto alla basa duoi angoli fra loro equali.

Sia il triangolo.a.b.c.del quale il lato.a.b.sia equale al lato.a.c.dico che l'angolo a.b.e.è equale all'angolo.a.c.b.& se li serà protratti,ouer slongati li detti duoi lati,passiano per fino al.d.et.e.sarà etiam l'angolo.d.b.c.equale all'angolo.e.c.b.laqual cosa se approua in questo modo. Protratte che sia li duoi lati.a.b.& a.c. per la terza proposizione,farò la linea.a.d.equale alla linea.a.e.& tirarò le due linee.e.b.& d.c.et intenderò li duoi triangoli.a.b.e et a.c.d.liquali io approuarò essere equali,& equilateri,& equiangoli,cioè,che li lati dell'uno son equali alli lati dell'altro,ciascadun seorelatiuo,& similmente li angoli. Perche,li duoi lati.a.b.& a.e.del triangolo.a.b.e.sono equali alli duoi lati.a.c.& a.d.del triangolo.a.c.d.e l'angolo.a.è commune all'un e l'altro. Adunque,per la precedente proposizione la basa.b.e.è equale a la basa.c.d.& l'angolo.e.è equale all'angolo.d.& l'angolo.a.b.è equale all'angolo.a.c.d. Intendo anchora li duoi triangoli.d.b.c.& e.c.b.liquali similmente approuarò essere equilateri et equiangoli, Perche li duoi lati.d.b.& d.e.del triangolo.b.d.c sono equali alli duoi lati.e.c.et c.d.del triangolo.e.b.c. & l'angolo.d.è equale all'angolo.e. Adunque,per la precedente,la basa dell'un serà equale alla basa dell'altro,& li altri duoi angoli dell'uno alli altri duoi angoli dell'altro. Adunque l'angolo.d.b.





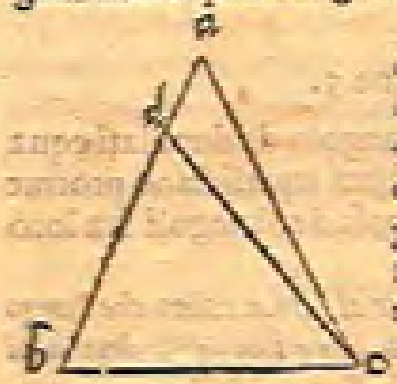
c.è equal



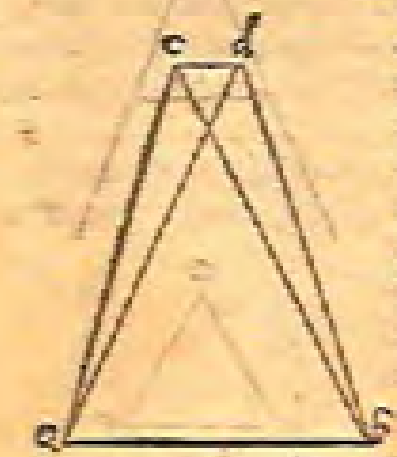
c.è equal all'angolo.e.c.b.& questo è il secondo propo sito,cioè,che li angoli, che sono sotto alla basa sono e- quali,& l'angolo b.c.d.è equale all'angolo.e.b.c. Ma perche tutto l'angolo.a.b.e.è equale all'angolo.a.c.d. (come di sopra fu approuato)adonque,per la terza cõ cettione,l'angolo.a.b.c.(residuo)è equale all'angolo. e.c.b.(residuo)l'uno è l'altro di quelli è sopra la basa,che è il primo proposito.

Theorema.3. Propositione.6.

6/6 Se dui angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li dui lati rif guardante quelli angoli,saranno equali.



Questa è il conuerso della precedente inquanto al la prima parte di quella:perche essendo il triangolo.a. b.c. del quale li dui angoli. b. & c. siano equali dico che il lato.a.b.è equale al lato.a.c.Perche se non sono equali,per l'aduersario,l'un di quelli necessitá sia mag gior dell'altro,hor poniamo,che possibile fusse ,che il la to.a.b.sia maggiore. Adonque dal lato.a.b. maggio- re me segaremo una parte alla equalità del minore,per la terza propositione,talmente che il superfluo sia dal la banda uerso.a.hor sia resecato in ponto.d. & sia la b.d.equale alla.a.c.& sia protratta la linea.c.d.Intẽ do adonque li dui triangoli.a.b.c. & d.b.c.liquali pro uerò esser equilateri & equiangoli.Perche li dui lati d.b. & b.c.del triangolo.d.b.c.sono equali alli dui la ti.a.c.& b.c.del triangolo a.b.c.e l'angolo.b.è equale all'angolo.c.totale per il presupposito:adunque la ba- sa.d.c.è equale alla basa.b.a.& l'angolo.d.c.b.è equa le all'angolo.a.c.b.cioè la parte è equale al tutto, che è impossibile.



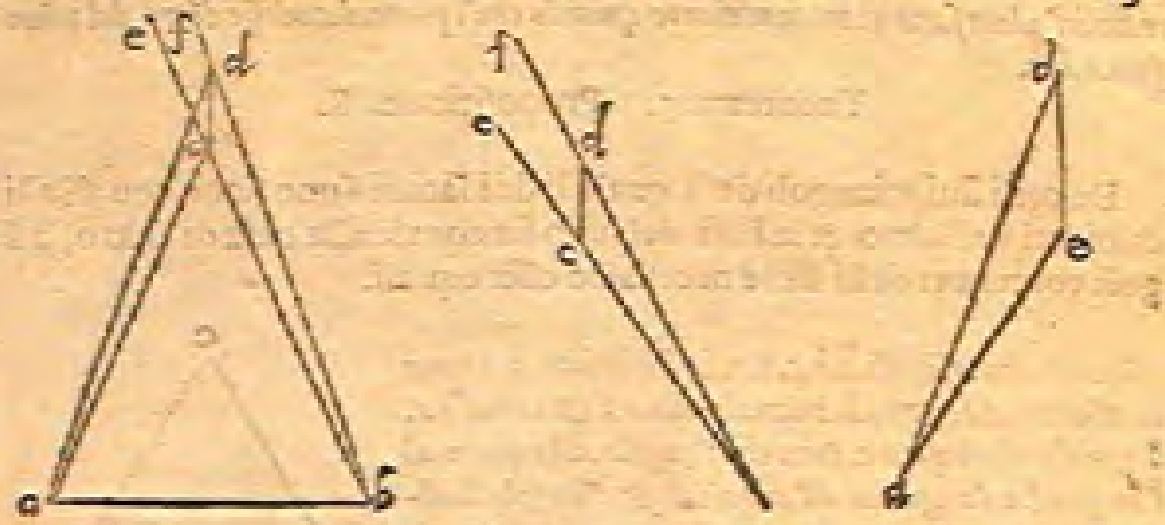
Il Tradottore.

Nota che l'angolo.d.c.b.uerria a esser equale allo angolo.b.ma perche l'angolo.a.c.b. è etiam lui equale al detto angolo.b.dal presupposito seguita per communne sententia l'angolo, d.c.b. esser equale all'angolo.a.c.b.la parte al tutto che è impossibile.

Theorema.4. Propositione.7.

7/7 Se dalli duoi ponti terminanti alcuna linea retta uscirãno due linee rette, lequale concorrino a uno medesimo ponto è impossibile dalli medesimi ponti esser dutte altre linee equale alle sue conterminale che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.

Sia



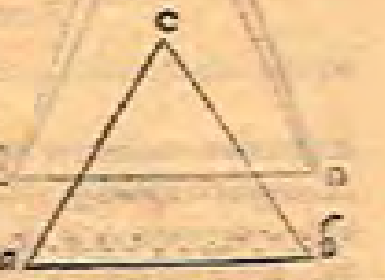
Sia la linea.a.b.dalle estremità dellaqual siano protrate da una medesima parte due linee rette,lequale concorrino in uno medesimo ponto, come saria la linea a.c.& la b.c. lequale concorrono nel ponto.c.Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremità due altre linee,lequale concorrino ad altro ponto che nel ponto.c.dimente che quella laquale serà tirata dal ponto.a.sia eguale alla linea.a.c.et quella che serà tirata dal ponto.b.sia equale alla linea.b.c.laqual cosa, sel fusse possibile, per l'adversario siano tirate due altre linee da quella medesima parte (cioè verso.c.) lequale concorrino nel ponto. d. & sia la linea.a.d.equal alla.a.c.e la linea.b.d.equale alla linea.b.c..Adonque,over che'l ponto cade dentro del triangolo, over de fora, perche non può cadere in l'uno & l'altro lato, perche all'hora la parte serìa equale al suo tutto.Ma se quel cade di fora,over l'una delle due linee.a.d.e.b.d.segarà l'una dell'altra due linee.a.c.over.b.c. oneramente che se l'una ne l'altra serannno segate ne dall'una ne dall'altra, hor poniamo che l'una delle due segha l'altra delle altre due,come apar in la prima figura e sia protratta La linea.c.d..Adonque pche li duoi lati.a.c.et a.d.del triāgolo.a.c.d. sono equali l'angolo.a.c.d.serà equale all'angolo.a.d.c.(per la quinta propositione) similmente perche nel triangolo.b.c.d.li duoi lati.b.c.& b.d.sono equali li dui angoli.b.c.d.& b.d.c.seranno similmente equali(per la medema propositione) & perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo.a.d.c.(sua parte)segueta che l'angolo.b.c.d. sia maggiore dell'angolo.a.c.d. donde che la parte seria maggiore del suo tutto laqual cosa è impossibile. Ma sel ponto.d. cade de fora del triangolo.a.b.c. talmente che le linee non si seghino come nella seconda figura appare protrarò la linea.d. c.& allongarò le due linee. b. d. & b. c. sotto alla basa per fina al.f.& al.e & perche le linee.a.d.& .a.c. son equale li dui angoli.a.c.d.& .a.d.c. seranno equali (per la quinta)similmente perche,la.b.c.e la.b.d.son equale li angoli sono sotto alla basa(liquali sono.c.d.f.& .d.c.e.)seranno equali(per la seconda parte della medema quinta) adonque perche l'angolo.e.c.d.e minor dell'angolo. a.c. d.segueta che l'angolo.f. d. c. sia minor dell'angolo. a. d.c. laqual cosa è impossibile, cioè ch'el tutto sia minor della parte, & per il medesimo modo se

redurà

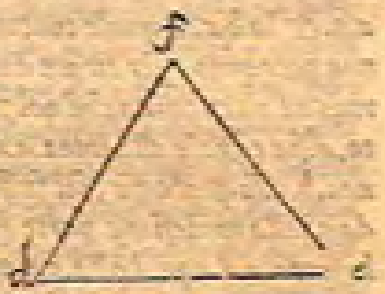
redurrà l'aduersario al inconueniente quando che'l ponto.d.cadesse dētro del trian golo.a.b.c.

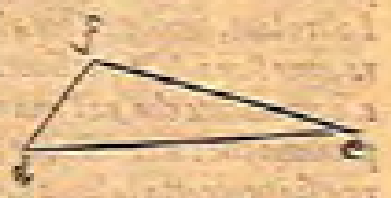
Theorema.5. Propositione. 8.

8/8 De ogni dui triangoli delli quali li dui lati di l'uno siano equali alli duoi lati dell'altro & la basa dell'uno sia equale alla basa di l'altro, li ā goli contenuti dalli lati è necessario esser equali.

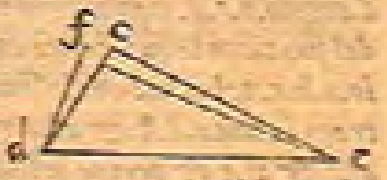


Siano li dui triāgoli.a.b.c.d.e.f.e sia lo lato.a.c.egna le allo lato.d.f. & lo.b.è equale alla.e.f.& la basa a. b.equale alla basa.d.e. Dico che l'angolo.c.è equale al l'angolo.f.e.l'angolo.a.all'angolo.d.& l'angolo b.al- l'angolo.e.& per dimostrar questo io poserò mentalmente la basa.a.b. sopra la basa. d. e. & perche sono equal cioè di quelle eccederà l'altra(per lo conuerso modo della penultima concettione) adonque auer che al ponto.c.cade sopra il ponto.f.auer non,ma potēdo che il ge cada essendo adonque l'angolo.c. sopraposto all'an gol.f.le due linee.a.c.et b.c.se conuergeranno sopra al le due.d.f.& e.f. per esser equale fra loro dal' presup- posito per lo conuerso modo della detta penultima con- cettione adonque perche l'angolo.c.non eccede ne si ec- cēdito dall'angolo.f.sono fra loro equali. (per la nede ma concettione) similmente argumenti li altri angoli es ser fra loro equali. Ma sel fusse possibile per l'aduer sario che'l ponto.c. non cadesse sopra al ponto.f.ma in al- tro loco come seria dire nel ponto.g.hor perche la linea. a.c.(che seria a esser la.g.d.) è equale alla.d.f. & la linea.b.c. (che seria a esser la.e.g.)è equale alla linea. e.f.e quelle tirate da una medesima parte concorreno in dui diversi ponti cioè nel ponto.g.& nel ponto.f.la qual cosa è impossibile per la precedente, adonque per forza el ponto.c.cadera sopra al ponto.f.es l'angolo.c. conuergeranno sopra l'angolo.f. & similmente li altri dui angoli conuergeranno sopra al suo cōrespondente, adonque seranno equali per la penultima concettione che è al proposito.







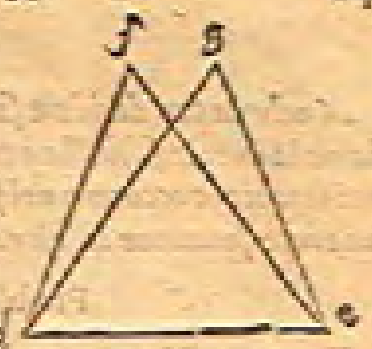


Problema.4. Propositione.9.

9/9 Puotemo diuidere uno dato angolo retilineo in due parti equali.

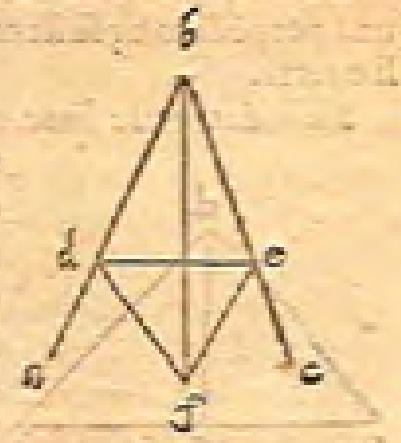
Sia el dato angolo che bisogna diuidere:l'angol.a.b.c.io tagliarò dalle due linee. a.b.& b.c. (che contengono il detto angolo) le due.b.d.& d.e.(per la terza propo sitione)

sitione) fra loro equale, & si produrrò la linea.d.e. sopra di laquale, costituirò il triangolo.d.f.e. equilatero (per la prima propositione) et tirarò la linea.b.f. hor dico che quella duide il detto angolo dato in due parti equale, & per dimostrar questo intendo li dui triangoli.d.b.f. & .e.b.f. & perche li dui lati.b.d. et.b.f. del triangolo.d.b.f. sono equali alli dui lati b.e. & b.f. del triangolo.e.b.f. e la basa.d.f. alla basa.e.f. adonq; (per la precedente) l'angolo.d.b.f è equale all'angolo.e.b.f. che è il proposito.



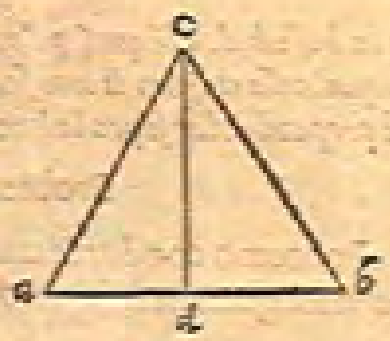
Il Traduttore.

In questa si come nella prima, bisogna notar che per diuidere simplicemẽte il detto angolo a.b.c. in due parti equali, cioè non volendo far la demostration di tal operare nõ è necessario a disegnare il triangolo.d.f.e. & manco a tirare la linea.d.e. ma basta solamente a trouar il ponto.f. per mezzo della intersecatione delle circonferentie di dui cerchi (come sopra la prima propositione fu detto) & dapoi tirare la linea.b.f. & serà eseguido tal problema, & cosi aduertirai nelle altre che seguirano, perche molte cose se fa per poter far la demostratione.

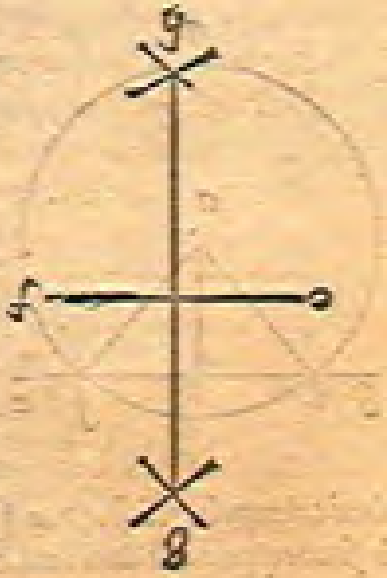


Problema.5. Propositione.10.

10 Vogliamo diuidere una proposta retta linea in due parti equale.



Sia la proposta retta linea che è di bisogno diuidere in due parti equali la linea.a.b. sopra di quella costituirò il triangolo.a.b.c. equilatero, & dopo questo diuiderò l'angolo.c. in due parti equali per la doctrina della precedente con la linea.c.d. hor dico che la linea.c.d. diuide la data linea.a.b. in due parti equali in pũto.d. e per dimostrar questo intendo li dui triãgoli.a.c.d. et.b.c.d. & arguisco in questo modo li dui lati.a.c. & .c.d. del triangolo.a.c.d. sono equali alli dui lati.b c. & .c.d. del triangolo b.c.d. e l'angolo.c. del'un è equal al l'angol.c. dell'altro adonque (per la quarta) la basa.a.d. serà equale alla basa, b.d. segnita adonque che la linea. a.b. sia diuisa in due parti equale nel ponto.d. che è il proposito.



Il Tra-

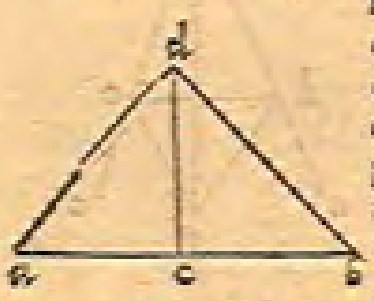
Il Tradottore.

Anchora per dividere simplicemente una data linea in due parti equale (poniamo la linea a.c.f.) basta a trovar le due oppositte intersecatiõe (quali sian g.e.b) di duoi cerchi che occorreno nel formar il triangolo equilatero e la linea g.b tirata dal l'una intersecatione all' altra farà il proposito.

Problema.6. Propositione.11.

11 Data una linea retta, da un ponto signato in quella potemo cauarui una perpẽdicolar sustentata dall'una è l'altra parte da dui angoli equali e retti.

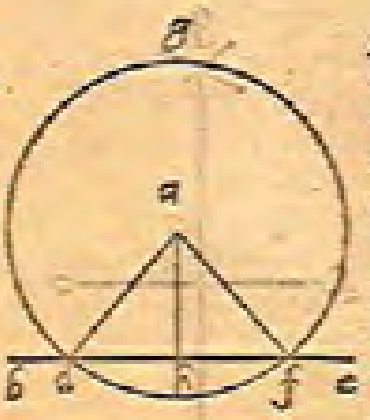
Sia la data retta linea a.b. nella qual sia dato il pũto c. dalquale sia dibisogno tirar fora una perpendicolar. Adonque volendo esequir tal effetto faccio la linea c.b. c. equal alla linea a.c. & sopra a tutta la a.b. constituisco il triangolo a.b.d. equilatero: & dapoi tiro la linea c.d. laquale dico esser perpẽdicolare sopra la detta linea a.b. c. per dimostrar tal cosa intẽdo li dui triangoli a.c.d. & b.c.d. e perche li dui lati a.c. & c.d. del triangolo a.c.d. son equali alli dui lati c.b. et c.d. del triangolo b.c.d. et la basa a.d. a la basa b.d. adõque (per l'ottava) l'angolo a.c.d. serà equale all'angolo b.c.d. per laqual cosa ciascun di loro serà retto (per la ottava diffinitione) & la linea d.c. serà perpendicolar sopra la linea a.b. c. che è il proposito.



Problema.7. Propositione.12.

12 Puotemo condurre una perpendicolare a una data retta linea de infinita quantità: da un ponto signato fora di quella.

Interlasiamo dal cardano cancimẽto.

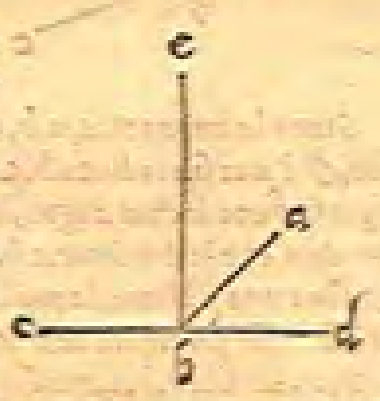


Sia il pũto a. signato fora della linea b.c. dalqual bisogni condurre una perpẽdicolare alla detta linea c.b. c. adõque per esequir tal cosa allongarò la linea a.b. c. in l'una è l'altra parte quanto bisogna, & sopra al ponto a. descriverò un cerchio di tal grandezza che seghi la detta linea a.c. in dui ponti il qual pongo sia il cerchio d.e. f.g. il quale seghi la linea b c. nelli dui ponti d. & f. dapoi congiungerò il ponto e con li dui ponti d. et f. con le due linee a.d. & a.f. & dapoi dividerò l'angolo d.a.f. in due parti equali con la linea a.h. (per la nona propositione) hor dico che la linea a.h. e perpendicolare sopra la linea b.c. & per dimostrar questo intendo li duoi triangoli a.d.h. & a.f.h. & perche li duoi lati a.d. & a.h. del triangolo a.d.h. sono equali alli duoi lati a.f. & a.h. del triangolo a.f.h. perche le due linee a.d. & a.f.

& a.f. sirongono dal centro alla circonferentia, lo lato a.b. è cõmune ad ambiduoi, e l'angolo a. dell'uno è equale all'angolo a. dell'altro, & per la quarta propositione, la basa d.b. serà equale alla basa b.f. & l'angolo a.b.d. all'angolo a.b.f. per lequal cosa l'uno & l'altro serà retto, per la ottava diffinitione, & per la nona, la linea a. b. serà perpendicolare sopra la linea c.b. che è il proposito.

Theorema. 6. Propositione. 13.

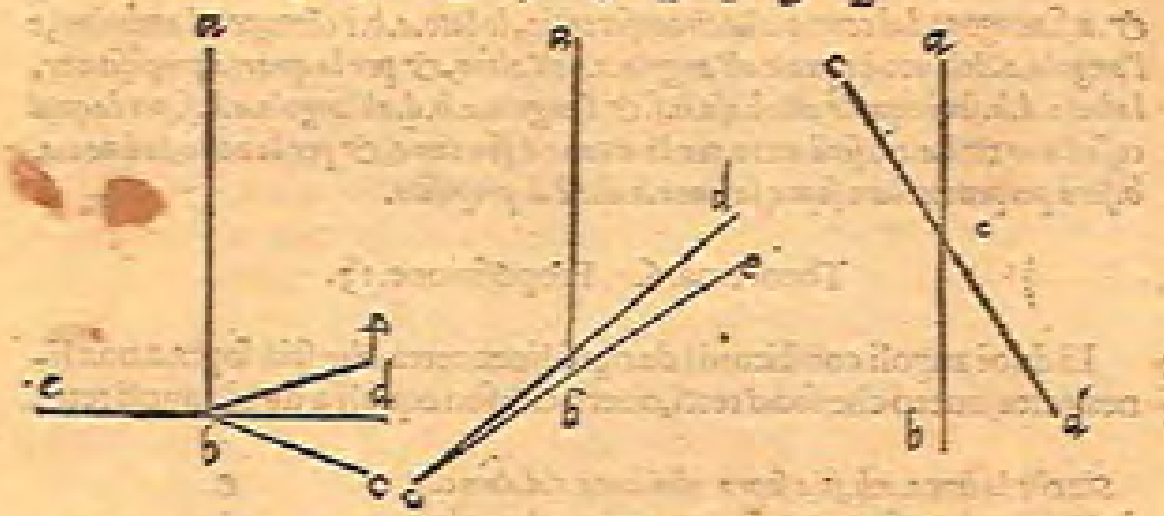
13 13 Li duoi angoli constituidi de ogni linea retta, che stia sopra a una linea retta, ouero che sono retti, ouero che son equali a duoi angoli retti.



Sia che la linea a.b. stia sopra alla linea c.d. dico che li duoi angoli constituidi dalla detta linea a.b. con la linea c.d. ouer che sono ãbduoi retti, ouer che son equali a duoi angoli retti, liquali angoli l'uno è l'angolo a.b d. & l'altro è l'angolo a.b.c. et per dimostrar questo argomerò in questo modo. Ouer che la linea a.b. serà perpẽdicore sopra la c.d. ouer non: se la serà perpendicolare sopra la detta linea c.d. constituerà duoi ãgoli equali è retti: per lo converso modo della ottava diffinitione, che è il primo proposito. Ma se la non serà perpendicolare, ma che quella stia declinãte sopra quella, poniamo verso. d. all'hora la detta linea a.b. constituerà duoi angoli. l'uno di quali serà acuto, cioè l'angolo a.b.d. et l'altro serà ottuso cioè l'angolo. a.b.c. hor dico che questi duoi angoli insieme sono equali a duoi angoli retti, & per dimostrar questo, dal ponto b. condurò la perpendicolare b.e. per l'undecima propositione, sopra la linea c.d. dellaquale li duoi angoli c.b.e. & e.b.d. sono retti, per lo converso modo della ottava diffinitione, adonque perche li duoi angoli d.b.a. et a.b. e. se equaliano all'angolo d.b.e. il qual è retto, giontoli anchora l'angolo c b.e. che è retto, tutti tre seranno equali a duoi angoli retti, perche li duoi, cioè d.b.a. et a.b.e. sono equali all'angolo d.b.e che è retto: il terzo, cioè l'angolo e b.c. da si è retto, però tutti tre sono equali a duoi retti, ma l'ãgolo a.b.c. ottuso è equale a duoi di quelli tre angoli, cioè all'angolo c.b.e. che è retto ẽtiam all'angolo e.b. a. adonque li duoi angoli a.b.c. & a.b.d. sono equali a duoi ãgoli retti, che è il proposito. Et nota che per questa propositione si manifesta che tutto il spacio che circunda un ponto, in qual si voglia superficie piana, sempre quello serà equale a quattro angoli retti.

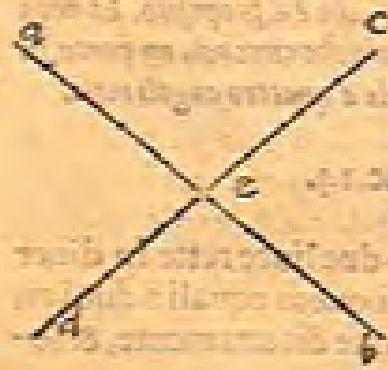
Theorema. 7. Propositione. 14.

14 14 Se da uno põto de una linea retta usciranno due linee rette in diverse parti, & farà li duoi angoli attorno in se retti. ouero equali a duoi angoli retti, quelle due linee fra loro sono congionte direttamente, & sono una sol linea.



Siano la linea retta,a,b,& ,dal ponto,b,usciano due linee rette in parte oppo-
ste,& l'una sia la linea.b.c.& dell'altra parte opposita, sia, la linea,b.d.lequal
linee faciano li duoi angoli,liquali son,c,b,e, & ,d,b,e,equali a duoi angoli retti.
hor dico che le due linee.c.b.& .d.b. sono congionte direttamente l'una & l'altra
& sono una sol linea,laqual è la linea.c.b.d. & se la non serà una sol linea, per l'a
uersario,sia protratta la linea,c,b,in continuo & diretto, & per non esser una li-
nea con la linea,b,d,transirà ouer di sopra della detta linea.b.d.come sa la.b.f,
ouer di sotto come sa la.b.e. Adonque perche sopra della linea,c,b,f,gli cade la li-
nea.e.b.li duoi angoli.e.b.c.& .e.b.f.per la precedente seran equali a duoi ango-
li retti, & perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta petitione, an-
chora li duoi angoli.c.b.e.& .d.b.e.son equali a duoi angoli retti,dal presupposito,
peril che li duoi angoli,e,b,c, & ,e,b,f,seran equali alli duoi angoli,c,b,e,et,d,b,e,
adonque comũ do cominciamento l'angolo,c,b,e,li duoi rimanenti,per la terza cõ
cettione,seranno fra loro equali, cioè l'angolo.d.b.e,seria equal all'angolo,f,b,e la
qual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, & per la medesima uia se
approuerai,la linea.c.b.protratta per fina in.c.che l'angolo.e.b.d.serà equal all'an
golo,e,b,f,che è pur impossibile,per laqual cosa serà constretto l'auersario a confer
mare che protratta la linea,c,b,cadera precise in la linea,b,d,et la linea,c,b,d,es
ser una sol linea, e non due,che è il propsito.

15/25



Theorema.8. Propositione.15.

Tutti li ãgoli cõtrapositi de ogni due linee rette che si seghino, fra loro sono equali, peril che egliè manifesto che quãdo due linee rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a quattro angoli retti.

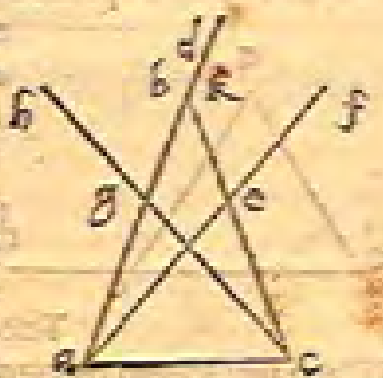
Siano le due linee rette.a.b.& .c.d.lequali se seghi
no fra loro in ponto.e. Dico che l'angolo.d.e.b.è equal
all'angolo.a.e.c.et l'angolo.b.e.c.è equal all'angolo.d.
e.a.perche li duoi angoli.e.a.& .c.e.b.son equali a duoi

angoli

angoli retti, per la tertiadecima propositione, & similmente li dui angoli c.e.b. & d.e.b. sono pur equali a dui angoli retti, per la medesima propositione. Adonque li dui angoli a.e.c. & c.e.b. sono equali alli dui angoli c.e.b. & b.e.d. perche cosi li dui primi come li dui secondi sono equali a dui angoli retti: hora se communamente leuaremo, cosi alli dui primi come alli dui secondi, l'angolo c.e.b. li dui rimanenti, che son li dui angoli a.e.c. & b.e.d. seranno fra lor equali, per la tertiadecima concettione, & per lo medesimo modo se approua l'angolo a.e.b. esser equale al l'angolo d.e.a. che è il proposito.

Theorema 9. Propositione. 16.

16 16 Essendo protratto directamente un lato d'un triangolo, qual ne pare, quel farà l'angolo estrinsico maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinsico del triangolo a se opposito.



Sia che'l triangolo a.b.c. sia protratto el lato a.b. per fina in d. Dico che l'angolo d.b.c. è maggiore de l'uno & dell'altro di dui angoli di dentro del triangolo a lui opposti, delliquali l'uno è l'angolo b.a.c. e l'altro è l'angolo b.c.a. et per dimostrar questo io diuiderò il lato c.b. in due parti equali, per la doctrina della decima ne ponto e. & protrarò la linea a.e. per fin al ponto f. talmente che la f.e. sia equale alla a.e. poi tirarò la linea f.b. et fatto questo io intendo li dui triangoli c.e.a. & b.e.f. & perche li dui lati a.e. & e.c. del triangolo a.e.c. sono equali alli dui lati f.e. & e.b. del triangolo f.e.b. & l'angolo e. dell'uno si è equale all'angolo e. dell'altro, per la precedente propositione, perche sono angoli contrapositi, & per la quarta propositione, l'angolo e.c.a. serà equale all'angolo e.b.f. e per tanto l'angolo e.b.d. qual è maggiore dell'angolo e.b.f. sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo a.c.e. per esser l'angolo a.c.e. equal al e.b.f. sua parte, & cosi habbiamo dimostrato come l'angolo c.b.d. de fuora del triangolo è maggiore dell'angolo a.c.b. di dentro del triangolo a lui opposito. Similmente anchora se approua che lui è maggior dell'angolo c.a.b. Perche diuiderò il lato a.b. in due parti equale nel ponto g. per la decima propositione, & protrarrò la linea c.g. per fin in h. talmẽte che la g.h. sia equale alla g.c. per la tertia propositione, dapoi protrarrò la h.b. k. poi intendo li dui triangoli a.c.g. & g.b.h. che li dui lati a.g. & g.c. del triangolo a.g.c. sono equali alli dui lati g.b. & g.h. del triangolo g.b.h. & l'angolo g. dell'uno è equale all'angolo g. dell'altro, per la precedente propositione, & per la quarta propositione, l'angolo g.a.c. è equale all'angolo g.b.h. hor perche l'angolo k.b.d. è equale all'angolo contraposito g.b.h. per la precedente propositione, serà etiam equale all'angolo c.a.g. per la prima concettione, & perche l'angolo c.b.d. è maggiore dell'angolo k.b.d. sua parte, serà essa maggiore dell'angolo g.a.c. a quello equale, che è il proposito.

Il Traductore.

Bisogna aduertir che la linea h.b.k. protratta uerso f. de necessità passa sopra alla linea

b.f. perilche la linea,h.k, nõ se discerne dalla linea,b.f, per esser i quella medesima.

Theorema. 10. Propositione 17.

17/17 Duoi angoli di ogni triangolo (tolti come si uoglia) sono minori de duoi angoli retti.

Sia il triangolo.a.b.c. Dico che qualunque dui angoli di quello sono minori de duoi angoli retti, poi che essendo protratto un lato di quello, come sera il Lato,b,c, per fino al d. per la precedente, l'angolo,c, estrinseco sera maggiore del angolo a, et cosi maggiore dell'angolo,b, ma l'angolo,c, estrinseco insieme cõ l'angolo,c, intrinseco sono equali a duoi angoli retti, per la terzadecima. Adunque li duoi angoli,b, & .c, intrinseci seranno minori de duoi angoli retti, & similmente l'angolo.a. insieme cõ l'angolo.c. (intrinseco) seranno per minori di duoi angoli retti, perche all'angolo,c, intrinseco uolendo equaliare a duoi angoli retti bisognaria accõpagnarlo con un'altro angolo che fusse equale all'angolo,a,c,d, estrinseco, delche alcũ di quelli dui intrinseci (a lui oppositi) cioè a, & b, non sono sufficienti, per esser cias cũ di loro minori del detto angolo,a,c,d, estrinseco. Similmente se'l sera protratto il lato,b,a, p il medesimo modo el si approverà che li duoi angoli,a, & ,b, sono minori de duoi angoli retti, che è il proposito.

Per la pced. Per la 13.

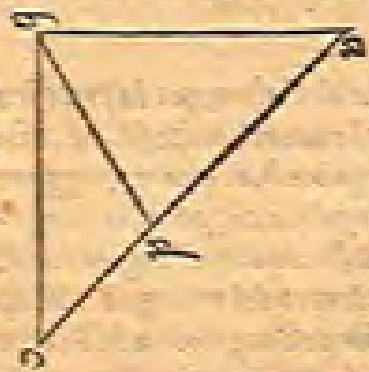


Theorema. 11. Propositione. 18.

18/18 Il lato piu longo de ogni triangolo è opposito al maggior angolo.

Sia come in lo triangolo,a,b,c, quale ha il lato,a, c, maggiore del lato,a,b. Dico che l'ãgolo,a,b,c, è maggiore dell'angolo,b,c,a. Perche il lato,a,c, è maggiore del lato,a,b, della parte uerso,a, ne segaremo una parte equale al,a,b, per la tertia propositione, qual sia la, a,d, et produrrò la linea,b,d, (per la prima petitione.) Ma perche l'angolo,a,d,b, estrinseco del triãgolo, b,d, c, per la sestadecima propositione, è maggior dell'angolo,b,c,d, intrinseco a lui opposito, & l'angolo, a,d,b, è equale all'angolo,a,b,d, per la quinta propositione, per che il lato,a,d, fu posto equale al lato,a,b. Adonque l'angolo,a,b,d, sera ancora lui maggiore del detto angolo,c, dil che se l'angolo,a,b,d, (per se solo) è maggior del c, molto piu tutto l'angolo,a,b,c, sera maggior del detto angolo c, che è il nostro proposito. Anchora, perche il lato,a,b, è maggiore del lato,b,c, per lo modo dato di sopra, se potrà prouar che l'angolo,b,c,a, è maggior dell'angolo,b,a,c.

Per la 3. Per la 16. Per la 5.

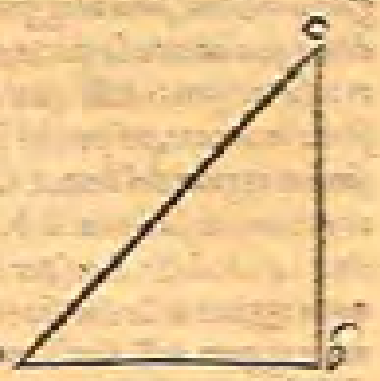


Theorema. 12. Propositione. 19.

19/19 Il maggior angolo de ogni triangolo, e opposito al piu longo lato.

Sia il triangolo,a,b,c, hauendo l'angolo,a,b,c, maggior de l'angolo,b,c,a. Dico che il lato,a,c, è maggior del lato,a,b. Perche se'l detto lato,a,c, non è maggior del lato,a,b, per l'auersario, l'è necessario che'l sia adonque ouer equal a lui,

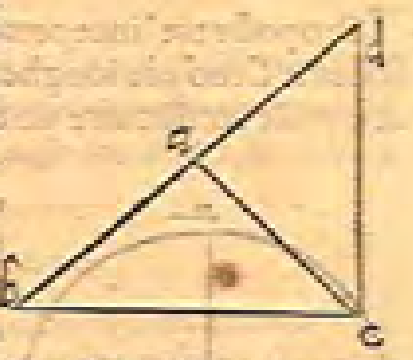
ouer



esser minor di lui, se egli è equale a lui l'angolo, a, c, b, serà equale all'angolo, c, b, a, per la quinta propositione, che seria contra il presupposito nostro, il qual fu che l'angolo, a, b, c, fusse maggior dell'angolo, b, c, a. Adonque lo lato, a, c, non può esser equale al lato, a, b, Dico ādora che'l non può esser minore, perche se'l lato a, c, fusse minore del lato, a, b, l'āgolo, a, b, c, seria minor dell'āgolo, a, c, b, (per la precedente) che seria molto contrario al nostro presupposito, il qual fu che l'angolo a, b, c, fusse maggiore dell'angolo, a, c, b. Adonque se'l lato, a, c, non può esser ne equale ne minore del lato, a, b, l'è necessario che'l sia maggiore, che è il proposito.

Theorema. 13. Propositione. 20.

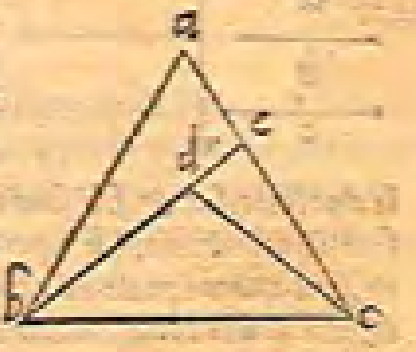
20 20 Duoi lati di ogni triangolo (tolti come si voglia) gionti insieme sono piu longhi del restante lato.



Sia il triangolo, a, b, c. Dico che li duoi lati, a, b, & a, c, gionti insieme sono piu longhi del lato, b, c, & per dimostrar questo, sia protratta la linea, b, a, per una i, d, talmēte che la, a, d, sia equale alla, a, c, poi sia tirata la linea, c, d, Et per la quinta, l'angolo, a, c, d, serà equale all'angolo, d, & perche tutto l'angolo, b, c, d, è maggiore dell'angolo, a, c, d, (sua parte) serà etiam maggiore dell'angolo, d, Adonque, per la decimanona propositione, il lato, b, d, serà maggiore del lato, b, c, Ma il lato, b, d, è equale alli duoi lati, a, b, & a, c, per i quali li duoi lati, a, b, & a, c, gionti insieme sono maggiori del lato, b, c, che è il proposito.

Theorema. 14. Propositione. 21.

21 21 Se dalli duoi ponti terminanti un lato d'un triangolo usciranno due linee rette, & che quelle si congiongano in un ponto che sia di dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamente seranno piu breue delle altre due linee del triangolo, e conteniranno maggior angolo.

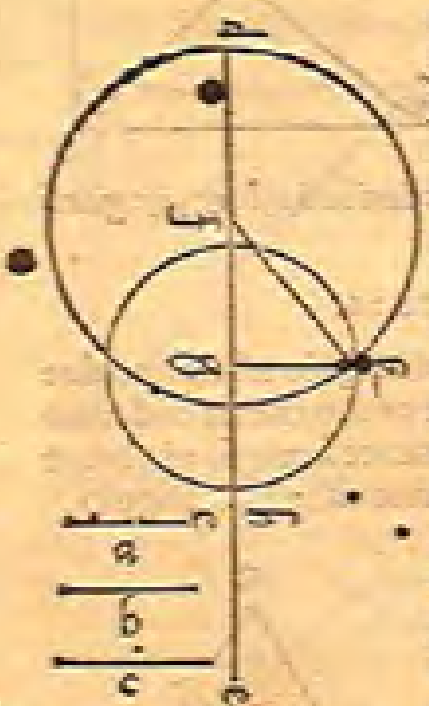


Sia come in questo triangolo, a, b, c, che dalle due estremità del lato, b, c, usciscano le due linee, b, d, et, c, d, equale concorrano de dentro del triāgolo a, b, c, nel pōto, d, dico che le dette due linee, b, d, & c, d, insieme gionte sono piu corte che le due linee, b, a, & c, a, (lati del triangolo, a, b, c,) insieme gionti. Et che l'angolo, b, d, c, contenuto da quelle è maggiore dell'āgolo b, a, c, cō tenuto dalli predetti duoi lati, & per dimostrar questo stōgarò il lato, b, d, p fin che segbi il lato, a, c, in pōto, e, hor dico che li duoi lati, a, b, e, et a, e, del triāgolo, a, b, e,

gionti insieme sono maggiori del lato.b.e.per la vigesima propositione,& giongendoui equalmente la parte,ouero linea.e.c.li dui lati.a.b,& .a.c.seranno maggiori insieme gionti delli dui lati.b.e.& .e.c. (per la quinta concettione) laqualcosa serba in mente,poi perche li dui lati.d.e.& .e.c del triangolo.c.d.e.gionti insieme sono maggiori del lato.d.c. (per la medesima vigesima propositione)giontogli communemente la linea. d.b. li dui lati.b.e.& .e.c. seranno anchora maggiori delli dui lati.b.d.& .d.c.(per la quinta concettione)donde se li dui lati.a.e.& .e.c.sono maggiori delle due linee protratte.b.d.& .d.c.& che li dui lati.a.b.& .a.c.sono maggiori delli detti dui lati.b.e.& .e.c,(come di sopra fu approuato, quãdo disse,serba in mente)tanto maggiormente seranno maggiori delle dette due linee protratte.b.d.& .d.c.che è il proposito.Ma,perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo,d.e.c.(per la sestadecima propositione)& l'angolo.d.e.c.per la medesima decimasesta propositione, è maggior dell'angolo.e.a b. adonque molto maggior serà l'angolo.b.d.c.del detto angolo.b.a.c.che è il secondo proposito.

Problema.8. Propositione.22.

22 Proposte tre linee rette,dellequalli le due, quale si vogliano, gionte
22 insieme sienõ piu longhe dell'altra,puotemo, con altre tre linee, a quelle equale constituire un triangolo.



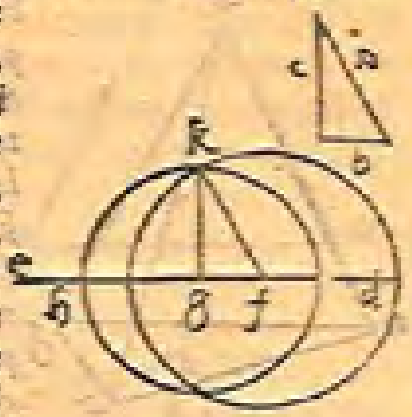
Siano le tre proposte linee.a.b.c. lequale siano cosi conditionate,che due,quale si voglia di quelle,gionte insieme siano maggiore dell'altra,perche altramente nõ se potrià di tre equale a quelle constituir triangolo(per la vigesima propositione.)adonque quando vorrò cõstituir un triãgolo di tre linee equale alle tre predette,faccio la linea.d.e.allaquale dalla parte.e.nõ gli pono fine determinato et dalla parte del.d.me segno la parte.d.f. equale alla linea.a.c. (per la tertia propositione)et.f.g. equal al.b.& .g.b.equal al.c. & fatto il põto,f. cõtro descrivo il cerchio.d.k secondo la quantità.f.d.et similmẽte fatto.g.cõtro descrivo il cerchio.b.k. liquali dui cerchi,se intersegono in dui põti, l'uno di quelli è il põto.k.altramente seguiria che l'una delle tre linee seria maggiore,over equale alle altre due giõte insieme,che seria contra il presuppolito. hor dal ponto.k. tiro le linee.K.f.& le linea.K.g.et serà constituido,il triãgolo. k.f.g. de tre linee equale alle tre proposte.a.b.c.pche le due linee.f.d.& .f.k.sono equale,perche ambedue vanno dal centro alla circonferẽtia del cerchio.d.k.e.perche la linea.a.c.è equale alla.d.f.per la prima cõcettione,serà etiam equale alla.f.k.lato del triangolo,similmente.g.b.& .g.k.sono equale,perche vanno dal centro alla circonferẽtia del cerchio.b.k.& .g.b.fu posto equale alla linea.a.adonque.g.k.serà equale alla linea.a.per la detta prima communi

sentetia,

sententia, ouero concettione, & perche f, g, fu tolto equale alla linea b, adonque le tre lati del triangolo, f, g, k, sono equali alle tre date linee, a, b, c, che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 23.

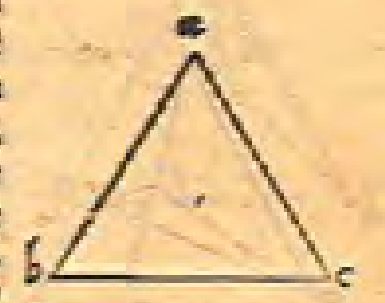
23/23 Data una linea retta, sopra un termine di quella, potemo designare un angolo rettilineo equale a qualunque angolo rettilineo proposto.



Sia data la linea, f, e, che è in la figura superiore, et siano le due linee che contengano il dato angolo, a, et, b, sotto alqual angolo tirarò la basa, c, desiderãdo io dã fare sopra il põto, f, della linea, e, f, uno angolo equale all'angolo dato. Agiongo alla linea, e, f, la linea, f, d, equale alla, a, et dalla linea, f, e, sego, ouer assegno, f, g, equale alla, b, et dalla, g, e, assegno etiam la, g, h, equale alla basa, c, & sopra li duoi punti, f, & g, descrivo li duoi cerchi, d, k, & k, h, secondo la quantità delle due linee, f, d, & g, h, liquali se interseghano fra loro in põto K. si come mostra la precedente, e dalle linee, k, f, & k, g, serano li duoi lati, k, f, & f g, del triangolo, k, f, g, equali alli duoi lati, a, & b, del triangolo, a, b, c, & la basa, g, k, equale alla basa, c. Adonque per la octaua l'angolo, k, f, g, serà equale all'angolo contenuto dalle due linee, a, & b, che è il proposito.

Theorema. 15. Propositione. 24.

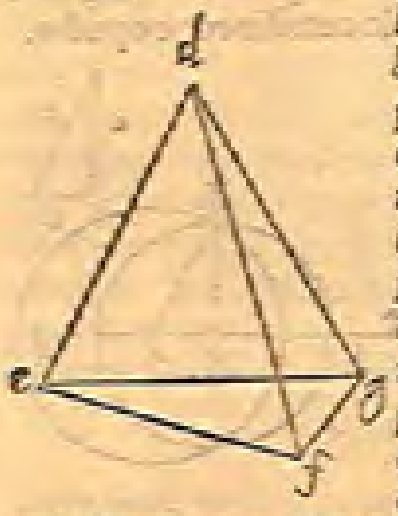
24/24 De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'uno seranno equali alli duoi lati dell'altro se l'uno di duoi angoli contenuti sotto di quelli lati equali, serà maggiore dell'altro, Anchora la basa del medesimo serà maggiore della basa dell'altro.

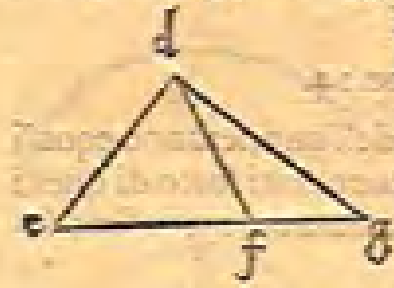


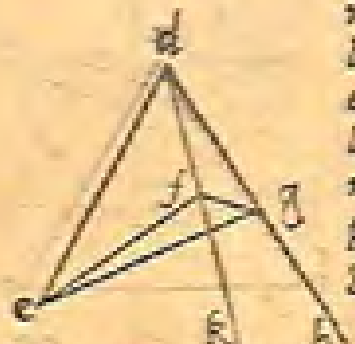
Siano li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, f, & siano li duoi lati, a, b, & a, c, equali alli duoi lati, d, e, d, f, cioè ciascun al suo relatiuo, a, b, al, d, e, & a, c, al, d, f, et sia l'angolo, a, maggior dell'ãgolo, e, d, f, Dico che la basa, b, c, serà maggiore della basa, e, f, et per dimostrar questo farò l'angolo, e, d, g, per la doctrina della precedẽte equale all'angolo, a, (del qual l'angolo, e, d, f, serrà essser sua parte, & esser minor di lui (e porerò, d, g, equal al, a, c, ouer, d, f, e tirarò la linea, e, g, laqual transirà di sopra della linea, e, f, segando la linea, d, f, ouer sopra la medema linea, e, f, facẽdo con quella una medema lineã, ouer di sotto di quella, hor ponamo primamente che la transisca di sopra la, e, f, segando la linea, d, f, (come appar nella prima figura) tirarò la linea, f, g, e serà costituito il triangolo, d, f, g, de duoi lati equali, perche ciascun di quelli è equal al lato, a, c, dilche l'angolo, d, f, g, serà equale all'angolo, d, g, f, per la quinta propositione, per laqual cosa l'ãgolo, d, f, g, serà maggior dell'angolo, e, g, f, parte dell'angolo,

Per 5. de cõmuni.

d,g,f, a lui equale, debbe se l'angolo d,f,g, da si è maggior dell'angolo, e,g,f, molto più maggior serà tutto l'angolo e,f,g del detto angolo, e,g,f. donde seguita che'l lato, e,g, si a maggior del lato, e,f, per la decimanona propositione, hor dico che'l lato, e,g, si è equale alla basa, b,c, perche li dui lati, a,b, & a,c, del triangolo, a,b,c, sono equali alli dui lati, d,e, & d,g, del triangolo, d,e,g, et l'angolo, e,d,g, fu posto equale all'angolo, b,a,c, onde, per la quarta propositione, la basa, e,g, serà equale alla basa, b,c, per la qual cosa se la, e,g, è maggiore della, e,f, etiam la, b,c, a quella equale serà maggiore della detta, e,f, che è il proposito. Ma se la, e,g, transirà sopra la medesima linea, e,f, (come in questa altra seconda figura appare) e siano insieme una medesima linea allhora la, e,f, serà parte della, e,g, adonque, per la ultima concettione, la, e,f, serà manor del, e,g, che è il proposito. Ma se la, e,g, transisse di sotto della, e,f, (come in questa altra figura appare) siano slogate le due linee, d,f, & d,g, (le qual sono equale) sia in K, & b, & per la seconda parte della quinta propositione, li dui angoli che sono sotto alla basa, f,g, seranno equali, cioè lo angolo, K,f,g, serà equale all'angolo, f,g,b, del che tutto l'angolo, e,f,g, serà maggior del detto angolo, f,g,b, ma se l'angolo, e,f,g, è maggior del detto, f,g,b, molto più maggiore serà dell'angolo, f,g,e, parte di quello, adonque, per la decimasetta prima propositione, il lato, e,g, serà maggior dell'lato, e,f. et per consequens, b,c, serà maggior de, e,f, che è il proposito. Questo ultimo membro si potrebbe anchora provare per la vigesima prima, perche per quella in la disposition della terza figura, le due linee, d,g, et, e,g, se trovano maggiore delle due linee, d,f, & f,e, & perche la, d,g, è equale alla, d,f, (per questo che ambedue sono equale alla, a,c,) serà la, g,e, maggiore della, e,f, per la qual cosa etiam la, b,c, serà maggiore della medesima, e,f, che è il proposito, tamen è meglio dimostrar per il primo modo, acciochè in ogni disposition sia arguito per la quinta.







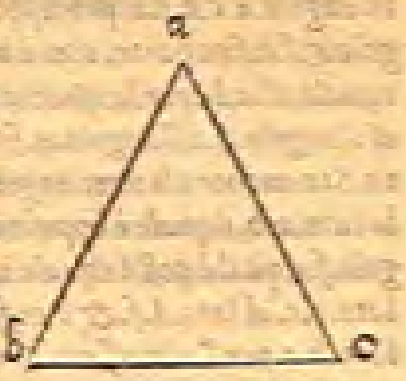
Theorema. 16. Propositione. 25.

25/25 D'ogni dui triangoli, di quali li dui lati dell'un siano equali alli duoi lati dall'altro, & che la basa dell'uno sia maggiore della basa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo (che ha la basa maggiore) serà maggior dell'angolo dell'altro triangolo contenuto delli medesimi lati.

Siano li dui triangoli, a,b,c, & d,e,f, et siano li dui lati, a,b, & a,c, del primo

equali

equali alli duoi lati,d,e,& ,d,f,del secondo,cioè ciascuno allo suo relatiuo,& sia la basa,b,c,maggiore della basa,e,f,dico che lo angolo,a,serà maggiore dell'angolo,d, questa è il conuerso della precedente, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Se l'angolo,a,non è maggiore, per l'aduersario, dell'angolo,d,serà adonque equale,ouer minor di lui, equale non puo essere,perche se cosi fusse, per la quarta,la basa,b,c,seria equale alla basa,e,f, che seria cõtra il presuppolito, Ma dico che anchora el non puo essere minore,perche se l'angolo,a, fusse minore dell'angolo, d,la basa,b,c,seria,per la precedente,minor della basa,e,f. che seria molto contra il presuppolito,adunque nõ possendo l'angolo,a,esser ne equale ne minor dell'angolo, d,glie necessario che sia maggiore, che è il proposito.

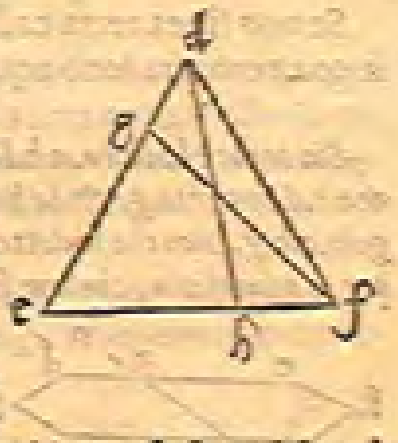


Theorema.17. Propositione.26.

26 De ogni duoi triangoli di quali di duoi an
26 goli di l'uno serãno equali à duoi ãgoli di l'altro ciascuno al suo relatiuo,anchora che un lato dell'uno sia equale à un lato dell'altro, ò sia quel tal lato fra li duoi angoli equali ouerame te oppolito à uno de quelli,anchora li duoi restanti lati di l'uno seranno equali alli duoi restanti lati dell'altro,ciascuno al suo risguardante,ouer relatiuo,& simil mente l'altro angolo di l'uno serà equale à l'altro angolo dell'altro.



Siano li duoi triãgoli,a,b,c,& ,d,e,f,& sia l'angolo,b,c,equale allo angolo,e,& l'angolo,c,equal all'angolo,f,& sia el lato,b,c,equale al lato,e,f,ouer l'uno delli altri duoi lati,a,b, & a,c,sia equal a uno delli altri duoi lati,d,e,er,d,f,cioè uno di loro al suo relatiuo,cioè che,a,b,sia equale al d,e,ouer,a,c,al,d,f. Dico che li altri duoi lati dell'uno seranno equali alli altri duoi lati dell'altro,& l'altro angolo dell'uno serà equal all'altro angolo dell'altro,cioè l'angolo,a,serà equale all'angolo, d. Porrò adunque primamente che lo lato,b,c, (sopra delquale giaceno li duoi angoli,b,c,) sia equale al lato,e,f, sopra del quale giaceno li duoi angoli,e,f,liquali sono stati posti equali alli detti duoi angoli,b,c,hor dico che'l lato,a,b,serà equale al lato,d,e,el lato,a,c,al lato,d,f,& l'angolo,a,all'ãgolo,d. Perche,se possibil sia per l'aduersario,che'l lato,a,b,nõ sia equale al lato d,e,l'uno di ãlli serà adonque maggior,hor poniamo che'l lato,d,e,sia maggiore del lato,a,b,io segarò del lato,d,e,la parte,g,e,equali al lato,a,b,per la tertia propositione,e porrò la linea,g,f,li duoi lati adoque,e,g,et,e,f,del triãgolo,e,g,f,sono equali



li duoi

li duoi lati.a.b.& b.c.del triangolo.a.b.c.& l'angolo.a.b.c.è equale all'angolo g.e.f.dal presupposito, per laqual cosa l'angolo.g.f.e. serà equale all'angolo.a.c. b. per la quarta propositione,et perche l'angolo.d.f.c. si è anchora lui equale al detto angolo.a.c.b.dal presupposito per la prima concettione,serà etiam equale all'angolo.g.f.e.sua parte, che è impossibile, per l'ultima concettione,adonque.d.e. serà equale al.a.b.per la quarta propositione, il lato.d.f.serà etiam equale al lato.a.c. et l'angolo.d.all'angolo.a.serà equale,che è il primo membro della due sopra posta,Sia anchora li duoi angoli.b.& c.equali alli duoi angoli.e.f.come prima,et sia lo lato.a.b,il quale è opposito all'angolo.c.equale al lato.d.e.ilqual è opposito all'angolo.f.ilqual è posto equale all'angolo.c.dico che lato.b.c. serà equal al lato.e.f.et il lato.a.c.al lato.d.f.& l'angolo.a. all'angolo.d. & sel lato.e f.non fusse equale al lato.b.c.per l'adversario l'uno di loro serà maggior dell'altro.sia adonque.e.f.maggior del.b.c.e per tanto porrò.e.b.equale al.b.c.per la tertia propositione,& produrrò la linea.d.b.& serà constituido il triangolo.d.e.b.che li duoi lati.e.d.& e.b. son equali alli duoi lati.b.c.& b.a.del triangolo.a.b.c.e l'angolo.e. si è equale all'angolo.b.dal presupposito, dilche l'angolo.e.b.d.serà equale a l'angolo.b.c.a.per la quarta propositione,e l'angolo.f. per esser equale anchora all'agolo.c. serà etiam equale all'angolo.e.b.d.per la prima concettione,laqual cosa è impossibile,per la sestadecima propositione, che l'angolo.e.b.d.estrinseco del triangolo.d.b.f.sia equale allo angolo.b.f.d.intrinseco,& opposito,adonque il lato.e.f.serà equale al lato.b.c. & similmente,per la quarta propositione,il lato.d.f.al lato.a.c.serà equale,e l'angolo.e.d.f.all'agolo.b.a.c.che è il secondo membro della proposta divisione,dilche tutto il proposito serà manifesto.

Theorema.18. Propositione.27.

27 / 27 Se una linea retta caderà sopra a due linee rette,& facia li duoi angoli coalterni fra loro equali,quelle due linee seranno equidistante.

Sia come è la linea.a.b.laqual cade sopra le due linee.c.d.& e.f.& sega la linea c.d.in ponto.g. & la linea.e.f.in ponto.h.& sia l'angolo.d.g.h equale all'angolo.e.h.g.Dico che le dette due linee.c.d.& e.f.sono equidistate, ma se possibile è per lo adversario, che non siano equidistante,pongano che protratte dalla parte.c. e.concorrano nel ponto.K.overo dalla parte.d.f.nel pōto.l.& sia pur come si voglia,che accaderà lo impossibile, per la decimasesta propositione, perche l'angolo estrinseco seria equale allo intrinseco,& opposito,perche uno delli detti āgoli alterni,liquali sono posti equali, serà lo estrinseco,& l'altro serà lo intrinseco,perche cōcorrendo le due linee.d.c. et.e.f.in ponto.K.seria formato uno triangolo,che seria.g.h.K. & seria prodotto il Lato.K.g.sopra ponto.d. facendo l'angolo.h.g.d.estrinseco, ilquale è posto equale all'angolo.e.h.g.intrinseco,et proposito,laqual cosa è impossibile per la soppraleg ata propositione:perche l'è impossibile che le due linee,protratte da qual parte si voglia,cō



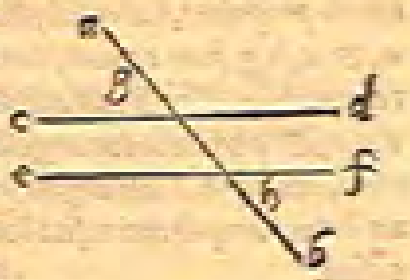
corrano,

corrano, adonque seranno equidistante per la vigesima seconda diffinitione, che è il proposito.

Theorema 19. Propositione. 28.

28 / 28 Se una linea retta vegnerà sopra a due linee rette, che l'angolo intrinseco causato da quella sia equal all'angolo estrinseco a se oppolito, ouer che li duoi angoli intrinseci da una medesima parte siano equali a duoi angoli retti quelle due linee seranno equidistante.

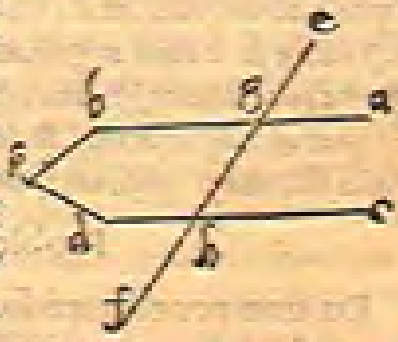
Sia come la linea a.g.b. laqual sega le due linee c.d. & e.f. nelli duoi ponti g.h. & sia l'angolo a.g. estrinseco equale all'angolo g.h. intrinseco, dalla medesima parte verso d.f. ouer che li duoi angoli g. & h. intrinseci, tolti dalla medesima parte, siano equali a duoi angoli retti. Dico che le due linee c.d. & e.f. sono equidistante, hor sia primamente l'angolo d.g.a. equale all'angolo f.h.g. & perche l'angolo c.g.h. per la quinta decima propositione serà anchora lui equale all'angolo d.g.e. per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo g.h.f. per laqual cosa la linea c.d. è equidistante alla linea e.f. per la precedente propositione, perche li angoli g h f. & c.g.h. alterni sono equali. Anchora siano li duoi angoli d.g.h. & f.h.g. equali a duoi angoli retti, & perche li duoi angoli d.g.h. & c.g.h. similmente sono equali a duoi angoli retti, per la terzadecima propositione, l'angolo e.g.h. serà equale all'angolo f.h.g. per laqual cosa le dette due linee c.d. & e.f. per la detta propositione precedente, seranno equidistante, che è il proposito.



Theorema 20. Propositione. 29.

29 / 29 Se una linea retta caderà sopra a due linee equidistante, li duoi angoli coalterni seranno equali, & l'angolo estrinseco serà equale allo angolo intrinseco a se oppolito, & similmente li duoi angoli intrinseci constituidi dall'una e l'altra parte seranno equali a duoi angoli retti.

Siano le due linee a.b. & c.d. equidistante, sopra lequale cade la linea e.f. segando quelle nelli duoi ponti g.h. dico che li duoi angoli g.b. coalterni sono equali, & che l'angolo g. estrinseco si è equale all'angolo h. intrinseco a se oppolito tolto dalla medesima parte, & che li duoi angoli g.h intrinseci tolti da una medesima parte sono equali a duoi angoli retti, et questa è il converso delle due precedente, hor per dimostrar che l'angolo b.g.h. è equale all'angolo c.h.g. procederemo cosi se l'angolo b.g.h. non è equal all'angolo c.h.g. l'uno de quelli serà maggiore, sia adonque maggiore lo angolo, c.h.g. & perche li duoi angoli c.h.g. g.h.d. sono equali

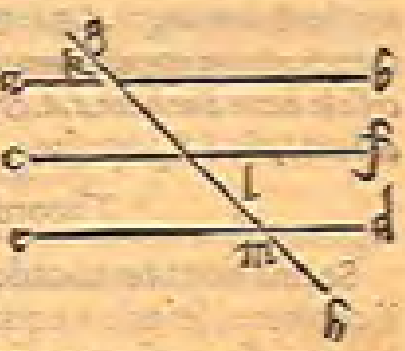


a duoi

a dui angoli retti per la.13.propositione,& perche l'angolo,b,g,b,e minor del detto angolo,c,b,g,ponendolo con lo angolo,d,b,g,in sema seranno minori de dui angoli retti, adonque se le dette due linee,a,b,& c,d,seranno protrate dalla parte del,b,d,concorreranno ad alcuno ponto(per la quarta petitione)come seria al ponto,k,adonque non seriano equidistante(per la vigesima seconda diffinitione).che è contra il proposito,et perche questo è impossibile,seranno adonque le dette dui angoli,b,g,b,& c,b,g,coalterni equali che è el primo proposito, & da questo si manifesta anchora el secondo; perche l'angolo,b,g,b,si è equale all'angolo,a,g,e,(per la quintadecima)(adonque)per la prima concettione)l'angolo,a,g,e,serà etiam equale all'angolo,c,b,g,cioè lo estrinseco serà equale allo intrinseco a se opposito,el'è el secondo proposito,dal qual similmente si manifesta el terzo,perche li dui angoli,a,g,e,& c,b,g,sono equali,dandoli commemente l'angolo.a.g.b.la soma serà anchora equale,dilche li dui angoli.c.b.g.& a.g.b.sono equali alli dui angoli.a.g.b.& a.g.e,& perche li dui angoli.a.g.e.& a.g.b.(per la 13.)sono equali a dui angoli retti,adunque li dui angoli,a,g,b,& c,b,g,seranno equali a dui angoli retti,che sono li dui angoli intrinsici tolti dalla medesima parte verso.e.a.che è el terzo proposito.

Theorema.11. Propositione.30.

30/30. Se due linee rette serano equidistante a una medesima linea, quelle medesime seranno fra loro equidistante.

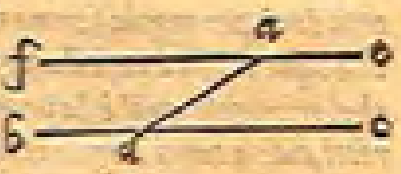


Siano le due linee.a.b.& c.d.delle quale l'una & l'altra siano equidistãte alla linea.e.f.Dico che queste due linee,cioè la,a.b.& c.d.sono fra loro equidistante Et questo è vero universalmente,o siano le dette linee a b.& c.d.in una medema superficie con la medesima linea.e.f.overamente non(tamen in questo loco non se intende altramente,se non secondo che tutte siano in una superficie,et di quelle che sono in diuerse superficie si approua nella sopra propositione del.11.che sono equidistãte)hor adonque siano tutte tre in una superficie io tirarò le linee.g.h.segãdo le dette tre linee nelli tre ponti.k.l.m.& perche la.a.b.è equidistãte alla.e.f.l'ãgolo.a.k.l.si è equale all'ãgolo.k.l.f.(per la prima parte della precedẽte poche sono coalterni)e perche la.c.d.è etiã equidistante alla.e.f.l'ãgolo.f.l.k.(estrinseco)serà equale all'angolo.l.m.d.(intrinseco a se opposito.per la seconda parte della precedẽte) dilche se li dui angoli.m.d.& a.k.l.cuiscun è equale all'angolo.k.l.f.(per la prima concettione)seranno etiam fra loro equali,per laqual cosa se l'angolo.a.k.l.è equal all'angolo.l.m.d.le dette due linee.a.b.et.c.d.sono equidistanti(per la vigesima settima propositione)perche le dette dui ãgoli sono coalterni,el'è el proposito.

Questa mi ca nel Cardano.

Problema.10. Propositione.31.

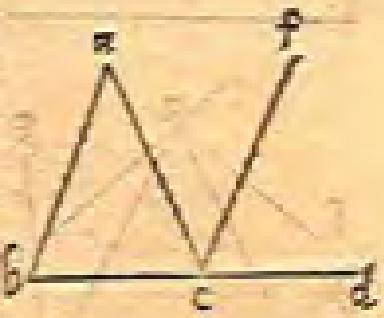
31/31 Da uno ponto dato fora di una proposta retta linea potemo condurre una linea retta equidistante a quella linea proposta.



Sia il ponto.a.dato de fora della linea.b.c.dalquale bisogni trare una linea equidistante alla linea.b.c.tirò la linea.a.d. caſcãte come ſi voglia con la linea.b.c. coſtituendo l'angolo.a.d.c.& l'angolo.a.d.b. Et ſopra el ponto.a.conſtituerò (per la doctrina della vigeſima terza propoſitione) l'angolo.e.a.d.equale all'ãgolo.a.d.b.cioè l'angolo.f.a.d.equale all'angolo.a.d.c.(che darà quel medeſimo) e perche li detti angoli ſono coalterni,la linea.f.e.ſerà equidiſtante alla linea.b.c.(per la vigeſima ſettima propoſitione) che è il propoſito.

Theorema 22. Propoſitione.32.

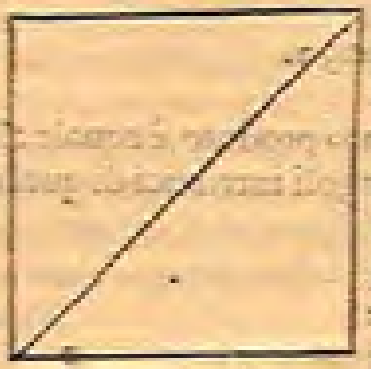
31/31 L'angolo eſtrinſico di ogni triangolo d'un lato produto,è equale alli duoi intrinſici a lui oppoſiti,Et tutti li tre angoli intrinſici di quello è neceſſario eſſer equali a duoi angoli retti.



Sia el triangolo.a.b.c.e ſia alongato el lato.b.c ſina in.d. dico che l'angolo a.c.d. eſtrinſico ſi è equale alli duoi angoli.a.& b intrinſici oppoſiti a ſe,ſi intrinſeci,& che li tre angoli a.b.c.del detto triãgolo.a.b.c.inſieme gionti ſono equali a duoi angoli retti e per dimoſtrar queſto dal ponto.c. tirarò (per la doctrina della precedente) la linea.c.f. equidiſtante alla linea.a.b.et l'angolo.f.c.a. ſerà equale all'angolo.a, (per la prima parte della vigeſima nona) perche ſono coalterni,et l'ãgolo.f.c.d.eſtrinſico ſerà equale all'angolo.b.intrinſico (per la ſeconda parte della medeſima vigeſima nona propoſitione) per laqual coſa tutto l'angolo.a.c.d.eſtrinſico ſi è equale alli duoi angoli.a.& b.intrinſici a lui oppoſiti che el noſtro primo propoſito,et perche li duoi angoli.a.c.b.& a.c.d.ſon equali a duoi angoli retti(p la terza decima propoſitione) adonque li tre angoli.a.b.& c.intrinſici del triangolo ſeranno equali a duoi angoli retti che è il ſecondo propoſito, et nota che per queſta propoſitione è manifeſto che tutti li angoli de ogni figura multiangola tolti inſieme ſono equali a tanti angoli retti quanto è el numero ch'ella è diſtante dalla prima,duplicato verbi gratia delle figure multiangole, overo poligonie la prima de tutte ſi è il triangolo, perche non ſi può formar figura de rette linee de manco de tre lati, perche con duoi linee rette non ſi può conſtituire figura ſuperficiale (per la ultima petitione) però el triangolo è la prima figura de rette linee, la ſeconda figura ſi è el quadrilatero, la terza ſi è el penthagono, overo figura de cinque lati & angoli & coſi aſcendendo el numero delli lati narra angoli a qual numero ſi voglia, cauando di quello el numero binario ſimilmente ſerà el numero delli duoi della figura come eſempli gratia de una figura de otto lati, & angoli per voler el numero ordinario della detta figura cauo de

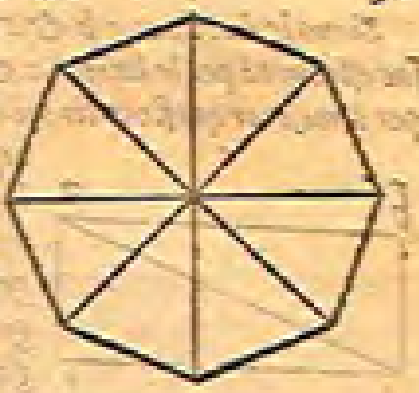
otto

otto duoi, per regola ferma a retta sei, per lo numero ordinario della figura predetta adonque lei serà la sesta figura & cosi se procederà in ciascuna altra, dico adonque che el triangolo qual è la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a duoi angoli retti, cioè a tanti angoli retti quanto è el doppio del numero ordenario della figura, che è uno per essere la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioè al doppio del numero ordinario della figura laquale è duoi per esser la seconda el doppio de duoi si è quattro & li cinque angoli del pentagono che è la terza serā equali a sei angoli retti cioè al doppio de tre che è el numero

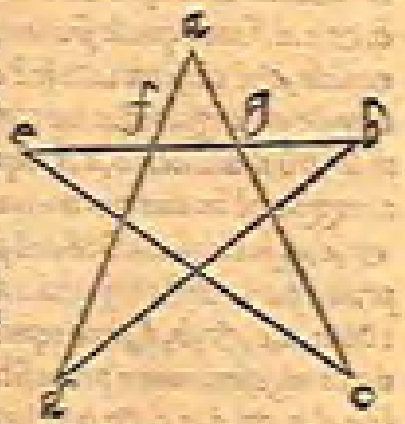


ordenario della figura de cinque angoli & li otto angoli de una figura de otto lati serāno equali a duodeci angoli retti cioè al doppio de sei ch'è el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto et cosi uscirà in ciascun'altra figura de molto numero de angoli laqual cosa se manifesta della infrascritta causa perche qualūche figura tale si è diuisibile & resolubile in tanti trāgoli quanto distarà dalla prima cioè quāto è el suo numero ordinario tirando le rette linee da qualuni de soi angoli alli angoli oppositi & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quella resolutione sono equali a duo angoli retti però se in duplo el numero ordinario della figura, elqual numero deriua del numero delli triangoli cōponenti essa figura, elqual numero de triangoli sempre serà duoi, cioè duoi manco che el numero delli angoli, ouer lati de detta figura: exempli gratia. Sia el pentagono. a.b.c.d.e. da l'angolo. a. di quello prenderò le linee. a.c. & .a.d. alli duoi angoli .c. & .d. opposti al detto angolo a.e. serà el detto pentagono tutto risolto in .3. triāgoli. a.b.c. a.c.d. Et .a.d.e. liquali sono tre, si come è il numero ordinario della detta figura, laqual, come di sopra dissi, è la terza, et perche li tre angoli di ciascun de detti tre triangoli sono equali a duoi angoli retti, però se indoppia el numero de detti triangoli, cioè el numero ordinario della figura che tre serà sei p el numero delli angoli retti a che se equaliano li cinque angoli de detta figura che è il proposito. Anchora potremo proponere la medesima materia in questo altro modo dicendo che tutti li angoli de ogni figura poligonia ouero multangola equalmente tolti insieme, sono equali a tanti angoli retti quanto è il doppio del numero delli soi angoli, tratone sempre quattro per regola cioè tratteni quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da un punto tolto dentro di detta figura, a ciascun angolo de detta figura siano tirate linee, tutta la detta figura serà resolta in tanti triangoli quanto seranno li soi angoli, come appar in la figura de otto angoli che è quì dentro, laqual è risolta in otto triāgoli che li tre angoli de ciascuno sono equali a duoi angoli retti, però fra loro otto triangoli contenerano sedeci angoli retti, delliquali sedeci quattro ne formano fra loro otto atorno al pūto che

è de



è de dẽtro della figura dove ciascũ di loro terminano con uno angolo occupãdo tutto quello spacio che attorno al predetto põto, ilquale spacio sempre se equalia a quattro angoli retti, come in fine della tertiadecima propositione fu detto, et approuato adonque de quelli sedeci ãgoli retti ne caueremo quattro p regola, cioè per li quattro fatti attorno al põto, reſta dodeci p il numero dalli ãgoli retti a cui se equaliano li otto ãgoli della data figura, che è il proposito. Anchora ei se manifesta per le cose dette che protrahẽdo ciascũ lato d'una figura molteangolo tutti li angoli estrinseci giũti insieme se equaliano a quattro angoli retti che cosi se dimostrarà sopra il penthagono .a.b.c.d.e. protratto il lato .a.b. fina in .f. il lato .b.c. fin a .g. il lato .c.d. fin in .h. il lato .d.e. fin in .k. il lato .e.a. fin in .l. Hor dico che tutto l'angolo .a. intrinseco del penthagono con l'angolo estrinseco sono equale a duoi angoli retti per la tertiadecima propositione, et per la medesima ragione li duoi angoli .b. intrinseco. & .b. estrinseco, & cosi de tutti li altri, per la qual cosa li angoli .a. b. c. d. e. intrinseci & estrinseci seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del dicto penthagono son equali a sei ãgoli retti, come disopra fu dimostrato. Adonque se delli detti diece angoli retti a cui se equaliano li predetti angoli intrinseci & estrinseci del penthagono caueremo li sei, a cui se equalia li cinque angoli intrinseci, cioè quelli del penthagono reſteranno quattro per li angoli estrinseci, cioè li angoli .b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.b.et.a.e.k. adonque tutti li detti angoli estrinseci del predetto pẽthagono si equaliano a quattro angoli retti, & cosi riuscirà in ciascun'altra figura poligonia che è il proposito.



Anchora è manifesto, che di ogni penthagono, delqual cadauno lato sega dui delli altri lati, ha cinque angoli equali a duoi angoli retti.

Sia il penthagono che se prepone .a.b.c.d. et concioſia che el lato .a.c. segha lo lato .b.e in ponto .g. & lo lato .a.d. segha il medesimo in põto .f. et l'angolo .a.f.g. serà equale alli duoi angoli .b. & .d. concioſia che quello sia lo estrinseco a quelli, in lo triangolo .f.d.b. Similmente l'angolo .f.g.a. serà equale alli duoi angoli .c. & .e. concioſia che quello sia lo estrinseco a quello in lo triangolo .g.c.e. ma li dui angoli .a.f.g. & .f.g.a. insieme con l'angolo .a. sono equali a duoi angoli retti. Adonque li quattro angoli .b.d. & .c.e. insieme con l'angolo .a. sono equali a duoi angoli retti che è il proposito.

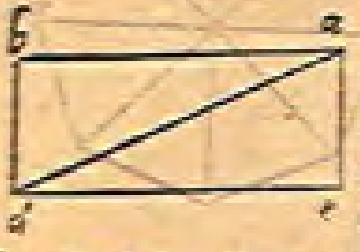
Theorema 23. Propositione 33.

Se in la sommità de due linee equidistante, & di equal quantità, sia no congionte due altre linee, quelle medesime serãno anchora equale, & equidistante.

33
33

Siano

Siano le due linee.a.b & c.d.equidistante & equale, delequale cõgiongerò le sue estremità per le linee,a.c. & b.d.lequal dico esser equale, & equidistante. Et per dimostrar questo io tirarò la linea.a.d. & perche le due linee.a.b. & c.d.sono equidistante,dal presupposito,l'ãgolo.b.a.d.serà equale allo angolo.a.d.c. per la prima parte della xxix^esima nona propositione: & li dui lati.a.b. & .a.d.del triangolo.b.a.d.sono equali alli dui lati.d.c.et.d.a.del triãgolo.d.c.a.et langolo.d.a.b.del primo si è equale allãgolo.a.d.c.del secondo. Adonque,per la quarta propositione,la basa.b.d.del primo è equale alla basa.a.c.del secondo, & l'angolo.a.d.b. del primo è equale all'angolo.d.a.c. del secondo,ma perche li detti dui angoli son coalterni,la linea.a.c.serà equidistante alla linea.b.d.per La xxix^esima si prima propositione,e pche prima fu apprezato che le medesime due linee,ouer basi.a.c. & .b.d.son equale.l'un e l'altro proposto è manifesto.



Theorema.24. Propositione.34.

34 34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti, ha le linee,& li angoli contrapositi equali,& lo diametro diuide quella per mezzo.

Sia la superficie.a.b.c.d.de lati equidistanti, cioè che la linea.a.b.sia equidistante alla linea.c.d.similmente la linea.a.c.alla linea.b.d.per dico che le due linee.a.b.& c.d.sono equale fra lor,similmente le due linee.a.c.& b.d.sono etiam fra loro equale,cioè ciascun lato si è equale al suo opposito. Anchora dico che l'angolo.a.è equale all'angolo.d.a lui contraposito,similmente l'angolo.b.è equale all'angolo.c, io tirarò il diametro,a,d,iquale etiam diuiderà quella detta superficie,a,b,c,d,per mezzo cioè in due parti equale,lequal cose dimostrerò in questo modo,perche,a,b, & c,d, son equidistãte dal presupposito,li dui ãgoli.b.a.d.et.c.d.a.son equali,p la prima parte della xxix^esima nona propositione,perche sono coalterni,ma perche anchora,a,c, & b,d, sono equidistanti li dui angoli,c,a,d,et,b,d,a,son equali,per la detta xxix^esima nona propositione.perche sono coalterni,hor intendo li dui triangoli.a.d.b. & .d.a.c. & perche li dui angoli,a,et,d,del triangolo,a,d,b,son equali alli dui angoli.a.et.d.del triangolo d.a.c.et lo lato.a.d. sopra delquale giacevo quelli angoli equali, in l'uno è l'altro triangolo e commune. Adoque per la xxvi^esima sesta propositione,lo lato.a.b.serà equale al lato.c.d.et similmente lo lato,a,c,al lato,b,d,serà equale, etiam l'angolo.b.serà equale all'angolo.c.e perche li dui angoli.a.sono equali alli dui angoli.d.come è dimostrato di sopra adonque per la seconda concessione, tutto l'angolo.a.serà equale.a tutto l'angolo.d.a lui contraposto.dico che anchora che'l diametro.a.d.com'è detto disopra,diuide detta superficie in due parti equale perche.a.b.è equale al.c.d.et.a.d.è cõmune, adũque li dui lati.a.b.et.a.d.del triãgolo.a.b.d.sono equali alli dui lati.



d.c.

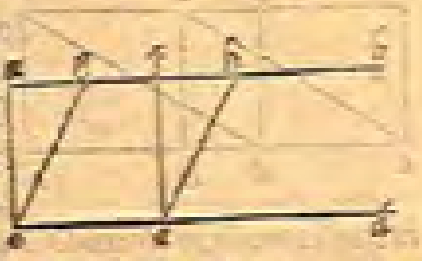
d.c.& d.a.del triangolo d.a.c.& l'angolo d.a.b.è equale all'angolo.a.d.c. adunque per la quarta propositione,la basa.a.c.serà equale alla basa.b.d.etiam tutto il triangolo.a.b.d.serà equale a tutto il triangolo.a.c.d.che è il proposito.

Il Tradottore.

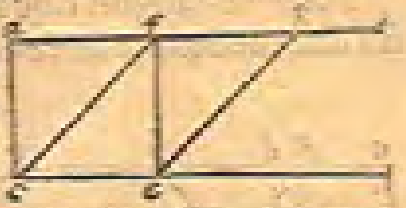
Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistante è detta parallellogramma,e le specie di queste figure paralellogrāme,ouer de lati equidistanti, sono solamente quattro,& queste quattro son quelle che furno diffinite in la vigesima prima diffinitione,cioè il quadrato,il tetragon longo,il rhōbo, et il rhomboide.

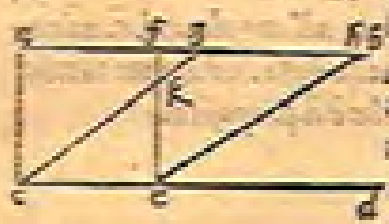
Theorema.25. Propositione.35.

35 35 Tutte le superficie de lati equidistanti constituide sopra una medesima basa,& in medesime linee equidistante,sono fra loro equale.



Siano le due linee.a.b. & c.d.equidistante intra lequale sia la superficie.a.c.f.e.de lati equidistanti,sopra la basa.c.e.& sopra la medesima basa et intra le medesime linee sia l'altra superficie.g.c.b.e.similmente de lati equidistanti. Dico che le due predette superficie sono equale, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Perche l'una e l'altra delle due linee.a.f.& g.b.sono equale alla linea.c.e. (per la precedente propositione) adonque per la prima concettione la linea.a.f.serà equale alla linea.g.b.diche levando, communemente ad ambedue la linea.g.f. remanerà le due linee.a.g.& f.b.lequale seranno etiam fra loro equale(per la tertia concettione)anchora perche(per la precedente)il lato.a.c.è equale al lato f.e. & (per la seconda parte della vigesima nona propositione)l'angolo.b.f.e.è equale a l'angolo.g.a.c. cioè lo estrinseco allo intrinseco a se opposito,dichе li duo lati.a.c. & .a.g.del triangolo.a.c.g.sono equali alli duoi lati.f. e.& f.b.del triangolo.f e.b et l'angolo,c.a.g.dell'uno è equale a l'angolo e.f.b.adonque(per la quarta propositione)il triangolo,a,c,g,serà equale al triāgolo.f. e.b.adonque giongendo a cadauno la irregular figura quadrilatera laquale è.g.c.f.e.(per la prima concettione)la superficie.a.c.f.e.serà equale alla superficie.g.c.b.e.che è il proposito,ma se la linea.c.g.della figura superiore andasse a terminare nel ponto.f.come in questa seconda figura appare.dico anchora che la superficie.f.c.b.e.è equale alla superficie.a.c.f.e.che con la medesima augumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesima vie li duoi triāgoli.f.a.c.& .f.e.b.sono fra loro equali.dichе aggiongendo a cadcun il triangolo.f. e.c.la superficie.a.c.f.e.serà equale alla superficie.f.c.e.b.che è il proposito. Ma se per caso la linea.c.g.della prima figura andasse a terminare intra.f.& b.come in ąsta tertia figura appar.Similmente dico che la superficie.g.c.e.b.è equale alla sup

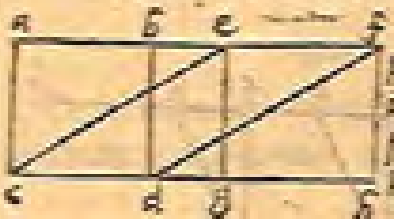




ficie,a.c.f.e.che cosi se dimostrerà perche(per la propo sitione precedente)argumẽtando come de sopra fu fat to,la linea.a.f.serà equale alla linea.g.b. dilche aggiõ to a l'una e l'altra linea.f.g.serà etiam tutta la linea. a.g.equale a tutta la linea b.f. & per le medesime ra son de sopra adutte il triãgolo.a.g.c.serà equal al triã golo f.e.b.adonque aggionto l'uno e l'altro il triangolo,c,b,e, & destratto poi il triangoletto.g.k.f,da l'uno e dall'altro reserà in ultima la superficie.g.c.b.e.equa le alla superficie,a.c.f.e.che è il proposito.

Theorema.26. Propositione.36.

36/36 Tutte le superficie paralellogramme, costituide in base equale,& fra medesime linee paralelle, sono fra loro equale.



Siano adoque le due superficie, a,b,c,d, & e,f,g,h, paralellogramme over de lati equidistanti costituide intra due linee equidistante,lequal son le due linee a. f. & c.h.e sopra equal base, lequal base son.c.d. & g. h.dico che la superficie.a.b.c.d. le necessario che la sia equale alla superficie,e.f.g.h.laqual cosa se approverà in questo modo,io tirarò le due linee.c.e. & d.f.donde(per la trigesima tertia pro positione)la superficie.c.e.d.f.serà de lati equidistanti,per questa rasone, perche.e. f.è equale,& equidistante al.c.d.perche l'uno e l'altro è equale al.g.h.segnata adõ que(per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie.a.b.c.d.& e.f.g.h.è equale alla superficie.c.e.d.f.dilche per la prima concettione seranno etiam fra lo ro equale,che è il proposito.

Theorema.27. Propositione.37.

37/37 Tutti li triangoli liquali sono constituidi sopra una medesima basa fra due medesime linee equidistante sono fra loco equali.

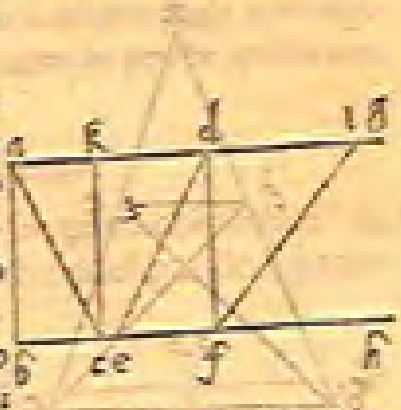


Siano li dui triãgoli,a,b,c,& d,b,e,costituidi sopra la base,b,e, & fra le due linee.a.e.et.b.f. lequal siano equidistante,hor dico che li detti dui triã goli,a,b,c,& d,b,e,sono fra loro equali,perche tira rò la linea.c,g, equidistante alla linea.b.e.similmẽte la linea,e,b,equidistãte alla linea,b,d,per la dottrina della trigesima prima propositione,et per la trigesima quinta propositione,le due superficie,a,b,e,g,& d,b,b,e, seranno equale, & per che li dui triangoli,a,b,c, & d,b,e. sono la mitade di ciascuna di quelle (per lo corolario della trigesima quarta propositione)adonque li detti dui triangoli sono etiam fra loro equali(per la settima concettione)che è il proposito.

Theore-

Theorema.28. Propositione.38.

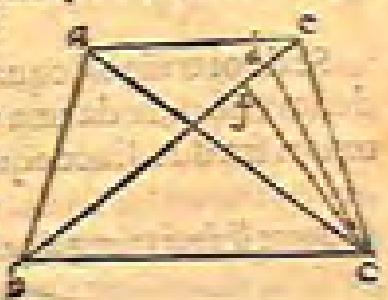
38/38 Se duoi triangoli seranno cõstituidi sopra base equale, & fra medesi me linee equidistante, seranno fra loro equali.



Siano li duo triangoli, a,b,c, & ,d,e,f, cõstituidi so pra le base, b,c, & f,e, equale es fra le linee, a,g, & ,b, h, equidistante, hor dico che li detti duoi triangoli sono fra loro equali. Et per dimostrar questo io tirarò la linea ,a,c,k, equidistante alla linea ,a,b, (lato del triangolo ,a,b,c,) similmente la linea ,f,d, equidistante al lato ,c,d, & le due superficie, a,b,c,k, & ,d,e,f,h, seranno equale (per la trigesima sesta propositione) & perche li detti duoi triangoli sono la metà di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) dilche (per commune sententia) li detti duoi triangoli seranno equali, che è il proposito.

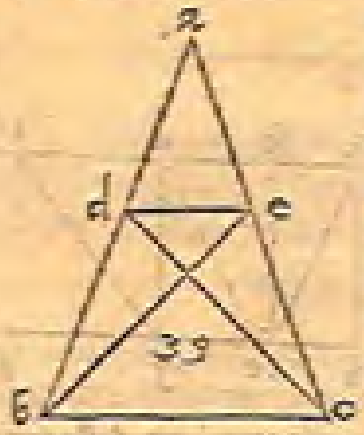
Theorema.29. Propositione.39.

39/39 Ogni duoi triangoli equali, se seranno constituidi sopra una medesima basa, e da una medesima parte, seranno fra due linee equidistante.



Siano li duoi triãgoli, a,b,c, & ,d,b,c, cõstituidi sopra la basa ,b,c, da una medesima parte, & siano equali. Hor dico che questi duoi triangoli sono fra due linee equidistante. Q uesto è il conuerso della trigesima sestima. Dal ponto ,a, tirarò una linea equidistante alla basa ,b,c, laquale se quella transirà, per il ponto ,d, è manifesto il proposito. Se non quella transirà di sopra, auer di sotto, transisca prima di sopra, & sia la ,a,e, & produrò la linea ,b,d, per fina a tanto che segoi la linea ,a,e, in ponto ,e, & tirarò la linea ,e,c. Et perche il triangolo ,e,b,c, è equale al triangolo ,a,b,c, (& per la trigesima sestima propositione) Etiam lo triangolo ,d,b,c, fu posto equale al detto triangolo, a,b,c. Adonque (per la prima concettione) lo triangolo ,b,d,c, serà equale al triangolo ,b,e,c, laqual cosa è impossibile, che la parte sia equale al tutto (per l'ultima concettione) dilche tirando dal ponto ,e, una linea equidistante alla basa ,b,c, nõ puotrà transire di sopra dal ponto ,d, Anchora dico che non pertransirà di sotto dal detto ponto ,d, et se pur fusse possibile (per l'aduersario) poniamo sia la linea ,a, f, segante la linea ,d,b, in ponto ,f, io tirarò adonque la linea ,f,c, e perche il triãgolo ,f,b,c, (per la trigesima sestima propositione) si è equale al triangolo ,a,b,c, similmẽte il triangolo ,d,b,c, fu posto equale al detto triangolo ,a,b,c, donde (per la prima cõcettione) il triãgolo ,b,f,c, seria equale al triãgolo ,d,b,c, cioè la parte seria equal al tutto che è impossibile (per l'ultima concettione) adonq; perche la linea protratta dal

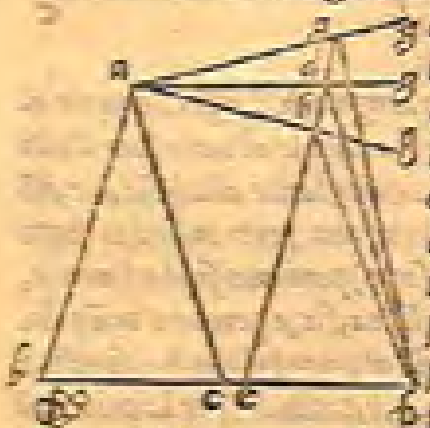
dal ponto.a equidistante alla basa.b.c.non può transire,ne di sopra,ne di sotto, dal lo ponto.d.seguita de necessitade,che quella trasisca per esso ponto d.ilquale è il pro posito. Et tu debbi da notare che da questa, & dalla precedente ci manifesta che se



una linea retta segarà li duoi lati d'un triāgolo in due parti equale quella tal linea serà equidistante al terzo lato, laquale cosa se dimostrarà in questo modo, sia il triangolo.a.b.c.che li duoi lati.a.b.et.a.c.di quello siano segati dalla linea.d.e.in due parti equale nelli duoi ponti,d.& e. Dico che la linea.d.e. si è equidistāte al. b.c.& per demostrar questo io tirarò nel quadrilatero d.e.b.c.li duoi diametri.d.e.& b.e. hor dico che'l triā golo.d.e.b.per la trigesima ottava propositione, serà equale al triangolo.a.d.e. perche sono sopra due basse equale,perche la.d.b,è equale alla.d.a.dal presuppo sito e ciascun di loro termina nel ponto.e.dal qual se può tirar una linea che serà equidistante alla basa ouer linea.b.a.per la trigesima prima propositione,dilche se può dir che sono etiam fra due linee equidistante,abenche la linea non gli sia tira ta anchora per le medesime ragione il triangolo.c.e.d.serà equale al medesimo triā golo.a.d.e.dilche per la prima concettione,il triangolo.d.e.b. serà equale al trian golo.d.e.c.liquali sono cōstituidi sopra la medesima basa.d e. donde per la presente trigesima nona propositione,seranno fra due linee equidistante, adonque la linea, d.e.è equidistante alla linea.b.c.che è il proposito.

Theorema.30. Propositione. 40.

40/40 Se duoi triāgoli equali seranno cōstituidi sopra equal base d'una me desima linea,& da una medesima parte egli è necessario quelli esser cō tenuti fra due linee equidistante.



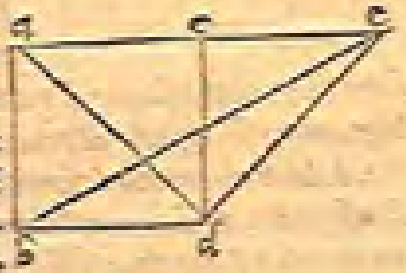
Siano li duoi triangoli.a.b.e.& d.e.f.equali constituidi sopra le due base.b.e.& e.f.equale,le qual base sono d'una medesima linea,cioè b.f. & ambedui da una parte medesima,cioè verso.a. & d.dico adonque li detti duoi triangoli esser fra due linee equidistāte,e questa è il conuerso della trigesima ottaua,et se approua per quella medesima si come essa la precedente per la trigesima settima, dal ponto.a.sia tirata una linea equidistāte alla.b.f.laquale se la trā sirà per il ponto.d.è manifesto il proposito,se nō quella se la trāsirà di sopra,ouer di sotto come la.a.g.trāsisca prima di sopra,& sia producta la.e.d.per fina a quel la laqual sia.e.g.& sia tirata la linea. g.f. & per la trigesima ottaua, il triangolo. a. b. c. serà equale al triangolo. g. e. f. per la quale cosa il triangolo. d.

e.f.

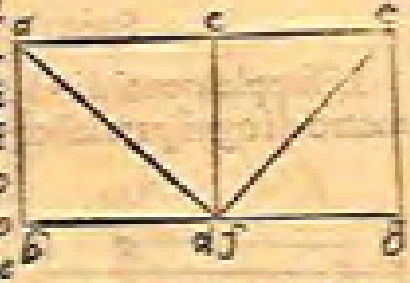
e.f.serà equale allo triangolo.g.e.f.cioè,la parte seria equale al tutto, laqual cosa è impossibile, adonque non transirà di sopra,transisca adunque di sotto, & segbi la linea.d.e.in ponto.b.& sia dutta la linea.f.b. & per la trigesimaottava il triangolo.b.e.f.serà equale al triangolo.a.b.c.per laqual cosa serà etiam equale al triangolo.d.e.f.cioè la parte al tutto,laqual cosa è impossibile.adonque perche quella non transirà se non per il ponto.d.è manifesto il proposito.

Theorema.31. Propositione.41.

41 / 41 Se uno paralellogrammo, & uno triangolo saranno constituidi in una medesima basa,& in medeme linee equidistante,el paralellogrammo conuien esser doppio al triangolo.



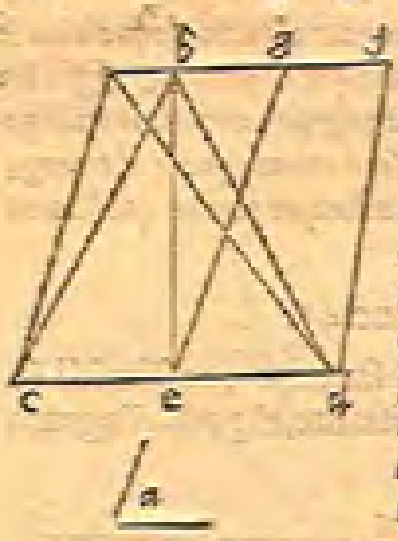
Sia il paralellogrammo. a.b.c.d. & lo triangolo.e.b.d.sopra la basa.d.fra le due linee.a.c.& .b.d.lequale siano equidistante. Dico che il paralellogrammo.a.b.c.d.è doppio al triangolo.e.b.d. & per questo io tirarò il diametro.a.d. ilquale diuide il detto paralellogrāmo in due parte equale,per lo correllario della trigesima quarta propositione, adunque il triangolo.a.b.d.serà la mittade del detto paralellogrammo, & perche'l trigolo.e.b.d.è equale al triangolo.a.b.d. per la trigesima settima propositione, seguita adōque che'l trigolo,e.b.d. sia etiam lui la mitā del detto paralellogrāmo.a.b.c.d.che è il proposito. Similmente tu potrai approuare che se un paralellogrammo & uno triangolo seranno constituidi sopra equal base, & fra medesime linee equidistante,il paralellogrammo serà etiam doppio al detto triangolo,laqual cosa Euclide non ha posto, perche leggiermente è manifesta da questa precedente, & dal correlario della trigesima quarta,& per la trigesima ottaua. Diuiso il paralellogrammo,per il diametro in duoi triangoli,& sopra la basa del paralellogrammo, fra le medesime linee equidistante constituido il triangolo,alquale il paralellogrammo serà doppio per il detto correlario,& esso triangolo serà equale all'altro, per la trigesimaottaua.



Problema.11. Propositione.42.

Puotemo designar una superficie de lati equidistanti, in un'angolo 42 / 42 equale a un'angolo assignato,& ch'essa superficie sia equale a un triangolo assignato.

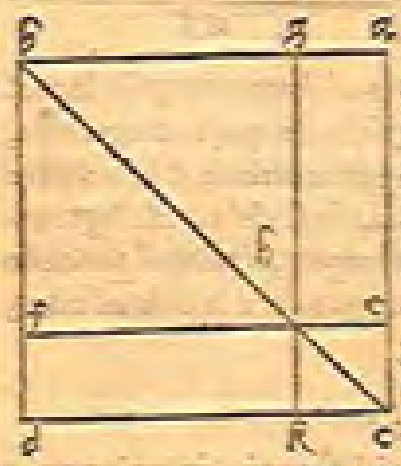
Sia lo assignato angolo.a.& lo assignato triangolo.b.c.d. voglio descriuere una superficie de lati equidistanti, che sia equale al dato triangolo, b.c.d. & che duoi di suoi angoli contrapositi siano equali, all'angolo, a, perche la non può hauer uno angolo solo equale all'angolo. a. (per la trigesima quarta propositione) diuido la basa. c. d. in due parti equale, per la decima propositione in ponto.



e.tiro la linea.b.e. & dal pũto.b.conduro la linea.b.f. equidistante alla linea.c.d. & sopra il ponto.e.della linea.d.e.constituisco l'angolo.d.e.g.equale a l'ãgolo.a. (per la trigesima tertia propositione) e dal ponto.d.tiro la linea.d.f.equidistante alla linea.e.g.c. serà constituido il paralellogrammo.g.e.f.d. ilquale contiene in se tutte le cose adimandate, perche il triangolo,b,c,e, è equale al triangolo.b.e.d.per la trigesima ottaua propositione,per esser la.c.e.equale alla e.d.adonque tutto il triangolo.b.c.d.serà a esser doppio al triangolo. b.e.d.ma perche il paralellogrammo.g.e.f.d.è ancora lui doppio al medesimo triangolo.b.e.d. per la precedẽte,perche ambidui sono sopra la basa.d.e. & in medesime linee equidistante,seguita adonque per la setta concessione, che'l detto paralellogrammo sia equale al triangolo.b.c.d.per esser ciascun di loro doppi al triangolo. b.e.d.dilche bauemo descritto il paralellogrammo.g.e.f.d.equale al triangolo.b.c. d.assignato, & l'uno et l'altro de i suoi angoli.g,e,d,& f,g,d, di quello contrapositi sono equali all'angolo.a.assignato, che è il proposito.

Speculatione.32. Propositione.43.

43 Li supplementi di quelli paralellogrammi che sono attorno del dia
43 metro di ogni paralellogrammo sono ira loro equali.

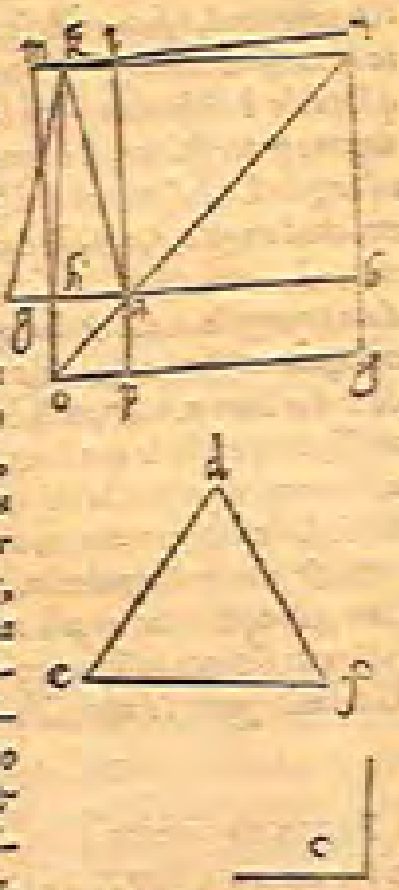


Sia il paralellogrammo,a,b,c,d,in lo quale tiro la diametro,b,c,e similmente tiro la linea,e,f,equidistante a l'uno & l'altro delli dui lati,a,b,& c.d. laquale sega il diametro,b,c,in ponto,h,dal quale ponto,h,duco la linea.k.g.equidistante a l'uno e l'altro lato,a.c,et b,d,similmente che quella sega l'uno & l'altro delli predetti lati,a,b,et,c,d,dilche tutto lo paralellogrammo, a,b,c,d,serà diuiso in quattro paralellogrãmi,cioè,a, g,h,e:g,b,h,f:e,h,c,k: & h,k,f,d, delli quali li dui (cioè,e,c,k,h,& g,b,h,f.) sono detti stare attorno il diametro,b,c,perche quello transisse per mezzo di loro, e però sono attorno il diametro, li altri dui paralellogrammi,cioè,a,e,g,h,& k,h,f,d,sono detti supplementi,& questi dui supplementi sono equali l'uno & l'altro. Perche li dui triangoli, a,b,e,& a,d,b, sono equali per il correlario della trigesimaquarta. Similmente ancora li dui triangoli,g,b,h, & f,h,b, sono equali (per lo medesimo correlario della trigesima quarta propositione) & li dui triangoli,b,c,e, & k,h,c. Similmente sono equali per lo medesimo correlario. Adonque leuando uia li dui triangoli,g,b,h,et,e,h,c, de tutto il triangolo,a,b,c, similmente li dui triangoli,h,f,b, & k,e,h, de tutto il triãgolo,

golo,b,c,d, seranno li duoi residui, per la tertia concettione, ambora fra loro equali, li quali residui sono li detti duoi supplementi, che è il proposito.

Problema 12. Propositione 44.

44 Proposta una linea retta, sopra quella puotemo designare una superficie de lati equidistanti, in uno angolo dato, & che sia superficie sia equale à uno triangolo assignato.

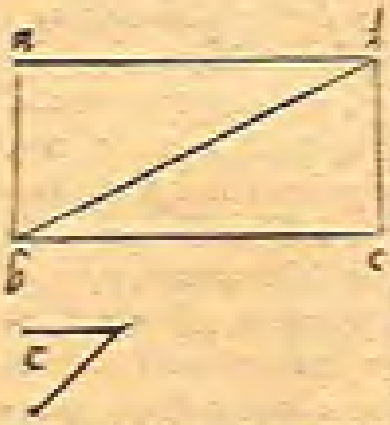


Sia la data linea,a,b, & il dato angolo,c, & lo dato triangolo,d,e,f, hor uoglio sopra la linea,a,b, designarli una superficie de lati equidistanti, talmente che la detta linea,a,b, sia un di lati di quella, & che l'uno e l'altro de duoi angoli contraposti sieno equali all'angolo,c,dato, perche la non può hauer un'angolo solo equale all'angolo,c, per la trigesima quarta propositione, & che tutta la predetta superficie sia equale al triangolo,d,e,f. Questa tal propositione è differente dalla quadragesima seconda in questo, che quiui si da uno lato della superficie che se ha da describere: cioè la linea,a,b, ma in la detta quadragesima secõda nõ se ne da nuno, quando adonque uorrò describerò questa tal superficie sopra la detta linea,a,b, gli aggiongo la linea,a,g, ad esse linea,a,b, in diretto a quella laqual pongo equale alla basa,e,f, del triãgolo dato, sopra della quale linea,a,g, constituisco uno triãgolo equale al dato triãgolo,d,e,f, et equilatero, laqual cosa faccio i questo modo. constituisco l'angolo,a,g,k, equale all'angolo,e, & l'ãgolo,g,a,k, equal all'angolo,f, (per la decima della uigesima tertia propositione) & perche la basa,g,a, fu posta equale alla basa,e,f, adonque il triangolo,g,a,k, per la uigesima sesta propositione, serà equale, & equilatero al triangolo,d,e,f, hor dividerò la basa,g,a, in due parti equale in lo ponto,b, e tirarò la linea,k,b, & dal ponto,k, produrò la linea,m,k,n, equidistante alla linea,g,b, & per la trigesima ottaua propositione, il triangolo,a,b,k, serà equale al triangolo,g,b,k, hor sopra il ponto,a, con la linea,g,a, farò l'angolo,g,a,l, equale all'angolo,c, dato per la uigesima tertia propositione, & dal ponto,b, produrò,b,m, equidistante al,l,a, & serà cõstituido il paralellogrammo,m,b,l,a, fra le due linee,m,n, & g,b, il qual paralellogrammo,m,b,l,a, per la quadragesima prima propositione, serà doppio al triangolo, k,b,a, per laqual cosa serà etiam equale a tutto il triangolo,k,g,a, & facilmente, al triangolo, d,e,f, proposto (per la prima concettione) tirarò adonque la linea,b,n, equidistante alla linea,l,a, per la trigesima prima propositione, constituendo il paralellogramo,l,a,n,b. Anchora produco il diametro,n,a, il qual tiro per fina a tanto che'l

concorra con la linea,m,b, anchora lei protratta in ponto,o,ilqual concorso approuaremo in fin di questa propositione,& dal ponto,o,tiro la linea,o,q, equidistante alla linea,b,b,& produco la linea,n,b,fin che la si intersegha con la linea,o,p, come fa in ponto q.& serà constituido il parallelogrammo,n,o,n,q,hora slongarò la linea,l,a,per fin al ponto,p. dicho tutto il grãde parallelogrammo serà diuiso in li quattro parallelogrammi,l,a,n,b,l,a,m,b,a,b,o,p,a,p,b,q.delli quali li duoi,l,a, n,b,& b,n,a,p,sono attorno al diametro,n,o,li altri duoi,m,b,l,a,& a,p b,q,sono detti supplementi, liquali per la precedente propositione sono equali, & perche il triangolo,d,e,f,come di sopra fu dimostrato,si è anchora lui equale supplemente. m.b.l.a.serà etiam(per la prima concettione) equale all'altro supplemento.a.b.p. qilquale è cõstituido sopra la data linea.a.b.E perche l'ãgolo.b.a.p.per la quinta decima propositione, si è equale all'angolo.l.a.b.et l'angolo.e.dato si è equal al detto angolo.l.a.b.(perche cosi fu cõstituido)seguita adonque per la prima concettione, che l'angolo,b,a,p,sia equal al.e.dato. Eglie adonque manifesto,che sopra la linea,a,b,data essergli descritta la superficie de lati equidistanti,a,b,p,q, equale al dato triangolo.d.e.f.& l'uno e l'altro di duoi angoli a,q,(contrapositi di quelli)sono equali al dato angolo,c,come fu il proposito. Hor ci resta a prouar che producendo le due linee n.a.& n.b.è necessario che se congiungano, come fu di sopra promesso,hor perche le due linee.n.b.& m.b.l'una e l'altra è equidistante alla linea.l. a.seranno etiam per la trigesima propositione,fra loro equidistãte,& per la tertia parte della vigesimaprima, li duoi angoli.m.n.b.& n.m.b.son equali a duoi angoli retti,& perche l'angolo.l.n.a.è menor de tutto l'angolo.m.n.b.per l'ultima concettione,adonque li duoi angoli.n.m.b.& m.n.a.giunti insieme seran minori di duoi angoli retti,seguita adõque per la quarta cõcettione, che slõgarò le due linee.n.a.n. b.in quella parte l'è necessario che cõcorra insieme,laqual cosa era da demostrare.

Problema.13. Propositione.45.

0/45 Puotemo cõstituir un Parallelogrammo,equal a un dato rettilineo in un dato angolo rettilineo.



Siano il dato rettilineo,a,b,c,d, & lo dato angolo rettilineo,sia.e,hor bisogna costruere uno parallelogrãmo equal al predetto rettilineo,a,b,c,d,ma che sia cosi condizionato che habbiamo uno angolo equale allo angolo.e.ma perche lui non ne puo hauere uno sẽza duoi cioè duoi contrapositi, per la trigesima quarta propositione, diremo adonque che habbia duoi angoli contrapositi equali al dato angolo,e,& per concludere questa cosa farò in questo modo,tiro la linea,d,b,diuidendo il detto rettilineo in li duoi triangoli,a,b,d,& ,d,b,c, poi per la quadragesima seconda propositione,construisco il parallelogrammo.f.k. b.g.equale al triangolo,a,b,d,hauente l'angolo.b.K.f.equale al dato angolo.e.& sopra

sopra la linea, ouer lato b.g. per la precedente propositione, constituisco il paralellogrammo b.g.m.l. equale all'altro triangolo d.b.c. hauente l'angolo m.b.g. equale al predetto angolo e. dato. Et perche li duoi angoli f.k.b. & b.m.b.g. a uno per uno sono stati costituiti equali all'angolo e. dato, dilche per la prima concettione, seranno etiam fra loro equali. Et aggiongendo communamente a cadcun di loro l'angolo g.b.k. per la seconda concettione, li duoi angoli f.k.b. & g.b.k. seranno etiam equali alli duoi angoli g.b.k. g.b.m. ma perche li duoi angoli f.k.b. & k.b.g. per la tertia parte della trigesimanona propositione sono equali a duoi angoli retti li duoi angoli adonque k.b.g. & g.b.m. seranno etiam equali a duoi angoli retti, seguita adonque per la quartadecima propositione, che la linea k.b. & la linea b.m. siano directamente congiute insieme et sieno insieme una sol linea che sera la linea k.m. hor perche in le due linee k.m. & f.g. (lequale sono equidistante) sono segate dalla linea b.g. li duoi angoli b.g.f. & m.b.g. alterni sono equali (per la prima parte della trigesimanona propositione) giongendo da communemento, all'uno e l'altro, l'angolo b.g.l. li duoi angoli adonque m.b.g. & b.g.l. sono equali alli duoi angoli b.g.f. et b.g.l. (per la prima concettione) et li duoi angoli m.b.g. et b.g.l. p la tertia parte della detta trigesimanona Propositione, sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli b.g.l. et b.g.f. siano equali a duoi angoli retti: dilche le due linee f.g. & g.l. sono indirette congiunte, per la quarta decima propositione, et sono fatte una sol linea, che è la linea f.l. Ma perche f.k. (per la trigesima quarta propositione) è equale alla a.b.g. etiam equidistante, similmente m.l. è equale, et equidistãte alla medesima b.g. (per la trigesima propositione) f.k. & m.l. seranno etiam fra loro equale & equidistante, et le due linee k.m. f. et f.l. che le cõgiongano (per la tregesimaterza propositione), sono equale, & equidistante. Adonque tutto k.f.m.l. è paralellogrammo. Et perche il paralellogrammo k.f.b.g. fu constituido equale al triangolo a.b.d. & similmente il paralellogrammo b.g.m.l. al triangolo d.b.c. Adonque tutto il paralellogrammo k.f.m.l. serà equale a tutto il rettilineo a.b.c.d. & perche l'angolo k. fu constituido equale all'angolo e. dato, dilche habbiamo constituido il paralellogrammo k.f.m.l. equale al dato rettilineo a.b.c.d. etiam l'angolo k. equal al dato angolo e. che è il proposito.



Il Tradottore.

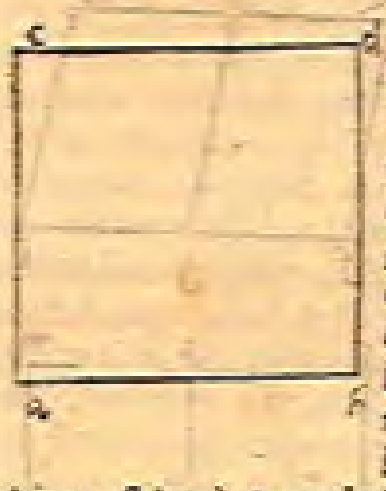
Bisogna notare qualmente il dato rettilineo, a,b,c,d, può essere contenuto da linee equidistante, & non equidistante, etiam de più di quattro lati, perche questo nome rettilineo, è un nome generale, sotto alquale se intende ogni specie de figura contenuta da linee rette, per tanto se'l dato rettilineo fusse contenuto da

cinque

cinque lati quello se doueria risoluere in tre triangoli, & procedere come se fatto di sopra, cioè sopra la linea.l.m. costruemi il terzo triangolo (per la quadragesima quarta) & cosi se anderia procedendo quando che'l detto rettilineo fusse contenuto da più de cinque lati.

Problema. 14. Propositione. 46.

45/46 Da una data retta linea puotemo descriuere un quadrato.



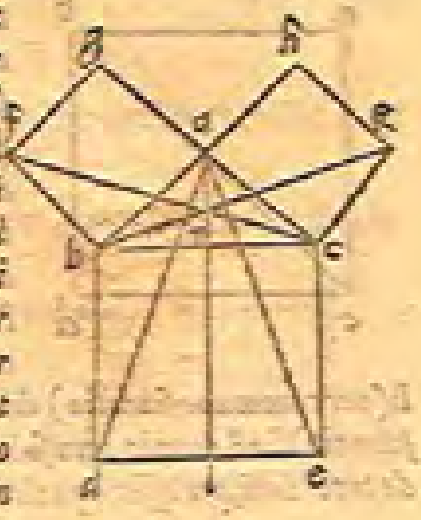
Sia la data retta linea.a.b. dellaquale meglio descriuere il quadrato dalle due estremità, cioè ponti.a. & .b. della detta linea.a.b. per la undecima propositione, duco le due perpendicolare.a.c. & .b.d. sopra di quella laquale perpendicolare, per la ultima parte della trigesima ottaua propositione, sono equidistante, perche li duoi angoli.a. & .b. interni sei sono ambidui retti (per la diffinitione ottaua,) hor facio l'una e l'altra di quelle, per la tertia propositione, equale alla medesima linea.a.b. poi tiro la linea.c.d. laqual serà ancor lei equale & equidistante alla linea.a.b. (per la trigesima tertia propositione) & perche li duoi angoli.a. & .b. sono retti, l'uno e l'altro delli altri duoi angoli.c. & .d. seranno etiam retti (per la ultima parte della trigesima nona propositione, ouer per la trigesima quarta propositione) adonque per la trigesima diffinitione.a.b.c.d. è quadrato che è il proposto. Anchora se potesse far in quest'altro modo, protratta che sia la linea.a.c. indefinita perpendicolare sopra.a.b. in ponto.a. & tagliata che sia la parte.a.c. (per la tertia propositione) equale alla detta linea.a.b. tirando poi dal detto ponto.c. la linea indefinita.c.d. che sia equidistante alla linea.a.b. per la trigesima prima propositione, & di quella segarne la parte.c.d. (per la tertia propositione) equale alla linea.a.c. ouer.a.b. poi sia congionto il ponto.d. con lo pũto.b. con la linea.d.b. laquale per la trigesimaterza propositione, serà equale alla linea.a.c. etiam equidistante, & tutti li angoli sono retti (per la trigesima quarta propositione) adonque la detta figura.a.b.c.d. si è quadrato, per la trigesima diffinitione che è il proposto.

Theorema. 33. Propositione. 47.

46/47 In ogni triangolo rettãgolo, lo quadrato, che uien descritto dal lato oppolito all'angolo retto, dutto in se medesimo, è equale alli duoi quadrati che uengono descritti delli altri duoi lati.

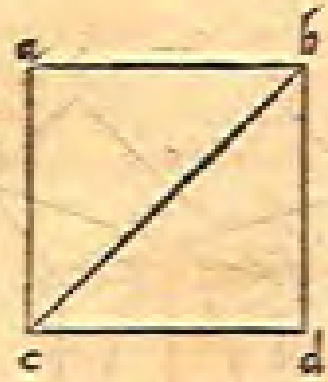
Sia il triangolo.a.b.c. dilquale l'angolo.a. sia retto, dico che'l quadrato del lato b.c. è equal al quadrato del.a.b. & al quadrato del.a.c. tolti insieme adũque quadrarò questi lati secondo la dottrina della precedente, e per il quadrato del.b.c. sia la superficie.b.e d.e. & per il quadrato del.b.a. la superficie b.f.g.a. & per il quadrato

drato del.a.c. la superficie.c.b.k. replico adoque & dico che il quadrato.b.c.d.e. è equale ad ambiduoi li quadrati.a.b.f.g. et.a.c.k.b. giõti insieme, e per dimostrar questo dall'angolo retto.a. produrò alla base.d.e. del gran quadrato tre linee, cioè la linea.a.l. equidistãte all'uno e l'altro lato.b.d. et.c.e. laqual segha il lato.b.c. in ponto.m. et la linea.a.e. & la linea.a.d. Anchora dell'altri duoi angoli.b. & c. tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minore le due linee.b.k. et.c.f. equale se interseguan fra loro dentro lo medesimo triãgolo.a.b.c. E per che l'una e l'altra delli duoi angoli.b.a.c. et.b.a.g. è retto seranno adonque le due linee.c.a. & a.g. in directo congiunte, per la quarta decima propositione, & seranno una linea sola, ch'è la linea.g.c.e. per le medesime ragioni le due linee.b.a. & a.b. seranno per una sol linea, cioè la linea.b.b. perche li duoi angoli.c.a.b. & c.a.b. son retti, perche adonque sopra la basa.b.f. et fra le due linee.f.b. et.g.c. è constituito il parallelogrammo, ouer quadrato.b.f.g.a. & il triãgolo.b.c.f. per la.41. il parallelogrammo.b.f.g.a. serà doppio al detto triangolo.b.f.c. & il triangolo.b.f.c. è equale al triangolo.b.a.d. per la quarta propositione, per che li duoi lati.f.b. & b.c. del primo son equali alli duoi lati.a.b. & b.d. del secondo, perche.b.f. & b.a. ciascuno è lato del quadro.b.f.g.a. però son equali, similmente, li altri duoi, cioè.b.c. & b.d. ciascuno è lato del gran quadrato.b.d.e. & per questo son anchora lor equali & l'angolo.b. del primo è equale all'angolo.b. del secondo perche l'uno è l'altro è composto d'un angolo retto, & dell'angolo.a.b.c. seguita adonque, per la detta quarta propositione, che'l detto triangolo.b.f.c. sia equal al detto triangolo.b.a.d. & perche il quadrato.b.f.g.a. è doppio (come è detto di sopra) al triangolo.b.f.c. sarà etiam doppio (per commune sentetia) al triangolo.b.a.d. Ma perche il parallelogrammo.b.d.l.m. è anchora lui doppio al medesimo triãgolo.a.b.d. (per la quadragesima prima propositione) perche ambeduoi son constituiti sopra la basa.b.d. & fra le due linee.b.d. & a.l. equidistãte, seguita adonque, per la setta conclusione, che'l parallelogrammo.b.f.g.a. sia equale al parallelogrãmo.b.d.l.m. per esser ciascun di loro doppio al triangolo.a.b.d. Et per questo medesimo modo, & con le medesime propositione proueremo che li duoi triangoli.k.b.c. & a.e.c. sono equali fra loro, & lo parallelogrammo ouer quadrato.a.c.b.k. è doppio a l'un di loro, qual si voglia, & similmente il parallelogrammo.c.e.l.m. serà per doppio a qual si voglia, seguirà poi come di sopra, che'l parallelogrammo.c.e.l.m. serà equal al quadrato.a.c.k. dilche tutto il quadrato grande.b.c.d.e. per esser cõposto delli predetti duoi parallelogrammi.b.d.l.m. et.c.e.l.m. serà equale ad ambiduoi li predetti quadrati insieme giunti, che è il proposito.



Il Traduttore.

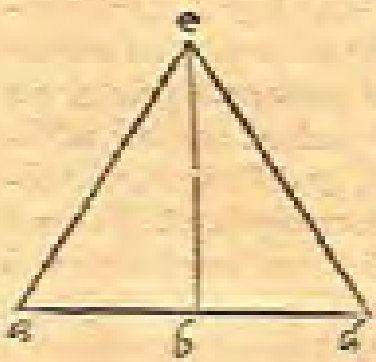
Da questa propositione si manifesta, che il quadrato del diametro di ciascuno quadrato è doppio al quadrato della sua costa, come, verbi gratia, sia il quadrato a,b, c.d.



c,d,nelqual tiro il diametro,a,d,hor dico che'l quadrato descritto di sopra,a,d,per la precedente,serà doppio al quadrato descritto sopra la costa ouer lato,a,c,ouer sopra un delli altri tre lati,laqual cosa si dimostrerà in questo modo,perche il lato,a,c,è equal al lato,c,d,p la diffinitione del quadrato;& finalmẽte l'angolo c,è retto adonque(per la presente propositione) il quadrato del lato,a,d,del triangolo,a,d,c,per esser opposito all'angolo,c,che retto serà equale alli duoi quadrati delli duoi lati,a,c,et,c,d,liquali duoi quadrati serãno equali(per commune scientia) dilche essendo equale ad ambiduoi insieme (per cõmune scientia)serà doppia a un sol di quelli,perche non vien a esser la mittà della somma de tutti duoi,per esser equali l'uno all'altro,e questo è quello che uuol inferire.

Theorema.34. Propositione.48.

47/47 Se il quadrato,che uien descritto da uno lato d'un triangolo, dutto in se medesimo serà equale alli duoi quadrati, che uengon descritti dalli dui restanti lati,l'angolo alqual è oppolito quel tal lato è retto.

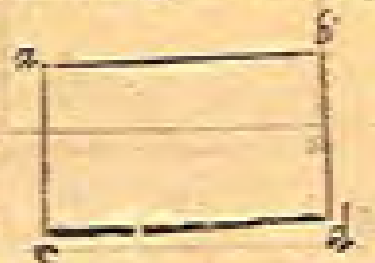


Sia il triangolo.a.b.c.& sia il quadrato del lato.a.c.equale alli duoi quadrati delli duoi lati.a.b.et.b.c.insieme gionti. Dico che l'angolo.b.(alqual si oppone il detto lato.a.c.)è retto.E questa è il conuerso della precedente. Dal pũto.b.tiro la linea.b.d.per la undecima propositione,perpendicolare alla linea.b.c. e pẽgo quella equale alla linea.a.b.& produco la linea.c.d.Et perche l'angolo.d.b.c.è retto,il quadrato adonque del lato c.d.serà equale (per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati.c.b.&.b.d.& perche.b.d. fu posta equale al.b.a.li loro quadrati(per commune scientia)seranno equali, perche sopra linee equale se descriueno quadrati equali,hor giongendo communemente a l'uno e l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea.c.b. due somme serãno equale,per la prima concettione,& perche una de queste due somme serà equale al quadrato della.a.c.l'altra serà equale al quadrato della.d.c. Adonque li quadrati delle due,a,c,&.d.c.seranno equali,& perche li quadrati equali sono contenuti de lor equale, per commune scientia,adonque la linea.c.serà equale alla linea.d.c.dil che li tre lati.a.b.a,c,& c.b,del triangolo,a,b,c,sono equali alli tre lati.b.d,b,c,et c.d,del triangolo,d,b,c,seguita adonque,per l'ottaua propositione che l'angolo,a,b, c,sia equale all'angolo,d,b,c,et perche l'angolo,d,b,c,è retto,serà etiam retto l'angolo.a.b.c.che è il proposto.

LIBRO SECONDO DI EVCLIDE.

1 Ogni paralellogrammo rettangolo è detto contenersi sotto alle due linee che circondano l'angolo retto.

Parallelogrāmo rettāgolo.

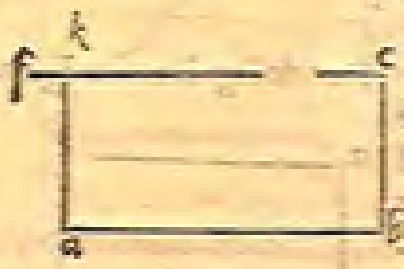


DE la intelligentia di questa diffinitione, bisogna notare qualmente le specie principale di paralellogrammi sono due, cioè rettangolo, & non rettāgolo: el rettāgolo è quello che ha tutti li suoi quattro angoli retti, Et il non rettangolo è quello, che non ha alcuno angolo, che sia retto, e l'una e l'altra di queste due specie si divide in due altre specie. Le specie del rettangolo, l'una è il quadrato, & l'altra è il tetragon longo, & le specie del paralellogrammo non rettangolo l'una è il rhombo, & l'altra è il rhombeide, & tutte queste specie furno diffinite in la vigesima prima diffinitione del primo, hor tornando a proposito. L'autor per maggior nostra informatione, et intelligētia delle cose che seguita, in questa diffinitione ci advertisse qualmente il paralellogrāmo rettangolo è detto contenersi sotto a due di quelle linee che comprendano uno di i suoi quattro angoli retti: & acciò che meglio me intendi, sia il paralellogrāmo a.b.c.d. e sia rettangolo, dico che questo tal paralellogrammo, & altri simili, se dirà essere contenuto sotto alle due linee a.b. & a.c. che comprendono l'angolo a. pur retto, lequale sono pur equale alle altre due opposite a quelle, per la trigesima quarta del primo. Et questa diffinitione, over suppositione deriva da questo. Perche la quantità di ogni figura superficiale, ò sia rettangola, o non rettangola, paralellogramma o nō paralellogrāma, sempre se apprende, over cognosce la sua quantità per mezzo della quantità della sua vera longhezza, & larghezza, & sua vera longhezza, & larghezza non è semper equale a quelle due linee che circondano, over comprendano l'uno di suoi quattro angoli, salvo che nella figura paralellogramma rettangola, exempli gratia, la quantità della vera longhezza del proposto paralellogrammo rettangolo a.b.c.d. è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee a.b. over c.d. & la quantità della sua vera larghezza è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee a.c. over d.b. laqual cosa non seguita nelli altri paralellogrammi non rettangoli cioè nel rhombo, over nel rhombeide, ne etiam in altra figura, perche le due linee che contengono alcun delli angoli del rhombo, over del rhombeide, over d'altra figura, non se equalia l'una alla quantità della sua vera longhezza & l'altra alla quantità della sua vera larghezza, si come nel paralellogrammo rettangolo è detto, e però non se dice, ne si può dire rhombo, over il rombeide, over altra figura non rettangola sia contenuta sotto ad alcune due di quelle linee, che contengono alcuno di suoi angoli, come nel paralellogrammo rettangolo è detto.

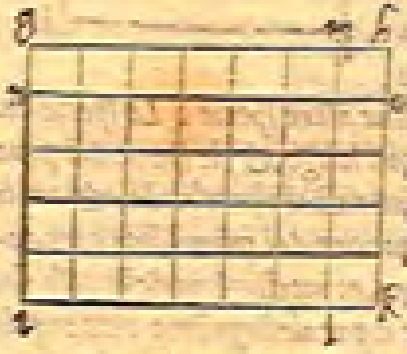
Anche-



Anchora bisogna notare che questo paralellogrammo rettãgolo si costuma & nominarlo sotto molti altri diversi nomi, over parlari. E per essempio, sia le due linee, a.b. & b.c. dico che tanto significa over importa a dire.



Quello che vien fatto del ducto della a.b. in la b.c.
El retrangolo della a.b. in la b.c.
El producto che vẽ fatto del ducto della a.b. i la b.c.
La moltiplicatione della a.b. in la b.c.
Quello che è contenuto sotto della a, b, & b, c.
La superficie retrangola contenuta sotto la a.b. et b.c.

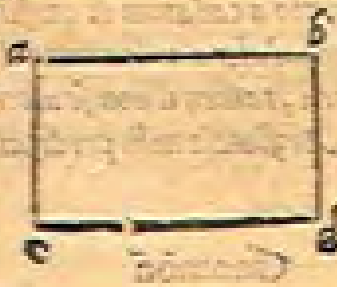


Quanto che è a dire il paralellogrammo rettangolo descritto dalle dette due linee, over contenuto sotto di quelle, cioè ponendo la.b.c. ortogonalmente sopra l'una delle estremità della a.b. poniamo in ponto.b. et dal ponto.c. tirare la linea, c, f, equidistãte alla, a, b, et dal ponto.a. tirare la linea, a, d, equidistante alla, c, b, laqual se interfega con la.c.f. in ponto, d, & serà compito il paralellogrammo rettangolo.a.b.c.d. cõtenuto sotto le dette due linee.a.b. et.b.c. (o per dir meglio sotto di due altre equale a quelle,) & se le dette due linee fussero note per numero il qual che famosa misura, etiam il detto paralellogrammo seria noto per numero: essempli gratia, se la linea, a, b, fusse otto piedi di longhezza, & la, b, c, ne fusse cinque, dico che l'area superficiale del detto paralellogrammo seria quaranta piedi superficiali, cioè quaranta quadretti un piede per fazza, et questo quarenta nasce della moltiplication della a.b.c. sia la, a, b, cioè de cinque fiate otto fa quaranta, & con tal modo si cognosce la quantità superficiale di ogni paralellogrammo rettangolo, cioè se misura la sua longhezza & larghezza, dapoi si moltiplica il numero delle misure della longhezza, fia il numero delle misure della sua larghezza, & il producto di tal moltiplicatione serà la quantità superficial di tal paralellogrammo, cioè serà tãti quadretti d'una di quelle misure cõ che misurasti per fazza, o sieno piedi, o pertiche, o passa, et acciochè meglio me intendi te voglio dar un'altro essempio, sia il paralellogrammo rettãgolo, g, h, i, k, et sia la linea, g, k, over a.k, sette misure, poniamo sette pertiche, & la linea, g, i, sia cinque pertiche, come etiam per la sue divisioni appare, hor dico che l'area superficiale di questo paralellogrammo serà trentacinque, qual trentacinque nasce della moltiplicatione di cinque fia sette, & questo trentacinque dico, che gli è trentacinque quadretti di una pertica per lato, laqual cosa se manifesta in questo modo tirando da ciascuna delle intermedie divisione della linea, g, h, una linea equidistante all'una & l'altra, g, i, & h, k, alla similitudine della linea, m, l. similmente de cadauna delle intermedie divisioni della linea, g, k. tirando una linea equi



distante

distante all'una e l'altra linea.g.h. & i.K. alla similitudine della linea.m.o. et fatto questo serà diuiso il detto parallelogrammo in trenta cinque quadretti, come sensibilmente puoi vedere, & etiam per la trigesima quarta del primo, approuare cadauno di quelli essere una perticha per faccia, cioè una di quelle sette diuisione della linea.g.h. quale supponemo sieno perticha, & questo è quello che volemo inferire.

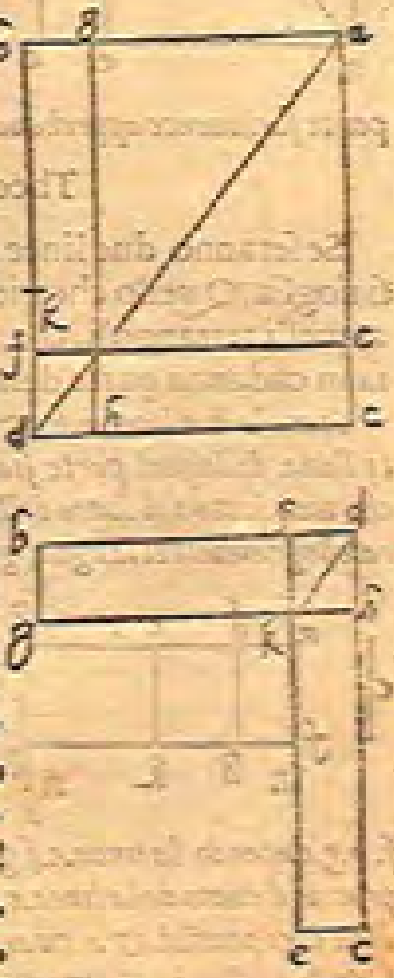


Quelli parallelogrammi che sega per mezzo il diametro di ogni spatio parallelagrammo, sono detti stare attorno al medesimo diametro, & qual si voglia de quelli detti parallelogrammi che stanno attorno al detto diametro con li duoi supplementi è detto gnomone.

2
2

Quali sieno li parallelogrammi che stanno attorno del diametro, e quali sieno li supplementi fu dechiarato, sopra la demostratione della quadragesimaterzia del primo.

Sia il parallelogrammo, a,b,c,d, & la diametro di quello, a,d, il qual diametro sia diuiso dalle due linee.e.f. & .g.h. dutte equidistante alli lati oppositi del detto parallelogrāmo, lequal se seghino fra loro sopra al detto diametro, a,d, in punto.k. dilche questo tal parallelogrammo serà diuiso in quattro parolelligrammi, & li duoi de quelli, cioè il parallelogrammi.a.g.e.k. & .k.f.h.d. liquali el diametro.a d. li sega per mezzo, sono dette stare attorno al diametro come sopra alla detta quadragesima tertia propositione del primo etiam fu detto, & li altri duoi che non sono segati del detto diametro, a,d, sono detti supplimēti, per la quadragesima tertia del primo, liquali duoi supplementi sono.e.k.c.h. & .g.k.h.f. hor dico che questi duoi supplementi gionti cō un delli duoi parallelogrammi.a.e.g.k. cioè.k.h.f.d. che stanno attorno al diametro, insieme componeno una figura chiamata gnomone, verbi gratia, tollendo il parallelogrammo.k.h.f.d. insieme con li duoi supplementi.e.k.c.h. & .g.k.h.f. formeranno una figura, come qui appare, lequal (come è detto di sopra) si chiamerà gnomone, ma che tolesse anchora l'altro parallelogrammo.a.e.g.k. con li predetti duoi supplimenti.e.k.c.h. & .g.k.h.f. formeranno etiam loro una figura, come qui appare; laquale, come è detto di sopra, si chiamerà similmente gnomone, e questo è quello che volemo inferire. Onde segue che

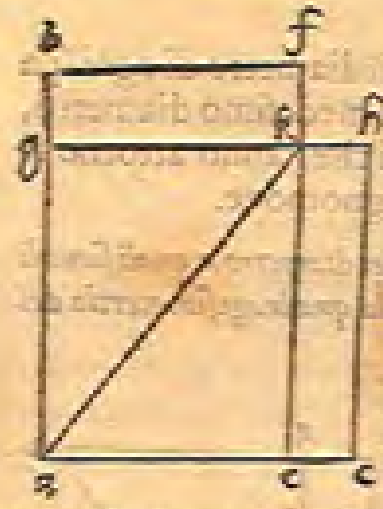


aggionto

aggionto a cadauno di questi duoi guomoni il parallelogrammo che gli manca a restar mano un'altra volta tutto il parallelogrammo, et a bicche, il detto gnomone cresca di area, tamen il non se altera, ouer munta della sua circonferentia laterale. si come dice Aristotele nelli predicamenti.

Il Tradottore.

Gnomon

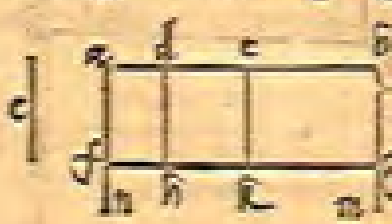


Questo sopra scritto correllario nol inferire che per l'aggiongere ouer canare delli sopradetti parallelogrāmi sēpre se cresce, ouer se minuisce la superficie della figura, dove si aggionge ouer cana, & tamen mai gli cresce ouer minuisce la circonferentia laterale, exempli gratia, se del parallelogrammo.a.b.c.d.ne canaremo lo parallelogrammo.e.g.e.k. restarà lo primo gnomone, lqual gnomone serà di minor superficie del parallelogrammo.a.b.c.d. tamen la sua circonferentia laterale serà equale alla circonferentia laterale del detto total parallelogrāmo, cioè che le sei linee.e.k.k.g. g.b.b.d.d.c.& c.e. che circōdano il detto gnomone, sono equale in summa alli quattro lati.a.b.b.d.c.e.a. che circondano il totale parallelogrammo, lqual cosa per se facilmente apprehenderai, senza altra dimostratione.

Theorema. 1. Propositione. 1.

Se seranno due linee rette delle quale una sia divisa in quante parti si uoglia, Quello che nien fatto del dutto dell'una in l'altra serà equale a quelli rettangoli, che seranno produtti dal dutto della linea nō divisa in cadauna parte della linea particolarmente divisa.

Siano le due linee.a.b.& c. una dellequal, cioè.a.b. sia divisa poniamo in tre parti l'una dellequal parte sia.a.d. la seconda.d.e.& la terza.e.b. hor dico che quel che nien fatto dal dutto della linea.c. in tutta la linea.a.b. serà equale a quelli parallelogrammi rettangoli (gionti insieme) che seran fatti della linea.c. in la.a.d. et in la.d.e.& in la.e.b. E per dimostrar questo sopra li duoi punti.a.& b. erigero le due linee.a.n.& b.m. per perpēdicolare alla linea.a.b. (per la dottrina dell'undecima propositione del primo) delle qual perpendicolare ne segarò le due parti.a.f. & b.g. che ciascuna sia equale alla linea.c. poi compirò il parallelogrammo.a.f.b.g. ducendo la linea.e.f.g. & questo tal rettangolo, ouer parallelogrammo è proprio il dutto de la linea.c. in tutta la linea.a.b. come disopra fu detto. Anchora delli duoi punti.d.& e. tirarò le due linee.d.h.& e.k. equidistanti alli duoi lati.a.f.& b.g. e l'una e l'altra di quelle seranno equale (per la trigesima quarta propositione del primo) similmente l'una e l'altra serà equal alla linea.a.f.& per la pri-

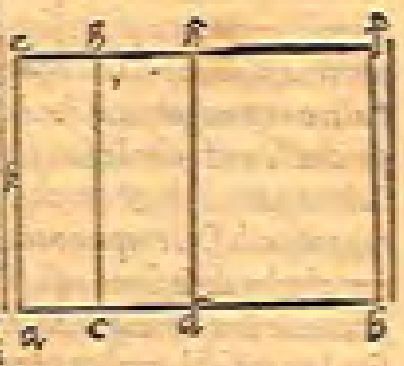


ma

ma concettione, alla linea.c. Adonque per le cose diffinite di sopra, il rettangolo.a.d.f.b. sien produtto dal dutto della linea.c. in la linea.a.d. & sien detto esser contenuto sotto a quelle (come fu detto disopra) & così il rettangolo.d,b,e,K, della detta linea.c, & della linea.d,e, serà contenuto, & similmente il rettangolo.e,k,b.g. sien pur fatto della linea.c, dutta in linea.e,b, & perche tutti questi tre rettangoli piccoli insieme gionti empieno totalmente tutto il gran rettangolo.a.f.b.g. però tutti tre gionti insieme sono equali a quello, che è il proposito.

Theorema.31. Propositione.41.

2/2 Se una linea retta serà diuisa in parti, quello che è fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, serà equale a quelli rettangoli che seráno fatti dal dutto della medesima in tutte le sue parti.

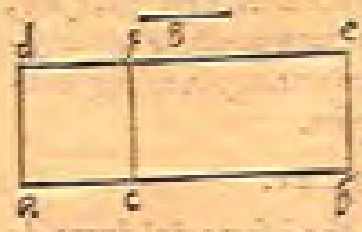


Sia la linea.a.b. laqual sia diuisa in quante parte si uoglia, ma per il presente sia diuisa in tre l'una sia.a.c la seconda.c,d, la terza.d,b, hor dico che quello che sarà fatto dal dutto di tutta la linea.a.b. in se medesima, che serra il quadrato di quella, serà equale a quelli tre rettangoli, che seranno fatti dal dutto de tutta la detta linea.a,b, in ciascuna di quelle tre parti, cioè nelle tre linee.a.c.c.d. & d.b. & per dimostrar questo sopra la linea.a,b, per la quadragesima sesta propositione del primo descriverò il quadrato.a,b,e,f, et dalli duoi punti.c,et,d, produrro le due linee, c,g, & d,h, equidistãte alli duoi lati.a,e,et,b,f, dichè tutto il quadrato.a,e,f,b, serà diuiso in tre rettangoli, liquali son.a,e,g,c,c,g,c,h,d, & h.d.f.b. & perche le due linee.c.g. & d.b. sono equale, & cadauna di loro sono equale al lato a.e. che è quãto la.a,b, per la trigesima quarta propositione del primo, adonque li tre rettangoli sono contenuti sotto alla linea.a.b. per longhezza, & per larghezza l'uno è contenuto sotto alla parte.a.c. l'altro sotto alla parte.c.d. il terzo sotto alla parte.d.b. & perche li ditti tre rettãgoli empieno totalmente tutto il quadrato.a.b.e.f. il nostro proposito sien a esser manifesto. Anchora per la precedente se potea proceder in questo modo, sia tolto la linea.k. equale alla linea.a.b. & perche il rettangolo compreso sotto alla linea.k. & alla linea.a.b. diuisa serà equale, alli rettangoli fatti della linea.k. in le tre parti della.a.b. come nella precedente fu dimostrato, ma perche il rettangolo della.k. in la.a.b. è quanto il quadrato della.a.b. & li tre rettangoli della.k. in le parti de.a.b. è tanto quanto li tre rettangoli de.a.b. in le tre parti de lui medesimo, perche la.k. & la.a.b. sono equale seguita adunque la verità del nostro proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3/3 Se una linea retta serà diuisa in due parti (come si uoglia.) Quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea, in l'una de dette dne parti,

serà equale al dutto della medesima parte in se medesima, & al dutto dell'una parte in l'altra.



Sia la linea.a.b.diuisa in.a.c.et.b.c.dico che quello ch'è fatto da tutta la linea.a.b.in la sua parte.a.c.cioè rettangolo contenuto sotto a tutta la linea.a.b.& la sua parte.a.c serà equale al quadrato della medesima parte.a.c.insieme con lo rettangolo contenuto sotto alle due parti,cioè.a.c,&.c.b. E per dimostrar questo co stituirò sopra la linea.a.b.il rettangolo.a.b.d.e.talmẽte che la sua largheꝛꝛa.a.d.sia equale alla parte.a.c.& questo farò per la doctrina della prima propositione, poi dal punto.c.produco la linea.c.f.equidistante alli duoi lati.a.d.& b.e.laqual linea.c.f.serà equale al lato.d.a.& al lato.b.e.per la trigesima quarta propositione,& per la prima conclusione serà etiam equale alla parte.a.c.dilche il rettãgolo.a.c.d.f.serà quadrato,et serà quello della parte.a.c.et l'altro rettangolo.c.b.f.e.è quello ch'è fatto della parte.a.c.tutta in la parte.c.b. perche se vede che la sua largheꝛꝛa.c.f.è equale alla parte.a.c.& la loghezꝛa è l'altra parte.c.b.& perche questi duoi rettangoli,cioè il quadrato.a.c.d.f.et lo rettangolo.c.b.f.e.empieno totalmente tutto il gran rettangolo.a.b.d.e.seguita adonque che lor duoi siano equali a quel solo,e perche questo grã rettangolo è contenuto sotto alle due linee.a.b.et.a.d.et.a.d.è equale alla parte.a.c.adõque il nostro proposito è manifestò.anchor per un'altro modo se potrà far questa demostratione, cioè tolendo la linea.g.equale alla linea a.c.perche il rettangolo della linea.g.in tutta la linea.a.b.(per la prima propositione di questo)serà equale alli duoi rettãgoli fatti della linea.g.indiuisa in le due parti.a.c.& c.b. della linea.a.b.diuisa, & lo rettangolo della linea.g.in tutta la linea.a.b.è tanto quanto lo rettangolo della parte.a.c.in tutta la detta linea.a.b.perche g.e tãto quanto.a.c.dal presupposito,similmente il rettangolo de.g.in.a.c.è tanto quanto il quadrato de.a.c.etiam il rettangolo de.g.in l'altra parte.c.b.e tanto quanto il retto angolo della parte.b.c.in l'altra parte.c.b.dilche per la detta prima propositione di questo serà delucidato il nostro proposito.

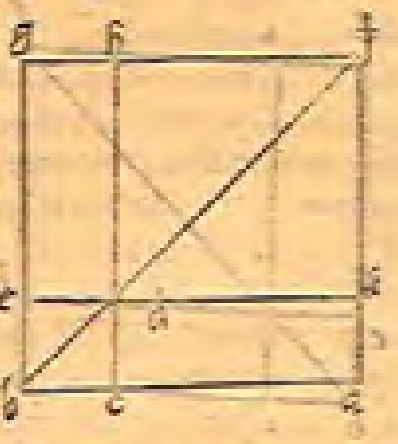
Theorema 4. Propositione 4.

4/4 Se una linea retta serà diuisa in due parti come si uoglia,quel che uiẽ fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, è equali alli quadrati che uengono fatti dal dutto dell'una è l'altra parte in se medesima e al dutto, dell'una parte in l'altra due uolte.

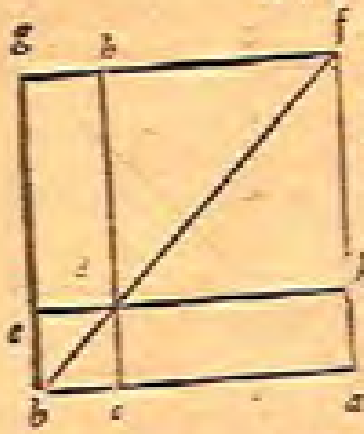
Corellario.

4/4 Da questo è manifesto che in ogni quadrato, le due superficie parallelogrammi,che il diametro legha per mezzo son ambedue quadrate.

Sia



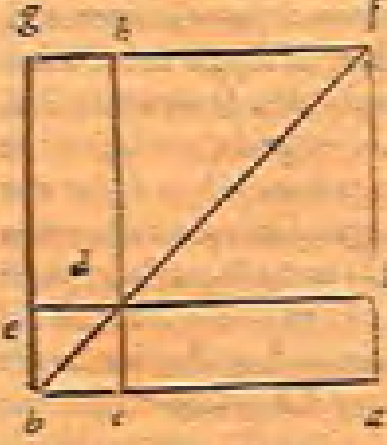
Sia la linea.a.b.diuisa in.a.c:& b.c.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b.e equale alli duoi quadrati delle due linee. a. c. & b.c. & al doppio di quello che fatto dal ducto della linea.c.b.in la.a.c.(cioè del rettangolo.de.c.b.in.a.c.) Et per dimostrar questo descriuerò sopra la linea.a.b. per la quadragesima sesta, del primo il quadrato.a.b.f.g.& tiro il diametro.f.b. & dal ponto.c.per la trigesima prima propositione del primo, duco la linea.c.e.b. equidistante alli duoi lati.b.g.& .a. f.laqual sega il diametro.f.b.nel ponto.d. dalqual ponto.d. tiro la linea.k.e. per la medesima trigesima prima del primo,equidistante alli duoi lati.a.b.& f.g.& cosi tutto il quadrato.a.b.f. g.serà diuiso in quattro rettangoli delli quali li duoi, cioè,a.k.c.d.& ,h.d.g.e.,sono li duoi supplementi,liquali sono equali fra loro per la quadragesima tertia propositione del primo,li altri duoi,cioè.k.d.f.b .& c.d.b.e. sono quelli, che sono segati per mezzo dal diametro.f.b.& questi duoi sono quadrati laqual cosa se demostrerà in questo modo,perche.c.b.è equidistante al lato.a.f.& ambedue sono segate della linea.f.b.dilche per la seconda parte della trigesimaottaua del primo l'angolo.b.d.c. intrinsico serà equale allo angolo.b.f.a.intrinsico a se opposito,& perche lo angolo.a. b.f.è equale anchora lui al ditto angolo.b.f.a.per la quinta propositione del primo, perche il lato.a.f.è equale al lato.a.b.del triangolo.a.f.b.dilche per la prima concetione l'angolo.c.d.b.serà equale all angolo.c.b.d.seguita adonque per la sesta propositione del primo,che'l lato.c.d.sia equale al lato.c.b.del triangolo.c.b.d. & per la trigesima quarta propositione del primo,il lato.d.e.serà equale al lato.c.b.similmente al lato.e.b.el lato.c.d. seguita adonque per la prima concettione che'l parallelogrammo.c.d.b.e.sia di quattro lati equali, dico anchora etiam quel esser rettangolo, perche la linea.c.d.è equidistante alla linea.e.b.& ambedue sono segate della linea.a.b.d.dilche per la terza parte della trigesima nona del primo,li duoi angoli.d. c.b.& c.b.e.intrinsici sono equali a duoi angoli retti,& perche l'angolo.c.b.e.è retto per essere l'angolo del quadrato.a.b.f.g.è necessario che etiam l'angolo.d.c.b.sia retto & per la trigesima quarta del primo,li duoi angoli.c.d.e.& b.e.d.contrapositi seranno retti,adonque.c.b.d.e.serà quadrato, & serà il quadrato della linea. c.b. & per lo medesimo modo e uia se approuerà.k.d.f.b. esser quadrato, dilche il correlario serà manifesto, & perche il lato. k. d. del quadrato k. d. f. b. (per la trigesima quarta del primo) è equale alla linea.a.c.seguita adonque che'l quadrato. k. d. f. b. sia il quadrato della linea. a. c. Adonque li duoi quadrati. c. b. d. e. & .k. d. f. b.sono li duoi quadrati delle due linee. a. c.& . c. b. & perche li duoi supplementi. a. c. k. d. & . b. d. g. e. sono equali, per la quadragesima tertia del primo, & lo supplemento.a.c.k.d. è contenuto sotto alla linea. a.c. & alla linea.c.b.(perche.c.d.è equale al.c.b.) adonque ambeduoi li supplementi.a.c.k.d.et b.d.g.e. giunti insieme seranno il doppio del producto della parte. a. c. in la parte. c. b. & perche questi duoi supplementi insieme con li duoi quadrati de.a.

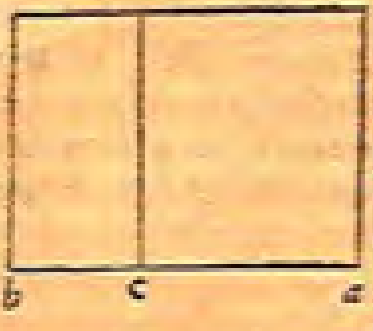


c.& .de.c.b. empieno precisamente il gran quadrato a.b.f.g. de tutta la linea.a.b. adonque tutti lor quatro sono equali a lui solo, che è il proposito. Nella prima tradottione se fa la dimostratione della presente quasi al proposito di questo, perche ma prima constituisce il quadrato.c.d.b.e. sopra la parte.c.b. poi gli aggiõgo el detto quadretto il gnomone secondo il detto diretino dell'altra linea.a.c. il quale se farà in questo modo, zo lo quadretto.c.d.b.e. zoe il diametro.b.d. & dal ponto.a. duco la perpendicolare sopra la linea.a.b. laqual sia la linea.a.k. laqual.a.k. insieme col diametro d.b. produro fina a tanto che concorranno nel ponto. f. & dal ponto.f. produro.f. b. equidistante alla linea.a.b. laqual.f.b. insieme con.b.e. produro fina che concorranno in ponto.g. e produro.c.d. fina in.b. & .e.d. fina.k. & cosi serà constituido il gran paralellogramo, a, f, b, g, diuiso in quatro paralellogrammi, come appare, hor me bisogna dimostrar che lui sia quadrato insieme con lo parallelogrammo, k, f, d, b, & questo si farà mediante il presupposto quadretto, c, d, b, e, perche li dui lati, e, d, & e, b, del triangolo, d, e, b, sono equali, li dui angoli, e, d, b, & .e.b.d. sono etiam equali, per la quinta del primo, & perche l'angolo, e, è retto (dal presupposito) dilche per la trigesima seconda del primo, li altri dui angoli, e, d, b, & e, b, d, ciascun di loro serà la mitta d'un angolo retto, & per le medesime ragion l'uno e l'altro delli altri dui angoli, e, d, b, & e, b, d, seranno la mitta d'un angolo retto, per laqual cosa li quatro angoli, cioè, b, f, d, & b, d, f, & k, f, d, & k, d, f, ciascun di loro seranno la mitta d'un angolo retto, & questo se approverà (per la seconda parte della trigesima noma del primo) perche la linea. b.f. sega le due linee.a.f. & b.e. equidistante, & similmente le altre due.g.f. & .k.e. etiam.g.b. che sono pur equidistante, dilche l'angolo.b.f.d. serà equale all'angolo.e.d.b. che è la mitta d'un retto, & l'angolo.b.d.f. serà equale all'angolo, e, b, d, adonque li dui angoli, b, d, f, & b, f, d, sono equali perche ciascun è mezzo angolo retto, adonque li dui lati, b, d, & b, f, del triãgolo, d, b, f, per la sesta del primo, serãno equali similmente li dui lati.k.d. & k.f. del triangolo.k.d.f. per le medesime ragion seran equali, & per la trigesima quarta del primo, il paralellogrammo, k.f.d.b. serà de lati equali etiam rettangolo, perche li dui angoli terminanti in.f. sono mezzo angolo retto per uno, adonque tutto l'angolo, g, f, a, serà retto, similmente l'angolo, b, d, k, & similmente per la tertia parte della trigesima noma del primo, l'angolo. a. & l'angolo. g. seranno retti, similmente li dui lati.g.f. & .g.b. del triangolo. g. b. f. seranno equali (per la sesta del primo) & similmente li altri dui lati.a.b. & .a.f. dell'altro triangolo, a, b, f, seran equali, Adonque li dui paralellogrammi.a.f.b.g. & .k.f.d.b. seranno quadrati, per la trigesima quarta del primo, & perche il gran quadrato, a.f.b.g. è il quadrato di tutta la linea.a.b. & quello è diuiso in quatro rettangoli li duoi che sono attorno al diametro.f.b. sono li quadrati delle due linee.a.c. & .c.b. perche la linea

k.d è

k,d,è equale alla linea,a,c,& li duoi ſupplementi ſono equali fra loro (per la quadrageſima tertia del primo) & l'uno di quelli, cioè,a,K,c,d,è contenuto ſotto alle due linee,a.c.& c.b.perche,c,d,è equale al detto,c,b. Adonque li duoi ſupplementi,a,k,c,d,b,e,g,giunti inſieme ſeranno il doppio di quello che è fatto della linea,a,c,in la linea.c.b. & perche li detti duoi ſupplemẽti inſieme con li duoi quadretti delle due linee,a,c,& c,b, compeſco preciſamente il gran quadrato.a.f.b.g. adonque tutti quattro ſe equalano a lui ſolo,che è il propoſito. Anchora per un'altro piu ſpedito modo ſe puo far queſta demoſtratione,ſia anchora la medeſima linea.a.b.diuiſa in,a,c,& c,b,dico che'l quadrato de tutta la linea,a,b,è equale alli duoi quadrati delle due linee,a,c,& c,b,inſieme con il doppio del rettãgolo compreſo ſotto alle due linee,a,c,et c,b. Che ſia queſto altro modo lo dimoſtrarò ſopra la linea, a,b,(per la quadrageſima ſeſta del primo) eſſendo il quadrato,a,f,b,g,à quello tiro tutte le linee, come di ſopra fu fatto,cioè,f.b.c.b k,c. & perche li tre angoli del triangolo,g,f,b ſono (per la trigeſima ſeconda del primo) equali a duoi angoli retti,et perche l'angolo g, è retto (dal preſuppoſito) neceſſita adonque che li altri duoi cioè l'angolo,g,f,b,et,g,b f,) inſieme ſiano un ſol angolo retto,et perche li duoi lati,g,f,et,g,b, del dato triangolo,g,f,b,ſono equali (dal preſuppoſito per eſſer li lati del quadrato) li duoi angoli,g,f,b,& g,b,f,(per la quinta del primo) ſerãno equali,et perche tutti duoi ſono un ſol angolo retto,adonque cadauno di loro ſerà un mezzo angolo retto, & perche la linea,a,b,lega le due linee,f,a,& ,b,c,equidiſtante l'angolo,d,c,b,eſtrinſico ſerà equale all'angolo,a,intrinſico,& perche l'angolo,a,è retto (per eſſer l'angolo del quadro) l'angolo,d,c,b,ſerà etiam retto, & perche li tre angoli del triangoletto,d,c,b,(per la detta trigeſima ſeconda del primo) ſono equali alli duoi angoli retti,e perche l'angolo,c,è retto li altri duoi inſieme ſerãno un ſol angolo retto, e perche l'angolo,d,b,c,è mezzo angolo retto (come ſe è prouato nel triãgolo,a,f,b,) adonque l'altro angolo,c,d,b,ſerà un'altro mezzo angolo retto. Adonque li duoi angoli.c,b,d,& c,d,b, ſeranno equali (& per la ſeſta del primo) li duoi lati,c,d,& c,b, ſeranno etiam equali (& per la trigeſima quarta del primo) il lato,d,e,ſerà equale al lato,c,b, & ,lo lato,e,b,al lato,c,d, & l'angolo d,e,b,all'angolo,d,c, b, ch'è retto, ſimilmente tutto l'angolo ,b, è retto (ch'è l'angolo del gran quadro) retto ſerà etiam tutto l'angolo, d, a lui oppoſito, adonque, c, d, b, e, ſerà quadrato (& della linea,c,b,come appare) & per la medeſima ragione ſerà etiã quadrato,k,d,f,b, ſegnata adonque che li duoi paralelogrammi,c,d,b,e, & K,d, f,b,che ſono intorno al diametro,f,b,ſono quadrati,il correllario adonque ſerà manifeſto, & perche,d, K,è equale al,c,e, il quadrato adonque .k, d, f, b,ſerà il quadrato della linea, a, c, & perche li duoi ſupplementi,a,k,c,& ,d,b,e,g, ſono equali (per la quadrageſima tertia del primo) & perche il ſupplemento,a,e,k,d,è contenuto ſotto alla linea,a,c,& , alla linea,c,b, (per eſſer,c,d, equale al detto,c, b,) adon-





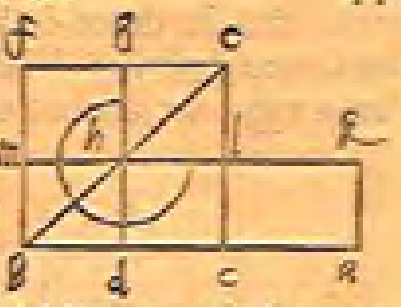
b.) adonque ambiduoi li ditti ſupplementi inſieme, ſe rano il doppio del rettangolo facto della linea.a.c. in la linea.c.b.& perche li detti duoi ſupplementi inſieme con li detti duoi quadrati delle due linee.a.c.& c.b.im pieno preciſamente il gran quadratto.a.f.b.g. della linea.a.b.adonque tutti quattro ſeranno equali a lui ſolo,che è propoſito. Anchora piu facilmente ſe potema far la demoſtration della ſopraſcritta propoſitione (per la ſeconda & terza propoſitione) eſempli gratia, ſia anchora la linea.a.b.diuiſa in.a.c.& c.b. dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b. ſerà equale alli duoi quadratti delle dette due linee.a.c.b.& al doppio del rettangolo compreſo ſotto alle due parti.a.c.& .b.c.che per queſto altro breue modo ſe dimoſtrerà. Perche il quadrato della linea.a.b.(diuiſa in.c.)è equale (per la ſeconda propoſitione di queſto) alli duoi rettangoli fatti di tutta la linea.a.b.in le ſue due parti.a.c.& c.b.ma perche ciaſcun di queſti duoi rettangoli ſono equali al rettangolo de l'una in l'altra & al quadrato di eſſa parte(per la tertia di queſto)eſempli gratia,il rettangolo de tutta la linea.a.b.in la parte.a.c è equale al rettangolo de la.a.c.in la.c.b.& al quadrato della detta.a.c.(per la tertia di queſto),ſimilmente



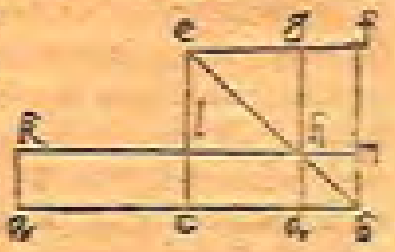
l'altro rettangolo della linea.a.b.in l'altra.c.b.è pur equale a un'altro rettangolo della ditta linea.c.b.in la detta linea.a.c.& al quadrato della detta linea.c.b.(come nella detta tertia queſto fu dimoſtrato)e perche adonque queſti duoi rettangoli della linea.a.b.in le due parti.a.c.& c.b.ſono di loro è compoſto del quadrato della parte.a.c.& d'un rettangolo della.c.b.in la.a.c.& l'altro è compoſto il quadrato dell'altra parte.c.b.e d'un altro rettangolo pur della.c.b.in la.a.c.dichè tra tutti duoi li detti rettangoli de,a,b,in le due parti.a.c.& c.b.conteneranno li dui quadrati de le due parti,a,c,et,c,b,etiam due volte el rettangolo della,c,b,in la,a,c,et perche li detti dui rettangoli de,a,b,in le due parti,a.c,et,c,b,ſono equali al quadrato della detta linea,a,b,(come è detto di ſopra)ſeguita adonque(per la prima concettione)che li dui quadrati de le due linee.a.c.et.c.b.con lo doppio del rettangolo della,b,c,in la,a,c,eſſer equali al detto quadrato de la detta linea,a,b,che è il propoſito.ma procedendo per queſto modo non ſe acquiſta a delucidar il correllario,cioè che le ſuperficie che ſono ſegbate dal diametro ambedue ſiano quadrate,però è meglio ciaſcun delli altri tre modi diſopra poſti,ma non volendo approuar il correllario queſto ſeria piu breue.

Theorema.5. Propoſitione.5.

5 Se'l ſerà ſegata una linea retta in due parti equali,& in due altre non
5 equale,il rettangolo che è contenuto ſotto alle ſettioni inequali, di tutta la linea,con il quadrato che uien deſcritto da quella linea che è fra l'una,& l'altra ſettione, è equale al quadrato che uien deſcritto dalla mità di tutta la linea dutta in ſe medeſima.



Sia la linea a,b, diuisa in due parte equale nel pun
to e, & in due parti inequale, nel ponto d, dico che'l
quadrato della linea c,b, è equale a quello che uien fat
to dal a,d, in d,b, & del quadrato de,c,d, et per dimo
strar questo io descriuerò sopra la linea c, b, (per la
quadragesima sesta del primo) il quadrato c,e,b,f, nel
quale tiro il diametro e,b, & dal pũto d, tiro la linea,
d,g, equidistante alli dui lati c,e, & b,f, laqual segarà il diametro e,b, in ponto,
h, & dal ponto h, tiro una linea equidistante alla linea a,b, laqual sia k,b, laqual
segarà la linea b,f, in ponto m, & la linea c,e, in ponto l, & tirarò la linea a,k.
equidistante alla linea c,e, hor dico che l'una e l'altra delle due superficie l,g, et d,
m, (per lo correlario della precedente) serà quadrata (e per la quadragesimater-
za del primo) li dui supplementi c,h, & h,f, sono equali, giongendo adonque equal
mente a ciascuno il quadrato d,m, (per la seconda concettione) il paralellogram-
mo c,m, serà equale al paralellogrammo d,f, & perche il paralellogrammo a,l, è
equale al paralellogrammo c,m, (per la trigesima se-
sta del primo) per esser la basa a,c, equal alla basa c,
b, & (per la prima concettione) serà etiam equale al
paralellogrammo d,f. Adonque se del paralellogram
mo a,b, m, la sua parte a,l, è equale al paralellogram
mo d,f, unto il detto paralellogrammo a,b, serà equal
al gnomone, che circonsta al quadrato l,g, & perche



il detto gnomone insieme con lo quadrato l,g, (ilquale uiẽ a esser il quadrato della
linea e,d, per esser l, h, equale alla detta e, d, impieno precisamente tutto il qua-
drato c,f, della linea c,b, seguira adonque che'l detto gnomone insieme col quadra
to della linea c,d, sian equali al quadrato della linea c,b, et perche il detto gnomo
ne è equale (come è detto) al paralellogrammo a,b, ilquale è contenuto sotto alle
due parti a,d, & d,b, inequale (per esser d,h, equale alla detta d,b,) per esser cia-
scun lato del quadrato d,m, adonque il paralellogrammo a,b, insieme con lo qua-
drato della linea c,d, serà equali al quadrato della linea c,b, che è il proposito.

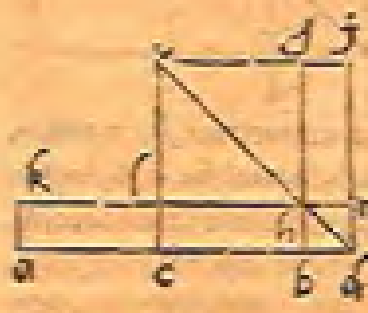
Il Traduttore.

Nota che per le due superficie l,g, & d,m, se die intendere le due superficie l,e,
b,g, & d,b,b,m, perche in nominar una superficie quadrangola, in la seconda tra
duttione se costuma à nominarla solamente cõ due lettere diametralmẽte opposite
come di sopra si è fatto, e però di questo bisogna aduertire in le cose che seguita.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6 69 Se una linea retta sia diuisa in due parti equali, & che à quella sia ag
gionto in longo un'altra linea, quello che uien fatto dal tutto di tutta
la linea cosi composta, in quella che gia è stata aggionta cõ quello, che

uien fatto dal dutto della mità della linea in se medesima: è equale al quadrato descritto dal dutto di quella linea che è composta da quella linea aggionta, & dalla mità, in se medesima.

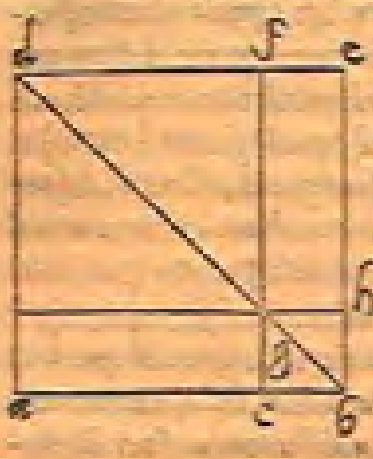


Sia la linea.a.b.diuisa in due parti equale in pũto. c.et a quella che gli sia aggũta a.la linea.b,d,dico che il quadrato della linea.c.d (dqual sia.c,d,c.f,) è equale al rettangolo fatto da tutta la linea.a,d, in la.b,d, & al quadrato della linea.c,b. Et per dimostrar questo produrò nel quadrato predette il diametro, d, & dal pũto,b,tiro la linea.b.g. equidistante alla linea.d. f. laqual segarà il diametro e,d,nel ponto,b, dalqual ponto.b.tiro la linea,b,k,equidistante alla linea a,d,laqual sega la linea.f.d. in pũto.m. & la linea.a.e.in ponto.l. & produrò la,a, k, equidistante alla.c,f, dicho il parallelogrammo.a.l.serà equal al parallelogrammo.c.b. (per la trigesima quinta del primo) per esser la.a.c.equale alla.c, b, & lo supplemento, c, b, serà equale al supplemento,b,f.(per la quadragesima tertia del primo) per laqual cosa, a. l, serà etiam equale al detto supplemento,b,f,dichc aggiungendo equalmente a ciascun di loro lo parallelogrammo,c,m,la summa serà ancor equal (per la seconda cõcettione) adonque il gnomone,f,b,l, serà equale alla superficie,a,m, aggiungendoli etiam equalmente,l,g, (qual è quadrato) per lo corolario della quarta serà per le dette due summe anchor equale, & perche il detto gnomone,f,b,l, con lo quadrato l,g, se equalia al quadrato,c,f, adonque il rettangolo, a,m, con lo detto quadrato,l, g, serà equale al detto quadrato,c,f, qual è il quadrato della linea.c.d. & perche il quadrato.l.g.è il quadrato della linea,e,b, per esser,l,b, equale al,e,b, & lo rettãgolo,a,m,è contenuto sotto a tutta la linea,a,d, e alla linea,d,b. (per esser,d,m, equale al.b.d.) per esser ciascun lato del quadrato.b.m. seguita adonque che'l rettangolo fatto della linea,a, d, in la linea.b. d. con lo quadrato della linea.c.b. esser equale al quadrato della linea,e,d, che è al proposito.

Theorema. 7. Propositione 7.

7 7 Se una linea retta sia diuisa in due parti, come si uoglia, quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea in se medesima con quella, che uiẽ fatto dal dutto di l'una di dette parti in se medesima è equale a quelli rettangoli che sẽgono fatti da tutta la linea in la medesima parte due uolte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

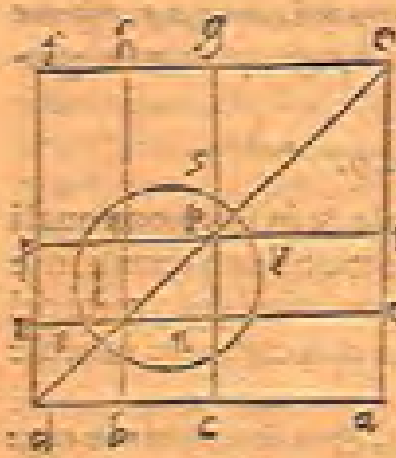
Sia la linea.a.b.diuisa in due parti in ponto.c.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b.con lo quadrato della linea.c.b. è equale a quello che uien fatto dalla linea.a.b.due uolte in la.c.b.insieme con lo quadrato della linea.a.c. Et per dimostrar tal cosa descriuerò il quadrato della linea.a.b. (per la quadragesima sesta del



del primo) qual sia il quadrato, a,b,d,e, & protirarò il diametro, d,b, dal ponto c, tirarò la linea, c,f, equidistante alla linea b,e, laqual sega al diametro, d,b, in lo ponto, g, et dal ponto, g, tiro la linea, k,g, h, equidistante alla linea, a,b, & perche il quadrato a,e, cõ lo quadrato c,b, sono tanto quãto il quadrato, k,f, con le due superficie, a,h, c,e, & perche le due superficie, a,h, & c,e, sono de più del quomune, a,h,f, tanto quanto è il quadrato, c, b, per esser il detto quadrato compurà due fiade, cioè una in la superficie, a,h, & l'altra in l'altra superficie, c,e, & perche queste due superficie, a,h, & c,e, sono equale (come per la 43. del primo se può provare) & l'una di quelle, cioè a,h, è contenuta sotto a tutta la linea, a,b, & alla linea, c,b, per essere, b,h, equale alla, b,c, (per esser ciascuna lato de, c,h, il quale è quadro insieme con, k,f, per il correlario della quarta di questo, adonque le due superficie, a,h, & c,e, insieme sono il doppio de, a,b, agionto a quelle il quadrato, k,f, (laqual vien a esser il quadrato della, a,c, per esser la, k,g, equal alla detta, a,c, tutta questa somma serà equal a tutto il quadrato, a,e, insieme con lo quadrato, c,b, che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 8.

Se una linea retta sia divisa in due parti come si voglia, & à quella gli sia aggionto in longo un'altra linea equale a una di quelle parti, Quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea così compolta in se medesima, serà equale al rettangolo fatto dal dutto della prima linea in quella agionta quattro volte, & al quadrato dell'altra parte.



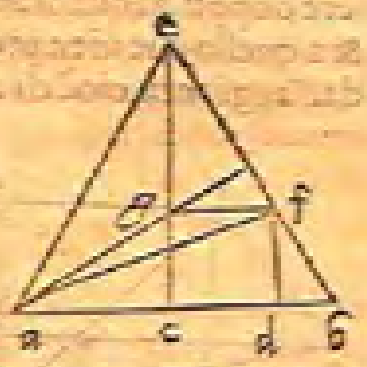
Sia la linea, a,b, divisa in ponto, c, all'equale sia aggionto in longo la linea, b,d, equale alla parte, c,b, dico che'l quadrato de tutta la linea, a, d, (equale sia, a, d, e,f,) è equale a quattro rettangoli fatti della linea, a,b, in la linea, b, d, & al quadrato della linea, a,c, Et questo serà manifesto dutto il diametro, e,d, e dalli dui ponti, c, & b, dutte le due linee, c,g, & b,h, equidistante alla linea d, f, laquale segano il diametro, e, d, nelli dui ponti, l, & k, dalli quali ponti tiro le due linee, p,q, k,r, & m,l,n,s, equidistante alla linea, a, d, dilche tutto il quadrato della, a,d, serà divisa in nove superficie dellequale la superficie, r,g, e tutta la superficie, s,p, sono quadrate (per lo correlario della quarta di questo) & perche il quadrato, c,p, è divisa in le quattro superficie, c,l, b,m, r,q, & l,p, di le quale le due cioè b,m, & r,q, son etiam quadrate (per lo detto correlario della quarta di questo) & perche, b,d, è equale al, b,c, il supplemento, c,l, serà (per la trigesima sesta del primo)

primo) equale al quadretto.b.m. & perche il ſupplemento.l.p. equale al ditto ſupplemẽto.c.l. (per la quadrageſima tertia del primo) ſerà etiam equale al ditto quadretto.b.m. (per la prima concettione) e perche il lato del quadretto.n.q. cioè n.l. (per la trigeſima tertia del primo) è equal a l.c.b. & c.b. è equale (com'è detto) al lato.b.d. (ſeguita per la prima cõcettione) che'l lato.n.l. ſia equale al lato.b.d. (per commune ſcientia) il quadretto.n.q. ſerà equale al quadretto.b.m. dilche tutto il quadretto.c.p. vien eſſer diuiſo in quattro parte equale, cioè in li quattro quadretti predetti. e perche li duoi ſupplementi.a.E. & k.f. del quadrato.a.f. ſon equali (per la quadrageſima tertia del primo) & perche.n.c. è equale al.b.l. lato del quadretto.b.m. (per la trigeſima tertia del primo) ſimilmẽte il lato.k.n. del quadretto.n.q. è equale al detto lato.b.d. (per eſſer la detta quadrati equali) adonque (per la prima concettione), k,n. ſerà equale al.n.c. (& per la trigeſima ſeſta del primo) il parallelogrammo.c.o ſerà equale al parallelogrammo.n.r. & perche li duoi ſupplementi.n.r. & k.b. del quadrato.l. e ſono equali (per la dita.43 del primo) cauandoli delli duoi primi ſupplementi, cioè de, a,k, et, k.f. li duoi rimanenti, cioè a.n. & q.f. (per la tertia cõcettione) ſeran equali, e perche.k.b. è equal (come è detto) al, n.r. et.n.r. è equal al, a,n, ſeguita adõque che le quattro ſuperficie, cioè.a.n,n.r.k.b. et.q.f. ſieno equale, p eſſer ciaſcadima equale alla ſuperficie.a n. cioè.c.o. (che è la medeſima) & perciõ la detta ſuperficie.a n. giungendo il quadrato.c.l. tutta la ſumma coſi compoſta (che ſeria il rettangolo.a.l.) ſerà il rettangolo compreſo ſotto la linea, a,b, & alla linea, b,d, (per eſſer, b,l, equale alla linea.b,d,) adonque le quattro ſuperficie, a,n,o, k: k.b. & q.f. inſieme con li quattro quadretti.c.l.b.m.n.q.l.p. ſeranno in ſumma quattro ſuperficie, a,l, laqual ſumma ſeria il gnomõ. s.t.y. cioè.g.p.a. che è el medeſimo, & perche el quadrato, r,g, è il quadrato della linea, a,c, (per eſſer, r,k, equale al, a,c, per la trigeſima quarta del primo) e il detto quadrato, r,g, inſieme con lo detto gnomone, ſe equaliano al quadrato de la linea a,d. cioè, al quadrato, a,f, ſeguita adonque che il quadreto della linea, a,c, inſieme con li quattro rettangoli fatti della linea.a,b, in la linea.b,d, ſe equaliano al quadrato della linea, a,d, che è il propoſito.

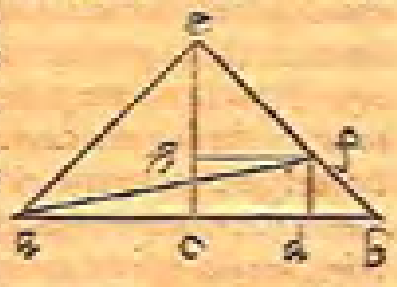
Theorema.9. Propoſitione.9.

9 9 Se una linea retta ſia diuiſa in due parti equale & in due non equali li quadrati, che nengono fatti dal dutto delle ſectioni non equali in ſe medeſime toltí inſieme, ſon doppii alli quadrati deſcritti della mità del la linea, & da quella linea che giace fra una e l'altra ſectiõ tolti inſieme

Sia la linea, a,b, diuiſa in due parti equale in ponto, c, & in duoi parti non equale in ponto, d, dico che'l quadrato della linea, a,d, giũto con lo quadrato della linea d,b, ſono doppij al quadrato della linea.a,c, giunto con lo quadrato della linea, c,d. Et per dimoſtrar queſto, dal ponto, c, tiro la linea, c,e, perpẽdicolare alla linea.a.b. e quella faccio equal a l'una e all'altra delle due linee a,c, &, c, b, & produco le due linee, e,a, &, e,b, & ſerà cõſtituido il triangolo, a,e,b, el qual è diuiſo in due trian-



triangoli,e,e,b,& c,e,a,(dalla perpendicolare,e,c,) & perche el lato,e,e,è equale al lato,e,b,(del triangolo,c,e,b,)li duoi angoli,c,e,b,& c,b,e,(per la quinta del primo)sono equali,et per esser l'angolo,e,c,b,retto l'uno e l'altro delli duoi angoli,c,e,b,& c,b,e,(per la trigesima seconda del primo) sarà la mità d'un angolo retto,& per le medesime ragione li duoi angoli,c,a,e, & c,e,e,a.ciascun di loro serà la mità d'un angolo retto dilche tutto l'angolo,e,sarà retto(per esser cōposto de duoi mezzi angoli retti)hor dal ponto,d,produco la linea,d,f,equidistante alle,c,e,& perpendicolare sopra la linea,a,b,dilche l'un,e l'altro delli duoi angoli.d.serā retto,& perche l'angolo,d,b,f,(come è detto)e mezzo angolo retto,et perche l'angolo,b,d,f,è retto necessita(per la trigesima seconda del primo)che l'angolo,d,f,b, sia mezzo angolo retto(& per la sesta del primo)il lato,d,f,serà equale al lato,d, b,hor dal ponto,f,conduco la linea,f,g,equidistante alla linea,a,b,dilche li duoi angola che sono al,g,(per la seconda parte della trigesima nona del primo)l'uno e l'altro serà retto,& l'angolo,e,f,g,(per la detta trigesima seconda del primo)serà la mità d'un angolo retto,per laqual cosa li duoi lati,g,e,& g,f,(per la sesta del primo) seranno equali(& per la penultima del primo)il quadrato de,e,f,è equal al quadrato de,e,g,et al quadrato de,g,f,per laqual cosa il quadrato del detto,e,f, serà doppio al quadrato solo,de.g.f. & per esser.g.f. equale al.c.d.(p la trigesima quarta del primo)seguita adonque che'l quadrato de.e.f.sia doppio al quadrato de.c.d.hor tiro la.f.a. & perche il quadrato de.e.



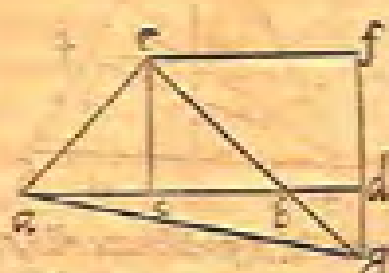
a.è equale al quadrato de.a.c. & al quadrato de.c,e.(per la detta penultima del primo)& perche.a.c.è equale al.c.e.seguita che'l quadrato de a.e.sia doppio al quadrato de.a.c.& perche il quadrato de.a.f.è equale al c.e.seguita che'l quadrato de,a.e,& de,e,f,(per la detta penultima del primo)adonque il quadrato de.a.f.serà doppio al quadrato de.a.c.& al quadrato,de.c.d.& perche il quadrato del detto.a.f.(per la detta penultima del primo)anchora lui è equal al quadrato della.a.d.& al quadrato della.d.f.seguita adonque che'l quadrato della.a.d.et lo quadrato della.d.f.giunti insieme sono doppij al quadrato della.a.c.& al quadrato della.c.d.tolti insieme,& perche il quadrato della.d.f.è equale al quadrato della.d b.adonque li quadrati delle due linee.a.d.& .d.b.seranno doppij alli quadrati delle due linee.a.c.& c.d.che è il proposito.

Theorema.10. Propositione.10.

10 10 Se una linea retta serà divisa in due parti equali, & che a quella sia aggionto in longo un'altra linea,il quadrato,che vien descritto de tutta con la aggionta,& il quadrato,che vien descritto da quella,che è aggionta l'un e l'altro di questi duoi quadrati tolti insieme è necessario el

fere

fere doppii, al quadrato che uiẽ descritto dalla mitá della prima linea, & a quello che uien produtto da quella, che è composta della mitá, & dall'aggionta, cioè di quelli duoi quadrati tolti insieme.

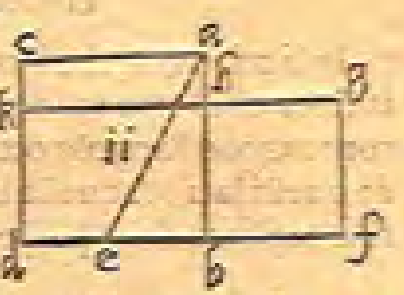


Sia la linea.a.b.diuisa in due parti equali in ponto c.& a quella sia agiunta la linea.b.d.dico che'l quadrato della linea.a.d.insieme con lo quadrato della linea.b.d. ambiduoi cosi insieme sono doppij alli duoi quadrati delle due linee.a.c.& c.d. tolti ambiduoi insieme, & per dimostrar questo dal pũto.c.(per la.11.del primo) rigo la linea.c.e.perpendicolar alla linea.a.d. & quella(per la.3.del primo) pongo equale all'una e l'altra delle due.a.c.& c.b.et dal ponto.e.(per la prima petitiõ) tiro le due linee. e.a.& e.b.e serà constituido il triangol.e.a.b.delche l'un e l'altro de dui angoli.a. et.b.per le ragioni adutte nelle precedente, serà la mitá d'un angolo retto, & similmente l'uno & l'altro delli duoi angoli che sono al.e.seran pur la mitá d'un angolo retto, dilche tutto l'angolo.c.serra esser retto(per esser composto de duoi mezzi angoli retti) & dal ponto.e.(per la trigesima prima del primo) produco la linea.e.f. equidistãte alla linea.a.d.et equale alla linea.c.d.& produco.f.c.poi sopra le due linee.e.b.& f.d.per fina a tanto che lor concorrano in ponto g.& produco la linea a.g.(& per la ultima parte della nigesima nona del primo) l'angolo.c.e.f.serà retto & perche l'angolo.c.e.b.è mezzo angolo retto, adonque l'angolo.b.e.f.serà etiãdio lui mezzo angolo retto, & perche(per la trigesima tertia del primo) f.d.è equidistante al.c.e.serà l'angolo.f (per la trigesima quarta del primo) retto, & (per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo.e.g.f.serà la mitá d'un angolo retto, & perche li duoi angoli.g.e.f. & f.g.e.(del triangolo.f.e.g.) sono equali, per esser ciascun mezzo angolo retto seguita(per la sesta del primo) che'l lato.e.f.sia equal al lato.f.g.& perche l'angolo.g.d.b.(per la seconda parte della nigesima nona del primo) è retto & l'angolo.d.g.b.è la mitá d'un retto(come prouato habbiamo) adõque per la detta trigesima seconda del primo l'angolo.d.b.g.serà etiandio la mitá d'un retto(& per la sesta del primo) il lato.b.d.serà equale al.d.g. Adonque per la penultima del primo, il quadrato de.e.g.è doppio al quadrato de.e.f.similmente serà etiamdio doppio il quadrato de.c.d.per esser.c.d.equal al.e.f.(per la detta trigesima quarta del primo) ancora per la detta penultima del primo, il quadrato de a.e.serà doppio al quadrato del.a.c.& perche il quadrato de.e.g.è doppio(com'è detto) al quadrato de.c.d.adonque li duoi quadrati delle due linee.a.e.& e.g.tolti insieme seranno doppij alli duoi quadrati delle due linee,a,c,& c,d,tolti insieme & perche il quadretto de,d,g,si è tanto quanto li detti duoi quadrati de,a,e, & de.e.g.(per la detta penultima del primo) seguita adonque che'l quadrato solo della linea.a.g.sia doppio alli detti duoi quadrati de,a,c,& c,d. tolti insieme, & perche il quadrato,de,a,g,si è tanto quanto,li duoi quadrati de,a,e, & de.e.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che li detti duoi quadrati de,a.

d,& d,g, siano in summa doppij alli detti duoi quadrati de,a,c, & c,d, pur gionti insieme, & perche d,b, è equale al d,g, il quadrato de,d,b, (per commune sentia) serà etiam equale al quadrato de,d,g, seguita adonque che li duoi quadrati de,a,d, & b,d, gionti insieme siano doppij alli duoi quadrati de,a,c, & c,d, pur gionti insieme, che è il proposito.

Problema.1. Propositione.11.

11 11 Potemo segare una data retta linea si conditionatamente che il rettangolo che è contenuto sotto di tutta la linea, & di una parte, sia equale al quadrato che uien fatto dell'altra parte.



Sia la data linea,a,b, laqual volemo dividere cosi cõditionatamente che quel che uien produtto da tutta la linea in la sua menor parte sia equale al quadrato della l'altra maggior parte, & per far tal cosa descriverò il quadrato sopra la detta linea,a,b, (per la quadragesima sesta del primo) il qual sia,a,b,c,d, & diuido il lato,b,d, in due parti equale in ponto,e, et produco la,a,e, & slongo etiam la,c,b, fin in ponto,f, talmente che la,e,f, sia equale alla,a,e, et sopra la parte ritrouata,e,b,f, descrivo (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato,b,f,g,b, qual sega dalla linea,a,b, la parte,b,h, equale alla parte,b,f, ben dico che la linea,a,b, è divisa talmente in ponto,h, che quello che è fatto da tutta la linea,a,b, in la sua minor parte,a,h, è equale al quadrato della parte,b,h. Et per dimostrar questo slongo la,g,b, per fin al k. laqual serà equidistante al,a,c. perche adonque la linea,d,b, è divisa in due parti equale in ponto,e, & a quella gli è aggionta la linea,a,b,f. il rettangolo compreso sotto a tutta la linea,d,f. & alla linea,b,f. col quadrato della,e,b, per la sesta di questo, serà equale al quadrato della,e,f, & perche,e,f, si è equale alla,e,a, il rettangolo adonque fatto della,d,f, in la,b,f, con lo quadrato della,e,b, serà equale al quadrato della,e,a, & perche il quadrato della,e,a, (per la penultima del primo) si è equale alli duoi quadrati delle due linee,e,b, & a,b, seguita adonque che'l rettangolo della,d,f, in la,b,f, con lo quadrato della,e,b, sia equale al medesimo quadrato della,e,b, insieme con lo quadrato della,a,b, leuando via da l'una & l'altra summa il quadrato della detta,e,b, li duoi rimanenti (per la tertia concettione) seranno fra loro equali, delli qual rimanenti l'uno serà il rettangolo fatto della d,f, nella,b,f, & l'altro è il quadrato della,a,b, & perche il rettangolo fatto della d,f, nella,b,f, si è la superficie,d,g, perche,f,g, è equale al,b,f, (per esser ciascun di loro lato del quadrato,b,f,g,b,) adonque la superficie,d,g, serà equale al quadrato della,a,b, cioè al quadrato,a,d, hor se communamẽte ne cauamo la superficie,d,b, li duoi rimanenti serãno anchora equali (per la detta tertia concettione) l'uno di quali rimanenti è la superficie,a,k, l'altro serà il quadrato,b,f,g,b, & perche la superficie,a,k, è contenuta fatto a tutta la linea,a,b, & alla sua minor parte,a,b, (per essere,a,c, equali à,a,b,) & lo quadrato,b,f,b,g, è il

quadrato

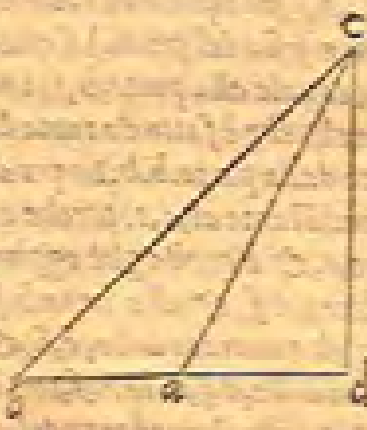
quadrato de b,b, cioè dell'altra sua maggior parte, adonque la linea a,b, serà divisa secondo il proposito nel ponto,b, perche la superficie, over rettangolo de tutta la linea,a,b, in la sua minor parte a,b, è equale al quadrato dell'altra sua maggior parte,b,b, Et nota che non bisogna a fatticarsi in voler dividere in questo modo un numero perche è impossibile, come in la vigesima nona del sesto si manifestarà.

Il Tradottore.

La vigesima nona del sesto non dice altra cosa che dice il cõmentatore, cioè che'l non si possa dividere un numero sotto la detta conditione, anci la dimostra in la sesta del terziodecimo.

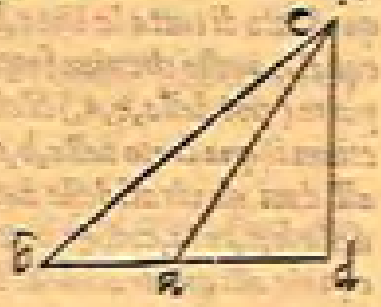
Problema. 11. Propositione. 12.

12 / 12 In li triangoli che hanno un'angolo ottuso tanto è piu potente quel la linea che sotto tende a l'angolo ottuso, de ambi li altri duoi lati che contengono l'angolo ottuso, quanto è quello che è contenuto sotto uno di quelli lati, & quella linea a se direttamente congionta a l'angolo ottuso tagliata dalla perpendicolare di fora del triangolo duo volte.



Sia il triãgolo,a,b,c, del quale habbia l'angolo,a, ottuso dal ponto,c, sia data una linea perpendicolare al la linea,a,b, laquale de necessità cade fuora del triangolo,a,b,c, altramente l'angolo,a, serà retto, over minor d'un retto (per la sesta decima del primo) laqual cosa seria cõtra il presupposto, over che cadendo di dentro del triangolo sopra la linea,a,b, costituirà il triangolo rettangolo,a,c, che li duoi angoli di quello serian maggiori de duoi angoli retti, cioè l'angolo,a, insieme con l'angolo retto (che fa la perpendicolare) laquel cosa è impossibile (per la vigesima seconda del primo) si che adonque la detta perpendicolare cade di fuora del detto triangolo a,b,c, laqual sia nominata la linea,c,d, ma perche la linea,b,a, non arriva fina al ponto del cadimento della detta perpendicolare, però alongaremo quella per fina al detto ponto il quale sia il ponto,d, hor dico che'l quadrato del lato,b,c, (il quale sotto tende all'angolo,a, ottuso) è tanto maggior delli duoi quadrati delle due linee,a,b, & a,c, (circondante il detto angolo,a, ottuso) quanto è il doppio di quello, che vien fatto de,a,b, in,a,d, ma inanti che seguiamo alla dimostratione bisogna notare qui brevemente la possanza di una linea, è in respetto del suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea quanto è il quadrato descritto sopra a quella, over quãto è il producto di quella drẽto in se stessa, hor seguitamo alla dimostratione dalla posta propositione. Perche la linea,b,d, è divisa in due parti in ponto,a, adonque il quadrato de tutta la linea,b,d, serà equal (per la 4. di questo) alli dui quadrati delle due linee,b,a, & a,d, & al doppio di quello che vien fatto della,a,b, in la,a,d, & perche il quadrato della,b

c, (per



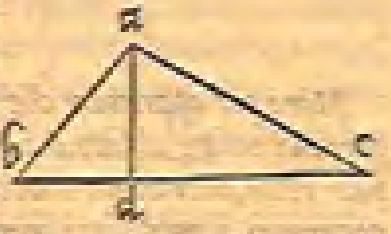
c,(per la penultima del primo) è equale al quadrato della,b,d,et al quadrato della,d,c,adonque il quadrato di quella,b,c,serà equale alli quadrati delle tre linee b,a:a,d,& d,d,c,et al doppio di quello che sien fatto dal,a,b,in,a,d,ma(per la medesima penultima del primo)il quadrato della,a,c,è equal alli dui quadrati delle due linee,a,d,et,d,c,adonque il quadrato della,b,c, è equal alli dui quadrati delle due linee,b,a, & c,a,et al doppio di quello che sien fatto della, b,a,in,a,d, per laqual cosa il lato,b,c,puo piu delle due linee,b,a,a,c,tanto quanto è il doppio di quello che nè fatto dal,a,b, in,a,d,perche già havemo detto che tanto se dice poter qualunque linea quãto quel lo che la produce ducta in se medesima,che è il proposito.

Theorema.12. Propositione.13.

13 13 Quella linea che risguarda un angolo acuto di ogni triangolo olsi gonio,puo tanto meno de ambiduoi li altri lati, che contengono quel angolo acuto,quanto è quello che è contenuto dne volte sotto de quel lo leto al quale ita sopra la perpendicolare di dentro,& a quella sua par te che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.

Quello che quasi se propone del Lato risguardente alcun angolo acuto in el triã golo ossigonio se verifica del Lato risguardãte qual si voglia ãgolo acuto in ogni triã golo,o sia orthogonio,ouer ambligonio,ouer ossigonio.

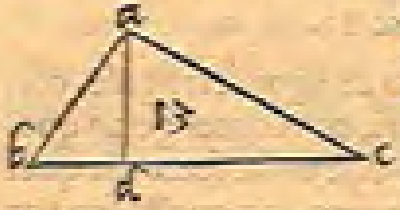
Sia adonque el triangolo.a.b.c. & sia qual triango lo si voglia che habbia lo angolo.c.acuto sel serà ossigo nio ducẽdo la perpendicolare dalla angolo.a.ouero del lo angolo,b,al suo lato opposito,la detta perpendicola re sempre caderà di dentro del triangolo(come sotto si dimostrarà)ma se il ditto triangolo,a,b,c,serà ambli-



gonio,ouer orthogonio ducendo la perpendicolare dall'angolo ottuso (ouer dal retto)allato opposito è necessario che quella cada di dentro del triangolo(e questo di sotto se dimostrarà)sendo adonque l'angolo,a, retto ouer ottuso ouer acuto per lo triangolo ossigonio producendo da quello la perpendicolar al lato.b.c.opposito cade rà dentro del triangolo sopra la detta linea,ouer lato.b.c.quella poniamo sia la li-nea,a,d,& perche in ogni triangolo è necessario che gli sia dui angoli acuti(per la trigesima seconda del primo)diche stante el presupposito l'angolo.b.sera anch acu-to si come è l'angolo.c.dico adonque che el quadrato de.a.b.(che opposito all'angolo, c.acuto)è tanto minor della dui quadrati delle due linee.a.c.& b.c.quanto è il doppio di quello che sien fatto della.b.c.in la.d.e ouer dico che'l quadrato della.a. c.(laquale etiam è opposita all'angolo b.il quale ponessemo etiam acuto)è tanto mi nor delli dui quadrati delle due linee.a.b.& b.c.quanto è il doppio di quello che sien fatto della.c.b.in la.d.b.perche la linea.b.c.divisa in due parti nel pũto.d.il

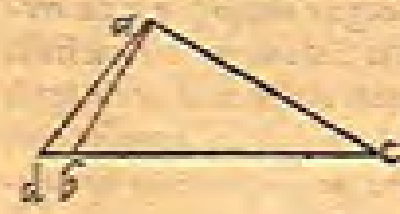
quadra-

quadrato di tutta la linea,b,c,cõ lo quadrato della parte,d,c,(p la.7. di q̃sto)serà equal a quello che vien fatto della.b.c.in la.d.c.due volte & al quadrato dell'altra parte (cioè della,b,d,) dilche aggiungendo a l'un e l'altro il quadrato della,a,d,serà etiam il quadrato della,b,c.con li dui quadrati delle due linee,a,d,&,d,c,equale alli dui quadrati delle due linee,a,d,&,d,b, & al doppio di quello che vien fatto della,b,c,in la,c,d,& perche(per la penultima del primo)il quadrato della,a,c,è equale alli quadrati delle due linee,a,d,&,d,c,adonque il quadrato della,b,c,con lo quadrato della,a,c,è equal alli quadrati delle due linee,a,d,et,b,d, & al doppio di quello rettãgolo che vien fatto della.b.c.in la,c,d,(ma per la medesima penultima del primo)il quadrato de,a,b,è equal alli dui quadrati delle due linee,a,d.&, b,d, Adonque il quadrato della,b,c, con lo quadrato della,a,c,si è equal al quadrato della,a,b, & al doppio di quel che vié fatto della,b,c,in la,c,d,per laqual cosa il quadrato solo della,a,b,seria minor delli detti dui quadrati de b,c,&,a,c,quanto seria il doppio di quel che vien fatto della detta,b,c,in la,c,d,che è il proposito, per simil modo tu approverai, che'l quadrato del lato,a,c,che opposito all'ãgolo,b,acuto, esser tanto minor delli quadrati delle due linee,a,b,&,b,c, quanto è il doppio di quello che vien fatto della,c,b, in la,b,d, Et è da notar che per questa,et per la precedente,e per la penultima del primo,che conosciuto che havemo li lati di ogni triangolo se conosce la area superficial di quello,& con lo aggiuto delle tavole de corda,& arco,se conosce ogni angolo di quello.



Il Tradottore.

Hora per approvare che tirando del l'angolo,a,del proposto triangolo.a.b.c.una perpendicolare al lato.b.c.opposito come le necessario (essendo l'angolo.a.obtuso, over retto,over acuto d'un triangolo ogniuno)che lei cada di dentro del triangolo, poneremo il medesimo triangolo,a,b,c,& prosupponeremo(che tirando al detto ãgolo.a.una perpẽdicolare alla linea.b.c.)che'l sia possibile(per l'adversario)che la cada de fuora del triangolo nel punto d.& alongarà la linea.c.b.per fin al detto punto.d.& serà costituido il triangolo.a.b.d.de fora del proposto triangolo.a.b.c.et perche li dui angoli.a.b.c.&.a.c.b.sonte l'angolo.a.secondo il prosupposito (per la trigesima seconda del primo)sono acuti, adonque se l'angolo.a.b.c.è acuto l'angolo.a.b.d.del triangolo.a.b.d.(per la vertia decima del primo)serà obtuso & l'altro angolo.a.d.b.(per esser costituido della perpendicolare.a.d.)serà retto,adõque li dui angoli.a.b.d.et.a.d.b.(del triangolo.a.b.d.)giunti insieme seriano maggiori de dui angoli retti, la qual cosa è impossibile(per la decima settima del primo)seguita adonque che la detta perpendicolar debba cader di dentro del triangolo de necessità,che è il proposito.



Proble-

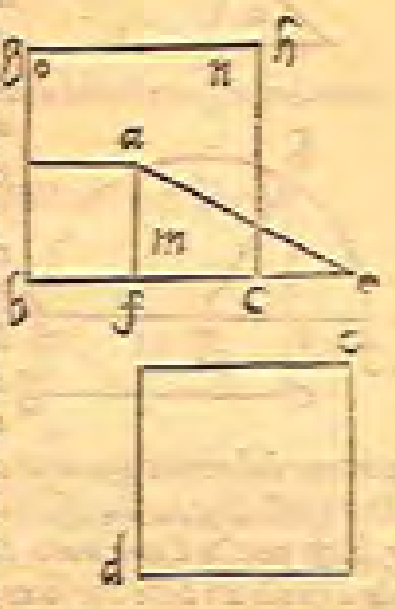
Problema.2. Propositione.14.

Propositi duoi quadrati, come si uoglia, a l'uno di quelli puotemo de scriuere un gnomone equale all'altro.

Il Tradottore.

Questa propositione in la prima tradottione fu posta 1 fine del primo libro, ma per non esser in suo condecente loco, la habemo quiui affettata.

Siano adonque propositi li duoi quadrati, a, b, & c, d, & sia il proposito de describere attorno il quadrato a.b. un gnomone, che sia equale a l'altro quadrato. c.d. Per tanto sia alongato uno di lati del quadrato, a, b, directamente, per fina alla equalità d'uno di lati del quadrato, c, d, et sia, f, e, cioè che, f, e, sia equal a uno de lati del quadrato, e, d, & del ponto, e, sia tirata una linea al ponto, a, (angolo del quadrato, a, b,) et serà constituido il trigolo. a. f. e. ortogonio (p esser l'āgolo, a, f, e. retto) & perche il quadrato de, a, e, si è tanto quāto li duoi quadrati delle due linee. a. f. & f. e. (per la penultima del primo,) ma il quadrato della. f. e. è equale al quadrato, c, d, & lo quadrato della, a, f, è equale al quadrato. a. b. adonque il quadrato della, a, e, si è equale alli duoi quadrati. a. b. & c. d. Et perche li duoi lati, a, f, & f, e, sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato. a. e. & perche la b. f. si è equale alla. f. a. tutta la linea. b. e. serà maggiore del ditto lato. a. e. Adonque della linea, b, e, sia resegata la parte. b. c. (per la tertia del primo) equale al lato, a, e. talmente che la, b, c, sia equale alla ditta. a. e. & sopra la linea. b. c. (per la quadragesima sesta del primo) sia constituido il quadrato. b. c. g. b. ilqual quadrato. b. c. g. b. è equale al quadrato della. a. e. (come di sopra fu approuato) si è equale alli duoi quadrati. a. b. et. c. d. adonque il quadrato. b. c. g. b. (per la prima concettione) serà equale alli duoi quadrati. a. b. & c. d. ma il quadrato. b. c. g. b. soprabonda il quadrato. a. b. nel gnomone. m. n. o. ilqual gnomone. m. n. o. uerrà a esser equale al quadrato c. d. adonque attorno il quadrato. a. b. b. habemo descritto il gnomone. m. n. o. equale a l'altro quadrato. c. d. che è il proposito.



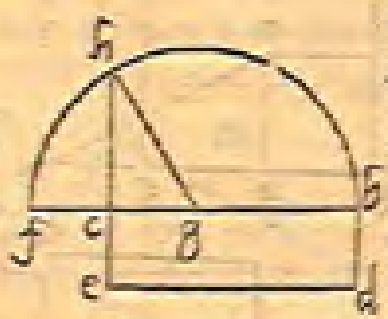
Problema.3. Propositione.15.

14 Puotemo descriuere un quadrato equale a uno dato triangolo.
14

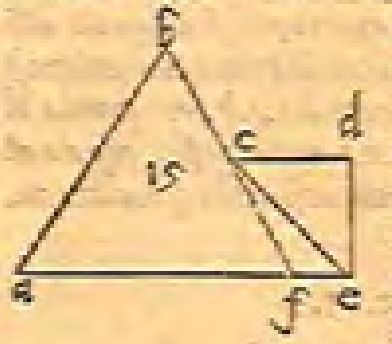
Sia il dato triangolo. a. al quale noi volemo describere uno quadrato equale, designarò una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti (per la quadragesima seconda del primo) equale al dato triangolo. a. laquel pongo sia la superficie. b. c. d. e. & se per caso li lati di quello fussemo equali, cioè, che lo lato. b. d. fusse equale al lato, d, e, noi haueressimo quello che cercamo, perche la detta su-





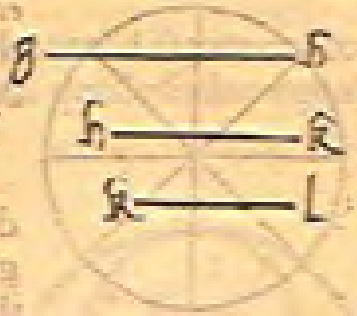


perficie per la diffinitione seria un quadrato, come se adimanda, ma se li lati seranno inequali all'hora aggiungerò il lato minore, al lato maggiore in diretto, & sia c.f. cioè che .e.f. sia equale al .c.f. suo minor lato, il quale è aggionto in diretto al .b.c. suo maggior lato secondo la rettitudine, hor tutta questa linea .b.f. dividerò in due parti equale in punto .g. & fatto .g. centro sopra la linea .b.f. secondo la quantità della linea .g.b. descriverò il mezzo cerchio .b.h.f. & lo lato .e.e. allongerò per fina a tanto che'l seghi la circonferentia in punto .h. hor dico che'l quadrato della linea .c.h. è equal al ditto triangolo dato. Et per dimostrar questo io tirarò la linea .g.h. ex perche la linea .f.b. divisa in due parti equali in punto .g. & in due parti inequali in punto .c. quello che serà fatto del ducto della .b.c. in la .c.f. con lo quadrato della .c.g. (per la quinta di questo) è equale al quadrato della .g.f. ex perche .g.h. è equale alla .g.f. (per la quartadecima diffinitione del primo,) perche ambedue se partono dal centro .g. e vanno alla circonferentia, adonque quello che serà fatto del ducto della .b.c. in la .c.f. con lo quadrato della .g.c. serà equale al quadrato della .g.b. & perche il quadrato della .g.b. si è equale (per la penultima del primo) alli dui quadrati delle due linee .g.c. & .c.b. adonque li detti dui quadrati de .g.c. & .c.b. seranno equali al detto quadrato de .g.c. insieme con quello ch'è fatto dal ducto della .b.c. in la .c.f. levando adonque communamente da l'una e l'altra parte il quadrato della .c.g. restarà il quadrato solo della .c.b. equal a quello che serà fatto dal ducto della .b.c. in la .c.f. & perche il ducto della .b.c. in la .c.f. è equale alla superficie .b.c.d.e. perche .c.e. è equale alla .e.f. adonque il quadrato della linea .c.b. serà equale alla superficie .b.c.d.e. è perche la superficie .b.c.d.e. è equale al triangolo .a. adonque il quadrato della linea .c.b. serà equale (per la prima concettione) al triangolo .a. che è il proposito. Et nota che per questo modo se trova il lato tetragonico de qual si voglia figura più longa da una banda che dall'altra, & semplicemente d'ogni figura contenuta da linee rette fia come si voglia. Perche ogni tal figura la resolverai in triangoli, & de cadauno di quegli triangoli, trovarai il lato tetragonico secondo la dottrina di questa propositione, & dapoi trovarai (per la penultima del primo) una linea equal passi in tutti quei lati tetragonici trovati efficacemente gratia, voglio al presente trovar il lato tetragonico della figura irregular .a.b.c.d.e.f. resolvo quella in tre triangoli quali sono .a.b.f. .c.d.e. & .c.f.e. Anchora secondo la dottrina di questa ritrovo li lati tetragonici di questi tre triangoli, quali siano .g.b. .b.k. et .k.l. Le rigo la .b.k. perpendicularmente sopra la .g.b. e tiro la .g.k.



onde

onde (per la penultima del primo) il quadrato della.g. k. serà equale alli quadrati delle due linee, g. h. & h. k. & lo terzo lato h. l. constituisco perpendicularmente sopra la linea. g. K. et tiro la linea. g. l. e la linea. g. l. (per la detta penultima del primo) serà il Lato tetragonico di tutta la figura rectilinea proposta, ch'è il nostro proposito.

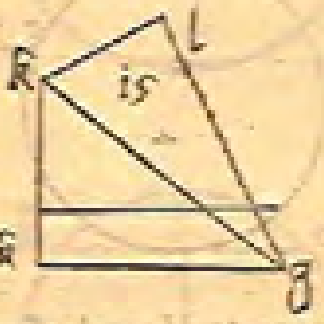


Il Tradottore.

El tesso di questa ultima propositione di questo secondo libro in la seconda traduttione dice in questa forma.

Potemo constituir un quadrato equale a un dato rectilineo.

La qual propositione e piu generale della soprascritta, perche lei propone tutto quello, che agionge il commentatore nella soprascritta, ma non la conclude, per il modo dato di sopra anzi la cõclude per la quadragesima quinta del primo (della qual manca la prima traduttione) cioè lui vol che sia constituido uno paralellogrammo rettangolo equal al dato rectilineo (per la detta quadragesima quinta del primo) dapoi procede come di sopra si fece del paralellogrammo. b. d. c. e.

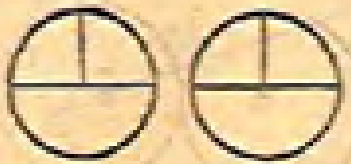


LIBRO TERZO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.



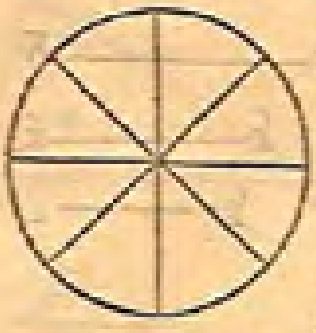
I cerchi se dicono esser equali, quando li diametri, ouer li mezzi diametri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti diametri, ouer mezzi diametri sono maggiori, & minori quelli di quali sono minori.



Il Tradottore.

Questa diffinitione, ouer suppositione e assai manifesta da se, cioè che li cerchi che hanno li lor diametri, ouer li lor mezzi diametri equali sono fra loro equa-

b, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & econuerso, e questo basta senza addur esempio, uero è che questa è piu presto suppositione, ouer petitione che diffinitione.

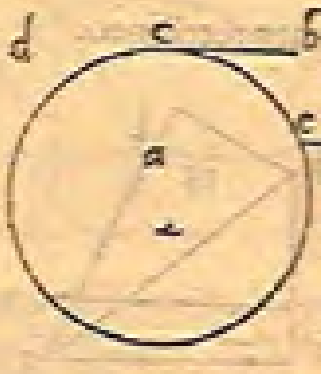


2/2

Diffinitione. 2.

Vna linea se dice toccare un cerchio, quando che la tocca il cerchio, talmente che alongandola da l'una e l'altra parte, quella non segha il cerchio.

Il Tradottore.

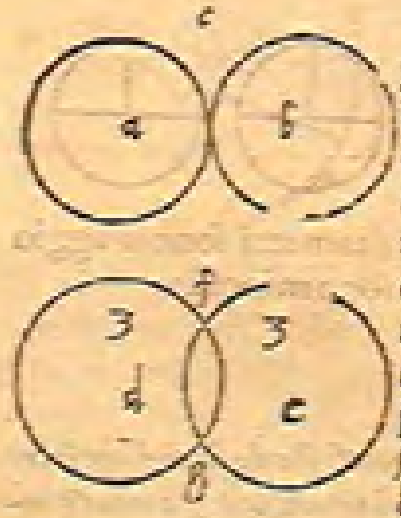


In la presente diffinitione siem notificato come una linea uien detta toccare un cerchio quando quella tocca el detto cerchio talmente che alongandola da l'una e l'altra parte la non segha il detto cerchio, per essempio, sia il detto cerchio, a, toccado dalla linea, b,c, in ponto.c. & dalla linea, e,f, in ponto, e, & perche chi menasse, ouer producesse la linea, b,c, dalla parte, c, uerso, d, ouer dalla parte, b, uerso, g, lei non segarà il detto cerchio, come el senso si puo considerare, però se dirà, che la detta linea, b,c, tocca il detto cerchio in lo detto ponto.c. laqual cosa non si puo dire della linea. e. f. perche chi ducesse quella dalla parte. e. uerso. a. senza dubbio lei segaria il detto cerchio come da te puoi considerar, però non si intenderà che essa linea, e.f. sia toccante il cerchio. a. anzi serà segante il detto cerchio. & la b.c. serà toccante il detto cerchio.

Diffinitione. 3.

3/3 Quelli cerchi si dicono toccarse insieme liquali toccandosi fra loro non si seghano.

Il Tradottore.



In questa diffinitione mé declarido come li cerchi sono detti toccarsi fra loro quando quelli si toccano l'uno con l'altro, e non si segano essempio, si uno li dui cerchi a. & b. liquali si toccano nel ponto.c. & li dui altri.d. & .e. liquali si toccano etiam loro, ma si seghano nelli dui ponti.f. & g. dicho li dui cerchi, a, et, b, per che si toccano, & non si seghano nel ponto.c. se diranno toccanti fra loro nel ponto.c. laqual cosa non si dirà de li dui cerchi.d. & .e. abenche ancora loro si toccano, perche nel toccar che fanno si seghano nelli dui pũti. f.g. anzi se diranno seganti fra loro & li dui, a, b, & b. toccanti & similmente li dui. b. & k. in ponto. m.

Diffi-

Diffinitione. 4.

4/4 Le linee rette in un cerchio sono dette equalmente distante dal centro, quando le perpendicolare dutte dal centro a quelle serãno equale.

Il traduttore.

El se declara in questa diffinitione che le linee rette tirate in qualche cerchi sono dette equalmente distare dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare del detto centro a ciascuna di quelle seranno equali, essempio, siano le due linee, b,c, & ,d,e, nel cerchio, a, & sopra ciascuna di loro (dal centro.a.) siano dutte le perpendicolare.a.f. & .a.g. se per caso le dette due perpendicolare, cioè, a,f, & ,a,g, seranno equale le dette due linee, b,c, & ,d,e, se diranno equalmente distare dal centro ideo &c.

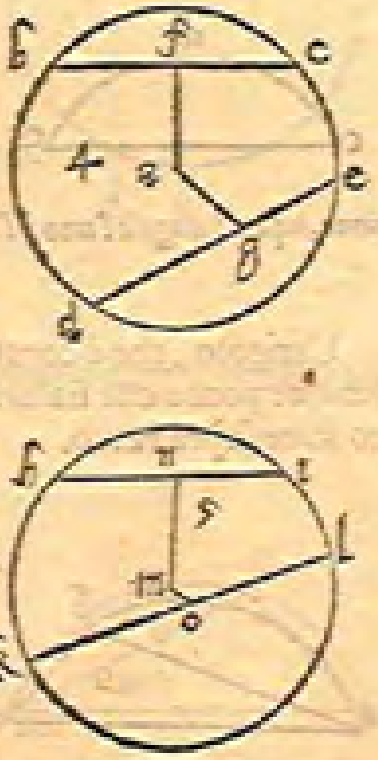


Diffinitione. 5.

5/4 Et piu distare dal centro è detta quella in la quale cade piu longa la detta perpendicolare.

Il Tradottore.

Questa diffinitione abenche la sia diffiunta dalla passata, tamen la se die intendere congionta con quella, perche dice che le linee pur descritte in qualche cerchio, quella è detta piu distãte dal centro del detto cerchio, in la qual cade la perpendicolare piu longa, essempio, siano le due linee.b.i. & .k.l. in lo cerchio.m. sopra delequale dal centro.m. siano tirate per la duodecima del primo, le due perpendicolare.m.n. & .m.o. & perche la perpendicolare.m.n. è piu longa della perpendicolar.m.o. se dirà che la linea.b.i. è piu distante dal centro.m. che non è la linea.k.l. & questo è quello, che se uol inferire.



Diffinitione. 6.

6/0 Quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è detta corda.

Il Tradottore.

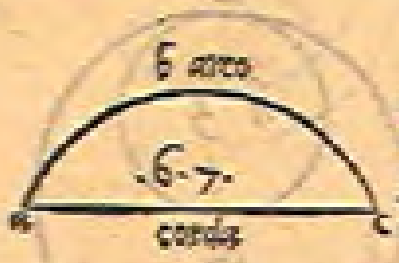
La presente diffinitione ne aduertisse come quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è nominata, corda, essempio, sia la parte del cerchio. a. b. c.

contenuta dalla linea curua.a.b.c. & dalla linea retta.a.c. dice che la linea.a.c.è detta corda.

Diffinitione. 7.

7/0 Et la parte della circonferentia se chiama arco.

Il Tradottore.



La presente diffinitione seguitando le parole della precedente dice che quella parte di circonferentia che contiene la detta parte di cerchio è chiamato arco, che serua la linea curua.a.b.c.della figura superiore laqua le sanisfaziamo per lo essempio di questa.

Diffinitione. 8.

8/6 Et l'angolo che è contenuto dalla corda e dal arco è detto angolo de la portione.

Il Tradottore.



La presente diffinitione dice che l'angolo che è contenuto dalla corda & dallo arco d'una portione è detto angolo della portione, essempio, sia la portione.c.d.e. dico che ciascuno delli duoi angoli contenuti dalla corda.c.e.& dal arco.c.d.e. sono detti angoli della portione, liquali angoli l'uno è l'angolo.c. & l'altro è l'angolo.e.& c.

Diffinitione. 9.

9/7 L'angolo, che è contenuto da due linee rette che uscischano da qualunque ponto che sia in l'arco, & vadino alli termini della corda, è detto stare sopra l'arco.

Il Tradottore.



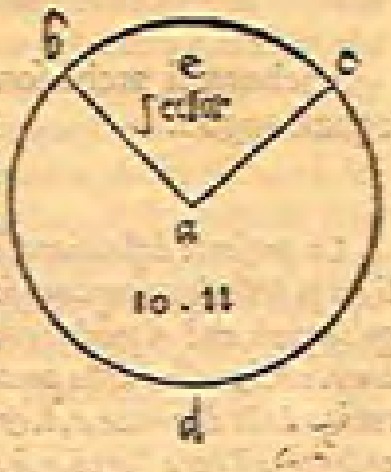
Questa diffinitione admonisce, che qual angolo è detto stare sopra de l'arco, il quale è contenuto da due linee rette ducte di qual si voglia ponto, che sia in l'arco alli duoi termini della corda, essempio, sia la portione.a.b.c.& sopra de l'arco sia tolto il ponto.b.dal quale tirando le due linee.a.b.& c.b. alli duoi termini del la corda.a.c.serà constituido l'angolo.a.b.c.il qual angolo.a.b.c.è detto stare sopra l'arco.a.b.c.ideo,&c.

Diffinitione 10.

9/10 Settor del cerchio è una figura, che è contenuta sotto 2 due linee rette, ducte dal centro, & sotto l'arco compreheso da quelle.

Il Tra-

Il Tradottore.



La presente diffinitione ne da intendere come il settor da cerchio è una figura laquale è contenuta sotto a due linee rette dutte dal centro. & sotto a l'arco cõ preso da quello, essempio, sia il cerchio.b.c.d. descritto sopra il centro.a.dal qual centro.a.dutte le due linee.a.b.& .a.c. dice che la figura che è contenuta dalle due linee rette.a.b,& .a.c. & dallo arco,b.se chiama settor di cerchio.

Diffinitione 10.

10 Et l'angolo contenuto da quelle due linee è
o detto stare sopra il centro.



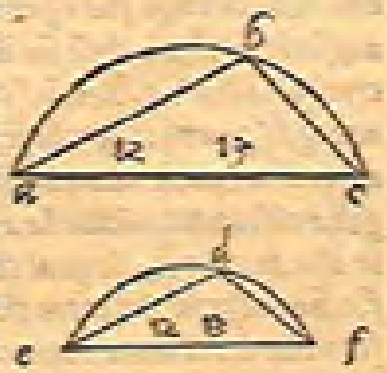
Il Tradottore.

La presente diffinitione (seguitando la precedente) dechiara l'angolo circondato, over cõtenuto da quelle due linee rette dutte dal centro del detto cerchio è detto stare sopra il cerchio del detto cerchio, il qual angolo seria quello che è contenuto dalle due linee.a,b.e.a.c. sopra il centro.a. della figura circolar della diffinitione precedente, laqual satisfa per lo essempio etiam di questa.

Diffinitione. 12.

12 Le portioni di cerchi sono dette simile, in lequal li angoli che stanno
10 sopra l'archo sono fra loro equali.

Il Tradottore.



La presente diffinitione ne aduertisse come le portioni, over parti di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli, che stanno sopra l'arco sono equali fra loro. essempio, siano le due portioni a.b.c. & e.d.f. havente ciascuna di loro uno angolo sopra del suo arco, liquali angoli l'uno sia l'angolo.b.(contenuto dalle due linee rette.a.b.& .c.b sopra l'arco.a.b.c.nel detto ponto.b.) l'altro sia lo angolo.d.(contenuto dalle due linee rette.e.d.& f.d.sopra l'arco.e.d.f.nel detto ponto.d.) dice adonque che se l'angolo.b.(che è sopra l'arco.a.b.c.) serà equal a l'angolo.d.(che è sopra l'arco.e.d.f.) la portion.a.b.c.serà simile alla portion.e.d.f. abenche l'una sia de maggior cerchio che l'altra.

Diffinitione. 13.

13 c Anchora li archi sono simili, liquali al predetto modo riceuono equali angoli.

Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando il parlar della precedente dice che anchora li archi delle dette portioni sono simili, quando che receuono al predetto modo li angoli equali, cioè al modo della precedēte, essempio, se l'angolo b. contenuto dalle due linee a.b. & c.b. (della precedente) sopra l'arco, a, b, c, serà equale all'āgolo d. contenuto dalle due rette, e, d. & f, d, sopra dell'arco, e, d, f, (per la figura della precedente) all'hora l'arco, a, b, c, serà simile a l'arco, e, d, f, abenche l'uno sia maggior di l'altro & questo è quello che se vuol inferire.

Problema. 1. Propositione. 1.

1 1 Puotemo ritrouare el centro d'un propollo cerchio.



Sia il propollo cerchio, a, b, c, dilquale volemo ritrouare il suo centro tiro nel detto cerchio la linea, a, c, la qual termini ouer si noglia nella circonferentia di esso cerchio, la qual linea a. a. c. (per la decima del primo) diuido in due parte equali nel ponto, d, dalquale pōto d. (per la undecima del primo) conduco una perpendicolare alla detta linea, e, c, & quella produco da ambe le parti fin che la se applica alla circonferentia quale sia la linea b. d, e. laquale linea a. b. e. pur diuido in due parti equali in pōto f. (per la detta decima del primo) ilqual ponto f. dico esser il centro del detto cerchio, per che se quello non è il centro del detto cerchio (per lo aduersario) quel serà adonque ouer in la linea, b, e, ouer che sarà di fora di quella hor dico che'l non puo esser nella detta linea, b, e, & se pur il fusse possibile per l'aduersario poniamo che'l sia il ponto, g, essendo adonque il ponto, g, il centro del detto cerchio la linea, g, b, seria (per la diffinition quartadecima del primo) equale alla linea, g, e (perche ciascuna se parte dal centro e va alla circonferentia) e perche la, f, e, è etiam equale alla f. b. (per commune scientia) la, f, b, serà maggior della parte, g, b, e cōsequentemente la, e, f, seria etiam maggior della, g, e, (per esser la, g, e, equale alla detta, g, b,) laqual cosa è impossibile (per la ultima cōcettione) che la parte, f, e, sia maggior del tutto cioè della, g, e. seguita adūque che'l detto centro nō puo esser nella detta linea, b, e, eccetto che nel ponto, f. Anchora dico che'l non puo essere de fuora della detta linea, b, e, e se pur fusse possibile (per lo detto aduersario) poniamo che'l sia il ponto, b, siano tirate le linee, b. a, b. d, b. c. el serà costituido li dui triāgoli, b. a. d, & b. d. c. et perche li dui lati, b. d. & d. a. del triangolo, b. a. d, sono equali alla

li alli dui lati.b.d.& .d.c.dal triangolo.b.d.c.& similmente la basa.b.a. dell'uno seria equal alla basa.b.c.dell'altro(pche ambe si parteno del centro.b.et uano alla circonferentia)seguiteria adonque(per la ottaua del primo)chel'angolo.b.d.c.de l'uno seria equale all'angolo,b,d,a,dell'altro, & perche quesli dui angoli.b.d.a. et.b.d.c.sono causati della linea,b.d.cadére sopra la linea,a,c,dilche essendo li det li dui angoli, equali,ciascun di loro seria retto(per la ottaua diffinitione del primo)e perche l'angolo,a,d,b.fu constituido retto adonque l'angolo,a,d,b,seria equale all'angolo,a,d,b,(per la tertia,petitione per esser ambidui retti laqual cosa è impossibile,per la ultima concettione)che la parte se equali al tutto, seguita adonque che'l centro del dato cerchio,non possendo esser in alcun luoco de fuora del pũto.f. che quel sia nel proprio ponto,f,che è il proposito.

Corellario.

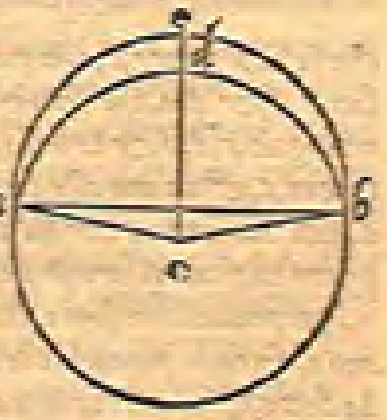
1/1 Onde egli è manifesto che due linee rette in un medesimo cerchio che terminano in la circõferentia,niuna di quelle seghará l'altro orthogonalmente in due parti equale,se quella non transisse sopra il centro.

Il Tradottore.

In questo correlario se conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra egli è manifesto che se due linee rette seranno in un cerchio terminante nella circõferentia di quello mai l'una seghará l'altra orthogonalmente in due parti equale se quella non passa per il centro di esso cerchio,si come di sopra si è visto nella linea.b.e.laquale sega la linea,a,c,orthogonalmente in due parti equale in ponto,d,& quella passar per lo ponto.f.centro del detto cerchio a.b.c.e questo è quello che nel correlario se uol inferire.

Theorema.1. Propositione.2.

2/2 Se si menará una linea retta, da uno a l'altro de duoi ponti signati in su la circõferẽtia d'un cerchio è necessario che quella seghi il cerchio.

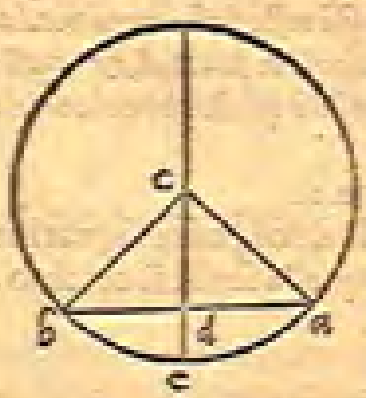


Sia il cerchio.a.b.il centro di qual sia il ponto,c,sopra della circonferentia di quello siano li dui ponti.a. & .b. Dico che ducendo una linea retta dal ponto.a. al ponto.b.le necessario che quella seghi il detto cerchio,a.b.& se possibil fusse per l'aduersario ch'ella non lo seghi,ma che quella transisca di fuora del detto cerchio, poniamo sia la linea,a,e,b, & che sia retta per satisfar lo detto aduersario dal cẽtro,c,produrò le due linee.c.a.et.c.b.et serà constituido el triangolo delle tre linee.c.a.c.b.& della linea.a.e.b. dilquale li dui lati.c.a.et.c.b.sono equali perche ãbedue uenero dal centro alla circonferentia, adonque(per la quinta del primo)l'angolo,e,a,b,serà equal all'angolo,e,b,a,tirarò anchora la linea,e,e, sopra

pra la detta linea.a.e.b.laqual sega la circonferentia nel ponto.d.& diuide il detto triangolo.a.b.c.in li dui triangoli.c.e.b.& .c.e.a.et perche l'angolo.c.e.a.estrinsico(per la sesta decima del primo)e maggior dell'angolo.c.b.e.intrinsico a se opposito, & perche l'angolo.c.a.b.è equale al detto angolo.c.b.e.,seguita adonque(per communa scientia)che'l detto angolo.c.e.a.sia etiam maggiore del detto angolo.e.a.c.(& per la decima noma del primo)il lato.a.c.serà maggiore del lato,c.e.et perche.c.d.è equal(per la decima quarta diffinition del primo)al detto lato.c.a.,seguita adonque(per communa scientia)che la detta linea.c.d.sia maggiore della detta linea.c.e.laqual cosa è impossibile,cioè che la parte sia maggiore de tutto(per la nona concettione)perche adonque la detta linea congiongente li detti dui ponti.a.& b.non puo transire de fuora del detto cerchio,de necessità transirà di dentro,& transendo di dentro seghará quello,che è il proposito.

Theorema.2. Propositione.3.

Se serà una linea retta collocata dentro a un cerchio, laqual non passi per il centro, & che un'altra che venga dal centro seghi quella in due parti equali,egli è necessario che la stia sopra a quello orthogonalmente, & se lei starà sopra a quella orthogonalmente è necessario che la diuida quella in due parti equali.



Sia la linea.a.b.collocata dentro dal cerchio.a.b.d.centro dalqual sia il ponto.c.& la linea.c.d.che uien dal centro.c,quella diuida la linea.b.a.in due parti equali nel ponto.d.dico che la detta linea.c.d.diuide la detta linea.b.a.orthogonalmẽte,cioè,che la,c,d,è perpendicolare sopra la.b.a.et è converso,cioè che se la linea.c.d.diuide la detta linea.b.a.orthogonalmente dico che lei diuide la detta linea.b.a.in due parti equale. Et per dimostrar questo produrò dal ponto.c.le due linee.c.b.& .c.a.constituendo il triangolo,c,b,a,diuiso in dua triangoli dalla linea,c,d,hor poneremo prima che la detta linea,c,d,diuida in due parti equali la detta linea.a.b.adonque li dui lati,c,d,& ,d,a,del triangolo,c,d,a,seranno equali alli dui lati,c,d, & ,d,b, del triangolo,c,d,b,& la basa,c,a,alla basa,c.b,serà equale(perche ambe vengon dal centro,c,& vanno alla circonferentia)adoque(per la ottana del primo)l'angolo,d, dell'uno serà equale all'angolo,d,dell'altro,dilche(per la ottana diffinitione del primo)cadauno di loro serà retto(& per la nona diffinition del detto)la linea,c,d,serà perpendicolare sopra della detta linea.b.a.che è il primo proposito, hor segnamo al secondo ponendo che la,c,d,sia perpendicolare sopra la,b,a,dimostrarò che la detta,c,d,diuide la detta,b,a,in due parti equali,in questo modo perche la,c,d, è perpẽdicolare sopra la,b,a,seranno li dui angoli quali sono al ponto.d, ambedui retti,dilche l'una serà equale all'altra, & perche lo angolo,c,a,d,è etiam equale,

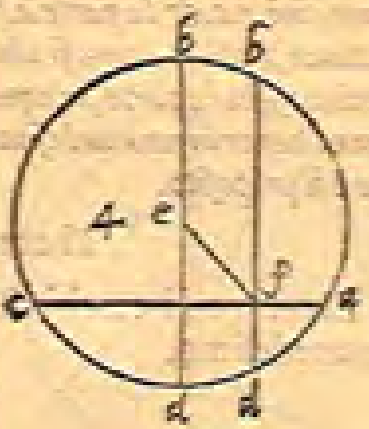
(per

(per la quinta del primo) all angolo,c,b,d.per esser tutto il triangolo,c,b,a,de duoi lati equali,adonque li duoi angoli, c, d,b, & ,c,b,d,del triangolo,c,d,b,sono equali alli duoi angoli, c,d,a,& ,c,a,d,del triangolo,c,a,d,& il lato,c,a, dell uno è equale al lato,c,b, dell altro, dilche (per la vigesima sesta del primo) il lato,b, d, serà equale al lato,a,d, adonque la linea,b, a, verrà a essere divisa in due parti equale nel punto,d,che è il secondo proposito.

Theorema.3. Propositione.4.

4/4 Se due linee rette se segaranno fra loro dentro d'un cerchio, & che ambedue non transiscono sopra il centro, le necessario che quelle non si seghino fra loro in parti equale.

Sia il cerchio.a.b.c.d.il centro delqual sia il punto.e.nel quale siano le due linee. a.c.& .b.d.lequal si seghino fra loro nel punto.f.& l'una e l'altra,pur una da quelle non passi per lo centro.e. Dico che in tra loro non si dividino in parti equali, cioè che l'una e l'altra sia divisa dall'altra in due parti equali, & quando questo fusse possibile per l'adversario,poniamo prima che ne l'una ne l'altra passi per lo centro e.& che si dividano ambedue in parti equale(per l'adversario)in punto.f.tirarò la linea.e.f.& perche.e.f.vien dal centro.e. & divide le due linee dette in duoi parti equale nel detto punto.f. dilche(per la prima parte della precedente)seria perpendicola sopra di ciascuna di quelle & li duoi angoli.a.f. e.& .e.f.c,fatti sopra la.a.c.seria ciascun di loro retto & similmente l'uno e l'altro delli altri duoi angoli.e.f. d.& .e.f.b.(fatti sopra la linea.b.d.)seria etiam retto & perche li angoli retti son equali (per la tertia petition)adonque l'angolo.e.f.c.seria equale all'angolo.e. f.d.laqualcosa è impossibile che l'angolo.e.f.c. minore sia equale all'angolo.e.f.d.maggiore;adonque le dette

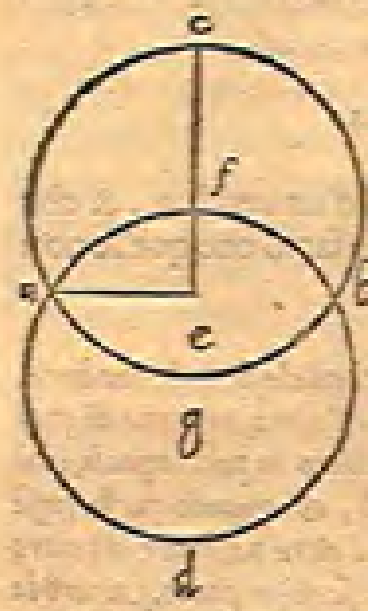


due linee.a.c.& .b.d.non se ponno dividere fra loro in parti equale, similmente se una transirà per lo centro.e.& l'altra non, le par necessario che le non se possano dividere fra loro in parti equale.& se possibile fussi(per l'adversario)poniamo che la.b.d.passi per lo centro.e.& la.a.c.nō,et che par ambe se dividano in parti equali,adonque se la.b.d.(che viene dal centro.e.)divide la linea.a.c.in due parti equale,e necessario(per lo correlario della prima di questo)che la.b.d. sia perpendicolare sopra la.a.c.& se la.b.d.segha la.a.c.perpendicularmente similmente la,a,e,segharà etiā la,b,d,perpendicularmente,& se la,a,c,segha la b,d,perpendicularmente, & in due parti equale(per l'adversario) è necessario per lo detto correllario della prima di questo,che la,a,e,passi per lo centro,e,che seria contra il presupposito,seguita adonque che se in un circolo seranno due linee che si seghan ambedue nō serānno seghate in parti equal se ambedue non passano sopra il centro,che è il proposito.

Theo-

Theorema.4. Propositione.5.

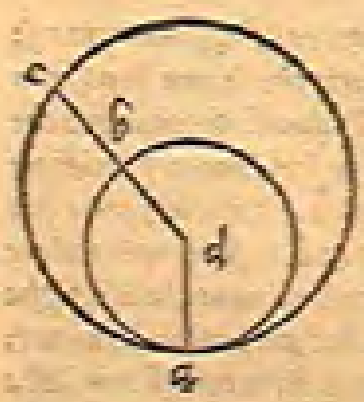
5/5 Li centri di cerchi, che fra loro si segano, è necessario esser diuersi.



Siano li duoi cerchi.a.c.b. & .a.d.b. liquali si seghino fra loro nelli duoi punti.a. & .b. Dico che li centri di questi tal cerchi sono diuersi, cioè che sono in diuersi loci, ouer che non ponno esser descritti questi duoi cerchi sopra uno medesimo centro ma in diuersi cētri: ma se possibil fusse (per l'aduersario) che ambiduoi hauessino uno medesimo centro, poniamo che quello sia il pūto e. cioè che punto e. sia commun centro di ambiduoi li detti cerchi, produrò le due linee.e.a. & .e.f.c. & perche le due linee.e.a. & .e.f. si partono dal centro.e. & uanno alla circonferentia del cerchio.a.f.b.d. seranno equali (per la decimaquarta diffinitione del primo) & similmente la linea.e.c. seria etiam lei equale alla linea.e.a. perche anchora loro uanno dal detto centro.e. alla circōferentia del cerchio.a.c.b.g. & perche le due linee, cioè.e.c. & la parte.e.f. ambe sono equale alla linea.e.a. (per la prima concettione) seriano etiam fra loro equale: laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia equale al tutto. Seguita adonque che li detti duoi cerchi nō ponno hauer in uno medesimo centro che gli sia commun ad ambiduoi: ma diuersi che è il proposito.

Theorema.5. Propositione.6.

6/6 El centro di cerchi che fra loro si toccano, l'è necessario che non sia un medesimo.



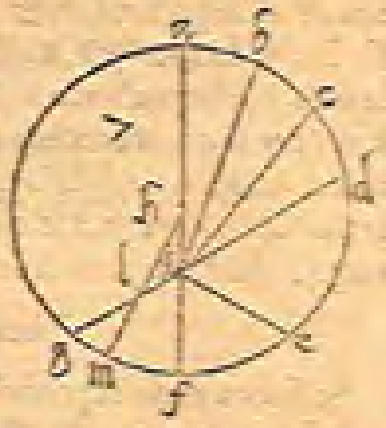
Siano li duoi cerchi.a.b. & .a.c. che si tocchino fra loro nel punto.a. Dico che li centri de questi duoi cerchi sono diuersi, cioè che non ponno hauer uno centro che gli sia commun ad ambiduoi, & se pur il fusse possibile (per l'aduersario) che ambiduoi li detti cerchi habbiano uno sol centro che gli sia commune a tutti duoi quello sarà nel cerchio minore, qual poniamo sia il punto.d. hor dal centro.d. produrrò le due linee.d.a. & .d.b.c. & perche le due linee.e.d. & .d.a. uanno dal centro al la circōferentia del cerchio.a.c. seran pur equale (per la decima quarta diffinitione del primo) similmente la linea.d.b. seria pur equale alle linea.d.a. (per la detta decima quarta diffinitione del primo) perche ambedue uenero dal centro alla circonferentia del cerchio.a.b.

per

per esser adunque le due linee (cioè .d.c. & la parte .d.b.) ciascuna equale alla linea .d.a. seriano etiam fra loro equale (per la prima concettione) laqual cosa è impossibile che la parte .d.b. sia equale al tutto cioè alla .d.c. (per la ultima concettione) adunque li detti duoi cerchi non possono haver un medesimo centro, seguita adunque che siano diversi, che è il proposito, & se li detti cerchi fossero congiunti dalla parte di fuora il proposito seria da se manifesto, perche ciascun haveria il suo centro in mezzo per la diffinitione del centro dilche non haverano un medesimo centro anzi ciascun di loro haverà il suo dentro di se.

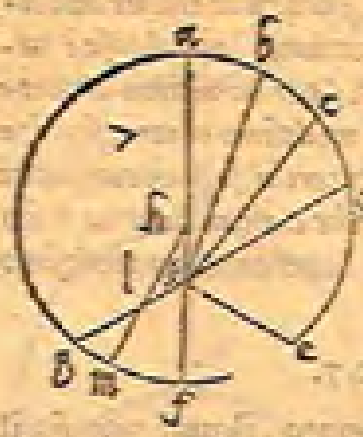
Theorema 6. Propositione 7.

7/7 Se in el diametro d'un cerchio sia signato un ponto, ilqual non sia il centro, & da quello siano dutte piu linee rette alla circonferentia, quella che transirà sopra il centro serà piu longhissima de tutte le altre, & quella che compirà il diametro serà piu brevissima di tutte le altre, e quella che serà piu propinqua al cētro sarà piu longa delle altre che mā co se egli accostano, & quanto piu seranno remote dal centro, tanto piu convengono esser piu corte, anchora le due linee colaterale equalmente distante alla brevissima cioè equalmente distanti con l'istremità alla istremità della brevissima, over longhissima è necessario essere equale.



Sia el cerchio .a.e.d. il diametro dilquale sia la linea .a.f., & il centro di quello sia il ponto .b., & sopra .a.f. sia signato il ponto .k. fuora del cētro .b. dal quale siā dutte piu linee laqual siano .k.a., k.b., k.c., k.d., k.e., k.f., k.g. alla circōferentia, et la .k.a. transisca sopra il centro .b., & la .k.f. sia il compimento del diametro, et sia .k.e. & .k.g. equidistante a .k.f. cioè che li duoi ponti .e. & .g. siano equalmente distanti dal ponto .f. over che l'angolo .e.k.f. sia equale al angolo .f.k.g. Dico che la .k.a. è piu longhissima di ciascuna delle altre (per esser quella che passa sopra il centro .b.) & la .k.f. è la piu brevissima di cadauna delle altre per esser quella che compisse il diametro .a.f. le altre linee tanto son piu longhe quanto son piu propinque al centro .b. verbi gratia la .k.b. è piu longa de .k.c. et .k.c. è piu longa de .k.d., & .k.d. è piu longa de .k.e. & .k.e. & .k.g. sono equale. Et per dimostrar queste cose io tiro dal cētro .b. le linee .b.b. .b.e. .b.d. .b.e. e poi che li duoi lati .b.b. et .b.k. del trāgolo .b.b.K. sono maggiori (per la .20. del primo) del lato .b.K. e perche .b.b. è equal al .a.b. (poi che ambe vengono dal cētro .b. alla circonferētia) giuntoli cōmunamēte el lato .b.K. tutta la linea .a.k. serà equal alli detti duoi lati .b.b. et .b.k. e poi che li detti duoi lati .b.b. et .b.k. son maggiori (come è detto) del lato .b.k. seguita adōque che tutta la linea .a.k. (p cōmuna scientia) sia maggiore della linea .b.k., & per la medesima ragione serà maggiore ciascu-

de



de cadauna delle altre, che è il primo propoſito. Anchora perche li dui lati.b.K.& .k.e.dal triagolo.b. k.e.) ſono maggiori(per la decta xigeſima del primo)del lato.b.e.& perche il decto lato.b.e.è equale alla linea.b. f.(per la quartadecima del primo) adonque li dui lati.k.b.& .k.e. (per commune ſententia) ſeranno maggiori della decta linea.b.f.,cauando cōmunamente il lato,b,K, (per la quarta cōcettione) il lato ſolo.K.e.ſerà etiam maggiore dell'altro rimanente,cioè de,k,f,et con la medeſima ragione ſe dimoſtra ciaſcuna delle altre linee eſſer maggiore della medeſima linea.K, f, & queſto è il ſecondo propoſito. Anchora perche li dui lati,b,k,& b,k,del triangolo.b,k.k,ſono equali alli dui lati,e,k,& ,k.K,del triangolo,e,k,k,et l'angolo.b. k.K.è maggiore dell'angolo,e,k,K, (per la xigeſimaquarta del primo) la baſa,b,k, ſerà maggiore della baſa,e K,& per la medeſima ragione,K,e, ſarà maggior de,k, d,& ,k,d,ſerà maggiore de,k,e,& queſto è il tertio propoſito. Anchora ſe le due linee,k,e,& ,k,g,non ſono equale (per lo aduerſario) l'una ſerà maggiore dell'altra.hor poniamo che la,k,g, ſia maggiore della,k,e, & della decta,k,g,ne ſeghareno la parte,K,l,(per la tertia del primo) equale alla.k.e,& produco la,b,l.fina che ella ſegha la circunferentia in ponto,m, & perche l'angolo,g,k,f,è equale all'angolo,f,K,e,(dal preſuppoſito) & (per la tertiadecima del primo) l'angolo.l.K.h. è equale all'angolo,e,k,h,& li dui lati,l,k,& .k,b,del triangolo,l,K,b,ſono equali alli dui lati,e.K,& .K,h,del triangolo,e,k,h,adōque (per la quarta del primo) la baſa,b,l,è equale alla baſa,b,e,& perche la,b, m,è etiam lei equale alla decta, b,e, (per la quartadecima diffinitione del primo,) ſegnata adonque (per la prima cōcettione)che la,b,l,ſia equale alla,b,m, laquel coſa è impoſſibile,ſono adonque le due linee,K,g,& ,k,e equale,che è il quarto propoſito,& queſta tal figura dal volgo è chiamata piedi di ocha.

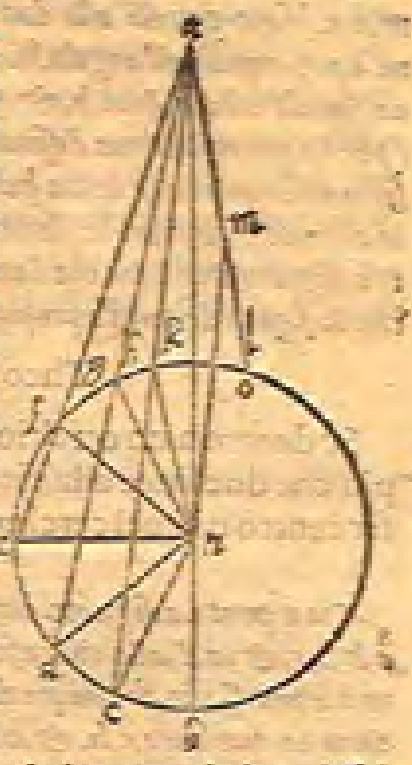
Theorema.7. Propoſitione.8.

8/8 Se fuora d'un cerchio ſia ſignato un ponto,& da quello alla circonferentia ſiano dutte piu linee ſegando il cerchio, quella che tranſirà ſopra il centro ſarà piu longha de ciaſcaduna delle altre, & le piu propinque al centro ſeranno piu longhe delle altre piu remote. Et quelle linee partiale applicate alla circonferentia di fuora uia quella che giace in diretto con lo diametro ſia minore di ciaſcaduna delle altre,& le piu propinque a quella ſeranno piu corte delle piu lontane. Et le due linee che dall'una banda,e l'altra equalmente ſe appropinquano alla breuiſſima ſono equale.

Sia il ponto.a.ſignato di fuora del cerchio,b,c,d,e,f,il centro dilquale ſia il ponto,n,& dal ponto,a,ſiano dutte piu linee alla circunferentia ſeghando il decto cer-

cho,

chio, le quali siano a,K, a,b, a,h, a,c, a,g, a,d, & a,f, e dico che la a,b, che transisse sopra il centro, n, sarà longhissima de tutte le altre a una per una: anchor dico che la a,c, è maggiore della a,d, per esser piu propinqua al centro, n, et similmente la a,d, sarà maggiore della a,e, oltra di questo dico che delle linee partiale di fuora del cerchio la linea a,k, sarà piu breue de tutte le altre a una per una per esser quella che giace in diretto con lo diametro k.b. & dico che la a,h, è minore della a,g, (per esser piu propinqua alla detta nemina a.k) similmẽte a,g, sarà minore della a.f. Dico anchora che se'l sarà data la a,l, similmẽte che questa, et la a,b, equalmẽte distano dalla a,k, cioè che l'ãgolo x.a.b sia equale all'angolo l.a.k, seranno equale, & per dimostrar questo io produrò dal cẽtro, n, le linee n.x. n.o. n.m. con f. n. g. n. b. Et perche li dui lati a.n. & n.c. del triangolo a,n,c, (per la vigesima del primo) sono maggiori del lato a,c, ma perche li detti dui lati a,n, & n,c, sono equali alle linee a,b, per esser la a.n.c. equale alla n.b. (per la quartadecima diffinitione del primo) seguita adonque che la linea a,b, sia etiam maggior del detto lato a.e, & per la medesima ragione sarà maggior de tutte le altre a una per una, che è il primo proposito. Anchora perche li dui lati a,n, & n,e, del triangolo a, n, e, sono equali alli dui lati a,n, & n.d. del trigolo a.n.d.) per la decimaquarta diffinitione del primo) & l'angolo a.n.c. è maggiore dell'angolo a.n.d. dishe la basa a.c. sirà maggiore (per la vigesimaquarta del primo) della basa a.d. & per la medesima ragione la a.d. sarà maggior della a.e che è il secõdo proposito. E anchora perche li dui lati a.b. et n.b. (del triangolo n.b.) sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato a. n. & per essere la parte n.K. equale al lato n.b. lo lato solo a.b. (per communa scientia) sarà maggior dell'altro residuo a.K. et per la medesima ragione ciascuna delle altre linee partiale di fuora sarà maggiore della linea a.K. che è il terzo proposito. Anchora perche le due linee a.b. & b.n. sono minore (per la vigesima prima del primo) delle due linee a.g. & g.n. & la b.n. si è equale (per la quartadecima diffinitione del primo) alla g.n. sarà adonque (per communa scientia) la a.g. maggiore della a.b. & per la medesima ragione la a.f. sarà maggiore della a.g. che è il quarto proposito. Anchora se la a.l. non è equale al a.b, (concioscia che lor siano equalmẽte distãte dal a.K.) l'una sarà maggior dell'altra (p l'aduersario) hor ponimo che la a.l. sia maggior della a.b. io porerò adonque la a.m. equale alla a.b. & produrò la n.o.m. perche adonque li dui lati n.a. & a.n. (del triangolo n.a.n.)



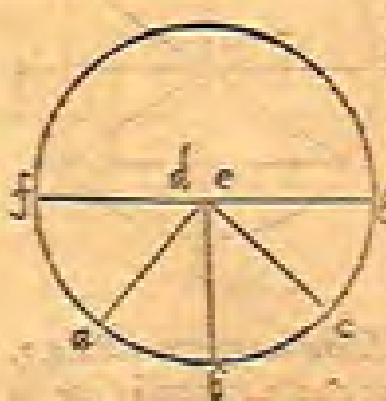


m.a n.)sono equali alli dui lati.b.a.& a.n.(del triangolo.b.a.n.)& l'angolo. m.a.n.è equal all'angolo.b.a.n,dilche(per la quarta del primo)la base.m.n.serà equale alla base.n.b,& perche la.n.o.è anchor lei equal alla detta base.m.b. (per la quartadecima diffinitiõ del primo)adõq; la.n.o.(per la prima cõcessione). serra etiã equal alla detta base.n.m.la qual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, adonque le dette due linee.a.l.& .a.b.niuna può essere maggior di l'altra,seguiterà adõque che l'una sia equale all'altra che è il quinto proposito,e sappi che la figura de questa proposition è detta dal uulgo coda di pauone.

Theorema.8. Propositione.9.

9/9 Se dentro a un cerchio sia signato un ponto, & da quello siano dutte piu che due linee alla circonferentia equale,quel ponto è necessario esser centro di quel cerchio.

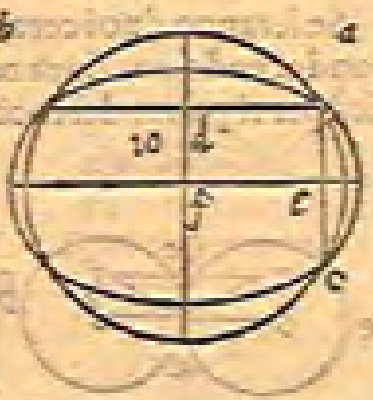
Sia il ponto.e.signato dentro del cerchio.b.c.d.dal qual siano dutte le tre linee. e,b,e,c,& e,d,alla circonferentia,lequale pongo,che siano equale.Dico che'l ponto.e.è necessario che lui sia il centro del dato cerchio,& per dimostrar questo io produrò le due linee.c.b. & .b.d. dividerò l'una e l'altra in due parti equale(per la decima del primo)cioè.d.b.in ponto.f.& .c.b.in ponto.g & produrò.g.a.& .f.a.lequale applicò dall'una e l'altra parte alla circonferentia,et perche li dui lati,a.g, & .g.e.del triangolo.a.g.e.sono equale alli dui lati.a.g & .g.b. del triangolo.a.g. b.& la base.a.g.è equale alla base.a.b.(dal presupposito)dilche(per la ottava del primo)l'angolo.e.dell'uno serà equale all'angolo.e.dall'altro(& per la 13 diffinition del primo)li detti dui angoli quali terminano nel ponto.g.ciascun di loro serà retto similmente ancor l'un e l'altro delli dui angoli che son al ponto.f.è retto,adõque perche.l.b.divide la.c.b.ortogonalmente & in due parti equale nel ponto.g. quella(per lo correlario della prima di questo)transirà per lo centro del dato cerchio.b.c.d.similmente anchora la.k.g.per lo medesimo correlario, transirà per lo medesimo centro del dato cerchio,adonque sul centro del cerchio.b.c.d.è nella linea l.b.& nella linea.k.g.le necessario che quel sia il ponto della intersegatione delle dette due linee(cioè il ponto.a.per esser un ponto commune in l'una e l'altra linea)che è il proposito. Anchora per un'altro modo se potria far questa demostratione.hor sia il cerchio,a,b, c,nel quale sia tolto in ponto,d,& dal detto ponto,d, pono che ne cada le tre linee,d,a,d,b,et,d,c,equali.Dico che'l detto ponto,d,si è il centro del dato cerchio a, b,c,& se possibile fusse(per l'auersario)che'l detto põto,d,non sia il detto centro, è necessario adonque che lui sia in qualche altro loco.hor poniamo che sia il ponto.e.io tirarò dal ponto.d.al ponto.e.la linea,d,e, & quella slongarò in diretto da anche le parti fina alla circonferentia,toccando quella nelli dui ponti,f,& .g,adonque,



que,f,g,sarà il diametro del cerchio,a,b,c,& perche nel diametro,f,g,è tolto il punto,d,il quale non è il centro del detto cerchio(per satisfattione del aduersario,) & dal detto punto,d,sono tirate le linee,d,a,d,b,d.c,d,g,delle quale,d,g,(per la settima di questo)sarà la più longha de tutte le altre,e la linea,d,c,sarà maggior della d,b,& la,d,b,sarà maggior della.d.a.laqual cosa seria contra il presupposito, per che fu presupposto che le.d.a.d.b.d.c.fussono equale, dilche seria impossibile che essendo equale l'una possa esser maggiore dell'altra,seguita adonque che'l detto centro (non possendo esser in altro loco fuora del punto.d.)sia il proprio punto,d, che è il proposito.

Theorema.9. Propositione.10.

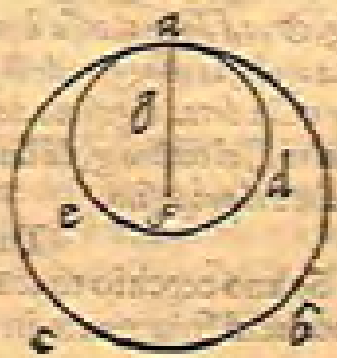
10 10 Se uno cerchio segha un'altro cerchio,egli è necessario che quello lo seghi solamente in duoi luoghi.



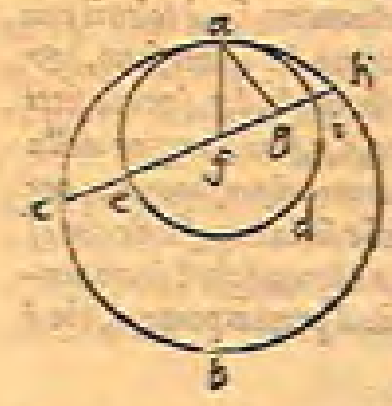
Siano(se gli è possibile)per l'aduersario li duoi cerchi che si seghino in più che in duoi luoghi, pongamo sopra li tre ponti,a,b,c,io produrò le due linee.a.b.& a.c.lequale dividerò in due parti equali in li ponti,d,& e, & dal ponto,e,produrò la linea,e,f, perpendicolare sopra la linea,a,c,& dal ponto,d.la linea,d,f,perpendicolare sopra la linea,a,b,et seghisi le due linee,e,f, & d,f,in ponto,f,& (per la correllario della prima di questo)il ponto ,f,sarà il centro dell'una e l'altro cerchio, laqual cosa è impossibile(per la quinta di questo.)

Theorema.10. Propositione.11.

11 11 Se uno cerchio toccarà di dentro da se un'altro cerchio,& che da l'un centro all'altro sia conducta una linea retta , alongando quella drettamente verso la parte dove si toccano,le necessario che quella passi per il ponto del toccamento.



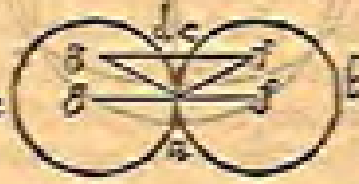
Sian li duoi cerchi,a.b.c.& .a.d.e.liquali si tocchino fra loro di dentro sia nel ponto.a. & sia.f.al centro del cerchio.a.b.c.& g.sia il centro del cerchio.a.d.e.et sia dutto dal centro f.al centro.g.la linea.f.g. Dico che alongando la detta linea.f.g.verso.a.le necessario che quella transisca per lo ponto.a.& se possibile fussi(per l'aduersario)che quella non transisca per lo detto ponto.a.pongamo che quella possa transire come fa la linea.f.g.b. (della seconda figura)produrò le due linee.a.g.& a.f.& perche il ponto.f.e il centro del cerchio.a.b.c.le due linee f.a. & f.b.(per la diffinitione del cerchio)seranno equale,& perche li duoi lati,f,g,& g.a.del



g.a.del triāgolo.a.f.g.(per la vigesima del primo)lor pur luoghi del lato f.a.serāno etiam pur longhi(per comune scientia)della linea.f.b.hor leuando communamente lo lato.f.g.lo lato solo.g.a.per comune scientia serà etiam pur longho del residuo.g.b,et perche la g.è equale(per la diffinitione del cerchio)alla.g.a. dilche la.g.a.è maggior della.g.b,seguirà(per communa scientia)che la.g.i.sia maggior etiam lei della g.b,laqual cosa è impossibile che la parte sia maggiore del tutto.Adōque se la linea.f.g.siongandola verso a,non puo transire per punto alcuno che sia de fuora del detto punto.a.de necessità adonque transirà per quello,che è il proposito.

Theorema.11. Propositione.12.

11 / 12 Se seranno duoi cerchii che si tocchino fra lor della parte di fuora conducendo una linea retta da l'un centro all'altro quella tal linea trāsirà per il ponto del toccamento.



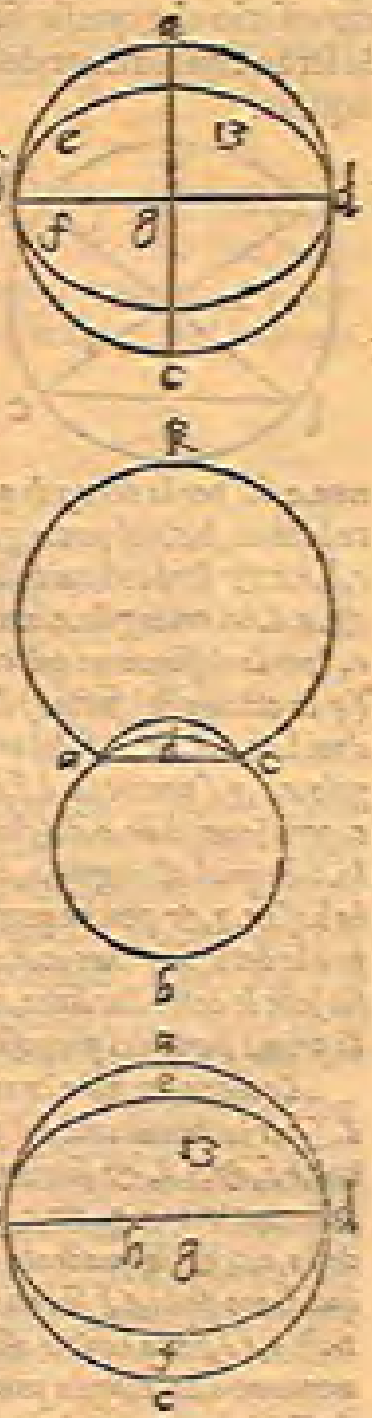
Siano li duoi cerchī,a,b,c,& ,a, d,e, contingenti fra loro de fuora nel ponto.a,& il centro del cerchio,a,b,c,sia il ponto,f,& il centro del cerchio,a,d,e, sia il ponto.g.Dico che conducendo dal centro,f,al centro,g,la linea,f,g,quella de necessità transirà per lo ponto,a,& se possibile fusse(per l'aduersario)che quella transisca come fa la linea,f,c,d,g,dal ponto,a,siano tirate le due linee,a,f,& a,g,constituendo il triangolo.a.f.g.adonque perche il ponto,f,è il centro del cerchio,a,b,c,la linea,f,a,serà equale alla linea,f,c,(per la diffinitione del cerchio) similmente perche il ponto,g,si è il centro del cerchio,a,d,e, la linea,a,g,serà equale alla linea,g,d,dilche le due linee,f,c,& ,g,d,seriano equale alli duoi lati.f. a,& ,g,a, del triangolo,a,f,g,& perche tutto il lato,f,c,d,g,è maggior delle dette due linee,f,c,& ,g,d,serà etiam(per communa scientia)maggiore delli duoi lati a,g,& ,a,f,laqual cosa è impossibile(per la vigesima del primo)che un lato d'un triangolo sia maggior delli altri duoi lati, anzo sempre bisogna che sia minor, come nella detta vigesima del primo se dimostra. Seguita adonque che tirando dal centro,f,al centro,g, la linea,f,g,non puo transire per altro loco che per lo ponto, a,che è il proposito.

Theorema.12. Propositione.13.

12 / 13 Senno cerchio toccarà un altro cerchio,di dentro,ouer di fuora, lo toccherà solamente in un luogo.

Ma se per fusse possibile che un cerchio tocchi un'altro cerchio di dentro,ouer di fuora in duoi luoghi,poniamo primamente che'l cerchio,a,b,c,d,sia toccado dal cerchio,

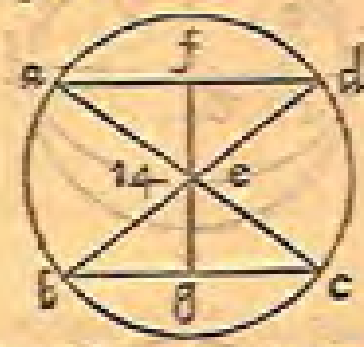
dio,e,b,f,d,nelli duo ponti,b,et d,tirando adõque dal ponto,d,al ponto,b, la linea b,d, qual linea,b,d, per la seconda di questo caderà di dẽtro di ambidui li detti cerchi, & dividendola in due parti equali nel ponto g,& dal ponto.g.tirando la linea,a,g,c,ortogonalmẽte sopra la detta linea,b,d,quella (per lo corrolario della prima di questo) transirà per ambidui li centri delli detti duoi cerchi, adonque la linea,a,g,c, trãsirà per li dui centri delli detti duoi cerchi contingẽti, & non passara per alcun delli duoi ponti,b, & d, laqual cosa è impossibile (per la precedente propositione) seguita adonque che uno cerchio non puo esser toccado d'alcun altro cerchio di dentro ma in pur de suo luogo solo, che è il primo proposito, hor veniamo alla demostratione del secondo, & poniamo che'l cerchio. a,b,c,d, (se possibile è per l'aduersario) sia toccado dal cerchio a,k,c, de fuora ma nelli duoi ponti,a, & c, tirando adõque dal ponto,a,al ponto,c, la linea,a,c, quella caderà fuora del cerchio,a,k,c,laqual cosa è impossibile (per la secõda di questo.) adõque seguita il proposito Anchora per questo altro modo se fusse possibile che ũ cerchio posse tocar di dentro ma uno altro cerchio in duoi luoghi, ouer in duoi ponti, poniamo che'l cerchio, a,b,c,d, sia toccado dal cerchio, e,b,f,d, nelli duoi põti b, & d, & poniamo che'l ponto.g, sia il centro del cerchio,a,b,c,d, & lo ponto,h, sia il centro di l'altro cerchio,e,b,f,d,hor tirando dal centro.g, al centro.h, la linea,g,h, & quella produr indiretto da ambedue le parte quella passerà (per la precedente) per duoi punti. b, & d, come se vede far alla linea,b,d,adonque perche la,b,g, è maggior della,b,h. (sua parte) & la,g,d, è equal (per la diffinitione del cerchio) alla g,b, adõq; (per cõmuna sciẽtia) la,g,d, serà maggior della detta b,h, & se la,g,d, è maggior della detta,b,h, molto piu maggiore serà tutta la,b,d, della detta,b,h, & pche il ponto,h, è centro del cerchio, e,b,f,d, dishe la linea,b,d, serà equal (per la diffinitione del cerchio) alla linea,b, b, & gia habbiamo prouato che la è molto maggiore, adõque è impossibile che la,b, d, possa esser maggiore, & equale alla,b,b, seguita adonque che'l cerchio, e,b,f,d, non puo toccare il cerchio,a,b,c,d, salvo che in uno ponto solo, che è il proposito.



Theorema. 13. Propositione. 12.

13
14 Se in un cerchio seranno piu linee rette, che siano equal fra loro, le

necessario che quelle siano equalmente distante dal centro, & se quelle seran equalmente distante dal centro, e necessario che siano fra loro equale.



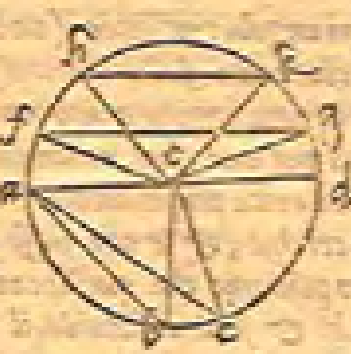
Sia il cerchio.a.b.c.d.il centro del qual sia il ponto, e.nel qual cerchio siano le due linee.a.d.& c.b.le qual se seranno equale fra loro, dico che seranno equalmẽte distante dal centro e.et per lo contrario se le dette due linee serãno equalmente distante dal centro.e.dico che fra lor serãno equale, perche se non fussino prima che lor fian equale produrò dal centro e.le due linee.e.f.et e.g.perpendicolare sopra alle.a.d.& b.c. dilche la linea.a.d.(per la terza di questo) serà divisa in due parti equali nel ponto.f.similmẽte la linea.b.c.nel ponto.g.anchora dal centro.e.io tirerò le quattro linee.e.a.e.d. e.b.e.c.& serà costituido li dui triangoli.e.a.d.& e.b.c.et perche li dui lati.e.d. & a.d.del triangolo.e.a.d. sono equali alli dui lati,e,c,& b,c, del triangolo,e,b, c, (per la diffinitione del cerchio) & la basa.a.e. serà etiam equal alla,e,b, dilche (p la ottava del primo) l'angolo,a,d,e, serà equale all'angolo. b,e,e, & perche li dui lati,e,d,& d,f,del triãgolo,e,d,f, sono equali alli dui lati,e,c,& c,g,del triãgolo,e,c,g,(perche la,d,f,è equal alla,c,g,perche tutta,a,d,fu posta equale alla,b, c,però la mità de,a,d,(che è,d,f,)serà equal alla mità de,b,c,(che è,g,c,)et l'angolo.d.è equal all'angolo,c,dilche la basa.e.f.(per la quarta del primo) serà equal alla basa.e,g,& perche queste due base meneno dal centro,& sono perpendicolare sopra le dette due linee,a,d,& b,c,seguita adonque (per la quarta diffinitione di questo) che le dette due linee,a,d,et,b,c,siano equalmente discoste dal centro,che seria la prima parte del proposito.

Anchora per un'altro modo la pusemo dimostrar dicendo il quadrato della,e, d.(per la penultima del primo) val tanto quanto li dui quadrati delle due linee,e,f,& f,d, & similmente il quadrato della, e,c, val tanto quanto li quadrati delle due linee,e,g,& g,c,& perche il quadrato della, d,e, è equale al quadrato della,e,c, & lo quadrato della, d,f, al quadrato della, c,g, seguita adonque che'l quadrato della,e,f,sia etiam equale al quadrato della,e,g,& (per commune scientia) la,e,f,seria equale alla,e,g, & così è manifesta la medesima prima parte. hor veniamo alla seconda ponendo che le due linee,a,d, & b, c, siano equalmente discoste dal centro,cioè che la,e,f,sia equale alla,e,g, (come vuole la quarta diffinitione di questo,) dico che la, a, d, è equale alla ,b, c, perche le due linee , e d, & e,c, sono equale (per la diffinitione del cerchio) li loro quadrati seranno etiam equali, similmente li dui quadrati delle due linee,e,f,& e,g,serã etiã equali (per esser le dette due linee equal dal presupposito) cauando adonque del quadrato della e,d,il quadrato della,e,f,et del quadrato della,e,c,il quadrato della,e, g, li dui rimanenti (per la tertia concettione) seranno etiam equali liquali dui rimanenti l'uno serè (per la penultima del primo) il quadrato della linea,d,f, l'altro serà il quadrato della linea,c,g,dilche se'l quadrato della, d,f, è equale al quadrato della,e.

la.e.g.seguita che la.d.f.sia equale alla.c.g.& se la.d.f.è equale alla.e.g.il doppio della.d.f.(cioè la.d.a.)serà equale al doppio della.c.g.(cioè alla.c.b.)e questa è la seconda parte del proposito.

Theorema.14. Propositione.15.

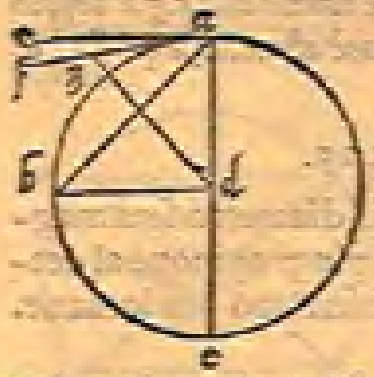
14 15 Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro serà maggior de ciascuna delle altre,& quelle che seranno piu propinque al detto diametro seranno piu longhe di quelle che gli seranno piu lontane.



Sia come in lo cerchio.a.b.c.d.il centro delquale sia il ponto.e.nel qual cascheno piu linee lequale siano.a.b.a.c.a.d.f.g.h.k.et sia la linea a.c.d.del diametro del detto cerchio.dico la detta linea.a.e.d.essere la piu longhissima de cadauna delle altre, & la linea.f.g.esser piu longha dalla linea.h.K.per essere piu propinqua al detto diametro.a.e.d.et sumilmẽte la linea,a,c, è maggiore (per la medesima causa) della linea.a.b. Et per dimostrar questo dal cẽtro.e. alle estremità delle dette linee,io tirerò le linee.e.b.e.c.e.f.e.g.e.h.e.k.& pche li dui lati.e.f.et.e.g.del trigolo.e.f.g.sono maggiori(per la xigesima del primo)del lato.f.g.& li predetti dui lati insieme sono equali al diametro.a.e.d. perche ciascuno di loro sono la mità del diametro(per la diffinitione del cerchio)adõque il diametro.a.d.(per communa scientia)serà etiã lui maggiore del ditto lato.f.g.& per la medesima ragione serà etiã maggiore della.a.c.& cosi anchora serà maggior de.b,k.etiam de.a.b.ma che.f.g. sia maggior de.b.k.& .a.c.de.a.b.se manifestarà in questo modo,perche li dui lati e.f.& e.g.del triangolo.e.f.g.sono equali alli dui lati.e.h.e.K.del triangolo.e.h.k. (perche tutte vanno dal centro alla circonferentia) & l'angolo.f.e.g.è maggiore dell'angolo.h.e.k.la basa.f.g.(per la xigesima quarta del primo)serà maggiore della basa.k.h.similmente anchora li dui lati,a,e,& ,e,c,del triangolo.a,e,c, sono equali alli dui lati,a,e,& ,e,b,del triangolo,a,e,b,& l'angolo,a,e,c,è maggiore del angolo,a,e,b,dilche la basa, a,c, serà maggior (per la detta xigesima quarta del primo)della basa,a,b,& cosi il proposito viene a esser concluso.

Theorema.15. Propositione.16.

15 16 Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio serà durta ortho gonalmẽte una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio,& fra quella è il cerchio le ipossibile che gli possa capire altra linea retta.E l'angolo contenuto de quella, & dalla circonferẽtia è piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. e l'angolo fatto di dentro dal diametro,e dalla circonferentia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.



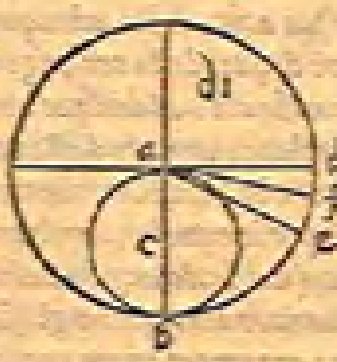
Sia il cerchio.a.b.c.descritto sopra il centro.d.il diametro dal quale sia la linea.a.c. Dico che tirando del ponto.a.una linea che sia perpendicolare alla linea.a.c quella tal perpendicolare de necessità caderà de fuora del detto cerchio, & fra quella linea, over perpendicolare, e la circonferentia del detto cerchio nō è possibile che gli possa capire alcuna altra linea retta. E l'āgolo contenuto dalla detta linea, over perpendicolare, & dalla circonferentia del detto cerchio è minore de ogni angolo rettilineo, (cioè che sia contenuto da due linee rette) & quello angolo contenuto dal diametro (del detto cerchio) & dalla circonferentia è maggiore de ogni angolo acuto contenuto per da linee rette. Lequalcose se dimostranno a una per una. Hor cominciando dalla prima dico che tirando dal ponto.a. una linea retta perpendicolare al diametro.a.c.de necessità caderà de fuora del detto cerchio, & se pur fusse possibile (per l'aduersario) che potesse cadere di dentro poniamo che quella cada come sia la linea.a.b.dal centro.d.produco la linea.d.b. & serà constituendo il triangolo.d.a.b. dilquale li dui lati.d.a. & .d.b. sono equali (perche sono dal centro alla circonferentia) dilche li dui angoli.d.a.b. & .d.b.a. (per la quinta del primo) seran equali, & per esser la linea.b.a. perpendicolare sopra.a.c. (per il presupposito) l'angolo.b.a.d. serebbe retto dilche anchora l'angolo. d.b.a. seria pur retto, donde el triangolo.a.b.d. haueria dui angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la trigesima seconda del primo) seguita adonque che tirando dal ponto.a.una perpendicolare al diametro a.b.quella de necessità caderà de fuora.Hor poniamo che quella tal perpendicolare sia la linea.a.e. hor dico che fra la detta linea.a.e. & la circonferentia non è possibile che gli possa capire alcuna linea retta, & se pur fusse possibile (per l'aduersario) poniamo che gli capisca la linea.a.f.alla qual linea.a.f.dal centro.d. produremo una perpendicolare laqual poniamo (se possibile è) che quella sia la linea.d.g. & perche l'angolo. d. g. a. (del triangolo. d. a. g.) seria retto donde l'angolo, g, a, d, (per la trigesima seconda del primo) uerria a esser menor d'un angolo retto dilche il lato, a, d, (per la decima nona del primo) seria maggiore del lato, d, g, (per esser opposito a maggior angolo) laqual cosa è impossibile, anci la detta, d, g, seria maggior di lei per quella parte che passa di fuora del cerchio, cioè dalla circonferentia al ponto.g, per laqual cosa seguita che fra la detta linea, a, e, & la circonferentia, a, b, non pò capirli alcuna linea retta, & per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferentia, a, b, & dalla linea retta, a, e, (dequale è detto angolo della contingentia) è minore de ogni angolo contenuto da due linee rette. ma se alcun angolo rettilineo potesse essere equale, over minor dell'angolo del la contingentia quello tal angolo se potria dimdere (per la nona del primo) in due parti equale, dilche seguiria che fra la linea, a, e, & la circonferentia, a, b, potesse capirli una linea retta, laqual cosa è impossibile, come de sopra è stà dimostrato per la qual cosa se manifesta che l'angolo contenuto dal diametro.a.c, & dalla circonfe-

rentia

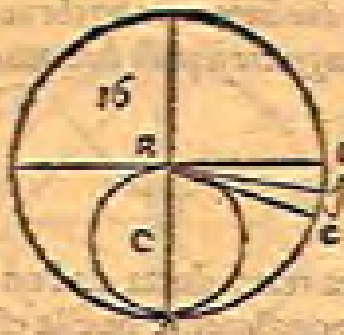
rétia esser maggior de tutti li angoli acuti contenuti de due linee rette perche non è differente dell'angolo retto se non in l'angolo della contingentia il quale habbiamo dimostrato esser minore de ogni angolo rectilineo.

Correllario.

15 16 Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta dutta da l'un di termini del diametro de alcun cerchio orthogonalmente quella esser contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta tocca il detto cerchio solamente in un ponto, perche egliè dimostrato nella seconda de questo, che una linea tirata dall'un all'altro de duoi ponti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro segando quello, la qual cosa bisognava dimostrare.



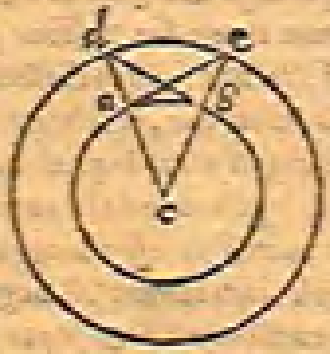
Anchora per cose dette di sopra le da esser notado che'l non vale questa argumentatione che dice questo transisse dal minore al maggiore & per tutti li mezzi. Adonque transisse etiam per lo equale. Ne anchora quest'altra che dice trouandosi il minor & lo maggior d'una cosa, è possibile trouar etiã lo equale. La qual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio, a, b, descritto sopra il centro, c, il diametro del quale sia la linea, a, c, b, et dal suo termine, a, sia dutta la linea a, d, orthogonalmẽte la qual sarà (per lo correllario di questa) contingente con lo cerchio a, b, nel ponto, a, sia anchora descritto sopra il ponto, a, secondo la quantità del diametro, a, b, il cerchio, b, e, d, & sia imaginato la linea retta, a. b, essere mossa sopra il ponto, a, per la circonferentia dell'arco, b, e, d, talmente che'l ponto, b, numeri tutti li ponti dell'arco, b, e, d, per fina a tanto che quella pervẽga alla linea, a, d, cui prendo quella, & perche l'angolo, b, a, d, è retto il sera è come il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea, a, b, non habbia fatto seco (cioè con lo diametro del cerchio minore) cioè con la linea retta, a, e, b, stabile e lui equale, perche quella ha transito all'angolo retto numerando il loro de tutti li angoli acuti di quali è mo nistrato alcuni essere minori dell'angolo de mezzo cerchio (contenuto dalla circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b,) e l'angolo retto le manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transito fatto dalli angoli acuti minori all'angolo retto maggiore nessuno fra mezzo se sia fatto che sia a quello equale, & se pur fusse possibile ch'ella ne habbia ostiando alcuno ponemo che'l sia quello che habbia fatto la linea a. b. mobile quando il ponto b, è giunto sopra il ponto, e, dell'arco, b, e, d, perche adonque l'angolo, e, a, b, è equale all'angolo del detto semicerchio, ma l'angolo del detto semicerchio è lo amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per l'ultima parte di questa) dalche l'angolo, c, a, b, sera etiam lui amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Sia adonque diuiso l'angolo, e, a, d, in



due parti equale (per la nona del primo) & la linea a, f, dilche (per cõmuna scientia) l'angolo f, a, b, serà piu ampio dell'ãgolo e, a, b, per laqual cosa seguiria che al cun angolo acuto rettilineo serà piu ampio del ampliſſimo, laqual cosa è impoſſibile, ancho za ſe puo procedere in queſt'altro modo ponẽdo pur che l'angolo, e, a, b, ſia equale all'angolo del ſemicerchio, & perche l'angolo del ſemicerchio con l'angolo della contingentia ſono equali all'angolo retto ſimilmente l'angolo, e, a, b, con l'angolo, e, a, d, è equale a uno angolo retto dilche l'angolo, e, a, d, (per communa ſcientia) ſaria equale all'angolo della contingẽtia, et perche l'angolo della contingentia è acutiſſimo de tutti li angoli acuti contenudi da linee rette (per la tertia parte di queſta) l'angolo adonque, e, a, d, a lui equale serà etiam acutiſſimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo, e, a, f, (per communa ſcientia) è molto piu acuto di lui, adonque il ſaria alcun angolo rettilineo piu acuto de l'acutiſſimo cioè di quel della contingentia, laqualcosa è impoſſibile, come di ſopra in queſta fu dimoſtrato. Adonque non serà alcun angolo rettilineo equale all'angolo del ſemicerchio contenuto dalla mità della circonferentia, a, b, et dal diametro, a, c, b, et per che la linea, a, b, mobile tranſisce dal minore al maggiore & per tutti li mezzi & nõ per lo equale, ſimilmente perche il ſe puo trouare un'angolo maggior etiam mi nor (del detto angolo del mezzo cerchio) contenuto de linee rette et tamen nõ ſe me puo ritrouare un che gli ſia equale, egli manifeſta la oppoſitione cõtra all'una e l'altra argumentatione predetta. Onde a quello è da eſſere reſpoſto per deſtruttione.

Problema. 2. Propoſitione. 17.

16 17 Da un dato ponto, a un dato cerchio puotemo menare una linea retta toccante.



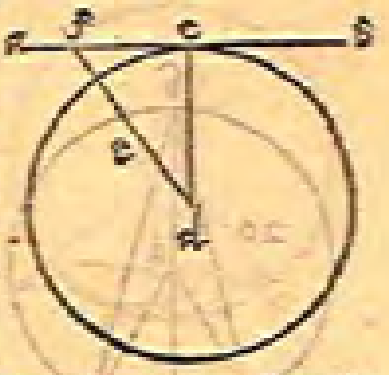
Come ſia il dato ponto, d, e, il dato cerchio, a, b, il cẽtro del qual ſia il ponto, e, moglio dal ponto, d, menare una linea retta che tocchi il cerchio, a, b, produco la linea, d, c, laqual ſegharà la circonferentia del detto cerchio, a, b, nel ponto, a, ſopra laquale deſcrivo il cerchio, d, e, ſecondo la quãtità della linea, d, c, ſopra il medeſimo centro, c, & dal ponto, a, produco la linea, a, e, perpendicolare alla linea, d, c, laqual ſegha la circonferentia del cerchio, d, e, in lo ponto, e, & produco la linea, e, e ſegha anche la circonferentia del cerchio, a, b, in lo ponto, b, e, dapoi produco la linea, d, b, laqual serà toccante il cerchio, a, b, nel detto ponto, b, perche li duoi lati, a, c, & c, e, del triangolo, a, c, e, ſono equale alli duoi lati, b, c, & c, d, del triangolo, b, c, d, et l'angolo, c, è commune all'un e l'altro, dilche (per la quarta del primo) l'angolo, e, a, c, serà equale all'angolo, d, b, c, ma l'angolo, e, a, c, è retto, per laqualcosa l'angolo, d,

b, c, serà

b.c. serà etiam retto. Adonque per lo correlario della precedente la linea.d.b. serà toccante il cerchio.a.b.che è il proposito.

Theorema.16. Propositione. 18.

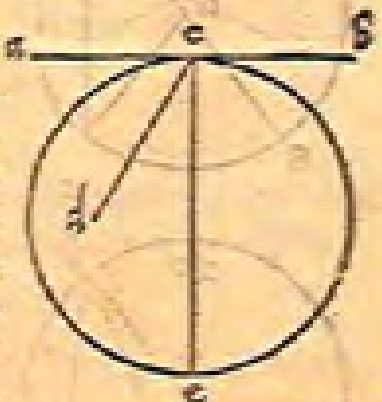
17/18 Se una linea retta tocca un cerchio,e dal toccamento al centro si meni una linea retta è necessario che la sia perpendicolar sopra quella che tocca.



Sia la linea.a.b.laqual tocchi il cerchio.c.e.nel ponto.c.il centro dilquale cerchio sia il ponto.d.& sia congionto il detto ponto.c.con lo centro.d.per la linea.c.d. Dico questa tal linea.d.c.essere perpendicolare sopra la linea.a.b.che tocca, & se quella non fusse perpendicolare sopra la detta linea.a.b.(per l'aduersario) ponimo adonque che quella sia la linea.d.f.cioè che la linea.d.f.sia perpendicolare sopra la detta linea.a.b.la qual segharà la circonferentia del cerchio in ponto.e. dilche l'uno e l'altro delli duoi angoli, che sono al.f.son retti, adonque l'angolo. f.c.d.(per la trigesima seconda del primo) serà minor d'un retto, dilche serà etiam minor dell'angolo.d.f.c. seguita adonque che'l lato.d.c.(per la decima nona del primo) sia maggior del lato. d.f. laqual cosa è impossibile che'l minor sia maggior del maggior donde el si manifesta.d.c. esser perpendicolare sopra della.a.b. che è il proposito.

Theorema.17. Propositione.19.

18/19 Se una linea retta toccarà uno cerchio,& dal ponto del toccamento nel detto cerchio si meni orthogonalmente una linea retta in quella medesima è necessario esser il centro.



Come sia la linea. a b. toccante il cerchio .c.e. nel ponto.c.& dal ponto.c. sia dutto dentro del detto cerchio.c.e.una perpendicolare alla linea.a.b. laqual sia la linea.c.e. dico che'l centro del detto cerchio.c.e. è nella linea.c.e.(questa è al contrario della precedente) e se possibile è che il detto centro non sia in la detta linea.c.e.de necessità serà in qualchi altro loco de fuora di essa linea.c.e. ponimo adonque che'l sia il ponto.d.io produrò la linea.d.c.laqual linea.d.c.(per la precedente) seria perpendicolare sopra alla linea.a.b.la qualcosa è impossibile cõciosia che la linea.c.e.fu posta perpendicolar sopra di detta linea.a.b.dilche non è possibile che ambedue possano esser perpendicolare sopra di quella nel medesimo ponto. c. perche il seguiria questo disconueniente che l'angolo. d.c.e. fusse

equale

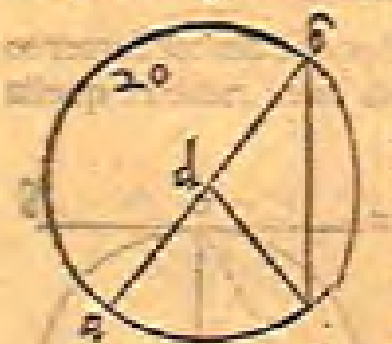
equale all'angolo.e.c.a.perche ambidui seriano retti, seguita adonque che'l centro del detto cerchio.c.e.(non possendo esser fuora della linea.c.e.)sia in essa linea, c.e.che è il proposito.

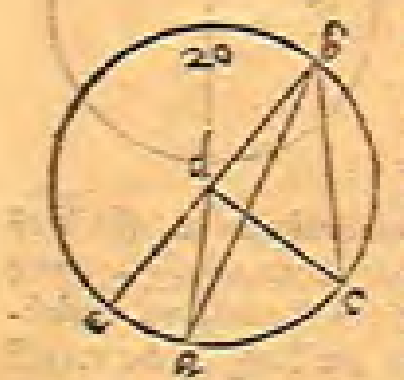
Theorema.8. Propositione. 20.

19/20 Se in un cerchio serà constituido uno angolo sopra il centro, & uno altro sopra la circonferentia liquali habbino una medesima basa de circonferentia l'angolo dil cẽtro serà doppio all'angol della circonferẽtia.



Come sia il cerchio.a.b.c.il centro dilquale sia il põto.d.nelquale sia l'angolo.a.d.c.sopra il centro et l'angolo.a.b.c.sopra la circonferẽtia & sia l'un & l'altro de detti angoli sopra la medesima basa laqual è la circonferentia.a.c.Dico che l'angolo.a.d.c.e doppio alle angolo.a.b.c.laqual cosa se approverà in questo modo. perche le due linee.a.b.& b.c.ouero inchiudeno di dẽtro da loro le due linee.a.d.et d.c.ouer che una di quelle passerà sopra l'una di loro facendosi con quella una sol linea,ouer che una delle dette due linee.a.b.et.b.c. segarà una delle dette due linee,cioè.a.d.ouer.c.d. Sia adonque primamente che le due linee.a.b.& b.c.inchiudeno di dentro da loro le due linee.a.d et d.c.come in la prima figuratione appare.& sia produtto la linea.b.d.e.(& per la.32.del primo) l'angolo.a.d.e. di fuora è equale alli dui angoli di dentro liquali sono.b.a.d.& a. b.d.(del triangolo.a.b.d.) & perche li detti dui angoli.d.a.b.et.d.b.a.sono equali fra loro(per la quinta del primo)l'ãgolo.e.d.e serà doppo all'angolo.a.b.d.similmente anchora l'angolo.e.d. c.serà doppio all'ãgolo,d,b,c,per laqual cosa tutto l'angolo,a,d,c,è doppio a tutto l'ãgolo.a.b.c.che è il proposito.ma se una delle due linee.a.b.et.b.c.passasse sopra una delle due linee.a.d.& c.d.talmente che facessino insieme una linea sola (come nella secõda figuratione appare)dico anchora che l'angolo,a,d,c,è doppio all'ãgolo,b, (per la detta quinta & trigesima seconda del primo)pur se manifesta,perche l'angolo a.d.c.di fuora è equale alli dui angoli.d.b.c.et.d.c.b.di dentro liquali sono equali(per la detta quinta)però l'angolo,a,d,c serà doppio all'angolo,d,b,c,che è il proposito. Ma se una delle due linee,a,b,& c,b,segarà una delle due linee.a.d.et c.d.(come nella terza figuratiõ appare dove la linea,a,b,sega la linea,d,c,)sia produtta la linea b,d,e, donde per le ragiõ dette nella seconda figuratione l'angolo,e,d,a,è doppio all'angolo,d,b,a, similmente tutto





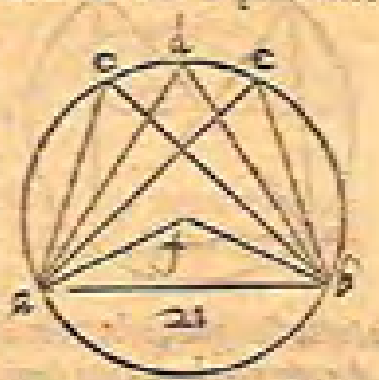
te tutto l'angolo,e,d,c,e per doppio a tutto l'angolo,d,b,c,per laqual cosa l'angolo, a,d,c,è doppio all'angolo,a,cioè,a,b,c,se tutto l'angolo,e,d,c,e doppio a tutto l'angolo,e,b,c,& che l'angolo,e,d,a,(parte di tutto l'angolo,e,d,c,)e doppio all'angolo,d,b,a,ch'è parte de tutto l'angolo,d,b,c,(per communa scientia)e al residuo,e, d,c,serà etiã doppio al residuo,a,b,c,ch'è il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione, tolto seẽdo che parla la prima tradottione paseria oppositio ni assai,perche lui dice che se in un cerchio sia constituido un'angolo sopra il centro,& un'altro sopra la circõferẽtia liquali habbiano una medesima basa lo ĩferio re serà doppio al superiore,laqualcosa nõ seguitarà se in ũ cerchio(qual sia il cerchio,a,b,c,di questa quarta figuratione)sia tirata una linea retta,qual sia la,a,c, & congiugẽdo le due estremità di quella con il cẽtro, d,etiam con un ponto tolto nel arco,a,b,c,(qual sia il ponto,b,)serà constituido li dui angoli:cioè l'angolo,a,d,c,sopra il centro,& l'angolo,a,b,c,sopra la circonferentia liquali hanno una medesima basa che è la detta linea,a,c,e niente dimeno l'angolo,a,d,c,sopra il centro non è doppio all'ãgolo,a,b, c,sopra la circonferentia,come facilmente si puo prouare,& però piu correttamente parla il testo della secõda tradottione,qual vol che li detti ãgoli habbiano equal circonferentia, cioè equal basa de circonferentia e non de linea retta. e però tutto



quel spacio, che è attorno all'angolo,a,d,c,è dopio all'angolo,a,b,c,perche hãno una medesima basa di circonferentia che è la circonferentia,a,e,c,& per dimostrarlo ho tirarò la linea,b.d.& quella alongarò per fine alla circonferentia in ponto,f,et perche l'angolo,c, d,f,(per la prima parte della trigesima secõda del primo)è equale alli dui angoli d,b,c,& d,c,b,liquali sono equali(per la quinta del primo)e però uerrà a esser doppio all'angolo,d,b,c,e per le medesime ragione l'ãgolo,f,d,a,serà etiã doppio al angolo,a,b,d,e però tutto il spacio cõposto delli detti dui angoli,c,d,f,& f,d,a,serà doppio a tutto l'angolo,a,b,c,che è il proposito.



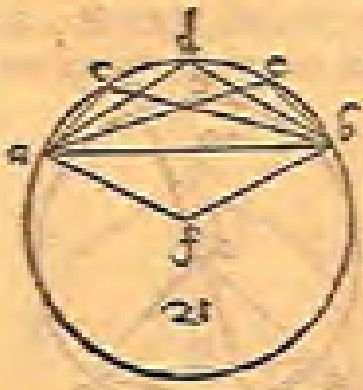
Theorema.19. Propositione.21.

20 21 Se in una portione di cerchio sieno molti angoli sopra dil arco constituidi,sieno infrà loro equali.

Come sia in la portion,a,d,b,del cerchio,a,d,b,il centro dil qual sia il ponto.f. sieno molti angoli sopra l'arco,a,d,b,della portion maggior liquali sono,c,d,& e, quelli dico esser equali fra loro,& per dimostrare questo sia tirata la corda,a,b,& dalle

dalle sue due estremità siano dutte al centro.f.le due linee.a.f.& b.f. dilche l'angolo.a.f.b.constituido sopra il centro(per la precedente) serà doppio a cadauno di loro,seguita adonque che cadauno delli detti tre angoli,c.d. & e. sia la mità de l'angolo.f.dilche(per la 7.concettione) seranno equali,che è il proposito.

Il Tradottore.



Per le demostrationi disopra adutte è manifesto il proposito, in quãto alla portion maggiore,ma se li detti angoli serãno sopra l'arco della portione menore,come in la secõda figura appare (per quel che demostrassimo sopra la precedẽte è manifesto il proposito) perche cadauno delli detti angoli è la mitade di quella qualità di spatio che circõda l'angolo.f.onde per la settima concettione segueta il detto proposito.

Theorema.20. Propositione.22.

21 22 Se dentro a uno cerchio serà descritto uno quadrilatero,qualunque duoi angoli contrapositi di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.



Sia il quadrilatero,a,b,c,descritto di dẽtro dal cerchio.a,b,c,d,qual sia cosi condutto che tutti li soi quattro angoli termini a punto in la circonferentia del detto cerchio. Dico che qualunque duoi angoli contrapositi di quello, sono equali a duoi angoli retti. E per dimostrar questo tirarò li duoi diametri del detto quadrilatero,cioè,a,c,& d,b,(& per la precedẽte) l'angolo c,b,d, serà equale all'angolo,c,a,d, et l'angolo,a,b,d, similmente serà equale all'angolo,a,c,d,per laqual cosa tutto l'angolo,a,b, c,serà equale alli duoi angoli, a,c,d, & c,a,d, del triangolo. a,d,c,& perche li detti duoi angoli insieme con altro angolo,a,d,c, (per la trigesima seconda del primo) sono equali a duoi angoli retti, seguita adõque che tutto l'angolo,a,b,c,insieme con tutto l'angolo,a,d,c,(a lui opposito) sono equali a duoi angoli retti,che è il proposito, similmente anchora se apprenerà li duoi angoli,d,a,b, & d,c,b,(contrapositi) esse equali a dui angoli retti.

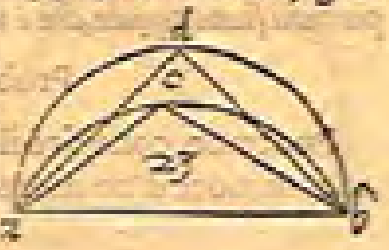
Problema.20. Propositione.23.

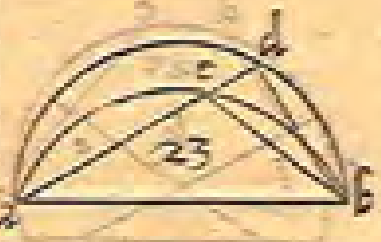
22 23 Egli è impossibile a cõstituire due portioni di cerchio simile, & inequale sopra una assignata linea retta da una medesima parte.

Sia la assignata retta linea,a,b,sopra dellaquale sia fatta la portion di cerchio

a.b.c.

a.b.c. Dico che sopra la medesima linea dalla medesima parte non se potrà costitu re un'altra portione di cerchio, che sia simile a questa, & che sia maggiore, ouero minore di lei. Ma se questo fusse possibile sia fatto adonque la portion.a.d.b. maggiore di quella, tamen sia simile a lei, sia fatto anchora l'angolo.a.c.b. in la portion minore, & l'angolo.a.d.b. in la portion maggiore, sarà adonque che le due linee.a. d. & .b.d. inchiudeno di dentro da loro le due linee.a.c. & .b.c. come appare in la prima figuratione, ouer che una delle due prime se farà una medesima linea con una delle seconde, come in la seconda figuratione si manifesta, ouer che una segarà l'altra (come in la terza figuration si dimostra) ma sel serà al primo modo l'angolo.c. (per la vigesima prima del primo) serà maggior dell'angolo.d. adonque (per la duodecima diffinition di questo) nō son simile, ma sel serà al secondo modo, al presente l'angolo.c. (per la sesta decima del primo) serà maggiore dell'angolo.d. ne cosi adonque le dette due portioni seranno simile (per la detta duodecima diffinition di questo) ma se sarà al.3. modo, cioè che la linea.a.d. segbi la linea.a.c.b. & segbi la circonferentia della portiō minore nel ponto.e. e sia dutta la linea.b.e. l'angolo.a.e.b. (per la medesima decima sesta del primo) è maggiore dell'angolo.d. & per che l'angolo.e. è nella medesima portion minore deue etiam l'angolo.c. dalche (per la vigesima prima di questo) serà equale al detto angolo.c. seguita adonque che se l'angolo.e. è maggiore dell'angolo.d. similmente l'angolo.c. serà etiam maggiore del ditto angolo.d. per laqualcosa a niun modo le dette due portioni sono simile, per questo medesimo modo anchora se approuerai che sopra la linea.a.b. non può esser fatto una portione simile alla petitione.a.c.b. minore de quella, ponendo.e. in lo loco del.d. & .el.d. in lo loco del.c. in le predette figuratione. l'angolo.d. (per la detta.21. & .16. del primo procedendo per lo modo fatto disopra, serà in tutte le dette tre figuratione maggiore dell'angolo.c. per laqual cosa le dette portioni non seranno simile. Et nota che abenche sia proposto sopra una medesima linea non poſſer esſer fatto due portion simile inequale da una medesima parte, nientedimeno seguita la verità che le non pon anchor esſer fatta da diuerse parte, cioè una da una parte de detta linea, e l'altra dall'altra, per che egli è licito prouar come la minore (la qual è da una parte) sopraposta alla maggiore (laquel è dall'altra parte) li serà necessario (per lo conuerso modo della ottaua conceptione) quella esſer eccedutа dalla maggiore. adonque per la presente.23. non seranno simile, che è al proposito.







Theorema.22. Propositione.24.

23 Se simile portioni di cerchij sono sopra linee equale, quelle portio-
24 ni è necessario che sieno equali.

Siano

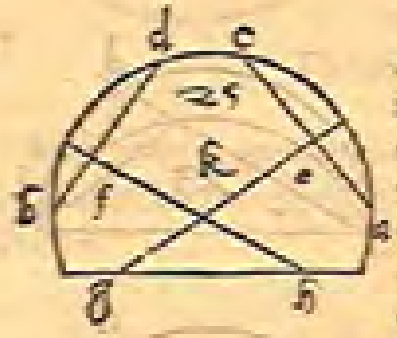


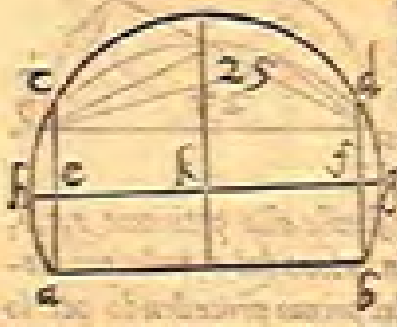
Siano le due linee a.b. & c.d. equal sopra lequale sieno le dueі portioni di cerchi. a.e.b. & c.f.d. lequale sieno simili. Dico quelle medesime esser equale. & se possibile è che nō siano equali una di quelle posta sopra l'altra la maggiore eccederà la minor (per lo conuerso modo della penultima concettione) ma la linea a.b. non eccede la linea c.d. ne quella è eccedeta da lei, concissia che sono equale dal presuppposito (perlaqual cosa seguiria il contrario della precedente, che è impossibile, seguita adōque cōe le dette portioni siano equale, che è il proposito.

Problema 3. Propositione 25.

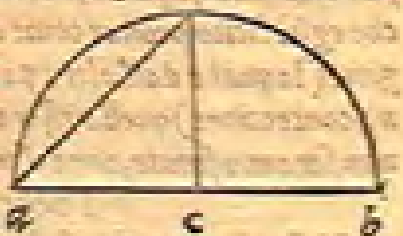
24
25

Puotemo compire il cerchio de una data portione, o sia maggiore, ouer minore d'un mezzo cerchio.



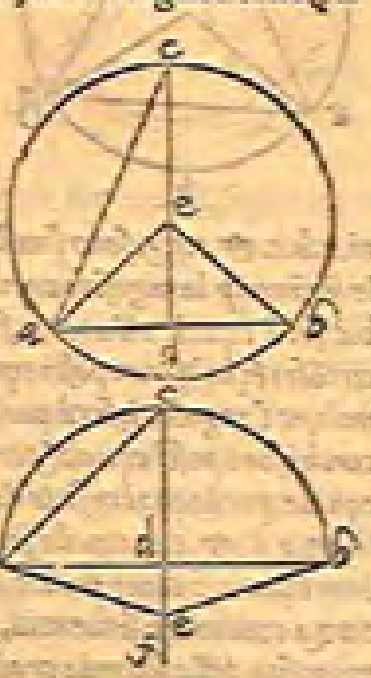


Per questa conclusione, la intentione è questa, de ogni dato arco, ouer de ogni data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque a.b.c. qual si voglia arco, nel qual voglio compire il circolo, tirarò in quello due linee cascheno come si voglia, lequale sieno a.c. & b.d. lequali dimidendo io in due parti equale, cioè la a.c. in ponto e. & la b.d. in ponto f. & tirando la e.g. perpē dicolare alla a.c. & la f.h. perpendicolare alla b.d. lequali si seghono fra loro in ponto K. (& per lo correlario della prima di questo) il centro del cerchio serà in l'una & l'altra delle due linee e.g. & f.h. per laqual cosa il ponto K. è il centro, ma se la e.g. nō segha la f.h. ma siano una sol linea, si come sarà se le due linee a.c. & b.d. siano equidistante, allhora quella se applicarà alla circonferentia del dato arco dall'una e l'altra parte, adonque divisa quella per mitade in pūto K. inserà il centro del dato cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee e.g. & f.h. non pnon esser equidistante, perche concissia che il centro del detto cerchio sia in l'una e l'altra (per il detto correlario) seriano duoi centri del medesimo cerchio, & cosi per questo modo tu puoi de ogni arco, ouer de ogni portione, communamēte dimostrare qualmente se compisse il suo cerchio, tamen perche il si vede l'anchore in questa conclusione variare secondo le diuerse specie delli archi de tutte le portioni, numerando le specie, denno straremo distintamente per le specie, qualmente se compisse il cerchio di ogni data portione. sia adōque prima mēte la data portione a.b.c. un mezzo cerchio (et per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea a.b. serà il diametro, divisa adonque quella per mezzo in ponto c. il detto ponto c. serà il centro



del

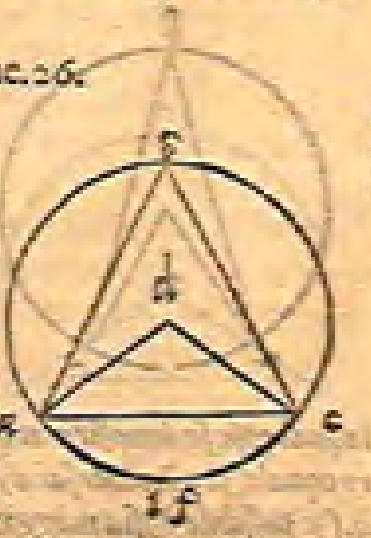
del cerchio sia anchora la portion.a.c.b.maggior del mezzo cerchio la corda della qual sia la linea.a.b.laqual diuido in due parti equali in punto.d.dalqual conduco la.d.c.perpendicolar a quella(conciosia che la portion.a.c.b.sia maggior del mezzo cerchio) la.a.d.serà minor del mezzo diametro,& la.d.c.è maggiore del mezzo diametro.adunque la.d.c.è maggior che la.a.d.adunque(per la.19.del primo) l'angolo.c.a.d.è maggiore dell'angolo a.c.d.sia adunque fatto l'angolo.c.a.e.(per la vigesima terza del primo)è equal all'angolo.a.c.e, producta la linea.a.e.laqual segbi la linea.c.d.in punto.e.& (per la sesta del primo)la linea.a.c.serà equale alla linea.e.c.sia adunque tirata la linea.e.b.& (per la quarta del prio)la linea.e.b.serà equale alla linea a.e.per la qualcosa le tre linee.a.e.e.b.e.c.sono equale adunque (per la noua di questo il punto.e.è il centro del cerchio,sia anchora la portione a.c.b. menore del mezzo cerchio,dellequale la corda sia.la.a.b.laquale diuido in due parti equali in punto.d.dal qual conduco la linea.c.d.f.perpendicolare alla linea.a.b. laqual segbi la circonferentia in punto.c.& è manifesto questa trā sire per il centro(per il corrolario della prima di questo)anchora tiro le linea.a.c.e l'angolo.a.c.d.serà maggiore di l'angolo.c.a.d.perche sel fusse equali seria la portion.a.c.b.un mezzo cerchio, & sel fusse menore seria maggiore d'un mezzo cerchio. & è posto che sia menore,adunque tiro la linea.a.e.che faccia con la linea.a.c.un angolo equale al angolo.c.& segbi la linea.c.f.in punto.e.& è manifesto che il punto.e. cade difuora della portion.& tiro la linea.e.b.& perche lo angolo total.a.è equale al angolo.c (per la sesta del primo)la linea,e,a,è equale alla linea,e,c,& perche(per la quarta del primo) la linea.e.b.è equale alla linea.e.a.(per la noua di questo)il punto.e.è centro del cerchio,per laqual cosa è manifesto il proposito secondo tutte le specie delle portione di cerchi.



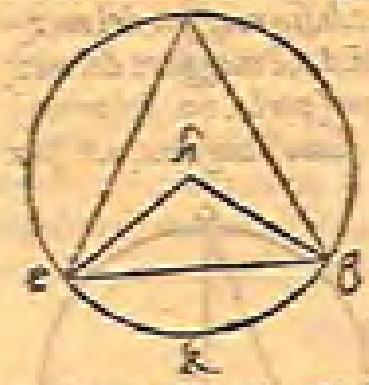
Theorema.23. Propositione.26.

25 26 Se in cerchi equali ouer sopra il centro,ouer sopra la circoferentia stiano angoli equali è necessario quelli cascare sopra archi equali.

Sianno dui cerchij equali,cioè il cerchio.a.b.c.(il centro dilqual sia il punto.d.) & il cerchio.e.f.g.il centro delquale sia il punto.h.& sopra li centri de quelli siano fatti li dui angoli.a.d.c.& e.h.g. liquali siano posti equali.dico che li dui archi.a.b.c.& e.f.g.sono equali fra loro, la qual cosa se dimostra in questo modo.Siano tirate le due linee.a.c.& e.g.et sian fatti li dui angoli in



li in le circōferentia de quelli che stiano sopra li predetti archi, liquali siano l'angolo.a.b.c. & l'angolo.e.f.g. perche adonque li detti dui cerchij sono equali li semi-



mezzi diametri (per la prima diffinitione) sono equali: et perche li dui āgoli.d.et h. sono equali le due linee a.c. & e.g. (per la quarta del primo) sono equali, & (per la vigesima di questa) l'āgolo.b. serà equale all'āgolo.f. (conciosia che l'angolo.d. si è equal all'āgolo.h. et l'uno e l'altro e doppio a quello che è costituido sopra della circonferentia del suo arco, però l'angolo.b. (per communa sententia) serà equale all'angolo.f. adonque (per la penultima diffinitione di questo) le due portioni.a.b.c. & e.f.g. sono simili, et perche sono sopra le due linee, a.c, et e.g, equal quelle serāno (p la vigesima quarta di questo) equale fra loro, per laqual cosa l'arco.a.b.c serà equale all'arco.e.f.g. Ma se li dui angoli.b. & .f.) liquali sono sopra della circōferētia) seran posti equali (per la detta diffinitione) le dette portioni serāno simili, et l'angolo.d. serà pur (per la detta vigesima) equale all'angolo.b. et perche li cerchi sono posti equali (per la quarta del primo) le due linee, a.c, & e.g, serranno equale, per laqual cosa le due portioni, a.b.c, et, e.f.g, per esser simile et sopra le due linee, a.c, & e.g, equale seranno (per la detta vigesima quarta di questo) etiā fra loro equale si come prima, & l'arco, a.b.c, serà pur equale all'arco, e.f.g. (et per la terza communa sententia,) l'arco, a.i.c, serà etiam equale all'arco, e.k.g, che è il proposito della seconda tradoctione, perche in quella solum cōclude che l'arco, a.i.c, è equale all'arco, e.k.g, tamen per questo modo se verifica l'una e l'altra.

Theorema. 24. Propositione. 27. conuersa della precedente.

26 27 Se in cerchii equali si toglie archi equali li angoli formati sotto quelli, o siano costituidi sopra li centri de quelli, ouer sopra le circōferentie le necessario che siano equali.



Siano li dui cerchi equali l'uno sia il cerchio.a.b.c. (il centro dilquale sia il ponto.d.) l'altro sia il cerchio. e.f.g. (il centro dilquale sia il ponto.b.) & sia li dui archi.a.b.c et.e.f.g. equali, et siano fatti sopra alli detti archi dui angoli sopra il cētro liquali siano.d.b. dutte le linee, a, d, c, d, e, b, g, b. Et anchora sopra li medesimi archi siano fatti dui altri angoli in la circonferētia liquali siano, b, & f, dutte le linee, a, b, c, b, e, f, & g, f. Dico li dui angoli, d, & b, esser fra loro equali, et ancor li dui altri āgoli.b. et. f. esser pur fra loro equali Laqual cosa se dimostra in questo modo. Se li detti dui angoli, d, et, b, non sono fra loro equali (per l'aduersario) l'un serà maggior dell'altro. Hor poniamo che l'angolo. b. (se possibile è) sia maggior dell'āgolo.d. del angolo.b. ne sia tagliato, ouer sfrobato l'angolo



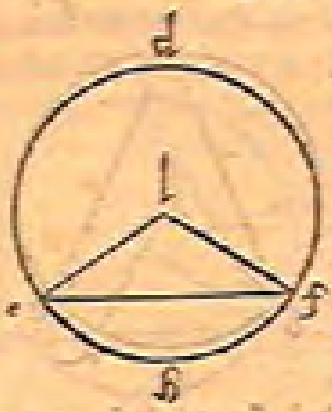
l'angolo.k.b.g.dl qual sia equal all'angolo.d.cioè sopra il pũto.b.sia fatto l'angolo.K.b.g.(per la xxiij.ma ter tia del primo(equale al angolo.d.(& per la precedente)l'arco.k.e.f.g.serà equale all'arco.a.b.c.ma li duoi archi.a.b.c.& e.f.g. sono posti equali, seguira adonque(per la prima commuma sentẽtia)che l'arco.e.f.g. fusse equale all'arco.k.e.f.g. laqual cosa è impossibile (per l'ultima commuma sententia.) seguira adonque che li duoi angoli.d.& e.b.g. siano equali. Anchora per simel modo tu approuerai li duoi angoli.b. & f. esser equali,essendo prouato che li duoi angoli.d.& b. son equali,seguita(per la xxiij.ma de questo)li duoi angoli.b.& f.esser equali,& ecommerso. Anchora cõ simile proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda tradittione,cioè che se in cerchij equali li angoli che sono dedutti sopra equale circonferentie sono fra loro equali ho siano al centro,over alla circonferentia,cioè se la circõferentia.a.c.sia posta equale alla circonferentia.e.g.delli detti duoi cerchij equali li angoli.d.e.b.fatti sopra il centro (dedutti sopra le dette due circonferentie equale) seranno equali (e se non fussero equali per l'adversario)l'uno seria maggiore di l'altro,& ponendo pur che l'angolo.b.fusse maggiore dell'angolo. d. & segado pur da l'angolo.b.lo angolo.k.b.g.equale all'angolo d.seguiria(per quello fu cõcluso in fin della precedẽte)che la circonferentia.k.g.fusse equale alla circonferentia.a.c. (& per la prima commuma sententia)la circonferentia.K.g.seria equale alle circonferentid.e.g.che è impossibile(per la ultima commuma sententia)Si che ambedue hanno uno medesimo procedere,abenche l'una concluda diversamente di l'altra,imẽ prouando una uien a esser prouata etiam l'altra.

Theorema.25. Propositione.28.

27 28 Se in cerchij equali,linee rette equale,rasegbino archi anchora quelli archi è necessario esser equali cioè il maggiore al maggiore il minore al minore.

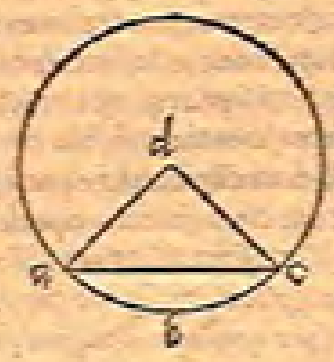


Siano li dui cerchij equali.a b.c.et.d.e.f.et in ẽlli siano le due linee rette.b.c.et e.f.equale lequal seghino li duoi archi.(b.a.c.& e.d.f.)maggiori,et li duoi archi. b.g.c.& e.b.f.minori,dico che l'arco.b.a.c.maggiore è equale all'arco.e.d.f.maggiore & l'arco.b.g.c.minore et equal all'arco.e.b.f.perche essendo ritrouati li cẽtri de detti cerchij(per la prima di questo)liquali siano K.L.& siano congiunti.k.b.k.c.l.e.& l.f.et perche di cerchij equali li suoi semidiametri sono ancora equali (per la prima diffinitione di ẽllo)adõq;le due linee.b. k.et.k.cisõ equale alle due linee.l.e.et l.f.e la basa.b.c.(p il .ij. supposito)equale alla



basa.e.f.adõque l'angolo.b.k.c.(per la.8.del primo)è equal a l'angolo.e.l.f.et li angoli equali(per la.26.di questo)cadeno sopra archi equali,adonque l'arco.b.g.c.e.equale all'arco.e.b.f. & tutto el cerchio. a. b.c. è equale tutto il cerchio.d.e.f.adonque el rimanente arco.b.a.c.(per la.3.commune sententia)è equale al rimanente arco.e.d.f.adõque in li cerchi equali se linee rette equale segheno li archi,li detti archi seranno de necessità equali, cioè il maggiore al maggiore, il minore al minore,che è il proposito.

Il Tradottore.



El resto di questa soprascritta propositione in la prima tradottione è tutto corrotto emendosamente parla, come in essa appare.

Theorema.26. Propositione.29.

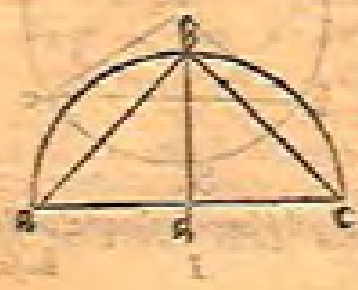
28/29 Li archi equali de cerchii equali è necessario ch'habiano corde equale.



Siano li duoi cerchij equali.a.b.c.il centro dilquale è il ponto.d.& f.g.il centro dilqual è il ponto.b.et sia l'arco.a.b.c.equale all'arco.e.f.g.dico che la corda.a.c. è equale alla corda.e.g.& per dimostrar questo siano tirate le linee.d.a.d.c.e.b.g.et(per la vigesima settima di questo)l'angolo.d.serà equale all'angolo.b.per laqualcosa la basa, cioè corda.a.c.(per la quarta del primo)serà equale alla basa, cioè corda.e.g. che è il proposito, e nota che tutte le passate che havemo approuate de diversi cerchij equali quelle più fortemente intenderai esser vere de uno medesimo cerchio.

Problema.4. Propositione.30.

29/30 Puotemo diuidere uno arco dato in due parti equali.



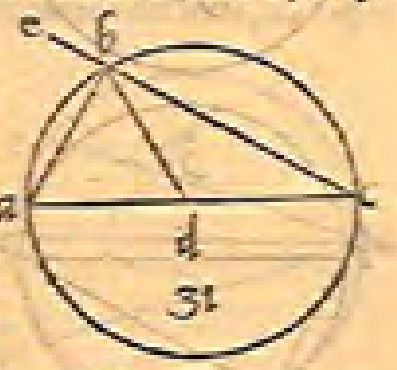
Sia dato l'arco ouero circonferentia.a.b.c.qual sia di bisogno de diuidere in due parti equale,sia tirata la corda.a.c.& quella sia diuisa in due parte equali in ponto.d.& dal ponto.d.(per la undecima del primo) sia tirata la perpendicular.d.b.laqual lega la circonferentia del dato arco in ponto.b.alqual ponto.b.dico che diuide

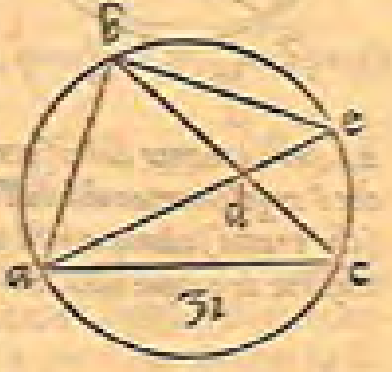
diuide il dato arco in due parti equali, & per dimostrare questo sia tirate le due linee b.a.b.c. lequale serano equale (per la quarta del primo) laqualcosa l'arco.a.b. (per la prima parte della trigesima ottaua di questo) serà equale all'arco.b.c. che è il proposito.

Theorema.27. Propositione 31.

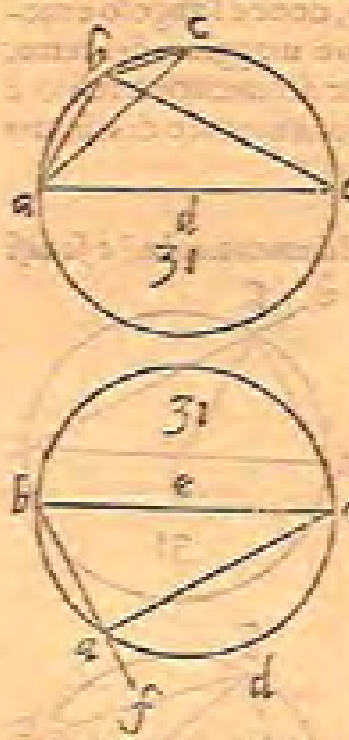
30 31 Se uno angolo de linee rette è fatto nel mezzo cerchio ilquale stia sopra l'arco certo quello angolo retto. Ma se la portione del cerchio doue è l'angolo e maggior del mezzo cerchio, all'hora quel angolo fia menore che'l retto. Et se la portione del cerchio, done è l'angolo è menore del mezzo cerchio, allhora quello angolo è maggior del retto. E anchora ogni angolo della portione maggior del mezzo cerchio è maggior che'l retto, & ogni angolo della portione menore del mezzo cerchio è menor del retto.

Sia il cerchio.a.b.c. (il centro del qual sia il ponto.d. è l'diametro.a.d.e.) e facisse nel mezzo cerchio.a.b.c. insula circonferentia l'angolo.a b.c. (menate le linee.a.b. et b.c.) dico l'āgolo.a.b.c. essere retto, & per dimostrar tale cosa, sia tirato dal l'angolo.b. al centro.d. la linea.b.d. & perche le due linee.d.a. & d b.) del triāgolo.a.b.d.) sono equale (per la diffinition del cerchio) l'angolo.a. (per la quinta del primo) serà equale all'angolo.a.b.d. & per le medesime ragione l'angolo.c. serà equale all'angolo.d.b.c. & perche l'angolo.c.d.b per la.32. del primo, e equale alli dui angoli.a. & .a b.d. ditabe (per commuua scientia) serà doppio all'angolo.a.b.d. & per le medesime ragione l'angolo.a.d b. serà etiam doppio all'āgolo.d. b.c. adoque li dui angoli.c.d.b. & .a.d b. insieme son doppij a tutto l'angolo.a.b.c. et perche li detti dui angolo.a.d.b. & .c.d.b. (per la vertiadecima del primo) sono equali a dui angoli reti adonque tutto l'angolo.a. b.c. serà la mitā di dui angoli reti, per laqualcosa serà retto che è il primo proposito. Anchora per quest altro modo se puo dimostrare il detto āgolo. a.b.c. esser retto. sia produtta la linea.c. b. fina.e. al ponto.e. l'angolo, e, b, c, estrinseco (per la detta trigesima seconda del primo) serà equale alli dui angoli, a, & c, et perche l'angolo.a.e equale all'angolo.e, b, d, & l'angolo, c, all'angolo, d, b, c. l'angolo adunque, a, b, e, serà esser equale a tutto l'angolo, a, b, c, adonque l'uno e l'altro (per la ottaua diffinitione del primo) serà retto. El secondo proposito se manifesta in questo modo. sia il cerchio.a.b.c. (il centro del quale sia il ponto.d.) nelqual sia la portion.a.b.c. maggiore del mezzo cerchio, la corda dellaquale sia la linea.a.c. & sia fatto sopra la circonferentia di





quella l'angolo,a,b,c,(ducte le linee,a,b,et,b,c,)dico quello tal angolo esser minor d'un retto,& per dimostrar questo sia tirato il diametro.a.d.e,& la linea,c,b,hor dico che l'angolo,a,b,e,(per la prima parte di questa)e retto per laqual cosa l'angolo,a,b,c,serà minor del retto(per la ultima communa scientia)conciosia che quello è parte del retto,e così è manifesto il secondo proposito.El tertio se delucidera in questo modo sia imaginata fissa in lo cerchio,a,b,c,(il centro dilqual sia il punto,d,(la portione,a,b,c,la corda dellaquale sia la linea,a,c,laqual portione è minore del mezzo cerchio,& sia fatto sopra la circunferentia di quella l'angolo a,b, c,(ducte le linee,b,a,et,b,c,)dico quest'angolo,a,b,c,esser maggior del retto,laqual cosa se dimostra in questo modo.Sia producto dal punto,a,il diametro,a,d,e,& dal punto,c,la linea,c,b, l'angolo,a,b,c,(per la prima parte di questa)e retto, per laqual cosa l'angolo,a,b,c, e maggiore di lui, e però il nostro tertio proposito serà manifesto, el 4.el.5.se approuarà in questo modo,sia anco in lo cerchio,a,b,c,f, (il centro dilquale è il punto,e,)le portione,a,b,c,maggiore del mezzo cerchio la corda della quale è la linea,a,c,& la portione,a,f,c, minor del mezzo cerchio,la corda delquale è la medesima linea recta,a,c, dico l'angolo contenuto dall'arco,b,a,& dalla corda, a,c,esser maggior del retto, & l'angolo contenuto dal l'arco,f,a,et dalla corda,a,c,essere minor del retto,et per dimostrar questo,dal pũto,c,si è ducto il diametro c,e,b,& dal punto,b,la linea,b,a,fina al,f,dicho l'angolo,b,a,c,(per la prima parte di questa)serà retto,et (per la terza decimaterza del primo)l'angolo,f,a,c,similmente serà retto,perche adonque l'angolo b,a,c,è parte dell'angolo contenuto dall'arco,a,b,et dalla corda, a,c,però è menor di lui(per la ultima concessione)che'l quarto proposito, Et perche l'angolo contenuto dall'arco,f,a,& dalla corda,a,c,è parte dell'angolo,f,a,c, (che è retto)adonque serà minor di lui, per laqual cosa è manifesta tutta questa cõclusione de cinque membri.

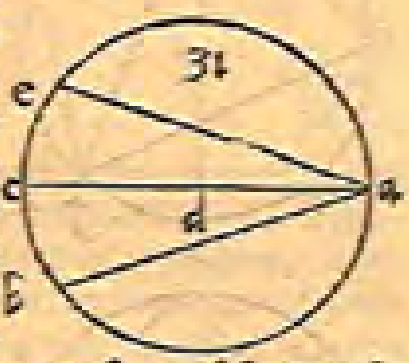


Correlario.

o
31 Da quì è manifesto che se un angolo d'un triangolo serà equal alli al tri duoi angoli del detto triangolo quel angolo è retto, & è conuerso quãdo li duoi angoli d'un triangolo seranno equali all'altro terzo quel li seranno equali a un angolo retto.

Ancora dalle due ultime parti della soprascritta propositione si manifesta la instantia, ouer oppositione contra quelle due argumentationi, alle quale demostrassimo ancora la instantia, ouer oppositione in la sesta decima di questo, però che el

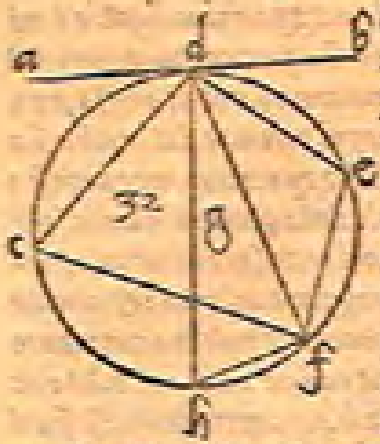
che el se transisse dall'angolo della portione minore del mezzo cerchio il quale è mi nor del retto (per la ultima parte di questa) all'angolo della portione maggiore del mezzo cerchio, il quale è maggiore del retto (per la penultima parte di questa) non dimeno el non se transisse per lo equale, conciosia che ogni portione del cerchio sia ouer mezzo cerchio, ouer minore, ouer maggiore del mezzo cerchio, ma conciosia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della portione minore (per la prima parte della sestadecima di questo) cioè minor del retto (per la ultima parte di questa) & l'angolo della portione maggiore sia maggiore del retto: & niente dimeno el non serà angolo de alcuna portione, ne simplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia & da una linea retta, ne retto, ne equale a uno retto. Ma ac cio che questo piu chiaro sia manifesto sia in lo cerchio a.b.c. il centro delquale sia el ponto.d. la linea.a.b. alla quale non sia determinato fine della parte.b. seghando dal medesimo cerchio la portione minore & l'angolo di quella serà (per la ultima parte di questa) minor del retto. sia il diametro di questo cerchio la linea.a.d.c. & sia immaginato la linea.a.b. esser mossa verso la parte.c. sopra il ponto.a. laquale tanto quanto che la serà de qua dal ponto.c. ouero in lo medesimo ponto.c. coprēdo al diametro.a.d.c. quella farà con l'arco l'angolo menor del retto, ma i ogni ponto oltra il ponto.c. come seria in pūto.e. quella farà (per la penultima parte di questa) l'angolo maggior del retto. adunque el se transisse dal minore al maggio re, e non per lo equale, e secondo che in li angoli de ret te linee el se pue trouar un'angolo maggiore dell'ango lo del mezzo cerchio & uno minore, e tamen non se pue trouare lo equale (come fu dimostrato in la sestadecima di questo) similmente in li angoli delle portioni el se pue trouare il maggiore, etiam il minore del retto, & nientedimeno el non se pue ritrouare lo equale, come se manifesta in questa demostratione.



Theorema.28. Propositione.32.

31 32 Se una linea retta toccarà un cerchio, & dal ponto del toccamento sia tirata una linea retta nel detto cerchio la quale seghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa doi angoli con la linea che tocca che ciascun di quelli sono equali alli duoi angoli che stā no sopra l'arco in le portioni alterne.

Sia la linea retta.a.b. laqual tocchi il cerchio.c.d.e.f. in ponto.b. il centro del qual cerchio sia il ponto.g. & dal ponto.d. sia dutta la linea.d.f. nel detto cerchio segante quello, e non passi per lo centro.g. & siano fatti l'angolo.d.e.f. sopra la portion.d.e.f. (dutte le linee.e.d. & e.f.) & l'āgolo.d.c.f. che stia sopra l'ar co della portione.d.c.f. (dutte le linee.c.d. & c.f.) dico l'angolo.c. esser equale al-



l'angolo.b.d.f.& l'angolo.e.all'angolo.a.d f.Et per di mostrare questo sia ducto il diametro.d.g.b.et la linea. f.b.(e per la decima ottaua di questo) la linea.d.b.serà perpendicolare sopra de.a.b.(et per la prima parte della precedente)l'angolo.d.f.b.serà retto. per la qual cosa li dui angoli.a.d.b.& .d.f.b.sono equali,giontoli adunque communamente lo angolo.b.d.f.tutto l'angolo.a.d.f.serà equale alli dui angoli luquali sono.d.f.b. &.b.d.f.ma questi dui con l'angolo.b. sono equali a dui angoli retti (per la trigesima secenda del primo) adoque l'angolo.a.d.f.cõ l'angolo.b.sono equali a dui angoli retti,ma l'angolo.a.d.f.con l'angolo,b,d,f,sono similmente equali a dui angoli retti(per la tertiadecima del primo)adonque l'angolo.b.d.f.è equale all'angolo,b, & perche l'angolo, c, (per la trigesima prima di questo)e similmente equale all'angolo,b,segnita adonque (per la prima cõmuna scientia)l'angolo,b,d,f,esser equale all'angolo,c.che e il primo proposito, & perche li angoli,c,&,e,sono equali a dui angoli retti (per la trigesima secenda di questo) & similmente li dui angoli.a.d.f.& .b.d.f.sono(p la tertiadecima del primo) etiam loro equali a dui angoli retti dicise (per cõmuna scientia)l'angolo.e.serà equal al angolo.a, d.f.cioè il secõdo proposito anchora questo secondo se pro dimostrar in quest'altro modo se l'agolo,a,d,f, con l'angolo, b,sono equali a dui ãgoli retti(come di sopra fu dimostrato) & l'angolo,e,cõ l'angolo,b,similmente sono equali a dui angoli retti (per la trigesimasecenda di questo)adonque l'angolo.e.(per cõmuna scientia)è equal all'angolo.a.d.f.che è il proposito.

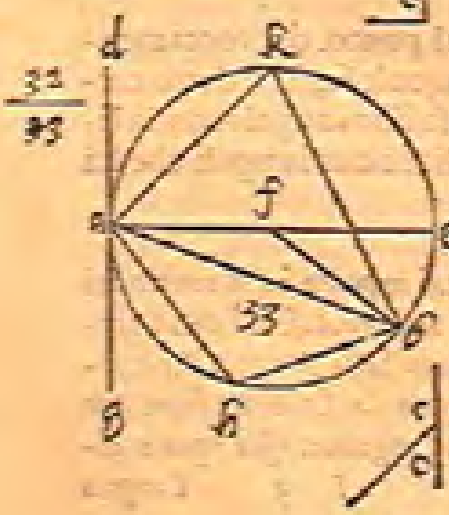






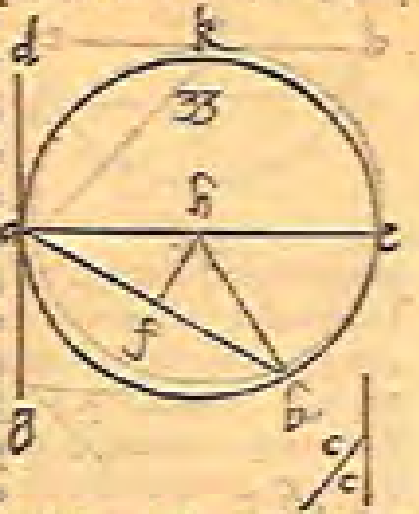
Problema.5. Propositione.33.

Sopra una data rettilinea puotemo descriuere una portione di cerchio recipiente un'angolo equale a uno angolo dato rettilineo.



Sia la data retta linea,a,b,et,c,il detto angolo,sopra la linea,a,b, voglio descriuer una portione del cerchio che riceua in la circõferẽtia uno angolo de rette linee equale all'angolo.c. adonque l'angolo c, ouer che lui è retto ouer che lui è maggiore del retto, ouer che lui è minore del retto hor sia primamente retto. Io dividerò la linea,a,b,in due parti equali & descriuerò sopra di quella

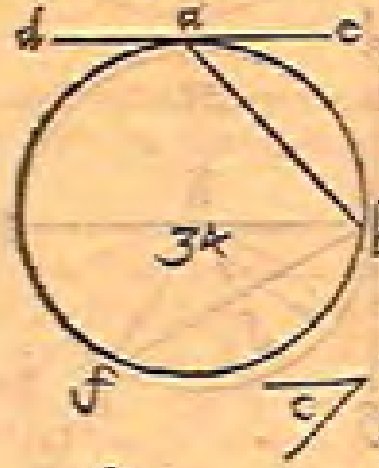
di quella il mezzo cerchio (et per la trigesima prima di ſto) ſerà fatto il propoſito. ma ſe l ſerà ottuſo produrò la linea,d,a, con la linea,b,a, contenente l'angolo,b,a,d, equal all'angolo,c, e dal ponto,a, condurò la linea,a,e, perpendicolare ſopra la linea,a,d, et ſopra il ponto,b, farò un'angolo (per la 23. del primo) equal all'agolo,e,a,b, (nelquale lo ottuſo eccede el retto) dutta la linea,b,f, ſin alla perpendicolar,a,e, (et p la ſeſta del primo) li dui lati,f,a,f,b, (del triāgolo,f,a,b,) ſono equali & per tanto farò il ponto,f, centro d'un cerchio & ſopra di quello deſcriuerò ſecondo la quantità della linea,f,a, il cerchio,a,b,k, la circonferentia dilquale paſſerà etiam per lo ponto,b. (per eſſer la,b,f, equale alla,f,a,) (& per lo correlario della ſeſtadecima di queſto) la linea,a,d, ſerà contingente il cerchio, per laqualcoſa l'angolo il quale ſia fatto in la portione,a,b,k, (per la precedēte) è equale all'angolo,d,a,b, (& per la prima communa ſententia) ſerà etiam equale all'angolo,c, che è il propoſito, ma eſſendo l'angolo,c, acuto produrò la linea,a,g, continente con la linea,a,b, un'angolo equale all'angolo,c, et dal ponto,a, produrò la linea,a,e, perpendicolare alla linea,a,g, et ſopra il pōto,b, farò un'angolo equale all'angolo,e,a,b, (in lo qual l'angolo retto eccede l'angolo acuto) dutta la linea,b,f, ſina alla perpendicolare,a,e, onde (per la ſeſta del primo) le due linee,f,a, et,f,b, ſerāno equale, e per tanto facto il ponto,f, centro di cerchio deſcriuerò ſecondo la quantità della linea,f,a, lo cerchio,a,k,b, la circonferentia dilquale trenſirà etiam per lo ponto,b. (per eſſer la,f,b, equale alla,f,a,) et per lo correlario della ſeſtadecima di queſto, la linea,a,g, ſerà continente il cerchio, per laqualcoſa l'angolo il quale è facto in la portione,a,k,b, è equale all'angolo,g,a,b, (per la precedente) (& per la prima concettione) ſerà etiam equale all'angolo,c, che è il propoſito. Anchora ſe poſſeua procedere per queſt'altro modo, cioè coſtituendo pur con la linea,a,b, nel ponto,a, (per la trigeſima tertia del primo) l'angolo,g,a,b, è equale all'angolo,c, et dal ponto,a, tirare la linea,a,e, (per la undecima del primo) perpendicolare alla linea,a,g, (& per la decima del primo) dividere la linea,a,b, in due parti equale in ponto,f, & dal ponto,f, produre la linea,f,ò, (per la undecima del primo) perpendicolare al la linea,a,b, et dal ponto,b, (doue la detta perpendicolare,f,b, ſegha la linea,a,e,) produre la linea,b,b, & perche le due linee,a,f, & f,b, ſono equale, & la linea,f,b, è commuma al triangolo,a,f,b, & al triangolo,f,b,b, adonque le due linee,a,f, et f,b, del triangolo,a,f,b, ſono equale alle due linee,f,ò, & f,b, del triangolo,f,b,b, et l'angolo a,f,b, è equal all'angolo,b,f,b, (per eſſer ciaſcun di loro retto dal preſupposito) diche la baſa,a,b, de l'uno ſerà equal alla baſa,b,b, dell'altro (per la quarta del primo) adōque facendo il ponto,b, centro di cerchio, & ſopra quello deſcritto uno cerchio ſecondo la quantità de,b,a, la circonferentia di quello paſſerà per lo pō to,b (per eſſer la,b,b, equale alla,b,a,) il qual ſia il cerchio,a,b,e, & per lo correlario della detta ſeſtadecima di queſto, la linea,a,g, tocca il cerchio nel ponto,a, per



la qual cosa ogni angolo qual sia fatto in la portione.a.x.e.b.serà equale all'ãgolo, g.a.b, (per la precedente) & perche l'angolo.g.a.b.fu descritto equale all'angolo.c.seguita adõque che ogni angolo descritto in la detta portion.a.x.e.b. serà equale all'angolo.c.che è il proposito, & cosi se potria procedere quando l'angolo.c. fusse maggior del retto, ideo.

Problema.6. Propositione.34.

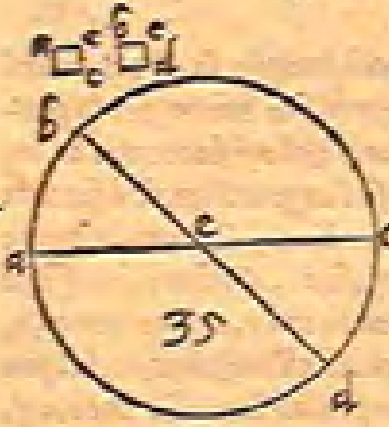
33
34 Da uno dato cerchio potemo tagliare una portione recipiente un angolo equale a uno dato angolo rettilineo.

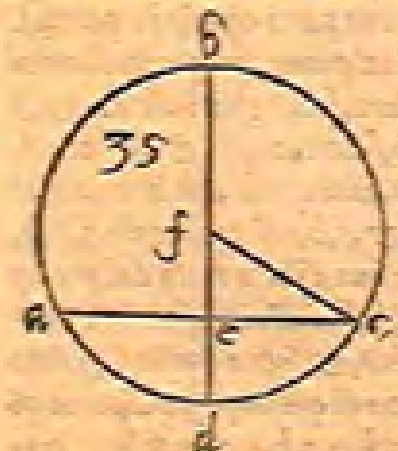


Sia il dato cerchio.a.b.f. & .c. il dato angolo rettilineo, voglio del cerchio.a.b.f. segbare una portione la quale recepa uno angolo equale all'angolo.c. produrò la linea.a.d.a.e. (per la decima settima di questo) che tocchi il dato cerchio in ponto.a. dal quale produco la linea.a.b. (in lo detto cerchio) continente con la linea.a.e. l'angolo. e.a.b. equale all'angolo. c. del che la portione.a.f.b. (per la trigesima seconda di questo) serà recipiente uno angolo equale all'angolo.e.a.b. & perche l'angolo.e.a.b. fu posto equal all'angolo.c. adõque la portione.a.f.b. (per cõmuna scientia) serà recipiente un'ãgolo equale all'angolo.c. che è il proposito.

Theorema.29. Propositione.35.

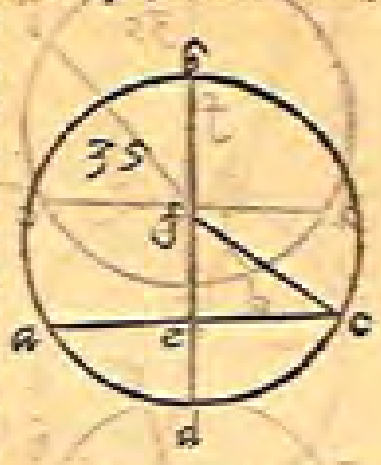
34
35 Se in uno cerchio due rette linee si seghano fra lor quello che procede da una parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella me desima è equal a quello rettangolo che è contenuto sotto alle due parti dell'altra linea.

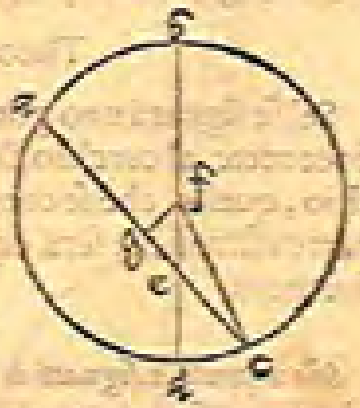




Siano le due linee.a.c.et.b.d. lequal se seghã fra lor in lo cerchio.a.b.c.d. sopra il ponto.e. dico che lo rettangolo che sera fatto dalla parte.a.e. in la parte.e.c. è equale a quello che sirne fatto della parte.b.e. in la parte.e.d. perche ouer che ambedue le dette linee transiranno per lo centro del cerchio, ouer solamente una di quelle, ouero niuna. hor poniamo primamente che ambedue passino per lo centro come in la prima figura appare. Adonque il ponto.e. serà il centro del cerchio, & tutte le quattro linee.e.b.e.d.e.a.e.c. seranno equale (per la diffinitione del cerchio) per laqual cosa il proposito è manifesto. ma se una sola de quelle passerà per lo centro et sia quella la.

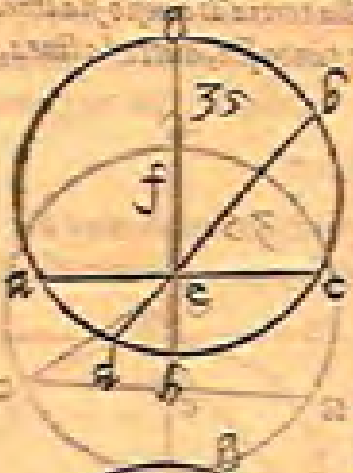
la la,b,d, & il centro del cerchio sia il ponto,f. ouer anchora la,b,d, segherà la,a,c, in due parti equali, ouer in due parti non equali poniamo prima che quella la seghi in due parti equali serà adonque (per la prima parte della tertia di questo) la linea,a,c, segata ortogonalmente della detta linea,b,d, per tanto sia, ducta la linea,f, c, (& per la quinta del secondo) quello che uien fatto della,b,e, in la,e,d, cõ lo quadrato della,e,f, serà equale al quadrato della linea,f,d, cioè al quadrato della linea,f,c, & perche il quadrato dalla detta linea,f,c, è equale (per la penultima del primo) alli duoi quadrati delle due linee,e,f, et,e,c, adonque quel che è fatto della,b,e, in la,e,d, con lo quadrato della,e,f, serà equale alli duoi quadrati delle dette due linee,e,f, et,e,c, adõque leuando cõmunamente da l'una e l'altra parte il quadrato della,e,f, (per la 3. cõmuna sentẽtia) li duoi rimanẽti seranno etiam equali cioè quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, serà equale al quadrato della linea,e,c, et perche la,e,c, è equale alla,a,e, il proposito è manifesto, ma se la,b,d, (laquale transisce per lo centro) segherà la,a,c, in due parti non equale come in questa tertia figuratione appare, dal centro,f, sia ducta la,f,g, perpendicolare sopra la,a,c, dicoe la,g, (per la seconda parte della tertia di questo) serà equale alla,g,c, sia ducta anchora la linea,f,c, onde (per la detta quinta del secondo) quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, col quadrato della,e,f, serà equale al quadrato della,f,d. cioè al quadrato della,f,c, & perche il quadrato della detta linea,f,c, (per la penultima del primo) è equale alli duoi quadrati delle due linee,f,g, & g,c, seguita adonque che quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, col quadrato della linea,f,e, equal alli duoi quadrati delle due linee,f,g, & g,c, et perche il quadrato della detta linea,f,e, è equale alli duoi quadrati delle due linee,f,g, & g,e, (per la detta penultima del primo per esser l'angolo,e,g,f, retto) adonque quello ch'è fatto della,b,e, in la,e,d, cõ li duoi quadrati delle due linee,f,g, & g,e, serà equale alli duoi quadrati delle due linee,g,c, & g,f, tolendo adõque communamẽte dell'una e l'altra parte il quadrato della linea,g, f, restierà quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, col quadrato solo della linea,g,e. equale al quadrato della linea,g,c, ma (per la quinta del secondo) quel che è fatto della,a,e, in la,e,c, col quadrato della linea,g, è anchora lui equal al medesimo quadrato della,g,c, seguita adonque (per comuna sententia) che quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, col quadrato della linea,g, e, è equale a quello che è fatto della,a,e, in la,e,c, col quadrato della linea,g,e, tolendo adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea,g,e, restarà (per la tertia comuna sententia) quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, equale a quello





che

che nien fatto della,a,e,in la,e,c,che è il proposito. Ma se ne l'vnane l'altra de quelle transisse sopra il centro,auenãdo che una di quelle dividerà l'altra in due



parti equali,ouer in due parti nõ equali, hor poniamo primamẽte che la linea,b,d,divida la linea,a,c,i due parti equali in ponto,e,come in questa quarta figuratione appare,produrro la linea,g,f,e,h, diametro del cerchio che transisca per il ponto della division di quelle,cioè per lo ponto,e,& perche la linea,g,h,(laqual transisce per lo centro del cerchio) divide la linea,a,c, in due parti equali nel ponto,e,quello che è fatto della g,e,in la,e,h, è equale(per lo secondo modo di questa conclusione) a quello ch'è fatto della,a,e,in la,e,c,& perche la,g,h, divide la,b,d, in due parti non equali, per lo tertio modo di questa medesma conclusione, quello che è fatto della,b,e,in la,e,d, serà etiam lui equal a quello ch'è fatto della,g,e,in la,e,h, adonque quello che nẽ fatto della,b,e,in la,e,d,è equale a quello che è fatto della,a,e,in la,e,c,che è il proposito,ma se niuna de loro non divide l'altra in due parti equali, come in questa ultima figuration appare,mirata per la linea,g,f,e,h, diametro del cerchio che transisca per per lo ponto,e,quello ch'è fatto della g,e,in la,e,h, serà equal(per lo tertio modo di questa) a quel che è fatto della,b,e,in la,e,d,& per lo medesmo serà etiam equale a quello che è fatto della,a, e, in la e,c, dilche (per commuma sententia) quello ch'è fatto della,b,e,in la,e,d, seria etiam equale a quello ch'è fatto della,a,e,in la,e,c,che è il proposito.

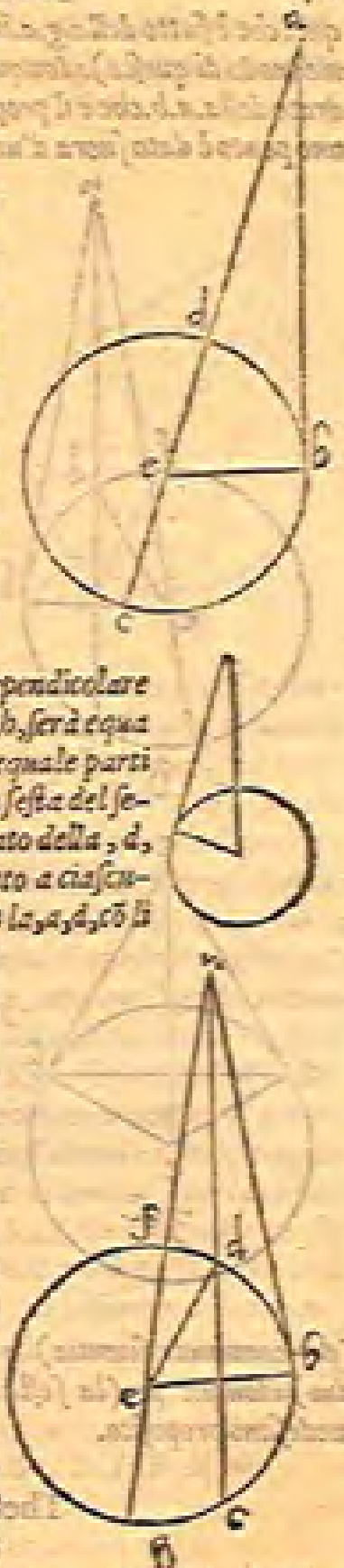
Theorema.30. Propositione.36.

35
36 Sel se signarà uno ponto fuora d'un cerchio,& da quello si meni due linee rette, al cerchio,l'una che seghi,& l'altra che tocchi il detto cerchio, quello che se contenerà sotto di tutta la linea seghante, & della parte estrinsica, serà equale al quadrato che se descriverà della linea che tocca.

Sia il ponto,a,signato di fuora del cerchio,b,c,d,(il centro d'il quale è il ponto e.)dal qual sieno dutte al cerchio le due linee.a.b.toccante & la.a.e.seghante il detto cerchio dico che quello che nien fatto de tutta la.a.c.in la parte.a.d. equale al quadrato della.a.b.perche,ouer che la.a.d.c.passe per lo centro, ouero non poniamo prima che quella passi per il centro(che è il ponto.e.)et sia dutta la linea.e.b.la quale(per la decimottauna di questo)serà perpendicolare sopra la linea.a.b. & perche la linea.d.c.è divisa in due parti equali nel ponto.e.& a quella è aggionta la linea.d.a.(serà per la sesta del secondo)quello che è fatto della.c.a.in la.a.d.

col

col quadrato della linea.e.d. serà equale al quadrato della linea.e.a. & il quadrato della linea.e.a. (per la penultima del primo) è quanto li dui quadrati delle due linee.a.b. & e.b. (per esser l'angolo.a.b.e.retto) adunque quello che è fatto della linea.c.a. in la parte.a.d.col quadrato della linea.e.d. serà equale alli dui quadrati delle due linee.a.b. & b.e. & perche la e.d.è equale alla.e.b. (per la diffinitione del cerchio) li loro quadrati seranno etiam equali, adonque quel che è fatto della.a c.in la.a.d.col quadrato della.b.e. serà equale alli dui quadrati delle due linee.a.b. & b.e. tolto adõque communamente dall'una e dall'altra parte il quadrato della.b.e restarà (per la tertia concettione) quel che è fatto della.c.a.in la.a.d.equale al quadrato della linea.a.b.che è il proposito: ma se la linea.a.d.c. non transisce per lo cẽtro, come in questa seconda figura appare, sia tirata la linea.a.f.e.g. sopra il centro.e. & siano dutte le due linee.e,d, & e,b, & sia.e,b, perpendicolare sopra alla linea.a.d.c. (& per la tertia di questo) la.d,b, serà equale alla.c,b, perche adonque la linea. d,c, è divisa per equale parti nel punto.b. & a quella è aggionto la linea.a.d. (per la sesta del secondo) quel che è fatto della,c,a, in la,a,d, col quadrato della ,d, b, serà equale al quadrato della linea,a,b, unde aggionto a ciascuno il quadrato della,b,e, quello che è fatto della,c,a, in la,a,d, cõ li quadrati delle due linee,d,b, et b.e. (cioè col quadrato della,d,e,) imperoche il quadrato della,d,e, è quãto li dui quadrati delle due linee,d,b, & ,b,e, (per la penultima del primo, perche l'ãgolo,e,b,d, è retto) serã equali alli dui quadrati delle due linee,a,b, & ,b.e, cioè al quadrato della linea,a,e, (per la penultima del primo) et il quadrato della,e,d, è equale al quadrato della,e, f, (per la diffinitione del cerchio) adonque quello che è fatto della,c,a, in la,a,d, col quadrato della,e,f, è equale al quadrato della,c,a, ancora (per la decima sesta del secondo) quello che è fatto della.g.a.in la.a.f.col quadrato della linea.f. è equale al quadrato della linea.a. e. per la qualcosa cadauno de essi rettangoli fatti della, c,a.in la.a.d. & della.g.a.in la.a.f.col quadrato della linea.e.f. è equale al quadrato della linea,a,e, e però seranno equali fra loro, tratto adõque di ciascuno il quadrato della linea,e,f, serà quello che è fatto della.c.a. in la.a.d.equale a quello ch'è fatto della.g.a. in la,a,f, ma



quel

quel che è fatto della.g.a.in la.f.a.è equale al quadrato della linea.a.b.(per lo primo modo di questa)adunque quello che è fatto della.c.a.in la.a.d.è equale al quadrato della.a.b.che è il proposito. Da questa propositione si manifesta che quando uno ponto è dato fuora d'un cerchio e da quello molte linee si menino nel cerchio segandolo,quello che è fatto de tutte le linee nella parte di fuora sian fra loro equali, perche ciascuno di quelli rettangoli sono equali al quadrato della linea che tocca,e anchora menando da quel ponto due linee che tocchino il detto cerchio de necessità quelle seranno fra loro equale,ipero che'l quadrato di ciascuno serà equale al rettangolo fatto de tutta la linea segbante in la parte di fuora,& questo piu euidentemente si manifesta(per la penultima del primo)sia il ponto.a.segnato fuora del cerchio.b.c.d.(il centro dilquale sia il ponto.e.)& da quello siano dutte le due linee.a.b.& a.d. che tocchino li cerchi in li duoi ponti.b.d.dico le dette due linee esser fra loro equale,& per dimostrar questo produrò le linee.e.a.e.b.e.d.Ode per la decima ottaua di questo,l'uno e l'altro di duoi angoli.b.& d.serà retto e(per la penultima del primo)il quadrato della.a.e.serà equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.e.similmente anchora alli duoi quadrati delle due linee.a.d.& d.e.per laqual cosa li quadrati delle due linee.a.b.et.b.e.sono equali alli quadrati delle due linee a,d,& d,e,& perche li quadrati delle due linee,e,b, & e,d,(per communa scientia)sono equali(per esser le due linee,e,b,et e,d,)(per la diffinitione del cerchio) dilche li duoi quadrati delle due linee,a,b,et,a,d,(per la tertia coceptione)seranno equali,adunque(per communa scientia)la.a b.è equale alla.a.d.che è il proposito, anchora per quest'altra via,sia dutta la linea,b, d,per la quinta del primo)l'angolo,e,b,d,serà equale all'angolo,e,d,b,(per esser la.e.b.equale alla.e.d.)& perche l'uno e l'altro di duoi angoli.b.& d.è retto serà (per communa scientia)l'angolo,a,b.d,(residuo)equale all'angolo,a,d,b,(residuo)adunque per(la sesta del primo)la linea.a.b.è equale alla linea,a,d,che è il medesimo proposito.

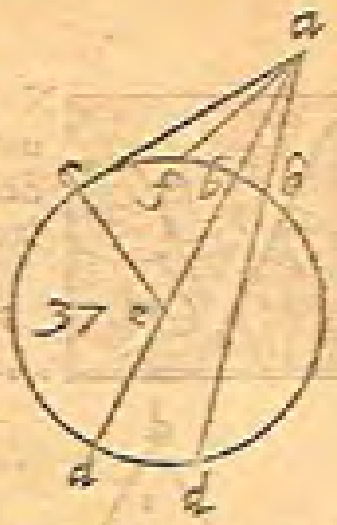


Theorema.31.Propositione.37.

36 Se'l serà signato uno ponto fuor d'un cerchio dal qual sian duite due
37 linee rette alla circonferentia una segante l'altra alla circonferentia ap

plicata,

plicata, e sia il dutto di tutta la linea segante nella parte di fuora, equale al quadrato della linea applicata, di necessità quella linea applicata toccarà il cerchio.



Sia il ponto .a. signato fuora del cerchio .b.c.d. (il cẽtro del quale sia il ponto e.) dal quale siano dutte al cerchio la linea .a.b.d. segante quello, & la linea a,c, applicata alla circonferentia e sia quel che è fatto della .d.a. in la .a.b equale al quadrato della .a.c. dico la linea .a.c. esser toccante, & questa è il conuerso della precedente, perche se la non è toccante (per l'aduersario) sia adonque la .a.f. & (per la precedẽte) quello che è fatto della .d.a. in la .a.b. serà equale al quadrato della .a.f. ẽde il quadrato della linea .a.f. seria equale al quadrato della linea a.c. (per esser cadcun di lor equal a quello che è fatto de tutta .a.d. ẽ la parte .a.b.) adonque la, a, c, (per communa scientia) seria equale alla, a.f, la qual cosa è impossibile (per l'ottaua di questo, adonque la, a, c, serà toccante, che è il proposito) questo medesimo se prouerà ancora demostratiuamente, sia la superior disposition & il presupposito, & se la linea .a.b.d. trãsisce per lo cẽtro sia dutta la linea .a.e. serà (per la .6. del secõdo) quel che e fatto della .d.a. in la .a.b. col quadrato della, e, b, equal, al quadrato della, a, e, ma per esser la, e, b, equal alla, c, e, (per la diffinitione del cerchio) serà quello che e fatto della, a, d, in la, a, b, col quadrato della c, e, equale al quadrato della .a.e. ma quel che e fatto della, a, d, in la, a, b, è posto equale al quadrato della, a, e, adonque il quadrato della, a, c, col quadrato della, c, e, e equale al quadrato della, a, e, adonque (per la vltima del primo) l'angolo. c. è retto, onde (per lo correlario della sestadecima di questo) la linea, a, c, serà toccante il cerchio che e il proposito, ma se la .a.b.d. nõ trasisce per lo centro sia dutta dal ponto, a, una linea transiente per lo centro, et perche quello che e fatto de tutta quella in la parte de fuora de essa linea è equale a quello ch'è fatto della .d.a. in la .a.b (di quella che non passa per lo centro) (per la precedente) & perche quello che e fatto de tutta la linea .a.b.d. (che non passa per lo centro) in la parte a, b, e equale al quadrato della, a, c, (dal presupposito) serà ẽsi (per communa scientia) quel che e fatto della linea, a, d, (transiente per lo centro) in la parte, a, b, equale al quadrato della, a, c, dilche la, a, c, (per le ragione dette) serà toccante il cerchio.

IL FINE DEL TERZO LIBRO.

LIBRO QVARTO DI EVCLIDE.

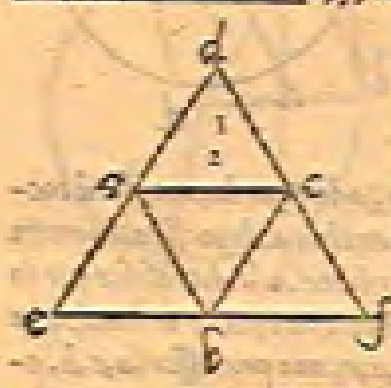
Diffinitione prima.



1/1

NA figura rettilinea uiene detta esser descritta in un'altra figura rettilinea, quando ciascun'angolo della figura inscritta tocca ciascun lato de quella in la quale è descritta.

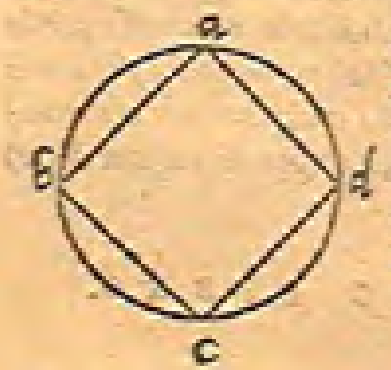
Sia il triangolo, a,b,c, descritto di dentro del triangolo, d, e, f, talmente che ciascun angolo del triangolo, a,b,c, tocca ciascun lato del triangolo, d,e,f, (in li tre punti, a,b, c,) hor dico che'l triangolo, a,b,c, uien detto esser inscritto in lo triangolo, d,e,f, similmente sel fusse il quadrato, a,b,c,d, descritto di dentro del quadrato, e,f,g, h, talmente che ciascun angolo del quadrato, a,b,c,d, tocchi ciascũ lato del quadrato, e,f,g,h, (nelli quattro punti, a,b,c,d,) dico che il quadrato, a,b,c,d, uien detto esser inscritto di dẽtro del quadrato, e,f,g,h, et cosi si deue intendere de ogni altra sorte de figura contenuta de linee rette.



Diffinitione. 2.

2/2 Similmente una figura uien detta esser descritta cerca a un'altra figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun angolo de quella cerca la quale è descritta.

Sia come è il triangolo, d, e, f, (della precedente) che ciascun lato di quella tocca ciascũ angolo del triãgolo, a,b,c, per laqualcosa il triangolo, d,e,f, uien detto esser descritto attorno al triangolo, a,b,c, & similmẽte il quadrato, e,f,g,h, uien detto esser descritto cerca al quadrato, a,b,c,d, perche ciascuno lato di quello tocca ciascuno angolo del detto quadrato, a,b,c,d.



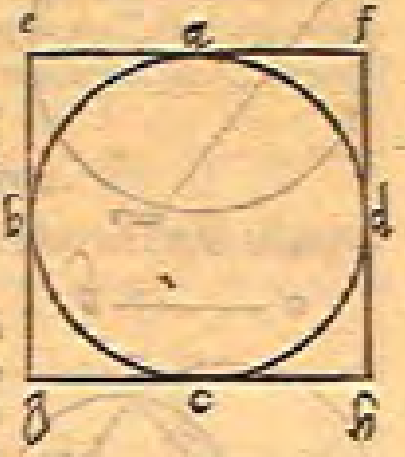
Diffinitione. 3.

0/3 Vna figura rettilinea uiẽ detta esser descritta in uno cerchio, quando ciascaduno angolo della inscritta tocca la circonferentia dello cerchio.

Si come

Si come appare in lo quadrato, a,b,c,d, che ciascuno angolo di esso quadrato tocca la circōferentia del cerchio, a,b,c,d, (in li quattro ponti, a,b,c d,) per la qual cosa il detto quadrato vien detto esser descritto i lo detto cerchio & cosi seria detto ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 4.



0/4 Ma una figura rettilinea vien detta esser descritta cerca a un cerchio quando ciascun lato dalla circonscritta tocca la circonferentia del cerchio.

Si come accade al quadrato, e,f,g,h, il quale (perche ciascun lato di quello tocca la circōferētia del cerchio, a,b,c,d,) in li quattro ponti, a,b,c,d, vien detto essere descritto cerca al detto cerchio, a,b,c,d, & cosi seria detto ogni altra figura rettilinea.

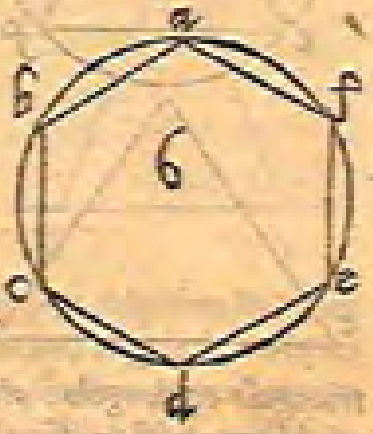
Diffinitione. 5.

0/5 Similmente uno cerchio vien detto esser descritto in una figura rettilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la qual è descritto.

Si come accade al cerchio, a,b,c,d, (della figura precedente) il qual vien detto esser descritto in le quadrate, e,f,g,h, (perche la circonferentia di quello tocca ciascun lato del detto quadrato, e,f,g,h, & cosi seria detto quando cosi fusse in ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 6.

0/6 Uno cerchio vien detto esser descritto cerca a una figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura cerca la quale è descritto.



Si come intorno al cerchio, a,b,c,d, il quale (perche la sua circonferētia tocca ciascuno angolo della figura a,b,c,d,e,f, rettilinea) vien detto esser descritto cerca a essa figura rettilinea.

Diffinitione. 7.

0/7 Una retta linea vien detta connegnire in un cerchio quando li estremi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

Si come appare alla linea, a,b, la quale vien detta cōngnire in lo cerchio, a,b,c,

(perche

(perche li suoi dui estremi, cioè li duoi pũti, a, et, b, che sono il fine di quella) cadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio, a, b, c.

Problema prima. Propositione prima.

Dentro a un dato cerchio puotemo accommodare una linea retta equale a una data retta linea laquale non sia maggiore del diametro.

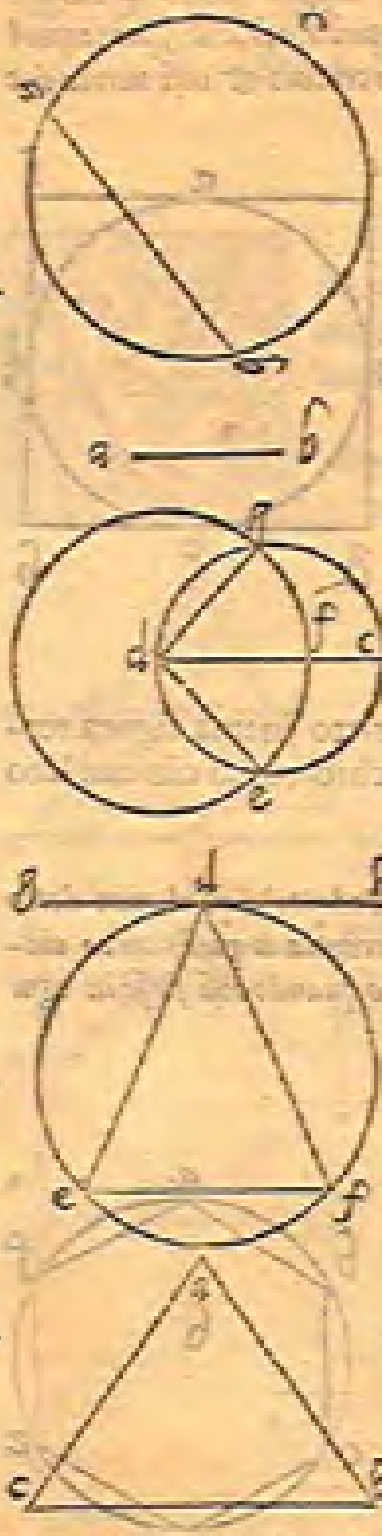
1/1

Sia il dato cerchio, c, d, e, (il diametro del quale è la, d, e,) e la linea data, a, b, laqual non è maggior del diametro, d, e, voglio dentro del dato cerchio accommodare una linea equale alla linea, a, b, laqual se la serà equale al diametro, d, e, gia è fatto quello chi è proposto (perche in lo cerchio, d, e, c,) è stata adattata la linea retta, d, c, equale alla data linea, a, b, ma sel diametro, d, e, è maggiore di essa linea, b, sia tolto dal diametro, d, c, la parte, d, f, (per la terza del primo) equal alla linea, a, b, è sopra il ponto, d, secondo la quantità della, d, f, sia descritto il cerchio f, e, g, segante il detto cerchio in li duoi ponti, g, & e, all'uno di quali sia ducta (dal ponto, d,) una linea retta come la, d, e, over, d, g, & l'una e l'altra di quelle serà equale alla linea, a, b, (perche l'una e l'altra de esse linee, d, e, et, d, g,) (per la diffinition del cerchio) sono equal alla linea, d, f, laqual fu posta equale alla detta linea, a, b, per laqual cosa havemo il proposito.

Problema 2. Propositione 2.

Dentro a un dato cerchio puotemo collocare un triangolo equiangolo a un triangolo assignato.

2/2



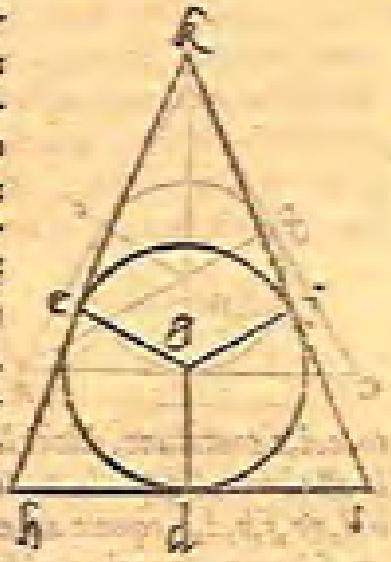
Sia lo assignato triangolo, a, b, c, & lo assignato cerchio, d, e, f, voglio dentro a questo cerchio collocare uno triangolo equiangolo. al triangolo, a, b, c, (non è necessario essere equilatero, ma è ben possibile a essere) produrò la linea, g, d, h, toccante il cerchio in ponto, d, sopra il qual facio l'angolo, h, d, f, (ducta la linea, d, f,) (per la vigesima terza del primo) equale all'angolo, c, & similmente l'angolo, g, d, e, ducta la linea, d, e, equale all'angolo, b, & tiro la linea, e, f, & (per la trigesima seconda del tertio) l'angolo, e, serà equale all'angolo, b, d, f, & l'angolo, h, d, f, fu costituido equale all'angolo.

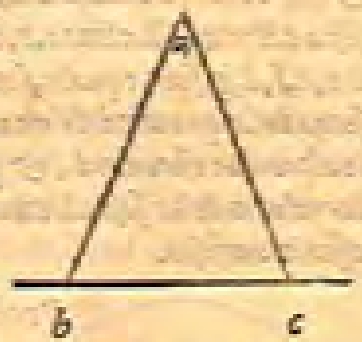
c, adonque

c.adunque (per comuniua scientia) l'angolo e, serà equale all'angolo c. & (per le medesime ragioni l'angolo f, serà equale all'angolo, b, (per laquel cosa l'angolo, d,) tertio del triāgolo, e, d, f, serà equale (per la trigesima seconda del primo) all'angolo, a, ch'è similmente il tertio, del triangolo a. b. c. per laqual cosa hauemo il proposito, cioè in lo cerchio d, e, f, hauemo collocato il triangolo d, e, f, che li suoi tre angoli sono equali alli tre angoli del triangolo, a, b, c, cioè ciascuno al suo correspondē te come uolessamo.

Problema. 3. Propositione. 3.

3 3 Intorno a uno assignato cerchio, puotemo descriuere uno triangolo equiangolo a uno triangolo dato.



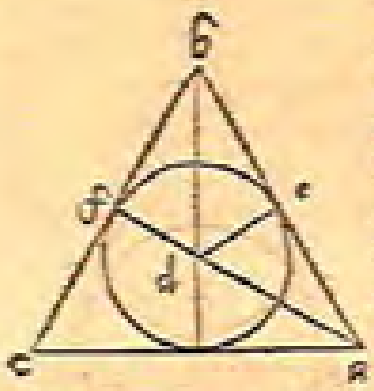


Sia lo assignato triangolo, a, b, c, & lo assignato cerchio, d, e, f, (il centro dilquale è il ponto, g,) intorno a questo cerchio uoglio descriuere uno triangolo equiangolo al triangolo, a, b, c, (equilatero non è necessario ma è possibile) produco la basa, b, c, dall'una e l'altra parte acciochè siano facti li duoi angoli estrinsici, & dal centro, g, produco le linee, g, d, fina alla circonferē tia & constituisco l'angolo, d, g, e (ducta la linea, g, e,) equal all'angolo, b, estrinsico & similmente l'angolo. d, g, f. (ducta la linea, g, f,) equale all'angolo, c, estrinsico & dalli ponti, d, e, f produco in l'una e l'altra parte le linee ortogonalmente le quale (per lo correlario della sesta decima del tertio) seranno toccante il cerchio lequale linee toccanti produco da ciascuna parte fina a tanto che concorrano in li ponti. h. k. l. (il qual concorso approueremo di sotto) perche adunque in lo quadrilatero, h, d, e, g, li duoi angoli, d, & e, sono retti seranno li duoi altri angoli, g, & h, equali a duoi angoli retti conciosia che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali a quattro angoli retti (come è dimostrato sopra la trigesima seconda del primo) & perche li duoi angoli, b, cioè lo intrinsico e lo intrinsico sono similmente equali a duoi angoli retti (per la terziadecima del primo) ma l'angolo, b, estrinsico fu posto equal a l'angolo, d, g, e, serà adunque l'angolo, b, intrinsico (per comuniua scientia) equale all'angolo, h, anchora per simile ragione l'angolo. c, intrinsico è equale all'angolo. l. essendo adunque li duoi angoli, h, & l, del triangolo, h, l, k, equali alli duoi angoli, b, & c, del triangolo, a, b, c, de necessità anchor l'angolo, k, (per la. 32. del primo) serà equale all'angolo, a, equiangoli, adunque sono li duoi triangoli, a, b, c, & h, l, k, dilche attorno al cerchio, d, e, f, hauemo descritto il triangolo, h, l, k, equiangolo al triangolo, a, b, c, che è il proposito.

Hora ci resta a prouare, come le tre linee contingenti in li dette tre ponti, d, f, e, protrate da ciascaduna parte di necessità concorreranno, perche li duoi angoli che sono al ponto, e, l'uno e l'altro è retto, e similmente l'uno e l'altro de quelli che sono al ponto, d, e, per retto se'l sarà inteso con la mente esser tirata una linea dal, d, al, e, li duoi angoli ingnali sono alla parte, b, seranno minori de duoi angoli retti, per laqual cosa protratte in quella parte le due linee, l, d, b, & , K, e, h, (per la penultima petitione) concorreranno, & per la medesima ragion concorreranno, etiã le due linee, b, d, l, & , k, f, l, & similmente le due, l, f, K, e, l, b, e, K, che è il opposito.

Problema. 4. Propositione. 4.

4/4 In uno dato triangolo puotemo descriuere uno cerchio.



Sia lo assignato triangolo, a, b, c, voglio di dentro di questo triangolo descriuere uno cerchio, diuido li duoi angoli, a, & , b, di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali dutta la linea, a, d, & la linea. b. d. lequali concorrano in lo ponto. d. dal qual ponto. d. duco le perpendicolare (per La duodecima del primo) alli tre lati del detto triangolo, liquali sono, d, e, d, f, & , d, g, & perche l'angolo, a, de uno di duoi triangoli, e, d, a, & , g, a, d, è equale all'angolo, a, dell'altro, e l'uno e l'altro di duoi angoli, e, & , g, è retto, e lo lato, a, d, e, commune, dilche la linea, d, e, (per la uigesima sesta del primo) serà equale alla linea, d, g, per la medesima ragione l'angolo, b, dell'uno de duoi triangoli, e, b, d, & , f, b, d, è equale all'angolo, b, dell'altro, e l'uno e l'altro delli duoi angoli. c. & f, è retto, e ancora il lato, d, b, è commune, dilche (per la medesima uigesima sesta del primo) la linea, e, d, serà equale alla linea, d, f, per laqual cosa le tre linee, d, e, d, f, d, g, sono equale, fatto adonque il centro in ponto, d, & descritto il cerchio secondo la quantità de una de dette tre linee transirà (per la nona del terzo) per le altre due estremità, & perche ciascuna delle tre linee a. b. b. c. & c. a. (per lo corelario della sestadecima del 3.) serà toccante il cerchio descritto il proposito sarà esser manifesto.

Problema. 5. Propositione 5.

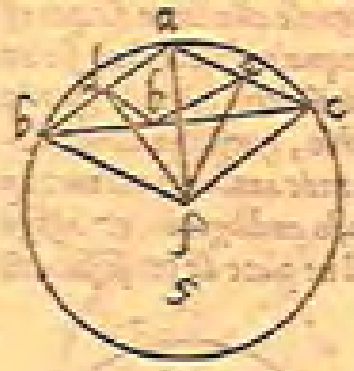
5/5 Circa a uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer ambligonio, ouer oxigonio, puotemo descriuere un cerchio.

Sia il triangolo assignato, a, b, c, voglio circa di lui descriuere uno cerchio, Diuido li soi duoi lati. a. b. & . a. c. (per la decima del primo) in due parti equali, cioè. a. b in ponto. d. & . a. c. in ponto. e. dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la undecima del primo) alle linee. a. b. a. c. lequale allongo fina tãto che quelle concorano insieme in lo ponto. f. & siano. d. f. e. f. & quelle concorrano, perche l'un

e l'altro

e l'altro delli duoi angoli.d. & .e. è retto sel serà inteso esser tirate una linea.d.al.d.a.a.e.li duoi angoli che se ranno fatti(alla parte dove seranno tirate)seranno minori duoi angoli retti, per la qual cosa quelle concorerano(per la penultima petitione) adonque dal ponto.f. (ilquale è il ponto del concorso)ilqual dico esser il centro del quesito cerchio tiro le linee a ciascun angolo le qual sono f.a.f.b.f.c. & perche in lo triangolo, a,d,f,li duoi lati.a.d.d.f.sono equali alli duoi lati.b.d. & .d.f. del triangolo.b.d.f.& l'angolo.d. dell'uno è equale all'angolo.d. dell'altro (perche l'uno,e l'altro e retto,dilche(per la quarta del primo) la linea a.f. serà equale alla linea.f.b.(& per la medesima ragione la linea.f.a.serà equale alla linea f.c.per essi ser similmente li duoi lati.a.e. & .e.f.del triangolo.a.e.f.equale alli duoi lati f.e.et e.a.del triangolo.c.e.f.è l'angolo.e.dell'uno all'angolo.e.dell'altro, adonque(per la nona del tertio) il ponto.f. serà il centro del quesito cerchio, questa universal demostratione a ogni specie di triangolo.tamen perche il se vede anchora nel mezzo voler variare disgiungendo intra lo triangolo orthogonio,lo ambligonio, & lesigonio,dilche l'è da esser dimostrato di ciascun de quelli qual ne piace da per si.sia adō que il trigono proposito orthogonio,e sia lo angolo a.retto, il lato, b, c, opposito al detto angolo retto diuido in due parti equali in ponto.f.ilqual ponto. f. dico essere il centro del quesito cerchio,& per dimostrare questo dal ponto.f. al mezzo dell'uno delli duoi altri lati ilqual sia il ponto.d. duco la linea. f. d. & perche la linea.f. d.diuide li duoi lati.a.b. & b. c. del triangolo a.b.c.in due parti equali La detta linea.f.d. serà equidistante al terzo lato.cioè alla linea.a.c. (& questo fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) & perche l'angolo.a.è posto retto serà(per la seconda e tertia parte della trigesimanona del primo) l'uno e l'altro di duoi angoli che sono al ponto.d. serà retto, sia adonque ducta la linea f. a. & perche li duoi lati. a. d. & .d.f.del triangolo.a.d.f. sono equali alli duoi lati.d.b. & d. f. deltriangolo.d.b.f. & l'angolo. d. de l'uno è equale all'angolo. d. dell'altro la basa.b.f. dell'uno (per la quarta del primo) serà equale alla basa.f.a.dell'altro, & per che la linea.b.f.sia equale alla linea.f.c. (dal presupposito)seranno (per comunna sententia) le tre linee.b.f.a f.c.f.fra loro equal,per laqual cosa il ponto.f. (per la nona del tertio) serà il centro del quesito cerchio. anchor sia il dato triangolo,a,b,c, ambligonio & sia l'angolo, a,ottuso il lato, b, c, che risguarda questo angolo ottuso diuido in due parti equali in ponto, b, dal qual alli ponti di mezzo delli altri duoi lati quali son.d.& e,duco le linee.b.d.& b.e. (e per

quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) la linea b.d. serà equidistante al lato a,c, & la linea b,e, al lato a,b, per laqual cosa l'uno e l'altro delli duoi angoli b,d,b, & c,e,b, (per la sopradetta nona del primo) serano equali all'angolo a, & per tanto l'uno e l'altro de quelli serà ottuso, dutte adunque le perpendicolare d,f, alla linea a,b, & e,f, alla linea a,c, fin a tanto che quelli concorrano in ponto f, (alquale dico esser il centro del cerchio quesito (dqual concorso è manifesto per le ragione di sopra adutte & l'una e l'altra de quelle segar la linea b,c, che risguarda l'angolo a, ottuso, & quelle concorrere de sopra del triangolo a,b,c. (per lo converso modo della trigesima prima del tertio) altramente l'angolo retto serìa equale al ottuso, adunque dal ponto f, il quale il ponto del concorso de quelle produco le linee f,a, f,b, f,c, & perche li duoi lati a,d, & d,f, del triangolo a,d,f, sono equali alli duoi lati, d,b, & d,f, dello triangolo d.b.f. d.f. e l'angolo d. dell'uno è equale allo angolo d. dell'altro (per esser chascaduno de loro retto) la basa. f.b. dell'uno (per la quarta del primo) serà equale alla basa. a.f. dell'altro, & per le medesime ragione la basa. f.c. (del triangolo. e.f.c.) serà equale alla basa. a.f. (del triangolo. a.e.f.) dilche (per la prima commune sententia) le tre linee. f.b. f.a. f.c. seranno fra loro equale, onde (per la nona del tertio) il ponto. f. serà il centro del quesito cerchio, sia de novo che il triangolo a,b,c, sia oligonio diviso tutti li lati di quello in duoi parte equali, cioè il lato. a.b. in ponto d. & al lato a,c, in ponto e, & b,e, in ponto b, tiro le linee d.e. d.b. & e.b. (& per quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) d.b. serà equidistante al a,c, & e,b. al a.b. per laqual cosa l'uno e l'altro delli duoi angoli b.d. b. & c.e.b. (per la seconda parte della sopradetta nona del primo) serà equale all'angolo a.c. per tanto l'uno e l'altro serà acuto, dutte adunque le perpendicolar dict. d.f. alla linea a,b, & e,f, alla linea a,c, è manifesto quelle concorrere dentro il triangolo a,b,c, (altramente l'angolo retto se equalizaria allo acuto, over che serìa minor de quello) e sia il ponto del concorso f. alquale dico essere il centro del cerchio, & per dimostrar questo, produco le linee f,a, f,b, f,c, & perche li duoi lati a. d. & d.f. del triangolo a,d,f, sono equali alli duoi lati b,d, & d,f, del triangolo b, d,f. & l'angolo d. dell'uno equale all'angolo d, dell'altro, onde (per la 4. propositione del 1.) la linea b,f, serà equal alla linea a,f. similmente perche li duoi lati a,e, & e,f, del triangolo a,e,f, sono equali alli duoi lati c,e, & e,f, del triangolo c,e,f, & l'angolo e, de l'un equal all'angolo dell'altro, dilche (per la medesima quarta del primo) la basa f,c, serà equale alla basa f,a, onde (per la prima commune sententia) le tre linee. b. f. f. a. f. c. seranno fra loro equale, per laqual cosa il ponto f. (per la nona del tertio) serà il centro del cerchio quesito.



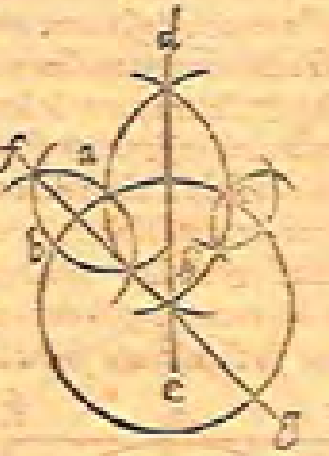


Correlario.

Correllario.

5/5 Per le cose dette è manifesto che se il triangolo serà orthogonio il cẽtro del cerchio da circonscriuere cade in mezzo del lato che è oppolito all'angolo retto se quel serà ambligonio il centro cade de fuora del triãgolo. Ma se quello serà oxigonio cade dentro del triangolo, & è conuerso, quando il centro del cerchio cade sopra il lato b.c. l'angolo che sta nel mezzo cerchio (cioè l'angolo.a.) è retto, & se il detto centro cade de fuora del triangolo è ambligonio, ma sel cade di dentro il serà oxigonio.

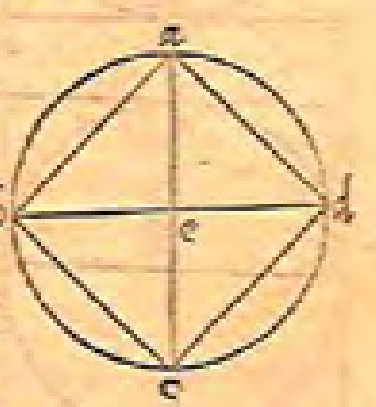
Il Tradottore.



Da questa quinta el se ne cava il modo de trouar il centro de uno cerchio che la sua circonferentia passi per tre ponti propositi ad bene placitum, domente che non siano in linea retta, exempio, siano li tre ponti, a, b, c, uogglio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferẽtia transisca per cadauno delli predetti tre ponti. a. b. c. immagino che li detti tre ponti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti ponti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginatione diuido la differentia che è dal ponto. a. al ponto. c. in dui parti equali orthogonalmente con la linea retta a. d. e. (per la decima & undecima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che è dal ponto. a. al ponto. b. cioè la diuido pur in due parti equali orthogonalmente con la linea f. g. lequal due linee d. e. & f. g. se intersegano in lo ponto. h. ilqual ponto. h. dico essere il centro del questo cerchio che per li modi sopra posti in lo primo modo chiaro appare, adonque descriuendo sopra il centro. h. uno cerchio secondo la quantità de. h. b. ouer. h. a. la circonferentia di quello transirà per cadauno delli altri ponti, che è il proposito.

Problema. 6. Propositione. 6.

6/6 Dentro de uno dato cerchio puotemo descriuere uno quadrato.



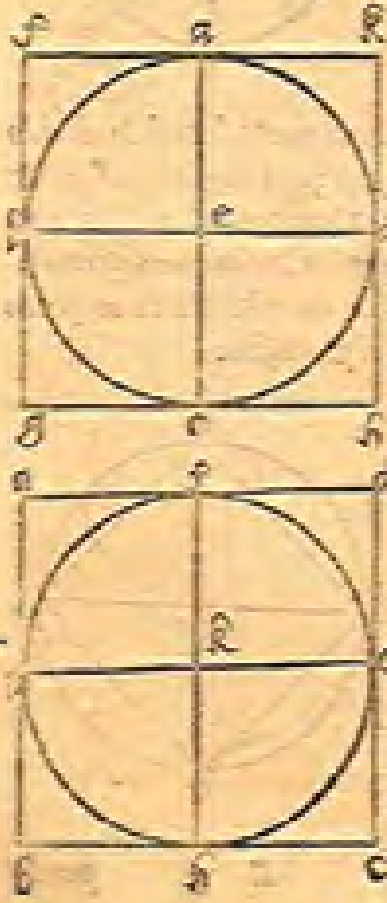
Sia il dato cerchio. a. b. c. d. il centro dilquale è il põto. e. poglio dentro di esso cerchio descriuer uno quadrato tiro in detto cerchio li dui diametri. a. c. & b. d. seghandose orthogonalmente sopra il centro. e. di quali congiungo le estremità, tirando le linee. a. b. b. c. c. d. & d. a. lequale dico contener il questo quadrato,

perche le quattro linee.e,a.e,b.e,c.& e,d. (per la diffinitone del cerchio) sono equale fra loro & li quattro angoli che sono al centro,e, sono equali fra loro per esser ciascun di loro retto, dalche (per la quarta del primo) le quattro linee,a, b.b,c: c,d.& d,a.sono etiam fra loro equale, & cadauno di quattro angoli a,b,c,& d,e retto (per la prima parte della trigesima prima del tertio) perche ciascun de quelli è nel mezzo cerchio, adunque il quadrilatero, a,b,c,d, (per esser de quattro lati equali) & de angoli retti e quadrato (per la.22.diffinition del primo) che è il proposito.

Problema.7. Propositione.7.

7/7 Circa a uno dato cerchio puotemo descriuere un quadrato.

Sia il proposto cerchio.a.b.c.d. il centro dilquale è il pũto.e. voglio d'intorno a questo cerchio descriuere uno quadrato tiro in lui li duoi diametri.a.c.& b.d. segati fra loro orthogonalmente sopra il centro.e. alle estremità delli quali conduco in l'una & l'altra parte le linee ortogonalmente fina a tanto che ciascuna di quelle concorrano insieme & siano li ponti del concorso de quelle,f,b,k, & per lo correlario della setta decima del tertio, ciascuna delle predette quattro linee così tirate serano toccante il detto cerchio,perche adunque in lo quadrilatero.a.f.b.e. li tre angoli.a.b.& e.sono retti il quatro angolo (il quale.e.f.) serà anchora lui retto,perche li quattro angoli de cadauno quadrilatero sono equali a quatro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima seconda del primo, & per la medesima ragione ciascadeno delli altri angoli.g.h.& k. serà retto,adunque (per la seconda parte della trigesima ottaua del primo) le due linee e.f.g.& k.h.etiam le due.f.k.& g.h.sono equidistante, adunque f.k (per la 34. del primo) è equale al.g.h.& f.g. al k.h. (& per la medesima 34.del 1.) f.k. è equale al.b.d.& f.g.al.a,c,ma.b,d.è equale al.a.c. (per esser ciascuno di loro diametro del cerchio) onde (per la prima conettione) le quattro linee,f,k,g,h,f.g,& ,h, k, sono equale, & li quattro angoli f,g,k,h, sono retti, come di sopra fu approuato,adunque il quadrilatero,f,g,k,h, (per la diffinitione) è quadrato,che è proposito.



Problema.8. Propositione.8.

8/8 In uno dato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.

Sia lo dato quadrato, a,b,c, d, voglio dentro di lui descriuere un cerchio diuido cadauno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioè,a,d,in ponto,f,b.a,in ponto,g,c,b, in ponto,h,& ,d,c,in ponto.e.

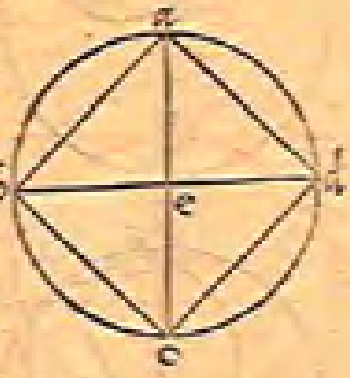
to.e.& produco le linee.e.g.& f.h.le quali si seghino fra loro in ponto.k.il qual dico esser il centro del cerchio,perche la linea.f.b.(per la trigesima tertia del primo) serà equale equidistante alla linea.a.b.(per quello che la.a.f.& .b.h.son equale & equidistante,similmente(per la medesima)la detta.f.h.serà equale & equidistante al lato.d.c.& per le medesime ragione.g.e.serà equale & equidistante al.a.d.et similmente al.b.c.et perche tutte le mitade di quattro lati del detto quadrate(per la communa scientia)sono fra loro equali dichbe le quattro linee. K. g.k.h.k.e.et.k.f.(per la trigesima quarta del primo)seranno equale fra loro,adonque descrivendo sopra il centro,k,il cerchio secondo la quantità de.k.g.over de.k. f.over de.k.e.over de.k.h.transisse etiam per li altri tre ponti,& serà toccante le quattro linee,over lati del quadro cioè,a.b.b.c.c.d.& d.a.& lo ponto.k.serà(per la nona del tertio)el centro del quisto cerchio,che è il proposito.

Problema.9. Propositione.9.

9 | 9

Cerca uno alsignato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.

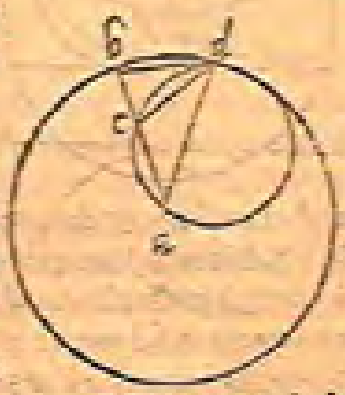
Sia il quadrato,a,b,c,d,voglio cerca di lui descriuere un cerchio tiro in lui li duoi diametri,a,c,& ,b,d,segenti fra loro in ponto,e,equal dico esser el centro del circulo(conciosia che le due linee,a,b,et,a,d,siano equale(li duoi angoli a.d.b.& .a,b,d,(per la quinta del primo)seran equali.& perche l'angolo,d,a,b,e retto.(per la.32.del primo)l'uno,et l'altro de quelli serà la mitade di un retto.Anchora con simel modo el se provarà ciascun delli altri angoli partiali contenuti dalli preditti diametri,& dalli lati del proposito quadrato esser la mità d'un retto.Perche adonque lo angolo,e,a,d,è equale allo angolo,e,d,a,(per la sesta del primo)la linea,e,a,serà equale alla linea,e,d,(per la medema ragione,e,a,serà etiam equal al,e,b,& ,e, c,serà equale al,e,d,)dichbe descriuendo sopra el ponto,e,el circulo secondo la quantità de una delle quattro linee,e,a,e,b,e,c,over,e,d,transirà etiam per li altri tre ponti,& (per la nona,del tertio)el ponto,e, serà al centro del detto circulo,che è il proposito.



Problema.10. Propositione.10.

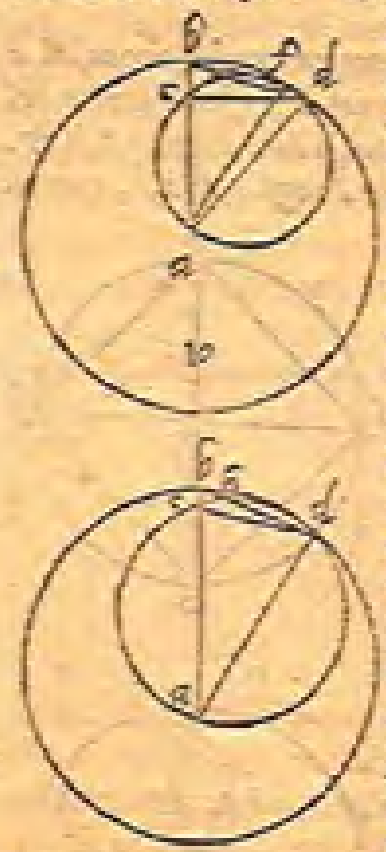
10 | 10

Puotemo delignare uno triangolo de duoi lati equali del quale l'un e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.



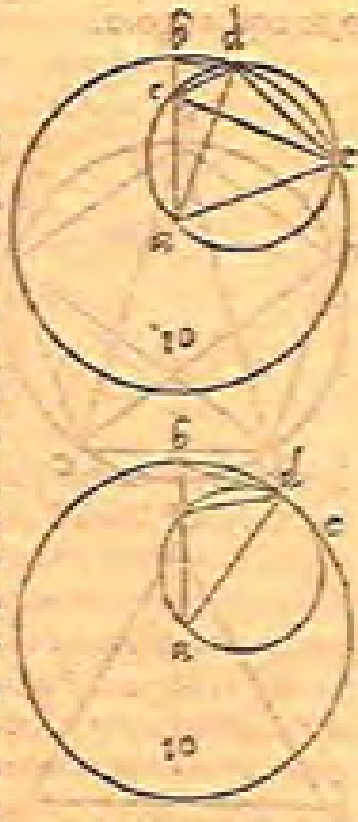
La intentione e da descriuere uno triangolo de duoi lati equali & del tertio non equale, del quale l'uno e l'altro delli duoi angoli che sono sopra il lato che non è equale alli altri duoi sia doppio al tertio. Et per far que

sio sia tolto a beneplacito una linea retta laqual sia a.b. laqual sia diuiso secõdo che ne insegna la undecima del secondo in punto.c. talmente che quello chi è fatto della a.b. in la.b.c. sia equale al quadrato della.a.c. & fatto il punto.a. centro sia descritto (secondo la quantità della detta linea.a.b.) il cerchio.b.d.e. drento dilquale sia accommodata la linea. b.d. (per la prima di questo) equale alla linea.a.c. & siano produtte le due linee.d.a.d. e.dico il triangolo. a. b. esser tal qual è stato proposto & per dimostrar questo sia circonscritto un cerchio. d.qual sia.d.c.e.) per la quinta di questo) al triangolo.d. c. a. perche adonque la linea.d.b. è equale alla linea.a.c. sarà quello che sia fatto della.a.b. in. b.c. equale al quadrato della linea.b.d. per laqual cosa la linea.b.d. (per la ultima del tertio) è toccante il cerchio.d.c.a. (& per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo.c.d.b. è equale al angolo.c.a.d. giunto adonque communamente l'angolo.c.d.a. tutto l'angolo.b.d. a. (per la secõda concettione) sarà equal alli duoi angoli.c.a.d. et.c.d.a. ma (per la trigesima seconda del primo) l'angolo. b. c. d. è equale alli medesimi duoi angoli c.a.d. & c.d.a. (perch'è estrinseco a quelli) adonque l'angolo.b.d.a. è equale all'angolo.b.c.d. & perche l'angolo.a.d.b. è equale all'angolo.a.b.d. (per la quinta del primo) per essere li doi lati.a.b. & a.d. equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo.b.c.d. (per la prima concettione) sarà equale all'angolo.c.b.d. adonque (per la sesta del primo) la linea.c.d. è equale alla linea.b.d. & perche la linea.b.d. fu posta equale alla linea.c.a. seguita adonque (per la prima commune sententia) che la linea.c.d. sia equale alla linea.c.a. adonque (per la quinta del primo) l'angolo.c.a.d. è equale all'angolo.c.d.a. perche adonque l'uno et l'altro di duoi angoli.c.d.b. et.c.d.a. è equale all'angolo.c.a.d. tutto l'angolo.b.d.a. sarà doppio all'angolo.d.a.b. & per tanto l'angolo.a. b. d. che è equale è anchora lui doppio al medesimo angolo.b.a.d. che è il proposito. Forsi l'aduersario dice il cerchio.d. e.a. circonscritto al triangolo partiale segherà il cerchio.b.d.e. in alcun ponto dell'arco. b.d. sichè insieme segherà la linea.b.d. onde quella non sarà applicata nel cerchio (si come si suppone in la dimostratione) ma sarà segante quello, sia adonque (se possibile è) come pone l'aduersario. & dal ponto.b. sia ducto al detto cerchio minor la linea.b.f. (per la. 17. del tertio) toccante quello sian ducte le linee f.a. f.d. sarà (per la penultima del tertio) quello che sia fatto della.a.b. in la.b.c. equale al quadrato della.b.f. adonque la.b.f. è equale alla.b.d. per laqual cosa l'angolo.a.f.d. (per la quinta del primo) sarà equale all'angolo.b.d.f. & perche l'angolo.a.f.a. è equale (per la trigesima seconda del tertio) all'angolo.a.d.f. & perche tutto l'angolo.b.f.d. (per la ultima concettione) è maggior dell'angolo.b.f.a. sarà etiam maggiore dell'angolo.



f.d.a.

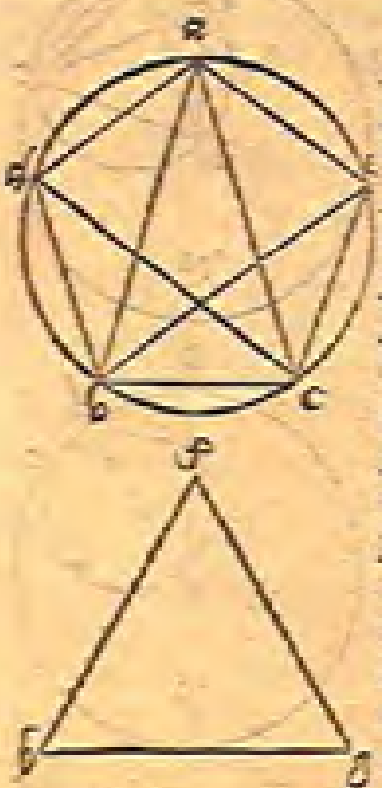
f d a (a quello equale) & perche l'angolo f d b è equal al detto angolo b f d, seguiria (per communa scientia) che l'angolo f d b, fusse maggiore dell'angolo f d a. laqual cosa è impossibile (per la ultima concessione) che la parte sia maggior del tutto, adonque il cerchio d a c non segharà in alcuno ponto l'arco b d. ancora per uno altro modo possiamo dimostrar questo che il cerchio minor per modo alcuno segharà la linea b d perche il detto aduersario forse dirà che segharà quella non segandolo l'arco d b del maggior cerchio, se pur possibil è che segni quella sia questo in ponto b. & serà quello che è fatto della a b in b c equale a quel che sera fatto della d b in b b. Perche'l fu dimostrato di sopra nella penultima del tertio che se da alcuno ponto signato fuora d'un cerchio siano dutte quante linee si voglia al detto cerchio segante quella tutti li rettangoli contenuti sotto a cadauna di esse linee in le sue parti estrinseche, sono equali fra loro, & perche quello che sera fatto della a b in b c è equale al quadrato della b d. (dal presupposito) seguiria adonque che quello che sera fatto della b d in b b. esser equale al quadrato della d b. Laqual cosa è impossibile (per la seconda del secondo) per laqual cosa il proposito è manifesto. E nota che'l minor cerchio de necessità segharà il maggiore & taglia da quello uno arco equale al arco b d, & lo maggiore similmente taglia dal medesimo uno arco equale allo arco d c, laquale cosa se approuerà cosi. Se il minore non segha il maggiore adonque il tocca quello in ponto d. & perche (per la undecima del tertio) li centri di cerchi che si toccano & il ponto del toccamento sono in una linea, serà il centro dello minore cerchio in la linea a d, per questo che in quella è il centro del maggiore, & il ponto del toccamento, adonque (per la decima ottaua del tertio) l'angolo a d b è retto, dalche similmente l'angolo a b d (a lui equale) è retto, onde seguiria che li tre angoli del triangolo a b d fussino maggiori de dui angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la trigesima seconda del primo.) Adonque lui segha quello in li dui ponti e & d, dico l'arco e d del maggiore essere equale all'arco d b, & l'arco d e del minore essere equale all'arco d c, produco le linee d e, e r, e e, e a, & (per la vigesima settima del tertio) ne fusseno di quattro angoli laquale sono d e a c, e a d f, e r d, & e d f, serano equali perche li dui archi d c, & e r sono equali perche (per la prima dispositione di questa) la d e fu ritrouata equale alla d b laqual d b fu posta equale alla a c e per tanto le d e & e r & c a sono equali. & però li dui archi (per la vigesima ottaua del tertio) sono equali per laqual cosa tutto l'angolo a e d è doppio all'angolo b a d. & per tanto serà ciascun equale all'uno e l'altro di dui angoli a e b d, & a d b. & perche l'angolo a e d è equale all'angolo a d e (per la quinta del



del primo) perche a,e, & a,d, sono equale (per la diffinitione del cerchio, perche sonno dal centro alla circonferentia) seranno li duoi angoli e,d, del triangolo a,e, d, equali alli duoi angoli d. & b. del triangolo a. d. b. adonque (per la trigesima seconda del primo) l'altro angolo a. dell'uno serà equale all'altro angolo a. dell'altro, adunque (per la vigesima sesta del tertio) l'arco e. d. del maggiore è equale all'arco d. b. & per la medesima l'arco e, d, del minore è equale all'arco d. c. & questo è quello, che bauemo proposto.

Problema. 11. Propositione. 11.

11 / 11 In un dato cerchio puotemo descriuere uno penthagono equilatero, & equiangolo.



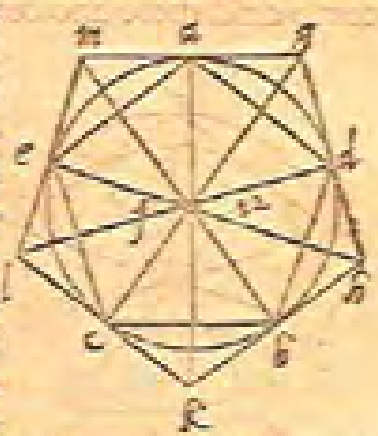
Sia il dato cerchio a. b. c. uoglio di dentro di lui descriuere uno penthagono equilatero et equiangolo descegno un triangolo (per la precedente) liqual sia f. g. b. che habbia ciascun di duoi angoli che sono sopra la base g. b. doppio all'angolo f. & descriuo (per la seconda di questo) in lo cerchio a. b. c. al triangolo a. c. b. equiangolo al triangolo f. g. b. & sia l'uno e l'altro di duoi angoli a. b. c. & a. c. b. doppio all'angolo c. a. b. Diuido l'uno è l'altro de quelli (per la nona del primo) in due parti equali dutte le due linee b. e. & c. d. (e per la vigesima sesta del tertio) li cinque archi in liquali li cinque ponti a. d. b. c. e. diuideno il cerchio seranno equali fra loro per questo li cinque angoli che cadeno in li detti archi sono equali fra loro, adonque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti liqual sono a. d. d. b. b. c. c. e. & e. a. serà il penthagono a. d. b. c. e. in scritto in lo dato cerchio tal qual è sta proposto (per la vigesima nona del tertio) quel è equilatero conciosia che li cinque archi li quali cinque lati di quelle son corde sono equali fra loro. anchora dico quel esser equiangolo perche la circonferentia a. e. è equale alla circonferentia d. b. giongendo a cadauna di quelle la circonferentia e, c. b. (per la seconda communa sententia) tutta la circonferentia a. e. c. b. è equale a tutta la circonferentia d b c e. adonque li duoi angoli a. d. b. & d. a. e. (per esser dedutti sopra le dette due circonferentie equale) (per la vigesima settima del tertio) seranno equali fra loro, e per questa medesima ragion cadauno di quelli angoli che sono sotto a. e. c. & e. c. q. & c. b. d. serano equali a cadauno di quelli angoli che sono sotto e. a. d. & a. d. b. adonque el penthagono a. d. b. c. e è equiangolo, & disopra bauemo dimostrato come egli è equilatero, adunque in lo dato cerchio a. b. c. bauemo descritto il penthagono a. d. b. c. e. equilatero, & equiangolo che è il proposito.

Pro-

Problema. 12. Propositione. 12.

12 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere uno penthagono, e-
12 quilatero, & equiangolo.

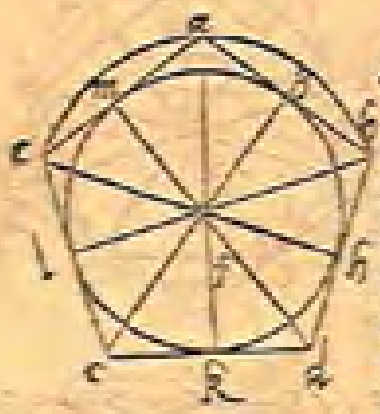
Sia il proposto cerchio. a. b. c. il centro del quale è il ponto. f. uoglio cerca di lui de scriuere uno penthagono equilatero & equiangolo sopra la circomferentia del detto cerchio secondo la doctrina della precedente notarò li cinque ponti angulari quasi come hauesse inscritto un penthagono, liquali siano. a. d. b. c. e. alliquali (dal centro) tirarò le linee. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & dalli medesimi ponti produrò le perpendicolare a queste linee, & quelle slongarò in l'una e l'altra parte fina a tanto che quelle concorrano in li cinque ponti. g. b. k. l. m. & queste linee se ranno (per lo corrolario della decimasesta del tertio) toccante il cerchio, & a questi ponti del concorso (dal centro. f.) condurò le linee. f. g. f. b. f. k. f. l. f. m. (& per che fu dimostrato sopra la penultima del tertio che se d'alcun ponto signato fuora d'un cerchio fian dutte due linee al detto cerchio toccante quello che quelle seranno equale) serà la linea. g. a. equale alla linea. g. d. & la. b. d. alla b. b. & cosi de tutte le altre. Ma perche li cinque archi in liquali li cinque ponti. a. d. b. c. e. diuide no il cerchio sono equali fra loro (per la uigesima settima del tertio) li cinque angoli. a. f. d. d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f. a. (liquali sono dedutti sopra a questi archi in lo centro. f.) seranno fra loro equali, ma li dui lati. a. g. & f. a. del triango o f. a. g. sono equali a dui lati. d. g. & f. d. del triangolo. f. g. d. & il lato. g. f. è commune adonque (per la ottaua del primo) li dui angoli de quelli liquali sono al centro. f. e similmente li dui angoli che sono al g. sono equali fra loro, & per la medesima ragione li dui angoli liquali sono al centro. f. in li triangoli. d. f. b. & b. f. b. e anchora li dui che sono al ponto. b. sono equali. Similmente anchora cadauno delli altri tre angoli liquali sono. b. f. c. c. f. e. e. f. a. & cadauno di tre liquali sono, k. l. m. sono diuisi in due parti equali la prima per la linea. f. k. li secondi per la linea f. l. li tertij per la linea. f. m. & perche queste tre angoli liquali sono. b. f. c. c. f. e. & e. f. a. sono equali a se medesimi etiam alli altri dui (liquali sono. a. f. d. & d. f. b. sono pur equali. seranno le diece mitade de quelli liquali sono diece angoli fatti in lo centro. f. equali fra loro. perche adonque li dui angoli. a. & f. del triangolo. g. a. f. sono equali alli dui angoli. a. & f. del triangolo. m. a. f. et lo lato. a. f. e commune (per la. 26. del primo) l'angolo. g. dell'uno serà equale all'angolo. m. dell'altro & lo lato. g. a. al lato. a. m. per la medesima ragione serà l'angolo. g. (nel triangolo. g. f. d.) equale al angolo. b. in lo triangolo. d. f. b. & lo lato. g. d. serà equale al lato. d. b. per laqual cosa perche. g. a. è la mità de. g. m. & g. d. è la mità de. g. b. & g. a. & g. d. sono equali seranno (per comunam sentia). g. m. & g. b. (che sono il doppio di quelle) equali fra loro. similmente anchora haueremo prouato. g. m. essere equale al. m. l. &



l.& m.l.al.l.K.& l.k.al.k.b.per laqual cosa il pétagono.g.b.K.l.m.è equilatero. ma dico anchora quello esser equiangolo, conciosia che li duoi angoli che sono al.g. siano fra loro equali & li duoi che sono al.m.similmente equali fra loro & .g. partiale al.m.partiale,l'uno e l'altro di sopra fu approuato esser equali,cioè che l'angolo.f.g.a.è equale all'angolo.f.m.a.dilche(per la medesima communa scientia)tutto l'angolo.g.è equale a tutto l'angolo.m.& per la medesima ragione,fu approuera: La equalità in tutti li altri angoli,per laqual cosa è equiangolo,e cosi il proposito è manifesto.

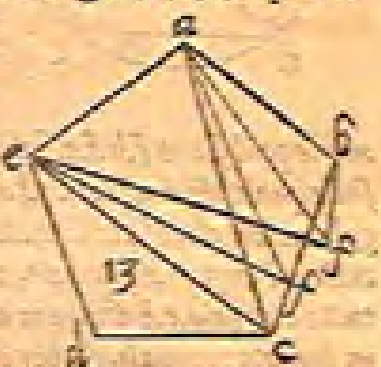
Problema. 13. Propositione. 13.

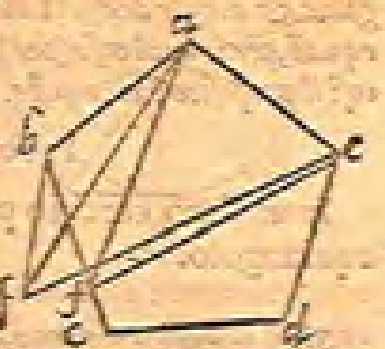
13 / 13 Dentro a uno assignato penthagono equilatero, & equiangolo puotemo descriuere uno cerchio.



Sia lo assignato penthagono equilatero,& equiangolo(perche delli altri non è necessario questo essere possibile)a.b.c.d.e.voglio dentro di lui descriuere uno cerchio diuido li suoi duoi propinqui angoli liquali sono.a. & .e(per la.9. del primo) in due parti equali dutte le linee.a.f.& .e.f.fin a tanto che quelle concorrano in lo punto.f.de dentro del penthagono, ilqual dico esser il centro del detto cerchio,e questo de sotto se demostrerà, ma prima vogliamo chiarire doi dubbii,cioè qualmente è necessario che le due linee.a.f,et,e.f,concorrano insieme,& di dentro del penthagono,perche adunque li 5.angoli del dato penthagono, come fu demostrato sopra la.32. del primo,sono equali a. 6. angoli retti, adunque ciascun angol del penthagono serà equal a un angolo retto,& a un quinto de angolo retto,similmente duoi mezzi angoli del detto penthagono sono equali per a uno angolo retto,& a un quinto de retto,& perche la linea.a.e.cade sopra le due linee a.f.& .e.f.& li duoi mezzi angoli.f.e.a.& .f.a.e. sono minori de duoi angoli retti (per la.5.petitione)protratte in quella parte concorreranno.ancor dico che concorreranno di dentro del penthagono,e se possibile fusse (per l'aduersario) che non concorressano di dentro del penthagono,concorreranno,ouer de fuora del detto penthagono,ouer in lo lato di esso penthagono,ouer in l'angolo di quello, che è l'oppesito al l'un e l'altro delli angoli duusi,hor poniamo primamente che quelle concorrano di fuora in ponto.f.& sia dutta la linea.b.f.& perche li duoi lati.e.a.& .a.f. del triangolo.e.a.f.sono equali alli duoi lati.a.b.& .a.f.del triāgolo.b.a.f.& l'angolo.a. dell'un all'angolo.a.dell'altro(per la quarta del primo)la basa.e.f.serà equale alla basa.f.b.e pche l'angolo.a.partiale e equal all'āgolo.e.partiale (perche tutto l'angolo a.(dal presupposito)è equal a tutto l'angolo è sarà(per la sesta del primo.f.a. equale al.f.e. per laqual cosa.f.a.(per la prima concettione)seria etiam equale al. f.b.adunque(per la.5.del primo)li duoi angoli.f.b.a.& .f.a.b.seriam equali, & per che l'angolo,f,b,a,è maggior dell'angolo,c,b,a,(del penthagono)similmente l'angolo.

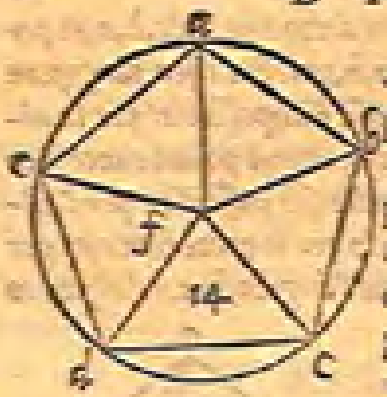
gole.f.a.b,(per la commune sententia)serà maggiore del detto angolo,c,b,a,et per che lo angol,c,b,a,è equale all'angolo,b,a,e,el'angolo,f,a,b,serrà a esser maggiore (per commune scientia)del detto angolo,b,a,e,laqual cosa è impossibile(per la vltima concettione)che la parte sia maggior del tutto,adonque non possno concorrer de fuora del penthagono: hor poniamo adunque che quelle (se possibile è per l'aduersario)concorrano sopra il lato,b,c,in ponto,f,arguendo per le precedente,et per il precedente modo serà l'angolo.a.partiale equale a tutto l'angolo,b,a,e,laqual cosa è impossibile,ma se per caso l'aduersario dicesse forsi che quelle concorrano in l'angolo,c,serà (per le medesime,& per il medesimo modo.) c.b. equale al. a, e, & per tanto a questo come prima l'angolo,c,a,b,seria equale all'angolo,b,a,e,ma perche questo non puo esser (per la vltima concettione)sia adonque il ponto del concorso(ilqual è.f.) dentro del penthagono dal qual condoco cinque perpendicolare alli cinque lati di quello lequale sono,f,g,f,b,f,k,f,l,f,m, & alli dui angoli di quello propongni (dal lato destro & sinistro) alli dui angoli diuisi in due parti,equali,liquali sono,b, & d.co duco le due linee,f,b,f,d, & perche li dui angoli.a,& m,del triangolo,a,f,m,sono equali alli dui angoli,a,& g,dello triangolo,a,f,g, & lo lato,a,f,commune serà(per la.26.del primo)la.f.m.equale alla,f,g,anchora per la medesima ragione tu approuerai la,f,l.esser equale alla,f,m.tolti dalli dui triangoli,e,f,m,& e.f.k.perche da principio li dui lati,a,f,& a,b, del triangolo,a,f,b,sono equali alli dui lati.a.f.& a.e.del triangolo,a,f,e,& l'angolo,a,de lor all'angolo,a,dell'altro,serà(per la quarta del primo) l'angolo,b,partiale equale all'angolo,e, partiale, & perche tutto l'angolo, b, è equale a tutto l'angolo,e, (dal presupposito) & tutto l'angolo.c.è diuiso in due parti equale serà etiã tutto lo angolo,b, diuiso in due parti equali,per lo medesimo modo tu approuerai tutto l'angolo,d,esser diuiso in due parti equal per la equalità del angolo, d, partiale, & ,a, partiale tolti per li triangoli,e,a,f,& e,d,f,perche adonque li dui angoli, g, & ,b, del triangolo,g,f,b,sono equali alli dui angoli,b, & b,del triangolo,b,f,b, & lo lato,f,b,è commune serà(per la.26.del primo)la,f,b,equal alla,f,g,per lo medesimo tu approuerai la,f,k,esser equale alla,f,l,tolte dalli triangoli,l,f,d, & k,f,d. perche adonque le cinque linee,f,g,f,b,f,k,f,l, & f,m, sono equale serà il ponto,f, (per la 9.del tertio) centro del cerchio, elqual describeremo secondo la quantità de una de quelle,e quello tocca tutti li lati del penthagono per la equalità delle linee) & non segarà alcuno de quelli (per la 16.del tertio) e così il proposito è manifesto.





Problema.14. Propositione.14.

14 Circa a uno dato penchagono equilatero & equiangolo puotemo
14 describere uno cerchio.

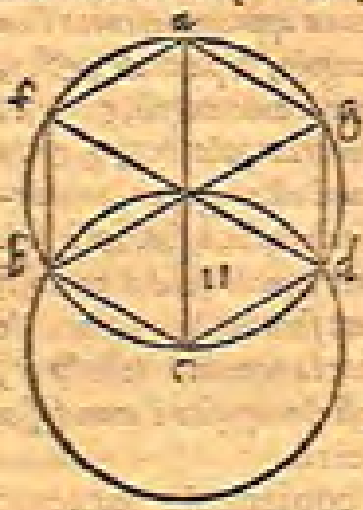


Sia come in prima il penthagono equilatero et equiangolo (perche delli altri questo non è necessario esser possibile) a.b.c.d.e. voglio di lui descriuere uno cerchio (questa è quasi conuersa della.12.) diuido li duoi propinqui angoli di quello (liquali sono a.et e.) in due parti equali (per la 9.del primo) dutte le linee a.f.& e.f. dutte fin a tanto che quelle concorrano di dentro di esso penthagono in ponto.f.& quelle concorreno.& dentro del penthagono (come fu approuato in la precedente) & dal ponto del concorso conduco alli altri angoli le linee equal siano.f.b.f.c.f.d.& perche li duoi lati.a.f.& a.b. del triangolo.a.f.b. son equali alli duoi lati.a.f.& a.e.del triangolo.a.f.e. & l'angolo.a. dell'un all'angolo.a.dell'altro (per la 4.del primo) la.f.b.serà equale alla.f.e.& l'angolo.b. partiale all'angolo,e partiale, & perche tutto l'angolo.b. è equal a tutto l'angolo.e.et tutto l'angolo.e.è diuiso in due parti equali,serà similmente tutto l'angolo.b.diuiso in due parti equali,& per questo modo anchora tu prouarai l'uno e l'altro delli angoli.c.& d.esser diuiso in due parti equali,& le cinque linee.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e.esser equali,per laqual cosa (per la 9.del tertio) il ponto f. serà il centro del cerchio, & cosi il proposito è manifesto.

Problema.15. Propositione.15.

15/15 In un dato cerchio possiamo descriuere uno essagono equilatero & equiangolo.

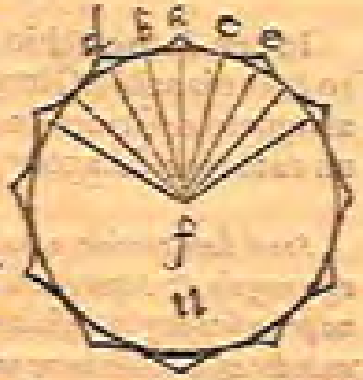
Sia il proposto cerchio,a,b,c,d,il centro del quale sia il ponto,e, voglio dentro di lui descriuere uno essagono equilatero & equiangolo, produco il diametro a.e.c.& secondo la quantità del mezzo diametro,e,c, (fatto centro il ponto,c,) descriuo il cerchio,e,b,d, segante il primo in li duoi ponti,b, d, dalli quali produco li duoi diametri nel cerchio primo,liquali sono.b,e,g,& d,e,f,congiungo adonque le estremità di dette tre diametri con sei linee lequale sono,a,f. f,b.b,c.c,d.d,g.& g,a, lequali dico contener lo essagono questo,perche (come dimostrà la prima del primo) l'un e l'altro de duoi triangoli,b,e,c,et,c,e,d, serà equilatero,per laqual cosa serà etiam equiangolo (per la.5. del medesimo) (adonque per la.32.del primo) li duoi angoli b,e,c,& c,e,d,cõ un'altro insieme che sia equale a uno de quelli, sono equali a duoi angoli retti, per questo che ciascũ de loro è il tertio de duoi angoli retti, ma quelli con l'angolo,d,e,g, (per la tertiadecima del primo) son pur equali a duoi angoli retti, adonque l'angolo,d,e,g, (per comuna sentetia) è equale all'uno et l'altro de quelli, per laqual cosa li sei angoli che son al centro,e, (per la.15.del primo)



mo(sono fra loro equali. adonque(per la 26.del tertio)li archi in liquali cadeno sono equali,per laqual cosa & le corde de quelli (per la.29.del medesimo)lequal sono li lati del esagono, adonque egliè equilatero. ma etiam(per la.27.del tertio)gliè equiangolo per questo che li sei archi in li quali le ponte angulare del esagono dividendo il cerchio tolti a dui a dui sono equali fra loro(come l'arco,a.f.b, all'arco,f.b,c,) & per tanto l'angolo.f.laquale sta in lo primo è equale all'angolo. b.ilquale sta in lo secondo, il medesimo accade in tutti li altri,dilche il proposito è manifesto.

Correllario.

15 Da qui è manifesto che il lato del esagono è equale alla mita del
15 diametro del cerchio al quale inscritto.



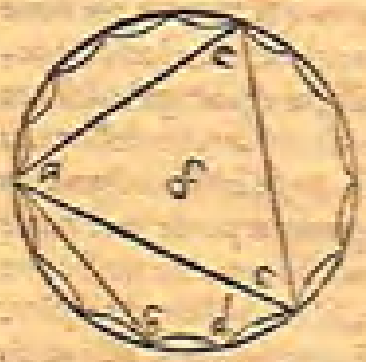
Perche la mita del diametro del cerchio, & il lato esagono sono li lati del medesimo triangolo equilatero come.e.c. & .e.b. & .c.b. & nota che'l non se propone qualmente pozemo designare cerca a uno dato cerchio uno esagono equilatero et equiangolo,ne che pozemo dentro a tal esagono ne cerca a tal esagono descriuere un cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & penthagono. Non perche questo non sia necessario esser possibile,ma perche queste ere per li medesimi precetti, che son fatti in lo penthagono equilatero et equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera & equiangola onde ciascuna figura equilatera et equiangola laqual sapiamo inscriuere in un cerchio quella medesima descriueremo de fuora del cerchio,etiam descriuemo il cerchio dentro & di fuora di quella,con li medesimi mezzi et modi che hauemo fatti in lo penthagono. Nota ancora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, ouer circonscritta, e ancora necessario che quella sia equiangola della inscritta el se manifesta (per la.27.e.28.del tertio) per li archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono corde tolti a dui a dui,in quali archi cadeno li angoli della detta figura & della circonscritta, facile lo approuerai per le linee dutte dal centro del cerchio a tutti li angoli di quella,et alli ponti del toccamento si come appare in la figura.a.d.e.descritta a torno al cerchio.b.c.(il cẽtro dilqual e il pũto. f.)laqual essendo equilatera tu approuerai ẽsta esser etiã equiangola in ẽsto modo pratterai dal cẽtro.f.a cadaũ angolo de detta figura una linea retta si com'è la linea.f.a.e la linea.f.d.f.e.e similmente del detto cẽtro.f.tu condurai una linea retta a cadaũ ponto del toccamento si come e la linea. f.b.et f.c.poi argumenterai in ẽsto modo,la linea.b.a.(p quello che fu demostrato sopra la.36.del tertio)e equale alla linea.a.c.(perche ciascuna sien dal pũto.a.e tocca il cerchio in li dui ponti.b.et c.) adonque li dui lati.a.b. & b.f.del triangolo,a.b.f.sono equali alli dui lati.a.c. & c.f.del triangolo.a.f.c.e la basa.a.f.e commuma,adonque(per la.8.del primo)l'angolo.

golo.f.a.b.serà equal all'angolo.f.a.c.(per laqual cosa l'angolo.b.a.c.)cioè è tutto l'angolo.a.sera a esser diuiso in due parti equali dalla linea.f.a.& cosi se approueranno tutti li altri angoli di essa figura esser diuisi in due parti equali dalle linee che a loro vengon dal centro,perche adonque li dui lati.a.f.& a.e. del triangolo.a.e.f.sono equali alli dui lati.a.d.& .a.f.d.del triangolo.a.f.d.& l'angolo.a.del l'uno all'angolo.a.dell'altro serà la basa.d.f.dell'uno equale(per la quarta del primo)alla basa.f.e.dell'altro & l'angolo.a.d.f.all'angol.a.e.f.et perche l'angolo.a.d.f.la mità de tutto l'angolo.d.(de detta figura)similmente l'angolo.a.e.f.e la mità de tutto l'angolo.e.(per communa scientia)tutto l'angolo.d.serà equal a tutto l'angolo e.& per le medesime ragione se approuano tutti li altri angoli di essa figura essere fra loro equali,et cosi se procederia in cadauna altra figura equilatera che fusse circonscritta a uno cerchio,che è il proposito.

Problema.16. Propositione.16.

16 / 16 In uno dato cerchio puotemo designar un quindecagono equilatero & equiangolo.Oltra di quello puotemo circa a qualunque cerchio assignato descriuer un quindecagono equilatero,& equiangolo,& in un dato quindecagono descriuer uno cerchio.

Sia il dato cerchio.a.b.c.uoglio a quel inscriuer un quindecagono equilatero & equiangolo & dapoi etiam il uoglio circonscriuere anchora dentro a tal quindecagono proposito uoglio descriuere uno cerchio, ma il non propone di voler circa a tal quindecagono descriuere uno cerchio,perche per le altre che quel propone a sufficétia mel da a d intendere,in lo dato cerchio(secondo la dottrina della seconda di questo)toro il lato del triangolo equilatero ilqual sia.a.c.& secondo la dottrina della undecima di questo, toro etiam il lato del penthagono equilatero, & equiangolo ilqual sia.a.b. & perche lo arco.a.c.e la tertia parte de tutta la circonferentia de laquale l'arco.a.b.e la quinta parte,serà il superfluo, ouer differentia che fra questi dui archi(laqual è l'arco.b.c.)li dui tertij dell'arco.a.b. ouer li dui quinti dell'arco.a.c.sue li dui quintodecimi de tutta la circonferentia,perche in ogni tutto la tertia parte eccede la quinta in dui tertij di essa quinta parte ouer i dui quinti di essa tertia parte,ouer i dui quintodecimi del tutto,e questo è manifesto in la quinta e tertia parte del primo numero che ha parte quinta e tertia ilqual è.15.la parte tertia di quello(laquale è.5.)eccede la quinta parte de quello(laqual è.3.)in due unitade lequali sono li dui tertij del medesimo ternario(ilqual è la quinta parte del detto.15.)ouer in dui quinti del medesimo quenario(ilqual è la tertia)ouer li dui quintodecimi del medesimo.15.ilquale è il tutto diuiso adonque l'arco.b.c.in due parte equale(per la.30.del tertio)in pũto d,le manifesto l'uno e l'altro di dessi archi.c.d.& d.b.esser la tertia parte dello



arco,

arco a.b. ouer la quinta dell'arco, a, c, ouer lati, 15. de tutta la circõferentia tirãdo adonq; le corde c.d. et d.b. di quelli, et (p la prima di questo) accõmodando cõtinuamente dentro dal dato cerchio altre corde a quelle equale (che in tutto seranno 15.) serà cõpita la figura ꝑposita, le altre due che esso author propone con la tertia che per le altre il ne da ad intẽdere, cioè di circonscrimer uno quindecato a uno cerchio, & descriuere in uno quindecagono uno cerchio, & anchor circonscriuer, facilmente cõcluderai p il modo della. 12. 13. & .14. di questo, e nota che cadauna figura equilatera laqual sapiamo descriuere in uno cerchio in lo medesimo cerchio sapemo etiã inscriuerne & circonscriuerne un'altra del doppio piu lati, et quella medesma saperemo inscriuer & circonscriuer il cerchio p li archi alliquali se sottoscrive li lati di quella figura, diuisi p la. 30. del. 3. in due parti equale e p le linee tirate dalli pũti di mezzo, cioè di lor diuisione, dalle estremità di lati della medesima figura serà fatto di dẽtro di esso cerchio una figura del doppio piu lati della prima laqual serà eqlatera, p la. 29. del. 3. adõq; serà eqãgolo, pche sopra la. 15. di ẽsto, egliè sta demostrato ẽsto, che' ogni figura eqlatera inscritta in ũ cerchio e etiã eqangolo, e pche ẽsta la sapemo inscriuer in lo cerchio, sapemo etiã cõcluder le altre. 3. p la. 12. 13. et. 14. di questo, adonq; pche sapemo inscriuer un triãgolo eqlatero, sapemo per ẽsto descriuer lo esagono, e pche lo esegano lo duodecagono, e p lo duodecagono una figura di. 24. lati, e cosi in infinito dopiando, benche per il triãgolo lo esagono (come habbiamo detto) puo esser inscritto, tamẽ quel ha posto la ꝑpria demostration di quella dallaqual ne seguita grandemẽte utile. e similmente pche sapemo etiã inscriuer il quadrato sapemo p ẽsto iscriuer ogni figura che' l numero di lati di quella e equalmẽte paro, per lo pẽtagono anchora sapemo inscriuer un decagono, e una figura de 20. lati, e cosi continuatamente dopiando quel medesimo, anchora intende del quindecagono, pche per quello sõ cognite le figure del. 30. & .60. & de tutte cõmunemẽte de lati dopiatisma delle altre figure dellequal questa nõ insegna, ouer quelle che per queste non haueranno: la scientia è difficile, & di poca utilità, come son la settagona, nonagona, undecagona, ma se noi saperemo designar un triãgol de duoi lati equali che l'uno e l'altro di duoi angoli che sono sopra la basa di quello sia treppio al l'altro saperemo descriuer lo settagono in un cerchio, come di sopra fu fatto il pẽtagono, ma se l'un e l'altro de detti duoi angoli fusse quadruplo all'altro saperemo descriuer la figura nonangola, e sel fusse, quincuplo la figura undecagona, & quel medesmo in le altre figure de lati dispari, posto l'un e l'altro di angoli alla basa uenir piace l'altro per quel numero, ilqual è la mitrà del mezzor numero paro contenuto sotto al numero dispari di lati della detta figura.

Il Tradottore.

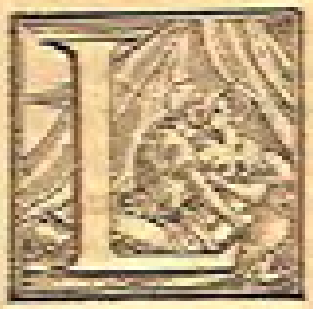
In questo loco, in la prima tradottione egliè stato aggionto un modo da diuidere uno angolo in tre parti equale, & conseguentemente a descriuere una figura nonangola equilatera & equiangola in uno dato cerchio, ma perche tal suo procedere nõ è demostratiuo le habbiamo interlassato come cosa inutile.

IL FINE DEL QVARTO LIBRO.

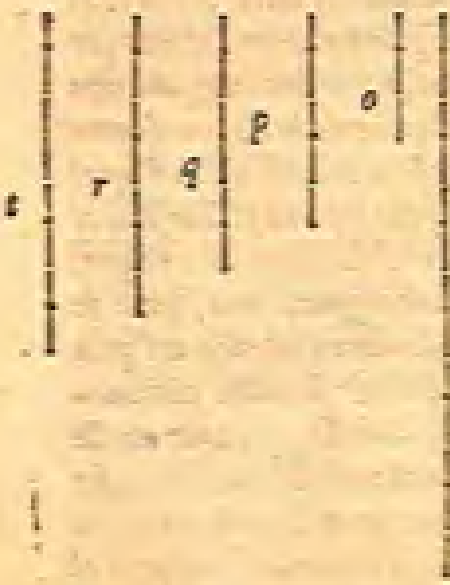
LIBRO QVINTO
DI EVCLIDE,

Diffinitione prima.

1/1 Vna quantità minore è parte d'una quantità maggiore quando che la minore numera ouer misura la maggiore.



A PARTE alcuna volta se piglia propriamente, & è quella la qual è tolta per un certo numero de volte, quella constituisse precisamente el suo tutto, senza alcuna diminutione, ouer augumento, et quella è detta numerare el suo tutto per quel numero, secondo ilquale la sua tolta alla constitutione di esso tutto, & tal parte (laqual chiamano multiplicativa) l'autor la diffinisse in questo loco, & alcuna volta la se piglia communamente, & questa è qualunque quãtità minore, laqual è tolta quãte volte si voglia quella la constituisse non, ouer piu del suo tutto, laqual dicemo parte aggregativa, imperoche con altra quantità diversa constituisse il suo tutto, ma per se tolte quante volte si voglia quella non lo produce.



Il Tradottore.

Per essempio di questa diffinitione, sia la infrascritta linea a.b. divisa in duodeci parti lequal parti sono a.c.c.d.d.e.e.f.f.g.g.b.b.i.i.k.k.l.l.m.m.n.n.b. della qual linea toltone la quantità a.c. (laqual pongo che la sia la quantità o.) & quella referta, ouer comparata a tutta la linea a.b. diremo che quella serà propriamente parte di tutta la linea a.b. per la diffinition di l'Autore, perche tal quantità minore, numera ouer misura precisamente la quantità maggiore, cioè la detta a.b. duodeci volte, & questa tal parte è differentia della parte communamente detta, se chiama parte aliquota, ouer multiplicativa, similmente tolendo la quantità p. equale alla quantità a.d. et quella referta, ouer comparata a tutta la quantità a.b. (per la detta diffinitione) serà parte propria, ouer multiplicativa de tutta la detta quantità a.b. perche quella la numera, ouer misura precisamente sei volte. Similmente tolendo la quantità q. equal alla quantità a.e. ouer la quantità r. equal alla quantità a.f, cadauna de lo ro seria esser parte de tutta la quantità a.b. perche la quantità q. seria numerare ouer misurar quella precisamente quattro volte, & la quantità r. tre volte, et queste tal parti sono denominate dal numero delle volte che quella tal parte misura il suo tutto, essempli gratia la quantità a.c. ouero o. diresse la duodecima parte de tutta la

ta la quantità.a.b.et la quantità.a.d.ouer.p.serà la sesta,& la quantità.a.e.ouer q.la quarta,& la quantità.a.f.ouer.r.la tertia.legual parti precisamente se desserimeno in questo modo † . . . . & li numeri che sono sotto alle virgole sono detti denominatori de dette parti, ma se della detta quantità, ouer linea.a.b.ne toremo la quantità.a.s.qual poniamo che la sia la quantità.t. dico che questa quãtità.t.non seria parte propria ouer multiplicativa della quantità. a. b. perche quella non misura,ouer numera la quantità.a.b. precisamente, perche in due volte la non puo compire de misurarla, ouer de numerarla, & in tre la soprabonda, & questa è quella che è detta parte aggregativa, ouer communamente detta. Al-cuno potria adimandar sopra qual sorte parte si debbe intendere la nona con-mma sententia, io rispondo che la si debbe intendere largamente sopra l'una & l'altra in genere.

† 2 / 1 2 / 1 1 1 / 6 4 3

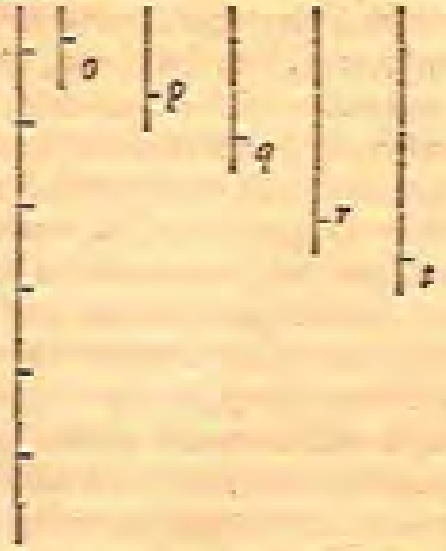
Diffinitione. 2.

2/2 Multiplice è la maggior della minore quando la minor misura quella.

La parte sien detta relativamente al tutto, & in questi duo estremi consiste la relatione di quelle fra loro,& per tanto hauendo diffinito lo minor estremo, in questo loco diffinisse il maggiore e chiama questo maggior multiplice per questa causa che il minor tolto un certo numero de volte constituisse il detto maggiore, seranno adonque relativamente detti fra lor e multiplice perche ogni parte è submultiplice,come se manifesta per la diffinition di quella.

Il Tradottore.

Per essempio di questa diffinitione torneno pur la quantità,ouer linea. a.b. della diffinition precedente laqual linea.a.b. in comparatione a cadauna de ille sue parti,cioè delle quattro linee.o.p.q.r. sien detta multiplice, & la sua multiplicità serà denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte.essempli gratia in comparatione della linea. o. serà detta dodecupla,et in comparatione della linea. p.serà detta sescupla, & in comparatione della linea q.quadrupla,& della linea.r. tripla, ma della linea ouer quantità.t. non serà multiplice perche la detta quantità.t. non numera ouer misura la detta quantità.a.b.



Diffinitione. 3.

3/3 La proportione e la conuenientia certa de due quantità de uno medesimo genere dell'una all'altra siano de quanta grandezza si uoglia.

La proportione & la conuenentia de due cose d'un medesimo genere fra loro, in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equa-

le, perche non solamente in le quantità se ritrova la proportione, ma in li pesi potentie, & soni. Platone nel Timeo dove dimostra del numero delli elementi, vole che in li pesi & in le potentie sia proportione, ma liquidamente appare dalla musica esser proportione in li soni, perche come vuol Boetio nel quarto, se qual unque nervo serà diuiso in due inequale parti, la proportione delle parti & di soni serà una medesima, contrario modo, ma in quelle cose in lequal vien trouata la proportione quelle participano la natura, & la proprietà della quantità, perche la non vien trouata in alcune due cose se non in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equale; il proprio della quantità è esser detta secondo quella equal ouer inequale, come vuol Aristotile in li predicamenti, onde è manifesto la proportione primamente essere trouata in la quantità, & per quella in tutte le altre cose. Ne puo esser proportione in alcune cose alla quale simile non sia in alcune quantità, per laqual cosa ben ha detto Euclide la proportione semplicemente esser in la quantità, conciosia che habia diffinido quella per conuenientia de due quantità fra loro d'un medesimo genere. Lo intellecto dellaquale diffinitione è che la proportione & la conuenientia de due quantità fra loro alla quale il se aduertisse in questo che una de quelle è maggiore ouer minor dell'altra, ouer equale, per laqual cosa è manifesto che'l bisogna quelle esser d'un medesimo genere, come dui numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouero dui corpi, ouer dui luochi, ouer dui tempi, perche il non puo essere detto che la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, ne il tempo de luocho, ma la linea della linea, & la superficie della superficie, perche solamente le cose uniuoce sono comparabile, ma quello che dice certa conuenientia non intendere cosi si come conuenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il sentimento della quale è questo, la proportione & la determinata conuenientia di due quantità, io dico cosi determinata, che la sia questa & non altra perche non è necessario che ogni conuenientia de due quantità sia cognita di doue, ne anchora dalla natura, perche alcuna proportione è di discretti come de numeri, & alcuna de continui, ma in li numeri il minor è parte, ouer parti del maggiore, come se dimostra nel settimo, per la qual cosa & in tutti quelli la conuenientia è certa & nota, ma in li continui la proportione è piu larga, perche in quelli è dove la minor quantità è parte, ouer parti della maggiore, & de tutti questi tali per mezzo de numeri la proportione è nota laqual vien detta rationale, & tutte queste tal quantità sono dette commensicante, perche quelle una medesima quantità necessariamente li misura, onde & tutti li numeri sono commensicanti, perche la unità misura tutti quelli, egliè anchora dove che la minore non è parte, ouer parti della maggior, & in questi tali non è nota la proportione ne a noi ne alla natura, & que sta proportione vien detta irrationale, & queste quantità incommensicante, onde si fa che ciascaduna proportione, laqual se troui in li numeri quella se trouarà in ogni genere de continui come in le linee, superficie, corpi, & tempi, ma non è econuerso, perche infinite proportioni se trouano in li continui lequali la natura di numeri nol patisse, ma ciascuna proportione laqual sia trouata in uno genere

di

di continui la medesima uien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se ritroua alcuna linea a qualunque altra se ritroua, cosi qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcun altro, similmente il tempo, ma non cosi qualunque numero ad alcun altro. onde piu è larga la proportione in li continui che in li discreti, per liche è manifesto la proportione geometrica essere de maggior abstratione, che la proportione arithmetica, perche in ogni proportione cerca laqual le serue la arithmetica e rationale, ma la geometrica equalmente considera la rationale, & la irrationale.

Diffinitione. 4.

4/4 La proportionalità & la similitudine delle proportioni.

Come se noi dicessimo che la proportione che è della.a. alla b. quella è ancora della.c. alla.d. la proportione che è fra la. a. & la.b. e simile a quella che è fra la.c. & la.d. & questa similitudine che resulta da queste proportioni uien detta proportionalità.



Diffinitione. 5.

5/5 Le magnitudine sono dette hauer proportione fra loro lequali multiplicate le possono l'una e l'altra eccedere.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione, il senso della quale è questo che le magnitudine se dicono hauere proportione insieme, lequale multiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, perilche il seguita che fra qualunque due quantità (ouer magnitudine) terminate, che siano de uno medesimo genere è semper qualche specie de proportione perche semper se po multiplicare una di quelle talmente che la eccederà, ouer auanzerà l'altra. ma quando l'una fusse terminata, & l'altra infinita all'hora non seria fra l'una & l'altra alcuna specie di proportione perche la terminata non se potria multiplicare talmente che potesse eccedere la infinita, e però dice Aristotile in lo primo de celo & mundo texta quinquagesimo secondo, proportio nulla est infiniti ad infinitum, cioè che de una cosa infinita a una finita & terminata non giè proportione alcuna, perilche concesso, ouero presupposto che due quantità habbiano proportione fra loro, ne segueta per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccederà la maggiore, come accade sopra la ottaua di questo etiam nella prima del decimo & similmente concesso in due quantità inequale che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccederia la maggior, seguiria quelle due quantità hauer proportion fra loro, e semplicemente gratia concesso che il quadruplo del diametro d'uno cerchio ecceda la circunferentia seguita il diametro del cerchio hauer proportione con la circunferentia quantunque la ne sia incognita per fina a questa hora.

Diffinitione 6.

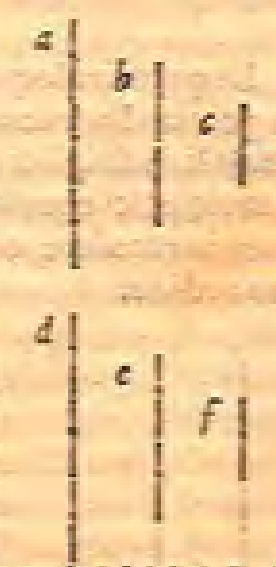
5 Le quantità lequale sono dette hauer la proportionalità continua, o sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti, ouero che sono equali, ouero che equalmente senza interruptione se sopraauanzano, ouero sminuiscono.



Supposta la diuisione delle proportionalità, per continua & discontinua l'Autor diuisse le membri che diceno, et primamente la continua, o per dire meglio supposta la diuisione delle quantità proportionale, per continue & discontinue proportionale, luc non diffinisse la continua proportionalità, ne la discontinua, ma le quantità continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionalità, & della discontinua assai è manifesta per la diffinitione delle quantità continue proportionale, & delle discontinue. ma la continua proportionalità è quando in qual proportione la prima (de quante quantità si voglia de uno medesimo genere) antecede la seconda in le medesime, la prossima conseguente antecede una delle altre, come exempli gratia quando dicessimo si come è della. a. alla. b. così è della b. alla c. & della c, alla, d, & ciascuna di quelle serà antecedente, & consequente eccetto la prima laquale è solamente antecedente, & la ultima laquale è solamente consequente. & in questa proportionalità è necessario tutte le quantità esser de uno medesimo genere per la continuatione delle proportione (impero che'l non è proportione infra le quantità de diuersi genere) et questa serà al manco in tre termini constituida, ma la discontinua è quando de quattro quantità (ouer seranno tutte de uno medesimo genere, ouer le due prime de uno, & le due ultime un'altro,) in qual proportione la prima antecede la seconda in quella medesima la tertia antecede la quarta come quando dicessimo si come è della. a. alla. b. così è della, c, alla. d. et serà qualunque di quelle, ouer solamente antecedente, ouer solamente consequente ne etiam è necessario che siano tutte quattro de uno medesimo genere, si come in la proportionalità continua, imperoche il consequente della prima proportione non è continuado allo antecedente della seconda, ma è possibile che siano de uno medesimo genere, & è possibile che siano de diuersi perche si come accade trouarse una linea doppia a un'altra, ouero treppia, così accade trouarse una superficie ad un'altra superficie, & un corpo ad un'altro corpo, & così un tempo a un tempo, & un numero ad un numero.

Vista che cosa sia la proportionalità cõtinua, et la discõtinua esplicamo la sopra scritta diffinitione delle quantità continue proportionale, la qual dice che la quantità continue proportionale sono quelle, delle quale li multiplici tolti equalmente, ouer che sono tra loro equali, ouer che senza interrumpimento equalmente si sopra auanzano, ouer manchino, exempli gratia, siano le tre quantità d'un medesimo genere

nere.a.b.c.alequale siano tolte le.d.e.f.equalmente multiplice,cioè che si come la.d.è multiplice alla.a.cosi la.e.sia multiplice alla.b. & la.f. alla.c. & seranno tutte del medesimo genere(perche li multiplici, & li submultipli sono in uno medesimo genere, & sia che le.d.e.f.ouer che le siano equale fra loro,ouer che le siano simile nel soprauanzare,ouer mancare, cioè che si come la.d. auanza sopra alla.e. ouer manchi da quella,cosi la.e.auanza sopra alla.f. ouer manchi da quella, dico che quando questi multiplici seranno a questo modo le tre quantità.a.b.c. seranno continue proportionale. ma nō intendere li multiplici esser simili nel soprabondare, ouero nel mancare in quanto alla quantità delli eccessi, ma in quanto alla proportione, perche altramente la diffinitione seria falsa, perche di qualunque quantità (di uno medesimo genere che si eccedino) per differētie equale tolte li multiplici equalmente, ancora li multiplici se eccedeno per differentie equale onde similmēte sono simili, nel superabondare & nel minore, ouer mancare in quanto alla quantità delli eccessi, ouer differentie niente dimeno le prime quantità non sono continue proportionale, anzi sempre delle minore quantità, è maggior la proportione, & questo adviene perche li multiplici di quelle non se eccedeno similmente inquanto alla proportione, ma solamente in quanto alla quantità delle differentie perche etiam se li minori multiplici è la proportione maggiore exempli gratia siano tolti tre numeri che se eccedino per differentie equale immediatamente cioè aritmetice come 2.3.4. tutti multiplici questi.3 numeri tolti equalmente si eccedeno fra loro, li doppi se eccedeno per il binario & li treppii per il ternario & cosi li altri niente dimeno li tre numeri.2.3.4. non sono continui proportionali anci di duoi minori è maggiore la proportione, perche la proportione di quelli è sesquialtera & di duoi maggiori è sesquiterția. adonque perche fra quelli non è similitudine di proportione, & però fra quelli non serà proportionalità ne continua ne discontinua adunque è manifesto che quella similitudine di soprapiongere ouer di diminuire ouer mancare non se intende in quanto alla quantità delle differentie. ma in quāto alla proportione, e per tanto il senso della soprascritta diffinitione serà in questo modo: le quantità continue proportionale son quelle delle quali tutti li multiplici equalmente tolti, sono continui proportionali: ma il non uolse ponere essa diffinitione sotto questa forma: perche all'hora se diffineria tal cosa per quella medesima, ma quāto a ser ua alla cosa, questo è conuertibile con la sua diffinitione: ma le tre quantità.a.b.c. bisogna esser d'un medesimo genere, e questo che li multiplici di quelle fra loro siano equale, ouer che siano simili in soprabondare, ouer in mancare perche se.a. & b. fussero di diuersi generi seriano etiam.d.et.e. (multiplici di essa.a.et b.) di medesimi diuersi generi per questa causa che li multiplici, e li submultipli sono d'uno medesimo genere, per laqual cosa.d. non seria equale ne maggiore ne minore de.e. perche le quantità di diuersi generi non sono comparabile fra loro.

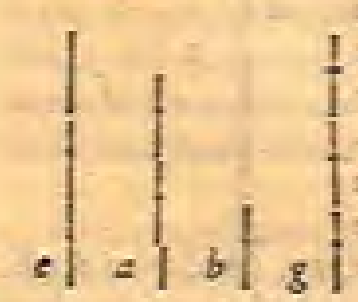


Il Tradottore.

Questa soprascritta diffinitione se ritrova solamente in la prima tradottione la quale diffinitione, penso questo & tengo per fermo che la non sia di Euclide, per le tre ragioni. Prima perche tal diffinitione non ha in se alcuna ragione de diffinitione, perche ne secondo il modo che parla tal diffinitione, ne secondo che dice lo espositore di quella possemo conoscere, ouer dimostrar tre quantità continue, esser continue proportionale, & molto mi maraviglio dil commentatore che nol diffinire tre quantità continue proportionale per tre quantità continue proportionale, cioè per li lor multiplici, ma saria saper da lui come potrò io conoscer, ouer dimostrar che li multiplici siano continui proportionali in le quantità continue non sapendo qual sie nole quantità continue proportionale, adonque non essignandone un proprio accidente di conoscer le quantità continue proportionali, non sapremo conoscer che li multiplici che son per quantità siano continui proportionali adonque tal diffinition non manifesta la cosa diffinita, la seconda ragione che la non sia di Euclide è che di tal diffinitione non se ne serue in loco alcuno per tutta l'opera sua, perilche tal diffinitione (quando che bene fusse bona) seria cosa frusta, & il costume di Euclide (come piu volte e stato detto) non è di mettere cosa alcuna frustatoria, la tertia ragione e che tal diffinitione non si ritrova nella seconda tradottione, per ilche tengo che la sia stata aggionta d'alcuno che si persimenta di sapere, ma alcuno potria dire tal diffinitione esser pur dell'Autore, ma che la non si puo diffinire altramente, io rispondo che quando tal diffinitione gli fusse stà bisognosa in qualche propositione, lé l'haueria saputa rettamente porre, come in fine della sequente se dirà.

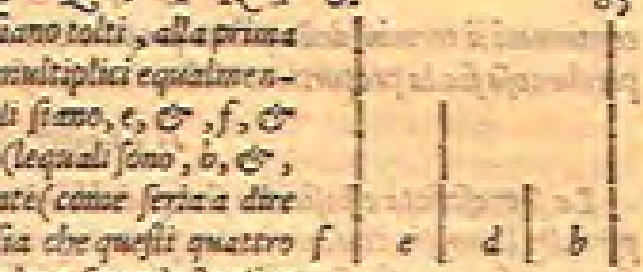
Diffinitione. 7.

6 6 Le quantità lequale sono dette esser secondo una proportione, cioè la prima alla seconda, come la tertia alla quarta, sono quelle delle quale li multiplici equalmente volti alla prima & tertia, comparati alli multiplici equalmente volti alla seconda & quarta, seranno simili ouer in eccedere, ouer mancare, ouer in equaliarse volti in quel medesimo ordine.



Posta disopra la diffinitione delle quantità continue proportionale quiui pone la diffinitione delle proportionale discontinue, & è che di qualunque quattro quantità delle quale seràno volti li multiplici equalmente alla prima, & tertia, e similmente li multiplici equalmente alla seconda, & quarta, & serà che il multiplice della prima sia cosi al multiplice della seconda (in quãto al eccedere ouer mancare, ouer alla equalità) si come il multiplice della tertia al multiplice della quarta, la proportione della prima di quelle alla seconda serà si come della tertia alla quarta, esempli gratia siano le

no le quattro quantità .a.b.c.d. & siano tolti, alla prima & tertia (lequali sono .a. & .c.) li multiplici equalmente (come seria a dire doppij) liquali siano, e, & ,f, & similmente alla seconda & quarta (lequali sono, b, &, d,) siano tolti li multiplici equalmente (come seria a dire treppij) liquali siano, g, & h, & sia che questi quattro multiplici cosi tolti (comparati fra loro secondo l'ordine



delle prime quattro quantità, cioè che la,e, sia comparata alla,g, & la,f,alla,h, & non la,e,alla,f, ouer la,g, alla, h, siano simile nel maggiore, diminuire & equaliare, cioè che se la,e, eccede la,g, che similmente la, f, eccede la, h, ouero che se la,e, manchi della,g, similmente la,f, manchi della,h, ouer che se la,e,è equale alla,g, che similmente la, f, sia equale alla, h, all'hora la proportione della,a,alla,b, è si come della,c,alla.d.

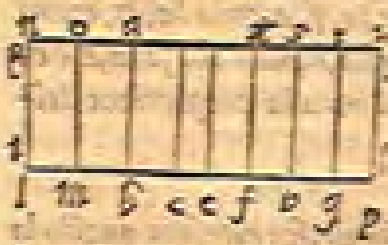
† Ma la similitudine del sopra aggionger, ouer diminuir, sia intesa in questo loco si come in la diffinitione delle quantità continue proportionale, cioè non inquanto alla quantità della eccesso, ma inquanto alla proportione, & quelle parte che dicemo tolte in quel medesimo ordine, sia intesa si come è stato esposto, cioè che li multiplici non siano referti insieme secondo l'ordine di quelle quantità delle quale seranno stati tolti multiplici equalmente, cioè che'l multiplice della prima non sia referto al multiplice della tertia, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, ma siano referti secondo il primo ordine di quelle quattro quantità, cioè il multiplice della prima al multiplice della seconda, & lo multiplice della tertia al multiplice della quarta, serà adonque il senso di questa diffinitione in questa forma. quattro quantità son proportionale discontinue, cioè la proportione della prima alla seconda, & si come della tertia alla quarta quando che li multiplici tolti equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici tolti equalmente alla seconda, & quarta, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come è del multiplice della tertia alla multiplice della quarta: ma non ha uolsto diffinire sotto questa forma per la causa predetta, auenga che quanto aspetta alla cosa sia el medesimo, ma non è necessario che le quattro quantità .a.b. c.d. siino d'un medesimo genere, impero che la.b. non è continuata in proportione con la. c. ma puo esser le due prime d'un genere, & le due seguente d'un altro. per laqual cosa è manifesto che gli è necessario esser referto lo multiplice della prima allo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza al multiplice della quarta, & non lo multiplice della prima allo multiplice della terza, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, perche lo multiplice della prima & della terza non sono sempre d'un medesimo genere, ne etiam il multiplice della seconda & della quarta, ma el fu necessario torre li multiplici equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, et non li multiplici equalmente alla prima & seconda, ne anchora li multiplici equalmente alla terza & quarta, perche per il tuor de multiplici non è

continuati

continuati li termini della prima proportione con li termini della seconda non sarà perche cosa sia la proportione della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.

Il Traduttore.

La soprascritta esposition senza dubbio è uno resso de duo suoi Commentatori, perloche la voglio dividere in due parti, la prima parte serà dal principio di tal esposition.p fin a questo segno † & la seconda serà dal medesimo segno per fin al fin di detta esposition. hor dico che colui che descrisse la prima parte veramente intese Euclide, perche in essa espiana benissimo & sufficientemente il vero senso di tal diffinitione. & non accade intendere nelli multiplici minore di quelle condition che si narra nella seconda parte, ma bisogna intenderle largo modo, come in essa prima parte se dechiara, laqual cosa se manifesta per tutti li lochi dove che Euclide si serve di questa tal diffinitione, cioè nella quarta, settima, & undecima proposition di questo quinto libro, similmente nella prima del sesto & nella.25. dello undecimo. ma la seconda parte (quale credo sia una giunta del Campano) non solamente intorbida el vero senso di tal diffinitione, ma confonde totalmente lo studente che l non sa donde il sia con tante sue condition & articuli di poca verità, & acciochè questo liquidamente appara, mouremo in campo sotto brevità la prima parte della prima proposition del sesto libro (per esser molto a proposito per dar ad intendere bene questa diffinitione) cioè siano li duoi parallellogrammi.a.b.c.et d.e.f.de equal altezze, & fra le due linee equidistante.g.b. & .i.k. hor concludo che queste quattro quantità, cioè li duoi parallogrammi.a.b.c. & d.e.f. & le sue due base.b.c. & f.e. sono in una proportione perche li multiplici tolti & comparati secondo l'ordine di questa soprascritta settima diffinitione hanno quella similitudine et condition che in essa si ricerca, laqual cosa dimostreremo in questo modo. Batezaremo primamente la basa.b.c.per prima quantità, & la basa.f.e.per seconda, & lo parallellogrammo.a b.c.per tertia & lo.d.e.f.per quarta & procederemo in questo modo, pigliarò della linea.b.l.una parte che sia multiplice alla basa.b.c. in che numero me piace, ma per il presente la toremo doppia, & sia la linea.b.l.et quella dividerò in parti equali alla basa.b.c. in ponto.m. & dalli duoi ponti.l. & .m. conduro le equidistante alla.a, b, le quale siano.l, n, & .m.o, & compirò le superficie de equidistanti lati.n.m. & o.b. & serà ciascuna de quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla superficie.a.c. per laqual cosa si come la linea. b.l. multiplice alla.b.c. così la superficie.m.b.è multiplice alla superficie.a.c. cioè che l'una e l'altra è doppia & così veniamo haver tolti li multiplici equalmente alla prima & tertia. Similmente ancora pigliarò una parte della linea.f.K. che sia multiplice alla basa.f.e. secondo che numero me piace, ma per el presente la toremo treppia, & sia la linea.f.p. laqual dividerò per in parte equale alla linea.f.e. nelli duoi ponti.q.r. & tirarò delli tre ponti.p.q.r. tre linee equidistante alla linea.d.f. le quale siano.r.s.q.t. & .p.n.et cadauna delle tre superficie. d.r.s.q. & .t.p. serà equal alla superficie.d.



e.(per

e.(per la detta trigesima sesta del primo) dilche tutta la superficie. d. p. serà cosi multiplice alla superficie.d.e.si come la linea.f.p.alla linea.f.e.cioè treppia,& cosi uenimo hauer tolti li multipici equalmente alla seconda & quarta. Hor comparando il multiplice della prima(cioè la linea.l,b,)al multiplice della seconda(cioè alla linea.f,p,& lo multiplice della tertia(cioè la superficie n,b,)al multiplice della.4.(cioè alla superficie.d.p.)hauo qlla similitudine che recerca la soprascritta diffinitiõ,cioè che se la linea.b.l è maggior della linea.f.p.etiã la superficie.n.b.(per la trigesima sesta del primo)di necessità serà maggiore della superficie. d. p. & se la è minore,minore.& se la è equale,equale, perilche seguita che le due base. b.c. & e.f.& le due superficie.a.b.c.& d.e.f.siano in una proportione(per questa soprascritta diffinitione)che è il proposto.Si vede adonque che quella similitudine di eccedere, diminuire, & equaliare se piglia,largo modo, & non se ha rispetto che tal eccedere,over diminuire sia me secondo la quantità del eccesso,ne secondo la proportione,come uol la seconda parte,ne etiam si debbe,ne si può dar a tal diffinitione quel senso che in la detta seconda parte se conclude (qual dice cosi) discontinue proportionale sono quattro quantità, & la proportion della prima alla seconda e si come della tertia alla quarta quando li multipici tolti come se propone, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come del multiplice della tertia al multiplice della quarta. Perche il se diffinerra tal cosa per quella istessa,per il che la cosa diffinita insieme con la diffinitione uerizno a restar equalmente ignote. esempli gratia, se io non so conoscer in le quattro proposte quantità se quelle siano proportionale,manco saprò io conoscer ne dimostrar tal cosa nelli quatro multipici che sia per quattro quantità, uero è che uno tal senso potria admettere per propositione(per esser dimostrabile)& seria il converso della quarta propositione di questo, & se dimostraria per mezzo di questa settima diffinitiõ procedendo per la converso modo della quarta di questo, reducendo lo aduersario alla impossibile,ma per diffinitione nõ è a proposito. Et nota che questa settima diffinitione parla alquanto piu correctamente nella seconda tradottione qual dice in questa forma.

Le grandezze se dicono esser in una proportione,cioè la prima alla seconda,& la tertia alla quarta quando li multipici tolti equalmente alla prima & tertia cõparati alli multipici tolti equalmente alla seconda & quarta che insieme si eccedano, over che insieme siano equali,over che insieme manchino,nientedimeno,in soffantia son conforme.

Il Tradottore.

Quando che al Auttore fusse stato necessario a diffinire le quantità de continua proportionalità facilmente (uti) potena diffinire in questo loco rettamente, cioè per accidenti propry in questo modo.

Tre quantità si dicono hauere proportionalità cõtinua, quando che li dui multipici equalmente tolti alla prima & alla seconda comparati altri dui multipici

equalmente

equalmente tolti alla medesima seconda & alla tertia, siano simili in quanto alle auanzare diminuire & equaliare.

In questa diffinitione se potria chiamar propositione perche quello che havemo detto se potria dimostrare per la precedente diffinitione pigliando la seconda in loco di seconda e tertia, ma l'Autor non l'ha posta, o per non bastarne dil sogno, ouer perche la precedente satisfa per l'una e per l'altra.

Diffinitione. 8.

7/7 Le quantità, che hanno una medesima proportione sono dette proportionale.

Il Tradottore.



Esempli gratia, se la proportione della quantità, a, alla quantità, b, fosse si come della quantità c. alla quantità d. le dette quattro quantità seriano dette proportionale.

Diffinitione. 9.

8/8 

Quando che seranno tolti li multiplici equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, & che'l multiplice della prima sopranzarà il multiplice della seconda, e che lo multiplice della tertia non sopranzarà il multiplice della quarta, all'hora la prima se dirà havere maggiore proportione alla seconda, che la tertia alla quarta.

Il Tradottore.

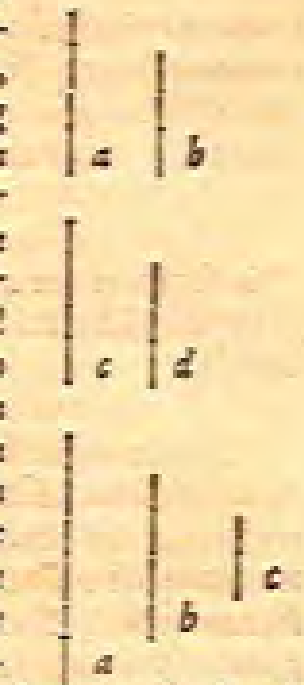
Sopra a questa nona diffinitione (in la prima tradottione) se ritrova una esposittione, laqual è pur stato misto de dui nostri commentatori (si come era etiam sopra la settima) perche in quella son alcune parti che bene esplicano il senso di tal diffinitione, ma poi ne sono state interposte, ouer mescolate con quelle tante altre piene di zanze inutile e fuora di proposito che non solamente occultano le dette parti bone, ma acciecano talmente il studente che'l non sa donde el se sia, per tanto acciochè il detto studente non entri in tal errore havemo separato la luce dalle tenebre, cioè le parti che rettamente parlano da quelle che non rettamente dicono.

Diffinite le quantità proportionale il diffinisse le quantità disproportionale, ma le disproportionale sono quelle fra lequale è la dissimilitudine delle proportioni, laqual cosa può accadere in dui modi, ouero perche maggiore è la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, ouer perche è minore, e però di quelle ne sono due specie, la prima quando egliè maggiore la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta, & questa è detta disproportionalità maggiore, & la seconda è quando che egliè minore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, & questa è detta disproportionalità minore, el diffinisce adonque quelle quantità, fra lequale è maggiore la proportione della

prima

prima alla seconda, che della tertia alla quarta laqual è la maggiore disproportionalità, ma la diffinitione di quelle fra lequale è minor la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta lui non l'ha posto, perche quella è manifesta per l'altra.

Quando adonque seranno quattro quãtità delle qual sã tolti multiplici equalmente alla prima, & tertia, & la multiplici equalmente alla seconda & .4. & che li multiplici della .1. & .2. comparati insieme non seran simili nel ecceder, diminuir & equaliare alli multiplici della tertia & della quarta quel le quattro quantità seranno disproportionale, & se'l multiplice della prima serà maggiore del multiplice della seconda, et che'l non sia necessario che'l multiplice della tertia sia maggiore del multiplice della quarta all'hora serà maggiore la proportione della prima alla secõda che della tertia alla quarta, perche in nisun loco è maggiore la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della tertia alla quarta, che'l nõ accaschi sempre a trouarse alcuni multiplici equalmente tolti alla prima & alla tertia liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici equalmente tolti alla seconda e quarta, se ritroverà il multiplice della prima sopraauanzare il multiplice della seconda, & lo multiplice della tertia non sopraauanzerà il multiplice della quarta, ne in loco alcuno accaderà ritrouar questo, che'l non sia maggiore la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, come dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo, & queste quantità disproportionale possono essere de diuersi generi, si come anchor le quãtità proportionale discontinue, come se'l se dicesse la proportione della .a. alla .b. è maggiore che della .c. alla .d. ma se la disproportionalità serà continua di necessità seranno tutte d'un medesimo genere (si come nella continua proportionalità) come se'l se dicesse maggiore è la proportione della .a. alla .b. che della .b. alla .c.



Il Traduttore.

Le soprascritte sono le parti che ben esplicano il senso della soprascritta diffinitione, & non accade di descriuere le parti che non rettamente parlano, perche volendole narrare a una per una, & volendole poi riprobrare gli anderia da dire assai, ma se pur alcuno haverà accaro di vederle, potrà satisfarse in essa prima traduttione Latina.

Diffinitione. 10.

Ma la proportionalità è constituita almanco fra tre termini.

9 9

Dapoi che l'Autor ha diffinito la proportione, & proportionalità & le quantità proportionale, ei ne dimostra il minimo numero di termini fra liquali può star la proportionalità et non mette il massimo, perche quello non si può assignare, perche

che qualunque proportione puo essere continuata in infiniti termini o sia proportione rationale, ouer irrationale, ma alla proportionalità è necessario almanco due proportioni simile, imperoche la proportionalità è similitudine di proportione, & qualunque proportione ha lo antecedente & lo consequente, adonque qualunque proportionalità ha al manco doi antecedenti & doi consequenti, laqual cosa è impossibile forse in manco di tre termini in laquali il medio di quelli sera a esser antecedente & consequente, & però la proportionalità serà continua, per laqual cosa la proportionalità continua è costituida al manco fra tre termini, ma la discontinua nõ serà in manco di quattro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, ouer consequente, il medesimo se intende del minor numero di termini della disproportionalità, perche se la serà continua serà almanco fra tre termini, se la serà discontinua almanco fra quattro.

Diffinitione. II.

10 / 10 Se seranno tre quantità continue proportionale, la proportione della prima alla tertia se dirà proportione duplicata della prima alla seconda.

L'Autor diffinisse la proportione che è fra li estremi termini della continua proportionalità constituida in tre termini, & dice che se'l serà la proportione dello primo termine allo secondo, si com'è dello secondo allo tertio, che la proportione del primo al tertio serà si come è dal primo al secondo duplicata, cioè composta di due tali, ouer (che è quel medesimo) la proportione dal primo al tertio serà si come dal primo al secondo dupplicata, cioè in se multiplicata, exempli gratia, in numeri, siano tre numeri continui proportionali, et siano extimativamente doppij come. 2. 4. 8. la proportione del primo al tertio serà si come la proportione del primo al secondo in se multiplicata, & la proportione del primo al secondo è duppla, & la duppla in se multiplicata produce una quadrupla, onde la proportione delli estremi è quadrupla, cioè il doppio del doppio, ouer (secondo la prima espositione) la proportione delli estremi è si come la proportione del primo al secondo dupplicata, perche la quadrupla (composta de due dupple.)

Il Tradottore.

El campano nella soprascritta espositione (se tal espositione è del Campano) commette piu errori, l'uno de quali è questo, che de diffinitione lui la retira i proposition, perche lui dice che Euclide dice che se la proportione del primo termine al secondo serà si come del secondo al tertio, che la proportione del primo al tertio serà doppia a quella che è fra il primo e il secondo, & io dico che Euclide non dice, che la sia doppia a quella, anzi lui diffinisse che la se dirà doppia a quella, cioè che nelle cose seguente, ouer che per l'adunire il doppio d'una proportione si debbe intendere secondo che lui diffenisce in questa diffinitione e non altramente, ma se lui concludesse che la fusse il doppio di quella (come vol il Campano) la non seria diffi-

nitione

nitione anci seria una propositione, & bisognaria che lui demostrasse che la fusse il doppio di quella, & volendola dimostrare, bisognaria prima sapere, ouer diffinire che cosa sia il doppio d'una proportione, perche non seria possibile a dimostrare che una proportione fusse doppia a un'altra che non sapesse prima come se intenda il doppio d'una proportione. Alcuno potria dire che egliè cosa notissima, che cosa sia il doppio d'una cosa. io rispondo che egliè il vero in le quantitade: ma non già in le proportioni, perche il doppiare delle proportioni, non seguita ne risona al audito, secondo l'ordine del doppiare delle quantità (massime de numeri) eccetto che nella proportione dupla, cioè che il doppio d'una proportione doppla fa una quadrupla, si come anchora il doppio di 2. (numero) fa 4. ma el non seguita questo in alcun'altra specie di proportione, perche il doppio di una tripla non fa una sexcupla (si come che il doppio di tre fa sei) anci fa una nonupla, & similmente il doppio di una quadrupla non fa una ottupla anci fa una sedecupla, & tutto questo se trouarà così esser per la sopradetta diffinitione, e per tanto fu necessario a diffinire come si debba intendere il doppio d'una proportione nelle cose che seguita, ouer che se hanno da dire, perche mancho se l'Autthor non hauesse diffinito tal cosa, lo studente se potria ingannar grandamente, cioè pigliar tal doppiar secondo lo indoppiare di numeri, cioè pigliar, ouer intender che il doppio d'una tripla fusse una sexcupla laqual cosa non seguita, come di sopra è detto, anchora per un'altra ragione fu necessario a Euclide diffinire tal cosa perche senza tal diffinitione il non se haueria potuto dimostrare la decima ottaua del sesto, laquale dice che sei serà duoi triangoli simili che la proportione di l'uno all'altro è si come la proportione duplicata di qual si voglia lato di l'uno al suo relativo lato di l'altro. laqual cosa se dimostrarà per mezzo di questa soprascritta diffinitione.

Anchora bisogna notare equalmente questa & quasi tutte le altre diffinitioni di questo quinto libro. Euclide le ha poste in specialità per le quantità continue e nō per li numeri. & se così non fusse Euclide non haueria replicato questa & molte altre nel sestuno, nelli numeri, e però questo non si deueriano esemplificare con numeri, ma con quantità continue, cioè con linee, uero è che lo esemplificare con numeri molte volte giona, et fa capire la cosa, ma molte volte è nocino nelle propositioni et demostrationi geometrice, perche spesse volte il studente che vede con la esperientia de numeri verificarse la propositione proposta, non si cura de intendere quella per demostratione, & non aduertisse ne considera che'l non se intende che l'huomo sappia quelle cose che non intende per demostrationi (come fu detto in principio) l'altra, spesse volte l'huomo che in tutte le cose se sol fondare sopra la esperientia de numeri, molte volte, ouero che'l si confonde, ouero che el se inganna, massime in quelle cose, che si dicono in specialità per le quantità continue, & questo è intermesso al Campano sopra la settima & nona diffinitione di questo (se tal ipositioni son del Campano: perche el non trouaua nelle sue esperientie de numeri verificarsi sempre nelli moltiplici, quello che lui pensaua che volesse dire Euclide, (ma non quello che Euclide diceua, perche se hauesse isperimentato secondo, che

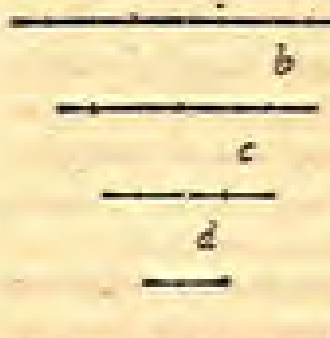
Euclide

Euclide dicena lui haueria trouato quello che il detto Euclide dicena,)per ilche si sopragionse tante varie condition;nel sopranzare e diminuire di multiplici, & massime sopra la noua,similmente per fondarse totalmente sopra la esperientia & accidenti de numeri non puol tolerare, che la proportione della prima alla tertia di tre quantità continue proportionale,se dica dopplicata alla proportione che è dalla prima alla seconda(come di sopra appare)perche la denominatione di tal propositione,nelli numeri non risuona allo audito si come il doppiamento di numeri, & però uuole che la se dica in se moltiplicata, & non considera che nelle quantità continue nō bauemo sempre notitia delle denominationi delle lor proportioni, perilche non se potemo gouernare in quelle per le sue denominationi, come se manifesta sopra la detta decimaottaua del sesto & in molti altri lochi,ideo.

Diffinitione. 12.

11/10 Quando seranno quattro quantità continue proportionale,la proportione della prima alla quarta se dirà proportione della prima alla seconda triplicata.

Il Tradottore.



El Campano similmente nel esponere questa diffinitione incorre nelli medesimi errori della passata,cioè de diffinitione la retira in propositione,& similmente per fondar se sopra il treplicare de numeri pare a lui che tal diffinitione nō ben sueni a chiamarla treplicata,anci pare a lui che responderia meglio a dire che la proportione della prima alla quarta sia si come quella della prima alla seconda in se depoi nel produtto moltiplicata,ma sorria saper da lui con che gratia di parlare (con tal sorte di diffinitione)se potria dittare la trigesima sesta propositione del undecimo,ma per non abondare in scrittura (troncando le cose superflue)esponeremo simplicemente la soprascritta diffinitione,dico adonque che bauēdo Euclide nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio,ouer il dopplicare d'una proportione nelle quātità continue, al presente in questa difficisse,come si debbia intendere il treppio, ouer il treplicare d'una proportione. & dice come di sopra le sue parole sonano,cioè che'l sarà quattro quantità continue proportionale che la proportione,della prima alla quarta se dirà treppia a quella che è dalla prima alla seconda, exempli gratia, siano le quattro quantità continue proportionale a.b.c.d. & sia supposta la.a. prima. b. secondo.a.c.tertia.d.quarta dice che la proportione della.a.alla.d.se dirà per l'adunare il treppio della proportione che è dalla.a.alla.b. cioè treppiata a quella, & cosi si debbe intendere il treplicare,ouer il treppio d'una proportione,perche secondo questo modo,& secondo questa diffinitione se intende,& se dimostra la trigesima sesta propositione del undecimo libro.

Diffi-

Diffinitione. 13.

12 Le quantità che ſono in una proportione, lo ãtecedente al conſequẽ
11. 12te, & lo antecedente al conſequente, ſe dirà è contrario, ſi come lo con-
13. ſequente allo antecedente, coſi lo conſequente allo antecedente: ſimilmente permututamente, ſi come lo antecedente allo antecedente, coſi anchora lo conſequente al conſequente.

Il Tradottore.

Qui ſi l'Autor ne incomincia a diffinire le ſpecie della proportionalità, lequale nella prima tradottione ſono ſette (aben che il Cãpano dica ſei) ma nella ſeconda tradottione ſono undeci, la prima dellequale è detta (ſemplicemente) proportionalità: le altre dieci ſe dicono proportionalità, converſa, permutata, cõgiũta, diſgiũta, euerſa, equa, ordinata, incordinata, diſteſa, & perturbata, come nelle ſequente diffinitione appare, el diffiniſſe adonque ſotto brevità la prima, ſeconda, & tertia ſpecie, & dice che le quantità che ſono in una proportione (cioè ſemplicemente proportionale) ſe intende lo antecedente al conſequente, ſi come lo antecedente al conſequente, cioè la prima alla ſeconda, ſi come la tertia alla quarta, perche il primo termine della proportione ſe chiama antecedente, & lo ſecondo conſequente: ma accio meglio mi intendi, ſiano li quattro quantità .a. b. c. d. & ſia ſuppoſto la .a. prima .b. ſeconda .c. tertia & .d. quarta, hor dico che ſe ſi concludeſſe (ſemplicemente) tali quantità eſſer proportionale, l'Autor vol che tal concluſione ſe intenda che lo antecedente .a. al ſuo conſequente .b. ſia ſi come lo antecedente .c. al ſuo conſequente .d. (cioè la prima alla ſeconda eſſer ſi come la tertia alla quarta) & queſta tal ſimilitudine di proportione e detta ſemplicemente proportionalità, ma quãdo che il ſe concludeſſe (come ſi fa nel corelario della quarta propoſitione di queſto) che le dette quattro quantità fuſſono proportionale al contrario, l'Autor diffiniſſe che tal concluſione ſi debba intendere che lo conſequente .b. allo ſuo antecedente .a. ſia ſi come lo conſequente .d. al ſuo antecedente .c. cioè dalla ſeconda alla prima come dalla quarta alla tertia, et tal ſimilitudine di proportioni, (a differentia dell'altra di ſopra detta) ſe adimãda proportionalità cõuerſa, ouero al contrario, ma quando che il concludeſſe (come ſi fa nella ſeſtadecima di queſto) che le dette quattro quantità fuſſeno permutatamente proportionale, lo Autor diffiniſſe che tal concluſione ſi debba intendere che lo antecedente .a. allo antecedente .c. ſia ſi come il conſequente .b. al conſequente .d. cioè della prima alla tertia, eſſer ſi come della ſeconda alla quarta, & tal ſimilitudine di proportioni. (a differentia delle altre ſpecie) è detta proportionalità permutata.



Diffinitione. 14.

13
14 Ma ogni volta che ſi come lo antecedente con il conſequente al con

sequente cosi sia anchora lo antecedente con il consequente al consequente se dice proportionalità congionta.

Il Tradottore.

Questi l'Auctor diffinisse che ogni volta che'l congionto del antecedente con il consequente al consequente, habbia tal proportione come lo congionto d'un'altro antecedente con el suo consequente, al detto suo consequente (cioè che il congionto della prima quantità con la seconda habbia tal proportione alla seconda si come lo congionto della terza & quarta al la quarta) tal similitudine di proportioni se dice proportionalità congionta, e però quando che'l si concludesse (come si fa nella decimasettima di questo) che le sopra date quattro quãtità .a.b.c.d. fussero cõgiontamente proportionale, tal conclusion si debbe intender che il congionto della .c. & .b. (insieme) alla .b. havere tal proportione, come il congionto della .c. & .d. alla .d.

a
b b

Diffinitione. 15.

14/15 c
d d

Ma la equal comparatione delli augmenti delli antecedẽti sopra li consequenti a essi consequenti se dice proportionalità disgionta.

Il Tradottore.

Questa è quasi al contrario della precedente, perche in quella se compone, & in questa se discompone, essempli gratia, se per caso fusse quattro quantità .a.b. prima .b. seconda .c.d. tertia & .d. quarta, et che la proportione della .a.b. alla .b. fusse si come della .c.d. alla .d. & che da questo il se concludesse (come si fa nella decima sestima di questo) tai quantità essere disgiuntamente proportionale, l'auctor vuole che tal conclusione se intenda che la differentia che è dal antecedente .a. .b. al suo consequente .b. (cioè la semplice .a.) a esso cõsequente .b. esser si come la differentia che è dal antecedente .c.d. al suo consequente .d. (cioè la semplice .c.) a esso consequente .d. tal similitudine di proportioni se dice proportionalità disgionta.

a c
b d
b d

Diffinitione. 16.

15/16 La similitudine delle proportioni di qual si voglia antecedenti alli suoi augmenti sopra li suoi consequẽti, se dice proportionalità euersa.

Il Tradottore.

Essempli gratia, se la proportione della .a.b. alla .b. fusse si come della .c.d. alla .d. & che da questo il se concludesse tai quantità esser euersamẽte proportionale, l'auc-

tor

tor vuole che tal conclusione se intenda che la proportione dello ãtecedente a.b. alla semplice a. (cioè alla differẽtia che è dalla a.b. alla semplice b.) esser si come la proportione dello antecedente c, d, alla semplice c. (cioè alla differẽtia che è dalla c, d, alla semplice d.) & tal similitudine di proportioni, se chiama proportionalità euersa.

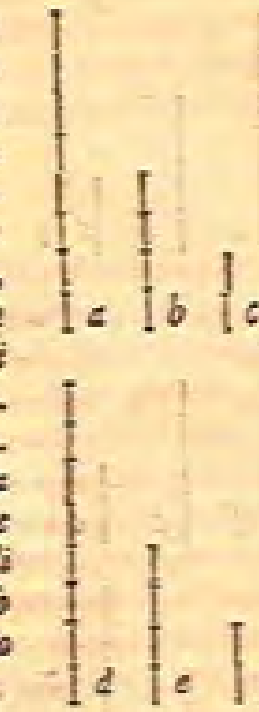


Diffinitione. 17.

16 17 Proposte piu quantità, & altre secõdo il medesimo numero, applicate a due a due in una proportione, e remosso qual numero di termini di mezzo, la similitudine delle proportioni dell'uno, e l'altro di duoi è duoi estremi, se dice proportionalità equal.

Il Tradottore.

L'Autor dice che quando fussemo proposte piu quantità dall'un lato. (come seria a dire per essempio le tre a.b. c.) & altretante dall'altro (come seria a dire le altre tre d.e.f. o sia no del medesimo genere, ouer d'un altro non importa) & che le seconde siano applicate a due a due in una medesima proportione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come se propone nella vigesima seconda di questo) cioè che dalla d, alla e. fusse si come dalla a. alla b. et dalla e. alla f. si come dalla b. alla c. ouer p ordine cõtrario (come se propone i la vigesima tertia di questo) cioè che la proportione della d. alla e. fusse si come della b. alla a. & dalla e. alla f. si come dalla a. alla b. & che da questo se concludesse (come si conclude in la detta vigesima seconda & vigesima tertia di questo) che le dette quantità fussemo proportionale i la equal proportionalità, l'Autor vuole tal cõclusione se intenda che li estremi sono proportionali, cioè la proportione dalla a. alla c. esser si come dalla d. alla f.

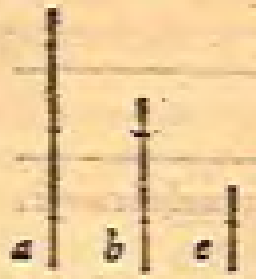


Diffinitione. 18.

o 18 La proportionalità è ordinata quando che lo antecedente al conseguente sera si come lo antecedente al conseguente, & lo conseguente a un'altra cosa, come il conseguente a un'altra cosa.

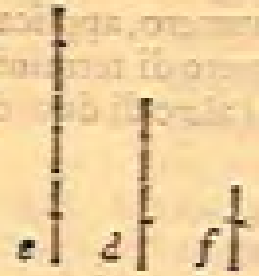
Il Tradottore.

L'Autore ne aduertisse come si debbia intendere la proportionalità ordinata in duoi ordini di quantità, essempli gratia, se la proportionalità della a. alla b. sera



si come della.c.alla.d.(cioè lo antecedente,a,al suo conseque te,b,si come lo antecedente,c,al suo conseguente,d,) et che lo cõsequẽte,b,habbia tal proportione a unaltra cosa) poniamo alla,e,) si come lo conseguente,d, a unaltra (poniamo alla. f.) il uole che questa specie di proportionalità sia intesa ordinata.

Diffinitione. 19.



19

La proportionalità inordinata e quando l'antecedente al conseguente serà come l'antecedente,al conseguente,& il conseguente a unaltra cosa,come unaltra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.



Esempli gratia, essendo le quattro quantità, a,b,c,d, & che la,a,fusse suppolta prima,b,seconda.c.terza e.d.quarta, et che la proportione della antecedente,a,al suo consequente. b,fusse si come quella del antecedente,c, al suo cõsequente,d, & che da poi il se trouasse, ouer approuasse che lo consequente,b,hauesse tal proportione a unaltra cosa(poniamo alla.e.) si come hauesse unaltra cosa(poniamo,f,) allo antecedente.c. tal proportionalità è detta inordinata.

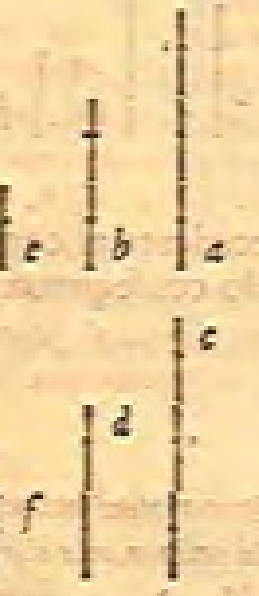
Diffinitione. 20.



20

La proportionalità diuersa e quando uno antecedente a un conseguente serà si come uno antecedente a uno conseguente,ma serà si come lo conseguente a un'altra cosa così lo conseguente a una altra.

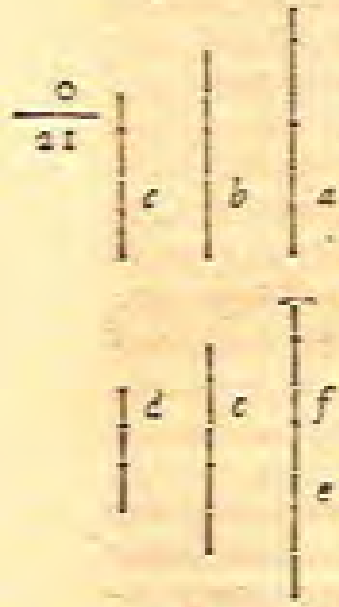
Il Tradottore.



Questa diffinitione pare in sostantia simile alla decimaottaua(cioè alla proportionalità ordinata,) perche l'una, e l'altra uole che la proportion d'uno antecedente al suo consequente sia si come d'un altro antecedente a uno altro consequente, & che il consequente primo sia a un'altra cosa, si come lo secondo a un'altra cosa, che in vero el non uol dire altro che se la proportione del antecedente.a. al suo consequente.b.serà si come lo antecedente.c. al suo consequente. d,ma

d.ma seria si come lo consequente.b. a un'altra cosa (poniamo al.e.)si come lo consequente.d. a. un'altra cosa (poniamo al.f.)come fu essemplicato sopra la decima ottava, non dimeno la decimanona parla in genere, & questa,in specie, perche in la proportionalità distesa non solamente se intende che la proportione della a.alla.b.sia si come.c.della.d.ma se intende che la sia anchora si come della.b. alla.e. & similmente della. d. alla.f. cioè che le due prime proportioni siano simili alle seconde, laqual cosa mero non vuol dire altro saluo che siano continue proportionale si le tre.a.b.e.come le tre.c.d. f. ma in una medesima proportione & in la proportionalità ordinata, le due prime proportioni puonno esser, & non esser simile alle due seconde.

Diffinitione. 21.



Ma la proportionalità perturbata, e quando che sia tre grandezze da una banda,& altretante dall'altra,& che si come nelle prime grandezze sia lo ãtecedente al consequente cosi nelle seconde grandezze sia lo antecedente al consequente,& si come nelle prime grandezze è il consequente a un'altra cosa cosi nelle seconde e una altra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

Questa diffinitione della proportionalità perturbata pare in sostantia simile alla decimanona.cioè alla proportionalità inordinata,perche l'una e l'altra dice,che quando che sia si come lo antecedente al consequente (in tre quantità, over grandezze) cosi sia lo antecedente al consequente in tre altre, & si come sia il consequente(in le prime)a un'altra cosa,cosi sia un'altra cosa (in le seconde)all'antecedente, laqual cosa in vero non vuol dire altro in l'una e l'altra saluo,che se la proportione della,a,alla,b,sia si come della.c. alla.d. & che dal consequente,b, a un'altra cosa (poniamo alla.e.)sia si come un'altra cosa (poniamo.f.)all'antecedente.c.come fu essemplificado anchora sopra la detta decima nona,nientedimeno la proportionalità inordinata e differente dalla perturbata,si come è della ordinata,alla distesa,cioè la inordinata,parla in genere,o siano le due seconde proportioni simile,over diverse dalle due prime,& la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simile fra loro ma che siano anchora simile alle due prime,cioè che la proportione dal.b.al.e non basta che sia equale a quella che è dal.f. al.c.ma bisogna sia anchora equal a quella ch'è dal.a.al.b.over dal,c,al,d, (che è il medesimo)ma nella inordinata se intẽde largamente o siano simile,over diverse.

Il Tradottore.

Alcuno potria dire che fra la proportionalità distesa, & la perturbata non gli è differentia alcuna, perche tutte le proportioni sono equale fra loro, io rispondo che

do che inquanto alla similitudine delle proportioni non gliè differentia alcuna, perche le tre prime, & le tre seconde quantità sono in l'una e l'altra continue proportionale, & in simile proportioni, mentedimeno lo argumentare per il modo della diffesa è differente da quello dalla perturbata, perche il modo del dire è del argumentare della diffesa procede rettamente secondo l'ordine delle prime suppoſte quãtità, & la perturbata non procede cosi come per li suoi essempij appare.

Il Tradottore.

Anchora bisogna aduertire qualmente quelli modi di dire usitati nelle sopraſcritte ſpecie di proportionalità, cioè conuersamente, permutatamente, congiuntamente, disgiuntamente, euersamente, equalmente, ordinatamente, inordinatamente, & ſe applicano & usano anchora alle quantità disproportionale, & questo ſe manifesta dall'Autore nella trigesima ſesta propoſitione di questo, & nelle altre ſequente, perche nella detta trigesima ſesta l'Autor conclude che le quattro quãtità propoſte in quella seranno conuersamente disproportionale, & nella trigesima ſettima conclude il medeſimo permutatamente, & nella trigesima ottaua conclude per il medeſimo congiuntamente, & nella trigesima nona disgiuntamente, & nella trigesima euersamente, & nella trigesima prima equalmente nelle quantità ordinatamente disproportionale (quantunque l'Autor nol dica) & nella trigesima seconda nelle quantità inordinatamente disproportionale, come al ſuo loco ſe potrà uedere.

Il Tradottore.

Anchora bisogna notare qualmente tutte le propoſitioni di queſto quinto libro nella prima traduttione, nel dire sono differente a tutte quelle della seconda, in queſto che doue nella prima dice quantità, nella seconda dice grandezza, ouer grandezze, la differentia di quali uocaboli, ouer nomi è questa, che questo nome quantità è nome generale per il qual ſe intende ogni ſpecie, di quantità o ſia continua, ouer discreta, & questo nome grandezza, è nome ſpeciale il qual ſe aſpetta ſolamente alla quantità continua, & dico che credo che tutto quello che l'Autor propone in questo quinto libro, lui lo propoſe ſemplicemente per le quantità continue (benche il medeſimo ſe uerifichi nelle discrete) & ſe cosi non fuſſe, ſuperfluo seriano ſtate molte propoſitioni che ha propoſte, ouer replicate nel ſettimo, nientedimeno per eſſer queſto nome quantità piu usitato tra uulgari che grandezza, quantità e non grãdezza, nella noſtra traduttione habbiamo tradotto, ouer detto, cioè habbiamo usato piu li uocaboli, cioè il dir, ouer il proferir della prima traduttione che della ſecõda.

Theorema prima. Propoſitione prima.

I Se seranno quante quantità ſi uoglia equalmente multiplice de altre tante, ouer de una in una equale, egliè neceſſario ſi come è una di quelle alla ſua compagna cosi eſſer anchora tutto lo aggregato da queſte, a tutte quelle per aggregate inſieme.

Siano

Siano quante si voglia quantità (pensiamo,a,b,c,) dell'altre tante (lequale siano.d.e.f.) equalmente multiplice (ciascuna alla sua compagna) ouero che a una per una sian equale, cioè in questo modo,che si come la.a.e multiplice alla.d.così sia la.b. multiplice alla.e.similmente la.c.multiplice alla.f. ouer che se la.a. è equale alla.d.che similmente la.b.sia equale alla.e. & similmente la.c.alla.f. dico che si come che è la.a.alla.d, così serà lo aggregato de tutte le prime (lequale sono.a.b.c.) allo aggregato de tutte le seconde (lequale sono.d.e.f.) & se a una per una sono equale egliè manifesto il proposito per questa commune scientia, se a cose equale serà aggionto cose equale,le somme seranno anchora eguale; ma essendo tutte alle sue compagne equalmente multiplice diuise quelle secondo la quantità delle sue submultiplice,lo aggregato della prima parte della.a. & della prima parte della.b.& della prima parte della.c.serà equale allo aggregato delle,d,e,f, (per la predetta commuua scientia aggiuntdo con questa altra, quelle cose che a una medesima cosa sono equale fra loro sono equale, similmente anchora lo aggregato delle seconde parti delle quantità. a. b.c.serà par equale allo medesimo aggregato delle.d.e.f. & così delle altre,& perche questo potrà esser fatto tante volte,quante,che la.d.sia contenuta in la a.seguirà, che lo aggregato della,d,e,f, tante volte sia contenuto in lo aggregato delle,a, b, c, quante volte la,d, sia contenuta dalla,a, perche adonque quante volte la,d, numera la,a, tante volte lo aggregato delle,d,e,f, numera lo aggregato delle,a,b, c, egliè manifesto che si come la.a.è multiplice alla.d.così è lo aggregato delle.a.b.c.allo aggregato delle.d.e.f.che è il proposito.

a d
b e
c f
a d
b e
c f

Thorema.2. Propositione. 2.

2 2 Se seranno sei quantità delle quale la prima alla seconda, & la terza alla quarta siano equalmente multiplice,e la quinta alla seconda.& la sesta alla quarta siano pur equalmente multiplice,il composto della prima,& della quinta alla seconda,& il composto della terza,& della sesta alla quarta conuien esser equalmente multiplici.

Siano sei quantità. a.prima.b. seconda.c.terza,d.quarta. e. quinta.f.sesta,& sian la.a. & la.c.equalmente multiplice alla. b.& alla,d.& anchora la.e.& la.f.siano equalmente multiplice alle medesime,dico che si come che tutto lo aggregato della.a. & e.è multiplice alla quantità.b.così tutto lo aggregato della. c.& f.è multiplice alla quantità.d.perche il numero secondo il quale la.b.è contenuta dalla a. è equale al numero secondo il quale la.d.è contenuta dalla.c.similmente anchora,il numero secondo il quale la.

e a b



b.e contenuta dalla.e. equale al numero secondo il quale la. d. è contenuta dalla.f. (per communa scientia, che è se a cose equale siano aggionte cose equale &c.) il numero secondo il quale la.d.è contenuta dallo aggregato della.a.& e.serà equale al numero secondo il quale la.d. è contenuta dallo aggregato della.c.& f.per laqual cosa si come che lo aggregato della.a. & e. è multiplice alla.b. cosi e lo aggregato della.c. & f.multiplice alla.d.che è'l proposto.

Thorema. 3. Propositione.3.

Se il primo termine del secondo,& il terzo del quarto seranno equalmente multiplici, & siano tolti li multiplici equalmente al primo e al terzo, il multiplice del primo al secondo, & il multiplice del terzo al quarto seranno equalmente multiplici.

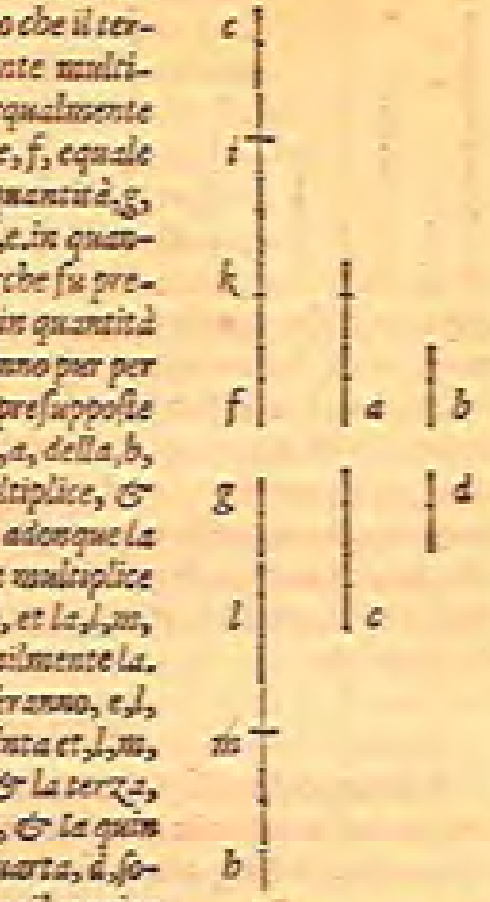


Siano sei quantità.a.prima.b.seconda.c.terza.d.quarta. e. quinta.f.sesta.e.siano la.a.alla.b.& la.c.alla.d.equalmente multiplice, & ancora la.e.alla.a.& la.f.alla.c. equalmente multiplice,dico che si come che la. e. è multiplice alla. b.cosi è la.f.alla.d.perche se'l serà diuisa la.e.secondo la quãtità della.a.sino submultiplice et la.f.secondo la quantità della.c. & (per la equalità delle parti della.e.alla.a.& delle parti della.f.alla.c.) serà che quala si voglia delle parti della.e.sia cosi multiplice alla.b. si come quale si voglia delle parti della.f.alla.d. perche adonque si come che la prima parte della.e.e multiplice alla. b. come la prima parte della f. multiplice alla.d.& ancora si come che la seconda parte della.e.e multiplice alla. b. cosi è la seconda della.f. alla.d. adonque (per la precedente) lo aggregato delle due prime parti della.e.seran cosi multiplice alla.b.si come lo aggregato delle due prime parti della.f.alla.d.& perche ancora la parte terza della.e. (se gli serà alcuna terza parte) e cosi multiplice alla.b.si come che la terza della.f.alla.d.(per la medesima precedente) seguita che tutto lo aggregato delle tre prime parti della. e. sia cosi multiplice alla.b.si come tutto lo aggregato delle tre prime parti della. f. alla. d.& cosi se fussemo piu parti della.e.e della. f. componendo sempre le sequente con lo aggregato delle prime,concludendo che si come che è la.e.multiplice alla. b. cosi è la.f.alla.d.(per la precedente) tolta tante volte quante parti siano state nella.e. ouero nella.f.manco una.& cosi è manifesto il proposto.

Il Tradottore.

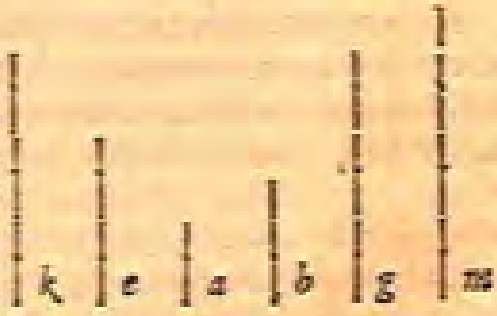
Ancora per un'altro modo sia il primo termine. a. del secondo. b. & similmente il terzo. del quarto. d. e qualmente multiplice (hor poniamo doppio) & siano

siano tolti li duoi termini, e, f, & g, h, equalmente multiplici del, a, & del, c, (hor poniamo treppii) dico che il termine, e, f, del, b, & lo, g, h, del, d, sono equalmente multiplici, perche lo, e, f, del, a, & lo, g, h, del, c, son equalmente multiplici, adonque quante quantità sono nel, e, f, equale alla quantità, e, tante anchora ne sono nella quantità, g, h, equale alla quantità, e, sia adonque diuiso, f, e, in quantità equale alla, a, cioè in, e, i, et i, k, & k, f, (perche fu presuppoſto che fuſſe treppio) & ſimilmente, g, h, in quantità equale alla, c, cioè in, g, l, et l, m, et m, h, che ſeranno per per numero tre ſi come quelle della, f, e, (per eſſer preſuppoſte equalmente multiplici) & perche la quantità, a, della, b, & la quantità, c, della, d, ſono equalmente multiplice, & perche la, e, i, è equale alla, a, & la, g, l, alla, c, adonque la e, i, della, b, & la, g, l, della, d, ſono equalmente multiplice & per queſta medeſima ragione la, i, k, alla, b, et la, l, m, alla, d, ſer anno equalmente multiplice, & ſimilmente la, k, f, & la m, h, adonque queſte ſei quantità ſeranno, e, l, prima, b, ſeconda, g, l, terza, d, quarta, i, k, quinta et l, m, ſeſta delle quale la prima, e, l, alla ſeconda, b, & la terza, g, l, alla quarta, d, ſono equalmente multiplice, & la quinta, i, k, alla ſeconda, b, & la ſeſta, l, m, alla quarta, d, ſono ſimilmente equalmente multiplice, adonque il congionto della prima & della quinta (cioè tutta la quantità, e, k,) alla ſeconda, b, & lo congionto della terza & della ſeſta (cioè tutta la quantità, g, m,) alla quarta, d, ſeranno equalmente multiplice (per la precedente propoſitione) anchora haueremo ſei quantità, cioè, e, k, prima alla, b, ſeconda, & la, g, m, terza alla, d, quarta equalmente multiplice, & la, k, f, quinta alla, b, ſeconda, & la, m, h, ſeſta alla, d, quarta, pur equalmente multiplice, tutto il congionto della prima & della quinta (cioè tutto, e, f,) alla, b, & tutto il congionto della terza & della ſeſta (cioè tutta la, g, h,) alla, d, (per la medeſima precedente) ſeranno equalmente multiplice, & coſi ſe andaria procedendo quando che gli fuſſe piu parti, cioè che la, e, f, alla, a, & la, g, h, alla, c, fuſſeno ſtati equalmente quadrupli, ouero quincupli, ouero di altra multiplicità, che è il propoſito.



Theorema. 4. Propoſitione. 4.

4/4 Se la proportion del primo al ſecõdo ſerà ſi come del terzo al quarto, & ſian aſsignati li multiplici toli equalmente al primo & al terzo, & ſimilmente li multiplici tolti equalmente al ſecondo e al quarto, ſerãno li aſsignati multipli ci nel medeſimo ordine proportionali.



Sia



Sia la proportione del.a.primo al.b.secondo si come del.c.terzo al.d.quarto, & siano tolti.e.al.a.& f.al.c.equalmente multiplici, & anchora.g.al.b.& .h.al.d.equalmente multiplici, dico che la proportione dal.e.al.g. e si come del.f.al.h. siano tolti.K. al.e. & l. al.f.equalmente multiplici, & anchora.m. al.g.& n.al.h.equalmente multiplici, et per che.e.& f. sono equalmente multiplici. al.a. & al c. similmente.K. & l. equalmente multiplici al.e.& al.f.(per la precedente) K. & l. seranno equalmente multiplici al.a.& al.c.(per la medesima) anchora.m.& n. seranno equalmente multiplici al.b.& d.per laqual cosa el.k.al.m.& l.al.n.(per il converso della diffinitione della proportionalità discontinua) quelli seranno simili nel aggiongere. sminuire & equaliare, adonque perche.K.& l.sono equalmente multiplici al.e.& al.f. & anchora.m.& n.sono par equalmente multiplici al.g.& h.(per la diffinitione della proportionalità discōtinua) la proportione del.e.al.g. è si come del.f.al.h. che è il proposito.

Lema, ouero assumptione.

Adonque per essere stato dimostrato che se la.K.eccede la. m. similmente la.l.eccede la.n.& se è equale, è equale:& se è minore è minore,e per questo dalla.g.alla.e. serà cosi come dalla. h. alla. f.

Correlario.

Da qui è manifesto che se quattro grandezze seranno proportionale anchora al contrario seranno proportionale.

Theorema. 5. Propositione. 5.

Se seranno due quantità dellequale una sia parte dell'altro,& sia sminuido dall'una & l'altra medesima parte,il rimanente al rimanēte,& il tutto al tutto, seranno equalmente multiplici, ouero, in questo altro modo,se la serà aliquota il restante del restante, serà tale parte quale è il tutto del tutto.

Sia la quantità.a.b. tal parte della quantità. c.d.qual è la.e.b. della medesima a.b.& sia cauata la quantità.a.b.dalla quantità.e.d.& sia il residuo la.f.c.onde la.f.d.serà equale alla. a. b. sia anchora similmente cauata la.e.b.dalla quantità a.b.& sia il residuo la.e.a.dico che qual parte è la quantità.a.b.della quantità.c. d.tal.e la quantità.a.e. della quantità.c.f. perche concosia che la. f. d. sia equale alla.a.b.la detta.f.d. serà cosi multiplice alla. e. b. si come che è la.c.d. multiplice alla.a.b. poneró adonque la. d.g. cosi multiplice alla.a.e.si come che la.f.d.è multiplice alla.e.b. (& per la prima di questo) la quantità.f.g.serà cosi multiplice al-

la.a.

la.a.b.si come che la.f.d.è multiplice alla.e.b.& perche la.c. d. fu
ſuppoſta coſi multiplice alla.a b.si come la.f.d.fu multiplice alla.e
b. l'una e l'altra delle due quantità.c. d. & f. g. ſerà equalmente
multiplice della quantità.e.b.per laqual coſa (per communa ſcien
tia) le due quantità.c.d.& f.g.ſono equale fra loro.adonque lena-
do via dall'una & dall'altra di quelle la quantità.f.d.reſtarà la.c.
f.equale alla.d.g.e perche la.d.g.fu coſi multiplice alla.a.e.ſi come
che è la.f.d.alla.e.b.e però è ſi come la.a.b.alla e.b. p laqual coſa,
& ſi come la.c.d.alla.a.b.ſerà adonque la.c.f.coſi multiplice alla.
a.e.ſi come che è tutta la.c.d.di tutta la.a b.che è il propoſito.

Il Tradottore.

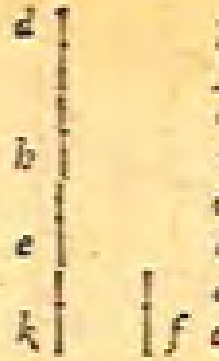
El teſto di queſta quinta propoſitione in la ſeconda tradottione, dice in queſto modo ſe una magnitudine de un'altra magnitudine ſerà equalmente multiplice, ſi come una parte tolta a una parte tolta, il reſiduo al reſiduo ſerà coſi multiplice come è il tutto, al tutto laqual propoſitione e più generale della ſopraſcritta, per che quella non aſtringe che la.e. b. ſia la medeſima parte de. a. b. quale è la. a. b. della. c. d. pur che la detta.e. b. ſia tal parte della parte.f. d. quale è tutta la. a.b.di la tutta.c.d.conclude che'l reſiduo.e.a.ſerà medeſima parte del reſiduo.f. c. laqual coſa medeſmamente ſe dimoſtra tollendo pur la.g.d. come di ſopra, & arguere (per la prima di queſto) ſe concluderà la.g.d.eſſere equale alla.e.f.

Theorema.6. Propoſitione.6.

6/6 Se ſeranno due quantità equalmente multiplice a due altre, & ſiano ſottratte le due minore dalle due maggior, cioè l'una & l'altra dalla ſua multiplice, li duoi rimanenti ſeranno de quelle medeſime parti, overo equalmente multiplici, overo a quelle equali.

Siano le quantità, cioè la.a.b.alla.c.& la.d.e. alla.f. equalmente multiplice & ſiano ſottratte la.c.dalla.a.b.& la.f.dalla.d.e.& ſiano li reſidui della.a. b. la.a.g. & (della.d.e.) la.d.b.per ilche la.g.b.ſerà equale alla.c. & la.b.e. equale alla.f. dico che li duoi reſidui.a.g.& .d.b.overo che ſeranno equali alle due quantità.c.& f.overo che ſeranno a quelle equalmente multiplice, ſia adonque primamente la. a,g. equale alla.c.dico che la,d,b,è equale alla.f. & per dimoſtrare queſto io torò la quantità.c k.equale alla,f, et per li precedenti pre ſuppoſti ſeguiria che tante volte la.f.ſia in la,K,b,quante volte la. c,e,in la.a.b.per laqual coſa ſi come che la,a,b, e multiplice alla.c. coſi la,b,k,e multiplice alla,f,& coſi anchora la,d,e,era multipli- ce della medeſima,f,adonque (per communa ſcientia) la,b, k,ſerà equale alla,d,e,adonque tolta communamente all'una e l'altra la quantità.b.e.reſtarà la,d, b, equale alla,e, K, per laqual coſa ſerà equale alla,f,che è il propoſito,ma ſe la,a, g,ſerà multiplice alla.c.

ponerà



poterò la.e. k. che sia similmente equalmente multiplice alla.f. & seguirà come prima che tante volte la f. sia in la.b.K. quante volte la c. sia in la.a.b. et tante volte era anchora in la.d.e. adonque come prima serà la.d.e. equale alla.b.k. & la.d.b. alla e.k. per laqualcosa si come che la.a.g. è multiplice alla.c. così e la.d.b. multiplice alla.f. che è la proposito, a demostrare il medesimo altramente, conciosia che la quantità.a.b. contenga la quantità.c. per quel medesimo numero secondo ilquale la quantità.d.e. contiene la quantità.f. levando adonque via da quel tal numero la unità, remanerà ouer la unità, ouer il numero secondo che la.a.g. contiene la.c. & che la.d.b. contiene la.f. adonque egliè manifesto le quantità, a, g, & d, b, ouero essere equale, ouer equalmente multiplice alle quantità, c, & f.

Il Tradottore.
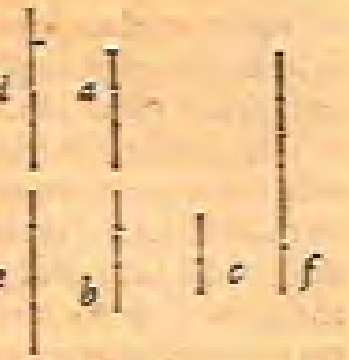


Se le due quantità.a.b. & d.e. seranno equalmente doppie alle due quantità.c. & f. (come nel primo essempio appare) serratto le due minore dalle due maggiore (cioè la.c. dalla.a.b. & la.f. dalla.d.e. li duoi rimanenti, cioè.a.g. & d.b. seran equali alle dette parti, cioè lo rimanente.a.g. serà equali alla quantità.c. & lo.d.b. alla.f. ma se le dette due quantità.a.b. & d.e. seranno pur equalmente multiplice alle dette.c. & f. ma in altra maggiore multiplicità che doppia, sotratte le minore dalle maggiore li duoi rimanenti sempre seranno equalmente multiplici alle dette due parti, essempli gratia, se le dette due quantità.a.b. & d.e. fussero state equalmente tripple alle dette due.c. & f. (come nella seconda figuratione appare) sotratte le dette due minore dalle dette due maggiore li duoi residui seranno equalmente doppij, alle dette due parti, cioè lo residuo.a, g. serà doppio alla c. & lo.d.b. alla.f. (come nella detta seconda figuratione appare) & conseguiria in ogni altra maggiore multiplicità, essempli gratia, se le dette quantità.a.b. & d.e. fossero state equalmente quadruple alle dette due.c. & f. li duoi rimanenti.a.g. & d.b. seriano stati equalmente trippli alle dette.c. & f. et se fussero stati quincupli li detti rimanenti seriano stati quadrupli.

Theorema.7. Propositione.7.

7/7 Se due quantità equale seranno, comparate a quale si voglia quantità, di quelle a quella serà una medesima proportione, & similmente da quella a quelle serà una medesima proportione.

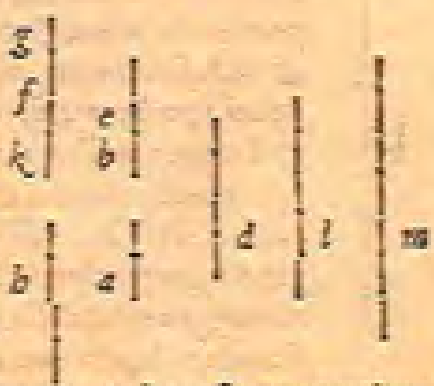
Siano le due quantità.a. & b. equale lequal siano comparate a qual si voglia terza (come seria alla.c.) dico che la proportion ch'è dalla.a. alla.c. è la medesima che è dalla.b. alla.c. & similmente la proportione che è dalla.c. alla.a. è simile a quella

quella che è dalla.c.alla.b. La prima parte si approua in questo modo, conciosia che la.c. sia consequente alla a.(prima) & alla,b,(terza) quella serà in ragione de seconda e quarta pigliarò adonque la.d.alla.a.prima e la.e.alla.b. terza equalmente multiplice, e pigliarò la. f. per quale multiplice mi pare di multiplici della.c. laquale è seconda & quarta, & perche la.a. & la,b, (della quale li suoi multiplici tolti equalmente sono. d,&,e,) sono posti equale, seguiria questo che se la,d,serà diuisa secondo la quantità della.a. & similmente la e. secondo la quantità della.b. che le parti dell'una e dell'altre siano di numero e di quantità equale, di numero per il presupposito per la equalità della multiplication dell'una e l'altra, ma di quãtità (per questa commune sententia repetita tãte volte quãte bisogna) quelle cose che a una medesima cosa sono equal fra loro son equale, perche adonque la prima delle parti della.d.è equal alla prima delle parti, della.e, & la seconda, alla seconda, & le altre alle altre, & sono tante parti in la.d. quante son in la.e. (per la prima di questo) la,d, serà equale alla, e, per laqual cosa se due quantità equale seranno comparate a un'altra terza quantità (per commune scientia) ouer che ambedue le quantità,d,&,e, son maggiore della.f. ouer minore, ouer equale, adonque (per la settima diffinitione) la proportione della.a. prima alla.c. seconda serà come quella che è dalla.b. terza alla.c quarta, che è il proposito, la seconda parte tu la approuerai per l'ordine conuerso in questo modo. sia posta la,c, come prima & terza & la.a. seconda & la.b. quarta, e conciosia che la quãtità.f. laqual è equalmẽte multiplice alla prima e alla terza sia simile nel auanzare ouer in mancare, ouer in equaliare delle quantità,d,&,e, lequale sono equalmente multiplice alla seconda e quarta, seguirà (per la medesima diffinitione) che la proportione della.c. prima alla.a. seconda sia si come della.c. terza alla. b. quarta, che è il secondo proposito.



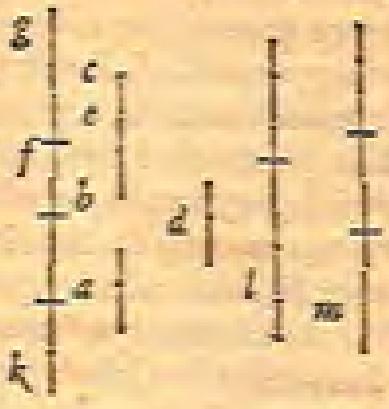
Theorema.8. Propositione.8.

8/8 Se due quantità inequale seranno proportionale a una quantità, certamente la maggior ottignarà maggior proportion, e la minore, minore, ma la proportione di quella a quelle certamente alla minore sarà maggior, e alla maggior serà minor.



Sieno due quãtità inequale,a,& b,c,& sia maggior la,b,c,e siam proportionate a una medema quantità laqual sia.d. dico che la proportione della.b.c. alla. d.è maggior di quella che è dalla.a.alla.d. et per il cõtrario maggior è quella della.d. alla.a.che della.d.alla.b.c.& p approuar la prima parte io pouerò la.e.b. equale alla.a.e multiplicarò tante volte la.e.c.che ne pervenga una quãtità maggior della.d.

la.d.& quella sia la.f.g. & torò la.k.f. cosi multiplice alla.b.e. similmente la.b. cosi multiplice alla.a.si come la.f.g.è multiplice alla.e.c. & (per la prima di questo) la.b. serà cosi multiplice alla.a.si come che la.k.g. e multiplice alla, b, c, serà anchora la.b.equale alla.k.f.per questa causa che le submultiplice di quelle (equale sono,a,& b,e,) sono state poste equale, anchora ponerò che la.b. non sia minore della.d.ma equale,ouer maggiore, perche multiplicarò tante volte cadauna delle tre quantità.e.c.b.e.& a.equalmente che la.f.g. (multiplice della.e.c.) pervenga maggior della.d.questo bisogna osservar nelli primi multiplici cioè che el multiplice.f.g. habbi quelle due conditione cioè che fusse talmente multiplice alla.e.c. prima che la fusse maggior della.d.et altra di questo che la.b. tolta in tal multiplicità alla.a.tal.b. non sia menor della.d.ma o equale ouer maggiore, & che la.b. (multiplice della a.) non pervenga minore della medesima, & dapoi questo multiplicarò tante volte la,d,che ne pervenga quantità maggior della.b. & sia la.m. la prima quantità di multiplici della.d.che è maggior della,b, sotto della quale torò l'altra maggiore multiplice della.d. (ouero la equale a quella se per caso la.m. fusse la prima in l'ordine di multiplici della.d.) la quale sia la,l, & seguirà che la.l. non sia maggiore della.b. & la,m, serà composta della.d. & .l. per questa causa che ogni multiplice è composto del prossimo precedente multiplice, & del semplo (come è il treppio, qual è composto del doppio et del semplo) eccetto il primo multiplice (cioè il doppio) il quale è solamente cõposto da dui semplj, per che, adonque la,b, e equale alla.k.f. la detta.k.f. nõ serà minore della,l, adonque la,k, f, insieme con la d.non fanno meno che la,l, & d, per laqual cosa nõ fanno meno che.m & perche la,f.g, è maggiore della,d, la k.g. serà maggiore della.m. adonque intenderò la quantità,b,c,prima,la,d,seconda.la,a,terza, & la,d,quarta,et perche alla prima & terza son tolti li multiplici equalmente, cioè la.k.g. & la.b.similmente anchora alla seconda & quarta sono pur tolti li multiplici equalmente, ãci è uno medesimo in ragione de duoi equale è la.m. & la.k.g. (multiplice della prima) sopranza, ouero eccede la.m. multiplice della seconda, & la.b. (multiplice della terza) non sopranza, ouer eccede la.m.multiplice della quarta, (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) la proportione della.b.c.prima alla.d. seconda serà maggiore che della.a.terza.alla.d.quarta, che è il primo proposito il secondo tu lo apprenderai per la medesima diffinitione, per contrario ordine intendendo che la.d.sia prima & terza, & la.a.seconda, & la,b,c,quarta, & perche la.m. (multiplice della prima) eccede, ouer sopranza la.b. (multiplice della seconda) & la.m. (multiplice della terza) non sopranza la.x.g. (multiplice della quarta) per laqual cosa maggior proportione è dalla.d.alla.a.che dalla.d. alla,b,c,che è il secondo proposito, et dal modo di questa dimostratione si manifesta





la suffi-

La ſufficientia della diffinitione della maggiore diſproportionalità poſta dall'Autore in principio di queſto quinto libro, perche in niun luoco è maggior la proportione della prima (di quattro quantità) alla ſeconda che della terza alla quarta che'l non accaſchi ſempre ritrouarſe alcuni multiplici tolti equalmente alla prima et alla terza, liquali quando ſeranno comparadi ad alcuni multiplici tolti equalmente alla ſeconda & quarta ſe trouerà lo multiplice della prima ſopraſtanzare lo multiplice della ſeconda, & lo multiplice della terza non ſopraſtanzare lo multiplice della quarta, e queſti multiplici li ritrouaremo per il modo che dimoſtraremo di ſotto ſopra la duodecima di queſto.

Il Tradottore.

Per intelligentia delle coſe dette di ſopra biſogna notare che ſe la quinta.d. fuſſe tre, & che la quantità.b. fuſſe.14. el primo multiplice della.d. che eccedeſſe la.b.(cioè la.m.) ſeria il quintuplo (cioè quindeci) & la.l. ſeria il quadruplo (cioè duodeci) ma ſe la.b. fuſſe ſolamente cinque la.m. ſeria il doppio della.d. (cioè ſei) & la.l. ſeria equale alla.d. anchora biſogna notare che'l primo di multiplici d'una quantità ſe intende il doppio, & lo ſecondo ſe intende il treppio, & il terzo il quadruplo, & coſi diſcorrendo, et eſſa prima quantità ſe chiama il ſempio.

Theorema. 9. Propoſitione. 9.

9 9 Se la proportione di alcune quantità a una quantità ſerà una medeſima, egliè neceſſario quelle quantità eſſer equal, & ſe la proportione dell'una a quelle ſerà una medeſima ſimilmente egliè neceſſario quelle eſſer equale.



Sia la proportione delle due quantità.a. & b. alla quantità.c.una medeſima, dico che quelle eſſer equale, & al contrario ſe la proportione della.c. all'una e l'altra di quelle ſerà una medeſima, dico ſimilmente quelle eſſer equale, queſta è al contrario della ſettima il primo propoſito ſi approua in queſto modo, ſe quelle non ſono equale (per l'aduerſario) ponamo ſe poſſibile è che una di quelle ſia maggiore ponamo la.a. (per la prima parte della precedente) la proportione della.a. alla.c. ſerà maggiore che quella della.b. alla.c, che è contra il preſuppoſito, il ſecondo anchora è manifeſto, perche ſe la.a. è maggiore della.b. (per la ſeconda parte della precedente) la proportione della.c. alla.b. ſerà maggiore che alla.a. laqual coſa è anchora contra il preſuppoſito.

Theorema. 10. Propoſitione. 10.

10 10 Se la proportione dell'una di due quantità ad alcuna quantità ſerà maggiore, quella quantità è neceſſario eſſer maggiore, ma ſe la proportione della una alla medeſima ſerà maggiore egliè neceſſario quella eſſer minore.

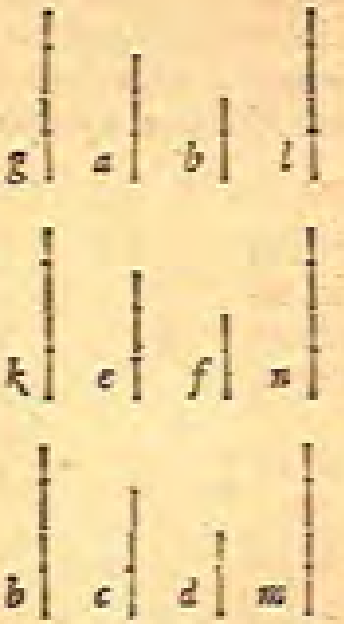
Se la



Se la proportione della.a. alla.c. serà maggiore di quella che è dalla.b.alla.c.dico la.a.esser maggiore della.b. & se la proportione della.c.alla,b. serà maggiore di quella che è della detta,c,alla,a,al l'hora dico la,c, esser maggior della.b. (questa è al contrario della ottaua)il primo proposito è manifesto(per la prima parte della settima,e per la prima parte della ottaua) perche (per la prima parte della settima) la.a. non serà equale alla.b. ne anchora minore (per la prima parte della ottaua) il secõdo è manifesto dalle seconde parti delle medesime propositioni.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 Quelle proportioni che a una medesima proportion seranno equa-
11 le egliè necessario che fra loro siano equale.
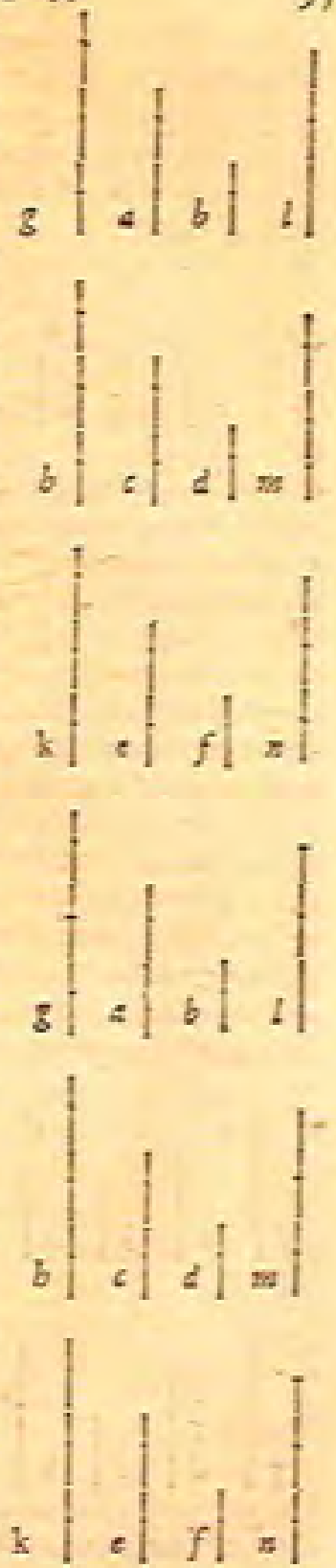


Questa propositiõ (che Euclide nel principio del primo libro la connumerò fra le communi sententie) quelle cose che a una medesima cosa son equale anchora fra loro sono equal (come intende nella quantità,) in questo loco lui dimostra come la se accommoda in le proportioni. sia adonque l'una e l'altra delle due proportioni,che sono dalla,a,alla,b, & dalla,c,alla,d, equal alla proportione che è dalla.e. alla.f. dico le proportioni che son dalla,a,alla,b, & dalla,c,alla,d, esser fra loro equale, & per dimostrar questo io torò la.g. alla,a, & la,b,alla,c, & la,k,alla,e,equalmente multiplice,e anchora la.l.alla.b. & la.m.alla.d. & la.n.alla.f.equalmente multiplice, & perche (per il presupposto)la proportione dalla.e.alla.f.è si come dalla,a,alla,b,et similmente si come dalla c,alla,d,seguiria (per la conuersione della settima diffinitione tolta due volte)che se la.k. eccede la.n.che la,g,eccede la,l, & la,b, la,m, & se la.k. manca della,n,che la,g,mancarà dalla,l, & la,b, della,m, & se la,k, è equale alla,n, che la,g,serà equale alla,l, & la,b,alla,m,perche adonque la,g,alla,l, & la,b,alla,m,sono simile nel aggionger,diminuire & equaliare per mezzo della,x, & ,n, (per la settima diffinitione) la proportione della,a,alla,b,serà si come della,c, alla,d,che è il proposito.

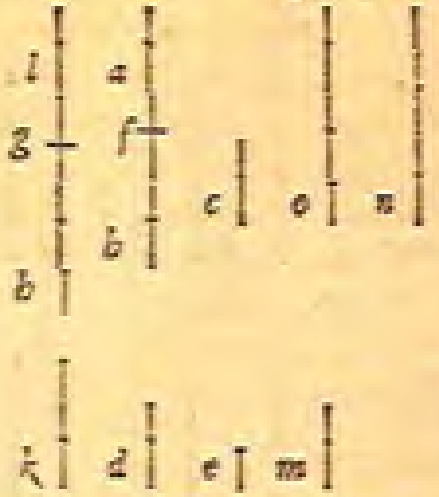
Theorema. 12. Propositione. 12.

12 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del ter-
12 zo al quarto, & del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proportione del primo al secondo serà maggiore che dal quinto al sesto.

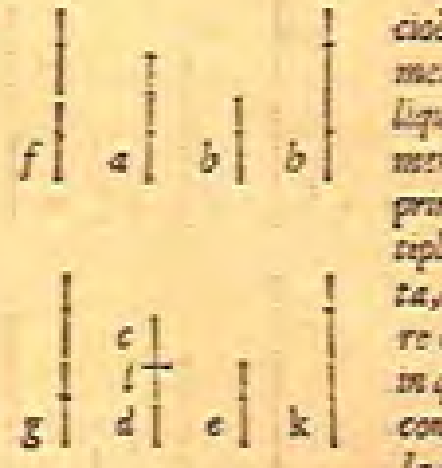
Similmente

Similmente (come in la precedente) quel che quasi dimostra in le proportioni in le quantità e concessibile, cioè che se due quantità seranno fra loro equal, di qualunque quantità che l'una di quelle serà maggior anchora l'altra serà maggior di quella medesima, nientedimeno questo se dimostra in le proportioni, come, essempli gratia, se la proportion della, a, alla, b, sia sì come della, c, alla, d, & che la proportion della, c. alla. d. sia maggior di quella che della, e, alla, f, anchor la proportione che è della, a, alla, b, serà maggior di quella che è dalla, e, alla, f, & per dimostrar questo io torò la. g. alla, a, & la, b, alla, c, & la, k, alla, e, equalmente multiplice & anchora la, l, alla, b. & la, m, alla, d e la, n. alla, f, equalmente multiplice, e perche per il presupposito la proportion della, c, alla, d, e sì come della, a, alla, b, e maggior di quella della, e, alla, f, (per il converso del la settima diffinition) seguirà che se la, b, sopranuanza la, m, che anchora la, g, sopranuanzerà la, l, & per il cõuerso della diffinitione della maggiore disproportionalità non è necessario che la, k, sopranuanci la, n, adonque perche (per il mezzo della, b, & , m,) se la, g, sopranuanza la, l, non è necessario che la, k, sopranuanzi la, n, per la diffinitione della maggiore disproportionalità) serà maggior proportion della, a, alla, b, che della, e, alla, f, che è il proposito, anchora per simel modo se approuerà che se la proportione della, e, alla, b, sia sì come della, c, alla, d, & della, e, alla, d, minore che della e, alla, f, similmente della, a, alla, b, serà minor che della, e, alla, f, conciossia che dalla, c, alla, d, sia minor proportione che dalla. e. alla. f. serà adonque la proportione dalla. e. alla. f. maggiore che dalla. c. alla. d. adonque (per la conuersione della diffinitione della maggiore disproportionalità) se la. k. eccede la. n. non è necessario che la. b. eccede la. m. & se la. b. non eccede. la m. la. g. non eccede la. l. adonque se la. k. eccede la. n. non è necessario che la. g. eccede la. l. adõque (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) la proportione della. e. alla. f. serà maggiore che della. a. alla. b. (per il contrario) adonque la proportione della. a. alla. b. serà minore che della. e. alla. f. che è il proposito (et per il modo della dimostration della ottava di questo,) & da questa serà manifesto che se la proportione





della prima (di quattro quantità) alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, gli accaderà sempre ritrouarse alcuni multiplici equalmente tolti alla prima. & alla terza, liquali quando serāno cōparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta, se trouerà il multiplice della prima superāzare il multiplice della seconda, e lo multiplice della tertia non superāzare il multiplice della quarta, la qual cosa se manifesta i questo modo, sia la proportione della a.b. alla a.c. maggiore che della d. alla e. io porrò adonque che la proportione della a.f. alla a.c. sia si come della d. alla e. (per questa duodecima & per la decima) la a.f. serà minore della a.b. hor poniamo che la sia minore in la quantità f.b. la qual multiplicarò tante volte che ne prenenga una quantità maggiore della a.c. la qual sia la g.b. con questa condition che la d. multiplicata tante volte produca una quantità non minore della e. (laqual sia la k.) hor porrò che la l.g. sia cosi multiplice alla a.f. si come che la g.b. e multiplice alla f.b. ouero la k. alla d. (per la prima di questo) la l.b. serà cosi multiplice della a.b. si come che è la k. alla d. dapoi porrò che la m. sia la prima quantità multiplice alla e. che sia maggior della k. & porrò la n. cosi multiplice alla a.c. si come che la m. è multiplice alla e. (per li precedenti presuppositi, & per la cōuersione della discontinua proportionalità) la quantità n. serà la prima di multiplici della a.c. che serà maggiore della l.g. ne la l.g. serà minore della d. adonque torò sotto alla n. la massima della multiplice della a.c. ouer a se equale (se per sorte la n. fusse la prima di multiplici di quella) la qual sia la o. & la n. serà composta della o. & della a.c. adonque perche la l.g. non e minore della o. & la g.b. e maggiore della g.l. la l.b. serà maggiore della n. per laqual cosa essendo la k. minore della m. è manifesto il proposito.



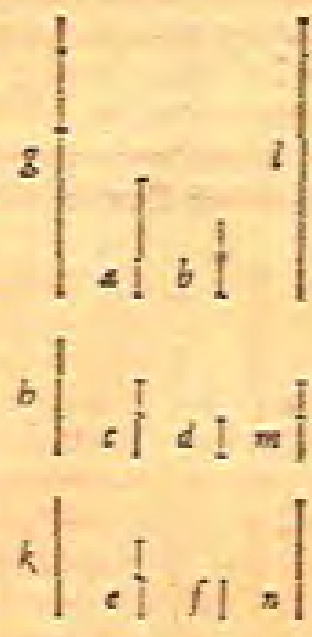
Potemo anchora dimostrare il conuerso di questa, cioè che se'l cascia trouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima & alla tertia (di quattro quantità) liquali essendo cōparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda e quarta, & che lo multiplice della prima eccedi lo multiplice della seconda, & che il multiplice della tertia non ecceda il multiplice della quarta, la proportione della prima alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, laqual cosa si approua in questo modo, siano le quattro quantità a. prima b. seconda c. d. terza e quarta & sia la f. alla a. & la g. alla c. d. equalmente multiplice, similmente siano la h. alla b. & la k. alla e. equalmente multiplice, & poniamo che la f. ecceda ouer sopramanci la b. & che la g. non sopraxanti la k. dico che la proportione della a. alla b. è maggior

e maggior che della.c.d.alla.e.& se fusse possibile(per l'aduersario)esser altramente,ouer che la seria equal,ouer minore:equal nō pol essere,perche se la fusse equale (per la conuersione della settima diffinitione)la.g.eccederia la.k.laqual cosa seria contra il presupposito,& se la fusse minore,sia della.c.l.alla.e.si come della.a.alla b.& (per la decima di questo)la.c.l.serà minore della.c.d.hor sia minor in la quantità.l.d.adonque poserò la.m.n.che sia cosi multiplice alla.c.l.et la.n.p.cosi multiplice alla.l.d.si come che la.f.è multiplice della.a, (& per la prima di questo)la.m.p.serà cosi multiplice alla.c.d.si come che la.f.e multiplice della.a.adonque l'una e l'altra delle due quantità.m.p.& g.e equalmente multiplice alle quantità.c.d.adonque quelle sono equale(perche questa se quella fu dimostrata in la settima di questo)& perche la.g.non e maggiore della.x.la.m.p.non serà maggiore della medesima.K.& (per la medesima conuersione della diffinitione della discontinua proportionalità)la.n.p.e maggiore della.K.imperò che la.f.e maggiore della.b.adonque la.n.p.e maggiore della.m.pche è impossibile,per laqual cosa rimane il proposito.



Theorema.13. Propositione.13.

13 / 13 Se de quante si uoglia quantità ad altre tante a una per una,serà una medesima proportione,tal proportione qual serà dell'una all'una quel la medesima anchora serà de tutte quāte le prime gionte insieme,a tutte quante le seconde gionte insieme.



Q uello che nella prima propose di multiplici,in questo loco lui propone di ogni proportione, onde questa e piu commuua di quella,perche ogni multiplicità e proportione,ma non e conuerso, cioè che ogni proportione non è multiplicità.sia adonque della.a.alla.b.et della.c.alla.d.& della.e.alla.f.una proportione, dico che qual proportione e della.a.alla.b.la medesima e del cō posto delle.a.c.e.al composto delle.b.d.f.& per dimostrar questo io torò la.g.alla.a.& la.b.alla.c.& la.k, alla.e.equalmente multiplice e similmēte la.l.alla.b. & la.m.alla.d.& la.n.alla.f.equalmente multiplice & serà(per la prima di questo)il composto delle g.b. k.e cosi multiplice al composto delle.a.c.e.si come la, g.è multiplice alla,a,similmente (per la medesima)il composto delle.l.m.n.serà cosi el multiplice al cōposito delle,b,d,f,si come la.l,e multiplice alla,b,& (per la conuersione della diffinitione della discontinua proportionalità(tolta due volte) se la.g.aggionge sopra la.l.la.b.aggiongerà sopra la,m,& la,k,sopra la,n,e se la minuisse,& se la se equalia,s'equalia,adonque(per communem scientia)se la,g,aggionge

giunge sopra la.l.il composito delle,g,b,k.aggiongerà sopra il composito delle.l.m. n.& sel minuisse minuisse,& sel se equalia se equalia,adonque(per la diffinitiõ del la incontinua proportionalità)la proportione della.a.alla.b.e si come del composito delle,a,c,e,al composito delle,b,d,f,che è il proposito.

Theorema.14. Propositione.14.

14 / 14 Se quattro quantità saranno proportionale,& che la prima sia maggiore della terza,e necessario la seconda esser maggior della quarta ma se la serà minore e necessario esser minore, & se serà equale equale.



Sia la proportion della,a,alla.b,si come della.c.e. alla.d. dico che se la,a,è maggiore della c,la,b,serà maggior della.d. & se la è minor serà minor & se la è equale serà equale,perche se la,a,sia maggiore della.c.serà(per la prima parte della ottava di questo)maggior la proportione della,a,alla,d, che della.c.alla.d. per laqual cosa maggiore serà della,a,alla b,adonque (per la seconda parte della decima di questo)la,b, serà maggior della,d, che è il proposito, ma se la,a,sia minor della,c,serà (per la prima parte della ottava) minore proportione della,a, alla,d, che della,c, alla,d, per laqual cosa maggiore serà della.a. alla,b, che alla,d, adonque (per la seconda parte della decima)la.b.serà minor della.d.ma si la,a,sia equale alla,c. serà(per la prima parte della settima)della,a,alla,d,si come della,c,alla,d,per laqual cosa della,a,alla,d,è si come alla,b,adonque(per la seconda parte della nona)la,b.serà equale alla,d,& cosi è manifesto il proposito.

Theorema.15. Propositione.15.

15 / 15 Se ad alcune quantità saranno tolti li multiplici equalmente, la proportione di multiplici,& quella di submultiplice serà una medesima.

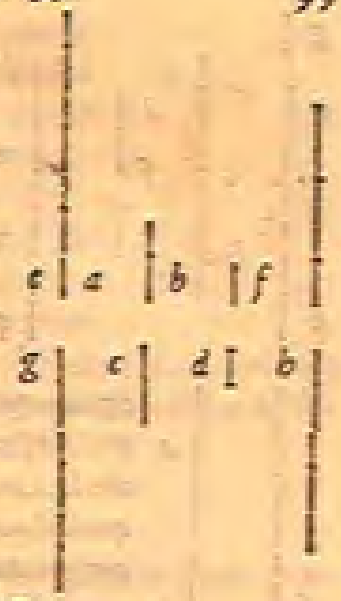


Siano la.e. alla,a,& la,d, alla,b, equalmente multiplici, dico che la proportione laquale è della,a,alla,b,quella medesima e della,e,alla,d,sia divisa la,e,secondo la quantità della,a,& la,d,secõdo la quantità della,b,& son tante le parte della,c, quante quelle della,d,e tante parte son in.e. quante in,d, et perche qual parte tu noi della,c, a qual parte tu noi della,d, è si come della,a. alla,b, serà (per la tertia decima di questo)della, c, alla, d, si come della a,alla,b,che è il proposito.

Theorema.16. Propositione.16.

16 / 16 Se quattro quantità seranno proportionale, anchora permutatamente seranno proportionale.

Sia la proportione della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.dico che della.a.alla.c.serà si come della.b.alla.d. & questo è il modo de arguir,ilqual è detto proportione permutata,la dimostratione della quale cosi è manifesta: io torò la.e.alla.a. & la.f.alla.b. equalmente multiplice & serà(per la precedente) della,e,alla,f,si come della,g,alla,c,per laqual cosa(per la quartadecima) se la.e.aggionge sopra.g. & la.f. aggionge sopra la.b. & se la minuisse,la minuisse, & se la se equalia, la se equalia,adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità)serà della,a,alla,c,si,come della,b,alla,d,che è il proposito. ma le necessario che in la permutata proportionalità tutte le quantità siano de uno medesimo genere.
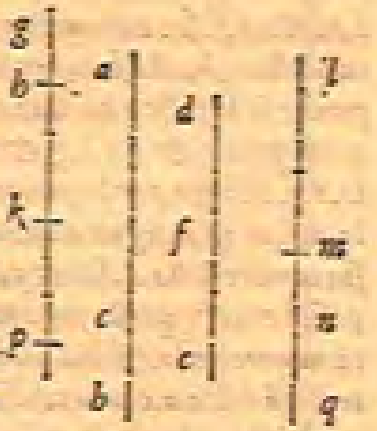


Theorema.17. Propositione.17.

17 Se la quantità congiontamente seranno proportionale quelle medesime anchora è necessario disgiontamente esser proportionale.

17
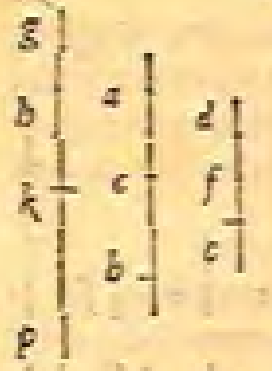
Dimostrato el modo di arguire elqual se dice proportionalità permutata, hor dimostra quello che se dice proportionalità disgionta,sia anchora la proportione del la,a,b,alla,b,c,si come della,d,e,alla,e,f, dico che della, a,c, alla,c,b, serà si come della,d,f,alla,f,e, & per dimostrare questo io torò la.g,b,alla,a,c, & la, b, k, alla,c,b, & similmente la,l,m,alla,d,f, & la m,n,alla, f,e, equalmente multiplice,adonque (per la prima di questo)la.g.k.e cosi multiplice alla,a,b,si come la.g.b, è multiplice alla,a,c, & la,m,l,cosi è multiplice alla,d, e,si come la,l,m,è multiplice alla,d,f, & per tanto (per li precedenti presuppositi) la.g.k. è cosi multiplice alla a.b. si come è la.l.m. alla, d, e, porerò anchora la.k.p. alla.c.b. & la.m.q.alla.f.e.equalmente multiplice, & seranno(per la seconda)la.b.p.alla.c.b. & la.m.q.alla.f.e.equalmente multiplice, adonque(per la commessione della diffinitione della incontinua proportionalità) se la.g.k.aggionge sopra la.b p.la.l.m. aggiongerà sopra la.m.q. & se la minuisse quella minuisse, & se la se equalia quella se equalia,e per tanto leuate communamente la.b.K. & m.n.(per cōmuna sententia)serà che se la.g.b.excede la.k.p.(cioè che la sia maggiore di quella)che ancora la.l.m.excederà la.n.q. & se la manca(cioè che la sia minore di quella)la serà minore, & se quella se equalia quella se equalia,adonque(per la settima diffinition)la proportione della.a.c.alla.c.b.serà si come della.d.f.alla.f.e.che è il proposito.



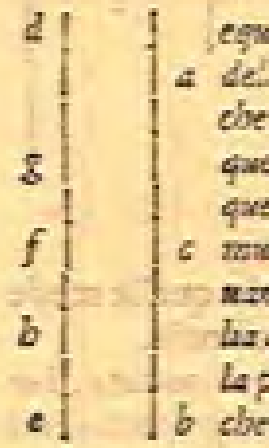
Theorema.18. Propositione.18.

18 Se la quantità seranno disgiuntamente proportionale anchora congiontamente seranno proportionale.

18



El se dimostra il modo di arguire, il quale se dice proportionalità congionta, & è el modo conuerso della precedente, e però alla demostratione di questa sia repigliata la dispositione della detta precedente, cioè rimangano tutti li presupposti di questa eccetto che'l se suppone la proportion della a.c. alla c.b. essere si come della d.f. alla f.e. dico la proportiõe della a.b. alla b.c. essere si come della d.e. alla f.e. perche da questo presupposto & dalli presupposti della precedente (di multiplici equalmente tolti) il seguita (per la conuersione della diffinitione della discontinua proportionalità) che se la g.b. sopranza la k.p. che la l.m. sopranzerà la n.q. & se la non'l fosse (ouero manca di quella) quella non'l sarà, & se la se equalia quella se equaliarà, adõque giontoui continuamente la b.k. & la m.n. seguita (per comuna scientia) che se la g.k. sopranza la b.p. che la l.n. sopranzerà la m.q. & se quella non'l fosse quella non'l fosse. & se la se equalia quella se equalia, per laqual cosa (per la seconda diffinitione) la proportione della a, b, alla b, c, serà si come della d.e. alla e.f. che è il proposito.



Ancora se pol dimostrare il medesimo indirettamente in questo modo, conciosia cosa che la proportione della a, c, alla c, b, sia si come della d, f, alla f, e, hor se possibile (per l'aduersario) non sia della a, b, alla b, c, si come della d, e, alla e, f. sia adonque la proportione della d, e, ad alcuna altra quantità si come della a, b, alla b, c, laquale, ouer che la serà maggiore della e.f. ouero minore, perche se la fusse a quella equale seria manifesto il proposito, per tanto sia primamente maggiore & sia e, g, & serà (per la precedente) della a, c, alla c, b, si come della d.g. alla g.e. per laqual cosa (per la undecima) della d.g. alla g.e. è si come della d, f, alla f, e, seguita adonque (per la quartadecima) che quando la d, g, prima sia minore della d, f, terza, la g, e, seconda serà minore della e, f, quarta, ma il proposito era che quella fusse maggiore, sia adonque la proportione della d.e. à quantità minore della e.f. (laqual sia e.b.) si come della a.b. alla b.c. & (per la precedente) serà della a.c. alla c.b. si come della d.b. alla b, e, per laqual cosa (per la undecima) della d, f, alla f, e, serà si come della d, f, alla f, e. & perche la d, b, prima è maggiore della d, f, terza serà (per la quartadecima) la e, b, seconda maggiore della e, f, quarta, & perche questo è impossibile, seguita il proposito.

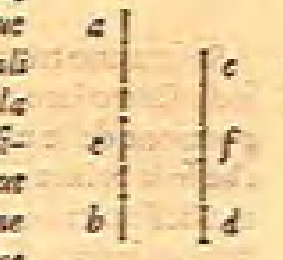
Theorema. 19. Propositione 19.

19 19 Se da duoi tutti seranno tagliate due parti, & che il tutto al tutto sia si come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente serà si come il tutto al tutto.

Quello che propone la quinta di multiplici questa propone uniuersalmente de

ogni

ogni proportione, donde questa è tanto piu commune de quella, quanto è la proportione della multiplicità, siano adonque le due quantità a,b, & c,d, dalle quale siano tagliate due parti legali siano b,e, & d,f, & sia la proportion de tutta la a.b. a tutta la c.d. si come la tagliata b.e. alla tagliata d,f, dico che la medesima proportione serà del residuo a.e. al residuo e.f. che è de tutta la a.b. a tutta la c.d. perche essendo la a. b. alla c. d. si come la b,e, alla d.f. serà permutatamente la a.b. alla b. e. si come c.d. alla d.f. & disgiontamente la a.e. alla e.b si come la c.f. alla f,d, & anchora permutatamente la a,e, alla c,f, si come la e,b, alla f,d, & perche cosi era la a,b, alla c,d, è manifesto il proposito.
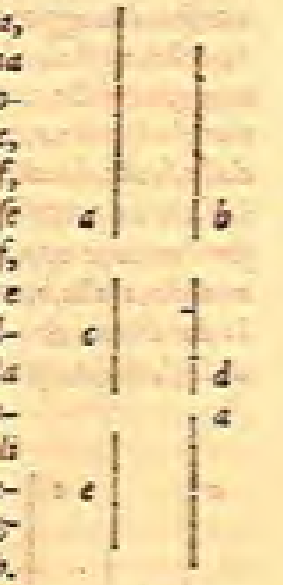


Correlario.

0 19 Da qui se manifesta che se le magnitudine composite seranno proportionale euersamente etiam seranno proportionale.

Il Tradottore.

Questo soprascritto Correlario in fine della esposition della soprascritta propositione il Campano lo aggiunge come cosa sua, dicendo da questa decimanona & dalla permutata proportionalità sien dimostrato il modo de arguire el qual se dice proportionalità euersa, esempli gratia, sia la a, b, alla b, e, si come la c, d, alla d, f, dico che la b, a, alla a, e, serà si come la c, d, alla c, f, perche essendo la a, b, alla b, e, si come che è la c, d, alla d, f, serà permutatamente la a, b, alla c, d, si come la b. e. alla d, f, per laqual cosa (per questa decima nona) la b. a. alla d, c. e si come la a. e. alla c. f. adonque permutatamente la b. a. alla a. e. è si come la c. d. alla e, f, che è il proposito. Anchora la conuersa proportionalità, laquale (dalla diffinitione della incontinua proportionalità,) hauemo dimostrato in essemere li principij di questo quinto, la puo anchora in questo loco esser demostrata indirettamente dalla permutata proportionalità, & dalla nona di questa, come sel sia la proportione dalla a. alla b. si come della c. alla d. dico che della b. alla a. serà si come della d. alla c. essendo altramente sia della d. alla e. si come della b, alla a, & perche della a, alla b. è si come della c, alla d. serà permutatamente della a. alla c, si come della b, alla d, & perche anchora della b. alla a. si come della d. alla e, serà anchora permutatamente della b. alla d. si come della a. alla e. per laqual cosa serà della a. alla e. si come della c. alla e. se adonque la e. non è equale alla c. accade lo impossibile & contrario della seconda parte della nona, ma se la è equale serà della b. alla a. si come della d. alla c. che è il proposito.

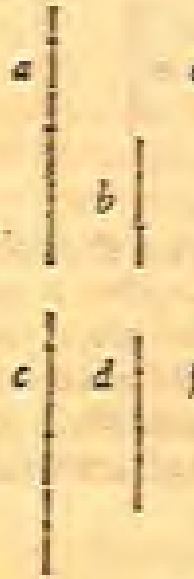


Theorema.20. Propositione.20.

20 Se seranno tre quantità dall'un lato prese & altre tante ne siano prese dall'altro lato delle quale le prime a due a due siano secondo la proportione delle ultime egliè necessario in la proportione della equalità che se la prima delle prime sarà maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime de necessità serà maggior della ultima, & se la serà minore, minore, e se la serà equale equale.

20
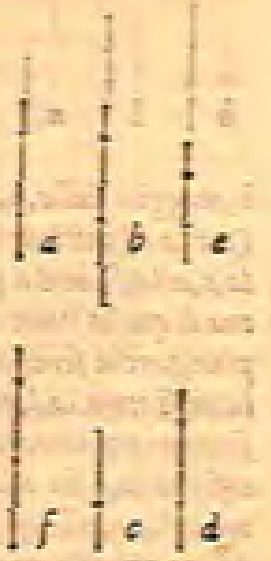
Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, ilquale se dice equal proportionalità, ouero le quantità de duoi ordini rettamente, ouer peruersamente proportionate, el propone duoi antecedenti necessarij a demostrare il proposito, per il primo di quali se dimostra la equal proportionalità, con le quantità de duoi ordeni direttamente proportionate, & per il secondo quando quelle seranno proportionate peruersamente, siano adonque le tre quantità, a, b, e, & siano tolte le tre altre lequale siano, c, d, f. & si la proportione della, a, alla, b, si come della, c. alla, d. & della, b. alla, e, si come della, d. alla f. dico che se la, a. è maggior della, e. che etiam la, c, serà maggiore della, f, & se la è minore, minore, & se la è equale, equale; per che se lo è maggiore serà (per la prima parte della ottaua) maggiore la proportione della, a. alla, b. che della, e. alla, b. per laqual cosa (per la duodecima) serà etiam maggiore della, c. alla, d. che della, e. alla, b. & perche, (per la conuersa proportionalità) della, e, alla, b, è si come della, f, alla, d, serà della, c, alla, d, maggior che dalla, f, alla, d, adonque (per la prima parte della decima) la, c, è maggiore della, f, che è il proposito. ma se la, a. sia minore della, e, per le medesime & al medesimo modo se approua la, c, esser minore della, f, perche serà minore proportione della, a, alla, b, che della, e. alla, b. (per la prima parte della ottaua) e però (per la duodecima & per la conuersa proportionalità) serà minore della, c, alla, d, che della, f, alla, d, e però (per la prima parte della decima) la, c, serà minore della, f, che è il proposito. ma se la, a, sia equale alla, e, serà (per la prima parte della settima) la proportione della, a. alla, b. si come della, e. alla, b. e però (per la undecima, & conuersa proportionalità) serà della, c. alla, d, si come della, f. alla, d. per la qual cosa (per la prima parte della nona) la, c. è equale alla, f. che è il proposito, ma questa conclusione alcuni l'hanno demostrata per la proportionalità permutata in questo modo, la proportione della, a. alla, b, è si come della, c, alla, d. adonque permutatamente, della, a alla, c, è si come della, b. alla, d. un'altra uolta, & perche della, b. alla, e. è si come della, d. alla, f, serà permutatamente della, b. alla, d. si come della, e. alla, f. ma quella della, b, alla, d. era si come della, a. alla, c. adonque (per la undecima di questo) serà della, a, alla, c, si come della, e. alla, f. adonque (per la quartadecima) se la, a. prima è



ma è maggiore della.e.terza sarà la.c.seconda maggior della.f.quarta, & se la è menor sarà menore, & se la è equal sarà equale, che è il proposito, ma questi tali hanno errato in la sua dimostratione, perche se la intentione de Euclide fusse de dimostrarla in questo modo il non bisognarebbe preponere questa conclusione per antecedente alla equal proportionalità, perche se un'altra volta sia facta una permutatione della proportionalità allaquale siamo peruenuto, laqual è esser della.r, sì come della.e.alla.f.el seguita che'l sia della.a.alla.e.sì come della.c.alla.f.e questo è la equal proportionalità, oltra di questo se le quantità de ambidoi ordini non seranno tutte d'un medesimo genere, perche se le.a.b.e.fussero linee & c.d.f, superficie, ouer corpi, ouer tempi, all'hora la conclusione de quelli non seguita de permutare le proportioni, peccano adonque quelli che dimostrano il detto universale particularmente.

Theorema.21. Propositione.21.

21 21 Se saranno tre quantità dall'uno de lati prese, & altre tante dell'altro dellequale le prime siano volte a due a due secondo la proportione delle ultime, ma sia perturbata la proportionalità di quelle, anchora egli è necessario nella equal proportione che se la prima delle prime serà maggiore della ultima etiam la prima delle posteriore serà maggiore della ultima, & se la serà minore, minore, se la serà equale equale.

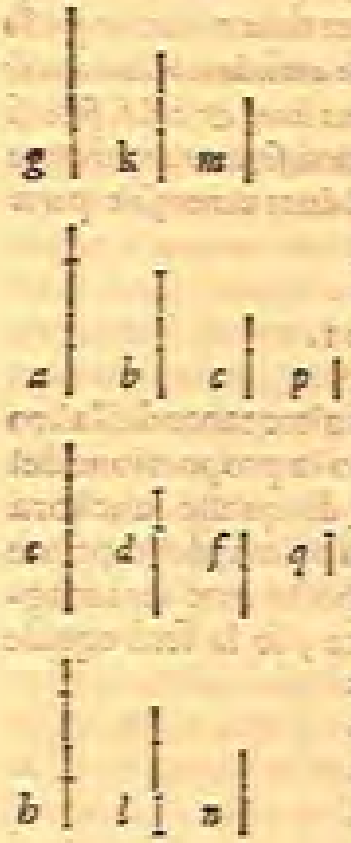


Lo secondo antecedente siano le tre quantità.a.b.e. & me siano tolte altre tre lequale siano.f.c.d. & sia la proportione della.a.alla.b.sì come della.c.alla.d. & della.b. alla.e. sì come della.f. alla.r. dico che se la. a. è maggiore della. e. la.f. serà maggiore della.d. & se la è minore serà minore, & se la.a. è equale serà equal, & queste se approua per le medesime vie, & per il medesimo modo con equale fu prouata la precedente, perche se la. a. è maggior della.e. serà maggiore proportione della. a. alla. b. che della.e.alla.b. per laqual cosa serà etiam maggior della.c.alla.d.che della.e.alla.b.e per tanto serà etiam maggior che della.c. alla.f. adonque serà maggior la.f.che la. d. (per la seconda parte della decima,) che è il proposito, ma se la. a. sia menore della.e, serà finalmente minor della.c. alla. d. che alla. f. per laqual cosa (per la medesima parte della medesima) la.f. serà minor della.d. ma se la.a. sia equale alla.e. seguita che'l sia la proportione della.c.alla.d. sì come della.r, alla.f. adonque (per la seconda parte della nona) serà la.f. equale alla.d.che è il proposito.

Theo-

Theorema. 22. Propositione. 22.

22 / 22 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato & altre tante dal l'altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportione delle prime, in la equal proportionalità seranno proportionali.



Demostrati li antecedenti alla equal proportionalità, in questo loco dimostra esse equal proportionalità, e primamente quando le quantità delli dui ordini sono direttamente proportionale, & non è necessario che la sia demostrata, se non quando in l'uno e l'altro di duoi ordeni sono solamente tre quantità, perche per questo seguita ex idente mente quando che in l'uno e l'altro ordine seranno quattro, ouero più quantità, e però non è stato bisogno de dimostrare li suoi antecedenti salvo quando in l'un e l'altro ordine sian tre quantità, siano adonque le tre quantità, a, b, c, & ne sian tolte tre altre equale siano, e, d, f, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, e, alla, d, & della, b, alla, c, si come della, d, alla, f, dico che della, a, alla, c, sarà si come della, e, alla, f, perche pigliando la, g, alla, a, & la, b, alla, c, equalmente multiplici, & similmente la, k, alla, b, & la, l, alla, d, equalmente multiplici, & un altra volta la, m, alla, c, & la, n, alla, f, equalmente multiplici, & serà (per la quarta) la, g, alla, k, si come la, b, alla, l, & la, k, alla, m, si come la, l, alla, n, per la qual cosa (per la xigesima) se la, g, è maggior della, m, serà la, b, maggior della, n, & se è minore serà minore, & se è equal serà equale, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) della, a, alla, c, è si come della, e, alla, f, che è il proposito. ancora questo può esser dimostrato (per la quintadecima di questo) volte le, g, k, m, alla, a, b, c, & le, b, l, n, alle, e, d, f, equalmente multiplice, perche serà (per la quintadecima) la, g, alla, k, si come la, b, alla, l, & la, k, al la, m, si come la, l, alla, n, tutte le altre cose trattādo come prima, ma se le quātità seranno più di tre in l'uno e l'altro ordine ponemo quattro, giontoli, la, p, & la, q, cosi che la, e, sia alla, p, si come la, f, alla, q, serà un altra volta della, a, alla, p, si come della, c, alla, q, perche serà della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, perche questo è stato dimostrato di sopra, adonque leuade via la, b, & d, seranno le tre quantità, a, e, p, & le altre tre, c, f, q, come se prepone, per la qual cosa della, a, alla, p, serà si come della, c, alla, q, & cosi sien dimostrato de quattro quantità per le tre (leuando uno mezzo) & per il medesimo modo tu dimostrerai de cinque per le quattro le mando via li duoi mezzi & de sei per le cinque le mando via le tre, & cosi de altre.

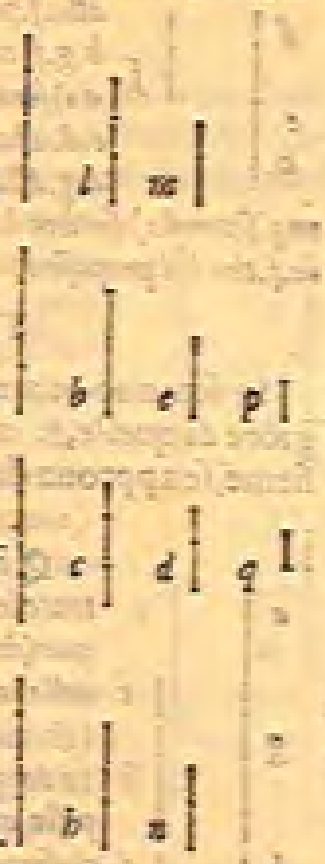
Theorema. 23. Propositione. 23.

23 / 23 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato, & altre tante del-

l'altro,

l'altro, dellequale le seconde siano tolte a due a due, secondo la proportione delle prime, ma indirettamẽte proportionate, in la equal proportionalità seranno proportionale.

Quasi l'Autor dimostra la equal proportionalità in le quantità de dui ordini indirettamẽte, over perturbatamente proportionate, ne è necessario che sia demostrato se non quando in l'uno e l'altro di detti ordeni sono solamente tre quantità, perche questo evidentemente segue di quante quantità se siano poste in l'uno e l'altro ordine, si come in la precedente è stato demostrato delle quantità direttamẽte proportionate, sia adõque tre quantità a, b, c, e siano pigliate altre tre lequali siano f, c, d, & sia la proportione della a, alla b, si come della g, alla l, & della b, alla e, si come della f, alla c, dico che della a, alla c, serà si come della f, alla d, perche pigliarò la g, alla a, e la b, alla c, e la k, alla f, equalmente multiplice & similmente la l, alla b, & la m, alla e, & la n, alla d, equalmente multiplice & serà (per la quarta) la g, alla l, si come la b, alla n, & (per la quintadecima) la l, alla m, si come la k, alla b, per laqual cosa (per la vigesima prima) se la g, aggionge sopra la m, & la k, aggionge sopra la n, & se la menusse la menusse, & se la se equalia la se equalia, adonque (per la diffinitione della continua proportionalità, la proportione della a, alla c, è si come della f, alla d, che è il proposito, questa anchora può esser demostrato per la quintadecima di questo, tolte le g, l, m, alle a, b, e, & le k, b, n, alle f, c, d, equalmẽte multiplice, perche serà (per la quintadecima) della g, l, si come della b, alla n, & della l, alla m, si come della k, alla b, tutte le altre cose trattale come prima, tamen più convenientemente (questa & la precedente) vengono demostrate secondo il primo modo, ma se in l'uno & l'altro ordine seranno più di tre quantità, poniamo quattro, giuntali la p, & la q, in questo modo che sia della a, alla b, si come della d, alla q, & della b, alla c, si come della c, alla d, & della e, alla p, si come della f, alla c, serà un'altra volta della a, alla p, si come della f, alla q, (perche per le cose anãti demostrate) serà della a, alla e, si come della c, alla q, levade adonque via la b, e la d, seranno le tre quantità a, e, p, e altre tre f, c, q, come se propone per laqual cosa della a, alla p, serà si come della f, alla q, & cosi sien demostrato delle quattro quantità per le tre levado via un mezzo, per il medesimo modo la demostratione delle cinque per le quattro levado via duoi mezzi, & de sei per le cinque levado via tre, & cosi de altre.



24 / 24

Theorema. 24. Propositione. 24.

Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del ter-

zo al quarto e la proportione del quinto al secondo serà si come del sesto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al secondo serà si come del sesto terzo tolti insieme al quarto.



Q uello che propesse la seconda di multiplici, questa propone universalmente de ogni proportione, onde è tanto piu cõmuna de quella quanto che è la proportione della multiplicità, & è a quella si come la tertia decima alla prima. sia adonque la proportione della.a.b.alla.c.si come della.d.e.alla.f.& della.b.g.alla.c.si come della.e.b.alla.f. dico che la proportione della.a.g.alla.c.e si come della.d.b.alla.f. perche il serà (per la conuersa proportionalità) della.c.alla.b.g.si come della.f.alla.e.b. per laqual cosa (per la vigesima seconda) serà in la equal proportionalità della.a.b.alla.b.g.si come della.e.d.alla.e.b. adonque congiuntamente (per la decimasettima) della.a.g.alla.g.b.serà si come della.d.b.alle.b.e. adonque (per la vigesima seconda) serà in la equal proportionalità della.a.g.alla.c.si come della.d.b.alla.f. che è il proposito.

Theorema. 25. Propositione. 25.

25 Se seranno quattro quantità proportionale, & la prima sia la mag-
25 giore di quelle, & la ultima sia la minima, la prima, & la ultima tolte insieme, se approua de necessità esser maggiori delle altre due.



Q uello che se propone in questo loco non ha loco se non quando tutte le quattro quantità siano d'uno medesimo genere, siano adonque (de quattro quantità de uno medesimo genere) la proportione della.a.b.alla.c.d.si come della.e.alla.f.& sia la.a.b.la piu grande (& non bisogna poner che la.f.sia la minima) perche quello seguita da questo che la.a.b.è posta la piu grande, onde l'Autor nõ ha posto questo in conclusione si come positione, ma piu tosto si come cõclusione della precedente positione, dico che essendo cosi serà maggiore lo aggregato della.a.b.& f. che quello della.c.d.& e. perche essendo maggior la.a.b.della.e. tagliarò dalla.b.a.la.b.g. equale alla.e. similmente anchora perche la.c.d.è maggiore della.f. tagliarò della.c.d.la.b.d. equale alla.f.& (per il presupposito) serà della.a.b.alla.c.d.si come della.g.b.alla.b.d. per laqual cosa (per la decima nona) lo residuo.a.g.al residuo.c.b. serà si cõe tutta la.a.b.a tutta la.c.d. cioè la.a.b.alla.c.d. concosia adonque che la.a.g.e alla.c.b.si come la.a.b.alla.c.d. ma la.a.b.è maggiore della.c.d. per laqual cosa la.a.g.è maggiore della.c.b. aggiongali adonque all'una e all'altre le due quantità.g.b.& b.d. serà (per communa scientia) lo aggregato della.a.b.& b.d maggiore dello aggregato della.c.d.& g.b.& perche la.d.b.è posta equale alla.f.& la.g.b.alla.e. serà

maggiore

maggiore lo aggregato della. a. b. & .f. che lo aggregato della.c.d. & e. che è il proposito.

Il Tradottore.

Tutte le seguente nove propositioni mancano in la seconda tradottione.

Theorema. 26. Propositione. 26.

26 o Se la proportione della prima, de quattro quantità alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, conuersamente serà al contrario, cioè la proportione della seconda alla prima serà minore che della quarta alla terza.

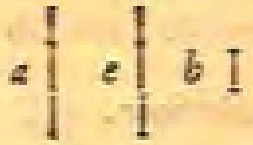
Sia la proportione della.a.alla.b.maggiore che della.c.alla.d. dico che per il modo conuerso, ouero contrario, la proportione della.b. alla.a. serà minore che della.d.alla .c. essendo altramente per l'aduersario o che la serà quella medesima è che la serà maggiore, ma se possibile fosse che la proportione della .b. alla.a. fusse si come della.d. alla.c. segnra al contrario che la proportione della.a. alla. b. sia si come della. c. alla.d. laqual cosa non è, anci è maggiore dal presupposito, ancora se possibile è per l'aduersario che la proportione della.b.alla.a. sia maggiore che della.d.alla.c. sia della.e. alla.a. si come della.d. alla.c. & (per la duodecima) la proportione della.e. alla.a. serà minor che della.b.alla.a. per laqualcosa (per la prima parte della decima) la.e. serà minore della.b.e però (per la seconda parte della ottaua) la proportione della. a. alla.e. serà maggiore che della.a. alla.b. & perche (per la conuersa proportionalità) della.a. alla. e. è si come della.c. alla.d. serà (per la duodecima) la proportione della.c.alla.d. maggiore che della.c.alla.b. & era minore, rimane adonque il proposito, pocemo anchora se'l ne piace arguire al proposito demonstratiuamente, perche è manifesto (per la prima parte della decima) che quelle quantità qual alla. b. è quella medesima proportione che è della.c. alla.d. è minore della. a. (imperoche el se pone maggiore la proportione della.a.alla.b. che della.c.alla.d.) adõque quella quantità sia. e. essendo adonque la proportione della.e, alla.b, come della.c. alla.d. serà al contrario della.b.alla.e. come della.d.alla.c. & è manifesto (per la seconda parte della ottaua) che la proportione della. b.alla.a. è minore che la proportione della. b. alla.e. adõque (per la duodecima) la proportione della.b.alla. a. è minore che della.d.alla.c. che è q̃llo che uolemmo.



Theo-

Theorema.27. Propositione.27.

27 o



Se'l serà de quattro quantità maggior proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, serà permutatamente maggior proportione della prima alla terza che della seconda alla quarta.



Sia anchora in questo luoco la proportione della.a. alla.b. maggior che della.c. alla.d. dico che serà permutatamente maggior proportione della.a. alla.c. che della.b. alla.d. per che non serà la medesima (perche all'hora anchora sarebbe permutatamente della.a. alla.b. si come della.c. alla.d.) & non serà minore, perche se questo sia posto, sia adonque della.e. alla.c. come della.b. alla.d, & serà (per la duodecima) maggior proportione della.e. alla.c. che della.a. alla.c. per laqual cosa (per la prima parte della decima) la.e. serà maggiore della.a. adonque (per la prima parte della ottava) la proportione della.e. alla.b. serà maggiore che della.a. alla.b. & per che è stato posto che'l sia della.e. alla.c. si come della b. alla. d serà permutatamente della.e. alla.b. si come della.c. alla. d. (per la duodecima) adonque maggior serà la proportione della.e. alla.d. che della.a. alla.b. ma era posto lo contrario, adonque è vero il proposito, ostensiuamente anchora quello istesso secondo che in la precedente, perche è tolta la.e. alla. b. come la.c. alla.d. serà (per la prima parte della decima) la. e. minore della.a. per laqual cosa (per la prima parte, della ottava) maggiore serà della.a. alla.c. che della.e. alla.c. ma per la premessa proportionalità e della.e. alla.c. come della.b. alla.d. adonque (per la duodecima) della.a. alla.c. è maggiore che della.b. alla.d. che è il proposito.



Theorema.28. Propositione.28.

28 o

Se seranno quattro quantità della quale la prima alla seconda sia maggior proportione che della terza alla quarta serà anchora congiuntamente maggior proportione della prima e seconda alla seconda che della terza, & quarta alla quarta.

Si maggiore la proportion della.a. alla.b. che della.c. alla.d, dico che serà maggiore proportione de tutta la.a.b. alla.b. che de tutta la.c.d. alla.d. perche quella (per l'aduersario) non serà equale & non serà minore, perche sella è equal, all'hora serà disgiuntamente della.a. alla.b. come della.c. alla.d. contra al presupposito ma se la è minore sia della.e.b. alla.b. come della.c.d. alla.d. & serà (per la duodecima) maggiore proportione della.e.b. alla.b. che della.a.b. alla.b. adonque (per la prima parte della decima) la.e. b. è maggiore che la.a. b. & (per la concessione)

la.



la.e.è maggiore che la.a. per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore è la proportione della,e,alla,b, che della,a,alla,b,ma della,e, alla,b, è come della c.alla.d. (per la disgiunta proportionalità) impero che era della, e,b, alla,b, come della,c,d,alla,d,adonque (per la duodecima) della,c, alla, d, è maggiore che della,a,alla,b,ma questo è contra al presupposito, quel medesimo anchora demostratiuamente, perche quando il proposito sia che maggior sia la proportion della,a, alla, b, che è della,c,alla,d,sia la proportione della,e,alla,b,come della,c,alla,d,& serà (per la prima parte della decima) la,e,minore della.a.adonque (per communa scientia) la,e,b,serà minore che la,a,b, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore serà la proportione della,a.b,alla, b,che della,e,b,alla,b,ma la proportione della,e,b,alla,b,è (per la congiunta proportionalità) si come della.c.d.alla. d. perche è posto che'l sia della,e,alla,b,come della,c,alla,d,adonque (per la duodecima maggiore è della,a,b,alla, b. che della. c.d.alla.d.che è il proposito.

Thorema. 29. Propositione. 29.

29 o Se seranno quattro quantità, delle quale della prima & seconda alla seconda sia maggiore, proportione che della terza & quarta alla quarta, serà anchora disgiuntamente la proportione della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.

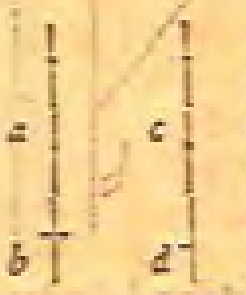


Sia la proportione della.a.b.alla.b.maggiore che della.c.d. alla.d.dico che serà disgiuntamente la proportione della.a.alla.b.maggiore che della.c.alla.d.altramente serà equale ouero minore, ma se è equale serà (per la congiunta proportionalità) della.a.b.alla.b.come della.c.d.alla.d.laqual cosa è contra al presupposito, ma se è minore serà maggiore della.c. alla.d. che della.a.alla.b.adonque (per la precedente) serà maggiore della,c,d,alla,d,che della,a,b,alla, b, che è inconueniente per che è stata posta minore, adonque, è uero quello che uien detto laqual cosa anchora demostratiuamente la demostremo in que sto modo, perche poremo che la proportione, della,e,b,alla,b,sia come la proportione della,c,d,alla.d.& serà (per la prima parte della decima) la,e,b,minor che la. a.b.per laqual cosa (per communa scientia) la,e,è minore che la,a,minore è adonque (per la prima della ottaua) la proportione della.e.alla.b. che è della.a.alla.b. ma la proportione della,e,alla,b,è si come della,c,alla,d,(p la disgiunta proportionalità) adonque (per la duodecima) la proportione della,a, alla,b, è maggiore che della,c,alla,d,che è il proposito.

Thorema. 30. Propositione. 30.

30 o Se seranno quattro quantità, dellequale della prima e seconda alla seconda

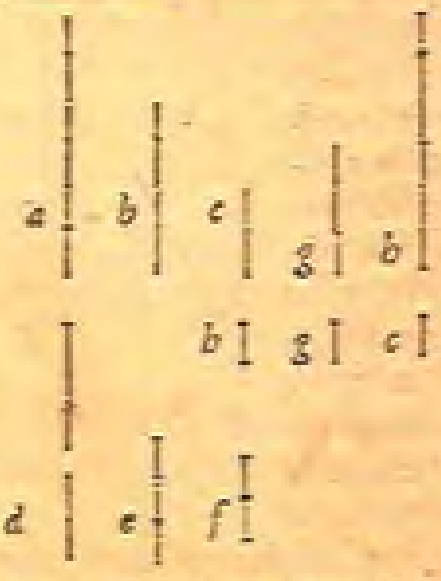
seconda sia maggior proportione, che della terza e quarta alla quarta serà euersamente minor proportione che della prima e secõda alla prima che della terza e quarta alla terza.



Sia la maggiore la proportion della.a.b.alla.b,che della.c,d, alla.d.dico che euersamente minor serà la proportione della.a.b. alla.a.che della.c.d. alla.c. perche serà aggiuntamente (per la precedente) maggior proportione della.a.alla.b.che della.c.alla d.adonque (per la vigesima sesta) serà conuerso minor della.b. alla.a.che della.d.alla.c.per laqual cosa (per la auante alla precedente) aggiuntamente serà minore della.b.a.alla.a.che della, d,c,alla,c,che è il proposito.

Theorema.31. Propositione.31.

31 o Se seran tre quantità in uno ordine, & anchora tre in uno altro & serà della prima delle priore alla seconda maggior proportione che della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della seconda delle priore alla terza maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, serà anchora della prima delle priore alla terza maggior proportione, che della prima delle posteriore alla terza.



Siano le tre quantità,a,b,c, & similmente altre tre,d,e,f, & sia maggiore proportione della. a,alla,b,che della,d,alla,e, & similmente maggiore della.b.alla.c, che della,e, alla,f, dico,che maggiore serà la proportione della, a,alla,c,che della,d,alla,f, perche sia la.g, alla,c, come la,e, alla.f. & serà (per la prima parte della decima) la.g.minore della.b.per laqual cosa (per la seconda parte della ottaua) la proportione della,a,alla.g.è maggiore che della, a,alla,b,molto maggiore adõque è la proportione della.a.alla.g. che della,d,alla,e,sia adonque della.b.alla,g, come della,d,alla,e, & serà (per la prima parte della decima) la.a.maggiore della,b,per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) la proportion della,a,alla,c,è maggiore che la proportion della,b,alla,c,ma la proportione della,b,alla,c,è(per la equal proportionalità) si come della,d,alla,f, per che è della,b,alla,g, come della,d,alla,e, & della,g, alla, c, come della, e, alla, f, adonque (per la duodecima) la proportion della, a, alla, c, è maggior che della, d, alla,f, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema.32. Propositione.32.

32 o Se seranno tre quantità in uno ordine, & similmente tre in uno altro & serà

& serà la proportione della seconda delle priore alla terza maggiore, che della prima delle posteriore alla seconda: similmente della prima delle priore alla seconda maggiore che della seconda delle posteriore alla terza serà maggiore la proportion della prima delle priore alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantità in uno ordine .a. b. c. & similmente tre in uno altro. d.e.f. secondo che in la precedente. & sia maggiore la proportion della .b. alla .c. che della .d. alla .e. & maggior della .a. alla .b. che della .e. alla .f. dico che maggior serà la proportion della .a. alla .c. che della .d. alla .f. perche sia la .g. alla .c. come la .d. alla .e. & serà la .g. minor della .b. (per la prima parte della decima) per la qual cosa maggior serà la proportion della .a. alla .g. che alla .b. (per la seconda parte della ottava) adonque molto maggior è della .a. alla .g. che della .e. alla .f. sia adonque della .b. alla .g. come della .e. alla .f. & serà la .a. maggiore della .b. (per la prima parte della decima) per laqual cosa la proportion della .a. alla .c. è maggiore che della .b. alla .c. (per la prima parte della ottava) ma (per la sugesima terza) la proportion della .b. alla .c. è come della .d. alla .f. imperoche è della .g. alla .c. come della .d. alla .e. & della .b. alla .g. come della .e. alla .f. adonque (per la .11.) maggior è la proportione della .a. alla .c. che della .d. alla .f. che è il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 33.

33 Se la proportione del tutto al tutto serà maggiore, che del tagliato
o al tagliato, serà del residuo al residuo maggior proportione che del tutto al tutto.
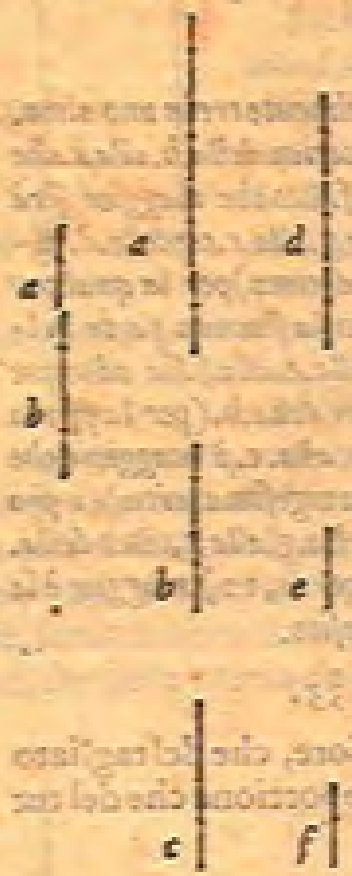
Sieno le due quãtità .a. et .b. delle quale sieno tagliate le .c. & .d. & li residui sieno .e. & .f. et sia maggior proportione della .a. alla .b. che della .c. alla .d. dico che maggior serà la proportione della .e. alla .f. che della .a. alla .b. che serà (per la sugesima settima) permutatamẽte maggior proportiõe della .a. alla .c. che della .b. alla .d. per laqual cosa (per la trigesima) serà conuersamẽte minor proportione della .a. alla .e. che della .b. alla .f. adõque un altra volta (per la sugesima settima) permutatamente della .b. alla .a. sarà maggior che della .f. alla .e. per la qual cosa (per la .26.) minor serà della .a. alla .b. che della .e. alla .f. che è il proposito.



Theorema. 34. Propositione. 34.

34 Se quante si uoglia quantità seranno comparate a altretante altre,
o & serà de qualunque precedente alla sua relatiua maggior proportione che de alcuna subsequente alla sua, serà de tutte quelle tolte insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proportione, che de al-

cuna, non di cadauna di quelle non di alcuna di loro delle subsequente alla sua comparata, & anchora che de tutte tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima alla prima.



Siano le tre quantità, a, b, c, referte a altre tante lequale siano, d, e, f, & sia maggiore la proportione della, a, alla, d, che della, b, alla, e, & della, b, alla, e, sia maggiore che della c, alla, f, dico che la proportione delle, a, b, c, tolte insieme alle d, e, f, tolte insieme è maggiore proportione che della, b, alla, e, overo maggiore che della, c, alla, f, & etiam maggiore che delle, b, & c, tolte insieme alle, e, & f, tolte insieme, et che quella è minore che della, a, alla, d, perche essendo della, a, alla, d, maggiore che della, b, alla, e, serà permutatamente della, a, alla, b, maggiore che della, d, alla, e, & congiuntamente delle, a, b, alle, b, maggiore che delle, d, e, alle, e, & una altra volta permutatamente delle, a, b, alle, d, e, maggiore che della, b, alla, e, per laqual cosa (per la precedente) della, a, alla, d, è maggiore che delle, a, b, alle, d, e, & per il medesimo modo se approua esser maggiore della, b, alla, e, che delle, b, c, alle, e, f, adonque maggiore proportione è della, a, alla, d, che delle, b, c, alle, e, f, per laqual cosa permutatamente maggiore è della, a, alle, b, c, che della, d, alle, e, f, & congiuntamente maggiore delle, a, b, c, alle, b, c, che delle, d, e, f, alle, e, f, & un altra volta, permutatamente maggiore delle, a, b, c, alle, d, e, f, che delle, c, b, alle, e, f, per laqual cosa (per la precedente) maggiore è della, a, alla, d, che delle, a, b, c, alla, d, e, f, che è il proposito.

IL FINE DEL QVINTO LIBRO.

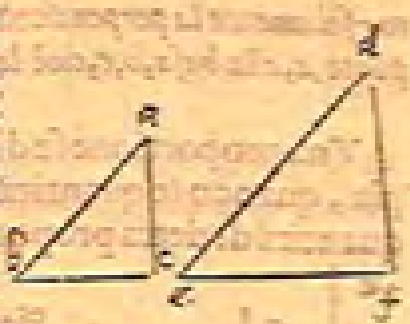
LIBRO SESTO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 1 Le figure rettilinee simile, sono quelle che hanno li angoli a uno per uno equali, & li lati che sono circa alli angoli equali, proportionali.

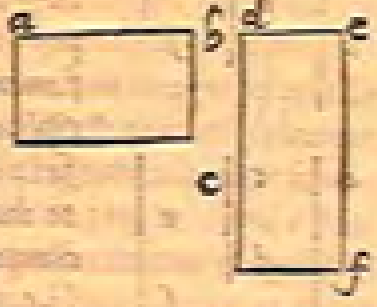


Ouer se'l triangolo.a.b.c. serà equiangolo al triangolo.d.e.f. cioè che l'angolo.a. sia equale al l'angolo.d. & l'angolo.b. equale all'angolo.e. & l'angolo.c. al l'angolo.f. & che la proportione del lato.a.b. al lato.d.e. sia si come del lato.a.c. al lato.d.f. & del lato.b.c. al lato e.f. essi seranno simili, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di figura, si paralellogramma come non paralellogramma.



Diffinitione. 2.

2 2 Le superficie de lati mutui, ouero reciproce, sono quelle in tra li lati delequale se haverà la proportionalità retrasitiuamente.



Come se delli dui quadrilateri. a.b.c.& d.e.f. la proportione della.a.b.(lato del primo) al.d.e.(lato del secondo) serà si come la proportione del.e.f.(lato del secondo) al.b.c.(lato del primo) essi dui quadrilateri se diranno de lati mutui ouer mute. che sia, ouer secondo la seconda tradottione figure reciproce.

Diffinitione. 3.

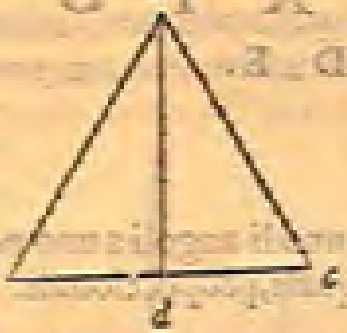
3 3 Vna linea se dice esser diuisa seconda la proportione hauente il mezzo, & dui estremi quando che egliè quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggiore sectione che è della maggior sectione alla minore.



Il Tradottore.

Esempli gratia, quando che la proportione di tutta la linea.a.b. alla sua maggiore parte.a.c. fusse si come della detta parte.a.c. all'altra parte.c.b. al linea se diria esser diuisa secõdo la proportione hauente il mezzo & dui estremi in punto.c.

Diffinitione. 4.



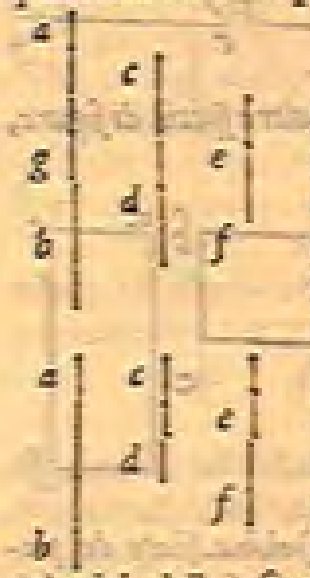
L'altezza di ciascuna figura è la perpendicolare dutta dalla uertice ouer cima di quella alla basa.

Il Tradottore.

Esempli gratia, la altezza del triangolo, a,b,c, non se intende esser la linea, a,b, ne anchora la linea, a,c, ma solamente la perpendicolare dutta dalla uertice, ouer cima de quella, cioè dal ponto, a, alla basa, b,c, cioè la linea, a,d.

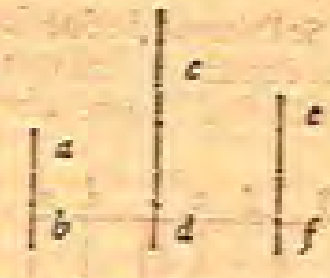
Diffinitione. 5.

Vna proportione se dice esser composta da due proportioni, ouero piu, quando le quantità de alcune proportioni multiplicate fanno la quantità di detta proportione.



Sie che la quantità. a,b habbia una data proportione alla quantità. c,d. (come seria dupla, ouero tripla, ouero qualunque altra) & la. c,d. alla. e,f. habbia medesimamente una data proportione, dico che la proportione della. a,b. alla. e,f. è cõposta della proportione della. a,b. alla. c,d. & della. c,d. alla. e,f. ouero se la quãtità della proportione della. a,b. alla. c,d. multiplicata in la quantità della proportione della. c,d. alla. e,f. fa la quantità della proportione della. a,b. alla. e,f. similmente dico che la proportion della detta. a,b. alla. e,f. se dice esser composta della proportione della detta. a,b. alla. c,d. & della. c,d. alla. e,f. & sia primamente la. a,b. maggiore della. c,d. & la. c,d. della. e,f. & sia la. a,b. doppia della. c,d. & la. c,d. tripla della. e,f. perche adonque la. c,d. è tripla della. e,f. & la. a,b. è doppia della. c,d. adonque la. a,b. è sexupla della. e,f. & se dupplicamo alcuno triplo se fa sesuplo, & questo dico esser propriamente la cõpositione, ouer in questo altro modo ꝑche la. a,b. è doppia alla. c,d. sia duisa la. a,b. in parti equali alla. c,d. e sijno a,g. & g,b. & ꝑche la. c,d. è tripla alla. e,f. & la. a,g. è equal alla. c,d. adonque e la. a,g. e tripla alla. e,f. ꝑ la qualcosa ancor la. g,b. è similmẽte tripla alla. e,f. adõque tutta la. a,b. è sesupla alla medesima. e,f. adõque la proportione della. a,b. alla. e,f. (cõposta dalla proportion della. a,b. alla. c,d. et della. c,d. alla. e,f.) nẽ colligata dal termine di mezzo, cioè dalla. c,d. e similmẽte se la. c,d. serà minor di luna e di l'altra delle medesime. a,b. & e,f. q̃l medemo se trouarà, e ꝑ dilucidare q̃sto (de nouo) sia la. a,b. tripla alla. c,d. et che la. c,d. sia la mità della. e,f. e ꝑche la. c,d. è la mità della e,f. et la. a,b. e tripla alla. c,d. adõque la. a,b. è sesquialtera della. e,f. (cioè uno tãto e mezzo) e se trepliccamo alcũ mezzo sarà pur uno e mezzo, e ꝑche la. a,b. è tripla alla. c,d. & la. c,d. è la mità della. e,f. di quella quãtità (equal alla. c,d.) della quale la.

le la.a.b.è di tre tale de due tale è la.e.f. per laqual cosa la.a.b.è sesquialtera della.e.f. adonque la proportione della.a.b. alla.e.f. (composta della proportione) del la.a.b. alla.c.d. et della.c.d. alla.e.f. sien collegata per la.c.d. (termine di mezzo) ma poniamo anchora che la.c.d. sia maggiore di l'una & di l'altra delle due.a.b. et.e.f. & sia che la.a.b. sia la mitade di essa.c.d. & la c.d. sia sesquitertia alla.e.f. adonque perche di quella tal quantità che la.a.b. è due tale, di quattro tale è la c.d. & quella tal quantità che la detta.c.d. è quattro tale la.e.f. è di tre tale, adonque di qual quantità la.a.b. è di due tale la.e.f. è di tre tale, adōque un'altra mita la proportione della.a.b. alla.e.f. (laqual è come di duoi a tre) sien collegata dal termine di mezzo, il medesimo anchora seguirà in più proportioni & in altri casi, & è manifesto che se da una composta proportione sia cauata ciascuna delle componēte, gettato via uno delli estremi restarà l'altro estremo delle componente.



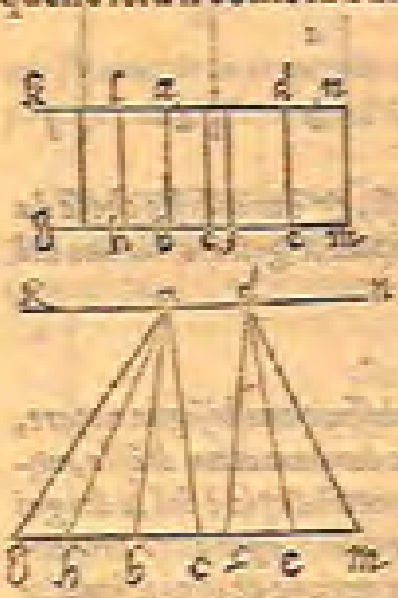
Il Traduttore.

Per intelligentia delle cose dette nella soprascritta diffinitione bisogna notare, che la quantità di una proportione si debbe intendere la denomination di quella, exēpli gratia, la quantità, ouer denominatione de ogni proportiō dupla è dui, e di ogni tripla è tre, & di ogni quadrupla è quattro, e cosi discorrendo in ogni altra proportione multiplice, & similmente la quantità, ouer denominatione de ogni sesquialtera è uno e mezzo, & di ogni sesquitertia è uno e uno terzo, & di una sesquiquarta è uno e uno quarto, & cosi discorrendo in ogni altra superparticulare, & similmente la quantità, ouer denominatione di ogni superbipartiens tertias è uno e duoi terzi, e de ogni supertripartiens quartas è uno e tre quarti similmente di ogni dupla sesquialtera è duoi e mezzo, e d'una tripla sesquialtera è tre e mezzo, et d'una quadrupla superbipartiens tertias e quattro e duoi terzi, & una quadrupla supertripartiens quartas è quattro e tre quarti, & cosi discorrendo in ogni altra qualità di multiplice superparticulare & di ogni multiplice superpatiente, & queste tal quantità, ouero denominationi si trouano per regola generale, partendo ogni antecedente per il suo consequente, o sia della maggior inequalità, ouer della minore, exempli gratia, la denominatione di duoi a uno (che è dupla) e duoi, & la denominatione di uno a duoi (che è una subdupla) e mezzo, le qual denominatione si trouano partendo l'antecedente per il consequente, & cosi seguita nelle altre specie, adonque una proportione sesupla (la denominatione della quale e.6.) se dirà esser composta da una dupla, & da una tripla, perche multiplicando le lor denominationi, ouer quantità (che è duoi & tre) fanno sei, cioè la quantità di detta sesupla, & similmente una proportione sintiquadrupla (la denominatione della quale è sintiquattro) se dirà esser composta da una dupla, & da una dodecupla ouero da una quadrupla & da una sesupla. perche le dette denominationi multiplicate fanno sintiquattro, anchora se pol dire che sia composta da tre proportioni,

tioni, cioè da una dupla & da una tripla & da una quadrupla, perche le lor quantità, ouero denominationi multiplicate l'una fia l'altra, & quel prodotto fia l'altra fia pur ventiquattro, & questo è quello che in la diffinitione se ui inferisce.

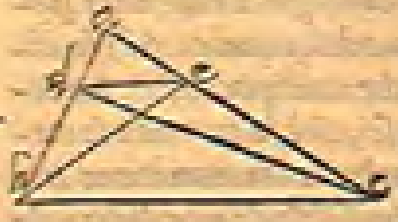
Theorema prima. Propositione prima.

1/1 Se l'altezza de due superficie rettilinee de lati equidistanti, ouero de duoi triangoli serà una medesima, la proportione dall'una all'altra di quelle serà si come la basa di l'una alla basa di l'altra.



Siano li duoi parallelogrammi, a, b, c, d, e, f, de equal altezza, dico la proportione de quelli esser si come, la. b. c. alla. e. f. porrò quelli duoi parallelogrammi sopra una linea, la qual sia la. g. m, & seranno (perche sono de equal altezza) fra linee equidistante, delle quale l'altra sia la. k. n. dapoi dalla linea. g. m, torrò la. g. c. multiplice alla. b. c. (secondo che numero uorrò) e diuiderò quella in parti equali alla. b. c. in li ponti. b. e. b. dalli quali & dal ponto. g. condurrò le linee equidistante alla linea. a, b, le quale sono. g. k. & b. l. & compirò le superficie de equidistanti lati. k. b. & l. b. ez serà ciascuna di quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla. a. c, per la qual cosa si come che la linea. g. c. è multiplice alla linea. b. c, così è la superficie. c. k. alla superficie. a. c. similmente alla linea. e. f, torrò dalla linea. g. m, la linea. f. m, multiplice (secondo che numero uorrò) alla. e. f. & compirò la superficie de equidistanti lati dutta la linea. m. n. equidistante alla linea. d. e. & serà la superficie. n. f. così multiplice alla superficie. d. f, si come la linea. m. f. alla linea. e. f. & perche (per la. 36. del primo) se la linea. g. c. è maggiore della. f. m. la superficie. k. c. è maggiore de la superficie. n. f. & se minore minore, & se equale equale, serà (per la diffinitione della inuentione proportionalità) la medesima proportione della basa. b. c. alla basa. e. f. cioè della superficie. a. c. alla superficie. d. f. che è il proposito, delli triangoli de equal altezza il medesimo se approuerà, & per il medesimo modo (per la trigesima sesta del primo) dutte le linee dalle estremità de quelle linee che su terzi multiplice alle basse, alle uertice de triangoli.

Theorema. 2. Propositione. 2.

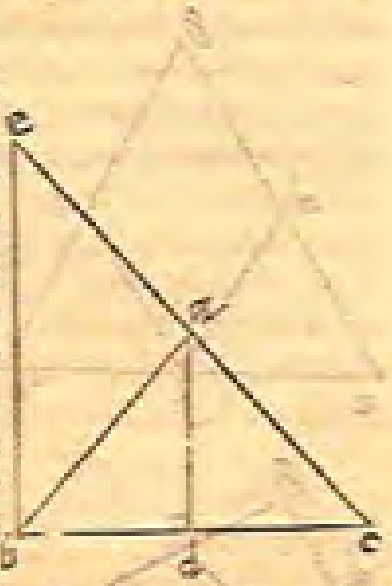


2/2 Se una linea retta segante li doi lati d'un triangolo serà equidistante all'altro lato, & necessario che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, & per il contrario, se quella linea segha quelli lati proportionalmente necessariamente quella serà equidistante all'altro lato.

Sia il triangolo.a.b.c.del quale la linea.d.e.seghi li duoi lati.a,b,& a,c,equidistantemente al terzo lato,ilquale è.b.c.dico che la proportione del.a.d.al.d.b.serà si come del.a.e.al.e.c.& per auerso,se'l serà la proportione del.a.d.al.d,b.si come del.a.e.al.e.c.la linea.d.e.serà equidistante alla linea.b.c.perche protrarò le due linee.e.b.& d.c.et serà(per la trigesima settima del primo)il triangolo,e,b,d,equale al triangolo,e,d,c,per questo che ambiduoi quelli sono sopra la linea.d.e.& fra le linee equidistante,e per tanto(per la seconda parte della settima del quinto)la proportione del triangolo.a.d.e.all'uno e l'altro de quelli serà una medesima,ma la proportione di quello(per la precedente)al triangolo,e,d,b,è si come della linea a.d.alla linea.d.b.& al triangolo.d.e.c.si come la linea.a.e.alla linea.e.c.perche quello con l'uno e l'altro de quelli è de equal altezza:per la qual cosa la proportione delle.a.d.al.d.b.serà si come del.a.e.al.e.c.che è il proposito primo:e se questo serà(per la precedente)serà del triangolo.a.d.e.all'uno e l'altro de quelli una proportion,per la qual cosa(per la seconda parte della nona del quinto)quelli sono fra lor equidi:& perche quelli sono sopra una medesima base,cioè sopra la linea.d.e.& da una medesima parte serà(per la trigesima nona del primo)la linea.d.e.equidistante alla linea.b.c.che è il secondo proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3/3 Se una linea durta d'alcun delli angoli d'un triangolo alla basa seghi quello angolo in due parti equali,le due parti della basa se approua essere proportionale alli altri duoi lati del medesimo triãgolo,e se le due parti della basa lequale distingue la linea durta dall'angolo seran proportionale alli altri duoi lati il se approua quella linea necessariamente dinidere quel angolo in due equale.



Sia il triangolo.a.b.c.del quale la linea.a.d.diuida l'angolo.a.in due parti equale,dico che la proportione della.b.d.alla.d.c.è si come del lato.b. al lato. a. c. & e conuerso,et per dimostrare questo trarò la. b.e.equidistante alla.a.d.et produrò la.c.a.fino a tanto che la concorra con la.b.e.nel ponto.e.e serà(per la prima parte della trigesime nona del primo)l'angolo.e.b.a.equale all'angolo.b.a.d.(& per la seconda parte della medesima)l'angolo. e. all'angolo.d.a.c.per la qual cosa lo angolo. e. è equal all'angolo.e.b.a. adunque(per la sesta del primo)la.e.a.è equal alla.a b.e però(p la prima parte della settima del quinto)la proportiõ della. e.a.alla.a.c.è si come della.b.a.alla.a.c.ma per la premessa della.e.a.alla.a.c,è si come della.b.d. alla d.c. adunque della.b.a.alla, a,c,è si come della,b,d,alla,d,c, che è il primo proposito.la seconda parte,laquale conuerso della prima se aprouerà per lo conuerso modo,perche stante la medema dispositione se serà la proportion:

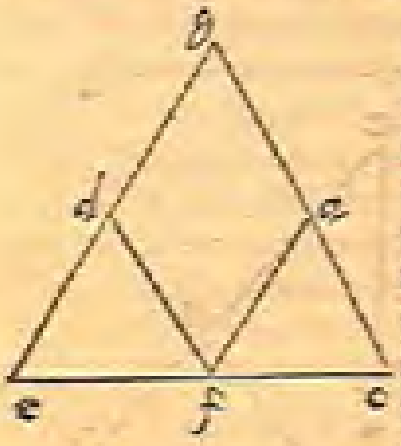
della.b.a.alla.a.e si come della.b.d.alla.d.c.perche (per la precedente) della.e.a.al la.a.c.si come della.b.d.alla.d.c. serà la medesima proportione della.e.a. alla.a.c. che è della.b.a.alla.a.c.adonque (per la prima parte della nona del quinto) la.e.a. et.a.b. son equale, per laqual cosa (per la quinta del primo) li duoi angoli.e.& e.b. a. son equali, adonque (per la prima e secoda parte della trigesima nona del primo) lo angolo, b, a, d, è equale all'angolo, d, a, c, che è il secondo proposito.

Il Tradottore.

El concorso della protratta linea. a. c. con la linea. b. e. il qual dall'aduersario potria esser negato, se dimostra in questo modo, perche la linea. c. b. cade sopra le due parallelle. d. a. et. b. e. l'angolo. e. b. d. intrinsico (per la seconda parte della trigesima nona del primo) è equale all'angolo, a, d, c, estrinseco, giongendo adonque all'uno e l'altro l'angolo, a, c, d, (per la seconda communa sententia) li duoi angoli. e, b. c. & .a. c. b. seranno equali alli duoi angoli. a. c. d. & .a. d. c. del triangolo. a. d. c. & perche li duoi angoli. a. d. c. & .a. c. d. del triangolo, a, d. c, (per la decima settima del primo) sono minori de duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli. e. b. c. & .a. c. b. sono etiam minori de duoi angoli retti, adonque protrahendo da quella parte le due linee. c. a. & b. e. (per la quarta petitione) è necessario che quelle concorrano insieme, che è il proposito.

Theorema. 4. Propositione. 4.

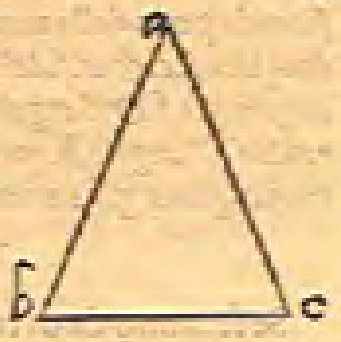
4/4 D'ogni triangoli di quali li angoli dell'un a li angoli di l'altro sono equali li lati che risguadano li angoli equali sono proportionali.





Sieno li duoi triangoli, a, b, c, d, e, f, equiangoli & sia l'angolo, a, equale all'angolo, d, & l'angolo, b, all'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, dico che la proportione del lato, d, e, al, a, b, & del, d, f, al, a, c, è si come del, e, f, al, b, c, e per dimostrare questo porrò ambedui li triangoli sopra una linea (laqual sia, e, c,) in tal modo che li duoi angoli de uno, liquali seranno sopra questa linea siano equali alli duoi angoli dell'altro, liquali seranno sopra la medesima linea, non il medio al medio, ouero lo estremo al estremo, ma il medio dell'uno allo estremo dell'altro, & porrò li duoi medij angoli de quelli congiongersi in uno medesimo punto, & sia. a, f, c, quel medesimo triangolo il qual era. a. b. c. & per che l'angolo, a, f, c, è equale all'angolo. e. & l'angolo. d. f. e. all'angolo, c, (per il presuppolito) serà (per la prima parte della trigesima ottaua del primo) la linea, a, f, equidistante alla, d, e, & la d, f, equidistante alla. a. c. compirò adonque le superficie de equidistanti lati laqual sia, g, f, serà (per la trigesima

sima quarta del primo) la, g, a, equale alla, d, f, & la, g, d, equale alla, a, f, perche adonque (per la seconda di questo) la, g, a, è alla. a.c. si come la, e, f. alla, f, c, & (per la medesima) la, e, f, alla, f, c, è si come la, e, d, alla, d, g, serà (per la settima del quinto) la, d, f, alla, a, c, & (per la medesima) la. e. d. alla. f. a. si come la. e. f. alla. f. c. che è il proposito.



Theoreme. 5. Propositione. 5.

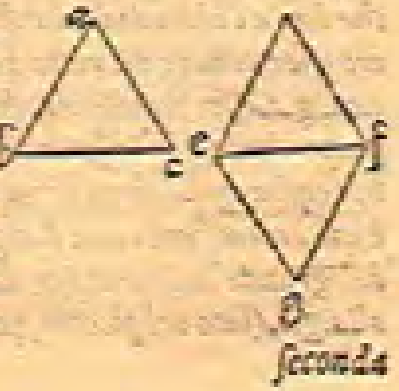
5/5 Se duoi triangoli haueranno li lati proportionali, li detti triangoli seranno equiangoli, & quelli angoli contenuti dalli lati relatiui proportionali se proueno esser fra loro equali.

Questa il conuerso della precedente, e non ha fatto di questa et della precedēte alcuna conclusion si come se fece in la seconda et terza di questo, perche la non se dimostra con la medesima figuratione ne con li medesimi mezzi con liquali se dimostra la precedente, siano adonque li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, f, & sia la proportione del lato, a, b, al lato, d, e, & del lato. a. c. al lato d. f. si come del lato, b, c, al lato. e. f. dico che l'angolo. a. e. è equale all'angolo. d. & l'angolo. b. & l'angolo. e. & l'angolo, c, all'angolo, f, & per dimostrare questo costituerò sopra la linea. e. f. in la parte opposita del triangolo. d. e. f. l'angolo. f. e. g. equale all'angolo, b, & l'angolo, e, f, g, equale all'angolo, c, onde (per la trigesima seconda del primo) l'angolo, g, serà equale all'angolo, a, adonque (per la precedente) la proportione della. a. b. al. e, g, & del, a, c, al. f, g, serà si come del lato, b, c, al, e, f, per laqual cosa del lato, a, b, al, d, e, si come al, e, g, & del, a, c, al, d, f, si come al. f, g, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo dato. d. e. è equal allo, e, g, & (per la medesima) lo. d. f. è equale allo. f. g. (per laqual cosa per la ottaua del primo) li duoi triangoli, d, e, f, & g. e. f. son equiangoli (per laqual cosa adōque lo triangolo, d, e, f, è anchora equiangolo al triangolo, a, b, c, il proposito è manifesto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6/6 Ogni duoi triangoli, di quali uno angolo de uno sia equale a un angolo dell'altro, & li lati continenti quelli duoi angoli equali proportionali, sono fra loro equiangoli.

Rimāga la superior dispositon, e sia solamente l'angolo, b, equale all'angolo, d, e, f, e, le proportion del, a, b, al, d, e, si come del, b, c, al, e, f, dico anchora li duoi triangoli. a. b. c. d. e. f. esser equiangoli, perche essendo (per la. 4. del primo, e per il presupposito della premessa cōclusiō) del, a, b, al, e, g, si come del, b, c, al, e, f, serà del. a, b, al, d, e, si come del, a, b, al, e, g. per laqual cosa (per la

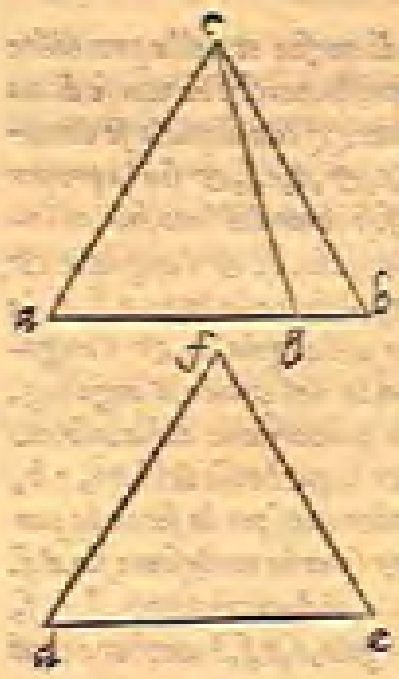


seconda

seconda parte della nona del quinto) lo lato.d.e. è equale al.e.g. perche adonque li duoi lati.d.e.& e.f.del triangolo.d.e.f.sono equali alli duoi lati.e.g.& e.f.delo tri angolo.g.e.f.& l'angolo.e.dell'uno all'angolo.e.dell'altro, perche l'uno e l'altro è equale all'angolo.b.questi seranno (per la quarta del primo) equiangoli, & perche il triangolo.e.g.f.e etiam equiangolo al.a.b.c.è manifesto il proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7/7 Se seranno duoi triangoli, di quali un angolo dell'uno sia equale a uno angolo dell'altro, & l'uno di duoi suoi restanti angoli siano conte nuti da lati proportionali, & finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli sia minore dell'angolo retto, ouero che ne l'un ne l'altro sia minor, è necessario quelli duoi triangoli cõ tutti li suoi angoli esser equiangoli. 7/7



Siano li duoi triangoli.a.b.c.d.e.f.& l'angolo.a.sia equale all'angolo. d. & la proportion del. a. c. al d. f. si come del.c.b.al. f.e. & l'uno e l'altro di duoi angoli.b.& e.sia minor del retto, ouer ne l'un ne l'altro sia minor del retto, dico quelli esser equiangoli, perche se l'angolo.c. dell'uno è equale all'angolo. f. dell'altro, è manifesto il proposito (per la precedente) ma se non seranno equali sia l'angolo.c.maggiore & sia fatto l'angolo.a.c.g.equale al medesimo, serà (per la trigesima seconda del primo) il triangolo. a.g.c. equiangolo al triangolo.d.e.f.per la qual cosa (per la quarta de quello) la proportione del.a. c. al. d. f. serà si come del g.c. al.e.f.ma cosi fu lo.b. c. al.e.f. adoque (per la nona del quinto) lo.g.c.& .b.c. sono equali, adoque (per la 5. del 1.) l'angolo.b.è equal all'angolo.b.g.c, adonque se ne l'un ne l'altro di duoi angoli.b,& ,e, serà minor del retto, accade li duoi angoli d'un triangolo non esser minori de duoi retti, la qual cosa nõ puo essere (per la 32.& 17.del primo) ma se l'uno, & l'altro serà minor del retto serà l'angolo,a,g,c, maggior del retto (per la tertiadecima del primo) per la qual cosa & l'angolo,a. (a se equale) serà anchora maggiore del retto, che è contra il pre supposto, per la qual cosa destructo lo opposito remane il proposito, ma di bisogna che l'un e l'altro di duoi restanti angoli esser minori del retto, ouero ne l'uno ne l'altro esser minore del retto, perche egli è possibile nel medesimo triangolo.a.b.c. la linea. g.e. esser equale alla.b .c. è però serà della.a.c. all'una e l'altra de quelle una proportione (per la settima del quinto) ne tamen seranno li triangoli.a.g.c.& .a. b.c. equiangoli, abenche un angolo dell'uno sia equale a un angolo dell'altro (immo è quel medesimo come l'angolo.a.) & la proportione della linea, a, c, (come lato del grande) alla.a.c. (come lato del piccolo) e si come della.b,c, (lato del grande) alla.g.c. (lato del piccolo) perche l'una e l'altra è equale, e questo è per questo, che

l'angolo

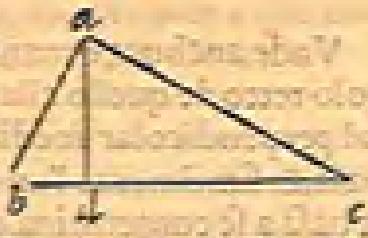
l'angolo.g.del minore è maggior del retto, & l'angolo, b, del maggiore è minore, perche in ogni triangolo de duoi lati equali l'un e l'altro di duoi angoli che sono alla basa è minor del retto.

Theorema.8. Propositione.8.

8 8 Essendo dutta una linea perpendicolare dal angolo retto del triangolo orthogonio alla basa seranno fatti duoi triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro.

Sia il triangolo.a.b.c.orthogonio & l'angolo. a. di quello sia retto dal qual sia dutta la perpendicolare.a.d.alla basa, dico che l'uno e l'altro di duoi triangoli particulari quali sono.a.b.d.& a.d. c. è simile al total triangolo.a. b.c. & l'uno de quegli all'altro,perche l'uno e l'altro de quegli è equiangolo al totale(per la trigesima seconda del primo) imperoche l'uno e l'altro è orthogonio & communicano in un'angolo con il totale, per laqual cosa etiam fra loro sono equiangoli, cosi che l'angolo. b.è equale all'angolo,d,a,c,& l'angolo,b,a,d,all'angolo,c, & li duoi angoli che sono al.d.sono equali fra loro etiam all'angolo,a,totale,per laqual cosa (per la quarta de questo)li lati riguardenti li equali angoli de quegli sono proportionali, adonque per la diffinitione sono simili: che è il proposito.

Il Traduttore.



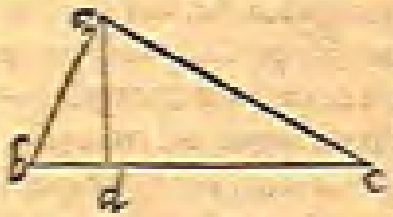
Bisogna advertire nella demostratione fatta di sopra che ogni volta che li dui angoli d'un triangolo sono equali alli duoi angoli d'un triangolo seguita de necessità che il terzo angolo del detto triāgolo sia equal al terzo angolo de quello altro triangolo, essempli gratia,se l'angolo.b.a.c.del total triangolo.b.a.c. (per la terza petitione) è equale all'angolo.a.d.c. del triangolo. a.d.c.partiale (per esser cias cun retto) & l'angolo c.è commun all'un e l'altro, dico che l'altro terzo angolo del triangolo.a.b.c.è equale all'altro terzo angolo del triangolo.a.d.c. cioè che l'angolo, a, b, c, è equale all'angolo, d, a, c, laqual cosa se verifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se le tre angoli de cadauno triangolo sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che tutti tre li angoli del triangolo, a,b,c,insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo,a,d,c,(per essere quelli equalmente equali a duoi angoli retti)talendo adunque dall'una e l'altra parte angoli equali(per la terza communa sententia)li duoi rimanenti serāno equali, cioè l'angolo,a,b,c,all'angolo,d,a,c,et per li medesimi modi e mie se approuarà del triāgolo.a.b.d,esser equiangolo al total triangolo,a,b,c,etiam al triangolo,a,d,c.partiale,onde per la quarta de questo li lati che riguardano li angoli equali sono proportionali, adonque si come è lo lato. b. d. del triangolo,a,b,d,(riguardante lo angolo che sotto,b,a,d,) al,d,a,del triangolo,a,d,c,(riguardante lo angolo che al.c.) cosi è la medesima,a,d,del triangolo,a,b,d,(riguardante lo angolo che al,b,)alla d,c,

d.c.riſguardante lo angolo che ſotto.d.a.c.del triangolo.a.d.c.(equale a quello che al.b.)et oltra di queſto lo lato.b.a.al.a.c.è ſi come lo.a.c.al.b.c.perche tutti tre ſet tentédono over riſguardano li angoli retti,adonque per la prima diffinitione li dui triangoli.a.b.d.&.a.d.c.partiali ſono ſimili al total triangolo.a.b.c.etiam fra loro che è il propoſito. Alcun ſe potria admirar di quel che è detto di ſopra in fine della eſpoſitione di queſta ottaua propoſition etiam da noi replicato di ſopra deue ſaper cõ cluſo(per la quarta di queſto)li lati di quelli triangoli riſguardanti li equali angoli eſſer proportionali e da queſto(per la diffinitione delle ſuperficie ſimile)ſe conclu de quelli triangoli eſſer ſimili laqual cõcluſione per fatta indirettamente auento che la diffinition non dice che li lati riſguardanti equali angoli ſia proportionali, ma dice che li lati continenti equali angoli ſian proportionali perilche biſogna aduerti re che nelli triangoli egliè una coſa iſteſſa a dire li lati riſguardanti equali angoli eſ ſere proportionali,et li lati continenti equali angoli eſſer proportionali laqual coſa è manifeſta in li dui triangoli.a.b.d.&.a.d.c.di quali li dui lati.b.d.&.a.d.del triangolo.a.b.d.ſono proportionali alli dui lati.a.d.&.d.c.del triangolo.a.d.c.co me di ſopra fu dimoſtrato(per la quarta di queſto)perche riſguardando angoli e qual.hor dico che li medeſimi Lati contengono etiam angoli equali,cioè l'angolo con tenuto dalli dui lati.a.d.&.b.d.del triangolo.a.b.d.è equale all'angolo contenuto dalli dui lati,a,d,&,d,c,del triangolo,a,d,c,perche ciaſcun e retto & coſi ſe può arguire delli altri & dapoi per la diffinitione concludere &c.

Correllario.

8/8 Vnde anchora è manifeſto,che ogni triangolo rettangolo ſe da l'an golo retto de quello alla baſa ſerà dutta una perpendicolare,ſerà quella tal perpendicolar media proportional fra le due ſectione della detta baſa,& ſimilmente l'un e l'altro lato fra tutta la baſa & la portione del la baſa a ſe conterminale.

Il Tradottore.



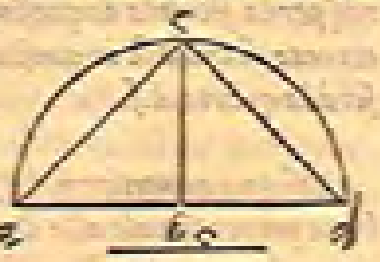
El ſenſo del ſopraſcritto correlario è queſto che per le coſe dette et dimoſtrate di ſopra egliè manifeſto che in ogni triangolo rettangolo, ſe da l'angolo retto alla baſa di queſto ſerà dutta una perpendicolare,che quel la tal perpendicolare ſerà media proportionale fra le due ſectioni della baſa,eſempli gratia che la perpendi colare.a.d.(del ſopraſcritto triangolo,a,b,c,)e media proportionale fra le due ſe ctioni.b.d.&.d.c.cioè che tal proportione e dalla portione.b.d.alla perpendicolare. a.d.qual è della perpendicolare,a,d,all'altra ſectione.d.c.come di ſopra habbiamo di moſtrato. Oltra di queſto dice che l'uno e l'altro lato de detto triangolo e medio pro portionale fra tutta la baſa e la ſection a ſe conterminale,cioè che lo lato.a.c.(del medeſimo triangolo,a,b,)e medio proportionale fra tutta la baſa,b,c,& la ſectio ne,d,c,a ſe conterminale in ponto.c.cioè tal proportione è detta la baſa.b.c.al la to.a.c.

to,a,c,qual è dal lato,a,c.alla sectione.d.c,e similmẽte lo lato.a.b.è medio proportionale fra la detta basa,b,c,& l'altra sectionne.b.d.a se cõterminale laqual cosa è manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo,a,b,c, simile al triangolo,a,d,c, li lati contenenti li equali angoli sono proportionali verbi gratia li dui lati.b.c.& .a.c. del triangolo,a,b,c, sono proportionali alli dui lati.a.c. & .d.c.del triangolo,a,d,c, (cioè cadauno al suo relativo) perche contengono equali angoli,uno medesimo angolo che è l'angolo.c. adonque tal proportione è dal lato maggior,b,c, (del triangolo,a,b,c,) al lato maggior.a.c. del triangolo,a,d,c. qual è del lato mezzan.a.c.del triangolo,a,b,c,al lato mezzan, d,c, del triangolo,a,d,c,si che si vede apertamente lo lato,c,esser medio proportionale fra la basa, b.c.e la sectionn.d.c.a se conterminale in ponto c.elqual lato.a.c. si come lato maggior del triangolo.a.d.c.vien a esser consequente della prima proportione,& come lato mezzano del triangolo.a.b.c.vien a esser antecedente della seconda proportione,e per li medesimi modi e vie se manifesta l'altro lato.a.b esser similmente medio proportionale fra la basa.b.c.& la sectionne.b.d.a se conterminale in ponto.b. perche li dui lati.b.c.& .a.b.del triangolo.a.b.c. sono proportionali alli dui lati,a,b, & ,b,d, del triangolo,a,b,d.(cioè ciascun al suo relativo (perche contengon un medesimo angolo,che è l'angolo,b, adonque tal proportione è del lato maggiore, b, c, del triangolo,a,b,c,al lato maggior.a.b.(del triangolo,a,b,d,) qual è dal lato menor.a.b.(del triangolo,a.b.c,)al lato minor,b,d,del triangolo,a,b,d, onde si vede che il lato,a,b,si come lato maggior del triangolo, a,b, d, vien a esser consequente della prima proportione,& come lo lato minor del triangolo,a,b,c,vien a esser antecedente della seconda proportione,che è il proposto.

Problema primo. Propositione.9.

9/13 A due proposte rette linee potemo trovar una media proportionale.

nel Cardano.39.& è falsa.



Sieno le due linee proposte,a,b,et,c,fra lequal voglio, trovar una media porportionale aggiongerò l'una di quelle con l'altra & sia tutta la composta da quelle la, a, d, cioè che la,b,d, sia equale alla.c.& sopra tutta describo il semicercolo.a.d.e.e produco la.e.b.fina alla circonferentia perpendicolare alla linea.a.d. dico la linea. b. e. esser quella che adimandamo, e per dimostrare questo produco le linee.e.a.& .e.d.& serà (per la trigesima prima del terzo) lo angolo.e. tocale retto, per laqual cosa (per la prima parte del correlario della premessa) la proportione della.a.b.alla.b.e.è si come della.b.e.alla.b.d. che è il proposto.

Il Traduttore.

Questa soprascritta nona propositione in la seconda tradottion è la terza decima

mente

niente dimeno a me par questo esser piu suo condecente loco, poi che le se demostra immediatamẽte dalla prima parte del correlario della precedente, vero è che ho tradutto el testo della detta seconda tradutione è parendomi assai piu intelligibile di quello di la tradottione del Campano.

Problema. 2. Propositione. 10.

10 11 A due date rette linee puotemo trouare una terza a quelle in continua proportionalità.



Sieno le due linee proposte. a.b. & .c. alle quale voglio sottogiongere una terza in cõtinua proportionalità congiõgo la linea.c, angularmente (come si voglia) con la linea. a.b. & sia la. a. d. (a se equale) & produco la linea, a, b, fina al, e, fina tanto che la, b, e, sia fatta equale alla, a, d, & protratta la linea, b, d, dal ponto, e, duco una linea equidistante a essa linea. b. d. & produco la linea, a, d, fina a tanto che concorrano in ponto, f, dico adonque la linea, d, f, esser quella che cercamo, perche (per la seconda di questo) la proportione della, a, b, alla, b, e, è si come della. a. d. alla, d, f, ma della, a, b, alla, b, e, è si come della, a, b, alla, a, d. (per la seconda parte della settima del quinto) per laqual cosa della, a, b, alla, a, d, è si come della, a, d, alla, d, f, che è il proposito, ma se altre rettelinee volemo trouar una quarta alla qual sia la proportione della terza si come della prima alla seconda sia fatto una linea della prima & seconda e a tutta la linea composta sia aggiunta la terza angularmente, & dal commun termine dalla prima, & della seconda sia ducta una linea alla estremità della terza, & dall'altro termine della seconda, sia ducto a questa linea una equidistante, fina a tanto che quella concorra con la terza protratta in continuo, & resso, & serà (per la seconda di questo) la linea che taglia questa equidistante quella che non cercata, si come se in questa figura serà la prima, a, b, la seconda, b, e, la terza, a, d, serà la quarta. d. f.

Il Tradottore.

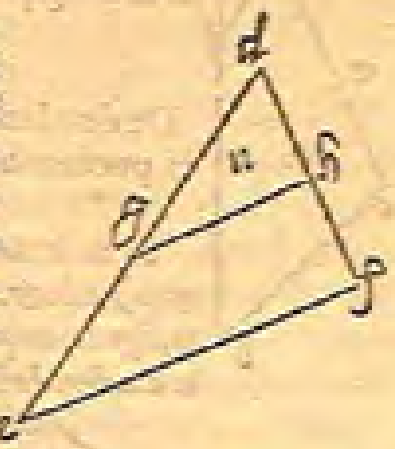
Bisogna aduertire in la soprascritta propositione che a voler trouar una terza linea proportionale alle due date linee. a. b. & .c. se puo intendere in dui modi cioè trouar una consequente alla, c, ouer consequente alla, a, b, volendola consequente alla, c, se die precedere come disopra è stato fatto, ma volendola consequente alla, a, b, se debbono congiongere pur angularmente come di sopra & dal ponto. d. al ponto. b. protrahere la linea. b. d. & produr la linea. a. d. fin al ponto. f. talmente che la, d, f, sia equale alla, a, b, & dal ponto, f, ducere una linea equidistante alla. b. d. & produr la. a. b. fina a tanto che la concorra con quella in ponto, e, hor dico la linea. a. b. esser quella che cercamo, laqual cosa se demostra per li medesimi modi e uie di l'altra.

Proble-

Problema.3. Propositione 11.

10 A tre date rette linee, puotemo trouare una quarta proportionale.
12

Siano le tre date rette linee. a. b. c. uoglio a esse, a, b, c, trouar una quarta proportionale congiongo due li nee rette, d, e, & e, f, angularmente & taglio della li nea. d. e. (per la terza del primo) la linea. d. g. equale alla linea. a. & la. g. e. equale alla, e, & oltra di questo la. d. h. equale alla. c. & dal ponto. g. al ponto. h. io tiro la linea, g. h. & dal ponto, e. duco la linea, e, f, equidistante alla. g. h. & concorrente con la. d. f. in ponto, f, perche adonque del triangolo, d, e, f, a uno lato di quello (che è, e, f,) e protratta la equidistante, g, h, adonque per (la seconda di questo) è si come della, d, g, alla, g, e, cosi della, d, h, alla, h, f, ma la, d, g, è equale alla a, et la, g, e, alla, b, et la, d, h, alla, c, adonque è si come della, a, alla, b, cosi della, c, alle, h, f, adonque alle tre date rette linee, a, b, c, è trouata la quarta proportionale, h, f, qual cosa bisogna fare.



Il Traduttore.

Bisogna aduertir che a voler trouar una quarta linea proportionale alle tre date rette linee. a. b. c. se puo intendere in doi modi come etiam sopra la passata fu detto, cioè trouar una consequente alla, c, ouer una consequente alla, a, volendola trouar consequente alla, c, se procederia come è stato fatto di sopra, ponendo la, d, g, equal alla, a, & la, g, e, al, a, b, & la, d, h, alla, c, & procedere come è stato detto non uolendola trouar consequente alla, a, se hauera tolto la, d, g, equale alla, c, & la, g, e, equale alla, b, & la, d, h, equale alla, a, & procedere ut supra, & nota che le tre date linee puono esser & non esser continue proportionale ancora nota qualmente questa soprascritta propositione si ritroua solamente in la seconda traduttione, uero è che in fin della esposition della passata è stato aggiõto (sotto brevità) il medesmo, tamen non ho uolsto restar di porui la propositione di l'Autor hauendola trouata.



Problema.4. Propositione. 12.

11 Da una assignata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte.
9

Sia la assignata linea. a. b. io uoglio da quella tagliare una ordinata parte alliquota, come a dir il terzo, congiongo a quella angularmente (come uene) una linea de indefinita quantità, laqual sia, a, c, dalla quale reseco tre equal portioni. lequale siano. a. d. d. e. & e. c, & produco le linee. c. b. & d. f. fra loro equidistante dico la. a. f. esser la terza parte della. a. b. perche le proportione della, c, d, alla, d, a. (per



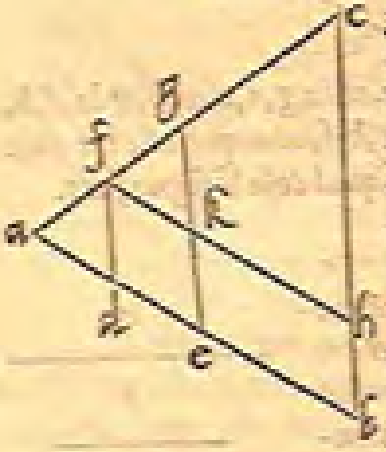
c.(per la seconda di questo) (si come della.a.b.f.alla.f.a.per laqual co
sa congiuntamente della.c.a.alla.d.a.è si come della.b.a.alla.f.a.con
ciosia adonque che la.c.a.sia trèpla alla.d.a.egliè manifesto la.a.f.ef
ser la terza parte della.a.b.che è il proposito.

Problema.5. Propositione.13.

De due linee proposite l'una in diuisa l'altra diuisa in par
ti,puotemo diuidere la indiuisa al modo della diuisa.

13
10

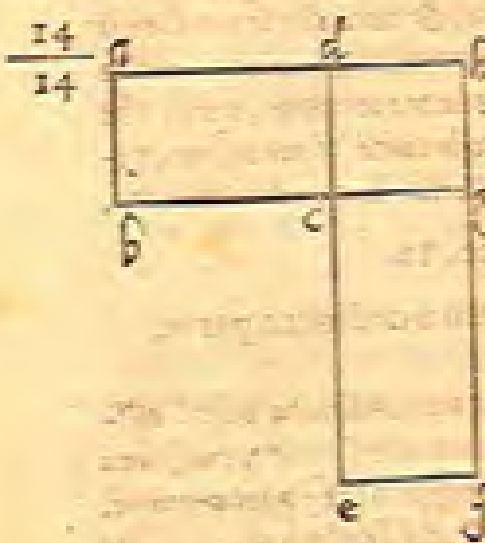
Siano le due linee(lequale congiungerò angularmente come non
gono).a.b.& .a.c.e sia.a.b.diuisa in tre, ouero qual si voglia portio-
ni,signati in quella li ponti.d.& .e.uoglio secondo le medesime portio
ni diuidere la linea.a c.quando adonque haverò congiunte quelle an
golarmente,come è detto,tirarò la linea.b.c.& equi-
distante a quella la.d.f.& .e.g.dico queste equidistan-
te dividere la linea.a.c.in parti proportionale alle par
ti della.a.b.perche menando la.f.b.equidistante alla.
a.b.laquale segha la.e.g.in ponto.k.& serà(per la se
conda di questo)la proportione della.g.f.alla.f.a. si co
me della.e.d.alla.d.a.& dalla.c.g. alla.g.f. si come
della.b.k.alla.k.f.per laqual cosa è si come della.b.
e.alla.e.d.(per la trigesima quarta del primo, & per
la seconda parte della settima del quinto)che è il pro-
posito.ma il bisogna tante volte repetere la seconda de



questo quante, parti seranno in la linea.a.b.manco una, e la trigesima quarta del
primo & la settima del quinto manchi due.

Theorema.9. Propositione.14.

14
14



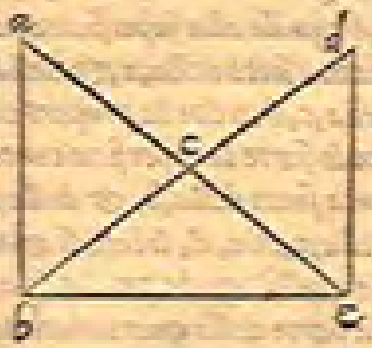
Se seranno due superficie equali de lati equi
distati dellequale un'angolo dell'una sia equal
a un'angolo dell'altra li lati continenti li duoi
angoli equali,e necessario esser mutekesia, e se
li lati continenti li duoi angoli equali seran-
no mutekesia, le due superficie è necessario es-
ser equale.

Siano le due superficie.a.b.c.d.& .e.e.f.g.de equi-
distanti lati & equal,e sia l'angolo.c.dell'una equale
all'angolo.e.dell'altra,dico la proportione del lato.b.
c.al.e.g.esser si come del.e.c.al.c.d.e se la proportione
del lato.b.c.al.e.g.serà si come del.e.c.al.c.d.et li pre
detti angoli siano ancora equali, dico quelle due superficie de lati equidistanti es-
ser equale
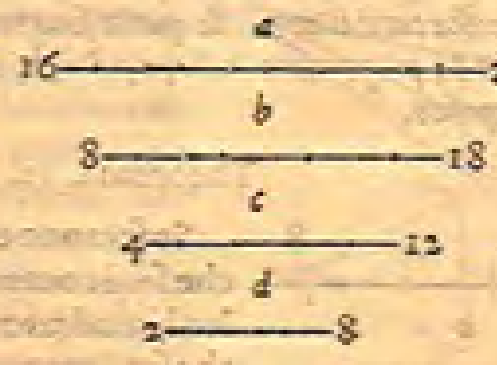
ser equale, perche congiungendo io quelle angularmente, cioè l'angolo, c, dell'una con l'angolo, c, dell'altra cosi che li duoi lati di quelle liquali sono, b, c, & c, g, facciano una linea, & seranno similmente li altri duoi lati, d, c, & c, e, una linea altramente seguiria (per lo precedente presuppesito) eiquale che l'angolo, c, dell'una esser equale all'angolo, c, dell'altra, (& per la quartadecima del primo) le parte esser equale al tutto, adonque compirò la superficie de equidistanti lati produtte le linee, a, d, & f, g, per fin a tanto che concoreranno in, b, & serà (per la prima parte della settima del quinto) de l'una & l'altra delle superficie, a, c, & c, f, alla superficie, c, b, una medesima proportione, & perche (per la prima di questo) la proportione della superficie, a, c, alla superficie, c, b, è si come della linea, b, c, alla linea, c, g, & della superficie, c, f, alla medesima superficie, c, b, si come della, e, c, alla, c, d, & è manifesta la prima parte della proposta conclusione, La seconda parte anchora è manifesta perche (per la prima di questo) la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, a, c, alla, c, b, & della, e, c, alla, c, d, si come della, c, f, alla medesima, c, b, & perche egliè sta supposto che la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, e, c, alla, c, d, serà dell'una & dell'altra delle due superficie, a, c, & e, g, alla superficie, c, b, una proportion adonque (per la prima parte della nona del quinto) la, a, c, è equale alla, c, f, & cosi è manifesta la seconda parte.

Theorema. 10. Propositione. 15.

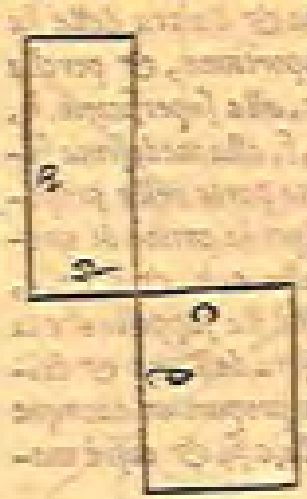
14
15 Se seranno duoi triangoli equali delliquali uno angolo dell'uno, sia equale a uno angolo dell'altro, li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia, & se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia, li duoi triangoli se approuano essere equali.



Siano duoi triangoli, a, b, c, & c, d, e, equali & sia l'angolo, c, dell'uno equale all'angolo, c, dell'altro duco la proportione del lato, a, c, al, c, e, esser si come del, d, c, al, c, o, & sel serà la proportion del, a, c, al, c, e, si come del, d, c, al, c, b, et li predetti angoli siano anchora equali, dico quelli duoi triangoli esser equali, perche congiungendo io quelli angularmente cosi che li lati, a, c, & c, e, siano fatti una linea seranno similmente, b, c, & c, d, una linea altramente seguiria la parte esser equale al tutto (per la quinta decima del primo) & tirarò la linea, b, e, & serà (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de detti triangoli al trian-



golo. c. b. è. una proportione, & perche (per la prima di questa) del primo de quelli a quello è si come del. a. c. al. e. e. & del secondo de quelli al medesimo è si come del. d. c. al. c. b. è manifesta la prima parte della proposta conclusione. La seconda parte se proua al contrario perche della, a, c, alla, c, e, è si come del primo triangolo al triangolo. b. c. e. & del, d, c, al, c, b, si come del secondo al medesimo (per la prima di questa) & perche le stato posto che'l sia del, a, e, al, c, e, si come del, d, c, al, c, b, serà dell'uno & dell'altro de detti triangoli al triangolo, b, c, e, una proportione, per laqual cosa per la prima parte della nona del quinto quegli sono equali & cosi manifesta la seconda parte.

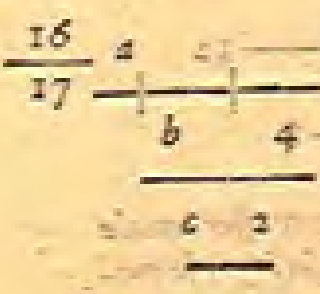


Theorema. 11. Propositione. 16.

Se seranno quattro linee proportionale, lo rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la ultima, serà equale a quello, che serà contenuto sotto alle altre due, & se'l rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la ultima, serà equale a quello che serà contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conuiene esser proportionale.

Siano le quattro linee, a, b, c, d, proportionale, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c. alla, d, dico che la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, & se la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche essendo fatte le superficie contenuta sotto della, a, & della, d, & la superficie contenuta sotto della, b, & della, c, se la proportione adonque della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, li lati di quelle superficie seranno mutekesia & li angoli contenuti da quelle equale, perche l'una e l'altra e di angoli retti, per laqual cosa (per la seconda parte della quartadecima di questo) esse sono equale, che è il primo proposito. El secondo è manifesto (per la prima parte della medesima) perche se esse sono equale (perche tutti li angoli de quelle sono retti) li lati di quelle seranno mutekesia perche la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, che è il secondo proposito.

Theorema. 12. Propositione. 17.



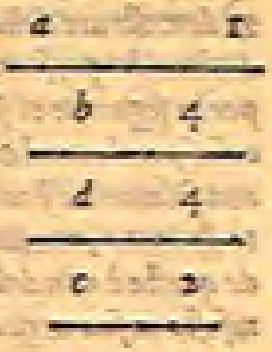
Se seranno tre linee proportionali, lo rettangolo, che serà contenuto sotto la prima & terza, serà equale al quadrato della seconda descritto, ma se quello che serà contenuto sotto la prima & terza è equale a quello quadrato che uien prodotto dalla seconda, quelle tre linee seranno proportionale.

Sia

Sia la proportion della linea.a.alla linea.b.si come della linea.b.alla linea.c. dico che la superficie contenuta sotto della.a.& della.c.è equale al quadrato della.b.& se la superficie contenuta sotto della.a.& della.c.è equale al quadrato della.b.dico che la proportione della.a.alla.b.è si come della.b.alla.c.ma questo è evidente per la precedente posta una linea, laquale sia equale alla.b. talmente che la.b. sia in ragione de seconda & de terza.

Il Traduttore.

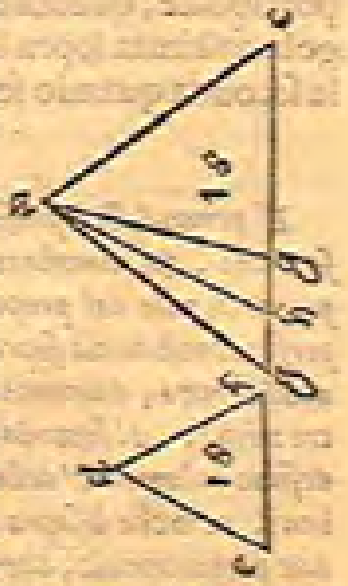
Verbi gratia, ponendo la.d.equale alla.b.(come in la seconda figuratione appare) haueremo poi quattro linee proportionale,cioè,a,b,d,c,cioè che la proportione della,a,alla, b,è si come della,d,alla,c,onde(per la precedente) lo rettangolo che serà contenuto sotto della.a.et della.c.serà equale a quello che serà contenuto sotto della.b.& della.d.& perche il rettangolo contenuto sotto della.b.& della.d.è equale e simile al quadrato della,b,(per esser la,d,equale alla b.)segue adonque il rettangolo contenuto sotto della,a,& della,c, essere equale al quadrato della,b,che è il primo proposito, il secondo similmente se manifesta per la seconda parte della precedente.



Theorema.13. Propositione.18.

17 19 Se seranno duoi triangoli simili, la proportione dell'uno all'altro è come la proportione de qual suo lato ne piace al suo relatiuo lato dell'altro duplicata.

Siano li duoi triangoli,a,b,c,& d,e,f,simili & (per la diffinitione)seranno equiangoli & de lati proportionali, sia adonque l'āgolo,a,equale all'angolo,d, & l'angolo,b, all'angolo,e,& l'angolo,c,all'angolo,f,& serà la proportione del lato,a,b,al,d,e,et del,a,c,al,d,f,si come del,b,c, al,e,f,dico che la proportion del triangolo,a,b,c,al triangolo,d,e,f,è si come la proportione del,b,c,al,e,f,duplicata, perche essendo sottoposta (secondo la dottrina della decima di questo) alle due linee,b,c, & e,f, una terza in continua proportionalità laqual sia,c, g, protratta, ouer resecata la,c,b,(se la,c,g,serà maggior ouer minor di quella)& essendo produtta la linea,g,a,& serà(per la seconda parte della decima quinta di questo)el triangolo,a, g, c,equale al triangolo,d,e,f,per questo che la proportione della,a,c, alla,d,f, è si come della,c,f,alla,c,g,et l'angolo,c,equale all'āgolo,f,per laqual cosa(per la seconda parte della settima del 5.)lo triangolo,a,b,c,all'uno et l'altro de quegli haueràuna proportione, & (per la prima di questo)la proportione



tione del triangolo,a,b,c.del triangolo,a,g,c,è si come della,b,c,alla,g,c,& la proportione della,b,c,alla,g,c,è si come della,b,c.alla,e,f,duplicata(per la undecima diffinitione del quinto)adonque la proportion del triangolo,a,b,c,al triangolo d.e.f,è si come la proportione della. b. c. alla. e. f. duplicata che è il proposito, ma se per caso la.c. g. sia equale alla. b. c. serà(per la seconda parte della quintadecima di questo)il triangolo.a. b. c. equale al triangolo.d.e.f. & la equal proportion è composta dalla equal duplicata ouer treplicata, ouer quante volte si voglia. Questa medesima positione passemo per il medesimo modo & per li medesimi mezi demostrare delle superficie simile de lati equidistanti tolta solamente la quarta decima del presente in loco della quintadecima, ma il non demostra quella, perche per la seguente el se dimostra universalmente de tutte le superficie simile,per laqual cosa(per el correlario che universalmente è proposto de tutte le superficie simile) non solamente è manifesto nelli triangoli,ma demostra la sequente serà manifesto in tutte, ma lui pose quello in questa & non in la sequente, perche il correlario de questa è non della sequente,perche dal modo della demostratione de questa è manifesta la sua verità e non dal modo di quella.

Correlario della prima tradottione.

0/17 Et da questo anchora è manifesto che di ogni tre linee continue proportionale quanta è la prima alla terza,tanta serà una superficie constituida sopra la prima a una superficie constituida sopra la seconda,essendo simile in lineatione & creatione.

Correlario della seconda tradottione.

19/0 Anchora da questo è manifesto che de ogni tre linee continue proportionale, quanta è la prima alla terza, tanta serà la superficie rettangola costituta sopra la prima alla superficie rettangola costituta sopra la seconda quando serà a quella simile la lineatione & creatione.

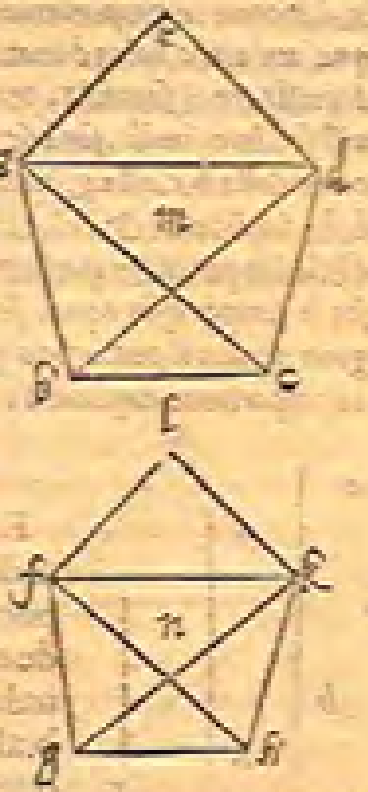
Il Tradottore.

E' primo delli soprascritti duoi correlarii conclude generalmente che per le cose dette, & dimostrate di sopra egliè manifesto che de ogni tre linee continue proportionale tal proportione serà della prima alla terza, quale serà de una superficie constituida sopra alla prima linea,a una superficie constituta sopra alla seconda linea, dommente che le dette due superficie siano simile in lineatione & creatione: Il secondo, cioè quello della seconda tradottione, conclude il medesimo solamente delle superficie rettangole simile, & circa cio io dico che egli è ben il vero che disopra egliè stato demostrato delle tre linee. c. b. f. e. c. g. continue proportionale, che tale proportione e dalla prima. c. b. alla terza. c. g. qual è dallo triangolo.a. b. c.(constituito sopra alla prima linea) allo triangolo.d. e.f. (constituido sopra alla seconda)ma per questo non se verifica totalmente il detto correlario della prima tradottione, ilquale conclude generalmente de tutte le super-

le superficie simili, & manco si verifica quello della seconda tradattione: ma egliè ben il vero che quello della seconda tradottione si potria dimostrare facilmente (come dice etiam il Commentatore) cioè usando nella argumentatione la decimaquarta propositione di questo in luoco della decimaquinta. Perilche (secondo il mio giudicio,) el suo proprio & condecente luoco dell'uno & dell'altro credo, che sia dapoi la demostratione della sequente propositione, perche in tale luoco (mediante le cose demostrate in la precedente, & etiam nella sequente propositione) seria a dessere verificato tacitamente quello che conclude l'uno & l'altro delli predetti dui correlarij, ma perche in l'una e l'altra tradottione sono posti drieto a questa propositione, & in tal luoco li habemo lassati, & perche il secondo Correlario posto in fine della sequente propositione è simile in conclusione al soprascritto della prima tradottione mi fa credere questo essere stato espressoerrore delli tradottori, & se cosi non fusse lo sopradetto primo Correlario, cioè quello della prima tradottione seria stato superfluamente posto dallo Autthore, ilche non è da credere.

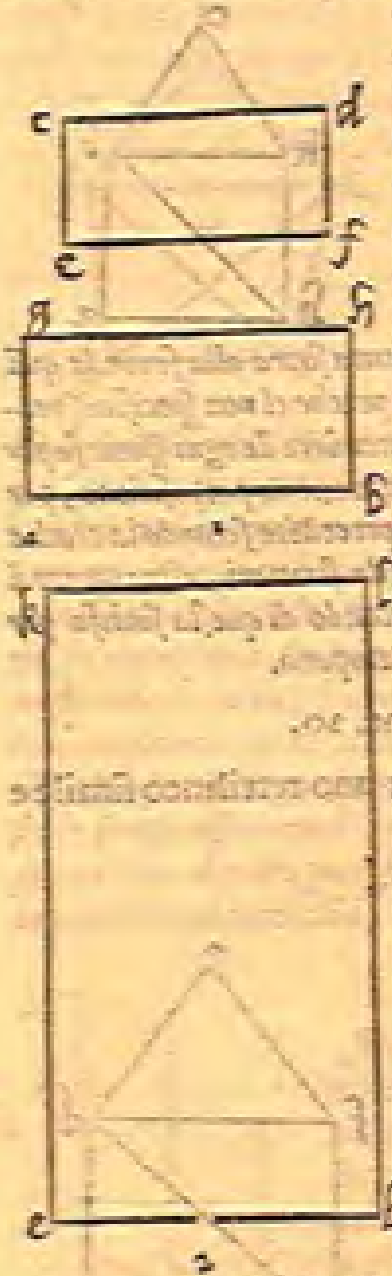
Theorema. 14. Propositione. 19.

18/20 Ogni due superficie simili multiangule sono diuisibile in triangoli simili & in numero equali, & la proportione dell'una di quelle all'altra è si come, la proportione dupplicata de qualunque suo lato al suo relatiuo lato dell'altra.



Siano exempli gratia li dui penthagoni a.c.d.f.b. k. simili. Dico che essi sono diuisibili in triangoli simili & in numero equali, & che la proportione de l'uno di quegli all'altro è si come la proportione dupplicata del. a, b, al. f, g. perche essendo ducte le due linee a.c. & a.d. è similmente la. f, b, & f, k, & serà (per lo precedente presuppolito, & per la sesta di questo) lo triangolo. a, b, c, equiangolo al triangolo. f, g, b, & lo triangolo. a, e, d, al triangolo. f, l, k. similmente anchora (per questa communa scientia se da cose equale se togliè cose equale li rimanenti sono equali) serà lo triangolo. a, c, d, equiangolo al triangolo. f. b, k. perche li detti penthagoni sono sta posti equiangoli & similmente de lati proportionali. Et perche li triangoli in lequali sono diuisi, sono fra loro equiangoli (come è sta prouato) seranno etiam simili (per la quarta di questo) & per la diffinitione delle superficie simili, per laqual cosa concioscia che essi sono equali in numero è manifesto il primo proposito, per lo secondo sia protratta la. b, d, laqual segharà la. a, c, in ponto. m. & la. g. k. laqual segharà la. f. b. in ponto. n. & serà lo triangolo

(ducta la linea,b,k,)equal all'angolo,g,d,f,& l'angolo.K.b.l.(ducta la linea,b.l.)equale all'angolo,f,d,e, & l'angolo,b,b,k,(ducta la linea,k,b,) equale all'angolo.d.g.f.& l'angolo,b,k,l,(ducta la linea,k,l,)equale all'angolo,d,f,e,& serà perfetto il penthagono che era da esser costituido sopra la linea,a,b, perche quello è equiangolo al dato penthagono per la equalità di angoli di triangoli in lor posti l'uno & l'altro è diviso,& etiam è de lati proportionali per la proportionalità di lati de essi triangoli,laqual cosa della quarta di questo evidentemente apparera, perilche (per la diffinitione delle superficie simile) lo penthagono constituido sopra la linea, a,b,è simile al penthagono dato,the è il proposito.



Il Tradottore.

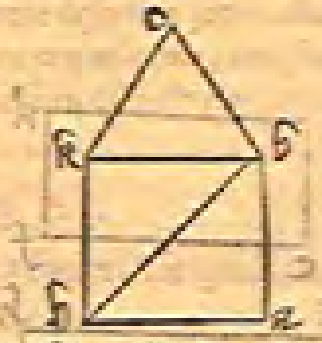
El testo di questa soprascritta propositione lo habbiamo tradotto la maggiore parte secondo la seconda traduttione, perche quello della tradottiõ di Campano è diminuto assai, perche il prepone di voler construere sopra una data linea una superficie simile a una data superficie,& doveria dire una superficie rectilinea simile & similmente posta a una data superficie rectilinea altramente la superficie proposta potria esser cosi condizionata che sopra alla data linea se potrà descrivere due è pur superficie simile alla data superficie & fra lo ro seriano differente in quantità, come scrivo un bo gratia,sia la data superficie,a,d,e,d, & per più facile intelligenza, sia rettangola, & la longhezza,a,d,di quella sia doppia alla larghezza,a,e,& sian date due linee equale,cioè,a,b, prima & ,a, b, seconda ben dico che sopra alla linea,a, b, se può descrivere due superficie simile alla data,e,d,e,f, & differente in quantità, perche se io piegherò la data linea per longhezza la me darà minor figura che a ponerla per larghezza come appar in le due superficie,a,b,g,e, & a,b, K,fsche cadauna è fatta simile alla,e,e,d,f, cioè la longhezza de cadauna è doppia alla sua larghezza,e sono rettangole & mentalmente la,a,b,K,d,(per la prima correlario della decimanona di questo) è quadrupla alla,e, b,g,b. & questo procede che la prima linea a.b.è posta per longhezza & la seconda per larghezza de detta superficie descritta, & se per caso la data superficie fusse de tre lati diversi sopra alla data linea se potrà descrivere tre superficie simile alla data e diverse fra loro in quantità, cioè una tolendo la data linea per il lato minor de detta figura, l'altra tolendola per il lato mezzano,e l'altra tolendola per il lato maggiore, & cosi se la data superficie fusse de quat-

Correlario secondo.

0 Per tanto anchora universalmente è manifesto che se tre rette linee
20 derànno proportionale si come la prima alla terza, così serà la specie, che è descritta dalla prima a quella laquale è similmente descritta simile dalla seconda.

Il Tradattore.

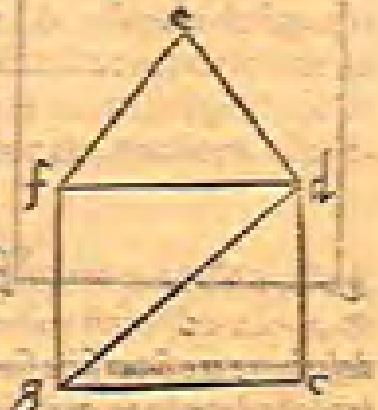
Questi soprascritti dui Correlarij se trouano solamente in la seconda tradattione, il primo di quali conclude il conuerso dello correlario della precedente essa de questo, secondo, perche questo secõdo correlario in sua Stantia conclude il medesimo che conclude il correlario della precedẽte, secondo la tradattione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee continue proportionale tal proportion ha la prima alla terza quel ha una superficie costituta sopra la prima a una superficie costituta sopra alla seconda quãdo la serà a quella simile in lineatione & creatione, & perche el non specifica (rettangola) come fa quello di la nova tradattione, se die intendere de ogni specie superficie simili; come conclude etiam il secondo di questa decima nona propositione, per liche a me par che questo secondo sia quel istesso della precedẽte secondo la tradattione del Campano. Onde penso che questo sia un errore de scriptori, altramente il correlario della precedente seria superfluo, perche il secondo di questa satisfa per quello, o sia di la nova tradattione, o sia di quella del Campano.

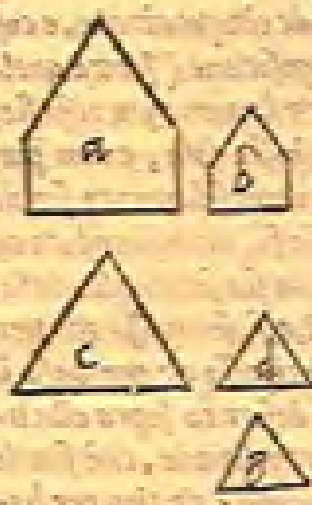


Problema 6. Propositione. 20.

18 Sopra una data retta linea possemo descriuer uno rettilineo simile e
19 similmente posto a uno dato rettilineo.

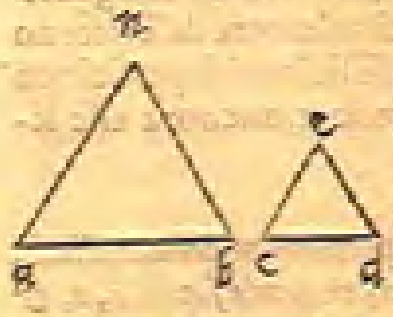
Sia la data linea a.b. sopra laquale voglio costituire una superficie, rettilinea simile & similmente posta a data superficie, che sia penthagona, & sia a.c.d.e.f.g. diuido questo penthagono in triangoli, dutte le linee d.f. & d.g. & sopra il ponto a. costituisco uno angolo equale all'angolo c. (dutta la linea a.b.) & sopra il ponto b. costituisco un altro angolo (il quale sia a.b.b.) equale all'angolo c.d.g. protratta la linea b.b. fina a tãto che quella concorra con la a.b. in ponto b. & serà (per la trigesima seconda del primo) l'angolo a.b.b. equali all'angolo c.g.d. e però (per la quarta di questo) li lati di dui triangoli g.c.d. & b.a.b. seranno proportionali. faccio anchora lo angolo b.b. K.





proportione del penthagono al penthagono, si come del triangolo, al triangolo dico che la proportione della, a, alla, b, serà si come della, a, alla, d, perche essendo fatto quanto alle linee, a, & b, la, e, & alle linee, c, & d, la, f, in continua proportionalità, si come anchora la decima in questo, & serà (per la sexagesima seconda del quinto et per la equal proportionalità) della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, perche adonque (per lo corellario secõdo della decima nona di questo) la proportione di penthagoni è si come della, a, alla, e, et di triangoli si come della, c, alla, f, serà adonque la proportion di penthagoni si come di triangoli, & questo il primo proposito, il secondo cosi è manifesto, siano li duoi penthagoni simili & li dui triangoli simili, & sia la proportione di penthagoni si come di triangoli, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche sia fatto della, c, alla, g, si come della, a, alla, b, (& come questo si debbia fare è detto di sopra la undecima di questo) & sopra la, g, sia fatto (si come insegna la sexagesima di questo) una superficie simile a quella, che è constituta sopra la linea, c, & serà (per la precedente simile a quella) che è constituta sopra la linea, d, & serà anchora (per la prima parte de questa sexagesima seconda) qual proportione del penthagono, a, al penthagono, b, quella medesima del triangolo, e, al triangolo, g, ma la medesima era etiam del triangolo, c, al triangolo, d, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo triangolo, d, è equale al triangolo, g, & perche sono simili; serà la linea, g, equale alla linea, d, (per la prima parte della decima ottava di questo) quando che sopra le linee, c, d, & g, siano triangoli, over (per la seconde parte della decima nona) quando fussero stati qualunque altre figure multiangole, perche la equalità non è prodotta da alcuna proportione dupplicata, over triplicata, over pigliata quante volte si voglia se non dalla equale, adonque della, c, alla, d, serà si come della, a, alla, b, che è il proposito.

Il traduttore.

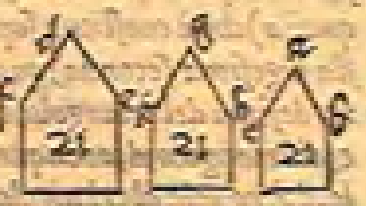


Q uella particula, cioè in el sopra scritto resto dice, & similmente descritte se trova solum in la seconda traduttione, senza laquale il testo di la traduttione del Campano pateria opositione si come nella passata, perche essendo quattro rettelinee proportionale, se potrà descrivere, sopra due, & due superficie rettelinee simili lequali seran cosi conditionate che (non essendo similmente descritte) non seranno proportionale, exempli gratia, siano le quattro linee, a.b.c.d, e.f.g.b. proportionale & per maggior intelligentia sia la, a.b. dupla alla, c.d. è similmente la, e, f, alla, g, b, & sopra le due, a, b. & c.d. siano descritti duoi triangoli equilateri, & sopra le due, e, f, & g, b, siano descritti

de quattro lati inequali sene potrà descriuere quattro & se de cinque cinque, e così discorrendo in sa sette otto &c. Se vede adonque che la propositione (senza quella condutione che dice & similmente posta) seria mendosa & haueria piu risposte, ma con la detta condition non può hauere salua che una risposta sola, e tien più, perche la figura che se haverà a designar bisogna che la sia non solamente simile alla data, ma che la sia similmente posta cioè che la se ripossa sul medesimo lato do ne se ripossa la data, onde la superficie a,b,k,l, quantunque la sia simile alla data, c,d,e,f, tamen la non è similmente posta, perche la data c,d,e,f, se ripossa & tien per basa il maggior lato di quella, cioè e,f, & la a,b,k,l, se ripossa & per basa il lato minore, cioè, a,b, ma la superficie a,b,g,h, è veramente descritta sopra alla linea a,b, con la condutione, che se recerca in la soprascritta propositione, cioè simile & similmente posta alla data superficie c,d,e,f, perche la se ripossa & tien per base il maggior lato, e questo è quello che volemo inferire.

Theorema. 15. Propositione. 21.

20 21 Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle è necessario fra loro esser simili.



Sia l'una e l'altra di penthagoni a,b,c,d,e,f, simili al penthagono g,h,k, dico quelli esser fra loro simili, perche l'una e l'altra de quelli è equiangolo al penthagono g,h,k, (per la conuersione della diffinitione della superficie simile) per il che sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conuersione della medesima diffinitione, la proportion del a,b, al g,h, è si come del a,e, al g,k, et del g,h, al d,e, si come del g,k, al d,f, adonque per la equal proportionalità del a,b, al d,e, è si come del a,c, al d,f, per lo medesimo modo se aproueranno li altri lati di penthagoni a,b, c, & d,e,f, (continenti li equali angoli) esser proportionali adonque (per la diffinitione delle superficie simili) essi sono fra loro simili, che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 22.

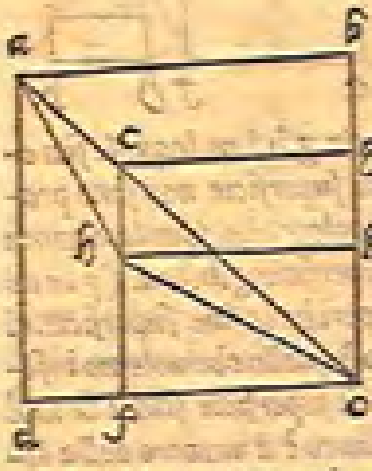
21 22 Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato sopra due, & due superficie rette linee simile, & similmente descritte anchora esse superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie consimile sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee è necessario esser proportionale.

Sieno quattro linee proportionale a, b, c, d, & sia la proportione della a, alla b, si come della c, alla d, dico che essendo constituende superficie simile sopra la a, & b, (come duoi penthagoni simili) & altre simile constituende sopra la c, & d, (come duoi triangoli simili) sera la proportione di penthagoni si come di triangoli, ma essendo li penthagoni simili & similmente etiam li triangoli simili, & essendo la

proportione

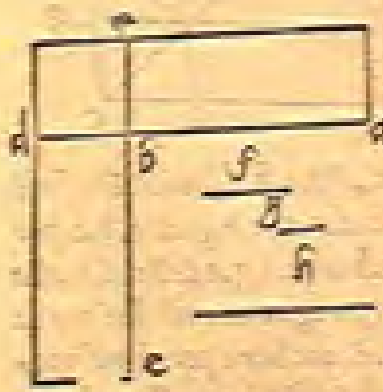
Theorema.18. Propositione.24.

23 26 Se da uno paralellogrammo in el suo spatio sia sta distinto uno paralellogrammo partiale simile al tutto, & similmente posto hauente uno angolo commune con quello, quel se riposa intorno al diametro del medesimo.



Come se in lo paralellogrammo, b, d, sia distinto lo paralellogrammo, f, g, che sia simil a quello, & similmente posto & participãte con quello in l'angolo, c, dico che'l paralellogrammo, f, g, sta intorno al diametro del paralellogrammo, b, d, & questa e al contrario de la precedente. & per dimostrare questo produrò la, a e, c, laquale se la serà cõcessa esser lo diametro del paralellogrammo b, d, e manifesto el proposito, ma se possibile è per l'adversario sia, a, b, c, lo diametro de quello & sia ducta la, b, k, equedistante alla, f, c, & (per la precedente) lo paralellogrammo, f, k, serà simile al paralellogrammo, b, d, adonque (per la cõversione della diffinitione delle superficie simili) la proportione della, b, c, alla, k, c, e si come della, d, c, alla, f, c, ma (per la medesima cõversione della detta diffinitione) la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della, d, c, alla, f, c, per questo che lo paralellogrammo, f, g, e stato posto simile al paralellogrammo, b, d, adonque (per la undecima del quinto) la proportione della, g, c, alla, k, c, è si come della, b, c, alla, k, c, (perche l'una e l'altra e si come della, d, c, alla, f, c,) per laqualcosa (per la seconda parte della noma del quinto) la, g, c, è equale alla, k, c, cioè la parte al tutto. che è impossibile, adonque la, a, e, c, serà lo diametro del paralellogrammo, b, d, che è il proposito.

Il Tradottore.



Di quelle tre conditioni che bisogna hauer lo paralellogrammo partiale douendo essere intorno allo diametro del totale (lequal sono queste,) che sia simile al tutto & che sia similmente posto, & che habbia un di suoi angoli che sia commum all'un e l'altro, due sole sene troua nella tradottion del Campano & una di quelle è alquanto ambigua, cioè quella che dice, & secondo l'esser suo di quello, perche lo commentatore lo espone cosi ideſt participante con quello in un angolo. & io tengo, che voglia dire che sia similmente posto, ramen pigliasi come si voglia mancando una di quelle tre conditioni la propositiõ patera oppositione perche mancando una di quelle in lo paralellogrammo partiale non seria necessario che stesse intorno al diametro del totale.

Theore-

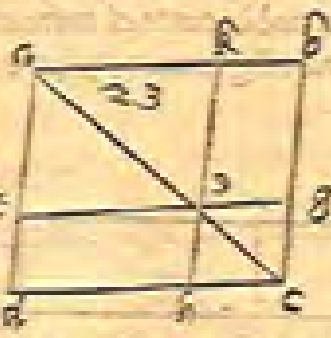
descritti due superficie retangole che la longhezza de cadaũ sia doppia alla larghezza e siano cosi constituentemente descritte che la linea a.f. venga a esser larghezza de l'una (cioè di quella descritta sopra di se) et la linea g.b. venga a esser longhezza dell'altra (come appare in le dette due superficie a.f.i.k. & g.b.l.m.) Hor si vede che le quattro linee. a.b.c.d.e.f.g.b. sono proportionale, & sopra le due a.b. & c.d. sono descritti li dui triangoli a.b.n. & c.d.o. liquali per esser equilateri sono simili (per la quinta di questo) & sopra le altre 2 e.f. & g.b. son descritte le due superficie a.f.i.k. & g.b.l.m. le quale son etiam simili (per la diffinitione) & tamen queste quattro superficie non sono proportionale, imo el triangolo a.b.n. è quadruplo al triangolo c.d.o. (per la decima ottava di questo) & la superficie f.i.k. è sedecupla alla superficie g.b.l.m. (per la decima nona di questo) e questa disproportionalità procede perche le due superficie a.f.i.k. & g.b.l.m. non sono similmente descritte, & questo è quello che volemo inferire, e di questo molto bisogna advertir in la descrittione de superficie simili de molti lati inequali, perche in tanti modi si possono variar quanto è il numero della diversità di lati, come etiam fu detto sopra la precedente.



Theorema. 17. Propositione. 23.

22 24 Tutte le superficie de equidistanti lati che stanno intorno al diametro de ogni parallellogrammo sono simile a tutto el parallellogrammo anchora fra loro.

Come sia in lo parallellogrammo b.d. del quale lo diametro è a.c. e sopra le superficie g.h. & f.k. de equidistanti lati intorno al diametro, dico quelle essere simile a tutto el parallellogrammo, & similmente fra loro, perche (per la seconda de questo) della a.b.g alla g.c. & della c.d.h. alla h.c. è si come della a.e. alla e.c. adunque congiuntamente della a.b.c. alla c.g.e della a.d.c. alla c.h.a. serà si come della a.c. alla c.c. per laqual cosa (per la undecima del 5.) della a.b.c. alla a.c.g. serà si come della a.d.c. alla a.c.h. e similmente serà si come della a.b. alla a.g. concio sia che la a.b. è equal alla d.c. e la a.g. alla b.c. per lo medesimo modo serà della a.d. alla a.h. si come della a.b. alla a.g. e della d.c. alla b.c. perche adunque questi parallelogrammi sono equiangoli egli è manifesto (per la diffinitione delle superficie simili) lo.g.b. esser simile al b.d. anchora per simil modo se approva lo f.k. esser simile al medesimo per questo che della a.b. alla a.k. & della d.a. alla a.f. è si come della c.a. alla a.e. (per la seconda de questo) e per la congiunta proportionalità per laqual cosa) per la vigesima prima di questo) lo f.k. è anchora simile al g.b. & cosi è manifesto il tutto.



Theo-

basa.b.k.)sia equale al pentagono.A.& per lo medesimo modo sopra la linea. k.n.(laquale è il secondo lato de questa superficie)constituisco un altra superficie rettangola equale allo esagono.b.cioè facco la superficie.k.o.equale al māgolo.e. & la.o.p.equale al.b.& la.p.q.equale al.f.& la.q.r.equale al.g.accioche tutta la superficie rettangola.n.r.sia equale allo esagono.B.& toglio(per la nona di questo)la linea.s.t.proportionale fra la linea.b.k.& la linea.K.r.& sopra quella(secondo la dottrina delle vigesima di questo)constituisco la superficie.x.simile alla superficie.a.laqual dico esser quella che cercamo & equale alla superficie.b.perche essendo le tre linee.b.K.s.t.& k.r.continue proportionale,& essendo sopra la prima & la seconda costituide le superficie simile,cioè la.a.& x.serà(per lo corollario della decima nona di questo)della.a.alla.x.si come della.b.k.alla.K.r.per laqual cosa(per la prima di questo)serà si come della.b.n.alla.x.r.e però(per la prima parte della settima del quinto)si come della.a.alla.n.r.e per questo(per la seconda parte della medesima)serà si come della.a.alla.b.adonque(per la seconda parte della nona del quinto)la.x.è equale alla.b.che è il proposto, laqual cosa anchora possemo facilmente provar per la permutata proportionalità,perche essendo della.a.alla.x.si come della.b.n.alla.n.r.serà permutatamente della.a.alla b.n.si come dalla.x.alla.n.r.& perche la.a.è equale alla.b.n.serà la.x.equale alla.n.r. per laqual cosa la.x.è etiam equale alla.b.(per questa commune sententia)quelle cose che a una medesima cosa sono equale sono fra loro equale,ma non è necessario che le superficie.b.l.l.m.& m.n.de lati equidistanti(equali alli tre angoli.c.a.d.) over le superficie.k.o.o.p.p.q.et.q.r.)equal alli triangoli.e.b.f.g.)siano rettangole, ma che l'angolo estrinseco della superficie.l.m.sia equal all'angolo intrinseco delle superficie.l.o.& lo estrinseco della.m.n.all'intrinseco della.m.l.similmente anchora che lo estrinseco della superficie.k.o.sia equal all'intrinseco della superficie.b.n.et l'estrinseco della.o.p.allo intrinseco della.K.o.e così delle altre.perche essendo così serà cadauna delle linee.k.n.& b.m.a se opposite & similmente.b.r.& n.q.a se opposita una linea(per l'ultima parte della vigesimanona del primo)e per la quartadecima del medesimo equalmente repetita quante volte serà de bisogno.per questa causa che tutte le superficie.b.l.l.m.n.& similmente le.K.o.o.p.p.q.& q.r.sono de equidistanti lati & l'angolo estrinseco de cadauna seguente è equal all'intrinseco de quella precedente,per laqual cosa le due superficie.b.n.& n.r.seranno di equidistanti lati & fra linee equidistante & de equal altezza,in le altre adonque arguisse come auanti.

Theorema.20. Propositione.27.
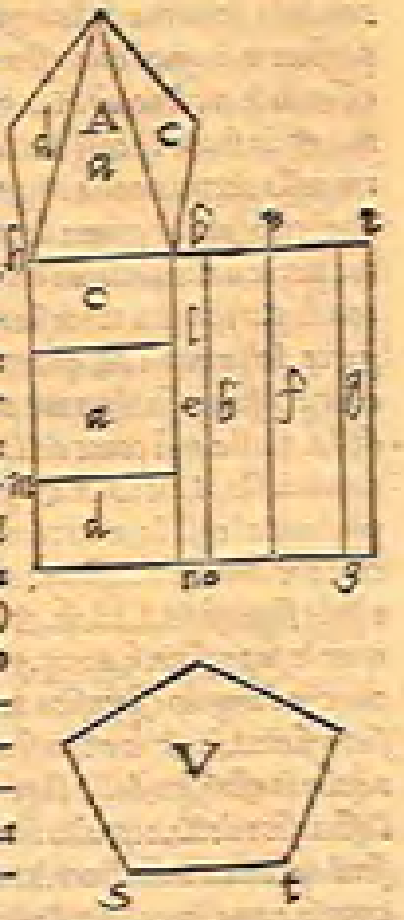
26 27 Lo paralellogrammo designato sopra la mitā de una data linea, è maggior di qualunque paralellogrammo applicato alla data linea al qual manchi al compimento della linea uno simile, & che stia sopra il diametro del collocato sopra la mitā.

Sia data la linea.a.b.sopra la mitā dellaquale, cioè sopra la.r.b. sia constituido lo pa-

Theorema.19. Propositione.25.

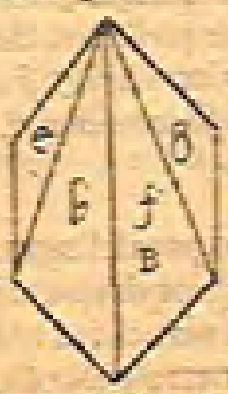
24/23 D'ogni due superficie de equidistanti lati, delle quali uno angolo dell'una all'uno angolo dell'altra è equale. la proportione dell'una all'altra è quella ch'è producta dalle due proportioni di suoi lati continẽti li duoi angoli equali.

Siano due superficie de equidistanti lati. a.c. & .e. d. & sia l'angolo. b. dell'una equale all'angolo. b. dell'altra, dico che la proportione dell'una all'altra è producta, over composta dalla proportione della. a. b. alla. b.d. & della. c. b. alla. b. e. perche disponendo io queste due superficie al tutto si come fu disposto quelle in la quartadecima de questo aggiunto all'una & l'altra lo parallelogrammo. c. d. & ponendo io che la proportione della linea. f. alla linea g. sia si come della. a. b. alla b. d. & della. g. alla. b. si come della. c. b. alla. b. e. (& come si debbia procedere in far questo è detto sopra la decima di questo) & serà (per la prima di questo & la undecima del quinto) della. a. c. alla. c. d. si come della. f. alla. g. & della. c. d. alla. d. e. si come della. g. alla b. per laqual cosa (per la vigesima seconda del quinto) serà la equal proportionalità della. a. c. alla. d. e. si come della. f. alla b. & perche la proportione della. f. alla. b. è producta, over composta della proportione della f. alla. g. & della. g. alla. b. (per la quinta diffinitione di questo) seguirà che la proportione della. a, c, alla d, e, sia composta dalle medesime, per laqualcosa è manifesto il proposito.

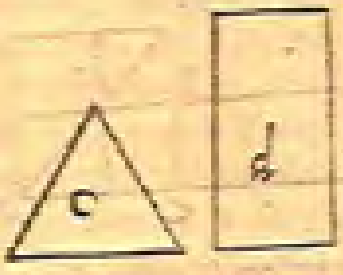


Theorema.7. Propositione.26.

25/25 Puotemo designare una superficie simile a una data superficie rettilinea & a un'altra proposta equale.



Siano proposte due superficie rettilinee. A. pentagona. B. exagona. voglio fare una superficie simile alla. a. & equale alla. b. l'una & l'altra delle proposte superficie risolute in triangoli. A. in li triangoli. c. a. d. & la. B. in li triangoli. e. b. f. g. & sopra la basa della superficie. a. laqual sia. b. K. costituisco (secondo la doctrina della 44. del 1.) una superficie de equidistanti lati rettangola equale al triangolo. c. (laqual sia. b. l.) & la. l. m. equale al n. & la m. n. equal al d. acciochè tutta la superficie de equidistanti lati b. n. (costituita sopra la basa.

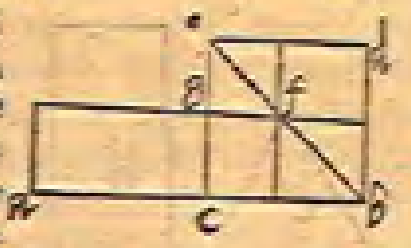


ria al impossibile (per la precedente) adonque divido la linea.a.b. in due parti equali in punto.e. & (secondo la dottrina della trigesima di questo) sopra.c. b. (mità di quella) constituisco lo parallelogrammo.e.f. simile al.d. & compirò sopra tutta la linea.a.b. lo parallelogrammo.b.g. adonque perche lo triangolo.c. non è maggiore del parallelogrammo.e.f. ma equale a quello, overo minore si come è stato posto, se'l serà a quello equale serà lo parallelogrammo.e.g. quello che se intende (per la trigesima sesta del primo agiutando con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle simile superficie della trigesima prima di questo) ma se è minore, sia minore in alcuna superficie alla quale ne sia fatta una equale, et simile alla.d. (secondo la dottrina della 25. di questo) laquale sia.h. & serà h. simile al.e.f. (per la trigesima prima di questo) per laqual cosa (per la conuersione della diffinitione) serà equiangola a quello & de lati proportionali: tirarò adonque in lo parallelogrammo.e.f. lo diametro.b.k. & reseruò li lati.K.f. & e.K. della superficie.e.f. alla misura di lati della superficie.h. tirate le linee.l.m. & .n.o. equidistanti alli lati della superficie.e.f. segando se in punto.p. tal che la superficie.K.p. sia equale e simile alla superficie.h. & serà (per la trigesima quarta de questo) il punto.p. in lo diametro.k.b. tirata adonque la.o.n. fina alla.c. g. Dico lo parallelogrammo.a.p. esser quello che è stà proposto, perche a quel manche al compimento della linea.a.b. lo parallelogrammo.p.b. iquale (per la trigesima terza & trigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo.d. & anchora esso parallelogrammo.a.p. è equale al triangolo.c. perche (per la prima di questo) lo.a.n. è equal allo.n.b. adonque (per la quadragesima terza del primo & questa comuna sententia, se a cose equale tu agiungi cose equale &c.) lo parallelogrammo.a.p. è equale al gnomone.n.b.l. & perche questo gnomone è equale al triangolo.c. (per questa causa che lo parallelogrammo.e.f. fu posto essere maggiore del triangolo.c. in lo parallelogrammo.b.i. iquale è equale al parallelogrammo.k.p.) è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

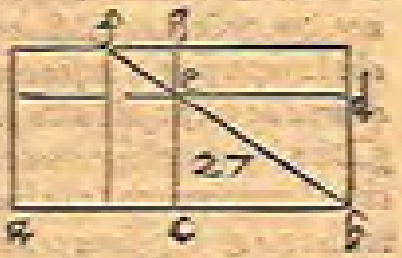
Q uella particula che in fine del soprascritto testo, dice simile al proposto & secondo l'esser suo, nol inferire che'l sia simile al proposto & succintamente descritto, della qual cosa nella resolutione di tal problemi bisogna molto aduertire altramente se potria tal volta concludere indirettamente, perche tal hor uno tal problema se potrà concludere in doi diuersi modi, & tal hor per uno modo serà solubile, & per l'altro impossibile, come uerbi gratia, se'l dato triangolo.c. fusse de superficie piedi uinti doi superficiali & la datta linea.a.b. fusse piedi dudeci lineali & lo proposto

lo parallelogrammo, c, d, el diametro del quale è b.e. & sia applicato alla linea a.b. lo parallelogrammo, a, f, del quale uno lato segha lo, e, c, in ponto, g, cosi che al compimento de tutta la linea a.b. manchi la superficie, f, b, laqual sia simile alla superficie, c, d, & che sia intorno al diametro di quello, hor dico che il parallelogrammo c.d. è maggior del parallelogrammo, a, f, perche (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, & (per la quadragesima terza del primo) lo, c, f, è equale allo, f, d, adonque (per questa communa scientia) se a cose equale tu aggiungi cose equale &c. serà lo gnomone composto dalle tre parallelogrāme laquali sono, c, f. f. b. & f. d. equale al parallelogrammo, a, f, per laqual cosa lo parallelogrammo, c, d, è maggiore del parallelogrammo. a, f. in lo parallelogrammo, e, f, che il proposito, il medesimo etiam seria se la superficie, a, f, fusse fatto piu alta della superficie, c, d, come tu puoi vedere in la seconda figura, in laquale etiam (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, lemade mia adonque l'uno & l'altro di duoi supplemēti della superficie. f. b. lo parallelogrammo, c, d, eccederà lo parallelogrammo, a, f, in lo parallelogrammo, f, e.



Il tradottore.

O nella particula che nel sopra scritto testo dice uno simile, & stante sopra lo diametro del collocato sopra la mità della linea, non sol dire altro che un simile è similmente posto al collocato sopra la mità della linea che cosi dice etiā in la seconda tradottione & è piu corretto dir perche in la seconda figura fatta di sopra lo parallelogrammo, f, b, non sta sopra lo diametro del parallelogrammo, d, c, collocato sopra la mità della linea, anci al contrario che il parallelogrammo, d, c, sta sopra il diametro del parallelogrammo, f, b.

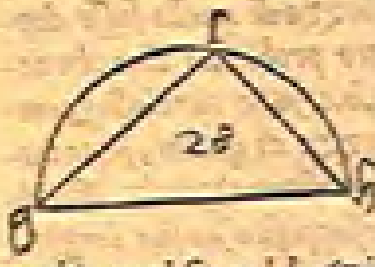


Problema. 8. Propositione. 28.

27 28 Proposta una superficie trilatera puotemo designare sopra qualunque assignata retta linea uno parallelogrammo equale a quella alqual manchi a compir la linea uno parallelogrammo simile a un'altro parallelogrammo proposto gia il bisogna che la proposta superficie trilatera non sia maggiore del parallelogrammo collocato sopra la mità della data linea, simile al proposto & secondo l'esser suo.

Sia assignata la linea, a, b, & proposto lo triangolo, c, & proposto lo parallelogrammo, d, voglio sopra la linea, a, b, designare un parallelogrammo equale al triangolo, c, cosi fatto che manchi a compir la linea, a, b, un parallelogrammo simile al, d, & sia cosi conditionato che lo triangolo, c, non sia maggiore del parallelogrammo simile al d. collocato sopra la mità della linea altramente se lauora-

ria

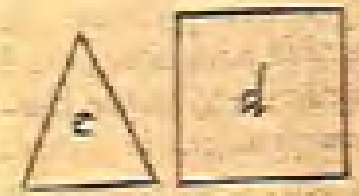


drato,c,b,c,d,e conſequentemente lo paralellogrammo,e,f, ſerà maggior del triangolo,c, & ſel detto lato. g,b, ſerà minore overo equale a quello lo detto paralellogrammo,e,f, ſerà minore overo equale al detto triangolo,c, hora eſſendo maggiore per trouare la loro differentia ſopra il detto lato, g, b, deſcriuerò uno mezzo cerchio qual ſia,g,l,b, & in quello (per la prima del quinto) coaptaro la linea, b, l, equal e al lato,a,b, & tirarò la linea,l,g, hor dico che'l quadrato deſcritto dalla, l,g, (per la penultima del primo) ſerà equale alla differentia che ſerà fra il paralellogrammo,e,f, & lo triangolo,c, onde deſcriuendo la ſuperficie,b, (per la ſeteſima ſetta de queſto) ſimile alla ſuperficie,d, & equale al quadrato della,g,l, ſe harà lo intento ſuo, anchor biſogna notare che doue che il teſto della ſopraſcritta propoſitione dice propoſta una ſuperficie trilatera, nella ſeconda tradottione dice, una figura rectilinea, cioè è propoſitione piu generale & ſe conclude per li medeſimi modi & mezzi di ſopra detti.

Problema. 9. Propoſitione. 29.

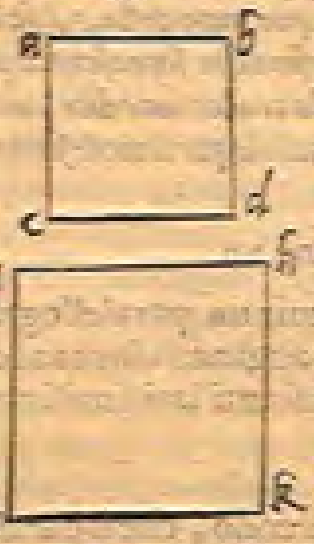
28/29 Sopra una data retta linea puotemo conſtituir un paralellogrammo equale a una data ſuperficie trilatera el qual aggiunga ſopra al compimẽto della data linea una ſuperficie de equidiſtanti lati ſimili a una ſuperficie de equidiſtanti lati.

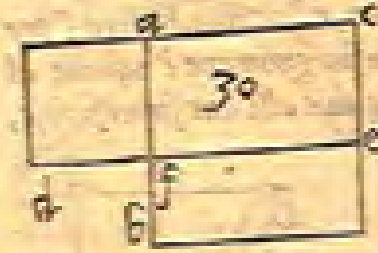
Quella propoſition in pratica de numeri (uolendo, che'l paralellogrammo. d. ſia quadrato) non uuol dir altro, che di ſaper aggiongere una linea tale, che il ☐ di quella inſieme con il dutto di quella nella. a.b. faccia la quantità del triãgolo. c. che con algebra facilmẽte ſi farà.



Sia come prima la data linea,a,b, & dato lo triangolo,c, & dato lo paralellogrammo,d, uoglio ſopra la linea.a,b, conſtituire uno paralellogrammo equale allo triangolo,c, el quale aggiunga eser che ſoprabenda a tutta la linea,a,b, uno paralellogrammo ſimile al.d. diuido la linea,a,b, in due parti equali in punto,e, & ſopra,e,b, metrò di quella, facio lo paralellogrammo,e,f, ſimile al.d, ſecondo che inſegna la ſeteſima di queſto, e ſecondo la dottrina della ſeteſima ſetta di queſto faccio lo paralellogrammo.k.l. (del quale lo diametro,e,g,b,) ſimile al.d, & equale alle due ſuperficie,e,f, & f, & ſerà (per la ſeteſima prima di queſto). k.l. ſimile, al.e.f. ſopraposta adonque la ſuperficie.k.l. alla ſuperficie.e.f. talmente che ambedue communicano in lo angolo.g. ſerà (per la ſeteſima quarta di queſto) la ſuperficie.e.f. ſimile intorno al diametro della ſuperficie.K.L. onde il punto.b. è in lo diametro.g,b, compirò adonque lo paralelogrammo,a,b, el qual dico eſſer quello che è ſta propoſto. La qual coſa è manifeſta protratta la linea.f,b, fina al.m, & la linea,e,b, fin al.n. perche (per la prima de queſto &

sio parallelogrammo .d. fusse rettangolo & che la longhezza di quello fusse doppia alla largheza. & uolendo concludere il soprascritto problema dico che descriuendo sopra la mità della data linea .a.b. (cioè sopra .b.e.) uno parallelogrammo simile al .d. & ponendo la detta linea .b.e. per longhezza di quello, seria impossibile a concludere tal problema (per la precedente propositione) perche essendo la sua longhezza la linea .b.e. laquale è piedi sei (dal presupposito) la sua largheza bisognaria essere piedi tre douendo essere simile al .d. onde l'area sua seria a essere dieciotto laquale seria minore di quella del triangolo .c. laquale è uintidoi (dal presupposito) ma ponendo la detta linea .b.e. per largheza del detto parallelogrammo bē si potrà concludere tal problema, perche essendo la sua largheza piedi sei la sua longhezza bisognaria esser piedi dudeci (douendo esser simile al .d.) onde l'area sua seria essere piedi settanta dui superficiali, laqual seria molto maggiore de l'area del dato triangolo .c. come si conuiene, & concludendo tal problema per li modi detti disopra la superficie .b. seria a esser cinquanta cioè longe piedi dieci & larga cinque perche .k. seria etiam ma a esser per piedi cinque, & .k.m. piedi dieci? & perche .e.m. è equale al .e.l. per la trigesima quarta del primo) seguria che .a.m. seria piedi undeci & .m.p. seria a restar piedi dui & l'area del parallelogrammo .a.p. seria esser uintidoi che seria equale all'area del triangolo .c. si come fu proposto di fare, e però in la resolutione di tal problemi (uolendo concludere rettamente) bisogna che il parallelogrammo che se descriue sopra la mitta della linea data, non solum sia simile al dato, ma bisogna che sia etiam similmente posto, altramente la conclusione seria falsa massime quando il dato parallelogrammo fusse de dui lati inequali, anchora bisogna aduertire se ben ho essemplificato al soprascritto problema con numeri (laqual cosa ho fatto per far conoscere sotto breuità la mutatione, che è da una descrittione all'altra) mentedimeno uolendo procedere rettamente bisogna ratiocinar & concludere ogni cosa geometrice, si come si mostra in lo comento, alcun potria dire come saperò io realmente geometrice (nel concludere tal problema, et altri simili) che la superficie .e.f. descritta sopra la mità della linea .a.b. (cioè sopra la .b.e.) sia maggiore, uero minore, uero equale triangolo .c. & se serà maggiore (come se presuppone) come saprò io ter realmente la ter differenza per formare la superficie .b. simile alla superficie parallelogramma .d. atento che l'Autor sin hora non mi pare che ne habbia proposto ne mostrato una tal propositione, io rispondo che tal cosa si saprà descriuendo (per la ultima del secondo) un quadrato equal al triangolo .c. (qual poniamo che sia il quadrato .a.b.c.d.) & similmente un altro che sia equale al parallelogrammo .e.f. (qual poniamo che'l sia il quadrato .g. b. i. k. hor dico se'l lato .g.b. serà maggiore del lato .a.b. (per comune scientia) il quadrato .g.b.i. serà maggiore del quadrato.





sima sesta di questo) farò la superficie k.l. simile al.d. & equale al detto quadrato & seguir come di sopra, ancora bisogna notare che dove che el resto della sopra scritta propositione, dice equale a una superficie triangolare, nella seconda traduttione dice equale a uno dato rectilineo, laqual propositione è piu generale della soprascritta, e se conclude per il modo che dice lo esposito re della soprascritta.

Problema. 10. Propositione. 30.

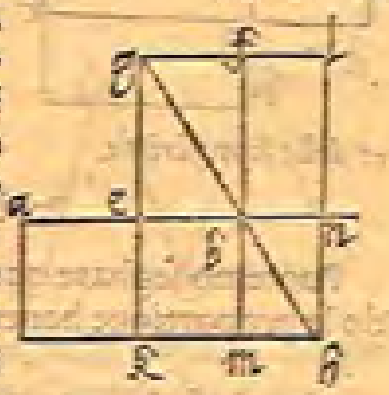
29/30 Puotemo seghare qualunque proposta retta linea terminata secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi.

Sia proposta la linea.a.b. laqual voglio dividere secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estrema sopra quella descriverò el quadrato.b.c. & el lato.a.c. de quello aggiungo (secondo che insegna la passata) lo parallelogrammo.c.d. equale al quadrato.b.c. elquale aggionge, overo soprananci al compimento della linea.a.c. lo parallelogrammo.a.d. elqual sia simile al.b.c. e sia lo lato del parallelogrammo.c.d. che equalista al lato.a.c. lo.d.c. & segbi la linea.a.b. in ponto.f. dico la linea.a.b. essere divisa in ponto.f. come era proposto perche.a.d. è quadrato per questa causa che quello è simile al.b.c. onde lo lato.a.f. è equale al.f.d. & lo lato.f.e. è equale al.a.b. per questo che egliè equale al.a.c. (per la trigesima quarta del primo) & perche.c.d. è equale al.b.f. levando via l'uno e l'altro lo.c.b. serà lo.a.d. equale al.e.b. & l'angolo.f. de l'uno all'angolo.f. dell'altro adonque (per la quartadecima di questo) li lati soto mutai adonque del.e.f. al.f.d. serà si come del.a.f. al.f.b. & perche lo.e.f. è equale al.a.b. & lo.f.d. al.a.f. serà del.a.b. al.a.f. si come del.a.f. al.f.b. adonque per la diffinitione è divisa come se propone, el medesmo anchora puo esser demostrato (per la undecima del secondo) perche essendo divisa la.a.b. in ponto.f. secondo che insegna la undecima del secondo) & sia la superficie.e.b. quella che è contenuta sotto la tutta la.a.b. & alla parte.f.b. de quella cioè che la.a.f. sia equale al.a.b. & a.a.d. sia il quadrato de.a.f. adonque (per la predetta undecima del secondo) la.e.b. è equale al.a.d. Quello che resta a mostrare come prima (per la quartadecima di questo) nuer in questo modo concio sia cosa che la.a.b. sia divisa in ponto.f. secondo che insegna la undecima del secondo, quello che se fatto della.a.b. prima in la.f.b. terza è equale al quadrato della.a.f. seconda adonque (per la seconda parte della decima settima di questo) la proportione della.a.b. prima alla.a.f. seconda è si come della.a.f. seconda alla.f.b. terza è per tanto la.a.b. (per la diffinitione) è divisa come se prepone.

Theorema. 11. Propositione. 31.

30/32 Se seranno duoi triangoli collituati sopra uno angolo di quali li duoi lati

sto & per trigesima sesta del primo) a,K, è equal al,k, b, & però (per la 43. del primo) e ancbora equale al, n, f. giunto adunque all'uno, e l'altro, e,b, serà (per comenna sientia) a.b. equale al gnomone.e.b.f. ma questo gnomone è equale al triangolo,c, perche lo parallelogrammo, k, l, è stato posto equale alle due superficie, f, & e.f. adunque lo parallelogrammo, a, b, è equale al, c, & aggiunge al compimento della linea.a.b. lo parallellogrammo,m,n, equale (per la vigesimaterza & vigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo d. per laqual cosa è manifesto essere perfetto quello che volemo, ponemo ancbora a una data linea aggiungere uno parallelogrammo equale non solamente a una proposta superficie trilatera, ma a qualunque proposta figura rettilinea, (sia come si voglia) alquale manchi e compere la data linea una superficie simile a una proposta superficie de equidistanti lati, si come insegna la precedente, osservata la condition di quella, acciò non sia lavorato all'impossibile (per la avanti alla precedente) ovvero che la aggiunga al compimento della linea una superficie de equidistanti lati simile a una superficie proposta, si come propone la presente conclusione, perche la proposta superficie (allaqual debbe esser agiunto a una data retta linea un parallelogrammo equale elqual aggiunga over diminuisca al cõpimẽto della linea un parallelogrãmo simile a un dato parallelogrammo) resolvemo in triangoli & per mezo di quelli descrivemo una superficie de equidistanti lati equal alla total superficie proposta, & se avrai saper il modo da far questo ricorri alla vigesima sesta di questo, dapoi sopra il doppio della basa de quella costruemo uno triangolo de equal alterezza il qual se diligentemente risguardarai la quadragesima prima del primo tal trovarai essere equal al parallelogrammo avanti designato per laqual cosa & alla superficie proposta adunque se tu aggiungerai alla data linea uno parallelogrammo equal a questo triangolo il qual aggiunga al compimento della linea over minuisca un parallelogrammo simile al dato parallelogrammo secondo che insegna questa e la precedente, tu non dubitarai haver perfettamẽte compito quello che era al proposito.



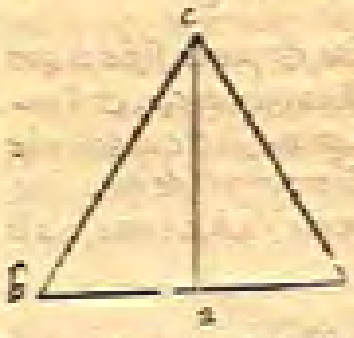


Il Traduttore.

Per far lo parallellogrammo. k. l. che sia equale al triangolo. c. & al parallellogrammo.e.f. prima descriverò (per la ultima del secondo) uno quadrato equale al triangolo, c, & un'altro equale al parallellogrammo, e, f, dapoi formarò uno triangolo ortogonio che li duoi lati che contiene l'angolo retto l'uno sia equale al lato dell'uno de detti duoi quadrati; & l'altro sia equale all'altro lato dapoi sopra il lato opposito al angolo retto, descriverò uno quadrato iguale per la penultima del primo serà equale a quelli duoi quadrati, & consequentemente serà equale al triangolo,c, & alla superficie, e, f, dapoi (per la vigesima & vige-

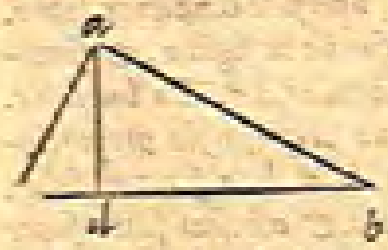


terza (per lo medesimo correlario) onde per la conuersa proportionalità della superficie, a, c, alla superficie, c, b, serà si come della, c, d, alla, c, b, & similmente della superficie, a, b, alla superficie, b, c, si come della, b, d, alla, b, c, & sia posta la superficie. a. c. prima, & la, c, b, seconda & la linea, c, d, terza & la, c, b, quarta & la superficie, a, b, quinta & la linea, d, b, sesta & sia arguito (per la trigesima quarta del quinto) che la proportione della superficie constituta sopra la, b, c, alle due superficie constituite sopra della, a, c, & , a, b, insieme e cosi come della linea. b. c. alle due linee, c, d, & , d, b, insieme perche adonque la linea, b, c, è equale alle due linee, c, d, & , d, b, tolte insieme serà la superficie constituita sopra la, b, c, equale alle due superficie constituite sopra la, e, & , a, b, tolte insieme che è il proposito, anchor possemo facilmente, dimostrar la conuersa di questa, per il modo della dimostration della vltima del primo, e sia esempli gratia, il triangolo, a, b, c, & sia la superficie constituita sopra, b, c, equale alle due superficie constituite sopra le due linee, a, b, & , a, c, a se simile dico che l'angolo, a, è retto, & per dimostrare questo porrò lo angolo, c, a, d, retto & la linea. a. d. equal alla linea. a. b. e c. laudo la superficie triangolare, (dutta la linea, d, c,) e serà (per questa trigesima seconda) la superficie constituita sopra alla linea, c, d, equal alle due constituite sopra le due linee. a. c. & . a. d. simile a se onde etiam alla constituta sopra la. b. c. simile a se, perche questa è sta posta equale alle due constituite sopra, a, b. et, a, c, simile a se, serà adonque la linea, b, c, equal alla, c, d, onde (per la ottava del primo) l'angolo, a, è retto che è il proposito.

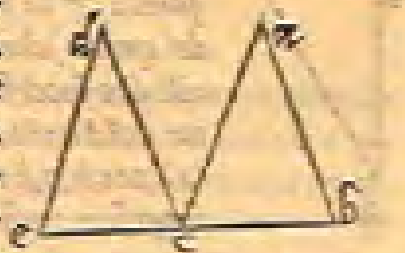


A demostrar altramente la soprascritta. Propositione. 32.

Perche (per lo primo correlario della decimanona di questo) le simile figure sono in doppia proportione della simile proportione de lati, adonque la superficie laterata che è descritta sopra. b c. a quella che è descritta sopra. b. a. ha doppia proportione che la linea. b. c. alla linea. b. a. & lo quadrato fatto sopra alla linea. c. b. al quadrato fatto sopra alla linea. b. a. ha similmẽte doppia porportion che la. c. b alla. b. a. adõque si come la superficie laterata che fatta sopra la. c. b. a quella che fatta sopra la. b. a. cosi è il quadrato fatto sopra la. c. b. al quadrato fatto sopra la. b. a. per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la. b. c. a. quella che è fatta sopra la. c. a. cosi è il quadrato descritto sopra la. b. c. al quadrato descritto sopra la. c. a. per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la. b. c. alle due descritte sopra. b. a. & a. c. poste insieme cosi serà il quadrato descritto sopra la. b. c alli



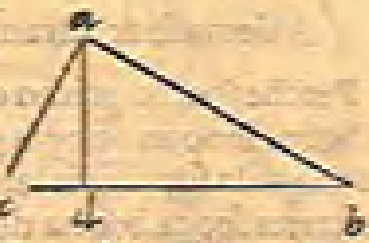
lati che cõtengono quell'angolo alli altri duoi lati de quelli sieno equi distanti, & sieno quelli quatro lati, referti secondo la equidistantia, proportionali quelli duoi triangoli è necessario esser constituti sopra una retta linea.



Siano li duoi triangoli.a.b.c.& d.c.e.constituiti sopra l'angolo.c.& sia a.c.equidistanti al.d.e. & d.c. al.a.b. & sia la proportione del.a.c. al.d.e. si come del.a.b. al.d.c. dico che le due base de quelli (cioè.b.c. & c.e.) sono una sol linea, perche lo angolo.a.è equale all'angolo.d.(perche l'uno e l'altro de quelli è equale all'angolo.a.c.d.) (per la prima parte della trigesima nona dello primo) adonque (per lo presente presupposito, & per la sesta di questo) essi triangoli sono equiangoli, & l'angolo.b.è equale all'angolo.d.c.e, & l'angolo.a.c.b. all'angolo.e. onde (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono al.c. sono equali a duoi retti perche essi se equagliano alli tre angoli de qual si voglia di duoi triangoli, adunque (per la quartadecima del primo) la.b.c.è una sola linea, che è il proposito.

Theorema.22. Propositione.32.

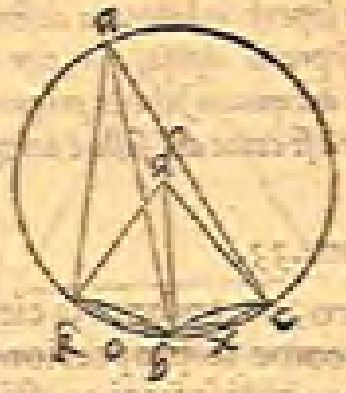
31 / 31 In ogni triangolo rettangolo, la superficie laterata descritta sopra il lato che sottotende all'angolo retto, equal alle superficie descritte sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, insieme prese quãdo seranno simili a quella in lineatione & creatione.

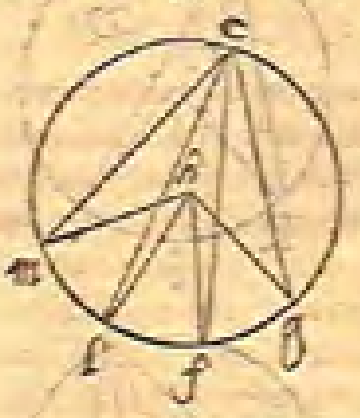


Quello che propone la penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del sesto propone de tutte le superficie simili, onde questa è tanto più universale de quella, quanto che è la superficie laterata del quadrato, e per tanto sia lo triangolo rettangolo.a.b.c. delquale all'angolo.a. sia retto, dice che la superficie constituta sopra lo lato.b.c.è equale alle due superficie constituite sopra.a.b. & a.c. quando che tutte tre le superficie seranno simile in figura, & similmente posse, & per dimostrar questo tirarò le perpendicular.a.d. alla linea.b.c. & serà (per la seconda parte del correlario della ottava di questo) la proportione del lato.b.c. al.c.a. si come del.c.a. al.d.c. & del.c.b. al.b.a. si come del.b.a. al.d.b. adonque se sopra cadauna delle tre linee.b.c.c.a. & a.b. sian fatte superficie simile in lineatione & sito serà (per lo secondo Correlario della decima nona de questo) la proportione della superficie constituta sopra la.b.c. prima alla constituta sopra la.c.a. seconda, si come della.b.c. prima alla.d.c. terza, & similmente della medesima superficie constituta sopra la.b.c. prima alla constituta sopra la.a.b. seconda si come della.b.c. prima alla.d.b.

c,e, similmente si come l'arco,m,g, è multiplice dell'arco,f,g, così è l'angolo,m,b,g, dell'angolo,f,b,g, & l'angolo,m,e,g, dell'angolo,f,e,g, & se l'arco,k,c, è equale all'arco,m,g, l'angolo,k,d,c, è equale all'angolo,m,b,g, & l'angolo,k,e,c, all'angolo,m,e,g, & se è maggior maggiore, & se è minor minore (per la vigesima settima del terzo) adonque (per la diffinitione della discontinua proportionalità) la proportione dell'arco,b,c, all'arco,f,g, è si come dell'angolo,b,d,c, all'angolo,f,b,g, & si come l'angolo,b,e,c, all'angolo,f,e, che è il proposito. quel medesimo intende in uno medesimo cerchio.

Dico anchora che si come l'arco,b,c, all'arco,f,g, così è lo settore,d,b,c, al settore,b,f,g, siano legati insieme,b,c, & b,k, & pigliati sopra li archi,b,c, & b,k, li punti,x,o, & siano legati,b,x: x,c: b,o, & o,k, & perche (per la diffinitione del cerchio) le due linee,b,d, & d,c, son equali alle due, b,d, & d,k, & comprehendono equali angoli adonque (per la quarta del primo) La basa,b,c, alla basa,b,k, è equale, & lo triangolo,d,b,c, al triangolo,d,b,k, è equale & perche l'archo,b,c, è equale all'arco,b,k, adonque & la restante circonferentia (laqual è in tutto il cerchio,a,b,c, è equal alla restante circonferentia laqual è in tutto lo medesimo cerchio,a,b,c, per laqual cosa & l'angolo,b,x,c, (per la vigesima settima del terzo) è equale all'angolo,b,o,k, adonque (per la duodecima diffinitione del terzo) la portione,b,x,c, è simile alla portione,b,o,k, & sono sopra le linee,b,c, & b,k, equale, & le portioni di cerchij simile, descritte sopra equale linee (per la vigesima quarta del terzo) sono fra loro equale adonque la portione,b,x,c, è equale alla portione,b,o,k, & lo triangolo,d,b,c, è equale al triangolo,d,b,k, adonque tutto lo settore,d,b,c, è equale a tutto lo settore,d,b,k, & per la medesima causa & li settori,b,g,f: b,f,k, & b,k,m, sono fra loro equali, adonque si come che l'arco,c,k, è multiplice dell'arco,b,c, così è lo settore,d,k,c, del settore,d,b,c, & per questa causa si come che l'arco,m,g, è multiplice dell'arco,f,g, così è lo settore,b,g,m, del settore,b,g,f, ma se l'arco,k,c, è equale all'arco,m,g, & lo settore,d,c,k, è equale allo settore,b,m,g, & se è maggiore, maggiore, & se minore, minore, onde alle quattro ritrouate magnitudine, cioè alli dui archi,b,c, & f,g, & alli dui settori,d,b,c, & b,f,g, sono pigliati li multiplici equalmente de esso archo,b,c, & de esso settore,d,b,c, & questo è l'arco,k,c, & lo settore,d,k,c, & del arco,f,g, & del settore,b,g,f, l'arco,m,g, & lo settore,b,m,g, & è stato demostrato che se l'arco,k,c, excede esso arco,m,g, anchora & lo settore,d,k,c, excede esso settore,b,g,m, & se è equale,





duoi quadrati descritti sopra la.b.a.&.a.c.ma il quadrato descritto sopra la.b.c.è equale per la penultima del primo, a quelli duoi quadrati descritti sopra le dette due linee.b.a &.a.c.adonque la superficie laterata descritta sopra la.b.c.è equal a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee.b.a.&.a.c.che è il proposito.

Il Tradottore.

La soprascritta demostratione se verifica mediente le conuersa proportionalità & la xxxiiii. del quinto, ponendo la superficie laterata descritta sopra la, b, a, per il primo termine della proportione & quella che è descritta sopra, b, c, per il secondo & lo quadrato descritto sopra la detta, a, b, per il terzo, & quello che è descritto sopra la, b, c, per il quarto, & la superficie laterata descritta sopra la, a, c, per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta, a, c, per il sesto, & poi se conclude (per la detta xxxiiii. del quinto) che la proportione del primo & quinto (tolti insieme) al secondo serà si come del sesto è terzo (tolti insieme) al quarto.

Theorema.xxii. Propositione.33.

32 / 33 Se in cerchii equali stiano angoli sopra il centro, ouero sopra la circonferentia, la proportione delli angoli serà si come la proportione delli archi, che riceueno quelli angoli & similmente li settori constituti alli centri.



Siano li cerchii.a.b.c. (il centro dilquale sia.d.) & .e.f.g. (il centro del quale sia.h. (equali, sopra li centri di quali siano fatti li duoi angoli.b.d.c. & f.h.g. & sopra le circonferentie de quelli altri duoi, li quali sieno, b.a.c. & f.e.g. dico che la proportione delli angoli si de quelli che sono sopra li centri come de quelli che sono sopra le circonferentie è si come l'arco. b.c. all'arco.f.g. et altra di questo si come lo settor.d.b.c. al settor.h.f.g. & per dimostrar questo continuerò in quelli duoi altri archi equali, ouero secondo un medesimo numero, ouero secondo diuerso. & sia l'archo.K.b. equale al.b.c. & l'uno & l'altro di duoi archi.l.m. & .f.l.equale al.f.g. & produrò le linee.k.d.K.a.m.b.l.b.m.e. & l.e. & (per la xxvii. del terzo) li angoli che sono al.d, seranno fra loro equali similmente anchora quelli che sono al.h. seranno fra loro equali. Q uel medesimo anchora de quelli che sono al.a. & de quelli che sono.al.e. Adonque si come l'arco.k.c.è multiplice del-

l'arco.b.c, cosi è l'angolo.k.d.c. dell angolo.b.d.c. & l'angolo.k.a.c.dell'angolo.b.

ma inquanto al numero sono equale perche niun di loro e piu di uno, alla similitudine d'un bone e d'una pecora che in quanto al numero sono equale perche cadauno di loro e uno, & niun di loro e piu di uno ma inquanto alla magnitudine, ouero grandezza senza dubio il bone e maggiore della pecora & cosi un ducato e maggior d'un soldo.

Diffinitione. 2.

2/2 El numero è una multitudine composta de unitade.

Il Tradottore.

Qui ne l'Autore ne da a conoscere qualmente il numero non è altro che una cohadunatione, ouer multitudine di unitade insieme aggregate, lequale unitade se le seranno disgregate fanno multitudine, se anche le seranno continue in materia fanno magnitudine, per laqual cosa fra le unitade della quantità discreta e le unitade della quantità continua subsistenti in materia non gli è differentia alcuna, perocche quelle sono disgregate e queste continue, onde il genere continuo non è se non in el discreto, perche l'intelletto della continuità non è in el continuo se non per continuatione de disgregati, e cosi per questo è necessario che la quantità continua non assuma in sostantia se non per le unitade, certamente quando haurai signato la parte della quantità e le necessario che la sia uno, ouer piu (come fu detto) ma ogni pluralitade (come è detto) si è dalle unitade onde appertamente ne da intendere, che la quãtità cosi discreta come continua hanno una sola radice, però che sono composite d'una sola cosa.

Diffinitione. 3.

3/0 L'ordine naturale de numeri se dice quello in loquale la computatione de quelli fatta secondo che è lo aggiungimento della unità.

Il Tradottore.

Come questo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. & cosi procedendo, e questo ordine è detto naturale, perche etiam nel numerare le cose naturalmente procedemo, secondo tal ordine, cioè dicendo, uno, e duoi, e tre, e quattro &c.

Diffinitione. 4.

4/0 La differentia di numeri, se dice quel numero inelquale el maggiore abunda sopra il minore.

Il Tradottore.

Questa diffinitione da se è manifesta perche communamente cadauno sa quello che lei dice, perche cadauno saperia dire, che la differentia di 5. a 3. è duoi, & cosi de. 12. a 7. che la è. 5. & da. 20. a 13. che la è. 7. & cosi nelli altri.

Diff-

le, equale, & se manca, manca, adonque (per la conuersione della settima diffinitione del quinto) si come l'arco. b. c. all'arco. f. g. così è lo settore. d. b. c. al settore. b. g. f.

Correllario.

o Er è manifesto, che si come lo settore, al settore, così è l'angolo al-
33 l'angolo.

IL FINE DEL SESTO LIBRO.

LIBRO SETTIMO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 La unità è ciascuna cosa dalla qual uien detto una.
1

Il Traduttore.



VIVE l'Autor ne diffinisse la fontana, ouero matre & origine de numeri, et principio & fine de tutte le cose, che è la unitade, & dice che la unitade è cadauna cosa che se dice, una, ouero uno (perche è maschio è femina) dalla qual unità de ogni cosa se crea, et sola è semenza de tutti li numeri (come detto di sopra) lei sola è causa della misura, lei sola è causa delli incrementi e delli detrimenti, liquali in ogni loco è uno, & in ogni loco è parte, perche tutte le cose appetiscono in tanto la unitade, che non solamente una semplice et sola cosa uol esser detta una, ma etiã quelle cose che sono molte uogliono esser dette una, ouero uno, exempli gratia diece cose uogliono esser dette una decena, & così. 100. uno centenaro. 1000. uno mezaro, & così discorrendo in tutte le cose numerabile se troueràe che giunto a un certo termine le molte cose piccole se restringono in una unità grande, exempli gratia parlando naturalmente dodeci denari fanno un soldo, uenti soldi fanno una libra il medesimo seguita nelli pesi & nelle misure, anchora dico che non solamente le molte cose uogliono essere dette una, ouer uno, ma etiam le parti de una cosa uogliono essere dette una, ouero uno, ouer piu di uno, exempli gratia la metà di una cosa uol essere detta uno mezzo, ouero una mezza & similmente un terzo d'una cosa uol essere detto uno terzo, & li dui terzi uol essere detti dui terzi & così uno quarto, dui quarti, tre quarti, un quinto, dui quinti & cetera. per laqual cosa seguita che ogni cosa che è in rerum natura o che le uno, ouer che le piu di uno, & in niuna cosa può essere meno di uno perche il meno di uno è niente, uero è che uno integro in quanto alla grandezza è maggiore della metà, ouero d'un terzo di quello, perche ogni tutto è maggiore della sua parte,

ma

misuri over numeri il detto.24.perche il detto.5.non si puo multiplicar per alcun numero che faccia.24.ne similmente.7.ne.9.ne.10.ma si il.12.perche multiplicato per.2.fa pur.24 & cosi si deue intendere in ogni altra qualità de numeri. & bisogna notare che tanto è a dire un numero numera uno altro quanto che un numero misura un'altro. uero è che parlando de numeri è piu conueniente a dire numerare perche piu uocabulo de aritmetico ma parlando de quantità continue è piu conueniente a dire misurare per esser uocabolo piu geometrico.

Diffinitione. 8.

12 / 34 Il numero minore è parte dil maggiore, quando che il minore numera il maggiore, & quello che uien numerato se chiama multiplice al numerante ma quando che il minore non numera il maggiore, il minore è parti del maggiore.

Il tradottore.

Questa diffinition è quasi simile alla prima del quinto, ma quella del quinto è per la quantità continua & questa è per la discretta, lo essempio di questa è questo che.8.è parte de.24.perche il detto.8.numera il detto.24.& quello.24.è chiamato multiplice del detto.8.(sua parte) è cosi il.3.& similmente il.4.è il.6.è parte de.24.per la medesima ragione, & il detto.24.se chiama multiplice di ciascun di loro, ma ne.5.ne.7.ne.9.e parte del detto.24.ne etiã il.24.se chiama multiplice de alcun di loro, ma quando che il minore non numera il maggiore el detto minore non è piu parte del maggiore come è detto ma ben è parti come uerbi gratia.4.non è parte de.6.(per la prima parte di questa diffinitione) ma ben è parti del detto.6.cioè è li dui terzi di quello & nota che questa ultima particula è solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 9.

13 / 0 Denominante e quel numero secondo ilquale la parte uien tolta in lo suo tutto.

Il Tradottore.

Verbi gratia.8.è parte de.24.& lo denominator di questa parte.è.3.ilquale.3.masse dal numero delle uolte che la detta parte(cioè.8.) intra nel suo tutto(cioè in.24.)lequale sono tre onde diremo che.8.è il terzo over la terza parte del.24. & cosi.4.sera lo dominante la parte che è.6.de.24.perche la detta parte(cioè.6.intra.4.uolte in el suo tutto(cioè in.24.)e però diremo che il.6.è un quarto, over la quarta parte de.24.& cosi si debbe intendere in ogni altro numero.anchora bisogna notare che quelli uocabuli che usiamo in proferir le parti se togliemo dalli numeri denominati, uerbi gratia la metà, over mezzo uien detto da.2.un terzo da.3.un quarto da quatro un quinto da cinque & cosi discorrendo.

Diffi-

Diffinitione. 5.

9 / 6 Quel numero se dice esser multiplicato per un'altro, ilquale si è assunato tante volte, quante unità è in lo multiplicante.

Il Tradottore.

Per questa diffinitione se manifesta qualmente l'multiplicare non è altro in sostantia che il sommare abenche in atto paiano diuersi & molti mal esperti del multiplicare se seruano del sommare in le sue occorentie, verbe gratia occorrendogli a multiplicare (poniamo) 5. fia. 26. lor metteranno quel ditto sei cinque volte, cioè l'uno sotto all'altro (come appar in margine) & poi lo assumeranno insieme secondo l'atto del sommare & cosi haueranno multiplicato il detto ditto sei per cinque per hauerlo assumato, ouero tolto tante volte quante sono le unità del multiplicante è questo e quello che se uol inferire, alcũ potria imputare de audacia per hauer io pretertito in queste diffinitioni l'ordine della tradottione del Campano ilqual mette in questo loco la diffinitione de numeri primi in li. 3. seguenti quella di compositi & quella di contra se prime & quella de communicanti, lequale da noi sono state poste in fine, io rispondo che tal suo ordine mi par corretto & non credo che Euclide cosi le affettasse, la ragione è questa, come intenderà uno nume di quelle quattro diffinitioni (da noi poste in fine) se prima el non ha notitia come se intenda un numero misurare un'altro laqual cosa se diffinisse in la seguente settima diffinition, ne etiã la detta settima diffinitione se prima el non ha notitia che cosa sia multiplicare uno numero per un'altro laqual cosa se diffinisse in questa quinta, adhoque quelle debbeno esser posposte a queste che cosi è il costume di Euclide.

26
26
26
26
Somma 130. ouer 5 ditto.

Diffinitione. 6.

10 / 0 Et quello che cresce dalla multiplicatione de quelli se dice produtto.

Il Tradottore.

Abenche questa diffinitione si ponga diffiunta, la si die intendere continuata alla precedente, successiuamente, perche in questa si conclude che quello accresciuto che resulta della multiplicatione de quelli duoi numeri (detti in la precedente) se dice produtto.

51 / 0

Diffinitione. 7.

51 / 0 Vn numero se dice numerare un'altro, ilquale multiplicato secondo alcun numero produce quel medesimo.

Il Tradottore.

Verbi gratia dirasse che 8. numera 24. perche multiplicato il detto 8. per 3. produce quel 24. & similmente se dirà che 6. misura ouero numera il medesimo 24. perche multiplicato il detto 6. per 4. produce esso 24. ma il non se dirà che 5.

misuri

Il Traduttore.

Quiui l'Autore ne dissuase donde se piglia il nome delle proportioni de numeri secondo li duoi modi, che si puol far la comparatione, cioè comparando il numero minore al numero maggior, ouer comparando il maggior al minor & dice che la proportion d'un numero minor a un numero maggior se dice in quella parte, ouer parti che il detto numero minore è del maggiore, exempli gratia, la proportione di 6. a 12. se dice esser il mezzo ouero la mitade, & perche tal parte se dipinge in questo modo $\frac{1}{2}$ Boetio Seuerino chiama tal specie di proportione subdupla per esser il numero di sotto la virgula duplo a quel di sopra, & cosi la proportione di 4 a 12. secondo Euclide diraßi esser il terzo, & secondo Boetio, subtripla, & cosi da 3. a. 12. secondo Euclide diraßi esser il quarto & secondo Boetio, subquadrupla & cosi discorrendo in le altre specie di parti cioè quelle, che secondo Euclide se dirà esser uno quinto ouer un sesto, ouer un settimo, ouer un ottauo, &c. secondo Boetio se dirà sub quincupla, sub sexupla, sub settupla, sub ottupla, &c. similmente la proportione di 8. a 12. secondo Euclide se dirà esser duoi terzi, ma secondo Boetio tal specie di proportione se dirà subsexquialtera, perche il numero sotto alla virgula contien una uolta & mezza quel di sopra & cosi la proportione di 9. a 12. secondo Euclide se dirà esser tre quarti & secondo Boetio se dirà sub sesquitertia, & cosi quelle secondo Euclide se diran essere $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ &c. secondo Boetio se diran sub sexquiquarta, sub sexquiquinta, sub sexquisestia et cosi discorrendo in le altre specie de parti, ma quando che la comparatione se fa d'uno numero maggiore a un minore dice l'Autor che tal proportioni se dice in quello numero secondo il qual, il numero maggiore contien il minore, & parte ouero parti di quello, exempli gratia la proportione di. 24. a. 12. secondo Euclide se dirà essere. 2. cioè duoi tali come. 12. cioè che il 24. contiene due uolte il 12. & secondo Boetio se dirà proportione dupla, & tal specie di proportione secondo Boetio & altri se depinge cosi $\frac{2}{1}$ laqualcosa non uol dire altro che duoi integri comparati a uno & cosi la proportion di. 24. a 8. secondo Euclide se dirà esser 3. cioè che. 24. è tre tali come. 8. ouero che. 24. contien. 3. uolte. 8. ma secondo Boetio se dirà tripla, & dipingesi cosi $\frac{3}{1}$ & cosi quelle, che secondo Euclide se denominarono da. 4. 5. 6. &c. secondo Baetio se diran quadrupla, quincupla, sexupla & cosi discorrendo similmente la proportione di. 24. 16. secondo Euclide se dirà esser uno e mezzo, perche il numero maggior contiene il minore una uolta & mezza: ma tal proportione secondo Boetio se dirà sexqualtera, & cosi la proportione de. 24. a. 18. secondo Euclide se dirà esser uno & un terzo, & secondo Boetio se dirà sexquitertia & cosi quelle proportioni che secondo Euclide se denominarono da un & un quarto, da un & un quinto da un & un sesto, secondo Boetio se diran sexquiquarta sexquiquinta, sexquisestia, & cosi discorrendo. & similmente la proportione da. 10. a. 6. secondo Euclide se dirà esser un e duoi terzi & quella da. 14. a. 8. se dirà esser un e tre quarti ma secondo Boetio la prima se dirà superbipartiés La seconda supertripartiens & cosi discorrendo in le altre simile anchora la proportione

Diffinitione. 10.

14/0 Quelle parti sono dette simile, lequali sono denominate da uno medesimo numero.

Il Tradottore.

Essempio, tal parte, ouero simil parte se dirà esser .3. di 12. qual è .8. di 32. perche l'una e l'altra è denominata da uno medemo numero che 4. cioè che cadauna è il quarto del suo tutto similmẽte tal parte se dirà essere .5. de 15. qual è .9. de 27. ouero .8. de 24. perche tutte son denominate da uno medesimo numero che è 3. cioè che cadauna è il terzo del suo tutto.

Diffinitione. 11.

15/0 La prima semplice parte d'un numero è la unità.

Il Tradottore.

Perche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perilche hanno piu parti come esempli gratia il 12. ilquale è misurato da quessi quattro numeri .2. .3. .4. .6. & similmente è misurato dalla unità, adonque cadauno de loro insieme con la unità seria a esser parte del detto .12. perilche el detto .12. haueria .5. specie di parti delle quali la prima semplice parte di quello (& d'altri simili) dice questa diffinitione che è la unità laqual unità seria a esser la dodecima parte di esso .12. e questo è quello che in questa diffinitione se uol referire.

Diffinitione. 12.

16/0 Quando duoi numeri haueranno una parte commuña, tante parti se dice esser il minore del maggiore, quante volte la medesima parte serà in lo minore, de tante quante la medesima parte serà in lo maggiore.

Il Tradottore.

Essempli gratia .18. & 24. hanno piu parti commune, ma la piu grande (che così si debbe intendere) si è il .6. hor dico che (per questa diffinitione) tante parti se dice esser .18. de 24. quante volte è il .6. nel detto .18. cioè quante volte il detto 6. intra, ouer numera il detto 18 (lequale sono 3.) de tante quante il detto 6. serà ouero intrarà nel .24 (le quale sono quattro) per ilche se dirà .18. essere li .3. quarti de .24. & da pratici se dipinge in questo modo ¾.

Diffinitione. 13.

17/0 La proportione d'uno numero minore a uno numero maggiore se dice in quello che lui è parte, ouer parti del detto maggiore, ma del maggiore al minore se dice in quel secondo che il maggiore contiene esso minore e parte, ouer parti di quello.

Il Tra-

pio, ouero il treppio d'ogni specie di proportione (fra numeri) della qual diffinitione (come sopra di quella disse) se apprende solamente il modo di saper dupplicare, ouero treplicare ogni specie di proportione, ouero di sapere sommare insieme solamente due ouero tre proportioni equale, hor in questa soffantia ne diffinisse non solamente come si debba intendere, la multiplicata, ouero il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente per qualunque numero ne pare, & similmente come si debba intendere il componere, ouer sumare insieme piu proportioni equale, ma anchora di sommare generalmente insieme ogni quantità di proportioni siano equale, ouero, inequale perche dice che quando seranno continuate simili, ouer diverse proportion che la proportione del primo al ultimo se debba intendere composta di tutte quelle proportioni intermedie, esempli gratia se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportione del primo al ultimo se dirà quadrupla a quella che serà dal primo al secondo, ouero che la detta proportione del primo al ultimo se dirà essere composto, di tutte quelle intermedie, lequale seranno quattro proportioni, & per esser tutte equale la detta summa serà a essere quattro tale quale è dal primo termine al secondo, il medesmo si debbe intédere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fussino equali ma diverse si perche siano continuate l'una conseguente diverso all'altra & acco meglio se intenda. siano cinque termini de numeri cioè. 24. 16 8. 4. 3. fra lique si sono continuate. 4. specie di proportioni quella che fra il primo e lo secondo è sesquialtera (cioè fra 24. e. 16.) & quella che è del secondo al terzo (cioè fra. 16. e. 8.) è dupla & quella che è dal terzo al quarto (cioè fra. 8. e. 4.) è quadrupla e quella che è dal quarto al quinto (cioè fra. 4. e. 3.) è una sub equialtera, hor dico che la proportione del primo termine al ultimo cioè fra. 24. e. 3. (che è una octupla) se dirà esser composta di tutte quelle quattro specie di proportioni intermedie cioè che lei sola se dirà essere tanto quanto e tutte quelle quattro insieme, il medesmo si dirà in piu termini & in altre specie di proportioni e però che volesse saper che cosa resulta ouer facia una dupla giontta con una tripla quelle siano continuate in tre termini (come si voglia) dapoi tor la proportione del primo al terzo (quale si trouarà esser una sesquipla) & tanto diralle che faccia una dupla giontta con una tripla e cosi saralli in ogni altra specie & quantità di proportioni accadenti in numeri.

Diffinitione. 16.

20 — La domination d'una proportione d'un numero minore a uno nu-
0 mero maggiore se dirà la parte, ouero parti di ello minore, che sono in el maggiore, ma dal maggiore al minore se dirà il tutto, e la parte ouer parti in che il maggiore soprabonda il minore.

Il Traduttore.

In questa l'Autor ne diffinisce quasi il converso della tertiadecima diffinitione perche in quella dice che la proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che il minore è del maggiore, & quiui dice il conuerso,

tione di.5.a.2.secondo Euclide se dirà esser dui e un mezzo & quella di.10 a.3. esser tre e un terzo & quella di.14.a.3.esser quattro e dui terzi & quella che è da.23.a.5.essere quattro è tre quinti la prima dellequal proportioni secondo Boetio se dirà dupla sesquialtera, la seconda tripla sequiterza la terza quadrupla superbipartiens la quarta quadrupla supertripartiens quintas, & cosi si ua procedendo in le altre parti che longo seria a voler dar essempio a cadauna anci dubito di nõ esser ripreso per essermi alquanto discostato dal testo, ma il tutto ho fatto accioche siano intesi tutti li modi & varietade delli vocabuli usitati nel denominare le specie di proportioni de numeri liquali che ben li considera se conformano in sostantia con la diffinitione di Euclide.ideo, &c.

Diffinitione.14.

18/0 Quando seranno quanti numeri si voglia, continuamente proportionali, la proportione del primo al terzo se dirà si come del primo al secondo duplicata, & al quarto treplicata.

Il Tradottore.

Questa diffinitione è simile alle.11.& 12.del quinto, ma quella del quinto parlano in genere delle quantità continue, & questa parla in specialità di numeri, e però lo essempio di quelle se pol accommodar a questa, ma con numeri essempli gratia, siano quattro numeri continuatamente proportionali, & siano in la proportionalità tripla come cinquantaquattro.decimo.sei. & dui. dice l'author che la proportione del primo (che è cinquanta quattro) al terzo che è sei se dirà duplicata a quella che è de.54.a.18.et quella che è dal detto.54.al quarto (cioè al.2.) dice che se dirà treplicata alla medesima che è da 54 a.18.perlche se manifesta il duplicare & treplicare delle portioni, non esser simile al duplicar, & treplicare de numeri perche disopra se vede che il doppio de una tripla non se intende essere sesupla ma una nonupla, & similmente il treppio de una tripla non se intende essere una nonupla anci se intende una sextisettupla come di sopra appare, cioè che la propartione di.54.a.2.sextisettupla & è desta il triplo di quella che è da cinquanta quattro a diciotto d'una tripla, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di proportionalità comprea, & bisogna notare che da questa diffinitione non solamente se apprende il modo di saper duplicare, & treplicare ogni specie di proportione, ma anchora si causa il modo di sapere sommare insieme due, ouero tre proportioni equale, perche in vero (come dissi sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in sostantie non è altro che uno sommare di quantità equale.

Diffinitione. 15.

19/0 Quando seranno continuate medesime, ouero diuerse proportioni, la proportion del primo al ultimo se dirà composta di tutte quelle.

Il Tradottore.

Hauendone l'Autior nella precedente diffinito come si debba intendere il dop

pio,

Il Tradottore.

Esempli gratia, questi duoi numeri. 3. e. 2. se diranno termini, ouero radici della proportione sesqualtera per esser impossibile a poterne trouare duoi altri minor de quelli in la medema proportione sesqualtera, uero è che de maggiori se ne pol trouar infiniti in tal proportione come. 6. e. 4. 9. e. 6. & cosi discorrendo in infinito, & se dicono termine, ouer radici di detta proportione sesqualtera per esser in quelli duoi il principio di tal proportione & da quelli duoi tutti li altri (di tal proportione) deriuano, il medesimo si debbe intendere in altre specie di proportioni.

Diffinitione. 10.

5/12 Numero primo, se dice quello, che della sola unità è misurato.

Il Tradottore.

Si come. 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. & infiniti altri simili liquali sono misurar ouer numerari solamente dalla unitade è per questo cadauno di loro è detto numero primo.

Diffinitione. 11.

6/14 Numero composito se dice quello, che dall'altro numero è misurato.

Il Tradottore.

Si come. 15. il quale per esser misurato dal. 5. ouer dal. 3. se dice numero composito perche il uien a esser composto da tre numeri quinari, ouero da cinque numeri ternari, & cosi si deue intendere ogni altro numero che sia numerato, ouer misurato da qual si uoglia altro da lui diuerso, dico diuerso perche ogni numero è misurato da se medesimo, ouero da uno equale a se medesimo cioè il sette è misurato dal sette una uolta & similmente il. 13. da. 13. & mentedimeno ciascun di loro è numero primo e non composito.

Diffinitione. 12.

7/13 Numeri contra se primi, se dicono quelli che da niun numero, eccetto dalla sola unità, sono numerati.

Il Tradottore.

Esempli gratia considerato. 25. secondo se è numero composito (per la precedente) & similmente. 9. ma comparati questi duoi numeri insieme se diranno contra se primi, perche da niun numero son communamente misurati eccetto che della unitade, cioè che'l non si troua alcuno numero che li misuri ambiduoi. Ben il uero che il ternario numera il. 9. ma quello non numera poi il. 25. & similmente il quinario misura il 25. ma non misura poi il. 9. onde questi duoi numeri cioè. 25. e. 9. et

altri

converſo, cioè che la denominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero maggior ſe dirà la parte ouer parti che eſſo minore del maggiore, eſempli gratia la denominatione della proportione che è da duodeci a uinti quattro è un mezzo e da ſei a deciotto e un terzo e da deciotto a uinti ſette è dui terzi e da duo deci a ſedeci e tre quarti & coſi diſcorrendo in tutti li altri ma la denominatione della proportione del uinti quattro a duodeci (cioè del maggiore al minore) è dui & da deciotto a ſei tre & da uinti ſette a deciotto è uno terzo & da ſedeci a 12. è un e un terzo e da uinti a quattro e cinque è tre quarti & coſi diſcorrendo le quale denominatione ſi trouano tutte partendo lo antecedente per il conſequente, cioè che l'aduenimento di tai partiri ſempre ſerà la denominatione di quel la tal proportione.

Diffinitione. 17.

21 o Le proportioni che hanno una medeſima denomination, ſe dicono ſimile. ouer una, ouer quella medeſima, & quelle che l'hanno maggior ſi dicono maggiore, & minore quelle l'hanno minore.

Il Tradottore.

Eſempli gratia la proportione che è da deciotto uintiquattro ſe dirà eſſer ſimile ouer quella iſteſſa che è da ſei a octo perche hanno una medeſima denomination che è tre quarti ſimilmente quella che è da quarantaquattro, a duodeci ſe dirà eſſer, una ouero ſimile, ouero quella iſteſſa che è da uinti dui a ſei perche, hanno medeſima denomination laquale è tre & dui terzi, ma la proportione che è da none a duodeci ſe dirà maggiore di quella che è da ſedeci a uintiquattro per eſſer la denomination da none a duodeci (laquale è tre quarti) maggior di quella che è da. 16. a. 24. (laqual è dui terzi) & ſimilmente la proportione de. 27. a. 4. ſe dirà eſſer maggior di quella che è da. 22. a. 5. perche la denomination di quella che è da. 17. a. 4. (laquale è ſei tre quarti) è maggiore di quella che è da. 22. a. 5. (laquale è quattro e dui quinti) & è converſo.

Diffinitione. 18.

22 21 Ma li numeri che la proportione de quelli e una ſono detti proportionali.

Il Tradottore.

Eſempli gratia per eſſere la proportione da. 9. a. 3. ſimile a quella che è da. 12. a 4 (per le ragioni dette ne la precedente) li detti quattro numeri ſe diranno proportionali, il medeſimo ſi deue intendere in altre ſpecie di proportioni ſimile.

Diffinitione. 19.

23 o Quelli numeri ſe diconotermini, ouero radice de una proportione. alli quali è impoſsibile eſſere tolte minori in quella medeſima proportione.

che che negasse tal atto il non seria possibile a demostrarlo con ragioni demostratiue, ma perche di questo lo intelletto nostro non può dubitare in cosa alcuna, per essere una cosa notissima al senso, & alla esperientia, tale petitione non si può negare.

Petitione. 2.

2/o Anchora adimandamo che ne sia concesso di poter pigliare un numero maggiore quanto ne pare, di qual si voglia numero.

Il Tradottore.

Esempli gratia se'l fosse uno numero dato (ouer proposto) poniamo. 24. & che'l ne occorresse per qualche nostro negotio a douerne dare uno altro maggiore di lui in una uolta due, ouer piu unità l'Autor similmente adimanda che tal cosa gli sia concessa, laqual per esser al intelletto euidente non si de negare.

Petitione. 3.

3/o Similmente adimandamo che ne sia concesso di poter proceder in infinito l'ordine de numeri.

Il Tradottore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali uno solo (dall'Autore è detto naturale) & questo è quello che fu diffinito in la terza diffinitione, cioè quello che li termini si fanno eccedendo per la unità (come. 1. 2. 3. 4. &c. delli altri alcuni se fanno eccedendo per. 2. come. 1. 3. 5. 7. & cosi procedendo in infinito, alcuni per. 3. come. 1. 4. 7. 10. alcuni per. 4. come. 1. 5. 9. 13. alcuni per. 5. alcuni per. 6. alcuni per. 7. & cosi discorrendo per ogni qualità di numero, alcuni altri si fanno augumentando in qualche specie di multiplicità come in duplo, ouer tripla, ouer in qualunque altra, l'Autor adonque adimanda che gli sia concesso di poter procedere, cioè crescere, ouer allongare l'ordine di numeri in infinito, & ancorche tal cosa se uerifiche in tutti li ordeni detti di sopra, tamen in questa diffinitione si debbe intender del ordine naturale diffinito di sopra in la terza diffinitione, perche dalla cognitione di quello tutti gli altri si approuano perche tutti derivano da quello, laqual cosa per esser euidentemente all'intelletto non si po negare.

Petitione. 4.

4/o Anchora se adimanda che sia concesso niuno numero poter esser diminuito in infinito.

Il Tradottore.

Quiui l'Autor dimanda che gli sia concesso chi uuole numero (per grande che'l sia) poterse diminuire in infinito, perche in uero chi andasse continuamente cauandone solamente una unità finalmente se perueneria alla unità, la-

altri simili che non hanno alcun numero che gli sia communa misura, eccetto che la unitade se dicono contra se primi.

Diffinitione.23.

8/15 Numeri fra loro compositi, ouero communicanti, se dicono quegli liquali altro numero, che la unità li misura, cioè che niun de quegli è l'altro primo.

Il Tradottore.

Esempli gratia.27.e.15.perche il numero ternario (cioè il.3.) numera, ouero misura cadaun de loro se diranno numeri fra lor compositi, ouer communicanti, cioè che niun di loro è primo all'altro (per la precedente diffinitione,) il medesimo si deue intendere in tutti li altri che non sono contra se primi.

Il Tradottore.

Anti che procedamo piu oltra bisogna notare (come disse anchora in el principio del primo libro) qualmente, li primi principij di cadauna scientia, non si conoscono per demostrationi, ne alcuna scientia è tenuta a prouare li suoi primi principij, perche bisognaria procedere in infinito ma quelli tai primi principij communamente si conoscono per intelletto ouer per i sensi perliche sono supposti in tal scientia, & con quelli se dimostra & sustenta entra la scientia, dico adonque che li primi principij di questa scientia, ouer disciplina de numeri (detta arithmetica) sono quatordeci delli quali quattro sono suoi proprij cioè che si conuengono solamente a essa arithmetica, & dieci sono communi cioè che si conuengono a diuerse altre scientie, & perche la intentione de l'Autore è di uolere disputare questa scientia arithmetica, & quella sostentare con demonstrationi, onde per procedere rettamente, e schiffare opposizione & litigij primamente lui adimanda, che gli sia concesso li detti suoi proprij principij, liquali (come detto) sono quattro come nel processo si uedrà. & per questo se chiamano petitioni, ma li altri dieci per esser cose communi & concesse in altre scientie, se chiamano communi conceptioni del animo, ouero communi sententie come appare in fine delle quattro petitioni.

Petitione prima.

1/0 Adimandamo che ne sia concesso di poter tore, ouer pigliare quanti numeri mi pare equali ouer multiplici a qual numero si uoglia.

Il Tradottore.

Esempli gratia se fusse un numero dato poniamo. 16. & che per qualche nostro negotio che bisognasse tore, ouer assignare uno altro numero, equale, ouer doppio, ouer treppio, ouer quadruplo a esso. 16. ouer in qual si uoglia, altra multiplicità, l'Autore adimanda che gli sia concesso di potersi fare tal cosa per-

mini fussero equali (poniamo che cadauno fusse ventiquattro) le cosa manifesta, che quelli tali numeri seranno fra loro equali.

Quarta.

4/0 La unità è parte de ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Tradottore.

Esempli gratia la unità è parte de 2. & è denominata da esso 2. (per la nona diffinitione) & tal parte se dice media, ouer la metà, alcuni la chiamano ancora seconda, ouer secondo & discriuesi in questa forma $\frac{1}{2}$ & il numero che è sotto alla virgula (cioè il 2.) se dice denominatore per esser quello (come è detto) che denomina la parte cioè quella unità posta sopra la virgula, laquale se dice numerator, similmente la detta metà è parte di 3. & denominata da esso 3. & chiamasse parte terza, ouer un terzo, & discriuesi in questo modo $\frac{1}{3}$ & per simil modo la unità è parte di ogni altro numero, & denominata da essi medesimi, & tutte se discriuono secondo l'ordine detto, cioè ponendo la detta unità sopra la virgula, & quel tal numero sotto in questo modo. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ & così discorrendo.

Quinta.

5/0 Quella parte è minore, laquale ha maggiore denominatione, & maggiore quella che la ha minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia un quarto è minore d'un terzo per esser la denominatione de un quarto (quale è quattro) maggiore della denominatione de un terzo (quale è 3.) & per le medesime ragioni un quinto è minor de uno quarto e un sesto de uno quinto & è conuerso.

Sesta.

6/0 Qual si uoglia numero tal è dalla unità, qual parte è la unità di quel medesimo.

Il Tradottore.

Cioè che ogni numero in tal numero lui è multiplice della unità, in qual la unità è denominata parte di quel medesimo, esempli gratia il 2. in comparatione della unità se dirà doppio laqual multiplicità è denominata da 2. in eloqual 2. medesimamente è denominata la parte che la detta unità è del detto 2. & da quì se manifesta che ogni numero è detto dalla unità cioè dal numero che denomina la multiplicità in che lui è in comparatione della unità, ilquale è esso medesimo numero, perche esso medesimo è quello che denomina la parte, che è la unità di lui come è detto in la nona diffinitione.

Setti-

ta, laqual cauandola anchora lei serà distrutto, ouer anichilato quel tal numero talmente che piu non se potrà seguire tal diminutione, & se tal atto è terminato, diminuendo solamente per unità molto piu presto tal atto se terminarà diminuendo per qualche numero & però tal petitione non è da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono. 10.

Prima.

1 0 Ogni parte è minore del suo tutto.

Il Tradottore.

Questa è simile alla ultima conceptione, del primo, ma quella del primo parla in genere, cioè in ogni specie di quantità, ma questa parla in specialità del numero, cioè che tolta una parte di qual si voglia numero, o sia grande ouer piccola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioè del total numero donde fu tolta, ouer assignata, & questa è concessa per commune sententia.

Seconda.

2 0 Tutti quelli numeri che seranno equalmente multiplici a uno medesimo numero, ouero a numeri equali, quelli medesimi seranno anchorà fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa da se è evidente & è quasi simile alla sesta concettione del primo, cioè che tutti quelli numeri, che serano equalmente doppij, ouer treppij ouer quadrupli a un medemo numero (poniamo al quinario) (cioè al 5) ouero a numeri equali poniamo a piu quinarij, cioè cadauno al suo relativo) egli è manifesto che quelli seranno fra loro equali.

Terza.

3 0 Tutti quelli numeri alli quali, uno medesimo numero serà equalmente multiplice, ouer che li multiplici tolti equalmente a cadaun de quelli, seranno equali: essi numeri seranno anchora equali.

Il Tradottore.

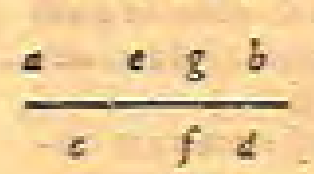
Esempli gratia se'l fusse dui, ouer piu termini de numeri, & che se il demostrasse, che un medemo numero (poniamo. 24.) fusse doppio a cadauno de detti dui ouer piu termini, egli è manifesto che li detti termini seriano fra loro equali perche cadauno de loro seria a esser. 12. il medesimo si deue intendere quando, che il detto. 24. fusse equalmente treppio, ouer quadrupio, ouer in qual si voglia altra multiplicità, a cadauno de loro, similmente quando che'l fusse dui, ouero piu termini de numeri, & che li multiplici tolti equalmente a cadauno di esse ter-

(cioè da.35.)uol che per communa sententia il detto numero(cioè.7.)numeri ancora il rimanente,il qual rimanente,uenia a essere.28.laqual cosa(per la settima diffinitione)sensibilmente se manifesta.

Theorema prima. Propositione prima.

Se dal maggiore de duoi numeri inequali sia detratto il minore per fin a tanto che rimanga men di lui & dapoi, detratto quel residuo da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & similmente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fin a tanto che resti men di lui, & che dalla continua detrattione fatta in tal modo, sia che'l non si troui alcun residuo che numeri lo ante residuo per fin alla unità quelli duoi numeri è necessario esser contra se primi.

Siano li duoi numeri inequali.a.b.& c.d.& sia il.c.d,minore & sia detratto il c.d.dal.a.b.quante uolte tu poi,& sia lo residuo.e.b.il quale residuo serà minore del.c,d.(altramente el se potria anchora detrahere)& sia detratto esso.e.b.dal.c.d.quante uolte tu poi, & sia il residuo,f,d, & sia detratto lo,f,d,dal,e, b, quante uolte tu poi, & sia lo residuo g.b.el qual sia la unità,hor dico li detti duoi numeri.



a.b.& c.d.esser contra se primi,perche se possibil è(per l'aduersario)che siano compositi,alcun numero oltra la unità numerarà communamente quelli,(per la uigesima prima diffinitione)il qual poniamo che sia,b,hor perche,b,numera il,e, d,(per la penultima concettione)numerarà anchora lo,c,e, & perche el medesimo,b, numera tutto lo a.b.(per la ultima concettione)numerarà anchora lo.e.b.adonque(per la penultima)numerarà lo,c,f,per laqual cosa (per la ultima) numerarà lo,f,d,adonque(per la penultima)numerarà anchora lo,g,e, & (per la ultima(numerarà lo,g,b,& perche lo,g,b,e la unità seguitaria il numero esser parte della unità,cosa a quella equale,laqual cosa è impossibile,adonque li duoi numeri.a.b.& c.d.seranno contra se primi che è il proposito.

Ma se li duoi numeri.a.b.& c.d.siano contra se primi,il non si trouarà stato, auer ripesso,in questa mutua detrattione auanti che si peruenga alla unità & que sta è il conuerso di quello che l'Auctor propone,& se in questa mutua detrattione, (per l'aduersario)serà stato,auer ripesso,auanti che si peruenga alla unità,sia che, g,b,sia numero il qual sia detratto dal,f,d,& uienne sia el residuo adonque,il g,b, numera,f,d,adonque(per la penultima concettione)numera anchora,e,g,& per che anchora numera se medesimo,per la antepenultima concettione, numerarà tutto lo,e,b,adonque per la penultima, numera lo,c,f,ma per auanti è sta dimostrato che numera lo,f, d,adonque(per la auanti la penultima) numera tutto lo c,d,per laqual cosa (per la penultima)numera lo,a,e, & perche fu demostrato prima che anchora numera lo,e,b,seguita(per la auanti alla penultima)che anchora numeri,a,b,adonque perche il numero,b,g,numera l'uno & l'altro di duoi

numeri.

Settima.

7/0 Qualunque numero che fia dato in la unità produce ſe medemo an chora la unità duta in qual ſi uoglia numero produce quel medemo.

Il Tradottore.

Eſempli gratia multiplicando. 2. fia la unità (per commune ſententia) ſarà eſſo. 2. & coſi. 3. fia. 1. produrà eſſo 3. & coſi. 4. fia. 1. ſarà eſſo. 4. & coſi diſcorrendo in ogni altro numero, anchor la unità moltiplicata fia. 2. ſarà pur il medemo. 2. & coſi, 1. fia. 3. ſarà quel medeſmo. 3. & coſi fia. 4. farà. 4. & coſi diſcorrendo in ogni altro numero.

Ottaua.

8/0 Qualunque numero che numeri, duoi numeri numera anchora el compoſto de quegli.

Il tradottore.

In queſta ottaua cõcettione el ſe ſuppone che cadauno numero che numeri duoi numeri, che quel numeri anchora il compoſto, ouer la ſumma de ambeduoi quelli inſieme, & di queſto la eſperientia ne certifica lo intelletto, perche ſe il 3 numera il. 9. & anchora il 12. ſenſibilmente medemo, che il medeſmo. 3. numera il compoſto, ouero la ſumma di 9. & 12. qual è 21. il medeſmo ſi trouerà in tutti li altri.

Nona.

Qualunque numero che numera alcun numero, numera anchora ogni numero numerato da quello.

Il Tradottore.

Eſempli gratia ſe uno numero (poniamo. 3.) numera alcun numero (poniamo. 9.) & che quel numero numerato (cioè. 9.) numeri un'altro numero (poniamo. 36.) per commune openione dice che il detto. 3. numera anchora il detto trenta ſei laqual coſa per la ſettima diffinitione euidentemente appare, il medeſmo ſe trouerà ſeguire in tutti li altri ſimili.

Decima, & ultima.

Qualunque numero, che numeri, il tutto, anchora detratto numera il reſtante.

Il Tradottore.

Eſempli gratia, ſe uno numero (poniamo 7.) numera qualche numero (poniamo. 35.) ſtratto il detto numero (cioè. 7.) dal detto numero numerato,

Il Tradottore.

Per intelligentia di questo correlario bisogna notare qualmente che il si trova molte volte alcuni numeri fra loro compositi che sono numerati da più numeri (uno maggior dell'altro) come exempli gratia se'l.a.b. fusse.150. & lo.c.d.90. questi dui tali sono numerati (cioè partiti senza alcun sopravanzo (cõmunamente. da.2. da. 3. da.5. da.6. e da molti altri, tamẽ investigando p lo modo dato di sopra si troverà che il primo residuo, cioè.e.b. serà.60. & lo secondo cioè.e.f.d. serà.30. ilqual.30. sobtratto dal.e.b. fin che si pol il residuo serà nulla, onde il detto.30. verrà a esser il massimo (per le ragion assignate) che numeri communamente li detti dui numeri. a.b. & c.d. Ma supponendo che il.g. numeri anchora lui communamente li detti dui numeri.a.b. et.c.d. (cioè che lui sia l'uno delli lati detti di sopra, poniamo.5. per le argumentatione fatti di sopra il si manifesta qualmente il detto.g. a fortiore numera lo.f.d. cioè il massimo & questo è quello che nel correlario si uol inferire.

a d
— —
b e
— —
c f
— —
3 3

Problema.2. Propositione.3.

Proposti tre numeri fra lor compositi potemo ritrouare il massimo di numeri che numerano communamente quelli.

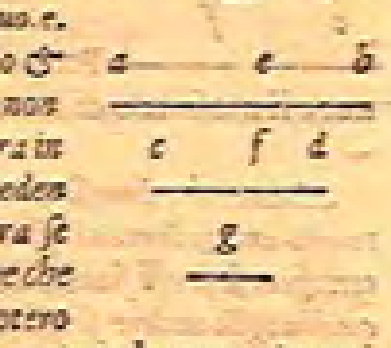
*Auanti che dimostramo questa terza conclusione bauemo pensado di dimostrare uno antecedente di essa conclusione cioè qualmente, proposti tre numeri potemo certificarse se essi siano fra lor compositi, E per tanto siano li tre numeri.a.b.c. di quali uoglio vedere se essi sono fra lor compositi, quer non (per la prima adonque investigo se li dui primi) liquali sono.a. & .b. sono fra lor primi laqual cosa essendo cosi non seranno.a.b.c. fra loro compositi (per la diffinitione) ma se.a. & .b. sono fra loro compositi, siano (per la precedente) .d. il massimo numero numerante quelli, ilqual se'l numera.c. seranno.a.b.c. (per la diffinitione) fra loro compositi, ma se quello non lo numera, ma essi.c. & .d. siano contra se primi non seranno.a.b.c. fra loro compositi, perche qualunque numero ilquale numerarà quelli numerarà anchora.d. (per il correlario della precedente) & cosi.d, & .c. seriano compositi, laqual cosa seria contra al presupposito, ma se.c, & d, sono compositi seranno etiam a, b, c, fra lor compositi, perche essendo per la precedente, c, il massimo numerante, c, & d, ilquale etiam (per la penultima concettione) numerarà.a & .b. per laqual cosa (per la diffinitione.a.b.c. sono fra loro compositi anchora per simil modo il se sarà de quanti si uoglia più di tre) se tutti siano fra lor compositi. (E per tanto a tre proposti numeri che siano fra loro compositi) liquali etiam siano, a, b, c, uoglio trouare il massimo numero ilqual li numeri tutti, piglio per la dottrina della precedente. d. massimo numerante, a, & b, ilqual se'l numera.c. esso è quello che cercamo altramente per il correllario della precedente, seguiria il maggiore numerare il minore, Ma se'l non numera.c. tamen seranno, c, & d, fra lor compositi per il presupposito, & correllario della precedente, et per la diffinitione, sia adonque il massimo numerante quelli, e, dico, e, esser il massimo numerãte.a.b.c. la causa perche il numera

numeri a.b. & c.d. li dui numeri a.b. & c.d. sono composti, adonque non sono contra se primi, laqual cosa è contra il presupposito, adonque per questa via proposti qualunque dui numeri inuestigamo se quelli sono contra se primi o non, per che fatta la mutua detrattione de tali se'l si perviene alla unità quelli sono contra se primi ma essendo stato, overo riposo avanti che se pervenga alla unità quelli sono composti.

Problema. 1. Propositione. 2.

Proposti dui numeri fra loro composti, puotemo trouare il maggiore numero che numera communamente quelli.

Siano li dui numeri fra loro composti, a, b, & c, d, sia c, d. minore, adonque alcun numero (per la diffinitione) numera communamente, quelli voglio trouare il massimo numero che numera communamente quelli. Secondo il modo & similitudine della precedente, minusco, overo detrago il minore dal maggiore per fina a tanto che posso, cioè il c.d. del a.b. & sia il residuo e. b. & similmente lo, e, b, del, c, d, per fina a tanto che posso & sia il residuo lo, f, d, & perche la diminutione di questo non pol esser fatta in infinito (per la ultima petitione) anchora in il proposito il non si pol pervenire alla unità (per la precedente) perche all'hora li dui proposti numeri seriano contra se primi laqual cosa seria contra il presupposito, sia adonque che quando haverò detratto lo, f, d, dal, e, b, per fina che pervo che il residuo sia niente, hor dico il numero, f, d, esser il maggiore che numeri communamente li dui proposti numeri, a, b, & c, d, la causa che lui li numeri è manifesta (per la penultima et antepenultima cõcettione repetita) hor l'una, hor l'altra quante volte bisogna, si come in la demostratione del converso della precedente (perche lo, f, d, numera lo, e, b,) perche quando che lui fu detratto da quello per fina a tãto che se possi non si fu fatto niente di residuo (adonque) (per la penultima cõcettione) numera & c. f. adonque (per la ante penultima) & c. d. per laqual cosa (per la penultima) numera & a. e. adonque (per l'antepenultima) & e, b, ma che niun maggiore de, f, d, numeri a.b. & c.d. così è manifesto, perche se questo potesse esser fatto (per l'adversario) sia il numero, g, maggiore del, f, d, il qual numeri l'un e l'altro di dui numeri a.b. & c.d. perche adonque, g, numera e, f, d, numerarà (per la penultima concettione) a. e. & perche numera, a, b, numerarà (per la ultima) e.b. adonque (per la penultima) numera, c, f, & perche etiam numera, c, d, numerarà (per la ultima) f.d. cioè il maggiore numeraria il minore, laqual cosa è impossibile.



Correllario.

Da questo è manifesto, che ogni numero che numeri dui numeri numerà anchora, il massimo numero, numerante ambidui quelli.

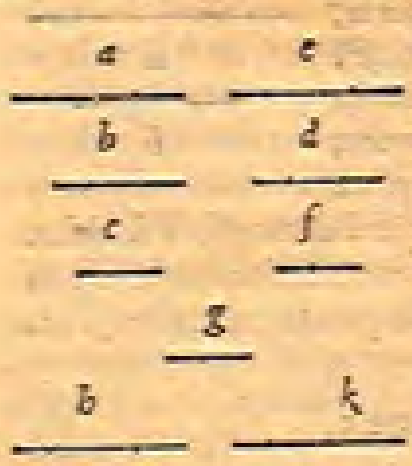
Il Tra-

le è il b.del.a.perche diuisi,a,& c,secondo la quantità de,b,& ,d, & argumentare si come in la prima del quinto, perche serà che tanto son le parte del. a. quante quelle del.c.per la positione, & che lo aggregato dalla prima parte de. a. & dalla prima del.c.sia equale allo aggregato del. b. & .d. similmente anchora & lo aggregato della seconda parte del.a.& della seconda del.c.& perche questa aggregatione tante volte se pol fare quante volte vien contenuto il b.in.a. seguita, che il numero equale allo agregato del b.& .d.tante volte sia contenuto in lo aggregato de a.& c.quãte volte b.viene contenuto in.a.per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema.4. Propositione.6.

6/6 Se seranno quattro numeri di quali, il primo sia tal parti del secondo quale è il terzo del quarto, il primo è il terzo tolti insieme seranno tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale è il primo del secondo.

Q uello che proposse la precedente de una parte, questa propone di piu parti. E per tanto siano come prima li quattro numeri,a,b,c,d,& sia che ,b,sia tal parti de a.quante & quale è il ,d,del,c,dico che b.& .d.tolti insieme seranno tante, & tale parti de,a, & c, tolti insieme quante & quale è il ,b,del, a, & duo tante & tale perche la pluralità delle parti vien diffinita da duoi numeri di quali l'uno vien detto numeratore, & l'altro denominatore come quando diceno tre quinti,il ternario numera, e il quinario denomina, perche adonque ,b, è parti del,a,sia, che sian le parti de quello numerate dal.b. & denominate dal.K.& similmente (per la positione) serà il.d.parti del.c.numerate dal.b.& denominate dal k.e.per tanto una delle parti del.b.sia.e.& una delle parti del. d.sia.f. (& per il presupposito,) e,serà parte del.b.denominata dal,b, & parte del,a.denominata dal k.similmente anchora & .f. serà parte del.d.secondo,b,& ,parte del,c,secondo, K, adõque il composito de,e,& ,f,sia,g,& ,per la premessa) g. serà parte del.b.& .d.tolti insieme secondo.b. & anchora (per la medesima) serà parte de,a,& ,c,tolti insieme secondo,k,per laqual cosa(per la duodecima diffinitione)lo,& ,d,tolti insieme seranno parti de,e, & ,c, tolti insieme numerate dal,b, & denominate dal.k.imperoche il,g,è parte commuña de quelli, del minore secondo.b. & del maggiore secondo, k,e perche cosi è il,b,del,a, è manifesto il proposito.



Theorema.5. Propositione. 7.

7/7 Se seranno duoi numeri de quali un sia parte de l'altro & sia detratta da tutti duoi la medesima parte tal parte serà il remanente,al remanente,quale è il tutto del tutto.

Q uel

mero quelli è manifesta, per questo ultimo presupposito, il quale è esso, esser il massimo numerante, c, & d, & per la penultima concettione non la causa che non maggiore di quello numeri quelli cosi è manifesta perche se questo fusse possibile, per l'adversario, sia f, non maggiore de, e, il qual numeri, a, b, e, il qual concioscia che 'l numeri a. & b, numera, per il correllario della precedente, d, & perche ancora il numera, e, numerara, per il medesimo correlario, e, cioè il maggiore numeraria il minore Laqual cosa è impossibile, adonque non serà alcun numero maggior de, e, numerante, a, b, c, che è il proposito, anchora per simil modo si puol investigare el massimo numero numerante quanti si voglia numeri più di tre (fra loro compositi) onde il non fu de bisogno a Euclide seguire questo in più di tre perche il modo & arte in tre è il medesimo in più di tre, & dal ultimo processo di questa demostratione, potemo anchora aggiongere a questa terza conclusione questo Correlario, onde è manifesto che ogni numero numerante quanti si voglia numeri fra loro compositi, numera il massimo numerante tutti quelli, & etiam li massimi numeranti li duoi, & duoi di quelli.

Theorema. 2. Propositione. 4.

4 4 El minore de ogni duoi numeri inequali, over che egliè parte, over parti del maggiore.



Siano duoi numeri a. & b. minor b. dico che b. è parte, over parti del a. perche overo che b. numera a. overo non, se'l lo numera egliè parte di quello (per la diffinitione) se'l no numera quello adonque, over che sono fra lor primi overo non, se non fra lor primi haveremo (per la diffinitione) una parte commune laquale quante volte la serà in b. tante parti serà detto esser il b. del a. (per la duodecima diffinitione) ma essendo fra loro primi sicentedimeno perche la unità è parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta concettione) è manifesto il medesimo per le unità.

Theorema. 3. Propositione. 5.

5 5 Se seranno quatro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quale è il terzo dal quarto, seranno il primo & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme qual è il primo del secondo.



Volendo Euclide demostrare qualmente questi libri de numeri non havere debisogno de alcuni delli precedenti, Ma per se medesimi stare, parte di quello che propose in la prima del quinto delle quantità in genere, propone in questa quinta del settimo de numeri, Siano adonque li quatro numeri, a, b, c, d, & sia, b, tal parte de, a, quale e, d, del, c, dico che b, & d, tolti insieme sono tal parte de, a, & c, tolti insieme quale è

ta.b.del.g.& rimarrà.K.et k.(per la precedente)serà tale parte del.e.quale è.g. del.a.& tale del.f.(per la medesima)quale è.g.del.b.adunque perche.e.et.f.han no una parte commuma lequale è, k,(per la duodecima diffinitione),e,serà tante parte del, f, qual parte è.k.del,e,& tale qual è,k,del,f, & perche tante & tale era,a,del,b,è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione in la seconda tradottione dice in que sta forma.

Se uno numero serà tal parti d'un altro, qual sia una portione tolta dall'uno di una portione tolta dall'altro, lo rimanente del rimanente serà le medesime parti quale è il tutto del tutto. Et questo è molto concordante con la soprascritta argumentatione.

Il tradottore.

Anchora bisogna notare (per intelligentia della soprascritta argumentatione) che se lo numero,a,fusse lo cinque sesti del,b,& similmente la parte,c,della parte, d,il numero,g,seria a esser un quinto del,a,& un sesto del,b,& similmente,b,se ria a esser pur un quinto del,c,& un sesto del,d,onde(per la precedente,)k, seria a esser similmente un quinto del,e,& un sesto del,f,si come,g,del,a,& del,b,onde il detto,e,(per la duodecima diffinitione)seria a esser tante parti del,f,quante vol te,che,K,numera,e,(che sono cinque)de tale quante il detto,K,numera,f,(che so no sei)cioè cinque sesti che è il proposito.

Theorema.7. Propositione.9.

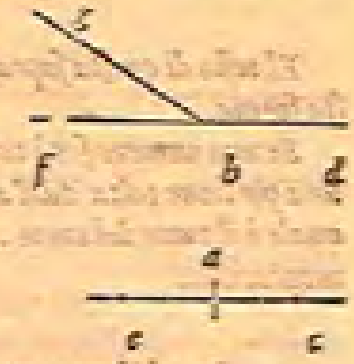
Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secon-
9 do, quale è il terzo del quarto, permutatamente serà tal parte, ouero
9 parti il primo del terzo qual parte, ouer parti e il secondo del quarto.

Sia.a.primo tal parte del,b,secondo quale è il.c.terzo del,d,quarto,e sia,a,& b,minori del,c,et,d,perche essendo altramente seria il contrario di quello che se pro pone,dico che qual parte,ouer parti e.a.del.c.tal ouer tale è il b.del.d.perche esser do diuiso.b.secondo la quantità de.a: & d. secondo.c. (& per lo presente presupposito) tanti parti seranno quelle del.b. quante quelle del. d. & perche ciascaduna delle parti del. b. è equale al.a. & ciascaduna del. d.al.c.& .a.e parte, ouero parti del.c.(per lo presente presupposito, & per la quarta) serà ciascaduna delle parti del b.della sua comparata delle parti del.d.(come la prima della prima, la seconda della seconda, & cosi de tutte le altre)tal parte,ouer parti,quale ouero quale è a. del.c.adunque (per la quinta,ouer sesta sotto la diffinitione repetita quã te volte bisognerà)serà tal parte ouer parti.b.del.d.quale ouer quale è.a.del.c.che è il proposito.



Theo-

Q uel che qui propone Euclide de numeri, fu proposto de sopra in la quinta del quinto delle quantità in genere, & però sia che qual parte è tutto il numero .a. de tutto il numero .b. tal sia la parte .c. (detratta dal .a.) alla parte .d. (detratta dal .b.) dico che tal parte serà .e. (residuo de .a.) del .f. (residuo del .b.) qual è tutto il numero .a. di tutto il numero .b. (& questa è quasi il converso della quarta) & per dimostrare questo sia (per la prima petitione) .c. tal parte de .g. qual è il .c. del .d. & (per la quinta) tal parte serà .e. del composito de .g. & .d. qual è il .c. del .d. per la qual cosa & quale è .a. del .b. adonque (per la seconda concettione) il composito de .g. & .d. è equale al .b. leuado via da l'uno, & dall'altro il .d. serà .g. equal al .f. per la qual cosa tal parte serà .e. del .f. qual è .a. del .b. perche tal era .e. del .g. che è il proposito.



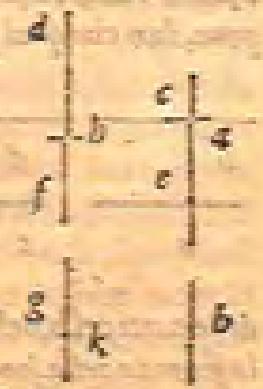
Il Tradottore.

Q uesta settima propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parte d'un altro, qual serà una parte tolta dall'uno a una parte tolta dall'altro, il residuo da l'uno serà tal parte del residuo de l'altro, qual è il tutto del tutto, la qual differentia è come quella della quarta del quinto. Ma in questa la espositione non se accorda con il testo della prima tradottione di sopra posto anci se accorda con il testo della seconda quinti di sopra posto, perche il si suppone in detta espositione, che qual parte è tutto il numero .a. de tutto il numero .b. tal sia la parte .c. (detratta dal .a.) alla parte .d. (detratta dal .b.) & conclude che il residuo .e. al residuo .f. serà tal parte, qual è tutto il numero .a. de tutto il numero .b. si come propone la detta seconda tradottione, anchora bisogna notare che la parte .c. in respetto del numero .a. & la parte .d. in rispetto del numero .b. si intende largo modo cioè aliquota o non aliquota.

Theorema. 6. Propositione. 8.

8 / 8 Se da duoi numeri, di quali l'uno sia parti dell'altro, siano sottratte quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, serà quelle medesime parti, che è il tutto del tutto.



Q uesta è quasi il converso della sesta, come exempli gratia se fusse che quante & quale parti è tutto .a. di tutto .b. tante & tale sia .c. (detratto dal .a.) del .d. (detratto dal .b.) dico che .e. (residuo del .a.) serà tante, & tale parti del .f. (residuo del .b.) quante & qual è .a. del .b. e per dimostrar questo sia .g. una delle parti del .a. & .b. una delle parti del .c. (per il presupposito) .g. serà tal parte del .a. qual è .b. del .c. è tala del .b. quala è .d. del .a. adonque sia detratta .b.

e.è in.b.tante volte quante è lo.f.in.d.& similmente.e.in.a.tante volte quante.f. in.c.serà(per la duodecima diffinitione)il.b.tante & tale parti del. a. quante & quale serà il.d.del.c.ma se el.b.sia contenuto(quante volte si voglia)in.a.con superfluità de quante si voglia parti,anchora tante volte se contenerà il.d.in el.c.con superfluità de tante & simile parti diuise.a.secondo.b,acciochè sopranauanti.e.similmente.c.secondo.d.acciochè sopranauanti.f.serà.e.tante & tale parti del. b. quante & quale serà.f.del. d. & così tolta una de quelle argumentando come prima, & così è manifesto il primo proposito il secondo se dimostra in questo modo, sia. b. tal parte,ouer parti del.a.quale,ouer quale è.d.del.c,dico che la proportione del.a. al.b.serà si come del.c.al.d,perche se è tal parte è manifesto il proposito.ma se egli è tale parti diuisi quegli secondo quelle parti se manifestarà tante volte essere il.b in a,quante volte è il.d.in.e,& tal parte,ouer parte del.b,sopranauanzante in.a,quale ouer quale del.d.sopranauanzano in el.c.& così(per la diffinitione)la proportione del.a.al.b,e si come del.c.al.d,& così è manifesto il tutto.

Theorema.10. Propositione.12.

12/11 Se da duoi numeri, seranno detratti duoi numeri, secondo la proportione de quelli la proportione del rimanente allo rimanente serà si come dal tutto al tutto.



Quello che propose Euclide in la decimanona del quinto delle quantità in genere quel medesimo propone qua de numeri, exempli gratia sia la proportione de tutto.a, a tutto.b, si come del.c.(detratto dal.a.)al. d.(detratto dal.b.)dico che dal.e.residuo del.a.al.f.(residuo del.d.serà si come dal.a.al.b,perche se.a.sia minor de.b,serà(per lo precedente presupposto)& per la conuersione della diffinitione)tal parte, ouer parti.c.del.d.quale,ouer quale e.a.del.b.(per la settima adunque,ouero ottaua)serà.c.tal parte,ouer parti del.f.quale ouer quale è.a.del.b.adunque(per la diffinitione)serà una medesima proportione che è il proposito, ma se.a.sia maggiore del.b,serà(per la prima parte della precedente)qual parte,ouero parti.b.del.a.tale,ouero tale serà il.d.del.e.per la qual cosa(per la settima,ouer ottaua)tale,ouer tale serà.f.del.e,e così(per la seconda parte della precedente)del.e.al.f,serà si come dal.a.al.b.per la qual cosa è manifesto il proposito.ma la settima et ottaua danno luoco a questa duodecima perche questa duodecima sola contiene quanto ambedue quella,ma alcuni uolseno prouare la seconda parte de questa per la duodecimanona del quinto, ma se Euclide intendesse questo, conciosia che lui propone questa particularmente & quella uniuersalmente demostrata quella in nel quinto, uanamente haueria proposta questa quiui in el settimo, e però nō debeno demostrare questa una altra uolta per la decimanona del quinto,ne anchora possono adatare il modo della demostratione di quella alla demostratione di questa conciosia che quella se dimostra in le quantità cōmune in genere(per la proportionalità permutata la quale de

Theorema. 8. Propositione. 10.

10 / 10 Se seranno quattro numeri, il primo di quali sia tal parti del secondo, quale è il terzo del quarto, serà permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quala, ouero quale è il secondo del quarto.



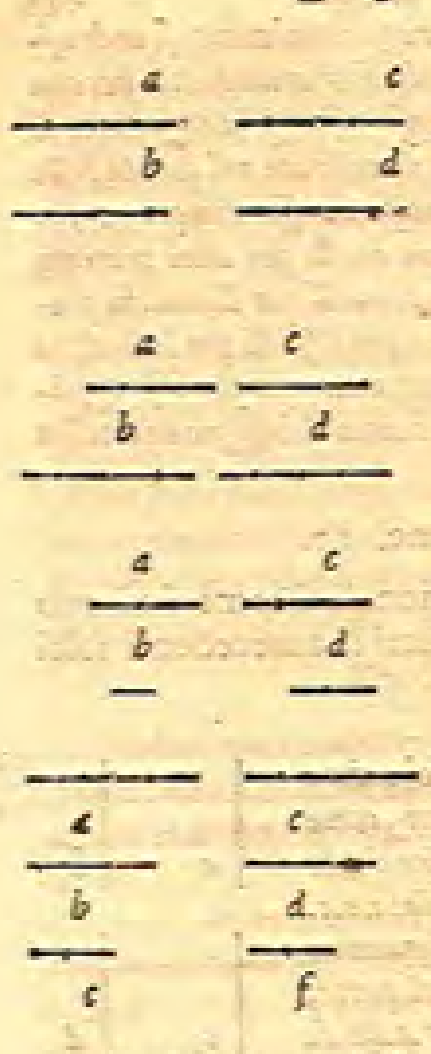
Sieno li quattro numeri come prima, di quali similmente sian minori .a. & .b. et sia .a. tai parti del .b. quale e .c. del .d. dico che qual parte, ouer parti è .a. del .c. tala, ouer tale è il .b. del .d. perche siando diuise le minore i quelle parte che sono .a. & .c. & (per la presente presuppolito) seranno tanto le parti del .a. quante quelle del .c. & perche ciascaduna delle parti del .a. è tal parte del .b. qual ciascaduna delle parti del .c. è del .d. perche questo lo habbiamo dal nostro presuppolito. Serà permutatamente (per la precedente) che qual parte, ouer parti è .b. del .d. tal, ouer tale sia ciascaduna delle parti del .a. della sua comparata delle parti del .c. adonque (per la quinta, ouer sesta sotto la diffinitione repetita quante volte bisognarà) serà .b. tal parte, ouer parti del .d. quala, ouer quale è .a. del .c. che è il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 11.

11 / 0 Se seranno quattro numeri proportionali di quali il primo sia maggior del secondo, & il terzo del quarto, il secondo serà tal parte, ouero parti del primo quali, ouer quale è il quarto del terzo, ma se il secondo serà tal parte, ouer parti del primo quala, ouero qual è il quarto del terzo, li quattro numeri conuien esser proportionali.



Sia la proportione del .a. al .b. si come del .c. al .d. et sia maggiori .a. et .c. dico che qual parte, ouer parti è .b. del .a. tala ouer tale è il .d. del .c. & ecõuerso perche (per la cõuersione della diffinitione delle proportione simili) serà che quante volte il .b. è in .a. tante volte sia il .d. in el .c. & se alcuna parte, ouer parti del .b. soprabonda no in .a. tal parte, ouer parti del .d. soprabondano in el .c. è per tanto se l .b. serà contenuto in .a. senza superfluità de parte, tante volte senza superfluità serà contenuto il .d. in .c. (per la diffinitione delle parte simili) qual parte serà il .b. del .a. tal serà il .d. del .c. ma sel .b. sia contenuto in .a. (quante volte si voglia) con la superfluità de parte & tante volte se cõtenerà il .d. in el .c. con la superfluità de simel parte, di esso .a. secondo .b. acciochè sopranonci .e. & .c. secondo .d. accio che sopranunca .f. serà tal parte .e. del .b. qual è .f. del .d. ma perche tante volte se conterà il .b. in la differentia del .a. al .e. quante volte il .d. in la differentia del .c. al .f. serà (per communa scientia) tante volte .e. in .c. quante volte è .f. in .c. conciosia cosa adonque che .a. & .b. habbiano .e. parte communa & similmente .c. & .d. habbiano .f. e per tanto .e. è in .a.



propone da esser demostrato in numeri, come se sia la proportionale del,a,al,b,si come del,c,al,d, permutatamẽte serà del,a,al,c,si come del, b,al,d,per che lo.a.serà maggiore,ouer minore del.b.similmente anchora & maggiore,ouer minore del.c.sia adõque primamente minore dell'uno et l'altro serà adõque (per lo presente presupposito & per la cõuersione della diffinitione, lo,a,tal, parte, ouer parti del, b,quala, ouero quale serà lo,c, del, d, adonque per la nona ouer decima lo,a,permutatamente serà tal parte ouer parti del, c, quala, ouer quale serà il b, del,d,per laqual cosa (per la diffinitione) la proportion serà una medesima, sia adonque, a, maggiore dell'uno & dell'altro, & (per la prima parte della undecima) serà che tal parte, ouer parti che è il.b, del,e,tala, ouer tale serà il d, del, c, (per la nona ouer decima) tal parte ouer parti serà il, d, del, b, quale,ouer quale serà il e,del, a, adonque per la seconda parte della undecima) serà del,a,al,c, si come del,b,al,d,terzo sia,a, maggiore del, b, minore del,c, & serà (per la prima parte della undecima) tal parte,ouer parti il,b,del,a,quala ouer quale,serà il d,del,c,per laqual cosa (per la nona ouer decima) quala ouer quale è la,a,del,e, tala ouer tale serà la.b.del.d. (per la diffinitione) adonque la proportione è una, altrimente e anchora sia.a.minor del.b.& maggior del.c.& serà che tal parte ouero parti sia il.c.del.d.quala,ouero quale è.a.del.b.(per la nona) adonque (ouero decima) serà tal parte, ouer parti el.d.del.b.quala ouero quale il.c.del.a. per laqual cosa, per la seconda parte del undecima. del.b.al.d. serà si come del. c.al.c. cosi è manifesto il proposito & a questa credemo la nona & la decima perche questa sola propone quello che propone ambedue quelle.

Theorema.13. Propositione.15.

Se seranno quanti si voglia numeri, & altri secondo il numero de
15 quelli & ogni duoi termini delli primi siano secondo la proportione
14 de ogni duoi delli secondi in la proportione della equalità seranno proportionali.

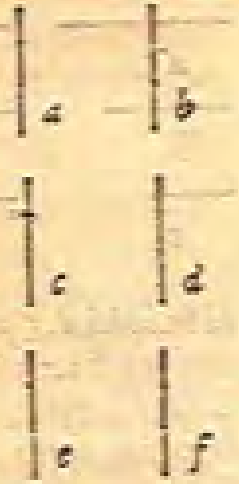


Questo modo di arguir elqual se dice equal proportionalità che dimostrette Euclide per la seconda del quinto delle quantità in genere, se propone in questo luoco da dimostrar in numeri nella proportionalità direttamẽte: ma la equal proportionalità

quale de sotto se dimostra in numeri, ma io penso, & ragionevolmente si vede esser stretto Euclide de usare le argumentationi del dimostrator aritmetico per cau sa del decimo libro ilquale, è manifesto non potersi trasfare senza la cognitione di numeri, e per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrate nel quinto delle quantità in genere, ma le ha voluto repetere un'altra volta da esser dimostrate, in questo settimo de numeri perche intende de dimostrare quelli per altri principij proprij cioè de numeri liquali sono piu noti al intelletto di quelli per liquali fu processo nel quinto, perche li principij del quinto libro sono piu difficili per la malitia delle quantità incommunicante, & li principij di numeri molto piu oltra se applicano allo intelletto, & piu facili de quelli perche quelli hanno dibisogno de intelletto piu disposto.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13 12 Se seranno quanti numeri si vuoglia proportionali si come serà uno antecedente al suo consequente cosi seranno tutti li antecedenti tolti insieme, a tutti li consequenti tolti insieme.



Questo che propone Euclide per la vertia decima del quinto delle quantità in genere per questa propone de numeri, come esempla gratia siano a,b, & c,d, & e,f, proportionali dico che la proportione che è dalli.a.c. e.tolti insieme alli.b.d.f.tolti insieme perche se,a,c,e, siano minori delli.b.d.f. (per la conversione della diffinitione) qual parte, over parti serà.a.del.b.tale.over tale serà.c.d.del.d. & .e.del.f. adonque (per la quinta over per la sesta repetita quante volte bisognarà) qual parte, over parti serà,a,del,b,tale, over tale seranno li,a,c,e, tolti insieme delli,b,d,f, tolti insieme, per laqual cosa (per la diffinition) la proportion serà una medesima ma se li.a.c.e.siano maggiori delli,b,d,f, (per la prima parte della undecima) qual parte, over parti serà il.b.del.a.tale over tal serà,il,d,del,c, et,f,del, e, adonque (per la quinta, over sesta repetite quante volte bisogna) qual parte over parti serà il.b.del.a.tale over tale saran li.b.d.f.tolti insieme delli,a,c,e, tolti insieme, e cosi per la seconda parte della undecima, la proportion del,a,al,b, serà si come delli.a.c.e.tolti insieme alla,b,d,f, tolti insieme che è il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14 13 Se seranno quattro numeri proportionali, anchora permutatiua mente seranno proportionali.

El modo di arguir ilqual se dice proportionalità permutata, laqual ha dimostra to Euclide per la sesta decima del quinto in le quantità in genere in questo luoco

Voglio dar la demostratione della congiunta proportionalità.

Come se sia dal.a.al.b.si come dal.c.al.d.dico che dal.a.b.al.b. serà si come dal c.d.al.d.perche permutatamente serà dal,a,al.c.si come dal.b.al.d.per laqualcosa(per la tertiadecima)dal.a.b.al.c. d. serà si come dal.b.al. d. permutatamente adonque serà dal.a.b.al b.si come dal.c.d.al.d.

Resta a stabilire la conuersa proportionalità in numeri.

Come se sia del.a.b.al.b.si come dal.c.d.al.d.dico che dal.a.b.al.a.serà si come dal c.d. al.c.perche permutatamente serà dal.a.b. al.c.d.si come dal,b,al.d.per laqual cosa(per la duodecima)serà si come dal.a.al.c.permutatamente,adonque serà dal a.b.al.a.si come del.c.d.al.c.e per tanto è manifesto il tutto.

Anchora da queste egli è lieue cosa a dimostrare in numeri quello che propone Enclide in la penultima del quinto delle quantità in gene re cioè, che se la proportion del primo termine al secondo serà si co- me del terzo al quarto, anchora dal quinto al secondo serà si come dal sesto al quarto, serà la proportione del primo & quinto tolto insieme al secondo, si come del terzo e sesto al quarto.

Esempli gratia essendo dal.a.al.b.si come dal.c.al.d.similmente dal.e.al.b.si co me dal.f.al.d.dico che dal.a.& e.tolti insieme al.b.serà si come dal.c.& f.tolti in sieme al.d.perche per la conuersa proportionalità serà dal.b.al.e.si come dal.d.al. f.per laqual cosa per la equal proportionalità dal.a.al.e.serà si come dal.c.al.f.adō que congiuntamente dal.a. & e.al.e.serà si come dal.c.& f.al.f. adonque per la equal proportionalità dal.a. & e.al.b.serà si come dal.c.& f.al.d.che è il propos to,et per lo medesimo modo tu approuerai il conuerso. Se sia del,b,al,a,si come del d,al.c.& similmente dal,b,al,e,si come dal,d,al,f,dico che dal,b,al,a,et al.e.serà si come d.al,d,al,c,& al,f,perche serà (per la conuersa proportionalità) dal.a.al.b. si come dal,c,al,d,per laqualcosa (p la equal proportionalità) dal,a,al,e,serà si co me dal,c,al,f,et congiuntamente dal,a,& e,al,e,si come dal,c,& f,al,f,adonque al contrario dal,e,al,a,et,e,serà si come dal,f,al,c,et f,adonque (per la equal pro portionalità) serà dal,b,al,a,et,e,si cōe dal,d,al,c,et,f,ciò era il proposito. Da que sto anchora è manifesto che se'l serà la proportione de quanti si voglia numeri al pri mo si come de altri tanti al secondo. Serà del aggregato de tutti li antecedenti al pri mo a esso primo si come dello aggregato de tutti li antecedenti al secondo a esso secō do. Similmente al contrario se'l serà la proportione del primo a quanti si voglia, nu meri si come del secondo a altretanti altri serà del primo aggregato de tutti li con- seguenti a esso medemo si come del secondo allo aggregato de tutti li conseguenti a esso medemo.

Theorema.14. Propositione.16.

16
15

Se la unità numerarà alcun numero tante volte quante qualunque terzo

lità laqual demostrette per la xigesimaterza del quinto della proportionalità delle quantità indirettamente proportionale el non propone de demostrarla in numeri, ma quella demostraremo noi quì de sotto sopra la decimanona di questo, ne è necessario che dimostremo in numeri quello che fu demostrato (per la undecima del quinto delle quantità in genere) cioè se quante si voglia proportione (in numeri) seranno equale a una medesima proportione che sia necessario quelle esser fra loro equale perche questo è manifesto per la diffinitione che se del, a, al, c, & dal, e, al, f, sia si come del, b, al, d, serà lo numero, a, del, c, & lo numero, e, del, f, tal parte, ouer parti, quala, ouero quale è al, b, del, d, ouer tante volte lo, a, contegnarà al, c, & , e, lo, f, quante volte il b. contegnarà il, d, & tal parte, ouer parti del, c, sopranuanzaranno in, a, & dello f, m, e, quala ouer quale del. d. in el. b. perche adonque qual parte ouer parti è lo, a, del, c, tala ouer tale è lo, e, del, f, ouero quante volte lo. a. contien el. c. tante volte lo, e, contien lo, f, & qual parte ouer parti del, c, sopranuanzano in, a, tala ouer tale, del, f, sopranuanzano in, e, serà (per la diffinitione) del, a, al, c, si come del e, al, f.

a b
c d

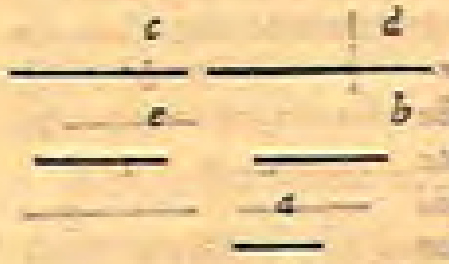
Siano adonque (come se propone) li numeri, a, b, e, & li altri, tanti altri, c, d, f, & sia del, a, al, b, si come del. c, al. d, & del, b, al, e, si come del, d, al, f, dico che in la equal proportionalità serà del, a, al, e, si come del, c, al, f, perche (per la precedente) serà del, a, al, c, si come del, b, al, d, ma & del, b, al, d, si come del, e, al, f, per laqualcosa del. a. al. c. serà si come del. e. al. f. adonque (per la medesima) del. a. al. e. serà si come del. c. al. f. el medesimo serà togliendone de piu & cosi è manifesto il proposito, ma perche Euclide non propone da dimostrare in numeri le altre quattro specie della proportionalità le quale sono la conuersa, la congionta, la disgionta, & la euersa, pensamo esser conueniente demostrare quelle cose che l'Autore ha lassate come cose facile da demostrare. adonque primamente demostraremo la conuersa, esempli gratia essendo dal, a, al. b, si come dal. c. al. d. dico che al contrario dal. b. al. a. serà si come dal. d. al. c. perche se. a. serà minor del. b. ancora. c. serà minor del. d. & tal parte ouer parti serà. a. del. b. quala ouer quale serà. c. del d. per laqualcosa (per la seconda parte della undecima) serà del. b. al. a. si come del. d. al. c. ma se. a. serà maggiore del. b. ancora il. c. serà maggiore del. d. & (per la prima parte della undecima) tal parte, ouer parti serà il. b. del. a. quala, ouero quale serà. d. del c. adonque (per la diffinitione) serà del. b. al. a. si come del. d. al. c.

a e c f
b d

Voglio dimostrare la disgiunta proportionalità.

Esempli gratia sia del, a, b, al, b, si come del, c, d, al, d, dico che dal, a, al, b, serà si come del, c, al, d, perche permutatamente del, a, b, al, c, d, serà si come dal, b, al, d, & (per la duodecima) si come dal, a, al, c, perche adõque del, a, al, c, è si come del, b, al, d, serà permutatamente del, a, al, b, si come dal, c, al, d.

portione delli duoi produtti, cioè dall'uno all'altro, serà si come quella delli duoi multiplicati, l'uno all'altro.

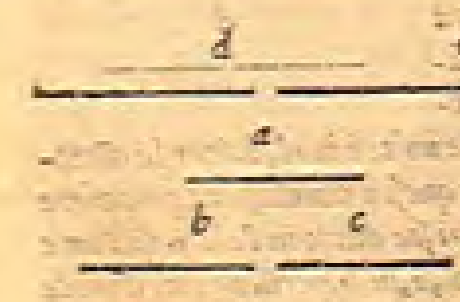


Esempli gratia sia multiplicado il numero, a, in l'uno e l'altro de duoi numeri, b, & c, et di tal multiplicatione pervengi, d, & e, dico che la proportion del, d, al, e, serà si come quella che è dal, b, al, c, perche il segnata (per la conversione della diffinitione del multiplicare) che'l, b, sia tante volte in el, d, & similmente il, a, in el, e, quante e la unità nel, a. per laqual cosa la proportione del, d, el, b, è si come del, e, al, c, (perche contengono quelli equalmente, che è quante volte che'l, a, contien la unità) adonque permutatamẽte dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, che è il proposito.

Theorema. 17. Propositione. 19.

19 18 Se duoi numeri se multiplicaranno in uno altro numero, la proportione de quelli duoi produtti serà si come quella delli duoi multiplicanti.

Questa (per la conversion della antecedente della precedente) conclude la medema passione che è in la promessa come se l'uno & l'altro di duo numeri, b. & c. multiplichino lo numero. a. & pervengbi, d, & e, dico che dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, perche (per la antecedente della precedente) serà che dal, a, in, b, & c, sien fatti, d, & e, per laqual cosa (per la precedente) dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, che è il proposito. Et nota che quello che se prepone per questa e per la precedente de duoi numeri tal poci applicare a quanti numeri te pare, perche se uno numero multiplica quanti si vogliano numeri serà la proportione di produtti & di multiplicati una medesima, facilmente anchora se quanti si vogliano numeri multiplicato uno numero la proportion di produtti, e multiplicanti serà una. Laqual cosa per questa & per la precedente repetite quante volte bisognerà facilmente la approvarai ma in questo luoco (come habbiamo promesso sopra la quintadecima propositione) volemo dimostrare la equal proportionalità in quanti si voglia numeri de duoi ordeni della proportionalità indirettamente laqual dimostra Euclide, per la 23esima terza del quinto in le qual nulà in genere, dicemo adunque perche.



Se quanti si voglian numeri seranno de altri tanti indirettamente proportionali, li estremi anchora in medesima proportione seranno proportionali.

Esempli

terzo numerarà alcun quarto, serà anchora permutatamente che quante volte la unità numerarà il terzo tante volte il secondo numerarà il quarto.



Come se sia la unità al.a. si come il.b. al.c. serà permutatamente la unità al.b. si come la.a. al.c. et questa non è superflua dalla demostrata proportione permutata, perche non puo esser cõcluso da quella quello che quì se propone. Perche quella fu demostrata in quatro numeri proportionali. Ma la unità non è numero per la diffinitione adonque per questo modo manifesta il proposito. sia diuiso.a. per le unità &, c, secondo la quantità de, b, serauno (per lo presente presupposito) tanti parti in, a, quante in, c, & perche ciascuna delle parti de, a, è la unità & ciascuna delle parti de, c, è equale al, b, serà che quante volte la unità sia in.b. tante volte ciascuna delle parti de, a, sia in la sua comparata delle parti del, c, adonque (per il modo della demostratione quinta) seguita tante volte essere, a, in, c, quante volte è la unità in el, b, che è il proposito.

Theorema. 15. Propositione. 17.

17 Se l'uno e l'altro de duoi numeri sia dutto l'altro quelli che da quel
16 li uien produtti seranno equali.



Si come se del, a, in, b, pervenga.c. et del, b, in, a, pervenga.d, dico che, c, & d, seran equali. Perche conciosia che, b, multiplicato per, a, produca, c, (per la conuersione delle diffinitione) serà el, b, tante volte in, c, quante che la unità e in, a, adonque (per la precedente) serà lo, a, in, c, quante volte e la unità in el, b, & perche tante volte e la, a, etiam in el, d, (perche del, b, in, a, e fatto el, d,) seguita che tante volte sia lo, a, in el, c, quante volte è in el, d, (per la cõcettione) adonque, c, & d, sono equali, possemo anchora questa conclusione proponere per questo altro modo. Se l'uno e l'altro de duoi numeri sia dutto in l'altro dall'uno e l'altro dutto peruien un medesimo numero come se del, a, in, b, pervenga, c, il medesimo pervenirà del, b, in, a, perche in uero del, a, in, b, uien fatto, c, serà come prima (per la conclusione della diffinitione) il, b, in, c, quante volte la unità e in, a, & permutatamente (per la precedente) serà, a, in, c, quante volte la unità e in, b, perche adonque, a, tante volte uien contenuto in, c, quante unità e in, b. seguita per la diffinitione che del, b, in, a, uien fatto, c.

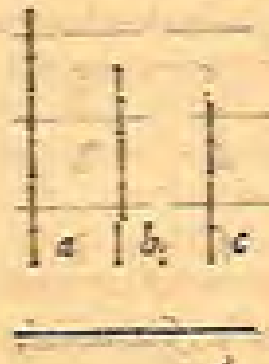
Theorema. 16. Propositione. 18.

18
17 Se uno numero serà dutto, ouero multiplicato in duoi altri la pro-

quale, ouero quale in el medesimo superfluuio del.f, & per tanto anchora (per la cõcettione) è manifesto quelli esser equali. Ma se essi serãno equali è manifesto (per la concettione) che ouer.g. serà tal parte, ouer parti del.e. quale, ouero quale serà del.f. & al presente (per la diffinitione) serà de esso.g. all'uno e l'altro de quelli una proportione, ouero equalmente contenerà l'uno e l'altro con superfluità de simile e tanto numero de parti, & per tanto anchora (per la diffinitione serà de quello all'un e l'altro una proportione, el secondo proposito cosi è manifesto, sia.e. (producto dal.a.in.d.) equale al.f. (producto dal.b.in.c.) Dico che la proportione del.a. al.b. è si come del.c. al.d. & questa è al contrario della prima parte, perche sia come prima.g. al quale è fatto dal.a. in b. & perche.e. & f. sono equali serà dal.g. all'uno e l'altro de quelli una proportione, & perche come prima (per la decima ottava propositione) del.g. al.f. è si come del.a. al.c. et al.e. si come del.b. al.d. serà del.a. al.c. si come del.b. al.d. per la qual cosa permutatamente del.a. al.b. serà si come del.c. al.d. che è il proposito.

Theorema.19. Propositione.21.

o 20 Se tre numeri seranno proportionali il producto delli estremi serà equale al producto del medio in se medesimo, e se'l producto delli estremi serà equale al producto del medio in se medesimo, quelli tre numeri seranno proportionali.



Sian li tre numeri proportionali.a.b.c. si come dal.a. al.b. cosi sia dal.b. al.c. Dico che il producto del.a. in.c. è equale al producto del.b. in se medesimo & per dimostrare questo sia posto.d. equale al.b. adonque si come dal a. al.b. cosi è dal.d. al.c. adoque quello che sien fatto dal.a. in.c. è equale a quello che sien fatto dal.b. in.d. (per la precedente) ma quel che sien fatto del.b. in.d. è equale al dutto del.b. in se (per esser il b. equale a esso.d.) adonque quello che sien fatto del.a. in.c. è equale a quello che sien fatto del.b. in se. Ma supponendo che'l dutto del.a. in.c. sia equal al dutto del.b. in se medesimo. Dico si come è dal.a. al.b. cosi è del.b. al.c. perche quel che sé fatto del.a. in.c. è equale a quello che sien fatto del.b. in se & quello che sien fatto del.b. in se è equale al dutto del.b. in.d. adonque (per la undecima del.5. si come è dal.a. al.b. cosi è dal.d. al.c. et il.b. è equale al.d. adonque si come dal.a. al.b. cosi è dal.b. al.c. laqual cosa era da dimostrare.

Theorema.20. Propositione.22.

21 21 Li numeri secondo qual si uoglia proportione minimi, numerano quai si uoglian in quella medesima proportione, equalmente, el minor el minor, & lo maggior el maggior.

Siano.

Esempli gratia essendo dal,a, al, b,si come dal, d, al,f, & dal, b,al,e, si come dal,c,al,d, dico che dal,a,al,e, serà si come dal,c,al,f. & per dimostrare questo sia detto,c,in,d, & f, & permeg a.g, & b, & serà (per la precedente) dal.g.al. b.si come dal.d.al.f. (per laqual cosa) & si come dal.a.al.b.anchora sia detto,f in.d.& permeg.k. & (per questa decima nona propositione) serà dal.g.al.K.si come dal. c.al.f.& perche dal.f in.d.e fatto.k.farà il medesimo al contrario (per la decima settima proporsitione) dal.d.in.f.perche adonque dal.c.& .d.in.f. sono fatti.b. & .k.serà (per questa decima nona propositione) dal. b. al. k, si come dal. c. al. d.per laqual cosa è si come dal.b.al.e.Et perche egliè stato dimostrato che dal,g,al,b,è si come dal,a,al,b,(per la quinta decima propositione) serà dal.a.al.e.si come dal.g. al,k.Et così era anchora dal.c.al.f.adonque dal.a.al.e.è si come dal.c.al.f. che è il proposito. Il medesimo ti apparerai se in l'uno & l'altro ordine seranno più di tre numeri, procedendo come in la xigesima terza del quinto se pronado di più di tre quantità.

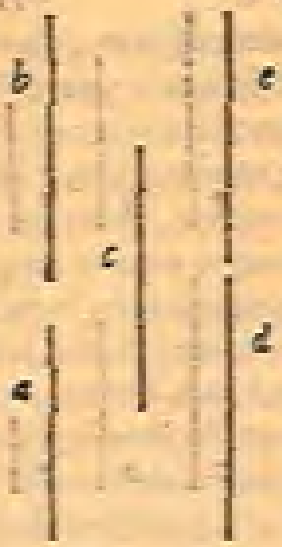
Theorema.18. Propositione.20.

20 / 19 Se seranno quattro numeri proportionali quello che uien produtto dal primo in l'ultimo, serà equale a quello che uien produtto dal ducto del secondo in el terzo. Ma se quello che è produtto dal primo in el ultimo è equale a quello, che è produtto dal secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.

Quello che propose Euclide in la quintadecima del sesto de quatro linee proportionale, in questo luoco propone de quattro numeri proportionali verbi gratia, sia la proportione dal, a,al, b, si come dal.c.al.d. & sia il produtto del.a. in el.d. c. & del,b,in el,c,f, dico che,e, & ,f, sono equali, & è conuerso, & per dimostrar questo sia ducto.a.in.b. & sia fatto.g. & serà (per la decima ottaua propositione) dal,g,al,e, si come dal, b. al. d. & perche (per la decima settima propositione) dal.b.in.a.è fatto.g. & dal medesimo.b.in.c. è fatto.f. serà (per la decimaottaua propositione) dal.g.al. f. si come dal.a.al.c.ma per la quartadecima è dal.a.al.e. si come dal.b. al.d.adonque dal.g.al.f. serà si come dal. g. al. e. Adonque.f. & .e. sono equali che è il primo proposito. Ne bisogna dimostrare se da un numero a duoi sia una proportione che essi sono equali, ouer se essi sono equali che dall'uno a essi sia una proportione perche se da.g.al. e. & al.f.è una proportion esso serà tal parte, ouer parti del e. quale, ouer quale il medesimo e del.f. & per tanto (per la concettione) è manifesto, e, & ,f, esser equali, ouer che tante volte,g, contenerà, e, quante volte contenerà, f, & superfluano in quello tal parte, ouer parti del.e.

a	c	g
b	d	b
e	f	k

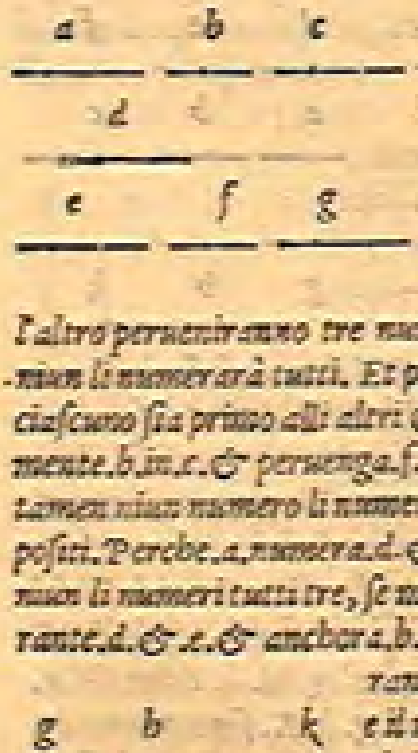
e	g	f
a		c
b		d



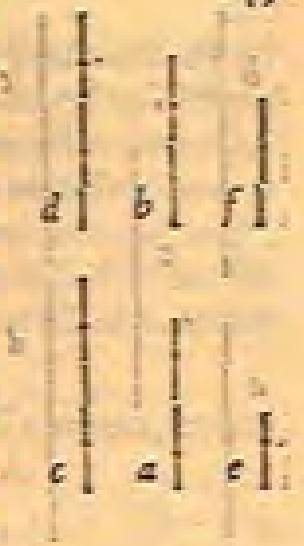
Sia li dui numeri a. & .b. secondo la sua proportione minimi. Dico che essi sono contra se primi perche se non so no primi (per l'aduersario) poniamo che .c. numeri quelli secondo. d. & .e. & serà (per la decima ottaua propositione) del .d. al .e. si come del .a. al .b. & perche. d. & e. sono minori de .a. & b. seguita a. & .b. non esser li minimi in la sua proportione, che è il contrario della positione similmente anchora.

Se quanti si voglian numeri in continuatione delle sue proportioni o sian una medesima, ouer sian diuerse seranno li minimi, niun numero li numerarà tutti.

Come se sian .a.b. c. li minimi in la continuatione delle sue proportioni. Dico che niun numero li numerarà tutti. Ma se possibel sia (per l'aduersario) ponemo che .d. numeri tutti quelli & numeri .a. secondo .e. & .b. secondo .f. & .c. secondo .g. & (per la decima ottaua) serà del .e. al .f. si come del .a. al .b. & .del .f. al .g. si come del .b. al .c. Perche adonque .e. .f. .g. sono minori de .a. .b. .c. & secondo la proportione de quelli non erano .a. b. c. come sono stati posti che è inconueniente. Ma è ben che niun numero numeri .a. .b. .c. (essendo li minimi) come di sopra se è demostrato tamen il puo esser che un numero numeri dui de quelli qual si voglia. Per che qualunque numero ditto in alcun a se primo & l'uno e l'altro de quelli in alcun terzo primo all'un e l'altro perueniranno tre numeri di quali ciascuni dui seranno compositi, tamen niun li numerarà tutti. Et per demostrare questo siano .a. .b. .c. li tre numeri di quali ciascuno sia primo alli altri & sia ducto .a. in .b. & .c. & perueng .a. .d. & .e. & similmente .b. in .c. & perueng .a. .f. Dico che ciascuni dui de .d. .e. .f. esser fra loro compositi tamen niun numero li numerarà tutti, perche le manifesto ciascuni dui essere compositi. Perche .a. numera .d. & .e. & .b. numera .d. & .f. & .c. numera .e. et .f. ma che niun li numeri tutti tre, se manifestarà demostrato prima che .a. e il massimo numerante .d. & .e. & anchora .b. il massimo numerante .d. & .f. & .c. il massimo numerante .e. & .f. Et questo cosi se manifesta, perche se .a. non e il massimo numerante .d. & .e. Sia adonque .g. & numeri .d. secondo .h. & .e. secondo .k. & per la seconda parte della uigesima) serà del .a. al .g. si come del .h. al .b. et similmẽte (per la medesima del .a. al .g. si come del .k. al .c. (Per che adonque .a. è minore del .g. serà .h. minore del .b. & .k. minor del .c. & perche del .h. al .k. e si come del .b. al .c. per che l'uno e l'altro e si come del .d. al .e. (per la decima ottaua) tolta due volte. Et h. & .k. sono minori del .b. & .c. seguirà



Siano.a.& b.li minimi numeri in la ſua proportione, & dal.c.al.d.ſi come dal.a.al.b.dico che'l.a.numera il.c. & il b.equalmente. Perche eſſendo dal.a.al.b.come dal.c. al.d. ſerà permutatamente dal.a.al.c.ſi come dal,b.al.d. Adonque tal parte ouer parti ſerà,a,de,c,quala ouer quale è il b.del.d. Adoque ſe ſerà parte è manifeſto il propoſito. Ma ſe ſerà parti ſia,e,una delle parti de,a,et.f,una delle parti de.b.et pche tal parte è.e.de.c.per il preſuppoſito, quala è.f.del. d. ſerà (per la diffinitione) la proportione del.e.al.c.ſi come del.f.al. d. Per la qual coſa permutatamente del.e.al.f. ſerà ſi come del,c,al,d,per laqual coſa etiam ſerà ſi come del,e,al,b,adonque.a & b.non ſono li minimi della ſua proportion laqual coſa è il contrario de quello che ſtato poſto.ſimilmente anchora.



Quanti ſi voglia numeri,ouer in una medeſima proportione ouero in diuerſe minimi numeràno tutti in la medeſima proportione ciaſcaduno il ſuo correlatiuo equalmente.

Come ſe ſiano,a,b,c,minimi in una medeſima proportione, ouer in diuerſe,e ſiano in la medeſima, ouer medeſime,d, e, f, coſi che ſia dal.d.al.e.come dal,a, al b, & dal,e,al,f,come del,b, al,c, Dico che, a, numera.d.& b. numera. e. & c. numera. f. equalmente, perche dal,a,al,b,è come del,d, al,e, permutatamente ſerà del,a,al,d,come del,b,al,e,& perche del,b, al c, è come del,e, al, f, ſerà anchora permutatamente del,b,al,e,come del, c,al,f, per laqual coſa dal,b,al,e,& dal,e, al,f, ſerà ſi come dal,a,al,d,& perche,a,b,c,ſono minori de,d,e,f,ſerà il.b.del.e.& c,del,f,ual parte,ouero parti quala,ouero quale è.a.del,d. Adoque ſe ſon parte è manifeſto il propoſito. Ma ſe ſon parti ſia,g,una delle parti de,a,& b,una delle parti de,b,& K, una di quelle del,c,& per la preſente preſuppoſito,ual parte ſerà,b, dal,e, & K, del.f.quale.g.del.d, per laqual coſa (per la diffinitione del.b. al. e. & del.k. al.f.) ſerà ſi come del.g.al. d. permutatamente, adonque ſerà del.g.al.b. come del.d. al. e. & del. b. al. k. come del. e. al. f. per laqual coſa del. g. al. b. come del.a. al.b. & del. b. al. k, come del. b. al. c. perche adonque. g. b. K. ſono minori de. a. b. c. & in la medeſima proportione ſeguita il contrario di quello che è ſtato ſuppoſto.

d	e	f
a	b	c
g	b	k
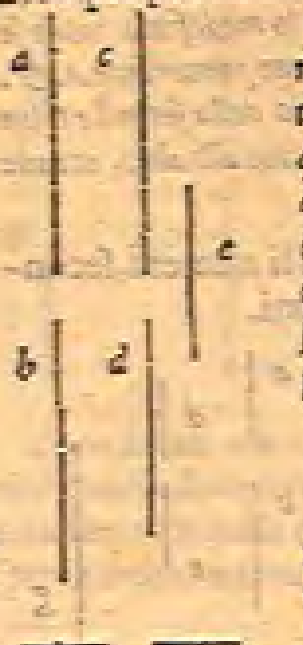
Theorema.21. Propoſitione.23.

22 Se ſeranno duoi numeri ſecondo la ſua proportione minimi eſſi ſe-
24 ranno fra loro primi.

Sia

Theorema.23. Propositione.25.

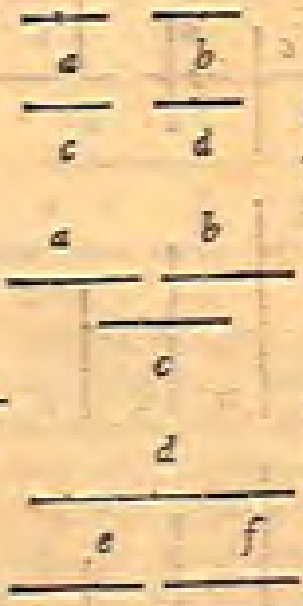
23 / 23 Qualunque duoi numeri contra se primi sono li minimi secondo la sua proportione.



Questa è conuersa della auãti la precedente come se fa-no,a,&,b,contra se prime esse seranno secondo la sua proportione minime. Ma se non sono li minimi(per l'aduersario) in quella medesima proportione sia se possibile.c.& d. Adonque è manifesto(per la xxesima prima)che,c,numera,a,&, d,il,b,equalmente, sia adonque come secondo,e,serà (per la decima sestima)che uicuersa,c,numera,a,& ,b, numera,a, secõdo,c,& ,b,secondo,d,non sono adonque,a,& ,b,contra se primi che è contra al presupposito.

Theorema.24. Propositione.26.

24 / 25 Se seranno dui numeri contra se primi, se alcun numero numerarà un de quelli,il se approua necessariamente quel esser primo all'altro.



Siano.a.& .b.contra se primi & .c.numeri,a,dico che,c,e primo al,b,& se egliè possibile esser altramente(per l'aduersario)poniamo che'l.d.numeri quelli,el quale(per la penultima conclusione)numerarà etiam,a,non sono adonque,a,& , b,contra se primi perche,d,li numera ambidoi.

Theorema.25. Propositione.27.

Se seranno dui numeri, a qualunque altro primo quello numero che uien produtto dal dutto dell'un in l'altro al medesimo sarà primo.

25 / 26

Sia l'uno e l'altro di duoi numeri.a.& .b. primo al,c, & lo produtto dal,a, in b, sia, d, dico che.d. è primo al, c, & se egliè possibile esser altramente poniamo che,e,li numeri ambidoi & che numeri.d.secondo.f.bora (per la seconda parte della xxesima) del.a. al,e,serà si come de',f,al,b,& perche,a,& ,c,sono primi & ,e, numera,c, esso serà(per la xxesima sestia) primo al,a,per laqual cosa(per la xxesima quinta).a.et. e.sono secondo la sua proportion minimi. Segnita adonque (per la xxesima secunda)che,e,numeri,b.& perche è stato posto che esso numeri,c,non seranno,b,& ,c, contra se primi laqual cosa è contra al presupposito.

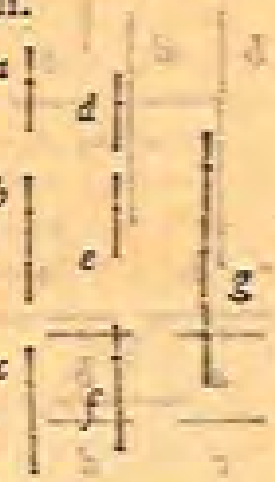
Theorema.26. Propositione. 28.

26 / 27 Se seranno duoi numeri contra se primi,quello che se produce da un de loro in se medesimo è primo all'altro.

Siano.

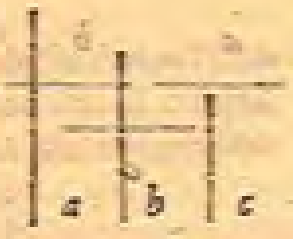
guirà (per quella che segue da poi la seguente; cioè per la vigesima quinta & per il presupposito) che .b. & .c. siano anchor loro li minimi, & perche tal cosa è impossibile, cioè ritrouarse numeri minori di minimi. E per tanto seguita il numero .a. esser il massimo che numeri li detti duoi numeri .d. & .e. & per lo medesimo modo se proverà che .b. sia il massimo numerante .d. & .f. & .c. il massimo numerante .e. & .f. Adonque se alcuno numero numera .d. .e. .f. (per il correlario della seconda tolto tre volte) esso numerarà .a. .b. .c. Ma ciascun de quelli era primo alli altri, accade adonque lo impossibile similmente anchora.

Quanti si vogliano numeri liquali un numero non li numera, secondo la continuatione delle sue proportioni sono minimi.

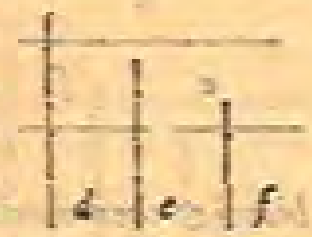


Come se siano .a. .b. .c. quali si vogliano numeri, liquali niuno numero li numera tutti. Dico che essi sono minimi in la continuatione delle sue proportioni. Altramente se egli è possibile (per l'aduersario) siano li minimi .d. .e. .f. liquali per la vigesima prima numeraranno .a. .b. .c. ciascun il suo relativo equalmente. Sia adonque che secondo .g. & sarà (per la decima settima) che uicuersa .g. numerasse .a. .b. .c. secondo .d. .e. .f. per laqual cosa accade il contrario della positione.

Theorema. 22. Propositione. 24.



Se seranno tre numeri, da l'un lato, & altri tre dell'altro delli quali li secondi a duoi a duoi siano secondo la proportione de primi & che sia perturbata la proportionalità de quelli, essi in la equal proportionalità seranno proportionali.



Siano li tre numeri .a. .b. .c. & altri tre .d. .e. .f. che a duoi a duoi siano tolti secondo la proportion di primi, ma sia per turbata la proportionalità di quelli, cioè che si come .e. .a. al .b. così sia .e. al .f. & si come .b. al .c. così sia .d. al .e. Dico che in la equal proportionalità sono proportionali, cioè si come .a. al .c. così .e. .d. al .f. perche dal .a. al .b. e si come dal .e. al .f. Adonque quello che uien fatto dal .a. in .f. (per la vigesima prima di questo) è equale a quello che uien fatto dal .b. in .e. un'altra volta perche si come è dal .b. al .c. così è dal .d. al .e. Adonque quello che uien producto dal .d. in .c. è equal a quello che uien producto dal .b. in .e. & è stato dimostrato che quello che uien producto dal .a. in .f. .e. equale a quello che uien producto dal .b. in .e. Adonque, quello che uien producto dal .a. in .f. (per la vigesima prima di questo) è equale a quello che uien producto dal .d. in .c. Adonque per la vigesima di questo) si come .a. al .c. così .e. .d. al .f. che bisogna dimostrare.

Theo-

te volte serà detto l'uno e l'altro di produtti in lo suo principio tutti li produtti serà contra se primi, & non solamente questo ma qual si voglia detto dal.a. qual si voglia detto dal.b.

Theorema.29. Propositione.31.

29 31



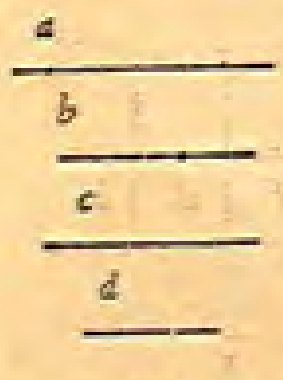
Se seranno duoi numeri contra se primi lo aggregato de ambiduoi, all'uno e l'altro de quelli serà primo. Et se lo aggregato de ambiduoi all'uno e l'altro serà primo, li duoi numeri anchora fra loro seranno primi.

Siano.a.& .b.c. contra se primi. Dico che il composito de.a.b. all'uno & l'altro de quegli serà primo & è concorso. perche se.d. numera tutto.a.b. & l'uno de quegli numerarà (per la comunea scientia) etiam lo restante per laqual cosa non seranno contra se primi. Ma questo era stato posto, adonque è manifesto il primo proposito. El secondo cosi se dimostra, sia.a.b. primo all'uno & l'altro di suoi componenti, liquali sono.a.& .b. Dico che.a.& .b. sono contra se primi, perche posto che.d. numerasse l'uno e l'altro di duoi numeri.a.& .b. seguiria (per commuena scientia) che etiã numerasse.a.b. composito da quelli per laqual cosa.a.b. non serà primo all'uno e l'altro di duoi numeri.a & .b. ma era posto che'l fusse all'uno e l'altro seguita adonque lo impossibile. Anchora per lo medesimo modo se lo aggregato da ambiduoi serà primo all'uno serà anchora primo all'altro, e però & li aggregato fra loro perche essendo il composito de.a.& b. primo al.a. dico che serà etiam primo al.b. essendo. altramente per l'adversario poniamo che.d. numeri quelli alqual.d (per la concession) numerarà etiam.a. concosia che numera il tutto & lo detratto ma perche questo è inconveniente serà il composito de.a.& .b. primo al.b.

Theorema.30. Propositione.32.

30 33

Ogni numero composito è numerato da alcuno numero primo.



Sia.a. qual si voglia numero composito, dico che alcun numero primo numera quello, perche è composito serà numerato da alcun numero. il qual poniamo sia.b. il qual.b. se serà primo serà il vero quello che è stato detto, ma se serà composito. Sia.c. quel numero el qual numera quello el qual etiam (per commuena scientia) numerarà.a. adonque se esso serà primo è manifesto quello che stato detto. Ma se serà composito necessariamente altro numero numerarà quello el qual (poniamo) sia, d, el qual etiam (per commuena scientia) numerarà.c, del qual se die ratiocinare come prima. Perche adonque quante volte occorre il cõposito è necessario pigliare uno numero numore el qual numeri lo occorrente composito segnita che finalmente se devenga ad alcun numero primo altramente accade lo impossibile, & contrario alla quarta petitione cioè il numero decresse in infinito.

Theore-

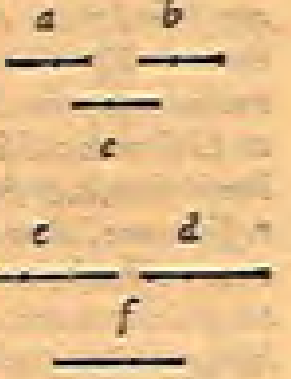
Siano.a.& .b. contra se primi & dal.a. in se medesmo sia fatto.c. dico che.c.è primo al.b. perche essendo.d.equal al.a. Sarà ancor.d.primo al.b. & dal.a.in d.si è fatto.c. (per la precedente) adonque è manifesto el.c. esser primo al.b.come havemo proposto.



Theorema.27. Propositione.29.

27/28 Se l'uno e l'altro de duoi numeri comparati a altri duoi serà primo all'uno e l'altro, quello che serà produtto dalli duoi priori serà primo à quello che serà produtto dalli duoi posteriori.
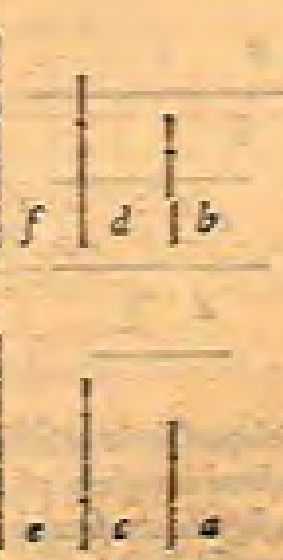
Essendo.a. & .b.priori, & .c. d. posteriori & essendo l'uno e l'altro di duoi.a. & .b.primo all'uno e l'altro di duoi.c.et.d. & lo producto del.a.in b.sia e. & dal.c.in d.sia f. dico che.e. è primo al f. Et questa vigesima seria tolta tre volte evidentemente cõclude, perche essendo.e.fatto dal.a.in b. di qua di l'uno e l'altro è primo al.c. & al.d. serà (per essa vigesima settima).e.primo al.c. & anchora (per essa) primo al.d. Anchora perche essendo fatto.f.dal.c.in d. di quali l'uno e l'altro è primo al.e. serà un'altra volta (per essa vigesima settima) f.primo al.e. che è il proposito.



Theorema.28. Propositione.30.

28/29 Se seranno duoi proposti numeri contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro de quelli in se medesimo seranno li produtti da quelli contra se primi, & similmente se l'uno e l'altro di produtti sia dutto in el suo principio, seranno anchora li produtti contra se primi.

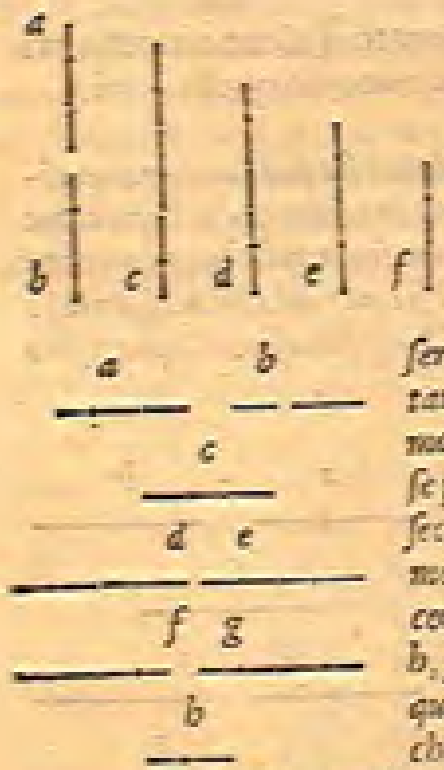
Siano.a. & .b.contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro in se medesimo & pervengano dal.a.el.c. & dal.b.el d. & similmente sia dutto.a. in c. & pervenga.e. & .b.in d, & pervenga.f. Dico, c, & , d, esser contra se primi & similmente, e, & f, contra se primi, perche, c, (per la vigesima ottava propositione) e primo al.b. per la medesima adonque serà, d, primo al, a, & al.c, & così è manifesto el primo proposito ilqual è, c, & , d, esser contra se primi, l'altro se dimostra così perche l'uno e l'altro di duoi numeri.a. & .c. è primo all'uno & l'altro di dui, b, & d adonque (per la vigesimanona) serà .e, primo al, f, che è l'altro proposito. Ma non solamente serà, e, primo al, f, ma etiam (per la vigesimasettima) al b. & al.d. & similmente, (per la medesima) lo.f.al.a.et al.c, et così se infinite volte



demostratione. Sia adonque, c, producto del, a, in, b, sia, d, commensurabile con il detto, c, dico che il medesimo, d, serà comensurabile con, a, ouer, b, perche essendo, e, la communa misura de, d, et, c, il detto, e, serà numero primo, ouer che lui serà (per la trigesima seconda) numerato da numero primo. Se egliè primo numerando, e, (come è sta posto) numerarà etiam (per questa trigesima quinta propositione), a. ouero. b. & perche numera etiam. d. (dal presupposito) adonque il detto, d, (per la vigesima terza diffinitione) serà commensurabile con, a, ouero con, b. Ma se'l detto, e, non serà numero primo serà (come è detto) numerato da numero primo qual pongo sia, f, ilqual, f, numerando, e, (per la nona concettione) numerarà etiam il d, & c, onde numerando, c, (per questa trigesima quinta propositione) numerarà etiam. a. ouero. b. Seguita adonque (per la vigesima terza diffinitione). d. esser commensurabile con, a, ouer con, b, & il, seria la lor communa misura che è il proposito.

Problema. 3. Propositione. 36.

34 / 35 Puotemo ritrouare li minimi numeri secondo la proportione de quai numeri dati si uoglia.



Siano, a, & , b, li numeri proposti, secondo la proportione di quali volemo ritrouare li minimi. Adonque se seranno contra se primi sono quelli che cercamo (per la vigesima quinta propositione. Ma se seranno composti essendo tolto (come insegna la secõda propositione) il massimo numerante communamente quelli, ilqual sia, c. Et numerando quelli secondo, d, & , e, & essi, d, & , f, seranno in la medesima proportione (per la decima ottana propositione) liquali dico essere quegli che cercamo. Et se non sono quegli (per l'aduersario) poniamo se possibile è che siano, f, & , g, liquali (per la vigesima seconda propositione) numeraranno. a. & . b. equalmente. Sia adonque che secondo, b, & serà (per la seconda parte della vigesima propositione) del, c, al, b, si come del, f. al, d, ouer si come del, g, al, e. Per la qual cosa, c, e, minore del, b, Et per tanto concio sia che, b, numera, a, & , b. Adonque, c, non fu il massimo numerante quelli. Ma cosi era posto adonque & finalmente ancora.

Corollario.

Onde egliè manifesto il massimo numero numerante communamente duoi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella proportione.

Potemo

Theorema.31. Propositione.33.

31 34 Ogni numero ouer che egliè primo ouer che egliè numerato da numero primo.

Sia.a.qual si voglia numero: dico che gliè primo o numerato da un primo: perche se'l non è primo sarà composito: & qualunque tale è numerato (per la precedente) da alcun primo. Adonque.a.ouer che gliè primo: ouer che gliè numerato da un primo: come si propone.

a

Theorema.32. Propositione.34.

32 31 Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera è primo.

Sia.a.numero primo non numerante.b.dico che.a.et.b.sono contra se primi perche se.c.numera.a.que gli non è il vero che.a.sia primo.

a b

c

Theorema.33. Propositione.35.

33 32 Se un numero produtto da duoi, serà numerato d'alcun numero primo.le necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli duoi.

Sia.c.produtto dal.a.in.b.& sia.d.numero primo il qual sia posto numerar.c.dico che.d.numera.a.ouer.b.Perche numerando.c.secondo.e.adonque se'l non numera.a.serà primo a esso (per la precedente) è però seranno secondo la sua proportion minima (per la vigesima terza) & perche del.a.al.d.è si come del.e.al.b. (per la seconda parte della vigesima) seguitarà adonque (per la vigesima seconda propositione) che'l.d.numeri.b che è il proposito.

a b

c

d e

f

Correlario.

Onde è manifesto che se alcun numero, numera el produtto de duoi numeri, ouer che a quel medesimo sia comensurabile, serà anchora comensurabile a uno de quelli.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra esser manifesto che se alcun numero (o sia primo o non primo) numera il producto de duoi numeri, overo che a quello sia communicante, overo commensurabile, che quel serà anchora commensurabile a uno de duoi producenti, laqual cosa quantunque sia vera per le cose dette di sopra non è molto chiara (massime la seconda parte) anci ha de bisogno de dimostra-

Il Traduttore.

Questo correlario per le cose dette è manifesto, cioè che'l numero .e. minimo numerato da .a. & .b. numeraria .f. & per le medesime ragioni seguirà, che lui numeri qual si voglia altro numerato da .a. & .b.

Problema. 4. Propositione. 38.

36 36. 37. 38. De quanti proposti numeri si uoglia, puotemo ritrouare il minimo numero numerato da quegli.

Sieno li proposti numeri .a b.c.d. uoglio ritrouare il minimo numero numerato da quegli, Ritrouo adonque primamente il minimo numerato da .a. & .b. ma se per caso .a. numera .b. il non sarà altro che .b. Ma se'l non numera quello ne al contrario (cioè che .b. non numeri .a.) se essi sono contra se primi, quello che perviene del l'uno in l'altro sarà il minimo (per la trigesima quarta, & per la precedente.) Ma se sono communicanti, essendo tolti li minimi in la proportioni de quelli (come insegna la trigesima sesta proposition) & dal maggiore moltiplicato nel minor de quegli perverrà .e. il quale sarà il minimo numerato da quegli (per la precedente.) Anchora per simel modo sia trouato il minimo numerato dal .e. et .c. il qual sia .f. & .f. sarà il minimo numerato dal .a. b. c. & similmente sia trouato il minimo numerato dal .f. & .d. & sia .g. & .g. sarà il minimo numerato dalli proposti numeri perche (per la concettione) è manifesto che tutti numeranno esso .g. Ma se'l non è il minimo (per l'aduersario) poniamo se possibile è che sia .h. perche adonque .a. & .b. numerano quello (per il correlario della precedente) esso .h. sarà numerato etiam dal .e. Anchora (per il medesimo correlario) sarà numerato etiam dal .f. & similmente dal .g. Adonque il maggior numeraria il minore che è impossibile.

a / b — e / f — c / d — g / b

Questa & la precedente sono proposte in altro luoco sotto de tre conclusioni del lequale la prima è equivalète alla premessa, la seconda è composta dalli soprascritti dui correllari, la terza propone de tre numeri, & questa propone de quanti si voglian numeri adonque la prima è &c.
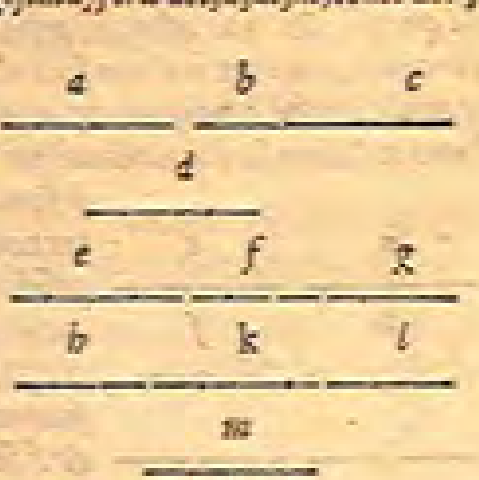
Dati duoi numeri puotemo truouare il minimo numerato da quelli.

Sieno li dati numeri .a. & .b. di quali se'l minore numera il maggiore, il maggiore è quello che cercano. Altramente il maggiore numeraria un minore di se. Ma se ne l'uno ne l'altro misurarà ne l'uno ne l'altro. Se essi sono contra se primi. Quello che perviene dal .a. in .b. (qual sia .c.) sarà il minimo numerato da quelli, perche

se fosse

Potemo ritrouare li minimi numeri secondo la continuatione delle proportioni de numeri assignati.

Come se siano,a,b,c,secondo le proportioni di quali uolemo retrouare li minimi o siano in una medesima proportione,ouer in diuerse.Se niuno numero numera tutti quelli, essi sono quelli che cercamo (per la vigesima quinta perche questa in quel loco è stato demostrato) Ma se uno li numera tutti pigliando (come insegna la terza) el massimo numerante communamente quegli,sia qual sia,d,& numeri quelli secondo,e,f,g,iquali seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua) Dico quelli esser che domandauao,& se possibile è esser altramente (per l'aduersario) siano.h.K.L. iquali (per la vigesima seconda) numeraranno.a,b,c, equalmẽte. Sia che secondo.m.& (per la seconda parte della vigesima) serà del,d,al,m,come del, h.al,e,ouer del.K. al.f.ouer del.L.al.g. Adonque.d.è minor che.m. per laqual cosa concio-sia che.m.numera.a.b.c. non fu .d .il massimo numerante communamente quelli,per la qualcosa seguita lo impossibile: perche el,d,fu posto esser el massimo numerante.a.b.c.



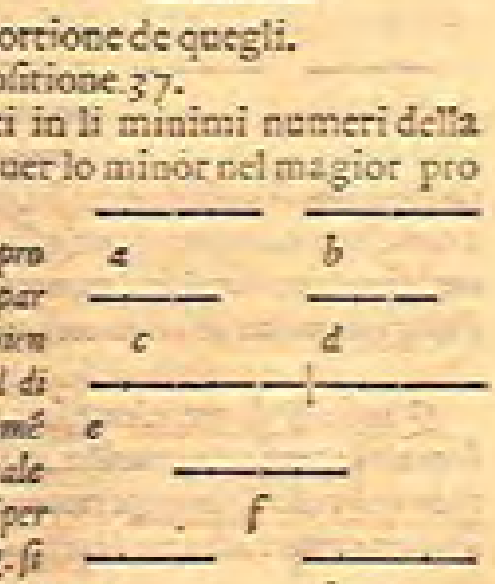
Correlario.

Onde anchora è manifesto il massimo numero numerante communamẽte qual si uoglia numeri,numerar quegli secondo li minimi numeri della proportione de quegli.

Theorema.34. Propositione.37.

Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della
37 sua proportione il maggior nel minore ouer lo minor nel magior pro
o ducano il minimo da quelli numerato.

Siano duoi numeri.a.& b.et li minimi in la proportione de quelli,c,& d. (et serà per la prima parte della vigesima) che dal.a.in.d.& dal.b.in.c.siano produtti un medesimo numero,qual sia,e,ilqual dico esser el minimo numerato dal,a,& b. Altramẽte se possibil fusse per l'aduersario quel sia,f, ilquale sia numerato dal,a,& b.secondo,g, & b, & (per la seconda parte della vigesima) serà del.b. al.g. si come del,a,al,b, & si come del,c,al,d,& (per la decimasettima propositione) serà del.c,al,b,si come del,e,al,f. adonque concio sia che (per la vigesima seconda propositione) .c, numeri,b, perilche,e, numerarà,f, cioè il maggiore numerarà il minore,adonque per questo è impossibile è manifesto esser il vero quello ch'è stato detto.



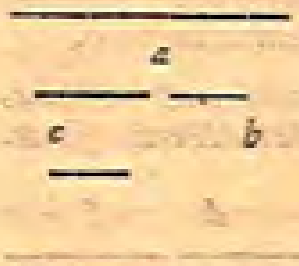
Correlario.

Onde egliè manifesto che il minimo numero numerato da dui nu-
53 meri numera qual si uoglia altro da quelli numerato.
o

ſia tolto.e.minimo numerato da quelli. Ma che è ſia numerato da.a.b.è manifeſto perche.c.numera eſſo & ſimilmente.d.adonque & .a.b liquali numerano.d, per laqual coſa.e.ſerà numerato dal.a.b.c.& .e.ſerà il minimo numerato da.a.b, e.ma ſe fuſſe poſſibile eſſer altramente per l'aduerſario poniamo che ſia.f, alqual per la precedente concluſione ſerà numerato dal.d.& .c, numera.f, (perche.a.b, e.numerano quello) per laqual coſa.c.d.numeranno quello, per laqual coſa (per la precedẽte.)e.numerarà quello & è maggiore di quello adonque il maggiore numeraria il minore laqual coſa non puo eſſere.quel medeſimo, & per lo medeſimo modo tu troverai de quanti propoſti numeri ſi vogliano.

Theorema.35. Propoſitione.39.

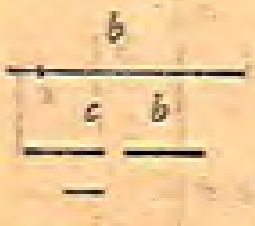
37 39 Se alcun numero numerarà un altro numero, ſerà in el numerato, parte denominata dal numerante.



El ſenſo de queſta è che ogni numero numerato dal ternario habbia parte terza, & lo numerato del quinario habbia quinta & coſi de tutti li altri, come ſe.b.numerarà.a.ſerà in.a.parte denominata dal.b. Hor poniamo che il numeri quello quante volte è la unità in.c.& (per la ſedecima propoſitione) ſerà anchora che.c.numerarà.a. quante volte è la unità in.b, per laqual coſa tal parte è il c.del.a.quala è la unità del.b, & perche la unità è parte de ogni numero denominata da eſſo numero(per communa ſcientia) ſerà.c.parte del.a.denominata dal.b, che è il propoſito.

Theorema.36. Propoſitione.40.

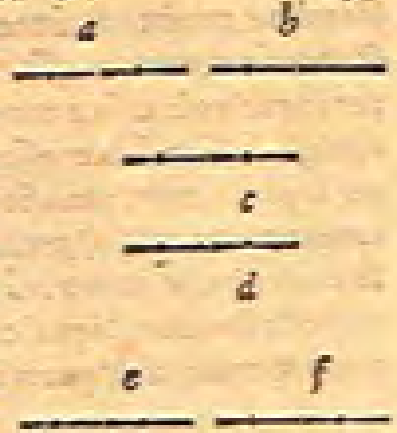
38 40 Se alcun numero haverà qual ſi voglia parte, il numero detto da quella parte,numerarà quello.



Queſta è converſa della precedente, la intentione della quale è che ogni numero che habbia parte terza ſia numerato dal ternario, & quello che habbia quinta dal quinario, & coſi de tutti li altri, come b, ſia parte de, a, denominata dal, c,ſeguirà che.c.numera.a.perche.b.c.parte de.a.denominata dal, c, & la unità è parte del, c, denominata da eſſo.c, (per la cõcetione)ſeguita che quante volte la unità numeri.c.tante volte.b.numeri.a.adonque (per la 17.propoſitione)quante volte la unità è in b.tante volte.c, numera.a.per laqual coſa è manifeſto il propoſito. A demoſtrare il medeſimo altramẽte eſſendo.b.parte de.a.ſe tala è la unità del.c.ſerà (per queſta cõmuna ſcientia

la

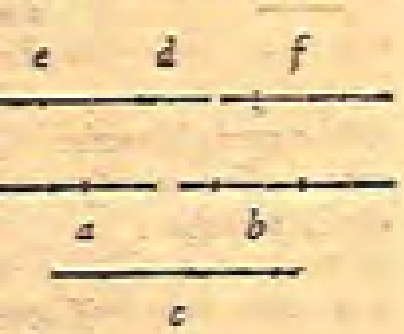
se fosse possibile (per l'aduersario) che misurassemo uno minore de quello sia.d. & che numerassemo quello secõdo.e, & .f. (per la seconda parte della trigesima propositione) serà dal.a.al.b.si come dal.f.al.e. & perche.a. & .b. sono li minimi della sua proportione (per la trigesima quinta propositione) .a.numerarà.f. (per la trigesima seconda propositione) & perche (per la decima ottaua propositione) dal.c. al.d. e si come del.e.al.f. (perche dal.b.in.a.& in f.uien fatti.c. & .d.) seguita. c.numerare il d. Ma il d.era minore del.c. per laqual cosa segnita lo impossibile. Ma se.a. & .b.fusse commu nicanti bisogna negociare il proposito come in la trigesima settima.



La seconda delle tre conclusioni è composta da ambiduoi di sopra scritti correlarij.

Se piu numeri numerarà uno numero le necessario che il minimo numero numerato da quelli numerare quello medesimo numero.

Come se'l sia.d.qual si voglia numero,ilquale sia numerato de.a.& b.& sia.c, il minimo numerato da quelli. Dico che il detto.c.numererà il.d.Perche essendo.d.maggiore.del.c, se'l.c.non numera esso.d,tamen numerarà alcuna parte de quello,& sia.e, il piu,che numera e sia.f.il residuo & .f. serà minore de.c, perche adõque .a.et.b.numerano.c, numeraranno (per communa scientia) etiam.e, ma numeranno.d, adonque (per l'altra communa scientia) numeranno.f. Seguita adonque lo inconueniente,cioè che.c.non fu il minimo numerato de.a. & .b. El medesmo tu comincerai (& per lo medesimo modo) de qual si voglia numerato da quanti piu numeri si voglia, cioè che'l minimo numerato da quelli tali numerarà il medesimo.



La ultima delle tre conclusioni è questa.

Proposto tre numeri vogliono trouar il minimo di numeri numerati da quelli.



Siano li proposti tre numeri, a,b,c, & il minimo numero che numeranno,a,et,b,sia.d, ilqual sia tolto come insegna la prima delle.3. conclusioni. Se adonque.c, numera.d,tu saperai, d,esser quello che cercauo,perche se, a, b, c, numerano un minore de quello qual sia,e,ilquale per la precedente conclusione seria numerato dal,d,che è impossibile. Ma se.d.non è numerato dal,c,



seguirai il treppio de,e,esser il terzo prouato il doppio esser il secondo, altramente perche essendo quello minore del treppio, & minor del doppio, seguirà.c.numero re alcun fra il doppio et il treppio di esso,e,laqualcosa come prima è manifesto esser impossibile,ma prouato il treppio essere il terzo alla similitudine de quello tu appro verà il quadruplo essere il quarto & cosi in delli altri.

Correllario.

39 Dalle qual cose è manifesto che il minimo numero numerato da quanti si voglian numeri,& il minimo che habbi parti denominate da elsi numeri.

Potemo ritrouare il minimo numero, che habbia le parti de più proposte denominationi tolti continuamente come seria a dire trouar minimo numero,che habbia parte terza laqual terza habbia parte quarta, laqual quarta habbia parte quinta, ouero settima ouero qualunque altra che accaderà esser denominata dalle medesime, ouero da diuerse. Bisogna multiplicare el denominator della prima parte in el denominator della seconda, & lo producto da questi nel denominatore della terza, & anchora quello producto in el denominatore della quarta, & cosi de tutte le altre dalla prima per fina all'ultima, ouer dalla ultima per fin alla prima, & quello che peruenirà serà quello che se recerca che nel proposito seria. 60. ouer. 84. ma questo cosi esser tu l'haueras demostratiuamente in questo modo, siano li numeri denominanti le proposte parti.a. b. c. d. volemo trouar il minimo numero ilquale habbia una parte denominata dal,a,in tal modo che quella parte habbia una parte denominata dal.b. & quella un'altra denominata dal. c. & questa un'altra detta dal.d. adonque sia ducto d.in,c. & peruenga.e. & e.in b.peruenga.f. anchora.f. sia ducto in.a.& peruenga.g. ilquale dico esser quello che cercamo, perche conciosia che esso.g. peruenga.dal,a,in,f, etiam(per la 17.)serà ,f, parte de,g,detta dal,a,ma perche,f,peruiene dal,b,in,e,(per la medema),e,serà parte de,f,detta dal,b,& per la medesima ragione il,d,serà parte del,e,detta dal,c,& perche la unità è parte del.d.detta da esso,d.è manifesto,g,hauer le parti come se propone.adonque se'l non serà il minimo(per l'aduersario)poniamo che è sia,h, & sia,k,la parte di quello detta dal,a, & ,l,la parte del,k,detta dal,b,& ,m,la parte del,l,detta dal,c,anchor,n,la parte del,m,detta dal,d,& (per la decima ottaua & decimaquarta)serà del,g,al,f,come del,h,al,k, & dal,f,al,e,come dal,k,al,l, & del,l,e,al,d,come del,l,al,m,et dal,d,alla unità come dal,m,al,n,adonque(per la quintadecima)serà in la proportione de equalità il,g,alla unità come,h, al ,n, adonque permutatamente serà,g,al,h,come la unità al,n,per laqual cosa essendo, h,minor del,g,serà,n,minor della unità,seguita adonque lo impossibile La parte del numero esser minora dalla unità,adonque,g,serà il minimo hauente le parti come se propone,qual trouato che serà,se haueras uolsuo hauere il secondo,ouero in qual altro ordine che te pare seranno da esser tolti per li multiplici del minimo come è stato detto per auanti, Ma questa quadragesima prima in altro luoco è proposta se
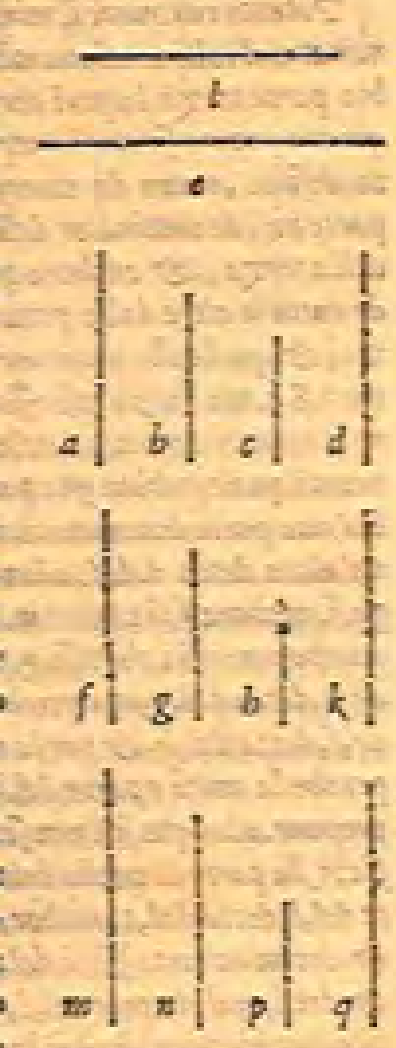
condo

la unità essere parte de ogni numero da esso denominata.) c. in denominatione: b. m. a. & perche. b. è in. a. tante volte quante è la unità in c. evidentemente seguita il proposito.

Problema. 5. Propositione 41.

39 41 Potemo trouare il minimo numero che habbia le parti di piu proposte denominationi.

Siano, a, b, c, d, li numeri denominanti le parti proposte, & e. sia il minimo numerato da quelli (tolto secondo la trigesima ottaua) dico esso. e. esser quello che cercamo. & per dimostrare questo sia. f. g. b. k. quelli numeri secondo liquali esso numerano il detto, e, (& per la sestadecima & questa communa scientia, la unità e parte de ogni numero, da esso denominata) serà uice uersa che. f. g. b. k. numerano, e secondo, a, b, c, d, per laqual cosa sono parti di quello dette da quelli: adonque. e. è quello che ha le parti delle proposte denominationi. Anchora egliè il minimo, perche essendo possibile che sia uno altro poniamo che sia. l. e siano le parti de. l. dette da quelli, m, n, p, q. & seranno (per la sestadecima & la predetta communa scientia) a. b. c. d. uicuersa parti de. l. dette da. m. n. p. q. per laqualcosa. e. non era il minimo che numerauano. a. b. c. d. che è inconueniente. Hor che hai hauuto il primo setu uorai per quello hauere il secondo ouero quanto grãde te piace, per il secondo torai il doppio del minimo & se uorai il terzo torai il triplo, & a questo modo seguirai in li altri, perche cõciosia che ogni multiplice de. e, è numerato da, a, b, c, d, (per ésta cõmuna scientia, ogni numero numerante un altro quel numera ogni altro numerato da quello) le necessario (per la trigesima nona) che ogni multiplice de. e. habbia parti denominate da. a. b. c. d. adonque se il doppio de. e, nõ serà il secondo che habbia le parti delle proposte denominationi, serà un' altro il quale si come seguita essere maggior del. e. cosi seguita esser minor del doppio, & perche. a. b. c. d. numerauano quello (per la quadragesima) seguita (per il correlario della trigesima ottaua) che. e. numeri il medesimo laqual cosa è impossibile, perche conciosia che'l numeri se medesimo numerauia (per questa communa scientia ogni numero numerante il tutto & lo detratto, quel numera il residuo) la differentia di quello a se laqual conciosia che la sia menore, di lui il maggiore numerauia il minore, laqual cosa non puo essere, adonque seguita il doppio de. e. esser il secondo numero, che habbia le parti delle proposte denominatione, similmente anchora tu

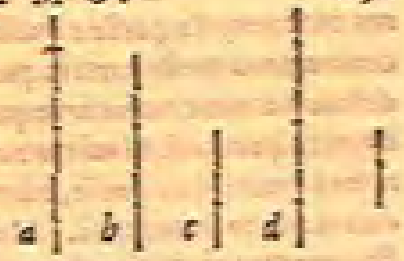


mo numerato da quelle e quelli numeri secondo liquali numerarano sono quelli che denominano quelle parti in quello anchora el se puol ponere quante equal si voglia denominationi e recercar in qual minimo se trouano queste denominationi, e secondo qual quantità. El minimo che contien quelle similmente è manifesto essere dimi nimo numerato da quelle, e li numeri secondo quali numerarano sono quelli liquali determinano le quantità. Ma in l'uno e l'altro loco se recerca el numero per questo, perche infiniti sono li numeri che contengono queste parti. Et quelli in li quali se ritrouano queste denominationi, el se puol anchora poner quanti parti si voglia, e altre denominationi over quante si voglian denominationi, & altre tante parti. Ma non quale ne parte con quali ne pare. Ma le certe con le certe. Perche ponendo io tre quattro, cinque parti, e li denominatori de quelle 6. 7. 8. & cercando io qual numero contien queste parti sotto queste denominationi. Io serò simile allo inquisitore cercante vanamente lo impossibile. Adonque ei si conuien poner le parti certe con le denominatione certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominationi. Ma non liquali, perche il minimo è uno solo. Perche, ouero che serà proposta una parte & una denominatione, ouero piu & piu ne se potria pigliare piu numeri, che contengono quelle parti di quello serà il proposito, Perche solo è uno numero del qual el ternario è la parte quinta, & non piu. Anchora sola è quello del quale il ternario è la ottaua, & lo senario la quarta è non piu. E per tanto colui che propone le parti et le denominationi de quelle in el tutto non è da cercare quale minimo contene quelle parti sotto quelle denominationi, ma qual uno li contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli conuien cercar qual minimo tolga quelle, e, da quali son denominate il quello. Anchora colui che propone le sole denominationi conuien cercar le parti che sono dette da quelle denominationi, et in qual minimo sono trouate. Ma el se uede esser piu conueniente cercar le parti per le denominationi, che le denominationi per le parti. Certamente la diuersità delle denominationi non delle parti compagna la diuersità delle proportioni.

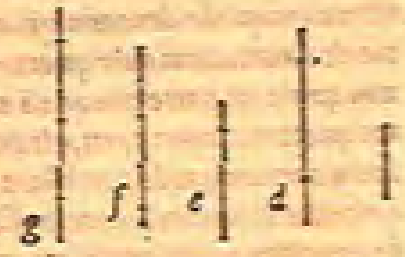
Il Traduttore.

A me pare che la espositiõ di questa ultima parte, non si accordi cõ la propositiõ, perche la propositione dice, che proposte quatro parti si voglia che potemo ritrouare il minimo numero che contenga quelle. Laqual propositione in substantia nõ uol dire altro che date che sia piu numeri, potemo ritrouare il minimo numero che cadauno de essi numeri dati sia parte di quello, El qual serà a esser il minimo numerato da quelli, il quale trouandolo per il modo che insegna la ingegnosa ottaua, bene ueremo concluso il proposito, Ma lo expositore uol che date che siano le dette parte che'l sia anchora date le denominationi & da poi per la notitia delle determinatione uol ritrouare il minimo che habbia le parte delle dette denominationi, che è quello medesimo che propone la. 41. cioè lui suppone note le denominationi & incognite le quantità delle parti, si come propone la detta. 41. & questa uol al contrario, cioè uole che siano note solamente le quantità delle parte. & per la notitia di quelle uol che troniamo il minimo che contenga quelle come detto di sopra, tamen que-

condo questo modo. Nota che alle 3. multiplicationi, auer produti, e, f, g, lo numero della denomination. d. uenirà a esser parte del. e. denominata da. c, perche il detto. e. è il produtto delli dui denominatori, c, in, d, & però bisogna che la parte, d, habbia parte denominata da lui proposto, d, che si troua in ogni numero esser la mità, si che la ultima parte uien per forza a essere la mità nelli numeri. a.

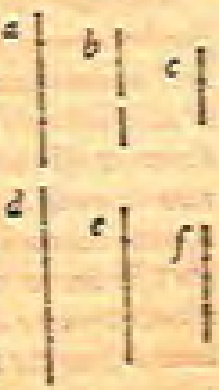


Proposte quante se uoglian parti, puotemo trouare il minimo numero continente quelle.



Come se le proposte parti siano. a, b, c, et siano li numeri denominanti quelle, d, e, f, & sia tolto il minimo che sia numerato da. d, e, f, il qual sia g, questo dico esser quello che cercamo, poi che in quello seranno le proposte parti (per la trigesima nona) il qual se'l non serà il minimo contenéte quelle, sia adonque b. il qual, b, serà numerato da. d, e, f, (per la 38.) adonque, g, non serà il minimo numerato da quelli laqualcosa è inconueniente perche quel era posto essere il minimo. Ma io intendo le parti. a. b. c. esser poste in determinatamente & non sotto de quantità certa, perche altramente non seria necessario che il minimo numero che numerano. d. e, f, fusse il minimo continente quelle parti proposite, perche el si puo retrouar piu parti, lequale il numero numerato dalli denominatori de quelle non le contenerà, Esempli gratia li tre numeri, liquali sono. 120. 90. & 72. sono parti de un medesimo numero il primo è la terza & lo secondo è la quarta & lo terzo è la quinta tamen il minimo che numerano li denominatori de quelle parti il qual è 60. non contien queste parti adonque le da esser opposito se le parti sono poste sotto quantità certa della prima consequentia de questa demostratione, perche nō seguiria come uien arguito (per la trigesima nona) se il ternario numera questo adonque questo numero posto, è la terza parte di quello, Ma solamente che ha parte terza, per laqual causa il medesimo è quello che se propone secondo l'uno e l'altro modo ma secondo il primo piu conuenientemente si uede quello che se intende esser proposto. Ma bisogna aduertire che conciosia che ogni parte habbia in lei quantità & si puol mettere quante & qual si uoglia parti secondo la quantità, & recercare qual sia il minimo numero che contiene quelle tai parti & sotto qual denominationi, & il minimo che contiene quelle è manifesto esser il minimo nu-





no 3.e.5.ma alcuni dicono che ne.13.ne.17 ne.19.ne alcuno altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali perche non sono contenuti da duoi lati ouer da dui numeri.ideo &c.Ma questi tali se ingannano perche unoro, ogni numero primo e superficiale, & l'un di suoi lati e la unità et l'altro e il medesimo numero primo.

Diffinitione. 3.

3 18 Ma quel numero che è contenuto sotto de tre lati, diquali uien a procrearse dalla continua multiplicatione de quelli è detto numero solido.

Il Tradottore.

Q uini l'Autor ne diffinisse qualmente il numero solido e quello che sié contenuto sotto de tre lati, ouero di tre numeri,& che se procrei dalla continua multiplicatione de quegli esempli gratia siano deposti tre numeri cioè.2.3.et.5. hor multiplicando il primo fia el secondo et quella multiplicatione,ouer quel producto multiplicato consequentemente fia il terzo(cioè.2.fia.3.fa.6.& 6.fia.5.fa.30.)questo ultimo producto(cioè.30.)se chiamarà numero solido.& li lati di numero solido serannno li detti tre numeri che fu multiplicati insieme (cioè.2.3.& 5.) Ma bisogna aduertire che infiniti numeri sono superficiali etiam solidi esempli gratia el. 30.considerando che sia producto dalli soprascritti tre numeri cioè.2.3.& 5.serà solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati, ouero producto da tre numeri. Ma pigliandolo come numero producto da.2.e da.15.serà superficiale per esser compreso sotto da duoi lati,ouero producto da duoi numeri,il medesimo seguiria che'l comprendesse esser producto da.3.& da.10.ouer da.5.da.6.e però bisogna aduertire.

Diffinitione.4.

4 19 El numero quadratto è numero superficiale contenuto da lati equali.

Il Tradottore.

Li numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da duoi lati o siano equali, ouero inequali,ma quando li detti duoi lati sono equali tai numeri superficiali per specificarli delli altri se chiamano numeri quadrati come è.4 elquale è producto,ouer contenuto da duoi numeri equali cioè da.2.fia.2.et similmente 9. e numero quadrato per esser pur contenuto da duoi lati equali che son.3.& 3.multiplicati l'un fia l'altro & similmẽte.16.25.36.49.64.81.100.& 144.son tutti numeri quadrati per le ragion dette. Et nota che ogni numero quadrato è etiam numero superficiale, ma ogni numero superficiale non è quadrato.

Diffinitione. 5.

5 20 El numero cubo,è numero solido contenuto da lati equali.

Il Tra-

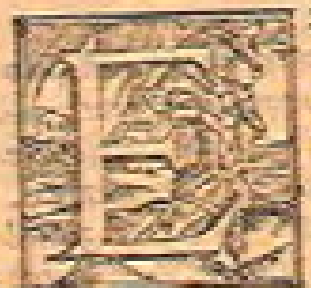
ste interpositione io tengo che non siano cose de Euclide per piu ragioni ma cose aggiunte da altri. & non credo che'l comento di Euclide ne etiam le interpositione di quelli, siano d'un solo commentatore ma de piu comentatori come fu ancora detto sopra le diffinitioni del quinto, immo che io tengo che le bone sostantie delli comenti di Euclide proprio perche il costume de boni et famosi Mathematici è dato che hanno la proportione immediate sotto giongono la sua interpositione & questo se verifica in Archimede Siracusano. Appollonio Pergeo Iordano et molti altri, perche se cosi non facessero, seria giudicato maggiore intelligentia nelli commentatori che interpretasse quegli, che nelli propri Autori, perche egli è piu facile cosa a proponere una cosa vera, che a dimostrare la verità di quello. exempli gratia, egli è piu facil cosa a proponere (etiam a credere) che li dui angoli che sono sopra la basa del triangolo de dui lati equali, siano fra loro equali (come propone la quinta proposition del primo) che a dimostrare la verità di quella, il medesimo se verifica in tutte le altre proposition, cioè il fico della proposition consiste nella demostratione di quella & non nella simplice proposition.

LIBRO OTTAVO
DI EVCLIDE, DE NVMERI
simili & delle denominationi de quelli, alla similitudine della quantità continua, & delle proportioni de essi insieme.

Diffinitione prima.

1/17 Li numeri sono detti lati delli numeri produtti dalla lor multiplicatione.

Il Tradottore.



Simplici gratia. 3 et. 4. sono detti lati del. 12. cioè del producto della multiplicatione de. 3. fia. 4. et similmente. 2. et. 6. se diranno lati del detto. 12. & cosi. 3. & 5. se diranno lati del. 15. per le dette ragioni.

Diffinitione. 2.

2/17 Lo numero che è contenuto da duoi lati è detto numero superficiale.

Il Tradottore.

Exempli gratia. 12. serà detto numero superficiale per essere contenuto da duoi lati liquali sono. 3. e. 4. overo. 2. e. 6. & similmente il. 15. & li suoi lati sono. 3.

do per li tre lati del.24.2.e.3.e.4.& per li tre lati del.192.4.e.6.e.8.& perche li detti tre lati dell'uno(cioè.2.3.e.4.) son proportionali alli 3.lati dell'altro (cioè a.4.6.e.8.cioè che tal proportione e da.2.a.3.quala e da.4.a.6.& tala e da.3.a.4.quala è da.6.a.8.)li detti duoi numeri solidi seranno detti simil,abenche li.3.lati di l'uno & di l'altro non siano continuati in una proportione.

Theorema prima. Propositione prima.

1/1 Se li estremi, de quanti numeri si voglian di continua proportionalità,seranno contra se primi,tutti quelli è necessario secondo la sua proportione esser li minimi.

a	b	c
d	e	f

Siano.a.b.c.continui proportionali e li dui estremi(liquali sono.a.c.) siano contra se primi, dicho che in la medesima proportione non se ne trouerà tanti similmẽte minori,ma se questo potesse accadere per l'aduersario siano,d,e,f, & (per la quintadecima propositione del settimo)serà del,a,al,c,si come del,d,al,f, & perche.a,& .c, sono li minimi in la sua proportione (per la vigesima quinta del medesimo) seguitaria (per la vigesima seconda)che,a,numerasse,d,& ,c,numerasse,f,cioè che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non può.

Problema.1. Propositione.2.

2/2 Potemo trouare quanti numeri si voglia de continua proportionalità,secondo una data proportione minimi.

f	g	b	k
c	d	e	
a	b		

Siano,a,& .b,li minimi della data proportione.et sia ditto in,a,in se medesimo & faccia,c, & ditto in,b,faccia,d,ancora ditto il,b,in se & pervenga.c.e.d.c, seranno continui proportionali in la proportione del,a,al,b, (per la decima ottava et decima nona del settimo) & perche,a,& ,c, sono contra se primi(per la trigesima del medesimo) seranno,c,d,e,li minimi secondo la data proportione(per la precedente)ancora sia ditto.a.in tutti quelli & pervengano.f,g, b,& ,b,in,e,pervenga,k, seranno etiam.f,g, b,k,continui proportionali in la proportione del,a,al,b,(per la decima ottava et decima nona del settimo.) Ancora minimi(per la trigesima del medesimo,)(& per la precedente)e per questa ma è ragione se ne trouerà.5.over.6.quanti si voglia.

Correlario.

2/2 Onde serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalità minimi secondo quella, li duoi estremi seranno quadrati, & se seranno quatro li estremi seranno cubi.

Il Tradot-

Il Tradottore.

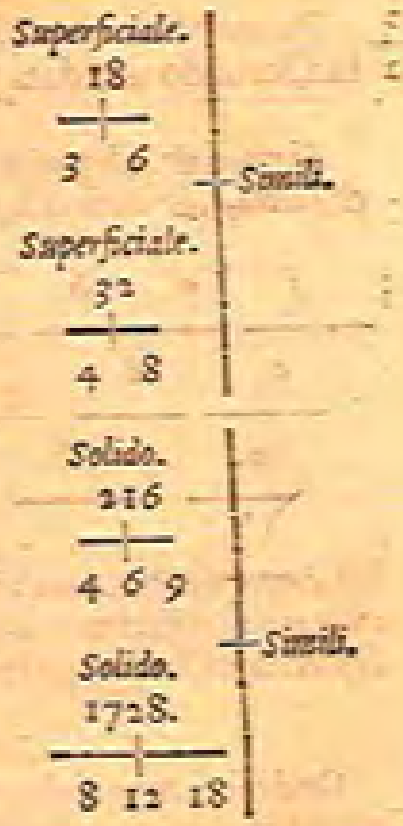
Per la terza diffinitione el numero solido è quello che è contenuto sotto de.3. numeri ouer lati o siano tutti.3. equali ouer.2. equale & l'altro inequale ouer de tutti.3. inequali, ma quando li detti tre lati ouer numeri sono tutti equali per specificare tali solidi dalli altri se chiamano numeri cubi come è.8. el quale è contenuto sotto de tre lati equali li quali sono.2.e.2.e.2. liquali multiplicati l'uno fia l'altro et quel producto fia l'altro farà.8. e cosi.27. serà numero cubo per essere contenuto similmente sotto de.3. lati equali liquali sono.3.e.3.e.3. multiplicati come detto fanno.27. & similmente.64.125.216.343. sono tutti numeri cubi per le ragioni sopra dette & bisogna auertire che ogni numero cubo è anchora numero solido ma ogni numero solido non è numero cubo.

Diffinitione.6.

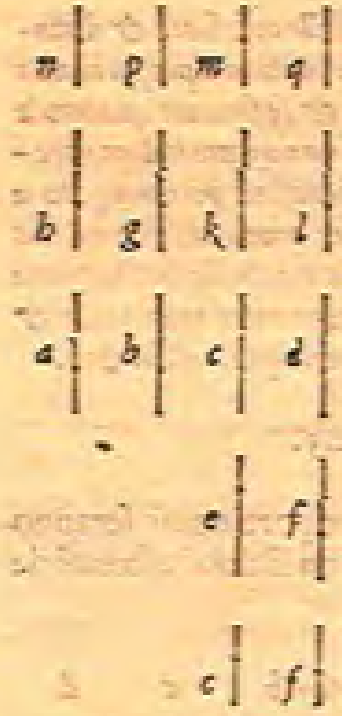
6/22 Li numeri superficiali, ouero solidi di quali li lati sono proportionali sono detti simile.

Il Tradottore.

Esempli gratia.32. & 18. ambidui pono essere superficiali etiam solidi secondo che uien considerata ouero tolta la contrarietà loro ma pigliandoli per superficiali, li dui lati di l'uno, & li dui lati dell'altro pono esser considerati in uarij modi secondo la uarietà de numeri che multiplicati l'uno fia l'altro pono produr cadauno de loro.xx. pigliando per li dui lati del.32. 4.e.8. & per li dui lati del.18. pigliando.3. & .6. hora per esser li detti dui lati del.32. (cioè).4.e.8. proportionali alli dui lati del.18. (cioè).3.e.6. (cioè) che tal proportione è da.4.a.8. come da.3.a.6. li detti dui numeri superficiali (cioè.32. & .18.) seranno detti simili. Similmente de questi dui numeri.216. & .1728. pigliandoli per solidi, & pigliandoli per tre lati de.216.4.e.6.e.9. & per li tre lati de.1728.8.e.12.e.18. et perche li tre lati li l'uno (cioè.4.6.e.9.) sono proportionali alli tre lati di l'altro (cioè.8.12. & .18. perche tal proportione e da.4.a.6. qual è de.8.a.12. & da.6.a 9. quale è da.12.a.18.) li detti dui numeri solidi se diranno simili. Hora bisogna advertire che'l non è necessario che li lati de numeri solidi simili siano sempre continui proportionali come sono li soprapositi ma ponno essere continui & discontinui esempli gratia siano li dui numeri.24. & .192. liquali pigliandoli per solidi e pigliando per



minimi numeri secondo quelle proportioni continuatamente proporzionale.



Siano prima tronchate le assignate proportioni in li minimi termini come insegna la trigesima sesta del settimo & siano la prima fra.a.& b.la seconda fra.c.& d.la terza fra.e.& f.& cosi anchora de piu se seranno piu,hor voglio ritrouar queste proportioni in li quattro minimi numeri. Piglio adonque. g. minimo numerato dal.b.& c.& quante volte.b,numera.esso.g.tante volte faccio che a.numera.b. Et anchora che'l.d.numeri tante volte il.k. quante volte.c. numera g. Et se per caso. e. numera.k.faccio che.f.tante volte numeri. l. & cosi li quattro numeri b.g.k.l. seranno quelli che cercamo. Perche è manifesto (per la decima ottava del settimo) che'l sia del.b. al.g.si come del. a.al.b. & del.g.al.k.si come del.c.al.d.& del.k.al.l.si come del. e,al.f. Anchora è manifesto quelli esser li minimi,perche se possibile fusse esser altri minimi come,n,p,m,q, bisognarà) per la.22. del settimo tolta due volte) che l'uno & l'altro di duoi.b. & c.numeri il.p, per laqual cosa & .g.numerarà il medesimo(per lo correlario della trigesima settima del settimo)che è inconueniente. Sono adonque,b,g,k,l.li minimi, ma se per sorte, e, non numera.k. sia tolto,m,il minimo numerato da quelli (cioè da.e.& .k.)e laqual.m.quante volte è numerato dal.K tante volte,b,numeri n,& ,g,tante volte numeri il.p.& seranno (per la decima ottava del settimo) n.p. m. in la proportione de,b,g,k, per laqual cosa del.n.al.p. serà come del.a.al.b. & del p.al.m. come del.c.al.d. & quante volte.e.numera.m.faccio che tante volte f, numeri.q.& serà (per la medesima) del,m,al,q,si come del,e,al,f, adonque è manifesto che le assignate proportioni sono continuate in le quattro numeri liquali sono.n.p.m.q.liquali se non seranno li minimi (per l'aduersario) siano se egliè possibile altri liquali siano,r,s,t,x,adonque perche (per la vigesima seconda del settimo tolta due volte)l'uno & l'altro di duoi, numeri, b, & ,c, numera,s, (per il correlario della trigesima quinta del settimo) seguitaria che,g,numerasse il medesimo per laqual cosa etiam.k.numeraria,t,ma perche(per la vigesima secõda del settimo,) e, numera il medesimo.t, non serà,n,lo minimo numerato dal.k.& dal.e.per questa ragione tu potrai continuare a quelle un'altra quarta e quanti si vogliano altre senza impedimento.

Theorema.3. Propositione.5.

5 La proportione de tutti li numeri compositi dell'uno all'altro, e com
5 posta delle proportioni di suoi lati.
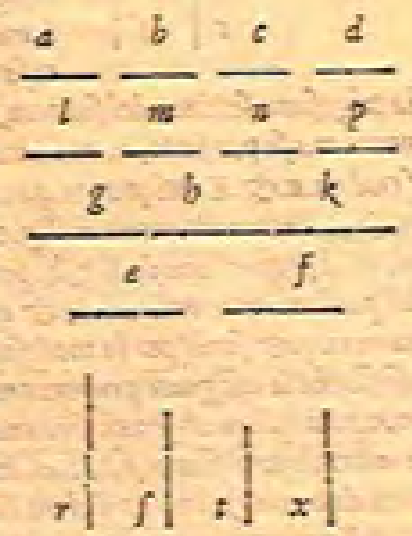
Questo che propone la vigesima quinta del sesto delle superficie de equidistanti lati,

Il Traduttore.

Lo soprascritto correlario conclude che per il processo delle cose fatte & dimostrate di sopra serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionali è secondo quella, minimi li dui estremi seranno quadrati & se seranno quattro le estremi seranno cubi, perche el si vede nel processo di sopra qualmente li dui estremi. c. & .e. esser pervenuti dal detto de .a. & del .b. in se medesimi però vengono a esser quadrati, similmente si vede li dui estremi .f. et .k. esser produtti l'uno dal detto de .a. nel suo quadrato, c, & l'altro del .b. nel suo quadrato, e, perilche vengono a esser ambidui cubi & li lati del .f. non a essere .a. ouero tre numeri equali al .a. & similmente li lati del .k. vengono a essere .b. ouero tre numeri equali al .b. & e.

Theorema .2. Propositione .3.

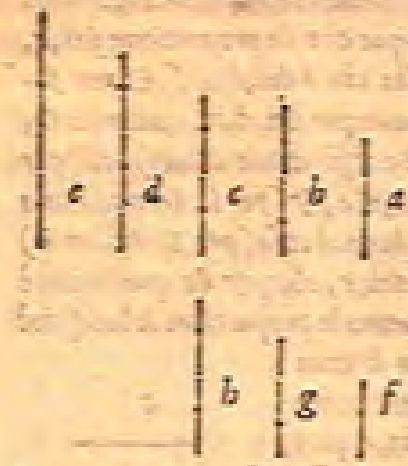
3/3 Se quanti si vogliano numeri continuamente proportionali seranno secondo la sua proportione minimi, el se approua li dui estremi de quelli necessariamente esser contra se primi.



Questa terza è al contrario della prima. per che quando .a. .b. .c. .d. continuamente proportionali, & li numeri secondo la sua proportione. Dico che li dui estrema .a. & .d. seranno fra loro primi perche li dui minimi secondo la proportione del .a. al .b. siano .e. & .f. essi (per la vigesima terza del settimo) serano contra se primi. Adonque per questi dui (secondo la dottrina della precedente) sia tromati similmente tanti continuamente proportionali et minimi, quanti sono li numeri proposti. primamente tre liquali sono .g. .b. .k. dapoi quattro liquali sono .l. .m. .n. .p. & a questo modo continuamente per lo aggiongimento de uno per fina a tanto che ne siano fatti tanti quanti sono li numeri proposti come in questo loco sono .l. .m. .n. .p. Seguita adonque .l. .m. .n. .p. esser equali à .a. .b. .c. .d. per questa causa che in la medesima proportione l'uno & li altri sono li minimi & perche .l. & .p. sono contra se primi (per la trigesima del settimo) seranno ancora .a. & .d. (a quelli equali) contra se primi che è il proposito.

Problema .2. Propositione .4.

4/4 Puotemo trouare la similitudine de piu proportioni assignate in li minimi



Siano.a.b.c.d.e.comeniente proportionali. dico che se.a.nõ numera.b.non delli altri numerarà.c, perche egliè manifesto che se.a.numera esso.b, che tutti li altri numeranno.c, & simplicemente qual si voglia precedente numerarà qual si voglia consequente.ma se.a.non numera esso.b.è manifesto che d.non numerarà.e.ne simplicemente alcun de loro numerarà il prossimo sequente, perche sono sta posti continuamente proportionali, ma che nullo altro come seria a dire.c.numeri esso.e, se dimostra in questo modo siano tolti(secondo la dottrina della seconda di questo)tanti altri similmente continuamente proportionali numeri in la medesima proportione. quanti sono esso.c. & tutti li altri sequenti. liquali siano.f.g.b, & (per la terza di questo).f.& .b.seranno cõtra se primi. Et perche(per la equal proportionalità)del c.al.e.e come del.f.al.b, conciosia che.f.non numera.b, nel.c.numerarà.e.ne per il medesimo modo alcun delli altri numerarà esso.e, per laqual cosa e chiaro quello che fu proposto.

Il Tradottore.

El testo di questa sesta propositione, nella seconda tradottione parla in questa forma cioè.

Se seranno quanti si vogliano numeri continuamente proportionali & che il primo non misura il secondo & niun altro misurarà niuno altro.

Il Tradottore.

La qual propositione per se dimostra si come la precedente, exempli gratia volendo dimostrare che.a.non misuri alcun altro(pomiamo.)c.pigliaremo similmente tanti termini come è.a.b.c.continuamente proportionali nummi in quella proportione quali siano per.f.g.b.& se procederà come di sopra fu fatto, cioè che se.f.non misura.b.ne anchora.a.misura.c.

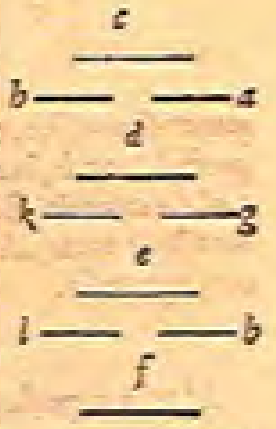
Theorema.5. Propositione.7.

7/7 Se'l primo di numeri continuatamente proportionali, nõmera l'ultimo quel medesimo numera il secondo.

Siano quelli posti per avanti continuatamẽte proportionali dico se.a.numera.c. esso.a.numerarà il.b.altramente(per la precedente)non numeraria.c.che è il contrario & impossibile. Et non solamente numerarà.b. ma etiam li numerarà tutti & similmente ciascun de loro numerarà qual si voglia delli sequenti.

Theo-

Lati, questa propone di numeri compositi, siano li duoi numeri compositi a.b. li lati de, c, siano c, & d, li lati del, b, siano, e, & f, dico adonque che la proportione del, a, al, b, è composta de quella che è dal, c, al, e, & de quella che è del, d, al, f. Et per dimostrar questo sia che dal, d, in, e, sia fatto, g, perche adonque del, d, in, c, sia fatto, a, & dal, f, in, e, sia fatto, b, (per la conversione della diffinitione di lati) serà (per la decima ottava del settimo) del, a, al, g, si come del, c, al e, & (per la decima nona del medesimo) serà del, g, al, b, si come del, d, al, f, per la qual cosa (per la diffinitiõ) la proportione del, a, al, b, composto de quella che è del, c, al, e, & de quella che è del, d, al, f, che è il proposto, ne è necessario che cõtinuemo le proportioni di lati (cioè quella che è del, c, al, e, & quella che è del, d, al, f,) in li suoi minimi numeri trouati secondo la dottrina della precedente come insegnano alcuni, che questa è proposito nõ necessario, e quel li arguiscono, posto che quelli minimi siano, b, k, l. in questo modo che sia del, b, al, k, come del, c, al, e, & del, k, al, l, si come del, d, al, f, & la proportione del, b, al, l, esser composta dalle proportioni delli proposti lati & tolto, g, esser fatto del, d, in e, arguiscono dal, a, al, g, esser come del, b, al, k, (perche egliè come del, c, al, e,) & del g, al b, come del k, al l, (perche egliè come del d, al, f,) e per tanto secondo la equal proportionalità, & del, a, al, b, serà come del, b, al, l, concludeno adonque la proportione del, a, al, b, esser composta de quelle che è compositi, b, & l, che è vero ma non necessariamente tolto.



Il Tradottore.

El testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.
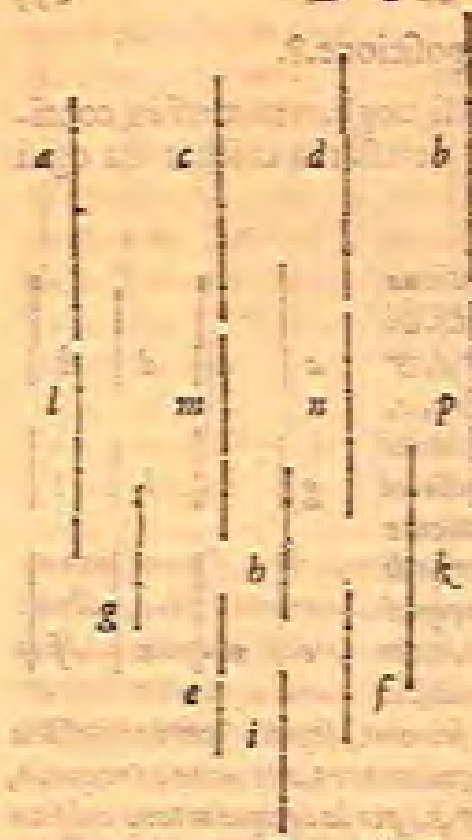
Li numeri piani, cioè superficiali, fra loro hanno la proportione compositi dalli lati.

Laqual propositione è piu generale, e piu conueniente, & piu corretta che quella della prima tradottione perche li numeri primi come dissi sopra la seconda diffinitione sono anchora loro superficiale, abenche alcuni espositori di Euclide habbiano contraria openione come sopra il decimo se potrà vedere, Ma bisogna notare che la espositione per noi adducta sopra la diffinitione di numeri superficiali, cioè sopra la seconda diffinitione di questo (per errore di stampa) par che mi contradica, perche in quella la scrittura dice in questa forma, ma. 13. ne. 17. ne. 19. ne alcun'altro numero primo se puono dire realmente numeri superficiali & laqual scrittura noi stare, ouero dire in questo modo. Ma alcuni dicano che ne. 13. ne. 17. ne. 19. ne alcuno altro numero primo se puono dire realmente numeri superficiali.

Theorema. 4. Propositione. 6.

6 6 Se'l primo, de quanti si uoglian numeri continuamente proportionali non numera il secondo niuno delli altri numerarà l'ultimo.

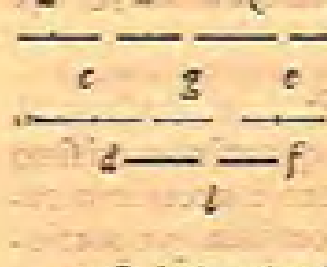
Siano



similmente quanti sono li numeri proposti, come in questo luoco sono .l.m.n.p. le manifesto adonque essendo .a.c.d.b. in la sua proportione minimi (per la prima di questo, et essendo .l.m.n.p. tãti similmente & minimi in la medesima, et nõ essendo possibile, essere alcuno minore del minimo che li numeri .l.m.n.p. serãno equali alli numeri .a.c.d.b. cadauno al suo relatiuo adonque .l. è equale al .a. & il .p. al .b. et è manifesto dalla seconda de questo che del .f. in se medesimo uẽ fatto il .k. et del medesimo .f. in .k. uien fatto .p. (per la diffinitione adonq; de quella diffinitione che cosa è esser multiplicato) serà lo .f. in .k. anchora il .k. in .p. quãte uolte è la unità in .f. adonq; la unità .f.k.p. sono continuamente proportionali, & similmente et la unità .e.g. l.tolti adonq; .a.et.b. in luogo del .l. et .p. (a quelli equali serãno fra .a. & la unità .g. & .e. et fra .b. & la unità .k. & .f. cõtinuamente proportionali tanti similmente quanti sono fra .a. & .b. che è il proposito.

Theorema.8. Propositione.10.
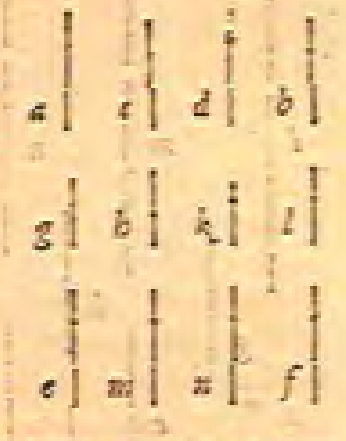
10 Se fra l'uno e l'altro de quelli, & la unità cascharanno quanti si uo-
10 glian numeri in continua proportionalità, tanti similmente è necessario esser fra li detti duoi numeri in continua proportionalità.



Siano li duoi numeri .a. & b. & siano .c. & .d. fra .a. & la unità .anchora .a.e. & .f. fra .b. & la unità, continuamente proportionali. Dua tanti similmente esser fra .a. & .b. continuamente proportionali. Questa è cõuersa della precedente eccetto che al suggetto di la precedente fu posto .a. & .b. esser contra se prima, che non uien posto in questo luoco per laqual causa lo suggetto questa è pin uniuersale del suggetto di quella, perche adonque quante uolte la unità è in .d. tante uolte è il .d. in .c. & tante uolte il .c. in .a. è manifesto che dal .d. in se uien fatto il .c. & dal medesimo .d. in .c. uien fatto .a. Similmente anchora del .f. in se, & in .e. sono fatti .e. & .b. essendo adonque dutto .d. in .f. lo producto sia .g. & similmente el medesimo .d. essendo dutto in .g. & .e. & essendo li producti .b. & .k. è manifesto adonque (dalla decima ottaua del settimo) che del .c. al .g. è come del .d. al .f. & (dalla decima nona) che del .g. al .e. è come del .d. al .f. per laqual cosa .c. .e. .g. son cõtinuamente proportionali la proportione del .d. al .f. Anchora un'altra uolta per la decima ottaua) sono del .a. al .b. si come del .c. al .g. & del .b. al .k. si come

Theorema.6. Propositione.8.

8/8 Se fra duoi numeri, cascaranno quanti si vogliano numeri in continua proportionalità similmente tanti è necessario caschar fra ogni duoi referti in la medesima proportione.



Siano a. & b. fra liquali cadeno c. et d. in continua proportione liquali siano in proportione come è e. al f. Dico che similmente tanti termini cadeno fra, e, & f. & in quella medesima proportione quanti cadeno fra, a, & ,b, perche essendo g, h, k, l. similmente tanti minimi quanti sono, a, & , b, quali liquali cadeno fra quelli tal et si come insegna la seconda di questo continuamente proportionali in quella proportione & (per la terza di questo) g. & l. seranno cõtra se primi, & (per la equal proportionalità) serà del, g, al, l, si come del, a, al, b, & però è si come dal, e, al, f. & perche essi sono in la sua proportione minimi (per la vigesima terza del settimo) seguita (per la vigesima prima del medesimo) che, g, numeri, e, & l, f, equalmente tante volte adunque, h, numeri, m, & , k, n, & posti, m, & , n, fra, e, & , f, (per la decima ottava del settimo) è manifesto. e, m, n, f, essere continuamente proportionali, si come sono, g, h, k, l, & però si come, a, b, c, d, per laqual cosa è manifesto quello che stato detto. Da questa propositione è manifesto niuna superparticulare poter esser divisa in due parti equale. perche se questo fusse possibile bisognaria fra duoi numeri de una sola unità distanti cascar un numero medio, laqual cosa non può esser, e per tanto il tono in la musica el qual contien una sesquiottava proportione in duoi uni semitoni non può esser divisso, ma necessariamente sien divisso in semiton minore, & in semiton maggiore.

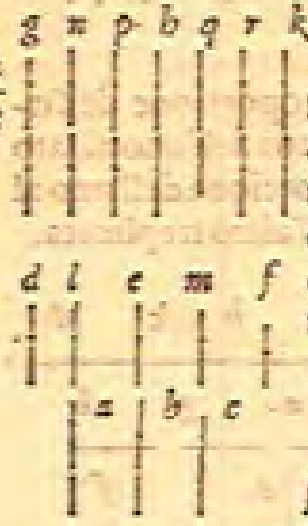
Theorema.7. Propositione.9.

9/9 Se fra duoi numeri contra se primi cascaranno quanti numeri si vogliano in continua proportionalità, similmente tanti è necessario cadere fra l'uno & l'altro de quelli & la unità, in continua proportionalità.

Siano a. & b. contra se primi fra liquali cada in continua proportione c. & d. dico che tanti similmente seranno continuamente proportionali fra, a, et la unità, & anchora similmente fra, b, & , la unità, perche essendo li minimi in quella proportione e, & , f, tolti come insegna la trigesima sesta propositione del 7. libro dalli quali essendo tolti tre cõtinuamẽte proportionali minimi in la proportion de quelli come insegna la secõda di questo liquali siano, g, h, k, et dapoi quattro liquali siano l. m. n. p. e questo sia fatto tãte volte per fin a tãto che la tolti così siano fatti tãti

Theorema. 10. Propositione. 12.

12
13



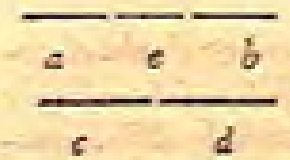
Se ciascun di numeri de continua proportionalità sia multiplicato in se medesimo, quelli numeri che da quelli saran produtti è necessario esser sotto continua proportionalità. & se li suoi principii sian anchora multiplicati in elsi produtti anchora li produti da quelli è necessario esser de continua proportionalità, & il medesimo aduerrà in tutte le estremità produtte per questo modo.

Siano, a, b, c, continuamente proportionali di qualiciascū sia multiplicato in se medesimo & pervengano dal, a, il, d, et dal, b, lo, e, & dal, c, lo, f, dico che d, e, f, sono continuamente proportionali, & se anchora sia multiplicato, a, in, d, & pervenga, g, anchor, b, in, e, & pervenga, h, & c, in f, & pervenga, k, dico anchora che, g, b, k, serāno continuamente proportionali, perche essendo, l, producto dal, a, in b. & m. il producto dal, c, in quel medesimo & (per la decima ottava & decima nona del sestimo) serannno, d. l. e. m. f. continuamente proportionali in la proportione de, a, b, c, Adonque per la equal proportionalità arguisse del, d, al, e, esser si come del, e, al, f, che è il primo proposito, lo rimanente non demostrato, così sia multiplicato, a, in l, & , e, & pervengano, n, & p, ancora sia multiplicato, c, in e. & m. & pervengano, q, & r. & (per la medesima) serannno, g, n, p, h, q, r, k, anchora continuamente proportionali in la proportione d' primi adonque per la equal proportionalità concludo, g, al, h, esser si come, b, al, k. che, e, lo rimanente la medema ragione serà quante volte che li primi siano multiplicati in li produti.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13
14

Se alcun numero quadrato, numerarà un'altro numero quadrato, el se approssa anchora el suo lato numerar il lato di quello, & se'l suo lato numerarà il lato de quello, il quadrato numerà il quadrato.



Siano li duoi numeri quadrati, a. & b. & li lati de quelli, c. & d. Dico che se, a. numera, b. il, c. numerarà il, d. & è conuerso. perche le manifesto che dal dutto del, c. in se medesimo nen fatto, a, & de, d, in se medesimo nen fatto, b, essendo adonque fatto, e, dalla multiplicatione del, c. in, d, per la decima ottaua & decima nona proposittione, del sestimo libro, seranno, a, e, b, continuamente proportionali in la proportione del, c, al, d. Se adōque, a, numera, b, quello medesimo (per la sestima propositione de questo) numerarà, e, per laqual cosa, & , c, numerarà il, d. che è il proposito primo,

la parte

si come del,g,al,e,& (per la decima nona) del.k,al.b.si come del,d,al,f, adonque a,b,k,b, son continuamente proportionali, per laquall cosa è manifesto il proposito.

Theorema 9. Propositione. 11.

11 11.1 Se seranno duoi numeri ambidnoi quadrati la proportione dell'uno all'altro, de quelli serà come la proportione del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, & se ambi seranno cubi la proportione dell'uno al l'altro, serà come la proportione del lato dell'uno all'altro treplicata.

Siano li duoi numeri quadrati. a.& b.li duoi cubi, c, et, d, li lati si di quadrati come di cubi siano.e. (del, a, & ,del,c,) & ,f,(del,b,& ,del,d,) dico che la proportione del,a, al, b, serà si come del,e, al, f, duplicata, & del,c,al,d, si come la medesima treplicata, perche è manifesto che dal.e.in se medesimo

t	b	k	d
a	g	b	
e		f	

mien fatto,a,& da esso,e,in,c, mien fatto,c, così anchora dal,f,in se mien fatto,b,& da esso.f.in.b. mien fatto, d, adonque sia ducto,e,in,f, & pervenga,g, & sia ducto in,g,& ,b,& ,pervenga no,b,& k,& (per la decima ottava del sestimo) serà del, a.al.g, si come del e,al f, (e per la decima nona) del,g,al,b, serà si come del,e, al,f, adonque (dalla diffinitione) dal,a,al,b, serà si come del,e,al,f, duplicata che è il primo proposito. El secondo per lo medesimo modo è manifesto, (perche per la decima ottava m' altra volta) del,e,al,b, si come del,a,al,g, & del,b,al,k, si come del,g, al,b,& , (per la decima nona) del,k.al,d, si come del,e,al,f, per laqual cosa,c, b, k,d, sono etiam continuamente proportionali, in la proportione del,e,al,f, adonque (per la diffinitione) serà del,c,al, d, si come del,e,al,f, treplicata che è il secondo proposito.

Il Tradottore.

Questa soprascritta proposizione in la seconda tradottione è divisa in due propositioni & in quelle propone due particule di più della presente perche la prima dice in questa forma videlicet.

Vno medio proportionale de duoi numeri quadrati è numero & lo quadrato al quadratto ha doppia proportione che'l lato al lato.

Et la seconda dice a questo modo.

Li duoi medij proportionali, de duoi numeri cubi sono numeri, & il cubo al cubo ha treplicata proportione, come ha il lato al lato le qual particule se vedeno così esser per le demostrationi fatte di sopra cioè che il medio proportionale fra li duoi quadrati, a, & ,b, (el qual,e,g,) è numero per esser producto del,e,in,f, & similmente li duoi medij proportionali fra li duoi numeri cubici, c, & ,d, (cioè ,b, & ,k,) sono etiam numeri per esser producti della multiplicatione del numero e nelli duoi numeri, g, & ,b, che è il proposito.

Theorema. 14. Propositione. 16.

0 17 Se un numero cubo non misura un'altro numero cubo, ne il lato de quello misurarà el lato de quello altro, & se'l lato non misura il lato ne etiam il cubo misurarà il cubo.

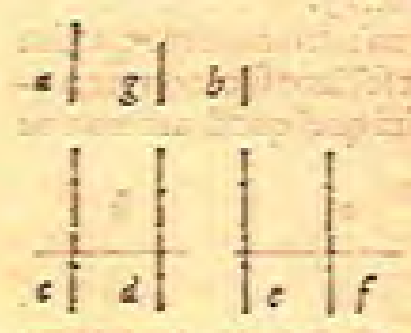


Sia che'l numero cubo. a. non misuri il numero cubo. b. & il lato di questo, a, sia, c, & del, b, sia, d, dico che, c, non misura esso. d. perche se, c, misura esso, d, etiam, a, misura, b, (per la quartadecima propositione dell'ottauo libro) ma, a, non misura, b, per il presupposito, adonque nel, c, misurerà esso, d. Ma supposto che'l, c, nō misura, d, dico che, a, non misura b, per se, a, misurasse, b, et, c, misuraria. d. (per la decima quarta de questo, ma el. c.) dal presupposito non misura, d, adonque ne etiam, a, misurarà esso, b, Laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema. 15. Propositione. 17.

16 18 Se duoi numeri superficiali seranno simili è necessario esser fra quelli un terzo numero secondo la proportionalità continua, & la proportione de un numero all'altro a lui simile serà come la proportione duplicata de un di suoi lati al lato dell'altro a lui risguardãte.

Siano li duoi numeri, a, & , b, superficiali et simili. Dico che fra essi cade un numero in continua proportione, et per dimostrar questo siano li lati del, a, c, & d, et li lati del. b. siano. e. et. f. & (per la conuersione della diffinitione di numeri simili) serà del. c. al. e. si come del. d. al. f. & è manifesto che dal, c, in, d, sia fatto, a, & dal, e, in, f, sia fatto, b, adõque sia fatto, g, dal, c, in, d, & (per la decima nona del settimo) serà del, a, al, g, si come del, c, al, e, & (per la decima ottaua) del medesimo del, g, al, b, serà si come del, d, al, f, per laqual cosa, del, a, al, g, serà si come del, g, al, b. Adonque, g, è medio fra. a. et b, in continua proportionalità che è il proposito. Ma il correlario è manifesto essendo del, a, al, b, (per la diffinitione) si come del, a, al, g, duplicata laquale è a quella medesima che è dal, c, al, e.



Theorema. 16. Propositione. 18.

17 20 Se un terzo numero caschará fra duoi numeri secondo la continua proportionalitá quelli duoi numeri seranno superficiali & simili.

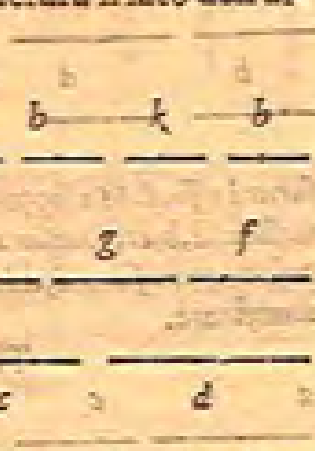
Questa è conuersa della precedente cioè che se fra, a, & , b, sia, c, constituto sotto continua proportionalità. Dico che, a, & , b, seranno ambiduoi numeri superficiali &

La parte conuersa cosi, è manifesta. se. c. numera. d, lo. a. numerarà, e per questo che la proportione del. a. al. b. è si come del. c, al. d, et se l'numera, c, esso numerarà. b, per questa causa che sono continuamente proportionali.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14 / 15 Se un numero cubo numerarà un'altro numero cubo. Anchora il suo lato numerarà il lato dell'altro, & se'l suo lato numerarà il lato dell'altro, il cubo numerarà il cubo.

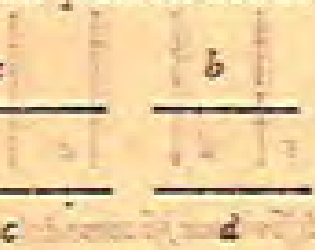
Siano dui numeri cubi, a, & b, li lati di quelli. c. & d. Dico che se. a. numera. b. anchora il c. numerarà. d. & è conuerso, per dimostrar questo sia moltiplicato. c. in se & sia fatto. e. anchora il d. in se & sia fatto. f. adonque è manifesto che dal. c. in. e. sia fatto. a, & dal. d, in. f, sia fatto. b, adonque il. g, nè fatto dal c, in d, & (per la decima ottaua et decima nona del settimo) e. g. f. seranno continuamente proportionali in la proportione del. c, al. d, & a, b. & k, pervengano dal. e, in g, & f. Adonque (per le medesime propositioni) a. b. k. b. seranno anchora continuamente proportionali in la medesima proportione. Adonque se. a, numera. b, el medesimo (per la settima di questo) numerarà. b. per laqual cosa & c, numerarà il d, perche dal. c, al. d, e si come del, a, al, b, adonque è manifesta la prima parte. La parte conuersa è manifesta si come la conuersa della prima. perche se. c. numera. d. anchora. a. numera. b. laqual se la numera è necessario che la numeri. b.



Theorema. 13. Propositione. 15.

15 / 16 Se un numero quadrato non numerarà alcun'altro numero quadrato, ne il suo lato numerarà il lato de quello. Et se'l lato suo non numerarà il lato de quello, el se conuence de necessità quel quadrato non numerarà quell'altro quadrato.

Siano li dui numeri quadrati. a. & b. li lati de quali siano. c, & d, se. a, non numerarà. b. dico che anchora. c, non numerarà. d, & è conuerso se. c, non numera. d, ne. a, numerarà. b. Hor sia primamente che. a, non numeri. b, se adonque c, (per l'aduersario) numera il d. (per la seconda parte della vintiseiesima di questo) & a, numerarà. b, laqualcosa è contraria alla positione, & cosi è manifesto il primo proposito. Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che. c, non numeri. d, adonque se possibile è per l'aduersario che. a, numeri. b, (per la prima parte della vintiseiesima) è necessario che. c, numeri. d, adonque egli è necessario che lui numeri quello & gia fu supposto che'l non lo numeri laqual cosa è impossibile.



fra.a.& .b. sono li duoi numeri .x. & .p. medij in continua proportionalità de suoi lati interpolli, che è il proposito, & lo correlario è manifesto conciosia che la proportione del .a. al .b. sia (per la diffinitione) si come del .a. al .n. treplicata laquale è simile over equale a quella che è dal .c. al .f.

Theorema. 18. Propositione. 20.

19 Se seranno duoi numeri & che fra quelli cascheno, ouero intergiacano duoi numeri secondo la continua proportionalità, quelli duoi numeri sono solidi & simili.

a c d b

e f g

b l

k m

m p

Questa è il conuerso della precedente, come se fra .a. & .b. siano li duoi numeri .c. & .d. medij in cõtinua proportionalità, seranno li detti duoi numeri, cioè, .a. & .b. solidi & simili. Et per dimostrar questo sia tolti li tre minimi in la medesma proportione, continuamente proportionali, liquali sian .e. f. g. & (per la decima ottaua) seranno .e. & .g. superficiali & simili. Siano adonque .b. & .k. li lati de .e. & .l. et .m. li lati .d. g. & (per lo correlario de la decima settima di questo) serà del .e. al .f. si come del .b. al .l. ouer si come del .k. al .m. & è manifesto (dalla terza) che .e. & .g. sono contra se primi e però (per la vigesima quinta del settimo) in la sua proportione son minimi. Et perche (per la equal proportionalità) dal .a. al .d. & .c. al .b. è si come dal .e. al .g. seguirà (per la vigesima seconda del settimo) che essi numerarãno .a. & .d. equalmente, laqual numeratione sia secondo .n. & anchora .c. & .b. equalmente laqual sia secondo .p. perche adonque dal .b. in .x. nien fatto .e. & da .e. in .n. nien fatto .a. seguita (per la diffinitione) che .a. sia solido & li lati di quello sono .b. .k. .m. Similmente perche dal .l. in .m. nien fatto .g. & dal .g. in .p. nien fatto .b. seguita anchora che .b. sia solido & li lati di quello sono .l. .m. .p. Ma che essi sian simili cosi se manifestarà conciosia che dal .g. in .n. nien fatto .d. & dal medesimo in .p. nien fatto .b. e (per la decima ottaua del settimo) serà del .n. al .p. si come del .d. al .b. & per che cosi erano del .b. al .l. & del .k. al .m. (per la diffinitione è manifesto .a. & .b. esser simili che è il proposito.)

Theorema. 19. Propositione. 21.

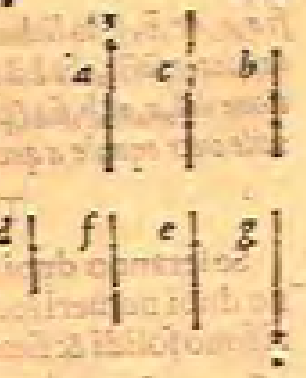
20 Se de tre numeri continuamente proportionali el primo serà quadrato. Anchora il terzo è necessario esser quadrato.

a b c

Siano li tre numeri continuamente proportionali .a. .b. .c. & sia .a. quadrato dico che .c. è etiam quadrato. Perche sono (per la decima ottaua propositione) .a. & .c. superficiali & simili essendo adonque .a. quadrato (per il presupposito) .c. serà etiam quadrato che è il proposito.

Theo-
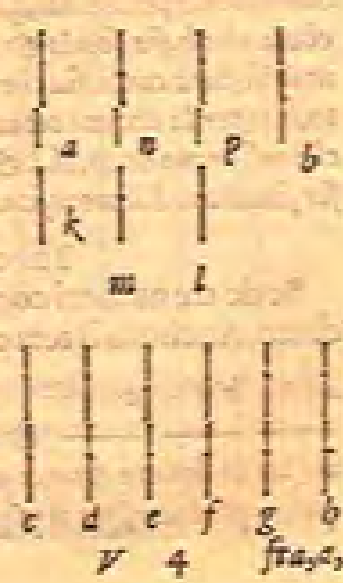
li & ſimili perche ſe ſeranno tolti .d. & .e. minimi in quella proportion in laquale ſono continuadi .a.c.b. quelli (per la 23esima ſeconda del ſettimo) numeraranno .a. & .c. equalmente et ſia che li numerarāno ſecondo .f., & (per la medeſima) .c. & .b. equalmente et ſia che li numerarāno ſecondo .g. ſeranno adonque (per la diffinitione) .a. & .b. ſu perficiali, & ſeranno anchora (per la diffinitione.) .d. & .f. lati del numero .a. anchora .e. & .g. lati del numero .b. ma che eſſi ſiano ſimili cu l'haurai in queſto modo. Perche eſſendo .c. produtto dal .d. in .g. & ſimilmente eſſendo il medeſimo .e. il produtto del .e. in .f. (per la ſeconda parte della 23esima del ſettimo) ſerà del .d. al .e. ſi come del .f. al .g. (per la diffinitione) adonque .a. & .b. ſono ſimili che è il propoſito. Et queſto ultimo propoſito ilqual è .a. & .b. eſſer ſimili cul puoi hauere (per la decima nona & decima ottana del ſettimo) & per queſto preſuppoſito che .a.c.b. ſono continuamente proportionali in la proportione del .d. al .e. de numeri numeranti .a. & .c. ſecondo .f. & .c. & .b. ſecondo .g.



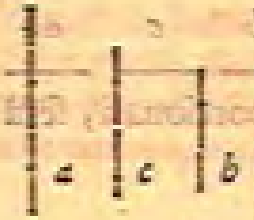
Theorema. 17. Propoſitione. 19.

18/19 Se ſeranno duoi numeri ſolidi ſimili, e neceſſario fra quelli eſſer doi numeri ſecondo la continua proportionalità, & la proportione de l'uno ſolido all'altro a lui ſimile, ſerà come la proportione treplicata delqual ſi uoglia ſuo lato al lato dell'altro a lui riſguardante proportionalmente.

Siano li duoi numeri .a. & .b. ſolidi ſimili, Dico che fra eſſi cadeno duoi numeri in cōtinua proportione, & per dimoſtrar queſto ſiano li lati del numero .a. li nomeri .c.d.e. & li lati del .b. ſiano .f.g.h. & (per la conuerſione delle diffinitione di numeri ſolidi ſimili) ſerà del .c. al .f. & del .d. al .g. ſi come del .e. al .h. ſia adonque .k. il produtto del .c. in .d. & .l. lo produtto del .f. in .g. l. & (per la diffinitione) ſeranno .k. & .l. ſuperficiali et ſimili. Laqual coſa (per la decima ſettima di iſſo) fra quelli cade un numero medio proportionale ſecondo la proportione del .c. al .f. qual ſia .m. Ma è manifeſto che dal .e. in .k. uien fatto .a. & dal .h. in .l. uien fatto .b. Se adonque dal .e. in .m. & .l. ſono fatto .n. & .p. ſeranno (per la 18 del ſettimo) del .a. al .n. ſi come del .k. al .m. & .n. al .p. ſi come del .m. al .l. per laqual coſa .a.n.p.b. ſon continuamente proportionali in la proportione del .c. al .f. & perche (per la decima nona del medeſimo) del .p. al .b. .e. ſi come del .e. al .h. & però ſi come del .c. al .f. ſegueta che li quattro numeri .a.n.p.b. ſian cōtinuamēte proportionali ſecondo la proportione del .e. al .h. Adonque



v 4 fra .c.
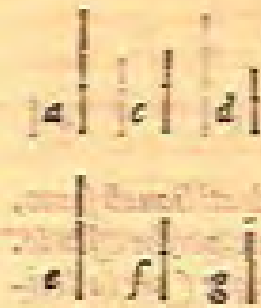


uo numero medio in continua proportione qual sia.c. tolti adonque li tre minimi in la proportione de quelli liquali siano.d.e.f. (per lo correlario della seconda).d.& f. seranno quadrati, & perche (per la equal proportionalità) del.a.al.b. è si come del.d. al.f. E manifesto esser vero quello che è proposto.

Theorema. 24. Propositione. 26.

25/27



La proportione dell'uno all'altro de duoi numeri solidi simili, e si come d'un cubo ad alcun cubo.



Siano.a.& .b. solidi simili. Dico che la proportione dell'uno all'altro è, si come quella d'un cubo ad alcun altro cubo, certamente (per la decima nona propositione) sono fra quelli duoi numeri medii secondo la continua proportione liquali siano.c.& .d. Siano li quattro minimi in la proportione de quelli.e.f.g.h. di quali.e.& .h. seranno cubi (per lo correlario della seconda di questo) perche adonque (per la equal proportionalità) del.a.al.b. è si come del.e.al.b. il proposito è chiaro.

IL FINE DEL OTTAVO LIBRO.

LIBRO NONO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1/6 El numero paro è quello che puo esser diuiso in due parti equale.

Il Tradottore.



I comi sono.2.4.6.8. 10. 12. & altri simili che se pono dividere in due parti equale senza rompere la unità. Questa & le sei seguente diffinitione nella seconda tradottione sono poste nel settimo libro come per li numeri appar.

Diffinitione. 2.

2/7 El numero dispari è quello che non puo esser diuiso in due parti equali, & soprauanza il paro in la unità.

Il Tradottore.

La ultima parte de questa diffinitione ne aduertisse qualmente la unità non sie

con-

Theorema.20. Propositione.22

21 Se'l primo de quattro numeri continuamente proportionali, serà
23 cubo, il quarto è necessario esser cubo.



Siano li quattro numeri continuamente proportionali.a. b.c. d.& sia.a.cubo. Dico che.d.e, anchora cubo perche è manifesto (per la xxiesima) che.a.& .d.sono solidi simili,& perche.a.è cubo(per il presuppoſito.d.serà anchora cubo.)

Theorema.21. Propositione.23.

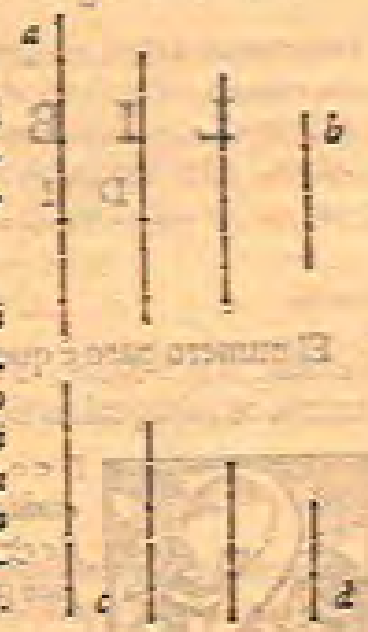
22 Se de duoi numeri, di quali la proportione sia si come
24 d'uno numero quadrato, a uno numero quadrato,
uno serà quadrato, anchora l'altro è necessario essere
quadrato.



Siano li duoi numeri, a, & b, in la proportione de duoi quadrati liquali siano, c.& .d. & sia.a.over.b.quadrato. Dico lo restante esser quadrato,perche essendo. c.& .d. quadrati seguita quelli essere superficiali simili. Adonque (per la decima sertima) fra loro cade un medio in continua proportione , per laqual cosa (per la ottava) & fra.a.& .b.adonque (per la xxiesima prima popolition è manifesto il proposito.)

Theorema.22. Propositione.24.

23 Se de dui numeri diquali la proportione del
25 l'uno a l'altro sia come de uno cubo a uno cu-
bo & che l'uno de quelli sia cubo, Anchora l'al-
tro è necessario esser cubo.



Siano li duoi numeri.a. & .b. in la proportione di duoi numeri cubi liquali siano.c.& .d. & sia.a.over.b. cubo. Dico lo rimanente esser cubo. Perche è necessario che.c.& .d. siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimaoctava) fra quegli cadono dui mezzi in continua proportione,tanto similmente(per la ottava)cadeno fra.a,& .b,adonque (per la xxiesima seconda) è manifesto il proposito.

Theorema.23. Propositione.25.

24 La proportione dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, è si
26 come la proportione de un numero quadrato a un numero quadrato.

Siano,a,& .b, superficiali simili dico che la proportione dell'uno all'altro è si come d'un numero quadrato a un numero quadrato,cioè (per la decimasettima) serà

Diffinitione. 6.

6 Lo numero disparmente dispari è quello che tutti li dispari che lo
11 numeranno.lo numeranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come e.15.21.27.33.35.39.45.& altri simili che tutti li numeri dispari che li numeranno li numeranno per uolte dispare,esempli gratia.45.e numerato da quatro numeri dispari(cioè da.3.da.5.da.9.et da.15.)per uolte dispare,cioè da.3.e numerato.15.uolte & da.5.non uolte,& da.9.5.uolte, & da.15.tre uolte perilche serà detto numero disparmente dispare per la presente diffinitione.

Diffinitione.7.

7 Numero perfetto se adimanda quello che è equale a tutte le sue par
23 ti delle quale è numerato.

Il Tradottore.

Si come sono.6.28.496.& altri simili che sono equal a tutte le sue parti che le numerano,esempio le parti del.6.sono tre cioè la mità che è.3.la terza che è.2. la sesta che è.1.laqual parte summate insieme fanno apponto.6.però il.6.è numero perfetto per questa diffinitione il medesimo seguirà nel.28.& .496. se con diligentia trouerai tutte le sue parti che li numerano & questi tal numeri perfetti sono più rari de ogni altra specie di numeri,però che da uno insino a cento non se ne troua altri che duoi cioè.6.& .28.et da 100.essendo gradatim per fina.1000. se troua solamente.496.et da.1000.per fina.a.10000.se troua solamente.8128.

Diffinitione. 8.

8 Numero habondante è detto quello che è minore de tutte le sue
0 parte.

Il tradottore.

Si come sono.12.24.36.48.& altri simili che tutte le sue parti gionte insieme sopranauzano il detto numero come appare in el.12.elquale ha la mità(che è. 6.)ha la terza(che è.4.)ha la quarta(che è.3.)ma la sesta(che è.2.)etiam ha la duodecima(che è.1.)laqual parte gionti insieme sono apponto.16.laqual summa per esser maggior del detto.12.tal numero serà detto habondante il medesimo se darà delli altri simili.

Diffinitione.9.

9 Et numero diminuto è detto quello che è maggiore de tutte le sue
0 parti.

Il Tra-

commmerata fra li numeri dispari quantunque la non possa esser divisa in due parte equale a tanto che lei non ha questa ultima condition de sopravanzare alcuno numero paro in una unità, per la qual cosa el numero ternario vien a esser il primo & il minimo de tutti li numeri dispari.

Diffinitione. 3.

El numero parimente paro, e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte pare.

Il Tradottore.

Verbi gratia el.32. numerato da quattro numeri pari cioè da.2. dal.4. da.8. da.16. & non d'altri & perche cadauno de detti numeri lo numeranno per uolte pare cioè el.2. lo numera.16. uolte el qual.16. è pur paro & lo.4. lo numera.8. uolte, & lo.8. lo numera.4. uolte et lo.16. due uolte perilche el detto.32. è numero parimente paro perche tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte pare il medesimo se trouerà esser.64.e.128. etiam.16.8.& .4. ideo &c.

Diffinitione.4.

Lo numero parimente dispare e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono.6.10.14.18.22.26.30.& altri simili che tutti li numeri pari che li numeranno li numeranno per uolte dispare. Verbi gratia el.30.è numerato da tre numeri pari, cioè da.2.da.6.& da.10.dal.2.è numerato.15. uolte & dal. 6.è numerato.5. uolte & da.10.3. uolte liquali numeri de uolte per esser tutti dispare el detto.30. serà detto numero parimente dispare, & questa specie di numeri nasceno dal duplato de ogni numero dispare.

Diffinitione. 5.

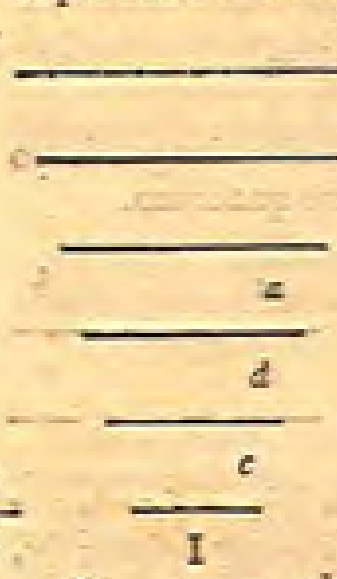
El numero parimente & disparimente paro e quello che li numeri pari che lo numeranno, alcuni lo numeranno per uolte pare, & alcuni per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono.24.28.36.40. et altri simili, liquali sono numerati da alcuni numeri pari per uolte pare & da alcuni per uolte dispare, essempli gratia.40. è numerato da.2.da.4.da.10.da.20. per uolte pare e poi è numerato da.8. per uolte dispare. cioè per.5. uolte perilche se dirà che.40. è numero parimente, & disparimente paro & queste specie de numeri participano del numero parimente paro, & del numero parimente dispare.

Diffini-

gli serà produtto è necessario essere quadrato. Ma se del dutto d'un quadrato in alcuno numero, sia produtto numero quadrato, quello tale numero è necessario essere quadrato. Et anchora se dal dutto d'uno numero quadrato in alcuno numero, nō sia produtto numero quadrato, quel tal numero è necessario essere non quadrato. Ma se un numero quadrato sia dutto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli serà produtto è necessario esser non quadrato.



La prima parte de questo correlario è manifesta (per la premessa, (perche tutti li quadrati sono superficiali simili. La seconda è manifesta de questa, concosia che solo il quadrato è simile al quadrato. La terza parte è manifesta dalla prima parte de esso correlario, per destruttione del consequente. Et la quarta è manifesta per la seconda parte del medesimo anchora per destruttione del consequente.

Theorema 3. Propositione 3.

Se un numero cubo sia dutto in se medesimo, quello che serà produtto da quello serà cubo.



Sia, a, numero cubo dal qual dutto in se sia fatto, b, dico, b, esser cubo perche essendo, c, il lato cubico de a. & dal, c, in se, sia fatto, d, è manifesto, adonque che dal, c, in d, sarà fatto, a, sono adonque le unità, c, d, a, continuamente proportionali, la qualcosa (per la decima ottava propositione del settimo libro & per le presenti presupposite) è manifesto. Et perche dal, a, al, b, è si come dalla unità al, c. imperoche quante volte è la unità in a. tante volte serà, a, in, b, saranno fra, a, & , b, dui numeri medy secondo la proportionalità continua (per la ottava proporsitione dello ottavo libro) concosia adonque che, a, sia cubo (dallo presupposito) serà anchora (per la vigesima prima del medesimo), b, cubo che bisognava dimostrare.



Theorema 4. Propositione 4.

Se un cubo sia dutto in un'altro cubo, quello che da tal multiplicatione serà produtto serà cubo.



Sian, a. & b. cubi, & dal, a, in, b, sia fatto, c, dico, c, esser cubo & per dimostrar tal cosa, sia dutto, a, in se medesimo e sia fatto, d, (per la precedente) el dutto, d, serà cubo, & (perche per la decima ottava propositione del settimo) del, a, al, b, è si come del, d, al, c, (per la vigesima quarta del ottavo) è manifesto, c, esser cubo che è il proposito.

Theo-

Il Tradottore.

Si come sono.8.10.14.16.et altri simili che tutte le sue parti gionte insieme so no minore del detto numero, cioè al contrario del numero habondante come appare in.8.el qual ha la metà (che è.4) ha la quarta (ch'è 2) e ha la ottana (che è.1.) le qual parti gionti insieme fanno apponto.7.laquale summa de parti è minora del detto.8.al medesimo si deue intendere in qualunque altro simile.

Theorema primo. Propositione prima.

1/1 Se seranno duoi numeri superficiali simili, quello che uien produtto dal dutto dell'uno in l'altro è necessario esser numero quadrato.

Siano,a, & ,b, superficiali simili della multiplicatione di quali pervenga,c.dico, c,esser numero quadrato, e per dimostrar questo sia dutto,a,in se & pervenga,d, (et per la decima ottana del settimo) serà del,d,al,c, si come del, a. al. b. & perche fra,a, & ,b, cade un mezzo secondo la continua proportionalità (per la decima settima del ottavo) seguita (per la ottava del medesimo) che anchora uno ne cade fra. d. & .c. adunque concioscia che, d. sia quadrato (per la vigesima prima del medesimo) serà,c, anchora quadrato, che è il proposito.



Theorema. 2. Propositione 2.

2/2 Qualunque duoi numeri, che dalla multiplicatione di l'uno in l'altro si produca numero quadrato, sono superficiali simili.

Questa è conversa della prima, cioè che se del,a,in ,b, sia fatto, c, & che,c, sia quadrato seranno,a, & ,b, superficiali simili. Hor sia.d.il dutto del.a.in se e (per la decima ottava propositione del settimo libro) serà del,d,al,c, si come del, a,al,b, (per la decima settima propositione del ottavo libro) concioscia che,d, & ,c. siano superficiali simili (impero che sono ambidui quadrati) serà fra quelli uno numero medio secondo la continua proportione adunque (per la ottava propositione del medesimo) el ne serà anchora uno fra. a. & .b. adunque (per la decima ottava propositione del medesimo) a. et .b. sono superficiali simili, che è il proposito.
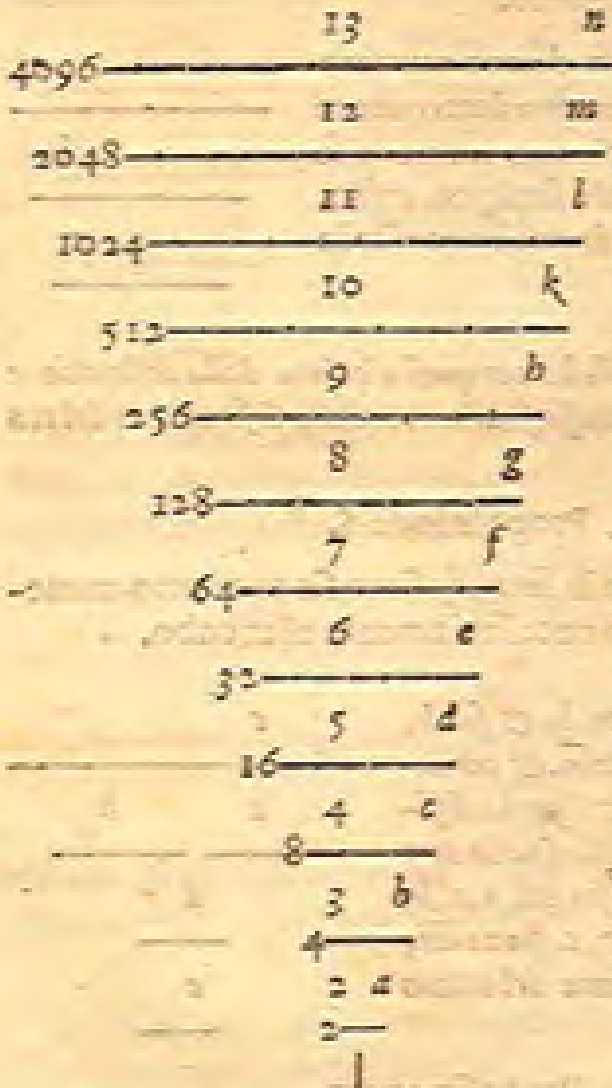


Corolario.

2/0 Adonque per queste dimostrationi fatte è manifesto che se un numero quadrato sia dutto in un numero quadrato quello che da quegli

numero eguale sia,d, & numeri quello secondo,e, perche adunque dal,e,in,d,vien fatto,a, & dal,e,in,b,vien fatto,c,(per la diffinitione di solidi) serà, c,solido & li lati di quello seranno,e,d,b,che è il proposto.

Theorema.8. Propositione.8.

8/8 Se seranno piu numeri dalla unità continuamente proportionali, el terzo della unità serà quadrato,e da li in dietro sempre intermesso uno, & il quarto dalla unità serà cubo, & da li in dietro sempre intermessi dnoi & anchora il sestimo dalla unità è quadrato cubico & da li in dietro sempre intermessi cinque seguitarà cõtinuamente quadrato cubico.



Siano dalla unità,a,b,c,d,e,f,g,h, .1.m.n. continuamente proportionali dico.b.esser quadrato & el.d.(interlassando el.c,(& cosi li altri sempre interlassando uno, onde semplicemente tutti quelli che stanno in li luochi dispari sono quadrati, come el terzo el quinto,el sestimo. Anchora dico.c.essere cubo et similmente.f.(cioè interlassando duoi) & cosi in tutti li altri,& ogn'uno semplicemente e cubo,el luoco del quale so prabõda della unità per il ternario,overo qual si voglia multiplice de esso ternario, sopra la unità come sono,el quarto,el sestimo,el decimo,el terzo decimo & il sestodecimo, perche in questi concorrono tutti quelli,che interlassano li duoi. Et anchora dico,g,dalla unità,sestimo,essere quadrato cubico. Perche et similmente n e intermessi. overo interlassati cinque numeri. Il medesimo seguita nelli altri & semplicemente dico quello el luocho del quale soprabonda dalla unità per el numero senario (overo per qual si voglia multiplice di esso senario) come sono el sestimo el terzo decimo,el decimo nono,et el vigesimo quinto,esser quadrato cubico, egli e quadrato perche el loco de quello è dispare, & cubo perche sopra el multiplice del ternario avanza la unità certamente tutti li multiplici del senario è necessario esser anchora multiplice del ternario. Et tutte queste cose che son state proposte se manifestano in questo modo.perche(dal presupposito),a e in.b.quante volte e la unità in,

a.adun

Theorema. 5. Propositione. 5.

5/5 Se uno numero cubo serà dutto in un'altro numero, & che lo produtto sia cubo, lo numero in elqual è stato dutto è necessario esser cubo.

Esempli gratia sia ,c, numero cubo, e quel dutto nel numero ,b, produchi ,c. qual c, sia numero cubo dico ,b, esser cubo. Et per dimostrare questo sia fatto ,d, del detto del ,a, in se elqual (per la avante della precedēte) serà cubo, perche adonque (per la decima ottava propositione del settimo) ,a, al ,b, e si come ,d, al ,c, & ,a, e cubo & d, & ,c, sono cubi (per la 24. del ottavo libro) ,b, serà cubo che è il proposito.

Correlario.

5/0 Onde è manifesto che dal dutto di uno numero cubo in uno numero non cubo uien produtto numero non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che uien produtto da quelli serà non cubo, quel numero in elquale serà stato dutto è necessario esser non cubo.

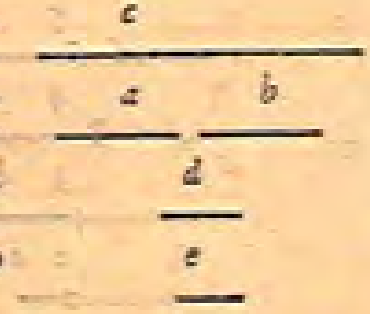


La prima parte del correlario è manifesta per questa quinta dalla destruttione del consequente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del consequente.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6/6 Se dal dutto de qualche numero in se medesimo sia produtto numero cubo el se approua quel numero necessariamente esser cubo.

Sia che dal ,a, in se medesimo sia fatto ,b, & sia ,b, cubo. hor dico necessariamente ,a, esser cubo. & per dimostrar questo sia fatto ,c, del ,a, in ,b, & (per la diffinitione) ,c, serà cubo, & perche è manifesto (dalla decima ottava propositione del settimo) che sia del ,a, al ,b, si come del ,b, al ,c, & conciosia che ,b, & ,c, siano cubi, seguita (per la vigesima quarta proportione del ottavo libro) ,a, esser cubo che è il proposito.



Theorema. 7. Propositione. 7.

7/7 Se un numero composito sia dutto in qual numero si voglia, quello che da tal multiplicatione serà produtto serà solido.

Sia ,a, numero composito, elqual sia dutto in ,b, & produca ,c, dico ,c, esser numero solido perche conciosia che ,a, sia numero cōposito uien numerato da alcun

numero

la decimattiaua & uigesimaprima del medemo) tu puoi arguire, delli seguenti il medemo, & per il medemo modo, per laqual cosa è manifesto il primo proposito, & lo secondo se manifesta in questo modo, conciosia che, b, sia fatto del, a, in se medesimo, se, a, sarà cubo esso anchora (per la terza sarà cubo) et (per la premessa) se manifesta. c. esser cubo, adonque (per la uigesimaquarta del ottauo) tu approuarai d. & tutti li altri seguenti essere cubi. perche è del, a, al, b, si come del, c, al, d, el medemo anchora tu puoi arguire (per la uigesima ouer uigesimaseconda del medesimo) perche, a, b, c, d, & b, c, d, e, & tolti cadauno a quattro continuamente, sono continuamente proportionali.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10 / 10 Se dalla unità saranno dispositi quanti si vogliano numeri de continua proportionalità, se quello che seguita la unità non sarà quadrato, alcuno delli altri non sarà quadrato, eccetto el terzo della unità, & da quelli che da li in dietro da uno intermello si trouano quadrati. & se el secondo dalla unità non serà cubo niuno delli altri sarà cubo eccetto el quarto dalla unità, et da li in dietro quelli che dalla intermission de duoi sono formati cubi.

f	d
g	c
b	b
e	a
	I

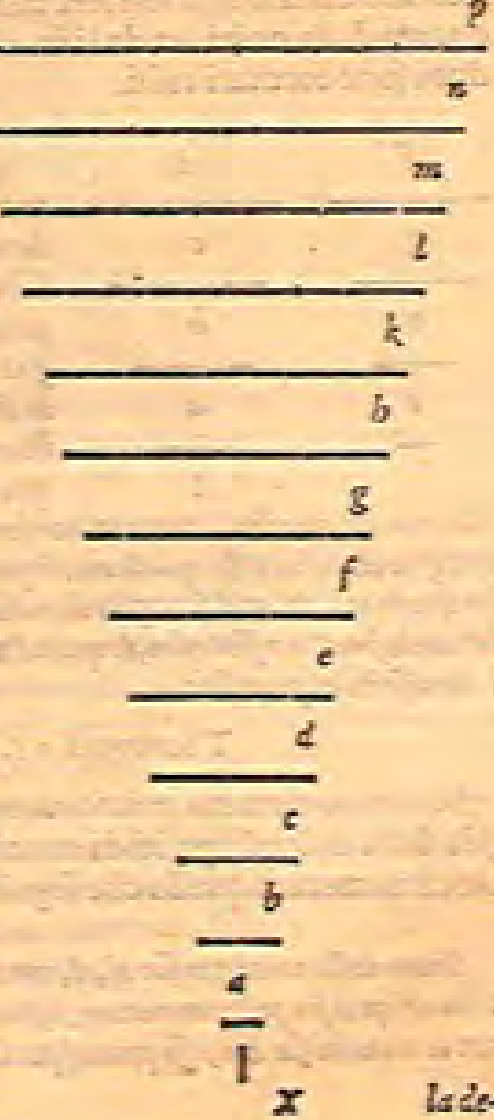
Questa (dal opposito subietto della precedente) introduce la parte della opposita passione, & dico parte, perche dalla ottaua è manifesto tutti li lochi dispari esser quadrati, & tutti quelli di quali el loco sopra el ternario, ouer qual si voglia multiplice di quello manca la unità esser cubi, siano adonque quelli medesimi per quanti posti continuamente proportionali, & non sia. a. quadrato, ne etiam cubo. hor dico che de tutti li altri niuno è quadrato ouero cubico se nō quelli che propone la ottaua, perche qual si voglia altro sia posto quadrato. seguita (per la uigesimaterzia dell'ottauo) .a. esser quadrato, & qual si voglia altro sia posto cubo. seguita (per la uigesimaquarta del medesimo) a. esser cubo, di quali l'uno e l'altro è contra al presupposito, adōque è manifesto el proposito.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 / 11 Se alcuno numero primo numerarà l'ultimo de quanti numeri si voglia dalla unità dispositi di continua proportionalità, è necessario anchora numerare quello che seguita la unità.

Siano dalla unità per fin al, d, continuamente proportionali, & sia, e, numero primo, el qual sia posto numerare, d, dico che el medesimo, e, numerarà, a, perche se non lo numera sarà, a, esso primo (per la trigesimaquarta del settimo libro) e perche

e adonque b. (per la diffinitione) è quadrato, perche adonque, b, c, d, sono continuamente proportionali essendo, b, quadrato è manifesto (per la decima ottava propositione, ouero vigesima prima del ottauo libro) .d. essere quadrato & per la medesima ragione, c, perche, d, e, f, sono continuamente proportionali &. d. è quadrato el medesimo in tutti li altri dall'uno intermesso, adonque il primo proposito è manifesto. El secondo cosi se manifesta essendo, b, in, e, quante volte è, a, m, b, (dal presuppposito) seguita (per la diffinitione) che dal, a, in el suo quadrato, b, sia fatto, c, adonque (per la diffinitione di numeri cubi), c, e cubo, & perche, c, d, e, f, sono continuamente proportionali, & similmente, f, g, b, k, & c, e cubo è necessario (per la vigesima & vigesima seconda propositione del ottauo libro) che, f, anchora sia cubo, e però etiam. k, & el medesimo in tutti li altri da duoi interlassadi, per laqual cosa è manifesto el secondo proposito. Et perche in el settimo termine, f, & in el terziodecimo n. & li altri interlassando li cinque medij & simpliciemente in tutti quelli di quali el luoco sopra qual si voglia molriplice del senario aggionge la unità le computationi sono terminate de quadrati & de cubi. de quadrati per la intermissione di uno termine de cubi per la intermissione, de doi seguita adonque quelli esser quadrati (per la prima parte de questa) & cubici (per la seconda) per laqual cosa le dette computationi sono terminati di quadrato cubico. Adonque tutto quello che è detto è manifesto.



Theorema.9. Propositione.9.
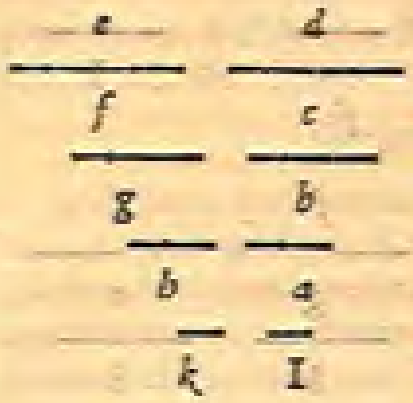
9/9

Se dalla unità seran disposti quanti numeri si vogliano di continua proportionalità, se quello che seguita la unità sarà quadrato, tutti li altri anchora saranno quadrati: & se quello che seguita la unità sarà cubo, tutti li altri anchora saranno cubi.

Siano quelli medesimi per auanti posti dalla unità continuamente proportionali. & sia, a, quadrato, dico tutti li altri essere quadrati, ouer se el medemo sarà cubo similmente, dico tutti li altri essere cubi, perche egliè manifesto, b, esser quadrato (per la precedente) perche adonque del. a. al. b. e si come del, b, al, c, (per la vigesima prima dell'ottauo) seguita, c, esser quadrato, el medemo anchora (per

Theorema.13. Propositione.13.

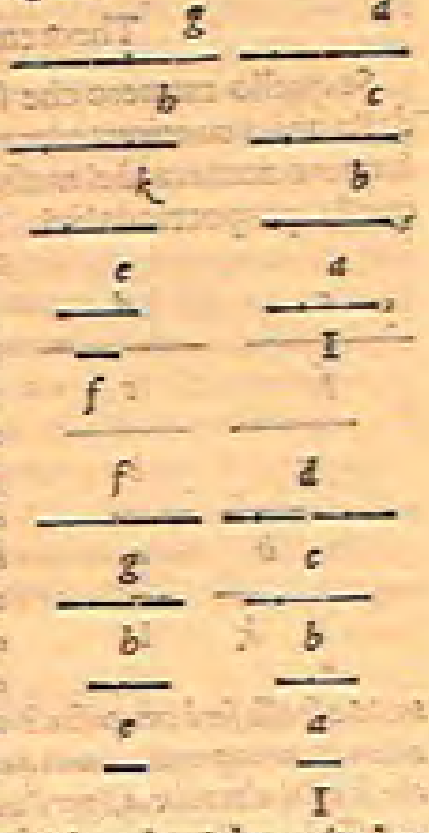
13 / 13 Se quello numero che seguita la unità, de quanti numeri si uoglia dalla unità continuamente proportionali, serà numero primo, niuno numero numerarà el maßimo de quelli se non de numeri disposti in quella proportionalità.



Siano come per auanti li medesimi termini continuamente proportionali dalla unità per fina al, d, et sia, a, numero primo. dico che niuno numero numerarà l'ultimo ne simplicemente alcuno de quelli ßalvo alcuno de quelli che antecede l'ultimo, overo quello che sia sta posto esser numerato perche se possibile fußse esser altramente (per l'aduerßario) poniamo che sia, e, diuerso da quegli che numeri el, d, el quale, e, se serà primo (per la undecima numerarà, a,) adonque, a, non è primo che contra al presuppoßito. Ma se esso serà compoßito è neceßario (per la trigeßima seconda del settimo) che alcun numero primo numeri quello el qual non può esser niuno altro ßalvo, c, perche se egliè altro che, a, (per l'aduerßario) come seria a dire, f, & conciosia che'l sia neceßario quello numerar, d, ße arguirà, el medesimo numerar, a, (per la undecima) e cosi anchora, a, non seria primo. adonque, a, è primo numerante, e, ma perche e, numera, d, sia che'l lo numeri secondo, g, & (per la seconda parte della uigeßima del settimo libro) serà, a, al, e, ßi come, g, al, c, (perche, d, vien fatto dal, a, in, c,) per laqual coßa, a, numerando, e, & e, numerar, c. & sia che'l lo numeri secondo, b. & seguita che, a, numeri, g, per quelle ragioni, per lequale seguitaua che numeraua, e, altramente ße, g, e primo numerãdo, e, ßeguita (per la undecima) eßo numerar, a, et ße egliè compoßito (per la medeßima) ßeguita el numero primo numerante, g, numerare etiam a. che è inconueniente. Adonque. a. numera quello ßeguita adõque (per la ßeconda parte della uigeßima del settimo) che, b, numeri anchora, b, impero che è manifeßto, c, eßer produtto ßi dal, a, in, b, come del, g, in, b, adonque eßo, b, numeri eßo, b, ßecondo, k. Et è manifeßto (come per auanti del, g,) che. a. numeri, b, perche ße non lo numera non serà, a, primo. Adonque (per la ßeconda parte della uigeßima prima del settimo) ßeguita che. k. numeri. a. perche, b, e fatto ßi dal, a, in ße medeßimo come del, b, in, k, & è manifeßto, k, non eßer, a, perche niuno di numeri. g. b. k. e alcuno delli. a. b. c. d. perche ße, g, fußse alcun de quelli, conciosia che eßo numeri, d, ßecondo, e, seria (per la precedente) anchora, e, alcuno de quegli & quel non era dal preßuppoßito, adonque ne etiam el, g, ne serà, ßimilmente conciosia che, b, numeri, c, ßecondo, g, non serà, b, alcun di, a, b, c, perche el ne sera (per la precedente) etiam, g, & è ßtato dimoßtrato qualmente el non è. Adõque per la medeßima ragione ne, b, ne, k, conciosia che eßo numeri, b, ßecondo, b, ße quel fußse, a, ße conuenteria (per la precedente) anchora, b, eßer, a, & gia non era

ne. k.

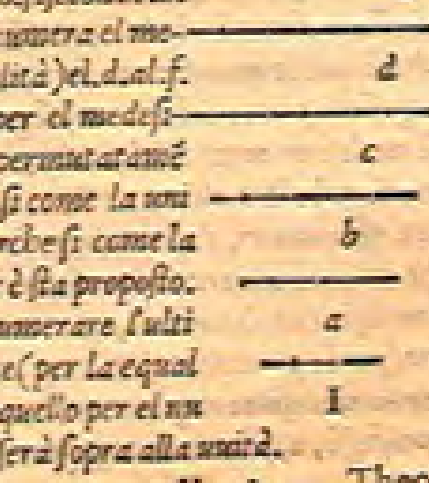
che dal,a,in se mẽ fatto.b.seguite(per la xigesima ottaua del medesimo libro)che esso ãchora sia primo al,b,et(per la xigesima settima del medesimo) seguita quello essere primo al,c,et al,d,impero che da,a,in,b,u'è fatto,c,et dal medesimo in,c.mẽ fatto,d,adõque qual nõ numera.d,essendo primo a esso,d,p laqual cosa accade el cõtrario del presuppo sito. A dimostrare el medesimo altramẽte,essẽdo, e,primo s'el nõ numera,a,serà primo a esso(p la trigesima quarta del settimo)adõque(p la xigesima quita del medesimo)seranno numeri in la sua proportione.ma perche,e,(dal presuppsito)numera, d,sia che lo numeri secõdo.f,veramẽte è manifesto che dal,a,f,c,mẽ fatto,d,(per la secõda parte del la xigesima del settimo)serà del,a,al,e. si cõe del, f,al,c,p laqual cosa(per la xigesima secõda del medesime).e.numerarà.c.& sia che'l lo numeri secõdo.g.et perche dal.a.in.b.mẽ fatto,c,seguita ancora(p le medesime et per el medesimo modo che el medesimo,e,numeri,el,b,hor sia adõque che lo numera secõdo,b,et perche mi'altra volta dal.a.l'è mẽ fatto.b.mi'altra volta è necessario(per le medesime propositioni)che el detto .e. numeri esso.a. & gia è stato supposto che'l non lo numeri adunque seguita lo impossibile.



Theorema.12. Propositione.12.

11 / 12 In li numeri della unità continuamente proportionali el minore numerarà el maggiore secondo alcuno numero disposto in quella proportionalità.

Siano termini della unità per fin al.f.continuamente proportionali dico niun de essi poter numerare.f.se non secondo alcuno delli altri.perche egli è manifesto che.e.numera esso.f.secondo.a. perche dal.e.al.f.e si come della unità al.a.& .d.numera el medemo.f.secõdo.b.perche(per la equal proportionalità)el.d.al.f. e si come la unità al.b.del.e.anchora è manifesto per el medesimo modo che numeri quello secondo se medesimo.permutatamẽte.anchora.a.numera esso.f.secondo.e.imperoche si come la unità al.e.così è.a.al.f.et.b.lo numera secondo.d.perche si come la unità al.d.così e.b.al.f.vero è adonque quello che è sta proposto. Certamente ciascadauno termine che se proponga numerare l'ultimo de quãti termini serà fatto l'ultimo el se cõuẽce(per la equal proportionalità,& per la diffinition)numerare quello per el numero de quel termine,che per altri tanti termini serà sopra alla unità.
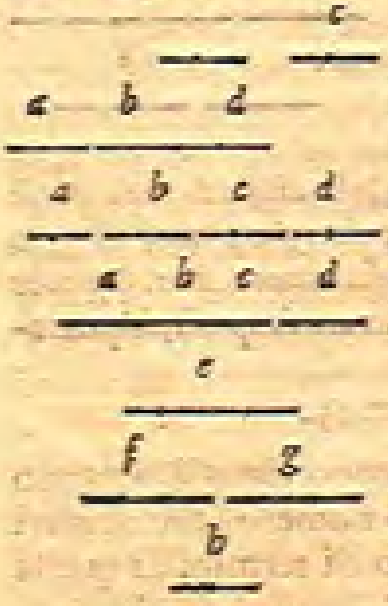




numerare.c. dico che. b. è commensurabile al.f. ouero al.g. perche essendo tolti li quattro minimi in quella proportione, liquali siano.k.l.n.m. etiã è manifesto (per la seconda propositione dello ottauo libro) che dallo.f.in.m. esse fatto.c. altramente, accaderia essere uno numero del minimo, laqual cosa essere non può. adonque (per il correlario della trigesima quinta propositione del festimo libro) b. sarà commensurabile allo.f. ouero allo.m. ma se sarà commensurabile allo.f. è manifesto el proposito, ma se sarà commensurabile allo.m. siano tolti li tre termini minimi in quella proportione, liquali siano.p.q.r. & (per la seconda propositione dello ottauo libro) sarà che.m. sia fatto de.f.in r. acciò che non siamo constretti a concedere essere alcuno minore del minimo, per la qual cosa (per il predetto correlario.) b. è commensurabile allo.f. ouero allo.r. ma perche non era commensurabile allo.f. perche essendo così si manifestaua il proposito, adonque è commensurabile allo.r. elquale per essere fatto (per la seconda propositione dello ottauo libro) dal.g. in se seguita (per il detto correlario) che b. sia commensurabile al.g. che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 16.

16 / 15 Se seranno quanti numeri si uoglia continuamente proportionali, minimi in la sua proportione, qual si uoglia di quelli, se approua necessariamente essere primo al composto delli rimanenti.



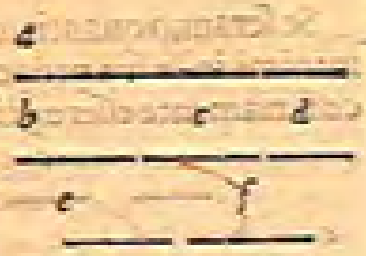
Siano.a.b.c.d. continuamente proportionali, & minimi, dico che el composto de.a.b.c. essere primo al.d. perche se'l non sarà primo (per l'aduersario) alcuno numero numerarà el detto cõposto de.a.b.c. & d. elqual sia (e. per la precedente propositione) adonque.e. sarà communicante a uno de duoi termini de quella proportione, liquali siano.f. & g. adõque sarà alcuno numero numerante.e. & l'uno delli detti duoi termini f.g. elquale sia.b. perche adonque.b. numera.e. numerarà.d. & el composto de.a.b.c. & perche numera.f. ouero.g. l'uno & l'altro de quali numera l'uno et l'altro di duoi termini di mezzo, & simplicemente tutto se seranno, più de duoi (per la seconda dell'ottauo) seguita che esso numeri.b. & e. adõque numera ancor.a. pche numera tutto.a.b.c. adõq;. a. et. d. nõ sono contra se primi, laqual cosa non è conueniente (per la terza dell'ottauo) similmente anchora si manifestarà el composto de.a.b.d. esser primo al.c. perche si (co-

me

ne.K, adonque serà.a, & numera quello adonque.a, non è primo laqualcosa è impossibile. A demostrare il medesimo altramente se.e, diverso da.a, b, c, d, numera.d. sia che'l lo numeri secondo.f, & perche.a, numero primo numera.d. prodotto dal.e. in.f. seguita per la trigesima quinta del settimo, che quel numeri.e. overo.f, numeri adonque.e, perche adonque si del.a, in.c, come del.e, in.f, sieno fatto.d. per la seconda parte della vigesima del settimo, serà del.a, al.e, si come del.f, al.c, adō que.f, numera.c, sia che.f, lo numeri secondo.g, & per la trigesima quinta del settimo serà anchora che.e, numeri.f, over.g, & sia che numeri.f, & seguita, per la seconda parte della vigesima del medesimo che.g, numeri.b, & sia che lo numeri secondo.b, come per avanti adonque.a, numerarà.g, over.b, & sia che numeri, g, adonque.b. per la seconda parte della vigesima prima del settimo numerarà.a, adō que se.b. non è equale al.a. adonque.a, non serà primo, che è contra il presupposito. Ma se la serà equale al.a. ciascaduno di numeri.g.f.e. seran alcuno di.a.b.c.d. per la precedente, tolta quante volte bisogna. Adonque.e. non è diverso da quelli laqualcosa è anchora contra el presupposito, per tanto è manifesto esser el vero quel lo ch'è sta proposto.

Theorema. 14. Propositione. 14.

14 / 14 Se serà proposto el minimo numero, numerato da più numeri primi assignati, niun'altro numero primo, numerarà quello eccetto, che quelli assignati.



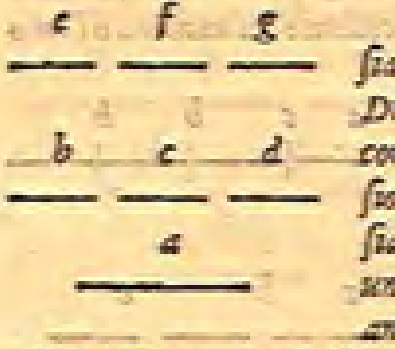
Sia.a. el minimo numero numerato dalli numeri primi, che sono.b.c.d. Dico che altro numero primo, eccetto che quelli non numerarà.a. & se possibil fusse per l'adversario che un'altro numero primo lo numerasse, poniamo che sia.e. equale numeri quello secondo.f. adō que perche cadauno di numeri. b.c.d. numera. a. prodotto de.e. in.f. & cadauno de quelli è primo, seguita (per la trigesima quinta propositione del settimo libro,) che ciascaduno de quelli numeri, e, overo.f, ma perche nissuno numera.e. conciossia che egli è primo, adonque ciascaduno di quelli numera.f. conciossia adonque che.f, sia minore de.a. (perche lo numera quello secondo.e,) a. non sarà el minimo numerato da quelli, laqualcosa è incommeniente.

Theorema. 15. Propositione. 15.

15 / 0 Se quanti numeri si vuoglia, continuamente proportionali, seranno li minimi secondo la sua proportione, ciascuno numero, che numeri alcuno de quelli, sarà commensurabile a l'altro di termini di quella proportione.

Se siano.a.b.c.d.e. continuamente proportionali, & li minimi secondo la proportione de.f.al.g. liquali siano pur in la sua proportione minimi, & essendo posto, b,

1 Quello che uien fatto dal dutto de uno numero in quanti numeri si uoglia è tanto quanto quello che uiene fatto del medesimo in el composito di quelli.



Il medesimo propone la prima del secondo de linee. hor sia che dal.a.in b.& in.c.& in.d.perueng a.c.& f.& g. Dico che dal.a.in el composito de.b.& c.& .d. perueen il composito de.e.& f.& g.perche el seguita (per la conuersione de quello numero,che sia multiplicado) che tal parte sia.b.del.e.& tala.c.del.f. etiam tala.d.del.g. quala è la unità del.a.(per la quinta del settimo) adonque, tal parte anchora serà il composito de.b.& c.& .d. del composito del.e.& f.et.g.quala è la unità del.a.adonque (per la diffinitione) dal.a.in el composito de.b.& c.& .d.uien fatto il composito de.e.& f.& g.che è il proposito.

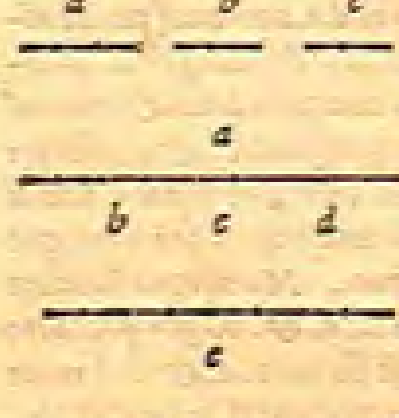
2 Quello che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglian in uno numero,è equale a quello che uiene fatto dal composito de quelli, in el medesimo.

Questo è il conuerso modo de quello che è stato demostrato.



Come se dal.b.& .c.& d. in.a. sian fatti.e.et.f.& .g.el composito anchora uien fatto dal composito in quel medesimo laqual cosa (per quello che demostrato dalla decima settima propositione del settimo libro) uien concluso facilmente el proposito.

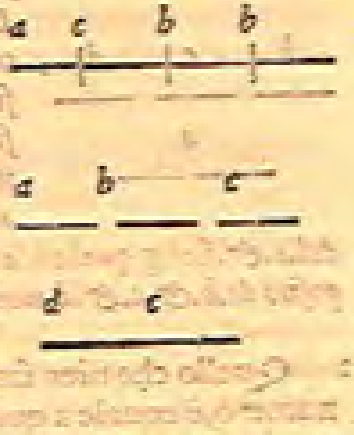
3 Quel produtto che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglia in quanti altri si uoglia, è equale a quello che uien fatto dal composito de quelli in el composito de quelli.



Come se.a.b.c multiplichino.d.e.f.cioè cadauno de loro in cadauno de quelli & siano azonti li produtti insieme dico lo aggregato dalli produtti, esser equale al produtto del composito de.a.& .b.& .c.in el composito de.d.& .e.& .f.perche (per la precedente) il produtto che uien fatto dal composito de.a.b.c. in. d.è quanto quello che uien fatto a uno per uno in esso.d. & cosi in e.& in.f.& del composito de questi.a.b.c. in cadauno de quelli.d.e.f.(per auanti la precedéte)fa quanto che del composito in el composito. Adonque è manifesto il proposito.

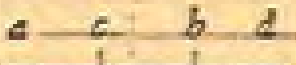
4 Diuiso che sia un numero in quanti parti si uoglia, tanto serà quel pro-

me per auanti,) e, li numera ambiduoi, seguita (per la precedente) che alcun numero, el qual sia anchora .b. numeri .e. & l'un di duoi .f.g. adonque .b. numera .e. & tutto .a.b.d. & etiam .b. (conciosia che l'una e l'altra radice numera tutti li termini di mezzo, adonque numera etiam il composito de .a. & .d. & perche necessariamẽte numera l'un di dui .a. over .d. conciosia che (per la precedente) lui numera o l'uno o l'altro di dui termini .f. over .g. (numerarà il rimanente. Adonque .a. & .d. non sono contra se primi & cosi serà il medesimo in tutte le vicinte come per auanti. Ma alcuni demostrano il medesimo de tre quantità continuamente proportionale, & maxime senza auxilio della precedente, perche approuano el composito de quelunque duoi esser primo al rimanente. Siano adonque li tre numeri continuamente proportionali, et minimi .a. .b. .c. li termini di quali siano .d. et .e. Dico al presente che el composito del .a. & .b. esser primo al .c. & el composito de .b. et .c. esser primo al .a. e. anchora il cõposito del .a. & .c. esser primo al .b. perche egliè manifesto (per la seconda propositione del ottauo) che dal .d. in se sien fatto .a. & dal dutto del medesimo in .e. sien fatto .b. & dal e. in se sien fatto .c. & (per la vigesima terza del settimo) e manifesto che .d. & .e. sono contra se primi adonque (per la prima parte della trigesima prima del medesimo) tutto .d.e. serà primo all'uno, e l'altro de quelli perche adonque l'uno, e l'altro di duoi numeri .d. & .d.e. e primo al .e. & (per la vigesima settima del medesimo) quello che nie produtto dal .d. in .d.e. (et quello e il composito de .a. & .b. per la .5. delle sequente) serà primo al .e. seguita adonque (per la vigesima ottaua del medesimo) che anchora il composito de .a. & .b. sia primo al .e. perche .e. sien fatto dal .e. in se. Anchora con simil demostratione ti approuerai il composito de .b. & .c. esser primo al .a. Ma che il composto del .a. & .c. sia primo al .b. se demostra in questo modo. Conciosia che l'un, e l'altro di duoi numeri .d. & .e. sia primi a tutto el .d.e. (per la vigesima sestima del .7.) serà che quello che viene produtto del .d. in .e. (el quale e .b.) esser primo al .d.e. adonque (per la vigesima ottaua del medesimo) quello che permen dal .d.e. in se il quale (per la quarta del secondo per la .6. delle sequente) e tanto quanto el composto del .a. & .c. et del doppio del .b. serà primo al .b. Seguita adonque el composito de .a. & .c. esser primo al .b. perche egliè necessario che sel composto de duoi termini è primo a uno di quelli dalli quali è composto, sia primo al restante, etiã li componenti fra loro e questo è stato demostrato sopra la trigesima prima del settimo. Ma bisogna stabilire a fortificatione de questa demostratione al composito del .a. & .b. esser produtto dal .d. in el composito del .d. & .e. supposto che dal .d. in se sia fatto .a. & dal medesimo in .e. sia fatto .b. & anchora che dal .d. e. in se sia produtto il composito del .a. & .e. & del doppio del .b. supposto quello che per auanti, etiam che dal .e. in se sia fatto .c. Adonque per rispetto de questo proponemo da demostrare le sottoscritte.



il maggiore sia,a,d,& minore,d,b,Dico che quel producto che vien fatto de tutto: a,d, in, d,b, cõ il quadrato de,c,d,è equale al quadrato de,c.b.Perche(per la precedente)il quadrato de,c.b. è equale al quadrato de,c,d,e al quadrato de,d,b, & a quelle che vien fatto del,b,d,in,c,d,due volte.Ma el dutto del,b,d,in se medesimo,e,in,c,d,(per la prima propositione de queste) fa tanto quanto el dutto di quel lo medesimo in,c,b,e però quanto che in,a,c,adonque del,b,d,in se & in, c, d,due volte fa tanto quãto del medesimo,b,d,in,a,d,(per la medesima)adonque il quadrato de,c,b,supera quello che vien fatto del b,d,in,a,d,in el quadrato de,c,d, per ilche è manifesto il proposito.

8 Quando serà un numero diuiso in due parti equali, & che a quello serà aggiunto uno altro numero, lo producto che vien fatto dello dutto de tutto il composito, in lo numero aggiunto, con il quadrato della mitade,equale al quadrato della mità, dello aggionto insieme.



Questo medesimo de linee propone La setta del secondo hor sia il numero,a,b,diuiso in duoi numeri equali liquali sia no,a,c,& c,b,& sia aggionto a quello il numero, b, d, dico quello producto che vien fatto de tutto.a.d.in.d.b cõ il quadrato de, c,b, esser equale al quadrato de , c , d,(per la setta propositione de queste) el quadrato de, c , d , è equale al quadrato de , d , b , & al quadrato de , b , c , & a quello che vien fatto de, b, d, due volte in, b, c. ma(per la prima de queste)del , b, d, in se & in, b, c, due volte è quanto del, b, d, in, d, a, (perche,a,c, &,c, b, sono equali)adonque il quadrato de,c,d,supera quel producto che vien fatto del,b,d,in,d,a,in el quadrato de.c.b.che è il proposito.

9 Quando uno numero sia diuiso in duoi numeri quel producto che vien fatto , del tutto in se insieme con quello che vien fatto dell'uno di dividenti se è equale a quello che vien fatto del tutto in el medesimo due volte insieme, con quello che vien fatto dall'altro dividenti in se.



El medesimo propone la settima del secondo de linee , perche se sia il numero diuso in, b, &,d. Dico lo quadrato de,a,con lo quadrato del,d,esser tanto quanto quello che vien fatto dal,a, in, d, due volte con lo quadrato del, b, perche egliè manifesto(per la setta propositione de quste)che'l quadrato de,a,e, tanto quanto il quadrato de,d, & il quadrato de,b, & quello che vien fatto del,d, due volte in. b..Adonque il quadrato de. a. con il quadrato de,d ,e, tanto quanto quel che vien fatto del,d,due volte in se & due volte in.b.con il quadrato de.b. Ma quello che vien fatto drl.d. due volte in se & due volte in. b. e quanto quello del.d.due volte in. a. (per la prima de queste) adonque quello che vien fatto del.d.due volte in , a, con il quadrato de.b.e quanto il quadrato de.a.con il quadrato de.d per laqual cosa è manifesto il proposito.

Quando

produtto che uien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quello che uien fatto de quello in tutte le sue parti.

Il medesimo propone la. 2. del secondo de linee come se. a. fusse diuiso in. b. & c. & d. dice che tanto uien fatto dal. a. in se quanto in tutti quelli. b. c. d. perche posto. e. equale al. a. è manifesto (per la prima di queste incidente) tanto esser fatto del. e. in. a. quanto in tutte le parti de. a. Ma (per la concettione) del. e. in. a. uien fatto quanto del. a. in se & del. c, in se parti de. a. quanto del. a. in el medesimo. e. adonque è manifesto esser il uero quello ch'è sta detto.

5 D'ogni numero diuiso in duoi quel produtto che uien fatto del tutto, in l'uno di diuidenti, è tanto quanto quello che uien fatto del medesimo diuidenti in se, & in l'altro.



Il medesimo propone due linee la terza del secondo in linee esempli gratia, Sia. a. diuiso in. b. & c. dico produrse tanto del. a. in. c. quanto che del. c. in se. & in. b. perche quello che uien fatto del. a. in. c. e quanto quello che uien fatto del. c. in. a. (per la decima settima del settimo) adonque tolto. d. equal al. c. serà tanto del. a. in. c. quanto del. d. in. a. Ma (per la prima di queste) tanto è del. d. in a. quanto che in. b. & c. perche adonque. d. in. a. & in. b. & in. c. è quanto. c. in. a. & in. b. & in se per la equalità del. c. & de. d. è manifesto il proposito.

6 D'ogni numero in duoi diuiso lo produtto che uien fatto del dutto del tutto in se è quanto quello che uien fatto del dutto dell'uno e l'altro di diuidenti in se, & dell'uno de quelli, due uolte in l'altro.

Il medemo in linee propone la quarta del secondo, come se. a. sia diuiso in. b. & c. dico tanto essere fatto del. a. in se quanto del. b. in se & del. c. in. se & del. b. due uolte in. c. perche (per la quarta de queste) quello che uien fatto dal. a. in se è quãto quello che uien fatto de quel medesimo in. b. et in. c. ma quello che è fatto di quello in. b. (per la precedente) è quanto quello del. b. in. se & in. c. & del. a. in. c. (per la medesima) e quanto del, c, in se & in. b. & perche del, c, in. b, e tanto quanto del, b, in. c, (per la decima settima del settimo) le chiaro esser el uero quello che se propone.

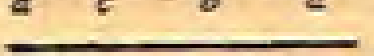


7 D'ogni numero diuiso in due parti equale, & in due inequale lo produtto che uien fatto della maggiore delle inequale in la minor, con lo quadrato dello intermedio è equale al quadrato della mitade del tutto.



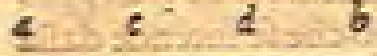
Questo medesimo de linee propone la quinta del secondo, come se. a. b. sia diuiso in dui numeri equali liquali siano. a. c. & c. b. & anchora in dui inequali diquali il mag-

to dello aggionto, sono doppii al quadrato della mità de quello, con il quadrato del composito, della mità, & dello aggionto.



El medesimo propone la decima del secondo de linee. Hor sia il numero a.b. diuiso in le due parti equale a.c. & c.b. & sia aggionto a quello il numero b.d. Dico il quadrato de a.d. con il quadrato de b.d, esser doppo al quadrato de a.c. insieme con il quadrato de c. d. perche essendo il numero. c. d. diuiso in due parti & a quel e aggionto a.c. equal a uno de quelli, p la decima de questo) serà il quadrato de a.d. quanto quello che uien fatto del c.d. in c.a. quattro volte & poi aggionto con il quadrato de b.d. & perche a.c. è equale al c.b. il quadrato de a.d. serà quanto quello che uien fatto del d.c. in c.b. quattro volte giunto con il quadrato del b.d. adonque il quadrato de a.d. con il quadrato de d.b. serà quanto quello che uien fatto del d.c. in c.b. quattro volte insieme con il doppio del quadrato de b. d. & questo (per la nona propositione de questo) e doppio al quadrato de. c. d. insieme con il quadrato de. c.b. adonque conciosia che il quadrato de. c. b. sia equale al quadrato de a.c. è manifesto il proposito.

13 Egliè impossibile a diuidere alcun numero talmente che quello che uien contenuto sotto dil tutto, & una delle parti di quello sia equale al quadrato di l'altra parte.



Quello che propone la undecima del secondo de sar in linee, l'Autor hor demostra questo esser impossibile in numeri, hor sia a.b. qual si uoglia numero. Dico esser impossibile quello esser diuiso cosi come se propone, perche essendo cosi seria diuiso secondo la proportione bauente il mezzo e dui estremi, come è manifesto per la diffinitione, & per la trigesima proposizione del sesto. Et se questo po esser (per l'aduersario) sia diuiso in c. & sia del. a.b. al b.c. si come del b.c. al c.a adonque a.c. sarà minore del c.b. sia adonque detratto da quello uno equale a lui, el quale sia e.d. adonque perche la proportione de tutto a.b. a tutto il b.c. è si come del b.c. (detratto dal a.b.) al c. d. (detratto dal b.c.) la medesima serà per la. 12. del a.c. (residuo del a.b.) al b.d. (residuo del b. c.) per laqual cosa del b.c. al c.d. serà si come del c.d. al d.b adonque c.d. serà maggior del b.d. Adonque detratto d.e. de c.d. (cioè che d.e. sia equale al d. b.) serà etiam la proportione de b.c. al c.d. si come del c, d, al d, e, per laqual cosa cosi serà de, d, b, (residuo de c.b.) al c, e, (residuo del c, d), adonque tu poi detraher c, e, dal e, d, e per tanto el non si trouerà il fine di questa detrattione laqual cosa è impossibile. Hora ritornamo al nostro proposito.

Theorema. 17. Propositione. 17.

17 Se seranno duoi numeri contra se primi quanto che è il primo de
16 quelli al secondo, è impossibile esser tanto il secondo ad alcuno terzo.

Siano

10 Quando uno numero serà diuiso in duoi parti, & a quello sia aggiunto un numero equale a uno di diuidenti, el quadrato de tutto il composito è equale al quadruplo de quello che uien fatto del primo in lo aggiunto con il quadrato dell'altro.



Questo medesimo propone la ottaua del secondo de linee hor sia il numero .a.b. diuiso in .a.c. & .c.b. al qual sia aggionto .b.d. equal sia posto equale al .c.b. dico il quadrato de .a.d. esser tanto quanto è quello che uien fatto dal .a.b. in .b.d. quattro uolte gionto con il quadrato de .a.c. impero che (per la sesta propositione de queste) il quadrato de .a.d. è equale al quadrato de .a.b. & al quadrato de .b.d. & a quello che uien fatto del .a.b. in b.d. due uolte, & perche il quadrato de .b.d. è equale al quadrato de .b.c. serà il quadrato de .a.d. equale al quadrato de .a.b. & al quadrato de .c.b. et a quello che uẽ fatto dal .a.b. in .b.d. due uolte, ma (per la precedente) il quadrato de .a.b. con il quadrato de .c.b. è tanto quanto il quadrato de .a.c. con quello che uien fatto dal .a.b. due uolte in .b.c. adonque il quadrato de .a.d. è tanto quanto quello che uien fatto del .a.b. in .b.d. due uolte & dal .a.b. in .b.c. due uolte con il quadrato de .a.c. et perche del .a.b. in .b.c. fa tanto quanto in .b.d. è manifesto esser il uero quello che fu posto proposto.

11 Quando un numero serà diuiso in due parti equali & in due inequale, li quadrati de ambedue le inequale tolti insieme sono il doppio del quadrato della mità, & del quadrato de quello che se intende dalla parte inequale alla equale tolti insieme.



Questo medesimo propone la nona del secondo de li mee. hor sia il numero .a.b. diuiso in duoi numeri equali (liquali siano .a.c. & .c.b.) & in duoi inequali liquali siano .a.d. & .d.b. dico che li quadrati di duoi numeri .a.d. & .b.d. tolti insieme, sono el doppio delli duoi quadrati delli duoi numeri .a.c. & .c.d. tolti insieme, perche (per la sesta di questo) il quadrato de .a.d. è quanto il quadrato de .a.c. & il quadrato de .c.d. & il doppio de quello che uien fatto de .a.c. in .c.d. ma perche .a.c. è equale al .c.b. serà il quadrato de .a.d. quanto il quadrato de .b.c. & il quadrato de .c.d. & il doppio de quello che uien fatto dal .b.c. in .c.d. adonque il quadrato de .a.d. con il quadrato de .b.d. sono quanto il quadrato de .b.c. & il quadrato de .c.d. & il doppio de quello che fatto dal .b.c. in .c.d. & il quadrato de .b.d. Ma il doppio di quello che uẽ fatto dal .b.c. in .c.d. con il quadrato de .b.d. è equale al quadrato de .b.c. & al quadrato de .c.d. (per la nona de queste) adonque li quadrati delli duoi numeri .a.d. & .d.b. sono quanto li quadrati delli duoi numeri .b.c. & .c.d. duplicati, & perche .b.c. & .c.a. sono equali è manifesto il proposito.

12 Quando un numero serà diuiso in due parti equali & che a quello ne sia aggiunto un'altro, El quadrato de tutto il composto cõ il quadrato del-

Theorema.20. Propositione. 20.

20 / 19 Dati tre numeri continuamente proportionali, puotemo cercare se gli sia alcun quarto a quelli continuamente proportionale.



Siano.a.b.c.continuamente proportionali voglio cercare se un'altro puol esser aggiunto, e quelli fatto continua proportionalità. adonque se.a.& c. sono contra se primi, e impossibile (per la decimasettima propositione) se sono composti, sia.d. quello che peruiene dal.b.in.c, elquale, d, se, a, lo numera serà possibile esserui aggiunto un quarto, ma se'l non lo numera non serà possibile, perche numerano quello secondo, e, elqual, e, serà quello elqual cercamo (per la seconda parte della vigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello è niente di manco (per l'aduersario) che dal, a, al, b, sia fatto come dal, c, al, e. Adonque perche dal b, in c, sien fatto, d, seguita (per la prima parte della vigesima del settimo) che dal, a, in, c, sia fatto il medesimo, d, adonque, a, numera, d, secondo, e, & era posto che'l non lo numerasse. el medesimo tu puoi inuestigare in quanti proposti numeri si voglia continuamente proportionali, perche se li dui estremi siano contra se primi la intentione ha fine (per la decima ottaua) ma se siano compositi se'l primo numera el producto del ducto del secondo in el vltimo. quel numero secondo elqual lui lo numera è quello che cercamo (per la seconda parte della vigesima del settimo) ma se'l primo non numera il detto producto niun serà che possa esser posto perche posto qual si voglia (per la prima parte del medesimo) secondo esso posto el primo numerarà el producto qual era posto che'l non lo numerasse che è inconueniente.

Theorema.21. Propositione. 21.

21 / 20 Dati quanti numeri primi si voglia, è necessario esser alcuno numero primo da quelli diuerso.



Niente altro se intende de demostrare salvo che li numeri primi sono infiniti, perche se siano, a, b, c, numeri primi, dico esser alcuno altro numero primo diuerso da quelli, perche se sia.d.f, el minimo numero che numerano li predetti numeri primi, al qual aggionta la unità sia fatto.d.g, elqual.d.g, o che gliè numero primo, ouer composto, se egliè primo è manifesto el proposito, se egliè composto alcun numero primo numera quello elqual sia.b. elqual.b. non è possibile esser alcun di prima proposti, perche se quello fusse alcun de quelli concluderia che qual si voglia de essi numera.d.f, esso ancora numerarìa el medesimo, & perche lui numera.d.g, bisognaria esso numerar.f.g, elqual è la unità laqual cosa è impossibile, el medesimo seguita posto.d.f, qual numero si voglia che sia numerato da.a.b.c, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theo-

Siano.a.& .b. contra ſe primi. Dico eſſere impoſſibile di aggiongere a quelli alcuno altro numero in continua proportionalità. Perche ſe queſto fuſſe poſſibile (per l'aduerſario) ſia.c. perche adonque.a.al.b.e ſi come del.b.al.c.& .a.& .b.ſono minimi in la ſua proportione (per la vigeſima quinta propoſitione del ſettimo) ſeguita (per la vigeſima ſeconda propoſitione del medeſimo) che.a.numeri.b.il quale concioſia, anchora che'l numeri ſe medeſimo.a.et b non ſeranno contra ſe primi laqualcoſa è il contrario di quello che è ſtato ſuppoſto.

a b c

Theorema.18. Propoſitione.18.

18 17 Se li duoi eſtremi de quanti ſi vogliano numeri continuamente proportionali, ſeranno contra ſe primi, e impoſsibile eſſer tanto l'ultimo ad alcun altro quanto è il primo al ſecondo.

Siano.a.b.c.continuamente proportionali, & ſiano.a.& .c.contra ſe primi, dico che non li può eſſere aggionto.a.quelli un'altro numero in quella medeſima proportione, perche ſe queſto poteſſe eſſer (per l'aduerſario) ſia.d.perche adonque del.a.al.b.e ſi come del.c.al.d.permutatamente del.a.al.c.ſerà ſi come del.b. al.d. M a.a.& .c.ſono in la ſua proportione minimi (per la vigeſima quinta del ſettimo) adonque per la vigeſima ſeconda del medeſimo.a.numera.b.per laqual coſa etiam.a.numera.c.perche di numeri continuamente proportionali, ſe'l primo numera il ſecondo, quel medeſimo li numera tutti, & ſimplicemente qual ſi voglia precedente numera qual ſi voglia ſequente, ma perche etiam.a.numera ſe medeſmo, non ſeranno.a.& .c.contra ſe primi laqualcoſa è inconueniente.

a b c d

Theorema.19. Propoſitione.19.

19 18 Propoſti duoi numeri potemo conſiderare ſe poſsibile a quelli ſia trouarui un terzo continuamente proportionale.

Siano.a.& .b.li duoi numeri propoſti, voglio cercar ſe a quelli pol eſſer aggionto un terzo ſotto continua proportionalità. Adonque ſe eſſi ſono contra ſe primi e impoſſibile (per la decima ſettima.) Ma ſe ſono compoſti ſia ducto.a.in ſe medeſimo et ſeruenga.c.al quale.a.lo numera ſara ui un terzo continuamente proportionale. Ma ſel non lo numera non gli ſerà un terzo continuamente proportionale, perche numerino quello ſecondo.d.ſerà quello che cercamo (per la ſeconda parte della vigeſima del ſettimo) ſia adonque che'l nõ numeri quello e che tamen (per l'aduerſario) ſia del.a.al.b.ſi come del.b.al.d. Adonque perche del.b.in ſe uien fatto.c.ſeguita (per la prima parte della vigeſima del ſettimo) che dal.a.in.d.ſia fatto il medeſimo.c. adõque.a. numera.c.ſecondo.d.& era poſto che'l non lo numeraua per laqual coſa ſeguita lo impoſſibile.

a b d

c

Theo-

te.f.(per la duodecima del settimo)serà del.c.al.f.si come del.a.al.d.perlaqual cosa,f,e la mità de.c.adonque.c,e paro che è il proposito.

Theorema. 26. Propositione.26.

26 / 26 Se da un numero disparo sia detratto un numero disparo, lo rimanente serà paro.



Sia.a.b numero disparo dal qual sia detratto.b.c.elqual ancora sia disparo;dico lo rimanente(elqual e.a.c.) esser paro perche essendo detratto dall'uno e l'altro di dui numeri.a.b.& .b.c,la unità, laqual sia.d.b.& l'uno e l'altro di dui residui (liqua li sono.a,d,& ,d,c,)serà paro adonque(per la precedente)e manifesto,a,c,esser paro,che è el proposito.

Theorema.27. Propositione.27.

27 / 27 Se da un numero disparo serà sottratto un numero paro, quello che rimanerà serà disparo.



Sia,a,b,disparo,dalqual sia detratto,a,c, elqual sia paro,dico el residuo,c,b,esser disparo,& per dimostrar questa sia detratta la unità,b,d, perche,a,d,restarà paro,et perche,a,c, è paro (per la vigesima quinta) c,d,serà paro adonque essendo,d,b,la unità serà.c.b.disparo che è il proposito.

Theorema.28. Propositione.28.

28 / 0 Se da un numero paro tu cauarai un numero disparo quello che rimanerà serà disparo.



Sia,a,b,numero paro, dalquale sia tolto.a.c. elquale sia numero disparo dico lo residuo,c,b,esser disparo & per dimostrar questo sia sottratta la unità de.a.c,(laqual sia, c,d,)& ,a,d, serà paro adonque (per la vigesima quinta) anchora d,b, serà paro, adonque perche,d,c,e la unità seguita,c,b,esser disparo che è il proposito.

Theorema.29. Propositione.29.



29 / 28



Sel serà multiplicato uno numero disparo in un numero paro quel che se produrà da quelli serà paro.

Per la vigesima terza è manifesto quello che se dice in questa propositione.

Thorema.30. Propositione. 30.

30 / 29 Se serà multiplicato un numero disparo in un numero disparo quello che produrà serà disparo.

Anchora questa (per la vigesimaquarta è manifesta.)

Theo-

Theorema.22. Propositione.22.

22/21 Se seranno congregati insieme quanti numeri pari si voglia, anchora tutto lo aggregato da quelli serà paro.



Sia cadauno di tre numeri. a. b. c. paro dico el composito da quelli esser paro perche (per la conuersione della diffinition) cia scaduno da quelli ha la mitade, Siano adonque le mitade de quelli, d, e, f, perche adonque si come del, a, al, d, così serà del, b, al, e, & del, c, al, f, adonque (per la tertiadecima del settimo) si come del, a, al, d, così serà tutto el composito de, a, b, c, a tutto el composito de, d, e, f, adonque, d, e, f, e la mità de, a, b, c, adonque, a, b, c, (per la diffinitione) e paro che è il proposito.

Theorema.23. Propositione.23.

23/22 Se numeri dispari, pari di moltitudine, seranno congregati insieme anchora tutto lo aggregato da quelli serà paro.

Sia cadauno di numeri, a, b, c, d, dispari, dico el composito de quegli essere numero paro, perche leuando via a cadauno la unità è manifesto li residui esser pari, & perche quelle unitade leuade uia componeno numero paro (conciosia che siano de numero pare) è manifesto il proposito per la precedente.

Theorema.24. Propositione.24.

24/23 Se seranno congregati insieme numeri dispari, de moltitudine dispara, Anchora tutto lo aggregato da quelli e necessario essere dispari.



Sia cadauno di numeri. a. b. c. dispari. dico tutto il composito da quelli esser dispari, perche el composito de, a, & b, (per la precedente serà) paro & perche. c. leuata uia la unità è paro (per la auanti della precedente) tutto, a, b, c, leuata uia la unità serà paro, adonque (per la diffinition) è manifesto el tutto esser dispari.



Theorema.25. Propositione.25.

25/24 Se da un numero paro, sia detratto uno numero paro, lo rimanente serà paro.

Sia. a. numero paro, dal quale sia detratto. b. el qual anchora sia paro, & lo residuo sia. c. dico. c, necessariamente esser paro, perche essendo, d, la mità de, a, & ancora, e, la mità de, b, et detratto, e, de, d, sia el rimanẽ



te, f,

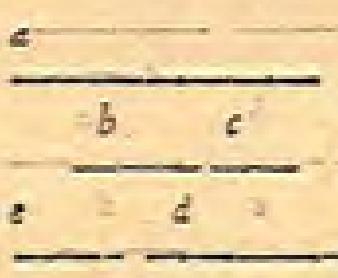
Theorema.35. Propositione.35.

35 / 32 Solamente li numeri dal binario doppii sono parimente pari.

Siano li numeri, a, b, c, d, dalla unità continuamente proportionali, & sia, a, el numero binario. dico tutti li detti numeri esser parimente pari, & niun altro pual esser parimente paro eccetto quelli che pono crescere in infinito secondo questa proportione che quelli si uno parimente pari, egliè manifesto (per la diffinitione) conciosia che (per la decimaterza) qualunque precedente numera qualunque sequente per alcun de quelli li quali tutti bisogna esser pari & niun altro numera alcun de loro (per la terziadecima) imperoche, a, el qual è el binario che segue la unità e primo. Ma che niun altro for de quelli sia parimente paro se manifesta in questo modo, perche suppositione alcuno (per l'aduersario) sia diuiso in due metà, & la metà di quello in due altre metà, & questo sia fatto per fina a tanto che un numero, overo la unità impedisca la diuision Laqual cosa è necessario uenire (per la ultima petitione) ma se un numero prohibirà questa diuision esso serà disparo elqual concessa che lui numeraria el numero posto parimente paro. Adonque lo numero suppositio parimente paro non seria parimente paro che è inconueniente. Ma se serà la unità che prohibisca la diuisione (per la. 13. auer. 15.) non serà altro fora della continua mente doppy dalla unità.

Theorema.36. Propositione.36.

36 / 33 Lo numero, del quale la mitade è disparo è parimente disparo.



Sia, a, un numero la mitade del quale (la qual sia, b,) sia disparo. dico, a, esser numero parimente disparo, & per dimostrar questo sia, c, el numero binario, adonque è manifesto che dal, c, in, b, nen fatto. a. Hor sia. d. qual si uoglia numero paro numerante, a, el qual numeri quello secondo, e, & (per la seconda parte della uigesima del settimo) serà del, e, al, b, si come del, e, al, d, adonque, e, numera, b, perche etiam, c, numera, d, (perche el binario numera tutti numeri pari) serà adonque, e, numero disparo perche etiam, b, era numero disparo adonque per la diffinitione, a, e parimente disparo, che è il proposito.

Theorema.37. Propositione.37.

37 / 34 Ogni numero non di doppi dal binario, che la metà di quello sia paro e parimente, & disparimẽte paro.



Sia el numero, a, non doppio da duoi, del quale la metà (la qual sia. b,) sia posta paro, dico esso esser parimente & disparmente paro. Hor per dimostrar questa, sia, c, el binario delquale è

Theorema.31. Propositione.31.

31 Se un numero disparo, numerarà un numero paro, numerarà quello per numero paro.
0

Perche se'l numerasse quello per numero disparo dal dutto del numero disparo in la numero disparo se produria paro laqual cosa è inconueniente per la precedente.
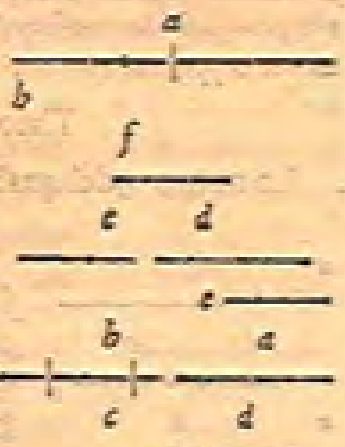
Theorema.32. Propositione.32.

32 Se un numero disparo numerarà un numero disparo lui numerarà quello disparmente.
0

Perche se'l lo numerasse parimente seguiria che del numero disparo in numero paro fosse fatto disparo, laqual cosa è inconueniente per la.29.

Theorema.33. Propositione.33.

33 Se un numero disparo misurerà un numero paro, le necessario quel misurare anchora la mitade del medesimo.
30



Sia.a.numero paro, la mità del quale sia.b, & sia c.un numero disparo, el qual numeri.a, dico che.c.numerarà.b. Hor ponemo che lui numeri.a.secondo.d. & (per la trigesima prima).d.serà numero paro adonque sia.e.la mità di quello & sia dutto.c.in.e.& pervenga.f. & (per la decima ottava del settimo) del.a. al.f.serà si come del.d.al.e.et perche anchora del.a.al b.e si come del.d.al.e.seguita esser.b.& f.equali adonque conciosia che.c.numeri.f.el medesimo numerarà, b.che è il proposito.

Theorema.34. Propositione.34.

34 Se un numero disparo, serà primo ad alcun
31 numero, el medesimo disparo serà primo al doppio del medesimo numero.



Sia.a.numero disparo primo al.b. el doppio del quale sia.c. dico che.a.e primo al.c.ma essendo altramente (per l'aduersario) ponemo che.d.numeri quelli et conciosia che.a.sia disparo seguita.d.esser disparo (perche ciascuno numero el qual numera un numero disparo è disparo) per la precedente adonque d.numerarà el.b. adonque.a.& b.non son contra se primi laqual cosa è contra el presuppolito.



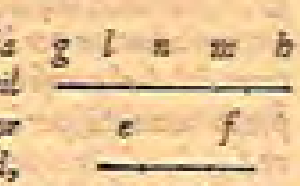
Siano, a, b, c, della unità continuamente doppij, & sia. c. lo aggregato de quegli & della unità elquale sia posto esser numero primo in elquale, e, sia multiplicato, d, & pervenga, f, g, dico f, g, esser numero perfetto siano adonque tolti. b. k. l. continuamente doppij al. e, talmente che tanti termini siano. e. b. k. l. quanti sono li tolti continuamente doppij dalla unità, & (per la equal proportionalità) serà de. l. al. e. si come del. d. al. a. per laqual cosa (per la prima parte della vegesime del settimo) del, a, in, l, pervien, f, g, perche esso, f, g, pervene del, d, in, e, et perche. a, è el binario, f, g, vien a esser doppio al. l. Adonque. e. b. k. l. & f. g. sono continuamente proportionali, sia adonque levado via dal. b. un numero equale al. e. elqual sia. m. b. & lo residuo. b. n. (elquale anchora serà equale al, e. (& similmente dal, f, g, sia levado via un numero par equale al medemo. e. elqual sia. f. n. & (per la precedente). n. g. serà quanto lo aggregato del. e. & del. b. & del. k. & del. l. et concio sia che. f. n. sia equale al. e. è quanto lo aggregato del, a, & b, & c, & d, e della unità. Et similmente tutto, f, g, è quanto lo aggregato de tutti questi cioè. a. b. c. d. & della unità, & de quelli. e. b. k. l. delli quali tutti è manifesto che numer sono el detto. f. g. & che. c. lo numera secondo. b. & b. secondo. k. laqual cosa vien conuenta (per la prima parte della vegesima del settimo adiutāte per la equal proportionalità se in alcun luoco serà bisogno) perche come del. d. al. c. cosi è del, b. al. e. et come del, d, al, b, cosi è del. k. al. e. (per la equal proportionalità) per laqual cosa, & dal. c. in. b. & dal. b. in. k. e necessario pervenir. f. g. elqual per el passato fu produtto dal. d. in. e. adonque procedo che niun altro (fuor de quelli) numera, f, g, (per la diffinitione) serà numero perfetto. Ma che niuno altro numeri quello se manifesta in questo modo. perche se questo è possibile (per l'adversario) sia. p. elqual numeri quello secondo q. & (per la vegesima quinta propositione del settimo) serà che, e. numeri l'uno de lor duoi, & sia posto che'l numeri, p, & perche (per la seconda parte della vigesima propositione del settimo) del, q, al, d, e si come del, e, al, p, seguita che, q, numeri, d, per laqual cosa conciosia che, a, (elqual segnita la unità) sia primo (perche è el binario) per la terza de cima di questo, el, q, serà over, a, over, b, over, c, & essendo el, q, uno de quelli. El. p. serà over. l. over. k. over. b. perche se. q. serà. c. e manifesto che. p. serà. l. & se'l serà. b. el. p. serà. k. & se'l serà. c. anchora. p. serà. b. Adonque el. p. non è diverso da quelli come era stato posto, rimane adonque, che. f. g. sia numero perfetto come fu proposto da demostrare.

IL FINE DEL NONO LIBRO.

le è manifesto che esso numera,a,secondo,b,& perche a,non è doppio da dui,e necessario se la mità di quello(laqual e,b,)venga divisa in altre due mità, & la mità della mità in altre due che finalmente occorra un numero impediente la divisione,elqual serà disparo(per questo che'l non recepe la divisione) & sia quello mequale resta la divisione, d, certamente è necessario la detta divisione restare in numero perche se la pervenisse per fina alla unità seria, a, di numeri doppy dal binario, diquale(per el presuppesito) non è ma del, d,e manifesto che esso numera,a, (per questa scientia, ogni numero numerante un altro numera, ogni numerato da quello)numeri adonque quel secondo, e,& ,e, serà paro. Veramente concosia che,d, sia numero disparo seguenia (per la trigesima) ,a,esser disparo adonque perche,b,(numero paro)numera,a, secondo,e, elquale anchora è paro (perche è el binario)& e numero paro numera el medesimo secondo,d,elqual è disparo è manifesto(per la diffinitione)el numero,a,esser parimente & disparmente paro che è el proposito.

Theorema.38. Propositione. 38.

38 35 Se del secondo etiam del ultimo di numeri continuamente proportionali sia cauado fora el primo, quanto è el rimanente del secondo al primo el se approua necessariamente esser tanto lo rimanente del ultimo allo aggregato de tutti li precedenti.



Siano continuamente proportionali,a,b,c,d,e,f,g,h,& sia levado dal,c.d.una parte equal al,a,b,laqual sia,c,K,e similmente dal,g,b,laqual sia,g,l. Al presente dico che la proportione del,k.d,al,a,b,e si come de,l,h,al composito de,e,f,c,d, &,a,b, & per dimostrar questo sia tolto dal,g,b, una parte equala al,e,f, (laqual sia,g,m.) & similmente una equale al,c.d. (laqual sia,g,n.) onde,l.n,serà equale al, k d. & è manifesto (per la undecima, del settimo concosia cosa che sia del,g,b,al,g,m,si come del,g,m,al,g,n,)che el residuo,b. m,al residuo m, n, serà si come. g.b.al. g. m. e però & si come.e.f.al,c,d,anchora per simel modo lo.m.n.al.l.n.serà si come.c.d.al.a.b.adonque permutatamẽte del b.m.al.e.f.& del.m.n.al.c.d.serà si come del.n.l.al.a.b.adonque congiuntamente(per la tertiadecima del settimo) del,l,b,(sopesito del,b, m m,n, & del,l,n,)al composito de.e.f.c.d.& .a.b.serà si come del.l.n.al.a.b. e però e si come del,K.d,al a.b.che è il proposito.

Theorema. 39. Propositione.39.

39 36 Quando seranno assettati numeri dalla unità continuamente doppii, liquali congiunti facciano numero primo, multiplicato l'ultimo de quelli in lo aggregato de quelli produce numero perfetto.

le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee se dirano incommensurabile in potentia. Lequal cose essendo come è stà esposto egliè manifesto che a ogni proposta linea retta (cioè a quella con laquale pigliamo le misure di cubiti, palmi, & dedi, overo pedi,) sono infinita moltitudine de linee rette a quella commensurabile & incommensurabile, alcune in longhezza, & in potentia, & alcune solamente in potentia.

Diffinitione. 4.

4/4 Ma ogni proposta retta linea con laquale ratiocinamo, serà detta rationale.

Il Traduttore.

In questa diffinitione l'Autore me aduertisse come che quella misura materiale laquale operaremo nelle nostre commensuration (o sia pertica, over, passo, overo piede, over brazzo, over altra misura formata a nostro piacere) serà detta rationale, per esser una quantità a noi cognita, e familiare.

Diffinitione. 5.

5/4 Et le linee a quella communicante sono dette rationale.

Il Traduttore.

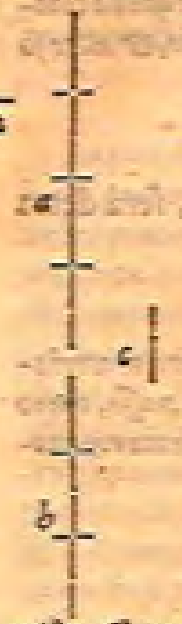
Quantunque questa diffinitione sia posta disgionta dalla precedente la si debbe intendere congionta con quella successivamente; perche in questo copulativamente diffinisse che tutte quelle linee che seranno commensurabile a quella proposta linea (cioè a quella misura con laquale mesuraremo, sia pertica, o passo, o piede, o brazzo, overo altra misura formata a nostro piacere) sono detta rationale, exempli gratia poniamo che la nostra proposta linea (con laquale mesuramo, overo intendemo di mesurare le nostre cose occurente) sia quella misura materiale che se chiama passo, divisa in piedi cinque, & cadauno piede secondo il costume moderno, in once duodeci, hor dico che non solamente al detto passo, serà linea rationale (per la precedente diffinitione) ma anchora tutte le linee mesurate con el detto passo, & con le sue parti seranno dette rationale per la presente diffinitione perche tutte le dette linee seranno a essere commensurabili con la nostra proposta rationale, cioè con el nostro passo. Et acciochè meglio me intendi poniamo che sia una linea, overo longhezza longa passa sei, piedi quattro, once sette e mezza, dico la detta linea, overo longhezza esser anchora rationale (per la precedente diffinitione) per esser commensurabile con el nostro passo (per la prima diffinitione) & la loro comune misura seria a essere la mezza onza cioè che una linea longha mezza onza misurarà la proposta longhezza precisamente. 83. volte & misurarà anchora el nostro passo precisamente. 120. volte onde per la detta prima diffinitione seranno commensurabile & per la precedente, & presente diffinitione, l'una e l'altra serà rationale che è el proposito.

LIBRO DECIMO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 / 1.2

Quelle quantità, seranno dette communicante, overo commensurabile, alle quale serà una quantità numerãte communamente quelle. Et quelle alle quale non serà una quantità numerante communamente quelle seranno dette incommensurabile.



Il Tradottore.

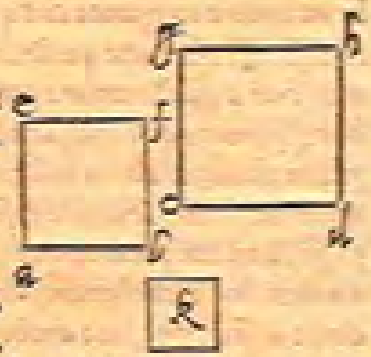


Semplicegratia se'l fusse le due linee, a, & b. & che el se trouasse qualche altra linea, overo misura che numerasse, overo misurasse cadauna di quelle (poniamo c.) le dette due linee seranno dette communicãte, overo cõmensurabile. Ma quando el non si trouasse alcuna sorte de linea che numerasse, overo misurasse communamente le dette due proposte linee quelle seriano dette incommunicante, overo incommensurabile. El medesmo si debbe intendere nelle superficie, & corpi.

Diffinitione. 2.

2 / 3

Le linee rette sono dette in potentia communicante, quando una superficie communa numera le superficie quadrate di quelle.



Il Tradottore.

Esempli gratia se'l fusse le due linee rette, a, b, & c, d, & le superficie quadrate di quelle, a, b, e, f, & c, d, g, h. Et che el si trouasse qualche superficie (poniamo la superficie k.) che numerasse overo misurasse cadauna di quelle, le dette due linee seriano dette communicante, overo commensurabili in potentia.

Diffinitione. 3.

3 / 4

Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non gli serà alcuna communa superficie che numeri le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Questa diffinitione facilmente se apprehende dal conuerso della precedente, cioè, che quando non serà alcuna superficie communa, che numeri, ouero misuri

chiamano irrationale & sorde. nientedimeno le si debbeno intendere rationale essendo linee come parla la seconda tradottione altramente seguiria (come di sopra dissi) grande discordantia nelle cose che seguitano in questo decimo. ideo &c.

Diffinitione. 7.

7 Ma ogni quadrata superficie con laquale per el presuppolito ratiocinamo è detta rationale.

Il Tradottore.

Per maggiore intelligentia di questa diffinitione bisogna notare che quando noi desideramo di saper la quantità di alcuna superficie investigamo in che proportione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti passa quadri è, overo piedi, pertiche, o altra misura formata a nostro piacere (iche si trova multiplicãdo le misure di la larghezza di detta superficie, sia le misure della sua longhezza (come fu detto nel principio del secondo libro) & lo produtto di tal multiplicatione serà la quantità de quante superficiette quadrate (di la misura gia operata,) serà la detta superficie, & per superficietta quadrata si debbe intendere uno quadretto d'una misura per faccia, cioè di quella che gia havemo operata a misurare, o sia passo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor ritornando al nostro proposito l'Autore diffinisse che ogni superficie quadrata cõ laquale per el presuppolito ratiocinamo (o sia d'un passo, overo d'un piede, overo di qual si voglia altra misura grande, over picciola) è detta rationale per esser una superficie a noi cognita e familiare.

Diffinitione. 8.

8 Et le superficie a quella communicante sono dette rationale.

Il Tradottore.

Cioè che tutte quelle superficie che seranno communicante, overo commensurabile a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) sia dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie serà d'un passo non solamente un'altra superficie de più passa integri superficiali (come seria de passa. 450.) serà detta rationale, ma anchora de passa pe e once, e terze once serà pur detto rationale (si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto) per esser commensurabile con la detta nostra superficie quadrata d'uno passo & la lor commune misura semore serà la minima parte del passo che si trovarà esser denominata in detta superficie, & acciò meglio me intendi poniamo che una misurata superficie sia passa cinquecinque è uno terzo superficiali dico la detta superficie essere commensurabile con la nostra superficie d'un passo & la lor commune misura serà un terzo de passo superficiale finalmente se la detta misurata superficie fusse passa trenta sei pieds cinque once sette tre quarte de onza superficiale la lor commune misura serà insa

lante

Ma bisogna notare che questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questa altra forma.

5/4 Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in longhezza e in potentia, & anchora solamente in potentia, sono dette rationale.

Il Tradottore.

Laqual diffinitione è assai più larga & generale di l'altra, perche questa vole che anchora quelle linee che sono commensurabile solamente in potentia con la nostra proposta rationale (cioè con la nostra misura di passo, over pertica overo altre sorte di misura) siano chiamate rationale, perlche seguita che quelle quantità che communamente da pratici sono dette radice sorde, & irrationale (come seria la radice quadrata di diece overo di dodeci & di ogni altro numero non quadrato) l'Autore vole che essendo tal quantità linee siano dette rationale (per esser el suo quadrato rationale) & se così non fusse seguiria gran discordantia nelle diffinitioni de binomi, & residui, & in altre propositioni di questo decimo, come procedendo se potrà facilmente conoscere, però è che se tal quantità seranno superficie seranno puoi dette irrationale è mediale come nella terza decima propositione di questa si potrà vedere.

Diffinitione. 6.

6/4 Et quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono dette irrationale, overo sorde.

Il Tradottore.

Anchora questa diffinitione si debbe intendere congionta successivamente alla precedente della prima tradottione perche in questa lui diffinisse che tutte quelle linee che non seranno communicante alla medema nostra proposta retta linea (cioè alla nostra proposta misura materiale) sono dette linee irrationale, overo sorde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questo altro modo videlicet.

Et quelle linee che seranno a quella incommensurabile per l'uno & l'altro modo, cioè in longhezza, & in potentia sono chiamate irrationale.

Laquale diffinitione intendendola congionta successivamente con la precedente (per della seconda tradottione) non a conformarsi con il converso di quella, cioè che una linea incommensurabile solamente in longhezza con la nostra misura non se debbe chiamare ne intender irrationale (come si pra la precedente fu detto) anzi lui vole che la se intenda rationale per esser il suo quadrato rationale e però bisogna notare che el vulgo di pratici fin al presente (seguendo la tradottione del Câpano) le radici de tutti li numeri non quadrati (si essendo linee come essendo superficie) si

Il Tradottore.

Cioè che li lati potenti in quelle tal superficie irrationale, quadrate similmente sono dette irrationali, lo lato potente in una superficie (essendo quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superficie, ma se la non fosse quadrata se intende per per el lato de una superficie quadrata equale a quella, ouero di quella istessa reduta in quadro che è il medesimo.

Suppositione, ouero petitione prima.

II/0 Qualunque quantità tante volte puo essere multiplicata che la ecce da qualunque proposta quantità del medesimo genere.

Il Tradottore.

Questa suppositione, ouero petitione se ritroua solamente in la prima tradottione & è commumerata fra le diffinitioni, ma perche secondo il mio giuditio è piu presto suppositione, ouero petitione, che diffinitione e però suppositione, ouero petitione la chiamamo, nellaquale se suppone che date due quantità inequale sempre se puo multiplicare talmẽte la minore che tal multiplicatione ecceda la quãtità maggiore.

Theorema. 1. Propositione. 1.

I/I Se da due proposte quantità inequale, dalla maggiore sia detratto piu della mita, & del rimanente anchora sia leuado mia piu della mita, & da li indietro seguitando per el medesimo modo, finalmente è necessario che rimanga una quantità minore, della proposta minore.



Siano le due quantità inequale, a, & b, c, & sia b, c, la maggiore. Dico che tante volte puol essere detratto piu della mità della. b. c. (ouero del residuo di quello) che serà necessario che rimanga una quantità minore de, a. Et per dimostrare questo sia multiplicato, a, tante volte cioè per tal numero che quel ecceda, b, c, & sia il multiplice di quello, d, e, f, maggiore de, b, c, adonque sia detratto dal, b, c, piu della mità laquale sia, b, g, & anchora del residuo (eguale è g, c.) sia detratto piu della mità laqual sia, g, b, & questo anchora sia fatto tante volte per fina a tanto che, b, c, sia diuisa in tante parte quante volte, a, è cõtenuto in d, e, f, hora dico che l'ultimo residuo (che in questo luoco e, b, c,) è minore del, a. Et per chiarire questo sia multiplicato, b, c, per tanto quanto che, a, è contenuto in d, e, f, & sia el multiplice di quella. k. l. m. perche adonque cadauna delle parti, ouero quantità de. k. l. m. è equale al. b. c. seguita che. k. sia minore de, b, g, & l, minore de, g, b, ma perche. m. è equale al, b, c, (per la concessione) k. l. m. serà minore de, b, c, per laqual cosa serà essa minore de. d. e. f. concussa adonque che. d, e, f, sia al, a, si come k. l. m. al b. c. & essendo, d, e, f, maggiore de. k. l. m. seguita (per la

decima

Lonze un quarto de onza ſuperficiale, e però l'una & l'altra ſerà rationale el medeſimo ſi troverà in ogni altra ſpetie di rotto & nota che un paſſo ſuperficiale è pie di. 25. ſuperficiali & un piede ſuperficiale è once. 144. ſuperficiale et con queſte cui deutie potrai ſapere in ogni altra ſorte di miſura (diuiſa come ſi voglia) quante ſuperficiette de una delle ſue parti andarà a formare il tutto perche molti ſi credetto che ſi come un paſſo lineale è cinque piedi lineali che ſimilmente un paſſo ſuperficiale ſia medeſimamente cinque piedi ſuperficiali anci è il quadrato de cinque, cioè xxv. ticinque come detto di ſopra & ſimilmente perche un piede lineale è diuiſo in once. 12. credono che ſimilmente once. 12. ſuperficiale facciano un piede ſuperficiale per ilche non poco errano nelle ſue reſolutioni perche come di ſopra è detto un piede ſuperficiale e once. 144. ſuperficiale, & tutto queſto (per le ragioni addutte ſopra la prima diffinitione, ouer ſuppoſitione del ſecondo) serà manifeſto, & non ſolamente nelle parti del paſſo: & del piede ma anchora nelle parti della pertica & della cana, & del canezzo, ouer d'una miſura formata a noſtro piacere, perche quello che è detto del paſſo, & pie, con la medeſima euidentia ſe procederà nelle parti di qual ſi voglia miſura diuiſa come ſe voglia, perche ogni famoſa città forma & diuide, & dà il nome alle ſue famoſe miſure ſecondo il loro parere ideo aduerte.

Diffinitione. 9.

9 Et le ſuperficie a quella medeſima incommunicante ſono dette irrationale, ouero ſorde.

Il Tradottore.

Emendo l'Autore nella precedente diffinito quale ſiano le ſuperficie dette rationale, hora in queſta copulatiuamente ne diffiniſſe il conuerſo, cioè che tutte quelle ſuperficie che non ſeranno concmenſurabile a quella medeſima noſtra quadrata ſuperficie) detta di ſopra), ſeranno dette irrationale, ouero ſorde.

Diffinitione. 10.

6/5 Et quelle che ad alcuna di quelle (irrationale ſeranno communicante ſeranno dette irrationale.)

Il Tradottore.

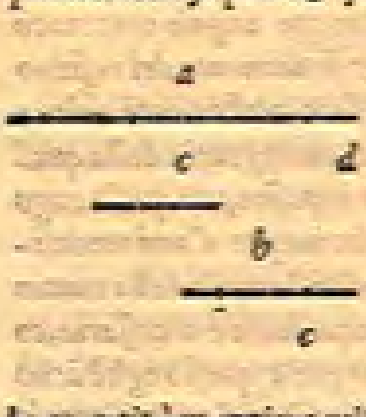
Queſta diffinitione ne aduertiſſe come tutte quelle ſuperficie che ſono ouero ſeranno communicante ad alcuna ſuperficie irrationale, ſeranno medeſimamente dette irrationale.

Diffinitione. 11.

10/4 Et li lati potenti in quelle ſuperficie, quadrate ſono detti irrationali.

Il Tra-

Sieno le due quantità inequale.a.&.b.& sia.a.la maggiore dalle quale essendo fatta la reciproca detratione per fin a tanto che si possa,& che la sia fatta per infinite volte, & che non occorra alcuna quantità che impedisca la detrattione(cioè che numeri,ouer misuri, lo rimanente restato per quante)dico quelle due quantità esser incommensurabile & se possibile è esser altramente(per l'aduersario) sia posto che la communa misura di quelle sia.c. & sia detratto la quantità.b. dalla.a. quante volte se può.& sia el residuo.d.elqual residuo sia detratto dal.b.quãte volte se può & sia.e.residuo.e.& sia fatta tãte volte que



sta detrattione per fino a tanto che dall'una, o l'altra delle due quantità.a.& .b.rimanga una quantità minora de.c.& questo necessario esser possibile per la precedente. & sia in questo loco.e.minore de.c. conciosia adonque che.c misuri.b.(detratto dal.a.)& anchora. a.(per la concettione)misurarà el residuo.d.e però conciosia che'l misuri.d. (detratto dal.b.)e anchora esso. b.misurarà el residuo.e.Ma.e.era minore de.c.adõque la quantità maggiore misura la minore laqual cosa è impossibile.

Problema. 1. Propositione. 3.

3/3 Proposte due quantità inequale,communicante potemo ritrouare la massima quantità numerante communamente quelle.

La demostratione di questa se non ignori la seconda propositione del settimo libro tu nõ la poi ignorare,perche el processo dall'una,et dell'altra è uno medesimo.

Correlario.

3/3 Adonque da questo, egliè manifesto che qualunque quantità,laquale misuri due quantità, quella anchora misurarà la massima quantità misurante communamente quelle.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che dal processo et demostratione fatta della propositione soprascritta (procedendo si come fu fatto in la seconda propositione dello settimo libro)esser manifesto che ciascauna quantità laqual misuri due proposte quantità,quella medesima misurare anchora la massima quantità, che misurino communamente quelle.

Problema. 2. Propositione. 4.

4/4 Proposte tre quantità communicante potemo trouare la massima quantità numerante communamente quelle.

Così questa è manifesta dalla terza del settimo si come la precedente dalla secõda del detto settimo.

Correlario.

decima quarta propositione del quinto libro) che. a. sia maggiore de .b.c. che è il proposito. Et el medesimo seguita se della maggiore sia detratto la mità, & anchora del rimanente la mità, & così procedere sarà molte per fina a tanto che la maggiore sia divisa in tante parti quante molte è contenuta la minore in qualunque suo multiplice eccedente quanto si voglia la maggiore delle proposte. Ma bisogna advertire che in questa si vede contradire alla sestadecima propositione del terzo libro laquale propone l'angolo della contingentia esser minore de qualunque proposto angolo contenuto da due linee rette, perche posto qualunque angolo contenuto de linee rette, se da quello leveremo mia piu della mità, & similmente del residuo leveremo piu della mità el si vede essere necessario potersi fare queste tante molte, che rimanga un'angolo rectilineo minore dell'angolo della contingentia della qual cosa la sestadecima propositione del terzo libro conclude lo opposito, ma quelli angoli non sono uniuoce, perche el curuo el retto non sono simplicemente d'uno medesimo genere. Ne anchora può accorrere esser tolto tante molte l'angolo della contingentia, che quello ecceda qual si voglia angolo rectilineo. laqualcosa è necessaria, come si manifesta per la demostratione hauuta di sopra, adonque a questo egli è ben chiaro (acciochè el consequente sia seguido dal antecedente) qualunque angolo rectilineo esser maggiore de infiniti angoli della contingentia.

Il Tradottore.

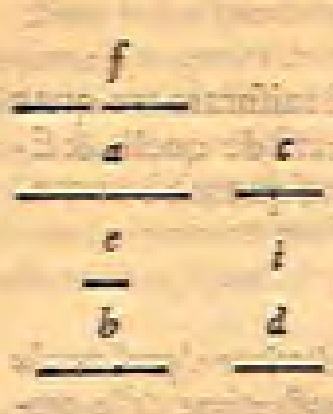
A voler dimostrare per uno altro modo piu breue che el residuo .b.c. sia minore della quantità .a. (stante che el multiplice .d.e.f. sia maggiore di la quantità .b. c. tolendo della b.c. piu della mità (quale sia .b.g.) & della .d.e.f. manco della mità (quale sia semplice .d.) lo residuo .e.f. (per communa sententia) serà maggiore del residuo .g.c. anchora tolendo del detto residuo .g.e. piu della mità) quale sia .g. b.) & del residuo .e. f. tolendo solamente la mità (quale sia .e.) lo residuo .f. (per communa sententia) serà maggiore del residuo .b.c. & perche .f. è equale alla .a. seguita che el residuo .b.c. sia minore della quantità .a. che è il proposito & questa demostratione chiamo della seconda tradottione.

Thorema. 2. Propositione. 2.

2 2 Se seranno due quãtità inequale, & dalla maggiore sia detratto una quantità equale alla minore, per fin a tanto che sopra avanzi una quantità minore de ella minore, & dapoi dalla minore sia detratto una quãtità equale, de ello rimanente, per fina a tanto che rimanga quantità minore di quello rimanente, ancor de nouo dal rimanente primo sia detratto una quantità equale al rimanente secondo per fina a tanto, che rimanga quantità minore di quello, & che dalla continua detrattione fatta in quello modo non sia trouato alcuno rimanente che numeri lo rimanente restato per auanti, quelle due quantità è necessario esser incommensurabile.

Vna simile a questa propose la prima del settimo in numeri.

Siano,



prima parte della nona del quinto) f, è equale al, a, concio sia adunque che .e. misuri .f. (per la concettione) misurarà a. adonque, a, & ,b, sono communicanti perche misurano etiam, b, che è il proposito. E dimostrare la medesima per un'altro verso siano le due quantità, a. & ,b, che fra loro habbiano la proportione come ha el numero, c, al numero, d, dico che quelle due quantità sono commensurabile et per dimostrar questo sia divisa la quantità, a, in tante parte quante unità è nel .c. & sia tolta la quantità .e. equale a una di quelle parti, & sia, e, la unità adonque si come è la unità al numero, c, così è la quantità, e, alla quantità, a, & come è el numero, c, al numero, d, così è la quantità, a, alla quantità, b, adonque (per la equal proportionalità, cioè per la ugesima seconda propositione del quinto libro) si come è la unità al numero, d, così è la quantità, e, alla quantità, b, & la unità misura el numero, d, adonque & la quantità, e, misura la quantità b, et misura anchora la quantità, a, (perche la unità misura anchora lo numero, c,) adonque la quantità .e. misura l'una e l'altra delle due quantità, e, & ,b. E per tanto le dette due quantità .a. & b. sono commensurabile & la quantità, e, è la commune misura di quelle.



Correlario.

Per queste cose dimostrate egliè manifesto che se ferà duoi numeri (poniamo, d,) &, e, & una data retta linea (poniamo la .a.) che si come è il numero al numero egliè possibile così essere la detta retta linea a. a un'altra retta linea quala poniamo che quella sia .f. & se ferà tolta, over trouata la media proportionale fra, a, &, f, (quala poniamo che sia la .b.) ferà si come la .a. alla .f. così el quadrato della medema a al quadrato della .b. cioè si come è la, a, alla, f, così è la figura rettangola descritta dalla prima linea, alla figura simile & similmente descritta sopra la seconda (per lo correlario della decima ottaua propositione del sesto libro, ma si come la, a, alla, f, così è el numero, d, al numero, e. Adonque el nien fatto si come è el numero d, al numero e, così è el quadrato della linea retta, a, al quadrato della linea retta .b.

Theorema .5. Propositione .7.



Le quantità incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero a numero.

Siano le due quantità, a, & .b. incommensurabile, dico che la proportione

Correlario.

4 E però da questo è manifesto che se una quantità misurara tre quantità, misurara anchora la massima communa misurara de quelle & similmente de più quantità date se trouarà la massima quantità numerante quelle & dapoi succedere el correlario.

Il Traduttore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda traduttione el qual concludo (si come el precedente) che dal processo seguido nella demostratione della presente propositione (procedendo si come fu fatto in la terza del settimo) esser manifesto che se una quantità misura tre quantità quella misurare ancora la massima misura di quelle, & che per lo medesimo proceder fatto in la presente problema de tre quantità a trouar la lor massima misura che similmente operando si pol trouare la detta massima misura de più quantità proposte, & dapoi succeder similmente el correlario.

Theorema 3. Propositione 5.

5 La proportione de ogni due quantità communicante è si come de
5 numero a numero.



Siano le due quantità communicante, a, & b. dico che la proportione de quelle è si come de alcũ numero a un altro numero, & per dimostrar questo sia, c, la massima quantità misurante communamente, a, & b, (trouata come insegna la terza propositione de questo) laquale misuri a secondo el numero, d, & b, secondo el numero, e, & sarà del, a, al, c, come del, d, alla unità imperoche si come, a, è multiplice del, c, così el, d, è multiplice della unità, & c, al, b, è si come la unità al, e, perche si come, c, è sotto multiplice al, b, così la unità è sotto multiplice al, e. Adonque per la equal proportionalità del, a, al, b, e come del, d, al, e, che è el proposito.

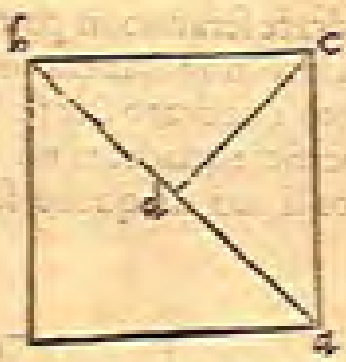


Theorema 4. Propositione 6.

6 Se seranno due quantità delle quale la proportione dell'una all'altra
6 sia si come de numero a numero, quelle due quantità è necessario esser communicante.

Questa è il conuerso della precedente, essempli gratia essendo, a, al, b, si come el numero, c, al numero, d, dico le due quantità, a, & b, esser communicante. Perche essendo tolto, e, misurante tante volte, b, quãte volte che la unità è in el, d, & tante volte misurante, f, quante volte che la unità e in, c, conciosia adonque che il sia, f, al, e, come el, c, alla unità et, e, al, b, come la unità al, d, per la equal proportionalità serà, f, al, b, come, c, al, d, & laqual cosa etiã come del, a, al, b. Adõque (per la prima

& .b. adonque perche la proportione della superficie .c. alla superficie .d. è si come quella della linea .a. alla linea .b. dupplicata (per la decimaottava del sesto) seguita anchora che la proportione della superficie .c. alla superficie .d. sia si come quella del numero .e. al numero .f. dupplicata, & anchora (per la undecima proposizione del octauo libro) la proportione del .g. al .b. è si come quella del .e. al .f. dupplicata, E per tanto la proportione del .c. al .d. è si come del numero quadrato .g. al numero quadrato .b. che è il primo proposito. El secondo se manifesta in questo modo essendo la superficie .c. alla superficie .d. si come el numero quadrato .g. al numero quadrato .b. dico che le due linee .a. & .b. seranno commensurabil in longhezza perche conciosia che la proportione del .c. al .d. sia si come quella che è dal .a. al .b. dupplicata (per la decima ottaua del sesto) & dal .g. al .b. (per la undecima del ottauo) sia si come quella del .e. al .f. dupplicata, per laqual cosa anchora la semplice del .a. al .b. serà si come la semplice del .e. al .f. (per la sesta) adonque le due linee .a. & .b. sono commensurante che è il secondo proposito. El terzo se manifesta dal secondo per la destruttione del consequente. Similmẽte el quarto è manifesto dal primo per dalla destruttione del consequente, & nota che dalla quarta parte di questa è manifesto el diametro di cadaun quadrato esser incommẽsurabile alla sua costa, perche conciosia che il quadrato del diametro sia doppio al quadrato della sua costa, & la proportione doppia non sia si come de numeri quadrati seguita el diametro esser incommensurabile alla costa in longhezza. Altramente conciosia che el quaternario sia numero quadrato tutti li numeri equalmente pari seriano quadrati & altri infiniti liquali non sono quadrati. Et Aristotile primo priorum duce a questo inconueniente, che se'l diametro sia posto esser commẽsurabile alla costa, che'l numero dispare serà equale al paro, laqual cosa cosi è manifesta. perche essendo el diametro .a.b. commensurabile al lato .a.c. (per la quinta) etiam .a.b. al .a.c. serà si come alcun numero a un'altro Siano adonque questi numeri .e. & .f. liquali siano li minimi in la sua proportione, & per questo l'uno di loro serà dispare perche essendo l'uno e l'altro paro non seranno li minimi in la sua proportione anchora sia li quadrati di quelli .g. & .b. adonque se .e. dispare e anchora (per la trigesima del nono) .g. serà dispare, sia adonque .k. doppio al .b. & (per la diffinitione) .k. serà paro perche adonque .a.b. al .a.c. e come .e. al .f. (per la decima ottaua del sesto & per la undecima del ottauo) el quadrato del .a.b. al quadrato del .a.c. serà come del .g. al .b. adonque .g. e doppio al .b. perche cosi è il quadrato de .a.b. al quadrato de .a.c. (per la penultima del primo) & perche etiam .k. e doppio al .b. seguita (per la nona del quinto) che .g. numero dispare sia equale al .k. numero paro. Ma se .e. sia posto paro & .f. dispare la proportione de .f. alla mità de .e. laqual sia .l. serà si come del .a.c. alla mità de .a.b. laquale sia .a.d. e però la proportione del quadrato de .a.c. al quadrato de .a.d. serà si come la proportione del numero .b. al-



quale

tione della.a.alla.b.nō è si come da numero a numero, poche se la.a. alla.b. hauesse proportione come da numero a numero seguiria per la sesta che la detta.a. fusse commensurabile con la detta.b. & già non è (dal presupposito) adonque la.a. alla.b. non ha proportione come da numero a numero, e per tanto le quantità incommensurabile fra loro nō hā no proportione come da numero a numero laqualcosa bisognaua dimostrare.

a
b

Theorema.6. Propositione. 8.

Se due quantità non haueranno fra loro proportione, come da numero a numero quelle tal quantità seranno incommensurabile.

8

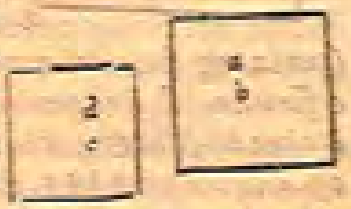
Siano le due quantità.a.& .b. lequale non habbiano proportione insieme come da numero a numero. dico che dette quantità sono incommensurabile. perche se le fussero commensurabile (per l'aduersario) la quantità.a. alla quāntà.b. haueria proportione come numero a numero (per la quinta di questo) & già dal presupposito non ha tal proportione, adonque le dette quantità.a.& .b. sono incommensurabile, laqual cosa era da dimostrare.

a
b

Theorema.7. Propositione.9.

D'ogni due superficie quadrate delle quale li lati communicano in longhezza, la proportione di l'una all'altra è come di numero quadrato a numero quadrato. Et se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata serà si come la proportion d'un numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle seranno communicanti in longhezza, & se li lati di due superficie quadrate seranno in commensurabili in longhezza le dette superficie fra loro non haueranno proportione come di numero quadrato a numero quadrato, & se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata nō serà come di numero quadrato a numero quadrato li lati di quelle seranno incommensurabili in longhezza.

7
9

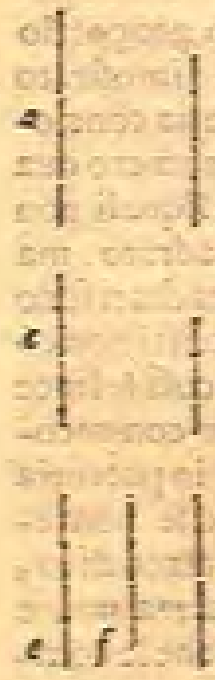


Siano le due linee quadrate.a.& .b. li quadrati delle quale siano.c.& .d. dico che se le linee.a.& .b. communicano in lōgheZZa, la proportiō delle superficie.c. alla superficie.d. serà si come di numero quadrato a numero quadrato, & e conuerso & se la due lati.a.et.b. seranno incommensurabili in longheZZa la proportione della superficie.c. alla superficie.d. non serà si come di numero quadrato a numero quadrato & è conuerso. El primo argomento se manifesta in questo modo. Se le due linee.a.& .b. communicano in longheZZa quelle (per la quinta) seranno in la proportione di duoi numeri, liquali siano.e.& .f. li quadrati delli quali siano.g. & .h.

sono commensurabile in potentia pono esser & non esser commensurabile in longhezza, per la qual cosa quelle che sono incommensurabili in longhezza non è necessario esser in incommensurabili in potentia, ma quelle che sono incommensurabile in longhezza pono etiam in potentia esser incommensurabile, ma quelle che sono incommensurabile in potentia necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza, perche se seranno commensurabile in longhezza (per l'aduersario) seranno anchora in potentia commensurabile, & sono state supposte incommensurabile che è una cosa absorda, adoque quelle linee che son incommensurabile in potentia, necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza.

Lemma.

Et in le cose Arithmetice (per la uigesima quinta del ottauo) è stato dimostrato, che li numeri superficiali simili fra loro hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, & che se dui numeri fra lor haueranno proportione come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri sono superficiali simili, da queste cose è manifesto che li numeri superficiali dissimili cioè quelli che nó hanno li lati proportionali, non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche se haueranno tal proportione per l'aduersario, quelli seranno superficiali simili, la qual cosa non se suppone, adonque li numeri superficiali dissimili, fra loro non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato.



Puotemo dimostrare la precedente nona propositione per questo altro modo. Et perche egliè commensurabile la linea a. alla linea b. per la quinta di questo hánno la proportione come da numero a numero, habbiano adonque quella si come el numero c. al numero d. & multiplicando c. in se medemo poniamo che faccia e & multiplicando el detto c, contra d, poniamo che faccia f, & multiplicado d. in se medesimo poniamo che faccia g. adonque perche al c. multiplicado in se ha fatto e. & multiplicado sia el d. ha fatto f. adonque si come è dal c al d quale si come dal a al b così è dal e al f, ma si come dal a al b, così è quello che uien fatto dal a. in se medesimo a quello che uien fatto del a nel b, egliè adonque si come el quadrato del a al rettangolo del a in b così è lo e al f. Anchora perche multiplicado el d. in se medesimo uien fatto el g. & multiplicado el c. sia el d, uien fatto f, adonque (per la undecima del quinto) si come è

quale è dispari per la trigesima del nono al quadrato del numero.l. elqual sia.m. alqual.k. sia posto esser el doppio, elqual.k. (per la diffinitione) serà pare, & perche el quadrato di a,c, e doppio al quadrato di.a.d. (per la penultima del primo) lo numero.b. serà doppio al numero m. & conciosia che el numero.k. sia anchora lui doppio al medesimo numero.m. (per la nona del quinto) lo numero.b. numero dispari serà equale al numero K, numero pare che è al proposito.

f l e
g b
m
k

Il Tradottore.

Questa ultima parte che se dimostra, cioè che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradottione se dimostra in l'ultima di questo decimo come al suo loco si potrà vedere.

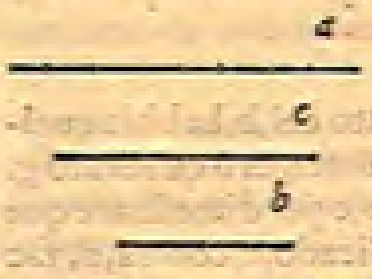
Correllario.

o/9 Et da quelle cose dimostrate egliè manifesto che le linee cõmensurabile in longhezza necessariamente sono commensurabile anchora in potentia, & quelle che sono commensurabile in potentia non sono necessariamente commensurabile in longhezza, perche li quadrati delle linee rette commensurabile in longhezza, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato, & quelle quãtità che hanno la proportione come de numero a numero per la sesta de questo decimo, sono commensurabili, per la qual cosa le linee rette commẽsurabile, non solamente sono commensurabile in longhezza ma etiam in potentia, Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportione come de numero quadrato a numero quadrato è stato dimostrato come li lati sono commensurabili in longhezza, & in potentia conciosia che li quadrati habbiano quella proportione come di numero quadrato a numero quadrato, adonque ogni duoi quadrati, liquali non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma simplicimente come alcun altro numero a numero, essi quadrati sono commensurabili, cioè essi rette linee (dalle quale sono descritti) son cõmensurabile in potentia ma non in longhezza, per laqual cosa le linee commensurabile in longhezza necessariamente sono etiam commensurabile in potencia, ma quelle che sono commensurabile in potentia none necessario esser commensurabile in longhezza, salvo se non seranno come numero quadrato a numero quadrato, e per tanto dico, che quelle linee lequale sono incommensurabile in longhezza non è necessario esser quelle incommensurabile in potentia, perche le commensurabile in potentia, pono havere & non havere la proportione come numero quadrato a numero quadrato, & per questo quelle che

del.d.al.e.& del.f.al.g.sian continuate in tre termini,liquali sian.b.k.l.(come in segna la quarta propositione del ottauo)et(per la equal proportionalità)la.a.alla b.serà si come lo numero.b.al numero.l.adonque(per la sesta di questo.)a.& b.so no communicanti che è il proposito.

Lemma.

o 13 Se seranno due magnitudine, & l'una sia commensurabile & l'altra incommensurabile a una medesima magnitudine, dette magnitudine seranno incommensurabile.



Sieno le due magnitudine.a.b.& l'altra.c.& sia la.a.commensurabile alla.c.& la.b.sia incommensurabile alla medesima.c.Dico che.a.& .b.sono incommensurabile perche se.a.fusse commensurabile alla.b. per lo conuerso della precedente seguiria che.b.fusse commensurabile con.c.laqual cosa non se suppone.

Theorema.9. Propositione.11.

o 13 Se seranno due quantità fra loro communicante. a qualunque quantità,che una di quelle communichi, Anchora l'altra gli communicarà, & a qualunque una di quelle non communichi,nec etiam l'altra gli communicarà.

Sieno le due quantità.a.& .b.communicante,& sia posta qual se voglia quantità(poniamo.c.)con laquale communichi.a.Dico che la.b.communicarà con la medesima,laqual cosa(per la decima di questo)è manifesto cõciosia che l'una e l'altra communica con la quantità.a.ma se un'altra volta sia posto che.a.& .b.sieno communicante come prima, & sia pur posto una quantità (poniamo.c.) con laquala non communichi. a. Dico che.b. non communicarà con la medesima.c.perche se.c. communicasse con. b. concioscia che, a, communica anchora con el medesimo . b. (dal presuppposito)seriano (per la detta decima). a. & . c. communicante, & era posto, che non erano communicante per laqual cosa è manifesto quello che ho sopra detto.

Il tradottore.



Questa propositione in la prima tradottione se espone mescolatamente con la precedente, ma tale propositione se ritrova solamente in la seconda tradottione &c.

Theorema.10. Propositione.12.

9 15 Se seranno due quantità communicante anchora tutto el composto de ambedue all'una e l'altra de quelle serà communicante, & se

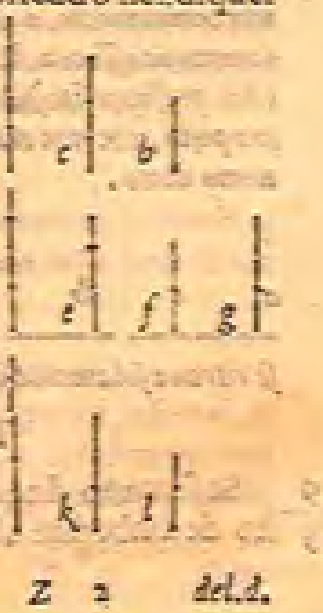
me è il c.al.d. cioè si come lo.a al.b.così lo,f,al,g,ma si com'è lo a,al,b, così è quello rettangolo che uien fatto,ouero contenuto sotto del a &. b,al quadrato del,b,adonque si com'è quello che uien fatto del,a,in b, a quello che uiẽ fatto del,b,in se medesimo,così è lo,f,al,g, ma si come è el quadrato del a al rettangolo del,a,in b così era lo,e, al,f, adonque (per la equal proportionalità,cioè per la uigesima secõda del quinto) si come è il quadrato del,a, al quadrato del,b,così è lo,e,al,g, & l'uno e l'altro cioè,e,&,g, è numero quadrato cioè lo, e, è el quadrato de,c, & lo,g,e lo quadrato del,d,adonque el quadrato de,a, al quadrato del,b, hanno la proportione come da numero quadrato,a numero quadrato laqual cosa bisognaua dimostrare.

9 Hor puniamo che il quadrato del,a,al quadrato del,b,habbia quella proportione che ha el numero quadrato ,e, al numero quadrato g. Dico che la linea,a,è commẽsurabile alla linea,b,e per dimostrare que sto sia,c,el lato del,e,&,d,el lato del,g,& multiplicado,c,contra,d, faciano f,adonque li tre numeri,e,f,g, son cõtinui proportionali in quella proportione che è el, c, al, d, (per la decima ottaua & decima nona del settimo)& perche el rettangolo del,a,in,b,e medio proportionale fra el quadrato del a,& el quadrato del,b,& fra li duoi numeri quadratti,e,&,g,el suo medio proportionale,e,f,adonque si come è il quadrato del,a,al rettangolo del,a,in,b.così è il numero ,e,al numero,f,& così è il rettangolo del detto a,in,b,al,quadrato de,b,così è lo numero,f,al numero,g,ma si come è il quadrato de,a,al rettangolo del,a,in,b, così è la linea,a,alla linea,b,adonque a &.b. sono commensurabili perche hanno proportione si come el numero e, al numero f.laquale si come del,c,al,d,cioè si come del,c,al,d,così è del,e,al,f.perche multiplicado c,in se medesimo quel fece.e.& quel medemo multiplicado nel d.quel fece.f.adonque si come è il.c.al.d.così è lo,e,al,f.

Theorema.8. Propositione.10.

8 Se seranno due quantità communicante a una
12 quantità anchora quelle quantità è necessario el ser fra loro commensurabile.

Siano l'una e l'altra delle due quantità, a,& ,b, communicante alla quantità c. Dico.a.& .b.esser commensurabile perche la,a, alla,c,(per la quinta)e come numero. a numero ,finalmente anchora(per la medesima)la.c.alla,b,e si come numero a numero , adonque sia il numero, d,al,numero,e,si come la,a,alla,c,& lo numero,f,al numero,g, sia come è la,c, alla,b, & le proportioni che sono

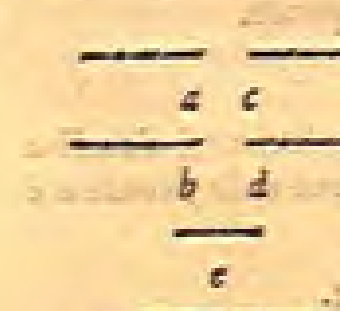




Siano le due grandezze incommensurabile, a, b, & , b, c, siano composte insieme. Dico che tutta, a, c, serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, perche se la, c, a. & , a, b, non sono incommensurabile (per l'aduersario) adonque (per la diffinitione) alcuna grandezza la misura ambedue, hor se egli è possibile sia che. d. misuri quelle adonque perche, d, misura le dette. c. a. & . a. b. misurà etiam el rimanente, b, c, & già misura, a, b, adonque el, d, misura le dette. a. b. & b. c. e per tanto (per la prima diffinitione del. 10.) dette. a. b. et. b c. sono commensurabile, & sono suppoſte incommensurabile la qual cosa è impoſſibile, adonque alcuna grandezza non misurarà le dette. a b. & c. a. e per tanto quelle sono incommensurabile. Ma supponendo al presente che la detta. a. c. sia incommensurabile a una delle dette. a. b. & . b. c. similmente demoſtreremo anchor che le dette due grandezze. a. b. & b. c. sono incommensurabile, hor sia primamente alla. a. b. Dico che dette, a, b, & , b, c, sono incommensurabile, perche sono commensurabile (per l'aduersario) alcuna grandezza (per la diffinitione) misurarà quelle, & sia quella tal grandezza (se possibile è). d. adonque perche. d. misura dette. a. b. & b. c. adonque misurarà etiam tutta. a. c. & misura etiam. a. b. adonque. d. misura dette. c. a. & . a. b. e per tanto le dette. c. a. & . a. b. sono commensurabile & sono suppoſte incommensurabile laqual cosa è impoſſibile adonque alcuna grandezza non misurarà le dette. a. b. & b. c. e per tanto dette. a. b. & b. c. sono incommensurabile, similmente se demoſtrarà che la, a, c, alla rimanente. b. c. è incommensurabile, adonque se due grandezze & el rimanente che seguita, laqual cosa era da demoſtrare.

Theorema. 12. Propoſitione. 14.

10 Se la prima (de ogni quattro quantità proportionale) serà commen-
11 surabile alla seconda, anchora la terza serà commensurabile alla quarta, & se la prima serà incommensurabile alla seconda, anchora la terza serà incommensurabile alla quarta.



Siano le quattro quantità proportionale. a. b. c. d. Dico che se. a. communica con. b. anchora. c. communicarà cõ d, & se, a, è incommensurabile con, b, anchora, c, serà incõmensurabile con. d, & se, a, communica con b, in potentia solamente anchora. c. communicarà con, d. in potẽtia solamente niente di manco l'Auctor non propone questo perche facilmente è manifeſto per la demoſtratione delle prime parte, laquale se demoſtreremo in questo modo. se. a, cõmunica con. b. (per la quinta di questo) serà, a, al, b, si come numero, a numero sia adonque si come, c, al, f. ma perche (per el preſupposito) a. al. b. e si come, c, al, d, serà c, al, d, si come el numero, c, el numero, f, adonque (per la sesta), c, e, communicante con, d, che è il primo propoſito

tutto el composito serà all'una e l'altra de quelle commensurabile, ambedue seranno commensurabile.



Siano le due quantità, a, & b, commensurabile. Dico che tutto el composito da quelle (el quale sia, c.) esser commensurabile all'una e l'altra di quelle, (& è converso) similmente dico che se tutto el composito da quelle communica, a, una di quelle che quel medesimo communicarà anchora l'altra, & quelle similmente seranno commensurabile fra loro, il medesimo seguita nel converso cioè che se, a, & b, sian supposti incommensurabili dico che il lato composto (cioè, c,) serà incommunicante all'una e l'altra di quelle, & al contrario se il composto, c, serà incommunicante all'una di quelle, anchora serà communicante all'altra, & quelle anchora seranno incommunicante fra loro. Siano adoque primamente a, & b, communicante & sia la commune misura de quelle, d, laqual le concessa che la numeri l'una e l'altra di quelle (per la cõcettione simile alla auãti la penultima del sestomo) numerarà etiam, c, per laqualcosa (per la diffinitione) c. communicarà all'una e l'altra di quelle (cioè al, a, & b,) & al contrario anchora se, c, communichi l'una e l'altra de quelle, sia la commune misura de tutte, d, adonque è manifesto per la diffinitione, a, & b, esser communicanti. Ma essendo posto che, c, communichi con l'una di quelle (qual sia, a.) dico che communicarà anchora con b, etiam a. & b. communicano insieme, & per dimostrar questo sia, d, la quantità che misura communemente. c. & a. perche adoque. d. misura il tutto etiam el detratto (per la concettione) quella misurarà el residuo cioè, b, adonque per la diffinitione, anchora, c, communica con b. & a. communica anchora con b. che è il proposito, ma se, a. & b. siano supposti communicanti el composito. c. serà incommunicante all'una e l'altra di quelle perche se l'communicasse con l'una & l'altra di quelle, overo con una di quelle, & quelle (per le cose dimostrate di sopra) communicaranno fra loro insieme, laqualcosa seria contra il presupposto, similmente per il converso se l, c, è incommunicante all'una et l'altra di quelle, overo all'una di elle serà anchora incommunicante all'altra & quelle medesime fra loro laqualcosa è manifesta per le cose dimostrate per la destruttione del consequente.

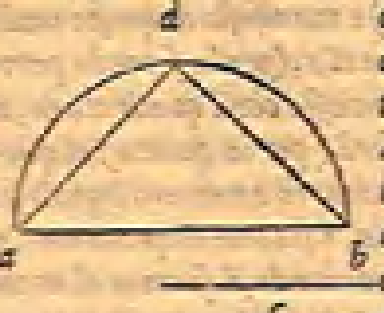
Il Tradottore.

Il converso della soprascritta propositione nella prima tradottione se dimostra insieme con la soprascritta come di sopra appare mentedimeno nella seconda si è la propositione distinta laquale è la seguente.

Theorema. 11. Propositione. 13.

o 16 Se due grandezze incommensurabile seranno compositi insieme, el tutto serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, & se l'tutto serà incommensurabile a una di quelle, etiam quelle due grandezze poste in principio seranno incommensurabile.

ro.b.al numero.c. per laqual cosa.a.& .d. sono commensurabili in potentia (per la
a — sesta di questo) & (per la ultima parte della nona) quelle incommen-
d — surabile in longhezza adonque retrouata è la prima linea, d, laquale
sr.4. 3. 36. era el proposito de cercar, l'altra la retrouo in questo modo interpon-
108. go (come insegna la nona del sesto) la linea f, nel luogo di mezzo pro-
P. 27. proportionale fra .a. & .d. & (per lo correlario della decima ottaua del sesto) el quadrato de .a. al quadrato de .f. serà si come .a. al .d. adonque (per la seconda parte della nona) el quadrato de .a. è incommensurabile al quadrato de .f. adonque la linea .f. è incommensurabile in potentia alla linea .a. per laqual cosa è etiam incommensurabile in longhezza, e per tanto la linea .f. è la seconda linea laquale el proposito era de ritrouar, & cosi è manifesto il proposito.



Lemma.

o — Date due linee rette ineguale, puotemo ritrouare quanto piu puo la
14 maggiore della minore.

Volendo saper quanto piu possa. 6. de P. 12.

36
12
24 *tanto puo piu.*

Siano le due date linee rette .a.b. & .c. delle quale la maggiore sia la .a.b. bisogna trouar quanto puo piu la .a.b. della .c. sia descritto sopra la .a.b. el semicerchio .a.d.b. & in quello (per la prima del quarto) sia coattada la .a.d. egual alla .c. & sia tirata la .d.b. Al presente è manifesto che l'angolo .a.d.b. è retto, & che la .a.b. puo piu della .a.d. (che è eguale alla .c.) in el quadrato della .d.b. e similmente, date due linee rette puotemo ritrouar una linea che possa tanto quanto quelle due, laqual cosa cosi la ritroua. Siano le due date rette linee .a.d. & .d.b. alle quale sia debisogno trouar una linea potente in quelle. sia posto che .a.d.d.b. comprendano l'angolo retto, e sia tirata la .a.b. et un'altra volta (per la quadragesima sestima del primo) è manifesto quella esser la .a.b.

Theorema. 13. Propositione. 16.

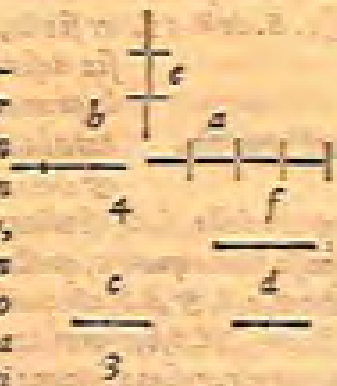
12 — Se la prima, de ogni quatro linee proportionale puo piu della se-
14 conda tanto quanto è el quadrato di alcuna linea a se communicante in longhezza, anchora la terza è necessario poder tanto piu della quarta quanto è el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza & se la prima serà piu potente della seconda in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la terza serà piu potente della quarta in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza.

Hor siano le quatro linee proportionale .a.b.c.d. & sia la .a. maggiore della .b. &

sito,el secondo è manifesto dal primo dalla destruttione del consequente, perche se, a, è incommensurabile con.b.è necessario.c. esser incommensurabile con.d.perche se'l fusse a quello commensurabile(conciosia che sia come,c.al.d.così.a.al.b.)per el presupposito(seria)per la prima parte,a,communicante con.b. & non era communicante, per la qual cosa è manifesto tutto quello che ha proposto l'Autore ma quella parte che già havemo aggiunto(cioè che se,a, communica con, b, solamente in potentia.c.communica con,d,solamente in potentia) e manifesto in questo modo conciosia che,a,non communichi con,b.in longhezza ne el,c,(per la seconda parte de questa) communichi con el d, in longhezza & conciosia che'l quadrato de,a, communichi con el quadrato de,b,(dal presupposito)serà (per la quinta) el quadrato della linea,a,al quadrato della linea,b,si come numero a numero liquale sia no,e,& f,& perche el quadrato de,c,al,quadrato de,d, e si come el quadrato de, a,al quadrato de,b,serà etiam el quadrato de,c,al quadrato de,d,si come el numero,e,al numero,f,adonque(per la sesta),c,& ,d,communicano in potentia, e perche non communicano in longhezza,el proposito è manifesto.

Problema.3. Propositione.15.

11 10 A qualunque proposta retta linea puotemo trouare due rette linee quella incommensurabile, l'una solamente in longhezza, & l'altra in longhezza & in potentia.



Sia la proposta linea.a. voglio ritrouare due linee delle quale una communichi con.a.in potentia solamente:& l'altra sia incommensurabile a quella in longhezza & in potentia:adonque piglio dui numeri liquali non siano in proportione de alcuni numeri quadrati,& siano questi,b, & c.liquali è facil cosa da trouare, conciosia che qualunque numero quadrato a qualunque numero nõ quadrato ha quella proportione laqual nõ ha alcuni numeri quadrati(questo conferma la vigesima seconda del ottauo) tolti questi tali numeri trouo la linea.d.al. quadrato della quale sia el quadrato della linea.a.si come el numero b.al numero,c,& questa tale linea ritrouo, in questo modo diuido la linea.a.in tante parti quante unità sono in el numero,b,laqual cosa fa cio facilmente, con lo aiuto della undecima ouero duodecima del sesto,& dapoi sopra la estremità della linea.a.erigo la linea.e.perpendicolarmente,in laquale tante volte sia contenuta una delle parti de.a quante volte è la unità in c.perche,adonque(per la prima del sesto)la proportione del quadrato della linea.a.alla superficie che vien fatta dal.a.in.e.e si come la linea a.alla linea.e.e però si come del numero b.al numero.c.hor sia posta.d.nel luoco di mezzo proportionale fra.a.& .e.(si come insegna la nona del sesto all hora (per la prima parte della decima sesta del medesimo)el quadrato de.d. sarà eguale alla superficie producto dal.a.in.e.& serà la proportione del quadrato della linea.a. al quadrato della linea.d.si come del nume

Il Traduttore.

Il soprascritto lemma se ritruova solamente nella seconda traduttione, elquale e molto al proposito per le due proposizioni che seguitano, & la demostratione di quello e assai facile, ma il modo di costruere lo parallelogrammo a.d. sopra la data linea b. con la sopradetta condition, cioè che manchi a compir la detta linea a.b un quadrato cioè el quadrato d.b. Et che sia equale a qualche data superficie (come occorre nelle due seguente proposizioni,) non e molto facile massime per quelli che nō hāno molto familiare la vegesima ottava propositione del sesto libro, ma a che haverà ben in memoria il procedere generale della detta vegesima ottava del detto sesto, nō haverà alcuna difficultà nelle due seguente proposizioni, adonque se per caso, la te fusse uscita di memoria di nouo a lei recorri che ti serà di utile. ma adverti che se bene la detta vegesima ottava del sesto non dice precisamente quello che si suppone nel soprascruto lemma, ouero quello che nelle due seguente propositioni occorerà di fare, cioè de aggiungere ouero designare sopra una data retta linea una superficie equale alla quarta parte del quadrato d'un altra linea (minore di lei) talmente che manchi al compimento della data linea, una superficie quadrata niente dimeno se tu ben considererai il procedere generale di qlla tu non haverai alcuna difficultà in questa particulare, perche la maggiore differentia che sia di quella a questa e che in luoco del triāgolo .c. (in quel loco adutto) in questa tu hai la quarta parte del quadrato della minore linea, laquale quarta parte (volendo) tu la puoi retirare in uno triāgolo (come sopra la vegesima nona del ditto sesto fu mostrato) abenche senza retirarla in triāgolo potrai essequire il tuo intēto se ben cōsiderarai quel la parte adutta sopra la detta vegesima ottava del detto sesto. Della superficie .d. in la detta vegesima ottava adutta, puo essere quadrata e non quadrata e però quella nō te altera (nelle seguente) il tuo operare. Ancora un'altro piu espedito modo da essequir tal effetto senza aiutto della detta vegesima ottava del sesto, se adduce dal cōmentatore nella prima tradetione come in fine della seguente appare.

Theorema. 14. Propositione. 17.

13
17

Se seranno due rette linee inequale delle quale la superficie equale alla quarta parte del quadrato della minor, aggionta, ouero posta sopra alla maggiore talmente che manchi a compire tutta la linea una superficie, quadrata, diuida la piu longa in due parti communicante, egliè necessario detta linea piu longa poter tanto piu della linea piu corta quanto e el quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longha, & se la piu longha serà piu potente della piu corta per accrescimento del quadrato d'una linea a lei medesima communicante in longhezza, & che a quella sia aggionta una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea alla qual manchi una superficie quadrata, la superficie sopra a quella aggionta e necessario diuidere la medesima linea piu lōgha in due parti cōmensurabile.

Se siano

b, & la, c, della, d, & ancbora sia la, a, piu potente della, b, in el quadrato della linea, e, & , c, sia piu potente della linea, d, in el quadrato della linea, f, dico che se, a, communicha con, e, in lon-
- gbezza ancbora, c, communicarà con, f, in longbezza & se. a. non communica con, e, in longbezza me etiam la, c, communica rà con, f, in longbezza & se, a, communica consolamente, e, in potentia, ancbora, c, communicarà con, f, solamente in potentia, niente di manco l'Auttore non propone questo ultimo perche facilmente è manifesto dalla dimostratione di primi perche concio sia che la proportione de, a, al, b, sia si come del, c, al, d, del quadrato de, a, al quadrato de, b, serà si come del quadrato de, c, al quadrato de, d, & perche el quadrato de, a, e equale alli quadrati delle due linee, b & , e, similmente al quadrato de, c, è equale alli quadrati delle due linee, d, & , f. La proportione di quadrati delle due linee, b, & , e, al quadrato de, e serà si come di quadrati delle due linee, d, & , f, al quadrato de, f, adonque disgiuntamente el quadrato de, b, al quadrato de, e, serà si come el quadrato de, d, al quadrato de, f, adunque del, b, al, e, serà si come del, d, al, f, ancbora per la equal proportionalità serà del a, al, e, si come del, c, al, f, adonque (per la prima parte della decima quarta) è manifesta la prima parte de questa e (per la seconda) la seconda e (per la terza in quel loco aggiunta) questa parte aggiunta.



Il Tradottore.

Che la proportione di quadrati delle due linee, b, & , e, al quadrato della, e, sia si come quella di quadrati delle due linee, d, & , f, al quadrato della, f, è manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.

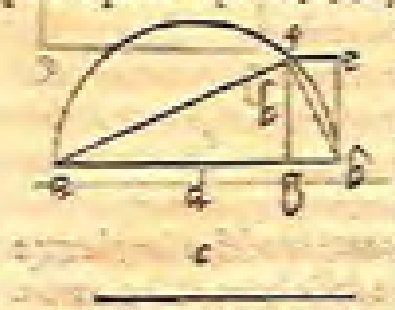
o 17 Se sopra ad alcuna linea retta serà posto, ouero descritto uno paralellogrammo alquale (a compire la detta linea) manchi uno quadrato, el detto paralellogrammo descritto, serà equale a quello che uien fatto sotto alla positione di fragmenti di detta linea.



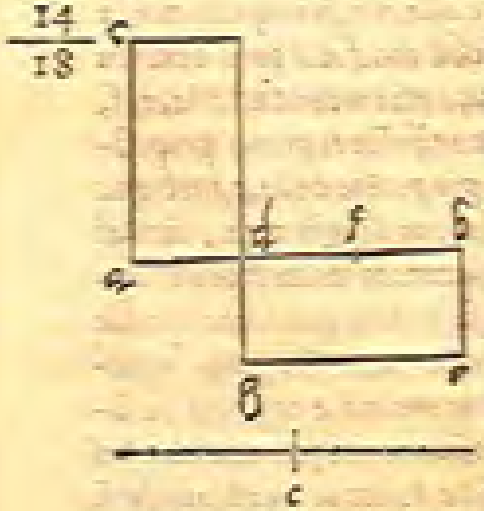
Sia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla, a, b,) lo paralellogrammo a, d, alquale manchi a compire la detta linea la superficie, d, b, quadrata dico che'l paralellogrammo, a, d, è equale a quello che uien contenuto sotto de, a, c, & , c, b, & questo per se istesso è manifesto, perche la superficie, d, b, e quadrata el lato, d, c, è equale al, c, b, & lo paralellogrammo, a, d, e quello che fatto ouero contenuto sotto di, a, c, & , c, d, & questo è quello che fatto ouer contenuto sotto di, a, c, & , c, b, perilche seguita el proposito.

Il Tra-

adonque che la,d,b,è communicante con la,a,d,siante,che,f,b,sia communicante con,a,b,perche se questo serà che,f.b,sia communicante con,a,b,serà anchora communicante con,a,f,(per la duodecima propositione) per laqual cosa serà etiam con a,d,& con,d,f,a quella equale e per tanto etiam,d,b,serà communicante con,a, d,che è il secondo proposito, ma al presente è da demostrare qualmente la linea, a. b,quando che essa serà posta maggiore della linea,c,possa esser divisa talmente che fra le parti di quella caschi la metà della linea,c,continuamente proportionale,per che quando la serà cosi divisa, la superficie che serà fatta dall'una parte in l'altra serà equal al quadrato della metà della linea,c,& essa superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea,c,aggiunto alla linea,a,b,talmente che manchi una superficie quadrato, perche questo serà fatto in questo modo,divisa,a,b,i due parti equali in ponto,d,& sia lineato sopra quella lo semicerchio,a.f, b, & similmente sia lineata la linea,b,e, perpendicolare alla, a, b,laquale sia posta equale alla metà della linea, c, & sia ducta la,e,f, equidistante alla.a.b.per fina a tanto che la segni la circonferentia del semicerchio in ponto.f. perche è necessario che segni quella (concieſia che la linea,a,b,sia maggiore della linea.c.) & sia ducta la.f. g.perpendicolare alla,a,b,laquale concieſia cosa che la sia equale alla linea.e,b.(per la trigesima quarta propositione del primo) serà anchora equale alla metà della linea,c,sia adonque ducte le linee,f,a,e (per la prima parte della trigesima prima propositione del terzo) l'angolo a,f,b,serà retto e però (per la prima parte del correllario della ottava del sesto) la linea.f g.serà nel mezzo loco proportionale fra,a,g,et,g,b,per laqual cosa la metà della linea,c,(laquale è equale a quella) serà etiam media proportionale fra le medesime che è el nostro proposito.

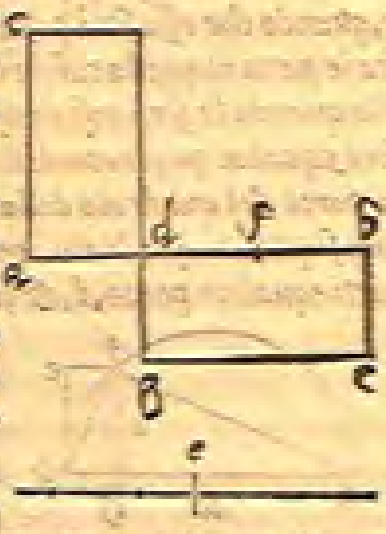


Theorema. 15. Propositione. 18.



Se seranno due linee inequale delle quale se la superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta posta sopra alla piu longa talmente che manchi al compimento di quella una superficie quadrata, divida quella in due parti incommensurabile, la piu longa serà piu potente della piu corta in lo augumento del quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longa & se la piu longa serà piu potente della piu corta in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza, a essa linea piu longa, & sia posto, ouer aggiunto sopra a essa una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta & manchi a cõpire la

Se siano le due linee.a.b.& .c.& sia.a.b.maggiore & sia aggiunta alla linea. a.b. una superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea,c, talmente che manchi a compire la linea,a,b,una superficie quadrata,perche questo e possibile a fare per la vigesima ottava del sesto Laqual cosa facilmente vien fatta in questo modo, sia divisa,a,b,in le due linee,a,d,& .d.b tal mente che fra quelle cada la mità della linea.c.continuamente proportionale (& qualmente se debbia far questo lo insegnaremo in fine della demostratione di questa) & (per la decima settima del sesto)la superficie de.a.d.in.d.b.(laquale sia.d.e,)serà equale al quadrato della mità della linea. c. per laqual cosa (per la quarta del secondo) la medesima serà subquadrupla al quadrato della linea. c. ancora mancha a compire la linea.a.b.una superficie quadrata,conciosia cosa che et a,d,sia equale al .d.g.& .d.b. sia equale al,g, e,e per tanto dico che se la superficie.d.e. divide la linea, a, b, in due parti communicanti la linea.a.b.serà piu potente della linea.c,nel quadrato de alcuna linea communicante con lei in longhezza & è converso. & conciosia che la linea.a.b.sia maggiore della linea.c. la parte. a. d.nō serà equale alla parte.d.b.perche se la fusse equale la superficie.d.e.seria quadrata,& perche essa superficie è equale al quadrato della mità della linea.c.seria. a,de,quale alla mità de,c,& tutta.a.b.seria equale a tutta la. c. laqualcosa seria contra el presupposito.adonque la.a.d.non è equale alla.d.b. adonque della maggiore de quelle(laqual sia.d. b.)sia tagliato la parte.d.f.equale alla.a. d. & (per la ottava proposizione del secondo)el quadrato de tutta la.a.b.serà equale a quelli rectangoli fatti de,d,b,in,d,a,quattro volte & al quadrato de.f.b.per laqual cosa la linea.a.b.serà piu potente della linea.c. nel quadrato della linea. f. b. laquale è necessario communicare a tutta la.a.b.se la linea.a.d.e communicante alla linea.d.b.perche se questo serà la,d,b,serà communicante alla.d.f.sua equale per la qualcosa(per la duodecima proposizione).b.f.communicha con.f.d.è però communicativa etiam a tutta la. b.d.& per questa causa communica etiam con tutta la,a, f, adonque communica etiam con tutta la.a.b.& cosi è manifesto el primo proposito,el converso di questa è manifesto in questo.sia la.a.b. piu potēte della,c,nel quadrato della linea.f.b.laqual communichi con lei medesima in longhezza, dico al presente che la superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea c. aggiunta sopra alla linea,a.b.(talmente che manchi una superficie quadrata) divide la linea.a.b.in due parti communicanti,perche se sia divisa.f.a.in due parti equali in.d. & sia fatta la superficie.d.e.del.d.b.in.d. a. & mancarà a compire la linea.a.b.la superficie quadrata, & (per la ottava proposizione del secondo libro)el quadrato de.a.b.serà equale al quadruplo della superficie.d.e.et al quadrato de.f. b. Adonque el quadruplo della superficie de.d.e.è equale al quadrato della. c. per laqual cosa la superficie.d.e.si e equale alla quarta parte del quadrato della.c.dico



adonque

Il Tradottore.

El testo di questa decimanona propositione in la seconda tradottione dice in que sta forma.

15/19 Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale (secondo alcuno di predetti modi) commensurabile in longhezza è rationale.

Laqual propositione non astringe che le dette due linee siano rationale in longhezza: ma posson esser rationale etiam solamente in potentia, pur che siano commensurabile in longhezza. Laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e vie di sopra addutte, perche el quadrato di qual si voglia di quelle sarà rationale (essendo cadauna di quelle rationale in potentia) onde seguitando se concluderà el proposito come in altro modo: & questa è molto piu generale dell' altra.

Theorema. 17. Propositione. 20.

16/20 Quando che sopra a una linea rationale in lóghezza sarà posta una superficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella sarà rationale in longhezza & commensurabile col primo in longhezza.



Questa è quasi el converso della precedente, come se la superficie, a, c, (aggionta ouero posta sopra alla linea, a, b, rationale in longhezza) sarà rationale: dico che il secondo lato di quella (ch'è equale e, b, c,) sarà anchora rationale in longhezza & communicante al primo lato: perche se sia, e, d, el quadrato de, a, b, & sarà rationale (per la diffinitione) & per questa causa serà cõmunicante con la superficie, a, c, rationale, perche adonque (per la prima del sesto) si come è la superficie, a, d, alla superficie, a, c, così è anchora la linea. b. d. alla linea, b, c, & la superficie, a, d, communica con la, a, c, sarà (per la prima parte della decimaquarta) d. b. communicante con, b, c, adonque serà etiam commensicante con la, b, e, (sua equale) & b. a. è rationale (dal presupposto,) per laqual cosa (per la diffinitione) etiam, b, c, sarà rationale, adonque è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa sopra scrieta propositione in la seconda tradottione dice in que sta forma.

16/20 Se una superficie rationale serà posta sopra una linea rationale farà la larghezza rationale, commensurabile in longhezza all'altra cioè a: quella sopra laquale fu posta la superficie.

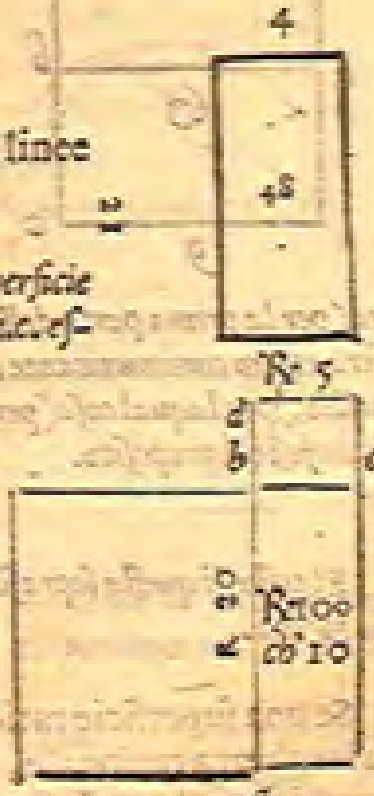
Onde

re la piu longha una superficie quadrata, le necessario che essa superficie posta ouero aggionta sopra essa linea, diuida essa linea piu longha in due parti incommensurabile.

Questa decima ottaua mette el contrario dello antecedente & del consequente della precedente, & la dispositione in questa non dissimile dalla dispositione di quella, el modo de argumentare dell'una & dell'altra e uno medesimo, perche, se a,d, non communica con,d,b, ne etiam,d,f, (a le equale) communicarà con la medesima,d,b, adonque (per la 13. proposition) .d.f. non communicarà con,f,b, per laqual cosa manco con,a,f, perche .a.f. & ,d,f, sono cõmunicante si come el numerãte & el numerato, e però ne etiam,a,b, communicarà con la linea,f,b, ma se questo serà (per la seconda parte) cioè se,a,b, non communica con,f,b, non communicarà con,a,f, per laqual cosa non communicarà etiam con,a,d, ouero con,d,f, adonque ne,d,b, communicarà con,d,a, ancora tu poi demostrare questa decima ottaua proposition per la premessa la prima parte de questa per la seconda de quella et la seconda per la prima per la destruttione nel consequente, perche se,a,d, ee,d,b, non communicano ne etiam,a,b, & ,f,b, communicaranno, perche se,a,b, & ,b,f, communicassino bisognaria (per la secõda parte della premessa) che,a,d, communicasse con,d,b, & era posto che'l non communicasse, per lo medesmo modo se procederà della seconda parte perche se,b,a, & ,b,f, nõ communicano ne etiam,a,d, & ,d,b, communicaranno, perche communicando seguiria per la prima parte della premessa che,a,b, & ,b,f, communicassino liquali non communicano per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. 16. Propositione. 19.

15 19 Ogni superficie rettãgola che contẽgono due linee rationale in longhezza se proua esser rationale.



Siano le due linee .a.b. et .b.c. (lequale cõtẽgano la superficie rettãgola .a.c.) rationale i lõgheza dico la superficie .a.c. essere rationale: perche descritto il quadrato de quale si toglia di quelle come il quadrato .c.d. della linea .b.c. serà (per la prima del sesto) la proportione del quadrato .c.d. alla superficie .a.c. come la linea .b.d. alla linea .a.b. perche adonque .b.d. communica in longhezza con .a.b. (dal presupposito) però che la .b.c. (sua equale) communica con essa (per la prima parte della decimaquarta) .c.d. sarà communicante con .a.c. adonque conciosia che .c.d. sia rationale (per la diffinitione) etiam .a.c. sarà rationale: che è il proposito.

Il Tra-

Anchora.

Se 9. 5. R. 12

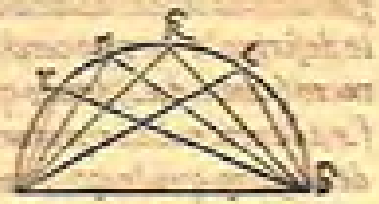
12

60

6 6/9

R. 12. ꝑ R. 6 2/3

mezzo cerchio.a.c.b. & sia.a.c. & subtendarò la linea. c.b.dico le due linee.a.b.& c.b.essere quelle che cercamo, perche (per la trigesima prima propositione del terzo) lo angolo,c,serà retto,e però(per la penultima del primo)lo quadrato de.a.b.è equale alli quadrati delle due linee,a, c,& ,c,b, & perche la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.c.è si come del.d.e.al.d f.(per el presupposito) (per la euersa proportionalità (la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea,c,b,serà si come del.d.e.al.f.e.adoque el quadrato de.c b.cõmunica con el quadrato de,a,b. (per la.6.propositione di questo)adonq; el quadrato de.c.b.serà rationale(per la diffinitione) concio sia che'l communica con una superficie rationale,& perche.c.b.& .a.b. sono incommensurabile (per la ultima parte della nona propositione)è manifesto le due linee.a.b.& .c.b. esser rationale in potentia solamente communicante, ma perche la linea.a.b.e piu potente della linea,c.b.nel quadrato della linea.a.c.laquale (per la seconda parte della terza)communica con seco in longhezza è manifesto essere satisfatto el proposito,Ma se tu desidori de ritrouarne piu de due rationale in potentia solamente communicante delle quale una sia piu potente de quela si voglia delle altre nel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longhezza, sia come per auanti la linea.a.b.rationale in longhezza,sopra laquale sia descritto el mezzo cerchio.a.c.b.et sia tolto lo numero.d.quadrato quale sia diuisibile in nodi quadrati & non quadrati di quali non quadrati.La proportione non sia si come de alcuni di numeri quadrati, & tali numeri che oltra se danno come el.36.el quale è diuisibile in.25.e.11.e anchora in.16.e.20.& similmente in.9.e.27.e anchora in.4.e.32.et de questi non quadrati liquali sono.11.20.27.32.fra loro non e proportione si come de alcuno numero quadrato a un'altro sia adonque che'l numero. d.quadrato sia diuiso in.e.quadrato et in.f.non quadrato & sia el quadrato della linea,a,b, al quadrato della linea, a,c, si come el numero. d. al numero. e. & sia detta la linea.c, b. & è manifesto el proposito, come per auanti è stato dimostrato.a.b & .b.c. esser le due rationea, che cercamo, similmente anchora diuiderò. d. in.g. quadrato & in. h. non quadrato, & sia el quadrato della linea. c. b. al quadrato della linea.a.k. si come del.d.al.g. & sia detta la linea.k.b. & seranno come prima le due linee.a.b.& .b.k. quelle che cercamo per lo medemo modo se sia diuiso un'altra volta.d. in.l.quadrato & in.m.non quadrato, & sia posto la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.n. si come del.d.al.l.& sia prodotto la.a.b.serano le due linee,a.b.& .b.n. quale cer-



25 d.11.

e 16 d.20. f

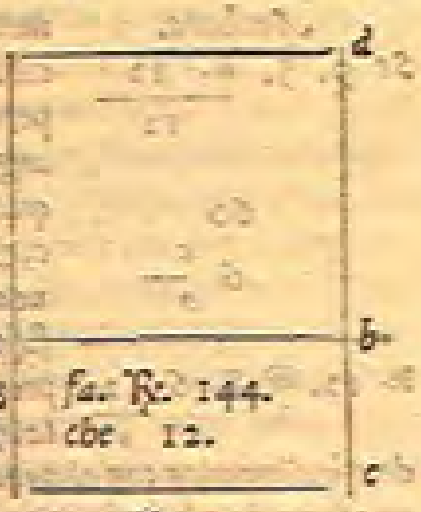
g 9 d 27. b

l m

4 d 32.

p q

Onde questa è assai piu generale di quella posta di sopra, perche questa non astringe che la data linea sia rationale in longhezza ma basta che sia rationale onde tal linea puol esser etiam rationale solamente in potentia, perche una linea rationale solamente in potentia e detta rationale (per la diffinitione) et tutto questo lo verifica per le medesime argumentationi usate di sopra, perche ponendo che la superficie.a.c. rationale, sia posta sopra la linea.a.b. rationale solamente in potentia, dico che il medesimo secondo lato cioè.b.c. serà rationale solamẽte in potentia, & commensurabile in longhezza con la.a.b. per le medesime ragioni nell'altra demostratione addutte perche el medesimo quadrato de.a.b. serà rationale (per esser la.a.b. rationale ancho che sia solamente in potentia) non resta che il detto quadrato non sia rationale & commensurabile alla superficie.a.c. & cetera.



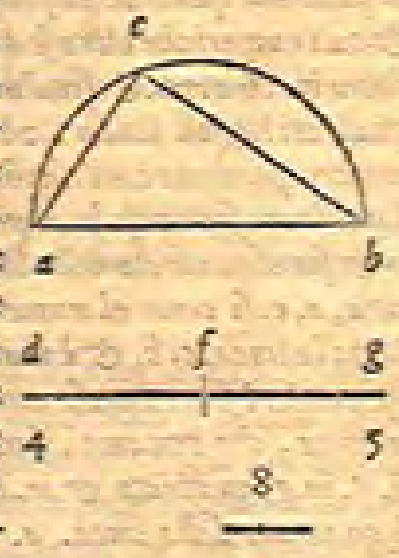
fa. R. 144.
che 12.

R. 24.

Problema.4. Propositione.21.

17/29 Puotemo trouare due linee rationale solamente in potẽtia communicante, delle quale la piu longha posta piu della piu corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza.

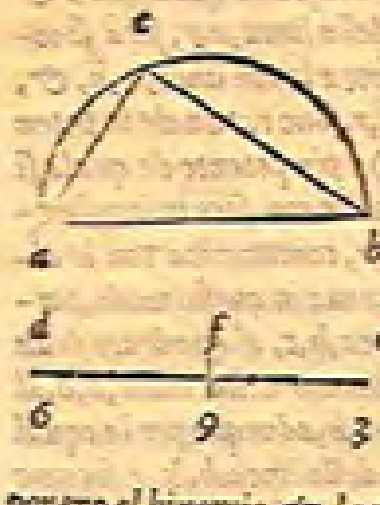
El proposito è di trouare due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale la piu longha sia piu potente della corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, e per tanto toglio alcuna linea rationale, laqual sia.a.b. sopra laquale descrivo lo mezzo cerchio.a.c.b. & tolto alcun numero (come.d.e.) diuido quello in li duoi numeri.d.f. et f.e. talmente che la proportione de.d.e. al.d.f. sia come de numero quadrato a numero quadrato, & che la proportione del.d.e. al.f.e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero e qualunque numero quadrato diuisibile in un numero quadrato et in uno che non sia quadrato come.e.9. elqual se diuide in.4.e.5. et tutti li equalmente multiplici de questi. et trouo una linea al quadrato della quale el quadrato della linea.a.b. sia si come el numero.d.e. al numero.d.f. (& qualmente esse se ritroua è stato detto in la demostratione della decimaquinta de questo) trouata questa linea (laquale necessariamente è minore de.a.b.) la accomodo (per la prima del quarto) dentro del



Se 9. me da 5. che me darà pur uno 16. 256

Se la 16 R. 243. 1/2 1280

mezzo



In questa anchora rimanga la medesima dispositione & li medesimi presupposti che sono in la precedente, mutato solamente questo che la proportione del numero. d.e. a niuno di duoi numeri. d.f. & f.e. sia si come de numero quadrato a numero quadrato, et questo se fatto facilmente posto, d,e, qual si voglia numero quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati come se, d,e, sia nuoue et d.f. sei, et f,e, tre argumentando come per auanti excetto solamente questo che, a, b, & a,c, sono incommensurabili in longhezza (per la ultima parte della nona propositione) & è da saper che le due linee, che insegnano di trouuare questa & la premessa compongono el binomio, & la minore de quelle, tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta residuo, anchora nota che le linee razionale solamente in potentia cõmunicante ponno esser una razionale & l'altra irrationale, si come li lati tetragonici de due superficie delle quale una sia sinticinque piedi & l'altra sinti quattro sono razionali in potentia solamente communicante, perche el lato della prima superficie è cinque & el lato della seconda non vien numerato. Et ponno esser ambe due irrationale come li lati tetragonici delle sue superficie delle quale una sia sinti quattro piedi & l'altra 23. perche el lato ne dell'una ne dell'altra vien numerato & sono incommensurabile in longhezza (per la ultima parte della nona) & se tu desiderasse anchora de trouare piu de due linee razionale in potentia solamente cõmunicante delle quale una sia piu potente de quale si voglia delle altre in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza sia tolto tal numero el quale possa esser cosi diuiso in piu parti, che la proportione de quello a niuna delle sue parti ne d'alcuna parte a alcuna delle altre, sia come de numero quadrato a numero quadrato come sinticinque elqual tu'l poi dividere in duoi e sinttre, anchora in cinque & sinti & similmente in sette è decinoue & el processo sia el medesimo che è stato fatto in la premessa.

Per trouar el 4. binomio, ponendo per suo antecedente. 6. dirai se. 9 me da. 6. (ouer. 3.) che me darà. 36. opera che uenirà ℞ 24. e per el. 3. daria. 6. ℞ 12.

Et per trouar el quinto dato per suo consequente 8. dirai, se. 3. me da 9. che me darà 64. opera che te darà ℞ 192 ℙ 8. in potesi anchor dire se 6. me da. 9. che me darà 64. opera che te darà. ℞ 96. ℙ 8.

Per trouar el. 6. binomio a. ℞ 18. per antecedente dirai, se 9. me da. 6. che me darà ℞ 18. opera con el □ de ℞ 18 ch'è 18. & te uenirà ℞ 18 ℙ 8. 12. & cosi discorrendo.

Lemmà, ouero assumptione.

0 / 21 La linea potente in una area irrationale è irrationale.

Perche se la linea, a. pot. in una area irrationale cioè che quel quadrato qual

camo & se un'altra volta fia diuiso.d.in.p. quadrato & in.q. non quadrato, & la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea,a,r, serà si come del,d,al,p,& sia protratta la linea,r,b, seranno ancora le due linee,a,b, &, b,r,quale cercamo,e per tanto le linee,a,b,b,c,b,k,b,m,b,r,sono rationale in potentia solamente communicante una delle quale (cioè,a,b,) è piu potente de quala si voglia delle altre in el quadrato d'una linea commensurabile con seco in longhezza: se adonque niuna delle quattro linee,b,c,b,k,b,n,b,r, communica con le altre in longhezza è manifesto el proposito & questo se approua in questo modo,perche le manifesto dalle precedente che'l quadrato della linea,b,c, al quadrato della linea,a,b, e si come el numero,f, al numero, d, & lo quadrato della linea,a,b,al quadrato della linea,b,k,e si come el numero,d,al numero,b,adonque per la equal proportionalità el quadrato della linea,b,c, al quadrato della linea.b.k. è si come el numero,f,al numero,b,& niun di quattro numeri,f,b,m,q,sono(dal presuppposito) si come numero quadrato a numero quadrato,per laqualcose (p la quarta parte della nona) le due linee.b.c.b.k.sono incommensurabile in longhezza,& per la medesima ragione, due quale si voglia di quelle quattro sono incommensurabile in longhezza adonque è manifesto quello che volemo.

Nota che a trouar praticalmente l'antecedente ogni numero rationale formãte un binomio.1.2.&.3.io poss trouar con ogni num. ☐ diuisibile i un num. ☐ & in uno non ☐, come 9.come qui appare,& è regola generale & se'l 3. numero sarà ☐ ne uenirà binomio primo, & sel sarà num.nõ ☐ ne potrà uenir binomio terzo,ma uolendo trouar el secondo,alla prima moltirai 9 & 5.dicendo se 5 me da 9.che me darà el ☐ de quello nu.che uoglio che sia consequente,pongo che uoglia 6.per consequente dirò se 5 me da 9.che me darà 36.opera che ne uenirà $\frac{9}{5}$ & la R: $\frac{9}{5}$ ꝟ R: 36 che 6.& cosi R: 64 $\frac{9}{5}$ ꝟ 6 sarà binomio 3. Vero è che l'Autor procede dicendo se 36.da 25.che me darà lo ☐ della,a.b.(rationale largo modo)e da,c,a,& la,c,b,sarà poi il secondo nome.

9	5	36.
		5
		180

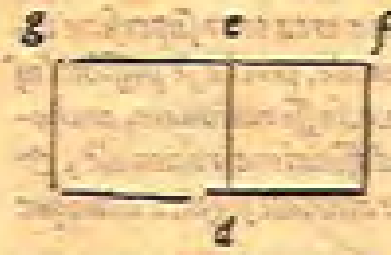
R: 36 ꝟ R: 20

Il Tradottore.

Bisogna notare che le linea,a,b,se puol tore rationale in longhezza & anchora solamente rationali in potentia, perche in l'uno e l'altro modo se intende rationale per la quinta diffinitione(secondo la seconda tradottione) & per tanto le dette due linee ponno essere ambedue rationale solamente in potentia,ouero l'una rationale in longhezza & l'altra solamente in potentia,uero è che non possono esser ambedue rationale in longhezza perche seriano commensurabile in detta longhezza che seria contra il presupposito,ideo &c.

Problema.5. Propositione.14.

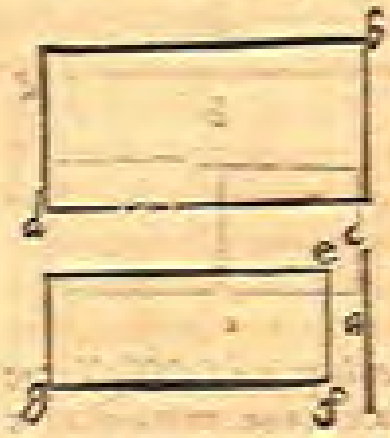
18/30 Puotemo trouare due linee rationale solamente in potentia communicante, dellequale la piu longha possi piu della piu corta quanto è il quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza.



Siano le due rette linee. f. e. g. Dico che si come. e. f. al. e. g. così è il quadrato de. f. e. alla superficie contenuta fatto de. f. e. & e. g. & per dimostrare questo sia descritto per la quadragesima sesta del primo el quadrato. d. f. & sia compito. d. g. adonque perche si come. e. f. al. e. g. così e. f. d. al. d. g. & . d. g. è quella superficie contenuta dal. f. e. & . e. g. adonque si come e. f. e. al. e. g. così è quello che uien fatto del. f. e. a quello che contenuto sotto del. f. e. et. e. g. similmente ancora si come quello che contenuto sotto de. g. e. & . e. f. a quello che né fatto dal. e. f. cioè si come. g. f. al. d. f. così è. e. g. al. e. f.

Theorema. 19. Propositione. 24.

20 / 22 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza serà posta una superficie equale al quadrato d'una linea mediale, el secondo lato di quella serà rationale solamente potentialmente & incommensurabile al primo lato in longhezza.



Questa è quasi il conuerso della premessa. Sia. a. una linea mediale & sia la linea. b. c. rationale in longhezza sopra alla quale sia posto ouero aggionta la superficie. b. d. equale al quadrato della linea. a. laqual cosa se fa in questo modo, sia fatto aggionto alle due linee. b. c. & . a. la linea. c. d. in continua proportionalità come insegna la decima del sesto, & la superficie della. b. c. m. c. d. serà equale al quadrato della linea. a. (per la sestadecima del medesimo) dico el secondo lato de quella el quale e. d. c. esser rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza al lato. b. c. & serà (per la precedente) (per la diffinitione della linea mediale) che la linea. a. possi in alcuna superficie contenuta da due linee rationale solamente in potentia communicanti, laqual sia la superficie. e. g. li lati della quale siano. e. f. & . f. g. & le due superficie. b. d. & . e. g. (per la prima parte della decima quarta del sesto) serranno de lati mutui, per questo che esse sono equale, & rettangole adonque la proportione de. b. c. al. e. f. e si come del. f. g. al. c. d. per laqualcosa concio sia. che. b. c. communichi in potentia con. e. f. (imperoche li quadrati dell'una & dell'altra de quelle sono rationali (dal presupposito,) f. g. (per la decimaquarta) communicarà in potentia con. c. d. concio sia adonque che'l quadrato de. f. g. sia rationale (per el presupposito) ancora el quadrato de. c. d. (per la diffinitione) serà rationale, & perche la superficie. b. d. è irrationale si come la sua equale. e. g. (per la premessa) seguita che'l quadrato della linea. c. d. non communichi con la superficie. b. d. & perche el quadrato della linea. c. d. alla superficie. b. d. (per la prima del sesto) e si come lo lato. c. d. allo lato. c. b. (per la seconda parte della decima quarta) serà che. c. d. non communichi con. b. c.

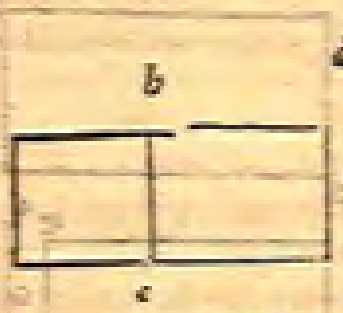
a — uien fatto della linea,a,sia equale a una area ouer superficie irrationale,dico che la linea,a,è irrationale, perche se possibil fusse(per l'aduersario)che la ditta linea.a.fusse rationale, anchora el quadrato che fusse fatto della linea.a. seria per la diffinitione rationale, & (dal presuppesito)e irrationale,adonque la linea,a,è irrationale seguita adunque il proposito.

Il Tradottore.

Questo lemma ouero assumptione se ritroua solamente in la seconda tradottione, elquale lemma dimostra quello che se diffinisse in la ultima diffinitione di questo decimo libro,cioè che la linea potente in una superficie irrationale è irrationale per laqual cosa seguiria la detta ultima diffinitione essere superflua.

Theorema.18. Propositione.23.

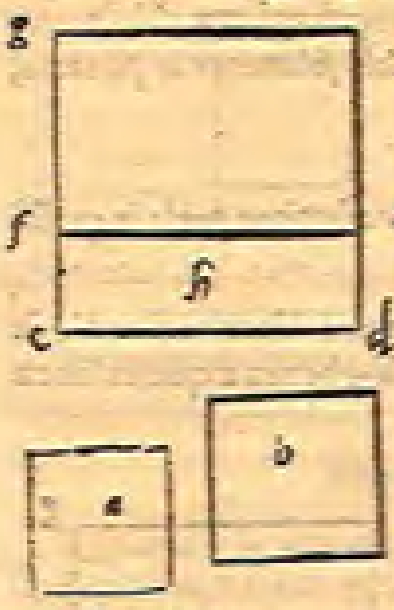
19 21 Ogni superficie che contégano due linee rationale solamente potentialmente communicante,è irrationale, è detta superficie mediale, & lo suo lato tetragonico,cioè quello lato che puol in quella,è irrationale & è detto linea mediale.



Sieno le due linee.a.b.b.c. (continente la superficie a.c.) rationali solamente in potentia communicante, lequale qualmente se trouano della premessa & dalla ananti la premessa è manifesto. Dico la superficie.a.c. esser irrationale. Et per dimostrar questo sia.c.d. quadrato de.b.c. & serà rationale(per el presuppesito)imperoche la linea.b.c.è rationale in potentia,et perche(per la prima del sesto)la proportione del.a.c.al.c.d.è si come della.a.b.alla.b.d. & la.a.b. non communica con la.b.d.perche(dal presuppesito)la non communica con la sua equale(laquale.e.b.c.)seguità(per la seconda parte della decimaquarta)che etiam,a,c.non communichi con.c.d.per laqualcosa(per la diffinitione)la superficie.a.c.e irrationale adonque el suo lato tetragonico(per lo soprascritto lemma)e irrationale, & questa superficie è chiamata superficie mediale perche è nel mezzo loco proportionale fra le due superficie rationale, cioè fra li quadrati delle due linee che contengono essa superficie, & la linea potente in essa superficie è detta linea mediale perche anchora lei è nel mezzo loco proportionale fra due linee rationale communicanti solamente in potentia,& queste due linee sono li lati della detta superficie & questo è quello che volemo.

Lemma.

o 22 Se seranno due linee rette,si come la prima alla seconda,così è quello che uien fatto della prima a quello che contenuto sotto alle due rette linee.



to de,a,(per el presupposito)alli quai quadrati le dette superficie sono poste equale,seguita (per la prima parte della decima quarta) che la linea,f,g,commensurabile con la linea,d,f,per laqual cosa,f,g,e rationale solamẽte in potentia, si come è ,d,f,& incommensurabile in longhezza alla linea,e,f, conciosia che la linea d,f, (a se communicante)sia incommensurabile al medesimo, e,f, imperoche è incommensurabile alla sua equale , per che questo fu prouato in la undecima che se'l serà due quantità communicante a qualunque quantità una di quelle non communica ne etiam l'altra gli communicarà,adonque (per la vigesima terza) la superficie,e,g, serà mediale,& lo lato tetragonico di quella elquale è, b,serà mediale che è il proposito , similmente anchora ogni superficie communicante a una superficie mediale è necessario esser mediale, perche se sia la superficie,a,mediale alla quale sia posta la superficie,b,esser communicãte.dico la superficie,b,esser mediale laqual cosa in questo modo serà manifesta, sia la linea,c,d,rationale in longhezza & sopra a quella sia aggionta, ouero posta la superficie,c,e,laquale sia equale alla superficie,a,laqual cosa se fa in questo modo,sia trouata la linea,e,f,alla quale sia proportionale uno di lati della superficie, a,si come sia la linea,c,d,all'altro lato (et come questa linea se ritroua e stato detto in la decima del sesto) & (per la quinta decima del medesimo) la superficie,d,f, serà equale al,a,& anchora per el medesimo modo sopra alla linea,e,f, sia aggionto,ouero posto la superficie,e,g,laquale sia equale alla,b,adonque (per la vigesima quarta) la linea,e,f, serà rationale solamente in potentia & anchora serà incommensurabile in longhezza alla linea,c, d, & perche,a,& b,erano communicanti (dal presupposito)seranno anchora,c,e, & ,e,g, (a quelle equale) communicante,adonque (per la prima del sesto) & (per la prima parte della decima quarta) de questo seranno le due linee,e,f, & ,f,g, communicante in longhezza, adonque la linea,f,g, è rationale solamente in potencia: & incommensurabile in longhezza alla linea,e,f,per laqual cosa (per la vigesima terza) la superficie,e,g, serà mediale conciosia che la linea,e,f, sia rationale in longhezza si come,c,d,a lei equale(conciosia adonque che,b, sia equale al,e,g, anchora.b. serà mediale che è il proposito. Et nota che sette le superficie mediale communicanti componeno superficie mediale , onde tutta la superficie,d,g,è mediale, perche conciosia che le due linee,e,f, & ,f,g, siano rationale in potentia solamente,& non communicante in longhezza seguita che tutta la,c,g, sia rationale solamente in potentia & non communicante con la,c,d,in longhezza,adonque (per la vigesima terza), d,g,è mediale e per la medesimo modo se procederia essendo piu.

Il Tradottore.

Questa ultima parte prouata di sopra, cioè che ogni superficie communican-
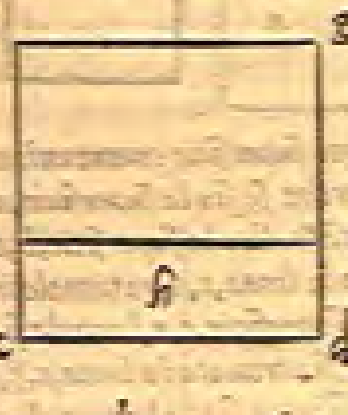
te a

con,b,c,per laqualcosa concioſia che la,b,c,ſia rationale in longhezza(dal preſup poſito)la.c.d.ſerà irrationale in longhezza cioè rationale ſolamente in potentia, adonque è manifeſto la propoſta concluſione.

Il Traduttore.

Il reſto della ſopraſcritta propoſitione in la ſeconda traduttione parla in queſta forma videlicet.

20 22 Il quadrato de una linea media, poſto ſopra a una linea rationale fa la larghezza rationale & incommenſurabile in lõghezza a quella linea alla quale fu ſoprapoſto.



Laqual propoſitione e piu generale che la ſoprapoſta perche queſta non aſtringe che la linea,b,c,ſia rationale in longhezza, ma baſta che ſia rationale o in longhezza o in potentia ſolamente & per le medeſme argumentationi ſe trouarà ſeguire il propoſito & quello, che di ſopra ſe conclude per la prima del ſeſto nella ſeconda traduttione ſe conclude per la ſopraſcritta lẽma cioè che el quadrato della linea.c.d.alla ſuperficie.b.d. eſi come lo lato.c.d.allo lato.c.b.

Queſta propoſitione 25.non ſe converriſſe, cioè che ogni linea,che non ſia communicante a una linea mediale in longhezza ouer in potentia nõ ſeguita,che quella tale non poſſa eſſer mediale,perche ui ſon alcune linee mediale,che tra loro non ſono communicante ne in longhezza,ne in potentia,come R̃ R̃ 7 a R̃ R̃ 5 & di queſte niente ha parlato Euclide. Et però le ſpecie delle mediale comparatiuamente ſono 6. Primo, commenſurabile in longhezza, quale contenemo ſempre ſuperficie mediale. Quarto, commenſurabile ſolamente in potentia cioè, due continente ſuperficie mediale,& due continente ſuperficie rationale. La 6.quella pretermeſſa da Euclide,e però ſon 6.ſpecie de binomij mediali.

Theorema.20. Propoſitione.25.

21 23 Ogni linea communicante a una mediale è mediale.

Sia la linea,a,mediale alla quale ſia poſta la linea,b,eſſer communicante ouero in longhezza, ouero ſolamente in potentia, dico che etiam la linea.b. è mediale, & per dimoſtrare queſto ſia la linea,c,d,rationale in longhezza ſopra laquale ſia poſta la ſuperficie,c,f,equale al quadrato della linea,a, & anchora la ſuperficie,c,g,equale al quadrato della linea,b,(& a qual modo queſto ſi debba far è ſtato detto in la premeſſa demoſtratione) & (per la precedente) la linea,d,f,ſerà rationale ſolamente in potentia & incommenſurabile alla linea,c,d, & perche (per la prima del ſeſto) del,c,g,al,c,f,è ſi come del,f,g,al,d,f,& la ſuperficie,c,g, communica con la,c,f, imperoche el quadrato de,b,communica con lo quadrato de.a.

te per esser il contrario di quello che stato posto, rimane adonque che la superficie, b,e irrationale che è il proposito.

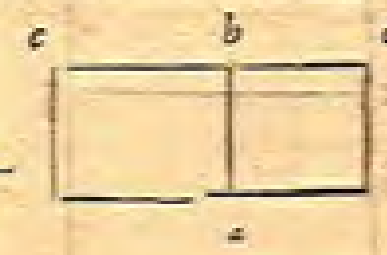
Il Traduttore.

Il medesimo seguiria che tolesse la linea.c.d.rationale solamente in potetia, cioè che'l non è necessario che la sia rationale in longhezza come propone il commentatore anci pol esser anchor come detto rationale solamente in potentia et supponendo poi per (l'aduersario) che la superficie.g.f. sia rationale seguirà (per la 19 gesima di questo tolta dalla seconda traduttione) che la.e,f. sia rationale (largo modo) è commensurabile in longhezza con la.e.g. seguendo poi come segue se concluderà il proposito.

Theorema.22. Propositione.27.

0 / 24 Il rettangolo compreso sotto a due linee mediale commensurabile in longhezza mediale.

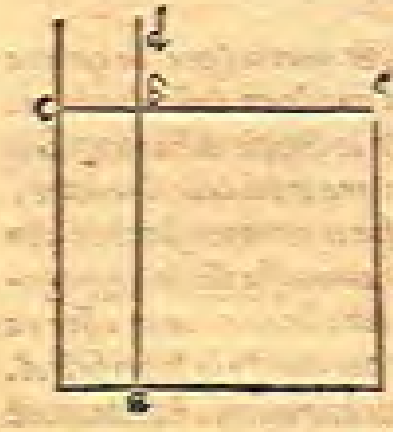
Dico se sotto alle due rette linee mediale,a, b, & ,b, c, commensurabili in longhezza serà compreso il rettangolo.a.c. Dico che'l detto rettangolo.a.c.e mediale, e per dimostrar questo sia descritto (per la quadragesima sesta del primo) lo quadrato.a.d.alla linea,a, b, adonque la quadrata,a, d, e mediale & perche la,a,b,è commensurabile alla, b, c, in longhezza & la,a,b,è equale alla,d,b, adonque la, d,b, è commensurabile alla, b,c, in longhezza per laqual cosa el quadrato,a,d, serà commensurabile alla superficie.a.c. adonque (per la 23 gesima quarta) la superficie,a,c,è mediale cioè per la parte aggionta sopra la detta.25.



23 / 25

Theorema.24. Propositione.28.

Ogni superficie che sia contenuta da due linee mediale solamente communicante potentialmẽte, ouer che la è rationale, ouer mediale.



Siano le due linee,a,b, & ,b, c, mediale solamente in potentia communicante, dico che la superficie.a.c. (da quelle contenuta) ouer che la è rationale ouer mediale, & per dimostrare questo sia.d.e. el quadrato della linea.b.c. & .a.e. el quadrato della linea.a.b. & (dal presupposito) questi dui quadrati serano communicanti & la superficie.a.c. (per la prima del 6.) serà mediale in el mezzo loco proportionale fra essi quadrati sia tolto adonque la linea.f.g. laqual sia rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto

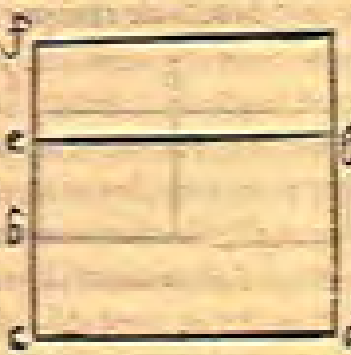
te a una superficie mediale e mediale, nella seconda tradottione se ne fa uno correlario ma per esser assai piu chiara questa del detto correlario habbiamo posposto el detto correlario.

Theorema. 21. Propositione. 26.

22 26 Ogni differentia in laquale habbundi una mediale da una mediale se proua essere irrationale.

Sia l'una & l'altra delle due superficie, a, b, & , a, mediale, Dico che la superficie b, (laquale è la differentia di quelle) è irrationale, e per dimostrar questo sia la linea, c, d, rationale in longhezza sopra alla quale sia posta over agiunta la superficie, d, e, equale alla superficie. a. & la superficie, d, f, equale alla total superficie, a, b, & come questo se debbia fare lo habbiamo insegnato in la precedente, adonque perche, d, f, è equale al, a, b, & , d, e, è equale al, a, (per la cõcettione) g, f, serà equale al, b, se adonque la superficie, b, non è irrationale ma rationale (per l'adversario) serà etiam la, f, g, (sua equale) rationale & conciosia che la linea, e, g, sia rationale in longhezza si come la sua equale, c, d, (per la. 20.) la linea. e. f. serà rationale in longhezza è communicate con la linea, e, g, & (per la. 24.) l'una e l'altra delle due linee, c, e, & , e, f, è solamente potentialmente rationale & incõmensurabile in longhezza alla linea, c, d, adõque la linea, e, f, è incommensurabile alla linea, c, e, in longhezza & perche (per la prima del. 6.) el quadrato della linea, e, f, alla superficie che vien fatta della, e, f, in la, c, e, e si come la, e, f, alla, c, e, seguita (per la secõda parte della. 14.) che el quadrato della linea, e, f, sia incommensurabile alla superficie fatta del, e, f, in, c, e, per laqual cosa & esso quadrato serà incommensurabile al doppio della superficie del, e, f, in, c, e, & lo quadrato de, c, e, concio sia che'l sia rationale è communicante al quadrato de. e, f, adõque tutto el composito de ambidui (per la. 12.) serà communicante al quadrato de, e, f, e però serà incommensurabile al doppio della superficie del, e, f, in, c, e, & perche (per la quarta del secondo) el quadrato della linea, c, f, è equale alli dui quadrati delle due linee. c, e, & , e, f, & al doppio della superficie de, c, e, in, e, f, & lo doppio della superficie de, c, e, in, e, f, è incommensurabile allo aggregato delli dui quadrati delle due linee. c. e. & e. f. seguita per la. 13. che el quadrato de. c. f. sia incommensurabile allo aggregato di dui quadrati delle due linee. c. e. & . e. f. & conciosia che lo aggregato de quelli quadrati sia rationale, seguita el quadrato della linea. c. f. non esser rationale e però la linea. c. f. non è rationale in potentia & per questo la superficie. d. f. non serà mediale ne etiam la superficie. a. b. a lei equale laqual cosa è inconue-





superficie che sien fatta del g.b.in m.l.(per la prima parte della.16.del.6.)seria per la.23.de questo la linea.b.m.linea mediale,adunque(per la.19.)la superficie. b.k.non seria rationale ne etiam mediale(per la vigesima quarta)per laqualcosa, ne etiam la sua equale serà rationale ne mediale.

Il Tradottore.

In questa soprascritta ipostitione dove se conclude(per la prima del.6.& per la prima parte della.14.di questo & per la diffinitione delle superficie rationale)che la superficie della linea.g.b. in la.l.m.e rationali,il medemo se verifica per la sola. 19.de questo(della seconda tradottione(cioè che ogni rettangolo ouer superficie cõtenuta da due linee rationale (o siano in longhezza, ouer solamente in potentia) commensurabile in longhezza è rationale, ancora bisogna notare che non è necessario(per demostrar questa propositione)a tor la linea,g.f, rationale in longhezza, perche il medesimo se concludera pigliandola rationale solamente in potentia & arguire come di sopra se fatto.

Problema.6. Propositione. 19.

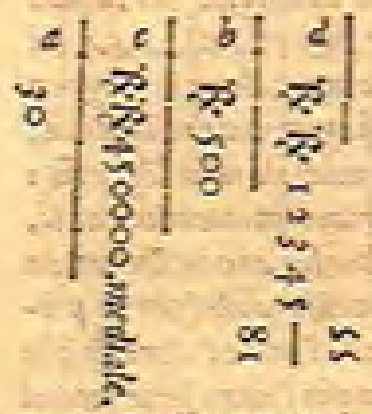
24 R R
31 R R 125 ℙ R R 5
R R 27 ℙ R R 3

38 Bimedial 1.
R R 432 ℙ R R 48

Puotemo trouar due linee mediale communicanti solamente in potentia lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu corta, per acrescimento,d'un quadrato d'una linea communicante,alla medesima piu longha in longhezza.

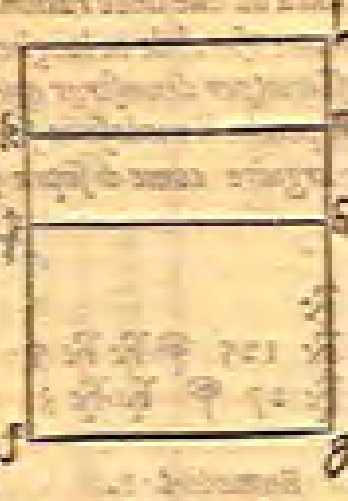
Bimedial 2.
R R 200 ℙ R R 18.

Conciosia che ogni due linee medial communicante solamente in potentia contengano superficie rationale, ouer mediale, come è manifesto per la precedente, hor consequentemente insegna a trouar quelle due lequale contengano superficie rationale & poi quelle che contengano superficie mediale, onde el proposito è di trouare due linee mediale solamente in potentia communicãte,delle quale la piu longa possi piu della piu breue inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a essa linea piu longa lequale contengano superficie rationale,a questo secondo la dottrina del.21.toglio le due linea.a.& b.solamente in potentia rationale communicante delle quale la piu longa(laqual sia.a.)possi piu della piu breue (laquale sia.b.)inel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longhezza, & mettarò la linea.c.(secõdo la dottrina della.9.del.6.) inel mezzo loco proportionale fra. a.& b. & penerò che la proportione del.a.al.b.sia si come del.c.al.d.& come questo se faccia è detto nella.10.del.6.al presẽte dico le due linee,c,& d.esser quelle che cercamo,perche le manifesto(per la.23.)



che

uer posta la superficie.f.h.equal al quadrato a.e.& k.inequale alla superficie.a.c.& k.l.equale al quadrato.d.e, & queste tre superficie.f.h.h.k.& k.l. saranno continuamente proportionali, si come sono le sue equale.a.e.a.c.& d.c,per laqual cosa (per la prima del.6.)etiam le tre linee.g.h.h.m. & m.l.(lequale sono base de quelle)saranno continuamente proportionale,& concioscia che le superficie.f.h.& k.l.siano communicante,si come li duoi quadrati.a.e.& e.d.a quelle equale seguita (per la prima del.6.) & (per la.14.di questo)che la linea.g.h.sia communicante con la.m.l. & l'una & l'altra de quelle è rationale in potentia(per la.24.de questo)adonque la superficie dell'una di quelle in l'altra è rationale perche ogni superficie laqual che contenuta da due linee rationale in potentia, communicante in longhezza necessariamente è rationale(come è manifesto) (per la prima del.6.)et(p la prima parte della. 24.de questo) & per la diffinitione delle superficie rationale,et perche(per la prima parte della.17.del.6.) lo quadrato della linea.h.m.e equale alla superficie del la.g.h.in.m.l.el quadrato della linea.h.m.sarà rationale,adonque se la linea.h.m.è rationale in longhezza, ouer communicante alla linea.k.m. laquale è equale alla linea.f.g.(per la.19.)la superficie.h.k.serà rationale,e però etiam la sua equale,a.c,ma se la linea h.m.sia irrationale in longhezza, ouer incommensurabile alla linea.k.m,laquale è equale alla linea.f.g,concioscia che essa sia rationale al manco in potentia imperoche el suo quadrato è rationale la superficie.h.k.(per la.23.)serà mediale, per laqual cosa etiam la sua equale.a.c.adonque è manifesto el proposito.& nota che se le due linee.a.h.& h.e.fussemo mediale communicante in longhezza la superficie.a.c.seria solamente mediale perche la superficie.a.c.seria communicante all'uno e l'altro di duoi quadrati.a.e.& e.d.(per la.1.del.6.)& per lo presente presupposito,e per la.24.di questo la linea.h.m.seria communicante all'una e l'altra delle due linee.g.h.& l.m.et perche ambedue queste sono rationale solamente in potentia non communicante in longhezza al la linea.f.g.anchora la.h.m.seria rationale in potentia solamente non communicante in longhezza alla linea.f.g.& però ne communicante alla linea.h.p.(per laqual cosa per la.23.)la superficie.h.k.serà solamente mediale e però etiam la.a.c.a lei equale,serà mediale, ma se le due linee.a.h.& h.e.fussemo mediale ne in longhezza ne in potentia communicante la superficie.a.c. non seria rationale ne mediale, perche se fosse cosi,cioè che le due linee.a.h.& h.e.fussemo mediale ne in longhezza ne in potentia communicante li due quadrati.a.e,et.e.d.seriano incommunicanti, adoque & le due superficie,f.h,et.k.l.a quelle equale anchor seriano incommensurabile per laqual cosa & le due linee.g.h.& m.l. seranno incommensurabile(per la prima del.6.)e per la seconda parte della. 24.de questo e perche l'una e l'altra de quelle è rationale solamente in potentia(p la.24.)la superficie dell'una in l'altra seria mediale (per la.23.)concioscia adonque che'l quadrato della linea.h.m.sia equal alla detta



super-

Lemma.

0 29 Puotemo trouuare duoi numeri quadrati, che el composto de quelli sia quadrato.

Siano posti sora duoi numeri, a,b, & b,c, & siano ouer pari, ouer dispari & per che (per la.25. del nono) se dal numero paro sia sottratto numero paro, & se dal numero dispare sia sottratto numero dispare (per la.26. di .o.) lo rimanente serà paro adonque lo rimanente, a,c, serà paro, sia segato, a,c, a due parti equale (per la decima del.1.) in ponto, d, e siano essi numeri. a,b, & b,c, ouer superficiali simili,

a d c b

ouer quadrati, e se sono superficiali simili adunque el producto de, a,b, in, b,c, giunto con el quadrato del, c,d, è equale al quadrato de, b d, & lo producto de, a,b, in, b,c, e quadrato, perche le manifesto (per la prima del nono) che se duoi numeri superficiali simili el ducto dell'uno in l'altro è numero quadrato adonque sono trouati duoi numeri quadrati cioè quello che è producto de, a,b, in, b,c, & lo quadrato de, d,c, liquali giunti ouer cõposti insieme sono el quadrato de. b. d.

Correlario.

0 29 Et per questo è manifesto che similmente sono trouati duoi numeri quadrati (l'uno di quali è el quadrato de. b. d. l'altro è el quadrato de c d.) lo eccesso di quali e quadrato che è el ducto de a.b. in. b c. Quando che essi a.b. & b.c. seranno superficiali simili, ma quando non seranno superficiali simili sono trouati duoi numeri quadrati sono di quali è el quadrato de. b. d. l'altro è el quadrato de. d. c. lo eccesso di quali (el quale è quel che contenuto sotto de. a. b. & b. c.) non è quadrato.

II. Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, el qual conclude che per le cose dimostrate nel soprascritto lemma non etiam a esser manifesto el medemo di trouare dui numeri quadrati la differentia dell'uno all'altro sia numero quadrato, et similmente de trouarne dui che la detta differentia non sia numero quadrato, cioè che quando li dui numeri. a.b. & b.c. (prima tolti pari ouero dispari) se seranno superficiali simili la differentia del quadrato de, b,d, al quadrato de, d,c, (laqual differẽtia serà la multiplicatione del, a,b, in, b,c,) serà numero quadrato ma se li detti dui numeri, a,b, & b,c, non seranno superficiali simili la detta differentia õ serà numero quadrato, perche el ducto de, a,b, in. b,c, (qual serà la detta differentia) nõ serà numero quadrato, per conuerso della prima del nono.

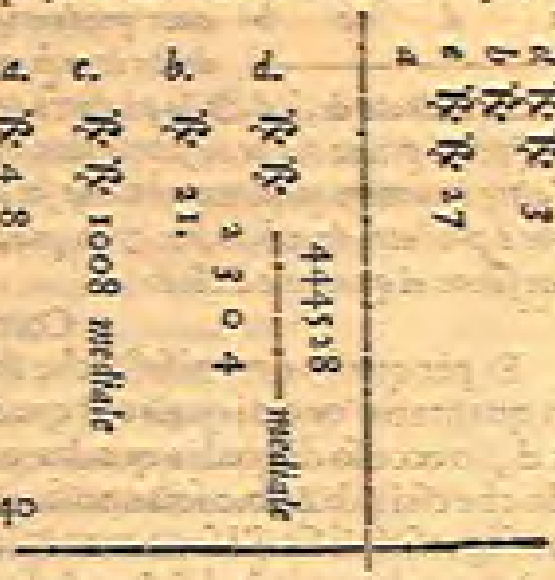
a g b d e f c b

Lemma, opposito del precedente.

0 29 Puotemo trouare duoi numeri quadrati che l composito de quelli non sia quadrato.

Anchora

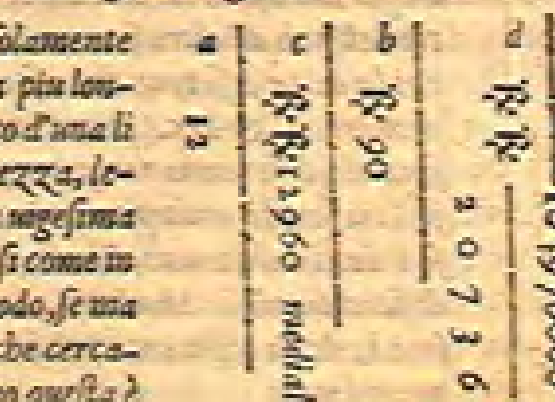
che la superficie, che contengono le due linee .a. & .b. è mediale, & perche (per la prima parte della 17. del 6.) el quadrato della linea .c. è equale alla detta superficie adonque (per la. 23.) la linea .c. serà mediale, & conciosia che'l sia del .a. al .b. si come del .c. al .d. et .b. communica con .a. in potentia solamente (per el presupposito) perche sia, a, quanto .b. è rationale in potentia, seguita (per la. 14. che .c. anchor cõmunichi con .d. in potentia solamente adonque (per la. 25.) conciosia che .c. sia linea mediale etiam .d. serà mediale & (per la prima parte della. 16.) la linea .c. serà più potente della linea .d. in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, adonque se le due linee .c. & .d. contégono superficie rationale esse sono quelle che cercamo, ma che quelle contengbino superficie rationale tu l'osserai in questo modo, conciosia che sia del, a, al, b, si come del, c, al, d, permutatamente del, a, al, c, serà si come del, b, al, d, ma del, a, al, c, era si come del, c, al, b, adonque del, c, al, b, è si come del, b, al, d, adonque (per la prima parte della. 17. del sesto) la superficie che contengono le due linee, c, & d, è equale al quadrato de, b, et lo quadrato del, b, è rationale (per el presupposito) conciosia che essa sia rationale in potentia, adonque le superficie che contengono le due linee, c, & d, è rationale per laqual cosa è manifesto el proposito.



Problema. 7. Propositione. 3.

25/27 Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia communicanti, lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea incõmensurabile in longhezza alla medesima linea piu longha.

Poste le due linee, a, & b, rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longha possi piu della piu breue in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza, lequale se ritrouano secõdo la dottrina della segesima seconda & stante tutte le altre positioni si come in la precedente argumentando con simel modo, se manifestarà le due linee, c, & d, esser quelle che cercamo, & nota che le due linee che insegnano questa è la precedente de trouare componemo lo binomio primo, & la menore de quelle taglia sta della maggior quella che rimane sien detta residuo medial primo.



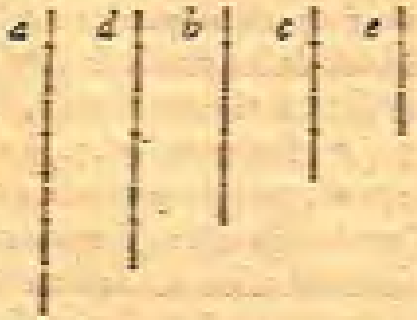
Lemma.

el quadrato de.c.e.non è numero quadrato,et cõciosia, che'l sia possibile dimostrar la predetta propositione per piu modi tamen li preditti serãno sufficienti a noi accio che la materia da se longa non sia piu longamente protratta.

Problema.8. Propositione.31.

26 28 32 Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia communicante lequale contengano superficie mediale delle quale la piu longa possa tanto piu della piu breue,quãto è il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa.

Conciosia che l'Auttore habbia insegnato a trouar due linee mediale solamente in potentia communicanti lequale contengano superficie rationale dellequale la piu longha possa piu della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza etiam incommensurabile con seco in longhezza. Al presente insegna a trouar due linee mediale solamente in potentia communicante con tinente superficie mediale,delle quale la piu longha sia piu potente della piu breue non in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, ma solamente le incommensurabile in longhezza perche quella se ha facilmente per questa, adonque siano le tre linee(tolte secondo la dottrina della vigesima seconda.) a.b.c. in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante & sia.a. piu potente della.b. & .c. in el quadrato d'una linea se incommensurabile in longhezza & sia posto.d.nel mezzo loco proportionale fra.a. & .b.(come insegna la nona del sesto) & sia del.d.al.c. si come del.a.al.c. dico le due linee.d. & .e.esser quelle che cercamo laqual cosa se demostra in questo modo conciosia che'l quadrato della linea.d.sia equale alla superficie che è contenuta sotto de.a. & .b. (per la prima parte della decima sestima del sesto) & la superficie contenuta sotto de. a. & .b. è mediale(per la vigesima terza)conciosia che.a.& b.sono in potentia solamente rationale communicante(per la medesima)la linea.d.serà mediale & perche del.a. al. c. è si come del. d. al.e.& .a. communica con.c.in potentia solamente(dal presupposito)seguita (per la decima quarta)che.e. anchora communichi con.d. solamente in potentia, adonque per la vigesima quinta la linea.e. serà linea mediale & etiam perche.a.e. piu potente della.c. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la.d,(per la sestadecima) serà piu potente della. e. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, adonque se le due linee.d. & .e.contengno superficie mediale le manifesto quelle esser quelle che cercamo,ma quelle contener superficie mediale se haverà in questo modo, conciosia (per el presupposito)che del.a.al.c.sia si come del.d. al.e. permutatamente del.a.al.d. serà si come del.c.al .e. ma del.a.al.d.e si come del.d.al.b. (per el presupposito)adonque del

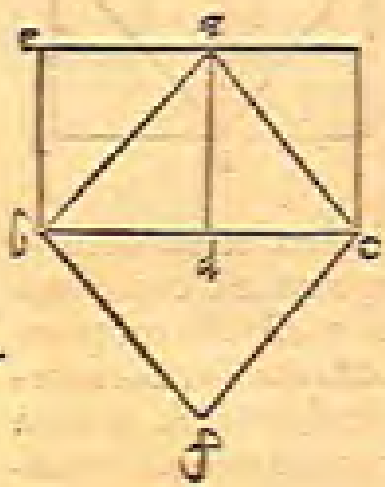


Anchora sia il produtto de,a,b,in,b,c. (come havemo detto) quadrato & a. a,numero paro & sia segato,c,a,per la.10.del primo,in due parti equali in punto. d.al presente è manifesto che el quadrato che vien fatto del,a, b. in. b.c. insieme con el quadrato de,c,d, è equale al quadrato de.b.d. sia cauato del, c, d, la unità qual sia,d,e,adonque quello che vien fatto del,a,b,in,b,c,insieme con el quadrato de,c,e,è minor del quadrato che vien fatto del,b,d. Dico adoque che quello quadrato che vien fatto del,a,b,in,a,c, insieme con el quadrato che vien fatto del.c.e. non è quadrato,perche sel è quadrato(per l'aduersario) over che le equale a quello che vien fatto dal,b,e,over che è menore, ma maggiore nō è atto che quello non segbi la unità, ne anchora che quello che fatto del,a,b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal,c, d, (che è equal al quadrato che vien fatto dal,b, d,) sia equale a quello che vien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal, c, e, ma se possibile è (per l'aduersario) sia prima che quello che vien fatto del. a. b. in. b. c. insieme con el quadrato che vien fatto dal.c. e. equal a quello che vien fatto del.b. e. & sia.g.a. el doppio di essa unità.d. e. perche adonque tutto.a.c. de tutto el.c.d.è doppio,& anchora,g, e doppio de esso,d, e, adonque & lo rimanente,g,c, (per la settima del.7.) al rimanente,e,c,e doppio, adonque il detto ponto,e, diuide esso,g, c, in due parti equale adonque quello che vien fatto del,g, b,in,b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal,c,e, è equale al quadrato che vien fatto dal, b,e, & quello produtto che vien fatto dal,b,in, b,c,insieme con el quadrato che vien fatto dal,c,e, el se suppone essere equale al quadrato del,b, e, adonque quello che vien fatto del,g, b,in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal.c.e.è equale a quello che vien fatto del, a,b,in,b,c,insieme con el quadrato del,c,e,lenado via communamente da l'una banda & l'altra el quadrato del,c, e seguita per communa scientia, che quello che vien fatto del,a,b,in,b,e, sia equale a quello che uiē fatto del,g,b,in,b,c, adonque,a,b, seria equale al,g,b,laqual cosa è impossibile, adonque quello che uiē fatto del.a.b.in.b.c.insieme con el quadrato de.c.e.non è equale al quadrato del. b.e. anchor dico che l'non po esser minor del detto quadrato de.b.e.perche se questo fosse possibile sia el quadrato del.b.f.equale a quello & sia.a.b.el doppio de esso,d, f,& sia conduttо un'altra volta l'aduersario che.b. c. (per la settima del.7.)è el doppio de.c.f.& che.f.segbi il detto.b.c.in due parti equali e per ūsto quello che uiē fatto del.b.b.in.b.c.insieme con el quadrato de.f.c.(per la sesta del,2,)è equal al quadrato del.b.f.ma el se suppone che quello che uiē fatto del.a.b.in.b.c.insieme cō el quadrato del.c.e. sia equale al quadrato de.b.f.sia adonque conduttо l'aduersario che ūsto che uiē fatto del.a.b.i.b.c.insieme cō el quadrato de.c.e.è equal a quello che vien fatto del,b.b.in b.c.insieme cō el quadrato de.c.f.che è una cosa absorda adonque quello che vien fatto dal.a.b,in,b.c.insieme con el quadrato del.c.e.no è minore del quadrato del.b. e. & è stato prouato che l'non è equale a quello ne etiam maggiore di quello adōque quello che vien fatto del.a.b.in.b.c. insieme con el qua-

a
g
b
d
e
f
c
b

que si come è del,c,b,al,b,a,così è del,a,b,al,b,d,adonque quello rettã golo che contenuto sotto del,c,b,&c,b,d, è equale al quadrato del,a,b, per laqual cosa anchora quello che contenuto sotto del, b, c, &, c,d, è equale al quadrato de,a,c,& perche se in el triangolo rettãgolo dal angolo retto in la basa sia dutta la perpendicolare la detta perpendicolare è media proportionale fra li duoi fecmenti della basa (per el correlario della ottava del sesto)adonque si come,b,d,al,d,a,così è,a,d,al,d, c,adonque(per la decima settima del sesto)quello che contenuto sotto del,b,d,&,d,c,è equal al quadrato de,a,d,anchora dico che quello che contenuto sotto de,b,c,&,a,d, è equale a quello che è contenuto sotto del,b,a,&,a,c,perche come hauemo detto lo triangolo, a, b, c, è simile al triangolo, a,c,d, adõque si come è el,b,c,al,c,a, così è el.b.a.al,a.d.& se seranno quattro linee rette proportionale quello che è contenuto sotto alli estremi per la sesta decima del sesto , e equale a quello che è contenuto sotto alli medii adonque quello che contenuto sotto de,b,c, &, a.d. è equale a quello che contenuto sotto de.b.a.&.a.c. ouer quando anchora circonscriuemo lo paralellogrammo rettangolo e.c. & che cõ piemo lo.a.f.anchora lo.e.c per la quadragesima prima del primo, serà equale a esso.a.f. perche l'uno e l'altro de quelli è doppio de esso triãgolo.a.b.c.& lo.c.e, è quello che uiẽ fatto del,a,d,in,b,c,& lo.a.f.e quello che contenuto sotto del b.a.&.a.c. adonque quello che contenuto sotto de.b.c.&.a.d.è equale a quello che contenuto sotto de,b.a.&.a.c. perche,a,d,è equale al,e,b.

Il Tradottore.



Questo lemma se ritroua solamente nella seconda tradottione & è molto al proposito per dimostrare la propositiõ che seguita,cioè doue se arguisse per la quarta & sesta decima del sesto se verifica per lo presente lemma.

27
3

Problema. 9. Propositione. 32.

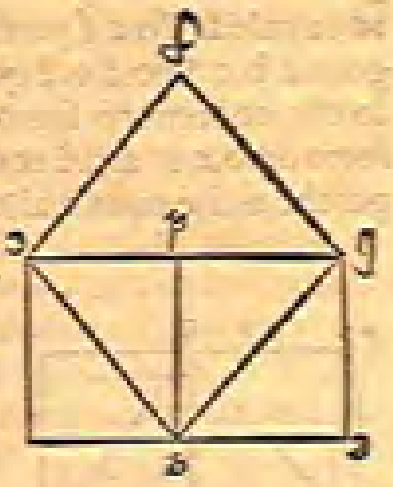
Puotemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano rationale.

El proposito è di trouare due linee incommensurabile si in potentia come in longhezza le quale contengano superficie mediale & li quadratì de ambedue tolti insieme facciano superficie rationale & a questo toglio (per la septima seconda) le due linee,a.b,& c,d,rationale solamente in potentia communicante delle quale la piu longa(qual sia,a.b,)sia piu potente de,c,d,in el quadrato de alcuna linea incommen-

del.d.al.b.e si come del.c.al.e. adonque (per la prima parte della decima sesta del sesto) la superficie che contengono,d, & ,e, è equale a quella che contengono,c, & ,b, M.a.b. & c.contengono superficie mediale (per la vigesima terza) concio sia che essi siano rationale in potentia solamente communicante (per el presupposito) adonque,d, & ,e, contengono superficie mediale che è el proposito. Et se tu hauesse cura di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, torano tre linee (secondo la dottrina della vigesima prima) a.b.c. in potentia solamente rationale et in quella solamente communicante, & poneremo la linea,a, esser piu potente della linea. c. in el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza, & tutte le altre positioni remaneranno come per auanti & con simil argumentationi concluderemo le due linee,d, & ,e, esser quelle che se propone de trouare, & nota che le due linee che questa trigesima insegna di trouare componeno la bimediale seconda, & la minore de quelle taglinta dalla maggiore quella parte che rimane è detta sidua mediale secondo.

Il Tradottore.

Q uesta ultima parte aggiunta de trouare le dette due linee mediale che la piu longha sia piu potẽte della piu breue in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, nella seconda tradottione se da la propositione & è la trigesima seconda & nella ispositione nel fine ui se aggionge la presente cioè la seconda parte della presente propositione e della prima parte se ne fa un'altra propositione laqual è la vigesima ottaua cioè ne fa due propositioni.



Lemma.

o 33 Sia lo triangolo rettangolo. a. b. c. elquale habbia l'angolo.b.a.c.retto, & sia dedutta (per la duodecima del primo) la perpendicolare a d.dico che quello rettangolo che è contenuto sotto de.c.b.&.c.d.b.è equale al quadrato de.b.a. & quello che contenuto sotto de.b.c.&.c.d.è equale al quadrato del.a.c.& quello che contenuto sotto de.d.b.&.d. c. è equale al quadrato che fano del.a d. oltra di quello quello che uien contenuto sotto,de.b.c.&.a.d è equal a quello che uien fatto sotto del.b a. &.a.c.hora in le prime che quello che cõtenuto sotto del.c.b.&.b.d. sia equale al quadrato del.a.b. perche in el triangolo rettangolo dall'angolo retto in la basa è dutta la perpendicolare.a.d.adonque (per la ottaua del sesto) li triangoli.a.b.d.&.a d.c. sono simili al tutto etiam fra loro,& perche (per la cõuersione della diffinitione del sesto) lo triãgolo.a.b.c. e simile al triangolo.a.d.b. adonque

prima parte della sestadecima propositione del medesimo) la superficie della, a, e, in, e, b, e a quella (cioè alla superficie della, a, b, in, g, c,) equale. Le due linee, a, e, & , e, b, è manifesto, esser quelle che uolemo, & nota che le due linee che insegna di trouare questa trigesima seconda propositione componeno la linea maggiore, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane se dice linea minore.

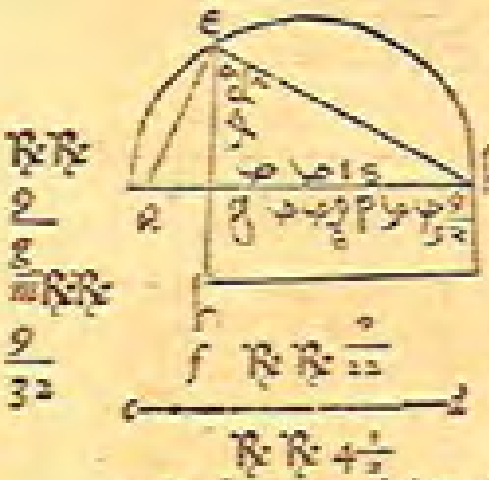
Il Tradottore.

Che la superficie della, a, e, in la, e, b, sia equal alla superficie della, a, b, in la, g, e, è manifesto per lo soprascritto lemma, ma perche il commentatore della prima tradottione non lo trouo se sforzato a concluder tal cosa (per la quarta del sesto) e per la sestadecima del medesimo come di sopra appare.

Problema. 10. Propositione. 33.

28/34 Puotemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contenghino superficie rationale dellequale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale.

Sia in questo luoco in tutto la medesima dispositione che è in la precedente, & siano le due linee, a, b, c, d, quale propone la trigesima & cosi le simile argomentationi della precedente le due linee, a, e, & , e, b, seranno quelle che propone questa trigesima terza perche conciosia che la linea, a, b, sia mediale el quadrato de quella (per la trigesima terza) serà mediale e però li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, sono mediale (per la penultima del primo) & perche. a. b. & c. d. contemeno superficie rationale, seguesa anchora che della. a. b. in. c. f. (e però etiam in. g. e. a se equal) cõtenerà superficie rationale, e per rãto etiã la. a. e. in. e. b. adunque è manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna di trouar questa trigesima terza componeno la linea potente un rationale e mediale, e la minor di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta linea che gionta con rationale compone il tutto mediale.

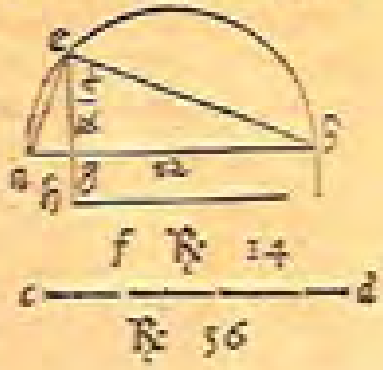


Problema. 11. Propositione. 34.

29/35 Puotemo ritrouare due linee potentialmente incommensurabile, & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale, incommensurabil al doppio delle superficie dell'una in l'altra.

Anchora la dispositione di questa non sia in cosa alcuna diuersa della dispositiõ delle due precedente, & siano le due linee. a. b. & c. d. (della figura della precedente)

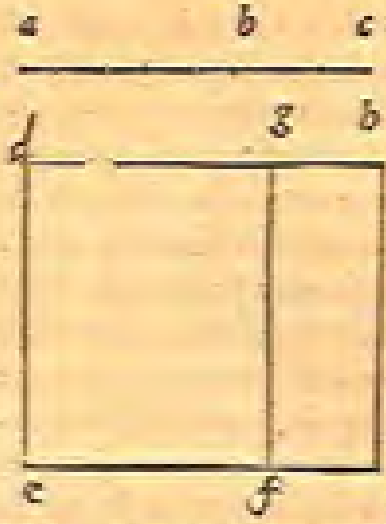
commensurabile con seco in longhezza oportet esse binomium. 4 fine. 5 fine. 6. & sopra la linea, a, b, descrivo el mezzo cerchio, a, e, b, & divido la linea, c, d, in due parti equali in ponto, f, & divido la linea, a, b, al ponto, g, talmente che la linea, c, f, cada nel mezzo luoco proportionale fra la, a, g, & la, g, b, & qualmẽte questo si faccia e stato detto in la decima settima et pongo che la superficie, b, b, sia facta del, a, g, in, g, b, & (per la prima parte della decima settima del sesto) el quadrato della, c, f, serà equale alla superficie, b, b, & perche el quadrato della, c, f, è equale alla quarta parte del quadrato della, c, d, (per la quarta del secondo) & perche la superficie, b, b, manca a compir la linea, a, b, una superficie quadrata, concio sia che, a, g, sia equale al, g, b, & perche la linea, a, b, è pin potente della linea, c, d, m el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza (dal presupposito) la linea, a, g, (per la seconda parte della decima ottava) serà incommensurabile alla linea, g, b, adonque dal ponto, g, conduco una pendendicolare sopra la linea, a, b, per fina alla, circonferentia del mezzo cerchio laqual sia, g, e, et protrago le linee, e, a, et, e, b, lequale dico esser quelle che cercamo, perche la, e, g, serà equale alla, c, f, imperoche l'una & l'altra cade nel mezzo luoco proportionale fra la, a, g, & g, b. La prima (per la prima parte del correlario della ottava del sesto) & la seconda (per el presupposito) per laqual cosa, el quadrato dell'una & dell'altra de quelle (per la prima parte della decima settima del sesto) è equale alla superficie del, a, g, m, g, b, laquale è, b, b, adonque essi sono equali, ma perche (per la quarta del sesto) la proportione della, a, e, alla, e, b, è si come della, a, g, al, g, e, & , a, g, & g, e, & , g, b, sono continuamente proportione pericche serà la proportione della, a, g, alla, g, b, si come quella della, a, e, alla, e, b, dupplicata, per laqual cosa (per la decima ottava del sesto) el quadrato della linea, a, e, al quadrato della linea, e, b, serà si come la, a, g, alla, g, b, essendo adonque la, a, g, incõmunicãte alla, g, b, (p la secõda parte della decima quarta) el quadrato della, a. e, serà incommunicante al quadrato della, e, b, per laqual cosa le due linee, a, e, & , e, b, sono incommensurabile in potentia, & perche (per la penultima del primo) el quadrato della, a, b, è equale alli quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme & lo quadrato della, a. b. è rationale concio sia che la, a, b, è rationale in potentia (per el presuppesito) anchora li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme seranno rationale & se quelle due linee contengono superficie mediale haremo hauto el proposito & perche la linea, e, d, era rationale in potentia & in quella solamente communicante alla linea, a, b, per laqual cosa etiam la linea, c, f, (e però etiam la linea, g, e, a se equale) serà rationale, & solamente in potentia communicante con la, a, b, e per canto (per la vigesima terza propositione) la superficie della, a, b, m, g, e, è mediale, adonque perche (per la quarta propositione del sesto libro) & (per la



a. g. 6. mẽ ℞ 22
g. b. pin ℞ 22

e. b. ℞ 72 ℘ ℞ 168
e. a. ℞ 72 mẽ ℞ 168

tinéti superficie rationale, siano congiunte directamente, tutta la linea composta da queste serà irrationale, & serà detta bimedial primo.



Siano le due linee, a,b, et, b,c, congiunte in continuo & directamente (quale uien proposto) le qual trouerai (per la uigesimanona & trigesima) dico tutta la linea, a, c, esser irrationale, & è chiamata bimedial primo, perche el doppio della superficie de, a,b, in, b,c, e rationale (per el presuppesito) & li duoi quadrati delle due linee. a.b. & .b.c. tolti insieme fanno mediale, & cioßia che l'uno & l'altro quadrato sia mediale (per el presuppesito) et uno de quelli communicante all'altro, adonque el doppio della superficie de una di quelle in l'altra e incommunicante alli duoi quadrati tolti insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie e di duoi quadrati (e questo è il quadrato de tutta la, a,c, per la quarta del secondo) è incommensurabile al doppio della superficie de una di quelle in l'altra (per la tertiadecima di questo) concioßia adonque che il doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della, a,c, serà irrationale & però etiam la linea, a,c, che è el proposito.

A demostrare el medesimo altramente, sia la linea, d, e, rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto ouer posto la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee. a.b, & .b.c. & questa superficie, d,f, serà mediale concioßia che l'uno & l'altro di duoi quadrati sia mediale (per el presuppesito) & l'uno di quelli è communicante all'altro per laqualcoßa (per la uigesima quarta) la linea. d. g. e rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea, d, e. un'altra uolta sopra alla linea. f. g. (laquale è equale alla. d. e.) sia aggionto ouer posto la superficie, f, b, equale al doppio della superficie della. a.b. in. b. c. & la detta superficie. f. b. serà rationale (per el presuppesito) per laqual cosa (per la uigesima) la linea. g. b. serà rationale in longhezza adonque le due linee. d. g. & .g. b. sono potentialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque (per la trigesima quinta) tutta la linea da quelle composta, laquale è. d. b. e binomio & irrationale, per laqual cosa (per la uigesima per destruction del consequente,) la superficie. e. b. e irrationale, & perche (per la quarta del secondo) lo lato tetragonico di quella e la linea. a. c. laquale serà irrationale (per la diffinitione laqual cosa bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

Il medesimo seguiria tolendo la linea, d, e, rationale solamente in potentia, cioè che'l non necessitè a torla rationale in longhezza perche argumentado come nel l'altra se trouerà la linea. d. b. esser medesimamente binomio.

Theorema. 26. Propositione. 37.

32
38 Se due linee mediali solamente potentialmente communicante &

conti-

dente) quale propone la. 31. & per la precedente argumentatione le due linee, a, e, & e, b, saranno quelle che cercamo, perche conciosia che la, a, b, sia linea mediale li quadrati delle due linee, a, e, & e, b, tolti insieme seranno mediale, & conciosia che la, a, b, & c, d, contengano superficie mediale, seguita che la, a, b, m, e, f, (e però etiã m, e, g, a quella equale) contenemo superficie mediale, perche ogni superficie commensurabile alla mediale è necessario esser mediale come è stato dimostrato in la trigesima quinta adonque la superficie de, a, e, in, e, b, e mediale conciosia che essa sia equale alla superficie de, a, b, m, g, e, & perche la linea, a, b, e incommensurabile alla linee, c, d, sarà etiam incommensurabile alla linea, e, f, per laqual cosa etiam alla linea, e, g, per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la superficie de, a, b, m, e, g, (laquale è equale alla superficie della, a, e, in, e, b,) serà incommensurabile al quadrato della linea, a, b, adonque etiam alli quadrati delle due linee, a, e, & e, b, tolti insieme, laqual cosa essendo cosi seguita ancora che el doppio della superficie de, a, e, in, e, b, sia incommensurabile alli quadrati delle predette due linee, a, e, & e, b. tolti insieme & questo era da dimostrar. Le due linee lequale insegna de trouare questa trigesima quarta componeno la linea potente in due mediale & la minore di quelle togliata dalla maggiore quella che rimane è detta la linea laquale gionta con mediale fa el tutto mediale.

Theorema. 24. Propositione. 35.

30 / 36 Se seranno due linee rationale solamente potentialmente communicante, & siano congiunte directamente in longo, tutta la linea composita da quelle serà irrationale, & è detta binomio.

Siano le due linee, a, b, & b, c, rationale solamente in potentia communicante congionte incontinuo & directo (lequale tu le trouerai) per la. 21. & trigesima 2.) dico che tutta la linea, a, c, cõposta da quelle essere irrationale & essa e detta binomio, perche (per la quarta del secondo) el quadrato de, a, c, è equale alli quadrati delle due linee, a, b, & b, c, & al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue fanno superficie rationale (per el presupposito) & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale (per la trigesima terza) adonque li quadrati de ambedue tolti insieme fanno superficie, incommensurabile alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque (per la tertiade cima) el quadrato de, a, c, e incommensurabile alli dui quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme per laqual cosa è irrationale (per la diffinitione) cõciosia che quelli dui quadrati fanno superficie rationale, è però el suo lato tetragonico (el quale è, a, c,) è ancora irrationale (per la diffinitione) adonque è manifesto el proposito.

a b c

Theorema. 25. Propositione. 36.

31 / 37 Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & con-

li quadrati tolti insieme siano rationale, tutta la linea serà irrationale, & quella serà detta linea maggiore.

Siano le dué linee a.b. & b.c. congionte in continuo & dritto si come se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) duo la a.c. de quelle cõposta esser linea irrationale & esser chiamata linea maggiore, perche conciosia, che ambi li quadrati tolti insieme siano rationale, & la superficie dell'una in l'altra superficie mediale (per el presuppposito (per laqual cosa etiam el doppio di quella serà mediale, el tutto di dui quadrati tolti insieme serà incommunicante, al doppio della superficie del l'una in l'altra, adonque tutto lo aggregato dalli dui quadrati & dal doppio della superficie) & questo è equale al quadrato de a.c. (per la quarta del secondo) serà (per la 13. de questo) incommensurabile alli dui quadrati delle due linee a.b. et b.c. tolti insieme, adonque (per la diffinitione) el quadrato della linea a.c. è irrationale etiame la linea a.c. irrationale, che è il proposito, a dimostrare el medesimo altramente si come in la precedente, alla linea d.e. (laquale sia rationale solamente in longhezza (sia aggiunta la superficie d.f. laqual sia equale alli dui quadrati delle due linee a.b. & b.c. tolti insieme, et serà rationale (per el presuppposito) per laqual cosa (per la 20.) el secondo lato di quella, el qual e.d. g. serà anchora rationale in longhezza. & commensurabile alla linea d.e. anchor sopra al la linea f.g. sia aggiunta la superficie f.b. equale al doppio della superficie de a.b. in b.c. & serà mediale (per el presuppposito) per laqual cosa (per la 24.) la linea g.b. lequale è el secondo lato di quella è rationale solamente in potentia adonque (per la 35.) la linea d.b. è binomio & irrationale, e però (per la 20. della destruttione del consequente) la superficie e.b. è irrationale per laqual cosa lo lato tetragonico di quella, el qual (per la 4. del 2. è la linea a.c.) è irrationale (per la diffinitione,) laqual cosa volemmo dimostrare.



Il Traduttore.

Medemamente come nelle altre è stato detto e, non è necessario in questa a tor la linea d.e. rationale in longhezza, ma basta che sia rationale & concluderasse il medemo.

Theorema. 28. Propositione. 39.

34/40 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile, & continenti superficie rationale delle quale ambi li quadrati tolti insieme siano mediale tutta la linea serà irrationale & serà detta potente in rationale e mediale.

Siano come in la precedente le due linee a.b. & b.c. in continuo & dritto con-

giunte

continente superficie mediale sian congionte direttamente, tutta la linea serà irrationale & serà detta bimedial secondo.



Sian le due linee. a.b. & .b.c. mediale congionte in continuo et diretto come se propone lequale (per la. 31.) accade esser trouate. dico tutta la linea.a.c. da quelle composta esser irrationale, & quella e chiamata bimedial secondo, e per dimostrar questo sia la linea.d.e. rationale in lõgherzza sopra alla quale sia posta ouer agiõta la superficie.d.f. equale alli dui quadrati delle due linee.a.b. & .b.c. tolti insieme, & perche (dal presupposito) quelli dui quadrati sono communicante (che l'un e l'altro e mediale) la superficie.d.f. serà mediale, perla qual cosa (per la. 24) la linea.d.g. (laquale e el secondo lato de quella) e rationale solamente in potentia & in commensurabile in lõgherzza alla linea.d.e. un'altra volta sia agionto alla linea.g.f. (la quale e equale alla linea.d.e.) la superficie.f.b. equal al doppio della superficie de.a.b. in.b.c. & serà etiam la superficie.f.b. mediale, perche (per el presupposito) la superficie de.a.b. in.b.c. era mediale, adonque el doppio di quella (al quale e equale la.f.b.) serà mediale (per la 24.) adonque la linea.g.b. e rationale in potentia solamente & incommensurabile in longherzza alla linea.g.f. & perche.a.b. & .b.c. son solamente in potentia communicante (per la prima del. 6. et per la seconda parte della. 14. de questo) la superficie dell'una in l'altra serà incommensurabile al quadrato dell'una & dell'altra. ma perche li quadrati de quelle communicano (per el presupposito) serà la detta superficie (perlaqual cosa) & el doppio di quella serà incommunicante alli dui quadrati de quelle volti insieme, adonque le due superficie.d.f. & f.b. sono incommẽsurabili, adonque (per la prima del. 6. & per la seconda parte della. 14. de questo) la linea.d.g. serà incommensurabile alla linea g.b. la quale conciosia che la sia rationale in potentia (per la trigesima quinta) tutta la linea d.b. serà binomio et irrationale adonque (per la nigesima dalla destruttione del consequente) la superficie.e.b. serà irrationale, & perche lo lato tetragonico di quella (per la quarta del secondo) e la linea.a.c. seguita (per la diffinitione) che la linea, a.c. sia irrationale che era el proposito da demostrare.

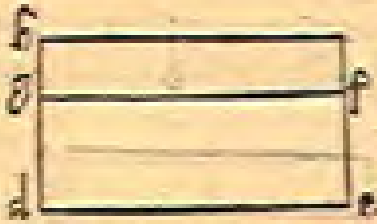
Il Tradottore.

Similmente in questa come fu detto sopra la precedente el non e necessario a tor la linea.d.e. rationale in lõgherzza anci basta a torla (largo modo) rationale & arguendo come di sopra seguirà medemamente la linea.d.b. esser binomio.

Theorema.27. Propositione.38.

33 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommen-
39 surabile, & che contengano superficie mediale, delle quale ambidui

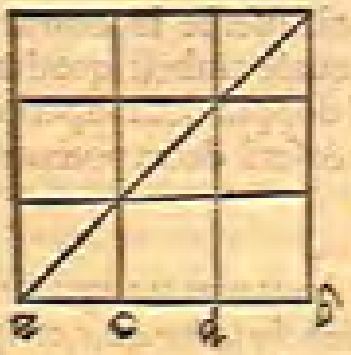




cie.f.b. laqual sia equale al doppio della superficie del l'una in l'altra, serà anchor dal presupposito, mediale per laqual cosa (per la.24.) la linea.g.b. serà rationale solamente in potentia, ma perche per el presupposito, ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che d.f. sia incommensurabile al.f.b. per laqual cosa (per la prima del. 6. & per la seconda parte della.14.de questo) la linea.d.g. è incommensurabile alla.g.b. adonque (per la.35.) la linea.d.b. è binomio & irrationale, adonque la superficie.e.b. è irrationale & similmente lo lato tetragonico di quella el quale a.c. come in la precedente per laqual cosa è manifesto el proposito, ma se il doppio della superficie della.a.b. in.b.c. non fusse incommensurabile a ambidui li quadrati tolti insieme, seria la linea.a.c. mediale, perche la superficie.d.f. seria commensurabile alla.f.b. e però & la linea.d.g. alla linea.g.b. adonque tutta la.d.b. seria ratione solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea.d.e. adonque per la.24. la superficie.e.b. seria mediale lo lato tetragonico di quella el qual è la.a.c. seria linea mediale che è il proposito e acioche la dottrina delle cose che seguitano si faccia piu facile havemo pensato de demostrare prima dui antecedēti delli quali el primo è questo.

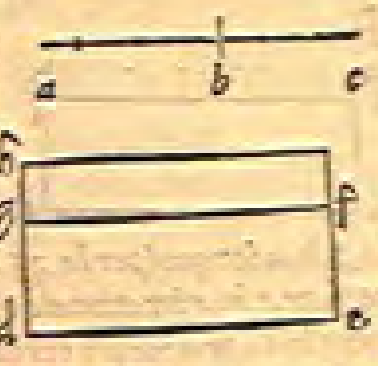
Antecedente primo.

36 o Se alcuna linea sia divisa in due parti inequali li quadrati de ambe le sectioni, tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie del l'una in l'altra quāto è il quadrato de quella linea in laqual la maggior eccede la minore.



Hor sia la linea.a.b. divisa in due parti equali in in ponto.c. & sia la parte maggiore.c.b. dalla qual sia tolto la.c.d. equale alla.a.c. Dico che li quadrati delle due linee.a.c. & c.b. sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea d.b. perche quello che sera fatto dalla.a.c. in la.c.b. due volte, con li quadrati delle due linee.a.c. & c.b. è equale a quello che sera fatto dal.a.c. in.c.b. quattro volte, con el quadrato della.d.b. imperoche l'una e l'altra de queste sieme sono equale al quadrato della linea.a.c.b. el primo (per la.4. del secondo) e lo secondo (per la ottava del medesimo) adōque levado sia dall'una e dall'altra summa cose equale, cioè quello che sera fatto dal.a.c. in. c.b. due volte li residui liquali sono del primo, li quadrati delle due linee.a.c. et.c.b. e del secondo quello che sarà fatto dal.a.c. in.c.b. due volte con el quadrato della.d.b. serāno equali per laqual cosa è manifesto el proposito, adonque da questo è manifesto

gionte come se propone & queste sono da esser trouate (per la.33.) Dico che tutta la linea.a.c. (da quelle composta) serà irrationale & quella è chiamata linea potente in rationale e mediale, perche conciossia che la superficie de.a.b in.b.c. sia rationale (per el presupposito) e però etiam el doppio de quella, & ambi li quadrati tolti insieme sono mediale segue (per la.4. del secondo & per la terzadecima de questo si come in la precedēte) che'l quadrato di tutta la.a.c. sia incommunicante al doppio della superficie de.a.in.b.c. adoque (per la diffinitione) quello è irrationale & la linea.a.c. irrationale che è el proposito, a demostrar el medemo per un'altro modo, sia come in la precedente la linea.d.e. rationale in longhezza, & a quella sia agionta la superficie.d.f. equale alli doi quadrati delle due linee.a.b. & b.c. tolti insieme & serà mediale (dal presupposito) adonque per la. 24. la linea.d.g. serà rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea d,e, Et sia la superficie,f,h, agionta alla linea.g,f, equal al doppio della superficie del.a.b. in.b.c. & serà rationale (per el presupposito) & però (per la.20.) lo secondo lato di quella (el quale e.g.h.) serà rationale in longhezza per laqualcosa (per la.34.) la linea,d,h,e binomio & irrationale, & la superficie,e.h, (per la.20. dal la destruttione del consequente) e irrationale adonque conciossia che la linea,a,c, sia il lato tetragonico di quella per la.4. del.2. segue che la.a.c. sia irrationale per la diffinitione adonque è manifesto il proposito.



Il Tradottore.

Quel medesimo ch'è detto della linea,d,e, sopra le passate il medesimo si debbe intendere in questa & nella sequente.

Theorema.29. Propositione.40.

35/41 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommensurabile & continente superficie mediale delle quale ambi li quadrati tolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra, tutta la linea serà irrationale & serà detta potente in due mediale.

Siano anchor le due linee.a.b. & .b.c. in continuo et direttamente congionte, come se propone (lequale sono da esser tolte per la.34.) dico che la linea,a,c, composta da quelle, è irrationale & quella è detta potente in due mediale & per dimostrar questo sia aggionto alla linea,d,e, (laqual sia rationale in longhezza) la superficie,d,f, equale alli doi quadrati delle due linee,a,b, et,b,c, tolti insieme & se serà mediale per el presupposito) per laqual cosa per la.24. la linea,d,g, serà rationale in potentia solamente, et incommensurabile alla linea,d,e, rationale in longhezza, un'altra volta alla linea.g.f, laquale è equale alla,d,e, sia aggionto la superficie.f.h.



Sia la linea.a.b.binomio & (per la.35.)serà composta da due linee in potentia solamente rationale commu nicante,lequale siano.a.c.& c.b.dico che egliè impossibile quella esser divisa in altre due linee sotto questa diffinitione, cioè che esse siano rationale & in potentia solamente communicante, perche se gliè possibile (per l'adversario)sia divisa in.a.d. & .d. b. lequale siano rationale solamente in potentia communicante sia anchora la linea.e.f.rationale in longhezza alla quale sia aggiunta la superficie.e.g.laqual sia equale alli quadrati delle due linee.a.c.& c.b. tolti insieme, & la superficie.f.b.laqual sia equale al quadrato della linea.a.b. & la superficie.e.g.serà rationale imperoche l'uno e l'altro di quadrati delle linee.a.c. & c. b. tolti insieme è rationale (p el presupposito) & la superficie g.b.serà mediale (per la.23.)perche essa è equale al doppio della superficie della.a.c. c.in la.c.b.(per la.4.del.2.)adonque sia un'altra volta la superficie.f.k. equal alli quadrati delle due linee.a.d. & .d.b.tolti insieme, liquali conciosia che siano diverse dalle due linee.a.c.& c.b.(per la.2.di antecedenti avanti demostrati)la superficie,f,k,serà diversa dalla superficie,e,g,adonque la differentia de quelle sia la k.g.& (per la quarta del secondo)lo eccesso della superficie,f,b, sopra la,f,k,(laqual sia.k.l.)serà equale al doppio de quello che sien fatto dalla,a,d,in,d,b,et per questo etiam la superficie,f,k. serà rationale,e la superficie.k.l.serà mediale, adonque la superficie,k,g,(conciosia che la sia la differentia delle due superficie rationali)lequale sono,e,g,& ,f,k. serà rationale perche la rationale non è differente dal rationale se nō in quantità rationale, & questo dico dalla diffinitione et dalla duo decima di questo, lequale confirmano questo, anchora la medesima,conciosia che quella sia la differentia delle due superficie mediale,lequale sono,g,b,& ,k,b,(per la vigesima sesta)serà irrationale,laqual cosa è impossibile.

Theorema.31. Propositione.42.

37/43 La bimediale prima,divisa(secondo el suo termine)in due linee mediale,le impolsibile a dividere la medesima in altre due mediale,sotto el termine di quelle.

Sia anchora in questo luoco la linea,a,b,bimedial prima divisa in due linee mediale solamente in potentia communicante,& che contengano superficie rationale (dalle quale la trigesima sesta afferma quella esser composta)lequale siano,a,c,& , c,b. Dico che è impossibile quella esser divisa in altre due linee, sotto la diffinitione di quelle,laqual cosa,se serà possibile(per l'adversario)dividerò quella in ponto.d.e tolta la linea,e,f,rationale & sia aggionto a quelle la superficie,e,g,equale alli doi quadrati delle due linee,a,c,& ,c,b,& la superficie,f,b,equale al quadrato della, a,b.&

festo che se alcuna linea serà diuisa in due parti inequali li quadrati d'ebe le parti tolti insieme seranno piu del doppio della superficie dell una di quelle in l'altre, & per questa causa lo habiamo proposto.

36 Se alcuna linea ha diuisa in due parti inequali, & anchora in al-
42 tre due parti inequali li duoi quadrati delle due parti piu inequali tol-
ti insieme son tanto piu delli dui quadrati delle due parti mẽ inequali
tolti insieme quanto è el doppio del quadrato de quella linea, laquale
e fra l'una & l'altra sectione, & lo quadruppio de quello che uien fatto
dalla medesima linea in quella che è fra'l ponto della sectiõ delle parti
men inequali è il ponto che diuide tutta la linea in due parti equali.



Sia la linea.a.b.diuisa in due parti inequali in põto.c. e anchora in altre due parti inequali in põto.d. e un'altra volta in due parti equali in põto.e. dico che li quadrati delle due parti piu inequale (lequal son.a.c.e.c.d.) son tanto piu delli dui quadrati delle due linee meno in equal (lequal son.a.d.& .d.b.) quanto è il doppio del quadrato della linea.c.d.e lo quadruppio de quello che uiẽ fatto dalla.c.d. in la.d.e. perche (per la.9. del secõdo) li quadrati delle due linee.a.c.& .c.b. tolti insieme sono doppij alli quadrati delle due linee.b.e.& .e.c. tolti insieme.e (p la medesima.9. del secõdo) li quadrati delle due linee.a.d.et d.b. tolti insieme sono doppij alli quadrati delle due linee.b.e.et e.d. tolti insieme. adonque li quadrati delle due linee.a.c.& .c.b. tolti insieme, eccedono li quadrati delle due linee.a.d.& .d.b. tolti insieme in quello che il doppio del quadrato della linea.c.e. eccede el doppio del quadrato della linea.d.e. e questo (per la quarta del secondo) è tanto quanto che è il doppio del quadrato della linea.c.d. et lo quadruplo de quello che uien fatto dalla.c.d. in la.d.e. per laqual cosa è manifesto il proposito, per questo è manifesto che quanto piu seranno le sectione de alcuna linea inequale, tanto piu seranno maggiori li quadrati di quelle tolti insieme & questo è quello per il quale habiamo premesso questo.

Il Traduttore.

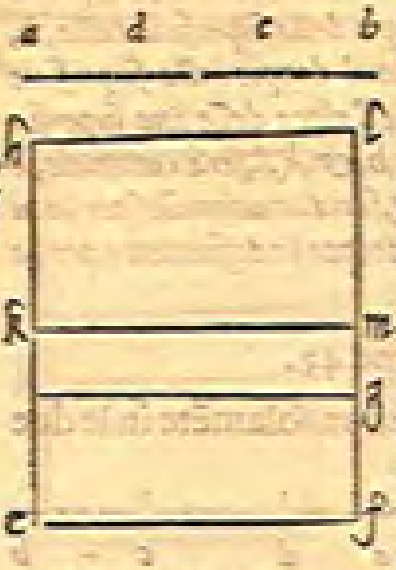
Che la differentia del doppio del quadrato della.c.e. al doppio del quadrato della.d.e. sia tanto quanto il doppio del quadrato della.c.d.& il quadruplo del dutto della.c.d. in la.d.e. (per la.4. del.2.) le manifesta in questo modo perche un sol quadrato della.c.e. è maggiore d'un sol quadrato della.d. e. in un quadrato dell altra parte.d.c. & in el doppio della superficie del la.c.d. in le.d. e. adonque duplicando l'un & l'altro quadrato se duplicarà la lor differentia, cioè che li dui quadrati della.c.e. eccederãno li dui quadrati della.d.e. nel doppio del quadrato dell altra parte.c.d.& nel quadruplo della superficie della.c.d. in la.d.e. come disopra si conclude che è il proposito.

Theorema.30. Propositione.41.

36 Egliè impossibile esser diuiso un binomio in altre due linee sotto el
42 termine, di quelle, dalle quale è congionto, & nominato.

Sia

esser commune alla quadragesima seconda & alle altre che seguitano quella.



Theorema.33. Propositione. 44.

La linea maggiore se nõ solamente in le due linee dalle quale è composta sotto al termine di quelle, non puo esser diuisa.

Sia anchora questa linea maggiore .a.b. diuisa in põto.c. in due linee potentialmente incommensurabile cõtenenti superficie mediale delle quale ambedua li quadrati tolti insieme siano rationale, perche da tale linea è composta come afferma la trigesima ottava, dico che egli è impossibile ad altro ponto essere diuisa quella in altre due linee, sotto quella diffinitione & se questo è possibile, sia diuisa al ponto.d. rimangano sotto a questa la medesima figura et li medesimi presuppositi come per auanti et arguisse (come in la quadragesima prima) la superficie.g.k. esser rationale & irrationale laqual cosa è impossibile.

Theorema.34. Propositione.45.



La linea potente in rationale & mediale, nõ se diuide sotto el suo termine, se non solamente in le sue due linee.

Anchora questa quadragesima quinta siãte la prima figura & position eccetto che detta linea .a.b. sia diuisa in ponto.c. in quelle due linee dalle quale la trigesima nona dice quella esser composta, se approua si come in la quadragesima seconda, & essendo altramente di quello che'l propone, ser à la superficie.k.g. rationale & irrationale, laqual cosa non puol esser.

Theorema. 35. Propositione.46.

La linea potente in due mediale non puol esser diuisa in altre due linee sotto el termine di quelle dalle quale è congionta, ma solamente è diuisibile in le sue due dalle spalle è composta.

41
47

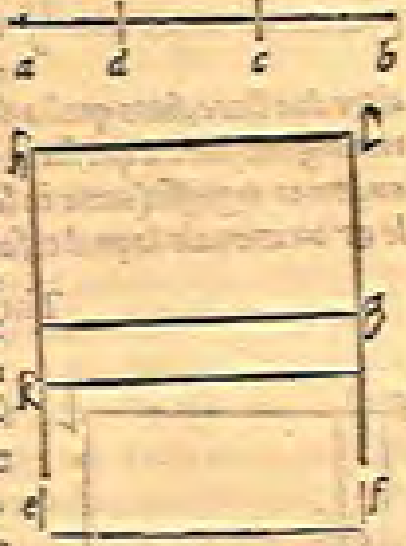
Perche questa quadragesima sesta diuisa linea .a.b. al ponto.c. quelle linee dalle quale la quadragesima dimostra quella esser composta, & stante tutte le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approua si come la quadragesima terza, perche dato el contrario del proposito, seguita el contrario della quadragesima prima laqual cosa è impossibile.

Secon-

a,b,& la superficie f,k,equale alli quadrati delle due linee,a,d, & d,b,et (per la quarta del secondo) la superficie g,b,serà equale al doppio della superficie della, a, c,in,c,b,e (per la medesima) la superficie.k.l.serà equale al doppio della superficie della,a,d,in la,d,b,(per el presupposito) ancbora l'una e l'altra delle due superficie.e.g.& .K.f.serà mediale e l'una e l'altra delle due,g,b,& ,k,l,serà rationale, e questo è impossibile,perche per el primo la superficie.k.g.seria irrationale(per la vigesima sesta) e per el secondo,la medesima seria rationale (per la diffinition e per la duodecima) laqual cosa è inconueniente.

Theorema.32. Propositione.43.

38/44 El bimedial secondo, non puol esser diuiso se non solamẽte in le due linee sotto el suo termine.



Sia come per auanti la linea,a,b, bimedial secondo diuisa in le due linee.a. c. & .c. b. mediale, solamente in potentia communicante, & contenenti superficie mediale, dalle quale (la trigesima settima propone quella esser composta.) Dico che egliè impossibile quel la esser diuisa in altre due linee sotto la diffinitione di quelle, & essendo altramente, sia diuisa in,d, & siano come per auanti la superficie.e.g.f.b.& .f.k.eggionte alle linee,e,f,rationale & (per la presente presuppposito) le superficie,e.g, & ,g,b,l'una & l'altra serà mediale,per laqual cosa (per la vigesima quarta) l'una & l'altra delle due linee,f,g,& ,g,b, serà rationale in potentia solamente non communicante in longhezza alla linea, e,f, ma perche le due linee,a,c, & ,c,b,erano incommensurabile in longhezza seguita(per la prima del sesto) & per la seconda parte della decima quarta de questo che l'uno & l'altro di quadrati delle linee,a,c, & ,c,b, sia incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra conciosia che la dette quadrati communicano(dal presuppposito) seguita che ambidui li quadrati tolti insieme sian incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra e però etiam al doppio de quella per laqual cosa la superficie,e, g,e incommensurabile alla superficie,g,b, & la linea,g,f,alla linea,g,l, (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta) adonque per la trigesima quinta la linea,f,l,e,binomio diuisa secondo el suo termine in ponto,g, & per el medesimo modo se approuerà quella esser binomio (per mezzo delle superficie,e, m. & .m.b.) diuisa secondo el suo termine in ponto,m. laqual cosa è impossibile(per la quadragesima prima) perche el non puo esser detto che la linea.f.l. sia diuisa alli duoi ponti.g. & .m. in parti cõsimili,perche essendo cosi seria la linea.f.m.equale alla,g,l, ma quella è maggiore della linea,m,l, come è manifesto dal primo di premessi antecedenti de queste (& per la prima del sesto) conciosia che la superficie,f, m, sia maggiore della superficie.b.m. & il modo della demostratione di questa puo esser

tia cioè il suo quadrato serà rationale, & queste tale da pratici sono dette radice sorde (come fu detto sopra la quinta diffinitione tratta dalla seconda traduttione) niente di meno tali quantità essendo linee, come piu uolte è stato detto, sono chiamate rationale per esser la sua possenza rationale, uero è che se tai radice, ouer quantità seranno superficie ben seranno dette irrationale per la uigesima terza & chiamanse superficie mediale & questo credo serà bastante per la dechiaratione del primo, secondo, & terzo binomio, hor uegnamo alla seconda parte.

Diffinitioni sucessiue alle precedente.

Anchora se la parte piu longa puol tanto piu della piu breue quanto è il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte piu longa, & se la piu longa poi delle dette parti serà communicante in longhezza a una posta rationale quella se chiamarà binomio quarto. Ma se serà la piu breue che communichi in longhezza con detta posta rationale se nominarà binomio quinto, & se serà che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quello communichi con la detta posta rationale serà detto binomio sesto.

Il Traduttore.

Questa seconda parte de diffinitioni quantunque la sia posta diffiunta dalle precedente tu l'hauerai a intendere congionta con la prima successiuamente, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore (delle due linee componenti el binomio in genere) serà piu potente della piu breue inel quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa quel tal binomio serà, ouer el quarto, ouer il quinto, ouer il sesto, perche ouero una delle due linee componente quello serà communicante in longhezza con la nostra presuppossta misura, ouer niuna se gli ne serà una, ouer che la serà la piu longa, ouer che la serà piu breue, se la sarà la piu longa serà detto binomio quarto, se la serà la piu corta serà chiamato binomio quinto, & se niuna serà detto binomio sesto, si uede adonque che el primo binomio non è differente dal quarto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sesto, salvo che la linea piu longa (delle due componente quello) è piu potente della piu corta inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longa & questo credo sia bastante a delucidatione delle soprascritte diffinitioni.

Problema. 12. Propositione. 47.

42/48 Pootemo trouare el primo binomio. Nella traduttion seconda è piu breue & ne pone il b.

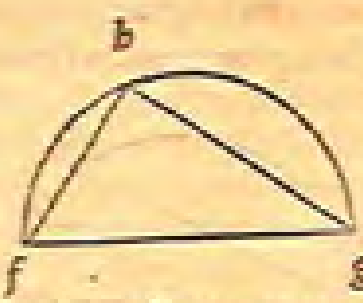
Sia la linea. La posta rationale, et sia tolti duoi numeri quadrati, b, & c, diquali c. sia dimsibile in un numero quadrato (qual sia. d.) & in uno non quadrato (qual sia. e.) & sia posto la proportione del quadrato della linea. a. al quadrato della linea. f. g. si come del numero. b. al numero. c. & (per la secõda parte della noma) la linea

Seconde diffinitioni.

Se la parte piu longa del binomio, serà piu potente della piu breue per accrescimẽto del quadrato d'una linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se dapoi la medesima parte piu longa, serà communicante a una linea posta rationale, quello se chiamarà binomio primo, Ma se serà la parte piu corta che communichi con la detta linea posta rationale se dirà binomio secondo & se ne l'una ne l'altra delle dette parti di quello communicharà con la detta linea posta rationale se chiamarà binomio terzo.

Il Tradottore.

In le sopraſcritte diffinitioni & in quelle che ſeguitano l'Auttore ne dà a cognoſcere le ſpetie di binomij lequale ſono ſei & in questa prima parte ſotto breuità ne diffinisse il primo ſecondo & terzo, & perche le due linee che componeno el binomio in genere (per la trigeſima quinta) ſono rationale & ſolamente in potentia communicante. onde ſeguita che cadauna di quelle (per lo conuerſo della quinta diffinitione della ſeconda tradactione) a ſortiore ſerà commenſurabile in potentia con la noſtra propoſta rationale (cioè con la noſtra pertica, uer piede, o paſſo, o altra misura formata a noſtro piacere con lequale ratiocinamo) perche ſe quelle non communicaſſeno ne in longhezza ne in potentia con la noſtra propoſta rationale, le non ſeriano rationale (che ſeria contra al preſuppoſito) uero è che ambedue non poſſono eſſer commenſurabile in lõghezza con detta noſtra propoſta rationale, perche (per la decima) ſeriano fra loro commenſurabile in lõghezza che ſeria contra la trigeſima quinta, ma ſolamente una, uer niuna ſerà commenſurabile in lõghezza cõ la detta noſtra propoſta rationale, anchor dico che la dette due linee che cõponeno el binomio in genere, uer che la piu longha e piu potente della piu breue in el quadrato duna linea commenſurabile in longhezza con la medeſima linea piu longha, uer incõmẽſurabile. Tornando adonque al propoſito quando la parte piu lõga del binomio ſerà piu potẽte della piu breue in el quadrato d'una linea commenſurabile in longhezza con la detta parte piu longa quel tal binomio ſerà uer il primo, uer il ſecondo uer il terzo, perche uer che una delle dette parti (uer linee) ſerà communicante in longhezza con la noſtra propoſta miſura rationale, uer niuna, ſe gli ne ſerà una uer che ſerà la piu longa, uer la piu corta, ſe la ſerà la piu longa ſerà detto binomio primo, ſe la ſerà la piu corta ſerà chiamato binomio ſecondo & ſe nuene di quelle ſerà communicante in longhezza alla detta noſtra miſura ſerà nominato binomio terzo, ma biſogna notare che quella parte che ſerà cõmunicãte in longhezza con la noſtra miſura ſerà numerabile in lõghezza, cioè, che la ſerà un numero di quella miſura che operaremo, o ſia paſſo, o pe o altra miſura formata a noſtro piacere. Et quella parte che non ſerà cõmunicante in longhezza cõ la detta noſtra miſura nõ ſerà numerabile in longhezza, cioè che la ſua longhezza non ſi potrà dar ne aſſignare per numero, ma ſolamente la ſua potentia



do adonque la linea.f.g.giunta con la.g.b. da prattici se descriuerà in questa forma. 12. piu R. 63. et questo composto serà binomio primo per la diffinitione del binomio primo. Et questo essempio lo ho posto per aprirti li occhi al redur queste cose alla prattica si in questa come nelle seguente si che nota la bene perche per l'advenire piu non aduerò essempio in numeri per non confondere lo intelletto ma per se medesimo supponendo la linea.a. divisa secondo che ti parerà per schivar rotti. & bisogna notare che si potea senza trouare la linea.f.b. trouar prima la.b.g. cioè che il quadrato della.f.g. al quadrato della.b.g. sia si come il numero.c. al numero e.

Problema. 13. Propositione. 48.

42 Paotemo inueſtigare il ſecondo binomio.
49

Questa operatione è molto longa, ma quella di Tbeõ è assai piu breue e chiara.

Sia come per auanti la linea posta rationale, a, & lo numero.b. quadrato & c. sia numero non quadrato divisibile in.d. non quadrato & in.e. quadrato, tamen in tal modo che la proportione de tutto el.c. (el quale è numero non quadrato) al.d. (el quale anchora numero non quadrato) sia si come de duoi numeri quadrati, & tal numero e. 12. &. 48. perche el. 12. è divisibile in. 9. (numero quadrato) & in. 3. numero non quadrato & la proportione de. 12. a. 3. è si come. 16. a. 4. di quali l'uno e l'altro è numero quadrato (per lo medesimo modo. 48. è divisibile in. 36. e. 12. & tai numeri co si li troverai. Sia. a. numero quadrato & sia anchor.b. minore de una unità del detto. a. el quadrato del quale sia. c. & dal. b. in. a. pervenga. d. & (per la prima delli incidenti la sesta decima del nono) el numero b. serà la differentia del. d. al. c. sia dutto el medesimo, a, in. c, & pervenga. e. & (per la prima parte del correlario della seconda del nono.) e. serà quadrato impero che l'uno e l'altro di numeri. a. & c. è quadrato (per el presupposto) sia fatto una altra volta. f. dal. a. in. d. et. f. serà quello el qual cercamo perche (per la ultima parte del detto correlario) lo numero. f. serà non quadrato impero che'l numero. d. si è non quadrato, perche se'l numero. d. fusse quadrato anchora el. b. seria quadrato (per la seconda parte del medesimo correlario della seconda del nono & per la vigesimaterza del ottano) & perche. a. è numero quadrato cascaria (per la decima settima del medesimo) un terzo cõmunamente proportionale fra. a. & .b. laqual cosa è impossibile concioscia che sono distan-

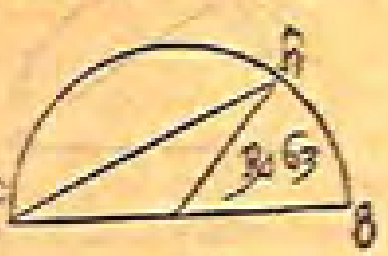
	a		
	b		4
d	c	e	
3	18	9	

a	b
4	3
d	e
12	9

d	f	e	c
12	48	36	30

ti per

La linea.f.g.serà commensurante alla linea.a.(posta rationale)in longhezza sopra a quella adonque sia lineato el mezzo cerchio.f.g.h.& sia la proportione del quadrato della linea.f.g.al quadrato della linea.f.h.si come del.c.al.d.et sia dutta la linea.g.h. dico adonque le due linee.f.g.& .g.h.congionte directamente(componere el binomio primo perche la linea.f.g.laquale è la piu longa) e piu potente della linea.g.h. (laquale è la piu corta) in el quadrato della linea.f.h. (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea.f.h.commensura alla linea.f.g.in longhezza(per la seconda parte della nona) conciosia che la proportiõ di quadrati de dette,f,g,& f,h,sia si come di duoi numeri quadrati liquali sono.c. & .d. & la linea.g.h. se conuiene esser rationale in potentia solamente non cõmensurante alla linea.f.g. in lõghezza e però ne etiam alla linea.a.posta rationale,perche conciosia che el quadrato della linea,f,g,al quadrato della linea.f.h.sia si come el numero.c.al numero.d.(per la euersa proportionalità)el quadrato della linea,f,g,al quadrato della linea.g.h.serà si come el numero.c.al numero.e.conciosia adonque che.c.sia numero quadrato & ,e,non quadrato. seguita per la ultima parte della nona)che la linea,g,h,sia incommensurabile alla linea.f.g.in longhezza rimane adonque essa linea.g.h.esser rationale solamente in potentia & (per la diffinitione) le linee,f,g, & ,g,h, componere binomio primo che era da trouare.



12
a
b
4
d c e
9 16 7

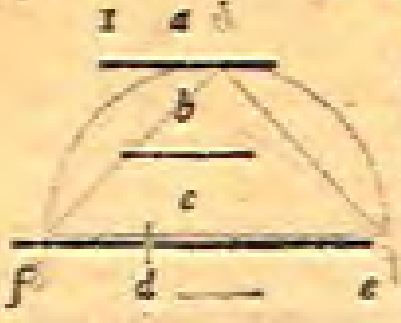
Per trouarlo praticalmente piglia la.a.per una misura. Onde lo quadrato della.f.g.in tal supposito saria.4.poi perseguirai come di sotto uedi. Se. 16. mi da 9. che darà ☐ f.g.4.opera che in tal supposito se daria 2 ¼ per il ☐ della.f.h. qual tratto del ☐ f.g.che 4.restaria 1 ¾ per il ☐ della.h.g.onde con tal positione tal binomio saria.2. ℞ 1 ¾ Ma supponendo la misura.a.piedi.6.il ☐ della.f.g.serà a esser piedi 144. superficiali & il ☐. della.f.h. saria.81.& il ☐.della.h.g.63.& la simplice.h.g.saria ℞ 63. & la.f.g. 12. el binomio saria. 12. ℗ ℞ 63.

Supponẽdo la.a. per una misura simplice 73 p. 1.
la.b.— 4 nu. quadrato.
la c. per 16.
la d. per 9.
la e. per.7.

Il Tradottore.

Se per caso la nostra misura,a, fusse quella che se dice una pertica diuisa in piedi sei et che il numero b,fusse quattro & il numero,c,sedeci diuiso in,d,& ,e, es,d, sia noue & ,e,sette la linea,f,g,seria a esser piedi dodeci & la linea,f,h,piedi noue & la linea,h,g,seria a esser la radice quadrata de sessanta tre piedi superficiali cioè che el quadrato della detta,h,g, seria sessanta tre piedi superficiali cioè sessanta tre quadretti d'un pie per facza come fu detto sopra la prima diffinitione del secõ-

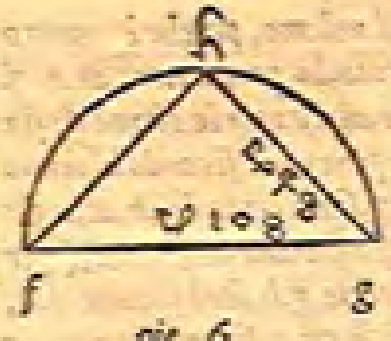
do



cauane sempre. 1. & resti. b. fatto questo multiplica. a. fia. b. & facia. c. dico. c. esser il numero ricercato, cioè non □ (per . . . del . .) & il dutto del . b. in se stia, d, e, & il dutto de b. nella. 1 facia. f. d. il qual. f. d. non sarà □ & d, e, sarà □ & la proportion de. f. d. al. c. serà come la unità al, a, (cioè. □) adonque la proportion de. c. al. f. d. sarà come de nu. □ a unu. □ (per esser come del. a. alla. 1.)

Problema. 14. Propositione. 49.

44/50 Puotemo insegnare, el terzo binomio.



Anchora el terzo binomio cosi se ritroua, posta (come per auanti) la linea, a, rationale in longhezza sia el, b, numero primo, & c, numero quadrato duisione in d, quadrato & in, e, non quadrato tutte le altre cose siano come per auanti. Dico che le due linee. f, g, & g. b. cãponeno el terzo binomio, perche ne l'una ne l'altra di quelle è commensurabile in longhezza alla linea a, posta rationale, ma l'una e l'altra gli è incommensurabile in longhezza la. f, g. (per la ultima parte della nona propositione) & la, b, g, (per la equal proportionalità, & per la ultima parte della nona) perche (per la equal proportionalità) el quadrato della linea, a, al quadrato della linea, g, b, e si come lo numero, b, al numero, e, l'una per mezzo del quadrato della linea. f, g, & l'altro per mezzo del numero. c, & li numeri. b, & e, non sono in proportione de alcuni numeri quadrati conciosia che. b, sia numero primo, perche se i fussono in la proportione de numeri quadrati seria necessario (per la decima settima del 8.) et per la ottaua del medemo fra quelli star uno terzo in continua proportionalità adonque (per la 18. del medemo) el numero, b, seria superficiale laqual cosa è impossibile, cõciosia che quel sia primo (dal presuppoſto) adonque la linea, g, b, e incommensurabile alla linea, a, posta rationale (per la ultima parte della nona) adonque perche la linea. f, g, e piu potente della linea, g, b, nel quadrato della linea. f, b, (per la trigesima prima del terzo, & per la penultima del primo) laqual commensura a quella in longhezza (per la seconda parte della nona propositione) & per la uersa proportionalità, & per la diffinitione del terzo binomio, e manifesto la nostra intentione.

pie 6

a

2

b

4 9 5

d c e

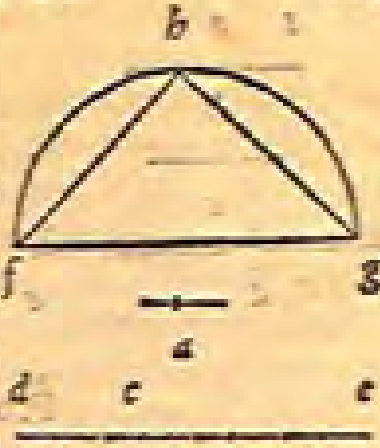
Stante li supposti sopra notati dirai se ℞9 me dà ℞4 che me darà ℞108

432

℞48

3. bino. ℞108 ℘ ℞48

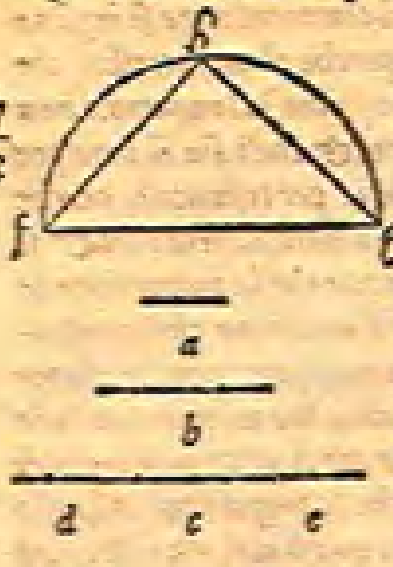
Il Tra-



ti per una sola unità adonque el,d, non è quadrato per laqualcosa ne etiam ,f, è quadrato, & ,f, è equale al,d, & al,e, perche concioscia che ,b, sia la differentia del,d, al,c, (come è manifesto per le cose precedente) serà (per la prima delli incidenti sopra la sestadecima del nono) quello che uien fatto del,a, in d, è equale a quelli duoi prodotti che vengano fatti dal,a, in ,b, & in ,c, & perche dal,a, in ,b, uien fatto el,d, & in c, uien fatto ,c, segueta che ,d, sia la differentia del ,f, al ,e, & perche (per la decima ottana del sertimo) del ,f, al ,e, e si come del, d, al ,c, permutatamente del ,f, al ,d, serà si come del, e, al ,c, & concioscia che l'uno e l'altro di duoi numeri ,e, & ,c, sia quadrato è manifesto lo numero ,f, esser tal qual volemo, perche è numero non quadrato duisibile in d. non quadrato et in ,e, quadrato, la proportione de quello al ,d, e si come de quadrato a quadrato cioè come del ,e, al ,c, state le altre cose sia no come per auanti. Dico che le linee ,f,g, & ,g, b, compongeno el secondo binomio perche concioscia che el quadrato de ,a, al quadrato de ,f,g, sia si come del ,b, al ,c, & sia altra volta lo quadrato de ,f,g, al quadrato de ,g,b, sia si come del ,c, al ,e, (per la equal proportionalità) el quadrato del, a, al quadrato de ,g,b, serà si come el ,b, al ,e, adonque concioscia che l'uno e l'altro di duoi numeri ,b, & ,e, sia quadrato (per la seconda parte della nona) & la linea ,g,b, serà communicante in longhezza alla linea ,a, posta rationale, & della linea ,f,g, è manifesto che essa sia rationale solamente in potentia non communicante alla linea ,a, posta rationale in longhezza, (per la ultima parte della nona) laquale concioscia che la sia piu potente della linea ,g,b, in el quadrato della linea ,f,b, (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) et la linea ,f,b, communichi alla linea ,f,g, in longhezza (per la seconda parte della nona) imperoche li loro quadrati sono in la proportione delli numeri ,e, & d, la proportione di quali è si come de duoi numeri quadrati (per el presupposito) e manifesto il proposito. A demostrare el medesimo altramente, sia la linea ,g, b, communicante alla linea ,a, (posta rationale in longhezza) laqual è facile de trouare & sia ,c, numero quadrato duisibile in d, quadrato, & in e, non quadrato, & sia la proportione del quadrato della linea ,g,b, al quadrato della linea ,f,g, si come el numero, c, al numero ,e, et la ,f,g, serà incommensurabile alla linea ,g,b, in longhezza (per la ultima parte della nona) & piu potente di quella in el quadrato della linea ,f, b, (alla qual communica in longhezza primamente per la conuersa dapoi per la euersa proportionalità, & per la seconda parte della nona) adonque (per la diffinitione) le linee ,f,g, & ,g, b, componeno el secondo binomio.

Piu facilmente se troua il detto numero non quadrato duisibile in un numero □ & in un'altro non □, & che il non □ habbia proportion al tutto come de un numero □ a un □ per questo altro modo piglia qual si voglia un □ qual porro sia .a.

posti, & per la conuersa & euersa proportionalità, & ne altra volta per la vltima parte della nona & per la diffinitione del quinto binomio.



47
53

Problema. 17. Propositione. 52.

Puotemo finalmente trouare el sesto binomio.

El sesto binomio è da trouar si come el terzo & tamen in questo lo numero. c. quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati. d. & e. & tutte le altre cose come in quello & per la diffinitione del sesto binomio la linea (che componeno le due linee. f. g. & g. b. cõgionte fra loro direttamente serà binomio sesto che è il proposito de trouare.

Il Tradottore.

Nella inuentione di questo sesto binomio bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione del terzo cioè che'l non bisogna fondarse a tore semplicemẽte il numero. b. numero primo, perche tal misuration è falsa. anci bisogna torlo secondo che sopra la inuention del terzo fu detto cioè cosi conditionato che'l non sia quadrato & che la proportion di quello al numero. e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato poi seguir come nelle altre se fatto.

Lemma.

Siano li duoi quadrati, a, b, & b, c. & siano assettati, ouer posti (per la decima quarta del primo) talmente che il lato, d, b, al lato, b, e, sia in retta linea, adonque & lo lato, f, b, al lato, b, g, serà in retta linea, & sia compito lo paralellogrammo, a, c, dico che, a, c, è quadrato, & che, d, g, delli detti quadrati, a, b, & b, c, è medio proportionale, & oltra di questo il d, c, delli duoi quadrati, a, c, c, b, è medio proportionale, perche. b. d. è equale al, b. f. & b. e. al. b. g. adonque tutto il d. e. serà equale a tutto lo f. g. & d. e. è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, h, k, c, &. g. f. è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a. K. c. h. & l'uno e l'altro adonque delli duoi, a, K. K, c. è equale all'un e l'altro delli duoi lati. a. h. h. c. adonque (per la trigesima terza del primo) lo paralellogrammo. a. c. è equilatero & anchora e retrangolo, adonque lo detto paralellogrammo. a. c. (per la quadragesima sesta del primo) è quadrato & perche si come del. f. b. al. b. g. cosi è del. d. b. al. b. e. & si come del, f, b, al, b, g, (per la prima del sesto) cosi è del, a, b, al, d, g, &



si come

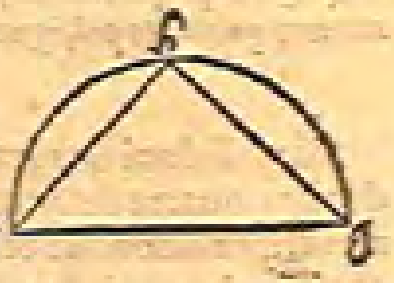
Il Tradottore.

Nella espositione di questa sopra scritta propositione il commentatore se ingāna grandemente si nel proceder come nella demostratione perche el non necessita che la proportione del numero.b. (quantunque sia numero primo) al numero.e.non posse esser come di numero quadrato a numero quadrato & che'l sia il vero per non abondare in parole adducemo solamente la esperientia per testimonio perche se'l detto numero.b.fusse.5.(che è numero primo) & lo numero.c.trenta sei & il numero.d. sedeci & lo numero.e.uinti si vede espressamente che la proportione de cinque a uinti esser si come de numero quadrato a numero quadrato cioè quadrupla,perilche si vede che anchora se ingāna a dire che li numeri prima non sono superficiali anci sono superficiali(per la decimasettima del ottavo) ma volendo concludere la sopra scritta propositione senza oppositione bisogna tor il detto numero.b.di tal condition.prima ch'el non sia quadrato secondario che la proportione di quello al numero.e.non sia come di numero quadrato a numero quadrato(laquale cosa è facile) dapoi seguire come di sopra è fatto.

Problema.15. Propositione.50.

45/51 Puotemo ritrouare il quarto binomio.

Nella inuentione del quarto binomio le da precedere per il medesimo modo si come nella inuentione del primo eccetto che el numero quadrato.c. sia diuiso in duoi numeri non quadrati,liquali siano. d. & .e. tutte le altre cose in questo loco sono da esser negotiate, dalla diffinitione del quarto binomio, si come in quel luoco se negotiò dalla diffinition del primo binomio.

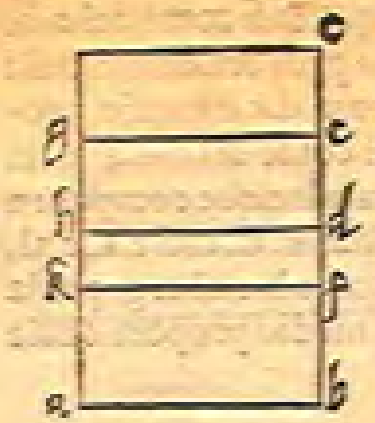


Problema.16. Propositione.51.

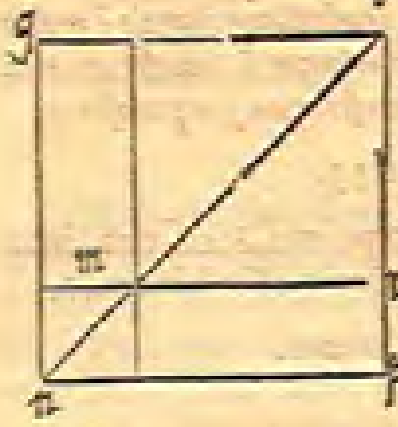
46/52 Puotemo recercare el quinto binomio.



La inuentione di questo è si come quella del secondo binomio eccetto che lo numero.c.(non quadrato)se diuide in.d.non quadrato,et in.e.quadrato tamen in tal modo che la proportione del e,al,d,non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo luoco sono da esser cercate secondo le cose domandate per la diffinitione del quinto binomio,si come in quel luoco sono ricercate secondo le cose adimandate per la diffinitione del secondo binomio, ouero pone che la linea.g.h, sia commensurante alla linea, a, posta rationale in longhezza & mette el numero.c.quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati qual siano, d, & .e, adonque mette la proportione del quadrato della linea.g.h.al quadrato della f.g.si come del numero.e.al.numero.f, dapoi conclude il proposito per la ultima parte della nona et per le presenti presup-



menti di quelle siano.p.m.& m.q. liquali è necessario esser equali alle due superficie.d.g.& g.c. laqual cosa così se apprende, perche conciosia che la linea.d.c. sia nel mezzo loco proportionale fra le linee. b.f. & f.d. (per la prima del sesto) la superficie.d.g. serà nel medo loco proportionale fra la superficie. a.f.& f.b. per laqual cosa etiam fra li duoi quadrati l.m. & m.n.& perche etiam lo supplemento.p.m. e anchora nel mezzo loco proportionale fra li detti duoi quadrati (per la prima del sesto) seguita che. p. m. sia equale al. d. g. e però etiam.m.q.al.g.c.adonque la linea.l.p.e el lato tetragonico della superficie. a. c. questa tal linea dico essere binomio. perche li duoi quadrati.l.m.& m.n rationale due linee. l.r. & r. p. (per la diffinitione) seranno rationale potentialmente, & per la prima del sesto dal. a.f. al. d. g. è si come del. b.f. al.d.c. ma la.b.f.e incommensurabile alla.d.e. ma perche la. b. f.e simplicemente rationale (come è presuppodo) & la d.e. perche la communica con la.d.c. (rationale solamente in potentia) etiam quella serà rationale, solamente in potentia (per la undecima) laqual cosa è manifesta dalli presenti presuppositi, adonque per la seconda parte della decimaquarta) la superficie. a.f.e incommensurabile alla superficie.d.g. adonque & il quadrato.l.m.al supplemento.p.m. per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la linea.l.r. e incommensurabile alla linea.r p.adonque (per la trigesima quarta) e manifesto la linea.l.p. esser binomio che era da demostrare.



Il Tradottore.

Quelle parte che con facilità sia doveuano concludere per lo soprascritto lemma (per non esser stato trouato da tal commentatore) lui arguisse per la prima del sesto ben che anchor la terza prima del sesto parimente serua tamen è molto più chiaro a arguire per lo soprascritto lemma medesimamente nelle sequente propositioni, similmente per la ultima del secondo si debbe formare un quadrato equale alla superficie.f.b. qual sia.m.n.et quello assettarlo nel angolo.m.di l'altro quadrato per le regole altre nel detto lemma. Anchora bisogna notare qualmente la linea rationale.a.b.bisogna sia rationale in longhezza & questo medesimo si debbe intendere nel cinque sequente.

Theorema. 37. Propositione. 54.

49/55 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & da un binomio secondo. Lo lato tetragonico di quella serà uno bimedial primo.

Sia

si come del.d.b.al.b.c.così è del.d.g.al.b.c. adonque & si come del.a.b. al.d.g.così è del.d.g.al.b.c. adonque.d.g.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.b.b.e.similmente dico che anchora.d.c.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.c.c.b. perche si come del.a.d.al.d.k. così è del.K.g.al g.c.perche l'una è equale all'altra adonque componendoli,per la decima ottava del quinto,si come.a.k.al.K.d. così e.K.c.al, c.g. ma si come.a.K.al K.d.così e.a.c.al.c.d.& si come.k.c.al.c. g, per la prima del sesto, così e.d.c.al.c.b.adonque.d. c. è medio proportionale tra li duoi quadrati.a.c.c.b.che è il proposito.

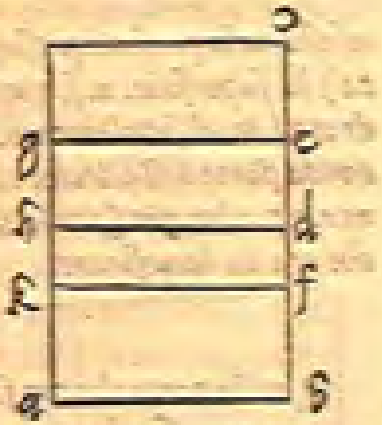
Il Tradottore.

Questo lemma se ritrova solamente in la seconda tradottione ilquale è molto al proposito per le demostratione delle cose seguente quantunque se dimostrano etiã senza esso lemma come procedendo vederai,ma tal demostration son piu oscure.

Theorema.36. Propositione.53.

48/54 Se una superficie serà cõtenuta da un binomio primo.& da una linea rationale,lo lato che puo sopra di quella è necessario esser binomio.

Come che la ℞. del binomio primo è necessario esser binomio.



Sia la superficie.a.c. contenuta dalla linea.a.b.rationale & da un binomio primo ilqual sia.b.c. Dico che'l lato tetragonico della superficie.a.c.è binomio è per dimostrare questo sia il ponto.d. il commun termine delle due portioni del binomio primo.b.c.delquale la maggior parte sia.b.d.& serà rationale in longhezza (per la diffinitione) et commensurabile alla linea.a.b. posta rationale anchora sia divisa la minor portione(la qual e.d.c.)in due parte equale al ponto.e.& la linea. d.b.sia divisa (facto questa conditione) al ponto.f. che fra le parti di quello (laqual son.b.f.& f.d.)cada.d.e. nel medio loco proportionale,& come questo si debba far su detto in la.17.& sian dutte le linee.e.g.d.b.f.k.equidistante alla linea.a.b. & perche (per la diffinitione del primo binomio la linea.d.b.è piu potente della linea.d.c.in el quadrato d'una linea a se cõmunicante in longhezza,seguita anchora(per la seconda parte della decima settima)che le due linee.b.f.f.d.siano communicante adonque(per la duodecima)l'una e l'altra de quelle è communicante a tutta la linea.b.d.per laqual cosa (per la diffinitione)ambedue sono rationale in longhezza e però (per la decimanona)l'una e l'altra delle due superficie.a.f.& f.b.è rationale,adonque sia descripto lo quadrato.l.m.(el lato del quale e.l.r.)equale alla superficie.a.f.al quale sia circõponendo un gnomone protratta la dyagonale.l.m.n.a quella quãtità che el quadrato de esso gnomone(qual sia.n.n.)sia equale alla superficie.f.b.et li duoi supplimenti

Theorema.39. Propositione.56.

51 57 Se una superficie sia contenuta,da una linea rationale,& dal quarto binomio,la linea che puo in quella superficie e la linea maggiore.

Stante tutte le cose come in la precedente (per el presuppposito, & per la diffinitione del quarto binomio & per la.23.) l'una e l'altra delle due superficie,d.g.et g.c.per laqual cosa e l'una e l'altra delle due.p.m.et.m.q.serà mediale e li dui quadrati.l.m.& m.n.soli insieme serà rationale imperoche la superficie.a.d.e rationale(per la diffinitione del quarto binomio e per la.19.)et perche in.d.b.e divisa in due parti incommunicanti in ponte.f.(per la seconda parte della decima ottava)la superficie.a.f. serà incommensurabile alla superficie.f.b.e però e lo quadrato.l.m.al quadrato.m.n.adonque le due linee.l.r.et.r.p.sono incommensurabile in potentia, lequale cõciosia che quelle contengano la superficie mediale.p.m.e ambidui li quadrati di quelle tolti insieme siano rationali e manifesto(per la.38.)la linea l.p. esser la linea maggiore che era il proposito.

Theorema.40. Propositione.57.

52 58 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & da uno binomio quinto,la linea laquale puo in quella,el se conuenze de necessità esser la potente in rationale è mediale.

Anchora qua in questa non è da mutar alcuna cosa della dispositione & positione delle prime, perche da quelle stante serà (per quelle cose che sono poste in la diffinitione del quarto binomio e in la.19.) l'una & l'altra delle due superficie.d.g.& g.c.onde & l'una e l'altra delle due.p.m. & m.q.rationale & tutta la.a.d.mediale, per laquai cosa & li dui quadrati.l.m.& .m.n. tolti insieme è mediale(per la.23.)et conciosia che(per la seconda parte della decima ottava)la linea.f.b. sia incommensurabile alla linea.f.d.e però & la superficie.a.f. alla superficie.f.b. & lo quadrato.l. m. al quadrato.m. n. serà la linea.l.r.incommensurabile in potentia alla linea.r.p.ma perche esse contengono la superficie rationale.p.m.& ambidui li quadrati de quelle tolti insieme sono mediale se conclude(per la trigesima nona)la linea.l.p.esser la potente in rationale è mediale come è sta promesso da dimostrare.

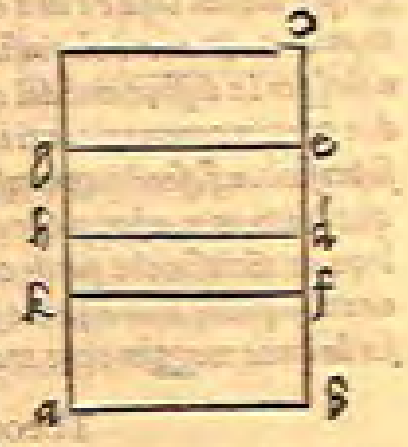


Theorema.41. Propositione.58.

53 59 Se una superficie serà contenuta dal sesto binomio,e da una linea rationale, la linea potente in quella se approua esser la potente in duoi mediali.

In

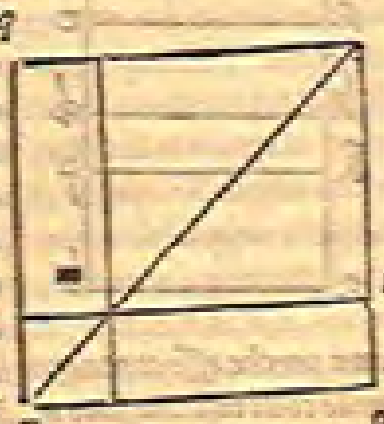
Sia la medesima figura, & li medesimi presuppositi, liquali sono in la precedente & (per la diffinitione del secondo binomio) serà la linea, d, c, rationale in longhezza per laqual cosa (per la. 19.) l'una & l'altra delle due superficie, d, g, et, g, c, e però & li dui supplementi. p. m. m. q. seranno rationali & la linea, d, serà rationale solamente in potentia, & divisa in le due linee, f, d, & , b, f, communicante (per la diffinitione del secondo binomio & per li premessi presuppositi & per la seconda parte della decima settima) adonque (per la xxxesima terza) l'una & l'altra delle due superficie, a, f, & f, b, e però & l'uno e l'altro di quadrati. l. m. & m. n. serà mediale, adonque ambedue le linee. l. r. & r. p. sono mediale, ancora communicante in potentia, perche concissia che la linea, b, f, communichi alla linea, f, d, seguita che la, a, f, communichi alla, f, b, per la qual cosa el quadrato, l, m, al quadrato, m, n, & però & la linea, l, r, alla linea, r, p, in potentia, ma non communicano in longhezza, perche da una di quelle all'altra e si come la superficie. l. m. alla. m. p. adonque concissia che la, l, m, non communichi con la. m. p impero l'una è mediale cioè la, l, m, & l'altra è rationale cioè la, m, p, seguita che la. l. r. non communichi in longhezza con la, r, p, adonque perche esse contengono superficie rationale, la qual è la, m, p, è manifesto la linea, l, p, (per la. 36. di questo) esser bimedial primo.



Theorema. 38. Propositione. 55.

50/56 Se una superficie sia contenuta da un binomio certo, & da una linea rationale, la linea potente in quella serà bimedial secondo.

Stante la medesima dispositione, & li presuppositi come di sopra (& da questi presuppositi & dalla diffinitione del terzo binomio & dalla xxxesima terza) serà cadauna delle quattro superficie (in lequale è divisa la superficie, a, c,) mediale per laqual cosa l'uno et l'altro di dui quadrati, l, m, & , m, r, & l'uno & l'altro di dui supplementi, p, m, & , m, q, serà etiam mediale adonque l'una & l'altra delle due linee, l, r, & , r, p, serà mediale, & concissia che le due superficie, a, f, & , f, b, siano communicante imperoche le due linee, b, f, et f, d, son communicante (per la secõda parte della. 17.) le due linee. l. r. & r. p. seranno communicante in potentia ma non in longhezza, perche la superficie. l. m. non communica con la superficie. m. p. impero che ne la. e. f. communica con la. d. g. perche la linea, b, f, non communica con la, d, e, concissia adonque che esse contengano superficie mediale laquale è p, m, e manifesto (per la. 37.) la linea. l. p. esser bimedial secondo che è il proposito.



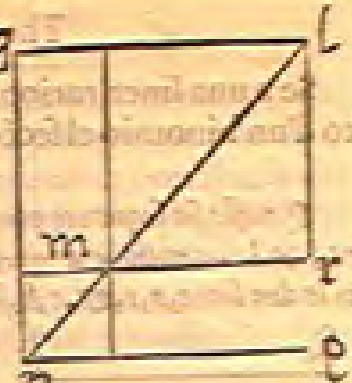
Theorema. 42. Propositione. 59.

54/60 Se a una linea rationale, sia aggionto uno rettãgolo equal al quadrato d'un binomio el secõdo lato di quello cõuien esser binomio primo.

Queste sei sequente propositioni sotto el conuerso dalle sei precedente, per ordine, & la intentione de questa, e questa sia la linea.a.b. binomio diuisa al ponto.c. in le due linee.a.c.& .c.b. secondo la sua diffinitione ouer termine & lo quadrato della medesima.a.b. sia.b.d. & sia la linea.e.f. rationale in longhezza alla qual sia oggionta la superficie.e.g. equal al quadrato.b.d. dico che'l secondo lato de questa superficie el qual è la linea.f.g. è binomio primo & questo se dimostra in questo modo sia diuiso el quadrato.b.d. in li duoi quadrati.b.b. & b.d. (li quali sono li quadrati delle due portioni del binomio) & in li duoi supplimenti.a.h. & h.c. di quali l'uno e l'altro è contenutto sotto delle due portioni del binomio et (per la diffinition del binomio laquale se ha per la vngesimaquinta) l'uno e l'altro de questi quadrati serà rationale, et (per la. 23.) l'uno e l'altro di duoi supplementi serà mediale adonque sia tagliato della superficie.e.g. la superficie.e.l. equale al quadrato.d.h. & la.l.m. equale al quadrato.b.b. & la.m.p. equal all'uno di duoi supplimenti.a.h. ouer.h.k. et lo residuo.p.g. serà equal all'altro supplemento che resta per inequalcosa (per la prima del sesto) la linea.m.q. è equale alla linea.q.g. & (dalle cose premesse) è manifesto che l'una & l'altra delle due superficie.e.l. & l.m. e però etiam tutta la superficie.e.m. è rationale, & l'una e l'altra delle due equale.m.p. et p.g. e però tutta la.m.g. è mediale per laqual cosa per la vngesima l'una e l'altra delle due linee.f.l. et l.m. et sia la linea.f.m. rationale in longhezza & commensurabile alla linea.e.f. posta rationale & (per la. 24.) l'una e l'altra delle due.m.q. & q.g. & tutta la.m.g. è rationale solamente in potentia incommensurabile alla linea.m.n. e però etiam alla linea.e.f. (a se equale) & per conseguente alla linea.f.n. in longhezza, adonque se la linea.f.n. (laqual è maggiore della linea.m.g. (come per lo primo di duoi antecedenti sotto gionti alla dimostratione della quadragesima et per la prima del sesto appare) serà più potente della linea.m.g. (minore) in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza (per la diffinitione del binomio primo serà manifesto la linea.f. esser binomio primo) & che questo sia così tu l'hauerai in questo modo, concio sia che fra li duoi quadrati.d.b. & b.b. (per la prima del sesto) la superficie.a.b. sia media proportionale el se commence (per li primi presupposito) la superficie.m.q. esser nel mezzo loco proportionale fra la superficie.e.l. & l.m. onde

(per

In questa. 58. non accade star a perdere tempo in depinzere le figure. perche el satisfa quelle che se contien in le precedente dispositioni & positioni lequale stante è necessario (per le dette cose & per la dispositione cioè per la diffinitione del ultimo binomio, & per la vigesima terza) cadauna delle superficie. a. d. & d.g. & g.c. esser mediale perilche & ambiduoi li quadrati. l.m. & .m.r. tolti insieme & .p.m. & m.q. è necessario esser mediale et concessa che la.b.f. & .f.d. per laqual cosa & la.a.f. & .f.b. e però & la. l.m. & .m.r. siano incommensurabile seranno le due linee. l.r. & r. p. incommensurabile in potētia, ma perche quelle contenano la superficie mediale. p.m. & ambiduoi li quadrati tolti insieme sono mediali laqual suma è incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa se approua in questo che la superficie. b.b. e incommēsurabile alla superficie. b.c. per questa causa che la linea. d.b. incommēsurabile alla linea. d.c. perilche seguita (per la. 40.) la linea. l.p. esser quella che è detta potente in duoi mediali.



Lemma.

o / 60 Se una linea retta sia segata in due parti inequali. Li quadrati fatti da dette due parti inequali sono maggiori del rettangolo che è cōpreso due volte sotto le dette parti inequale.

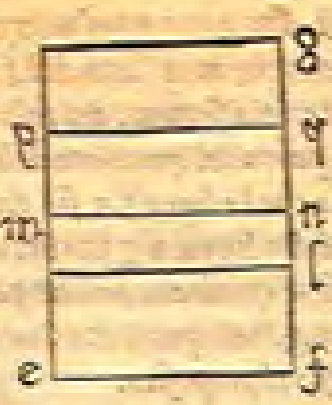
Sia la retta linea. a,b, & sia segata in due parti inequale in ponto. c, & sia la maggior. a,c, dico che li dui quadrati fatti dalle. a,c, & .c,b, son maggiori del rettangolo che è contenuto sotto del. a,c, & .c,b, due volte, e per dimostrar questo sia segata (per la. 10. del primo) la. a,b, in due parti equali in ponto. d, adōque perche la linea retta. a,b, e segata in due parti equali in ponto. d, & in due inequali in ponto. c, adonque (per la. 5. del secondo) quello che contenuto sotto della. a,c, & .c,b, insieme con el quadrato fatto dalla c,d, è equal al quadrato che uien fatto della. a,d. & per questo el rettangolo contenuto sotto della. a,c, & .c,b, e minor del quadrato del. a,d, adonque il doppio del rettangolo che contenuto sotto delle due linee. a,c, & .c,b, e minor del doppio del quadrato della. a,d, ma li quadrati delle due parti. a,c, & .c,b. sono maggiori di quelli fatti dalle due. a,d, et. d,b, adōq; li quadrati fatti dalle due parti. a,c, et. c,b, son maggiori del rettāgolo cōtenuto sotto delle. a,c, & .c,b, due volte ch'era da dimostrar.

a d c b

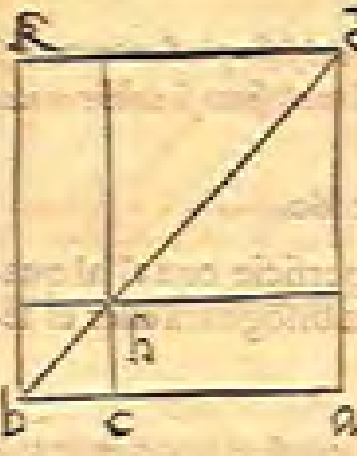
Il Tradottore.

Questo lemma se ritrova solamente in la seconda tradottione elqual (per dimostrar le propositioni sequente) è molto al proposito ma che la suma di quadrati delle due linee. a, c, & .c,b, siano maggiori dal doppio del quadrato della. a.d. (elqual è tanto che li quadrati delle due linee. a,d, & .d,b,) se manifesta per lo secondo delli antecedenti della quadragesima prima.

Theo-
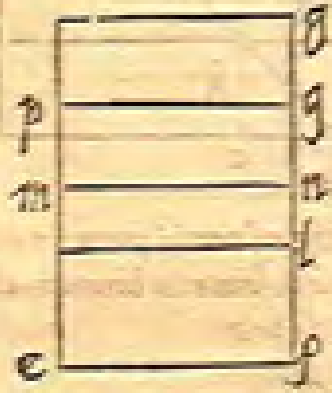


Se la linea a,b, serà el bimedial secondo divisa per el suo termine al punto c, et tutte le altre cose siano come per auanti, serà la linea f,g, el terzo binomio perche (per la trigesima settima et per le nostre positioni) l'una e l'altra delle superficie, e,n, & m,g, serà mediale per laqual cosa l'una e l'altra delle linee due f,n, et, n, g, (per la uigesima quarta) serà razionale solamente in potentia & perche le parti del bimediale secondo sono communicante solamente in potentia, la superficie, e,l, serà communicante alla superficie, l,m, e però etiã la linea f,l, alla linea n,l, adonque (per la prima parte della decima settima) la linea f,n, serà piu potente della n,g, in el quadrato d'una linea a se communicãte in longhezza, & conciosia che la superficie, a,b, & lo quadrato b,b, siano incommensurabile, imperoche le linee a,c, & c,b, sono incommensurabile e però etiam li dui quadrati tolti insieme, alla duoi supplementi tolti insieme, imperoche li dui quadrati fra loro insieme communicano (per el presupposito) li supplimenti ancora, conciosia che fra loro sono equali segaita che la superficie, e,n, sia incommensurabile alla superficie, m, g, e però etiam la linea f,n, alla linea n,g, adonque (per la diffinitione) la linea f,g, e binomio terzo che è el proposito.



Theorema. 45. Propositione. 62.

57/63 Se a una linea razionale serà aggionto un rettãgolo equale al quadrato della linea maggiore, l'altro lato di quello serà el quarto binomio.



Se ancora questa linea, a,b, serà la linea maggiore divisa secondo il suo termine al punto, c, & tutte le restante cose non siano altramente che per auanti serà la linea, f,g, el quarto binomio, perche conciosia che ambidui li quadrati delle portioni della linea maggiore tolti insieme siano razionale la superficie, e,n, serà razionale, & però (per la uigesima) la linea, f,n, serà razionale in longhezza communicante alla linea, e,f, posta razionale, & la superficie, m,g, serà mediale per quello che le portioni della linea maggiore contengono superficie mediale, adonque (per la uigesima quarta) la linea, n,g, e razionale solamente in potentia & perche le portioni della prefatta linea, a,b, sono potentialmente incommensurabile superficie, e,l, serà incommensurabile alla, l,m, e però etiam la linea, f,l, alla linea, l,n, adonque per la prima parte del-

(per la prima del ſeſto) la linea.n.q. laquale è la mità della linea.n.g.e nel mezzo luoco proportionale fra le due linee.f.l.& l.n.adonque quello che uien fatto dal.f.l. in la.l.n.è quãto quello che uiẽ fatto dal.n.q.in ſe(per la decima ſettima del ſeſto) e per tanto(per la quarta del ſecondo) quanto la quarta parte del quadrato della linea.n.g.adonque(per la prima parte della.17.)conciofia che la linea.f.n.ſia diuiſa dalla ſuperficie a ſe aggionta equale alla quarta parte della linea.n.g.piu breue talmente che a compir tutta la linea.f.n.mãca una ſuperficie quadrata,in due parti communicante al ponto.l.ſerà la.f.n.piu potente della.n.g.nel quadrato d'una linea a ſe communicante in longhezza,adonque è manifeſto el propoſito.

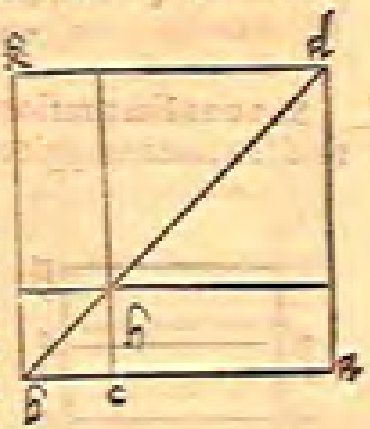
Il Tradottore.

Quella parte che di ſopra ſi conchiude per la prima del ſeſto piu facilmente ſe apprende per lo lemma auanti la quadrageſima terza il medeſimo ſe debbe aricordare nelle ſequente ſenza che io tel replichi.

Theorema.43. Propoſitione.60.

55/61 Se una linea rationale ſerà aggiunto una ſuperficie equal al quadrato del bimediale primo, l'altro lato di quella biſognarà eſſer el ſecondo binomio.

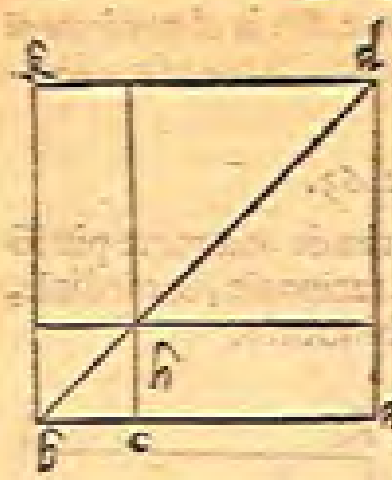
Sia la linea,a,b,la bimedial primo diuiſa al ponto,c,ſecondo el ſuo termine tutte le altre coſe ſiano come per auanti, Dico la linea,f,g, eſſer el ſecondo binomio, perche la ſuperficie.m.g.ſerà rationale imperoche le parti del bimedial primo contengono ſuperficie rationale & ſe le tre ſuperficie.e.l. l,m, & tutta la,e,n, mediale communicante imperoche le portioni del bimedial primo ſono linee mediale ſolamente in potentia communicante(per la trigeſima ſeſta)adonque(per la vigeſima)la linea.n.g. ſerà rationale in longhezza commenſurabile alla linea,e,f,poſta rationale, & (per la vigeſima quarta) la linea,f,n,rationale ſolamente in potentia (laquale conciofia che la ſia maggiore della linea,n,g,)per el primo di dieci ante cedẽti aggionti alla demoſtratione della quadrageſima (& per la prima del ſeſto) & piu potente di quella in el quadrato d'una linea communicante con ſeco in longhezza (per la prima parte della decimaſettima)la linea,f,g, (per la diffinitione) ſerà el ſecondo binomio che era el propoſito.
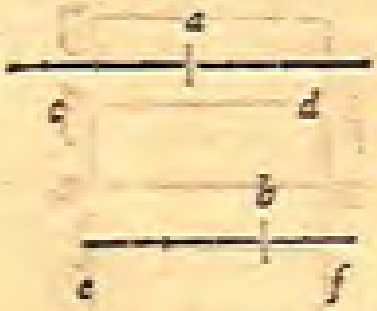


Theorema.44. Propoſitione.61.

56/62 Quando che a una linea rationale in longhezza ſerà aggionta una ſuperficie rettangola equale al quadrato del bimedial ſecondo,lo ſecõdo lato di quella è neceſſario eſſer el terzo binomio.

Se la



Sia la linea.a.un binomio di qual specie si voglia & sia la linea.b.a se communicante in longhezza. Dico la linea.b. esser un binomio di quella medesima specie della quale è.a. & per dimostrar questo siano le parti binomiali della. a.c. & .d. & seranno ambedue rationale & communicanti solamente in potentia per (la trigesima quinta) & la linea.b. sia divisa (per la tertiadecima del sesto) in.e. & .f. secondo la proportione della parte.c.alla parte.d. & (per la congionta,et euersa,et permutata proportionalità) della.c.alla.e. & dalla.d.alla.f.serà si come della.a.alla.b.adonque, concio sia che la.a.et.b.siano communicante,etiam(per la prima parte della decima quarta).c.& .e. & anchora.d. & .f.seranno communicante adonque se la, c, serà rationale solamente in potentia etiam la.e.serà rationale solamente in potentia & se la serà rationale in longhezza,& etiam la,e,serà rationale in longhezza,et per lo medesimo modo se la.d.e rationale solamente in potentia,ouer etiã in longhezza & la f. serà ancor similmente & (per la 16.) se la,c, e più potente della d,in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, ouero anchora in commensurabile, serà etiam & la,e,più potente della,f,nel quadrato di una linea a se commensurabile ouer etiam incommensurabile in longhezza adonque le necessario (per la diffinitione delle sei specie di binomij) che,a. & ,b, siano binomij d'una medesima specie. Ma se la linea,b, communica con el binomio.a.solamente in potentia,serà etiam la linea.b. binomio,ma el non è necessario esser de quella medesima specie,imo le impossibile che ambedui insieme cadano sotto la prima specie di binomij, ouer sotto alla seconda,quarta ouer quinta. Ma egliè ben necessario che ambedui cadauno sotto alle primi tre ouer alli tre ultimi,perche le impossibile sano de quelli esser in alcuna delle tre prime specie, & l'altro in alcuna delle tre ultime. perche concio sia che,a,communichi con,b, solamente in potentia anchora, c,con,e,& ,d,con,f, communicarà solamente in potentia (per la decima quarta) adonque se l'una o l'altra delle due linee,c,& ,d, seranno rationale in longhezza, la sua comparata delle linee,e,& ,f,non serà rationale in longhezza. adonque nõ è possibile che,a,et ,b,cadeno insieme sotto alcuna de quelle specie binomij in le qual l'una delle due portioni del binomio è rationale in longhezza. & queste specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche (per la decima sesta) le due linee,c, & ,e,insieme sono più potente delle due linee,d,& ,f, in li quadrati de due linee a se communicante ouer incommunicãti in longhezza è necessario che

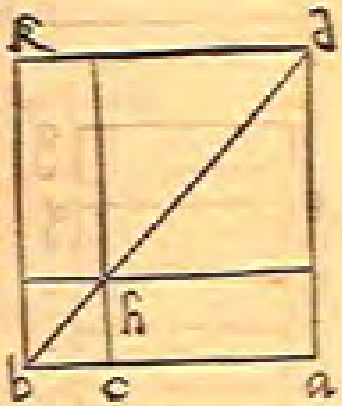


ambedui

te della decimasettima) la linea.f.n.e piu potente della linea.n.g. in el quadrato di una linea a se incommensurabile, adunque (per la diffinitione) la linea.f.g. e binomio quarto, che era il proposito.

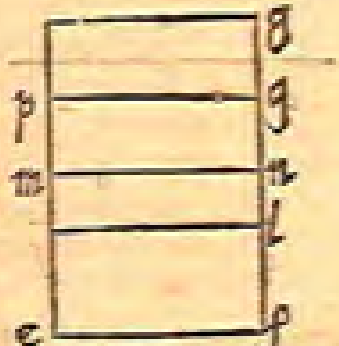
Theorema.46. Propositione. 63.

58/64 Sea una linea rationale sia aggionto una forma de una parte piu lõga, equale al quadrato della linea potente sopra rationale, & mediale, l'altro lato di quella, e necessario esser el quinto binomio.



Proposta la linea.a.b. quella che puo sopra la mediale & rationale diuisa secondo la diffinitione di quella al ponto.c.& non sia mutato cosa alcuna delle passate, & segnata la linea.f.g. esser binomio quinto, perche concioscia che le parti di questa linea.a.b. contengono superficie rationale, e necessario che la superficie.g.m.e però etiam (per la xigesima) la linea.n.g. sia rationale & concioscia che ambi li quadrati delle parti de questa linea tolti insieme siano mediale serà la superficie.e.n. mediale & (per la xigesima quarta) la linea.f.n. rationale solamẽte in potentia e perche le parti della predetta linea sono incommensurabile in potẽtia la superficie.e.l. serà incõmensurabile alla superficie.m.l. e però etiam la linea.f.l. alla linea.n.l. adunque (per la prima parte della decima ottaua) la linea.f.n. e piu potente della linea.n.g. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile adõque (per la diffinitione del quinto binomio) conclude il proposito.

Theorema.47. Propositione. 64.



59/65 Ogni volta che a una linea rationale, serà aggionta una superficie rettangola, equale al quadrato de una linea potẽte in doi mediale, el secondo lato della medesima superficie el se conuence essere el sesto binomio.

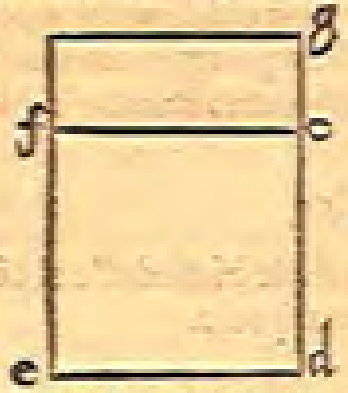
In questa sexagesima quarta sia la linea.a.b. la linea potente, sopra doi mediale, & romangano tutte quelle positione si come nelle altre precedente a questa e al presente serà la linea.f.g. el sesto binomio laqual cosa tu nõ la puoi ignorare se tu non serai smentichevole delle cose premesse & di quello che propone la quadragesima & cosi è manifesto in questa la nostra intentione.

Theorema.48. Propositione.55.

60/66 Ogni linea communicante in longhezza a qual si uoglia di binomii el se approua quella esser binomio, sotto la medesima specie.

Sia

perficie rationale & quelle del bimedial secondo mediale, adonque se, a, serà bimedial primo la superficie. g. serà rationale per laqual cosa etiã la superficie, k, e però b, serà etiam bimedial primo (per la trigesimo sesta) ma se, a, serà bimedial secondo la superficie, g, serà mediale & per questo etiam. k. adonque b. (per la trigesima settima) serà bimediale secondo per laqual cosa è manifesto el proposito. A dimostrare el medesimo altramente, alla linea, c, d, rationale (supposto. a. l'uno o l'altro di dui bimediali & la, b, a se communicante in longhezza, over in potentia) sia aggionta la superficie. c. e. equale al quadrato de. a. & la. f. g. equale al quadrato della. b. & le superficie, c, e, & f, g, seranno communicante, imperoche li quadrati a quelle equali (liquali sono li quadrati delle linee. a. & b. (sono communicanti (dal presupposito) adoque (per la prima del sesto e per la decima quarta di questo) le due linee, d, e, & e, g, e necessario esser communicante, e perche se la. a. serà bimedial primo la linea. d. e. serà el secondo binomio (per la sexagesima) e però etiã la. e. g. serà secondo binomio (per la precedente) per laqual cosa lo lato tetragonico della superficie. f. g. (elqual è. b.) e bimedial primo (per la quinquagesima quarta) ma se. a. serà bimedial secondo la linea, d, e, serà binomio terzo (per la sexagesima prima) e però e la. e. g. e binomio terzo (per la precedente) per laqual cosa el lato tetragonico della superficie, f. g, (e quello è la linea. b.) serà bimedial secondo, adonque è manifesto esser el vero quello che è proposto.



Theorema 50. Propositione 67.

Ogni linea communicãte alla linea maggiore, e linea maggiore.

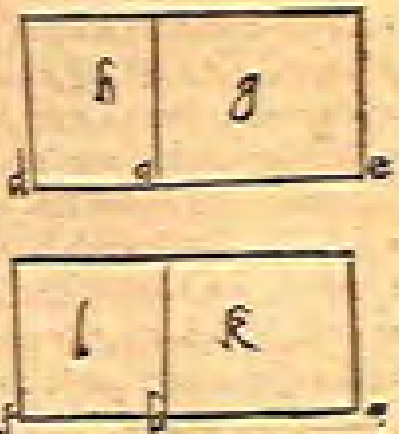
Anchora questa (se alcuna linea serà communicante in qual modo si voglia alla linea maggiore) se verifica, hor sia, a, la linea maggiore, & la linea, b, a quella communicante in qual modo si voglia. Dico che la b. serà linea maggiore, imperoche divisa, a, in quelle portioni dalle quale è composta (per la trigesima ottava) lequale siano. c. & d. & la. b. (secondo la proportione de quelle) m, e. & f. & posto che la. g. sia la superficie contenuta sotto della, c, & della. d. & la. k. sotto della. e. & f. & m. & b. siano li quadrati della. c. & della. d. & li quadrati, n, & l, della, e, et della, f, serà del quadrato, m, al quadrato, b, si come del quadrato, n, al quadrato, l, (per la seconda parte della decima ottava del sesto) & congiuntamente del, m, & b, al, b, si come del, n, & l, al, l, & permutatamente del, m, & b, al, n, & l, serà



ambidui li binomij .a. & .b. insieme cadeno sotto le tre prime specie de binomij ouer insieme sotto le tre ultime (per la diffinitione di esse specie & la linea .b. che tu dubiti esser binomio, perche conciosia che .e, & .e. siano communicante in potentia solamente, similmente anchora .d, & .f, & .c, & d, siano rationale solamente in potentia communicante el sommenze .e, & f, esser rationali solamente in potentia communicante lequale perche non communicano in longhezza si come nelle due .c. et .d. proportionale a quelle esse indubitatamente componeno binomio (per la trigesima quinta) de questo.

Theorema. 49. Propositione. 66.

61/67 Ogni linea commẽsurabile o all'una o all'altra delle bimediale el cõuence de necessità esser bimedial sotto la medesima specie.

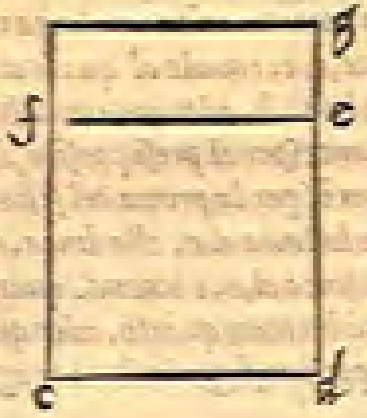


Communicando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in longhezza ouer in potentia, quello che detto ha in se verità. Hor sia le due linee communicante .a. & .b. in qual si voglia di predetti duoi modi. & sia .a. lo bimedial primo ouero il secondo. Dico che etiam .b. e bimedial primo ouer secondo si come serà .a., perche diuiso lo bimedial .a., in le sue portioni bimediale delle quale è composta (per la trigesima sesta & trigesima settima) lequale siano .c. & .d. diuisa anchora la .b. in .e, & .f. secondo la proportione della .c. alla .d. (come insegna la duodecima del sesto) & posta la superficie .g. contenuta sotto della .c. & della .d. & la superficie .k. contenuta sotto della .e. & .f. & posto lo quadrato .b. della .d. & l. dalla .f. (per la congionta & euersa & permutata proportionalità) serà si come in la premessa della .c. alla .e. & della .d. alla .f, si come della .a. alla .b. adonque (per la propositione) si come .a. & .b. sian cõmunicanti o sia questo in longhezza ouer in potẽtia cosi .c. & .e. e anchor .d. & .f. seranno similmente communicanti perche .c. & .d. sono mediale solamente in potentia communicante, seguita (per la .25.) che .e. & .f. sian etiam medial & (per la decimaquarta) solamente in potentia communicanti conciosia che esse siano proportionale (per el presuppposto (come .c. al .d. & conciosia che (per la prima del sesto) sia del .g. al .b, si come del .c. al .d. & del .k. al .l. si come del .e. al .f. del .g. al .b, serà si come del .k. al .l. & permutatamente del .g. al .k. si come del .b. al .l, adonque per che .b, e, communicante al .l. imperoche li duoi lati de quelli equali sono .d, & .f, cõmunicano in longhezza ouer in potentia, secondo che .a, & .b, communicano in l'uno ouer in l'altro seguita (per la decima quarta) che anchora .g. & .k. communicano fra loro insieme adonque .K. serà rationale ouer mediale si come serà .g. (per la diffinitione della superficie rationale ouer (per la trigesima quinta) perche solamente in questo è differente el bimedial primo dal bimedial secondo che le portione del bimedial primo (in lequale sieno diuiso secondo el suo termine) contengono superficie

do modo, le necessario (per la sexagesima terza) che la linea d.e. sia binomio quinto e però ancora (per la sexagesima quinta) la linea e.g. e binomio quinto (per la qual cosa (per la quinquagesima settima) lo lato tetragonico della superficie f.g. (el quale è b.) serà una linea potente in rationale e mediale che è el proposito.

Theorema.52. Propositione.69.

64/70 Ogni linea communicante, alla linea potente in due mediale ancor quella è potente in duoi mediale.



Ancora questa (stante le medesime dispositioni & positioni) si come in la precedente in duoi modi se apprenderà esser vera o communiche la linea b, con la linea a, potente in due mediale in longhezza, overo in potentia, hor quanto al primo modo della argumentatione (per la quadragesima) la superficie, g, serà mediale & però etiam, K. (per la vigesima quinta) concioscia che'l communiche a quella ancora li duoi quadrati, m, & b, tolti insieme (per la medesima quadragesima) seran mediale e però etiam li duoi, n, & l, tolti insieme per la vigesima quinta) e pche li duoi quadrati. m. & b. tolti insieme (per la predetta quadragesima) son incommensurabile al doppio della superficie. g. seguita (per la decima quarta e per le nostre positioni) che ancora li duoi. l. & n. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie. k. adonque concioscia che, e, et, f, siano incommensurabil in potentia si come la, c, & d, (per la quadragesima) la linea, b, serà potente in dui mediale, ma quãto el secondo modo della prima argumentatione (per la sexagesima quarta) la, d, e, serà binomio sesto e però etiã la linea, e, g, (per la sexagesima quinta) serà binomio sesto, per la qual cosa (per la quinquagesima ottava) lo lato tetragonico della superficie, f.g. el quale, b, serà potente in duoi mediale che è el proposito.

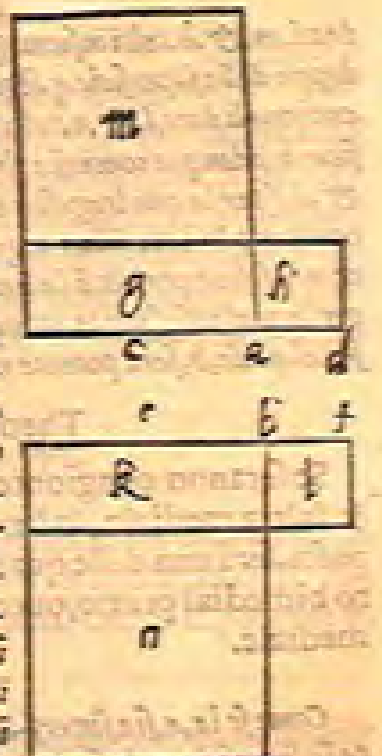
Theorema.53. Propositione.70.

65/71 Se seranno congionte due superficie delle quale l'una sia rationale & l'altra mediale, la linea potente in tutta la superficie da quelle composta, serà una delle quattro linee irrationale, cioè overo binomio overo bimedial primo, ouer linea maggiore, ouero potente in rationale e mediale.

Come se la, a, sia superficie rationale & la, b, mediale. La linea potente in tutta la superficie, a, b, serà alcuna delle predette quattro linee, laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia la linea, c, d, rationale alla quale sia aggionta la superficie, c, e, equale alla, a, & la, f, g, equale alla, b, & (per la vigesima propositione)

la linea.

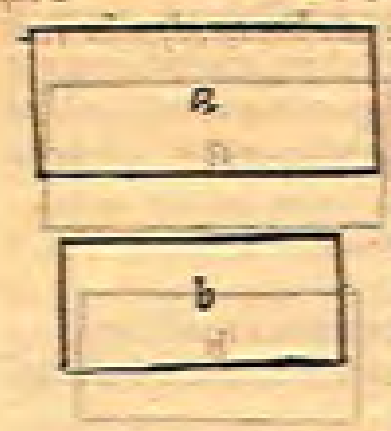
l.serà si come del.h.al.l.adonque perche.b.communica con.l.(imperoche che.d.cõmunica con.f.ouer in longhezza ouer in potentia) si come che.a.communica con.b. segnita che ambidui li quadrati.m.& .b. tolti insieme communicheno con ambidui li quadrati.m.& .l.tolti insieme, adonque concioscia che dui primi tolti insieme siano rationale(per la trigesima ottaua)etiam li dui ultimi seranno anchora rationale(per la diffinitione)& perche la superficie.k.e necessario esser mediale si come la.g.(per la trigesima quinta)& le linee.e, & f, esser incommensurabili in potentia si come la.c.& .d.(per la decima quarta)el se conclude(per la trigesima ottaua)la linea.b, esser la linea laquale è detta maggior che'l proposito, A demostrar el medemo altramente, concioscia che.a.sia la linea maggior alla qual communica la linea.b.ouer essendo questo in longhezza ouer in potentia tolta una linea rationale(laqual sia.c.d.)sia agionto a quella la superficie.c. e, equale al quadrato della linea.a. & dapoi la.f.g.equale al quadrato della linea.b, adonque concioscia che li quadrati delle due linee.a, & .b, siano communicante(per el presupposito)la superficie.e.g.serà communicante alla superficie.f.g.e però(per la prima del sesto e per la prima parte della decimaquarta de questo) etiam la linea.d.e, alla linea.e, g.in longhezza.e perche(per la sexagesima seconda)la linea.d.e, e binomio quarto,anchora (per la sexabesima quinta) la linea.e.g.serà binomio quarto, adonque (per la quinquagesima sesta)la linea.b,potente in la superficie.f.g.e la linea maggiore che è el proposito.



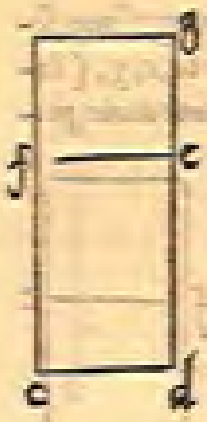
Theorema.51. Propositione.68.

63/69 Sealcuna linea communicante alla linea potẽte in rationale & mediale el se approua quella esser potente in rationale mediale.

Anchora è il vero che a qualunque modo si voglia, alcuna linea sia communicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza ouer solamente in potentia,anchora quella è una linea potente in rationale e mediale,laqual cosa si come per auanti, in dui modi se proua, & è necessario in quanto al primo modo che si come le due linee,c, & d, siano in potentia incommensurabile cosi siano anchora le due linee,e, & f.(per la decima quarta)& si come la,g. e superficie rationale (perche tal superficie contien le proportioni della linea potente in rationale e mediale) cosi etiam.k.(per la diffinitione)si è rationale, e si come li dui quadrati.m.& .b.tolti insieme sono mediale, cosi anchora (per la trigesima quinta)li dui quadrati.m. & .l.tolti insieme seranno mediale,adonque la linea, b.(per la trigesima nona)è potente in rationale & mediale, ma quanto al secondo mo-



superficie composita da quelle due, serà ouero bimedial secondo, ouero potente in dui mediale. Sia la linea, c, d, rationale, e la superficie, e, e, giunta a quella sia equale alla, a, & la superficie, f, g, equale alla, b, & (per la trigesima quarta) la linea, d, e, & similmente la linea, e, g, serà rationale solamente in potentia, & conciosia che le superficie, c, e, & f, g, siano incommensurabili si come, a, & b, (a quelle equale) e però etiam le linee, d, e, & e, g, (per la prima del sesto & per la decima quarta propositione de questo) la linea, d, g, (per la trigesima quinta) serà binomio del quale conciosia che l'una & l'altra delle portioni binomiale (lequale sono, d, e, & e, g, siano incommensurabili alla linea posta rationale (laqual è la, c, d,) (per la diffinitione) esso serà binomio terzo, ouero sesto, adunque la linea potente in tutta la superficie, c, g, (equale al composto della, a, & b,) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottaua) serà ouero bimedial secondo, ouero potẽte in dui mediale che è el proposito.



Theorema. 55. Propositione. 72.

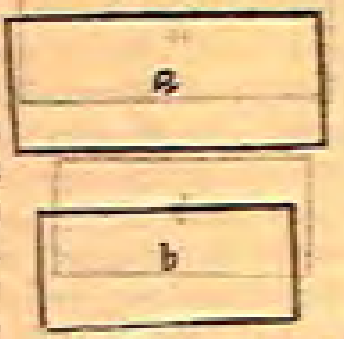
67/72 Quando serà posta una linea binomiale o altre delle irrationale che seguitano quella alcuna di quelle non serà sotto al termine dell'altra.



El sol che se alcuna linea (verbi gratia come, a,) serà una delle sei linee irrationale bonate per auanti (le quali sono el binomio, & le cinque compagne di quelle) quella non serà alcuna delle altre, perche se alla linea, b, c, rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato di quella laquale sia la, b, d, certamente se, a, serà binomio (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, serà binomio primo, & se la serà la bimedial primo la, c, d, (per la sexagesima) serà binomio secondo & se la serà la bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione) la, c, d, serà binomio terzo, & se la serà la linea maggiore la, c, d, (per la sexagesima seconda propositione) serà binomio quarto, et se la serà potente in rationale e mediale, ouer la potente in dui mediale (per la sexagesima terza propositione) la, c, d, serà binomio quinto ouer (per la sexagesima quarta propositione) serà binomio sesto, & perche le impossibile esser la, c, d, insieme fatte

le

la linea.d.e. serà rationale in longhezza communicante alla linea.c, d, posta ra-



tionale & per la xxxi. propositione) la linea.e.g. serà rationale solamente in potentia, & (per la decima quinta) la linea.d.g. serà binomio del quale conciosia che l'una delle portioni binomiale (laquale è la.d.e.) sia rationale in longhezza communicante alla linea posta rationale (laquale è la.c, d,) quella serà (per la diffinitione delle specie di binomij) ouero binomio primo, ouero secondo ouero quarto, ouer quinto, ma el non serà ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adonque (per la quinquagesima terza quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima propositione) la linea potente in tutta la.c, g, (laquale è equale alle due.c, & b, insieme) serà, ouero binomio, ouero bimediale primo, ouer linea maggiore ouero potente in rationale è mediale che è el proposito. certamente la non serà bimediale secondo, ouero la potente in duoi mediale, perche se la fusse la bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione) la linea.d, g, seria binomio terzo e se la fusse la potente in dui mediale (per la sexagesima quarta) la linea.d.g. seria binomio sesto e non era alcuno di quella perilche è manifesta la nostra intentione.



Il Traduttore.

Se la superficie rationale.a. serà maggior della superficie mediale.b. la linea.d.g. serà ouero binomio primo, ouero quarto, & la linea potente nella superficie, c.g. serà (per la quinquagesima terza e quinquagesima sesta propositio) ouero binomio, ouero linea maggiore, ma se la superficie rationale.a. serà minore della superficie mediale.b. la linea.d.g. serà ouero binomio secondo ouero binomio.5. & la linea potente nella superficie.c.g. serà (per la quinquagesima quarta propositione & quinquagesima settima) ouero la bimedial primo, ouero la potente in rationale & mediale.

Theorema.54. Propositione.71.

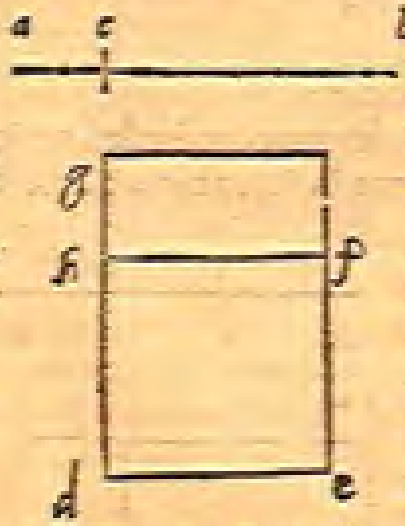
66 72 Quando seran congionte due superficie mediale incommensurabile, la linea potente in tutta la superficie serà o l'una o l'altra delle due linee irrationale: cioè ouero lo bimedial secondo, ouero la potente in duoi mediale.

Come uerbi gratia se. a. & b. sian due superficie mediale incommensurabile perche se quelle fussono commensurabile la superficie composta da quelle seria mediale (per la duodecima & xxi. quinta) per laqual cosa & la linea potente in quella seria mediale (per la xxiii. terza.) Dico che la linea potente in la

(per la vigesima terza) la superficie della .a.b. in la .b. c. sia mediale però etiam el doppio di quella è mediale (per la vigesima quinta propositione) e però è irrationale (per la vigesima terza) seguita che ambidui li quadrati delle due linee .a.b. & b.c. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra per laqual cosa (per la terzadecima propositione) & al quadrato della linea .a.c. (per la diffinitione) adonque lo quadrato della linea .a. c. è irrationale conciosia che quello sia incommensurabile a una rationale cioè alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme (adonque per la diffinitione) etiam la linea .a.c. è irrationale che è il proposito. Essempialmente in figura si a la superficie .e.g. equale alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme & serà rationale & similmente sia la superficie .d.f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & (per la vigesimaterza propositione) serà mediale & (per la settima del secondo) la superficie .f.g. serà equale al quadrato della linea .a. c. & conciosia che la superficie .e.g. sia incommensurabile alla superficie .d.f. (per la terzadecima propositione) la medesima serà incommensurabile alla .f. g. per laqual cosa la .f.g. è irrationale & lo lato tetragonico di quella (qual serà la linea .a.c.) serà medesimamente irrationale che è il proposito.

Theorema. 57. Propositione. 74.

69 74 Se serà tagliata una linea da un'altra linea & siano ambedue mediale solamente potentialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente serà irrationale, & serà detta residuo bimedial primo.



Sia tagliata la linea .b. c. dalla linea .a. b. & siano ambedue come se propone (le quale per la vigesima nona & trigesima) tu le trouerai & quelle sono quelle che componeno lo bimedial primo. Dico che la linea .a. c. che rimane serà irrationale et quella è detta residuo bimedial primo, perche ambidui li quadrati de quelle tolti insieme seran mediali, & el doppio della superficie dell'una in l'altra serà rationale e per tanto ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra: adonque perche ambidui li quadrati tolti insieme se cõparano dal doppio della superficie dell'una in l'altra & dal quadrato della linea .a.c. seguita (per la .13. propositione) che el quadrato della linea .a. c. sia incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra per laqual cosa cosi esso quadrato (come la .a. c. lato di quello) è irrationale (per la diffinitione) adonque el proposito è manifesto, laqual cosa parendoti tu la puoi declarare essempialmente in figura si come in la precedente. A dimostrarla anchora per un'altro modo.

Sia

le diuerse specie de binomij (per la diffinitione) è impossibile esser la,a,insieme sotto de diuerse specie, delle sei linee irrationale bauute per auanti, etiam della linea mediale è manifesto ancbora che essa non sia alcuna delle sei sequente cioè ne binomio, ne alcuna delle compagne di quello, perche conciosia che essendo aggionto a una linea rationale una superficie equale al quadrato della linea mediale, lo secondo lato di quella è rationale in potentia (per la 23esima quarta) & conciosia che la superficie equale al quadrato del binomio, ouer de alcuna delle sue compagne lo secondo lato di quella è un binomio ouer el primo, ouer el secondo & cosi delle altre (per la quadragesima nona propositione et le cinque sequente) per laqual cosa quello è irrationale è in longhezza & in potentia (per la trigesima quinta) adonque conciosia che le impossibile una medesima linea esser rational in potentia etiam irrational si in longhezza come in potentia, per troppo è impossibile una linea mediale esser binomiale ouer alcuna delle cinque sue compagne.

Il Tradottore.

Questa propositione nella seconda tradottion non si è formata propositione, ma bene in fine della settuagesima seconda el medemo in sostantia se conchiude, ouer dimostra, ilche mi fa credere che Euclide sia stato antiquamente desregolato, & trasbalzato come interuene, o per conto di guerre, ouero altra simile occasione & che da lì a uno tempo sia dalli dilettanti stato recercato & reassettato secondo che di lui hanno trouato, & cadauno si ha aggionto quello che a lui parea che si fe conuenisse è però molti propositioni se attribuiscono li commentatori essere da loro aggiunte, che sono pur del medesimo autore come ogn'uno può considerare si nella soprascritta propositione ma in infiniti altri luochi si della prima come della seconda tradottione.

Theorema. 56. Propositione. 73.

68/73 Se serà tagliata una linea de un'altra linea & seranno ambedui rationale solamente commensurabile potentialmente, la linea rimanente sera irrationale & serà detta residuo.



Sia tagliata la linea.b.c. dalla linea,a, b, & siano ambedui rationale solamente in potentia communicante (quale insegna diremonare la 23esima prima & 23esima seconda & queste sono quelle che componeno el binomio) dico che la rimanente. a.c. è irrationale, & quella se chiama residuo, perche è manifesto) per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee. a.b. & ,b,c. tolti insieme (li quali componeno superficie rationale dal presupposito) & (per la diffinitione) della superficie rationale & per la duodecima de questo sono tanto quanto el doppio della superficie della,a, b,in la,b,c, con el quadrato della,a,c, & conciosia che

quadrati tolti insieme et (per la settima del secondo) la f.g. serà equale al quadrato della a.c. & perche la e.g. e mediale (per la vigesima quarta) la linea d.g. serà rationale solamente in potentia, similmente anchora concioscia che la e.b. sia mediale (per la medesima) la linea d.b. serà rationale similmente in potentia e perche la a. b. & la b.c. sono incommensurabile in longhezza e però etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, e per questo ambidoui li quadrati tolti insieme, liquali (per el presupposito) communicano sono anchora incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra segnita che la e.g. sia incommensurabile alla, b, e, per laquale & la linea, d, g, alla linea, d, b, adoque (per la settuagesima terza) la linea, g, b, e residuo & irrationale però etiam (per la vigesima proposition dalla destruttione del consequente) la superficie, f, g, e irrational et la, a, c, lato tetragonico di quella è irrationale.

Theorema. 59. Propositione. 76.

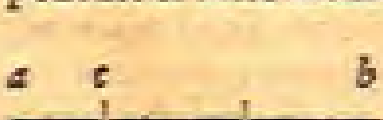
71/76 Se una linea serà detratta da un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie mediale, & ambidnoi li quadrati de quelle tolti insieme sian rationale, la restante linea serà irrationale & se chiamarà linea minore.



Se seranno la a.b. & b.c. quale se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) & componeno la linea maggiore dico che la linea, a.c. serà irrationale & lei è quella laquale è detta linea minore, laqual cosa che firmamente tenerà le positioni della precedente, & diligentemente attenderà in duoi modi quella facilmente approuerà si come la antecedente.

Theorema. 60. Propositione. 77.

72/77 Se una linea serà cauata fora de un'altra linea & seráno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie rationale: & ambidnoi li quadrati de quelle tolti insieme seranno mediale la linea che rimanerà serà irrationale & serà detta la gionta con rationale componente el tutto mediale.



Anchora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni salvo se non te seranno uscite di memoria, perche poste le due linee a.b. & b.c. come se propone (lequale se ritrouano per la trigesima terza) et componeno la linea potente in rationale, & mediale & cosi la rimanente a.c. serà irrationale, & quella sien detta quella che gionta con rationale compone il tutto mediale.

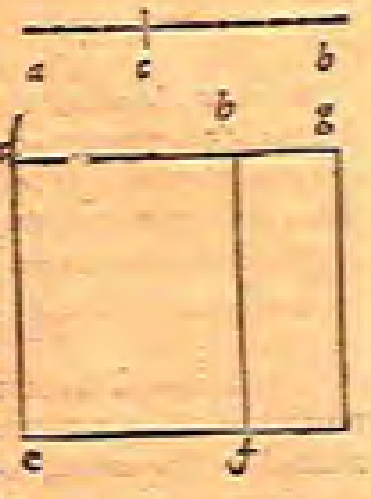
Theorema. 61. Propositione. 78.

73/78 Se una linea serà detratta de un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie mediale, & ambi-

Sia la linea.d.e.rationale in longhezza alla quale sia aggionta la superficie.d.f.equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie.g.e. equale a ambedue li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la superficie.f.g.serà equale al quadrato della linea,a,c,conciosia adunque che (per el presupposto) la superficie.e.g.sia mediale(per la vigesima quarta propositione) la linea.d.g.serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la detta superficie.e.b. sia rationale(per el presupposito) la linea,d,b,(per la vigesima)serà rationale in longhezza, adunque (per la sertuagesima terza) la linea,g, b, e residuo & irrationale e però (per la vigesima per la destruttione del consequente) la superficie,f. g, è irrationale & lo lato tetragonico di quelle (eliqual è,a, c,)e irrationale & cosi è manifesto il proposito.

Theorema.58. Propositione.75.

70 / 75 Se una linea serà segata de un'altra linea,& seranno ambedue mediale,communicante solamente potentialmente,& che contengono superficie mediale,la linea restante serà irrationale & serà detta residuo medial secondo.



Sia anchora in questa tagliata la linea,b,c,dalla linea,a,b,& l'una e l'altra delle dette.a.b.& b.c.siano come se propone (& quelle se ritrouano per la trigesima prima) & sono quelle che componeno lo bimedial secondo, Dico che la linea restante (laquale è.la.a.c.) e irrationale & quella è detta residuo bimedial secondo perche (dal presupposito & dalla vigesima quinta) ambiduoi li quadrati delle due linee.a.b.et.b.c. tolti insieme sono mediale, similmente anchora el doppio della superficie dell'una in l'altra e mediale conciosia adoque che per (la vigesima sesta) una mediale non è differente da un'altra mediale se non in una superficie irrationale, serà lo quadrato della linea,a,c, (in elquale per la settima del secondo) li duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.c.tolti insieme eccedeno, el doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale, per laqual cosa etiam la linea,a,c, serà irrationale. anchora per essempio figurale tu poi declarare questo come per auanti perche se serà la superficie.e g.equale a ambedue li quadrati della,a,b,& b.c,insieme & la,d,f,al doppio della superficie dell'una in l'altra, la superficie.f.g. (per la settima del secondo) serà equale al quadrato della.a.c.laqual conciosia che la sia la differentia dell'una mediale.e.g.la superficie mediale.d.f.quella è irrationale(per la vigesima sesta) & lo lato tetragonico di quella (elquale è la.a.c.) è irrationale che è il proposito. A dimostrare il medesimo altramente, sia la linea.d.e.rationale alla quale sia aggionto la superficie. d.f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la.e.g. equale a ambiduoi li quadrati

no(oltra che nelle ipotesi del detto antecedente se esplica chiaramente) nelle argumentatione delle sequente propositioni si manifesta, ma questi tali se sono ingãnati in questo, che loro non hanno ben appresso la demostratione del detto antecedente laqual se fonda sopra quella commuua concettione del animo, laqual in vero non è cosi commuua come lo commentatore la fa quantunque el sia la verità, cioè che la differentia delli estremi e composta delle differentie de cadauno delli detti estremi alli termini di mezzo, verbi gratia poniamo che .a. sia quindeci &, b, duodeci (la differentia di quali e tre) &, c, sette &, d, quattro (la differentia di quali e pur tre si come quella del, a, al, b,) hor dico che la differentia del, a, al, c, (qual e otto) e quanto quella che è dal, b, al, d, (laqual è pur otto) & questo se dimostra per la sopradetta commuua concettione cioè che la differentia delli duoi estremi, a, &, c, antecedenti (laquale è otto) e composta dalle due differentie de detti duoi estremi al, b, (lequale differentie l'una è tre e l'altra è cinque che in summa fa pur otto) si come quella sola, similmente la differentia delli duoi estremi, b, & d, consequenti (laquale è pur otto) e pur composta delle due differentie de detti estremi b. & d. al termine di mezzo (cioè, al, c,) lequal differentie l'una e cinque l'altra e tre che gionte insieme fanno pur otto si come l'altra sola & perche la differentia del, a, al, b, e quanto quella (che è dal, c, al, d, per el presupposito) gionto communamente all'una & l'altra La differentia che è dal, b, al, c, le dette due summe de dette due è due differentie (per commuua scientia) seranno equale lequale due summe l'una vien a esser la differentia che è dal, a, al, c, l'altra quella che è dal, b, al, d, che è il proposito.

Theorema. 62. Propositione. 79.

74/79 Niuna linea (saluo una solamẽte) puo esser congionta al relicuo, che siano ambedue sotto al termine di quelle che erão auãti la separatione.

Sia la linea, a, c, relicuo laquale sia rimasta tagliata la, b, c, dalla, a, b, & c, b, et b, c, seranno rationale solamente communicante in potentia (per la. 73.) Dico che la detta linea, a, c, a niuna altra linea che alla, b, c, (sotto questa diffinitione) po esser composta ne a una maggiore della, b, c, ne a una minore della detta, b, c, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia composta con la, c, d, indifferentemente maggiore, ouero minore che la, c, b, & per questo ambedue le linee, a, d, &, d, c, seranno rationale communicante solamente in potentia, adonque perche (per la settima del secondo) li quadrati de ambedue le linee, a, b, &, b, c, tolti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in lo quadrato della, a, c, similmente anchora li quadrati delle due linee, a, d, &, d, c, tolti insieme eccedeno il doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in el quadrato della medesima a, c, seguita (per lo premesso antecedente) che la differentia, di duoi quadrati delle due linee, a, b, &, b, c, tolti insieme, alli duoi quadrati delle due linee, a, d, &, d, c, tolti insieme, sia si come la differentia del doppio della superficie della, a, b, in la, b, c, al doppio della superficie della, a, d, in la, d, c, & conciosia che li duoi quadrati dell'una

ambiduoi quadrati di quelle tolti insieme seranno mediale incommen surabile al doppio della superficie de l'una in l'altra, la linea che rimanerà serà irrationale & serà detta la gionta con mediale che fa il tutto mediale.
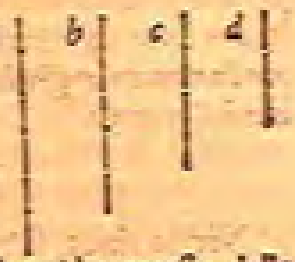
Siano anchora in questa la.a.b.& b.c. quale sien proposte lequale (per la trigessima quarta) se trouaranno et quelle sono che componeno la linea potente in doi mediale & la rimanente a.c.serà irrationale detta quella che gionta con mediale compone il tutto mediale, lequale acciochè facilmente tu la concludete a monstro che tu attendi diligentemẽte al processo delle due argumentationi della settuagessima quinta, Ma egliè da anticipare in questo luoco uno antecedente alle demostrationi delle sequente necessario che è il proposito.



Antecedente.

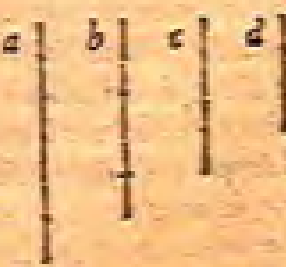
74 o Se seranno quattro quantità delle quale la differentia della prima al la seconda, sia si come della terza alla quarta, serà permutatamente la differentia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.

Questo si de intendere delle quantità referte per un medesimo modo, cioè che quando la prima serà maggiore della seconda così anchora la terza sia maggiore della quarta & quando la serà minore sia etiam minore, exempli gratia sia la differentia del.a.al.b. si come del.c.al.d. dico qual differentia serà del.a.al.c. tale serà dal.b.al.d. perche per questa concession de animo la differentia delli estremi è composta delle differentie de quelli alli termini di mezzo, verbi gratia la differentia del. a.al.c.è cumposta di quella che è dal.a.al.b. & de quella che è dal.b.al.c. & quella che è dal.b.al.d,(per la medema concession)è composta de quella che è dal.b.al.c.& de quella che è dal.c.al.d.& perche(per el presupposito)la differentia del.a.al.b.è si come dal.c.al.d.& quella che è dal.b.al.c.è commuua seguita(per commuua scietia)che è la differentia del.a.al.c.sia si come dal.b.al.d.che è il proposito.



Il Tradottore.

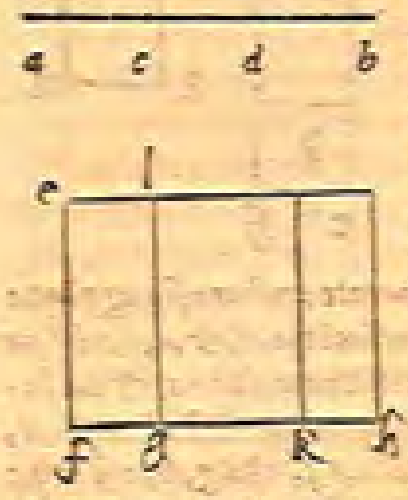
Questo antecedente se ritroua solamente in la tradottione del Campano, & molti hanno applicado alle quattro linee. a. b. c. d. quattro numeri proportionali (cioè al. a. 12. & al. b. 8. al. c. 6. al. d. 4.) & uoleno che le dette differentie si intendeno geometrice & questo affirma medesimamẽte Frate Luca dal Borgo sopra questa medema antecedẽte, & io dico tutto al cõtrario cioè che le dette differẽtie si debbeno intẽdere, aritmetice & nõ geometrice & che'l sia il ue



ro

to el termine di quelle se non solamente quella dalla quale era separata auanti.

Hor sia la,a,c,el residuo medial secondo(laquale fu el residuo)tagliata la. b. c. della,a,d,b,& (per la settuagesima quinta)le due linee,a,& ,b,c,seranno mediale solamente in potentia communicante contenenti superficie mediale, dico che essa linea,a,c,non puo esser congionta ad alcuna altra linea che alla,c, b, sotto questa diffinitione, & se questo fusse possibile(per l'aduersario)sia congionta alla linea,c, d,& sia la linea,e,f,rationale in longhezza,alla quale sia congionta la superficie, e,b,equale alli quadrati delle due linee,a,b,& ,b,c,tolti insieme.& la,e,k, equale alli quadrati delle due linee.a.d. & .d. c. tolti insieme dalla quale sia tagliata la.e.g. equale al quadrato della linea,a,c,& la superficie.l.b.(per la settima del secondo)serà equale al doppio della superficie della,a,b, in la,b,c,& la superficie.l.K.(per la medesima settima del secondo)serà equale al doppio della superficie della,a,d,in la,d,c,perche adonque li quadrati de ambedue le parti della prima settione sono mediale, & etiam el doppio della superficie e mediale incommensurabile alli duoi quadrati tolti insieme (laqual cosa lo diligente geometra elqual seruerà diligentemẽte le positioni non potrà ignorare) serà la superficie,e, b, mediale conciosia che essa sia equale alli duoi quadrati tolti insieme,etiam la superficie.l.b.serà mediale conciosia che quella sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra(per la nigesima quarta)adonque l'una & l'altra delle due linee.f.b. & g.b.e rationale solamente in potentia,e perche l'una è incommensurabile all'altra imperoche la superficie.e.b.e incommensurabile alla superficie.b.l.si come li dui quadrati al doppio della superficie(per la settuagesima terza)la linea.f.g.serà residuo,per laqual cosa la linea.f.g.che è residuo se cõpone alla linea. g.b. accioche sia no ambedue sotto al termine de quelle che erano auanti la seperatione, similmente anchora tu approuerai la medesima,f.g,componerse con la linea.g.K.con la medesima condition(per mezzo delle superficie.e.k.et.k.l. delle quale la prima è equale alli quadrati delle due linee.a. d.& .d. c. tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa è impossibile (per la settuagesima nona)& questo modo de demostratione puo esser commune alla ottuagesima,& alle altre quattro che seguitano quella.

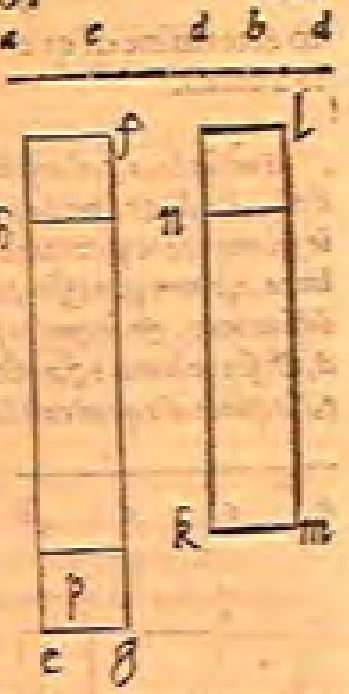


Theorema.64. Propositione.82.

77 82 Niuna linea è congiongibile alla minore che siano sotto al suo termine, se non solamente quella laquale gli era congionta auanti la incisione.

Intendi che cosa sia la linea minore, & se tu te l'hai desmenticato recorri alla *settua-*

dell'una & dell'altra sectione tolti insieme siano ra-
tionale (dal presupposito) & el doppio della superficie
dell'una delle portioni in l'altra (dell'una & dell'al-
tra sectione) siano mediale (per el presupposito & per
la uigesima terza) serà una medesima differentia del
le due superficie rationale, & delle due mediale et que
sto è impossibile, perche le superficie rationale non sono
differente l'una dall'altra saluo che in superficie ratio-
nale come è manifesto per la diffinitione delle superfi-
cie rationale (& per la duodecima) & la superficie
mediale, non puo esser differente da un'altra media-
le (per la uigesima sesta) saluo che in una superficie ratio
nale, & questo se fa piu manifesto in figura cioè in
questo modo sia aggionta la superficie e,f, alla linea a,
g, equale alli duoi quadrati delle due linee a,b, & b,
e, tolti insieme, & la a,g, b, sia equale al doppio della su
perficie de l'una in l'altra, e la f,b, serà equale al qua-



drato della linea a,e, (per la settima del secondo) similmente ancora sia aggionta
la k,l, alla linea k,m, equale alli duoi quadrati delle due linee a,d, & d,c, tolti in
sieme & la m,n, sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la su-
perficie n,l, (per la settima del secondo) serà equale al quadrato della linea a, e,
e però è etiam equale alla b,f, adonque la differentia della e,f, alla g, b, e si come
della k,l, alla m,n, per laqual cosa (per lo premesso antecedente) permutatamen-
te la differentia della e,f, alla k,l, (e quella sia la p,) serà si come della g,b, alla m,
n, & perche l'una e l'altra delle due superficie e,f, & k,l, e rationale e l'una e l'al
tra delle due superficie g,b, & m,n, e mediale seguita lo impossibile cioè la superfi-
cie p, esser rationale, & irrationale.

Theorema. 63. Propositione. 80.

75/80 Niuna linea se non solamente una puo esser congionta al residuo me
dial primo, che siano ambedue sotto al termine di quello che erano
auanti la separatione.

*Ancora questa se approuerà per simil modo che fu approuata la passata, per
che essendo ambidui li quadrati tolti insieme in l'una & l'altra settione mediale,
& il doppio della superficie di l'una in l'altra rationale & perche come prima, la
medesima differentia e di quadrati dell'una sectione alli quadrati dell'altra, che
è del doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la dif-
ferentia delle due superficie mediale & delle due rationale serà una medesima su-
perficie laqual cosa è impossibile.*

Theorema. 64. Propositione. 81.

76/81 Niuna linea è congiongibile al residuo medial secondo che siano sot-

to

& terzo residuo, cioè che quelle due che congionte formano el primo binomio, quelle medesime disgionte causano el primo residuo, cioè che la linea restante di tal sottrattione è detta residuo primo così seguita nelli altri dui.

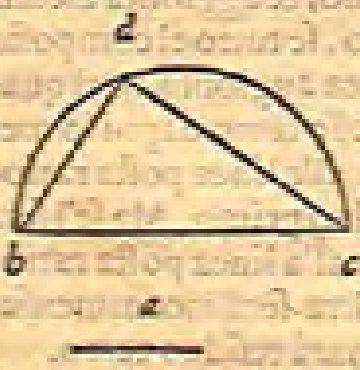
Se tutta la linea serà piu potente della linea aggionta incl quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa tutta, & la medesima tutta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quarto, & se l'serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quinto. Ma se l'una e l'altra serà incommensurabile alla linea posta rationale se adimandarà residuo sesto.

Il Tradottore.

Quantunque queste tre diffinitioni siano poste disgionte delle tre precedente, le si debbeno intendere a quelle congionte successivamente, nelle quale similmente se manifesta in sostantia (si come nelle precedente tre) che quelle medesime due linee che congionte formano el quarto, quinto, & sesto binomio, quelle medesime disgionte (cioè sottratta la minore dalla maggiore) causano el quarto, quinto, & sesto residuo, cioè che quella parte de linea che restarà di tal sottramento se chiamerà binomio quarto, ouer quinto ouer sesto cioè stante le condittione dette, se la summa delle due linee, serà communicate in longhezza alla nostra proposta rationale (cioè alla nostra misura) tal residuo serà detto quarto ma se per caso serà che la linea aggionta (e non la summa) sia communicante alla detta misura, serà detto residuo quinto, ma se ne l'una ne l'altra serà detto residuo sesto.
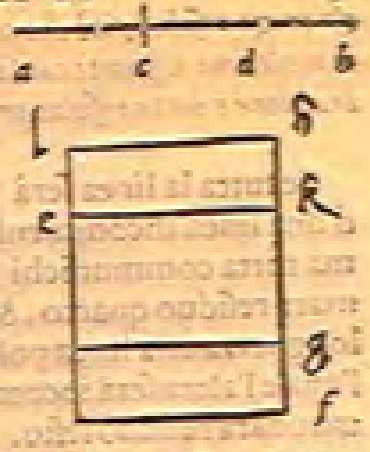
Problema. 18. Propositione. 85.

80/85 Puotemo investigare el primo residuo.



La inventione per ordine de tutte le specie de binomij ne assolue facilmente dalla inventione de tutte le specie de residui, perche in qual si voglia specie de binomij se la minor portione serà tagliata dalla maggiore la linea restante, serà el residuo de simile specie come è manifesto (per le diffinitioni) si di binomij come di residui. tamen non se partendo dalle proprie inventioni di residui in questo modo investigamo el primo, sia la linea, a, posta rationale alaquale sia tolta la b. c commensurabile in longhezza, et sia, e, numero quadrato diuiso in f. non quadrato & in. g. quadrato & sia la proportione del quadrato della linea b, c, al quadrato della linea, c, d. si come del, e, al, f, & (per la ultima parte della nona) la, c, d, serà rationale solamente in potentia, adonque concio sia

settuagesima sesta, & senza alcuna difficultà te conclederai el proposito procedendo si come in la settuagesima nona & se te apparerà tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.



Theorema.66. Propositione.83.

78/83 La linea che congionta con rationale fa el tutto mediale, non puo esser congionta se non solamente a una linea, che siano sotto el termine de quelle.

Che cosa sia la linea che se propone tu l'hai hauto nella settuagesima settima adonque quando de quella vorrai demostrare quello che per questa ottuagesima serà detto non te desfiore in cosa alcuna del processo della ottuagesima ma se tu te delletterai acuir lo ingegno, tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema.67. Propositione. 84.

79/84 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non po esser aggionto se non solamente una linea che siano sotto el termine di quelle che erano ananti la separatione.

De questa linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la settuagesima ottava e mastra della quale (quello che questa ottuagesima quarta cosi propone) serai costretto concludere si come concludesti del residuo medial secondo el qual per (la ottuagesima prima) è stato enunciato.

Terze diffinitioni.

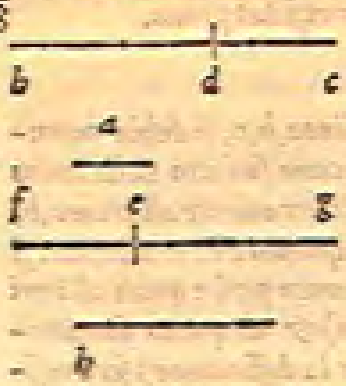
Posta due linee l'una rationale: & l'altra residuo, & aggionta alcuna linea a esso residuo, secondo il termine di quello, se tutto el composto di tal aggiongimento, serà piu potente della linea aggionta, in el quadrato d'una linea communicate in longhezza a esso tutto da poi lo medesimo tutto serà commensurabile in longhezza, alla linea posta rationale quello residuo che era posto, serà detto residuo primo. Ma se l'serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, serà detto residuo secondo, & se l'una e l'altra serà incommensurabile in longhezza alla posta rationale se chiamarà residuo terzo.

Il Traduttore.

Per le soprascritte tre diffinitione se manifesta in sostantia che quelle due linee congionte compongono el primo, secondo, & terzo binomio, quelle medesime sotrahendo la minore dalla maggiore la parte restante formano el primo, secondo, & ter-

Problema.21. Propoſitione.88.

83/88 Puotemo ritrouare el quarto reſiduo.



Sia in queſta ſi come in la inuentione del primo reſiduo la linea.b.c.communicante alla linea.a.poſta rationale,ma lo numero.e.quadrato ſia diuiſo in.f.& in.g. di quali l'uno e l'altro non ſia quadrato & ſia el quadrato della linea.b.c. al quadrato della linea.d.c. ſi come del.e.al.f.& (per la diffinitione) ſaperai la linea d. b. eſſer el quarto reſiduo,ſe tu non ſerai ſmentichevole de quelle coſe, che tu operaſti in la inuentione del quarto binomio.

Problema.22. Propoſitione.89.

84/89 Puotemo demoſtrare el quinto reſiduo.

Quando vorrai trouar el quinto reſiduo la linea,c,d,ſerà communicante alla linea,a,poſta rationale in lonbhezza(ſi come era in la inuentione del ſecondo) & lo numero quadrato,e,ſerà diuiſo in.f.& in.g. di quali ne l'uno ne l'altro ſerà quadrato (ſi come in la precedente) & lo quadrato della linea,c,d,al quadrato della linea,b,c, ſerà ſi come del numero.f. al numero.e.dalle quale per la diffinitione tu concluderai la linea,d,b, eſſer el quinto reſiduo hauendo a memoria la inuentione del quinto binomio.

Problema.23. Propoſitione.90.

85/90 Finalmente uoglio ritrouare el ſeſto reſiduo.

El ſeſto reſiduo ſe ritroua in queſto modo, ſerà come prima la linea.a. poſta rationale & lo numero,e, quadrato diuiſo in.f.& in.g.non quadrati,& .b.ſerà numero primo.& lo quadrato della linea.a,al quadrato della linea,c,b,ſi come lo numero.b,al numero.e,& lo quadrato della,b,e,al quadrato della,c,d, come lo numero.e.al numero.f.& (per la diffinitione) la linea. d. b. ſerà reſiduo ſeſto, alla qual ſe l'animo tuo non aſſentirà plenariamente,te conuiene eſſercitarte in la inuentione del ſeſto binomio.

Il Tradottore.

Similmente nella inuentione di queſto.6.reſiduo biſogna aduertire di quello che fu detto ſopra la inuentione del ſeſto binomo cioè che'l non ſatisfa a tor il numero. b.ſimplicemente numero primo ma biſogna che habbia le due conditioni dette ſopra la inuentione del terzo reſiduo ideo &c.

Theorema.68. Propoſitione.91.

86/91 Se una ſuperficie ſerà contenuta da una linea rationale,& da un reſiduo primo,lo lato tetragonico di quella è neceſſario eſſer reſiduo.

Sia

ciosia che la,c,b, sia più potente della,c,d, nel quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza laqualcosa è manifesta si come in la ispositione del primo binomio (per la diffinitione) se manifesta la linea,b,d, esser residuo primo.

Il Tradottore.

In quanto alla operatione di questo problema (per la linea,b,c, se debbe intendere quella sopra laquale è descritto el mezzo cerchio, si come fu fatto nella inventione del primo binomio, tal che giongendo la linea,d,c, directamente alla linea,b,c, tutta la linea così composta sera binomio primo, ma in quanto alla conclusione si debbe intendere per la linea,c,b, la linea,c,b, inferiore (tamen però e quale alla prima cioè a quella dove è descritto sopra el mezzo cerchio) & di quella sotratone la detta,c,d, la parte rimanente cioè la,d,b, (per la diffinitione) sera residuo primo.

Problema. 19. Propositione. 86.

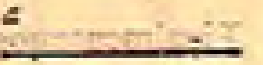
81/86 Egliè posibile a esplicare el secondo residuo.

A voler haver el secondo residuo sia la linea,a, posta rationale & la,c,d, a quella commensurabile in longhezza, & sia del quadrato della,c,d, al quadrato della,b,c, si come della,f, alla,e & la,b,d, (per la diffinitione) sera el secondo residuo, se tu dubiti, overo che tu non sermi li presuppositi posti per auanti, overo che tu hai debisogno della repetione del secondo binomio.

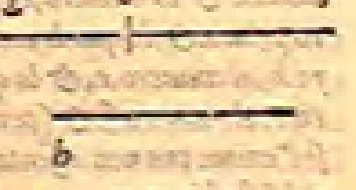


Problema. 20. Propositione. 87.

82/87 Puotemo inuestigare il terzo residuo.



El terzo residuo se trouerà in questo modo, sia posta come prima la linea,a, rationale, & lo numero,e, quadrato diuiso in,f, non quadrato & in,g, quadrato & tolto lo,b, numero primo, e lo quadrato della linea,a, al quadrato della linea,b,c, si come del,b, al,e, e sia el [] della linea,b,c, al quadrato della linea,c,d, si come del,e, al,f, & (per la diffinitione) la linea,d,b, sera el terzo residuo della qual cosa tu dubiti consegliarati con el terzo binomio.



Il Tradottore.

In la inventione di questo terzo residuo bisogna advertirse di quello che fu detto sopra la inventione del terzo binomio cioè che il non satisfa a tor il numero,b, numero primo, anci bisogna tolo con le conditioni dette (del numero b.) sopra la detta inventione del terzo binomio cioè che il non sia quadrato, & che la proportione di quello al numero,f, non sia come di numero quadrato a numero quadrato.

Pro-

solamente in potentia. Adonque (per la settuagesima terza) la linea.p.n. laquel po in la superficie.a.c.e residuo & questo è quello che intendemo de dimostrare.

Il Tradottore.

In la maggiore parte done di sopra se arguisse per la prima del sesto si puo arguire (e con maggiore intelligentia) per lo lemma posto auanti alla quinquagesima terza che cosi si arguisse in la seconda tradottione, ma perche lo espositore non trouò lo detto lemma fu sforzato a arguire come di sopra appare, & similmente nelle sequente.

Theorema.69. Propositione.92.

87/92 Se alcuna superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal secondo residuo la linea potente in quella medesima superficie serà residuo medial primo.

Anchora in questa arguisse si come in la precedente per la diffinitione del secondo residuo & per la seconda parte della.17.&.12.&.23.&.19.&.74.

Theorema.70. Propositione.93.

88/93 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, e dal terzo residuo, la linea potente sopra di quella serà residuo medial secondo.

Seguita alla prima demostratione, & facilmente concluderai il proposito, per la diffinitione del terzo residuo, & per la seconda parte della decima sestima & per la duodecima & uigesima terza & settuagesima quinta.

Theorema.71. Propositione.94.

89/94 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quarto residuo, la linea potente sopra di quella serà la linea minore.

Anchora in questo non procedere altramente che prima, perche a te serà facile concludere el proposito, se non t'hauessi scordato la precedente (per la diffinition del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & per la uigesima terza & per la decima nona & settuagesima sesta, & cosi serà manifesto il proposito.

Theorema.72. Propositione.95.

90/95 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quinto residuo, lo lato tetragonico di quella serà la gionta con rationale cõ ponente mediale.

Fermate nella premissa argumentatione (per la diffinitione del quinto residuo e

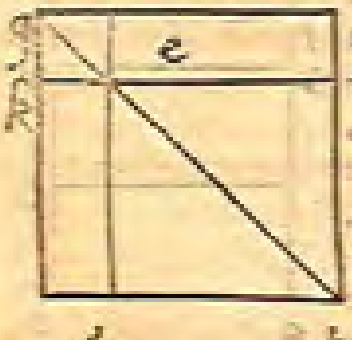
per

Sia la ſuperficie.a.c.contenuta dalla linea.a.b.rationale & dalla.b.c.reſiduo prima. Dico lo lato tetragonico della ſuperficie.a.c.eſſer reſiduo, & per dimoſtrar queſto ſia aggionto alla linea.b.c. la linea.c.d. & ſia quella per la detrattione della quale la b.c. fu reſiduo primo & (per la diffinitione) la.b.d. ſerà rationale in longhezza & la c.d. ſolamente in potentia, ambedua la.b d. ſerà piu potente della.c.d. in el quadrato d'una linea communicante con ſeco in longhezza, adonque ſia diuiſa la d. c. in due parti equali in punto e. & tutta la.b.d. ſia diuiſa in queſta conditione in punto.f. che fra la.b.f. & la.f.d. ſia la e.d. nel medio luoco proportionale & (per la ſeconda parte della decima ſettima) la b.f. ſerà communicante in longhezza alla.f.d. adonque (per la duodecima) l'una & l'altra de quelle communica con tutta la linea. b. d. per laqual coſa (per la diffinitione) ambedue ſono rationale in longhezza & per tanto ſian dutte le linee. f. g. e.h. & e. K. equidiſtante alla.a.b. & (per la decima nona) l'una & l'altra delle due ſuperficie. a.f. & g.d. ſerà rationale adonque ſia il quadrato.l.m. equale alla ſuperficie.a. f. & ſerà rationale & lo lato di quello ſerà rationale in potentia, protratta dentro la linea. l. m. diagonale di quel quadrato, & ſia deſcritto lo quadrato.l.n. equale alla ſuperficie. g. d. & quel ſerà rationale & lo lato di quello ſerà rationale in potentia, & ſian protratte le due linee.n.p.q.n. equidiſtantemente alli lati del total quadrato. Dico adonque lo quadrato.p.r. eſſer equale alla ſuperficie.a.c. & lo lato di quello (cioe è.n.p.) eſſer reſiduo, perche concioſſia che la linea.d.e. ſia (dal preſuppoſito) nel medio luoco proportionale fra la. b. f. & la.f.d. (per la prima del ſeſto) la ſuperficie.d.b. ſerà in el luoco medio proportionale; fra le due ſuperficie. a. f. & . g. d. & però etiam & fra le dua quadrati.l. m. & n. l. & concioſſia che (per la prima del ſeſto) la ſuperficie.l. p. ſia nel medio luoco proportionale fra la medeſima dua quadrati ſerà la ſuperficie. l. p. equale alla.d. b. etiam alla. b. c. & perche lo quadrato. l. n. è equale alla.g.d. ſerà la r.r. equal alla. g.e. adonque tutto el gnomone circonſcritto al quadrato.m.n. è equale alla.c.g. & perche lo quadrato.l.m. era equale alla.a.f. rimanerà lo.m.n. equale alla.a.c. & che la.n.p. (lato del quadrato.m.n.) ſia reſiduo coſi ſe apprende, perche l'una e l'altra delle due linee.p.r. & r.n. è rationale in potentia imperoche l'uno e l'altro quadrato.l.m. & n.l. e rationale, e l'una di quelle è incommenſurabile all'altra (per la prima del ſeſto & per la decima quarta di queſto (imperoche lo quadrato.l. m. è incommenſurabile alla ſuperficie.l.r. ſi come la ſuperficie.a.f. alla ſuperficie. b.d. delle quale è manifeſto che quelli ſono incommenſurabile, perche (per la prima del ſeſto) una di quelle all'altra & ſi come la linea.b.f. (laquale è rationale in longhezza) alla linea.d. e. laquale è rationale

quale etiam per questo serà rationale & (per la vigesima) la linea.m.n. serà rationale in longhezza, adonque tutta la linea, b,n, serà rationale (per la duodecima) hor sia diuisa la,c,n, in due parti equale in ponto.q. & sia ductta la.q.r. equidistante alla.a.b.e (per la prima del sesto) la superficie,c,r, serà equale alla,r,n, & è manifesto che quando tutta la superficie,a,n, sia equale alli duoi quadrati,g, b, & ,e, g, tolti insieme (liquali sono li quadrati delle due linee,d,f, & ,f,e,) et la superficie, a,c, sia equale al quadrato della linea,d,e, laquale è,e,b, (per la settima del secondo) la superficie residua della,a, n, (laquale è la, c,s,) serà equale al doppio della superficie della,d,f, in la,f,e, per laqual cosa & la mità di quelle lequale sono,r, n, & ,d,g, è necessario esser equale & conciosia adonque che (per la prima del sesto) la superficie,d,g, sia nel medio luoco proportionale fra le duoi quadrati g, b, & ,g, e, & la superficie ,r,n, serà nel medio luoco proportionale fra le due superficie,a,m, & p, n, e però (per la prima del.6.) etiam la linea,q,n, serà nel luoco medio proportionale fra le due linee,b,m, & m,n, & conciosia che la,q,n, sia la mità della linea,n,c, & la linea,b,n, sia diuisa in ponto,m, in due parti communicante fra le-quale cade la,q,n, nel medio luoco proportionale seguita (per la prima parte della decima settima) che la linea,b,n, sia piu potente della linea,n, c, in el quadrato di una linea communicante con seco in longhezza adonque perche la superficie,d,g,e mediale (per la vigesima terza) & la superficie,c,r,a quella equale (dal presupposito) è mediale & la linea,c,q, rationale solamente in potentia (per la vigesima quarta) & però etiam el doppio di quella (elquale è la linea,n,c,) è rationale solamente in potentia, adonque perche la, b, n, e rationale in longhezza communicante alla linea,a,b, posta rationale & piu potente della,n,c,m el quadrato di una linea a se communicante in longhezza seguita (per la diffinitione) la linea,b, c, esser residuo primo che è el proposito.

Theorema.75. Propositione.98.

92 98



Quando che a una linea rationale serà agiõta una superficie equal al quadrato del residuo medial primo l'altro lato di quella serà un residuo secondo.

Quasi la linea,d,e, serà residuo medial primo, & la linea,e,f, serà quella per tagliamento della quale la, d,e, era stata residuo medial primo, dico che la b,c, serà residuo secondo laqual cosa non puoi ignorare se tu seguiti e pigli ben in pratica la demostratione della precedente e che vigilantemente tu habbi atteso quale linee bisogni esser la,d,f, & ,f,e, della qual cosa se tu dubiterai in alcuna reuederai la settuagesima quarta.

Theorema.76. Propositione.99.

94 99

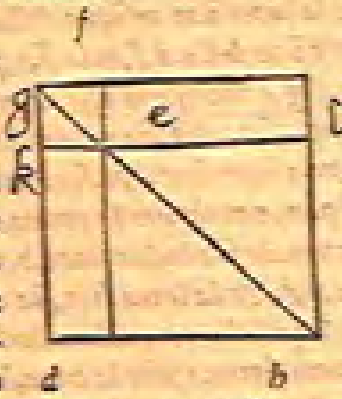
Se a una linea rationale serà applicata una superficie equale al quadrato del residuo mediale secondo, lo secondo lato di quella conuien esser residuo terzo.

Quasi

per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & vigesima terza e decima nona & settuagesima settima) che è il proposito de concludere.

Theorema. 73. Propositione. 96.

91/96 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & dal sesto residuo, lo lato tetragonico che può sopra di quella, el se proua esser la linea che gionta con mediale constituisse il tutto mediale.



Al presente ancor quello che altramente per que sto è detto sia diligente di concludere (per la diffinitione del sesto residuo & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & vigesima terza & settuagesima ottaua,) & niuna cosa potrà offendere el tuo processo in tutte queste proposioni. se la prima di queste perfettamente imparerai & in memoria tenerai, & ancora quel che la suppone prudentemente atenderai, e se per caso te occorresse qualche dubbio in el quadrato. l. m. a te serà necessario con el tuo ingegno de recorrere al suo equale in la superficie, a, d, & seranno manifesti.

Theorema. 74. Propositione. 97.

92/97 Se a una linea rationale serà applicada una superficie equale al quadrato d'un residuo, l'altro lato è necessario esser un residuo primo.



Queste sei sequente proposioni, sono le converse delle sei precedéte per ordine, et la intentione di questa prima e questa che se la superficie, a, c, aggionta alla linea rationale, a, b, equal al quadrato di un residuo el qual sia la linea d, e, lo secondo lato di quella (el qual è ta, b, c,) serà necessariamente residuo prima, perche sia aggionto alla linea, d, e, (laquale se propone esser residuo) la linea per la incisione della quale essa serà residuo e sia la aggionta a quella la, e, f, e (per la settuagesima terza) l'una e l'altra delle due linee, d, f, & f, e, serà rationale in potentia e l'una di quelle incommensurabile all'altra in longhezza, adonque sia descritto lo quadrato della linea, f, e, (el quale sia, e, g,) & lo quadrato della, d, e, laqual è posta esser residuo, el qual sia, e, h, & siano aggionti li supplementi, d, k. et f, l, & lo quadrato. g. b. serà si come lo quadrato della linea, d, f, & lo quadrato, e, h, serà si come la superficie, a, e, etiam l'uno e l'altro di quadrati. g. b. & .g. e. serà rationale. Sia adonque aggionta la superficie. a. m. alla linea. a. b. equale al quadrato. g. b. & per questo serà rationale, per la qual cosa (per la vigesima) la linea. m. b. serà rationale in longhezza, & la superficie. p. n. sia equale al quadrato. e. g. la-

Similmente quiui pone la linea,d,e,esser quella che gionta con rationale compone el tutto mediale,& quale linee bisogni esser la.d.f.& la.f.e,attende alla sessa gesima settima & concluderai senza alcun impedimento la linea.b.c.esser residuo quanto se tu seguiterai le necessarie demostratione hauute per auanti.

Theorema.79. Propositione.102.

97 102 Se a una linea rationale sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea con mediale componente mediale, l'altro lato di quella serà residuo sesto.

Hor in ultimo la linea,d, e, conuien essere quella laquale gionta con mediale compone el tutto mediale, alla qual giontoui la linea,e,f, (laqual sia quelle per il tagliamento della qual la linea,d,e,era stata quella che se propone)e qual linee bisogni esser la,d,f,& f,e,tu lo intenderai dalla sessagesima ottaua se la prima argumentatione firmamente tenerai senza opposition,similmente potrà concludere la linea,b,c,esser residuo sesto,& se per sorte te occorresse dubitare in cosa alcuna del quadrato,g,b,confirerallo con la superficie,a,n,a lui equale e cosi se manifestarà el proposito nostro.

Theorema.80. Propositione.103.

98 103 Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella intermissione,& ordine è el medesimo residuo.



Quello che propose la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio, & delle cinque compagne di quello questa. 103. & le quattro che seguitano proponeno esser el vero del residuo & delle sue cinque compagne, che hauerà dato opera a quelle per fina che le habbia ben in memoria nō poterà ignorare queste,veramente ogni cosa che è detto in quelle de communicante in longhezza,& solamente in potentia el medesimo bisogna intendere anchora in queste,perche ogni linea communicante al residuo in longhezza, ouero solamente in potentia, essa anchora è residuo & se quella communica in longhezza,non solamente quella è residuo, ma etiam è residuo de quella medesima specie,verbi gratia la linea communicante in longhezza al residuo primo e residuo primo,& quella che è communicante al secondo e secondo, & cosi anchora delli altri ma quando la linea communicano a uno residuo solamente in potentia quella anchora è necessario esser residuo ma non della medesima specie anci le impossibile che una linea communicante solamente in potentia a un residuo primo,ouer secondo,ouer terzo,ouer quarto ouer quinto caschi insieme con quello sotto la medesima specie ma ben è necessario che ambe cadano insieme sotto alle tre prime specie ouer ambedue insieme sotto alle tre ultime. & per tanto

Q uiui anchora serà la linea d, e, la residuo mediale secondo & seguiterà che le, c, b, sia uno terzo residuo laqual cosa acciochè facilmente la concludi seguitarai alla dimostratione della prima & quale linee conuien esser la, d, f et f, e recoglielo della settuagesimaquinta.



Theorema 77. Propositione 100.

95/100 Quando che a una linea rationale serà aggiontà una superficie equale, al quadrato d'una linea minore lo lato secondo di quella serà uno residuo quarto.

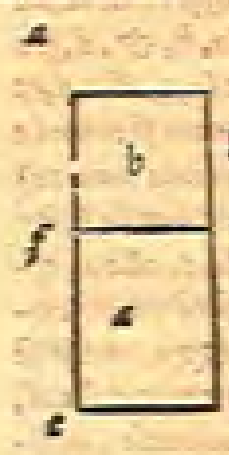
Se la, d, e, serà una linea minore come propone questa centesima. Dico che la, b, c, serà un quarto residuo, & quai linee sia necessario esser la, d, f, et la, f, e, (quando che la, d, e, serà una linea minore) tu lo intenderai dalla settuagesima sesta, & el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente, excetto che in questa & in le due sequente è necessario dividerse la linea, b, n, al ponto, m, in due parti incommensurabile, laquale in le tre precedente necessariamente se divideua in due commensurabile, perche in le tre precedente le due linee, d, f, & f, e, erano state communicante in potentia, è però etiam li quadrati di quelle erano stati communicanti, per laqualcosa & le superficie, a, m, & p, n, equale alli quadrati de quelle erano state communicante, per laqual causa & etiam le due linee, b, m, & m, n, e però etiam in le tre precedente la linea, a, b, n, fu piu potente della linea, n, c, nel quadrato d'una linea incommensurabile con seco in longhezza (per la prima parte della decimasettima,) ma in questa & in le due sequente le due linee, d, f, & f, e, sono incommensurabile in potentia come appare (per la settuagesima sesta settuagesima settima & settuagesima ottaua) e però etiam li quadrati di quelle per laqual cosa etiam le superficie, a, m, & p, n, sono incommensurabili per laqualcosa etiam le due linee, b, m, & m, n, sono incommensurabile, e però (per la prima parte della decima ottaua) si in questa come in le due sequente è necessario la linea, b, n, esser piu potente della linea, n, c, nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, tutte le altre cose cerca come per auanti.

Il Tradottore.

Questa & la precedente si seruino della figura della nouagesima settima, & nouagesima ottaua cioè che nel dire se referisse a quella, il medesimo fra le altre due sequente.

Theorema 78. Propositione 101.

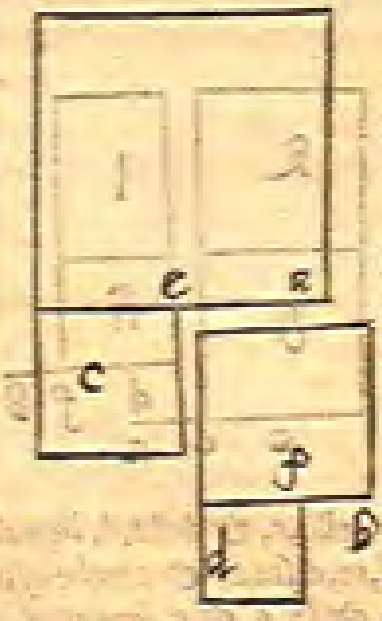
96/101 Se a una linea rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato della linea con rationale constituente mediale lo lato secondo di quella serà residuo quinto.



me la.e.alla.c.& la.l.alla.b.si come la.f.alla.d.& perche egli è dalla.e.alla.c.si come dalla.f.alla.d.seguita che dalla.k.alla.g. sia si come dalla.l.alla.b.& permutatamente dalla.k.alla.l.si come dalla.g.alla.b.conciosia adonque che la.g.communichi cõ la.b.seguita che la.k.communichi con la.l.adonque se la.k.serà rationale(che è el residuo medial primo)etiam la.l.(per la diffinitione)serà rationale,per laqual cosa(per la.74.)etiã la.b.e residuo medial primo,& se la.k.serà mediale(che è el residuo medial secondo)etiam la.l.per(la.25.)serà mediale,& però etiam la.b.(per la.75.)serà residuo mediale secõdo,per laqual cosa e manifesto il proposito. A demostrar el medemo altramente se la linea.b.communica con la linea.a.(laqual è qual si voglia residuo mediale)in longhezza ouer in potentia,sia aggiõta alla linea.e.d.rationale la superficie.c.e.equale al quadrato della.a.& la superficie.f.g.equale al quadrato della.b.& per questo la.e.e.& f.g.serano communicante si come etiam li quadrati delle linee. a.& b.a quelle equali,adonque(per la prima del sesto)& per la decima quarta di questo)la.d.e.& e.g.sono communicante in longhezza & perche se la.a.e residuo medial primo,& la linea.d.e.serà el secondo residuo(per la.98.)& se la.a. e residuo mediale secondo la linea.d.e.e residuo terzo(per la.99.)ma quando la linea.d.e.e residuo secondo la linea.e.g.e etiam residuo secondo & quando quella e el terzo similmente & questa è el terzo(per la.103.)seguita adonque(per la. 92.& 93.)che la.b.fia el residuo medial primo ouer secondo si come serà la.a.che el proposito.

Theorema.82. Propositione.105.

100
105



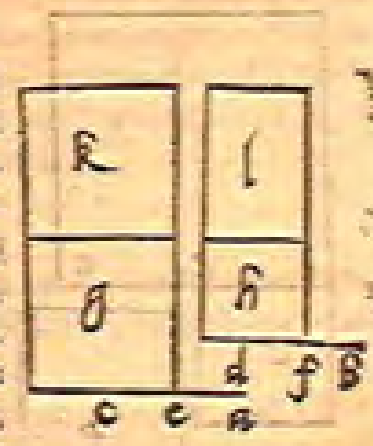
Se alcuna linea communicharà alla linea mi nore anchora quella serà linea minore.

Egli è facile a prouare questa per dui modi si come la precedente,ouero sia che alcuna linea communichi con la linea minore in longhezza ouer in potentia & posto questo quanto al primo modo che quando sia dalla.f.alla.c.si come dalla.e.alla.d.(per la prima parte del la.22.del sesto)lo quadrato della.f.al quadrato del d. serà si come lo quadrato della.e.al quadrato della.c. & conguntamente li quadrati delle due linee.f.& d. al quadrato della.d.serà si come li quadrati delle due linee.e.& c.al quadrato della.c.& permutatamente li quadrati delle due linee.f.& d.alli quadrati delle due linee.e.& c.serà si come lo quadrato della.d.al quadrato della.c.& lo quadrato della.d.communica al quadrato della.e.adonque li dui quadrati delle due linee.f.& d.tolti insieme com

sia la linea,a,residuo alla qual communichi la linea,b,in longhezza, dico che la li
nea,b,serà residuo de quella medesima specie con la,a, sia aggionta la linea,c,al-
la linea,a, & sia quella per la abcisione della quale la linea,a,in residuo & alla
b,ne sia aggionta un'altra,laquale sia la,d,alla quale cosi gli sia la,b, si come la,a,
alla,c,& cosi la composta della,a,& c,sia la,e,& la composta della, b, & ,d, sia
la,f,& (per la permutata proportionalità) la,a,alla,b,serà si come la,c, alla,d,et
(per la terza decima del quinto) la,e,alla,f,serà si come la,a,alla,b,ouer si come la
c,alla,d,conciossia adonque che la,a,communichi con la.b.(per la decima quarta)
la,c, serà communicante con la,d,& e, anchora serà communicante con la,f, &
perche anchora è necessario (per la permutata proportionalità) della,e, alla,c, es-
ser si come della,f, alla,d, seguita (per la sestadecima) che se la,e, serà piu poten-
te della, c, in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza, ouero se
la fusse per auentura incommensurabile, serà similmente la,f, piu potente della,d,
ma perche ogni linea communicante in longhezza, a, una linea rationale, quel-
la similmente rationale, similmente dico, perche ambedue seranno rationale in
longhezza, ouero ambedue solamente in potentia, seguita (per le diffinitione
di residui) che la,b, sia residuo della medesima specie che è, a, ma se la,b, comuni-
ca con,a, solamente in potentia: essa anchora serà residuo ramen necessariamente
non serà de quella medesima specie, ma serà si come è detto la demostratione della
quale (per quelle cose che sono state dette in la sexagesima quinta) del binomio è
da esser raccolta.

Theorema.81. Propositione.104.

99 104 Ogni linea communicãte a qual si uoglia residuo mediale è residuo mediale sotto el termine & ordine di quello.



Prima, linea ouer communichi con qual si uoglia resi-
duo mediale in longhezza, ouero in potentia, egliè el
uero quello che se dice, hor sia la,a, qual si uoglia resi-
duo mediale alla quale communichi la, b, in longhez-
za ouer in potentia. Dico che la ,b, e etiam residuo
mediale tal qual serà la, a, hor sia aggionta la linea,c,
alla linea,a, & sia la,c,per la incisione della quale la.
a. fu residuo mediale & alla, b, ne sia aggionta una
altra laqual sia,d,& sia della,b, alla,d, si come della,
d,alla,c.& tutta la composta della,a,& c,sia la,e,&
della,b,& ,d, sia la,f, sia descritto adonque li quadrati della,e, & della,d, laquali
siano,g,& ,h,& la superficie del,e,in,c,sia k. & del,f,in,d,sia,l, & perche egliè
come prima del,e,al,f,& del,c,al,d,si come del,a,al,b,& la, e, & c, sono media-
le solamente in potentia communicante (per la.74. & 75.) seguita (per la.25.)
che la,f,& ,d,(a quelle communicante) siano etiam mediale solamente in poten-
tia communicante & è manifesto (per la prima del sesto) che la,k,alla,g, sia si co-
me

ta concluderai anchor quella esser con mediale componere mediale, quanto al primo modo la superficie l. serà anchora mediale si come etiam la. k. & anchora li dui quadrati delle due linee. f. & d. tolti insieme saran mediale si come etiam li dui quadrati delle due linee. e. & c. & perche anchora li dui delle due linee. e. & c. al la. K. si come li dui delle due. f. & d. alla. L. & conciossia che li primi non communicano con el doppio della. k (per la sessantesima ottava) ne li dui secondi communicarano con el doppio della. l. (per la. 24.) adonque (per la. 78.) la. b. e con mediale componente mediale, ma quanto al secondo modo la d. e. serà residuo sesto (per la. 102.) e però & etiam la. e. g. (per la. 103.) per laqual cosa la. b. e con mediale componente mediale (per la nonagesima sesta.

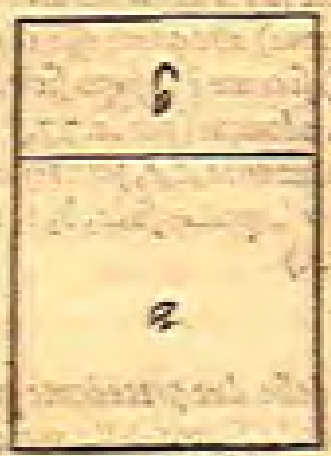
Il Tradottore.

Similmente questa si come le altre due passate se ferma nel arguire sopra le figure della prepositione. 104 & della. 105 .et però a quella recorri p tuo essempio.

Theorema. 84. Propositione. 108.

103 108 Se da una superficie rationale serà tagliata una superficie, mediale, la linea potente in la superficie restante, serà l'una delle due linee irrationale ouero residuo, ouero minore.

Sia tutta la superficie composta dalla. a. & b. rationale, dalla quale sia detratta la. b. laquale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante. a. e serà ouero residuo ouero linea minore, sia adonque la linea. c. d. rationale & la superficie. c. e. a quella aggionta sia tanto quanto la. a. & la. f. g. tanto come la. b. et tutta la. c. g. serà si come tutta la. a. b. & la. c. g. serà rationale è però etiam la linea. d. g. (per la vigesima propositione) serà rationale in longhezza & la. f. g. serà mediale e però (per la vigesima quarta propositione) etiam la. e. g. serà rationale solamente in potentia, adonque la linea. d. e. (per la diffinitione) è residuo primo, ouero quarto adonque (per la nonagesima prima & nonagesima quarta) la linea potente in la superficie. c. e. è però etiam in la superficie. a. (a quella equale) e residuo ouer linea minore che è il proposito.



Theorema. 86. Propositione. 109.

104 109 Se da una superficie mediale serà detratta una superficie rationale, la linea potente in la superficie restante serà l'una delle due linee irrationale ouero el residuo mediale primo, ouero la con rationale, componente mediale.

Anchora questa si approua si come la precedente, perche se tutta la. a. b. serà

mediale,

municano con li duoi quadrati delle due linee e, & c, tolti insieme & perche (per la. 76.) la quadrati delle due linee e, & c, tolti insieme sono rationale & (per la diffinitione) essum li duoi quadrati delle due linee f, & d, tolti insieme serà rationale, & quando la superficie k, sia mediale etiam la. l. a quella communicante, serà mediale, adonque (per la. 76.) la. b. e linea minore, ma in quanto al secondo modo (per la. 100.) la linea a, d, e, serà residuo quarto & però etiam (per la. 103.) la linea a, c, g, serà etiam residuo quarto & però etiam (per la nonagesima quarta (la linea a, b, e linea minore.

Il Traduttore.

Le superficie. k. & .l. se debbe intendere si come nella figura della precedēte cioè La superficie. k. se piglia per la superficie della. e. in la. c. & per la superficie. l. se intende per la superficie della. f. nella. d. & similmente per il secondo modo se arguisse sopra la seconda figura della precedente ideo adverte.

Theorema. 83. Propositione. 196.

101 106 Ogni linea communicante alla linea con rationale componente mediale, e con rationale componente mediale.

Anchora questa non è difficile approuare al predetto modo per due vie, ouero sia intesa della communicantia in longhezza, ouer della communicantia in potentie solamente, ma quanto al primo modo li duoi quadrati delle due linee. f, & d, tolti insieme seranno mediale (per la. 95. sesima quinta) si come son li dui quadrati delle due linee. e, & c, tolti insieme (per la. 96. sesima settima) alle quale esse cōmunicano & la superficie. l. serà rationale (per la diffinition) si come è la superficie. K. (per la. 97. sesima settima) communicante con quella, adonque (per la. 77.) la. b, e con rationale componente mediale, quanto al secondo modo la, d, e, serà residuo quinto (per la. 74.) e però etiam la, c, g, (per la. 103.) per laqual cosa la, b, e, con rationale componente mediale (per la nonagesima quarta.)

Il Traduttore.

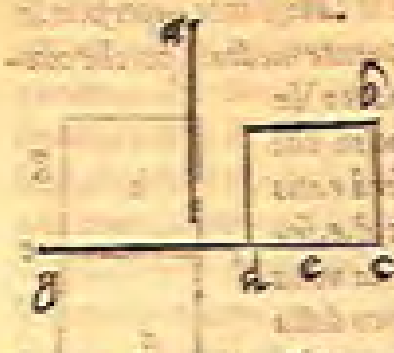
La argumentatione di questa se fonda sopra le figure delle due precedente propositione el secondo modo parla ouer se ferma sopra la seconda figura della anciana alla precedente.

Theorema. 84. Propositione. 197.

102 107 Ogni linea incommēsurabile alla linea con mediale cōstituente mediale con mediale constituente mediale.

Anchora in questa suppone alcuna linea communicare con quella che con mediale compone mediale, indifferentemente in longhezza ouero solamente in potentia come vorrai, & con due argumentationi al premesso modo senza difficul-

ta
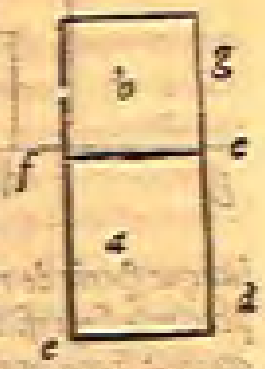


Anchora per questa .111. el vuole che'l residuo & le altre cinque linee che seguitano quello siano differente fra loro in specie & in diffinitione et in una linea una puol esser sotto a due ouero a piu specie de queste sei linee irrationale, lequal sono el residuo & le cinque compagne di quello, & che tutte le specie del residuo sono differente da tutte le specie de binomio, ne è possibile a una linea esser insieme residuo e binomio, de qualunque specie de residuo, ouero binomio. La prima parte in questo modo è manifesta. perche le superficie equale alli quadrati del residuo & delle sue cinque compagne, quando siano aggionte a una linea rationale hanno li secondi lati necessariamente diuersi fra loro (per la nonagesima settima propositione & le cinque seguente quella) & li secondi lati sono el residuo primo e lo secondo & da quel in drietro fina al sesto, la seconda parte è manifesto in questo modo, se una medesima linea puol esser insieme residuo e binomio sia a.c. al quadrato della quale alla linea rationale. b.c. sia aggiunta una superficie equale & sia la.b.d. & (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, serà binomio primo, & (per la nonagesima settima propositione) residuo primo, adonque inquanto binomio primo sia diuiso in le sue binomial portioni el ponto. e. & sia l.a.c. e la sua maggiore portione la quale serà rationale in longhezza (per la diffinitione (ma in quanto che è residuo primo sia aggionto a quello la, d, g. per la incisione della quale quel serà residuo primo & (per la diffinitione (etiam la, c, g, serà rationale in longhezza conciossia adonque che l'una e l'altra delle due linee, c, g, & c, e, sia rationale in longhezza etiam la linea, e, g, (per la duodecima propositione) serà rationale in longhezza, ma perche la linea, d, e, è rationale in potentia solamente, conciossia che quella (per el presupposito) si è la minore portione del binomio primo, la linea, d, g, (per la settuagesima terza propositione) serà residuo: & perche quella era rationale solamente in potentia conciossia, che per la incisione di quella la linea, c, d, fusse stato residuo primo seguita lo impossibile (per la settuagesima terza propositione) la qualcosa acciochè piu chiaro appara sia aggionta alla linea, b, c, rationale superficie, b, d, equale al quadrato della linea, d, g, conciossia adonque che la linea, d, g, sia rationale solamente in potentia (per la 99esima propositione) la linea, c, d, serà rationale in longhezza. & conciossia anchora che la linea, d, g. sia residuo (per la nonagesima settima propositione) la linea, c, d, serà residuo primo. laqualcosa non puol essere conciossia che la linea laquale è detta residuo è irrationale, (per la settuagesima terza propositione.

Theorema. 88. Propositione. 112.

107 La linea che se dice residuo ouer alcuna delle irrationale, che sono dapoi quella, non puo star sotto al termine del binomio ouero sotto al termine. & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che seguitano drieto al binomio, & conciossia che l'ordine delle linee irrationale sia

possibile

mediale, & la.b. rationale. Dico che la linea potente in la restante superficie.a. ouero è residuo mediale primo, ouer con rationale componente mediale. perche conciosia che la.f.g. sia equale alla.a.b. (per la xigesima quarta) la linea.d.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la.f.g. sia equale alla.b. per (la xigesima) la linea.e.g. serà rationale in longhezza, adonque (per la diffinitione) la linea.d.e. serà el residuo secondo, ouero el quinto per laqual cosa (per la nonagesima seconda & nonagesima quinta) lo lato tetragonico della superficie.c.e. & però etiam della superficie.a. è residuo mediale primo, ouero con rationale componente mediale, che è el proposito nostro.



Il Tradottore.

Questa insieme con la sequente nel arguire se refferisseno alla figura della precedente.

Theorema. 87. Propositione. 110.

105/109 Se una superficie mediale serà detratta da una superficie mediale, & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante, serà l'una o l'altra delle due irrationale. cioè ouero el residuo mediale secondo, ouer la con mediale componente mediale.

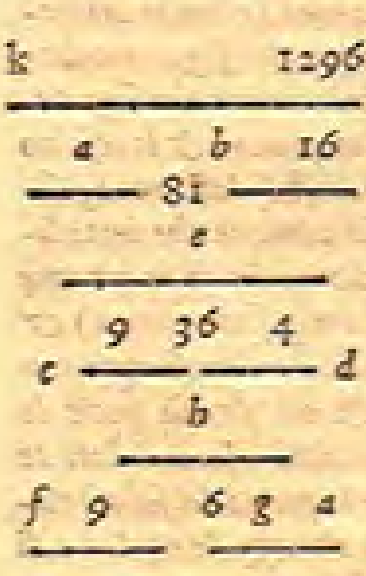
Se tu non te deporai dalla demostratione delle due precedente senza difficultà concluderai el proposito, hor sia tutta la.a.b. & la.b. mediale & sia la restante.a. incommensurabile al tutto, perche essendo altramente la.a. seria mediale (per la xigesima quinta) & lo lato tetragonico di quella seria mediale (per la xigesima terza) al presente dico che la linea potente in la.a. è residuo mediale secondo ouer la cõ mediale componente mediale, perche conciosia che la.c.g. sia equale alla.a.b. (per la xigesima quarta) la linea.d.g. serà rationale solamente in potentia anchora (per le medesime) conciosia che la.f.g. sia equale alla.b. etiam la.e.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la.a. sia incommẽsurabile a tutta la.a.b. al.f.g. serà incommensurabile alla.c.g. e però (per la prima del sesto et per la decima quarte de questo) la.e.g. serà etiam incommensurabile alla.d.g. adonque (per la diffinitione) la linea.d.e. serà residuo terzo ouero sesto, per laqual cosa (per la nonagesima terza & per la nonagesima sesta) lo lato tetragonico della superficie.c.e. e però della superficie.a. è residuo mediale secondo, ouero con mediale componente mediale.

Theorema. 88. Propositione 111.

106/111 Delle linee irrationale, lequale sono, el residuo & quelle che seguita dapoi quella, è impossibile alcuna star sotto all'altra in termine ordine, anchora el termine, ouero ordine del binomio non è possibile conuenire al residuo.

Anchora

glia numeri primi come.3.5.e.7. & siano attante le linee .b.c.d. quanto sono li numeri primi tolti & siano li quadrati de queste linee,b,c,d, al quadrato della .a. si come li numeri primi alla unità & (per la vigesima quinta) le linee.b.c.d.seranno mediale,perche esse communicano in potentia con la linea.a. mediale, ma tutte seranno diverse dalla .a. in longheza etiam fra loro (per la ultima parte della nona) perche la proportione de uno de questi numeri alla unità, ne de alcuno de quelli all'altro (per la decimasettima & ottava & per el correlario della seconda del ottavo & per el presente presupposito) è si come de numero quadrato a numero quadrato, adonque la.a. & cadauna a quella communicante in longhezza serà sotto la prima specie delle linee mediale. & la.b. & cadauna a se communicante in longhezza serà sotto alla seconda: & la.c. & tutte le communicanze overo commensurabile a quella medema serà sotto alla terza, anchora la.d. & tutte quelle che sono a lei communicante in longhezza serà sotto alla quarta, & perche li numeri primi sono infiniti (come per la.20.del.9.fu dimostrato) è necessario le specie delle linee mediale essere infinite, et quello che è detto della linea mediale intende del binomio et delle sue cinque compagne, & del residuo et delle sue cinque. Perche si come ogni linea communicante alla mediale, è mediale overo communichi a quella in longhezza ouer in potentia come è provato (in la vigesima quinta) così etiam ogni linea communicante al binomio overo ad alcuna delle sue cinque compagne ouer etiam al residuo ouer ad alcuna delle sue cinque compagne in longhezza ouer in potentia e sotto la medesima specie con sico (come fu provado in la sexagesima quinta) & in le quattro che seguita dreto a quella & in la.103.& in le quattro che seguitano quella, adonque le specie di queste tredece linee irrationale sono infinite delle quale nisuna conviene con la precedente in ordine, ouer in diffinitione, anchora per un'altro modo le specie delle linee irrationale differentemente contengono esser infinite perche ogni lato tetragonico de una superficie detta da uno numero non quadrato è irrationale (per la ultima parte della nona & per le diffinitione) concio sia adonque che tali numeri siano infiniti, anchora le specie di queste linee irrationale seranno infinite. Terzo modo, può avenire la seconda parte da questa conclusione esser iposta così come se noi ducessimo da cadauna linea rationale solamente in potentia esser producto infinite specie de linee irrationale delle quale nisuna è possibile convenire in diffinitione & ordine con alcuna de quelle che precederanno quella, verbi gratia, sia tolta alcuna superficie rationale detta ouer nominata da uno numero non quadrata (come seria a dir da cinque,) & lo lato tetragonico de quella serà irrationale in longhezza, perche quello è incommensurabile al lato tetragonico de una superficie rationale detta, ouer nominata da uno numero quadrato (per la ultima parte della nona proposizione) dico adonque che



possibile esser produtto in infinito: non è possibile alcuna di quelle cõ uenire in termine & ordine con quella che precederà.

El sole per questa propositione che le tredesse linee irrationale delle quale in que sto decimo è stato dimostrato & queste sono la linea mediale, el binomio, & le sue cinque compagne, el residuo & le cinque compagne di quello, siano fra loro differen te a una per una in specie, & che niuna linea, una possi essere insieme sotto a due, ouero a piu specie di quelle, & che le specie delle linee irrationale possano esser produte in infinito delle quale niuna conuien con l'altra in diffinitione è ordine, & che queste tredese linee (cioè la mediale, el binomio & le cinque compagne di quello, el residuo & le cinque compagne di quello) siano irrationale ancordate che egliè stato dimostrato di sopra nella mediale in la trigesima terza & del binomio, & delle cinque compagne di quello in la trigesima quinta & in le cinque che seguitano quelle, & del residuo & delle sue 5. compagne in la sessagesima terza & in le cinque che seguitano quella, ma che niuna di queste tredese linee irrationale possi conuenire in specie con alcuna delle altre linee in questo modo se aprende, poniamo che a una medesima linea rationale in longhezza, siano aggionte le superficie equale alli quadrati delle predette tredese linee irrationale secondo che seguitano fra loro per ordine, & (per la trigesimaquarta) lo lato secondo della prima di queste tredese superficie serà rationale solamente in potentia, & li secondi lati della seconda de queste tredese superficie & delle cinque che seguitano quella, seranno tutte le specie di binomij per ordine cioè el binomio primo, secondo, & da lì in dietro per fina al sesto, & questo se ben te aricordi fu dimostrato in la quinquagesima nona, & in le cinque che seguitano dietro a quella, & li secondi lati della terza superficie, & delle cinque che seguitano quella. sono le specie di residui per ordine, cioè el residuo primo, & lo residuo secondo, & da lì in dietro per fina al sesto. Laqual cosa lo haueti (dalla nonagesimasettima, & dalle cinque che seguitano quella) conciosia adonque che detta linea rationale solamente in potentia non conuenga con alcuna specie di binomij ouero con alcuna di residui, perche ogni binomio (per la trigesima quinta) & ogni residuo (per la sessagesima terza) è linea irrationale è in longhezza e in potentia, & conciosia che niuna specie di residui conuenga con alcuna specie de binomi (per la seconda parte della precedente) seguita che tutti li secondi lati de queste tredese superficie siano fra loro diuerse e però (per la prima del sesto) etiam quelle tredese superficie sono diuerse conciosia cõe la altezza de ogn'una di quelle fia una medesima per Laqual cosa etiam esse tredese linee irrationale proposte sono a una per una diuerse, ma le specie di queste tredese linee irrationale possono esser produte in infinito, perche le specie delle linee mediale sono infinite, anchora infinite quelle di binomij, & cosi de grado in grado Laqual cosa se manifesta in questo modo. Sia la linea a. mediale & sia tolta la unità & qualsi uo glia

a ——— 1
b ——— 3
c ——— 5
d ——— 7



la superficie,e. serà uno.64.esimo & uno.256.esimo(cioè in summa cinque.256.esimi) sia adonque.f.lo lato tetragonico della.b. & la.g. sia el lato tetragonico del secondo lato della detta superficie. b. & (per lo premesso antecedente) serà che dal.f.in g.sia fatto. a. linea cioè R 5. un'altra volta sia la.b.lo lato tetragonico del secondo lato della superficie. c. & sia anchora.K.el lato tetragonico de.b.& per lo predetto antecedente serà che dal.b.in.b.sia fatto.a.& dal.f.in K.sia fatto el lato tetragonico de.a. qual sia.l.sia ancora m.lo lato tetragonico del secõdo lato della superficie.d. & quando che.n.sia el lato tetragonico de m.& p.el lato tetragonico de n.& (per lo predetto antecedente) serà che dal.c.in m.sia fatto.a. & dal.b.in.n.sia fatto l.& dal.f.in p.sia fatto el lato tetragonico del.(qual sia.q.) ma più sia.r.el lato tetragonico del secondo lato della superficie,e, anchora sia.s.lo lato tetragonico de.r.& t. lo lato tetragonico de.s.& x.sia lo lato tetragonico de.s.& seguita (per lo detto antecedente)che dal.d.in r.sia fatto a.& dal c.in s.sia fatto l.et dal b.in t. sia fatto.q.& etiã da l. f.in u. sia fatto el lato tetragonico de q.(qual sia.x.) & cosi in infinito. Dico adonque queste linee.a.l. q.x.(dellequal la.a.è come radical principio) esser irrationale la.a. solamente in longhezza,tutte le altre in longhezza & in potentia,& dico che niuna di quelle conuien con alcun'altra in diffinitione,ouer in ordine.perche concioßia che dal.f.in.g. & K.vengono fatti.a.et.l.serà dal.a.al.l.si come dal.g.al.k.& perche(come è manifesto dalli detti presuppoßiti) g. & K.sono incommensurabili in longhezza & in potentia, seguita etiam che.a.& l.siano incommensurabili in longhezza & in potentia & per la medesima ragione etiam.a.& q.perche dal.a.al.q.e si come dal.g. al.p.& per la medesima causa etiam.a. & x.concioßia che siano si come.g.& u.et per quella via anchora è necessario che l.& q.siano similmente incommensurabili si in potentia quanto in longhezza, perche concioßia che dal.f. in k. & p. siano fatti.l. & q. serà del.l.al.q. come del.k.al.p.ma. k.e.p. non sono commensurabili in longhezza ne in potentia.perche essendo commensurabili.b.& n.seriano commensurabili.& non sono, anchora.l, & x, è necessario esser incommensurabili in l'uno e l'altro modo perche dal.l,al, x, e si come dal, k.al.x. imperoche dal.f.in K. & n.sono fatti,l,& x,& k.& x,sono incommensurabile in l'uno & l'altro modo, perche ponendo che fussino per l'adverso seguiria.k,& k,esser commensurabili che è incommenciente.

che el lato de questo lato & similmente lo lato del secondo lato, & un'altra volta el lato di questo terzo lato, & cosi in infinito sono linee irrationale si in longhezza come in potentia, & che niuna di quelle conuien in diffinitione ouer in specie con alcuna che habbia proceduto quella in ordine & lo lato tetragonico de ciascuna precedente superficie laquale serà detta da uno numero non quadrato è si come radice è principio de tutte la altre, & quala si uoglia de quelle è principio de tutte quelle che seguitano quella & tutte quelle linee lequale uengono da alcuno lato tetragonico de ciascuna de tale superficie sono diuerse in longhezza, & in potentia da tutte quelle che sono generate da alcuno altro lato tetragonico di tal superficie, & questo dico quando la proportione de queste superficie non serà si come de numero quadrato a numero quadrato, & acioche di questa possiamo reccogliere la ferma demostratione el bisogna mandare auanti a quella uno antecedente, & sia questo.

Se alcuna quantità sia produtta da due quantità dutte l'una in l'altra, li lati tetragonici delle dette due quantità dutti in l'uno in l'altro produceranno tutto el lato tetragonico di quel primo produtto.

Verbi gratia poniamo che dal. a. in. b. sia produtto. k. & che. c. & . d. siano li lati tetragonici de. a. & . b. & dal. c. in d. sia fatto. e. & da nuouo. f. & . g. siano li lati tetragonici de. c. & . d. & dal. f. in. g. sia fatto. b. dico che. b. è el lato tetragonico de. e. & similmente. e. è el lato tetragonico de. k. perche conciosia che. c. & . b. siano fatti dal. f. in se medesimo & in g. serà dal. f. g. al. b. si come dal. f. g. & cosi dal. b. al d. si come dal. f. al. g. imperoche dal. g. in. f. & in se medesimo uien fatti. b. & . d. adõ que. c. b. d. sono continuamente proportionali, adonque tanto è el produto del. b. in se medesimo quanto quello del. c. in. d. per laqual cosa. b. è el lato tetragonico de. e. anchora per la medesima ragione conciosia che dal. c. in se medesimo sia fatto. a. & in. d. sia fatto. e. & dal. d. in se sia fatto. b. seranno etiam a. e. b. continuamẽte proportionali in la proportione che è dal. c. al. d. conciosia adonque che dal. a. in. b. sia fatto. K. seguita etiã che dal. e. in se medesimo sia fatto. K. per laqual cosa. e. è el lato tetragonico de. k. adonque è manifesto el proposito. Resta adonque a dimostrare quello che fu proposto, sia adonque la superficie. a. rationale detta da uno numero che non sia quadrato. (come. 5.) & sia la linea. a. el lato tetragonico di quella & siano solte quãte linee si uoglian rationale in longhezza lequale siano. b. c. d. e. et siano dette da numeri da quali ciascun precedẽte sia el lato tetragonico del prossimo sequẽte, come se. b. sia. dui el. c. sia quattro el. d sedeci & lo. e. ducento cinquanta sei: & a queste linee rationale in longhezza sia aggiunto una superficie equale alla. a. et li secondi lati di cadauna seranno rationali in longhezza (per la uigesima) come lo secondo lato della. b. è dui e mezzo lo secondo della. c. è uno & uno quarto. & lo secondo della. d. è uno e uno quarto & uno sedecesimo (cioè un è cinque sedecesimi) & lo secondo lato del-

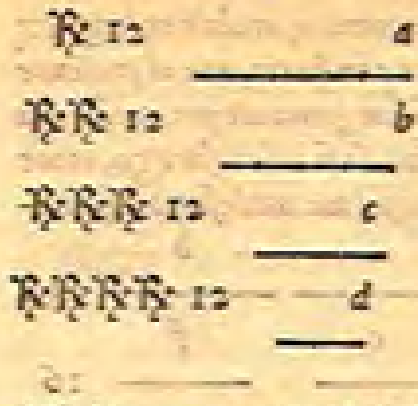
la. g. R 2 1/2
la. f. R 2
scrobigs

la linea. a. R 5
la linea. b. R R 5
La linea. q. R R R 5
la linea. x. R R R R 5.

La si-

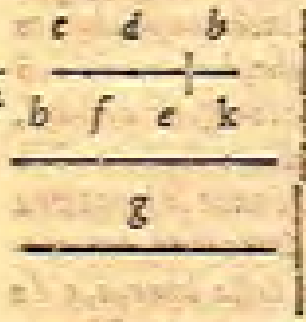
temente la linea,c,accade esser maggiore & minore della linea,a,si come serà etiã b.maggiore ouer minore.

Il Tradottore.



Questa soprascritta propositione è la prima tra dottone e la ultima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguitano per fin in ultimo di questo decimo (lequale sono sette) se ritrouano solamẽte in la seconda tradottione. anchora bisogna notare che lo ispositore sopra la seconda parte con parole assai oscuramẽte esprime il suo cõcetto ma in sostantia non vol inferire altro saluo che se'l serà una linea rationale solamente in potentia (che da pratici se chiamano radice sorde) poniamo.a, laqual sia radice quadra di dudeci piedi superficiali & di questa,a,essendo truncato il lato tetragonico (cioè della superficie contenuta sotto della linea.a.& di un'altra linea longa un pie) laqual superficie uerria a esser per la radice di dudeci cioè torne un'altra volta la radice quala sia,b,el qual.b.(parlando praticalmẽte) serà la radice della radice di dudeci aqual uerria a esser una linea mediale incommensurabile alla,a,in longhezza e in potentia, & diuersa da quella in diffinition,hor tolẽdo un'altra volta la radice del.b.(per il detto modo) qual sia,c,elqual serà detto RxRxRx dudeci e questo.c.serà differente in diffinitione dal.a.& .dal.b.e cosi procedendo cioè tolendo la Rx del,c.quala sia,d, & cosi le porà procedere in infinito il medesimo seguiria tollendo la, a, una delle. 13.linee irrationale e procedere come di sopra è detto.

Theorema.89. Propositione.113.



Posta una superficie rationale sopra a uno binomio la larghezza di quella serà un residuo, li nomi del quale seranno commensurabil alli nomi di quel binomio & in una medesima proportione, & oltra di questo quello che uien produtto dal detto residuo haner un medemo ordine, a quello che uien produtto dal detto binomio.

Di quà si caua nella pratica di numeri che a multiplicar qual si voglia binomio quadrato sia il suo recisso ouer a quello commẽsurabile, produce numero rationale.

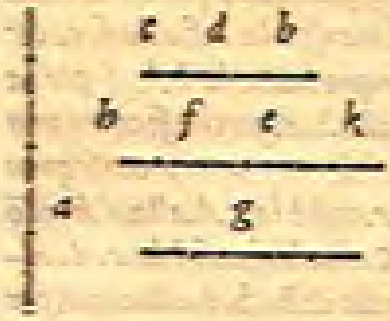
Sia la linea.a.rationale & la.b.c. sia uno binomio, el nome maggiore del quale sia,d, c, & lo rectangolo che se contiene sotto delle due linee,b,c,e,f, sia equale al quadrato della.a.hor dico che la detta,e,f, è uno residuo li nomi del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioè alli detti.c.d.& .d.b.& in una medesima proportione, & oltra di questo la.e.f.ha una medesima proportione alla detta,b,c, per dimostrar questo sia un'altra sotta quella che è contenuto sotto della,d,b, et della.

Ma che.q.& .x. siano anchora incommensurabili in potentia & in longhezza da questo è manifesto che dal.q.al.x.e si come dal.p.al.u.et è manifesto che.p.et.u. sono incommensurabile, perche se non sono.u.& .t. seranno commensurabili e però etiam.m.& .s.& non sono, adonque è manifesto dalla linea.a.rationale solamente in potentia esser produtte infinite linee irrationale, incommensurabile in longhezza & in potentia e però etiam differente in diffinitione e in specie, ma al presente ne resta a dimostrare che tutte le linee irrationale che siano generate per questa via da alcuna linea rationale solamente in potentia sono diuerse si in longhezza, come in potentia da tutte quelle lequale sian generate per questa via medesima da qualunque altra linea rationale, solamente in potentia, el quadrato della quale al quadrato della prima non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora cosi si manifesta, siano.a, & b, rationale solamente in potentia communicanti, ouero siano li lati tetragonici de due superficie detti da numeri non quadrati & sia che quelli numeri non siano in la proportione de alcun numeri quadrati, anchora le linee che procedeno per questa via dalla.a.siano.c.d.e.et quelle che procedeno dalla.b.siano.f.g.b. dico che niuna delle linee.c.d.e.communica in longhezza ouer in potentia con alcuna delle linee.f.g.b. perche concioscia che.c.& .f. siam li lati tetragonici de.a.& .b.& .d.& g. siam li lati tetragonici de.c.& f.& .e.& b. siano li lati tetragonici de.d.& .g. nō è possibile che alcuna de queste.c.d.e. cōmunichi con la sue comparate delle.f.g.b. ouer in longhezza, ouer in potētia, perche posto che.e. communichi o in l'uno o l'altro modo con.b. seguita che.d. cōmunichi con.g.& .c. con.f. per laqual cosa e etiam.a. con.b. in longhezza che cōtra al presupposito, et è universalmente vero dire qual se voglia de queste esser incōmensurabile in l'uno e l'altro modo a quala si voglia de queste impero che dato che.d. cōmunichi cō b. etiam in potētia solamente, seguita che anchor.c. communichi con.g.& a. con.f. laqual cosa non è possibile ma bisogna aduertir che quādo dico el lato del lato nō intendo altro che'l lato d'una superficie denominata dal primo lato onde lo lato tetragonico della linea.a. chiamo quella linea che po in la superficie detta ouer denominata dalla linea.a. e tal superficie e quella laquale è contenuta della linea.a. e da una linea rationale in longhezza detta ouer denominata da uno, adonque se te pare de trouar el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea.a. della qual voglio trouar el lato tetragonico e sia.b. una linea rationale in longhezza denominata dalla unità (e quella e la minima de tutte le linee rational numerate da intreghi e la.c. sia nel medio luoco proportionale fra quelle adonque.c. (per la 16. del sesto) e el lato tetragonico de.a. pche dal.a. in.b. e dal.c. in se uien fatto una medesima superficie e la superficie fatta dal.a. in.b. e detta del.a. perche cadauna quātità laqual sia produtta da qual si voglia quātità detta in uno e denominata da quella che multiplica uno, e nota che quando.c. serà el lato tetragonico della linea.a. differerà

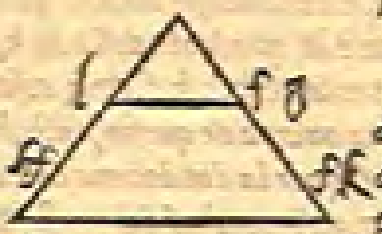
a — b
256 — — —

della quale li nomi,f,k,K,e,sono incommensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioè a essi.c.d.d.b.& in la medesima proportione, & ha el medesimo ordine a esso.b.c.che era da demostrare.

Il Tradottore.



Per trovar la linea.f.K.che sia in proportione al.e.k.come e la.b.f.al.f.e.cavarai la.f.e. della.b.f.(perche la. b.f. è maggiore della.f.e. perche etiam la. c. d. è maggiore della. d.b. per el presupposito) & trovarai la differentia de detti.b.f. & f. e. qual poniamo sia.l. poi si come la.l.alla.b.f.trovarai la quarta in quella proportione al.f.e.qual pongo sia.f.k. dalqual se cavaremo la.f.e.resterà.e.k. per suo consequente come vedi in figura.



Ancòra bisogna notare che il commentatore non dimostra la seconda parte della propositione cioè il producto del residuo in se havere uno medesimo ordine al producto del binomio in se laqual cosa facilmente dimostrarai in questo modo ponendo li detti duoi quadrati sopra a una linea razionale & lo secondo lato di l'un (per la quinquagesima nona) serà binomio primo & di l'altro (per la nonagesimasettima) serà residuo primo, & perche li nomi del binomio & del residuo haveranno uno medesimo ordine fra loro per ilche (per la prima del sesto) le loro superficie haveranno il medesimo ordine che è il proposito.

Theorema.91. Propositione.114.

113 Mettendo una superficie rationale sopra uno residuo, la larghezza forma uno binomio, li nomi dilquale sono commensurabili alli nomi di esso residuo & in una medesima proportione & oltra di questo quello che è generato dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che generato dal residuo.

Di qua si cava nella prattica che a dare ogni residuo nel suo binomio (over a quel commensurabile) produce numero rationale.

Sia la rationale.a.& lo residuo sia la.b.d. & al quadrato della.a. sia equale a quello che se contiene sotto delle. b. d. & .k. b. acciochè quella superficie rationale fatta dalla.a.posta sopra a essa.b. d.(residuo) la larghezza di quella faccia la detta.k.b. Dico che la.K.b.è uno binomio li nomi dil quale sono commensurabili alli nomi del detto.b. d. & in una medesima proportione. & che la medesima. K. b. haverà uno medesimo ordine alla.b.d.sia la. d.c. la linea continente

alla

g.equale al quadrato della,a,adonque quello che contenuto sotto delle,b,c,& e,f, equale a quello che contenuto sotto delle,b,d,& g,adonque(per la seconda parte della sestadecima del sesto)si come è la,c,b,alla,b,d,cosi è la,g,alla,e,f.& la,c,b, è maggior della,b,d, adonque(per la decima quarta del quinto)& la,g,è maggiore della,e,f, sia la,e,b, equale alla,g, adonque (per la settima & undecima del quinto,)si come è la,c, b, alla,b, d, cosi è la,b,e,alla,e,f,adonque (per la decima settima del quinto)è manifesto che si come la.c.d.alla.d.b.cosi è la b.f.alla.f.e. & si come la.b, f,alla.f,e,cosi sia fatta la.f.k.alla.k,e.adonque tutta la.b.k. (per la terzadecima del quinto)a tutta la.k.f.e si come la.f.k,alla.k.e.perche si come uno de antecedenti a uno di consequenti, cosi è tutti li antecedenti a tutti li consequenti & (per la undecima del quinto)si come la.f.k,alla.k.e.cosi è la.x.d.alla.d.b,adonque per la detta undecima del quinto)& si come la.b.k.alla.k.f.cosi è la.c. d. alla.d.b.& lo quadrato della.c.d.e commensurabile a quello della,b,d,adonque(per la decima quarta de questo)& lo quadrato della.b. k. è commensurabile a quello della,f,k, & (per la decima ottaua del sesto) si come è lo quadrato della.b. k. a quello della,k,f,cosi è la,b,k,alla.k.e.perche quelle tre linee.b.k.k.f.& k.e.sono continuamente proportionale, adonque(per la decima quarta de questo)la,b,k,e commensurabile in longhezza alla.k.e.per laqual cosa(per la duodecima di questo)& la,b,e, è commensurabile alla.e.k.in longhezza,& perche(dal presupposito)lo quadrato de,a, è equale a quello che contenuto sotto delle due linee,e, b, b, d,& lo quadrato de,a, e rationale adonque etiam quello che contenuto sotto delle due liner,e, b, b,d, è rationale & è posta sopra a quella,b,d, rationale, adonque etiam la,e,b,e rationale et commensurabile in longhezza, alla detta,b,d,per laqual cosa la,e,x,(a quella commensurabile)e rationale è commensurabile alla medesima,b,d,in longhezza,adonque perche si come è la,e,d,alla,d,b, cosi è la,f, k, alla,k,c,& le dette,e,d,d,b, sono commensurabile solamente in potentia adonque etiam le dette,f,k,k,e,(per la decima quarta de questo)sono commensurabile solamente in potentia,etiam la,k,e,è rationale & commensurabile in longhezza alla,b, d, adonque la,k,f, e rationale & alla,c, d, commensurabile in longhezza, adonque le due,f.k,k,e,sono rationale commensurabile solamente in potentia(per la decima quarta di questo)adonque la,f,e,è uno residuo et e certo che la,c,d,e piu potente della,d,b, ouer in el quadrato d'una linea a se commensurabile ouero a se incommensurabile,certamente se la,c,d,puo piu della,d,b,in el quadrato di una linea a se commensurabile etiam la.f.k.(per la sestadecima de questo)puo piu della. k.e.in el quadrato di una linea a se commensurabile,& se la.e.d.serà commensurabile a una posta rationale in longhezza etiam la.f, k, & se la serà la.d.b. etiam la.k.e.& se ne l'una ne l'altra delle dette.c.d.& d.b.etiam ne l'una ne l'altra delle dette,f,x,x.e.ma se la.c.d.puo piu de essa,b.d.in el quadrato di una linea a se incommensurabile etiam la.f.x.puo piu de essa.x.e. in el quadrato di una linea a se incommensurabile & se la,c, d, e commensurabile in longhezza a una proposta rationale & similmente la,f,x, & se la,b.d,& la,k, e.& se ne l'una ne l'altra delle c,d,d,b,etiã ne l'una ne l'altra delle,f,k,k,e,per laqual cosa la detta,f,e, e residuo

longhezza una posta rationale, similmente etiam la.K.f. & se la.c.d. etiam la.f.b. es se ne l'una ne l'altra delle due.b,c,c,d.similmente ne l'una ne l'altra delle due K.f.f.b. adonque la.K.b.e uno binomio del quale li nomi.k.f.f.b.sono commẽsurabili alli due.b.c.c.d.nomi del detto residuo & in una medesima proportione oltra di questo la.k.b. alla.b.c.haverà un medemo ordine che era da mostrar.

Il Traduttore.

Dove che di sopra dice (per la undecima del quinto) & si come la.k. f. alla.f. b. & la.f.b. alla f.e. cosi è il quadrato della.K.f.al quadrato della.f. b. vol inferir, che quelle due proportioni che giaceno fra quelle tre linee cõtinue proportional, insuma sono quanto che quella sola proportione che e del quadrato della.K.f.al quadrato della.b.f. (per la undecima del quinto.) Anchora dove che di sopra cõclude che (per la decima di questo) la.k.f.e rationale e cõmensurabile alla.b.c. in longhezza tal conclusione se verifica in questo modo, perche di sopra fu dimostrato che la.K.e. era rationale (per esser equale alla.g.) e commensurabile alla.b.c. in longhezza et la.k.f. suol esser commẽsurabile alla medesima.k.e. (per la duodecima di questo) adonque (per la decima di questo) le due linee.b.c. & .x.f. vengono a esser commensurabili e perche la.b. c. e rationale (largo modo) etiam la.k.f. serà rationale (per largo modo) cioè in longhezza, over solamente in potentia.

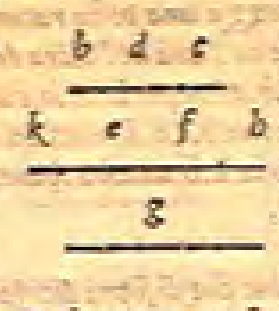
Anchora bisogna notare che a voler trovare la.b.f. alla.f.e. si come la.b.K. alla b.e. bisogna (per la terzadecima del sesto) far della.b.e. due tal parti proportionali come è anchora la.b.x. alla.b.e. laqual se pone che la sia le.e.f. & f.b. et la f.b. al le.f.e. serà si come la.x.b. alla.b.e. poste in longo l'una drieto all'altra.

Anchora bisogna notare che'l pare che la ipotesi non dimostri cosa alcuna a proposito, ne che si convenga a quella seconda parte della proposition (come fu detto anchora nella precedente) cioè dove che'l dice che quello che vien generado, over producto dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che vien generado, over producto dal residuo laqual cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perche l'uno de tali producti è denominato secondo la denomination è ordine del binomio primo, & l'altra secondo la denomination & ordine del residuo primo le quali ordini sono simili ideo, &c.

Theorema. 92. Propositione. 115.

o 114 Se una area serà compresa sotto a uno residuo & a uno binomio, del quale li nomi siano commensurabili alli nomi del detto residuo, & in una medesima proportione, la linea potente in detta superficie serà rationale.

Sia compresa una area sotto al residuo.a.b. & al binomio.c.d. & siano li nomi de quel binomio.c.e.e.d. (per la.113. di questo) cõmensurabile alli nomi. a.f.f.b. de quel residuo & in una medesima proportione et sia la.g. la linea potente in quel la superficie contenuta sotto delle.a, b, c, d, dico che la detta linea, g, e rationale per-



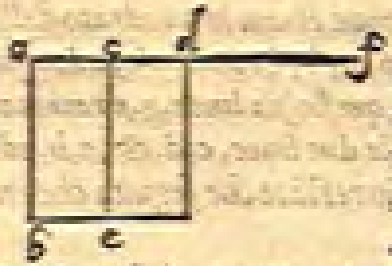
alla.b.d.(per la settuagesima nona di questo) adonque le due linee.b.c.c.d.(per la settuagesima terza di questo)sono rationali commensurabili solamente in potentia & a quella superficie fatta dal.a. insie sia equale a quella che contenuto sotto delle due linee.b.c.& g.& posta sopra alla.b.c.rationale adonque (per la vegesima de questo) la.g. è rationale & commensurabile in longhezza alla detta.b. c. adonque perche quello che è contenuto sotto delle due linee.b.c.& g.è equale a quello che contenuto sotto delle due.b.d.& k.b.(per la sestadecima del sesto)sono proportionale cioè si come la.b.c.alla.b.d.cosi è la.k.b.alla.g.& la.b.c.è maggiore della.b.d.adonque etiam la k.b.è maggiore della.g.sia tolta ouero tagliata la.b.e.equale alla.g.adonque la.k.e.è commensurabile.alla.b.c.in longhezza,et perche si come è la.c.b.alla.b.d.cosi è la.b.k.alla.K.e.componendo adūque (per lo correlario della decima nona del.5.) si come è la.b.c.alla.c.d.cosi e la.k.b.alla.b.e.hor si come la.k.b.alla.b.e.cosi sia fatta la.b.f.alla.f.e.adonque & la rimanēte.K.f.alla.b.f.e si come la.K.b.alla.b.e.et questo è si come la.b.c.alla.c.d.et le dette.b.c.& c.d.sono commensurabile solamēte in potentia, adonque (per la decima quarta de questo)le dette due.K.f.& f.b. sono commensurabile solamente in potentia.& perche si come la.k.b.alla.b.e cosi è la.k.f.alla.b.f.sia si come la.k.b.alla.b.e.cosi è la.b.f.alla.f.e.adonque(per la undecima del quinto)etiā si come la.K.f.alla.f.b.cosi è la.b.f.alla.f.e.per laqualcosa (per el correlario della decima nona del sesto)si come la prima alla terza & cosi è el quadrato della prima al quadrato della seconda adonque (per la undecima del quinto) & si come la.K.f.alla.f.b.et la.b.f.alla.f.e.cosi è el quadrato della.K.f.al quadrato della.f.b.& lo quadrato della.K.f.è commensurabile al quadrato della. f.b.perche le dette.K.f.& f.b.sono commensurabile in potentia, adonque (per la decima quarta de questo)la.K.f.e commensurabile alla.f.e.in longhezza. per laqualcosa etiam la.e.K.(per la duodecima di questo)e commensurabile in longhezza alla.f.e.& (per la decima di questo)la.K.f.è rationale & commensurabile in longhezza alla.b.c.& perche si come la.b.c.alla.c.d.cosi è la.K.f.alla.f.b.anchora permutatamente (per la sestadecima del quinto)si come è la.b.c.alla.K.f.cosi e la d.c.alla.f.b.& la.b.c.è commensurabile alla.K.f.adonque etiam la.f.b.è commensurabile alla.c.d.& esse.b.c.x.d.sono rationale commensurabile solamente in potentia,adonque etiam esse.K.f.& f.b.sono rationale commensurabile solamēte in potentia, adonque la.K.b.e uno binomio,adonque (per la sestadecima di questo) se la.b.c.e piu potente della.b. d.in el quadrato d'una linea a se commensurabile etiam la.K. f.serà piu potente della.f. b.in el quadrato d'una linea a se commensurabile & se la.b. c.e commensurabile in longhezza a una possa rationale, & la.f.b.anchora, ma se ne l'una ne l'altra delle due.b.c.& c.d.etiam ne l'una ne l'altra delle due.k.f.et.f.b.ma se la.b.c.è piu potente della.c.d.nel quadrato di una linea a se incommensurabile,similmente la.k.f.serà piu potente della.f. b.nel quadrato d'una linea a se incommensurabile, & se la.b.c.è commensurabile in

la decima quarta del secondo) sia equale al quadrato della,e,adonque la linea.c.è irrationale & quello che contenuto sotto a una linea irrationale & a una rationale (per la lemma della vigesima terza de questo) è irrationale & non è simile ad alcuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle prime a una rationale la larghezza sarà una mediale, hor sia un'altra volta quello che contenuto sotto delle due,b,e,e quale al quadrato della,d, adonque el quadrato della,d,e irrationale & similmente la,d, & non è simile a niuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna simile sopra a una rationale la larghezza di quella serà simile alla.c.similmente anchora seguitarà questo ordine, procedendo in infinito: adonque è manifesto che dalla mediale vengono fatte infinite irrationale & niuna di quelle è simile ad alcune delle prime.

Il Tradottore.

Il procedere di questa ifpositione overo propositione è simile a quello per noi posto sopra la.112.propositione & è un procedere schietto e chiaro el qual si può applicare a cadauna altra delle.13 irrationale.

A demostrare il medesimo altramente.
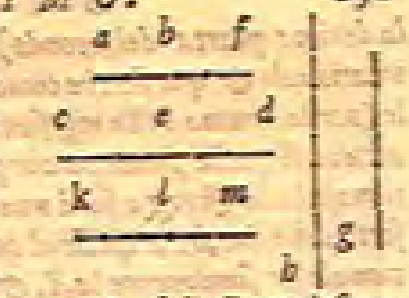


Sia la linea.a.c.mediale. Dico che della.a.c.vengono fatte infinite linee irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia estratta la linea.a.b. a angoli retti (per la undecima del primo) sopra alla,a,c, & la.a.b. sia rationale & sia compito lo rettangolo.b.c. adonque il detto rettangolo.b.c. (per la vigesima terza di questo) è irrationale & la linea potente in quello è irrationale, anchora per lo lemma auanti) la vigesima terza di questo) la potente in quello sia la,c,d, adonque la,c,d,è irrationale & non è simile ad alcuna delle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle ad alcuna linea rational farà per larghezza una linea mediale un'altra volta sia compito lo rettangolo.e.d. adonque lo detto rettangolo.e.d.è irrationale & la linea potente in quello è irrationale & sia la detta potente in quello la.d.f. adonque la.d.f.irrationale, e non è simile ad alcuna delle prime perche essendo posto el quadrato de alcuna di quelle: cioè d'una simile sopra una rationale farà la larghezza una simile alla.c.d. adonque da una linea mediale vengono fatte infinite irrationale & lo restante che seguita che era da demostrare.

Il Tradottore.

Con questo medesimo procedere (come di sopra disse) si può dimostrare che dal binomio vengono fatte infinite altre linee irrationale delle quale niuna di quelle serà simile ad alcuna delle anziane il medesimo se approverà de residuo e di cadauna altra delle sue compagne.

Theo-



perche essendo posta fora la linea,b, rationale et sia posto sopra la linea,c,d, una superficie equale al quadrato della,b, laqual faccia la largheZZa. k.l. adonque. k.l. e uno residuo (per la. 113. di questo) li nomi del quale (sieno. k. m. m.l.) commensurabili alli nomi di quel binomio liquali sono le,c,e,e,& e,d. & in una medesima proportione per laqual cosa & le medesime. k. m.l. m. (per la decima di questo) sono commensurabili alle medesime, a,l,f,b, & in una medesima proportione, adonque si come è la, a,f, alla,f, b, così è la,k,m, alla,m,l, una & l'altra adonque (per la sestadecima del quinto) e si come la,a,f, alla,k, m, così è la,b,f, alla,l,m, adonque etiam la restante,a, b, (per la decima nona del quinto) alla restante. k.l. e si come la,a,f, alla,k, m, & la,a,f, e commensurabile alla,k,m, adonque (per la decima quarta de questo) etiam la,a,b, e commensurabile alla,k,l, & per la costruttione si come è la, a,b, alla,k,l, così è quello che è contenuto sotto delle, c, d, & a,b, a quello che contenuto sotto delle,c, d, & ,k, l, adonque etiam quello che contenuto sotto delle,c,d, & ,a,b, è commensurabile a quello che contenuto sotto delle ,c, d, & ,k, l, ma quello che contenuto sotto delle,c,d, & ,k,l, è equale al quadrato de,b, adonque quello che contenuto sotto delle,c,d, & ,a,b, è commensurabile al quadrato de,b, ma quello che contenuto sotto delle,c,d,a,b, è equale al quadrato della,g, adonque etiam lo quadrato della g, è commensurabile al quadrato de,b, & lo quadrato de,b, è rationale, adonque etiam lo quadrato de,g, adonque (per la diffinitione de questo) la linea,g, e rationale & quella è la potente in la area contenuta sotto delle due linee, c,d, & ,a,b, adonque la una area serà compresa sotto a uno residuo, & lo restante che seguita che era da demostrare.

Il Traduttore.

Che la superficie contenuta sotto delle due linee,a,b, & c,d, alla superficie contenuta sotto delle due. k.l. & c. d. sia si come la linea,a,b, alla linea,k,l. facilmente se verifica (per la prima del sesto) perche tale superficie hanno una medesima altezza laquale è la linea,c.d.

Correlario.

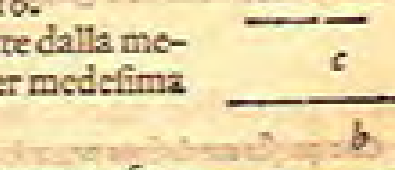
Per laqual cosa a noi è fatto manifesto che egliè possibile una area rationale esser cõtenuta sotto de linee rette irrationale.

0 / 114

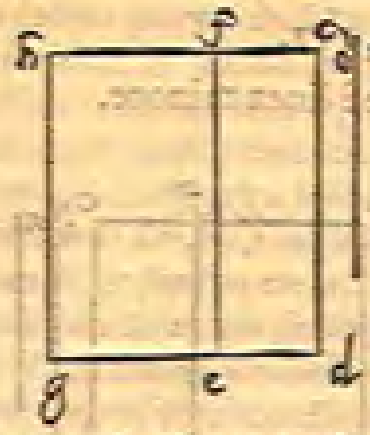
Theorema. 93. Propositione 116.

Infinite linee irrationale, uengono facte dalla mediale delle quale niuna di quelle simile ouer medesima a niuna di quelle che erano per auanti.

0 / 115



Sia la,a, una linea mediale, Dico che dalla,a, uengono facte infinite irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia posta fora la linea,b, rationale & a quello che è contenuto sotto delle due. a.b. (per



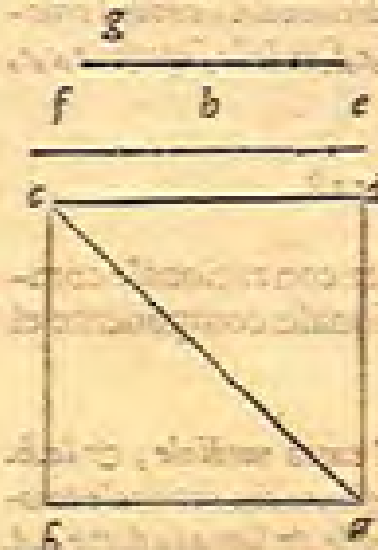
f.g.equale al quadrato della.b.(per la xigesima ottaua del sesto)che sactia la largheza.f.b.adonque perche la.a.è commensurabile alla.b.adonque lo quadrato de.a.è commensurabile al quadrato de.b.& al quadrato de.a.la superficie.c.e.è equale & al quadrato della.b.è equale la.f.g.adonque la superficie.c.e.commensurabile alla superficie.f.g.perche la linea.c.f.e commensurabile in longheza alla.f.b.& la.c.f.e residuo quinto,adonque & la.f.b.e residuo quinto et la.f.e.è rationale & se una area sia compresa sotto a una linea rationale e a un residuo quinto la linea potente in quella area,e la linea gionta con rationale componente el tutto mediale(per la nonagesima quinta di questo)& la linea.b.e la potente in la detta superficie.f.g.adonque.b.e la linea gionta con rationale componente el tutto mediale.che era da demostrare.

Il Tradottore.

Medesmamente quello che in questa lo ipsolore vole che se essequisca per la xigesima ottaua del sesto bisogna scuirse della decima del sesto come fu detto sopra la precedente perche la detta xigesima ottaua propositione non è a proposito.

Theorema.96. Propositione.119.

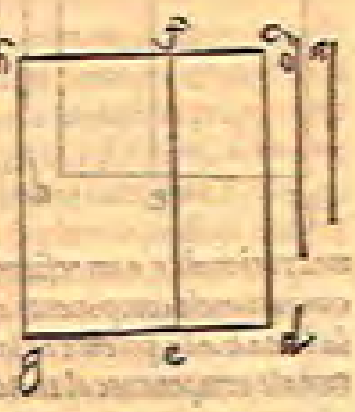
Essendo a noi el proposito di mostrare che in le figure quadrate ei diametro è incommensurabile in longheza al lato.



Sia el quadrato.a.b.c.d.& lo diametro di quella sia.a.c. Dico che lo diametro.a.c.è incommensurabile in longheza al lato.a.b.perche se egliè possibile(per l'adversario) che sia commensurabile, dico che'l aduerrà che'l numero paro, & lo disparo seranno un medesmo,certamente egliè manifesto(per la penultima del primo)che el quadrato del.a.c.è doppio al quadrato del.a.b. et perche la.c.a.è commensurabile alla.a.b.adonque la.a.c.alla.a.b. ha proportione come di numero a numero (per la quinta di questo)hor poniamo che habbia quella che ha lo numero.e.f.al numero.g.& siano.e.f.& g.li minimi numeri che habbiano la medesma proportione de quelli adoque.e.f.non è la unità perche se.e.f.è la unità et ha la proportione al.g.che ha la.a.c. alla.a.b.& la.a.c.è maggiore della.a.b.adonque la unità.e.f.è maggiore del numero.g.che è impossibile, adonque e.f.non è la unità,adonque è numero,et perche è si come la.a.c.alla.a.b. cosi è.e.f.al.g. adonque (per la undecima del quinto) si come lo quadrato del.c.a.al quadrato del.a.b.cosi è el quadrato del.e.f.al quadrato de.g. & lo quadrato

Theorema 94. Propositione. 117.

o 116 Ogni linea commensurabile alla linea minore è linea minore.



Sia a. una linea minore & a questa, a, sia commensurabile la b. dico che la b. è una linea minore & per dimostrare questo sia posta la a.c.d. rationale & sopra quella (per la xxi. sesta ottava del Iesso) sia posta la superficie c.e. equale al quadrato della a, che sia larghezza c.f. adonque la c, f, è uno residuo, & sopra la f.e. sia posta la f.g. equale al quadrato della b, che faccia la larghezza f.b, adoque perche la a. è commensurabile alla b, etiam lo quadrato della a, è commensurabile al quadrato della b. & al quadrato della a. è equale la superficie c.e. & al quadrato della b. è equale la superficie f.g. adonque la superficie c.e. è commensurabile alla f.g. & si come la c.e. alla f.g. così è la linea c.f. alla f.b. adonque la c.f. è commensurabile alla f.b. in longhezza & la c.f. (per la centesima di questo) è residuo quarto, adonque etiam la f.b. è residuo quarto (per la sexagesima quinta di questo) & la f.e. è rationale, & se una area sia compresa sotto a una linea rationale, & a uno residuo quarto, la linea potente in quella area è linea minore (per la nonagesima quarta di questo) & la linea potente in la detta area f.g. è la linea b. adonque la a.b. è linea minore che era da dimostrare. o 118

Il Traduttore.

A volere mettere sopra la linea c.d. la superficie c.e. equale al quadrato della a. al problema non se può esequire (per la xxi. sesta ottava del Iesso) come dice la espositore anci alle due linee c.d. & a.b. bisogna (per la decima del secondo) trouarne una terza in continua proportionalità quale sia la c.f. onde la superficie c.e. serà equale al detto quadrato della a.

Theorema 95. Propositione. 118.

Ogni linea commensurabile con la linea gionta con rationale componente el tutto mediale è linea gionta con rationale componente el tutto mediale. o 117

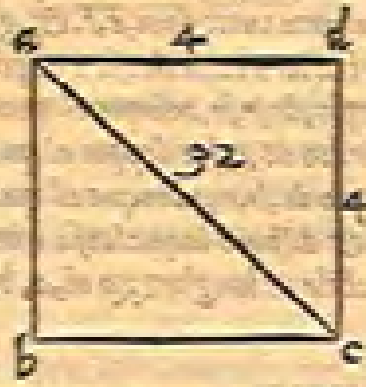
Sia a. la linea gionta con rationale componente el tutto mediale, & la b. sia commensurabile a quella, dico che la b. è una linea gionta con rationale componente el tutto mediale, sia esposta la linea c.d. rationale & sopra la detta c.d. sia messa la superficie c.e. equale al quadrato della a. che faccia la larghezza c.f. adonque la c.f. (per la 101. di questo) è residuo quinto, & sopra la f.e. sia messa la f.g.

tanto.a. non è commensurabile al.b. adonque è commensurabile, che bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

Questa medesima propositione se dimostra sopra la nona laqual nona e la settima in la prima tradottione.

Le infrascritte sono alcune postille ouer ispaniationi sopra la precedente.



Sia el quadrato.a. b.c. d. & lo diametro di quello sia.a.c.& è manifesto che lo triangolo.c. d. a.è isoscelo cioè che quello lo lato.d.a.equale al lato.d.c.& similmente lo triangolo. a.b. c.è isoscelo, sia adonque el lato.d.a.de quattro unità, ouer de quattro piedi, & sia etiam.c.d. quattro, per laqual cosa è manifesto che el quadrato de.d. a. e. 16 unità ouer. 16. piedi & cosi etiam el quadrato de.c. d. è sedeci unità ouer piedi ma perche el quadrato de.a.c.è equale a quelli dui quadrati de.d.a.& d.c.si come è stato demostrato in la penultima del primo & è manifesto che el quadrato de.a.c. è doppio al quadrato de.d. a. & lo quadrato de. d. a.e de sedeci unità adonque el quadrato del diametro serà trenta dui cioè serà el doppio, ma perche le linee commensurabile in longhezza sono quelle che alcuna quantità li misura li quadrati delle quale hanno la proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma facendo 32. alcuna quantità non lo misura per il lato ne etiam li quadrati de quelle hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche niun numero quadrato è doppio d'uno altro. adonque lo diametro è incommensurabile in longhezza al lato perche quello che fa tremedoi il lato de.5. unità e de minuti. 39 lequale cinque unità e minuti trenta nove e quattro non hanno alcuna commensa misura per laqual cosa trenta dui a sedeci si come detto non ha proportione come de numero quadrato a numero quadrato.

Il Tradottore.

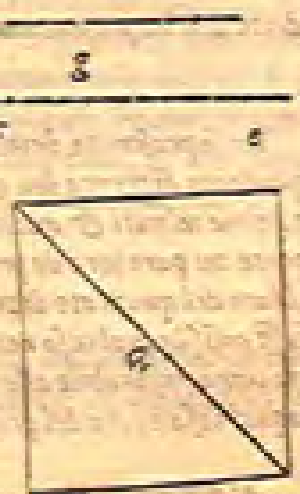
La soprascritta demostratione è assai confusa & massime dove che el lato del quadrato di trenta dui & cinque unità e.39 minuti lequale cinque unità & trenta nove minuti & quattro unità non hanno alcuna commensa misura & e.laqual parte mi pare fora de proposito in due cose la prima che non so dove lui trouua che el lato del quadrato di trentadui sia cinque unità e trenta nove minuti & se pur fussi cosi laqual cosa non è el detto lato de cinque unità & trenta nove minuti seria incommensurabile alle quattro unità et la commensa lor misura seria un minuto laqual cosa è fora del proposito adeo &c.

Al presente delle trouate vette linee.a.b. incommensurabile in longhezza piu altre sorte quantità ouero grandezze per le due diuisione vengono trouate, dico delle

drato de,e,c,è doppio al quadrato de,a,b,adonque etiam lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de,g, adonque el quadrato de,e,f, è numero paro per laqualcosa etiam,e,f, è paro perche se'l fusse dispari el suo quadrato seria dispari (per la vigesima nona del nono) perche essendo composti insieme qualunque numeri dispari & che la moltitudine sia dispara,etiam el tutto serà dispari,adonque,e,f,e però sia segato (per la decima del primo),e, f, in due parti equali in punto,b, & perche li duoi numeri,e, f, g, sono li minimi de quelli che habbiano la medesima proportione (per la vigesima terza del settimo)sono fra loro primi,& lo,e,f,e paro, adonque, g,è dispari,perche se'l fusse paro lo numero binario misuraria tutti duoi,e, f, & g, & perche el numero paro ha le parti mediesstanti primi fra loro laqualcosa è impossibile,adonque,g, non è numero paro & perche,e,f,è doppio,de,e,b,adonque el quadrato,de,e,f,è quadruplo al quadrato de,e,b,e lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de,g, adonque el quadrato de,g,è doppio al quadrato de,b,e,adonque el quadrato de,g,è paro,adonque per le cose dette el,g,è paro & dispari laqualcosa è impossibile e per tanto lo diametro,c,a,non è commensurabile in longhezza al,a, b, adonque egli è incommensurabile.

A demostrare il medesimo altramente.

Altramente è da esser demostrato che el diametro del quadro è incommensurabile al lato,per el diametro sia,a,& per el lato sia,b,dico che,a,è incommensurabile in longhezza al,b,perche se possibile è (per l'aduersario)sia commensurabile & sia fatto su altra volta si come a,al,b,così sia el numero,e, f, al numero, g, & sian li detti numeri,e,f,g,li minimi di quelli che hanno la medesima proportione, adonque li detti numeri,e,f,g,sono primi fra loro,primamente dico che,g, non è la unità perche se fusse possibile,sia la unità & perche si come,a,al,b,così è,e,f,al, g, adonque (per la undecima del quinto) etiam si come el quadrato del, a, al quadrato de,b,così è el quadrato de,e,f,al quadrato de,g, & lo quadrato de,a, è doppio al quadrato de,b,adonque et lo quadrato de,e,f, è doppio al quadrato de,g,& g,e la unità adonque el numero binario è numero quadrato laqual cosa è impossibile e per tanto g, non è la unità adonque è numero & perche si come el quadrato de,a,al quadrato de,b,così è el quadrato de, e, f, al quadrato de, g, una altra volta si come el quadrato de,b,al quadrato de, a. così è el quadrato de,g,al quadrato de,e,f, e lo quadrato de b, misura el quadrato de,a.& lo quadrato de, g, misura el quadrato de, e ,f, & per esser supposto per l'aduersario che el lato del quadrato de,b, cioè b, sia commensurabile al lato del quadrato de,a, cioè al,a, perlaqualcosa etiam lo lato del medesimo,g, misura lo lato de,e.f, etiam g, se misura se medesimo, adonque, g, misura ambidui,e,f, g, liquali son primi fra loro laqual cosa è impossibile & per tanto.



LIBRO VNDECIMO
DI EVCLIDE, DI
CORPI, IN GENERE.

Diffinitione prima.

1/1 El corpo è quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini dil quale sono superficie.

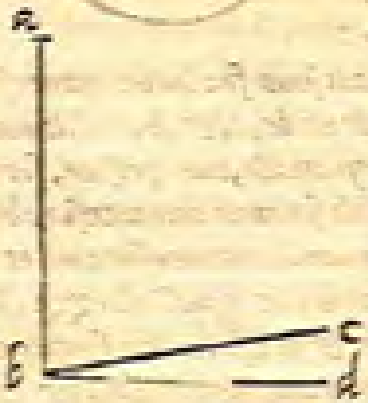
Il Tradottore.



Vedesta prima diffinitione per esser da se chiara altramente non la spongo.

Diffinitione. 2.

2/2 La linea eretta sopra una superficie è quella che fa li angoli retti, con cadauna delle linee a se conterminale che se ispandano in quella superficie, & questa linea se dice esser perpendicolare sopra a quella superficie, & star sopra a quella medesima orthogonalmente.



Sia intesa in la linea. a. b. ellevarse sopra el piano talmente che'l ponto. a. sia immaginato in aere & .b. in piano & dal ponto. b. siano dutte piu linee in el medesimo piano, come la, b, c, & ,b, d, & quante altre si voglia, adonque se serà cosi che la linea. a. b. con la linea, b. c. & con la linea. b. d. & con qualunque altra linea protratta dal ponto b. in quel piano cõtenga angolo retto quella è detta esser perpendicolare a quelle superficie in laquale sono protratte queste linee cioè. b. c. & b. d. & altre con lequale quella è posta contenere angolo retto.

Diffinitione 3.

3/3 Ma una superficie se dice esser eretta sopra a una superficie ogni volta che da uno medesimo ponto, della linea che è commune termine di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolare conterminale continenti angolo retto lequale siano site in quelle superficie.

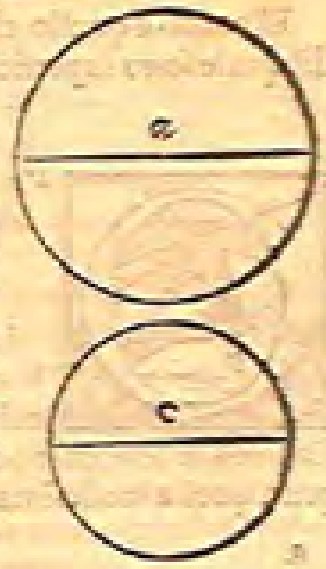
Verbi gratia sia immaginata la superficie. a. b. c. d. ellevata in aere & la superficie. c. d. e. f. giacere in piano & intendemo la linea. c. d. esser el commun termine de ambedue se per tanto in quella sia signato el ponto. g. dal quale siano estratte due linee perpendicolare alla linea. c. d. cioè una in la superficie. c. d. e. f. laqual sia la. g.

delle superficie incommensurabile fra loro, perche se trouarenno la,c, media proportionale fra le due rette linee, a, b, adunque si come è la,a, alla,b, cosi è qualunque specie de superficie descritta sopra la, a, a un'altra simile descritta sopra la,c, o siano quadrati ouer altre figure rette linee simile, ouer etiam cerchij aue no alli diametri a. & c. e perche certamente li cerchij fra lor sono si come li quadrati delli loro diametri, adunque sono trouate superficie piane fra loro incommensurabile.



Il Tradottore.

Anchora in questa altra soprascritta ispositione tal commentatore preterisse alquanto l'ordine di l'Autore massime in quella parte dove dice che li cerchij fra loro sono si come li quadrati delli lor diametri, laqual cosa per le cose dette e dimostrate per fin a questo luoco non habbiamo notitia alcuna di tal cosa. vero che nel aduenire nella seconda propositione del duodecimo se manifesta, ma non è licito a parlar in questo luoco di quelle cose che non se ne ha hauuto notitia ne a uscir di quello che propone il testo.



E per tanto per le demostrate differentie di due lini sioni delle superficie incommensurabili, demostraremo quelle speculationi che sono per li solidi qualmente li solidi sono fra loro commensurabeli & incommensurabile, perche si sopra quelli quadrati de, a, & ,b, constituemo solidi de superficie equidistanti de equal altezze ouer pyramide, ouer prisme, seranno li detti corpi constituti si come le base & le detti solidi seranno commensurabili, & se le base seranno incommensurabili etiam loro seranno incommensurabili et se delli duoi proposti cerchij descriueremo coni ouero cylindri de equal altezze, seranno fra loro si come le base, cioè si come li cerchi, a.b. & se essi cerchij sono commensurabili, similmente & essi coni è cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchij seranno incommensurabili, anchora li coni è cylindri seranno incommensurabili, & a noi è fatto manifesto che non solamente in le linee, & in le superficie sono commensurabili & incommensurabile, ma questo se ritrouua anchora in le figure solide.

Il Tradottore.

Similmente le soprascritte cose sono fuora de ordine, cioè a voler parlar de corpi, coni, cylindri, auanti la diffinitione de quelli lequal figure se diffiniscono nel sequente libro.

IL FINE DEL DECIMO LIBRO.

rette questo non è necessario, cioè ouero essere equidistante, protratte in l'una e l'altra parte concorrere certamẽte quelle che non sono in una medesima superficie, nõ sono equidistante fra loro ne tamen protratte quanto si voglia non concorrano.

Diffinitione. 7.

5/7 Li corpi simili sono quelli che sono contenuti sotto a superficie simili de numero equale.

Il Tradottore.

Verbi gratia se'l fusse dui corpi l'uno contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, abenche ambidui fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamẽ li detti corpi non seriam simili, perche bisogna ch'el numero delle superficie che contien l'uno sia equale al numero delle superficie che contien l'altro (dovendo esser simili) ma se ambidui fussẽo contenuti sotto a quattro triangoli equilateri ben seriano simili & similmente ambidui sotto a otto e però dice è de numero equale.

Diffinitione. 8.

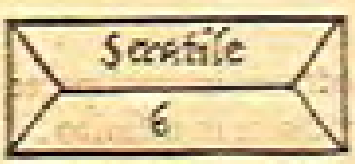
5/8 Li corpi sono simili & equali, di quali li terminale superficie sono simili & de numero & quantità equale.

Il Tradottore.

Dui corpi simili pono esser equali et inequali perche quantunque ambidui fussẽo contenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simile) li triangoli di l'uno pono esser di maggiore superficie de quelli di l'altro e però quel corpo seria maggiore dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fussẽo equali in superficie a quelli dell'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali, & cosi si debbe intendere se fussẽo contenuti sotto a maggiore numero de triangoli ouer de altre specie di superficie simile de numero & de quantità equale.

Diffinitione. 9.

9/11 Quel corpo, che contenuto da cinque superficie, delle quale tre sono paralellogramme & due triangole, e detto seratile.



Vno tetto posto sopra a una casa laquale habbia quattro pariete equidistante che la comma de quel tetto sia una sola linea & sia equale & sia equidistante alli lati delle due superficie disopra, ha la ispressa similitudine del corpo seratile.

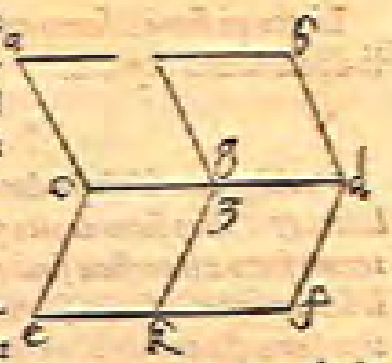
Il Tradottore.

Questo corpo che disopra è detto seratile, in la seconda tradottione è detto prisma,

la.g.k. & l'altra in la superficie.a.b.c.d. laqual sia la.g.b. se adonque l'angolo, che contien queste due linee perpendicolari cioè.g.b.et.g.K. serà retto la superficie.a.b.c.d. è detta orthogonalmente erecta sopra la superficie.c.d.e.f.

Diffinitione. 4.

0/4 La inclinatione d'un piano a un piano e la cõprehensione de l'angolo acutto sotto a quelle linee che sono dutte ad angoli retti sopra al commun segmento a uno medesimo ponto in l'uno e l'altro di quelli piani.



Il Tradottore.

La sopra scritta diffinitione me aduertisse (per le cose che seguita) che cosa voglia dire, ouer che cosa sia la inclinatione d'una superficie a una superficie laquale inclinatione nõ è altro che la comprehensione dell'angolo acutto sotto a quelle due linee.k.g. & b.g. della figura della precedẽte, cioè se le dette due linee cõtenerãno angolo retto la superficie.a.b.c.d. serà erecta sopra alla superficie.c.d.e.f. come fu detto sopra alla predẽte. Ma quãdo le dette due linee contenerãno uno angolo acuto la superficie.a.b.c.d. se dirà esser inclinata sopra alla superficie.c.d.e.f. & la detta inclinatione non e altro (come detto di sopra) che la comprehensione del detto angolo acuto, & nota che questa diffinitione se ritruoua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 5.

0/5 Vno piano e detto esser inclinato a uno piano si come un'altro a uno altro quãdo li ãgoli delle predette inclinationi serãno fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne da a cognoscere le inclinationi simili, ouero equale delle superficie: ouer piani lequale se cognoscono per li angoli delle loro inclinationi, perche quando li detti angoli sono equali le inclinationi sono simili ouer equali, & quando li detti angoli sono inequali le dette inclinationi sono dissimili ouero inequale &c. Anchora notarai che questa diffinitione se ritruoua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 6.

4/6 Le superficie equidistante sono quelle, che protratte in qual parte si voglia non concorreno, etiam se quelle siano produtte in infinito.

Quello che è stato detto el se intende. tamen tu dei sapere che tutte le piane superficie, ouero che elle sono fra loro equidistante, ouero che protratte da ogni parte concorrerãno in alcuno luoco & se segheranno sopra una retta linea, ma le linee

retto

Diffinitione. 12.

o El centro della ſphera e quello che è etiam centro del mezzo cerchio.

14

Il Tradottore.

Questa diffinitione ſe ritrova ſolamente in la ſeconda tradottione laqual per eſſer da ſe chiara altramente non la ſpongo.

Diffinitione. 13.

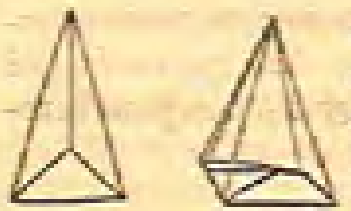
15 Dimeriente della ſphera e una certa linea retta dutta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte ſotto alla ſuperficie di eſſa ſphera.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ſimilmente ſe ritrova ſolamente in la ſeconda tradottione per qual diffinitione par faccia differentia fra aſſis de ſphera & dimetiente ouero diametro di ſphera, hauendo di ſopra nella medeſima diffinitione diffinito laſſis della ſphera, & in queſta diffinendolo dimetiente ouer diametro perilche tengo che la intentione di l'Auctore ſia che dimentiente di ſphera ſia nome generale & aſſis de ſphera ſia ſpeciale cioè che ogni aſſis di ſphera e etiam diametro, ouer dimetiente di tal ſphera ma non è coquerſo cioè che ogni diametro, ouer dimentiente di ſphera non è aſſis di tal ſphera, ma ſolamente laſſis è quello ſopra del quale gira ouer ſi volta la detta ſphera, perilche ha voluto diffinir laſſis differentemente dal diametro ouer dimentiente.

Diffinitione 14.

11 Piramide de laterata e una figura corporea laquale ſuperficie che
10 la contien da una reſtante delle quale ſono in ſuſo eretta a uno ponto oppoſito.



In ogni pyramide laterata tutte le ſuperficie che circondano quella dalla baſa della detta pyramide ſono ſalendo a un ponto elqual è detto cono della pyramide. & tutte queſte ſuperficie laterale ſono triangole: e la baſa frequentemente non è triangola.

Diffinitione. 15.

13 Piramide rotonda è una figura ſolida, & è el tranſito del triangolo
16 rettangolo (ſtãte fermo è ſiſo l'uno di ſuoi lati continenti l'angolo ret-
17 to) e circondutto il detto triangolo per fin a tanto che quello ritorni al loco donde cominciò a eſſer moueſto, e ſel lato ſiſo ſerà equal al lato circondutto la figura ſerà rettãgola: e ſel ſerà piu longo ſerà accutiãgola, e ſel ſerà piu corto ſerà ottuſiangola, e laſsi de detta figura è il lato ſiſo, e la baſa ſua un cerchio, & queſta figura è detta piramide della colonna rotonda.

ſma,uero è che queſto nome prima e piu generale del ſeratile come per la diffinitio ne appare in la detta ſeconda tradottione laquale dice in queſta forma.

Prifma e una figura ſolida compreſa da ſuperficie piane delle, quale le due che ſono da i capi oppoſiti equale, ſono ſimile & equidiſtante, le altre ſono paralellogrammo.

Perlehe ſeguita che non ſolamente il ſeratile ſe chiama prifma, ma etiam ogni colona laterata, onde ſeguita che ogni ſeratile è prifma ma ogni prifma non è ſeratile, perche prifma è nome generale, e ſeratile è nome ſpeciale.

Diffinitione. 10.

10 La ſphera è il trãſito del arco della circonferentia del mezzo cerchio
12 circonduto per fina a tanto che ritorni al luoco doue dette principio a circonuoluerſi(ſtante il diametro fermo e fiſo.

Il Tradottore.



Cioè fatto un ſemicerchio ſopra qual ſi uoglia linea, & fermando quella & che quel tal mezzo cerchio ſe meni attorno alla detta linea per fin a tanto che quel ſe retorni al luocho dove ſi dette principio a mouerlo, quella figura ouer corpo che uien compreſo, ouero deſcritto ſotto a tal reuolutione ſe chiama ſphera, & queſta diffinitione ha inſegnato alli artifici il modo di formare le palle di pietra, o d'altra materia, & che'l ſia il uero el ſi fa che ſe uno artifice uol fare una palla di pietra che ſia perfettamente al ſenſo tonda la forma prima un mezzo cerchio facto in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer d'altra materia grando, ouer picolo ſecondo la qualità della palla, ouero palle che deſidera formare, poi la ſcarpellando attorno attorno ſecondo l'ordine del detto nacno di mezzo cerchio cioè giuſtando ſpeſſo quella forma ſecondo che la ſcarpellando & coſi poco poco la reduſſe a perfettione.

Diffinitione. 11.

9 Aſsis della ſphera e la linea che ſta ferma, attorno laquale uien re-
13 uoltato, el mezzo cerchio.

Il Tradottore.

Queſta diffinitione ſe ritroua ſolamente in la ſeconda tradottione laquale ne da ad intender qualmente quella linea: attorno della quale uien circõduto el mezzo cerchio(nella deſcruttione della ſphera) ſe adimãda aſsis della detta ſphera laqual aſsis uien a eſſer el diametro detto mezzo cerchio circonduto.

de della colonna rotonda & della sphera & del cerchio sia uno medesimo centro.



Sia lo paralellogrammo rettangolo,a, b, c, d, & sia fermado lo lato,a, b, & quello fisso sia circondutto tutto lo paralellogrammo per fina a tanto che'l cada ouer ritorni al loco suo adonque la figura corporea descritta dal moto di questo paralellogrāmo se nomina colonna le base della quale sono li duoi cerchij l'uno di quali è quello che descrive la linea,c,b,nel moto suo el centro del quale è il ponto, b, & l'altro è quello che descrive la linea.d.a.nel moto suo el centro del quale è il ponto,a, & la linea a,b,(laqual rimane ferma nel moto del paralellogrammo)sia detta assis di questa colonna,e quando haueremo immaginato lo paralellogrāmo,a,b,c,d, quando quello serà peruenuto (nel suo girro)al sito.a.b.e.f.esser cogiōto al sito (dal qual cominciò a moversi)secōdo la continuatione d'una superficie piana cioè che tutto sia lo paralellogrammo,d,c,e,f,e che in quello hauessemo protratto lo diametro,d,e,serà anchora lo diametro,d, e, diametro della colonna,e perche el se dice esser un medesimo el cētro della colonna e della sphera e del circolo, questo debbe esser inteso conciosia che de questi la linea diametrale e una medesima,verbigratia perche haueno detto che la,d,e, è necessario hauere il medesimo con el centro della colonna.perche conciosia che la linea, d,e, segha la linea,a,b,in ponto.g,et.g,serà el centro della colōna.per che la divide l'assis della colonna in due parti eguale e lo diametro della colonna par in due parti equali laqual cosa è manifesta (per la.26. del primo)perche li āgoli che sono al.g.son equali per la quintadecima del primo e li angoli che sono al,a,& al,b, sono retti (dal presuppositio) anchora la linea,a,d,è equale alla linea,b,e,adōque,d,g,equale al,e,g, & a,g,è equale al,g, b,conciosia che li angoli,c,& f, sono retti se sopra el ponto.g,serà descritto un cerchio secondo el spatio,d,g,sopra la linea,d,e, quel transirà(per lo converso della prima parte della trigesima del terzo)per li ponti,c,& f,adonque el ponto,g,è centro del cerchio el diametro del quale è el diametro della colonna e però è diametro etiā della sphera,per laqual cosa è manifesto che el cerchio et la sphera de ogni colōna rotonda esser circonscrittibili a ogni paralellogrammo rettangolo & cosi è manifesto quello che nel questo theorema.

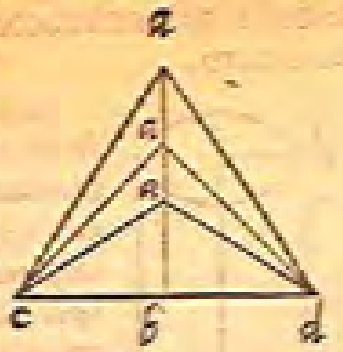


Il Tradottore.

Questa figura columnale(diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione)in la seconda tradottione se chiama cylindro però bisogna notare che tanto vol dire uno cylindro quanto una colonna rotonda & similmente da Arichimede è pur detta cylindro vocabol greco.

Diffinitione. 17.

o / 19 L'assis del cilindro e quella linea che sta ferma circa laquale se volta



Sia el triangolo.a.b.c.el qual habbia uno angolo retto el qual sia.b. & sia ficado & fermado l'uno di duoi lati continenti l'angolo retto.b.& sia lo lato che è ficado.a.b.el qual fisso sia circonducto el triangolo per fina a tanto che retorni al luoco donde comincio a mouersi, La figura corporea laqual nien descritta dal moto de questo triangolo nien detta pyramide rotonda, della quale sono tre differentie, perche una è rectangola una altra è accutiangola la terza obtusiangola, & la prima è quando il lato.a.b.serà equale al lato.b.c. hor sia come la linea.b.c.quando dal rotato triangolo peruien al sito della linea.b.d. talmente che'l ponto.c.cada sopra el ponto d.& sia fatto una sol linea cioè come quella all'hora sia congionta al sito dal quale comincio a mouersi secondo la rectitudine, & serà la linea in questo luoco come la.b.c.d.& perche (per la trigesima seconda del primo & per la quinta del medesimo) l'angolo.c.a.b. è la mità del retto & però l'angolo.c.a.d.serà retto perilche questa pyramide è detta rectangola: ma sel lato.a.b.sia piu longo del lato.b.c.serà accutiangola perche all'hora (per la trigesima seconda del primo & per la decima nona del medesimo) l'angolo.c.a.b. serà minor della mità del retto è però tutto l'agolo.c.a.d. è minor del retto cioè accuto. per laqual cosa la pyramide e accutiangola. Ma sel lato.a.b.serà piu corto del lato.b.c. serà lo angolo.c.a.b.maggiore della unità d'una retto (per la trigesima seconda del primo & (per la decima nona del medemo) ex tutto l'angolo.c.a.d.el qual è doppio al detto.c.a.b.è maggiore del retto, adonque è ottuso & la pyramide conuenientemente al presente se dice ottusiangola, & la linea.a.b.è detta assis de questa pyramide, & lo circolo che descrive la linea.c.b.sopra el centro.b.è detto basa de quella anchora questa è detta pyramide della colonna rotonda, cioè di quella che descrive (dal moto suo) il paralellogrammo che peruiene dal lato.a.b.& b.c.stante fermo & fisso il lato.a.b.

Il Tradottore.

Questa specie de pyramide rotonda, nella seconda tradottione è detta cono & non pyramide, et medesimamente da Appollonio Pergeo. & Archimede Syracusano sono dette coni & non pyramide le specie quali cosi dal detto Appollonio Pergeo sono altramente diffinite & mese come nella opera sua appare, & similmente da Archimede.

Diffinitione. 16.

14 / 18 La figura corporea rotonda che le base della quale sono duoi cerchii piani in le estremità & crassitudine cioè le altezze equale sia el uestigio del paralellogrammo retangolo fermato el lato che contene lo angolo retto, & la detta superficie circondutta per fina tanto che la torni al luogo suo, & chiamasse questa figura colonna rotonda. On-

Il Traduttore.

Queste quattro ultime diffinitioni se ritrouano solamente nella seconda traduttione & bisogna notare che li predetti corpi nel terzodecimo & quartodecimo & quintodecimo libro molte volte si sprimano (per breuiare scrittura) secondo il formõ greco, cioè al sinti base se gli dice yexefdrum, al dodeti base dodecedron, ouer dodecabedrum al octo base, octabedrum ouer octocedron al cubo, exedrum ouer exaedron alla pyramide di quattro base o triangolare equilatera, tetraedrum ouer tetracedron ouer tetracedron & però bisogna in ciò aduertire.

Theorema. 1. Propositione. 1.

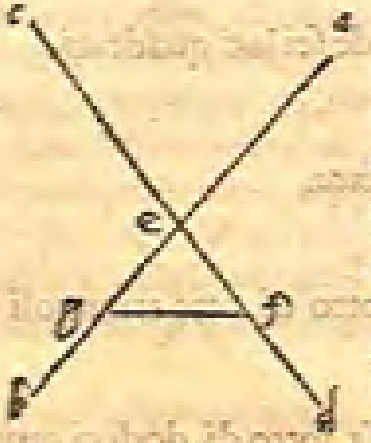
1/1 D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto.



Sia la linea retta. a. b. dico che'l non è possibile che parte di quella sia in piano & parte elevata in suso, perche se già possibile sia la parte. a. c. di quella sita in piano, & parte di quella laqual e. c. b. posta in alto & sia preparata la. a. c. direttamente in el piano nel quale essa e sita per fina al. d. & serà, che a una & a quella medesima linea laquale la linea. a. c. sian aggionte due linee al tutto diuerse (lequal sono le linee. c. b. & . c. d.) da una medesima parte direttamente: laqual cosa è impossibile (per la terzadecima del primo.)

Theorema. 2. Propositione. 2.

2/2 Ogni due linee dellequale l'una sega l'altra sono site in una superficie, & ogni triangolo tutto sta in una superficie.



Siano le due linee rette. a. b. & c. d. segandose fra lo ro in ponto. e dico quelle esser in una superficie, & ogni triangolo, dico esser tutto in una superficie, & per dimostrar questo sia segnato il pũto. f. in la linea. c. d. & lo ponto. g. in la linea. a. b. et sia dutta la linea. f. g. La cosa sia adonque cioè perche el sia impossibile che del triangolo. e. f. g. esserne parte in piano & parte in alto, e questa perche anchora l'una ouer pur delle sue linee termi nale: similmente parte ne seria in piano & parte similmente in alto: & concioßia che delle linee rette questo sia impossibile (per la precedente) anchora serà impossibile del triangolo, adonque tutto el triangolo. e. f. g. e in una superficie, e per tanto da questa seconda parte, e dalla premissa è manifesta la prima parte de questa seconda propositione.

Theo-

ta lo paralellogrammo, & le base sono li circuli descritti dalli oppositi lati circonduti.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritrova solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 18.

15/9 Lo angolo corporeo ouer solido è quello, che compreso sotto 2 più de duoi angoli piani constituidi à uno medesimo ponto, liquali non siano siti in una medesima superficie.

Dui angoli piani non pono constituire uno angolo solido, si come etiam due linee rette non possono chiudere superficie, ancora li angoli piani continenti uno angolo solido conuien che quelli non siano siti in una medesima superficie, ma in diuersi se si come due linee rette constituente uno angolo piano a quelle non conuien essere applicade secondo el sito della rettitudine.



Diffinitione. 19.

16/20 Le figure corporee rotonde o siano colonne ouero le piramide quelle: sono simile quando che li assis di quelle alli diametri delle sue base sono proportionale.

Perche se due proposte pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde, serà la proportione dell assis d'una di quelle al diametro della sua base, si come l'assis dell'altra al diametro della sua base, quelle due colonne ouer pyramide sono dette esser fra loro simile.

Diffinitione. 20.

0/21 El cubo è una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.

Il Tradottore.

El dado con elqual se gioca è fabricato de figura cubica.

Diffinitione. 21.

0/22 Le otto base è una figura solida contenuta sotto di otto triangoli equali & equilateri.

Diffinitione. 22.

0/23 El dodeci base è una figura solida, compresa sotto di dodeci quinquangoli, equali & equilateri & equiangoli.

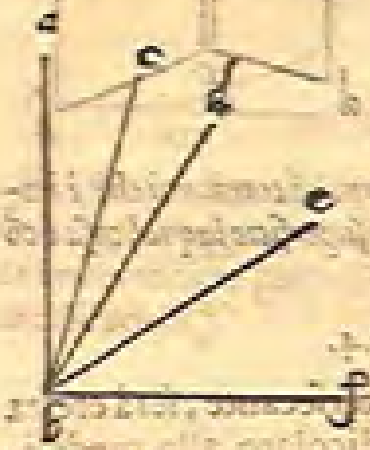
Diffinitione. 23.

0/24 Lo uinti base è una figura solida compresa sotto di uinti triangoli, equali & equilateri.

rà equale all'angolo.a.f.c.adonque (per la.4.del medemo) serà la.a.g.equale alla. a.b.e però (per la.8.del medemo) l'angolo.a.b.g.serà equale all'angolo.a.b. b. per laqual cosa (per la diffinitione) l'uno & l'altro è retto & la linea.a. b. perpendicolare alla linea.g.b.anchora con simil modo tu approverai la medema esser perpendicolare a tutte le linee protratte dal ponto b. in la superficie delle due linee.c. d. & e. f. adonque (per la diffinitione) è manifesto la linea.a.b. essere perpendicolare alla superficie in laquale sono site le due linee,c,d,e,et, f, fra loro secante che è il proposito.

Theorema.5. Propositione.5.

5/5 Se alcuna linea retta starà eretta orthogonalmente sopra tre linee rette dal commun termine di quelle, quelle medeme tre linee seranno poste in una superficie.



Sia la linea.a.b.eretta orthogonalmente sopra el cõmun termine delle tre linee.b.c. b.d. b.e. contingente fra lor angularmente in ponto.b. delle quale una sia applicada all'altra direttamente che è el medemo e fra lor insieme se seghino in ponto.b.perche protratte se segaranno. Dico che le tre linee,b.e.b.d.b.e.sono poste in una superficie bor perche egli è manifesto che qualũque due di quelle che son poste in una superficie (per la secõda di questo) over (per la prima parte della.2.di questo) adonque se la linea.b.d. (per l'aduersario) nõ serà in la superficie delle due linee.b.c.b.e.ma quelle due in piano e questa in alto, serà che queste superficie in le quale sono poste le due linee,a,b,et b,d,se seranno protratte (et per quello che è noto sopra la.6.diffinitione) segarà quella in laqual son poste le.b.c. & b.e.& (per la.3.di questo) la commuña sectione de quelle serà una linea retta & quella sia.b.f.adonque perche (per la premessa) la linea.a.b.e perpendicolare alla superficie delle due linee.b.c.& b.e.seguita (per la diffinitione) che quella sia perpendicolar alla linea.b.f.per laqual cosa l'angolo.a.b.f.e retto concessa anchora che l'angolo.a.b.d.sia retto dal presupposto seguita l'impossibile cioè la parte esser equale al suo tutto.

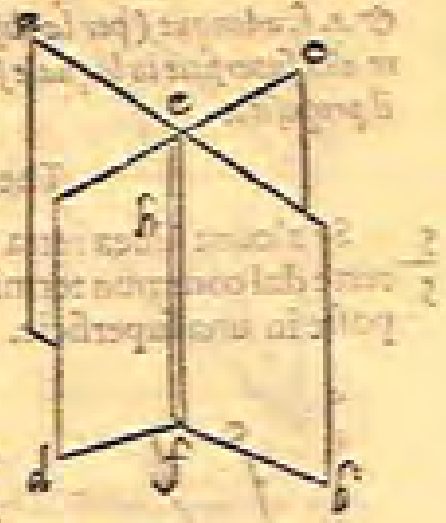
Theorema.6. Propositione.6.

6/6 Se seranno due linee perpendicolare sopra una superficie è necessario quelle esser equidistante.

Sieno le due linee.a.b.& c.d.perpendicolare a una superficie. Dico quelle esser equidistante, perche essendo protratta la linea.b.d. (per la diffinitione) li duoi angoli.a.b.d.& c.d.b. seranno retti, adonque se le due linee.a.b.et.c d. sono in una superficie quelle sono equidistante (per la seconda parte della medesima ottava del primo)

Theorema 3. Propositione 3.

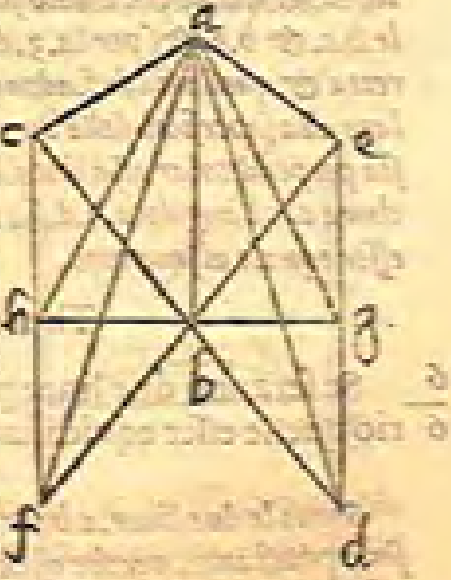
3/3 La commune sectione d'ogni due superficie piane fra lor seghante, è una linea retta.



Siano adonque le due superficie piane, a, b, & c, d, lequale se seghino fra loro. Dico che la commune sectione de quelle serà una linea retta, hor sia li duoi ponti, e, & f, li termini della commune sectione de quelle liquali sian continuade per linea retta laqual sia, e, f, se adonque la linea, e, f, è in l'una e l'altra delle due superficie, a, b, & c, d, è manifesto el proposito, ma se la non è in l'una ne in l'altra ouer che la sia in l'una o l'altra di quelle, conciosia che ambiduoi i ponti, e. & f. siano in l'una & l'altra delle superficie, a, b, & c, d, in quella superficie in laquale essa non serà, sia protratta una linea retta laqual sia la, e, b, f, adonque seranno due linee rette, e, f, & e, b, f, lequale hanno duoi termini communi che è impossibile, perche essendo cosi due linee rette inchiuderiano superficie laqual cosa è contra alla ultima petitione del primo libro.

Theorema 4. Propositione 4.

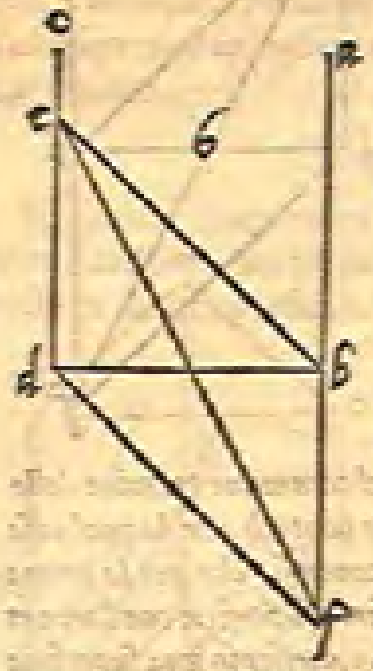
4/4 Se dalla incisione de due linee rette fra loro intersecante, serà eretta una linea orthogonalmente quella serà perpendicolare alla medesima superficie.



Sia la linea, a, b, orthogonalmente eretta sopra la incisione delle due linee, c, d, & e, f, serà lor seguente in ponto, b, delle quale è manifesto (per le auenir alla precedente) che esse sono site in una superficie, dico che la linea, a, b, è perpendicolare alla superficie di quelle. Et per dimostrar questo siano fatte le, c, b, & b, d, equale & la, f, b, & la, b, e, equale & siano protratte le linee, e, d, & c, f, lequale seranno equale (per la quarta del primo) & equidistante per la trigesima settima del medesimo, adonque da alcun signato ponto in la linea, e, d, (el qual sia, g,) sia ducta la linea, g, b, & (per la. 26. del primo), c, g, serà equale al, f, b, adonque dal ponto, a, (ouer da qual si voglia ponto in la linea, a, b,) siano protratte. ypotumissalmente le linee, a, c, a, d, a, e, a, f, a, g, a, b, & (per la quarta del primo) la, a, c, serà equale alla. a. d. & la. a, e, equale alla, a, f, anchora (per la. 8. del medesimo) l'angolo a. e. d. se-

Theorema.8. Propositione.8.

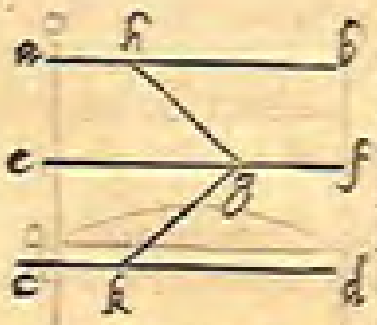
8/8 Se seranno due linee rette, equidistante, & una di quelle sia perpendicolare ad alcuno piano & l'altra anchora conuien essere perpendicolare al medesimo piano.



Questa è quasi el conuerso della sesta, hor siano le due linee a.b, & c.d equidistanti & sia una di quelle poniamo la, c, d, perpendicolarmente sopra a qual si uoglia superficie. Dico che l'altra di quelle la quale è a.b. esser perpendicolare alla medesima superficie, perche essendo fatto in tutto la medesima dispositione che in nella sesta, & serà (come in quella) che uno e l'altro di dui angoli e.d.b. & f.b.e. sia retto, el primo per la positioni & lo secondo per la ottaua del primo per laqual cosa (per la quarta de questo) la linea f, b, e perpendicolarmente eretta sopra la superficie in laquale sono le due linee b.d. & b.e. conciosia che per la precedente le due linee a.b. & c.d. siano in la medesima superficie cõ le due linee, b, d, & b, e, seguita la linea f, b, esser perpendicolarmente eretta sopra la superficie in laquale è la linea a.b.a. (per la diffinitione) adonque serà l'angolo f.b.a. retto e perche etiam l'angolo, d, b, a, e retto (per la ultima parte della ottaua nona del primo) seguita (per la quarta de questo) la linea a.b. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono site le due linee b.d. & b.f. per laqual cosa è manifesto el proposito.

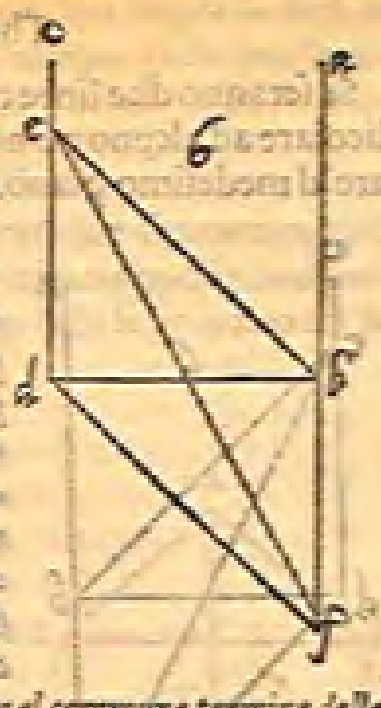
Theorema.9. Propositione.9.

9/9 Se due linee seranno equidistante a una medesima linea e nõ in una superficie, anchora quelle è necessario eller fra lor equidistante.



Sia l'una & l'altra delle due linee, a, b, & c, d, equidistante alla linea, e, f, ne siano tutte in una superficie. Dico che le medesime ãchora fra lor insieme sono equidistante (de quelle che sono tutte in una superficie egliè stato approuato per la trigesima del primo) hor in questo luoco circa ad approuar de quelle che non sono in una superficie come in queste che la, e, f, e intesa de sopra e retta in alto, adonque sia signato in quella el ponto. g. dal qual siano dutte le due perpendicolar alle due linee, a, b, & c, d, lequal siano, g, h, & g, k, & (per la quarta di questo) la linea, e, f, serà perpendicolare alla superficie (cioè a quella in laquale sono situate le due linee g, h, et g, k.) adunque (per la precedente volta due uolte) l'una e l'altra de quelle due linee, a, b, & c, d, e perpendicolare

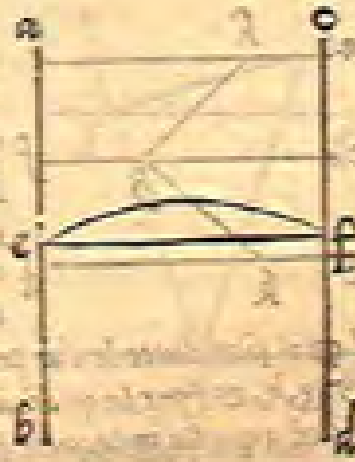
primo) et cosi se apprende quelle esser in una superficie dal punto.b. sopra la linea.a.b.d.in el piano al qual stanno perpendicolarmente.a.b.& c.d. protrate arthogonalmente la linea.b.f.& dalla linea.d.e.sera.d.e. quale alla.b.f.& protrahe le linee.e.b.& e.f.& d.f. adonque li dui lati.e.d.& d.b.del triangolo.e.d.b.seranno equali alli dui lati.f.b.& d.b.del triangolo.f.d.b.& l'angolo.e.d.b.equale all'angolo.f.b.d.(concioscia che l'uno e l'altro sia retto) adonque per la quarta del primo la linea.b.e.è equale alla linea.d.f.anchora concioscia che li dui lati.e.b.& b.f.del triangolo.e.b.f.siano equali alli dui lati.f.d.& d.e.del triangolo.f.d.e.& la basa.e.f.cõmuna (per la ottaua del primo) l'angolo.e.b.f.serà equale all'angolo.f.d.e.concioscia che l'uno & l'altro sia retto, perche adonque l'angolo.f.d.e.è retto (per la diffinitione) seriam l'agolo.e.b.f.serà recto, adõque la linea.f.b.serà perpendicolarmente è erecta sopra el commune termine delle tre linee.b.a.b.d.b.e.contigente fra loro angolarmente in punto.b.per la qual cosa (per la precedente) quelle sono in una superficie, adoque concioscia che per la prima parte della seconda di questo la linea.c.d.sia in la medesima superficie con l'una et l'altra delle linee.e.b.& b.d.seguita le due linee.a.b.et.c.d.esser in una superficie adonque è manifesto el proposito.



Theorema. 7. Propositione. 7.

7/7 Se da duoi punti signati in due linee equidistante sia dutta una linea retta dall'uno all'altro, el se approua quella necessariamente esser constituida anchora lei in la medesima superficie in laquale sono constituide quelle due linee.

Siano le due linee.a.b.et.c.d. equidistante delle quale è manifesto (per la diffinitione) che esse sono in una superficie, sia signato in quelle li duoi punti.e.& f. & sia producta la linea retta.e.f. Dico adonque la linea.e.f.esser posta ouero sita in la superficie delle due linee.a.b.& c.d.& essendo altramente (per l'oduersario) sia.e.g. in una altra superficie che dependa di sopra laqual superficie se la serà protratta necessariamente segarà la superficie in laquale sono site le due linee.a.b.& c.d.& (per la terza di questo) la commune sectione di quelle serà una linea retta terminata alli medesimi punti, laqual cosa è impossibil perche essendo cosi due linee rette concluderiano superficie.

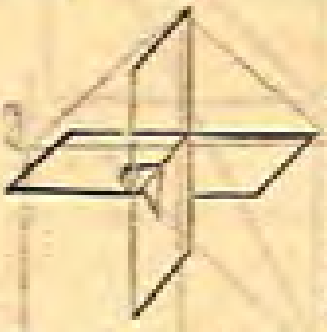


Theo-

flo fia tirata la linea.f.g.equidistante alla linea.b.c. & perche l'uno & l'altro di duoi angoli.b.d.a.& .b.d.f. è retto (per la quarta de questo) la linea.b.d.serà perpendicolare alla superficie in laquale è el triangolo.a.d.f.e però etiam (per la ottaua de questo) la linea.g.f. serà perpendicolare alla medesima superficie, adonque (per la diffinitione) l'angolo.g.f.a.serà retto, & concieslia anchora che l'angolo. d. f.a.sia retto seguirà (per la quarta de questo) la linea.a.f. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee.d.f.& f.g.che è il proposito.

Problema. 2. Propositione. 11.

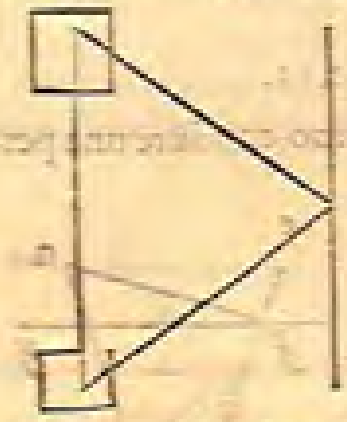
11 / 11 Proposta una superficie & da un ponto signato in quella puotemo da quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.



Quando da un ponto signato in una proposta superficie desiderarai di condur una perpendicolare, da un'altro ponto posto a tuo piacere di sopra in aere tu condurai una perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, laquale se la tocchara nel ponto assignato lei serà quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto ponto. da quello medesimo assignato ponto tu ducerai una equidistante alla conducta perpendicolare, & quella (per la ottaua de questo) tu approuerai esser quella che tu cerchi.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13 / 13 Egliè impossibile far due linee rette sopra uno ponto orthogonalmente a una superficie.

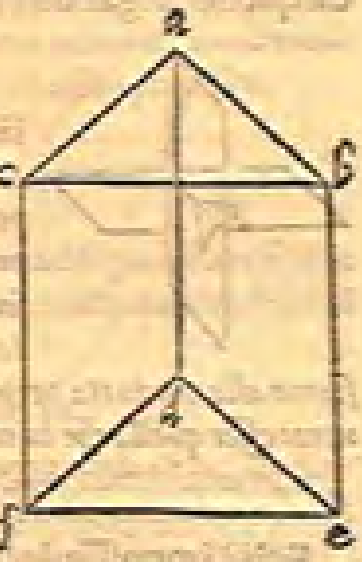


Perche se gliè (per l'aduersario) che due linee rette a una medesima superficie stiano perpendicolarmente sopra un ponto, la superficie in le quale esse perpendicolare sono situate sia messa esser produtta per fina a tanto che seghi la superficie alla quale le dette linee stano perpendicolarmente (& per la terza de questo) la commuma sectione di quelle, serà una linea retta, et perche (per la diffinitione) l'una & l'altra di quelle due perpendicolare con la commune sectione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqual cosa è impossibile, & si come che di sopra habbiamo dimostrato esser impossibile da uno medesimo ponto che sia dentro d'una superficie cauar due linee perpendicolare sopra alla medesima superficie cosi anchora dimostraremo esser impossibile, da uno medesimo ponto fora d'una superficie signato protraere due linee perpendicolare alla medesima superficie, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) quelle seriano fra loro equidistante (per la sesta propositione de questo) laqual cosa è impossibile (per la diffinitione delle linee equidi-

dicolare alla medesima superficie cioè a quella in laquale sono situate le dette due linee,g,h,& g,k, (per la sesta propositione di questo) adonque quelle sono fra loro equidistante che è il proposito.

Theorema.10. Propositione.10.

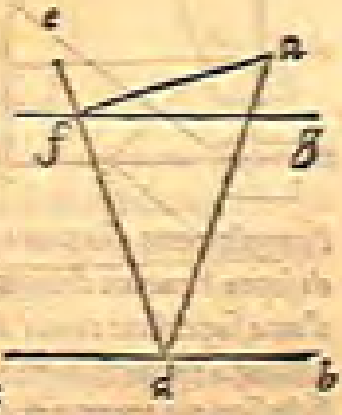
10 Se due linee che si tocchino fra loro angularmente seranno equidi-
10 stante ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposite,e non sia no in una superficie,li angoli che da quelle sono fatti se prouano fra loro esser equali.



Siano le due linee,a,b,& c,e,che se tocchino fra lo ro angularmente in ponto,a, equidistante a altre due lequale e siano,d,e,& d,f,fra loro anchora si tocchino in ponto, d, ne siano con quelle in una superficie. Dico l'angolo,a, essere equale all'angolo, d,ber sia fatta la linea,d,e, equale alla linea, a, b, alla quale è posta es-ser equidistante,e la,d,f,equale alla, a,c,allaqual etiã è posta equidistante da quellaet siano dutte le linee,d, a,& e,b,& f,c,et (per la trigesima terza del primo) pigliata due volte l'una e l'altra delle due linee,b,e,& c,f,equale e equidistante alla linea, a,d,(adonque per la concettione, & per la precedente) le medesime sono fra loro equale, & equidistante adonque (per la tri-gesima terza del primo de nouo repetita) & le due li-nee,b,c,& e,f,sono etiam equale e equidistante,adonque (per la settima del primo è manifesto il proposito.)

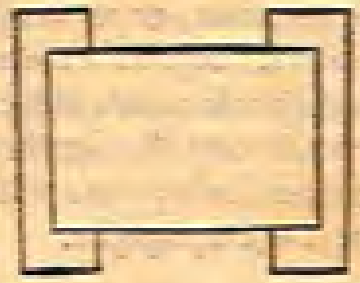
Problema primo. Propositione.11.

11 Da uno ponto signato in aere da quello puotemo condure una per-
11 pendicolare a una data superficie.



Sia el ponto.a.di sopra in aere del quale volemo con dure una perpendicolare alla subiacente superficie, adonque in quello piano sia dutta la linea,b,c, (come a caso cadera) alla quale dal detto ponto,a, sia dutta la perpendicolar,a,d,secondo la docterna della.12.del primo, & una altra volta dal ponto,d,in quello pia-no (alquale è da esser dutta la perpendicolare dal pon to,a,)sia estratta la linea, d,e, laqual sia perpendico-lare alla linea,b, c, (come insegna la. 11.del primo.) Anchora a questa linea,d,e,sia dutta una altra linea perpendicolare dal ponto, a, laqual sia,a,f, questa dico esser quella laquale intendemo, & per demostrar que-sto sia

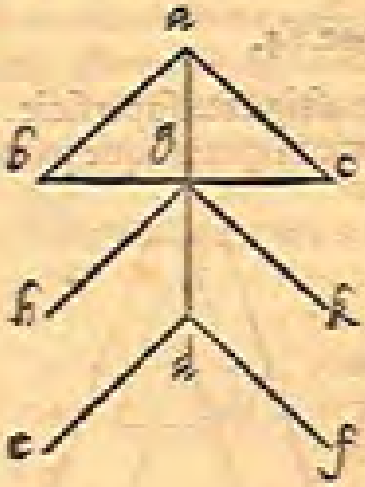
Sia inteso a due superficie posti equidistanti una linea retta penetrante ambedue quelle, laquale all'una di quelle superficie perpendicolarmente, dico che la medesima linea sopra stà perpendicolarmente all'altra superficie, & per dimostrare tal cosa sia inteſa una superficie segante le predette due superficie equidistanti sopra la linea penetrante quelle, & la commune sectione de questa superficie segante et dell'una delle segate cioè de quelle alla quale la linea penetrante è posta stare



perpendicularmente contenerà angolo retto con la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendicolare ad una superficie, adonque se l'altra commune sectione de detta superficie segante, & dell'altra delle due segate in le medesima linea penetrante non contenerà angolo retto (per la ultima petitione del primo) seguirà che quelle due commune sectioni in una parte protratte necessariamente concorreranno per laqual cosa etiam le superficie che sono state poste equidistante necessariamente concorreranno e perche ciò è impossibile seguirà che quel angolo e retto. & per lo medesimo seguirà de qual si voglia superficie segante le medesime superficie equidistante sopra la medesima linea, adonque per la quarta di questo, et per questa decimaquarta è manifesto essere il vero quello che havemo detto.

Theorema. 13. Propositione. 15.

15
15



Se seranno due linee che fra loro si tocchino angolarmente, equidistante a altre due che pur si tocchino angolarmente, & non in una superficie, le due superficie contenute dalle medesime linee essendo produtte quãto si voglia in niuna parte potran concorrere.

Siano le due linee. a. b. & . a. c. laquale se tocchano angolarmente in ponto. a. equidistante alle due linee. d. e. & . d. f. che si tocchano angolarmente in ponto. d. et non siano in una superficie: Dico le superficie di quelle in qualunque parte protratte & quanto si voglia è necessario che mai concorrano, & per dimostrare questo sia protratta dal ponto. d. (come insegna la quinta de queste) una perpendicolare alla superficie delle due linee. a. b. & . a. c & sia la. d. g. & dal ponto. g sia dutta. g. b. equidistante alla. a. b. & la. g. k. equidistante alla. a. c. & (per la diffinitione) l'uno e l'altro di duoi angoli. d. g. b. & . d. g. k. serà retto & (per la nona) la linea. d. f. serà equidistante alla linea. g. k. & la linea. d. e. serà equidistante alla linea. g. b. (per laqual cosa per la ultima parte della trigesimanona del primo) l'uno e l'altro di duoi angoli. e. d.

g. f.

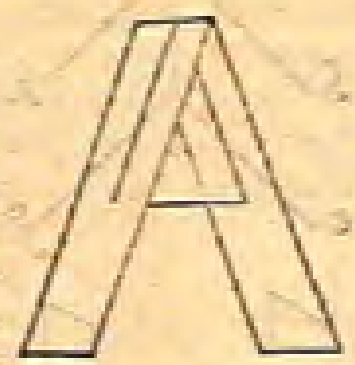
equidistante: adonque da questa è manifesto che se alcuna superficie piana, segarà una altra superficie piana orthogonalmente, & da alcuno ponto della superficie segante sia dutta una perpendicolare alla superficie segata quella è necessario cadere in la commune sectione de quelle, altramente dal medesimo ponto della superficie segante sia protratta una perpendicolare alla commune sectione de quelle come insegna la duodecima del primo, & dal ponto in el qual taglia con la commune sectione un'altra perpendicolare sia dutta alla medesima commune sectione in la superficie segbata come insegna la undecima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra un'altra, l'angolo che contenno queste due linee perpendicolare, è retto, per laqualcosa (per la quarta di questo) la prima de queste due perpendicolare è anchora perpendicolare alla superficie segbata, adonque da uno ponto sono protratte due linee perpendicolari a una medesima superficie laqualcosa è impossibile, adonque rimane el nostro proposito.

Il Tradottore.

Quello che di sopra se dimostra in questa propositione mal si può dare figura intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sol cō parole se depinge il che non è difficile.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14 Se una linea stara orthogonalmente sopra due assignate superficie.
14 Anchora se quelle due superficie seranno protratte in qualunque parte in infinito mai concorrano.



Sia posta una linea stare a due superficie orthogonalmente, hor se possibile è (per l'aduersario) quelle due superficie concorrere in la commune sectione de quelle laquale (per la terza di questo) serà una linea retta, & sia signato uno ponto a qualunque modo si voglia nella detta linea, dal quale siano protratte due linee in quelle due superficie a quella linea laquale superstia perpendicularmente sopra a quelle, & serà constituito uno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonque l'uno & l'altro di duoi angoli del detto triangolo (che li stanno sopra la perpēdicolare) è retto come per la diffinitione della linea stante perpendicolarmente sopra una superficie, & questo è impossibile (per la trigesima seconda del primo.)

El conuerso anchora, cioè se sopra due superficie equidistanti cascarà una linea retta laqual sia perpēdicolar a una di quelle anchora quella serà perpendicolare all'altra.
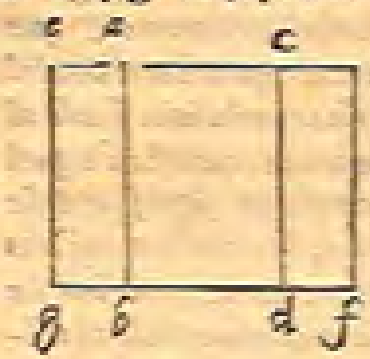
Sia

intercette da quelle superficie equidistate. Et per dimostrare questo siano congionte le due estremità di quelle due linee, dutta fra quelle con una linea tirata diagonalmente, & questa diagonale serà con l'una e l'altra di quelle due penetrante: le superficie proposite in una superficie segante quelle superficie proposte equidistante. adonque se con la mente tu potrai le commune sectioni di queste superficie, lequale (per la precedente) seranno equidistante (per la prima parte della seconda del sesto) serà manifesto il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 18.

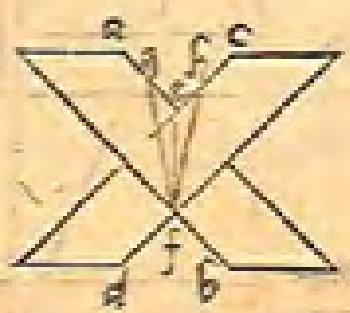
18 18 Se una linea starà orthogonalmente in una assignata superficie, ogni superficie dutta da quella linea: per qual uerso ne pare, serà orthogonalmente eretta sopra alla medesima superficie allignata.

Sia la linea. a. b. eretta perpendicolarmente sopra alla figura superficie, & dalla linea. a. b. sia producta una superficie per qual uerso si uoglia, hor sia la. e. f. laqual dico perpendicolarmente eretta sopra la assignata superficie: perche concossia ch'ella segbi la superficie assignata la commune sectione de quelle serà una linea retta (per la terza di questo) & sia la. f. g. adonque signato qual si uoglia pũto in questa commune sectione (qual sia. d.) & da quello sia estratto in la superficie che è producta dalla linea. a. b. una perpendicolare alla linea. f. g. laqual sia. d. c. & (per la seconda parte della uigesima ottaua del primo) la linea. c. d. serà equidistate alla linea. a. b. e però (per la ottaua di questo) la linea. c. d. etiam perpendicolare alla superficie proposta adõque perche per questo modo qual si uoglia linea protratta orthogonalmente da qual si uoglia ponto della linea. b. d. ad essa linea. b. d. in esse superficie. e. f. che è producta per la linea. a. b. è perpendicolare alla proposta superficie (per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra a una superficie è manifesto esser el uero quello che è proposto.



Theorema. 17. Propositione. 19.

19 19 Se due superficie che fra loro se seghino serãno erette orthogonalmente sopra a una superficie: la commune sectione di quelle serà perpẽdicolare alla medesima superficie.



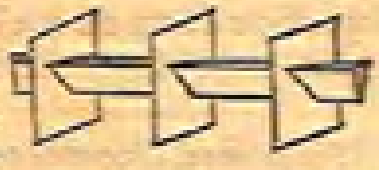
Siano le due superficie. a. b. & .c. d. che insieme si seghino e rette orthogonalmẽte sopra una assignata superficie, & sia la commune sectione di quelle la linea retta. e. f. hor questa. e. f. Dico perpendicolare alla assignata superficie essendo altramente (per l'aduersario) dal ponto. f. el quale è commun termine delle sectioni delle

due

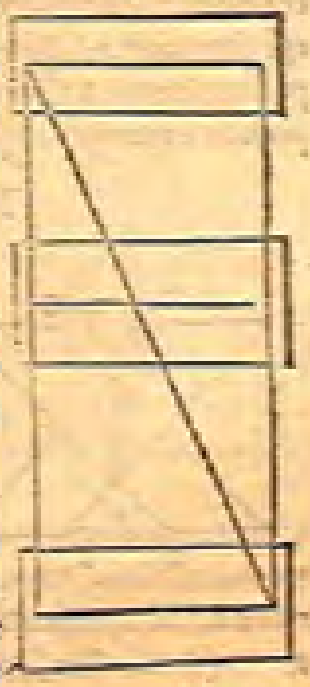
g.f.d.g. serà retto e però (per la quarta di questo) la linea d.g. serà perpendicolare alla superficie delle due linee d.e. & d.f. & conciosia che quella sia anchora (per el presuppolito) perpendicolare alla superficie delle due linee a.b. & a.c. adonque per la precedente è manifesta, che è el proposito.

Theorema. 14. Propositione. 16.

16 16 Se una superficie segarà due superficie equidistante le commune sectioni seranno equidistante.



Le manifesto (per la terza) che una superficie segãte qualunque due superficie equidistante, le commune sectioni de quelle seranno due linee rette, lequale conciosia che ambedue quelle siano situate in la superficie segante, se quelle non seranno equidistante (per l'aduersario) sia suppolte concorrere a qual si uoglia ponto, adonque serà che uno medesimo ponto sia in l'una e l'altra delle due commune sectioni, conciosia che una di quelle commune sectioni è in una delle due superficie segate & l'altra in l'altra, seguita adonque quelle superficie (che sono suppolte esser equidistante) concorrere & questo è impossibile. adonque le commune sectione de quelle erano equidistante che è el proposito. Da questa & dalla precedente se pol formare una conclusione simile al la trigesima del primo cioè questa, se seranno due superficie a una equidistante quelle medesime anchora seranno fra loro equidistante, siano poste tre superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le necessario quelle estreme equidistare fra loro, hor siano segate tutte tre quelle superficie da due superficie fra loro segante, & per questa sesta decima le commune sectioni delle due estreme superficie seranno equidistante alli sectioni della media, per laqual cosa per la trigesima del primo quelle sectioni delle due estreme superficie seranno equidistante fra loro, & perche quelle se toccano in la commuena sectione delle due superficie segante, le tre superficie poste per la precedente euidentemente è manifesto quello che hauemo detto.



Theorema. 15. Propositione. 18.

17 17 Se due linee rette che si tocchino fra loro ouero, che siano equidistante seghino tre ouer piu superficie equidistanti, le portioni di quelle linee si prouano fra loro esser proportionale.

Siano intese due linee rette penetrante a qualunque modo si uoglia, tre superficie equidistante ouer ancora piu di tre. adonque dico le due portioni di quelle linee tolte fra qual due superficie si uoglia esser proportionale a qualunque due altre

intercette

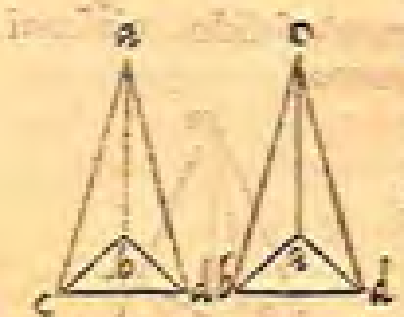
si come cosi se apprende esser maggiori di quello terzo che sia supposto esser maggiori di qual si voglia delli altri duoi. sia che delli tre proposti angoli superficiali l'angolo. e,a,d, sia maggiore di qual si voglia delli altri duoi rimanenti, adonque taglierò de quello, e,a,d, equale all'angolo, b,a,d, protratta la linea, a,e, & tagliando da questa linea, a,e, la linea, a,g, & dalla linea, a,b, la linea, a,f, lequale porrò ouero farò equale & protrarò dal ponto, g, una linea in la superficie delle due linee, a,c, & ,a, d, cadente come si voglia per fina a tanto che quella segha, a,c, in ponto, h, & ,a,d, in ponto, k, & quella sia la, h,g,k, & produrò le linee, f,h, & f, k, conciosia adonque che, a,f, sia equal al, a,g, posta, a,k, commune (per la quarta del primo) la f,k, serà equale alla, k,g, e perche (per la vigesima del primo) le due linee, h,f, & f,k, sono maggiori della linea, h,k, (per la quarta concettione) la, h,f, serà maggiore della, h,g, e però (per la vigesima quinta del primo conciosia che la linea, a,f, sia equal alla linea, a,g,) serà l'angolo, f,a,h, maggiore dell'angolo, h,a,g, adonque (per la cõcettione) è manifesto li duoi angoli, b,a,f, f,a,k, tolti insieme esser maggiori del angolo, b,a,k, laqual cosa era da demostrare.

Theorema. 19. Propositione. 21.

21 Ogni angolo solido el se approua esser minore de quattro angoli retti.

21

La quantità dell'angolo solido se determina dalla quantità delli angoli superficiali che contengono quel angolo solido. Adonque questa vigesima prima propertionalmente propone anchora che quai si voglia angoli superficiali, che contengino qualunque angolo solido tolti insieme esser minori di quattro angoli retti, hor sia no li triangoli della pyramide, a,b, c, d, della quale conciosia che l'angolo suppremo possi esser qual si voglia di suoi angoli tamen in questo luoco sia, a, Del qual dico che li tre angoli superficiali che contengono il detto angolo, a, sono minori de quattro retti: perche egli è manifesto (per la trigesima seconda propositione del primo) li nouue angoli de tre triangoli circonstanti a questa pyramide (& questi sono, a,b,c, a,c,d, a,e, d,b,) esser equali a sei angoli retti, & di tre angoli della basa di quella che è il triangolo, b, e, d, e manifesto anchora (per la medesima) che quelli sono equali a dua angoli retti, conciosia adonque che li sei angoli di tre predetti triangoli circondanti questa nostra pyramide (della quale disputemo del suppremo angolo) dico quelli sei angoli che contengono con li altri tre angoli della basa li altri tre angoli solidi della pyramide (per la precedente) tolta tre volte sono maggiore di tre angoli del triangolo della basa, segnita adonque quelli sei angoli essere maggiori de duoi angoli retti adonque leuado via dalli nouue angoli di tre triangoli circondante la pyramide questi sei angoli li tre restanti seranno minori, de quattro retti, & quelli sono quelli che constituiscono lo angolo, a, solido, ma se l'angolo, a, suppremo in la tolta pyramide serà contenuto de piu che tre angoli superficiali, laqual cosa

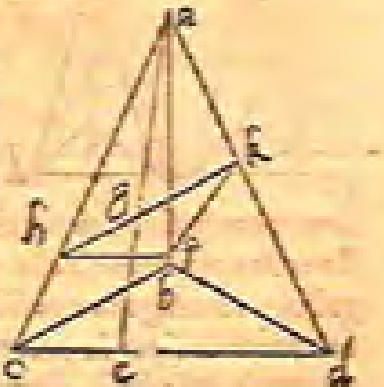


serà

due superficie insieme segante, & della terza superficie stella, sia predotta una linea retta in la superficie, a. b, (laqual sia f, g,) perpendicolare alla assignata superficie similmente dal medesimo ponto sia ducta una altra perpendicolare alla medesima superficie che sia situata la superficie, c, d, & quella sia, f, b, & le due linee, f, g, & f, b, seranno insistente orthogonalmente alla superficie assignata sopra un ponto et questo è impossibile per la 13. di questo et non bisogna dubitar che'l nō possi esser protratte tal linee dal ponto, f, in l'una e l'altra delle superficie, a, b, & c, d, quando che, e, f, non fusse perpendicolare alla assignata superficie. sia intesa la linea, f, b, commuma sectione della superficie, a. b, & della superficie assignata, & la linea, f, d, della superficie, c, d, & della superficie assignata, adonque se la linea, e, f, serà perpendicolare all'una e l'altra delle due linee, f, b, & f, d, quella anchora serà perpendicolare alla superficie assignata (per la quarta di questo) ma se la non serà perpendicolare all'una ne l'altra (per l'adversario) sia la, f, g, perpendicolare alla, f. b. & la, f, b, perpēdicolare alla, f, d, dapoi dal ponto, f, protrarai in la superficie assignata, una linea perpēdicolare alla linea, f, b, laquale (per la diffinitione della superficie erecta orthogonalmente sopra una altra) contenerà angolo retto con la linea, f, g, adonque (per la quarta di questo) la linea, f g, serà perpendicolare alla superficie assignata. Anchora per lo medesimo modo protratta un'altra linea dal pōto. f. in la superficie assignata laquale sia perpendicolare alla linea. f. d. seguirà (per la diffinitione predita & per la quarta di questo) la linea. f. b. esser perpendicolar alla superficie assignata, laqual cosa è impossibile (per la terzadecima de ipso,) ma se l'adversario confessa la linea, e, f, essere perpendicolar alla linea, f, b, ma non alla linea, f, d, seguirà per simel modo le due, e, f, & f, b, esser perpendicolare alla superficie assignata che niente di manco è impossibile.

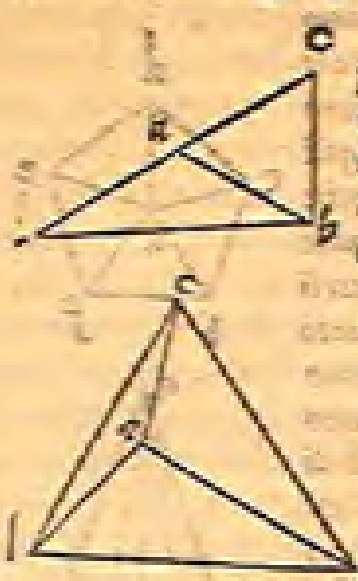
Theorema. 18. Propositione. 20.

20 / 20 Se tre angoli superficiali contengano un'angolo solido, ciascuni duoi di quelli tolti insieme sono maggiori dell'altro.



Siano le tre linee, a. b. a. c. a. d. pyramidalmente erette sopra alla superficie, b, c, d, continente tre angoli superficiali delle quale sien compito l'angolo solido in ponto. a. Dico quali duoi angoli si voglia de quelli angoli superficiale, constituenti lo angolo solido in ponto. a. tolti insieme essere maggiori del terzo, perche se quelli tre angoli superficiali seranno fra loro equali, ouer se duoi seranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno & l'altro di duoi equali è manifesto per commuma scientia essere il vero quello che è stato detto, ma se uno de quelli serà maggiore di qual si voglia delli altri duoi restanti, o siano posti equali, ouero non equali al presente è manifesto quel maggiore con qual si voglia delli altri duoi restanti tolti insieme essere maggiore del terzo, ma de quelli duoi minori tolti in-

 sieme



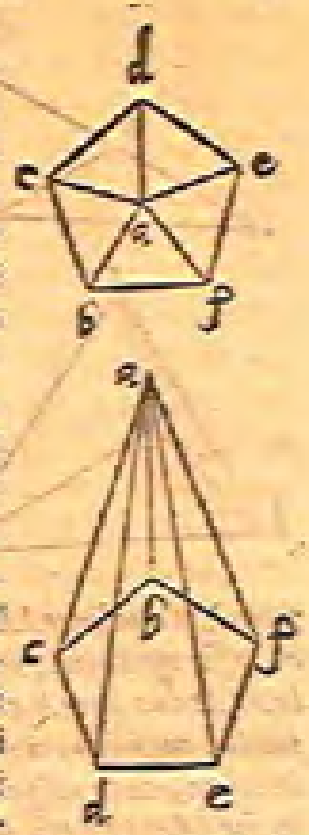
Siano li tre angoli superficiali.a.c.e.d.f.b.g.k. come se propone cioè tali che ciascuni duoi di quelli siano maggiori del terzo,& siano li sei lati continenti quelli equali.liquali siano.a.b.a.c.d.e.d.f.g.b.g.k.e sian protratte di sotto a quelli le tre base lequale siano, b,c,e,f,b,k. Dico adonque che da queste tre base può esser constituido un triangolo, hor sia fatto l'angolo,b,a,l,equale all'angolo,d, & la linea,a.l,alla linea,d,e,& sian protratte le,l,b,l,c,& (per la quarta del primo la linea,l,b, serà equale alla linea,e,f, & dal presupposito) è manifesto lo seral angolo, a, esser maggiore dell'angolo,g, perche, ciascuni duoi(delli tre)angoli,b,a,c,d,& g, seranno maggiori del terzo adonque(per la 24. del primo) la linea.l.c.è maggiore della linea.b.k.e conciosia che(per la 20.del primo) le due linee.l.b.b.c.siano maggiori della linea.l.c.seguita le due linee.l.b.& b.c.esser molto più forte maggiore della linea.b.k.adonque perche.l.b. è equale alla.e.f.le due linee.b.c.& e.f seranno maggiori della linea.b.k. adonque per questo modo è manifesto ciascune due linee nelle tre linee.b.c.e.f.b.K.esser più longhe del la terza,adonque(per la vigesima seconda del primo)è manifesto esser il vero,quel lo che è stato detto, solamente aggiontoui questo che se li duoi angoli.b.a.c. & .d. tolti insieme siano equali a duoi retti,le due linee.l.a.& .a.c.(per la decima quarta del primo)seranno una sol linea laquale conciosia che la sia equale (dal presupposito) alle due linee.g.b.& .g.k.lequale (per la vigesima del primo) sono più longhe della linea.b.k.& cõciosia che(per la medesima)le due linee.l.b.& .b.c. siano più longhe della linea.l.c.seguita come prima.b.c.& .e.f.tolte insieme esser più longhe della.b.k.ma se li duoi predetti angoli sono maggiori de duoi retti(per la vigesima prima del primo)le due linee.a.l.& .a.c.e però & le due.g.b.& .g. K. seranno più corte delle due lequal sono.l.b.& .b.c.per laqual cosa come prima.b. c. & .e. f. tolti insieme sono più longhe della linea.b.k.

Problema.3. Propositione.23.

23 Proposti tre angoli superficiali, di quali qualunque duoi tolti insie-
23 me sian maggiori,del terzo,& tutti tre insieme siano minori di quattro angoli retti,con altri tre che siano a quelli equali puotemo constituire uno angolo solido.

Siano proposti tre angoli superficiali liquali siano.a.b.e.cõ tre altri a quelli equali volemo constituire uno angolo solido el bisogna adõque(per la vigesima propositione di questo)che qualsonque duoi de quelli tolti insieme siano maggiori del terzo & (per la vigesima prima propositione de questo)che tutti tre tolti insieme siano minori di quattro angoli retti:adonque siano tutte queste cose in questi, & li lati continenti quelli sian fatti tutti fra loro equali, & a quelli sian fatte tendute tre base & queste siano,d,e,e,f,& ,f,d,& (per la precedente) de tre linee equale a queste base serà possibile essere constituido uno triangolo.

Sia



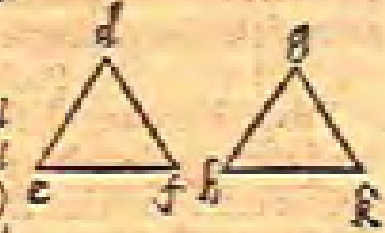
ſerà ſecondo la moltitudine delli angoli della ſua baſa, concio ſia adonque che li angoli de tutti li triangoli circondanti detta pyramide tolti inſieme equalmente (per la trigeſima ſeconda propoſitione del primo) ſiano equali a tāti angoli retti quāto è el numero di angoli della ſua baſa dupplicado: imperocchè tanti è neceſſario eſſer li triangoli circondanti la pyramide quanto ſeranno l'angoli della ſua baſa, et concioſia che tutti li angoli della ſua baſa, ſiano a tanti angoli retti equali, quanto è el numero dupplicado delli ſuoi angoli è da quelli trazone quattro (come in la trigeſima ſeconda propoſitione del primo è ſtato dimoſtrado) concioſia, adonque che tutti li angoli di triangoli (circondanti la pyramide) che ſtanno ſopra li lati della baſa di detta pyramide tolti equalmente inſieme ſiano maggiori de tutti li angoli della baſa tolti equalmente inſieme come evidentemente è manifeſto (per la precedente) repetita tante volte quanti angoli haverà la baſa, hor ſeguita neceſſariamente (per communa ſcientia) li angoli ſuperficiali continenti l'angolo a, ſolido tolti equalmēte inſieme eſſer minor de quattro angoli retti. Duo minori in queſto che tutti li angoli de triangoli circondanti la pyramide liquali ſtanno ordinatamēte ſopra di lati della baſa della piramide eccedeno tutti li angoli della baſa tolti equalmente inſieme.

Il Tradottore.

Q ueſta preſente propoſitione nella ſeconda tradottione dice in queſta forma videlicet.

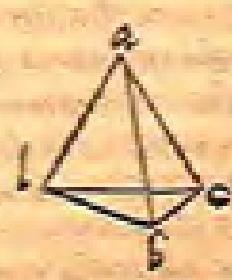
Theorema. 19. Propoſitione. 21.

Ogni angolo ſolido à compreſo ſotto meno de quattro angoli retti piani.

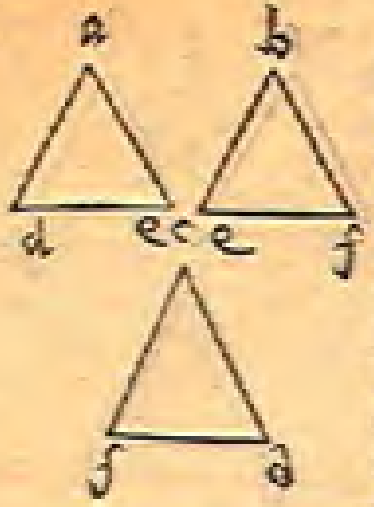


Laqual propoſitione parla più correctamente di l'altra perche in vero l'angolo ſolido non è comparabile alli angoli piani però non poſſiamo dir (ſenza repreńſione) che uno angolo ſolido ſia minore ne maggiore ne equal a quattro angoli retti ideo. etc.

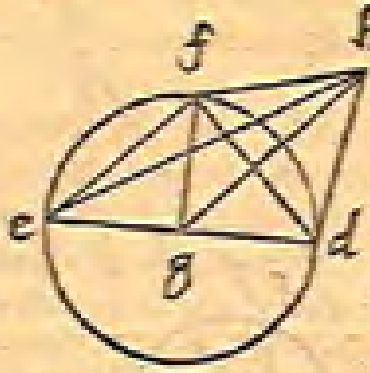
Theorema. 20. Propoſitione. 22.



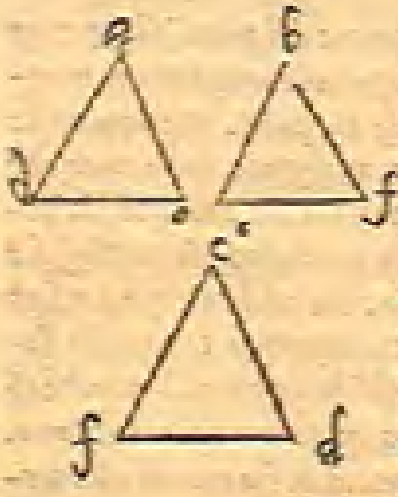
22 Se ſeranno tre angoli ſuperficiali di quali ciaſcuni duoi tolti inſieme ſian maggiori del terzo. & tutti fra loro ſiano contenuti de linee equale. delle tre baſe, che ſotto tendono a quelli angoli (dalli termini di dette linee equale) egliè poſsibile a eſſer conſtituido uno triangolo.



Ma se per caso el centro del cerchio serà in un di lati del triangolo poniamo che sia in lo lato. e,d,& che sia,g,& sia tirata la linea.f,g,di co un'altra uolta che lo lato,a,d,è maggior di, f,g, & se'l non è maggiore ouer che il detto,a, d,è equale al detto,f, g, ouer che egliè minore hor poniamo (se egliè possibile) che prima sia equale adonque le due linee ouer lati, a,d,a,e, (che sono quanto che,b,e,&,b,f,onero c,f,& c, d,)sono equali alle due linee,e,g, &, g, f, che è come tutta la,e g,d, ma la detta,e,g,d,e suppo- sta equale alla basa,d,e, (del triangolo,a,d,e,) adonque li dui lati, a, d,&,a,e,del triangolo a. d,e,sono equal alla basa,d, e, laqual cosa è im- possibile,adonque lo lato,a,d,non è equale al- la,g,f,similmente anchora se potrà dimostrare che'l nō è minore,adonque la detta,a,d, è mag gior della,g,f,hora similmente se la,a,d,è mag giore della,g,f,lei serà anchor piu potente,hor fia anchora pia potente nel quadrato della li- nea,g,h,laquale sia posta perpendicolar alla su perficie del cerchio in ponto,g,& protratte medesimamente le tre Ypo tumisse,h,f,h,e,h,d,& serà constituido il problema.



Il Tradottore.



Che il lato.a.d. non possa essere minore della.g.f. se verifica in questo modo perche supposto che sia minore (per l'aduersario) seguiria che la basa.d.e.fusse maggio re delli dui lati.a.d.& .a. e. laqual cosa è impossibile (per la xxxi.ma propositione del primo.)

Ma se per sorte il centro del cerchio serà fuora del triangolo.f.e.d.ponamo anchora nel ponto.g. & sia ti rata la,g,f,& similmente le.e.g.& .d.g. Dico anche- ra che la,a,d,è maggiore della,g,f,& se la non è mag- giore(per l'aduersario)ouer che la è equale ouer che la è minore,hor sia primamente equale, adonque le due linee,a,d,a,e,etiam le due,b,e,& ,b,f, sono equale al- le due.e.g.g.f.(cioè l'una all'una e l'altra all'altra)e la basa.e.f. del triangolo.b.e. f.(dal presupposito)è equale alla basa,e,f,del triangolo,e,g,f,adonque l'angolo che sotto de,e,b,f, (per la octaua del primo) è equale all'angolo che sotto de,e,g,f,p le medeme ragioni & quello che è sotto di,f, c,d,e,equale a quello che sotto di,f,g,d, adonque tutto l'angolo sotto di,e,g,d,è equale a quelli dui sotto di,e, b, f, & ,f, c, d,ma

Sia adonque da queste (secondo la doctrina della ni
gesima seconda del primo) cõstituto lo triangolo. d.e.f.
al quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia
circonscritto lo circolo.d.e.f.sopra el centro.g. & sian
protratte le.g.d.g.e.g.f. lequale conciosia che quelle sia
no fra loro equale (per la diffinitione del cerchio et li la
ti circondanti li tre proposti angoli) sono etiam equali
(dal presupposito) egli è necessario che cadauna di quel
le sia minore di cadauno di quelli lati, & è impossibile
esser equale over maggiore, perche se la linea che vien
dal centro.g. alla circonferentia del cerchio.d.e.f. fusse
equal ad alcun di lati.a.d.a.e.b.e.b.f.e.f.c.d.seguitaria
(per la ottaua del primo) li tre angoli proposti.a.b.e.es
sere equali alli tre angoli.d.g.e.e.g.f.f.g.d.et conciosia
che questi tre angoli siano equali a quattro angoli retti
(come facilmẽte è manifesto dalla terzadecima del pri
mo) protratta per un puncto una delle linee che esse
no dal centro alla circonferentia in contrario & dirẽ
to, seriano etiam li tre angoli.a.b.c. anchora equali a
quattro angoli retti che è contra al presupposito, ma se
la fusse maggiore ponendo li tre triangoli (delli quali li
angoli son.a.b.c) sopra alli tre triangoli che dividono el
triangolo.d.e.f. cioè ciascun de quelli sopra quello cõ el
quale communica in basa talmente che le base equale
siano poste sopra alle base equal & li angoli.a.b.c. ca-

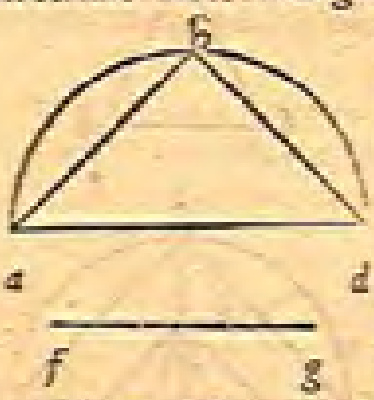


dano alla parte del ponto.g. seguitaria (per la vigesima prima del primo) li tre angoli.a.b.c. esser maggiori delli tre lequali sono.d.g.e.e.g.f.f.g.d. adonque seriano maggiori de quattro retti che è molto piu contrario dalle cose supposte. adonque resta ciascuno di sei lati circondanti li tre proposti angoli esser maggiore della linea che vien dal centro.g. alla circonferentia.d.e.f.e. però e piu potente. sia adonque piu potente in el quadrato della linea.g.b. lequale (secondo la duodecima di questo) sia orthogonalmente erecta sopra la superficie del triangolo: over del cerchio.d.e.f. et siano protratte le tre ypotumisse.b.d.b.e.b.f. lequale dico contenere tre angoli superficiali (equali alli tre propositi constituenti lo angolo solido in ponto.b. perche cõ ciosia, che'l quadrato della linea.a.d. sia equale alli dui quadrati delle due linee. d.g. & .g.b. dal presupposito: & lo quadrato della linea.d.b. sia equale alla medesima (per la penultima del primo) è necessario la linea.a.d. esser equale alla linea d.b.e per lo medesimo modo etiam la linea.a.e. alla linea.e.b. adonque (per la ottaua del primo) conciosia che le base siano etiam equale, l'angolo.a. serà equale all'angolo.d.b.e. similmente anchora l'angolo.b. serà equale all'angolo.e.b.f. & lo angolo c. equale all'angolo.f.b.d. per le qual cose è manifesto esser fatto quello che bauemo disposto di fare.

lo che ſotto delle.c.b.f.è equale all'angolo che ſotto delle.k.g.n.adonque la baſa.e.f.(per la.4.del primo)è equale alla.K.n.& per le medeme ragioni etiam la.f.d.e equale alla.k.o. & perche le due.f.e.f.d.ſono equale alle due.k.n.k.o. & l'angolo ſotto di.e.f.d.(nel cerchio)è maggiore,di l'angolo che ſotto di.n.k.o.adonque la baſa.e.d.(per la vigeſima quita del primo)ſerà maggiore della baſa.n.o.ma la detta e.d.è equale alla baſa.e.d.del triangolo.a.d.e.(per la quarta del primo)adonque la detta.d,e.è maggior della medeſma.n.o.perche adonque le due.a.d.a.e.ſono an chora lor equale alle due.n.g.g.o.& la baſa.d.e.è maggiore della baſa.n.o. adonque lo angolo che ſotto di.d.a.e.(per la vigeſima quinta del primo)è maggiore di l'angolo che ſotto di.n.g.o.ma l'angolo che ſotto di.n.g.o.è equale a quello che ſotto di.e.b.f.& .f.c.d. adonque quello che ſotto di.d.a.e.è maggiore di quelli che ſono ſotto di.e.b.f.& .f.c.d.è etiam minore(dal preſuppoſito laqual coſa è impoſſibile.

Il Tradottore.

Perche el triangolo,f,e,d,(circonſcritto dal cerchio)fu fatto in principio dalle tre baſe di tre triangoli cioè delle baſe.d.e.e.f.& .f.d. & la baſe.d.e.del triangolo. a.d.e.è ſuppoſta equale pur alla linea over baſa.e.d.poſta nel cerchio: & ſimilmente la baſa,e,f,del triangolo.e.b.f.ſe ſuppone equale pur alla.e.f.poſta nel cerchio et coſi la.f.d.alla.f.d.perlche biſogna aduertire nella ſopraſcritta argumentation che tal hora ſi parla delle baſe fora del cercbio e tal hora ſe parla delle medeſme poſte nel cerchio ideo.Che l'angolo.e.f.d.(nel cerchio)ſia maggiore dell'agolo.n.k.o.è manifeſto perche lo detto angolo.n.K.o.è parte dell'angolo.l.K.m.et lo.l.k.m.è equale al.e.f.d.per le coſe dette moſtrate di ſopra.



Per trouar la linea.b.g. cioè la linea potente nella differẽtia che il quadrato della,linea,a,d,(maggiore) eccede il quadrato della,g,f,(minore)ſe die procedere in queſto modo. ſopra alla linea,a,d,ſia deſcritto lo mezzo cerchio,a,b,d,& nel detto mezzo cerchio (per la prima del quarto)ſia coapoſta una linea equale alla,f,g,(laqual ſia la,a,b,& dal ponto.b.al ponto,d,ſia tirata la,b,d,laqual,b,d, dico eſſer quella che cercamo: perche l'angolo,a,b,d,e retto(per la trigeſima prima del terzo)& il quadrato della,a,d,(per la penultima del primo)è equale alli duoi quadrati delle due linee,a,b,& ,b,d,tolti inſieme,adonque el quadrato della, a,d,è maggiore del quadrato della,a,b,nel quadrato della linea,b,d,et perche la, a,b,ſia tolta,equale alla,f,g,è manifeſto il propoſito,e però pigliando poi la linea.g. b,equale alla,b,d,e ſeguire come nelle ſopradette argumentationi ſe propone ſe riſolverà il propoſto problema.

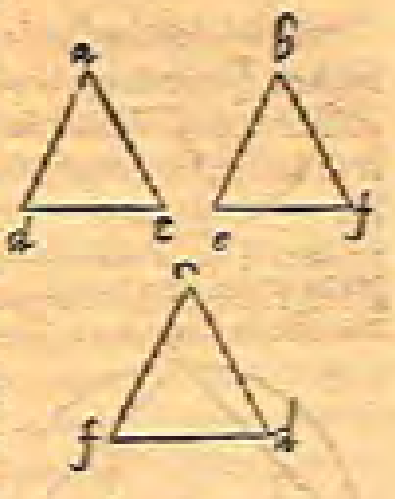
Theorema.21. Propoſitione.24.

24 Se uno ſolido ſerà contenuto de ſuperficie equidiſtante le ſuperficie
24 oppoſite di quello ſono equale,& de lati equidiſtanti.

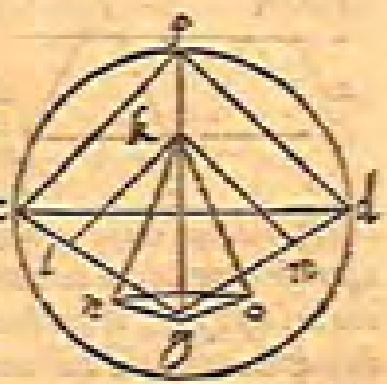
Cia-



d.ma quelli che sono sotto di,e,b,f,& ,f,c,d, sono maggiori di quello che sotto de,d,a, e, adonque quello che sotto di,e,g,d,è maggior di quello che è sotto di,d,a, e, & perche le due,a,d,& ,a, e, sono anchora equale alle due,e,g,d,g,et la basa.d.e.del triangolo,a,d,e,(del presuppositio)è equale alla basa,e,d,del triangolo.e. f. d,adonque l'angolo che sotto alle,e,g,d,(per la ottaua del primo)è equale a quello che sotto alle,d, a, e,& è manifesto che è anchor maggiore che è una cosa abserda,adonque la,a,d,non è equale alla,f,g,anchora demostraremo che la nõ e minor,adonque lei serà maggior etiam piu potente sia adonque piu potente nel quadrato della linea,g,b,laqual sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in punto,g,e sia constituido il problema.

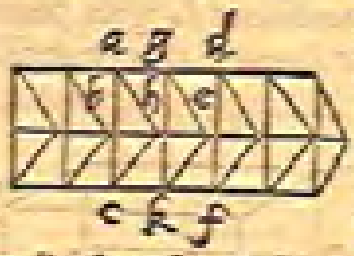


Hor dico(come di sopra è detto)che la.a.d.non è minore della.f.g.& se questo è possibile(per l'aduersario) anchora la.b.e.a lei equale serà per minore della medesima.f.g. hor sia posto ouer fatta la.g.K.equale alla.b. e.& la.g.l.equale alla.b.f.& sia tirata la.x l.& per che la.b.e.è equale alla.b.f.la.g.K.serà equale alla.g.l. per laqual cosa è il restante.k f.serà equale al restante.l.e.adonque la.f.e.(per la xxxiesima ottaua del primo)e paralella alla.k.l.pche il triangolo.f.e.g.è equiãgolo al triangolo.g.k.l.adonque(per la sesta del sesto)si come è lo.g.f.al.f.e.cosi è lo.g.k.al.k.l.et vicissim(cioè permutatamẽte per la decima sesta del quinto)si come g.f.al.g.k.cosi.e.f.e.al.k.l.et.g.f.è maggiore della detta g.k. adonque & la.f.e.è maggiore della.K.l.ma la. f.e.è equale alla basa.f.e. del triangolo.b.e.f.adonque & la basa.f.e.è maggiore della.k.l.(& per la decima quarta del quinto)adonque perche le due,b,e,b,f, sono equale alle due.k.g.g l.(cioè l'una a l'una, & l'altra all'altra) & la basa.f.e.è maggiore della basa.K.l.adõque l'angolo che sotto delle.e.b.f.(per la xxxesima quinta del primo)è maggiore dell'angolo che sotto delle due



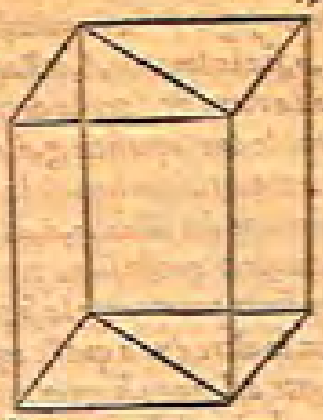
x.g.l.similmente anchora se pigliamo la.g.m.equale all'una & l'altra delle due.g. k.g.l. & tirata la.K m.demostremo che l'angolo che sotto le.f.e.d è maggiore di quello che sotto di.k.g. m. sia adonque cõstituido(per la xxxesima terza propositione del primo)alla linea retta.f.g.nel punto.g l'angolo.f.g.n.equale a l'angolo.e. b. f.& l'angolo.f.g.o.equale all'angolo.f.e.d.& sia fatta l'una & l'altra delle due. g.n.& g.o.(per la terza del primo)equale alla.g.k.& sian tirate le linee.k. m.x. o.& x.o,& perche le due linee.b.e.b.f.sono equale alle due.k.g.& g.m. & l'angolo

sia la superficie,g,b, base del detto solido,a,b, della quale è manifesto (per la precedente) esser de lati equidistanti & la communne sectione delle due superficie,c,d, & g,b, sia la linea,b,d, della qual è manifesto (per la terza) di questo che quella è una linea retta & (per la decima sesta di questo) che quella è equidistante alla,g,e, et però le due superficie,g,d,et,b,b, sono de lati equidistanti,e quelle sono base di duoi corpi partiali in liquali la superficie,c,d, divide el solido,a,b, adonque dico che la portione del solido,a,d, al solido,b,c, è si come della basa,g,d, alla basa,b,b, hor per dimostrar questo siano protratte (quanto te pare) dall'una e l'altra banda le quattro linee penetrante la superficie,c,d, sopra li suoi angoli & quelle sono,a,f,et,e,b, con le altre due a quelle equidistante, & siano tolte da tutte quelle le portioni dalla parte del ponto,b, quanto te pare, lequale siano posti a una per una equale alla linea,b,d, et dalla parte del ponto,e, similmente quante altre te piace, lequale siano poste equale alla linea,c,d, sopra lequale dall'una e l'altra banda siano constituiti li solidi parallelogrammi secondo la longhezza delle sue, & siano dalla parte del ponto,b, li solidi,f,k, & l,m, & dalla parte del ponto,e, li solidi,a,n, & q,p, et (per la diffinitione di corpi equali & simili) cadauno di solidi,f,k, & l,m, è equale al solido,c,b, & cadauno delli solidi,a,n, & p,q, è equale al,a,d, adonque sia fatto l'argumento si come in la prima del sesto: perche el solido,c,m, è cosi multiplice al solido,b,c, come la basa,b,m, alla basa,b,b, et lo solido,q,c, è cosi multiplice al solido,a,d, si come la basa,q,b, alla basa,g,d, & se la basa,b,m, è equale alla basa,q,b, lo solido,c,m, è equale al solido,q,c, (per la diffinitione di corpi equali & simili) & se la basa è minore della basa & lo solido è minor del solido. & se è maggiore è maggiore, laqual cosa è manifesta (per la medesima diffinitione) reseghata dalla maggiore basa alla equalità della minore, & descritto sopra a quella el solido parallelogrammo, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) la proportione del solido,a, d, al solido,c,b, è si come la basa,g,d, alla basa,b,b, che è il proposito & se alcuna superficie, seghará el corpo seratile equidistantemente alle due oppositte superficie triangulare di quello li duoi corpi partiali liquali sono copulati a quella superficie seghante (come a commun termine) serano proportionali alle sue base, hor sia,a,f, el corpo seratile del quale le due trigonal superficie siano,a,b,c, d,e,f, adonque è manifesto (per la diffinitione del seratile) cadauna di quelle tre superficie, lequale sono,a,b,d,e,b,c,e,f,a,c,d,f, esser parallelogrammo, adonque la superficie,g,b,k, segbi questo seratile equidistantemente alle due oppositte superficie di quello lequale sono,a,b,e,d,e,f. Dico adonque che la proportione del seratile,a,k, allo seratile,g,f, è si come la basa,a,k, alla basa,g,f, laquale cosa se prouua si come del solido parallelogrammo, perche protratte in l'una e l'altra parte le linee,a,d, b,e,c,f, & fatti in esse quelle dalla parte del ponto,e, li seratili equali al seratile,g,f, & dalla parte del ponto,b, altri equali al serratile,a,k, & che numero uoi dall'una e l'altra bãda, se con la mente vigilante procederai (per la diffinitione della incontinua proportionalità) non te serà difficile concludere quello che havemo detto.



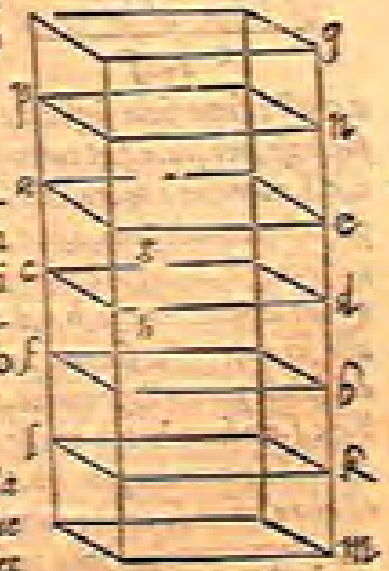
Pro-

Ciascun solido che è contenuto de superficie equidistante, altri dicono necessariamente esser contenuto da superficie pare, lequale si come non possono essere manco di sei, così possono essere in ogni numero pare eccedente el senario, perche è manifesto la colonna essagona poter esser contenuta da otto superficie lequale le due è due opposite fra loro sono equidistanti, così anchora la ottogona da diese, la decagona da duodeci & alla similitudine di queste infinite, una de tutti questi solidi contenuti da superficie equidistanti (lequale promettio essere infiniti) solamente quello è detto paralellogrammo del quale tutte le superficie circondante quello sono paralellogramme, & questo solamente è necessario esser da sei superficie circondato, dico adonque quello che pone questa trigesima quarta dover esser intesa di quello che circondato solamente da sei superficie, sia adonque tal solido el corpo, a, b, del quale fa che tu comprendi con la mente diligentemente le superficie che circonda el detto solido & te serà manifesto cadauna di quelle segare quattro delle altre, li lati delle qual quattro (conciosia che siano le commune sectione de essa segante) & delle quattro segate: & siano due e due di quelle quattro segate (lequale se oppongono fra loro) equidistante dal presupposito seguita (per la decima sesta terze due finde) che li quattro lati di questa superficie segante, & delle quattro segate siano fra loro a due a due equidistante adonque è manifesto el secondo proposito & (per la trigesima quarta propositione del primo) è manifesto tutti li lati opposiți di queste sei superficie essere equali. Adonque li dui lati continente l'angolo piano di cadauna di quelle seranno equali alli dui lati continenti l'angolo piano in la superficie a loro opposita, anchora li angoli contenuti da quelli dui & dui lati (per la decima di questo) seranno equali, adonque (per lo converso della penultima communa sententia posta nel libro) è necessario cias cuna due superficie opposite in el solido a. b. essere fra loro equale che è il proposito.



Theorema. 22. Propositione. 25.

25 / 25 Se alcuna superficie segarà alcuno solido paralellogrammo equidistantemente alle due superficie opposite di esso solido. li dui corpi partiali (liquali sono copulati a quella superficie seghãte come a commune termine) sono proportionale alle sue base.



Sia il corpo, a, b, solido paralellogrammo, & la superficie, c, d, seghi quello equidistantemente alle due superficie opposite di quello le quale sono, a, e, & f, b, et

sia la

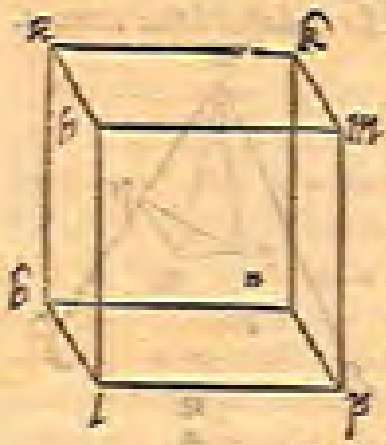
to di sopra date senza impedimento potrai costituire il proposto angolo. a. (che se adimanda) sia contenuto da quanti lati si voglia.

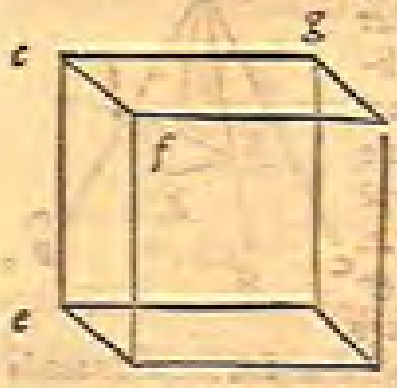
Il Traduttore.

Dove che sopra il commentatore dice che dal ponto.g. signato dove uorai produrrai la linea.g.e.&c. A me non pare che il detto ponto.g. si possa tor dove ne pare anci tal parlar mi pare fora di proposito e superfluo: perche satisfa solamente a dire che si debbia sopra il ponto.e. constituire (per la vigesimaterza del primo) l'angolo.f.e.g. equale all'angolo.b.a.c. è seguire poi come segue.

Problema. 5. Propositione. 27.

27 / 27 Sopra a una assignata linea puotemo constituire uno solido simile a uno dato solido de superficie equidistante.





Sia la assignata linea, a, b, del sito del quale uer giaccia in piano, uer sia in alto ellevata el non importa niente, & sia lo corpo, c, d, lo solido parallelogrammo assignato el quale sopra la linea. a. b. desideremo fabricare uno solido simile, siano adunque li tre lineé concurrente li angoli superficiali dalli quali uien composto lo angolo. c. solido delle inscritte littere, c, e, c, f, c, g, & (secondo li precetti della precedente) sopra el ponto, a, della linea, a, b, sia constituido uno angolo solido equale al, c, sia contenuto dalle tre linee, a, b, a, h, a, k, & con lo aggiunto (della undecima del sesto) sia la proportione della, c, e, alla, a, b, & della, c, f, alla, a, b, & della, g, c, alla, a, k, una medesima proportione, dapoi dalli tre ponti, b, h, k, sia protratte sei linee cioè, b, l, equidistante alla linea, a, b, & , b, m, equidistante alla linea, a, k, anchor, b, l, equidistante alla linea, a, h, & , b, a, equidistante alla linea, a, k, anchor sia tirata la linea, k, x, equidistante alla, a, b, & , k, m, equidistante dalla. a. h. & piu siano protratte, x, m, p, equidistante al, b, l, & , p, l, equidistante al, b, m, anchora sia protratta la linea, p, x, & serà compido el solido parallelogrammo, a, p, el qual dico esser simile al solido, c, d, & questo (per la diffinitione) delle superficie simile, & (per la diffinitione di corpi simili) facilmente tu concluderai se tu te ancordi de quelle.

Theorema. 23. Propositione. 28.

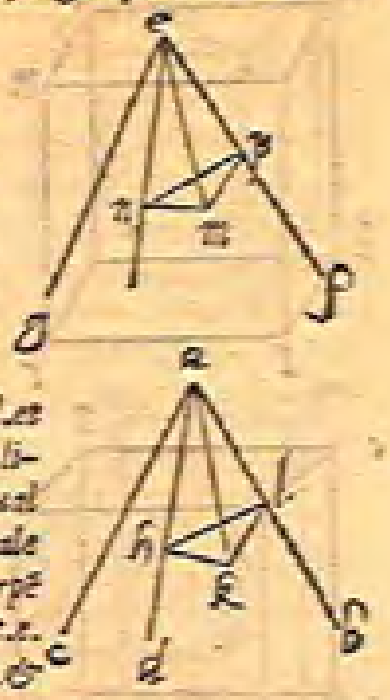
28 / 28 Se alcuna superficie segarà uno solido paralellogrammo sopra qualle due opposite superficie terminale di quello si voglia & sopra li dui

diz-

Problema. 4. Propositione. 26.

26 / 26 Sopra uno dato ponto de una data linea retta puotemo constituire uno angolo solido equale a uno proposto angolo solido.

Sia el proposto angolo solido. a. elquale sia contenuto delle tre linee. a.b. a.c. a.d. (lequale contengono li tre angoli superficiali, che costituiscono esso angolo solido) alquale sopra el ponto. e. della proposta linea. e.f. (laquale stia come pare al proponente, cioè distesa in piano ouero elevata in suso) desideremo de constituire uno angolo solido equale. Sia el sito della linea. e.f. come si voglia & dal ponto g. segnato dove vorai produrai la linea. g.e. & (per la seconda di questo) le due linee. e.f. & g.e. seranno in una superficie, adonque in questa superficie sopra el dato ponto. e. in la assignata linea (secondo el modo della vigesimaterza propositione del primo) constituisse uno angolo equale all'angolo. b.a.c. e quel sia. f.e.g. dapoi dalla linea. a. d. taglhata la linea. a. b. si come tu vorai & dal ponto b. produrai la perpendicolare. b.K. alla superficie in laquale sono le due linee. a.b. & a.c. Laqual cosa come se debba fare el te lo insegna la undecima di questo, adonque a ti non bisogna pigliar cura dal ponto. K. perche el non te importa o che la perpendicolare. b.K. (conducta alla superficie in laquale sono le due linee. a.b. & a.c.) caschi fra esse linee ouer di fora sia, ouer in una di quelle conducerai solamente la linea. a.K. et ponerai el ponto. l. in la linea. a. b. dove vorrai & protrarai la linea. k.l. et l.b. & vostre l'angolo. f.e.m. (in la superficie delle due linee. e.f. et e.g.) equal all'agolo. b.a.K. e la linea. e.m. equal alla linea. a.k. et dalla linea. e.f. taglia la linea. e.p. equale alla linea. a.l. & dal ponto. m. conduce la linea. m.n. perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee. e.f. et e.g. e pone quella equale alla. b.k. & tira le linee. e.n. n.p. & p.m. dico adonque le tre linee. e.f. g. e.n. contenere uno angolo solido in ponto. e. equale al proposto angolo. a. Laqualcosa dimostra in questo modo conciosia che (dal presupposito) li dui lati. a. K. & k.b. del triangolo. a.k.b. siano equali alli dui lati. e.m. & m.n. del triangolo. e.m.n. & li angoli che sano al. K. & al. m. sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolarmente erretta sopra una superficie seranno (per la quarta del primo) le due linee. a.b. & e.n. equale anchora (per la medesima) le due linee. k.l. & m.p. seranno equale e però etiam (per la medesima) b.l. & n.p. seranno equale conciosia che. b.K. et K.l. siano equale alle. n.e. & m.p. & li angoli. b.K.l. & n.m.p. retti (per la ottaua del primo) adonque l'angolo. n.e.p. serà equale all'angolo. b.a.l. anchora per simil modo tu approuerai l'angolo. g.e.n. essere equale all'angolo. c.a.d. adonque è manifesto noi hauer fatto quello che volemo. O studioso lettore se ponerai bé cura a questo che hauemo operado di

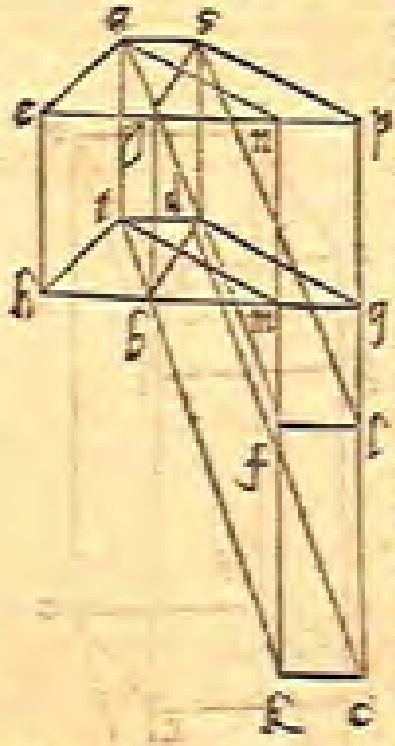


dine) siano una linea, & quelli siano e.m. & f.n. Dico adonque che li solidi a.b. & a.n. sono equali & questo se fabricarai la figura de quello secondo che besogna in atto, auer con la mente, & che tu procedi si come in la trigesima quinta del primo facendo il medesimo quì di seratili come in quel luoco di triangoli tu potrai facilmente concludere, & la medesima diuersità a te occorre in questo luoco in li solidi, che hai uisto esser occorso iui in le superficie.

Theorema. 25. Propositione. 30.

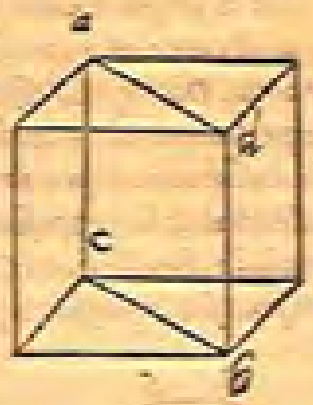
30 / 30 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti che seranno constituti in una medesima basa, & non sopra una linea, se approuano essere equali.

Sia al presente duoi solidi parallelogrammi equalmente alti, ouer in superficie equidistante: & siano sopra una medema basa, ma non constituiti sopra una linea de nouo. Dico quelli esser equali, hor siano li dui solidi parallelogrammi, a b, & a, c. equalmente alti ouer in tra superficie equidistanti cõstituti sopra una basa laqual sia a.d. ma non sopra una linea & siano le supreme superficie de quelli e.b. & f.c. delle quali li lati oppositi protratti secondo la rettitudine non seranno una linea & concioscia che esse siano (dal presuppposito) in una superficie imperoche li proposti solidi sono fra superficie equidistanti, è necessario che li dui lati de una di quelle protratti secondo la rettitudine, seghino li dui lati dell altra de quelle protratti secondo la rettitudine, adonque siano protratti li dui lati oppositi delle superficie e.b. liquali siano e.g. & b.h. & li dui oppositi della superficie f.c. liquali sian k.f. & c.l. et seghinsi sopra li quatro ponti m.n.p.q. & la superficie m.n.p.q. serà de lati equidistanti, equale a ciascuna delle tre superficie delle quale una è la commuta basa delli proposti solidi, & quella e.a.d. & le altre due restante sono le suppreme superficie di medesimi solidi, & quelle sono e.b. & c.f. adonque dutte le linee da i quatro ponti m.n.p.q. alli quatro angoli della basa a.d. referti secondo la directa conuenientia lequale siano n.a. m.r. p.s. q.d. serà uno perfetto solido parallelogrammo. a. q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di duoi primi & equalmente alto & sopra una linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente) adonque qual si uoglia di duoi proposti solidi liquali sono a.b. & a.c. è equale al solido a.q. adonque (per la concettione) el solido a.b. è equale al solido a.c. per laqualcosa è manifesto el proposito, parendoti tu puoi anchora prouare el conuerso di questa & della precedente, ducendo al impossibile, perche ponendo qual si uoglia duoi solidi parallelogrammi esser equali & constituti sopra una medesima basa & tu demostrarai



diametri di quelle, quella medesima superficie è necessario segarè quel corpo in due parti equale.

Sia el corpo a.b. solido parallelogrammo del quale sia supposto che la superficie a.b.c.d. segbi quello sopra li diametri delle due superficie opposite terminante esso solido, le quale siano a.d. & c.b. Dico che la detta superficie divide questo solido proposto in due parti equali, perche egli è manifesto che quella divide quel solido in dui seratili di quali le due è due superficie quadrilatere comparate fra loro, secondo che esse sono li lati opposite del proposto solido (per la vigesima quarta de questo) è manifesto esser equale, conciosia che'l solido del qual parlamo è posto esser parallelogrammo: anchora (per la medesima, & per la quadragesima prima del primo) è manifesto le superficie trilatere di detti seratile essere equale, adonque (per la diffinitione di solidi equali) è manifesto il proposito.



Theorema. 24. Propositione. 29.

29/29 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti & in una medesima basa, & constituti sopra una linea se provano esser equali.

Vero è che li solidi de lati equidistanti equalmente alti constituiti fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro equali, si come delle superficie de equidistanti lati sopra una basa, & constitute tre linee equidistanti, come in la trigesima quarta del primo è stato dimostrato, ma de tali solidi alcuni sono detti esser constituiti sopra una linea, & questi tali son quelli, di quali li dui lati oppositi delle suprême superficie protratti secondo la rettitudine sono una sol linea: & de questi tali questa vigesima nona propone de dimostrare tutti questi esser equali fra loro, ma li altri de questi sono quelli equali non sono detti esser constituiti sopra una linea & sono quelli di quali qualunque dui lati oppositi delle suprême superficie che siano tolti secondo la rettitudine protratti non sono una sol linea, et de tali la sequente propone da dimostrare tutti questi anchora esser fra loro equali. Siano adonque li dui solidi parallelogrammi equalmente alti ouer constituiti fra superficie equidistanti a.h. & a.n. sopra una basa la qual sia a.c.d. di quali li lati oppositi delle suprême superficie (quando siano protratti secondo la rettitu-



dine)

lati equidistanti (lequale sono, b, b, b, K, b, l,) siano constituidi li solidi equalmente alti al solido constituido sopra la basa, a, b, & siano le linee de tutti questi solidi erette perpendicolare sopra le base & siano le base & li solidi constituendi sopra quelle chiamada de medesimi nomi, adunque è manifesto (per la diffinitione di solidi equali & simili) che li duoi solidi, b, b, & b, K, è manifesto (per la vigesima nona) che quelli sono equali: perche sono equalmente alti, & constituidi sopra una medesima basa, & quella serà la superficie eretta sopra la linea, b, f, & sopra una linea, & (per la vigesimaquinta) la proportione del solido, a, b, al solido, b, l, è si come la basa, a, b, alla basa, b, l, & (per la medesima) del solido, b, k, al solido, b, l,) serà si come della basa, b, K, alla basa, b, l, & cõciosia che dell'una e dell'altra delle due base, a, b, & b, K, alla basa, b, l, sia una medesima proportione (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno & dell'altro di duoi solidi, a, b, & b, k, al solido, b, l, serà una medesima proportione, adunque (per la prima parte della nona del quinto) li duoi solidi, a, b, & b, K, seranno equali, & perche el solido, b, K, è equal al solido, b, b, & lo solido, b, b, al solido c, d, seguita (per communa scientia) el solido, a, b, essere equale al solido, c, d, che è al proposito.

Theorema 27. Propositione 32.

32 / 31 Se li solidi de superficie equidistanti constituti in base equale, seranno equalmente alti, & le linee angulare non staranno orthogonalmente sopra le base, quelli è necessario esser equali.

Fabricati duoi corpi come se propone: cioè che siano de termini equidistanti, & equalmente alti & sopra base equale, ma non eretti sopra le sue base perpendicolarmente, ma ambidui inclinati sopra quelle & se dalli quattro angoli delle suprême superficie de quelli siam dutte le perpendicolare alla superficie dove sono fatte le sue base lequale (per la sesta) cadauna di quelle a cadauna delle altre serà equidistante, & etiam per el presupposito cadauna a cadauna equale, perche quelle diffiniscono la altezza di proposti solidi, et se in tra quelle siam fatti solidi de equidistanti lati, serà manifesto (per la precedente) questi duoi solidi ultimamente constituidi esser fra loro equali, & conciosia che delli duoi primi & delli duoi ultimi siano le medesime base, cioè le superficie suprême de quelli, è manifesto (per la vigesima nona ouer trigesima) & per questa communa sententia quelle cose che sono equale a cose equale fra loro insieme sono equale esser el vero quello che stato proposto. per questi medesimi mezzi se'l te pare tu poi demostrare li conversi di questa & della precedente, ducendo quelle indirettamente per lo medesimo modo & al medesimo modo inconveniente si come in li conversi delle due antecedente, perche se tu poni li duoi solidi parallelogrammi esser equali e sopra equal base, & tu commencerai quelle esser equalmente alti ouer se pone quelli essere equalmente alti & equali & tu commencerai quelli essere sopra base equale.

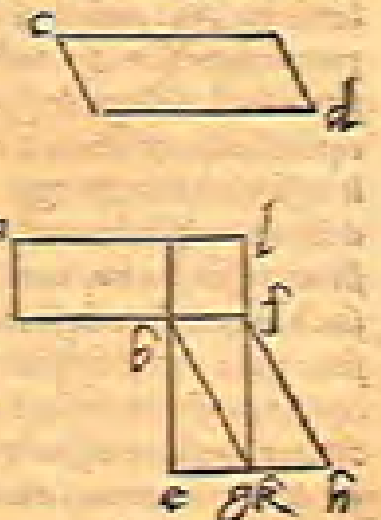
Il Tra-

strarai quelli esser equalmente alte et questa è la precedente seranno el mezzo del la tua demostratione, & lo impossibile alqual tu ducerai, serà la parte esser equale al suo tutto, laqualcosa evidentemente appare, se de quel solido (elquale mètisse l'aduersario esser piu alto) conciosia che ambi siano posti equali, & constituti sopra una medesima basa ne taglierai uno solido paralelogrāmo equalmente alto al piu basso, & questo tagliato tu commencerai (per questa & per la precedente) essere equale al piu basso, e però (per commuua sententia) etiam a quel tutto dal quale tu haverai tagliato quello.

Theorema.26. Propositione.31.

31 / 31 Li solidi de superficie equidistanti constituti in base equale, seranno equalmente alti, & le linee angulari de quelli staranno orthogonalmente sopra le base, seranno equali.

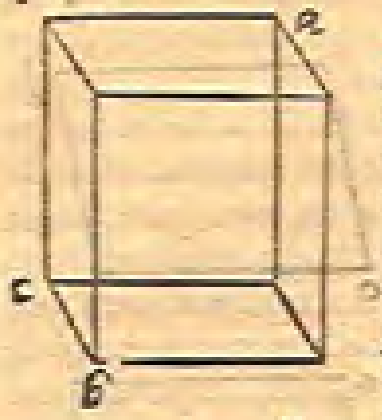
Et questo anchora è uero che tutti li solidi paralellogrammi constituti in base equale & in tra superficie equidistanti uver equalmente alti sono fra lor equali si come (in la trigesima sesta del primo) è stato prouato delle superficie de equidistanti Lati constituti sopra equal base & in tra linee equidistanti, ma de tal solidi, alcuni sono delle quale le linee angolare sono erigate orthogonalmente sopra le sue base, & de questi tali questa trigesima prima propone de demostrare quelli esser equali, ma poi ve ne sono d'un altra sorte delli quali le linee angolare non sono erette orthogonalmente sopra le sue base & di questi altri tali la sequente propone de dimostrare quelli medemamente esser equali, adonque siano intese sopra le due base .a.b. & .c.d. liquali siano equali & de equidistanti lati, ma tamen non siano d'una medesima creatione, ma sia .a.b. per angolo longo et .c.d. un simile bel muro, li duoi solidi de equidistanti lati constituti equalmente alti, & siano le linee rette sopra li angoli delle proposte base per pendicolare a quelle dico questi duoi solidi esser equali fra loro, per tanto siano protratti li duoi lati della basa .a.b. (& siano quelli che contien l'angolo .b.) per fina al .f. & .e. & sia fatto l'angolo .f.b.g. equale all'angolo .e.c.d. della basa .c.d. & siano tolte le due linee .b.f. et .b.g. equale alli duoi lati della basa .c.d. lequale contien lo angolo .c. & sia compita la superficie de lati equidistanti .b.b. laqual serà equale & simile alla basa .c.d. & dapoi sia protratta la .b.g. .e. equidistante alla .b.f. & la .f.k. equidistante alla .b.e. & la superficie quadrilatera .a.b.f.K. de lati equidistanti serà equale alla .a.b.b. (per la trigesima quinta del primo) & conciosia che .b.b. sia equale al .c.d. (per la concettione) la .b.K. serà equale alla .a.b. adonque sia compita la superficie de lati equidistanti .b.l. protratta la linea .k.f. per fina a tanto che quella concorra in punto .l. con uno di lati continenti l'angolo .a. adonque fa che sopra le tre superficie de

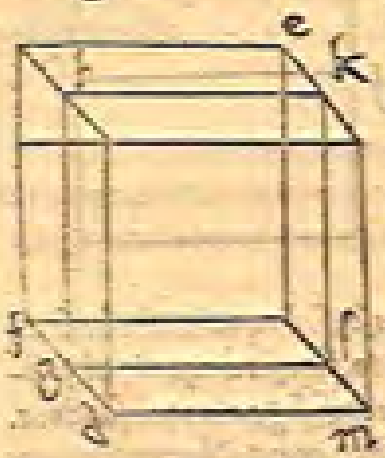


lati

Theorema.29. Propositione.34.

34
34 Se duoi solidi de superficie equidistanti & le linee delle altezze siano erette orthogonalmente sopra le base: serannno equali è necessario le base de quelli alle altezze di medemi esser mutue. Et se le due base seranno mutue alle sue altezze, li detti solidi è necessario esser fra loro equali.





Ogni volta che duoi solidi de superficie equidistanti sono equali le base & le altezze de quelli è necessario esser mutue base: & è conuerso si come (delle superficie equiangole de equidistanti lati) proposse la quartadecima del sesto, ma questa trigesima quarta propone de dimostrare di quelli solidi parallellogrammi in liquali le linee delle sue altezze stanno orthogonalmente, alle sue base parallellogramme, & quella che seguita propone el medesimo di tutti li altri, siano adonque al presente li duoi solidi parallellogrāmi.a.b. & .c.d. equali le base di quali siano,a,e, & c,f, & le linee delle altezze de quelli siano erette orthogonalmente sopra quelle base, & sia la altezza del solido,a,b, la linea,e,b, & del solido,c,d, la linea,f,d, adonque se le due linee.e.b. et.f.d. (determinante le altezze de essi solidi) seranno fra loro equali, conciosia anchora che essi solidi per el presupposito siano equali (per el conuerso della trigesima prima) le base de quelli lequale sono.a.e. & .c.f. seranno equali, e però le base & le altezze seranno mutue, & cosi se manifestarà la prima parte del presupposto, & al contrario se manifestarà la seconda, come se le altezze & le base sono mutue, essendo poste le altezze equale seranno anchora le base equale, e però (per la trigesima prima) & li solidi equali e cosi è manifesta la seconda parte, ma se le linee, e, b, & ,f,d, non seranno equali sia maggiore,f,d, & da quella sia resegato.f. g. alla equalità della linea,e,b, & dalle altre tre linee lequale sono le altezze del solido,c, d, siano resegate alla medesima misura li punti.K.h. & sia compito el solido parallellogrammo.c.g. equalmente alto al solido.a.b. & (per la precedente) dello, a, b, allo,c,g, serà si come della base,a,e, alla,c,f, adonque conciosia che lo solido,c,d, sia equal al.a.b. (per la prima parte della settima del quinto) del, c, d, al,c,g, serà si come della base,a,e, alla base,c,f, & (per la precedēte la proportione del, c,d,al,c, g,e si come la base,m,l, alla base.f.l. laqual cosa è manifesta se una delle superficie di lati del solido,c,d, (& quella sia.f.m.) sia intesa base di quello, & (per la prima parte del sesto) dalla.f.m. alla.f.l. e si come della,d.f. alla,f.g. e però (per la settima del quinto) si come la,d,f, alla,b,e, adonque la,a,e, alla,c,f, e si come la,d,f, alle,b,e, adonque è manifesta la prima parte. La seconda parte conciosia che la sia al

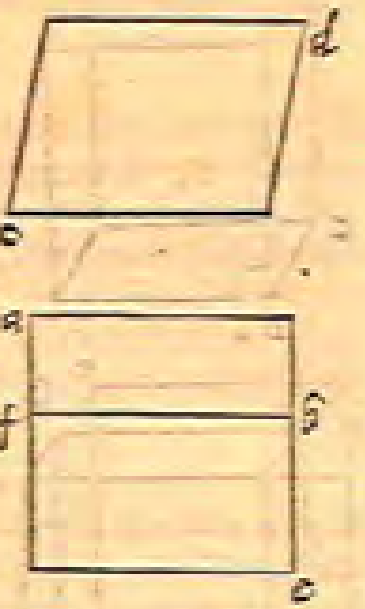
contrario

Il Tradottore.

Le due precedẽte propoſitioni nella ſeconda tradottione ſe dimoſtraranno in una ſola propoſitione cioè in la trigeſima prima.

Theorema.28. Propoſitione.33.

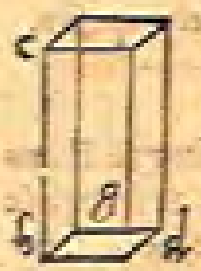
33 / 33 Tutti li ſolidi de ſuperficie equidiſtanti equalmente alti ſono proportionali alle ſue baſe.



Siano duoi ſolidi de ſuperficie equidiſtanti equalmẽte alti conſtituidi ſopra le due baſe.a.b.et.c.d. Dico che la proportione dell'uno all'altro di quelli duoi ſolidi, e ſi come la proportione delle due baſe (lequale ſono.a.b.et c.d.) dell'una all'altra, certamente è manifeſto (per la trigeſima quarta) l'una & l'altra delle due baſe eſſer de lati equidiſtanti, adunque li duoi lati oppoſiti & equidiſtanti in la ſuperficie.a. b. ſiano protratti & fra quelli ſia fatta una ſuperficie de lati equidiſtãti laqual ſia.f.e.equale alla.c.d.dapoi ſopra la ſuperficie.f.e. ſia compita uno ſolido parallelogrammo equalmente alto a quello che è conſtituido ſopra alla baſa. a. b. & ſia commun termine di ambiduoi quella ſuperficie, che è ellevata ſopra la linea.b.f.& queſti ſolidi & le ſue baſe ſiano chiamati de medeſmi nomi perche adunque la baſa.f, è equale alla baſa.c, d,(per la trigeſima prima ouer trigeſima ſeconda) lo ſolido.f.e, ſerà equale al ſolido.c.d,ma perche la ſuperficie che ſe ellena ſopra la linea.b.f, ſega el total ſolido.a. e.equidiſtantemente alli duoi lati oppoſiti (per la trigeſima quinta) la proportione del ſolido, f.e, al ſolido, a,b, ſerà ſi come la baſa.f.e.alla baſa. a.b. & concioſia che ſi le baſe come li ſolidi, c,d, & f,e, ſiano equali, le baſe per el preſuppoſito, & li ſolidi (per la trigeſima prima ouero trigeſima ſeconda) ſeguita (per la ſettima del quinto) tolta due volte una per le baſe & una per li ſolidi che la proportione di ſolidi, a,b, & c,d, & delle baſe, a,b, & c,d, ſia una medeſma come volemmo dimoſtrare, anchora la cõuerſa di queſta non è difficile da demoſtrare per mezzo di queſta ſi come li conuerſi delle precedente, perche ponendo duoi ſolidi parallelogrammi eſſer proportionali alle ſue baſe, e tu conuincerai quelli eſſer equalmente alti perche tagliato da quello che l'aduerſario poneſſe eſſer piu alto: un ſolido parallelogrammo equalmente alto all'altro che ſuppoſto eſſer piu baſſo, le tagliato e l'altro poſto ſe ranno proportionali alle ſue baſe (per queſta trigeſima terza) et concioſia che total piu alto (dal qual è ſta tagliato el partiale) e quello che è ſtato ſuppoſto eſſer piu baſſo, ſiano proportionale alle medeſme baſe (dal preſuppoſito) ſeguita (per la prima parte della nona del quinto) el total (che l'aduerſario diſſe eſſere piu alto) e lo partiale che fu tagliato da quello eſſere equali laqual coſa è impoſſibile.

Theorema.31. Propositione.36.

36/33 Se duoi solidi de superficie equidistanti seranno simili, la proportione di l'uno all'altro: serà si come la proportione treplicata, di quale si voglia lato di l'uno al suo relatino lato di l'altro.



Siano li dui solidi.a.b.& c.d. parallelogrammi & simili, Dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro è si come la proportione treplicata di l'uno di lati di quello all'uno di lati dell'altro a lui relatino si come che la proportione de due superficie simile, e si come la proportione dupplicata di suoi lati relatini, come fu dimostrado in la decima nona del sesto perche se li solidi.a.b.& c.d. seranno equali conciosia che sono stà posti simili (per la diffinitione di corpi simili, & delle superficie simile) tutti li lati di uno seranno equali alli suoi relatini dell'altro, e però cõciosia che la proportione treplicada, de due quantità equale ouer tolta quante volte si voglia quella non fe salvo che proportione de equalità, adonque in questo caso è manifesto esser el vero quello che se propone, ma se seranno ineguali sia.a.b. maggiore del quale la longhezza sia.b.e.& la larghezza.e.f. la altezza.f.a. la basa.e.r. & la suppresa superficie. a.n. & del solido. c.d. la longhezza sia.d.g. la larghezza.g.b. la altezza .b.c. adonque è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la diffinitione delle superficie simile, & per lo presente presupposito) che la proportione del.a.f.al.c.b.& del.f.e.al.b.g.& del.e.b. al. g. d. sia una medesime, adonque sia tolto dalla linea.a.f.(laquale è manifesto essere maggiore della.c.b.) la linea.f.x. equale alla.b.c.& le altre tre (determinante la altezza del solido.a. b.) siano refegate alla equalità de quelle & fra quelle sia compito al solido parallelogrammo.k. b. equalmente alto solido.c. d. & siano protratte le due linee della basa.e.b. per fina al.l.& r.b. per fina al.m.& sia.b.l. equale al.g.d. & b.m. equale al.b.g.& sia compito la superficie.m.l. de lati equidistanti laquale serà equale & simile alla.b. d. adonque sopra di quella sia erigato lo solido .p.q. parallelogrammo secondo le precisa altezza del solido.c. d. & lo.p. q. serà equale & simile al solido.c.d. un'altra volta fra le linee.r .b. & .b. l. sia compita la superficie.b,r, de lati equidistanti, sopra laquale anchora sia erigato lo solido parallelogrammo.x.l. equalmente alto all'uno e l'altro di dui solidi.k. b. & .p.q. reimpiendo l'uno e l'altro di dui angoli che sono dentro quella, & conciosia cõe li dui solidi,a,b, p, q, siano simili imperoche ambiduni siano posti simili al solido, c. d. & li corpi simili a uno medesimo corpo in fra loro sono simili, come è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la vigesima del sesto, & è manifesto

per

contrario della prima: tu la prouarai per lo modo contrario, perche sia la medema dispositione fiante la proportione della a.e. alla d.f. si come la, d, f, alla a.e. b. al presente dico li solidi, a, b, & c, d. esser equali, perche (per la settima del quinto) della, d, f, alla, f, g, serà si come della a.e. alla c.f. ma (per la precedente) lo. a. b. al. c. g. e si come la, a, e, alla, c, f, adonque lo, a, b, al, c, g, è si come la, d, f, alla, f, g, & (per la prima del sesto) la, d, f, alla, f, g, e si come la, m, f, alla, f, l, & (per la precedente) lo, c, d, al, c, g, è si come la, m, f, alla, f, l, adonque lo, c, d, allo, c, g, è si come lo, a, b, al, c, g, adonque (per la terza del quinto) li duoi solidi, a, b, & c, d, sono equali che el proposito.

Il Tradottore.

Dove che il testo di questa propositione dice, & le linee delle altezze siano erette orthogonalmente sopra le base, piu correttamente seria a dire, & le linee laterale che in alto se elleuano siano erette orthogonalmente sopra alle sue base: perche le linee determinano l'altezza di solidi sempre sono perpendicolare alla basa di tal solidi (per la quarta diffinitione del sesto) coer alla superficie dove sono fite le dette base & queste tal linee della altezza non sempre sono equale alle linee laterale che in altro se leuano di tal solidi: il medesimo si debbe intendere nel commento di questa, etiam della sequente propositione.

Theorema 30. Propositione 35.

35 Se duoi solidi de termini equidistanti seranno equali le base di quel
34 li alle altezze di medesimi seranno mutue, & se qualunque duoi corpi de superficie equidistanti, le sue base alle sue altezze seranno mutue se prouano esser equali.

Q uello che propose la precedente di solidi paralellogrammi di quali le linee delle sue altezze se elleuano orthogonalmente sopra le sue base questa trigesima quinta propone indistintamente de tutti, ma conuene demostrare questa per la precedente, si come hauemo demostrato in la trigesima seconda & .33. perche fabricati duoi solidi che siano de equidistanti lati se le linee delle altezze alle sue base seranno erette orthogonalmente: è manifesto esser il uero quello che è detto per la precedente, ma se le non seranno orthogonalmente erette dalli quattro pōti angulari delle superficie supreme in l'un e l'altro solido siano protratte quattro linee perpendicolarmente alle base, quer da i ponti angolari delle infime superficie ne sia erigato quattro, in tra le quale compiscano duoi solidi paralellogrammi equalmente alti alli solidi primi, (& per la .29. & trigesima) questi duoi solidi seranno equali alli duoi primi solidi, conciosia adonque che de questi e de quelli siano le medesime base, & le medesime altezze, & (che per la precedente) sia el uero quello che propone questa .35. di quelli fatti in ultima, il medesimo serà il uero etiam di primi.

Il Tradottore.

Q uesta due precedente propositione in la seconda tradottione se dimostrano in una sola cioè in la trigesima quarta.

me base, ouer le base di seratili seranno subduple alle base di solidi parallelogrammi, & questo serà quadrato le base delli seratili seranno cõmunamẽte trigone, per che all'hora li solidi parallelogrammi seranno da esser compidi dalli seratili, aggionto alle base di seratili, le superficie trigone accioche le base de seratili con li trigoni aggionti siano fatte base de superficie de lati equidistanti seguita che la proportione di seratili sia si come quella delle base, & per lo medesimo modo, se li seratili seranno equali & siano communamente sopra base triangulare ouer communamente sopra le base quadrangulare, le base de quelli serãno mutue alle altezze de quelli, ma se le base de quelli seranno mutue alla altezza de quelli, essi seratili seranno equali si come proponeno la trigesima quarta e trigesima quinta di solidi parallelogrammi, & questo facilmente è manifesto (per quelle cose che sono dette in la trigesima quinta) ma se li seratili seranno fra loro simili, la proportione dell'uno all'altro, è si come la proportione del lato de uno al suo relatiuo lato dell'altro dupplicata si come di solidi parallelogrammi (propone la trigesima sesta, che per la medesima trigesima sesta) facilmente a te se manifestarà dalli parallelogrammi compidi dalli seratili simili quelli solidi prouarai essere simili laqual cosa è facile esser negotiata, per la diffinitione di corpi simili & delle superficie simile, per questo che li seratili sono posti simili fra loro.

Correlario.

o / 33 Dico che da questo è manifesto, che se seranno quattro rette linee proportionale, si come serà la prima alla quarta cosi serà el solido de superficie equidistante descritto dalla prima, a quello simile & similmente descritto dalla seconda imperoche la prima alla quarta ha treppia proportione che alla seconda.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el quale per essere da se chiaro altramente non lo spongo aduertendoti solamente che li detti solidi descritti sopra alla prima & seconda el non satisfa che quelli siano simili ma bisogna etiam che siano similmente posti ouer descritti cioè che le base descritte dalle dette due linee dove essi corpi se ripossano siano simile & relatiue de detti solidi si come fu detto etiam sopra alla trigesima del sesto delle superficie simile.

Theorema. 32. Propositione. 37.

37 / 35 Se seranno duoi angoli piani equali sopra liquali siano statuide in aere due Ypotumisse che cadauna di quelle contengano equali angoli con ciascadono di lati di angoli subgiacenti, & in quelle Ypotumisse siano signati duoi ponti, dalli quali siano protrate due perpendicolare alla superficie delli propolti angoli, & dalli ponti sopra liquali cascarãno le perpendicolare, siano dutte due linee rette alli duoi angoli piani,

per la vigesima quinta tolta tre volte) che fra li dui solidi a.b. & p. q. secondo la continua proportionalità cadeno necessariamente li dui solidi k. b. & k. l. adonque constituta ouer constructa la figura, & con la memoria ferma alli Laudati presuppositi (per la prima del sesto) facilmente concluderai il proposito, discerne el corpo & attende diligentemente, & saperai (per la vigesima quinta de questo) la proportione del solido a.b. al solido k.b. esser si come della superficie, a, r, alla superficie, k, r, e però (per la prima del sesto) si come della linea, a, f, alla linea r. f, & la proportione del solido, k, b, al solido, r. l. si come della superficie. k, r. alla superficie. r. t. e però si come della linea, f, r, alla linea, r, t, & la proportione del solido, r, l, al solido, p, q, si come della superficie. r l. alla superficie. l. m. & per tanto è si come della linea, r, b, alla linea, b, m, & per el presupposito è chiaro che la proportione della linea, f, r, al la linea, r, t, & della linea, r, b, alla linea, b, m, è si come della linea, a, f, alla linea, k, f, e per tanto (per la diffinitione della proportione treplicata posta in 12. diffinitione, & 5 è manifesto che La proportione del solido, a, b, al solido, p, q, e però etiam al solido, c, d, e si come della linea, a, f, alla linea, k, f, treplicata, & perche la linea, r, f, e posta equale alla linea, c, b, è manifesto esser il vero quello che detto: ma bisogna saper che cio che è stato dimostrato di solidi paralellogrammi (per questa 36. & per le sette commune precedente a quella) il medesimo anchora se verifica nelli seratili di quali le base communamente sono trigone ouer communamente tetragone, & questo serà manifesto allo ingeniosso ispettatore (per la 28. & per questa 36. & per le sette a quella continuamente precedente: perche se seranno quali si voglia seratili equalmente alti sopra una medesima basa ouer sopra base equale tamen communamente trigone ouer cõmunamente tetragone, concioscia che quelli siano la mità di solidi paralellogrammi delle sue altezze (per la vigesima ottava) quelli seranno equali per la vigesimanona, & per le tre che seguitano quella: Perche da questo è manifesto li solidi paralellogrammi esser equali al doppio de essi seratili. Similmente anchora se seranno due seratili sopra basse communamẽte trigone, ouer cõmunamẽte tetragone equalmente alti quelli seranno proportionali alle sue base, si come (per la 33.) le base di solidi paralellogrammi, perche quelli (per la 28.) sono la mità di solidi paralellogrãmi di sua altezza, & di solidi paralellogrammi della sua altezza & delle base de quelli è una medesima proportione (per la trigesima terza) concioscia adonque che la proportione di solidi paralellogrammi sia si come quella de seratili perche si come el sempio al sempio cosi è el doppio al doppio (per la quintadecima del quinto,) & la proportione delle base de solidi paralellogrammi, e si come delle base di seratili, perche ouer che seranno le base di seratili quelle medesime di solidi paralellogrammi, & questo serà quando le base di seratili seranno tetragone: perche all'hora seranno da esser compidi li solidi paralellogrammi dalli seratili sopra le mede-

La quarta del primo la linea,r,s, serà equale alla linea.t.x.& l'angolo.a.r.s. equale all'angolo.d.t.x.& lo āgolo.a.s.r. all'angolo d.x.t. per l'āgulo.a. (dal presupposito) è equale all'angolo.d. adonque (per la concettione) l'angolo.s.r.q. serà equale all'angolo,x,t,n, et l'angolo,r,s,q, all'angolo,t,x,n, perche sono li residui di duo retti per li duoi equali tolti via, adōque (per la sigesima sesta del primo) è necessario che la linea,r,q, sia equale alla,t,n, & la,q,s, equale alla,n,x, et conciosia che (per la penultima del primo) lo quadrato della linea,r,p, sia equale alli quadrati dalle due linee,r,q,& ,p,q, & lo quadrato della linea,r,l, equale alli quadrati delle due linee,t,n,& ,l,n,& essendo le due linee,r,p,& ,r,l, equale, e anchora le due lequale sono,r,q,et,r,n, equale seguita (per communa scientia) le due che sono,p,q,et,l,n, esser equale, per lo medemo modo, conciosia che el quadrato della linea,a,p, sia equal alli quadrati delle due linee (che sono,a,q,& ,q,p,) similmente el quadrato della linea,d,l, alli quadrati delle due linee che sono,d,n,& ,n,l, et essendo,a,p, equale alla,d,l,& la,p,q, equale alla,l,n, seguita per communa scētia la,a,q, esser equale alla,d,n, adonque (per la ottava del primo) cōcludo el proposito, ciaè l'angolo,p,a, m, esser equale a l'angolo.l.d.n.

Correlario.

6/3 Da questo è manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee rette equali, e che sopra li suoi termini stiano due linee rette equale constituente equali angoli insieme con l'una e l'altra de quelle rette linee poste in principio, le perpendicolare dutte da quelle alle superficie in le quale sono posti li angoli in principio sono fra loro equale.

Il Tradottore.

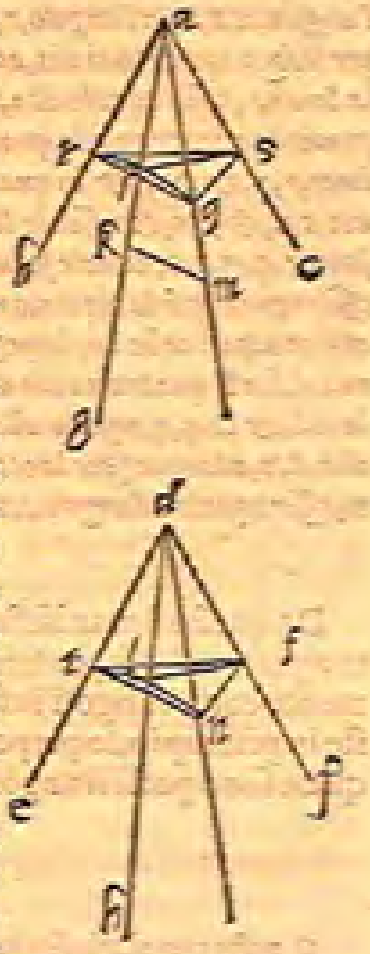
Questo correlario se ritrova solamente in la seconda tradottione el qual correlario dice che per le cose demonstrate nella soprascritta propositione che egli è manifesto che se sarāno duoi angoli piani de linee rette (si come li dui āgoli soprascritti a.et.b.) cōtenuti da linee rette equale quale sian pur le linee.a.r.a.s.et.d.t.d.x.et sopra li lor termini.a.et.d.stiano le due linee.a.p.& .d.l. equale e constituente equali angoli con l'una e l'altra de quelle prime proposte, dice che le perpendicolar dutte da quelle alle superficie in le quale sono posti li detti angoli sono fra loro equale le quale perpendicolare in questo caso sono le,p,q,et l,n, laqual cosa per le cose demonstrate disopra è manifesta.

Theorema.33. Propositione.38.

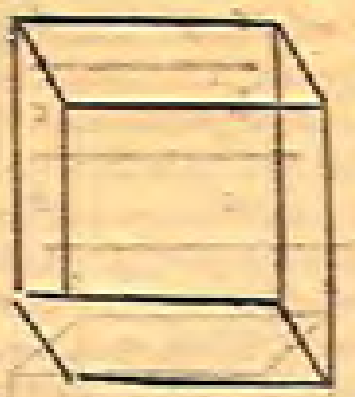
36/38 Se saranno tre linee rette proportionale, lo solido de superficie equidistante facto da quelle tre linee, sarà equale al solido de superficie equidistanti equilatero facto dalla linea media, ma che sia equiangolo al predetto.

Siano

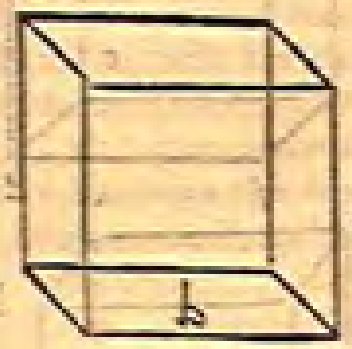
ni, Li duoi angoli che serano contenuti da quelle due linee & da quelle due Ypotumisse le prouano fra lor esser equali.



Sieno li duoi angoli piani.a. & .d. equali contenuti dalle linee.a.b. & .a.c. & .d.e. et .d.f. e sopra quelli sian erigale due linee (ypotumissalmẽte.) a.g. & .d.b. & sia l'angolo.g.a.c. equale all'angolo.b.d.f. & lo angolo.g.a.b. equale all'angolo.b.d.e. in le due ypotumisse.a.g. et d.b. siano signati li duoi ponti (come si voglia.k. & .l. dalli quali secondo li preceti della undecima di questo) siano lassate due perpendicolare alla superficie de angoli.a. & .d. lequale siano.k.m. & .l.n. et siano protratte le due linee.a.m. & .d.n. dico adonque lo angolo.g.a.m. essere equale all'angolo.b.d.n. se la linea.a.k. è equale alla.d.l. bene quidem se non dalla linea.a.g. sia tolta la linea.a. p. equale alla.d. l. & dal ponto.p. sia lassada una linea perpendicolare alla superficie del angolo.a. laqual sia.p.q. adonque è manifesto che il ponto.q. è in la linea.a.m. laqual cosa (per la sessta di questo, & per la diffinitione delle linee equidistante, lequale è necessario essere in una superficie) facilmente è manifesto a colui che ben studiosamente considera: dapoi dal ponto.q. sia dutte due perpendicolare una alla linea.a.b. laquale sia.q.r. & una altra alla linea.a. c. laquale sia.q.s. similmente anchora dal ponto.n. siano dutte due altre perpendicolare una alla linea.d.e. laqual sia.n.s. & l'altra alla linea.d.f. laqual sia.n.x. et sian protratte.r.s. & s.x. & anchora dalli ponti.p. & .l. siano tirate le ypotumisse.p.q.p.r.p.s. & l.n.l.s.l.x. adonque poste queste cose, & despolta prudentemente la figura cosi se apprẽde la demostratione del proposito, egli è manifesto (per la penultima del primo) che il quadrato della linea.a.p. è equale alli quadrati delle due linee,a, q, &, p. q. & (per la medesima) che il quadrato della, a, q, è equale alli quadrati delle due linee.a.s. & s.q. adonque el quadrato della.a.p. è equale alli quadrati delle tre linee.a.s.s.q. et q.p. Ma per la medesima el quadrato della.s.p. è equal alli quadrati delle due linee.s.q. & .p.q. adonque al quadrato della.a.p. è equale alli quadrati delle due linee.a.s. & s.p. e però (per la ultima del primo) lo angolo.a.s. p. è retto e per simel modo tu approuarai cadauno di tre angoli d. x. l. e r. p. d. r. l. esser retto, conciosia adonque che l'angolo.r.a.p. (per el presupposito) sia equale all'angolo.x. d.l. et la linea.a.p. alla linea.d.l. (per la vigesima sesta del primo) la linea.d.x. serà equale alla.a.s. & la.x.l. equale alla.s.p. anchora per lo medesimo modo, conciosia che (per el presupposito) lo angolo,r,a,p, sia equale all'angolo,e,d,l, (per la medesima) la linea,a,r, serà equale alla,d,e, & la,r,p, equale alla,e,l, per laqual cosa per



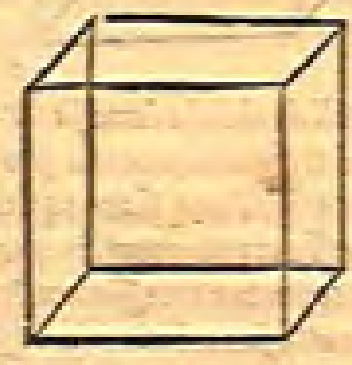
a



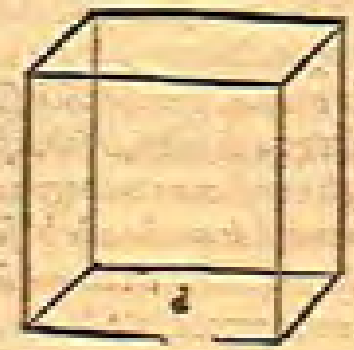
b

e
f

39
36



c



d

g
b

equali. anchora possemo demonstrare (parendone) lo conuerso di questa per lo modo contrario, come sel corpo parallellogrammo.a.d. sia equale, & equiangelo al corpo parallellogrammo.b.c. & lo corpo.b.c. sia contenuto dalla media de le tre linee cõtinente el corpo.a.d. le tre linee continente el corpo.a.b. serãno continue proportionale. Perche conciosia che li dui solidi parallellogrammi.a.d. & c.b. siano equali, et equalmente alti (dal presupposito) essi saranno sopra base equale (per li conuersi della trigesimaprima & trigesimaseconda) et perche quelle base de quelli sono equãgole. seguita per la prima parte della decimasettima del sesto) che quelle siano de lati reciui, adonque la proportione della.a.b. alla.b.c. e si come della.b.c. alla.c.d. per laqualcosa è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

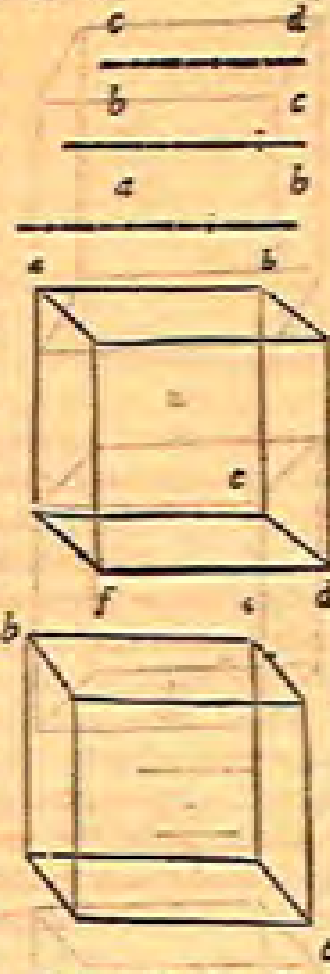
Il testo della soprascritta propositione lo haueremo tolto della seconda traduttione per esser piu correcto.

Theorema.34. Propositione.39.

Se saranno quante si vogliano linee proportionale, li suoi solidi de superficie equidistante è simili di ciascuna creatione saranno anchora proportionali, & se li solidi de superficie equidistanti simili di ciascuna creatione saranno proportionali, le linee anchora dalle quale sono contenuti li detti solidi saranno proportionale, El simile la vigesimaseconda del sesto propone delle superficie.

Hor siano le quattro linee.a.b. & c.d. proportionale & sopra quelle siano fabricati quattro solidi paralellogrammi (dalli medesimi nomi nominati) liquali siano expressamente simili. Perche dalli dui a nostro piacer fabricati sopra le due linee.a. & x. & li altri saranno da esser fatti secondo li precetti della vigesimasettima. Dico questi quattro solidi esser proportionali, & è conuerso, & per demostrar questo siano sotto aggionto alle due linee.a.b. in continua proportionalità le due (lequal siano. e. f. si come i segna la decima del sesto,) & alle due linee.c. & .d. altre due lequale siano.g. &

b. adonque



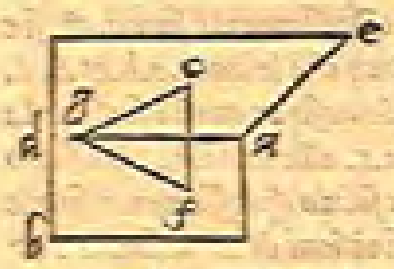
Siano adonque le tre linee a.b.b.c.& c.d.continue proportionale, & ſia fatto da quelle un angolo ſolido come ſi noglia, & ſia compito il ſolido de lati equidiſtanti del quale la linea, a, b, ſia la longhezza, & la, b, c, la altezza, & la, c, d, la largheZza & queſto ſolido ſia detto, a, d, anchor ſia tolta una altra linea equale alla, b, c, laquale ſia etiam chiamata, b, c, & ſopra la ſtremita di quella (laquale è, b,) ſia conſtituido un angolo ſolido equale al angolo ſolido, a, ſecondo che inſegna la vigeſima ſeſta & tutte le altre linee continente lo angolo ſolido, b, ſiano reſegate alla equalità della linea, b, c, & ſia compito el ſolido de ſuperficie equidiſtante, del quale la longhezza: largheZza, & altezza ſia la linea, b, c, & quello ſia detto, b, c, Dico adonque li duoi ſolidi, a, d, & , b, c, eſſer equali. Perche egliè manifeſto che tutte le ſuperficie di uno ſono equiangole alle ſue relative ſuperficie di lo altro laqual coſa tu puoi ſufficientare (per la trigeſima quarta propoſitione del primo libro.) Et concioſia che lo angolo ſolido, b, ſia poſto equale al ſolido angolo, a, è neceſſario che lo angolo di quala ſi noglia delle ſuperficie del ſolido, a, d, ſia equale a lo angolo della ſuperficie a ſe relatiua del ſolido. b. c. Adonque (per la trigeſima quarta propoſitione del primo libro) li loro oppoſiti ſaranno equali. Ma perche tutti li angoli de ciaſcheduna ſuperficie quadrilatera ſono equali a quatro angoli retti (per la trigeſima ſeconda propoſitione del primo lib.) egliè neceſſario che li duoi remanenti di l'uno ſiano equali alli doi remanenti di l'altro a ſe relatiui. Et concioſia che eſſi doi remanenti in qual ſi noglia (di dette ſuperficie ſiano etiã fra lor equali, el ſe commence neceſſariamẽte che ciaſcuna delle ſuperficie del ſolido, a, d, ſia equiangola alla ſua relatiua in el ſolido, b, c, Per laqual coſa (per la ſeconda parte della decima ſettima propoſitione del ſeſto lib.) le baſe di duoi propoſti ſolidi ſaranno equali, Perche ſono equiangole, e de lati mutui, Adonque ſe le linee delle altezze ſtanno orthogonalmente ſopra le baſe de quelli è manifeſto (per la 3 1. propoſitione) quelli eſſer equale. Perche cõcioſia che queſte linee ſiano equale. & quelle determinano la altezza di ſolidi, li ſolidi ſaranno equalmẽte alti. Ma ſe le linee delle altezze di quegli non ſtanno orthogonalmente alle ſue baſe protratte le perpendicolare dalle ſummità di quelle alle baſe. Queſte perpendicolare (per la precedente) ſaranno fra loro equale, perche quelle ſaranno ſe come erano in la figura della demonſtratione della precedente, le due linee, p, q, (et l, n, laquale demoſtraſſimo) biſogna eſſer equali. Perche adõque la altezza di tutti li ſolidi ſe diffinuſſe per le perpendicolare deſcendente dalle ſummità di quelli alle ſue baſe li duoi ſolidi, a. d. & c. b. (per la trigeſima ſeconda) ſaranno equali.

de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quattro linee rette, saranno proportionali & quelle rette linee saranno anchora proportionale.

Si che el non satisfa che li detti solidi siano simili, ma bisogna che siano etiam similmente descritti si come (delle superficie) fu detto sopra alla vigesima seconda del sesto altramente la proportione pateria oppositione ideo &c.

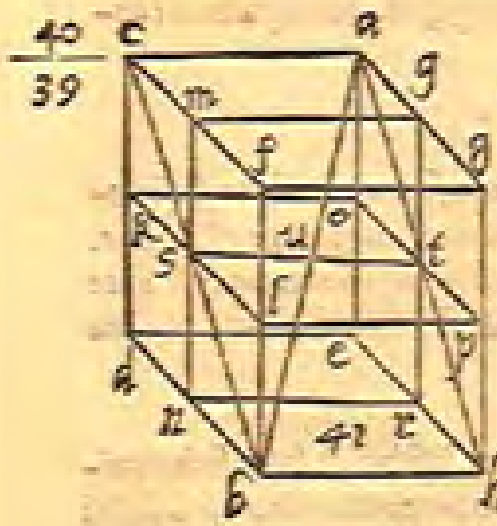
Theorema. 35. Propositione. 40.

0 / 38 Se un piano sarà retto a un piano, & da uno ponto (stante in uno de detti piani) sarà dutta una perpendicolare in l'altro piano ella perpendicolare caderà in la communa sectione de quelli medesimi piani.



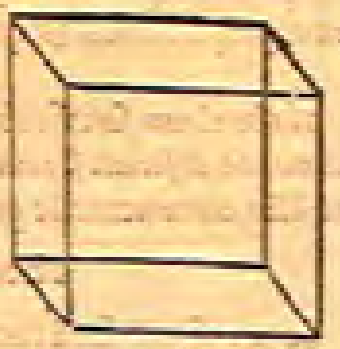
Hor sia el piano. c. d. retto al piano. a. b. & la commune sectione de quelli sia. d. a. & sia tolto a caso el ponto. e. in esso piano. c. d. Dico che una perpendicolare dutta da esso ponto. e. in el piano. a. b. quella caderà in essa sectione. d. a. Perche se l'fusse possibile (per l'adversario) poniamo che quella cada fuora si come la. e. f. & quella caschi in el detto piano. a. b. in ponto. f. & da questo ponto. f. sia protratta la. f. g. in el piano. a. b. perpendicolare alla detta sectione d. a. (per la undecima del undecimo) laquale sarà ad angoli retti al detto piano. c. d. & sia protratta la. e. g. Adonque perche la. f. g. e ad angoli retti al detto piano. c. d. & la. e. g. (stante in el piano, c, d,) tocca quella. Adonque l'angolo contenuto sotto. f, g, e, è retto. Ma etiã la. e. f. a esso piano. a. b. & ad angoli retti, adonque l'angolo che fatto. e. f, g. e retto. Per laqual cosa dui angoli de quel triangolo. e. f. g. sono equali a dui angoli retti: laqual cosa è impossibile (per la decima settima del primo.) Adonque la perpendicolare dutta dal pũto, e, in el piano. a. b non cadde fora di essa sectione. a. d. adoque cade in quella che era da demonstrare.

Theorema. 36. Propositione. 41.



Se li lati di due oppositi superficie, del cubo saranno tagliati in due parti equali, & dalli põti delle sectioni, usciranno due superficie segãte el cubo etiam fra loro, la commune sectione de quelle è necessario segar el diametro del cubo in due parti equali, & quella similmente è necessario esser segata dal diametro in due parti equali.

Statuisse un cubo, el qual sia, a, b, del qual è manifesto (per la diffinitione) che tutte le linee che'l contiene sono equale & le sue superficie rettangole, perche a un



b. adonque è manifesto (per la trigesima sesta & per la diffinitione della proportione treplicata, laquale è posta nel principio del quinto & per questi presuppositi) che li solidi a. & b. & li solidi c. & d. fra loro insieme sono ispressamente simili, che la proportione del solido. a. al solido b. e si come la proportione della linea a. alla linea f. Anchora del solido c. al solido d. e si come della linea c. alla linea b. et perche (per la vigesima seconda del quinto) la proportione della linea a. alla linea f. e si come della linea c. alla linea. b. (per la undecima del quinto) el solido a. al solido b. e si come el solido c. al solido d. adonque è manifesta la prima parte. La seconda se dimostra in questo modo. Siano li duoi solidi a. & b. simili fra loro & li duoi liquali siano c. & d. fra loro espressamente simili, & siano tutti parallelogrammi, et siano posti proportionali. Dico che le linee a. b. et c. d. (sopra lequal sono cõstituiti) sono proportionale & per demostrar questo sia (per la 10. del 6.) si come la linea a. alla linea b. così sia la linea c. alla linea k. e sia fatto (secondo la vigesimasettima de questo) sopra la linea k. un solido ispressamente simile al solido d. el quale sia etiam detto. K. & (per le diffinitioni di corpi simile: & delle superficie simile & per la vigesima del sesto) el corpo k. sarà ispressamente simile al corpo c. e però (per la prima parte de questa trigesimanona già provata per avanti) la proportione del solido a. al solido b. serà si come del solido. c. al solido k. Et perche la medesima era del solido c. al solido d. (per la seconda parte della nona del quinto) lo solido K. sarà equale al solido d. Et conciosia che quelli siano ispressamente simili, seguita la linea k. esser equale alla linea d. Perche la equalità non è produtta da alcuna proportione treplicata (quer tolta quante volte si voglia) se non dalla equale. A questo modo adonque (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto la seconda parte, Ma non pensare che el sia necessario ciascun di detti quattro solidi. a. b. c. d. esser simile a qual si voglia delli altri, perche tu te ingannaresti. Ma li duoi solidi a. & b. è ben necessario esser simili fra loro, & similmente, li duoi c. & d. Ma li solidi c. & d. egliè accadente esser simili alli duoi solidi a. & b. ma el non e necessario. Il medesimo (per questa trigesimanona) poteria concludere facilmente di ferratili.

Il Tra dottore.

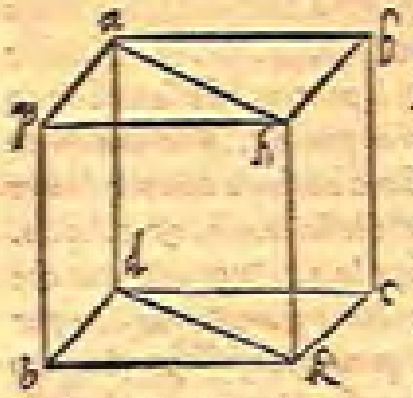
La soprascritta propositione pateria opposition perche sopra alla linea b. se poteria descrivere un solido simile al solido a. & similmente un'altro sopra alla linea d. simile al c. & tamen li detti solidi non seriano proportionali (quantunque le date quattro linee fossero proportionale) e però il testo della seconda tradottione e qui corretto assai el qual parla in questa forma.

Se seranno quattro rette linee proportionale, anchora li solidi de superficie equidistanti simil & similmẽte descritti da quelle: saranno proportionale, et se li solidi

de

Theorema.37. Propositione.42.

41/40 Se seranno dui corpi seratili di quali l'uno habbia la basa triangolare, e l'altro habbia la basa de lati equidistanti doppia a quella triãgolare, seranno equalmente alti: quelli duoi corpi è necessario esser equali.



Sia la superficie.a.b.c.d.de lati equidistanti doppia alla superficie trilatera.e.f.g.et sopra queste due superficie siano fatti duoi corpi seratili equalmente alti, e siano li seratili che è sopra la basa quadrãgola.a.b.c.d.h.k.la basa del quale è la superficie proposita de lati equidistanti.a.b.c.d.l'altra superficie de lati equidistãti de quella è la.a.h.d.k.& la terza.e.b.h.c.k.& le due superficie triangulare di quello, sono e il triangolo.a.b.h.& l'altra il triangolo.d.c.k.e lo seratile che è sopra la basa triangola.e.f.g.sia.e.f.g.l.m.n.del quale l'una delle sue superficie triangulare è la predetta basa & la altra il triãgolo.l.m.n.et delle tre superficie de lati equidistanti di quello, la prima è la.e.f.l.m.e la seconda.e.g.l.n.e la terza la.f.g.m.n.adonque dico questi duoi seratili proposti esser fra loro equali e per dimostrar questo siano compiti li duoi solidi parallelogrammi aggiungendo all'uno e l'altro di duoi proposti seratili un'altro seratile a se medesimo equale, & al primo seratile sopra la medesima basa sia aggionto lo seratile.a.p.b.d.q.k.del quale le due superficie trilatere sono.a.p.b.d.q.k.e le tre quadrilatere, la prima è.a.p.b.d.k.(laqual è termine commune a se medesima e a quella alla quale è stata aggiõta) e la seconda.a.d.p.q.anchor la terza.p.q.b.k.ma allo secondo seratile sia aggiõto un'altro seratile a se medesimo equale in questo modo: sia aggiõto al primo triãgolo.e.f.g.un'altro triãgolo a lui equale et equale sia.e.g.r.talmente che tutta la superficie.e.f.g.r.sia de lati equidistanti, et sopra questo triangolo sia fatto el seratile.e.g.r.l.n.s.el qual con quello al quale è aggionto compisse uno corpo parallelogrammo, le due superficie trilatere di questo seratile aggionto sono.e.g.r.l.n.s.e le tre parallelogrammo sono, la prima.e.l.r.s.la seconda.e.l.g.n.(e questa è commun termine a se e a quella alla qual è aggiõta) e la terza.g.r.n.s.adonque egli è manifesto per la diffinitione di solidi equali e simili, che li duoi seratili cõponenti lo solido paralellogrãmo.a.k.e.similmente li duoi componẽti lo solido paralellogrãmo.e.n.fra loro insieme sono equali e (per la 31.& 32.de questo) li duoi solidi.a.k.& e.n.sono equali fra loro, adõque perche le metà di quelli solidi sono li seratili proposti (per commune sententia) è manifesto quelli esser equali perche tutte le cose che seranno equale le metà di quelle è necessario essere equale: per tanto è manifesto quello che sia proposto.

IL FINE DEL VNDECIMO LIBRO.

tal corpo diremo cubo. Adonque la baſa di queſto cubo ſia la ſuperficie, a,e,d,e, & la ſuperficie ſuprema di ſſo ſia,b,f,g,b, & la deſtra di quello ſia,a,e,g,b, & la ſiniſtra ſia la ſuperficie,b,f,c,d. Anchora ſſa de quà ſia la,d,e,b,b, & quella di la, la,a,c,g,f, & lo diametro di quello ſia la,a,b, adonque ſian diuiſi tutti li lati de due qual ſi voglian ſuperficie oppoſite di ſſo in due parti equali, e ſian per (al preſente) le ſuperficie delle quale li lati ſian diuiſi la deſtra, e la ſiniſtra. Dico che ſiano diuiſi li quattro lati, della deſtra, ſopra li quattro ponti, liquali ſono, o, p, q, r. Et la ſiniſtra ſopra li quattro liquali ſono. k, l. m. n. & ſiano congiunti li ponti in eſſe ſuperficie oppoſite dutte le linee, o p, & q, r. lequale ſe ſegano fra lor in ponto, t. Anchora dutte le, k l. & m. n. lequale ſe ſegano fra loro in ponto, s, et ſiano anchora compite le due ſuperficie ſegante fra loro, etiam ſegante il cubo protratte le linee, o. k. & p. l. q. m. & r, n, et ſia la cõmune ſettione di queſte due ſuperficie la, s, t. Dico adonque che la linea, s, t, diuide il diametro, a, b, t ſſa è diuiſa del medemo diametro in due parti equali, laqual coſa è manifeſta pche l'una e l'altra di quelle tranſiſſe per el centro del cubo. Ma altramente cõuien demoſtrar ſſo che è propoſto. Hor ſian produtte le due linee, s. a, et, t, b, ſimilmẽte le due. s, c, s, b, et (per la. 4. del. 1.) la. a. t. ſarà equale alla, t, b, & la, s, c. equale alla, s, b, et è manifeſto (per la prima parte della. 29. del 1.) che l'angolo, p, t, q, è equale al angolo, a, q, t, et (per la quãtità del primo) l'angolo, b, t, p, è equale al angolo, s, a, q, (Adõque per la. 32. del primo) tutto l'angolo, b, t, q, cõ l'ãgolo, q, t, a, uale per dui retti. Per laqual coſa (p la. 14. del. 1.) la linea, a, b, ſerà una ſol linea, ſimilmẽte ancor la linea, c, b, ſarà una ſol linea, e, perche (per la 9. di queſto) la linea, a, c, è equidiſtante alla linea, b, b, perche l'una e l'altra è equidiſtate alla linea, d, e, & cõcioſia che quelle ſiano equale, perche ſon lati del cubo, ſegueta per la. 33. del primo, le due linee, a, b, & c, b, eſſer equale et equidiſtante, e però (per la cõcettione) le mitã di quelle, le qual ſono, a, t, & b, s, ſaranno equal, et (per la ſettima di queſto) è manifeſto che la linea, s, t. è un ſuperficie delle due linee, a, b, et, b, c, et (per la medeſma) la linea, a, b, laquale è il diametro del cubo, e etiã diametro della ſuperficie, parallelogrãma, a, c, b, b. Adõque la linea, s, t ſega la diametro, a, b, Segni adõque ſſa in ponto, x. Dico adõque la linea, s. x. u. eſſer equale alla linea. u. t. etiã la linea. a. x. alla linea. u. b. Siano meſſi li dui triangoli. a. t. u. b. s. u. di quali li angoli che ſono al. x. & t. ſono equali fra lor. ſimelmẽte li angoli da medemi che ſon al. a. et b. ſon equali fra lor (per la prima parte della. 29. del 1.) p queſto che la linea. a. t. è equidiſtante alla linea. s. b. E pche anchor lor ſono equal ſegueta (p la 26. del 1.) il propoſto. Il medemo anchora ſe concluderà per el medemo modo ſe il ſolido, a, b, nõ ſia cubo, ma ſolamente corpo parallelogrãmo, ouer contenuto da latere equale, ouer non equal, ouer anchora ſel ſerà eretto ortogonalmente ſopra alla baſa ouer ancor ſopra quella inclinato, onde el ſe applica la figuratione (in queſta quadrageſima prima) del cubo a tutte le figure ſolide parallelogramme.

Il Traduttore.

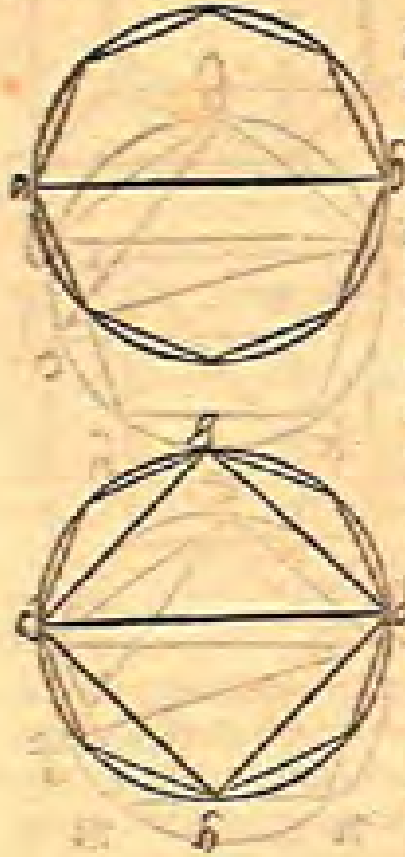
Quello che ſe propone nella ſopraſcritta propoſitione del cubo nella ſeconda tradottione ſe propone ſopra uno ſolido de ſuperficie equidiſtante & ſe dimoſtra per li medeſimi modi, cioè tal propoſitione è piu generale.

Theo-

al lato.d.e.& (per la medesima) la proportione del quadrato del diametro. a. c. al quadrato del diametro.d.f. sia si come la proportione del diametro.a.c. al diametro.d.f. dupplicada (per questa commune sententia) quelle cose delle quale le loro mità sono equale: quelle anchora fra loro sono equale, è manifesto quello che sia proposto.

Theorema 2. Propositione.2.

2/2 De ogni duoi circuli, la proportione di l'uno all'altro, e si come la proportione del quadrato del suo diametro, al quadrato del diametro dell'altro.



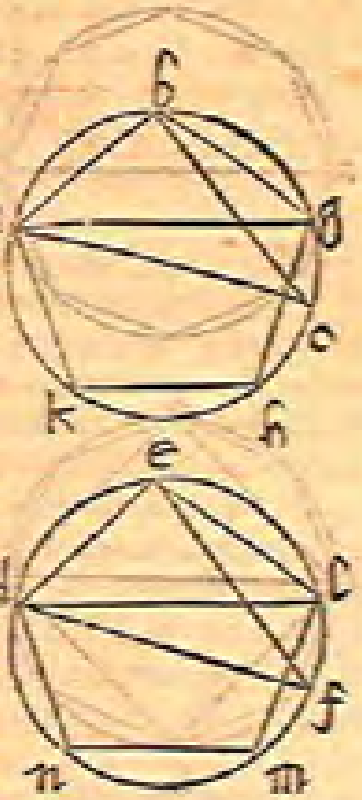
Siano li duoi circoli, a, b, & c, d, li diametri di quali siano detti, a, b, & c, d, dico adonque che la proportione del circolo.a.b. al circolo, c, d, e si come del quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro, c, d, perche egli è manifesto (per questa commune sentia, quãta e qual si voglia magnitudine ad alcuna seconda, tãta è necessario esser qual si voglia terza ad alcuna quarta) che la proportione del quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro.c.d.e si come del circolo.a.b. ad alcuna superficie laqual sia. e. laquel sia posta di qual figura over forma si voglia, & questa è impossibile esser maggior over minore del circolo. c. d. perche se egli è possibile quella essere minore del circolo. c. d. sia adonque minore in la superficie.f.e per tanto il circolo, c, d, si è equale alle due superficie, e, f, tolte insieme adõque è manifesto (per la prima del decimo) che el si pol dal circolo, c, d, (& delli suoi residui) sottrarre tãte volte il pin della mità per fina a tanto che rimanga alcuna quantità minore de, f, adonque a quello sia inscritto (come insegna la sesta del quarto) lo quadrato c, d, g, b, del qual è manifesto esser pin della mità del circolo, per che el quadrato che è doppio a quello, e quello che circonscrive il cerchio come è manifesto per la penultima del primo & per la settima del quarto, adonque se le portioni del circolo che stanno sopra li lati del quadrato tolte equalmente insieme seranno minori della superficie. f. el basta, ma se le non seranno minore: siano divisi li quattro archi che stanno sopra li detti lati in due parti equali, & li punti dividenti li detti archi siano continuade per linee rette con le estremità di lati continenti, verbi gratia, lo archo.c, g, sia diviso in dui parti equali in ponto. k. & siano protratte le linee. k. c. k. g. et cosi procedere in li altri, et cadauno di triangoli descritti sopra li lati del quadrato: serà maggiore della mità della

portione

LIBRO DVODECIMO
DI EVCLIDE,

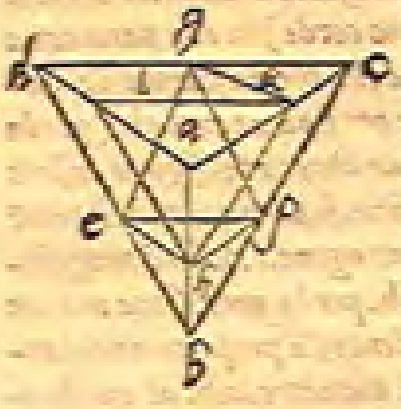
Theorema prima. Propositione prima.

1/1 De ogni due superficie simili de molti angoli descritte dẽtro di duoi cerchii, la proportione di l'una all'altra, è si come la proportione de li quadrati che pervengono dalli diametri di cerchii circonscribenti quelle.



SIano li dui cerchii a.b.c.d.e.f. alli quali siano inscritte due figure come si voglia de molti angoli, liquali siano posti simili fra loro: & siano per al presente in ciascheduno inscritte pẽtagone come insegna la undecima del quarto, & quelle siano a.b.g.h.k. l'altro pentagono d.e.l.m.n. anchora li diametri di cerchi siano a.c. & d.f. Dico anchora che la proportione del pentagono. a. b.g.h.k. al pentagono d.e.l.m.n.e si come el quadrato del diametro. a.c. al quadrato del diametro d.f. et per dimostrar questo sia preparato due linee in l'un e l'altro circulo: dalla estremità del diametro alla estremità dell'una di lati del pentagono, non terminante con el diametro intersecandosi fra loro dentro del detto pentagono in l'uno sia la.a.g. & .c.b. & in l'altra.d.l. & .f.e. & (per la sesta del sesto) el triãgolo.a.b.g. serà equiangolo al triãgolo.d.e.l. perche concessa che le pentagoni siano stà posti simili fra loro (per la diffinitione delle superficie simile) seranno l'angolo.b.equale all'angolo.e. & li lati contenenti quelli proportionali, cioè la proportione del. a.b. al.d.e. si come.b.g. al.e.l. & conciosia che (per la trigesima prima del terzo) li duoi angoli.f. & .l. siano fra loro equali, & similmente li altri duoi. c. & g. equali fra loro i duoi che sono.c. & .f. seranno fra loro equali (per communa sententia quelle cose che son equale a cose equale anchora è necessario quelle esser fra loro equali) & perche (per la prima parte della trigesima prima del terzo (l'uno & l'altro di duoi angoli. a.b.c. d.e.f è retto, seguita (per la trigesima seconda del primo) li dui triangoli.a.b.c. d.e.f. esser equiangoli per laqual cosa (per la quarta del 6.) la proportione del diametro.a. c. al diametro.d.f. è si come del lato.a.b. al lato. d.e. è per tanto conciosia che (per la seconda parte della decimanona del sesto) la proportione di duoi pentagoni sia si come la proportione dupplicata del lato. a. b. al lato.

in li tre ponti.e.f.g.& similmente anchora le tre ypotenuse siano divise in due parti equali in li tre ponti.b.k.l.& siano protratte(in la basa)le due linee.e.f.& .e.g. & la basa di detta pyramide serà divisa in tre superficie delle quale due sono li doi triangoli.b.e.f.e.g.d.laquali(per la seconda parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile)è manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa (per la ottava del primo) la terza è quadrangola & parallelogramma & quella è.e.f.g.c.laquale è manifesta esser doppia al triangolo.e.g.d. (per la quadragesima & quadragesima prima del primo)siano adonque un'altra volta dal ponto.b. protratte le due ypotenuse.b.e.f.b. & dal ponto.k.la ypotenussa.k.g. & siano protratte le linee b.k. k.l.& l.b. adonque tutta la pyramide.a.b.c.d. è divisa in due pyramide che sono.b.b.e.f. & .b.k.l.& in dui seratili: di quali l'uno è.e.b.f.g.k.c.& è sopra la basa quadrangola c.f.g.e.& l'altro è.e.g.d.b.k.l.& è sopra la basa triangola.e.g.d. ma delle due pyramide.b.b.e.f.a.b.k.l. che quelle siano equale & simile fra loro & a tutta la pyramide.a. b.c.d. è manifesto(per la diffinitione di corpi equali & simili,& per la decima del undecimo libro, & per la seconda parte della seconda del sesto) ma per li suoi seratili che quelli siano equali è manifesto (per la ultima dello undecimo) ma che ambiduoi li seratili tolti insieme siano maggiori della mità di tutta la pyramide da questo è manifesto, che l'uno e l'altro di quelli è divisibile in dui pyramide delle quale l'una è triangola equale a una delle due in lequale fu divisa la total pyramide con li detti duoi seratili, etiam l'altra quadrangola laquale è doppia alla restante, per laqual cosa è manifesto che ambiduoi li seratili tolti insieme,esser li tre quarti di tutta la total pyramide divisa, se tu desideri saper questa propositione recorri alla sesta di questo undecimo libro, ma inquanto al proposito el ti sa tusa a saper quelli duoi seratili tolti insieme, eccedere le due partiale pyramide (in lequale se divide la total pyramide, con li detti dui seratili)tolte insieme in che quantità si voglia.



Theorema 4. Propositione 4.

Se due piramide equalmente alte,le basse delle quale siano triangulare,siano divise ciascaduna in due piramide equale, & simile fra loro 4 4 etiam alla totale,e in duoi seratili,equali,la proportione della basa del l'una alla basa dell'altra serà si come la proportione delli suoi duoi seratili,alli duoi seratili dell'altra, & serà manifesto che tutti li seratili che seranno in quala si voglia di quelle piramide tolti insieme a tutti li seratili che seranno in l'altra pyramide,hauere la medesima proportione,che ha la basa di quella piramide alla basa dell'altra piramide.

Siano due le piramide,le basse delle quale sian triangolare equalmente alte,cioè l'una la.a.b.c.d.el cono della quale sia el ponto.a.& la basa el triangolo. b. c.d.& le yp-

portione in laquale sia dentro, imperoche ogni triangolo ysocelo è la mitade del parallelogrammo della sua basa (per la quadragesima prima del primo) siano adonque le portioni che stanno sopra li lati del ottogono inscritto tolti insieme minori della superficie.f. perche se egli non fussino minori, non cessaressimo di duidere li archi (di quali li lati della figura della ultima descrittione sono corde) in due parti equali & inscriuer una figura equilatera del doppio piu lati della prima sempre da sottrarre da esse portione del circolo maggiore della mità: per fina a tanto che (per la prima del decimo) le portioni che staranno sopra li lati de alcuna tal figura inscritta in el circolo tolte insieme seranno minore della superficie.f. adonque per el presente siano quelle che sono dette, & (per la concettione) lo ottogono.c.d. serà maggiore della superficie.e. adonque sia inscritto in lo circolo.a.b. per la medesima via un simile ottogono, el qual sia detto.a.b.e cosi (per la precedente) la proportione del ottogono.a.b.al ottogono. c.d.e si come del quadrato del diametro.a.b. al quadrato del diametro. c.d. e però (per la undecima del quinto) si come la proportione del circolo. a. b. alla superficie.e. adonque permutatamente del poligonio. a.b. al circolo. a. b. serà si come del poligonio.c.d.alla superficie.e.& concessia che'l poligonio,c,d, sia maggiore della superficie,e,serà el poligonio, a,b,maggiore del circolo. a.b.laqualcosa è impossibile, adonque la superficie, e, non minore del circolo. d.ne etiam è maggiore perche se questo potesse esser possibile, sia maggiore: adonque concioßia, che la proportione del quadrato del diametro.a.b.al quadrato del diametro. c. d. sia si come del circolo. a.b.alla superficie. e. serà al contrario del quadrato del diametro,c,d,al quadrato del diametro,a,b,si come della superficie.e. al circolo.a. b.& è manifesto (per la commouna scientia posta in el principio di questa demostratione) che la medesima è del circolo.c.d.ad alcuna superficie (laqual sia.f.) & (per la decima quarta del quinto) la superficie. f. serà minore del circolo.a.b. adonque la proportione del quadrato del diametro, c,d, al quadrato del diametro.a. b. serà si come del circolo,e,d,alla superficie f. minore del circolo, a, b, ma per quello che habemo demostrado poco auanti si trouarà seguitar lo impossibile: cioè lo poligonio inscritto in lo circolo, esser maggiore del circolo, adonque si come la superficie, e, non può essere minore del circolo,c, d,ne etiam maggiore, necessariamente adonque serà equal. per laqual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto el proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3/3 Ogni piramide che habbia la basa triangolare, puol esser diuisa in due piramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide, & in doi seratili, equali liquali ambiduoi tolti insieme è necessario esser maggiori della mità di tutta la pyramide.

Sia la pyramide, a, b, c, d, sopra la basa triangolare, b, c, d, & lo angolo solido de la uertice di quella sia, a, dal quale siano dutte le tre ypothemisse, a,b, a,c, a,d, alli tre angoli della basa, & siano diuisi tutti li lati della basa in due parti equale

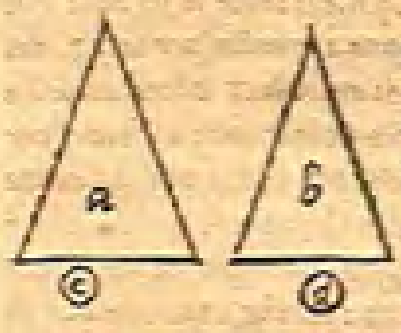
mutata proportione es per la decima terza del quinto, è manifesto esser el vero quel loche propone il correlario.

Il Tradottore.

Lo sopraſcritto correlario uuol inferire queſto, che per le ragione addute egliè manifeſto che dividendo anchora cadauna di quelle due pyramide partiale ſecondo il medeſimo modo, cioè per in due pyramidette, & duoi ſeratiletti, & dapoi cadauna di queſte quattro, & quattro pyramidette dividere anchora inel predetto modo, & coſi andar procedendo in queſte altre otto & otto pyramidette, ſempre tutti li ſeratili di quala ſi voglia di queſte due pyramide totale (fra grandi e piccoli) tolti inſieme, a tutti li ſeratili dell'altra (per fra grandi e piccoli) tolti inſieme havere la medeſima proportione che ha la baſa di quella total pyramide alla baſa della altra total (ilche per la decima ottava del ſeſto) & per la decimaterza del quinto ſe verifica.

Theorema. 5. Propoſitione. 5.

5/5 Ogni due piramide equalmente alte che habbiano le baſe triangulare, ſono proportionale alle ſue baſe.



Quello che propoſſe la trigeſima terza del undecimo, di ſolidi paralellogrammi et in fine della trigeſima ſeſta del undecimo havemo dimoſtrato il medeſimo eſſer di ſeratili: queſta quinta del duodecimo propone delle pyramide che hanno le baſe triangolare: perilche ſiano inteſe le due pyramide equalmente alte le baſe delle quale ſono li dui triangoli. a. & .b. Dico che la proportione della pyramide. a. alla pyramide. b. è ſi come della baſa. a. alla baſa. b. laqualcoſa ſe dimoſtra per lo medemo genere de demoſtratione, over argumentatione, con elquale demoſtraſſemo la ſeconda de queſto, per il che ſia che della baſa. a. alla baſa. b. ſia come della pyramide. a. al corpo. c. del quale dico che quello non ſerà ne meno ne piu della pyramide. b. perche ſe egliè poſſibil che ſia meno, ſia minore in lo ſolido. d. acciochè la pyramide. b. ſia equali alli dui corpi. c. et. d. tolti inſieme adonque diviſa la pyramide. b. come propone la terza di queſto, ſiano detratti da quella li dui ſeratili, liquali (per la medeſima terza) ſono maggiori della mità di eſſa pyramide, ſimilmente dall'una et dall'altra delle due partial & reſidual pyramide: ſiano detratti (al predetto modo di quelle diviſe) li duoi ſeratili, & queſto ſia fatto tante volte per fina a tanto che l'adverſario ſia conſtretto (per la prima del decimo) confeſſare rimanere (dalla pyramide. b.) manco del ſolido. d. & (per communa ſcientia) li ſeratili detratti ſeranno maggiori del corpo e adonque dalla pyramide. a. ſia fatta la medeſima detrattione de ſeratili & intendamo eſſer tanti li ſeratili detratti dalla pyramide. a. quanto quelli che detra-

beſſimo

le ypothemisse a.b.a.e.a.d. & l'altra la.e.f.g.b.el cono della quale è el ponto.e. la basa il triangolo.f.g.b.le ypothemisse.e.f.e.g.e.b. & queste due pyramide siano di use si come in la precedente cioè protratte nella prima le linee diuidente li lati di essa basa i due parti equali, lequale siano k,l, & k.m. & nell'altra protratte simil mente le linee.n.p.n.q. Dico adonque che la proportio- ne della basa.b.c.d. alla basa.f.g.b.e si come di duoi se- ratili della pyramide.a. tolti insieme alli duoi seratili della pyramide.e.tolti insieme, & è manifesto (per la seconda parte della decimasettima del sesto) che le pro- portione del triangolo.b.c.d.al triangolo k.m.d.è si co me de la linea.b.d.alla linea.k.d.duplicata & (per. Le medesima anchora) la proportione del triangolo.f.g. b.al triangolo.n.q.b.e si come della linea.f.b.alla linea n.b.duplicata, & conciosia che la linea.b.d.alla linea k.d.sia si come la linea.f.b.alla linea.n.b. (perche di l'u na & di l'altra la proportione è doppia) lo triangolo. b.c.d.al triangolo.K.m.d. serà si come lo triangolo.f.g. b.al triangolo.n.q. b. & permutatamẽte lo triangolo b.c.d.al triangolo.f.g.b.si come el triangolo.k.m.d. al triangolo.n.q.b.& lo triangolo.K.m d.al triangolo.n.q.b.e si come lo seratile che si riposa sopra esso medemo,al seratile che si riposa sopra a quello (per la 33. del undecimo) anchora di questo seratile a quello è si come di ambiduoi li seratili della pyramide.a.tolti insieme al ambiduoi li seratili della pyramide.e.tolti insieme (per la quintadecima del quinto) perche è necessario che el doppio al doppio sia si come el semplo al semplo, adonque (per la undecima del quinto) conclude quello che è sta proposto, ma se tu dubiti li seratili di una di queste pyramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra pyramide tu non stare in cervello: perche conciosia che le pyramide siano equalmente alte, & sia anchor l'una e l'altra de quelle diuisa in due pyramide equale fra loro et a tutta la pyramide simile & in duoi seratili equa li et siano le due partiale pyramide equalmente alte, imperoche sono simile et equa le laqualcosa facilmente serà manifesta, protratte le perpendicolare dalle cime del le partiale pyramide alle base de quelle delle quale perpendicolari (per la trigesi- ma settima del undecimo) è manifesto esser equale. & conciosia che le altezze di queste partiale pyramide tolte insieme componeno la altezza della total pyramide diuisa, & ambiduoi li seratili siano equalmẽte alte a una delle partiale pyramide cioè a quella laquale è composta sopra lo partiale triangolo della basa della total pyramide non è lecito dubitare li seratili di una di quelle pyramide esser equalmen- te alti alli seratili dell'altra. e per questo è manifesto lo correlario che similmente le base delle partiale pyramide, cosi sono fra loro insieme si come li duoi seratili del- l'una alli duoi seratili dell'altra, & perche le base partiale cosi sono fra loro si come le base delle totale (per la seconda parte della decimasettima del sesto) et per la per-

me,e,considerare puoi bene con la mente lo andar de quelle se trouarà (come dispra è detto) el detto seratile essere diuiso in tre piramide delle quale, due di quelle tolte per un uerso se cognoscerà essere fra loro equale perche se vederà che riposaranno sopra le due base triangolare equale (cioè sopra le due mità de una di quelle superficie paralellogrammo giacente in piano) & haueranno una medesima altezza perche ambedue termineranno nel angolo,b,del seratile la altra puoi considerandola per uno altro uerso: cioè che la sua basa sia l'uno de duoi triangoli del seratile. & la sua altezza la longhezza del seratile, & perche l'una delle altre due prime piramide posse de l'altro capo triangular del seratile,et dandoli quel per basa:hauerà per sua altezza per la medesima longhezza del seratile, e però serà equale a quella (per la precedente) onde (per commuena scientia) serà tutte tre equale che è el proposito.

Correlario.

0/7 Etiam da questo è manifesto che ogni piramide è la terza parte d'una prisma,che habbia la basa & la altezza equale a quella medema perche se la basa della prisma haverà altra figura rectilinea che triangulare,sia diuisa la medesima dalle due superficie opposite, in prisme che habbiano le base triangulare.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamẽte in la seconda tradottione,uero è che questo cõmentatore interpone più propositioni,lequale pare che siano da lui aggionte, La prima delle quale propone in parte quello che conclude il soprascritto correlario laquale dice in questa forma videlicet.

Theorema 12. Propositione.12.

6/0 Se duoi solidi (diquali luno sia seratile, & laltro piramide la basa del laquale sia triangola) seranno constituidi equalmente alti: sopra una medesima basa,ouer sopra base equal triangulare ouer il seratile sopra una quadrangola, & la piramide sopra una triangola laquale sia la mità della basa quadrangola del seratile,lo seratile cõuien esser triplo alla piramide.

Siano il proposto seratile serà sopra una basa triangulare,all'hora della pyramide proposita sopra la propria basa, sia compido uno seratile equalmente alto alla proposta piramide, ma sel seratile serà sopra una basa quadrãgola all'hora alla basa della piramide sia gionto un triangolo dal quale etiam sia compido alla basa del la piramide una superficie de lati equidistanti sopra alla qual da esse piramide sia compido uno seratile equalmente alto alla piramide, adonque perche questo seratile è equalmente alto al primo seratile & le basa dell'uno e di l'altro sono equale dal presupposito, seguita quelli esser fra lor equali et questo fu dimostrado in la que

dragesima

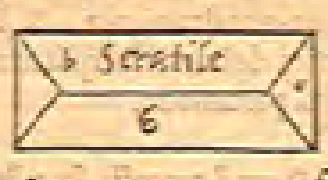
bessimo dalla piramide.b.& (per lo correlario della precedente) si come della basa a.alla basa.b.così serà li seratili detratti dalla piramide.a.alli seratili detratti dalla piramide.b. ma così era similmente della piramide.a.al corpo.c. e per tanto li seratili della piramide.a. alli seratili della piramde.b. e si come della piramide.a. al corpo.c. & permutatamente, li seratili della piramide.a. alla piramide.a.serà si come li seratili della piramide.b. al corpo.c. & conciossia che li seratili della piramide.b.siano maggiori del corpo.c.li seratili della piramide.a.seranno maggiori della piramide.a. & perche questo è impossibile: lo corpo.c. non serà minore della piramide.b.& similmente non serà maggiore, perche posto che sia maggiore, conciossia che la proportione della basa.a.alla basa.b.sia si come della piramide.a. al corpo.c.al contrario serà della basa.b.alla basa.a.si come del corpo.c. alla piramide.a.& (per communa scientia) la medesima serà della piramide.b. ad alcun corpo, elquale sia.d.& seguitarà (per la decimaquarta del quinto) che'l corpo.d.sia minore della piramide.a.imperoche la piramide.b. è posta menore del corpo.c. adonque della basa.b.alla basa.a.serà si come della piramide.b.al corpo minor della piramide.a. ma da questo è stato demostrado seguir lo impossibile, cioè li seratili detratti da alcuna piramide esser maggiori de quella piramide dalla quale sono detratti: e però rimane il corpo.c. esser equale alla piramide.b. conciossia che'l non puol esser ne minore ne maggiore, & la proportione della piramide.a.alla piramide.b.esser si come della basa.a.alla basa.b.& questo era da demostrare.

Il Tradottore.

Conseguentemente a questa soprascritta propositione nella seconda tradottione se propone qualmente le pyramide che hanno le base moltiangole & che siano sotto a una medema altezza sono medemamente proportionale alle sue base ma perche tal propositione, se propone & dimostra medesimamente sopra alla sequente con altre particularità havemo posposta quella.

Theorema.6. Propositione.6.

6/7 Ogni corpo seratile, e diuisibile in tre piramide equale, & che hanno le base triangolare.



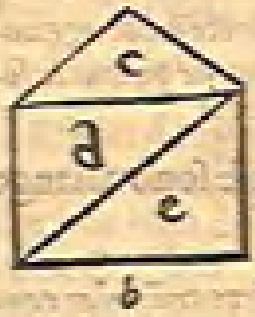
Sia lo seratile.a.b.c.d.e.f. dico quello esser diuisibile in tre pyramide equale che haueranno le base triangolare, & per dimostrar questo siano protratte in cadauna delle sue tre superficie paralellogramme le diagonale talmente che una de quelle diagonale sia conterminale con le altre due, come se tu protrarai le linee.b.d.b.f. & f.a. (lequale non ho uoleste protrarre perche generariano confusione) & tutto lo seratile serà diuiso in pyramide triangolare, lequale facilmente (per la precedente tolta due volte serà manifesto esser equale.)

Il Tradottore.

Chi non fusse ben chiaro di questa propositione, formi uno prisma, cuer seratile, materialmente, & tiri in quello le diagonale come di sopra se propo-

delle sue base. Adonque perche (per la precedente interposta) la proportione della piramide,c,alla piramide, a, e si come del triangolo,c, al triangolo, a, & della piramide,d,alla piramide, a, si come del triangolo,d, al triangolo,a, & similmente della piramide,e, alla piramide, a, si come del triangolo, e, al triangolo.a. seguita adonque (per la vigesimaquarta del quinto tolta due volte) che la proportione del aggregato de tutte le piramide,c,d,e, (& quello è la total piramide,b, alla piramide,a,) e si come del aggregato de tutti li triangoli.c.d.e, (& quello è il pentagono.b.) al triangolo.a. adonque è manifesto el nostro intento.

6/6 Tutte le piramide laterate equalmente alte se approuano esser proportionale alle sue base.



Se una di quelle sarà sopra una basa triangola, per la precedente interposita è manifesto quello che è detto: ma se le base de l'una & de l'altra sarà di molti angoli resoluta quale si voglia delle sue base in triangoli, & quella piramide, in piramidette triangolare. Et (per la precedente interposita) la proportione di cadauna di quelle piramidette triangolare (in tra le quale è diuisa l'una delle proposte) a l'altra è si come della basa alla basa de l'altra, e per tanto (per la vigesima quarta del quinto tolta quante volte bisogna) è manifesto esser il vero quello che habbiamo detto.

Il Traduttore.



La soprascritta interpositione fuer aggionta in la seconda traduttione. L'autore ne fa una propositione Laqual è la sesta come di sopra uedi notado.

Theorema.7. Propositione.7.



7/9 Se due piramide de base triangolare saranno equale, le base de quelle saranno mutue alle altezze delle medeme, Et se le base, & le altezze saranno mutue, le medeme piramide è necessario essere fra loro equale.





Quello (che la trigesimaquarta & trigesimaquinta del undecimo) proposse di solidi parallelogrammi, & noi demostrassimo la trigesimasesta del medemo di seratili, questa settima del duodecimo propone delle piramide che hanno le base triangolare, Hor siano messe due piramide equale sopra li duoi triangoli. a. & .b. lequale siano pur dette, a, & ,b, E per tanto dico che la proportione della basa, a. alla basa, b, e si come la proportione della altezza della piramide, b, alla altezza della piramide, a, & se questo sarà dico che le piramide, a, & ,b, esser fra loro equale. Et per demostrar questo siano agionti alli duoi triangoli a, & ,b, duoi altri triangeli liquali siano, c, & ,d, acciò che

trigesima seconda del undecimo, & perche (per la sesta de questo duodecimo) lo secondo seratile e triplo alla proposta piramide perche quella è una delle tre piramide in lequale se divide quel seratile: anchora (per commuma scientia) lo proposto seratile serà treppio alla proposta pyramide.

6 Se sopra una medesima basa: over sopra base equale seranno constituide quante piramide si voglia equalmente alte, delle quale le base siano triangole, quelle è necessario esser fra lor equale.

Perche fabricato uno seratile equalmente alto: alle piramide proposte, sopra una basa triangola equale a una delle base delle proposte piramide over sopra una basa quadrangola doppia a una delle base delle medesime, esso seratile serà treppio a ciascuna de quelle piramide & questo è manifesto (per la precedente aggionta over interposta) adonque (per communa scientia) tutte le proposte piramide sono (come havemo detto) fra loro equale.



6 Tutte le piramide equalmente alte delle quale le base sono triango
o le sono proportionale alle sue base.

Siano fatti sopra le base delle proposte piramide, over sopra altre triangular equale over sopra parallelogramme doppie li seratili equalmente alti, a quelle piramide & per questo li seratili seranno fra lor equalmente alti, et perche li seratili sono proportionali alle sue base come è provado in la trigesima sesta del undecimo mediante la trigesima terza del medesimo. & concio sia che (per la prima de queste aggiute) sia manifesto quelli seratili esser treppi alle proposte piramide, cioè cadauno alla sua relativa: & le base de quelli esser equale over doppie alle base di quelle, & (per la decima quinta del quinto) sia si come il treppio al treppio così è il semplo al semplo seranno anchora le proposte piramide proportionale alle sue base.



Il Tradottore.

O uestta soprascritta propositione è simile alla quinta ma la demostratione è diversa da quella e questo è perche in quella non era anchor noto che un seratile fusse treppio a una piramide de equal basa & de equal altezze con lui.

6 Se qualunque due piramide seranno equalmente alte, & la basa de l'una sia triangola, & dell'altra quadrangola, over de piu lati, quelle piramide convien esser proportionale alle sue base.

Essempio gratia, siano messe due piramide equalmente alte, sopra le due base, a, & b, et sia la basa, a, triangola et la b. penthagona. Et siano queste piramide dette, a, et b. Adonque dico la proportione delle due piramide a. & b. esser si come delle base, a, & b, & per demostrar questo, sia divisso il penthagono, b, in le tre triangoli, c, d, e, & tutta la piramide, b, sarà divisa in tre piramide equalmente alte delle quale le base sono li triangoli, c, d, e, le quale siano etiam chiamade dalli nomi



a

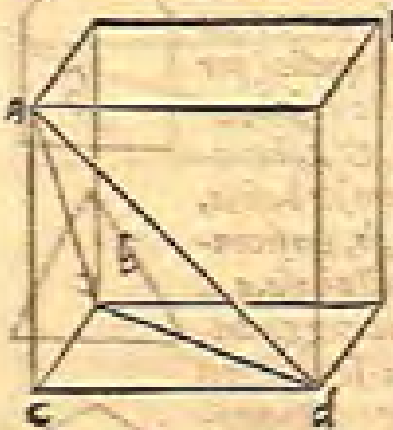
cosi sarà l'altezza della piramide. c. alla altezza della piramide.a. & questo per auanti è stato dimostrato. Adonque (per la settima del quinto) della basa.a.alla basa.b,e si come l'altezza della piramide,b,alla altezza della piramide.a.lo conuerso è manifesto per lo modo contrario,perche se della basa,a, alla basa,b, sarà si come l'altezza della pyramide.b.alla altezza della pyramide.a.sarà ãchora (per la settima del quinto) della basa,a,alla basa,c,come l'altezza della pyramide,c, alla altezza della pyramide.a.E però (come è manifesto dalle prime) due pyramide.a.& .c.saranno equale:per laqualcosa,etiam (per communa scientia) & le due che sono.a.& .b.saranno etiam equale & questo è il propósito.

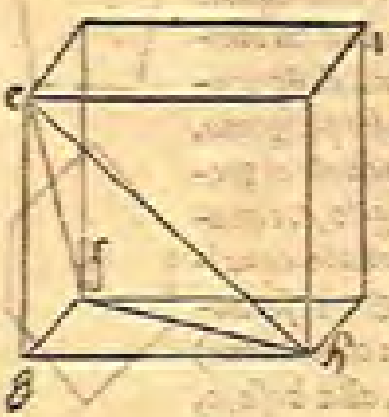
Theorema. 8. Propositione. 8.

8/8 De ogni due piramide simile, che habbiano le base triangolare, la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportione triplicata d'uno lato di l'una al lato relatiuo di l'altra.



Proposse due piramide che habbiano le base triangolare simile,da quelle compisse duoi solidi parallelogrammi si come è detto in la demostratione della precedente,& questi duoi solidi saranno simili imperoche le pyramide sono sta poste simile fra loro,Perche li duoi angoli solidi che sono communi alle pyramide & alli solidi parallelogrammi,sono contenuti da angoli superficiali equali di numero & di quantità: Et anchora li lati che contengono quelli angoli superficiali sono proportionali. Per laqual cosa (per la trigesimaquarta del primo) le tre superficie di solidi parallelogrammi che constituiscono li angoli solidi communi sono equiangole,& de lati proportionali,e però sono simele (per la diffinitione delle superficie simile) per laqualcosa (per la vigesimaquarta del undecimo) tutte le sei superficie di questi duoi solidi parallellogrammi sono simili fra loro: adonque (per la diffinitione di corpi simili) quelli solidi saranno simili, per laqual cosa conciosia che la proportione di solidi. & de le pyramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche li solidi sono sesupli alle piramide (per la sesta di questo.) Et conciosia che la proportione di solidi sia una medesima, si come quella di suoi lati relatiui triplicata (per la trigesimasesta del undecimo) & li lati di solidi siano anchora li medesimi delle pyramide. Anchora (per la undecima del quinto) la proportione delle proposte pyramide sarà si come la proportione triplicata di suoi relatiui lati: che è il propósito.





Il Tra-

ciò che faccino ambidue le superficie a,c, & b,d, de equidistanti lati, & da quelle piramide, sopra le base, a,c, & b,d, siano compidi solidi parallelogrammi equalmente alti alle proposte piramide li quali similmente siano detti, a,c, & b,d. Adonque (per la sesta de questo duodecimo) è manifesto che la piramide, a,e la sesta parte del solido, a,c, & la piramide, b, la sesta del solido b,d. Adonque (per la trigesimaquinta del undecimo) arguisse il proposito, cioè la prima parte, per la prima & la seconda per la seconda.

Ma se qualunque due piramide laterate saranno equale: le base di quelle alle altezze delle medesime saranno mutue, & se le base de quelle alle altezze delle medesime saranno mutue, le medesime piramide bisogna esser equale.



Se le base de l'una et de l'altra saranno triangole egliè stato dimostrato esser il vero quello che havemo detto: ma se solamente una sia triangolare hor sia, a, & la base de l'altra piramide sia, b, & sia fatto lo triangolo, c, equale al poligonio, b, & sopra, c, sia fatta una piramide equalmente alta alla piramide che è sopra, b, & siano, a, b, c, nomi equinoci delle piramide & delle base. Adonque perche le due piramide, a, & b, (dal presupposito) sono equale: & (per la ultima delle interposte alla sesta da questo) le due piramide, b, et, c, sono equale: & (per communa scientia) le due piramide, a, & c, saranno equale. Adonque le base de quelle sono mutue alle altezze di quelle (per la prima parte della sestima de questo) & conciosia che le base, b, & c, siano equale, & ancbora le altezze delle piramide, b, & c, equale (per la prima parte & seconda della sestima del quinto) le base, a, & b, saranno mutue alle altezze delle piramide, a, & b, La seconda parte se approua per el contrario modo. Perche se della base, a, alla base, b, sarà come la altezza della piramide, b, alla altezza della piramide, a, (per la seconda parte & prima della sestima del quinto) della base, a, alla base, c, sarà si come la altezza della piramide, c, alla altezza della piramide, a. Adonque (per la seconda parte de questa sestima) le due piramide, a, & c, sono equale per laqual cosa (per communa scientia) anchora le due piramide, a, & b, sono equale. Ma se ne l'una ne l'altra delle proposte piramide sarà triangola: ma che l'una & l'altra sia poligonia, verbi gratia l'una sia penthagona & l'altra essagona lequale al presente siano dette, a, & b, sia similmente tolto lo triangolo, c, equale, allo essagono, b, sopra el quale sia fatta una piramide equalmente alta alla piramide, b, & le due piramide, b, & c, saranno equale, & però etiam le due che sono, a, & c, (per la concessione) saranno equale: per laqual cosa si come della base, a, alla base, c,

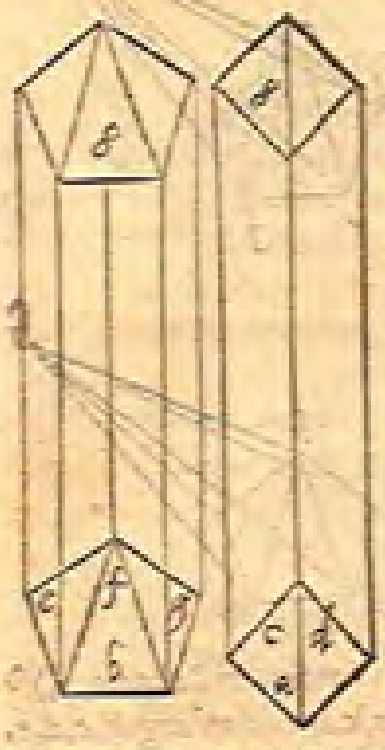
così

pyramide.b.b.l.m.si come del.e.f.al.l.m,triplicata,et ancora della pyramide.a.c.f.g.alla pyramide.b.b.m.n.si come del.c.g.al.b.n.triplicata: conciosia che (dal presupposito)la proportione del.e.f.al.l.m.& del.c.g.al.b.n. sia si come del.c.d.al b.k.seguita (per la decimaterza del quinto)che la proportione delle totale pyramide.a.& b.sia si come di una di quelle partiale ad una altra:adonque (per questa ottava & per la undecima del quinto)è manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta propositione interposta nella seconda tradottione se mostra un correlario.

Tutte le colonne laterate equalmente alte, sono proportionale, alle sue base.



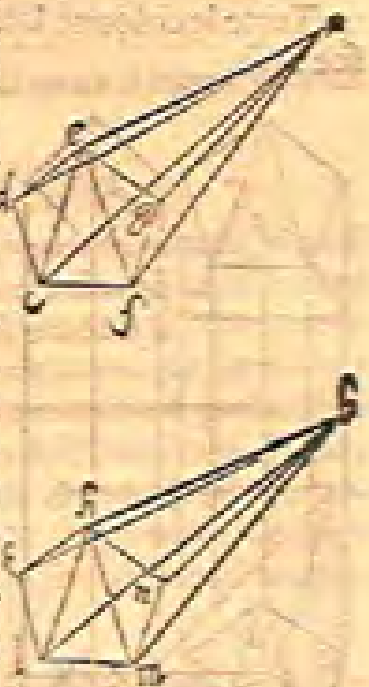
*Sopra qualunque specie di base de molti angoli siano le colonne:se verifica quello che è detto:& chiamamo colonne laterate,li corpi solidi laterati di quali le base & le superficie supreme sono simili,& equale,& tucte le altre superficie circonstante,sono de lati equidistanti,& La prima specie de tali corpi è il seratile, conciosia che il se intende esser fatto sido sopra una delle sue superficie trilatere & la secõda specie è la colonna dellaquale la basa è quadrilatera:laquale è necessario esser cõposta da duoi seratili ; & la terza è quella dellaquale la basa è penthagona,et questa se compisse da tre seratili,& simplicemente. Dico che ogni colonna laterata puol esser divisa in tanti seratili,in quanti triangoli puol esser divisa la sua basa,& per tanto siano intese le due colonne laterate.a.& b.constitute sopra le due base.a.et.b.equalmente alte.Dicoche la proportione delle colonne,a, & ,b.e si come quella delle sue base,a,& b.perche essendo divise queste base in triangoli,et queste colonne in seratili,la basa. a.(laquale sia posta esser quadrangola)in li duoi triangoli cioè,c, & ,d, & la colonna.a.in duoi seratili.c.& .d.& la basa.b.(laqual sia pẽthagona)sia divisa in li tre triangoli,e,f,g,& La colonna,b,in tre seratili liquali similmente siano chiamati.e. f.g.Adonque (per quelle cose che sono state dette in la trigesima sesta del undecimo)e manifesto che la proportione del serratile,c,al seratile,e,e si come della basa,c, alla basa.e. Et similmente del seratile,d, al serratile,e, si come della basa,d, alla basa,e,per laqual cosa (per la trigesimaquarta del quinto)della colonna.a. al serratile,e,sarà si come della basa,a,alla basa,e,per la medesima ragione della colonna.a.al seratile.f.sarà si come della basa,a,alla basa,f. Et similmente della colonna.a.al seratile q.si come della basa.a.alla basa.g. Adonque (per la trigesimaquarta

quarta

Il Traduttore.

Per essempio figurale della sopra scritta propositione siano le dette due pyramide triangolare simile a.b.c.d. & e.f.g.h. le base delle quale sono li triangoli b.c.d. & f.g.h. & la loro cima cioe angolo supremo a. & e. & li loro solidi siano a.k. & g.l. sopra lequal figure arguendo come di sopra facilmente sera concluso il proposito.

Ma se qualunque due piramide laterate seranno simile, la proportione di l'una a l'altra, sarà si come la proportione triplicata del suo lato al lato a se relatiuo di l'altra.



Siano due pyramide laterate simili li coni delle quale siano a, & b, et siano sopra base penthagonale, le quale sono c,d,e,f,g, h,k,l,m,n, Dico che la proportione di quelle è si come la proportione triplicata di suoi lati relatiui: perche egli è manifesto (per la diffinitione delle superficie simile e di corpi) che la penthagono che sono base delle proposte piramide, e tutti li altri triāgoli circondanti esse piramide sono fra loro simili, siano adonque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali, si come propone (la decimaottaua del sesto) essere possibile protratte in questa le linee, c, e, & e,k, & in quella, b, l, & l, m, Dico adonque queste piramide esser diuise in pyramide triangole simile e di numero equale, perche paragonate fra loro le due piramide, a,c,d,e,k, b, l, delle quale li coni sono, a, & b, et è manifesto dal presupposto) lo triangolo, c, a, d, e, ser simile al triangolo, b, l, k, & lo triangolo, d, a, e. al triangolo, k, l, b, Et perche ancora (dal presupposto) lo angolo, d, è equale a l'angolo. K. & li lati, c, d, & d, e, (continenti l'angolo, d,) sono proportionali alli lati, l, k, & k, l, (continenti l'angolo, k,) li duoi triangoli, c, d, e, & l, k, l, (per la sesta del sesto) seranno equiāgoli, et però (per la quarta del sesto) la proportione del, c, d, al, l, k, sarà si come del, c, e, al, l, l, & concio sia che (dal presupposto) la proportione del, c, a, al, l, b, & ancora del, a, e, al, b, l, sia si come del, c, d, al, l, k, (per la undecima del quinto) del, c, a, al, l, b, & del, a, e, al, b, l, sarà si come del, c, e, al, l, l, adonque (per la quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo, c, a, e, sarà simile al triangolo, l, b, l, adonque (per la diffinitione di corpi simili) è manifesto che la piramide, a, c, d, e, è simile alla piramide, b, l, k, l, Similmente ancor è manifesto la piramide, a, c, e, f, essere simile alla piramide, b, l, l, m, et la piramide, a, e, f, g, alla piramide, b, l, m, n, adonque perche (per la ottaua) la proportione della piramide, a, c, d, e, alla piramide, b, l, k, l, è si come quella del lato, c, d, al lato, l, k, triplicata, & ancora della piramide, a, c, e, f, alla pira-

come in la settima di questo è stato dimostrato, adonque etiam le colonne saranno equale, conciosia che quelle siano el treppio alle sue pyramide, per laqual cosa è manifesto la seconda parte di quello che stato proposto.

Di ogni due colonne latetate simile, la proportione di l'una a l'altra e si come del lato al suo relatiuo lato la proportione triplicata.

Se le colonne saranno simile (per la diffinitione di corpi simili,) la basa di quelle & le altre superficie circondante quelle saranno simile: E per tanto siano divise le base di quelle in triangoli simili & di numero equali, si come la decimaottaua del sesto propone esser possibile, & quelle colonne siano divise in seratili stanti sopra quelli triangoli, adonque studia di prouare li seratili, di l'una esser simili alli seratili di l'altra: cadauno al suo relatiuo, laqualcosa facilmente approuerai (per el presupposito & per la sesta, & quarta, & quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile: & per la diffinitione di corpi simili) et prouato questo (per la trigesimasesta del undecimo) la proportione di cadauno di seratili di una, al suo relatiuo seratile di l'altra, sarà si come la proportione del suo lato: al lato di quello, triplicata. Et perche la proportione de tutti li lati è una medesima: conciosia che tutti li seratili di una siano simili alli suoi seratili relatiui di l'altra, Seguita (per la undecima del quinto) che sia una medesima proportione di tutti li seratili di una alli suoi seratili relatiui di l'altra: per laqual cosa (per la decima terza del quinto) la proportione che è del seratile di una al suo seratile relatiuo di l'altra, quella medesima & de tutti tolti insieme alli tutti tolti insieme: & perche tutti li seratili di l'una, & di l'altra tolti insieme componeno le colonne, & li lati relatiui di seratili, sono li lati relatiui delle colonne (per la. 11. del quinto) è necessario che la proportione delle colonne sia come la proportione triplicata di suoi lati relatiui che è il proposito.

Correlario.

Da queste cose certamente è manifesto anchora che le piramide simili che hanno le base de molti angoli fra loro sono in treppia proportiõ della proportione di lati delle medeme perche diuise quelle in piramide che habbiano le base triangolare perche le base poligonie simile (per la decimanona del sesto) se diuidono in triangoli simili, & inequal multiplicità, & della medema proportione di tutti, sarà si come una delle piramide che ha la basa triangolare in l'una a quella una a se relatiua che ha la basa triangolare in l'altra piramide, & cosi è tutte le piramide che ha le base triangolare che stanno in l'una a tutte le piramide che hanno la basa triangolare che stãno in l'altra (per la duodecima del quinto) & questo è quella medesima piramide che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia, & la piramide che ha la sua basa triangolare alla piramide che ha la basa triangolare è in treppia proportione de la proportione di lati delle medesime (per la

prece-

quarta del quinto l'altra quante volte sarà necessario) tu concluderai facilmente il proposito.

Adonque da questo è manifesto che tutte le colonne laterate conssi tuide sopra una medesima basa, over sopra base equale, se saràno equal mente alte saranno equale.

Perche conciosia che di sopra è stato prouato, qualmente le colonne laterate sia no proportionale alle sue base, et essendo posto esser le medeme base over equale è ne cessario (per la vigesimaquarta del quinto) che etiam le colonne siano equale.

Anchora è manifesto tutti li solidi paralellogrammi, seratili, & colõ ne laterate, se seranno equalmente alte, quelle anchora, se approuano esser necessariamente proportionale alle sue base.

Perche tutte queste son specie di colõne laterate, delle quale di sopra è stato uni uersalmente prouato esser il uero quello che è detto.

Ogni colonna laterata, e treppia alla sua piramide.

Sia diuisa la base della colonna in triangoli, & secondo el numero di quelli triangoli: sia diuisa la colonna in seratili, & la pyramide della colõna, in pyrami de che habbiamo le base triangole, cioè quelle che sono base di seratili, E per tanto è manifesto cadauno seratile esser treppio a quella pyramide laquale sia sopra la me desima basa con esso seratile, & questo è stato dimostrato in la sesta di questo duode cimo libro. Adonque (per la decimaterza del quinto) tutti li seratili tolti insieme, a tutte le pyramide tolti insieme, e necessario esser treppii & conciosia che da tut ti li seratili tolti insieme se compisse la colonna, & da tutte le pyramide tolte insie me sia compita la pyramide della colonna, e manifesto esser il uero questa nostra propositione.

Se qualunque due colonne laterate saranno equale le base di quel le saranno mutue alle altezze di quelle medesime. Et se le base di quel le & le altezze saranno mutue le medesime colonne è necessario esser equale.

Perche se le colonne siano equale, le pyramide di quelle saranno equale per che ogni laterata colonna e treppia alla sua pyramide, & se le pyramide saranno equale le base saranno mutue alle sue altezze, si come è stato dimostrato in la settima di questo, adonque perche le base delle colonne: & delle sue pyramide sono quelle medesime, & le altezze sono le medesime è manifesto la prima par te del proposito. Hor siano adonque le base & le altezze delle proposte colon ne laterate mutue. Dico che le colonne saranno equale, perche conciosia che siano le medesime base & le medesime altezze delle colonne, & delle sue pyramide le base & le altezze delle pyramide delle proposte colonne saranno mutue. Se que sto che stato posto delle colonne, sarà il uero adonque le pyramide saranno equale

come

ramide laterata e parte di essa pyramide rotonda. Adonque la pyramide. a. non è meno della terza parte della sua colonna,ne etiam è piu della terza parte. Perche(se egliè possibile)sia la pyramide,a,piu della terza parte della colonna,a,in la quantità del corpo,b,talmente che detratto il corpo,b,della pyramide,a,lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna,a,(Dico adonque si come prima) della pyramide,a,sia inteso esser detratta la pyramide laterata a se equalmente, alta,la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio.a,laqual pyramide laterata e manifesto esser piu della mitade della pyramide rotonda. Similmente del residuo della pyramide,a,un'altra volta siano intese esser detratte le pyramide equalmente alte constituide sopra li triangoli,e,d,e,f,liquali sono in le portione del la basa, & questo sia fatto tante volte(per la prima del decimo)che dalla pyrami de,a,rimanga meno del corpo.b. Adonque la pyramide laterata)soprastante allo inscritto poligonio)laquale compreno le pyramide laterate:detratte dalla rotonda pyramide sarà maggiore della terza parte della colonna.a. Et perche quella pyramide laterata(come a provado in le precedente) & la terza parte della sua colonna laterata,a,finalmente seguita(per la seconda parte della decima del quarto) la colonna rotonda,a,esser minore della colonna laterata della medesima altezza:la basa della quale è il poligonio inscritto in la basa della rotõda pyramide. Et questo è impossibile: perche questa colonna laterata è parte della colonna rotonda:Conciossia adonque che la colonna rotonda non possi esser meno del treppio della sua pyramide ne etiam piu,sarà necessariamente treppia a quella che è quello che volemo demostrare.

Theorema.10. Propositione.10.

10 12 La proportione di l'una a l'altra di ogni due piramide rotonde simili,& colonne rotonde simili, e si come la proportione triplicata del diametro della sua basa:al diametro dalla basa di l'altra.

Siano li dui cerchij,a,& ,b,sopra liquali siano constituide due pyramide rotonde simile:& due colonne rotonde simile & siano detti li cerchij, & le pyramide, & le colonne,& li diametri di cerchij,da questi nomi,a,& ,b,equidace. Dico adonque che la proportione delle due pyramide,a,& ,b,& delle due colonne,a,& ,b,e, si come la proportione triplicata di dui diametri,a,& ,b,& se questo de le pyramide non consentite etiam quello delle colonne sarà manifesto(per la decimaquinta del quinto)conciossia che ogni colonna rotonda (per la precedente)sia treppia alla sua pyramide. Et questo delle pyramide,sarà manifesto per la demostratione che induce a l'impossibile.perche(per quella communa scientia posta in el principio della demostratione della seconda di questo duodecimo libro)la proportione che è del diametro,a,al diametro,b,triplicata,la medesima è della pyramide,a,ad alcun corpo. Adonque sia quel tal corpo,c,del qual dico che quello non puol esser minore ne maggiore della pyramide,b,sia primamente minore (se sarà possibile)in la quantità del corpo,d,talmente che li dui corpi,c,& ,d,tolti insieme siano quanto la pyramide

precedente) adonque & quella che ha la baſa poligonia a quella che la baſa ſimilmente poligona ha treppia proportione, che è il lato al lato.

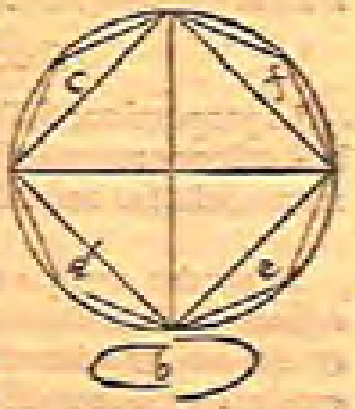
Il Tradottore.

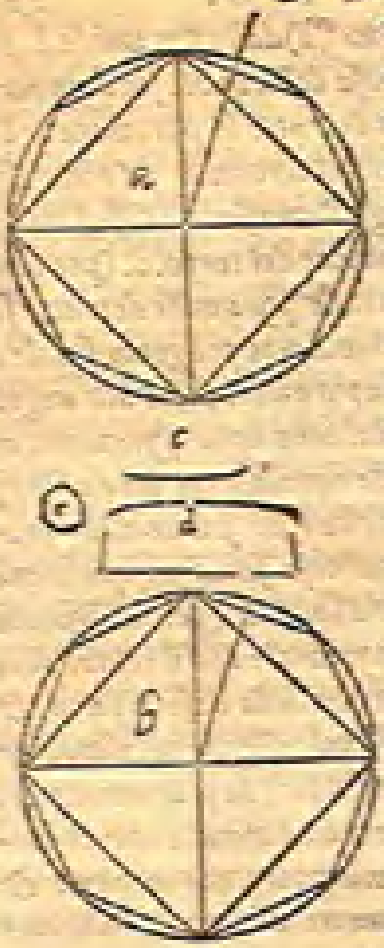
Lo ſopraſcritto correlario ſe ritroua ſolamente in la ſeconda tradottione elqual conclude quello che fu interpoſto in principio, ideo &c.

Theorema. 9. Propoſitione. 9.

Ogni colonna rotonda, s'approua eſſer treppiana alla ſua piramide.

Sopra il cerchio. a. ſia inteſo una colonna & una piramide erette, ſecondo una medeſima ſua altezza, Et ſiano dette (equiuoce) quella piramide & la colonna, et il cerchio di uno medeſimo nome cioè. a. Dico adonque che la colonna. a, è treppia alla piramide. a. la prouatione della quale e perche la non puol eſſer ne maggiore ne minore che treppia. Perche primamente (ſe poſſibile è) ſia maggiore che treppia in la quantità del corpo. b. talmente che ſe'l corpo. b. ſia cauado fuora della colonna. a. el reſiduo di quella ſarà treppio alla piramide. a. Sia adonque inſcritto un quadrato in lo cerchio. a. ſopra il quale ſiano deſcritti duoi ſeratili equalmente alti alla colonna. a. di quali duoi ſeratili tolti inſieme è manifeſto che ſono piu della metà di la colonna. a, ſi come è manifeſto eſſo quadrato eſſere piu della metà del cerchio. a. Perche ſe da queſti ſeratili ſaranno compidi li ſolidi paralellogrammi di quali eſſi ſono la metà de eſſa colonna ſarà parte di eſſi ſolidi tolti inſieme, et da puoi ſopra li lati del quadrato inſcritto deſcriuerò quattro triangoli de duoi lati equali, in le portione del cerchio delle quale portioni, li lati del lo quadrato ſono corde, diuiſi li archi di quelle portioni in due parti equali, & ſiano quelli triangoli, c, d, e, f, ſopra liquali etiam erigerai li ſeratili alla altezza della colonna, a, & è manifeſto che queſti ſeratili ſono maggiore della mitade delle portioni delle colonne ſtante ſopra le portioni del cerchio ſi come etiam li triangoli ſono maggiori della metà delle portioni del cerchio. Et queſto ſia fatto tante volte per fina a tanto (che per la prima del decimo) l'aduerſario ſia conſtretto a confeſſare le portioni delle colonne tolte inſieme eſſere meno del corpo. b. Hor poniamo adonque che ſia la colonna laterata ortogona laqual compone tutti li ſeratili tolti inſieme di quali le baſe ſono li triangoli duodeceſi lo poligonio inſcritto in lo cerchio. a. maggior dei treppio della piramide rotonda. a. & perche eſſa colonna laterata è treppia alla ſua piramide: ſi come è ſtato dimoſtrato in quelle propoſitioni che ſono ſtate aggionte in la precedente, ſeguita (per la ſeconda parte della decima del quinto) che la piramide rotonda, a, ſia minore della piramide laterata della colonna laterata della qual la baſa e lo poligonio inſcritto in la baſa della piramide rotonda, a, laqual coſa è impoſſibile, perche la piramide



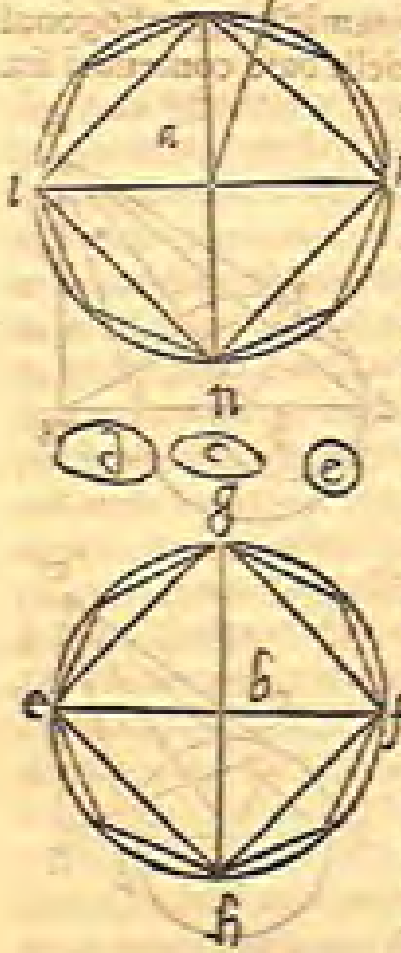


mide,b, al corpo che è minore della piramide rotonda, a,(cioè el,d,)è si come la proportione triplicata del suo diametro. b. al diametro di l'altra, & questo è impossibile. Perche havemo dimostrato seguir che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque conciosia che il corpo. c. non possi essere minore ne maggiore della piramide rotonda. b, necessariamente sarà a lei equale. E per tanto per la seconda parte della settima del quinto è manifesto il proposito.) Ma il processo di questa dimostratione a noi manifesta solamente esser necessario a quelle colonne etiam piramide rotonde delle quale li assi stanno perpendicolare alle sue base. Perche tale furono diffinite in el principio del undecimo, nientedimeno conciosia che la passione dimostrata in questo loco conuenga communamente a tutte le colonne rotonde simile, & alle pyramide rotonde simile cioè quando le assi saranno erette orthogonalmente sopra le sue base, ouero quando sopra quelle saranno inclinate, & per causa di differentia siano chiamate queste colonne, & piramide rotonde delle quale le assi stanno orthogonalmẽte sopra a le base erette. Et le altre siano dette inclinate. Et pche in el principio del undecimo nõ sono state diffinite le colonne, ouer piramide rotõde salvo solamẽte quelle che chiamano erette, et queste p el movimẽto d'un parallelogrammo rettangolo: cioè quelle p il movimẽto d'un triangolo rettangolo. Et però havemo pensado esser conveniẽte diffinire le colonne rotonde & le piramide con diffinitione (communamente usitate) conuenienti alle colonne rotonde, & piramide erette: & inclinate. Adonq; quãdo fora della superficie di alcun cerchio. S'è signato un ponto el quale sia continuado per linea retta con la circonferentia di esso cerchio se quella tal linea dal ponto signato stante fermo e fisso sia circondutta per la circonferentia del detto cerchio per fina a tanto che ritorni al loco dove incominciarà a moversi el corpo che sarà contenuto dalla curua superficie che descriverà questa tal linea con el suo movimento, & dal cerchio al qual è circondutta lo chiamo pyramide rotonda, & lo cerchio al quale è circondutta questa linea lo chiamo basa di quella pyramide, & lo ponto fisso signato fora della superficie del cerchio lo chiamo cono della pyramide & la linea retta continuante il centro della basa con il cono della pyramide la chiamo assi ouer sagitta della pyramide. Et quando che questa sagitta sarà perpendicolare alla basa. Dico la pyramide esser eretta: & quãdo sarà inclinato dico esser la pyramide inclinata. Ma quando saranno dui cerchij equali descritti in due superficie equidistante, ligati una piana superficie (transiente per li centri di quelli) la segarà & le due relatiue sectione delle due circonferente di essi cerchij seranno continuate per linea retta. Se questa linea sia circondutta in le circonferentie

di

mide.b. Adonque (si come in la seconda parte della premessa) dalla pyramide.b. sia detratta la pyramide laterata a se equalmẽte alta la basa della quale sia il quadrato inscritto in el cerchio.b. & dal residuo di quella sian detratte le pyramide della medesima altezza stante sopra le triegoli delle portione del cerchio.b. Adonque sia fatto questo tante volte per fina a tanto che se constringa l'auersario a cõfessare (per la prima del xo.) che lo residuo della pyramide.b. sia minore del corpo.d. (per comune scientia) la laterata pyramide, che compone le partiale pyramide detratte sarà maggiore del corpo.c. adonque sia inscritto in lo cerchio.a. uno poligonio simile a quello che è basa della pyramide laterata detratta della pyramide.b. et alli angoli di quello poligonio inscritto in lo cerchio.a. sira le linee dal cono della pyramide.c. compiendo sopra a quello poligonio, la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide rotonda.c. Adonque studia di demonstrare questa esser simile alla pyramide laterata detratta dalla pyramide rotonda.b. laqual cosa farai per questo modo. in l'una & l'altra pyramide tu erigerai lassi di quella laquale (per la diffinitione) sarà la linea continuante le uertize cuer cima della pyramide con il centro di la basa, & sarà perpendicolare alla basa, & dapoi delli centri delle basi in l'uno & l'altro cerchio protrarai semidiametri a tutti li angoli li duoi poligoni inscritti, & conclusa che (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del assis di l'una a lassis di l'altra, sia si come del diametro della basa di l'una al diametro della basa di l'altra. E però etiam (per la decimaquarta del quinto: & per la equal proportionalità) si come della mità del diametro alla mità del diametro: & sian tutti li angoli (che contien le assis) in l'una & l'altra (con li semidiametri) retti (per la sesta propositione del sesto libro, & per la quarta del medesimo per la diffinitione delle superficie simile, & per la diffinitione di corpi simili) è necessario che la pyramide laterata.a. sia simile alla pyramide laterata.b. per laqual cosa (per la propositione aggionta alla ottaua di questo) la proportione della pyramide laterata.a. alla laterata.b. è si come la proportione triplicata del lato di l'una al suo relativo lato di l'altra & però etiam si come del diametro.a. al diametro b. triplicata. Et per tanto anchora si come della pyramide rotonda.a. al corpo. c. (per la undecima del quinto (per laqual cosa permutatamente, la proportione della pyramide laterata.a. alla pyramide rotonda.a. sarà si come della pyramide laterata.b. al corpo.c. & perche la pyramide laterata.b. è maggiore del corpo.c. la pyramide laterata. a. sarà maggiore della pyramide rotonda.a. laqual cosa è impossibile essendo parte di quella. Adonque il corpo.c. non è minore della pyramide rotonda. b. Resta adonque di prouare che'l non può essere maggiore. Pur se lo auersario dicesse quel esser maggiore all'hora sia arguido (per la conuersa propositionalità) la proportione del diametro.b. al diametro.a. triplicata esser si come della pyramide rotonda.b. ad alcun'altro corpo il quale sia.d. Et perche (dal presupposito) el corpo.c. è maggiore della pyramide rotonda.b. seguita (per la decimaquarta del quinto) che la pyramide rotonda.a. sia maggiore del corpo.d. Adonque argumentando come prima sottrahendo el corpo.d. alla pyramide rotonda.a. & rimanga il corpo.e. & seguitar come prima. Adonque la proportione della pyra-

ramide,c,d,e per tanto li duoi archi,f,g,& ,k,l, siano simili: & siano intese le due superficie.a.b.f.c.d.K. uegnir fuora da li assis , & segar le piramide,a, b, & c,d, simile. Dico adonque li duoi angoli,a,b,f,c,d,k,e ſſer fra loro equali, & per dimostrar questo siano protratte le due linee,f,m, & ,k,n, adonque perche le due piramide,a,b, & ,c,d, sono simile, & le due superficie,a,b,m,c,d,n, che siano ortogonalmente sopra le base uengono fuora dalle assis di quelle, & (per la diffinitione delle piramide simili) l'angolo.a.b.m. sarà equale al angolo,c,d,n, et perche (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmẽte erette sopra una superficie) l'uno et l'altro di duoi angoli,a,m,b,c,n,d, eretto, (per la.3.2.del primo et per la.4.del.6.) li duoi primi triangoli,a,b,m, et ,c,d,n, saranno de lati proportionali cioè che la proportione della linea,a,b, alla linea,c,d, sarà si come della,b,m, alla,d,n, & si come dalla,a, m, alla,c,n, et perche (dalla diffinitione delle piramide simile) la proportion del assis.a.b.al.assis.c.d.e si come del mezo diametro.b.f.al mezzo diametro.d.k. (per la.11.del quinto) la proportione del,b,f, al ,d,K. sarà si come della,b,m, alla,d,n, et conciosia che li duoi angoli,f,b,m, & ,K,d,n, siano equali imperoche li duoi archi,f, g.& .k.l. sono simili (dal presupposito) la proportione della,f,m, alla,k,n, (per la sesta et quarta del sesto) sarà si cõe della,b,m, alla,d,n, E però et si come della,a,m, alla,c,n, et pche un' altra uolta (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra una superficie) l'uno e l'altro di duoi angoli.a.m.f.c.n.k.e retto (per la 6.e 4.del.6.) la proportione della.a.f. alla.c.k. sarà si come della.a.m. alla.c.n.e però (per la undecima del quinto) si come della,a.b. alla.c.d. et si come della b.f. alla.d.K. adõque (per la quinta del sesto) li duoi angoli.a.b.f. & c.d.k. sono fra loro equali cõ'è il proposito.il medesimo facilmente proue-

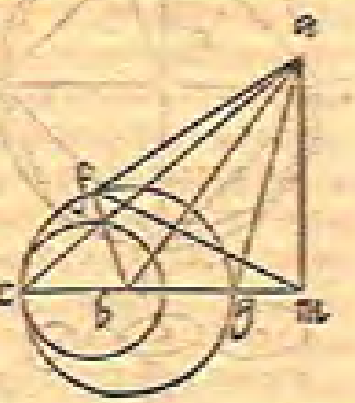


krai delle colonne rotonde simile.adõque per questo che stato dimostrato dico che ogni due piramide rotonde simile siano come si uoglia, uer erette uuer inclinate. la proportione di l'una a l'altra.e si come la proportion triplicata del diametro della sua base al diametro della base di l'altra. Perche essendo come prima le due piramide rotonde,a, & ,b, delle quale le base sono li cerchij. a, & ,b, & li diametri di questi siano ancbora,a, & ,b, et sia la proportione della piramide,a, al corpo,c, si come la proportione triplicata del diametro,a, al diametro,b, adõque il corpo,c, nõ sarà minore ne maggior del la piramide rotonda.b. Et per dimostrar questo sia (se possibile è) minore in la quantità del corpo,d, talmente che li duoi corpi,c, & d, tolti insieme siano quanto la piramide rotonda b. Adonque dalla assis della piramide,b, sia produtta una superficie che sia eretta ortogonalmente sopra il cerchio, b, Et sia la commune sectione di questa superficie & del cerchio, b, la linea.

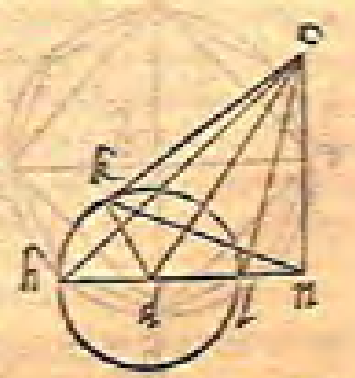
di essi cerchi equidistantemente al loco del quale incominciarà a mouersi per fina a tanto che la ritorni al loco suo. Et corpo che è contenuto dalla superficie curua (che descriue quella linea nel moto suo) & dalli dui propositi cerchi: lo chiamo colonna rotonda, lo assis, ouer sagitta della quale è la linea retta continuante li centri delli dui cerchi. Et quando questa sagitta sarà perpendicolare alla superficie di l'uno e l'altro di dui cerchi, dico la colonna esser retta, & quando sarà inclinata sopra la basa dico tal colonna esser inclinata: & quando seranno due piramide rotonde ouer colonne delle basi delle quale per lassis usciscano due superficie orthogonalmẽte erette sopra le basi di quelle et li angoli che contene le commune sectioni di quelle superficie, & delle basi, con lo assis saranno fra loro equali, & la proportione delle assis di l'una al assis di l'altra sarà si come della mità del diametro di la basa di l'una alla mità del diametro della basa di l'altra. Al hora quelle due piramide fra loro: ouer quelle due colonne fra loro dico esser simile. Poste queste diffinitioni: egli è da dimostrare che de ogni due piramide rotonde simile, ouer colonne rotonde simile, ouer si seranno rette ouer inclinate: la proportione di l'una a l'altra è si come la proportion triplicata del diametro della basa di l'una al diametro della basa di l'altra laqual cosa delle erette sole è stato dimostrato, & questo mandamo auanti uno antecedente necessario.

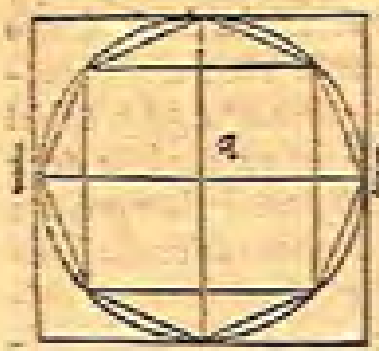
10 c

Se saranno due piramide rotonde fra lor simile, delle quale due & due superficie piane seghino l'una e l'altra di quelle sopra lo assisse che l'una de quelle due superficie in l'una e l'altra piramide sia orthogonalmente erette sopra la basa di quella. & li archi delle base contenuti fra quelle due superficie simili, li angoli che contiene le assis & le due commune sectioni delle base e di quelle superficie che sono state poste nõ orthogonalmente erette sopra le base seranno fra loro equali.

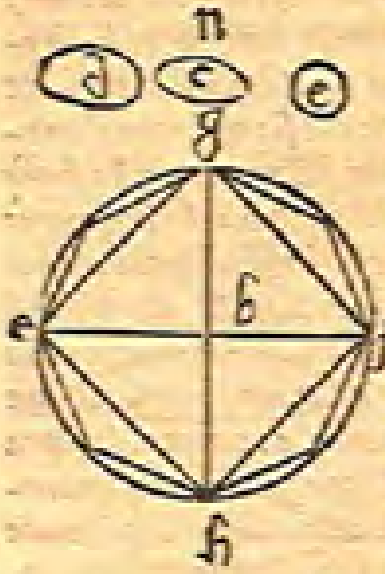


Sia le due piramide rotonde, a, b, & c, d, (delle quale le base sono li cerchi e, f, g, & b, k, l, et le assis le due linee a, b, & c, d, & li diametri delle base e, g, & b, l, li centri delle base sono li dui punti, b, & d, li coni delle piramide, a, & c,) simile fra loro, & dalli coni di quelle, siano protratte due perpendicolare (come insegna la undecima del undecimo) alla superficie delle base le quale sono, a, m, & c, n, & siano continuate li punti, m, & n, con li centri delle base protratte le linee b, m, & d, n, & la superficie, a, b, m, laqual mentre sera delle assis a, b, (per la. 18. del. 11.) sarà eretta sopra la basa della pyramide orthogonalmente, per lo medesimo modo la superficie, c, d, n, laqual mentre sera della assis, c, d, sarà eretta orthogonalmente sopra la basa della py-





Sopra li dnoi cerchij a, & ,b, siano fatte (come per auanti) due piramide rotonde equalmente alte le quale siano dette similmente .a. & .b. etiam due colonne rotonde equalmente alte assignate dalle medesime letter .a. & .b. dico adonque che la proportione delle due piramide .a. & .b. & delle due colonne .a. & .b. è si come di dui circoli .a. & .b. se primamente, questo delle piramide sarà demostrato etiam quello delle colonne sarà manifesto, perche ogni colonna rotonda è tripla al la sua piramide; ma questo delle piramide sarà manifesto per demostratione indiretta in questo modo. perche (per communa scientia) la proportione della piramide rotonda .a. ad alcun corpo e si come del cerchio .a. al cerchio .b. sia quel corpo .c. Dico adonque che'l corpo .c. non puol esser maggiore ne minore della piramide rotonda .b. perche (se possibile è) sia primamente minore in la quantità del corpo .d. adonque sia inscritto uno quadrato in lo cerchio .b. & sia detratto dalla piramide rotonda .b. la piramide laterata, della quale la basa sia el quadrato inscritto lo cerchio, b, e dalle portione nella piramide siano detratte le piramid che hanno sopra li triangoli delle portioni del cerchio, e questo sia



fatto tante volte per fina a tanto che il residuo della piramide .b. sia minore del corpo, d, & la piramide laterata detratta (che compone le piramide partiale detratte) sarà maggiore del corpo, c. adonque in lo cerchio .a. sia descritto un polygonio simile a quel polygonio che è basa della piramide laterata, b, et sopra quello sia compodo una piramide laterata dutte le linee dalla uertice della piramide laterata .a. alli angoli del polygonio inscritto, & le due piramide laterate .a. & .b. saranno equalmente alte: perche questo è il proposito delle rotonde, per laqual cosa la proportione della piramide laterata .a. alla piramide laterata .b. è si come di la sua basa alla basa di quella cioè si come del polygonio .a. al polygonio .b. & questo è stato demostrato in la sesta di questo, & del polygonio .a. al polygonio .b. è si come del cerchio .a. al cerchio, b. laqual cosa è manifesta (per la prima & seconda di questo.) Adonque della piramide laterata .a. alla piramide laterata .b. è si come della piramide rotonda, a, al corpo .c. per laqual cosa permutatamente della piramide laterata, a, alla piramide rotonda, a, è si come della piramide laterata .b. al corpo .c. & concio sia che la piramide laterata .b. sia maggiore del corpo .c. seguita la piramide laterata, a, esser maggiore della piramide rotonda .a. & questo è impossibile perche lei è parte di quella, adonque el corpo .c. non sarà minore della piramide rotonda .b. Ma se l'aduersario porrà che sia maggior demostreremo un'altra volta conseguire il medesimo impossibile: perche (per la conuersa proportionalità) la proportione del corpo, c, alla piramide rotonda, a, sarà si come del cerchio .b. al cerchio .a. sia anchora la ma-

nea.e.f.transiente per il cerchio.b.laquale sarà diametro del cerchio.b. & dentro del cerchio.b. sia protratto un'altro diametro. segante questo primo orthogonalmente elquale sia.g.h. Et cosi in lo cerchio.b.sia inscritto lo quadrato.e.g.f.h. Et dal la piramide rotonda.b. sia inteso esser detratta la piramide laterata la basa della quale è il quadrato inscritto in lo cerchio.b. laquale come di sopra è stato prouato sarà maggiore della mità della piramide rotonda. & dal residuo di quella siano detratte le piramidette di quella medesima altezza stante sopra li triangoli delle portioni del cerchio.b. & sia fatto questo tante volte per fina a tanto che'l residuo della piramide rotonda.b. sia minore del corpo.d. (per la prima del decimo) & (per la concettione) la piramide laterata detratta laquale compreneno le piramide laterate partiale detratte sarà maggiore del corpo.c. Adonque al presente sia produtta dal assis della piramide.a. un'altra superficie che sia orthogonalmente eretta sopra il cerchio.a. Et la linea.k.l. sia la communne sectione di questa superficie, & del cerchio.a. laquale per questo sarà diametro del cerchio.a. Et sia protratto in el cerchio.a. un'altro diametro segante questo primo orthogonalmente elqual sia.m.n. & cosi sia inscritto in lo cerchio.a. lo quadrato.k.m.l.n. Et dividendo li archi delle portioni del cerchio.a. in due parti equali compreendo in lo cerchio.a. un poligonio simile a quello che è inscritto in lo cerchio.b. & a cadauno angolo di questo poligonio protrahe le linee rette dal cono della piramide.a. compiendo sopra quel poligonio la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide.a. e tu prouerai. questa piramide laterata esser simile alla piramide detratta dalla piramide rotonda.b. laqual cosa farai in questo modo prouerai con la cogitatione ouer in atto li axis di l'una e l'altra in l'una e l'altra pyramide.a. & b. & dalli centri delle base protrarai le linee rette a tutti li angoli di poligoni inscritti, & (per lo premesso antecedente) tutti li angoli che contene lassis della piramide.a. con cadauna di quelle linee dutte dal centro del cerchio.a. alli angoli del poligonio inscritto in quello saranno equali alli suoi angoli relatini. che contiene lassis della piramide.b. con cadauna delle linee dutte dal centro del cerchio.b. alli angoli del poligonio a se inscritto e perche (per la diffinitione delle piramide rotonde simile) la proportione del assis della piramide.a. al assis della piramide.b. è si come del semidiametro del cerchio.a. al semidiametro del cerchio.b. seguita (per la.6. & .4. del sesto) & per le diffinitioni della superficie & di simili corpi) che le due piramide laterate.a. & .b. siano simile tutte le altre cose anguisse si come per auanti in la decima adonque è manifesto de tutte le piramide rotonde simile che la proportione di quelle, sia si come di diametri delle sue base triplicata. e perche ogni colonna rotonda è treppia alla sua piramide perche questo è stato dimostrato sufficientemente o siano le colonne et sue piramide erette ouer inclinate seguita (per la.15. del.5.) che etiã la proportione di qual si voglia colonne rotonde simile sia si come quella di sue diametri triplicata.

Theorema.11. Propositione.11.

11 Ogni due piramide rotonde ouer colonne equalmente alte è neces-
11 sario eller proportionale alle sue base.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta parte (laquale pare che sia una aggionta del comentatore) nella seconda traduttione. L'Autore ne fa due propositione laquale l'una è la decimaterza & l'altra è la decimaquarta. Et per la detta decimaterza figuralmente adusse la colonna.a.d. segata dalla superficie.g.b. equidistantemente alle



due base cioè alle due base.a.b.& c.d.& conclude il medesimo che se fa nella soprascritta aggionta cioè che si come che è la colonna partiale.b.g. all'altra colonna partiale.g.d. così sarà laxis. e.K. al axis.k.f. et per dimostrar tal cosa el vole che sia alongato da l'una & l'altra parte laxis.e.f. per fina in li ponti.l.m. & di quelle vol che ne sia tolte quante parte ne pare equale alla sua conterminale poniamo le due.e.n.& n.l. equale alla parte.e.k. & così le due.f.x.& x.m.(over piu) equale alla.f.k. & similmẽte el vole che per li ponti.l.n.et x.m. sia estese le superficie.p. o.s.r.t.y q.u. equale & equidistante alle.a.b.& c.d. et vole che



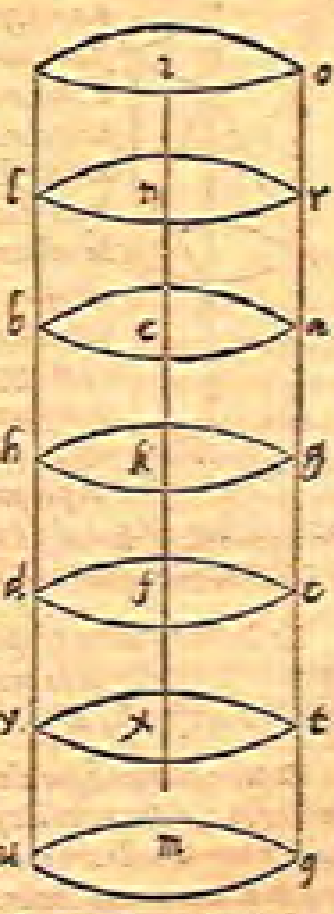
siano intesi le colonnette partiale.p.r.r.b.d.t.t.u. Et perche le axis.l.n.n.e.e.k. sono fra loro equale adonque le partiale colonne.p.r.r.b.b.g. (per la undecima) sono equale fra loro & similmente sono di equal multiplicità alla colonna.b.g. si come laxis k.l. al laxis.e.k. Et per le medesime ragioni se die intendere del la colonna.n.g. alla colonna.g.d. esser così multiplice come che è laxis.m.k. al.axis.k.f. et perche se laxis.k.l. sarà equale al axis k.m. etiam la colonna.p.g. sarà equale alla colonna.g.u. & se sarà maggiore sarà maggiore & se sarà menore sarà menore, per il che (per la diffinitione delle quantità proportionale cioè per la sesta diffinitione del quinto) se conclude che le quattro quãtità sono proportionale cioè le due axis.e.K. & k f. & le due colonne partiale.b.g. & g.d. che è il proposito. Et bisogna notar che quella figura che di sopra chiamamo colonna nella predetta seconda traduttione è detta cylindro.

La decimaquarta propositione propone che li cori etiam li Cylindri che siano sopra base equale che la proportione da l'uno a l'altro & si come la altezza di l'uno alla altezza di l'altro.

Et per essempio figurale sia sopra le due base. a.b.& c.d. equale. Li duoi cylindri,f,d,e,b, Dice che il cylindro,e,b, al cylindro,f,d,e si come la axis.g.b. al axis k.l. & per dimostrar tal cosa vol che sia estesa over alongata la axis. k. l. per fina in ponto.n. talmente che la.l.n. sia equale alla axis.g,b. & atorno al axis.l.n. vol che se gli intenda il cylindro.c.m. poi arguisse in questo modo. Adõque perche li doi cylindri,e,b,et c,m, sono di equal altezza è sopra base equale (p la. 11. di questo) sono fra loro equali, & perche il cylindro.f.m. è segato dal piano,c,d, equidistantemente

La medesima della piramide rotonda.b,ad alcun corpo elqual sia,d, Conciosia adonque che'l corpo,c,sia maggiore della piramide rotonda.b.(per el presupposito) la piramide rotonda.a.(per la decimaquarta del quinto) sarà maggiore del corpo,d, Adonque la proportione del cerchio,b,al cerchio,a,sarà si come della piramide rotonda.b,ad alcun corpo menor della piramide rotonda.a. Ma questo è stato dimostrato per ananti esser impossibile, perche cosi seguita che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque el corpo.c. non è ne minore ne maggiore della piramide rotonda,b,ma solamente equale: E per tanto(della seconda parte della settima del quinto conclude il proposito.) Ma acciò che piu facilmente & fermamente sia dimostrata la proposizione che seguita: egliè necessario di mandare ananti uno antecedente a quella utile: elqual è questo.

11 13 14 Se una superficie segarà alcuna colonna rotonda equidistantemente alla basa di quella,li duoi corpi partiali liquali terminano a quella superficie saranno proportionali alle parti de laisis della colonna.

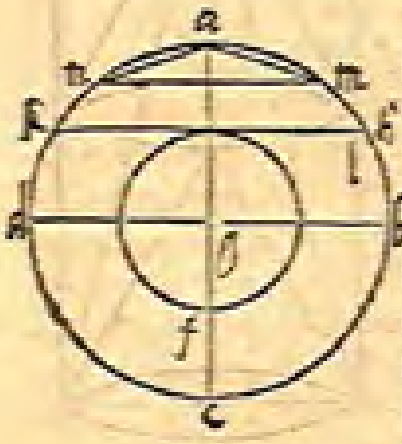


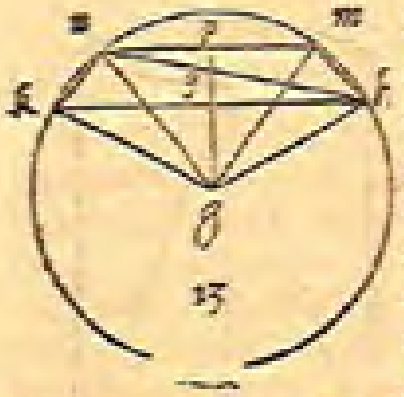
Questo è simile a quella che se propose in la sigesimaquinta del undecimo libro di solidi paralellogrammi ne solamente questo delle colonne rotonde e il vero: anci piu presto simplicemente de tutte le sorte colonne o sieno laterati ouer rotonde, laqual cosa(che tenirà fermamente la argumentatione di la prima del sesto(ouer della sigesimaquinta del undecimo) facilmente potrà dimostrare, perche in questo loco nō altramente che in quello egliè di argumentare il proposito (per la diffinitione della incontinua proportionalità: laquale è posta in el principio del quinto libro.) Ma bisogna advertire che qualunque superficie segbi una colonna equidistantemente alla basa di quella: sega etiam quella equidistantemente alla superficie opposita alla basa di quella, perche ciascune superficie. lequale sieno equidistante a una medesima superficie, quelle anchora sono fra loro equidistante come intendesti da quelle cose che sono state dette sopra la decimasesta del undecimo libro. Per laqual cosa è manifesto che tutte le colonne rotonde delle quale le basse sono equale, sono proportionale alle sue altezze. Il medesimo anchora delle laterate & similmente anchora delle piramide rotonde etiam delle laterate, laqual cosa essendo provato prima delle colonne delle piramide sarà manifesto, perche ogni colonna è treppia alla sua piramide la rotonda (per la nona di questo) & la laterata (per quelle cose che sono state dimostrate di sopra in la ottava.

que è manifesto la prima parte, la seconda se manifestarà (per il modo contrario) fazendo la medesima dispositione. Hor sia si come della basa.c. alla basa.a. così l'altezza.a.b.alla altezza.c.d. Dico che le due colonne.a.b.& c.d. sono equale, perche (per la secõda parte della settima del quinto) la altezza.c.b.alla altezza.a.e. sarà si come della basa.c.alla basa.a. Et perche (per la precedente) la colonna.c.d. alla colonna.a.e.e si come della basa.c.alla basa.a.& (per lo premesso antecedente) la colonna.a.b alla colonna.a.e.e si come la altezza.a.b.alla altezza.a.e. seguita (per la undecima del quinto) che la colonna.c.d.alla colonna.a.e.sia si come la colonna.a.b.alla medesima.a.e. adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due colonne, a,b,& c,d, sono equale, per laqual cosa è manifesto etiam la seconda parte.

Problema. 1. Propositione 13.

13/16 Quando seranno proposti duoi cerchii circondutti sopra uno medesimo centro, egliè possibile dentro il maggiore descriuere una superficie de molti angoli, de lati pari & equali laquale non tocchi il cerchio minore.





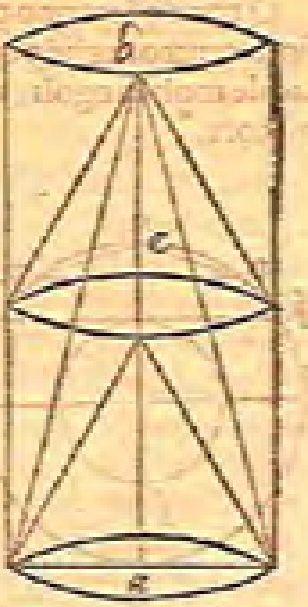
Siano li duoi cerchij, a,b,c,d,& ,e,f, circondutti sopra uno cõmun centro el qual sia.g. Dico che dentro al maggior cerchio (qual sia, a,b,c,d,) egliè possibile esser descritto un poligonio che sia equilatero, che niuno de suoi lati tocchi il cerchio minore el quale è, e, f, & per far questo siano diuisi questi duoi cerchij in quattro parti equali da duoi diametri fra loro segãdosi orthogonalmente sopra il centro di quegli liquali siano, a,c,& ,b, d, et sia, e,f, (diametro del minore) parte del diametro a,c, che è diametro del maggiore, & così adonque dal ponto, e, sia ductta (da l'una e l'altra banda per fina alla circonferentia del maggiore) una linea orthogonalmente sopra del diametro.e.f. laqual se incontri con la circonferentia del maggiore di qua in ponto.b.e di la in ponto.k.& (per lo correlario della decimaseptima del tertio) la linea.b.e.K.e contingente il cerchio minore, & dapoi divide il quadrante, a,b, del cerchio maggiore in due parti equali in pono, l, (secondo la doctrina della vigesimanona del tertio) dapoi un'altra volta divise lo arco.a.l.in due parti equali in ponto.m.et cõcosia che facendo questo più volte, di necessità ne pervenirai finalmente a uno arco il quale sarà minore di l'arco, a,b, & sia in questo loco, a,m, perche questo è necessario, perche essendo due quantità inequale, se della maggiore di quelli sia cauado la mità di quella, & similmente dal residuo la mità egliè possibile far questo tante volte per

fina

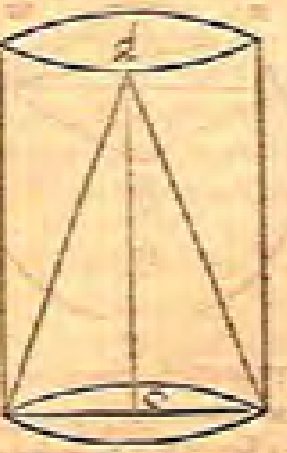
temente alle due base opposite adonque (per la precedente) si come è il cylindro.e. m.al cylindro.f.d.così è la axis.l.n.alla axis.k.l.E: perche el cylindro.e.m.è equale al cylindro.e.b. & la axis.l.n.alla axis.g.b. Adonque si come è il cylindro.e.b. al cylindro.f. d. così è la axis.g.b.alla axis. K.L.et si come il cylindro.e.b. al cylindro,f, d,così è il cono. a.g. b. al. cono.c. K. d. perche li cylindri de quelli sono tripli de diti coni (per la nona di questo) adonque (per la undecima del quinto) si come la axis,g,b,al axis,k,l,così è il cono,a,b,g,al cono,c,d,K,& lo cylindro,e,b,al cylindro,f,d,che è il proposito.

Theorema.12. Propositione.12.

12 15 Se due piramide rotonde ouer colonne saranno equale le sue base saranno mutue alle sue altezze, & se le sue base, & altezze saranno mutue quelle piramide,ouer colonne è necessario esser equale.



Le linee che discendeno dalla ponta alle base perpendicularmente determinano la altezza della pyramide: & delle colonne dalle superficie supreme di quelle alle base, siano adonque le due piramide rotonde. a.b.& c.d. equale, & le due colonne rotonde.a. b.& c.d.equale: & siano le commune base si delle piramide come delle colonne li duoi cerchij.a.& c.anchora le commune altezze si delle piramide come delle colonne, siano determinate per le due linee. a. b. & .c. d. Dico che la proportione del cerchio, c, al cerchio,a,è si come della altezza, a, b, alla altezza, c, d, & al contrario, & si sarà prouato questo delle colonne,delle pyramide sarà certo. Perche ogni colonna rotonda è treppia alla sua piramide adonque se le due altezze, a, b, & ,c, d,saranno equale (per la precedente)è manifesto il proposito,ma se sarāno inequale sia,a,b,maggiore & sia tolto. a. e. equale alla,c,d, & sia segata la colonna,a,b,dalla superficie,e, equidistantemente alla basa,a,di quella: & (per lo premesso antecedente) la colonna, a, b, alla colonna.a. e. sarà si come la altezza.a.b.alla altezza.a.e.e però (per la prima parte della festima del quinto)la colonna c,d,alla colonna,a,e, sarà si come la altezza,a, b, alla altezza,a,e,per laqual cosa (per la seconda parte della festima del quinto) si come la altezza,a,b,alla altezza,c,d,(per la precedente) & la colonna,c,d,alla colonna,a,e,e si come il cerchio,c,al cerchio.a. Adūque (per la undecima del quinto)la altezza,a,b,alla altezza,c,d,e si come della basa,c, alla basa,a, adonque



(per la prima parte della vigesimaquinta del primo) li duoi angoli k. n. m. & n. b. k. saranno equali e però (per la ultima del sesto) li duoi archi n. k. & n. b. saranno etiam equali.

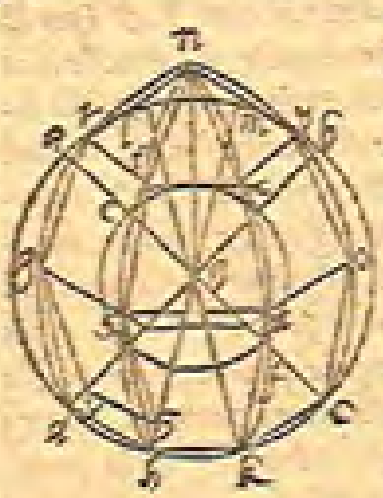
Correlario.

o / 16 Et da qui è manifesto che la perpēdicolare dutta dal ponto m. alla. a.c, non tocca il cerchio.

Problema. 2. Propositione. 14.

14 / 17 Proposte due sphere che habbiano uno medesimo centro, egli è possibile dentro della maggiore di quelle constituire figuralmente un solido di molte base, il quale, non tocchi la superficie della minor sphera. Et fatto questo, se in la minor sphera, over in qualunque altra sphera sia constituido intelligibilmente un corpo simile, la proportione del corpo de molte base constituto dentro della maggior sphera, al corpo di molte base constituto dentro della minor sphera, over altra, sarà si come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera al diametro della minore over d'altra sphera.

Siano le due sphere, a, b, c, d, & e, f, che habbia uno istesso centro il quale sia. g, et sia la maggiore de quelle la sphera. a, b, c, d, & la minore la sphera. e. f. volemo dentro della maggiore di quelle constituire un corpo di molte base, dellequale non intendemo che quelle base siano equale over simile, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della minor sphera. Adonque quando volemo far questo segaremo l'una et l'altra delle due proposte sphere insieme, con una superficie piana che transisca per il commun centro di quelle & (per la diffinitione della sphera & per la diffinitione del cerchio) le commune sectioni di questa superficie segante, & delle superficie delle sphere, saranno linee contenente circoli. Adonque siano li duoi circoli. a, b, c, d, & e, f, el centro di quali, è il centro della sphera delquale è stà proposto che quello sia el ponto. g. Quadraremo adonque questi duoi cerchij con duoi diametri fra loro seganti orthogonalmente sopra il commun centro di quelli, liquali siano a, c, & d, b. Dapoi dentro del maggior cerchio (secondo li precetti della precedente) inscriuemo un poligonio equilatero, il quale non tocchi con alcun di suoi lati il minor cerchio, & per causa di essempio, sia sufficiente hauer iscritto una figura di dodeci angoli equilatera, talmente che in el quadrante di quel maggior cerchio (elquale è. c. d.) siano tre lati di questa figura dodecagona, liquali siano le corde, d, b, k, b, & k, c, le quale concieosia che le siano equale. Anchora (per la prima parte della vigesimaterza del terzo) li archi di quelli saranno equali. Et da



poi

fina a tanto che finalmente rimanga una quantità minore della minore di quelle, si come in la prima del decimo è stato dimostrato. Quando adonque (duedendo così) se sarà peruenuto a uno arco (quanto si voglia) minore di.a,b, del qual modo (in questo loco) e l'arco.a.m. sia tolto lo arco.n. equale a l'arco,a,m, & siano dutte le due linee,a,m, & n,m. Adonque perche l'arco,a,k, è equale al arco,a,b, el quale (per la.2.parte della 3.del 3.& per la.4.del primo, & per la.28.del 3.) è manifesto. Et perche l'arco,a,n, è equale al arco,a,m, (per cõmuna scientia) l'arco n.k. sarà equale al arco.m.b. adonque le due linee.m.n. & .k b, sono equidistante. adonque la linea,m,n, non può toccare il cerchio,e,f, per laqual cosa molto più forte ne la linea.a.m. può toccar quello. Perche adonque è manifesto il cerchio.a.b,c,d, esser diuisibile p archi equali a l'arco,a,m, e però (per la vigesimasettima del terzo insieme) è manifesto dentro di esso cerchio poter esser coapcado continuamente cordette equale alla cordetta,a,m, cordãte esso cerchio di molti angoli per il che anchora è manifesto dentro il cerchio maggiore poter esser inscritto un polygono equilatero del quale uno lato e la linea,a,m, et perche la linea,a,m, non tocca il cerchio minore, è manifesto (per la prima parte della decimaquarta del terzo & per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro del cerchio, che lo inscritto polygonio con nissuno di suoi lati tocca il cerchio minore che è il proposito. Ma tu dubiti in questo, le due linee.m.n. & .K.b. esser equidistante essendo li duoi archi.n.K. & .m.b equali. ma questo per ferma verità e proseguido per sorte: perche due linee in uno cerchio, le quale non si segano fra loro: se dalla circonferentia equali archi da l'una e l'altra banda siano fra esse linee saranno equidistante & per dimostrar questo dal centro.g. conduce la linea.g.p. perpendicolare alla linea.m.n. laqual seghi la linea.b.K. in ponto.q. & tira le linee.g.m.g.n.g.K.g.b. & alli duoi archi,n, k, & m,b, tirarai socto le due corde, lequale etiam siano dette.n.k.m. b. & (per la vigesimanona del terzo) queste corde,n,K, et,m,b, sarãno equale, imperoche li archi saranno equali & (per la seconda parte della terza del medesimo terzo) la linea,n.p, sarà equale alla linea,m,p. Concio sia adonque che l'uno e l'altro di duoi angoli, che sono al.p. sia retto (per la diffinitione della perpendicolare) l'angolo,n,g,p, (per la quarta del primo) sarà equale al angolo,p,g,m, & (per la ottaua del primo) l'angolo,k,g,n, e equale all'angolo,b,g,m. Adonque (per comuna scientia, laquale è se a cose equale tu aggiongi cose equale le summe saranno equale) l'angolo,k,g,n, sarà equale a l'angolo.q.g.b. & però (per la quarta del primo) la linea,n,q, sarà equale alla linea,q,b, per laqual cosa (per la prima parte della terza del terzo) la linea.g.q. sarà perpendicolare alla linea.K,b. Adonque (per la prima parte della vigesimanona del primo) le due linee,n,m. & ,k,b, sono equidistante: questo e quello doue tu dubitaui. Questo medesimo anchora se può dimostrare per questo altro modo. Sia dutta la linea,n,b, & (per la ultima del sesto) l'angolo.b.n. m. sarà equale al angolo,n,h,K, imperoche l'arco,b,m, è equale al arco,n,k, e però (per la vigesimasettima del primo) la linea,m,n, sarà equidistante alla linea,b, k, el conuerso anchora se uorrai tu lo approuerai per lo conuerso modo, perche se la linea,m,n, è equidistante alla linea,b,k, l'arco,n,K, sarà equale a l'arco,m,b, perche

(per

Adonque (per la.33.del primo) il coraxfio.q.s.e equale & equidistante alla linea. y.z. Et perche (per la seconda parte della seconda del sesto) la linea.y.z. è equidistante alla corda.d.h. e però è minore di quella, seguita (per la noma del undecimo) che lo coraxfio.q.s. sia etiam equidistante alla corda.d.h. & minor di quella (per la concertione) adonque conciosia che le corde che sono lati del poligonio iscritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equale alla corda.d.h.) non toccano la sphera minore: e necessario che niuno lato di quelle base del corpo inscritto (o siano le quadrangole ouer triangole) non tocchi la medesima minor sphera conciosia che tutti questi lati siano equali ouer minori di esse corde, & simplicemente dico, che etiam niuna di quelle base de tutte le quale è manifesto, (per la seconda parte della seconda del undecimo) che quelle sono tutte in una superficie, puo con alcun suo pũto toccare la minor sphera: impero che ogni linea retta ducta sopra a qual si voglia punto di cadauna di quelle equidistantemente al coraxfio necessariamẽte è minore della corda del cerchio prostrato. Se adonque la somma delle altre quarte della maggior sphera si della mezza sphera superiore come della inferiore siano sotto tessute (alla similitudine di quelle) de superficie quadrilatere & trilatere, et alla maggior sphera sarà iscritto un corpo di sessantadue base le quale nõ toccano la superficie della minor sphera si come era stato proposto. Oltra di questo dico se in qualunque altra sphera sia statuido un'altro simil corpo: la proportione de l'uno a l'altro, sarà si come la proportione treppiata dal diametro de l'una sphera al diametro de l'altra. Perche le sessantadue base di cadauno corpo saranno base di tante piramide laterate le uertice ouer ponte delle quale saranno nelli centri di esse sphere, & quelle piramide compirai, se da ciascuno di angoli delli iscritti corpi (liquali sono le estremità delle corde & di coraxfi) produrai le linee alli centri delle sphere. E per tanto stadia di prouare (per la diffinitione di corpi simili) tutte le piramide di uno esser simile alle sue relatiue piramide de l'altro: che prouato (per la.8. di questo) la proportione di cadauna di quelle alla sua relativa de l'altra sarà si come la proportione treppiata delli semidiametri de esse sphere (perche li semidiametri delle sphere sono li lati di tutte le piramide (& perche la proportione di semidiametri & di diametri è una medesima (per la decima quinta del quinto) facilmente concluderai el proposito (per la.13.del medesimo.

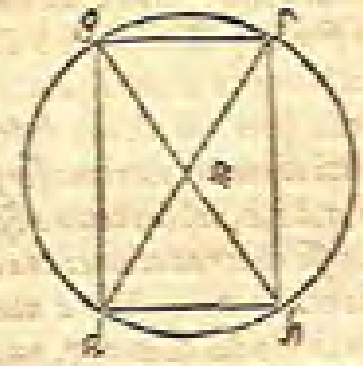
Il Tradottore.

La demostratione del soprascritto primo proposito patisse opposizione, perche la non dilucida a sufficientia il detto proposito, egli è ben uero che li lati del poligonio iscritto nel cerchio che giace in piano (liquali sono tutti equali alla linea, d, h.) non toccano la minor sphera per uche è necessario anchora che niuno lato di quelle.72. base del detto corpo iscritto (o siano quadrangole ouer triangole) tocchi la medesima minor sphera, conciosia che tutti questi lati siano equali ouer minori a quelle corde, tamen se ben la minor sphera non pol toccare alcuno di detti lati (per le cose dimostrate) non siamo però certi che quella non possi toccar le base quadrangole nelli lor centri (quisseme le maggiore) uerbi gratia pigliamo per essempio la ba-

poi dalli dui punti.b. & .K. (liquali sono le estremità delle corde di mezzo) produremo dui diametri liquali sono. b. m. & .K. l. & sopra il centro.g.tiramo la linea.g.n. perpendicolare alla superficie del cerchio,a, b, c, d, laquale produremo per fina a tanto che la pervenga alla superficie della maggior sphera sopra il punto.n. & da poi intenderò quattro superficie segenti le sphere proposte, delle quale cadauna segha quelli sopra la linea.g.n. Et la prima di quelle sopra la linea. g. n. & lo diametro. d . b. La seconda sopra la linea.g.n. & lo diametro.b . m . & la terza sopra la linea.g.n. & lo diametro. K.l. & la quarta la linea.g.n. & lo diametro.c.a. & (per le diffinitioni della sphera, & del cerchio) le sectioni di queste superficie & della superficie della sphera maggiore, saranno linee continenti circoli, Et le parte inscripte, come fra el ponto. n. & li quattro ponti, che sono,d. b. k, c. saranno quadranti di questi cerchij liquali quadranti sono.d.n. b. n. & .K.n. & c. n.e però questo aduiene imperò che tutti li angoli che contiene la linea.g . n . con cadauna linea di diametri protratti in la superficie del cerchio,a, b, c, d, sono retti (per la diffinicione) della linea perpendicolare a una superficie, & li angoli retti in el centro: se istendano sotto alla quarta parte della circonferentia. laqual cosa (per la ultima del sesto) evidentemente appare, & per la diffinitione di cerchij equali, è manifesto che cadauno di questi quattro cerchi è equale al cerchio,a, b, c, d, Perche il diametro di cadauno di quelli è il diametro della maggior sphera. Adonque (per la decimaquinta del quinto) li quadranti di quelli sono equali, per laqual cosa li cinque archi, liquali sono,d.n, b, n, x, n, c, n, & .d, c, sono equali: Adonque in cadauno di quattro quadranti di circoli eretti siano assettate le corde ypotenussale, delle quale cadauna sia equale alla corda del cerchio protratto, lequale sono li lati del poligonio a quel inscripto & una di quelle corde.e. d. b. & siano in el primo,d, q, q, r, & r, n, & in lo secondo,b, s, s, t, & t, n, & in lo terzo,K, u, u, x, & x, n, & in el quattro si no,c, o, o, p, & p, n, & siano protratti li coranssi contingenti li capi delle corde ypotenussale, lequale sono, q, s, s, u, u, o, & r, t, t, x, x, p, & secondo adonque, alla quarta parte della mezza maggior sphera superiore (la qual quarta parte e, d, n, c,) esser inscripto un corpo di. 9. base delle quale, le tre che se congiongeno al ponto, n, sono triangole & tutte le altre sono quadrangole & li lati ypotenussali di quelle quadrangole superficie sono equali ma nō equidistati, Et li coranssi (tolti fra qualunque dui cerchij) & le corde del cerchio protratto sono fra loro, equidistate: ma nō sono, fra loro equale, e, questo saperai se protrarai perpendicolare dalle estremità di coranssi alla superficie del cerchio giacente delle quale è manifesto che esse. cadeno sopra. li diametri di circoli, liquali coranssi continuano, laqual cosa facilmente apprenderai dalle cose dimostrate in la decimasettia del undecimo, verbi gratia, siano lassate le due perpendicolare, q, y, & , s , z, cadente in li diametri, d, b, & b, m, dalli dui termini del coranssto, q, s, & siano tirate le linee, q, d, s, b, & y, z, Et li dui triangoli, q, y, d, et s, z, b, (per la quarta del sesto) saranno simili, per laqual cosa la proportione delle due perpendicolare, q, y, & s, z, sarà si come delle due corde, q, d, & s, b, & concioscia che le corde siano equale, etiā le perpendicolare saranno equale & quelle sono equidistanti (per la. 6. del. 11.)

Adon-

mea.d.k.e ſimilmente poſta come è la linea.n.m.in le figure della detta.13. di que
ſto.hor dico che il ponto.K.e piu remoto ouer lontano dal ponto.g.(centro de am
bedue le ſphere propoſte) che non è il ponto.9.cioè che la linea.g.K.è piu longa che
la linea.g.9.& ſe la minor ſphera non tocca la detta linea.d.k.in ponto.9.manco
toccarà la baſa.q.d.s.b.in ponto.K.laqualcoſa ſe dimoſtrarà in queſto modo. Egli è
manifeſto che la linea.m.9.e piu della metà di tutta la linea.m.b.per il che la linea
m.b.vien a eſſer manco del doppio di la linea.m.9.& tal proportione qual è della
linea.m.b.alla linea.m.9.tale ſerà del rettangolo contenuto ſotto della linea.m.b.
& della 9.b.al rettangolo contenuto ſotto delle due li
nee m.9.& 9.b.(& queſto facilmente prouarai per
la prima del 6.)adonque il rettangolo di m.b.in 9.b.ſa
rà men che'l doppio del rettangolo di m.9.in 9.b.& p
che il quadrato della linea.d.9.è equal al rettangolo
della.m.9.in.9.b.per la.35.del 3.ſeguita che'l rettan
golo della.m.b.in.9.b.ſia men del doppio del quadra-
to della.d.9.& ſe al quadrato della.d.9.(el quale è
quanto il rettangolo della.m.9.in.9.b.)gli aggiongi il

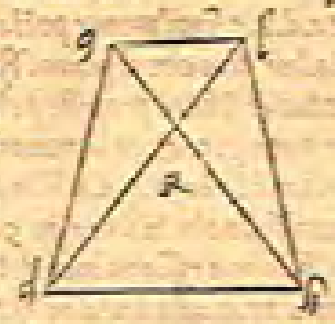


quadrato della 9.b.tal ſumma(per la penultima del primo)ſarà equale al quadrato
della.d.b.et perche il rettangolo della.m.9.in.9.b.giunto con'l quadrato della.9.
b.tal ſumma(per la 3.del 2.)ſarà equale al rettangolo di tutta la.m.b.in.9.b.ſe-
guita adonque che il quadrato de.d.b.ſia men del doppio del quadrato di d.9.et ſe
ben ti ricordi gia fu prouato che il quadrato della medema.d.b.era piu che doppio
al quadrato di.d.K.ouer di K.b ſeguita adonque che il quadrato.d.K.ſia maore
del quadrato di.d.9.& perche cadauno delli dui angoli.d.9.g.& d.K.g.è retto et
La linea.g.d.è ypothumiſſa comemuna a l'uno e l'altro ſe del quadrato di quella ne
cauamo il quadrato della linea.d.9.lo reſiduo,(per la penultima del primo)ſarà
equale al quadrato della linea.g.9.& ſimilmente ſe del quadrato della medema
linea.g.d.ne cauemo il quadrato della linea.d.K.queſto ſecondo reſiduo ſarà equa-
le al quadrato della linea.g.K.& perche lo quadrato della.d.9.era maggiore del
quadrato della.d.K.(per commuma ſcientia)lo quadrato della linea.g.K.ſarà mag
giore del quadrato della linea.g.9.per ilche la linea.g.K.è maggiore della linea.g.
9.ſeguita adonque che il ponto.K.ſia piu lontano dal centro.g.che non è il pũto.9.
& ſe la minor ſphera non tocca il ponto.9.manco toccarà la baſſa.q.d.s.b.in pon-
to.K.& non toccandola in ponto.K.manco lo toccarà in altro ponto perche quello
è il piu propinquo al centro.g.di qualunque altro & ſe la detta minor ſphera non
può toccare la detta baſſa quadrangola(laquale è una delle maggior del detto cor
po)manco potrà toccare alcuna delle altre minore perche le minore ſono piu remo-
te,ouer lontane dal centro.g.delle maggiore per le ragione adutte in la decima-
quarta del terzo che è il propoſito.

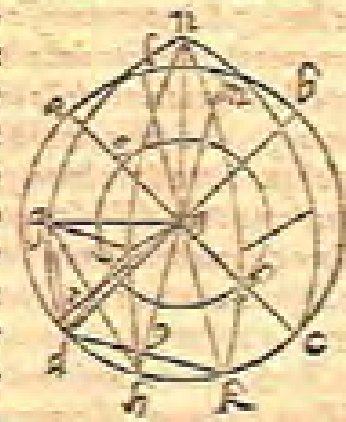
Theorema.13. Propoſitione.15.

15 Di ogni due ſphere la proportione di l'una a l'altra, eſi come la pro
18 portione treppiata del ſuo diametro al diametro di l'altra.

Siano



fa,q,d,s,b,laquale è una delle quadrangole maggiori. Dico che se ben niun di suoi quattro lati (cioè,d,b,d,q, b,s,s,q,) non può toccar la minor sphera (per esser,d,q, & b,s,equale al,d,b,et q,s,minore ꝓche le linee equale sono equalmente distante dal centro della sphera,& le minore sono molto più lontane dal detto centro (tamen non siamo per certi che la detta sphera minore nõ possa toccare la detta basa.q.d.s.b.(& le altre simile) nel cẽtro R. perche il detto cẽtro R. è molto più propinquo al detto centro della minor sphera che non sono alcun di detti quattro lati, ilche si manifesta tirando li doi diametri.q.b.& d.s.cadauno di quelli è maggiore di qual si voglia di detti quattro lati per ilche cadauno di loro è più propinquo al centro della sphera di alcuno di detti quattro lati(per la.14.del 3.)Seguita adoque che li detti diametri possiamo forsi toccar la detta minor sphera e consequentemente la basa,q,d,s,b, nel suo centro R. adonque la demostratione del commentator addutta parisse contradittione: ma a voler rettamente provarlo,cioè demostrare a sufficientia che la minor sphera non può toccar in conto alcuno, alcuna di quelle 72. base, Sia tirato dal centro, g, una linea (per la 11.del 11.) perpendicolare alla basa,d,q, b,s,del detto corpo (come che in quest'altra seconda figura appare)laquale sia.g.R.dapoi dal ponto.R. siano tirate quattro linee alli quattro angoli di detta basa lequal linee saranno a esser.R. q.R,d,R,b,R,s,lequale tutte contenerano angolo retto con la perpendicolare.g, R.(per la 2.diffinitione del 11.per ilche le dette quattro linee,R,q,R,d,R,b,R, s,sarãno equale(per la penultima del primo & per la communa scientia)perche le loro ypothenusse sono equale cioè le linee tirate mentalmente del centro,g,a cadauno di quattro angoli.q.d.b.s.. Adonque se sopra il ponto.R.sarà descritto mentalmente un cerchio secondo la quantità di.R. b. la circonferentia di quello trãsirà per li altri tre angoli,d,q,s,(come in la terza figura appare) & perche le tre lati.d,b,d,q,b,s,sono equal, & lo q,s,è minore adonque l'arco,d,b, sarà più del quarto della circonferentia di detto il detto cerchio, per il che l'angolo,d,R,b, sarà ottuso,e però il quadrato della linea,d,b, sarà più che doppio al quadrato della,d,R, over della,b,R,& questo terrai in mente da poi imaginaremo la detta basa secondo il suo debito star nella sphera maggiore della figura che già fu in principio descritta: li circoli giacenti si della maggiore come della minore possano esser li inscriptti con la detta basa quadrangola,q,d,s,b,stante secondo il suo conveniente star con la sua protratta perpendicolare dal ponto.g. (centro di ambedue le sphere) al ponto.R. centro della detta figura quadrilatera da poi dal ponto,d,al ponto,s,tiraremo la linea,d,b, laquale segarà la linea,q,b,archogonalmente in ponto.g. & non toccarà il cerchio,f,e, della minor sphera(per lo correlario posto sopra la.13.di questo) perche questa linea



LIBRO DECIMOTERZO
DI EVCLIDE, DELLA LINEA
diuisa secondo la proportione hauente il mezzo:
& duoi estremi & della formatione
di cinque corpi regolari.

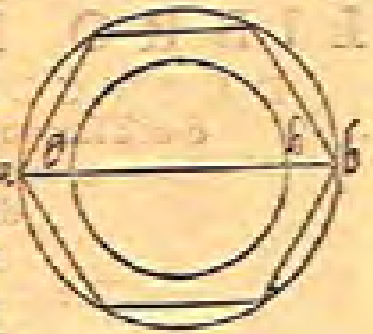
Theorema prima. Propositione prima.

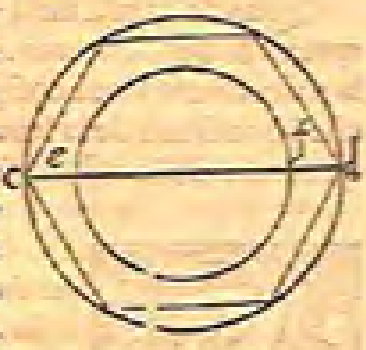
Quando sarà diuisa una linea secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi. se alla sua maggior parte si aggionga in longo la mità di essa linea così proportionalmente diuisa, seguita di necessità che'l quadrato de la linea composta da quelle due esser quincuplo del quadrato della mità della medesima linea diuisa.

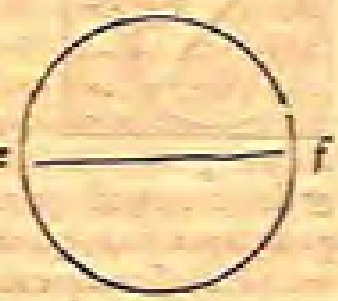


LA la linea a,b, diuisa in ponto, c, come insegna la trigesima del sestoEt sia la sua maggior parte la linea,b,c, alla quale sia aggionto directamente la linea,b, d, laqual sia equale alla mità di tutta la linea a.b. Dico che'l quadrato della linea,c,d, sarà quincuplo al quadrato della linea,b,d, (cioè cinque uolte tanto) & per demostrar questo quadrato la linea b,d, & sia il suo quadrato,d, e, & circōponesto a questo quadrato un gnomone secondo la quantità della linea a.b.c protratto il diametro,d,b, & sia il circomposto gnomone,e,g,d, & (per la 23. del 6.) la superficie composta da questo laqual sia,b,k, sarà si come il quadrato della linea,c,d. Dico adonque el quadrato,b,K, esser cinque uolte tanto del quadrato,d,e, cioè quincuplo a quello. Adōque el quadrato,c,l, (del circomposto gnomone) sia circomposto un'altro gnomone alla quantità della linea,a, c, protratto el diametro,f,b, per fina al,m, & sia questo gnomone,c,m,l, & siano protratte le linee,c,n, & p,l, equidistantemente alle lati opposite segandosi sopra il diametro,f,m, in ponto,g. Et è manifesto (per la 23. del 6.) che il composto di questo secōdo gnomone et del quadrato,c,l, equale è il quadrato,a,q, et il quadrato della linea,a,b, elquale (per la quarta del 2.) è necessario esser quadruplo al quadrato,d,e, imperoche la linea b,d, è la mità della linea,a,b, & concioscia che la superficie,a,n, (per la 17. del 6.) sia equale al quadrato,c,l, & similmente la superficie. m.l. (per la 43 del 1.) perche la superficie,a,n, & similmente la m.l. perviene dal a,b, in a,c, & lo quadrato,c,l, perviene della,c,b, in se medesima, & concioscia che (per la 1. del 6.) la,a l, sia doppia alla,l,d, e però sarà equale alla l.d. & c.e. tolte insieme (per la 43. del 1.) lo quadrato.a.q. (per questa commuma sententia se a quantità

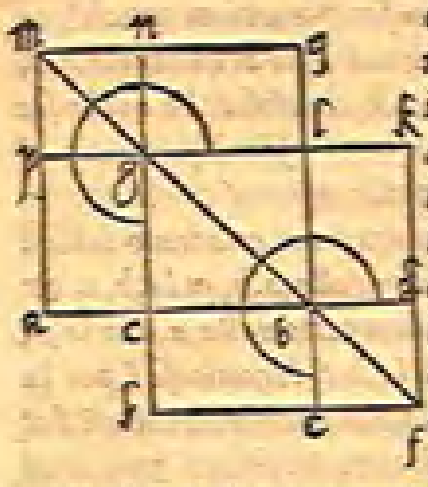
Siano le due ſphere.a.b.& .c.d.delle quale li diametri ſiano,a,b,& ,c,d. Dico che la proportione di quelle è come la proportione di ſuoi diametri treppiata la demoſtratione di laquale è perche ne a una ſphera che ſia minore della ſphera,c,d, ne a una maggiore:la proportione della ſphera. a.b. è ſi come del diametro.a.b. al diametro. c. d.treppiata. Hor ſia la proportione della ſphera.a.b. alla ſphera.e.f. ſi come del diametro. a.b. (della ſphera.a.b.)al diametro.c.d.treppiata. Demoſtrarò adonque che La ſphera.e.f.non puol eſſer minore ne maggiore della ſphera.c.d.perche affirmando l'adverſario quella eſſer minore imaginarò quella eſſer inclusa nella ſphera c.d. & eſſer circonduttа al medeſimo cétro,et inſcriverò (con la imaginatione)in la ſphera.c.d.uno corpo di molte baſe ilquale nõ tocchi la ſphera.e.f.elquale ſia etiam detto,c, d, & inſcriverò in la ſphera,a,b,un'altro corpo di molte baſe ſimile al corpo di molte baſe.c.d. elquale ſia etiam chiamado del nome della ſua ſphera, cioè .a.b.adonque è manifeſto (dal la ſeconda parte della precedente & della. 11. del. 5.) che la proportione della ſphera.a.b.alla ſphera,e,f,è ſi come quella del corpo di molte baſe.a.b.al corpo di molte baſe, c, d, perche l'una e l'altra è ſi come quella del diametro,a,b,al diametro,c,d,treppiata (l'una dal preſuppoſito e l'altra per la.2. parte della precedente)per laqual coſa permutatamente la proportione della ſphera.a.b.al corpo di molte baſe a.b.e ſi come della ſphera e,f,al corpo di molte baſe,c,d,conciòſia adõque che la ſphera,a.b, ſia maggiore del corpo di molte baſe,a,b,etiam la ſphera,e,f,ſarà maggiore del corpo di molte baſe, c,d,& queſto è impoſſibile,perche quella è parte di quello, adonque la ſphera,e,f, non è minore della ſphera.c.d. Ma ſe l'adverſario diceſſe quella eſſer maggiore :lo confonderemo in queſto altro modo:perche(per la converſa proportionalità) della ſphera,e,f,alla ſphera.a.b.ſarà ſi come del diametro,c,d,al diametro,a,b,treppiata. E per tanto ſia la medeſima della ſphera,c,d,alla ſphera,g,h. Et (per la.14.del quinto)la ſphera,g,h,ſarà minore della ſphera.a.b.imperoche la ſphera,c,d, fu poſta minore della ſphera,e,f,per laqual coſa la proportione della ſphera.c.d. ad altra ſphera minore della ſphera,a,b,e ſi come del diametro,c,d,al diametro,a,b,treppiata,& queſto è impoſſibile, perche da queſto ſeguita che la parte ſia maggiore del ſuo tutto,come per avanti fu dimoſtrato.adonque la ſphera,e,f,nõ è maggiore ne minore che la ſphera a,c,d,adonque(per la.7.del quinto) conclude la propoſta concluſione laquale mette fine al duodecimo libro.







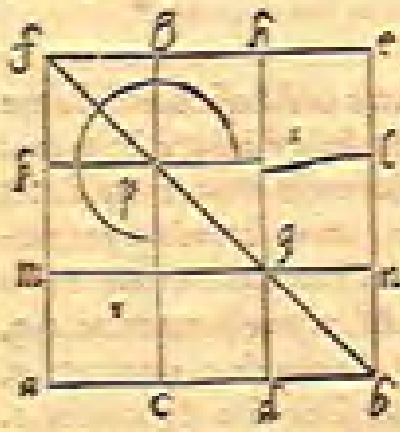
IL FINE DEL DVODECIMO LIBRO.



del sesto libro) conclude il proposito, anchora se puol dimostrare il medesimo per questa altra via. Cioessia che il quadrato della, c, d, sia quincuplo (dal presupposito) al quadrato della, a, d, & lo quadrato della, a, b, (per la quarta del secondo) sia quadruplo al medesimo, & lo quadrato della, c, d, (per la medesima) si è equale al quadrato della, c, b, & al quadrato della, b, d, et a quello che sien fatto dalla, b, d, due volte in la, c, b, segueta che quello che sien fatto della, b, d, due volte in la, c, b, con el quadrato della, c, b, sia equale al quadrato della a, b, ma quello che sien fatto solamente dalla, b, d, due volte in la, c, b, è quanto quello che sien fatto della, a, b, in la, b, c, imperoche la, a, b, è doppio alla, b, d, adonque quello che sien fatto dalla, a, b, in la, b, c, con lo quadrato della a, c, è equale al quadrato della, a, b, et perche (per la. 2. del secondo) quello che sien fatto dalla, a, b, in la, b, c, et in la, a, c, è equale al quadrato della, a, b, (seguita) per communa scientia che il quadrato della linea, b, c, sia equal a quello che sié fatto dalla, a, b, in la a, c, adonque (per la seconda parte della decimasettima del sesto et per la diffinitione è manifesto il proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

Quando una linea sarà divisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, se alla minor parte, sia aggionto direttamente la mità della maggiore sarà che el quadrato della linea cosi composita sia quincupla del quadrato che sié descritto dalla mità di essa maggior parte.



Sia la linea, a, b, divisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi estremi in ponto, c, et sia la maggior parte di quella la linea, c, b, la quale sia divisa in due parti equali in ponto. d. Dico che il quadrato della linea, a, d, e quincuplo al quadrato della linea, c, d, perche essendo descritto el quadrato della, a, b, elquale sia. a. e. in elquale sia protratto lo diametro, b, f, & le linee, g, c, & , d, b, & similmente le. k. l. & . m. n. equidistantemente alli lati oppositi segandose fra loro sopra lo diametro in li duoi ponti. p. & . q. & fuora del diametro in li duoi altri lochi. r. & . s. Adonque è manifesto (p la. 23. del sesto, ouer per el correlario della quarta del secondo) che tutte le superficie che stano in el quadrato, a, e, che il diametro divide per mezzo (sono quadrate, & le quattro superficie) che sono, a, r, m, p, p, b, & , s, e, (per la quadragesima tertia del primo, & per la prima del sesto) è manifesto esser fra loro equale, perche le due ultime. p. b. & . s. e. sono fra loro equale (per la prima del sesto. Adonque perche (dal presente presupposito & dalla diffinitione della linea divisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi

quantità equale sia aggionto quantità equale le somme saranno etiam equale) sarà equal al gnomone.e.g.d.adonque questo gnomone è quadruplo al quadrato.d.r, si come era il quadrato.a.q. Adonque tutto il quadrato.b.k. conciossia che quello sia composto dal semplo & dal quadruplo (per communa scientia) sarà quincuplo al medesimo che è il proposito. A dimostrare il medesimo altramente (per la quarta del 2.) è manifesto che el quadrato della linea.a.b, è quadruplo al quadrato della linea.b.d. Et per la 2. del medesimo) quello che uien fatto dalla.a.b. in la.b.c. & in la.a.c. è equale al quadrato della.a.b. & quello che uien fatto dalla.a.b. in la.b.c. è equale a quello che uien fatto dalla.b.d. due volte in la.b.c. laqualcosa (per la 1. del 2. è manifesto) conciossia che la.a.b. sia doppia alla.b.d. ma quello che uien fatto dalla.a.b. in la.a.c. (per la prima parte della decimasettima del sesto) è equale al quadrato della.b.c. adonque (per communa scientia) quello che uien fatto dalla.b.d. due volte in la.b.c. & quello che uien fatto dalla.b.c. in se medesima è equale al quadrato della.a.b. E però è quadruplo al quadrato della.b.d. per laqualcosa gnomoni sopra lo quadrato della.b.d. tutto lo aggregato sarà quincuplo al quadrato della.b.d. cioè quello che uien fatto dalla b.d. due volte in la.b.c. con el quadrato della.b.c. & con lo quadrato della.b.d. Et perche (per la 4. del 2.) questo tutto è equale al quadrato della.c.d. è manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

Theorema 2. Propositione 2.

Se a qualunque linea (diuisa in due parti) della qual el quadrato sia quincuplo del quadrato de l'una delle sue parti, gli sia aggionto una linea in longo per fina a tanto che l'altra parte insieme cō la linea aggionta, sia doppia alla medesima parte, la medesima linea doppia sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte de quella sarà la linea media.

Questa è il conuerso della precedente, et stante in tutto la dispositione della medesima ritornando in drietro per la medesima via: se dimostrarà ochora lei in duoi modi si come quella: uerbi gratia sia el quadrato.b.k. quincuplo al quadrato.d.e. et la linea.a.b. doppia alla linea.k.d. Dico che la linea.a.b. è diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi in punto.c. & la maggior parte di quella è la linea media che è la.c.b. perche egli è manifesto (per la 4. del 2.) che el quadrato.a.q. è quadruplo al quadrato.d.e. Adonque el gnomone.e.g.d. è equale al quadrato.a.q. per laqualcosa li duoi supplimenti.l.d. & .c.e. tolti insieme son quāto el gnomone.c.m.l. Ancor li medesimi supplimenti tolti insieme (per la 2. del 6.) sono quāto.a.l. E però sono etiā quāto.c.q. seguita che.c.q. sia equale al gnomone.c.m.l. adōque leuato uia da l'uno e da l'altro la superficie.l.m. sarà el quadrato.c.l. equale alla superficie.a.m. cōciossia adōque che la superficie.a.m. sia fatta dalla.a.b. in la.a.c. et lo quadrato.c.l. sia lo quadrato della linea.c.b. (per la 2. parte della 17. del 6.) la proportione della.a.b. alla.b.c. sarà si come della.b.c. alla.c.a. adōque (per la diffinitione della linea diuisa secōdo la pportione hauēte il mezzo e duoi estremi posta nel pricipio



Sia la linea.a.b.diuisa secondo la proportione che se suppone in pũto.c.et sia la maggior parte di quella la,c,b,& a tutta la.a.b.sia aggionto direttamẽte la linea,b,d,laquale sia equale alla.c.b.Dico che tutta la linea.a.d.è diuisa secondo la medesima proportione in ponto,b,& la maggior parte di quella è la linea,a,b,(che è la prima linea)perche(per la diffinitione)della,a,b,alla,b,c,si è come della,b,c, alla.c.a.Ma perche(per la settima del quinto)della,a,b,alla,b,d,è si come alla.b. c.Adũque(per la undecima del medesimo)della,a,b,alla,b,d,è si come della,b,c, alla,c,a,per laqual cosa (per la conuersa proportionalità) della,b,d,alla,b,a,è si come della,a,c,alla,c,b. Et cõgiontamẽte della d,a,alla,a.b,e,si come della,a,b,al la.b.c. Et conciosia che(per la settima del quinto)della,a,b,alla,b,c,sia si come alla,b d,(per la undecima del medesimo)della,d,a,alla,a,b, sarà si come della,a, b, alla,b,d. Adonque(per la diffinitione) la linea,a,d,è diuisa in ponto.b. secondo la proportione hauente il mezzo è dui estremi, & la maggior parte di quella è la linea,a,b,che è il proposito. Anchora per lo medesimo modo se dalla maggior di qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi ultremi sia detratta una parte equale alla minore esser maggiore parte sarà diuisa secondo la medesima proportione & la maggior parte di quella sarà la linea detratta nerbi grana sia la linea,a,b,diuisa si come se propone in ponto,c,et la,a,c,sia la sua maggior parte dalla quale sia detratta la,c,d,equale alla,c,b.Dico che la,a,c, è diuisa secondo la medesima proportione in ponto,d,& che la maggior parte di quella è la linea,d,c,perche essendo (per la diffinitione) della,b, a, alla.a. c. si come della,a, c,alla,c,b.Et(per la settima propositione del quinto libro)della,a,c,alla,c,b,si come alla,c,d, (per la undecima propositione del medesimo) della,a,b,alla,a,c,sarà si come della,a,c,alla,c,d,& però(per la 19.propositione del quinto libro) & si come lo residuo,c,b,al residuo,d,a,ma(per la settima propositione del medesimo)della,c,b,alla,d,a,è si come della,c,d, alla,d,a.



Adũque della,a,c,alla,c,d,è si come della,c,d,alla.d.a.Adonque (per la diffinitione)è manifesto quello che hauemo detto.adonque ne quella aggiontione che propone l'autore, ne quella detrattione che hauemo proposta al contrario se descorda dalla proprietà della diuisione della primitiua linea distendasi in longo qual atto ne pure quanto si voglia.

Theorema.5. Propositione.5.

5/4 Se qualunque linea sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo,& duoi estremi el congionto del quadrato di tutta la linea con lo quadrato dalla sua minor parte sarà treppio al quadrato della maggior parte.



Sia la linea,a,b, diuisa in ponto.c.secondo la proportione piu sotile detta,& sia la sua maggior parte la linea.c.b.Dico che li quadrati del

le

dicie estremi: & per la prima parte della decimasettima del sesto) lo quadrato,c,l, è equale alla superficie,a,g,e però etiam al gnomone,r,f,s, per questa causa che la superficie.a.r.è equale alla superficie.p b. Et perche (per la quarta propositione del secondo libro) lo quadrato.c.l.è quadruplo al quadrato,r,s,el quale è si come el quadrato della linea,e,d. Seguita adonque (per commune scientia) che il quadrato.m. b.sia quincuplo al quadrato,r,s.perche è composto dal gnomone quadruplo & dal r.s.semplo.& questo è il proposito. A demonstrare il medesimo altramente,concessa che la linea.a.b.e.sia diuisa in due parti equali in ponto,d, & a quella sia aggionta la linea.a.c.(per la sesta propositione del secondo libro,) quello che vien fatto dalla,a,b,in la,a,c,con il quadrato della interiacente.c.d.sarà equale al quadrato della.a.d. Ma perche quello che vien fatto dalla.a.b.in la.c.è equale al quadrato della.c.b.(per la decima settima propositione del sesto libro) & questo è quadruplo al quadrato della.c.d. Euidentemente è manifesto la verità di quello che è detto. Parendoti anchora tu puoi etiam in dui modi (dal consequente di questa) concludere il suo antecedente: dal processo retrogrado,perche essendo la medesima disposizione, siante il quadrato ,m,b quincuplo al quadrato,r,s. Et lo gnomone,r, f, s, sarà equale al quadrato,e,l, perche l'uno e l'altro è quadruplo al quadrato,r, s.ma perche la superficie , a, g, è equale al predetto gnomone è necessario , che la medesima superficie sia equale al predetto quadrato, per laqual cosa (per la seconda parte della decima settima propositione del sesto libro (& per la diffinitione) la linea,a,b,è diuisa in ponto,c,secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi: & la sua maggior parte è la linea,e,b,a demonstrare il medesimo altramente: essendo (per el presuppposito) lo quadrato della linea, e, d, quincuplo al quadrato della linea.e.d. Et (per la sesta propositione del secondo libro) esso medesimo quadrato si è equale a quello che vien fatto dalla,a, b, in la,a,e, con el quadrato della. e.d. Seguita che quello che vien fatto dalla ,a,b, in la,a,e, con el quadrato della,e, d.sia quincuplo al medesimo quadrato della,e,d,e però leuado via quello el residuo cioè (quello che vien fatto dalla.a.b.in la.a.c.)sarà quadruplo a quello medesimo, & perche etiam(per la quarta del secondo)lo quadrato della linea,e,b,è quadruplo al medesimo,è necessario che quello che vien fatto dalla.a.b. in la.a. c. sia equale al quadrato della,e,b,per laqualcosa un'altra volta (per la seconda parte della decima settima del sesto & per la diffinitione) la linea.a.b.e diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui estremi in ponto, c, & la maggior parte di quella è la linea,e,b.

Theorema.4. Propositione.4.

4/5 Se sia diuisa (qual si voglia) linea secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi , & a quella sia aggionto directamente in longo una linea equale alla sua maggior parte, tutta la linea cosi composta sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi estremi, & la sua maggior parte sarà la prima linea.

do tolta alcuna linea rationale in longhezza laqual sia,d,e,laquale etiam sia divisa in ponto,f,secondo la predetta proportione,laqual cosa senza lo aggionto di alcune di quelle propositione che seguita non sirien stabilita con ferma demonstratione. Adonque per la seconda del quartodecimo libro è manifesto che la proportione della,a,b,alla,d,e,è si come della,a,c,alla,d,f,& si come della,c,b,alla,f,e. Conciosia adonque che la,a,b,communichi in potétia con la,d,e,segnita(per la prima parte della, decimaquarta del decimo)che la,a,c,communichi con la,d,f,& la,c,b,con la,f,e,in potentia,& perche l'una e l'altra parte della linea,d,e,è residuo come è manifesto dalle cose predette,seguita(per la.103.del decimo) che l'una e l'altra parte della linea,a,b,sia etiam residuo ma non de quella medesima specie come in quello fu dimostrato. Per laqual cosa è manifesto che ogni linea rationale in longhezza:ouer solamente in potentia, divisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoestremi, l'una & l'altra parte è residuo: Et nota che la prima parte della presente demonstratione per laquale se dimostra che la maggior parte della linea divisa secõdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi sia residuo(se tutta la linea sia rationale) quella medesima procede sufficientemẽte,o sia posta tutta la linea rationale in longhezza: ouer solamente in potentia. Ma la secõda parte con la quale se dimostra questo medesimo della minor parte:cioè che anchora quella sarà residuo(se tutta la linea sarà rationale)non se estende sufficientemente se non quãdo che tutta la linea sia rationale in longhezza. Ma la terza parte per laquale se approua che la minor portione è residuo.Seguita sufficientemente,o sia la maggior portione rationale in longhezza ouer solamente in potentia.adonque a concludere della maggior parte(della linea divisa al predetto modo)che quella sia residuo:basta a poner tutta la linea divisa esser rationale solamente in potentia.Ma a concludere anchora questo dalla minor parte per mezzo della maggiore basta similmente a poner la parte maggiore solamente rationale in potentia. Ma a concluder questo della minore parte per mezzo de tutta,e necessario poner tutta la linea esser rationale in longhezza,ouer che egli è necessario arguire per la seconda del quartodecimo libro si come è stato dimostrato.

Theorema.7. Propositione.7.

7/7 Se alcuno penthagono,che habbia tre angoli equali, sia equilatero, anchora se approua el medesimo penthagono esser equiangolo.

Siano el penthagono,a,b,c,d,e, equilatero, & siano quali tre angoli si voglia di quello fra loro equali(cioè o siano tolti continuamente, ouer discontinuamente.) Hor poniamo che prima siano tolti discontinuamente:cioè poniamo che li tre angoli,a,c,d,siano quelli tre che vengono supposti fra loro equali. Dico tutto el penthagono esser equiangolo,& per dimostrar questo siano tirate le corde,b,e,b,d,& c,e,sotto a questi angoli,et tutto el penthagono sarà diuiso in uno triangolo & in uno quadrilatero del quale le due diagonale saranno le corde di duoi prossimi angoli equali segãdosi fra loro dentro di esso quadrilatero il ponto,f,& (per la quarta del primo) la

le due linee, a, b, & ,c , a, tolti insieme sono treppij al quadrato della linea, c, b, Perche questi dui quadrati tolti insieme (per la settima del secondo) sono quanto el quadrato della, c, b, & il doppio di quello che sien fatto dalla, a, b, in la, a, c. Et perche similmente quello che sien fatto dalla, a, b, in la, a, c, è equale al quadrato della, c, b, (per la diffinitione et per la prima parte della decima settima del sesto) è manifesto il proposito.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6/9 L'una & l'altra parte, di ogni linea rationale diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi è necessario esser residuo.



Sieno la linea. a. b. rationale diuisa secondo la nostra solita proportione in ponto. c. Dico che l'una & l'altra parte di quella è residuo, perche essendo la, a, c, la maggior parte di quella alla quale sia aggionto la, a, d, equale alla mita di tutta la linea, a, b, etiam la, d, a, sarà rationale (per la sesta propositione del decimo libro, & per la diffinitione) & è manifesto (per la prima di questo) che il quadrato della linea, d, c, è quincuplo al quadrato della linea. d. a. Adonque la linea, d, c, è communicante alla linea, d, a, in potentia (per la diffinitione) ma non in longhezza (per la ultima parte della nona propositione del decimo lib.) per laqual cosa (per la seste sima tertia propositione del decimo libro) la linea. a. c. è residuo. Conciosia che le due linee, c, d, & ,d, a, siano ambedue rationale: communicante solamente potentialmente. Et perche anchora se alla linea, a, b, (rationale) sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea. a. c. (che è residuo) lo secõdo lato di quella sarà la linea. c. b. (per la prima parte della decima settima propositione del sesto libro) è necessario (per la nonagesima settima propositione del decimo libro) che la linea. c. b. sia residuo primo, per laqual cosa è manifesto il proposito.



Ma piu se della linea cosi diuisa come se propone: la maggior parte sarà rationale, la minore sarà un residuo, uerbi gratia sia la, a, b, come prima diuisa in, c, secondo la detta proportione & la maggiore parte di quella (quale è la. a. c.) sia rationale: laquale sia diuisa in due parte equali in ponto. d. et (per la terza propositiõ di questo libro) lo quadrato della. d. b. sarà quincuplo al quadrato della. d. c. Et perche la. d. c. è rationale conciosia che essa sia la mitâ della , a , c , seguita che le due linee, d, b, & , d, c, siano rationale communicante solamente in potentia, per laqual cosa (come prima) la linea, c, b, è residuo. Ma se una linea rationale solamente in potentia, sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, anchora è necessario che l'una & l'altra parte di quella sia un residuo. Perche essendo la, a, b, rationale solamente in potentia diuisa si come le proportione in ponto , c , & essendo



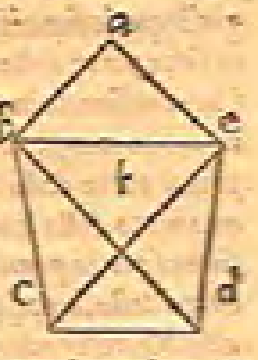


gli(lequale sono li lati del triangolo)sono equale(dal presupposito)l'arco.b.e.sarà la sesta parte della circonferentia:e però la corda b.e. sarà il lato del exagono equilatero inscritto in quel cerchio: per laqual cosa(per el correlario della decimaquinta del quarto)la linea.b.e.è equale al mezzo diametro.a.d. Et è manifesto(per la prima parte della trigesimaprima del terzo) che l'angolo.a.b.e. è retto & però el quadrato della linea.a.e.è equale alli quadrati delle due linee.a.b.& .b.e. tolti insieme(per la penultima del primo)& lo quadrato della.a.e.è quadruplo al quadrato della.b.e.(per la quarta del secondo)conciosia che la linea.a.e.sia doppia alla.b.e.resta adonque lo quadrato della.a.b.esser treppio al quadrato della.b.e. e però etiam al quadrato della.a.d.che è il proposito, & acciochè a noi sia chiaro che la linea.b.e.(che è il lato del triangolo)divida lo semidiametro.d.e.in due parti equali,sia.f.el ponto della divisione. Adonque è manifesto(per la quarta del primo)che la.b.f.è equale alla.f.e.e però (per la prima parte della tertia del tertio) tutti li angoli che sono al.f.sono retti,per laqual cosa(per la penultima del primo) lo quadrato della.b.d.è equal alli quadrati delle due linee.d.f.& .f.b.ma lo quadrato della.b.e.è equale alli quadrati delle due linee che sono la.b.f.& la.f.e. Et perche la.b.d.e.equale alla.b.e.(per communa scientia)li duoi quadrati delle due linee.b.f.& .f.d.tolti insieme saranno equali alli dui quadrati delle due linee.b.f. & .f.e.tolti insieme.levado adonque una da l'una e l'altra banda lo quadrato della b.f.(per communa scientia)lo quadrato della.f.d. (residuo)sarà equale al quadrato della.f.e.(residuo)per laqual cosa & la linea.f.d. alla linea.f.e. (per questa communa sententia)quelle linee sono equale delle quale li quadrati sono equali. Adonque per questo è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscritto e equale alla mità della linea dutta dal centro del medesmo cerchio alla circonferentia di quello.

Theorema.9. Propositione.9.

9/9 Se il lato dello exagono equilatero,& il lato del decagono equilatero(liquali da un medesimo cerchio ambiduoi sian circonscritti)saranno insieme congionti direttamente in longo, tutta la linea da quelli composta,sarà divisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà el lato del exagono.

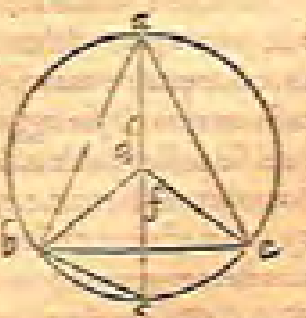
Sia el cerchio.a.b.c.el centro del quale sia.d.& lo diametro.d.c.& sia l'arco.c.b.la quinta parte del arco del mezzo cerchio.a.b.c. sotto alquale sia tirata la corda.c.b.laquale è manifesto esser el lato del decagono equilatero inscritto in lo proposto cerchio & sia aggionto alla linea.c.b.in continuo & diretto la linea.b.e. laqual sia posta equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo predetto cerchio. Dico tutta la linea.c.e.esser divisa in ponto.b.secõdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella: dico esser la linea.b.e. laquale è il lato del exagono. Et per dimostrar questo sian dutte in el centro le due linee.e.d. & .b.d.& l'angolo.e.sarà equale al angolo.b.d.e.(per la quinta del primo)per questo che la linea.e.b. è equale alla linea.b.d.(per el correlario della decimaquinta del quarto.) Ancora l'angolo.d.b.c.è equale al angolo.c.(per la quinta del primo)



la baſa.b.e.ſarà equale alla baſa.b.d. & l'angolo.e.e.b. equale a l'angolo.c.d.b. & concioſia che (per la quinta del primo) l'agolo.b.c.d. ſia equale a l'angolo.b.d.e. (imperoche li duoi lati.b.e. & b.d. ſono equali (per communa ſcientia) lo total angolo.e. ſarà equale al totale angolo. d. Similmente tu aprouerai lo total angolo.b.e. eſſer equale allo total angolo.e. perche (per la quarta del primo) la baſa.b.e. e equale alla baſa.c.e. & l'angolo.a.b.e. è equale a l'angolo.d.c.e. et (per la quinta del medeſimo cioè del primo) l'angolo.e. b.c. è equale a l'angolo. e. c. b. adonque (per communa ſcientia) lo total angolo.b.e. è equale al total angolo.c. Et coſi eſſendo li tre angoli.b.c.d. tolti continuamente equali: & ſimilmente anchora lo penthagono ſarà equiangolo, perche (per la quarta del primo) la baſa.b. d. ſarà equale alla baſa.c.e. & l'angolo.c.d.b. a l'angolo.d.e.c. adonque (per communa ſcientie) l'angolo.c.d.b. ſarà equale a l'agolo.e.c.d. per laqual coſa (per la.6. del primo) le due linee.e.f. & f.d. ſaranno equale concioſia che li duoi angoli del triangolo.f. c. d. che ſono alla baſa.c.d. ſiano equali. Adonque (per queſta communa ſententia ſe da quantità equali ſia tolto quantità equale &c. ſarà la linea.f. b, equale alla linea.f.e, perche tutta la.b.d. era equale a tutta la.c.e. e però (per la quinta del primo) l'angolo.f.b.e. ſarà equale a l'angolo.f.e.b. (per la medeſima) l'angolo.a.b. e è equale al angolo.a e.b. adonque (per communa ſcientia) l'angolo.b. totale è equale al total angolo.e. perche li tre angoli partiali componenti l'uno ſono equali alli tre angoli partiali componenti l'altro cadauno al ſuo relatiuo. adonque è manifeſto che li tre angoli.e.b.c. tolti diſcontinuamente in el propoſto penthagono ſono equali & concioſia che in tal modo egliè ſtato demoſtrato tutto el penthagono eſſer equiangolo. adonque per l'uno e l'altro modo è manifeſto il propoſito.

Theorema.8. Propoſitione.8.

Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che uien deſcritto dal ſuo lato è treppio al quadrato della mità del diametro del cerchio dal quale eſſo triangolo ſarà circonſcritto.



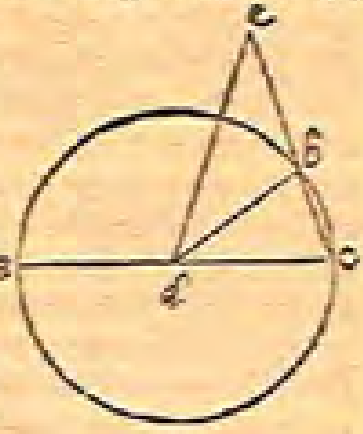
Sia il triangolo.a.b.c. equilatero alqual ſia circonſcritto lo cerchio.a.b.c. ſopra al centro.d. (ſi come inſegna la quinta del quarto libro) & ſia protratto in quello lo diametro a.d.e. Dico adonque che il quadrato della linea.a.b. è treppio al quadrato del mezzo diametro.a.d. & per demoſtrar queſto ſiano anuſe le due linee.b.d. & d.e. & l'arco b.e. ſia protratto ſotto la corda.b.e. & (per la ottaua del primo libro) l'angolo. b.a.d. ſarà equale a l'angolo.e.a.d. per laqual coſa (per la ultima del ſeſto) l'arco.b.e. equale al arco.e.c. & perche (per la vigeſimaottaua del terzo) li tre archi.a.b.b.c. & c.a. ſono fra loro equali imperoche le corde di que

gli

t.e.alla.e.b. è si come della e.b. alla.b.c. (dal presupposito) sarà (per la settima del quinto) della.c.e. alla.d.c. si come della.d.c. alla.c.b. adonque (per la sesta del sesto) li dui triangoli.e.d.c. & .d.c.b. sono equiangoli adonque l'angolo.e. è equale al angolo.b.d.c. perche quelli riguardano li lati proportionale. & concessa che l'angolo.a.d.b. sia quadruplo al angolo.e. (per la trigesimaseconda del primo tolta due volte & per la quinta di quel medesimo due volte.) seguita etiam che il medesimo angolo.a.d.b. sia quadruplo al angolo.b.d.c. E però (per la ultima del sesto) l'arco.a.b. è quadruplo al arco.b.c. Adonque la linea.b.c. è il lato del decagono inscritto in lo cerchio.a.b.c. Ma se la linea.b.c. sarà il lato decagono del cerchio.a.b.c. la.e.b. sarà il lato del exagono de quel medesimo & essendo altramente (per l'adversario) sia adonque la medesima linea.e.b. lato del exagono del cerchio.f. onde (per le cose per avanti dette) la.b.c. sarà il lato del decagono di quel medesimo: siano adonque intesi esser inscritti in li dui cerchij.a.b.c. & .f. li decagoni equilateri di quali tutti li lati saranno equali alla linea.b.c. & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio è equiangola (come fu provado in la decimaquinta del quarto libro) seguita l'uno e l'altro di dui decagoni esser equiangoli. Et concessa che tutti li angoli di l'uno tolti insieme siano equali a tutti li angoli di l'altro tolti insieme si come evidentemente appare (dalle cose demostrate in la trigesimaseconda del primo) e però è necessario (per questa communa scientia le parti decime di qualunche due quantità equale esser qualunche altre parti di medesime denominatione esser equale) che l'uno di quelli decagoni sia equiangolo a l'altro: e però sono simili (per la diffinitione delle superficie simile.) Et perche se fussino inscritte due figure simile in dui cerchij: la proportione di dui relativi lati di quelle figure sarà si come delli dui diametri di quelli cerchij (come appare per il correlario della decimanona del sesto libro & per la prima del duodecimo) & concessa che li lati di decagoni simili inscritti in li dui cerchij.a.b.c. & .f. siano equali, seguita che li diametri di quelli siano equali e però anchora li semidiametri di quelli saranno equali: & li semidiametri sono equali al lato del exagono (per lo correlario della decimaquinta del quarto) adonque la linea.e.b. sarà el lato del exagono inscritto in lo cerchio.a.b.c. si come che è lato del exagono del cerchio.f. e quello equale & questo e quello che volevamo dimostrare, & saperai che per questa nona di questo decimoterzo libro essi ne sono venuto fuora la decima del quarto libro laquale propone de describere uno triangolo di dui lati equali del quale l'uno e l'altro di dui angoli che stanno sopra alla basa sia doppio al terzo. Perche tal e l'uno e l'altro di dui triangoli.e.d.c. & .d.c.b. semplicemente ogni triangolo del quale li dui lati siano equali alla maggior parte di alcuna linea divisa secondo la proportione habente il mezzo & dui estremi, & il terzo (che è la basa) sia equale alla minor parte della medesima linea, overamente quello del quale li dui lati siano equali al lato del exagono equilatero inscritto in al cuno cerchio & la basa sia equale al lato del decagono equilatero inscritto in el medesimo cercino che è il proposito.

Theo-

mo) per laqual cosa l'angolo.a.d.b. (per la trigesimaseconda del primo) serà doppio al angolo.d.b.c. & perche (per la medesima) l'angolo.d.b.c. è doppio al angolo.e. Seguita che l'angolo.a.d.b. sia quadruplo al angolo.e. perche (per communa scientia) ogni cosa che sia il doppio del doppio e quadruplo del semplo. essendo etiam il medesimo angolo.a.d.b. quadruplo al angolo.b.d.c. (per la ultima del.6. imperoche l'arco,a,b, è quadruplo a l'arco,b,c. (per cõmuna scientia) è necessario che l'angolo.e. sia equale al angolo.b.d.c. Adonque siano intesi li dui triangoli. d.e.c, totale & b.d.c partiale & conciosia che l'angolo.e. del totale sia equale al angolo.b.d.c. del partiale: & l'angolo.c. sia commune a l'uno & l'altro (per la 32. del primo) è necessario che lor siano equiangoli: per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione di duoi lati.e.c. & .c.d. continenti l'angolo.c. in el total triangolo è si come di duoi lati.d.c. & .c.b. continenti el medesimo angolo in el triangolo partiale, perche adonque la proportione della.e,c. alla.c.d. è si come alla.e.b. (per la seconda parte della settima del quinto) & della.d.c. alla.c.b. è si come del.a.e.b. alla medesima) per la prima parte della medesima. Seguita (per la undecima del quinto) che la proportione della.c.e. alla.e.b. sia si come della.e.b. alla.b.c. Adonque (per la diffinitione) conclude il proposito cioè la linea.e.c. esser divisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi estremi & la maggior parte di quella esser il lato del exagono laqual cosa è stata necessario da dimostrare. Anchora conuien dimostrare la cõuersa, laqual cosa se fa facilmente per via retrograda cioè tornando in dietro per la medesima via perche quella piglia Ptolomeo al nono capitolo della prima distinctione del almagesto a dimostrare la quantità delle corde delli archi d'un cerchio. Dico adonque che essendo divisa qual si voglia linea secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi di quel cerchio che la maggior parte sarà il lato del exagono, de quel medesimo la minore sarà el lato del decagono & di quello che la minore sarà el lato del decagono, di quel medesimo la maggiore sarà il lato del exagono & per dimostrar questo sia la prima dispositione cioè siano la linea.e.c. divisa in ponto.b. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella sia la.e.b. Dico che di quel cerchio il quale la linea, e, b, e lato del exagono di quel medesimo la linea, b, c, eil lato del decagono: & di quel cerchio che la linea, b, c, e lato del decagono di quel medesimo la linea, e, b, e lato del exagono (& questo intendo di exagoni & decagoni equilateri) perche essendo la, e, b, el lato del exagono inscritto in lo cerchio, a, b, c, (per el correlario della decimaquinta propositione del quarto) la, e, b, sarà equale alla, d, c, & perche la proportione della



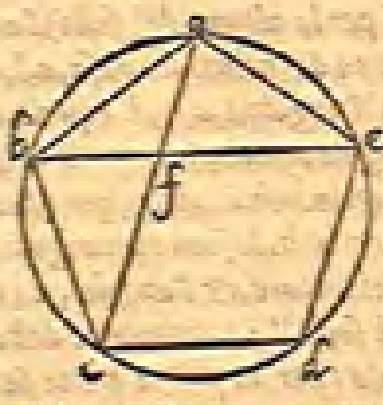


c,e, al-

rà doppio a tutto l'arco.b.b.k. E però (per la ultima del sesto) l'angolo.c.d.b. è doppio al angolo. b. d. l. & conciosia che il detto angolo.c. d. b. (sopra il centro) sia similmente (per la vigesima del terzo) doppio al angolo.b.a.d. (sopra la circonferentia) adonque (per la communa scientia) l'angolo.b.d. l. sarà equale al angolo.b. a. d, onde (per la trigesima secouda proportione del primo) lo triangolo. b. d. l. sarà equangolo al triangolo b.a.d. Perche l'angolo. d. del minore è equale al angolo, a, del maggiore, & l'angolo, b, è commune a l'uno & l'altro. Adonque (per la quarta del sesto) la proportione della, a, b, alla, b, d, è si come della, b, d, alla, l, b, per la qual cosa (per la prima parte della decima settima del sesto) quello che peruiene dalle, a, b, in la, b, l, equale al quadrato della, d, b. Et prima fu prouato che quello che peruiene dalla, a, b, in la, l, a, è equale al quadrato della. a. b. Adonque quello che peruiene dalla, a, b, in la, a, l, & in la, l, b, è equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & , b, d. Et (perche per la seconda del secondo) quello che peruiene dalla, a, b, in la, l, a, & in la, l, b, è equale al quadrato della linea. a. b. Et la linea, a, b, è il lato del penthagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio, & la linea, a, b, è il lato del decagono equilatero & la linea, b, d, (per el corelario della decimaquinta del quarto) è equale al lato del exagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio per laqual demostratione vien a esser verificado quello che fu detto.

Theorema. II. Propositione. II.

Se a duoi propinqui angoli di un penthagono equilatero descritto dentro di un cerchio, dalli termini di suoi lati fian sotto tese ouer tirate due linee rette, l'una, e l'altra di quelle seghará l'altra secondo la proportione hauéte il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di cadauna di quelle sarà equale al lato di quel penthagono.

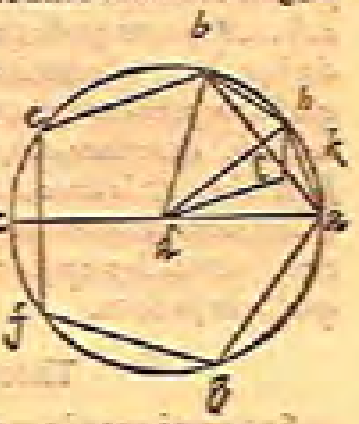


Sia lo penthagono equilatero. a. b. c. d. e. inscritto in el cerchio assignado dalle medesime lettere a duoi propinqui angoli di quello (quali sono, a, & , b,) siano sotto tese ouer tirate le due linee rette, a, c, & , b, e, segandose fra loro in ponto. f. Dico adonque l'una & l'altra di quelle esser diuisa in ponto. f. secondo la proportione hauente il mezzo è di duoi istremi: & che la maggior parte di cadauna di quelle è equale al lato del pẽthagono: pche (p la vigesimaottaua del terzo) è manifesto che li cinque archi del cerchio che circonferisse il proposto penthagono (di quali le corde sono li lati di quel penthagono) sono fra loro equali. E però (per la ultima del sesto) li quatro angoli. a. e. b. a. b. e. b. a. c. & . b. c. a. sono fra loro equali. Perche li archi. a. b. a. e. & . b. c. sono fra loro equali. Et conciosia che l'arco. c. d. e. sia doppio al arco. b. c. Anchora (per la ultima del sesto) lo angolo. c. a. e. sarà doppio a lo angolo. c. a. b. & (per la prima parte della trigesima seconda del primo)

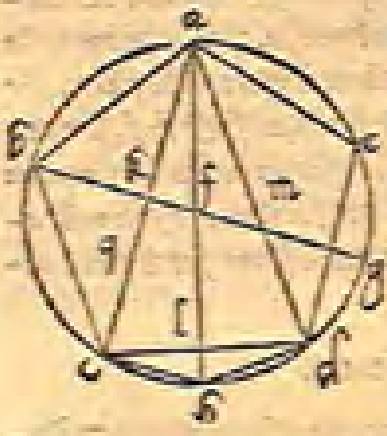
Theorema. 10. Propositione. 10.

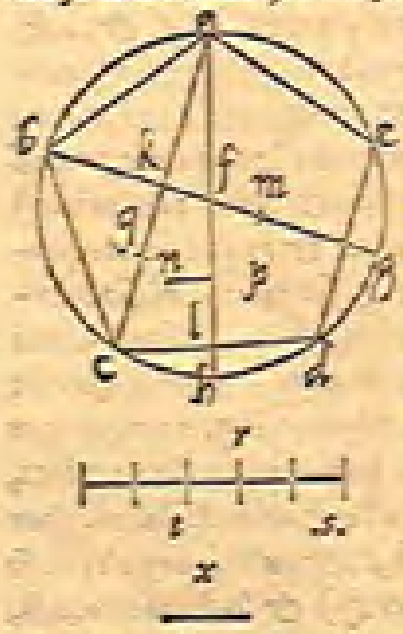
Ogni lato d'un penthagono equilatero è tanto piu potente del lato del exagono equilatero, quanto puo il lato del decagono equilatero essendo ambidui descritti in uno medesimo cerchio.

Sia il cerchio.a.b.c.el centro del quale sia el ponto.d.& lo diametro la linea.a.d.c. Hor sia iscritto a quello uno penthagono equilatero qual sia.a.b.c.f.g.& dal centro.d.sia protratta una perpẽdicolare al lato.a.b.laquale sia produtta per fina alla circonferentia in ponto.b.& sia la.d.b.& siano protratte le due corde.a.b.et b.b.laquale saranno equale fra loro (per la seconda parte della tertia del terzo,& della quarta del primo. E però etiam li dui archi.a.b. & .b.b.saranno equali fra loro (per la vigesimaottava del terzo.) Adonque l'una & l'altra delle due corde. a.b.& .b.b.è lato del decagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio. Dico adonque che il quadrato della linea.a.b.(che è il lato del pẽthagono) è equale alli dui quadrati delle due linee.b.d.& .a.b.tolti insieme delle quale la prima è equale al lato del exagono (per el correlario della decimaquinta del quarto) & la seconda è lato del decagono & per demostrar questo sia protratto dal centro.d.una perpendicolare alla linea.a.b.(la quale è lato del decagono) laquale sia produtta per fina alla circonferentia, & sia la.d.k.laqual segbi la linea.a.b.(che è lato del penthagono) in ponto.l. & sia protracta la linea b.l. Et è manifesto (per la seconda parte della terza del terzo, et per la quarta del primo: & vigesimanona del terzo,) che la linea.d.k.(che è perpendicolare alla corda.a.b.) divide in dui parti equali la corda insieme con l'arco. & però l'arco a.k.è equale al arco.k.b. Per laqual cosa (per la ultima del sesto) l'angolo.a.d.l.è equale a l'angolo.l.d.b. E però (per la quarta del primo) la basa.a.l.è equale alla basa.l.b.adonque (per la quinta del primo) l'angolo.l.a.b. è equale a l'angolo.l.b.a. & concioscia che (per la medesima) l'angolo.b.a. b. sia equale a lo angolo.b.b.a. seguita che l'angolo.l.b.a.sia equale al angolo.b.b.a.. Adonque (per la vigesimaseconda del primo) li dui triangoli.b.a.b. & a. b. l. sono equiangoli, perche l'angolo.b.del maggiore è equale al angolo.b.del minore, & l'angolo. a. è commune a l'uno & l'altro adonque (per la quarta del sesto) la proportione della b.a.alla.b.a.è si come della.a.b.alla.l.a. Per laquai cosa (per la prima parte della decimasettima del sesto) quello, che perviene dalla. b. a. in la. a. l. è equale al quadrato della linea.a.b.laquale è il lato del decagono, & concioscia che'l mezzo cerchio.a.c.e.sia equale al mezzo cerchio.a.f.c. & l'arco.a. e. a l'arco. a. f. l'arco. e. c. (residuo) sarà equale al arco.f. c (residuo) per laqual cosa l'arco.e.c.è la metà del arco.e. f. E però è equale al arco.a.b.& doppio al arco.b.k. Et perche l'arco.e.b.è doppio al arco.b.b.(per la decimaterza del quinto) tanto l'arco.c. e.b. sarà dop-



ciosia che li duoi archi.a.d.b. & .a.c.b. siano equali & l'arco.a.c. sia equale al arco a.d. li duoi residui di semicerchio (che sono.c.b. & .d.b.) saranno equali, alli quali essendo sotto tese, ouer tirate le due corde, che sono.c.b. & .d.b. quelle anchora (per le sigesimanona del terzo) saranno equale, & perche l'arco.a.c. è equale al arco. a.d. (per la ultima del sesto) l'angolo.c.b.l. sarà equale al angolo.d.b.l. E però (per la quarta del primo) la basa.c.l. è equale alla basa.d.l. & tutti li angoli che sono al.l. sono retti (per la prima parte della tertia del terzo.) Adonque li duoi triangoli.a.c.l. & .a.f.k. sono equiangoli (per la.33. del primo) perche l'angolo.l. del maggiore è equale a l'angolo.k. del minore (imperò che l'uno e l'altro eretto.) Et l'angolo.a.e. è commune a l'uno e l'altro per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione della.l.c.a. è si come de la.k.f. alla.f.a. Sia tolto adonque del diametro.b.g. la linea.f.m. equale alla quarta parte del semidiametro.e.t (per la equal proportionalità) la proportione de la.c.l. alla quarta parte della linea.a.c. (laquale sia.c.q.) sarà si come della.k.f. alla quarta parte del la linea.f.a. laquale e.f.m. & perche (per la decima quinta del quinto) la proportione della.c.d. alla.c.k. è si come della.c.l. alla.c.q. (perche cosi è il doppio al doppio: si come il semplo al semplo (per la 11. del quinto) del la.c.d. alla.c.k. sarà si come della.k.f. alla.f.m. Et congiuntamente della linea composta dalla.d.c. & dalla. c.k. alla.c.k. si come della.k.m. alla.m.f. E però (per la prima parte della sigesimaseconda del sesto) la proportione del quadrato della linea composta dalla.d.c. & .c.k. al quadrato della linea.c.k. è si come del quadrato della linea.k.m. al quadrato della linea.m.f. Et (per la precedente) è manifesto che se la linea.a.c. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, la maggior parte di quella, sarà equale alla linea d.c. adonque la linea che è composta dalla linea.d.c. & .c.k. è composta dalla maggior parte della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & dalla mità di tutta la linea cosi diuisa: perche la.c.k. è la mità della.a.c. adonque (per la prima di questo decimotertio libro) lo quadrato della linea cōposta dalla.d.c. et.c.k. è anchor quincuplo al quadrato della linea.c.k. e però lo quadrato della linea.k.m. è anchora quincuplo al quadrato della linea.m.f. conciosia che la proportione di questi quadrati & de quelli sia una medesima. & la linea.k.m. è quincupla alla linea.m.f. Perche la.m.f. era la quarta parte del semidiametro del proposto cerchio. Adonque el quadrato della linea.k.m. al quadrato della linea.m.f. è si come della linea.k.m. alla linea m. f. & perche (per la seconda parte della decimanona del sesto) lo quadrato della linea.k.





primo) l'angolo.a.f.e, è doppio al angolo.f.a.b. adonque l'angolo,a,f,e, è equale a l'angolo,f,a,e.per laqual cosa (per la sesta del primo) la linea,a.e,è equale alla linea.f.e. & li dui triangoli.a.b.e.& .a.f.b. sono equiangoli (per quelle cose che sono state dette & per la trigesimaseconda del 1.) perche lo angolo.e.del maggiore è equale al angolo.a.del minore: & lo angolo,b,e, commune a l'uno & l'altro,adonque(per la quarta del sesto) la proportione della,e,b, alla,b,a, sarà si come della, b,e.alla,f,b. Et conciosia cosa che la.e.f. sia equale alla.a.b.imperoche quella (come fia provado) è equale alla.a.e. Seguita (per la settima del quinto) che la proportione della,b,e,alla, e,f, sia si come della, e,f, alla. f. b. Per laqual cosa (per la diffinitione) la linea. e. b. è divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi & la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & se questo è il vero de la linea. e.b. Adnchora(per la settima del quinto, & quinta del medesimo & per la diffinitione)il medesimo sarà vero della linea,a,c, perche tutta la b.e.è equale a tutta la,a,c,(per la quarta del primo) etiam le parti alle parti(per la sesta del primo & per la communa scientia) perche le parti,a, f,& ,b,f, sono equale(per la sesta del primo) & però li residui,f,e.& .f, c, saranno fra loro equali (per la concettione)o veramente sel te pare tu puoi (& piu facilmente) dimostrare il proposito della linea,a,c.negotiando circa a quello come è stato fatto circa alla linea.e.b.

Theorema. 12. Propositione.12.

12 11 Sel diametro d'un cerchio che circonscriva uno penthagono equilatero sarà rationale lo lato di quel penthagono sarà una linea irrationale,cioè quella che è detta linea minore.

Sia il penthagono equilatero, a, b, c, d, e, iscritto in lo cerchio delle medesime lettere notato el centro del quale sia el ponto, f, & li dui diametri, b, g, & , a,b, & sia l'uno & l'altro di questi diametri una linea rationale in longhezza. Hor dico che il lato del detto penthagono iscritto sarà una linea irrationale , cioè quella che se dice linea minore . Perche essendo protratta ouer tirata la linea,a,c,laqual seghi il diametro,b,g,in ponto. k. Et (per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea,a,c, sarà divisa dal diametro.b.g. orthogonalmente & in due parti equali in ponto. K. perche conciosia che el semicerchio, b, a, g, sia equale al semicerchio, b, c, g,& l'arco,b,c,al arco.b. a. si come è manifesto (per la trigesimaottava del terzo) sarà l'arco,a,g,(residuo) equale al arco.c.g, (residuo) & però (per la ultima del sesto) lo angolo a,b,g, sarà etiam equale a lo angolo,c,b,g, adonque conciosia che li dui lati, a, b, & ,b,k, del triangolo,a,b,k, siano equali alli dui lati, c, b,& ,b,K, del triangolo.c.b.k, & l'angolo,b, de l'uno a l'angolo,b, di l'altro, (per la quarta del primo) la basa,a,k, sarà equal alla basa,k,c, & tutti li angoli che sono al, K, sono retti(per la prima parte della terza del terzo) & la diametro,a,b, seghi lo lato del penthagono,c,d, in ponto, l. Et similmente la linea, c, d, sarà divisa dal diametro,a,b,orthogonalmente & in due parti equali in ponto,l, & conciosia

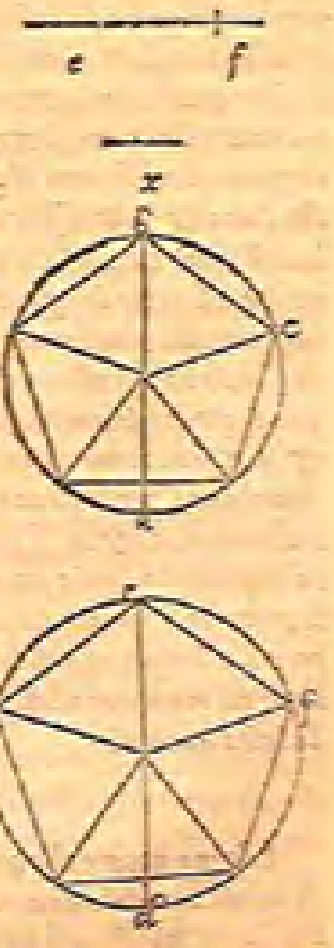
le al quadrato della,b,c, Et perche (per la prima del secondo) quello che vien fatto dalla,b,k,in se & in la,K,g,è equal a quello che vien fatto della,b,k,in la,g, b, la linea,b,c, sarà il lato tetragonico della superficie contenuta dalle due linee g, b, & ,k,b, & perche la linea,g,b,e rationale: & la linea,b,k,e residuo quarto, E per che la linea potente in una superficie contenuta da una linea rationale e da un residuo quarto,e linea minore: (come è manifesto) per la nonagesima quarta del decimo libro) è necessario la linea b. c. (che il lato del penthagono equilatero inscritto in el proposito cerchio) esser la linea minore, che in principio si propose da dimostrare. Adonque per questo modo seguita che il lato del penthagono equilatero inscritto in uno cerchio sia una linea minore, sel diametro del cerchio (alquale era inscritto) sarà rationale in longhezza. Et se il diametro del cerchio sarà rationale solamente in potentia, anchora è necessario che il lato del penthagono equilatero inscritto in quello sia la linea minore. Perche poni che la linea,a,b, sia rationale solamente in potentia, sopra laquale sia descritto un cerchio, & a quello che sia inscritto uno penthagono equilatero del quale uno lato sia la.b.c. & lo cerchio & lo penthagono siano detti.a.b. Dico che la linea.b.c.è linea minore, perche essendo tolta alcuna linea rationale in longhezza (laqual sia.d.e. & sopra a quella sia lineado un cerchio, alquale sia inscritto uno penthagono equilatero, & sia uno lato di quello la linea.e.f. & el cerchio & lo penthagono siano detti.d.e. Adonque è manifesto (per questa duodecima) che la.e.f.è linea minore: conciosia che lo diametro.d.e. sia rationale in longhezza, & perche la proportione del penthagono.a.b. al penthagono.d.e.è si come el quadrato della linea.b.c.al quadrato della linea.e.f. Perche l'una & l'altra (per la seconda parte della decimanona del sesto) è si come quella della linea.b.c.alla linea.e.f.dupplicata. Et del penthagono.a. b. al penthagono.d.e.è si come del quadrato del diametro.a.b.al quadrato del diametro.d.e. (per la prima del duodecimo) sarà (per la undecima del quinto) lo quadrato della linea. c. b. al quadrato della linea. e. f. si come lo quadrato del diametro. a. b. al quadrato del diametro. d. e. Et conciosia che li quadrati di dui diametri. a. b. & .d. e. siano communicanti. perche ambidue sono rationali (dal presupposito.) Anchora (per la prima parte della decimaquarta del decimo) li quadrati delle due linee.b. c. & .e.f. saranno communicanti, adonque la linea. b. c. communica in potentia con la linea.e. f. & perche la linea.e.f. è linea minore seguita (per la centesima quinta del decimo) che etiam la. b. c. sia linea minore, che è il proposito, adonque o sia el diametro di alcun cerchio rationale in longhezza ouer solamente in potentia è necessario che il lato del penthagono (inscritto in quello) sia la linea minore.

Il Tradottore.

Bisogna notare che quella parte aducta et approbata in fine del commentatore, se verifica medesimamente nella prima argumentatione, cioè supponendo il diametro (largo uerbo) rationale, o sia in longhezza, o solamente in potentia (che così si debbe intendere la propositione) se concluderà il proposito.

Pro-

nea.k.m.al quadrato della linea.m.f.è si come della linea.k.m. alla linea.m.f.duplicada,et(per la undecima del quinto)la linea.b m.alla linea.m.f.sarà si come la linea.k.m.alla linea.m.f.dupplicata. Adonque la linea,K,m,è media proportionale fra le due linee.b.m.& m.f.laqual cosa cosi è manifesta,perche essendo la linea. n.p.media proportionale fra quelle,tolta secondo la doctrina della nona del sesto,et (per la diffinitione della proportione dupplicada che è posta in el principio del quinto)la proportione della.b.m.alla.m.f.sarà si come della.b.m.alla.n.p. dupplicada: & perche la. b.m.alla.n.p.è come la,n,p,alla.m.f. Etiam (per la undecima del quinto)la proportione della.b.m.alla.m.f.sarà si come della.n.p.alla. m.f. dupplicada: adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee,k,m,& ,n, p,sono equale, & però (per la prima parte della settima del quinto & per la seconda parte della medesima)la linea.x.m.è media proportionale fra la.b.m.et m. f.per laqual cosa (per el correlario della decimaottava del sesto) la proportione del quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k. è si come è della linea.b.m. alla linea.m.f.& perche la linea.b.m.è quincuple alla linea.m.f. el quadrato della linea.b.m. sarà quincuplo al quadrato della linea, m,k, & la linea,b,m,è rationale in longhezza. Adonque (per la ultima parte della nona del decimo) la linea.m.k. è rationale solamente in potentia,& perche la linea.b.m.è piu potente della linea.m.K.in el quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza (come di sotto se approverà)la linea.b.k.sarà residuo quarto (per la diffinitione del quarto residuo. Hor quello che di sopra promettessimo di prouare in questo modo se manifesta sia el numero.r.quincuplo al numero.s.& t.& s. siano quanto.r.& se.r.fusse cinque.s.saria uno & r.quatro.E sia la linea.b.m.piu potente della linea.m.k.in el quadrato della linea.x.Conciossia adonque che il quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k.sia si come el numero.r,al numero.s.per la diffinita proportionalità lo quadrato de la linea.b.m.al quadrato della linea x.sarà si come el numero r.al numero.s. per laqual cosa(per la ultima parte della nona del decimo)la linea. x.è incommensurabile a la linea.b. m. in longhezza. adonque non è dubbio che la linea.b.k.sia residuo quarto: & è manifesto (per la trigesimaquinta del terzo) che quello che sien fatto dalla b.k.in la.k.g.e equale a quello che sien fatto dalla.a.k.in la.K.c. E però etiam quel medesimo è equale al quadrato della. k.c. imperò che la.a.k.è equale alla.k.c. adoque agionto a l'uno & l'altro lo quadrato della.b. K. (per la penultima del primo) quello che sien fatto dalla.b.k.in se medesima & in la. k. g. sarà equale al



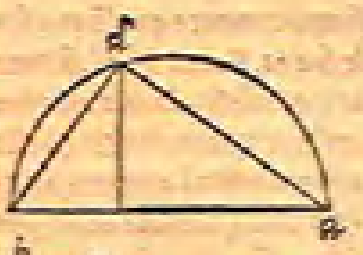
a.d. Adonque è manifesto la fabricata piramide esser di quatro base triangolare equilatere. Ma che quella sia circõscrittibile dalla assignata sphera tu l'haverai in questo modo. Sia inteso alla linea a.e.K. essermi aggionto secondo la rettitudine) la linea a.e.l, equale alla linea a.b. accio che tutta la.K.l. sia equal alla a.b. (che è il diametro della assignata sphera.) Dico che questa linea e.l. tu la imaginarai esser sotto al cerchio f.g.b. etiam perpendicolare alla superficie di quello dalla parte di sotto: si come è la e.K. dalla parte di sopra. Et cadauna delle tre linee e.f. e.g. e.b. (Et simplicemente qualunque semidiametro del cerchio f.g.b.) sarà media proportionale fra la.K.e. et la.e.l. si come è la.d.c. fra la a.c. & la.c.b. Perche queste sono equale a quelle (cadauna alla sua relativa.) Adonque se sopra la linea l.K. sia descritto un mezzo cerchio & quello sia circondutto per fina a tanto che'l ritorni al loco donde incõminciò a movesi. La sphera descritta da questo mezzo cerchio nel moto suo (per la diffinitione delle sphere equali) sarà equale alla sphera assignata, perche le sphere sono equale, quando il diametro di quelle sono equali, si come fu detto di cerchij in el pricipio del terzo. Et questo semicerchio è necessario transire per li tre põti, f, g, b, liquali sono li angoli della solida piramide fabricata & similmente dico che questo semicerchio che sarà descritto sopra la linea a.l. se serà circondutto fina che'l ritorni al loco donde quello haverà cominciato a movesi toccarà el cerchio f, g, b, sopra tutti li ponti della circonferentia di quello. Laqual cosa se approva da questa antiqua verità. Se una linea retta starà perpendicolarmente sopra una linea retta laqual sia posta media proportionale fra le parti di quella alla quale soprasta, over alle due parti che li sta atorno, & sia descritto un mezzo cerchio sopra a quella linea (sopra laquale sia la perpendicolare) la circonferentia di quello necessariamẽte transirà per la estremità della linea media proportionale posta perpẽdicolarmente. Concioscia adonque che tutti li semidiametri del cerchio f, g, b, siano perpendicolari alla linea k.l. & medij proportionali fra le parti di quella le qual sono, K, e, & e, l. Seguita che il semicerchio descritto sopra la, k, l, essendo circondutto transisse per tutti li ponti della circonferentia, f, g, b, & per tutti li angoli solidi: della fabricata piramide. Adonque (per la diffinitione di quella che è d'una figura inscritta in una figura) la fabricata piramide è inscrittibile a quella sphera che descrive el semicircolo (lineato sopra la linea k.l. nel moto suo. Et perche questa sphera descritta è equale alla sphera assignata (per la diffinitione delle spere equale) seguita (per communa scientia) che questa piramide fabricata sia circonscrittibile dalla assignata sphera: che è il proposito. Lo correlario ancora in questo modo se manifesta. Hor concioscia che la linea, a, b, sia treppia alla, b, c, (per la cuersa proportionalità) la, a, b, sarà sesquialtera alla, a, c. E però (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto, & correlario della decima ottava del medesimo) el quadrato della linea, a, b, sarà etiam sesquialtero al quadrato della linea a.d. Et perche la linea a, d, è equale al lato della fabricata piramide: & la, a, b, è il diametro della sphera è manifesto esser il vero quello che per el correlario è detto.

Et accio che non accadi in alcuno a dubitare della proposta antiqua verità, volemo quella con demonstratione affermare in questo modo. Sia adonque so-

ra

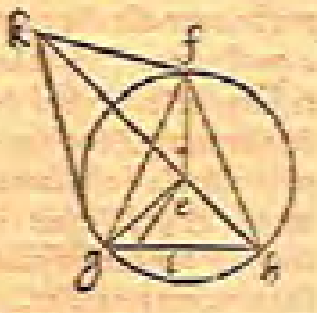
Problema. 1. Propositione. 13.

13 Possemo fabricare una piramide di quattro base triangolare equila
13 tere circonscrittibile da una assignata sphera. Et dimostrare che il dia-
metro di quella sphera hauere proportione sesquialtera potentialmen
te al lato di ella piramide.





Ciascuna delle 3. linee c.e.f. c.g. & c.b. è equale alla c. d.

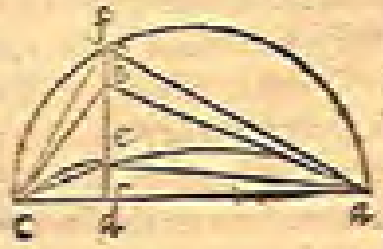


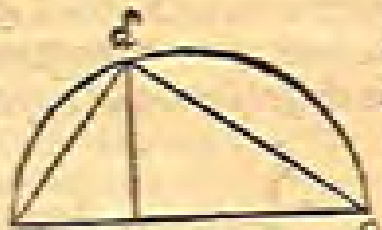
Sia la linea,a,b,el diametro della assignata sphera laquale sia diuisa in ponto.c.talmẽte che la.a.c.sia dop pia.alla.b.c.& sopra quella sia lineado lo semicerchio a,d,b,& sia produtta la linea,c,d,orthogonalmẽte so pra la linea,a,b,& siano produtte le linee,b,d, & a,d, a,e dapoi sia facto el cerchio,f,g,h,sopra el centro,e,el semidiametro delquale sia equale alla linea,c,d,in el quale(per la seconda del quarto)sia inscripto un triã golo equilatero elquale sia,f,g,h, alli angoli delquale (dal centro)siano protratte le linee,e,f,e,g,e,h, e da poi sopra il centro,e,(secõdo che insegna la undecima del undecimo)sia erigata la linea,e,k, perpendicolar mente a la superficie del cerchio,f,g,h, laquale sia po sta equale alla,a,c. Et dal ponto,K, siano tirate le ypo thenusse.K.f.k.g.k.h. et sarà compita la piramide di quattro base triangolare equilatere, laquale dico esser circonscrittibile dalla assignata sphera,etiã dico el qua drato del diametro della proposta sphera esser sesquial tero al quadrato lato della detta fabricata piramide, perche egli è manifesto (per la prima parte del correla rio della ottaua del sesto) che la linea,c,d, è media pro portionale fra la,a,c,& la,c,b,per laqual cosa (per el correlario della.18.del medesimo)el quadrato della linea, a,c, al quadrato della linea,c,d,e si come la linea,a,c,alla,c,b,adõque cõgiuntamente lo quadrato dal la,a,c,& lo quadrato della,c,d,al quadrato della,c,d,e si come la,a,b,alla,b,c. E però(per la penultima del primo)el quadrato della,a,d, al quadrato della,d,c,sarà si come la.a.b.alla.b.c.Concio sia adonque che la linea,a,b,sia treppia alla,b,c, (perche la,a,c,era doppia a quella)ancora lo quadrato della,a,d,sarà si treppio al quadrato della,d,c,et (per la ottaua di questo) lo quadrato della,f,g, e treppio al quadrato della,e,f.Per laqual cosa conciosia che(dal presuppposito)la linea,d,e,sia equale alla e,f,(per communa scientia)la,a,d,sarà equale alla,f,g. Et perche(per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie)la linea,e,k,contiene an goli retti con cadauna delle linee,e,f,e,g,e,h, delle quale cadauna è equale alla li nea,c,d,& perche quella medesima è equale alla linea,a,c,& l'angolo,c, è retto (per la quarta del primo)cadauna delle tre linee.K.f.k.g.k.h.sarà equale alla linea

a.f.e.in pũto.f.et siano produtte le linee.f.a.f.c.(Et per la prima parte della trigesi ma prima del terzo)l'angolo.a.f.c.sarà retto.& concioßa che etiam l'angolo.a.b. c.(dal preßuppoßto)ßia retto ßeguita la impoßßibile (per la trigesimaprima del primo)ßi come in el principio. Rimane adonque il propoßito,& queßto è neceßßario alla cognitione delle coße che ßeguitano.

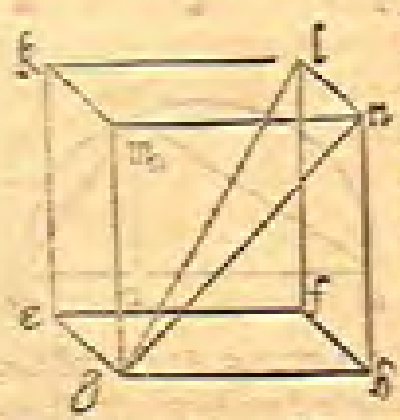
Problema. 2. Propoßitione. 14.

14/5 Egliè poßßibile a conßtituire un cubo circonßcrittibile da una aßßignata ßphera,& dimoßtrare il diametro dalla medeßima ßphera eßße potentialmente treppio al lato di quel cubo.

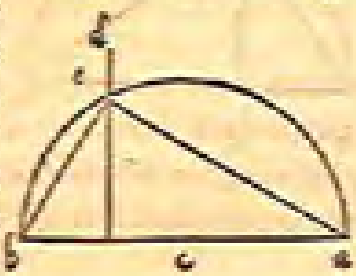


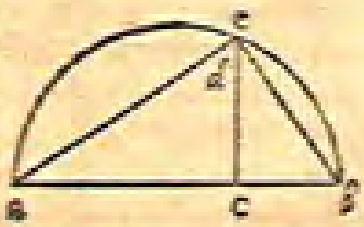


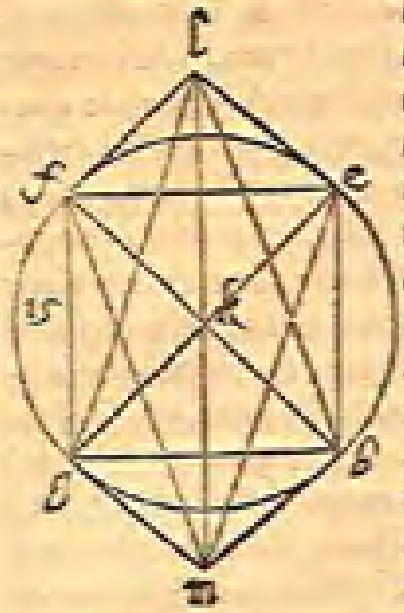
Sia la.a.b.el diametro della aßßignata ßphera ßopra laquale ßia luneado lo ßemicerchio.a.d.b. & ßia diuißo il diametro in ponto.c.ßecondo la conditione della precedente,cioè che la linea.a,c,ßia doppia alla linea.c,b,et ßia produtta la,e,d, perpendicolarmente alle,a, b, & ßiano protratte la.d.b.&,d,a,è da poi ßia fatto uno quadrato dilquale tutti li lati ßiano equali alla linea.b d.& ßia.e.f.g.h.ßopra li quatro angoli del quale ßiano erigute(come inßegna la duodecima del undecimo)quatro linee perpendicolare alla ßuperficie di eßßo quadrato, delle quale cadauna ßia etiam poßta equale alla linea.b.d. & ßiano,e,k,f,l,g, m,h, n, & queßte quatro perpendicolare (cadauna a cadauna ßaranno equidißtante(per la ßeßta del undecimo)li angoli che contengono con li lati del quadrato:ßaranno retti(per la diffinitione delle linee perpendicolare a una ßuperficie)& da poi ßiano congiunte le ßtremità de queßte perpendicolare dalle protratte linee.K.l.l.m.m.n.n.k. & ßarà compido il cubo contenuto da ßei ßuperficie quadrate. Perche egliè manifeßto(per la trigeßimatertia & trigeßimaquarta del primo)che le quatro ßuperficie che circondano quello(& quelle ßono delle quali li lati oppoßti ßono le quatro perpendicolare)ßiano tutte quadrate,queßto medeßimo ßu poßto della baßa.M a della ßuperficie di ßopra(che è la.K.l.m. n.)che quella ßia quadrato è manifeßto(per la trigeßima tertia del primo et decima del undecimo)& però(per la quarta del undecimo)egliè manifeßto tutti li lati del medeßimo cubo ßtare ortogonalmente in le due ßuperficie oppoßte di quello.M a accio che dimoßtremo queßto cubo eßßer circonßcrittibile dalla aßßignata ßphera,ßia protratto la diagonale in una delle ßue ßuperficie.verbi gratia in la ßuperficie.g.h.m.n.& ßia la.g.n.& da una delle ßtremità di queßta diagonale ßia protratta il diametro del cubo.l.g. & (per la penultima del primo)



pra a le linee a.b.la linea a.c.d.perpẽdicolare,laquale sia posta medial proportionale fra le parti della linea a. b. lequale siano a.c. & c. b. talmente che la proportione della a.c.alla a.c.d.sia si come della a.c.d. alla a.c.b. Et sopra la linea a.a.b. sia descritto lo mezzo cerchio a.e.b.Dico che la circonferentia di questo mezzo cerchio transirà per el ponto.d.che è la estremità della perpendicolare: & essendo altramente(per lo aduersario)ouer segarà) la linea a.c.d.ouer transirà di sopra di quella cioè transiendo & inchiudendo & non toccando tutta quella: segni adonque primamente quella in ponto.e.& sieno ducte le linee.e.b.& .e.a.Et (per la prima parte della trigesima prima del terzo)lo tocal angolo a.e.b. sarà retto: Adonque (per la prima parte del correlario della.8.del sesto)la proportione della a. c. alla. c.e.è si come della a.c.e.alla a.c.b.& (per la seconda parte della ottaua del quinto)la proportione della a,c, alla a,c,e,è maggiore che della a.c.alla a.c.d.imperoche la a,c,e, è minore che la a.c.d. Essendo adonque della a,c,e, alla a,c,b, si come della a,a,c, alla a, c, & della a,c,d, alla a,c,b, si come della a,a,c, alla a,c, d, (per la duodecima del quinto) della a,e,c, alla a,c,b, sarà maggiore che della a,c,d, alla a,c,b. E però(per la prima parte della decima del quinto,)la a,e,c, saria maggiore che la a,d,c, cioè la parte saria maggiore del suo tutto, laqual cosa è impossibile,adonque la circonferentia del semicerchio non segarà la linea a,c,d,transisca adonque disopra:& sia produtta la a,c,d, per fin alla circonferentia,& sia tutta la a,c,e,& siano protratte le linee,e,b,& e,a,& seguirà,come prima la linea a,c,d, esser maggiore che la linea a,c,e,che è impossibile adonque è manifesto il proposito: & similmente dicemo che se'l sarà alcun angolo retto alquale sia sottotesa(ouer tirata)una basa sopra laquale sia lineado un mezzo cerchio, la circonferẽtia di quello è necessario transire per l'angolo retto, & la conuersa di questa(propone la trigesima prima del 3.) & quello che habiamo detto se manifesta in questo modo,Sia l'angolo a,b,c, retto alquale sia tirata sotto la basa a,c,et sopra quella sia lineado un mezzo cerchio. Dico che la circonferentia di quello transirà per el ponto,b,in el qual uanno di compagnia le linee che cõtengono l'angolo retto,la demostratione della quale è che nõ transirà di sopra ne di sotto & essendo possibile(per lo aduersario)quella transisca primamente di sotto et sia la a,e,c, & dal angolo,b,sia produtta la linea,b,d,perpendicolare alla basa a,c,laquale segni la circonferenza del semicerchio in ponto,e,et siano protratte le linee,e,a,& ,e,c. Et l'angolo a, e,c,sarà retto(per la prima parte della 31.del 3.)& quello è maggiore del angolo a,b,c,(per la 21.del 1.) Et questo è impossibile(per la 3. petitione)nõ sia che l'uno e l'altro sia retto,l'uno dal presupposito e l'altro per la prima parte della 31. del terzo. Adonque la circonferentia del mezzo cerchio non transirà di sotto l'angolo,b, transisca adonque di sopra (se possibile) & sia la a,e,c, & sia produtta la perpendicolare,d,b,per fina che la se incontri con la circonferentia del semicerchio,







linea k.l.perpendicolare alla superficie del quadrato: laquale sia posta equale alla mità del diametro.e.g. auer.f.b.& siano lenate auer tirate le ypotheniusse.l.e l.f.l.g & l.b.& (per le cose che sono sta posse. & per la penultima del primo repetita quante volte besognarà)ciascune di queste ypotheniusse saranno equale fra loro, etiam equale alli lati del quadrato, tu hai adonque una piramide di quattro base triangolare equilatere constituida sopra un quadrato. Et per tanto soto a quel quadrato metterai una simile piramide in questo modo produrai la linea.l.k.(preformado el quadrato)per fina al.m.talmente che la.k.m.che sta soto al quadrato: sia equale al.l.k. che sta disopra, & congiungi il ponto,m, con cadauno di quatro angoli del quadrato. praducédo quattro altre ypotheniusse lequale siano.m.e.m.f.m.g.m.b.delle quale anchora è manifesto (per la penultima del primo si come delle altre che sono in la parte disopra)che quelle siano equale fra loro & alli lati del quadrato. adonque hauemo compido el corpo di otto base triangolare& equilatere che queste sia circonscrittibile della assignata sphera tu l'hauerai in questo modo. perche egliè manifesto che la linea.l.m.è equale al diametro della assignata sphera: perche l'una & l'altra di quelle è equale al diametro del quadrato. Adonque se sopra alla linea.l.m.sarà lineado un mezzo cerchio,el quale sia circumuolesto per fina a tanto che ritorni al loco suo, la sphera che quel descriue con el suo moto: sarà equale alla sphera assignata (come se manifesta per la diffinitione delle sphere equale) & questo mezzo cerchio transirà per li quattro angoli del quadrato,& simplicemente: per tutti li ponti della circonferentia del cerchio che circonscriue il quadrato: impero che, el mezzo diametro del quadrato che è la linea.f.k.& le parti della linea.l.m.lequale sono.l.K. &.k.m. sono fra loro equale:per laqual cosa(per la diffinitione di quello che è una figura esser iscritta in una figura)lo fabricato corpo è inscrittibile in la sphera descritta dal moto di questo mezzo cerchio, adonque(per la concettione)è inscrittibile in la assignata sphera, conciosia che quelle siano fra loro equale(per la diffinitione) etiam lo correlario è manifesto, perche le due linee, d, b, &, d, a, sono equale (per la quarta del primo)e però lo quadrato della,a,b,è doppio al quadrato della,b,d,(per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo è equale alla linea.b.d.adonque el correlario è vero.

Problema.4. Propositione.16.

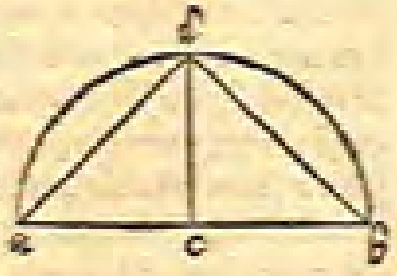
16/16 Puotemo fabricare el corpo de uinti base triangolare equilatere,circonscrittibile da una data sphera, che habbia el diametro rationale,& sarà manifesto el lato del medesimo corpo essere una linea irrationale cioè quella che se dice linea minore.

Sia

primo) lo quadrato della.n.g. sarà doppio al quadrato della.n.b. Et però etiam al quadrato della.l.n. imperoche la.n.b. è equale alla.n.l. (perche tutti li lati del cubo sono fra loro equali) et perche (un'altra volta per la penultima del primo) lo quadrato della.l.g. è equale alli quadrati delle due linee.l,n, & .n,g. per questa ragione che l'angolo.g,n.l, è retto (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) lo quadrato della.l,g. sarà treppio al quadrato della.l,n. perche è composto del doppio & del semplo. Et conciosia che (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto libro, & per el correlario della decima ottava del medesimo) Anchora lo quadrato della.a,b. sia treppio al quadrato della.b,d. imperoche la linea.a,b. è treppia alla linea.b,c. & la linea.b,d. sia equale alla linea.l,n. (dal pre supposito) seguita (per communa scientia) che la.l,g. (che è el diametro del cubo) sia equale alla.a,b. (che è il diametro della sphera.) Adonque se sopra la.l,g. sia li stando un mezzo cerchio, et sia circolato per fina che ritorni al loco donde fu el principio del moto la sphera descritta (per la diffinitione delle sphere equale) sarà equale alla sphera assignata. Ma perche questo mezzo cerchio fa el transito per el ponto, n. (imperoche l'angolo.g,n.l, è retto) & per la medesima ragione lo farà etiam per tutti li altri angoli retti del cubo la qual cosa (per la antecedente posta immediate avanti questa decimaquarta) è manifesta. Adonque egliè manifesto esser constituido del cubo circonscrittibile dalla assignata sphera: (imperoche egliè circonscrittibile dalla sua equale) la qual cosa bisognava dimostrare: & la demonstratione del correlario è manifesto per il processo di queste demonstrationi.

Problema.3. Propositione.15.

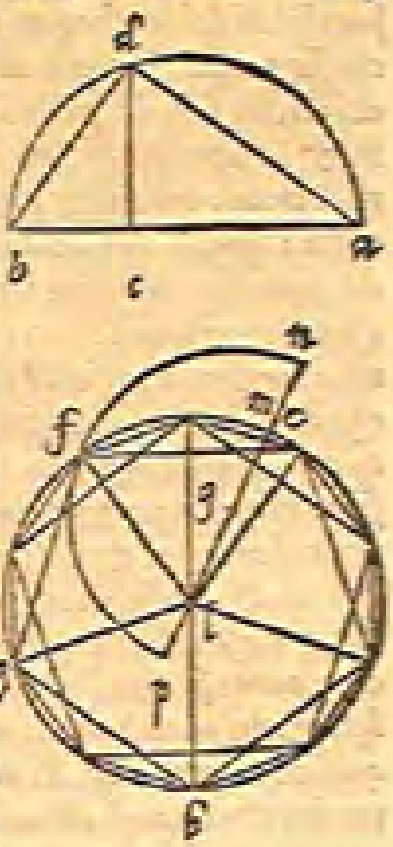
15 / 14 Possemo componere un corpo di otto base triangolare equilatere circonscrittibile da una proposta sphera. Et sarà manifesto el diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di quel corpo.



Sia el diametro della sphera proposta la linea, a,b, laquel sia divisa in due parti equali in ponto. c. & sopra a quella sia tirado lo mezzo cerchio,a,d,b, et sia producta la,c,d, perpendicolare alla.a, b, & sia congionto el ponto,d, con,a, & con, b, & sia descritto un quadrato del quale cadauno suo lato sia equale alla linea,b,d, & questo sia lo quadrato,e,f,g,b. in el quale siano protratti li duoi diametri,g, & ,f,b, liquali si segano insieme in ponto.k. Adonque è manifesto (per la quarta del primo) che l'uno e l'altro di questi duoi diametri sia equale alla linea,a, b, che è el diametro della sphera, conciosia che l'angolo, d, sia retto (per la prima della trigesima prima del terzo) & anchora tutti li suoi angoli,e,f,g,b, sono retti (per la diffinitione del quadrato.) Anchora è manifesto che li medesimi duoi diametri, e, g, & ,f,b, se dividono fra loro in due parti equali in ponto.k. Et questo facilmente se manifesta (della quinta del primo & della trigesima seconda & sesta del medesimo.) Adonque sopra el ponto.k. sia erigata la

sono li lati del penthagono equilatero (descritto la seconda volta nel cerchio) overo che sono a quelli equali, adonque li triangoli sono equilateri, ma più sopra il centro del cerchio (che è il ponto.l.) tira un'altro catheto equale alli primi el quale sia l.m. & la superiore istremità di quello (che è il ponto.m.) giongo con cadauna istremità di primi: con cinque coraxi: & per la festa del undecimo) questo central catheto sarà equidistante a ciascuno di catheti angolari. E però (per la trigesimaterza del primo) questi cinque coraxi saranno equali al mezzo diametro del cerchio, & (per el correlario della.15.del quarto) ciascun de quelli è si come el lato del exagono, adonque sia aggionto al catheto centrale da l'una & l'altra parte, una linea equale al lato del decagono: de sopra a quello sia aggionto.m.n. & di sotto cioè sotto el cerchio sia aggionto a quello la.l.p. dal centro del cerchio, e dapoi dal ponto.n. siano tirate cinque ypotenusse alli cinque superiori angoli di diece triangoli che sono in el circuito: & dal ponto.p.n. siano tirate altre cinque alli altri cinque angoli di sotto, & queste diece ypotenusse saranno equale fra loro, et alli lati dello inscripto penthagono (per la penultima del primo, & decima di questo, si come delle altre diece prime fu dimostrato. Tu hai adonque un corpo di venti base triangolare equilatere: del quale tutti li lati sono equali alli lati del penthagono, & lo diametro di quello è la linea.n.p. Et di questi tanti triangoli diecine stanno in circuito sopra il cerchio & cinque se elevano di sopra li quali concorrano al ponto.n, & li altri cinque restanti si sommersono de sotto & vanno insieme a terminare al ponto.p. Ma che questo corpo de venti base sia circonscriptibile dalla data sphera in questo modo sarà manifesto. Conciosia che la linea.l.m. sia equale al lato del exagono, & la.m, n, lato del decagono equilateri che circonscrive il cerchio, e, f, g, tutta la linea.l.n, (per la nona del presente libro) sarà divisa secondo la proportione habente il mezzo e duoi estremi in ponto.m. & la maggior parte di quella sarà la linea.l.m. Adonque sia divisa la.l.m. in due parti equali in ponto.q. & la.p.q. (per commune scientia) sarà equale alla.q.n. Perche la.p.l. fu posta equale al lato del decagono, si come la.m.n. per laqual cosa la, q, n, e la mità della, n, p. si come la.q.m. e la mità della.m.l. Conciosia adonque che il quadrato della, n, q sia quincuplo (per la terza di questo) al quadrato della.q.m. Anchora lo quadrato della.p.n. (per la decimaquinta del quinto) sarà quincuplo al quadrato della.l.m. perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della, p, n, è quadruplo al quadrato della.q.m. Anchora lo quadrato della.l.m. è quadruplo al quadrato della.q.m. (per la medesima) & lo quadruplo al quadruplo è come el semplo al semplo (come testifica la detta decimaquinta del quinto.) Ma lo quadrato della.a.b. è quincuplo al quadrato della.b.d. (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto: & per lo correlario della decima ottava del medesimo,) perche etiam la, a, b, è quincupla alla, b, c, imperoche la.a.c. fu posta quadrupla a quella medesima. Adonque perche la.l.m. (dal presupposito) è equale alla.b.d. (per commune scientia) la.a.b. sarà equale alla.n.p. Adonque se sopra la linea.n.p. sia descripto uno mezzo cerchio el quale sia circonvoluto per fina a tanto che quel ritorni al suo primo loco: la sphera del suo moto descripta, (per la diffinitione delle sphere) equale sarà equale alla sphera proposta, & perche

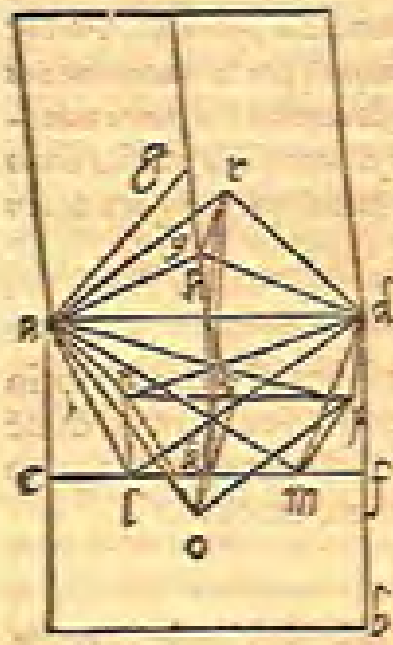
la linea.



Sia ancora in questo loco el diametro della assegnata sphera la linea, a, b, laquale sia posta esser rationale, ouer in longhezza ouer solamente in potentia, & sia diuisa in punto, c, talmente che la, a, c, sia quadrupla alla, c, b, & sopra di quella sia lineado lo mezzo cerchio, a, d, b, & sia producta la, c, d, perpendicolare alla, a, b, & sia protratta la linea, d, b, dapoi secondo la quantità della linea, d, b, sia lineado lo cerchio, e, f, g, b, k, sopra el centro. l. alquale sia inscritto uno pẽtagono equilatero annotado dalle medesime lettere, alli angoli del quale dal centro. l. siano ducte le linee. l. e. l, f. l. g. l. b. l. k. Sia anchora inscritto in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & questo se farà in questo modo, siano diuisi tutti li archi (di quali li lati del pentagono sono corde) in due parti equali, & dalli punti di mezzo & siano tirate linee rette alle estremità di tutti li lati del pentagono inscritto. Anchora sopra a cadauno delli cinque angoli del pentagono sia erigato uno catheto secondo che insegna la 12. del 11. liquali cadauno sia etiam equale alla linea. a. b. d. Et siano continuade le estremità di questi cinque cathoti con cinque corausti et li 5 cathoti erecti (per la 6. del 11.) saranno fra loro equidistantes cõciosia che quelli siano equali. Anchora li corausti (per la 33. del 1.) che cõgiõgono le estremità di quelli saranno equali alli lati del pentagono. adonque dalla summità di cadauno di detti cathoti tirarai due, e due ypothemisse alli dui circonstanti angoli del inscritto decagono, et le estremità di queste diece ypothemisse (che terminano alli cinque pũti che sono a cadauno delli angoli di mezzo dello inscritto decagono) siano continuade con linee rette inserruendo un'altra volta un'altro pentagono in esso cerchio. Elquale sarà anchora equilatero (per la 34. del 3.) adonque quando che tu haurai facto questo tu vederai hauer compedo diece triangoli di quali li lati sono diece ypothemisse. & li cinque corausti, & li cinque lati di questo secondo pentagono inscritto. Adonque questi dieci triangoli in questo modo se apprende esser equilateri. perche concosia cosa che si el mezzo diametro descritto cerchio con cadauno di cathoti erecti sia equale alla linea, b, d, (dal presupposito) (per el correlario della. 15. del quarto) cadauno di detti cathoti sarà equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio del quale el mezzo diametro e equale alla linea. a. b. d. Et perche (per la penultima del primo) cadauna delle diece ypothemisse è tanto piu potente del cathoto quanto puol el lato del decagono (& per la. 10. di questo) anchora lo lato del pentagono e tanto piu potente del medesimo quanto puol el medesimo lato del decagono (per communa scientia) cadauna di queste ypothemisse sarà equale al lato del pentagono. Di corausti anchora è manifesto che quelli sono equali alli lati del pentagono. Adonque tutti li lati di questi diece triangoli ouer che

sono

quelle di lati, sia la linea a.d. commune a queste due superficie. Adonque siano diuisi li duoi lati oppositi (in la superficie a.b.) in due parti equali cioè el lato d.b. in punto f. & lo lato a quello opposito in punto e. & li punti delle diuisione siano continuadi con la linea e.f. Anchora sia diuiso lo lato a.d. & quello che egliè a l'incontro in la superficie a.c. in due parti equali, & li punti delle diuisione siano continuadi con una linea retta la mità della quale sia g, b, & sia el punto b. al punto medio della linea a.d. Similmẽte sia diuisa la linea e.f. in due parti equali in punto k. & sia protratta la b.K. adonque dinde cadauna delle tre linee e.k. k f. et g. b. secondo la proportione hauente el mezzo e duoi estremi in li tre punti l. m. q. & siano le maggiore parti di quelle l.k K.m. & g.q. lequale è manifesto esser equale fra loro: conciosia che tutte le linee diuise sono equale cioè cadauna di quelle e la mità del lato del cubo. Dapoi dalli duoi punti l. & m. ellenerai le perpendicolare (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie a.b. delle quale l'una e l'altra ponerai equale alla linea k.l. & siano l.n. & m.p. & similmente dal punto q. tira la q.r. perpendicolarmente alla superficie a.c. laquale pone equale alla g.q. Tira adonque le linee a, l, a x, a, m, a p, d, m, d, p, d, l, d, n, a, r, a, q, d, r, d, q, Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che le due linee k, e, & e, l, sono potentialmente triple alla linea a, l, E però etiam alla linea l, n, cõciosia che la, K, l, et l, n, sono equale. Et la, x, e, è equal alla, e. a, Adonque le due linee a. e. & e. l. sono in potentia treppie alla linea l.n. per laqual cosa (per la penultima del primo) la a. l. è in potentia treppia alla l. n. E però (per la medesima) la, a, n, è in potentia quadruple alla l.n. Et conciosia che ogni linea sia in potentia quadruple alla sua mità, Seguita (per commune scientia) che la, a, n, sia doppia in longhezza alla l. n. & perche la, l, m, è doppia alla, l, K, & le, K, l, & l, m, sono equale, la, a, n, sarà equale alla l. m. perche le mità di quelle sono equale. & perche (per la trigesimaterza del primo) la l. m. è equale alla n. p. la a. n. sarà equale alla n. p. & per lo medesimo modo tu approuerai le tre linee p.d. d.r. & r.a. esser fra loro equale: etiam alle due predette, adonque ha meco da queste cinque linee uno penthagono equilatero: lequale è a. n. p. d. r. Ma per auentura tu dirai quello non esser penthagono: perche forsi quello non è tutto in una superficie: laqual cosa è necessario in questo accioche sia penthagono. Adonque: che quello sia tutto in una superficie, tu l'haurai in questo modo. Dal punto k. sia produtta la linea K.s. perpendicolare alla superficie a. b. che sia equale alla l.k. & per questo la sarà equale a l'una e l'altra delle due linee l. n. & m. p. & conciosia che quella sia equale, & equidistante a l'una e l'altra di quelle (per la sesta del undecimo) E però conciosia che quella sia in la medesima superficie con ambedue quelle (per la diffinitione delle linee equidistante) è necessario che'l punto s. sia



la linea.l.m.è media proportionale fra la.l.n.et.n.m.e però etiam fra la.l.m.et.p.l. Anchora qual si voglia altro mezzo diametro del cerchio sarà medio proportionale fra la.l.n. & l.p. Et conciosia che la.l.m.sia equale al mezzo diametro del cerchio: adonque e mezzo cerchio descritto sopra la.p.n. transirà per tutti li ponti del la circonferentia del cerchio,e,f,g. E però transirà etiam per tutti li angoli del solido fabricato che stanno in quella circonferentia, Et perche (per la medesima ragione) tutti li coaxi,che continuano,over colligano le estremità di cathoti angolari con la estremità del cathoto centrale sono medij proportionali fra la.p.m. & m.n. imperoche ciascun di quelli è equale alla.m.l. Seguita che il medesimo cerchio transisca etiam per li altri angoli della statuida figura de unti base. Adonque questo corpo è inscriptibile alla sphera della quale la.p.n.è diametro. E però è etiam inscriptibile alla sphera de laquale la,a,b,è diametro, Et lo lato di questa solida figura dico esser la linea minore. Perche egliè manifesto che la linea.b.d.è rationale in potentia conciosia che il quadrato di quella sia subquincuplo al quadrato della linea.a.b. laqual fu posta rationale over in longhezze, over solamente in potentia. Adonque lo semidiametro del cerchio,e,f,g,è etiam rationale in potentia. Perche lo semidiametro di quello è equale alla linea.b.d. Adonque (per la duodecima di questo) lo lato del penthagono equilatero inscritto a questo cerchio è la linea minore, & lo lato di quella figura (come è stà manifestado in el processo di questa demostratione) è quanto el lato del penthagono. Adonque lo lato di questa figura de unti base è la linea minore si come se propone.

Correlario.

0 16 Da questo è manifesto che il diametro della sphera è quincuplo in potentia al mezzo diametro del cerchio che circonscrive il corpo di uenti base, & che il diametro della sphera è composto del lato del exagono & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

Il Traduttore.

Per il cerchio che circonscrive il detto corpo de uenti base se piglie per il cerchio, e,g,h,k, della figura antiposta el mezzo diametro del quale uien a esser equale alla linea.d.b. della prima figura & alla,l,m, della seconda figura.

Problema. 5. Propositione. 17.

17 17 Puotemo constituire el corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangole, circonscrittibile da una assignata sphera che habbia el diametro rationale, Et sarà palese el lato del medesimo corpo essere quella linea irrationale, che è detta residuo.

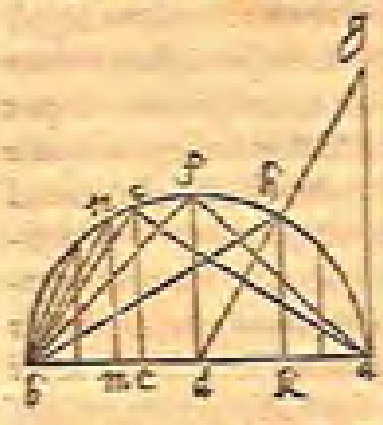
Sia fatto el cubo (secondo che insegna la 14. di questo) circonscrittibile dalla assignata sphera: & siano due superficie di questo cubo le,a,b,et a,c. Et immaginemo al presente che la,a,c,sia la superficie di sopra del cubo & la,a,b,sia una di quelle

drati delle due linee o.s. & s.k. tolti insieme sono treppij al quadrato della linea o.k. & similmente li quadrati delle due, o,s, et, s,p, tolti insieme sono treppij al quadrato della medesima o.k. (imperoche la, s,p, è quale alla, k,s,) & però sono etiam treppij al quadrato della mità del lato del cubo. Per laqual cosa (per la penultima del primo) la linea, o,p, è treppia in potentia alla mità del lato del cubo. Et (per el correlario della decimaquarta di questo) è manifesto che el mezzo diametro della sphera è treppio in potentia alla mità del lato del cubo che circonscrive la medesima sphera. adonque la, o,p, è quanto lo mezzo diametro della sphera che circonscrive il proposito cubo. Per la medesima ragione tutte le linee dutte dal ponto o, a tutti li angoli di tutti li penthagoni descritti sopra li Latì del cubo. Dico a tutti li angoli che sono proprij di penthagoni & non communi a quelli & alle superficie del cubo cioè li proprij, liquali in el penthagono Statuido sono li tre angoli, n, p, r. Ma di quelle linee che uenno dal ponto o. a tutti li angoli di penthagoni che sono communi alli penthagoni & alle superficie del cubo, liquali in el presente penthagono sono li dui angoli, a, & , d, è manifesto che esse sono equale al mezzo diametro della sphera, che circonscrive il cubo. perche quelli sono mezzi diametri del cubo (per la quadragesima prima del undecimo.) Ma el mezzo diametro del cubo è sì come el mezzo diametro della sphera chel circonscrive sì come appare (per la ratiocinatione della decima quarta.) Adonque tutte le linee dutte dal ponto, o, a tutti li angoli del dodeci base sono equale fra loro & al mezzo diametro della sphera. Adonque el mezzo cerchio lineato sopra tutto el diametro della sphera ouer del cubo, essendo circonducto trāsirà per tutti li angoli di quello. per laqual cosa (per la diffinitione) quello è circonscrittibile dalla assignata sphera. ancora di co che il Lato di questa figura è una linea irrationale, cioè quella che è detta residuo se il diametro della sphera chel circonscrive sarà rationale in longhezza ouer in potentia. perche conciosia che il diametro della sphera sia (per la decimaquarta di questo) treppio in potentia al lato del cubo, onde sel diametro della sphera sarà rationale in longhezza ouer in potentia, el lato del cubo sarà etiam rationale in potentia. Et è manifesto (per la undecima che la linea, r,p, divide la linea, a, d, che è il lato del cubo secondo la proportione habente il mezzo & dui estremi, & che la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & perche la detta maggior parte di quella è un residuo (per la sesta di questo) è manifesto el lato di questa figura di dodeci base esser residuo: come volemo demostrare. Adonque (per la decima terza e per le quattro che seguitano quella) sono fabricati cinque corpi equilateri & equiangoli di quali cadauno è circonscrittibile da una assignata sphera. Et questi solidi sono questi, cioè el primo è di quattro base triāgolare, equilatere (e chiamasi Tetracedon) el secondo è di sei base quadrate (& è detto cubo ouer exacedrō) il terzo è di otto base triangolare (& è detto octocedrō) & lo quarto solido è detto ycocedron) & è de uenti base triangolare,) Et lo quinto è di dodeci base penthagonale (& è detto duodecedron) & questi cinque solidi sono detti regolari, perche quegli sono equiangoli: & equilateri, & circonscrittibili dalla sphera etiam fra loro. Et è impossibile esserne più di questi cinque, che siano equilateri & equiangoli, per

che

ſia in linea,p,p, & che diuida quella in due parti eguale. Siano adonque protratte le due linee r.b, & b,r, adonque li duoi triangoli k,s,b. & q,r,b, ſono conſtituiti ſopra uno angolo, cioè ſopra l'angolo k,b,q. Et la proportione della k,b, alla q,r, è ſi come la k,s, alla q,b, pche come la g,b, alla q,r, coſi è la k,b, alla q,r. (per la ſettima del quinto) & come la r,q, alla q,b, coſi è la b,s, alla q,b. (per la medeſima,) ma la g,b, alla q,r, è come la q,r, alla q,b, imperoche la q,r, è equale alla g,q, adonque (per la 21 del ſeſto) la linea r,b,s, è una ſol linea, per la qual coſa, (per la ſeconda del 11.) tutto lo penthagono del qual diſputamo è in una ſuperficie. Anchora dico quel eſſer equiangolo: perche concioſia che la e, k, ſia diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezzo e duoi eſtremi, & che la k, m, ſia equale alla maggior parte di quella, anchora (per la quarta del preſente) tutta la e, m, è diuiſa ſecondo la porportione hauente il mezzo e duoi eſtremi, & anchora la maggior parte di quella è la linea e, k. E però (per la 5.) le due linee e, m, & m, k, è anchora le due e, m, & m, p, (perche la m, p, è equale alla m, k,) ſono in potentia treppie alla linea e, k, è però etiam alla linea a, e, (perche la a, e, è equale alla e, k,. Adonque le tre linee, a, e, e, m, & m, p, ſono in potentia quadruple alla linea, a, e, & (per la penultima del primo tolta due volte) è manifeſto che la linea a, p, è in potentia equale alle tre linee, a, e, & e, m, & m, p, adonque la, a, p, è in potentia quadrupla alla linea, a, e, & concioſia che'l lato del cubo ſia doppio alla linea a, e, in potentia anchor quadruplo a quella (per la quarta del ſecondo.) Adonque (per commune ſcientia) la a, p, è equale al lato del cubo, & concioſia che la, a, d, ſia uno di lati del cubo, la, a, p, ſarà equale alla, a, d, e però (per la 8. del primo) l'angolo, a, r, d, è equale al angolo, a, m, p, per lo medeſimo modo tu approuerai l'angolo d, p, n, eſſer equale a l'angolo, d, r, a, perche tu approuerai la linea, d, n, eſſer potentialmente quadrupla alla mità del lato del cubo. Concioſia adonque che per queſte coſe lo penthagono ſia equilatero et habbia tre angoli equali (per la 7. del preſente) quel ſarà equiangolo, adonque ſe per queſta mia è con ſimile ragione, fabricaremo ſopra a ciaſcuno delli altri lati del cubo, uno penthagono equilatero et equiangolo, ſarà compido un ſolido contenuto da dodeci ſuperficie penthagone equilatere, & equiangole, perche el cubo ha dodeci lati. Hor ci reſta a dimoſtrare queſto ſolido eſſer circoſcriptibile dalla data ſphera, adonque dalla linea s, k, ſiano protratte due ſuperficie ſegante el cubo delle quale una ſegbi ſopra la linea b, k, & l'altra ſopra la linea e, f. Et (per la quadrageſima prima del 11.) ſarà che la commune ſettione di queſte due ſuperficie ſegbi lo diametro del cubo, & quella ſimilmente ſarà ſegata dal detto diametro in due parti equali: ſia adonque la commune ſettione di quelle per ſina al diametro del cubo, la linea, K, o, talmente che, o, ſia il centro del cubo, et ſiano ducte le linee, o, a, o, m, o, p, o, d, o, r, Et è manifeſto che l'una e l'altra delle due linee, o, a, et, o, d, e mezze diametro del cubo è però ſono equale, & della linea, o, k, è manifeſto (per la quadrageſima prima del undecimo) che quella è equale alla, e, K, (cioè alla mità del lato del cubo.) & perche la, r, s, è equale alla, k, m, la, o, s, ſarà diuiſa in punto K, ſecondo la proportione hauente il mezzo e duoi eſtremi, & la maggior parte di quella ſarà la linea, o, K, che è equale alla, e, k. Adonque (per la quinta di queſto li quadrati

Sia la.a.b.il diametro di alcuna ſphera a noi propoſta, dalla qual deſideremo di trouare li lati di premeſſi cinque corpi. Diuidemo adonque queſto diametro in ponto.c.talmente che la parte, a, c, ſia doppia alla.c, b, anchora deuidemo, b, m due parti equali in ponto. d. & lineamo ſopra di quello lo mezzo cerchio. a. f. b, alla circonferentia del quale ſiano tirate due linee perpendicolari alla linea. a. b. lequali ſiano, e, e, & d, f, & congiungemo, e, con, a, & con.b. Et, f, con, b. Adonque è manifeſto (per la demonſtratione della decima tertia) che la.a.e.e il lato della figura di quattro baſe triangolare & equilatere. & (per la demonſtratione della decima quarta) e per manifeſto che la: e-b. e il lato del cubo, & per la demonſtratione della decima quinta) che la, f, b, e il lato della figura di otto baſe triangolare & equilatere. Adonque dal ponto.a. ſia tirata la linea, a, g, perpendicolare alla.a.b.etiam equale alla medeſima.a.b. Et ſia congionto.g.con.d. & ſia.b.el ponto in el quale la linea.g.d.ſega la circonferentia del mezzo cerchio, & ſia conduttta la linea.b.K.perpendicolare alla.a.b. et perche la.g.a. e doppia alla:a.d. (per la quarta del ſeſto) la.b.k. ſarà doppio alla.k.d.perche li duoi triangoli, g, a, d, et, b, K, d, ſono equiangoli (per la trigeſima ſeconda del primo) impero che l'angolo.a.del maggiore e equale al angolo. k.del minore (perche l'uno e l'altro e retto) et l'angolo, d.e commune a l'uno e l'altro. Adoque (per la quarta del ſecondo la.b.K.e quadrupla in potentia alla. K. d. Adonque (per la penultima del primo) la.b.d e quincuplo in potentia alla.K.d. Et conciоſia che la d.b. ſia equale alla.b.d, (perche il ponto.d.e il centro del mezzo cerchio) Anchora la.d.b. ſarà quincupla in potentia alla.k.d.Et conciоſia che tutta la.a.b. ſia doppia a tutta la.b.d ſi come la.a.c. (detratta dalla prima.a.b.) e doppia alla.c.b. detratta dal la ſeconda.b.d.) & (per la decimanona del quinto) la.b.c. (reſiduo della prima) ſarà doppia alla.c.d, (reſiduo della ſeconda.) E però tutta la.b. d.e treppia alla.d.c. Adonque el quadrato della b.d.e nonuplo al quadrato della d.c. & perche quello era quincuplo ſolamente al quadrato della.K.d. (per la ſeconda parte della decima del quinto) lo quadrato della.d.c.e manco del quadrato della.k.d. E però la.d.e.e minore della.k.d.Sia adonque la.d.m.equale alla.K.d. & ſia tirata la.m.n.per fina alla circonferentia, la quale ſia perpendicolare alla.a.b. & ſia congionto il ponto.n.con il ponto.b. tirata la linea.n.b. Conciо ſia adonque che.d.k. & .d.m. ſiano equale (per la diffinitione delle linee equalmente diſtante dal centro) le due linee. b.K. & .m.n. ſerano equalmente diſtante dal centro. E però ſaranno equale fra loro (per la ſeconda parte della 14.del terzo) & per la ſeconda parte della terza del medeſimo. Adonque la.m.n.è equale alla.m.k. pche la.b.x.era equale a quella.M.e perche la, a, b, è doppia alla, b, d, & la, k, m, è doppia alla.d, x, & lo quadrato della, b, d, è quincuplo al quadrato della, d, K, (per la decima quinta del quinto) lo quadrato della, a, b, ſarà ſimilmente quincuplo al quadrato della.K.m. (Perche el quadrato del doppio al quadrato del doppio è ſi come el quadrato del ſempio



al

che alla constitutione di qual si voglia angolo solido, è necessario concorrere al manco tre angoli superficiali: perche di duoi solidi angoli superficiali, non può esser compito un angolo solido. Adunque perche li tre angoli di qualunque exagono equilatero, & equiangolo, sono equali a quatro angoli retti, ma li tre angoli del epta gono, & di qualunque figura equilatera & equiangola de più lati: sono maggiori di quatro angoli retti, si come evidentemente si può cauar fuora della trigesima seconda del primo.) Et ogni angolo solido è minore di quattro angoli retti (come testifica la trigesima prima del undecimo) è impossibile con li tre angoli del exagono, & del epta gono, & simplicemente d'ogni figura equilatera & equiangola de più lati, constituire un angolo solido, & però niuna figura solida equilatera et equiangola può esser cõstituida da superficie exagonale, over de più lati: perche se li tre angoli d'un exagono equilatero, & equiangolo, eccedeno cadauno angolo solido, molto più fortemente li quatro & li più di quatro, eccederanno il medesimo, ma li tre angoli di un penthagono equilatero & equiangolo è manifesto esser minori di quatro angoli retti, et li quatro esser maggiori. Per laqual cosa, egliè possibile esser cõstituido uno angolo solido da li tre angoli d'un penthagono equilatero & equiangolo, ma de quatro over de più egliè impossibile, E però solamente uno solido da penthagoni equilateri & equiangoli è stato constituido, cioè quello che è detto duodecedron in el qual li angoli di penthagoni a tre a tre constituiscono li angoli solidi, anchora la medesima ragione è in le figure quadrilatere equilatere & equiangole: che in le penthagone, perche ogni figura quadrilatera: se la sarà equilatera & equiãgola, & (per la diffinitione) quella sarà quadrata, perche tutti li suoi angoli saranno retti (per la trigesima seconda del primo.) Adunque da tre angoli di tal superficial figura, egli possibile esser constituido un angolo solido, ma da quatro over da più egliè impossibile, per laqual cosa: da tal figure superficiali, le qual sono quadrilatere: equilatere & equiangole, è sta fabricado uno unico solido, el qual nui chiamassimo cubo. Ma di triãgoli equilateri li sei angoli sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda del primo.) Adunque li manco de sei sono minori di quatro angoli retti et li più di sei sono maggiori. Adunque dalli sei angoli de tal triangoli over da più egliè impossibile essere fatto un angolo solido. ma da cinque, da quatro, & da tre egliè possibile a constituire un angolo solido. Adunque quando li tre angoli d'un triangolo equilatero, fanno uno angolo solido uien fatto de triangoli equilateri el corpo di quattro base triangulare: & equilatere: ma quando li quatro angoli de triangoli equilateri constituiscono un angolo solido quelli ne dãno il corpo di otto base, el quale chiamassimo octocedron. Ma se li cinque angoli de triangoli equilateri cõtegono un angolo solido, uien fatto lo corpo ycocedron, de unti base triangulare, et equilatere, per laqual cosa adunque tanti et tali sono li solidi regolari: & perche nõ siano più di quelli è detto di sopra.

Problema 6. Propositione. 18.

18 Puotemo trouare li lati di predetti cinque corpi da una medesima
18 sphera circonscrittibile & comparari fra loro della qual sphera solo il diametro a noi fia proposto, & per ello diametro possemo trouarli.

Sia

desima proportione cioè hauente il mezzo e duoi estremi: la maggior parte di quella è la linea.p,b, Concio sia adonque che tutta la.a.m. sia maggiore di tutta la.b, c, sarà la, m, n, (che è equale alla maggior parte della,a, m,) maggiore de la. p. b. (che è la maggior parte della.b. c.) & questo è manifesto (per la seconda proposition del decimoquarto libro) laqual cosa senza aggiunto di alcuna di quelle propositioni che seguitano non se stabilisse ferma demostratione adonque (per la decimanona del primo) per forza la.n,b, è maggiore che la.p,b, per laqual cosa è manifesto li lati di questi cinque precedenti corpi: eccedersi fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il cubo & lo ottocedro preterisceno a quello: perche il lato del ottocedron eccede il lato del cubo a benche il cubo anteceda lo ottocedron. Ma mettemo el cubo avanti al ottocedro perche per la medesima divisione del diametro della assignata sphera se ritrova el lato della pyramide (che ha le quatro base triangole) e il lato del cubo. Adonque la,a,c, (lato della pyramide) è maggiore delli lati de cadauno delli altri corpi. Et da poi quello la.f. b, lato del ottocedron è maggiore di lati di seguenti corpi. In lo medesimo ordine in grandezza seguita la.e.b. (lato del cubo) & in lo quarto loco e la,n,b, (lato de yocedron) e lo minimo de tutti è la.p.b. (lato del duodecedron.)

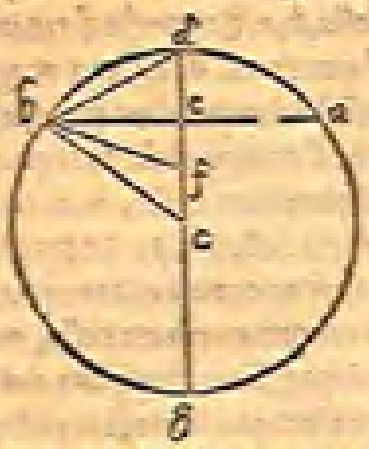
Il Tradottore.

In la seconda tradactione: la construttione del ottocedron è anchora a quella del cubo, per ilche li lati di detti corpi se generano a eccedersi secondo il medesimo ordine delle loro construttioni.

Il Tradottore.

A voler dimostrare che la linea.n. b. (lato del xiiii base) sia maggior della linea.b. p. (lato del duodecimo base) senza aggiunto della seconda del decimoquarto libro: ne da altra proposizione che seguita (come uuol el debito.) Argumento in questo modo. Perche la linea,a,c, (dal presupposito) è doppia alla,b, c, adonque tutta la.a.b. sarà treppia alla medesima,b,c. Et (per la seconda parte del correlario della octaua del sesto & per il correlario della decimaottaua del medesimo) el quadrato della detta linea.a.b. sarà treppio al quadrato della.b.e. & perche (per il correlario della decima sesta di questo) il quadrato della medesima.a. b, è quinciuplo al quadrato della.k.m. & similmente al quadrato della.m.n. (per esser la. m. n. equale alla.m. K.) seguita adonque che cinque quadrati della.m. n. (tolti insieme) siano equali a tre quadrati della.b.e. tolti insieme) perche l'una & l'altra somma è equale al quadrato della.a. b. Hor perche il rettangolo di tutta la.e. b. nella parte.e.p. giunto con il rettangolo della medesima.b,e, nell'altra parte.b p. la detta somma (per la seconda del secondo) è equale al quadrato della medesima linea, b,e. Et perche il rettangolo della,b,e, nella,p,e, è minore di quello della, b, e, nella altra parte,b,p, (per esser la parte,b,p, maggiore della parte,p,e, Et però duoi rettangoli della.b.e. nella,p,e, saranno minori delli duoi rettangoli della.b.e nelle due parti.b.p. & p.e. onde (per cõmuna sciencia) li detti duoi rettangoli fatti della,b, e, nella

al quadrato del ſempio. (Et per la demoſtratione della decimaſeſta è manifeſto che il diametro della ſphera potentialmente quinculpo ſi al lato del exagono del cerchio della figura de uinti baſe come alla. k. m. adonque la, K, m, è equale al lato del exagono del cerchio della figura del uinti baſe. perche lo diametro della ſphera che è la, a, b. è potentialmente quinculpo ſi al lato del exagono del cerchio di quella figura: come alla. K. m. ma altra uolta (per la demonſtratione della medeſima) è manifeſto che il diametro della ſphera è compoſto del lato del exagono & del doppio del lato del decagono del cerchio della figura de uinti baſe. Concioſia adonque che la, k, m. ſia ſi come el lato del exagono: & la, c, K, ſia equale a la, m, b, (perche quelle ſon la reſidua delle quantità equale tolte ma dalle equale (la, m, b, ſarà ſi come lato del decagono. Adonque perche la, m, n, è ſi come el lato del exagono, perche quella è equale alla, k, m, (per la penultima del primo & per la decima di queſto) la, n, b, ſarà ſi come el lato del penthagono del cerchio della figura del uinti baſe. Et perche (per la demonſtratione della decima ſeſta) appare, che el lato del penthagono del cerchio della figura del uinti baſe e il lato della medema figura de uinti baſe è manifeſto la linea, n, b, eſſer il lato di queſta figura: ſia adonque diuiſa la, e, b, (che è lato del cubo circonſcrittibile dalla aſſignata ſphera) ſecondo la proportione hauente il mezzo e duo ſtremi in ponto, p, & ſia, p, b, la maggior parte di quella, adonque è manifeſto (per la demonſtratione della precedente) che la, p, b, è il lato della figura del. 12. baſe. Adonque ſono trouati li lati di. 5. precedenti corpi dal diametro della ſphera a noi propoſto. Perche la, a, c, è il lato della pyramide di quattro baſe: la, e, b, el lato del cubo, la, f, b, lo lato del octocedron & la, n, b, el lato del icocedron, & la linea, p, b, el lato del dodecedron equali de queſti lati ſiano maggiori de li altri, ſe haverà in queſto modo. Perche egliè manifeſto che la, a, e, è maggiore della, f, b, (perche l'arco, a, e, è maggiore del arco, f, b,) Et ſimilmente la, f, b, è maggiore della, e, b, & la, e, b, è maggiore che la, n, b, Dico anchora la, n, b, eſſer maggiore che la, p, b, Perche concioſia che la, a, c, ſia doppia alla, c, b, (per la quarta del ſecondo) lo quadrato della, a, c, è quadruplo al quadrato della, c, b, Et (per la ſeconda parte del correlario della ottaua del ſeſto, & per el correlario della decimaſettima del medeſimo) è manifeſto che il quadrato della, a, b, è triplo al quadrato della, b, e, Ma (per la uigeſima ſeconda del ſeſto) lo quadrato della, a, b, al quadrato della, b, e, è ſi come el quadrato della, b, e, al quadrato della, c, b, per queſto che la proportione della, a, b, alla, b, e, è ſi come della, b, e, alla, b, c, (per la ſeconda parte del correlario della 8. del ſeſto) adonque (per la medeſima del quinto) lo quadrato della, b, e, è triplo al quadrato della, c, b, Et perche lo quadrato della, a, c, è quadruplo al medeſimo quadrato (come è ſtata dimoſtrado) lo quadrato della, a, c, (per la prima parte della decima del quinto) ſarà maggiore del quadrato della, b, e, E però la linea, a, c, è maggiore della linea, b, e, E però la, a, m, è molto più maggiore della, b, e, Et è manifeſto (per la noua di queſto) che ſe la linea. a. m. ſarà diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezzo e duo ſtremi la maggior parte di quella ſarà la linea, k, m, laquale è equale alla, n, n, Et quando che la, b, e, ſia diuiſa ſecondo la me-



Sia la linea, a,b, lato del penthagono inscritto in el cerchio el centro del qual sia el punto.c. & sia ducta dal centro,c, una perpendicolare alla linea,a,b, laquale (per la seconda parte della terza del terzo) dividerà quella in due parti equali & etiam l'arco di quella in due parti equali (per la quarta del primo, & vigesima ottava del terzo) & sia questa perpendicolare la linea,c,d, segante la linea,a,b, in punto,e, & lo arco di quella in punto.d. Adonque la linea,a, e, (come havemo detto) è equale alla linea,e,b, & l'arco,a,d, al arco,d, b. Sia protratta la linea,d,b, della quale è manifesto che quella è il lato del decagono equilatero descritto in el proposto cerchio: conciosia che quella sottenda alla mità della quinta parte di tutta la circonferentia. Dico adonque che la linea,e,c, è equale alla mità della linea,c,d, et alla mità della linea,d,b, congiunte di rettamente in longo: sia compido il diametro.d.c.e: sia.d.c.g. et sia fatta la.e.f. equale alla,e,d, et sia protratta la.b.f. E (per la 4. del 1.) la.b.f. sarà equale alla,b,d, et però (per la quinta del primo) l'angolo,b d,f, sarà equale al angolo.b,f,d, E (per la ultima del sesto) è manifesto che l'angolo,g,c,b, è quadruplo al angolo,b,c,d, imperochè l'arco,g,b, è quadruplo al arco,b,d, & l'angolo,g,c,b, (perche la 32. del primo) è doppio al angolo, b,d, c. Perche quello extrinseco è equale alli dui che sono, b, d, c, d, b, c, Et quelli sono equali (per la quinta del primo.) adonque l'angolo, b, d, c, è doppio al angolo, b, c, d, per laqual cosa anchora lo angolo, b, f, d, è doppio al angolo. b. c. f. Ma lo angolo, b, f, d, e equale alli dui extrinseci, li quali sono, b, c, f, & c, b, f, (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li dui angoli, b, c, f, & c, b, f, sono equale, e però (per la sesta del primo) la.c.f. è equal alla.b.f. E però etiam la.c.f. è equal alla, b, d, perche la, b, d, et la, b, f, sono equale fra loro. La qual cosa la mità della, e, d, con la mità della, b, d. è quanto la mità della, c, d, con la mità della.c.f. & la mità della, e, d, con la mità della, c, f, è quanto la mità della, c, f, due volte con la mità della.f.d. E la mità della.c.f. tolta due volte è quanto la.e.f. e la mità della.f.d.è quanto la.e.f. Adonque la, c, è quanto la mità della, c, d, con la mità della, d, b, che è il proposito: & così el correlario è manifesto, perche (per la ottava del decimoterzo libro) è manifesto che la perpendicolare ducta dal centro del cerchio al lato del triangolo a quello inscritto è equale alla mità della linea ducta dal centro alla circonferentia: & questo è dimostrado di sopra, così è concluso el correlario. Conciosia adonque che (per questa prima di questo libro) sia manifesto che la perpendicolare ducta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla mità della linea ducta dal centro alla circonferentia, & alla mità del lato del decagono. Seguita che la perpendicolare ducta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla perpendicolare ducta del centro al lato del triangolo, & alla mità del lato del decagono, descritti dentro al medesimo cerchio, & questo è quello che propone el correlario, adonque le da esse: placado al presente quello che dice Aristeo, in el libro intitolado. La ispositione del-

la

e,nella minor parte.p.e.saranno minori del quadrato della,b,e,& perche il retangolo della,b,e. nella detta minor parte,e,p, è equale al quadrato de l'altra maggior parte,b,p. (per la diffinitione della linea cosi diuisa) adonque duoi quadrati della.b.p.saranno minori del quadrato della.b.e.per il che il treppio delli duoi quadrati della,p,b, saranno anchora minori del treppio del quadrato della, b,e, cioè che tre quadrati della.b.e.saranno maggiori de sei quadrati della,b,p. Et perche cinque quadrati della.m.n.(come di sopra fu dimostrato) sono equali alli tre quadrati della,b,e, seguita(per commuua sententia) che li cinque quadrati della, m, n,siano maggiori delli sei quadrati della, b, p, & se li cinque sono maggiori delli sei molto piu un quadrato solo della,m,n, sarà maggiore d'un quadrato solo della, b, p,& se il quadrato della,m,n,è maggiore del quadrato della,b,p,etiam la linea m,n,(per commuua scientia) sarà maggiore della linea,b,p. Et se la linea, m,n, è maggior della,b,p,molto piu la linea.n.b. sarà maggiore della medesima b,p,per che la detta,n,b,(per la penultima del primo ouer per la decima ottaua del medesimo)è maggiore della maggiore, cioè della,n,m, è però sarà molto piu maggiore della,b,p,che il proposito senza ausilio di alcuna delle proposition,che seguitano come è il douere. Nella seconda traduttione credo che voglia arguire per questa medesima via, ma tal argumentatione è tutta corrotta.

IL FINE DEL DECIMOTERTO LIBRO.

LIBRO DECIMOQVARTO
DI EVCLIDE, DELLE CONVENIENTIE
che hanno li triangoli, penthagoni, exagoni, & decagoni, fra lor in rispetto della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, e della proportione che hanno li corpi regolari fra loro.

Thorema. 1. Propositione. 1.



1 GIa 1 perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono, descritto dentro di quel cerchio. se approua esser equale alla mità del lato del decagono, & alla mità del lato del exagono(descritti dentro al medesimo cerchio) congionte le dette mità ambedue direttamente in longo. Adonque è manifesto che la perpendicolare dutta del centro d'un cerchio al lato del penthagono è equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alla mità del lato del decagono (descritti in quel medesimo cerchio) congionti direttamente.

due linee.a. d. & .d.b.giunte insieme tal somma sia doppia alla linea.f, e, adonque le perpendicolare.c, e,vien a esser la mità della somma delle due linee.c.d,& .d.b, & perche la.d.c, è equale al lato del exagono,& la.d.b,al lato del decagono, segue il proposito.

Theorema.2. Propositione.2.

Ciascuna cosa laquale intervenghi a una linea divisa secõdo la prõportione hauente il mezzo, & duoi estremi, el si approua intervenire il medesimo a ogni linea similmente divisa.

Sia l'una e l'altra delle due linee.a,b, & .d,e,divisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi:la.a,b in ponto.c, & la.e, d, in ponto.f, & la maggior parte della.a,b,sia la.a,c,& di l'altra la.d,f. Dico adonque che de ambedue alle sue maggiori parti e una medesima proportione. Et similmente de ambedue alle sue parti minori e una medesima proportione: Et ancora delle maggior parti alle minori una medesima:& al contrario:& permutatamente:& congiuntamente,& disgiuntamente,& conversamente, & questo non è altro che ciascuna cosa laquale accade a una di quelle,il medesimo ancora accaderà a l'altra, perche (per la diffinitione della linea divisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & per la prima parte della decimasettima del sesto) è manifesto che quello che vien fatto dalla.a. b, m, b, c, è equale al quadrato della.a, c, Et per lo medesimo modo quello che vien fatto dalla.d,e,in la.e,f,è equale al quadrato della.d,f, E però la proportione di quello che vien fatto dalla.a, a, b, in la.b, c, al quadrato della.a, c, è si come di quello che vien fatto dalla.d, e, in la.e,f, al quadrato della.d,f, (perche l'una e l'altra e proportione di equalità) adonque el quadruplo di quello che vien fatto dalla.a, b,in la.b, c, al quadrato della.a,c, è si come el quadruplo di quello che vien fatto dalla, d, e, in la.e,f,al quadrato della.d,f,laqual cosa (per la decimaquinta del quinto e per la permutata:& equal proportionalità) è manifesto,per laqual cosa congiuntamẽte el quadruplo di quello che vien fatto dalla.a,b, m, la.b, c, con el quadrato della.a, c,al quadrato della.a,c,è si come al quadruplo di quello che vien fatto dalla, d,e,in la.e,f, con el quadrato della.d,f,al quadrato della.d,f, Et sia aggionto (secõdo la restitutione) alla linea.a,b,una linea che sia equale alla.b,c,laqual sia detta, b,g,& alla.d,e,sia aggionto un'altra equale alla.e,f,laqual sia detta.e,b, Adonque è manifesto(per la ottava del secondo)che el quadruplo di quello che vien fatto dalla.a,b,in.b,g,con el quadrato della.a, c, è equale al quadrato della linea.a,g, Et similmẽte al quadruplo di quello che vien fatto dalla.d, e,in la.e,b,con el quadrato della.d,f,è equale al quadrato della.d,b, Et (per communa sententia) el quadruplo di quello che vien fatto dalla.a,b,in.b,c,è equale al quadruplo di quello che vien fatto dalla.a,b,in.b,g,imperò che la.b,c, & .b,g,sono equale. Similmente ancora



la ſcientia di cinque corpi. E ſimilmente Apollonio in el ſecondo dono, in la proportionalità della figura del dodeci baſe alla figura del xxti baſe el qual dice, che la proportione delle ſuperficie della figura che ha dodeci baſe alle ſuperficie della figura che ha xxti baſe è coſi come la proportione del corpo de dodeci baſe al corpo de xxti baſe, perche anchora la linea ducta dal centro del cerchio del penthagono del la figura delle dodeci baſe del dodecedron, alla circonferentia di quello, è come la linea che producta dal centro del cerchio del triangolo della figura delle xxti baſe del ycocedron alla circonferentia di quello. e queſte ſono le parole del grãde Apollonio, et ſono da eſſer inteſe della figura del dodeci baſe & della figura del xxti baſe circonſcriptibile da una medeſima ſphera, perche la proportione del corpo dudecedron al corpo ycocedron (quando una medeſima ſphera la circonſcrive,) è ſi come la proportione de tutte le ſuperficie del dudecedron tolte inſieme, a tutte le ſuperficie del ycocedron tolte inſieme: come commemora Apollonio per la prima parte delle precedente parole, laqual coſa etiam per la decima di queſto decimoquarto libro ben ſtabelida cõ ferma demonſtratione. Et lo cerchio che circonſcrive un pẽthagono del dudecedrõ, è equale al cerchio che circonſcrive un triangolo del ycocedron, quãdo che una medeſima ſphera circonſcrive el dudecedron, & lo ycocedron, ſi come eſſo Apollonio commemora per la ſeconda parte delle precedenti parole, laqual coſa etiam ſi afferma con demonſtratione in la quinta di queſto libro. adonque li dicti de tanti grandi huomini ſono da eſſer mandati avanti per antecedẽti a fortificatione della ſtabile verità.

Il Tradottore.

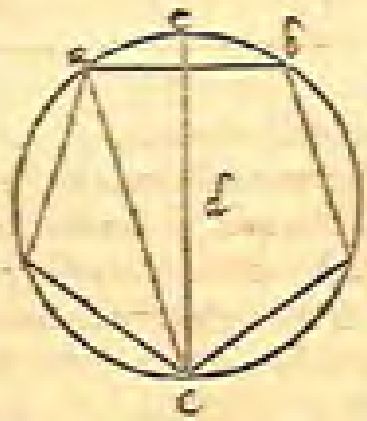
La demonſtratione della ſopraſcritta propoſitione è alquanto oſcura & tal argumentatione hauete debiſogno di un'altra propoſitione laqual è queſta.

De ogni due quantità ineguale: la mità della maggiore gionta con la mità della minore, è quanto la mità della minore tolta due volte gionto poi la mità della differentia nella quale la maggiore auanza la minore verbi gratia la mità della a c d. (maggior) gionta con la mità della c f. (minore) è quanto due volte la mità della e f. (minore) gionto poi la mità della f d. (cioè della differentia nella quale la c d. (maggiore) auanza che la c f. (minore) ma per non abondar in tante propoſitioni ne demoſtrationi. Demoſtraremo la medeſima con demonſtratione piu evidente ſenza la preſente propoſitione. Perche la a c f. è equal alla b d. (come nel principio fu approuado) giuntẽdo alla c f. la f e. & alla b d. la e d. (per la 2. communa ſentẽtia) le due ſomme ſarãno anchora equale cioè le due linee b d. et e d. ſarãno equale alle due c f. & f e. e perche le dette due linee c f. & f e. ſono equale a tutta la linea c e. ſeguita adõque che la detta perpẽdicolar e d. ſia equale alle due linee d b. et d e. Adõque ſe a eſſe due linee d b. et d e. gli agiõgemo la linea c e. (che è equal a lor due) tutta la ſomma di queſte tre linee ſarà doppia alle dette due, etiã alla medeſima c e. et perche la ſomma delle dette tre linee d b. d e. et c e. ſono quãto le due c d. & d b. (perche la c d. è compoſta delle due c e. & e d.) Seguita adonque che le

gior parte di quella e la linea a,b. Adoque (per la conuersa della nona del decimo terzio laquale dimostrassimo continuamente da poi quella) di quel cerchio che la linea,a,b,e lato del exagono di quel medesimo la linea,b,d, E però (etiam la linea,b,c a se equale) e lato del decagono, Anchor parendone possemo dimostrare il medesimo per un'altra via. Hor sia la.e.f.equale alla,a,b, laquale anchora sia diuisa in punto g. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi: & sia la maggior parte di quella la linea.f.g. Adonque (per la precedente) è manifesto che si come la.a.b.è equale alla.e.f.così la.a.c.è equale alle.e.g.& la,c,b,è equale alla,g,f. Et quando che alla.a.b. sarà aggionta la.b.d.(lato del decagono di quel medesimo cerchio delquale la.a.b.è lato del exagono: sarà (si come per auanti fu detto per la nona del decimoterzio) tutta la.a. d. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, et la maggior parte di quella sarà la linea.a.b. Adonque (per la precedente) della.a.b.alla.b.d.è si come della.f.g.alla g.e.per laqual cosa (per la prima parte della decimasesta del sesto) quello che uien fatto dalla.a.b.in la.g.è equale a quello che uien fatto della,b,d,in la,f,g. Et conciosia che la,a,b,sia equale alla, e,f,etiam quello che uien fatto dalla,e.f,in la,e,g,sarà equale a quello che è fatto dalla,b,d,in la,f,g. Ma quello che uien fatto dalla.e.f.in la,g,e,è equale al quadrato della,f,g,(per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, et per la prima parte della decima settima del sesto.) Adoque quello che uien fatto dalla.b.d.in la.f.g.è equale al quadrato della.f.g. E però (per la prima del sesto) la linea.d.b.è equale alla.f.g.et perche la.f.g.è equale alla c.b. Anchora la.c.b.sarà equale alla.b.d.(lato del decagono) laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema.4. Propositione.4.

4/5 El quadrato d'un lato d'un penthagono descritto dentro d'un cerchio, & lo quadrato della linea che sottotende al angolo di quel penthagono. Ambidui questi quadrati tolti insieme, pronontiò esser quincupli al quadrato della mità del diametro di quel medesimo cerchio.



Sia descritto in el cerchio.a.b.c. (el centro delquale sia el punto. d.) uno penthagono equilatero di quale la a,b,sia un lato, & sia protratto el diametro,c,d,e, dividente la linea.a.b.etiam l'arco di quella in due parti equali, Adonque l'arco, a, e, è la mità della quinta parte della circonferentia di quel cerchio. Per la qual cosa l'arco, a,c,e li duoi quinti di tutta la circonferentia: Adonque siano protratte le due linee,a, e, & a, c,& la,a,e, sarà el lato del decagono equilatero, imperoche l'arco di quella è la mità della quinta parte de la circonferentia, & la linea.a.c, sarà quella che sottotende a uno delli angoli del predetto penthagono: imperoche l'arco,a,c,è le due quinte parte della circonferen-

chora al quadruplo di quello che uien fatto dalla,d,e,in la,e,f,è equale al quadruplo di quello che uien fatto dalla,d,e,in la,e,b,imperò che la.e.f.& e.b.sono etiam equale. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & per la undecima del medesimo) lo quadrato della, a, g, al quadrato della,a,c, è si come el quadrato della, d, b, al quadrato della, d, f, Per laqual cosa (per la seconda parte della sagesima seconda del sesto) la proportione della, a,g,alla linea, a, c, è si come della linea,d,b,alla linea,d,f, & congiuntamente della,a,g,& ,a,c,alla,a,c, è si come della,d,b,& ,d,f,alla,d,f, Et la,a,g,con la,a,c,sono si come il doppio della a,b,& la,d,b,con la,d,f, sono si come il doppio della, d, c, Per laqual cosa el doppio della.a.b.alla.a.c.e si come el doppio della.d.e.alla.d.f. Et permutatamente el doppio della.a.b.al doppio della.d.e.e si come la.a.c.alla.d.f.Ma el doppio della.a.b.al doppio della.d.e.e si come la.a.b.alla.d.e. (per la decimaquarta del quinto.) Adonque della.a.b.alla.d.e.e si come della.a.c.alla.d.f.adonque permutatamente,& euersamente,& conuersamente,& disgiuntamente,& congiuntamente, la qual cosa bisognaua dimostrare.

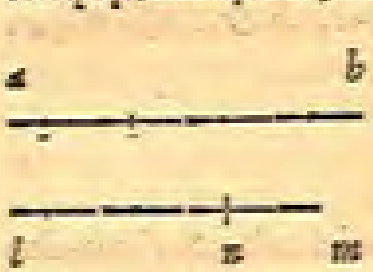
Theorema. 3. Propositione.3.

Diuiso uno lato d'un exagono, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi la maggior parte di quello, sarà el lato del decagono circonscritto, da quel cerchio, che circonscriue lo exagono.

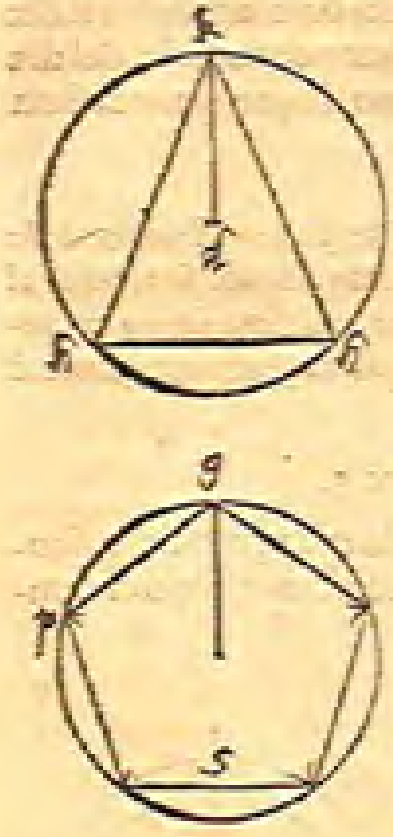
Sia la linea.a.b.el lato del exagono di alcun cerchio:& sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in ponto.c.& sia la maggior parte di quella.b.c.dico che di qualunque cerchio la.a.b.e lato del exagono, di quel medesimo la.b.c.sarà il lato del decagono,perche essendo agionto alla linea.a.b.la linea.b.d. laquale sia el lato del decagono di quel cerchio:del quale la.a.b.e lato del exagono, Et(per la nona del decimoterzio)la linea.a.d. sarà diuisa secõdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea.a.b.Concio sia adonque che l'una e l'altra delle due linee.a.b.& .a.d. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. Adonque (per la precedente) de ambedue quelle alle sue maggior parti sarà una medesima proportione, adonque del la.d.a.alla.a.b. (che è la sua maggior parte) e si come della.a.b.alla.b.c. (che è etiam la sua maggior parte) ma della.d.a.alla.a.b. (sua maggior parte)e si come della.a.b.alla.b.d.(per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. Adonque (per la undecima del quinto della. a. b. alla. b. d. e si come della.a.b.alla.b.c, per laqual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) le due linee.b d.& .b.c.sono equale. Concio sia adonque che la,b,d,sia el lato del decagono,anchora la.b.c,(per commuma scientia) sarà el lato del decagono, A dimostrare il medesimo altramente,alla linea.a, b,sia agionta la,b.d,equale alla,b,c,& (per la quarta del decimo terzo) tutta la, a,d,sarà diuisa secõdo la proportione hauente il mezzo,et duoi estremi,& la maggior



le lettere.e.f.& .f.g.& ſia protratta la linea.e.g.laquale ſotto tendi al angolo.f.et lo ſemidiametro del cerchio elquale ſia.e.f. & cadſcuno di lati del triangolo,d, ſia ſignato con le lettere.K.b.& ſia protratto il ſemidiametro del ſuo cerchio el quale ſia,d,ſ,& da poi ſia tolta la linea,l,m,alla quale la linee.a.b.(che è il diametro della aſſignata ſphera)ſia quincupla in potentia, laqual linea, l, m, ſia diuiſa in ponto,n,ſecondo la proportione hauente il mezzo e duoi iſtremi: & la ſua maggior parte ſia la linea,l,n,& ſecondo la quantità di tutta la l,m,ſia lunedo il cerchio.p.q.Adonque el ſemidiametro dil cerchio.p.q. ſia equale alla linea, l, m. Et



(per el correlario della decima quinta del quarto)la linea.l.m. è ſi come el lato del exagono equilatero, inſcritto in lo cerchio,p,q,adonque (per la terza di queſto)la linea.l.n. ſarà ſi come il lato del decagono equilatero inſcritto in lo medeſimo cerchio. Adonque (per la undecima del quarto) ſia inſcritto uno pentagono equilatero in el cerchio,p,q,del quale uno lato ſia la.p.q. Et(per la decima del decimoterzio libro) lo quadrato della,p,q, ſarà equale alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n.tolti inſieme. Et(per la demonſtratione della decima ſeſta del terzodecimo)è manifeſto che la,h,k,è equale alla.p.q.Adonque el quadrato della,h,k,è equale alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n.tolti inſieme, Et (per la demõſtratione della decima ſettima del decimoterzio) è manifeſto che la,e,g,è il lato del cubo circõſcrittibile dalla medeſima ſphera.Per laqual coſa (per el correlario della decimaquarta del terzodecimo)la.a.b.(che è il diametro della ſphera) potentialmente è tripla alla,e,g,che è il lato del cubo: et ſe la.e.g. ſia diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezzo e duoi iſtremi (per la demonſtratione della decima ſeſtima del.13.)è manifeſto che la.e.f.è ſi come la maggior parte di quella. Adonque(per la ſeconda di queſto della,e,g,alla,l,m, è ſi come della,e,f,alla,l,n,perche ſi come è la tutta alla tutta coſi la maggior parte alla maggior parte. Adonque (per la vigeſima ſeconda del ſeſto)el quadrato della,e,g,al quadrato della,l,m,è ſi come el quadrato della,e,f,al quadrato della.l.n.per laqual coſa (per la decimaterzia del quinto) li quadrati delle due linee,e,g,& ,e,f,tolti inſieme alli quadrati delle due linee,l,m,& ,l,n, tolti inſieme ſono ſi come el quadrato della,e,g,al quadrato della,l,m,adonque(per la decimaquarta del quinto & per la premutata & equal proportionalità)el treppio delli duoi quadrati delle due linee,e,g, & ,e,f, tolti inſieme:alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n.tolti inſieme è ſi come el treppio del quadrato della,e,g,al quadrato della,l,m. Ma el treppio del quadrato del-



la

tia del cerchio. Dico adonque che li quadrati delle due linee a.b. & a.c. tolti insie me sono quincupli, al quadrato della linea d,e. Perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea a.c.e. è quadruplo al quadrato della linea. d.e. & concio sia che l'angolo c,a,e, sia retto (per la prima parte della trigesimaprima del terzo.) & li quadrati delle due linee c,a, & a,e, (per la penultima del primo) saranno quadrupli al quadrato della linea d.e. Adonque li quadrati delle tre linee c.a. & a.e. & d.e. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea d.e. Et perche (per la decima del terzodecimo libro) lo quadrato della a.e. b. è equale alli quadrati delle due linee a,e, & d,e. Seguita che li quadrati delle due linee a.b. & c.a. siano quincupli al quadrato della d,e, che è il proposito.

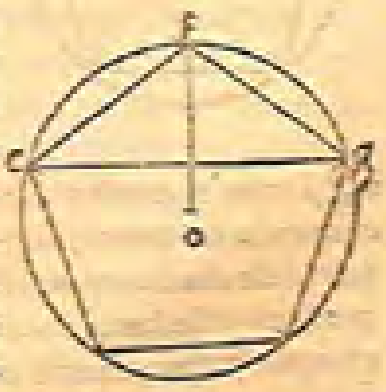
Correlario.

4/0 Adonque è manifesto che el quadrato del lato del cubo, & el quadrato del lato della figura del dodeci base, (quando che una medesima sphera circõscrive quel cubo e quella figura del dodeci base) ambidui li detti quadrati tolti insieme sono quincupli al quadrato della mità del diametro dil cerchio che circonscrive lo penthagono di quella medesima figura de dodeci base.

Questo correlario veramente è manifesto, perche (per la demostratione della decima settima del terzodecimo libro) è manifesto che'l lato del cubo sotto tende al angolo del penthagono del duodecedron: quando che una medesima sphera circonscrive il cubo & lo duodecedro, Adonque per questa quarta senza opposizione è manifesto il correlario.

Thore ma. 5. Propositione. 5.

5/2 El penthagono della figura de dodice base & lo triangolo della figura de cinti base (che una medesima sphera li circonscrive) sono circonscritti da uno medesimo cerchio.



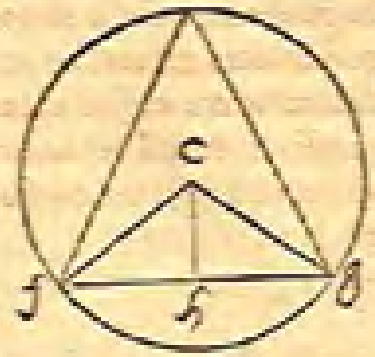
Sia una sphera (el diametro della qual sia l.a.b.) laquale circonferisca due figure solide, cioè el duodecedron (del quale, c, sia una di sui dodeci penthagoni) & lo icocedro (del quale, d, sia uno di sui venti triangoli) & al penthagono c. & al triangolo, d, sopra li dui centri d. & c. siano circonscritti dui cerchij, l'uno sia, c,f, (per la decima quarta del quarto) & l'altro. k.d. (per la quinta del medesimo.) Dico adonque che questi dui cerchij delle proposte sphere (di quali l'uno circonferisce el penthagono c. & l'altro lo triangolo d.) sono equali, stando segnati li dui lati del penthagono, c, continenti uno de sui angoli per le lettere.

c, (per la ottana del primo.) Conciosia adonque che tutti li dodeci pentbogoni del dodecedron siano equale e simili al pentbogono .a. sono diuisibili in sessanta triangoli di quali, ciascuno (per la ottana del primo) è equale al triangolo, a, b, c, & quel lo che uien fatto dalla, a, d, in la, b, c, (per la quadragesima prima del primo) è doppio al triangolo, a, b, c, Adonque el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a, d, in la, b, c, è sessantuplo al triangolo, a, b, c, (cioè sessanta uolte tanto quanto è il triangolo, a, b, c,) perche si come el semplo al semplo così è il doppio al doppio. Conciosia adonque che tutte le superficie del dodecedron tolte insieme: siano etiam sessantuple al triangolo, a, b, c, (cioè sessanta uolte tanto quanto è il detto triangolo, a, b, c,) Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a, d, in la, b, c, sia equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, che è il proposito.



Theorema. 7. Propositione. 7.

7/o Anchora el quadrato che è trentuplo del rettangolo che è contenuto sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del uinti base a quello inscritto, & sotto del lato di quel triangolo, e equale a tutte le superficie della figura del uinti base tolte insieme.



Sia anchora in questo loco el triangono, e, una delle uinti base della figura del ycocedō, & uno de suoi lati sia la, f, g, Et a quello (per la quinta del 4.) sia circonscritto un cerchio sopra el centro, e, & siano protratte le linee, e, f, e, g, & la, e, b, perpendicolare alla, f, g, Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla e, b, in la f, g, è equale a tutte le superficie del ycocedrō tolte insieme, cioè che tutte le superficie del ycocedron tolte insieme sono trenta uolte tanto quanto è lo rettāgolo contenuto sotto della, e, b, & della, f, g, perche è manifesto el triangolo, e, esser diuisibile in tre triangoli cadauno di quelli (per la ottana & quarta del primo) è equale al triangolo, e, f, g, Adonque tutti li uinti triangoli del ycocedron tolti insieme (conciosia che tutti siano equali & simili al triangolo, e,) sono si come del sessantuplo del triangolo, e, f, g, Et perche (per la quadragesima prima del primo) quello che uien fatto dalla, e, b, in la, f, g, è doppio al trīgolo, e, f, g, E però el trentuplo di questo è equale al sessantuplo di quello. Seguita che il trentuplo di quello che uiē fatto della, e, b, in la, f, g, sia equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme la qual cosa era da dimostrare.

Correlario.

Adonque è manifesto che la proportione delle superficie della figu-

la,e,g,è tanto quanto el quadrato della.a.b.(per el correlario della decimaquarta del terzodecimo)et lo quadrato della,a,b,(per el presuppoſito)è quincuplo al quadrato della.l.m.adonque el treppio del quadrato della,e,g, è anchora quincuplo al quadrato della.l.m.per laqual coſa etiã el treppio di quadrati delle due linee,e, g, &,e,f,tolti inſieme è quincuplo alli quadrati delle due linee,l m,& l,n, tolti inſieme. Et perche egliè ſta approuado che el quadrato della,b, k, è equali alli quadrati delle due linee,l,m,& l,n,tolti inſieme. Seguita (per communa ſcientia)che el treppio delli quadrati delle,e.g,& e,f,ſia quincuplo al quadrato della,b,K. Et per la ottaua,del terzodecimo)è manifeſto che el quincuplo del quadrato della,b, k, è quincuplo del quadrato della, d, k, (cioè quindece uolte tanto) perche el ſempio è treppio. Et (per la quarta di queſto)è manifeſto che'l treppio di quadrati delle. e. g. &. e. f. è quincuplo del quadrato della, c, f, perche el ſempio è quincuplo adonque el quincuplo del quadrato della, c, f, è equale al quindecuplo del quadrato della, d, k, & però (per la nona del quinto)el quadrato della.c. f, è equale al quadrato della,d,k, per laqual coſa etiam la linea.c. f. è equale alla linea.d. K, adonque (per la diffinitione di cerchij equali)lo cerchio che circonſcrive el penthagono, c, è equale al cerchio che circonſcrive el triangolo. d. laqual coſa dal principio era da dimoſtrare. perche li ſemidiametri di queſti cerchij ſono equali cioè la.c.f.& la.d.k.

Il Tradottore.

Doue che di ſopra dice che la linea.b.k. (per la demoſtratione della decima ſeſta del terzodecimo)ſarà equale alla.p.q.queſto ſe uerifica perche è quella fu dimoſtrato che il diametro della ſphera era quincuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti baſe & che il lato del penthagono deſcritto nel detto cerchio era equale al lato del uenti baſe e però in queſto luoco il cerchio.p.q. uiene a eſſer il cerchio del uenti baſe et il lato del penthagono di quello uiene a eſſer il lato del uinti baſe, e per queſto la linea.p.q.uiene a eſſer equale al.k.b.(lato del uinti baſe.)

Theorema.6. Propoſitione.6.

6/3 Anchora il quadrato che è trentuplo del rettangolo che ſe contiene ſotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio, che circonſcriue un penthagono della figura de dodice baſe,al lato del penthagono e ſotto del lato di eſſo pẽthagono,el ſe conuence di neceſsità eſſer equale a tutte le ſuperficie del corpo di dodeci baſe tolte inſieme.

Sia el penthagono.a.una delle dodeci baſe della figura del duodecedron,& uno di ſuoi lati ſia la.b.c.& a quello(per la decimaquarta del quarto)ſia circonſcritto un cerchio ſopra il centro.a.& ſian protratte le linee.a.b.& .a.c.& la.a.d.perpendicolare alla b.c. Dico adonque che el trentuplo di quello che uiene fatto dalla,a,d, in la.b.c.è equale a tutte le ſuperficie del dodecedron tolte inſieme,perche egliè manifeſto il penthagono.a. eſſer diuiſibile in cinque triangoli equali al triangolo,a,b,

c,per

uisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte e. si come la mità della parte maggiore della sua doppia, uerbi gratia. Sia la.a.b. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi in ponto.c. & la maggior parte di quella sia la.a.c. & sia la.d.e. si come la mità della.a. b. & la.d. f. si come la mità della.a.c. Dico adonque che la.d.e. è diuisa in ponto.f. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi & la maggior parte di quella è la.e, f. Perche (per la.15.del.5.) è manifesto che la proportione della.a.b. alla.a.c. è si come della.d. e. alla.d.f. (cioè el doppio: al doppio: e si come el semplo al semplo.) Per laquel cosa permutatamente della.a. b. alla. d.e. e si come della.a.c. alla.d.f. adonque (per la.19.del quinto) della.e, b, alla.f, e, è si come della.a.b alla.d.e. adonque la. e.b. è doppia alla. f.e. perche cosi è la.a, b, alla.d.e. Concioßia adonque che tutta la.a. b. sia doppia a tutta la. d. e. e cosi ciascuna delle parti della.a.b. a ciascuna delle parti della.d.e. ca dauna alla sua relatiua. Per laqual cosa (per la.15.del quinto: & per la.11.del medesimo, & per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. La linea.d.e, sarà diuisa in ponto.f. si come se propone. Adonque al presente solicitemo alla demonstratione di quello che fu proposto allo essempio del quale sia lo cerchio. a. b. c. (el centro del quale sia.d. (circonscribente un penthagono del dodecedron & un triangolo de ycocedron. Le quali una medesima sphera li circonscrina & conclude equalmẽte ambidui. Perche (per la.5 di questo) è manifesto che el medesimo cerchio circonscrive questo penthagono: & quel triangolo, & sia la linea.a.b. lato del penthagono et la linea.a.c. del triangolo, & sia la linea.b, si come el lato del cubo circonscritto dalla medesima sphera. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme: è si come la linea.b. alla linea, a, c, perche essendo produtta dal centro.d. una perpendicolare al la, a, b, laqual transisca per fina alla circonferentia segando la, a, b, in ponto, e, & l'arco di quella in ponto.f. Et è manifesto questa perpendicolare dividere in due parti equale sia la linea.a.b. come l'arco di quella, La corda a.b. (per la.2.parte della terza del terzo) & l'arco di quella (per la quarta del primo, & per la.27.del terzo.) adõque l'arco.f.a.e la decima parte della circonferentia. Sia adonque sotto a quello tirata la corda.a f. laquale sarà el lato decagono equilatero di quel medesimo cerchio. adõque (per la.9.del.13.) è manifesto che la linea compresta dalla.d.f. & f.a. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo et duoi estremi & la maggior parte di quella sarà la linea.d.f. (Et per la prima di questo) la.d.e. è equale alla mità della.d.f. & alla mità della.f.a. congionte directamente in lungo. Sia adõque la.d.g. perpendicolare alla.a.c. (& per el corolario della.11.del.13.)



la.g.d.

ra del dodeci base (contenute in qualche sphera) alle superficie della figura de uinti base cõclude in la medesima sphera, e si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato d'un penthagono di essa figura de dodeci base: & sotto della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di ello penthagono. Al rettangolo contenuto sotto del lato d'un triangolo di essa figura di uinti base, & della perpẽdicolare dutta dal cẽtro del suo cerchio al lato di quel triãgolo del corpo di uinti base.

Egli è manifesto esser il uero quello che se conclude per el correlario, siano la figura del. 12 base & la figura del 20 base circonscrittibile da una medesima sphera come se propone ouer se seranno etiam circonscrittibile da diuerse sphere. Ma el se propone come queste figure siano circonscrittibile da una medesima sphera perche questo mõdo uale & è sufficiente al proposito: adonque la communa uerità di quello cosi se manifesta. perche (per la. 6. di questo) è manifesto che el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a, d, in la, b, c, è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, del quale el penthagono, a, e una delle sue. 12. superficie, & (per questo 7.) similmente è manifesto che il trentuplo di quello che uien fatto dalla, e, b, in la, f, g, è equale a tutte le superficie del yocedron tolte insieme dal quale el triangolo, e, è una delle sue. 20. base o sia che quel dodecedron & questo yocedron una medesima sphera li circonscriua, ouer diuerse. Adonque la proportione del trentuplo della, a, d, in la, b, c, a tutte le superficie di quel dodecedron tolte insieme e si come quella del trentuplo della, e, b, in la, f, g, a tutte le superficie del yocedron tolte insieme perche l'una & l'altra proportione de equalità: per laqual cosa permutatamente el trentuplo della, a, d in la, b, c, al trentuplo della, e, b, in la, f, g, e si come tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo yocedrõ: & (per la. 15. del. 5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del semplo al semplo adõque è manifesto (per la. 11. del. 5.) che la proportiõ di tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo yocedron è come quella di quello che uiẽ fatto dalla, a, d, in la, b, c, a quello uien fatto dalla, e, b, in la f, g. Et questo è quello che propone el correlario.

Theorema. 8. Propositione. 8.

8 / o La proportione de tutte le superficie del corpo de dodeci base tolte insieme, a tutte le superficie del corpo de uinti base tolte insieme, (che siano da una medesima sphera circonscritti) è si come la proportione del lato del cubo (che circonscriue la medesima sphera) al lato del triãgolo di quel medesimo corpo di uinti base.

Acciò che ogni dubitatione si parta dal processo della demonstratione di questa. 8. del. 14. bisogna primamente saper ẽste. Che se alcuna linea sarà diuisa secõdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, e dalla mità di quella: sia detratto tãto quãto è la mità della sua maggior parte anchora ẽlla medesima mità sarà diuisa



As Deunce Dextante Dodrante Bisse Septunce



Semis. Quincunce. Triente. Quadrante. Sextante. Vncia.

Anchora la onza laqual havemo detto dover esser la 12. parte del .s. la dividerno ad altre 12. frationi, ma per una altra via, perche la mita della onza gli disse sono. Semioncia. La terza parte duella, la quarta sicilico, la sesta sextula, la ottava dragma, la duodecima emissela, la 18. tremisse, la 24. scrupulo, la 48. obolo, la 72. bissiliqua, la 96. serates, la ultima ch'è la. 144. parte di essa oncia chiamorno siliqua. Et a queste 12. frattioni della oncia li posteriori, gli hanno aggionto el calco & lo carco e la. 292. parte della oncia. del qual aggiongimento ne fu causa accio che el diatesseron & el diapente delle simphonie di toni & semitoni distinti per intervalli di queste frattioni, la denominatione escendesse ouer se estendesse per fina al massimo sforemo: & tutte quelle frattioni li annotauano secondo l'ordine de tal figure.



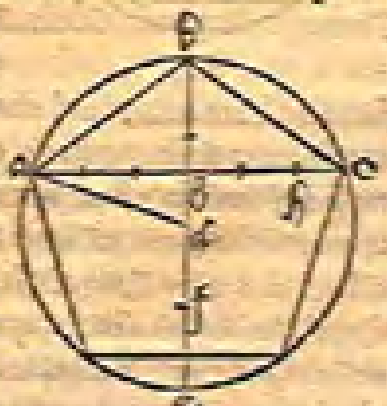
Semioncia. Duella. Sicilico. Dragma. Emissella.



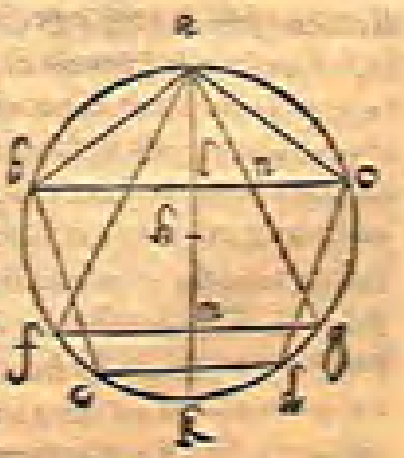
Tremisse. Scrupulo. Obolo. Bissiliqua. Cerates. Siliqua. Calco.

Adonque el senso di quello che è detto è questo che se in alcun cerchio sia inscritto un pé thagono equilatero, quello che sé fatto delli tre quarti del diametro del cerchio in li cinque sesti della linea che sotto tende a uno delli angoli del penthagono inscritto è equale al penthagono. verbi gratia sia el cerchio, a, b, c, sopra el centro, d, & sia, a, quello (per la. 12. del. 4.) sia inscritto un penthagono equilatero del quale li dui lati continenti uno di soi angoli siano la a. b, & b, c, & a l'angolo, b, sia sotteseta la linea, a, c, & sia tirado lo diametro, b, d, e, elqual seghi la linea, a, c, in due parti equali in punto, g, & sia la. d, f, la mità della, d, e, & la, g, b, doppia alla, b, c, & la, b, f, sarà el dodrante del diametro: perche è li tre quarti di quello, & la, a, b, sarà el dextante della, a, c, perche quella è li cinque sesti di quella & sia tirata la linea, a, d. Dico che quello che perviene dal la, b, f, in la, a, b, è equale al penthagono inserito in el cerchio (perche contessia che la, a, g, sia perpendiculare alla, b, d, (per la quadragesima prima del primo) quello che perviene dalla, b, d, in la, a, g, sarà doppio al triangolo, a, b, d, E però quello che perviene dalla, b, f, in la, a, g, sarà treppio al medesimo triangolo, & quello che pervene dalla, b, f, in la, b, g, sarà doppio, & dalla, b, f, in tutta la, a, b, sarà quintuplo. Contiosia adonque, che tutto el penthagono sia quintuplo al medesimo triangolo. Egliè manifesto che quello che vien fatto della, b, f, in la, a, b, è equale al penthagono. Et questo era da dimostrare. Hor demostramo quello che fu proposto dal principio per un' altra via si come fu promesso. Sia adonque un el cerchio, del quale el centro sia, b, inscritto uno penthagono della figura de dodeci base & un trian-

la.g.d.sarà si come la mità della.d.f. Adunque se della linea.d.e. (laquale è si come la mità della.d.f.a.(quando che la.d.f.& f.a. sia una linea.) Sia detratta una equale alla,d,g,(laquale è si come la mità della.d.f.) (cioè la linea,d,e,)per quello che fu approuado auanti questa) sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & dui estremi. & la maggior parte sarà si come la,g,d, Et(per la demostratione della.17.del terzo decimo)è manifesto che se la linea,b.(che è Lato del cubo)sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui estremi La maggior parte di quella sarà si come la, a, b, che è lo lato del penthagono della figura de dodeci base. Adunque(per la seconda di questo)la proportione della,b, alla,a, b, è si come della,d,e,alla,g,d,per laqual cosa(per la prima parte della decima sesta del sesto) quello che peruiene dalla,b,in la,g,d,è equale a quello che uien fatto dalla,a,b, in la,d,e. Et(per el correlario della precedente)è manifesto che la proportione de tutte le superficie del dodecedro(del quale el lato è la,a,b,)tolte insieme, a tutte le superficie del yocedro(del quale el lato e la,a,c,)tolte insieme, e si come di quello che uien fatto dalla,a,b,in la,d,e,a quello che uien fatto dalla a,c,in la,g,d. Adoque (per la prima parte della settima del quinto, & undecimo del medesimo)la proportione di quello che peruiene dalla,b,in la,g,d,a quello che peruiene dalla,a,c,i la,g,d, e si come de tutte le superficie di quel dodecedron a tutte quelle di questo yocedro. Ma di quello che peruiene dalla,b,in la,g,d,a quello che peruiene dalla,a,c,in la,g,d,(per la prima del sesto)e si come della,b, alla,a, c, Adunque (per la 11.del.5.)la proportione di tutte le superficie di quel dodecedro a tutte quelle di questo yocedron e si come della,b,alla,a, c, che è il proposito. Questo medesimo poremo prouar altramente: se auanti quello poremo un antecedente necessario el qual è questo.



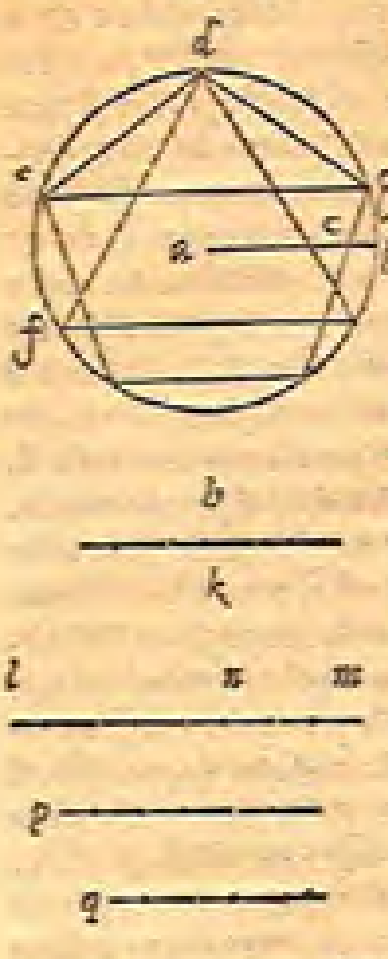
Se in qualunque cerchio sarà inscritto un pẽthagono equilatero lo rettangolo che è contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio & sotto dextante di quella linea che tẽde sotto al angolo di quel penthagono de necessità ci bisogna essere equale al medesimo penthagono.



Li nostri maggiori con lo intelletto & con la ragione diuidevano cadauno integro in dodeci parti equali e tutte quelle parti insieme (cioè quel tutto)lo chiamerno. Asse & le unidice di quelle parti gli dissero de uncie, Et le dece, dextante: le nome dodrante e le otto bisse & le sette, septunce ouer septante ouer quincũce et le seisseme, & le cinque quincunce & le quattro triente: & le tre, quadrante: & le due sextante, & la una, adimandorno oncia, & quelle piu uolte sono stà troua te in li antiqui libri designate p l'ordine de tal figure.

tutto

mi & la maggior parte di quella sia la linea.a.c. & sopra il centro.a. secondo la quantità della linea.a.b. sia descritto il cerchio.d.b.e. & a quello sia inscritto (per la undecima del quarto) uno pentagono equilatero del quale la,d,e, sia un lato et (per la seconda del medesimo) gli sia etiam iscritto uno triangolo equilatero del quale la, d, f, sia uno lato: & a uno delli angoli del pentagono (qual sia. d.) sia posto sesa la linea.e.g. Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che la sphera che circonscrive el dodecaedron de quel pentagono, del quale un lato e la,d,e, circonscrive insieme lo icocedron de quel triangolo del quale un lato e la.d.f. Et (per la demonstratione della decima sestima del terzo decimo) è manifesto che la medesima sphera circonscrive el cubo del quale la, e, g, è el suo lato, adonque sia tolta la linea. b. potente sopra tutta la,a,b, & la sua maggior parte. a, c, & similmente la.K. potente sopra tutta la,a, b, & la minor parte.b.c. di quella. Dico adonque, che la proportione della,e,g, alla, d,f, (cioè come del lato del cubo, al lato del triangolo del icocedron contenuto insieme con esso cubo dalla medesima sphera) è si come della,b, alla.K. Perche egli è manifesto (per el correlario della. 15. del quarto) che la.a.b. è come el lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio.b.d.e. Adonque (per la terza di questo) la,a,c, è si come el lato del decagono del medesimo cerchio. Adoque (per la. 10. del terzodecimo) la, d, e, è potente sopra tutta la, a, b, & alla maggior parte,a,c, di quella. per laqual cosa la,d,e, è equal alla,b, perche el quadrato di cadauna di quel le è tanto quanto li quadrati delle due linee.a.b. & a.c. tolti insieme, & è manifesto per la 8. del. 13. che la.d.f. è treppia potentialmente alla.a.b. & (per la. 5. del medesimo) è manifesto che la.K. e anchor treppia potentialmente alla.a.c. Adoque (p la.2. parte della.22. del sesto) la proportione della,d,f, alla,a,b, è si come quella della.k. alla.a.c. per laqual cosa permutatamente della,d,f, alla,K, è si come della,a,b, alla,a,c, & perche (per la demõstratione della.17. del.13.) è manifesto che se la,e,g, sia divisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la,d,e, (per la.2. parte di questo) la proportione della,e,g, alla,d,e, sarà si come della,a.b, alla.a. c. Per laqual cosa (per la.11. del 5.) sarà anchora della,e,g, alla,d,e, si come della,d,f, alla,k, & permutatamente della,e,g, alla,d,f, si come della,d,e, alla,K, et perche (per la prima parte della.7. del quinto) della,d,e, alla,K, sarà si come della,b, alla,k, (impero che la,d,e, & la, b, sono equale (per la.11. del.5.) della,e,g, alla,d,f, sarà si come della,b, alla,k, che è il proposito. & non solamente la proportione della,e,g, (lato del cubo) alla,d,f, (lato del triangolo del icocedron) è si come della,b, alla,k, anzi è simplicemente si come



triangolo della figura de uinti base liquali una medesima sphera li circonscriua. Et (per la quinta di questo) è manifesto che el penthagono di questo dodecedron & lo triangolo di quello ycocedron, sono circonduti dal medesimo cerchio, & sia lo penthagono, a,b,c,d,e. & lo triangolo, a,f,g. & lo angolo, a, del penthagono sia sottese sa la linea, b,e, laquale (per la demonstratione della decima settima del terzodecimo) sarà el lato del cubo: che circonclude la medesima sphera. Adonque sia tirato lo diametro, a,b,k, el qual sega orthogonalmente, & in due parti equali l'una & l'altra delle due linee, b,e, & f,g. l'una in ponto l. & l'altra in ponto m. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron a tutte quelle del ycocedron (delli quali el penthagono, & triangolo sian descritti in el medesimo cerchio) è si come della linea a.b.e. (che è lato del cubo circonchiuso dalla medesima sphera, alla linea, f,g, che è lato del triangolo del ycocedro.) Perche (per el correlario della. 8. del. 13.) è manifesto, che la linea, b,m, è la metà della linea, a,b, E però la linea. a. m. sarà el dodrante del diametro, a,k. (perche la è li tre quarti di quello.) Sia adonque la. l.n. doppia alla. n.e. et la. b.n. sarà lo dextante della. b.e. perche la è li cinque sesti di quella. Adonque (per lo premesso antecedente) quello che perviene dalla, a, in la, b,n, sarà equale al penthagono. a.b.c.d.e. & quello che perviene dalla, a, in la, m,f, è equale al triangolo. a.f.g. Adonque (per la prima del sesto) la proportione del penthagono al triangolo, è si come la, b,n, alla, m,f, per laqual cosa el quincuplo di quel penthagono al septuplo di questo triangolo è si come el dodecuplo della linea, b,n. al septuplo della linea, m,f, laqual cosa è manifesta (per la. 15. propositione del quinto libro) & per la equal proportionalità) & lo dodecuplo del la, b,n, è si come el decuplo della, b,e, perche dodeci dextanti se eguagliano a diece assi (cioè diece tutti) & lo septuplo della, m,f, è si come el decuplo della, f,g, perche la, f,g, è doppia alla. m.f. Adonque el dodecuplo de questo penthagono; al septuplo di questo triangolo è si come el decuplo della, b,e, al decuplo della. f.g. Et perche el dodecuplo di quel penthagono, è tutte le superficie del dodecedron. Et lo septuplo di questo triangolo è tutte le superficie del ycocedrō. Et perche (per la. 15. propositione del quinto) el decuplo della, b,e, al decuplo della, f,g, è si come la, b,e, simplice alla, f,g, simplice, (per la undecima propositione del quinto libro) la proportione de tutte le superficie del dodecedron (tolte insieme) a tutte le superficie del ycocedron (tolte insieme) sarà si come della, b,e, alla, f,g, & questo è quello che bisognaua dimostrare.

Theorema 9. Propositione 9.

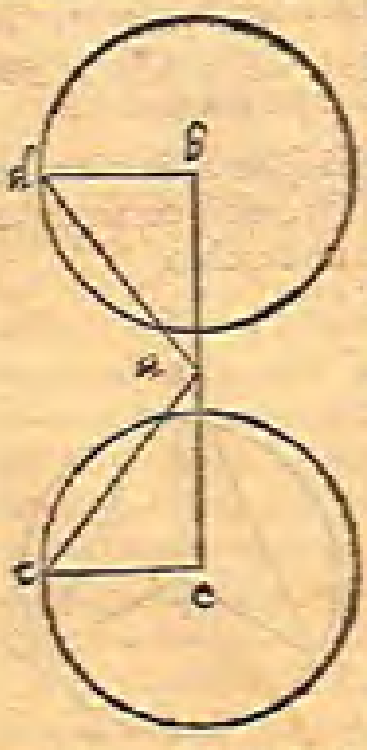
Qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, La proportione della linea potente sopra a tutta la linea & alla maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sarà si come la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de uinti base contenuto in la medesima sphera con quello.

Sia la linea, a,b, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui estre-

a.b. siano equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che cõtiene la linea. a.b. è un cerchio, & il centro di quello è il ponto. c. cioè quel medesimo che è centro della sphera. Ma se el centro della sphera sarà fuora della superficie segãte, adonque sia posto che sia el ponto. d. (sia dove si voglia (dal quale (secondo la doctrina della undecima del 11.) sia ducta la linea. d. c. perpendicolare alla superficie segante, et dal medesimo centro, d, siano protratte due linee rette (cascheno come si voglia) alla linea, a, b, le quale siano, d, a, & , d, b, & sia congionto, c, con, a, et cõ, b, & le due linee, d, a, & , d, b, saranno equale, impero che quelle vengono dal centro della sphera alla superficie di quella. Et (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) è manifesto che li angoli, d, c, a, & , d, c, b, sono retti. E però (per la penultima del primo et (per questa communa scientia, quelle cose che sono equale a cose equale fra loro sono equali.) li quadrati delle due linee, c, d, & , c, a, tolti insieme saranno equali alli quadrati delle due linee, d, c, & , c, b, tolti insieme: adonque tenendo ma da l'una banda & da l'altra lo quadrato della, d, c, lo quadrato della. c. a. sarà equale al quadrato della. c. b. Per la qual cosa etiam la linea, c, a, sarà equal alla linea, c, b, per lo medesimo genere de argomentatione è necessario che tutte le linee ducte dal ponto. c. alla linea, a, b, esser equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea, a, b, è un cerchio et il centro di quello è il ponto, c, che è il proposito.

Correlario.

Adonque da questo è manifesto che quando una superficie sega una sphera sopra il centro di quella. Lo sectore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio, el centro della quale è centro della sphera. Et quando una superficie sega una sphera, non sopra il centro di quella anchora lo sectore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare ducta dal centro della sphera alla superficie segante, & piu dico che se in alcuna sphera saranno cerchij equali le perpendicolare ducte dal centro della sphera alla superficie di quelli cerchij saranno fra loro equale.

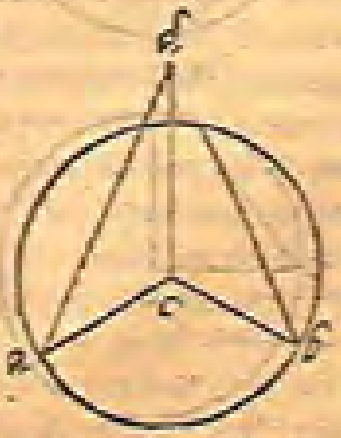


Sia in la sphera (della quale el centro e. a. Signati li dui cerchij, b, & , c, equali alla superficie di quali siano protratte le perpendicolar dal centro della sphera cioè dal ponto, a, (si come insegna la 11. del 11.) a l'uno sia la linea. a. b. a l'altro la linea, a, c. Dico che le due linee, a. b. & . a. c. sono equale perche se siano protratte dalli ponti. b. & . c. alla circonferentia de quelli due linee rette delle quale l'una sia, b, d, & l'altra, c, e, & sia giunto, a, con, d, & con. e. E (per la diffini-

come di qualunque due linee (de l'una a l'altra) de lequale l'una posse sopra tutta qualunque linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella, & l'altra sopra la tutta, & la minor parte di quella. Perche de tal linee a una per una e una medesima proportione. verbi gratia stante li medesimi presuppositi circa alle linee, a,b,h, & ,K, & sia tolta ancora qualunque altra linea (laqual sia l.m.) divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto, n, & la maggior parte sia la l.n. Et sia la.p. potente sopra tutta la l.m. & sopra la l.n. maggior parte di quelli & la linea q. sia potente sopra tutta la l.m. & sopra la m.n. minor parte di quella. Dico adonque che la proportione della p. alla q. è si come della, b, alla, k, perche (per la seconda di questo libro) è manifesto che della, b, a, alla, a, c, è si come della l.m. alla l.n, adonque (per la prima parte della xigesima seconda del sesto) del quadrato della, b, a, al quadrato della, a, c, è si come del quadrato della, m, l, al quadrato della n. l. per laqual cosa congiontamente del quadrato della b. al quadrato della a. c. e si come del quadrato della p. al quadrato della l. x. Et permutatamente del quadrato della, b, al quadrato della p. è si come del quadrato, a, c, al quadrato della, l, n, (per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportione del quadrato della k. al quadrato della, q, è si come del quadrato della, c, b, al quadrato della, n, m, & perche (per la seconda di questo, & per la prima parte della xigesima seconda del sesto) lo quadrato della, a, c, al quadrato della, l, n, è si come lo quadrato della, c, b, al quadrato della, m, n, (per la 11 del 5.) lo quadrato della, b, al quadrato della, p, è si come el quadrato della k. al quadrato della, q, per laqual cosa (per la seconda parte della 22. del sesto della b. alla p. è si come della, K, alla, q. Et permutatamente della, b, alla, k, si come della p. alla q. laqual cosa era da dimostrare.

Hora, accio che alcun loco de dubitatione non ci offuschi in quelle cose che restano da dimostrare, bisogno imaginado di mandar avanti al presente, alcune propositioni, per lequale le cose sequente rimaneranno ferme stabile per dimostratione.

Se alcuna superficie piana, segharà qual si voglia sphera, la cõmune sectione della superficie piana che segha, & della superficie curua della sphera sarà una circonferentia laquale contenerà un cerchio.



Sia adonque alcuna superficie piana che seghi una sphera, & sia la linea curua a. b. la commune sectione della superficie segante, & della superficie della sphera. Dico che la linea a. b. è circonferentia d'un cerchio, perche ouer che il centro della sphera è in la superficie piana che sega ouer che egliè fora di detta superficie. Ma se'l sarà in quella, sia posto dove si voglia, & sia el ponto c. perche adoque tutte le linee, a, b, è in la superficie della sphera, & perche tutte le linee dutta dal cẽtro della sphera alla circonferentia di quella, sono equale (si come è manifesto per la diffinitione della sphera) seguita che tutte le linee dutte dal ponto c. alla linea

decedron alla pyramide della equale la basa è un triāgolo del ycocedron: e si come La proportione di tutte le superficie del dodecedron al triangolo del ycocedron. Per laqual cosa (un'altra volta per la medesmaquarta propositione del quinto libro) la proportione del corpo del dodecedron al cintuplo di quella pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron, e si come de tutte le superficie del dodecedron al cintuplo del triangolo del ycocedron. Conciosia adonque che el cintuplo di questa pyramide, sia tanto quanto tutto el corpo del ycocedron, & il cintuplo di questo triangolo si come tutte le superficie di quel ycocedron. La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del ycocedron, liquali circonclude una medesima sphera) sarà si come la proportione di tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del corpo del ycocedron tolte insieme, Et questo è la fissa sententia & la ferma e solida demonstratione di predetti philosophi della proportione di questi duoi corpi. Alla quale anchora egliè da esser aggionto questo. Et conciosia che la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del ycocedron (quando che insieme siano circonclusi da una medesma sphera) sia si come la proportione de tutte le superficie del corpo del dodecedron tolti insieme a tutte le superficie di quel ycocedron inclusi in la medesma sphera (si come fu dimostrato in la octaua propositione di questo) la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedro (che una medesma sphera circonuolue) sarà (per la undecima propositione del quinto libro) si come la proportione del lato del cubo (inscritibile a quella medesma sphera) al lato del triangolo di quel ycocedron. Ma pur, perche diuisa (qual si voglia linea) secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. La proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, e si come del lato del cubo inscritto in alcuna sphera: al lato del triangolo del corpo del ycocedron circōscritto dalla medesma sphera, (si come fu dimostrado della nona propositione di questo.) Etiam (per la undecima propositione del quinto) sarà che diuisa qualunque linea secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, la proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sia si come la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron, liquali una medesma sphera li circonscrive ambidui. Adonque dalle cose dette è manifesto, che la proportione del lato del cubo inscritto in alcuna sphera, al lato del triangolo del ycocedron dalla medesma sphera circonscritto. Similmente la proportione de tutte le superficie del dodecedron, a tutte le superficie del ycocedron (liquali siano ambidui circonscritti da una medesma sphera. Anchora la proportione della linea potente sopra qual si voglia linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella: alla linea potente sopra la medesima & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron (liquali circonscriue una medesima sphera) e una medesma proportione. Adonque è mirabile la possanza della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, alla quale conciosia

diffinitione della linea che stia perpendicolarmente sopra una superficie) l'uno & l'altro di duoi angoli,a,b,d,& a,c.e,è retto,& (per la seconda parte del precedente correlario)è manifesto che li duoi ponti.b.& c. sono cētri di duoi cerchij b.& c. E però le due linee.b.d.& a.e.sono li semidiametri di quegli, iquali cerchij (quādo che siano posti equali.) Seguita(per la diffinitione di cerchij equalli) questi semidiametri esser equali,& perche le due linee.a.d.& a.e.sono equale (perche sono dutte dal centro della sphera alla superficie di quella)le due perpendicolare,a,b,& a,c.saranno equale (per la penultima del primo) laqual cosa bisognaua dimostrare adunque al presente ritornamo al proposito.

Theorema.10. Propositione.10.

La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, (liquali ambidui siano inclusi in una medesima sphera) è si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

Questo è quello che di sopra commencassemo dapoi la demostratione della prima di questo, per auttorità di Aristeo, & de Apollonio la dimostratione della quale: se cava evidentemente dalle cose che sono poste di sopra: Perche (per la.5. di questo)è manifesto che li cerchij di quali l'uno circonscrive un penthagono del dodecedron,& l'altro lo triangolo del ycocedron(che una medesima sphera circōscriua ambidui li detti corpi) sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare dutte dal centro della sphera alle superficie de tutti li cerchij che circonscriuano li penthagoni di questo dodecedron,& li triangoli di quello ycocedron cadente in li centri di quelli saranno fra loro equale,si come dalle cose premesse è manifesto. Perche tutti questi cerchij,come testifica la quinta propositione di questo (come è detto) sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le base sono li penthagoni del dodecedron: & la cima di quelli sono el centro della sphera.& le pyramide(delle quale le base sono li triangoli del ycocedron:& li coni di quelle sono similmente el centro della sphera) sono equalmente alte: perche le perpendicolari che cascano dalli coni alle base: misurano ouer determinano la altezza de tutte le pyramide. & le pyramide equalmente alte è necessario esser proportionale alle sue base (si come in la sesta del duodecimo è stato prouado). Adonque la proportione della pyramide della quale la basa e un penthagono del dodecedron, alla pyramide della quale la basa è uno di triangoli del ycocedron,è si come del penthagono al triangolo. E però (per la vigesimaquarta propositione del quinto libro) la proportione del dodecuplo di quella pyramide, della quale la basa è uno di penthagoni del dodecedron: alla pyramide della quale la basa è uno di triangoli del ycocedro, è si come del dodecuplo di quel penthagono a questo triangolo, & quelle dodeci pyramide delle quale le base sono li dodeci penthagoni del dodecedron sono tanto quanto tutto el corpo di esso dodecedron. Et li duodeci penthagoni tanto quanto tutte le superficie di quello. Adonque la proportione del corpo del do-

linea.b.d.(laquale è si come la mità di quella.) Adonque le due linee.a.d.& b.d.sono rationale communicante solamente potentialmente. Adonque(per la vigesi matertia del decimo)le superficie di l'una di quelle in l'altra è mediale, Et cõciosia che la superficie di l'una di quelle in l'altra:sia equale al triangolo,a,b,c, egliè manifesto esser il vero quello che habbiamo detto.

Theorema.13. Propositione.13.

13 o Tutte le superficie de qual si voglia di duoi solidi, diquali l'uno è la piramide di quatro base triangolare & equilatere, & l'altro è il corpo di otto base triangolare,& equilatere:tolte insieme (se il diametro de la sphera che li circonscrive sarà rationale)componeno superficie mediale.

Perche se il diametro della sphera(che circonscrive l'uno di questi dui corpi proposte)sarà rationale, o in longhezza, o solamente in potentia (per el correlario della decimaterza propositione del terzodecimo libro)el lato della pyramide sarà rationale in potentia: & per el correlario della decima quinta del medesimo)el lato del medesimo corpo de otto base sarà anchora rationale in potentia. Per la qual cosa (per la precedente) li triangoli che sono base del qual corpo si voglia de questi duoi: saranno superficie mediale, & perche li triangoli di qual si voglia de quelli, sono fra loro equali, tutte le superficie tolte insieme de qual si voglia de quelli(per la vigesima quinta del decimo)saranno componente superficie mediale: si come se propone.

Theorema.14. Propositione.14.

14 o Se una medesima sphera circonscrive, il tetracedron & lo ottocedron, una delle base del tetracedron sarà sesquitertia a una delle base del ottocedron. Et tutte le base del ottocedron (tolte insieme)a tutte le base del tetracedron (tolte insieme)è necessario havere proportione sesquialtera.



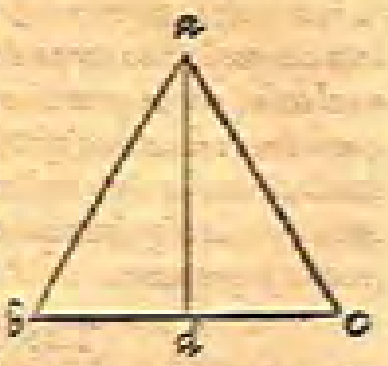
Sia.a.el diametro de alcuna sphera circonscribente la pyramide della quale el lato sia.b. & lo ottocedron del quale el lato sia.c. Dico adunque:che el triangolo equilatero del quale el lato sia.b.e.sesquitertio al triangolo equilatero del quale el lato sia.c. Et che la superficie che componeno, li otto triangoli de cadauno di quali la.c.e lato è sesquialtera alla superficie che componeno li quatro triangoli equilateri de cadauno di quali la.b.e lato. Perche (per el correlario della decima sertia propositione del terzodecimo)è manifesto che el quadrato della.a, al quadrato della.b.è si come.6.a. 4. Adonque al contrario el quadrato della,b.al quadrato della.a.e si come.4.a. 6. Et(per el correlario della decima quinta del medesimo)è manifesto che el quadrato della.a.al quadrato della,c,è

si come.

cioſia che tutta la moltitudine de philoſophanti conuengono in queſto principio degno di admiratione, ouer el principio procede dalla natura inuariabile delli primi più ſuperiori, che ſi diuerſi ſolidi de grandezza come de numero di baſe, ſi etiam de figura, concordi rationabilmente una irrational concordia: certamente egli è ſtato dimoſtrado, chè la proportione del corpo del dodecedron al corpo y cocedron (che circonſcrina una medeſima ſphera) è ſi come la proportione della linea ponente ſopra qualunque linea diuiſa ſecõdo la proportione hauente il mezzo e dui eſtremi, & ſopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente ſopra la medeſima: & la minor parte di quella. Et perche de li altri tre corpi regolari non hauemo detto coſa alcuna. Studiamo di dire qualche coſa de quelli.

Theorema. 11. Propoſitione. 11.

11 o In ogni triangolo equilatero, ſe da uno di ſuoi angoli ſia conduta una perpendicolare alla baſa, el lato del medeſimo triangolo conuien eſſer ſeſquialtero in potentia a eſſa perpendicolare.



Sia el triangolo, a, b, c, equilatero, & del angolo, a, ſia conduta la linea, a, d, perpẽdicolare alla baſa, b, c, Dico che lo lato a, b, è potentialmente ſeſquiterzo alla. a. d. Perche (per la quinta del primo) li dui angoli. b. & c. ſono equali, & perche li angoli che ſono al. d. ſõno retti (per la vigeſima ſeſta del primo) la linea, b, c, è diuiſa in due parti equali in ponto. d. Adonque (per la quarta del ſecondo) lo quadrato della, b, c, è quadruplo al quadrato della, b, d, E però etiam lo quadrato della. a, b, è quadruplo al quadrato della. b. d. (perche el triangolo è equilatero) per laqualcoſa (per la penultima propoſitione del primo) li quadrati delle due linee. a. d. & . b. d. tolti inſieme, ſono quadrupli al quadrato della . b . d . Adonque lo quadrato della . a . d . è treppio al quadrato della. b. d. Adonque è manifeſto il propoſito.

Thorema. 12. Propoſitione. 12.

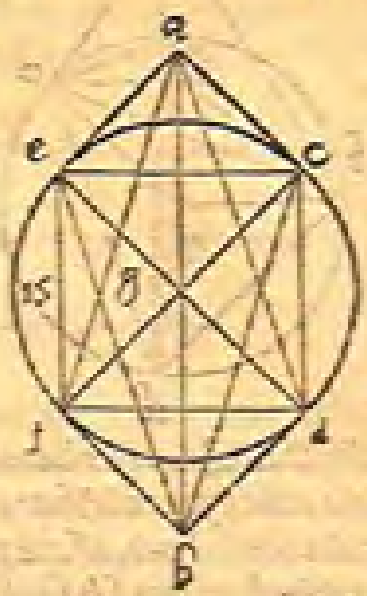
12 o La ſuperficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato è rationale, ſe approua eſſer mediale.

Sia come prima el triangolo. a. b. c. equilatero: & lo lato. a. b. di quello ſia rationale ouer in longhezza ouer ſolamente in potentia. Dico adonque che eſſo triangolo, e ſuperficie mediale, Perche ſe ſia dutta dal angolo. a. la perpendicolare. a. d. alla baſa (per la precedente, & per la ſeſta del decimo: & per la diffinitione della ſuperficie rationale) lo quadrato della linea. a. d. ſarà rationale & la linea, a, d, ſarà rationale in potentia, & quella (per la ultima parte della nona del decimo, mediante la precedente) ſarà incommenſurabile alla linea. a. b. E però etiam alla

Et perche li quattro ponti.a.b.c.d. sono in la superficie della sphera (el centro della quale è il ponto.f.) (Per questo che egliè stato posto quella sphera circonscrive questa pyramide) tutte le quattro linee.f.a.f.b.f.c.f.d. Sarano fra loro equale, perche sono dutte dal centro della sphera, alla superficie di quella. Adonque perche li dui lati.a.f.& f.b, del triangolo.a.f.b.son equali alli dui lati.a.f.& f.c. del triangolo.a.f.c.& la basa.a.b.alla.a.c. (Perche la pyramide fu posta equilatera) lo angolo.a.f.b.(per la ottaua del primo) sarà equale a l'angolo.a.f.c. E però (per la decima terza del primo) anchora lo angolo.b.f.e.sarà equale a l'angolo.c.f. E per lo medesmo modo tu approuarai l'angolo.d.f.e. esser equale al angolo.c.f.e. Perche egliè necessario (per la ottaua del primo) che lo angolo.a, f.e. sia equale al angolo a,f,d, per laqual cosa (per la. 13. del primo) anchora l'angolo,c,f,e, sarà equale a lo angolo.d.f.e. Adonque li tre angoli,b,f,e,c,f,e,d,f,e, sono fra loro equali: protratte adonque le linee,e,b,e,c,& ,e,d, seguita (per la.4. del primo tolta due volte) quelle esser fra loro equale. E però (per la nona del terzo) e ponto,e, è centro del cerchio b.c.d. E perche la perpendicolar dutta dal centro della sphera alla superficie di qualunque cerchio che seghi quella, cade sopra el centro del medesmo cerchio (si come per le cose che sono sta poste di sopra: cioè come intendesti da quelli antecedenti li quali precedeno immediate la decima di questo) se comence la linea.a,f,e, esser perpendicolare alla superficie del cerchio.a.b.c. si come se propone, Essendo altramente (per lo auersario) saranno dui centri del medesmo cerchio laqual cosa la natura si come impossibile nol patisse.

Theorema. 16. Propositione. 16.

16 El solido de otto base triangolare, & eqdilatere, elquale, sia circonscritto di alcuna sphera, e diuisibile in due piramide equalmente alte la altezza delle quale è equale al mezzo diametro della sphera. Et la basa di l'una e de l'altra è un quadrato, elquale è subduplo al quadrato del diametro della sphera.

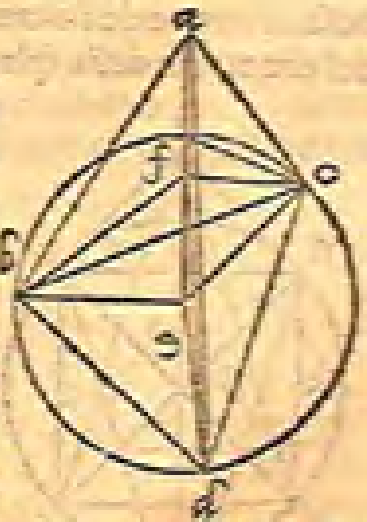


Sia un corpo de otto base triangolare, & equilatere) li sei angoli del quale siano,a,b,c,d,e,f,) circonscritto da una sphera el centro della quale sia el ponto.g. Adonque è manifesto che la sei ponti,a,b, c,d,e, f, sono in la superficie della sphera el centro della quale è il ponto.g. Adonque congiungendo el ponto, g, con cadauno di questi sei ponti, le linee congiungente quello sarāno fra loro equale, conciosia che quelle siano dutte dal centro della sphera alla superficie: & conciosia che (per el corelario della decimaquinta del terzo decimo) el diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato di questo corpo (per la quarta del secondo) el lato di questo corpo sarà potentialmente doppio al semidi

si come.6.a.3. Adonque (per la equal proportionalità) el quadrato della.b. al quadrato della.c, è si come.4.a.3. & lo quadrato della.b, al quadrato della.c, è si come el triangolo equilatero (del quale el lato.c.b,) al triangolo equilatero del quale el lato è.c. Perche da l'uno a l'altro è si come la proportione della.b. alla.c. duplicata (per la seconda parte della decima ottava del sesto.) Adonque lo triangolo equilatero del quale el lato è la.b, al triangolo equilatero del quale el lato e la.c. è si come 4.a.3. Per laqualcosa è manifesto la prima parte del proposito, della quale se cura evidentemente la secõda. Perche (per la conuersa proportionalità) lo triãgolo equilatero del quale el lato e la.c, al triangolo equilatero del quale el lato e la.b, sarà si come tre a quatro. E però lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato la.c, al quadruplo del triãgolo equilatero del quale el lato e la.b. è si come lo ottuplo del ternario al quadruplo del quaternario cioè si come de.24.a.16. Et perche lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato è la.c, è tutte le base del octocedron del quale la.c, è lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la.b. è lato e tutte le base della pyramide della quale la.b, è lato, & perche la proportione de sedeci a quattordici e sesquisettima, seguita, che la superficie che componeno tutte le base del octocedron del quale la.c, è lato alla superficie che componeno tutte le base della pyramide della quale la.b, è lato è sesquisettima si come fu detto in la proportione.

Theorema.15. Propositione.15.

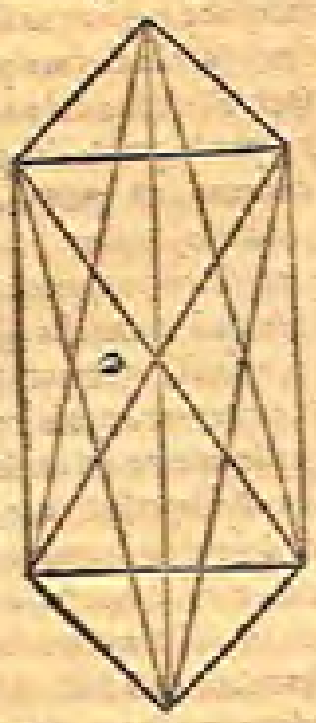
15 o Della piramide di quattro base triangolare & equilatere, collocata dentro di una sphera, se da uno di suoi angoli sia cõdutta una linea retta, per el centro della sphera, alla basa, quella è necessario cascare in el centro del cerchio che circonscrive la basa, & stare perpendicolarmente dentro alla medesima basa.

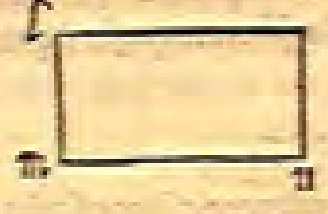


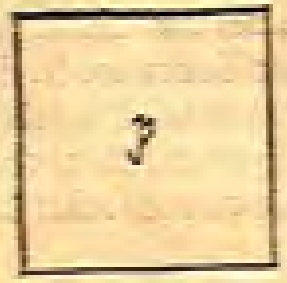
Sia la pyramide.a.b.c.d, di quatro base triangolare & equilatere collocata dentro di una sphera, el centro della quale sia.f. Et conciosia che cadauno di quatro angoli di questa pyramide poi esser cauo di quella, & cadauno di quatro triangoli poi esser basa. Al presente imaginemo lo angolo.a. solido di quella esser el cauo, et lo triangolo.b.c.d, imaginamo esser la basa. Ancora a questa basa medesmo esserli circonscritto il cerchio.b.c.d. Et da poi dal ponto.a. (el quale habbiamo imaginato cauo della pyramide) conducemo alla basa.b.c.d. una linea retta, che transisca per el ponto.f. (che è centro della sphera che circõscrive la pyramide della qual disputamo) e questa linea occorra alla superficie.b.c.d. (laqual habbiamo imaginata basa della pyramide) sopra el pũto.e. Dico adunque che el pũto.e. è cẽtro del cerchio.b.c.d. e che la linea.a.f.e. è perpẽdicolare alla superficie.b.c.d. E per dimostrar questo produrò le linee.f.b.f.c.f.d.

Et

perche se imaginemo l'angolo solido. a. esser cono della pyramide. Et la base della pyramide (della quale el lato è la.d.c.) segare el diametro della sphera in ponto.f. Et (per la argumentatione della decimaterza del terzodecimo) sarà manifesto si come la.a.f. è doppia alla. f.b. Et cõciosia che anchor la.a.b, sia doppia alla,b,b, (per la. 19. del quinto) la.b.f. sarà doppia alla.b.f. Et però la.a.f. sarà quadrupla alla.f.b. Adõque imagine mo una superficie segãte la pyramide.a.c.d. sopra il cẽ tro della sphera equidistantemente alla base di quella & sia la linea.g.K. la cõmune sectione di questa super ficie, & del triangolo,a,c,d. Et (per la decima settima del undecimo) la proportione della,c,a, alla a,g, sarà si come della,f,a, alla,a,b. Adonque della c,a, alla,a,g, sarà si come da quattro a tre. Perche (per la euersa proportionalità) cosi è della.f.a. alla.a.b. Ancora è manifesto, (per la seconda parte della vigesima nona propositione del primo libro,) & per la decima sesta propositione del undecimo) & per la decima propositione del medesimo, & per la prima parte della secon da del sesto et per la diffinitione delle superficie simile: & di corpi simili) che la pyramide,a,g,k, è simile alla piramide,a,c,d. E però (per la ottava propositione del duodecimo) la proportione della pyramde,a,c,d, alla pyramide,a,g,K, e si come della c.a. alla.a.g. treplica- da per laqual cosa è si come quella de quattro a tre tre plicada: & è manifesto (per la secõda propositione del ottauo) che la proportione de quattro a tre treplicada, e si come de sessantaquattro a ventisette. Adonque la proportione della pyramide,a,c,d, alla pyramide,a,g, K, e si come de sessantaquattro a ventisette. Sia adõq; fatto el triãgolo.q.r.s. equilatero, da una linea equale alla a,g, laqual è manifesto esser el dodrãte de la linea a,c, & sia produtta la linea, q.t. perpendicolare alla. r.s. Et (per la undecima propositione di questo libro,) la linea,q,t, sarà potentialmẽte subsesquitertia alla li nea,q,r. E però (sarà equale alla,l,m. Ancora sia ag- giunto alla linea,r,s, la linea,s,x, talmente che la pro portione della,r,x, alla,r,s, si come de sessantaquattro a ventisette & sia diuisa la.r.x. in due parti equali in ponto,u, accioche la,r,u, sia trentadoi di quelle parti delle quale la,r,s, e ventisette ouer che la,r,x, ne è sessanta quattro & la.r.u. sarà equale alla.m.n. & siano dutte le linee.q.u. & .q.x. Et (per la prima propositione del sesto) la proportione del triangolo. q.r.x. al triangolo. q. r.s. sarà









r.x.sarà si come de sessanta quattro e uinti sette. Et concioßia che (per la medesima) lo triangolo.q.r.x, sia doppio al triãgolo.q.r.u.& (per la 41. propositione del.1.) quello che uien fatto dalla.q.t. in la.r.u. si è anchora doppio al triangolo.p.r.u. quello che uien fatto dalla.q.r.in la.r.u.(& quello è equale alla superficie.l.n.) sarà equale al triangolo,q,r,x. Per laqual cosa la proportione della superficie, l, n, al triangolo,q,r,s,è si come sessanta quattro a uinti sette è però si come della pyramide,a,c,d,alla pyramide.a.g.k.et è manifesto (per la 15.propositione di ßso) che la linea,a,f,e perpendicolare alla baßa della pyramide,a,c,d,e però (per la 19.propositione del 11.) la linea,a,h, è etiam perpendicolare alla baßa della pyramide,a, g,K,adonque la altezza della piramide,a,g, k, è el ßemidiametro della ßphera. Adonque ßa diuiso lo ottocedron, e ßi come propone la precedente. Adonque l'una e l'altra delle due piramide in lequal uiẽ diuiso eßso corpo,e, ßarà equalmẽte alta alla pyramide.a.g.k.perche la altezza di cadauna è el ßemidiametro della ßphera. Adonque perche tutte le pyramide laterate equalmente alte ßono proportionale alle ßue baße (come in la ßesta propositione del 12.ßa dimoßrado) la proportione del la pyramide.a, g. k. a l'una e l'altra de quelle in lequale è diuiso lo ottocedron, e, ßi come della baßa di quella alle baße di quelle. Per laqual cosa (per la 24.del.5.) la proportione della pyramide,a,g,k, a tutto lo ottocedro,e,ßi come della ßua baßa (laquale è manifesto eßer equale al triangolo,q,r,s,(alle baße de ambedue la pyramide in lequale è diuiso lo corpo.e tolte inßieme, laquale è manifesto eßer equale al quadrato del diametro della ßphera (per la precedente) cioè el quadrato,p,Adõque perche la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide,a. g. k, è ßi come del triangolo ouer del tetragono,l,n,al triangolo,q,r.s,cioè come de ßessanta quattro a uinti ßette & della pyramide,a,g,K,al ottocedro è ßi come del triangolo, q,r, s,al quadrato,p,(per la equal proportionalità) la proportione della pyramide,a,c, d,al ottocedro,e, è ßi come del tetragono, l, n, al quadrato, p, & queßo era da dimoßrare.

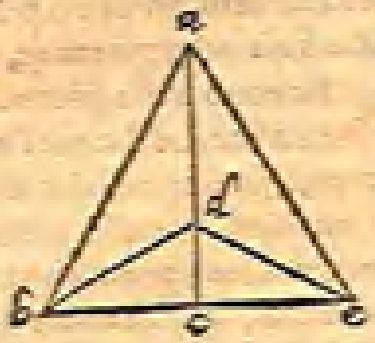
Correlario.

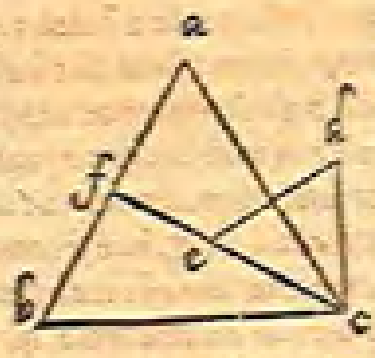
Adonque per le cose poste di sopra è manifesto che la perpendicore che uien dal centro della ßphera,che circonßcriue la piramide di quatro baße triangolare,e equilatere,a cadauna delle baße di ella piramide e equale alla ßesta parte del diametro della ßphera.

Perche concioßia che tutti li triangoli che circõdano la pyramide ßiano ßimili,et equali. Adonchora li cerchij che circonßcriuano quelli ßaranno equali. E però le perpẽdicolar condutte dal centro della ßphera a quelli medeßimi cerchij (in li cẽtri di quelli) ßaranno etiam equale. E le perpendicolar cadente alli detti cerchij ßono perpendicolare alle baße della piramide. Adonque le perpendicolare alle baße ßono fra loro equale. Ma la linea,b,f,è perpendicolare alla baßa della pyramide,a,c,d, laqual, b.f. perche (dalle cose predette) è manifesto eßer la ßesta parte del diametro.a.b. Adonque rimane eßer il uero quello che ße conclude per el correlario.

Il medesimo se conviene dimostrare, altramente dovendo esser questo antecedē te ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che descende da uno delli an goli di quello orthogonalmente sopra la basa, e treppia alla perpendi- colare che uien dal centro del cerchio che circonscrive esso triāgolo, a ca daun lato di quello.





Hor sia el triangolo, a, b, c, equilatero, & sia d. el centro del cerchio che'l circonscrive, dal qual siano con dutte le linee a cadauno de suoi angoli, lequale è manifesto essere equale, conciosia che quelle siano dal centro alla circonferentia del cerchio, perche li tre punti. a.b.c. sono in la circonferētia del cerchio che circonscri ve esso triangolo, Et sia protratta la. a. d. in continuo e directamente per fina che la pervenga al lato, b, c, sopra el ponto e. Adonque (per la octaua propositione del primo) è manifesto che l'angolo a.d. b. è equale al angolo a.d. c. e però (per la decimaterzia propositione del primo) l'angolo b.d.e, è equale al angolo c. d. e. per laqual cosa (per la quarta propositione del primo) la. b.e. è equale alla e.c. & li angoli che sono al e. sono retti. E però la, d. e. (laquale vien dal centro del cerchio che circonscrive lo triangolo a. b. c.) e perpendicolare alla b.c. & la a. e. (laqual vien da uno delli angoli del predetto triangolo) e etiam perpendicolare alla detta b. c. Dico adonque che la a. e. è treppia alla e. d. Perche egli è manifesto che el tretragono che vien fatto dalla. d. e. in la, e. b. è equale al triangolo b. d. c. Lo tetragono anchora che vien fatto dalla a. e in la e. b. è equale al triangolo, a, b, c, & perche el triangolo, a, b, c, è treppio al triangolo d, b, c, & lo tetragono che vien fatto dalla, a, e, in la, e, b, è treppio a quello che vien fatto dalla d. e. in la e. b. Conciosia adonque che (per la prima propositione del sesto) la proportione del tetragono della, a, e, in la, e, b, al tetragono della, d, e, in la, e, b, e si come della, a, e, alla, e, d, la, a, e, sarà treppia alla, e, d, si come se propone.

Correlario.

Adonque è necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposito, trāsisca per el centro del cerchio che circonscrive quel tal triangolo.

Adonque assolvemo al presente quello che havemo proposto, & a questo imaginaremo la pyramide di quattro base triangolare, & equilatere (della quale una delle quattro base di quella sia el triangolo, a, b, c,) esser circonscritto della sphera

della

della quale el centro è el punto, d, Et sia protratta la linea, d,e, perpendicolare alla superficie del triangolo, a,b,c, laqual è manifesto cascar in el centro del cerchio che circonscrive el detto triangolo. Dico adonque la linea, d,e, esser la parte del diametro della sphera, che circonscrive la proposta pyramide. Et per dimostrar questo produrò la linea, d,e, & la linea, c,f, perpendicolare alla linea, a,b, laqual, c,f, per el precedente correlario) è manifesto quella transire per el punto, e, & (per il premesso antecedente) esser treppia alla, e,f, Et (per la quarta del secondo) è manifesto che quando el quadrato del diametro della sphera (della quale el centro è il punto, d,) è. 36. el quadrato del semidiametro, d,c, è. 9, & (per el correlario della decimaterzia del terzodecimo) lo quadrato della, b,c, è. 24. & (per la undecima di questo) lo quadrato della, c,f, e, 18. & (per lo precedente antecedēte) lo quadrato della, c,e, è. 8. Adonque perche quando che il quadrato del diametro della sphera è. 36.) lo quadrato della. d.c. è. 9. et lo quadrato della. c.e. è 8. Onde per la penultima del primo lo quadrato della, d, e, vien a rimaner uno per il che seguita che la linea, e, d, è uno quando lo diametro della sphera è. 6. laqual cosa bisognava dimostrare: & per lo medesimo genere de dimostratione da noi se dimostrarà che el semidiametro della sphera che circonscrive el corpo di otto base triangulare & equilatere, è treppio in potentia alla perpendicolare descendente dal centro della sphera (che circonscrive esso corpo) a cadauna delle sue base. perche (si come è detto per avanti) che quando tutte le base di questo corpo sono equale è simile, li cerchij che circonscrivano quelle saranno equali: E però le perpendicolare che cadono dal centro della sphera in li centri de essi cerchij saranno fra loro equale. Et concio sia che le perpendicolare alli cerchij delle base, siano anchora perpendicolare alle base: seguita che la perpendicolare che venendo dal centro della sphera a cadauna base siano equale, Essendo adonque provado (quello che havemo detto) de una perpendicolare a una delle sue base, rimarrà esser il vero quello che è proposto. Sia adonque (come prima) lo triangolo, a,b,c, una delle sue base del octocedron circonscritto dalla sphera della quale el centro, e, d, & siano fatte tutte le altre cose come per avanti. Concio sia adonque che (per el correlario della decimaquarta del terzodecimo libro) lo diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato del octocedron, seguita che'l lato del octocedron sia potentialmēte doppio al semidiametro della sphera, e però quādo el quadrato della linea. b c. è 12. lo quadrato della linea, d,c, (che è el semidiametro della sphera) sarà. 6. & per la undecima di questo) quando el quadrato della. b.c. è. 12. lo quadrato della. c. f. è. 9. (per lo premesso antecedente) lo quadrato della. c.e. è. 4. & perche per la penultima del primo) lo quadrato della. d.e. è equale alli quadrati delle due linee. c.e. & e.d. seguita che el quadrato della. e.d. è. 2 quando el quadrato della. d.e. è. 6. Adonque è manifesto quello che havemo detto.

Theorema. 18. Propositione. 18.

El doppio del quadrato del diametro della sphera che circonscrive el cubo, è equale a tutte le superficie di quel cubo tolte insieme, anchora

chora la perpendicolare, che vien produtta dal centro della sphera a cadauna delle superficie del cubo, el se conuiene de necessità esser equale alla mità del lato del medesimo cubo.

Perche egliè manifesto (per el correlario della decimaquarta del 13.) che el diametro della sphera (che includa quel cubo) è treppio in potentia al lato del cubo, conciosia adunque che el quadrato del diametro della sphera sia treppio al quadrato del cubo, & cosi el doppio del quadrato del diametro della sphera è equale al sestuplo del quadrato del lato del cubo, & tutte le superficie del cubo sono sei quadrati liquali sono produtti dal lato del cubo ducto in se medesimo. Adunque el doppio del quadrato del diametro della sphera è equale a tutte le superficie del cubo. Et per tanto è manifesto la prima parte, & la seconda facilmente approuerai (per la 18. & 19. & 41. del undecimo libro.

Correlario.

Adōque da queste cose dimostrate è necessario accadere questo, che della mità del lato del cubo in Bisse del quadrato del diametro della sphera, che circonda quel cubo, sia produtto la solidata del cubo.

Il Tradottore.

Quello che conchiude questo correlario ha debisogno di un poco de dimostratione cioè che'l ducto della mità del lato del cubo in bisse (cioè nelli duoi terzi) del quadrato del diametro della sphera che circonda quel cubo: produce la quantità corporale del detto cubo: ilche se manifesta in questo modo. Se dal centro della sphera, (ouer del cubo) a ciascaduno angolo del cubo (liquali sono octo) sia tirata una linea retta mentalmente se vederà il detto cubo esser diuiso in sei pyramide terminante con la cima nel centro del cubo, ouer della sphera & la baja di cadauna verrà a esser una delle superficie quadrate del cubo & la perdicolare di cadauna di quelle sarà (per le cose prouate di sopra) la mità del lato del cubo. Et perche il ducto della detta perpendicolare in la quantità della sua baja produrà (per le cose dimostrate sopra la 8. del 12.) la quantità corporale di tre pyramide, adunque el ducto della detta perpendicolare nella quantità de due baje producia la quantità corporea di sei pyramide (cioè di tutto il cubo,) & perche li duoi terzi del quadrato del diametro de la sphera (per le cose dimostrate di sopra) è quanto le dette due baje el correlario uien a esser manifesto.

IL FINE DEL DECIMOQVARTO LIBRO.

LIBRO

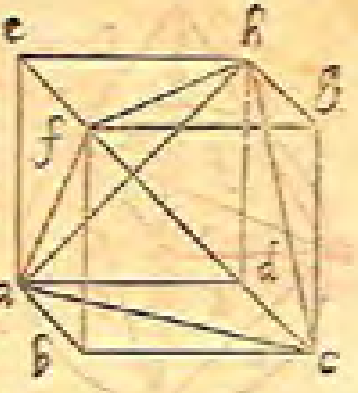
LIBRO DECIMOQVINTO
DI EVCLIDE, DELLA REPLICATA FORMATIONE di cinque corpi regolari & della difficilima figuratione & intermissione di l'uno in l'altro.

Problema. 1. Propositione. 1.

1 / 1 Dentro a un proposto cubo, possemo designare el corpo che ha quatro base triangolare, de lati equali.



Sia un cubo. La base del quale è il quadrato. a. b. c. d. & la suprema superficie, di quello lo quadrato. e. f. g. h. E quello commodi fabricare con questa arte: al quadrato della base descritto (per la quadragesima quinta propositione del primo libro) secondo la quantità di qual linea si voglia) sopra cadauno di suoi angoli, sia erigato un cathete (per la duodecima propositione del undecimo libro) secõdo la misura del lato de quel quadrato. Iquali cathoti (per la sesta propositione del undecimo libro è manifesto esser equidistanti. Siano adonque continuati a duoi a duoi de quelli con un coadusto imposto a quelli equidistantemente al lato del quadrato. Adonque è manifesto esser composto il cubo: perche le quattro superficie laterale di quello, sono quadrate (per la 33. propositione del primo libro, & 34. del medesimo, e per la diffinitione del quadrato: & della suprema superficie, e ancora manifesto che quella è quadrata (per la decima propositione anci piu presto per la vigesima quarta del undecimo & per questa communa sententia quelle cose che sono equale a cose equale ancora fra loro sono equale: & per la diffinitione del quadrato.

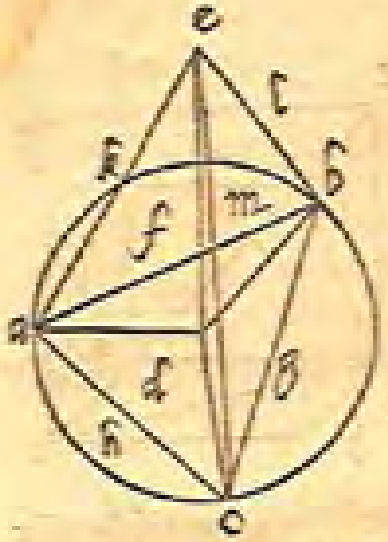


Se adonque desideri de inscriuere a questo cubo, el corpo di quatro base triangolare & equilatere in la base & in la superficie suprema di quello siano protratti li duoi diametri di quali l'uno continui le due estremità insieme de duoi cathoti, & l'altro continui le supreme delli altri duoi, e l'uno di quali sia il diametro. a. c. e l'altro sia il diametro. b. f. e dapoi quello dalli duoi põti. b. & f. (che terminan lo diametro della superficie suprema tirarai ypotheniusalmente duoi e duoi diametri che dividano le quattro superficie laterale delli quali li duoi siano. b, a, & b, c, et li altri duoi siano. f. a. et f. c. è fatto questo in atto cuer cõ l'animo, tu vederai dalle sei linee diagonale (che dividono le superficie del cubo) esser perfectamẽte fatta la piramide di 4. base triangolare: laqual (per la diffinitione) è manifesto esser inscritta in lo proposto cubo) e le base di quella piramide è manifesto esser equilatere: imperoche (per la 4. propositione del 1.) tutte queste sei diagonale sono fra loro equale.

La replicata fabrication del cubo posta nel principio di questa ispositione & similmente delli altri quattro corpi, poste nelle sequente propositioni se ritrova solamente nella prima tradottione.

Problema.2. Propositione.2.

2/2 Dentro a un dato corpo di quatro base triangolare equilatere, posse mo descrivere un corpo di otto base triangolare equilatere.



Se dentro una pyramide di quattro base triangolare equilatere vorai descrivere lo ottocedron, prima si conuien fabricare quella tal piramide laquale con certa ragione, se compone in questo modo. Sia statuido uno triãgolo equilatero (secondo la quantità di qual si voglia linea) elqual sia lo triangolo.a.b.c. a torno alquale sia circonscritto un cerchio sopra el centro.d. & tirasi la linea.d.e. perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima propositione del undecimo) laquale sia posta esser doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circonscrive el triangolo.a.b.c.& dal ponto e.siano tirate le tre ypothenusse che cadeno sopra li tre ponti. a. b. c. Adonque è compita la piramide di quattro base triangolare & equilatere: & siano tirate le linee.d.a.d.b.d.c. Concio sia adonque che li angoli (che contiene la linea.e.d. con cadauna delle linee.d.a.d.b.d.c.) siano retti (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) & conciosia che el quadrato della linea.e.d. sia doppia dal presupposito) al quadrato del semidiametro del cerchio, a,b,c, (per la penultima propositione del primo) lo quadrato de cadauna delle tre linee.e.a.e.b.e.c. ypothemusale sarà treppio al quadrato del semidiametro del cerchio.a.b.c.ma (per la ottava propositione del terzodecimo.) Anchora lo quadrato di cadauno delli tre lati del triangolo.a.b.c.è treppio al quadrato del semidiametro del medesimo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata piramide: sono fra loro equali: per laqual cosa quella è de base equilatere. Quando adonque vorremo inchiudere in quella un ottocedron: divideremo cadauno di sei lati di quella in due parti equali, & continuaremo li põti di mezzo di cadauno lato: con li ponti di mezzo di ciascuno delli altri dui lati, con liquali esso contiene angolo superficiale.verbi gratia, dividerò li tali della base in li ponti.f.g.h.& le ypothemisse che cadano dal.e.in li ponti.k.l.m.et continuarò lo ponto.f.col ponto.g.& con.h.& con.k.& con.l. Et lo ponto.m. con li medesimi. g.h.k.l.& g.con.h.& con.l.& k.con li medesimi.h.& l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare contenuto da queste dodese linee congiugnenti li ponti medy di lati della fabricata pyramide & questo otto base (per la quarta propositione del 1. repetita quante volte bisogna) è manifesto esser equilatere, ancora è

ra è manifesto esso corpo (per la diffinitione) esser inscritto in la data pyramide si come fu proposto di fare.

Il Tradottore.

Volendo cõ brevità trovar la linea d.e. cioè una linea che sia doppia in potẽtia al semidiametro del cerchio che circonscrive el triangolo a.b.c. farai uno angolo retto con le due linee g.b. & b.i. & che cadauna de dette due linee sia equale al semidiametro del detto cerchio (che circonscrive el detto triangolo a.b.c.) da poi tirarai la ypothenussa g.i. & questa ypothenussa g.i. è quella che cercamo cioè che serà doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio (per la penultima propositione del primo libro) è manifesta, perche se cadauno di dui lati g.b. & b.i. sono equali fra loro, etiam al semidiametro del detto cerchio è lo quadrato della linea g.i. è equale alli quadrati delle due linee g.b. & g.i. tolti insieme (per la detta penultima propositione del primo libro) seguita adonque che il quadrato della detta linea g.i. sia doppio a uno solo quadrato de una di dette due linee g.b, over de.b.i. è consequentemente el quadrato del semidiametro del detto cerchio che il proposito.



Problema. 3. Propositione. 3.

3/3 Dentro a uno assignato cubo possiamo constituire la figura de otto base triangolare de lati equali cioè intendemo de inscriuere lo ottocedron in el cubo.

Come si debbia procedere a componere el cubo, è stato detto, sufficientemente in la prima di questo. Fabricato adonque il cubo: in quello (per la prima propositione di questo libro) sia designato la pyramide di quattro base triangolare equilatere, & dentro di essa pyramide (per la precedente) sia descritto lo ottocedron, & fatto questo: sarà etiam insieme fatto quelle che volevamo. Perche (per la argumẽtatione della prima) tutti li lati di essa pyramide inscritta è manifesto esser diagonale delle base del cubo: & (per la argumentatione della precedente) è manifesto tutti li angoli del ottocedron destinti in essa pyramide esser in li lati di essa pyramide. Per laqual cosa è manifesto, tutte le ponte angolare di questo ottocedron esser in le base del assignato cubo. Adonque (per la diffinitione) haverno il proposito. A concludere el medesimo altramente: trovato li centri di tutte le base del cubo (si come in la nona del quarto, fu fatto) dal centro della suprema superficie di quello: tira quattro ypothenusse alli centri delle quattro laterale superficie: & dal centro della infima, leva quattro altre ypothenusse alli centri delle medesime quattro superficie laterale. Ancora continua li quattro centri delle dette quattro superficie laterale con quattro linee rette, cioè talmente che continuano solamente li centri di quelle che fra loro si segano, verbi gratia se giongerai el centro di quella davanti con il

centro della destra, & con el centro della sinistra anchora il centro della ultima (cioè di quella di dietro): tu lo aggiongerai cõ li medesimi, cioè con il centro della destra, & con il centro della sinistra. Tu harai adonque un corpo de otto base triangolare equilatere contenuto da queste dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo. Se adonque vorrai provare queste base esser equilatere: dalli centri delle base del cubo tira le perpendicolare a tutti li lati del detto cubo, lequale necessariamente divideranno li lati del cubo in due parti equali (per la seconda parte della terza propositione del terzo libro (laqual cosa è chiara se a cadauna delle base del cubo circonscriverai un cerchio, e però egliè manifesto quelle concorrere a due a due sopra uno medesimo ponto in li lati del cubo, e quelle (per la secõda parte della decimaquarta propositione del terzo libro) è manifesto esser fra loro equale: et equidistante alli lati del cubo (per la seconda parte della vigesima ottava propositione del primo libro.) Et etiam cadauna di quelle esser equale alla mità del lato del cubo. Adonque (per la decima propositione del undecimo libro) è manifesto, le due e due di quelle che concorrano sopra uno medesimo lato, del cubo in el põto mezo di quello, contenere un angolo retto, impero che tutte le superficie del cubo sono quadrate. Per laqual cosa adonque quelle dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo: & tendono sotto li angoli che contenemo queste linee corrente a due a due sopra li ponti di mezzo delli lati del cubo: quelle saranno (per la quarta propositione del primo, imper per la penultima del primo) fra loro equale. Adonque in el proposto cubo è designato el corpo de otto base triangolare equilatere come bisogna fare.

Problema. 4. Propositione. 4.

4 Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare, & equilatere
4 voi figurare un cubo.

El corpo di otto base triãgolare equilatere con dottrina fabricarai in questo modo. Divide qual si voglia linea retta in sexo perpendicolarmente sopra alcun puncto, in due parti equali, & dal ponto medio di quella, ne caverai due linee una di qua e l'altra di là perpendicolare alla prima linea, lequale insieme compongano & faciano una sol linea: & queste due linee che fra loro si segano cioè la prima, laquale è retta orthogonalmente sopra el proposto piano, & l'altra che sega quella orthogonalmente sopra il suo ponto di mezzo, saranno situade (per la prima parte della seconda propositione del undecimo) in una medesima superficie. Adonque quella superficie (in laquale sono situade) sopra el ponto commune della sectione di quelle tira una perpendicolare (come insegna la duodecima propositione del undecimo) laqual farai penetrare quella superficie: da l'una a l'altra parte, & pone tutte le sei parti di queste tre linee dal ponto in elquale fra loro se segano equale, talmente che cadauna divida cadauna delle altre orthogonalmente in due parti equali, & conciosia che siano tre: ciascune due di quelle contegneranno 4 angoli retti: el sexto infero e numerando segno di croce: adonque dal ponto superiore di quella linea

retta

eretta sopra el posto piano: tira quattro ypothemisse alle estremità delle due linee che segano quella. poi dal ponto, inferiore di quella medesma linea eretta, ela quattro altre ypothemisse alle medesme estremità delle due linee segante. ultimamente continua anchora le estremità di queste ypothemisse con quattro linee, lequa le contegono uno quadrato, & queste dodice linee, cioè le quattro ypothemisse, che discendono dalla superiore estremità over ponto della linea eretta perpẽdicolare, e le quattro che sono elevate (dalla inferiore estremità over ponto di quella medesma) in suso: Et le altre quattro linee che continuano over cõungano le estremità di queste ypothemisse (per la penultima propositione del primo) (senza altra ejecta) più volte repetita) saranno equale fra loro. Per laqual cosa è manifesto el corpo terminato da quelle medesme contenere otto base triangolare, & equilatere. Se adoncque te dilecta de inscriuere in questo corpo, un cubo, bisogna trouare li centri di quelli otto triangoli che circondano quello (per la quinta propositione del quarto) et da poi trouadi, quelli continua con dodeci linee in questo modo, che il centro di cadauno di questi triangoli sia copulado per linea retta con il centro di quelli tre che seruino alli lati di quello. Ma la figura di questa cosa nõ è molto atta de dipingere in piano. E però resta che quello che se dice che tu medi con la mẽte, et quello se ti pare compirai in atto over in opera et vederai le dodice linee che in tal modo continuano li centri di questi triangoli contenere un cubo, el quale resta che tu dimostri quel esser concluso da superficie equilatere, & rettangole. Perche el non sarà cubo: se tutte le superficie di quello non fussero quadrate. Adoncque considerarai da cadauno angolo di triãgoli delle superficie del ottocẽtro, una perpendicolare al lato opposito a quel angolo: Et queste perpendicolare (per la undecima propositione del quarto decimo libro) è manifesto esser fra loro equale, & dividere quelli lati alli quali stanno perpendicolarmente in due parti equali, Et però è manifesto quelle conuenire a due a due sopra uno medesmo ponto di quel lato sopra el quale stanno perpendicolarmente, & quelle medesme (per quelle cose che sono sta dimostrade in la decima settima propositione del quartodecimo) è manifesto quelle transire per li centri di triangoli, e però è manifesto quelli trãsire etiam per le estremità di lati del corpo incluso: & le portioni di quelle che se pigliano, fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose ancora che sono state dimostrate in la medesima) è manifesto esser equale, Anchora li angoli contenuti da quelle perpendicolare: che se congiungano a due a due, (per la 8. propositione del primo libro è manifesto esser equali.) Et perche ẽste perpendicolare, & le sue parti colte fra li centri & li lati circõdano li medesmi angoli, saranno anchora li angoli (che contengono le due e due linee che cadono dalli centri di triãgoli alli lati perpendicolarmente fra loro equali, & conciosia che li lati di quel corpo del qual disputamo rẽdano sotto quelli angoli. Seguita (per la quarta propositione del primo frequentemente tolta) el corpo incluso esser equilatero etiã rettãgolo, perche essendo tirate le diagonale, in cadauna superficie, queste diagonale (per la quarta del primo) tu cõoscerai tutte esser fra loro equale mediante li angoli contenuti dalle due perpendicolare che transiscono per le estremità di esse diagonale. Se prima apprenderai (per la ottava del primo) questi an-

goli esser fra loro equali. Conciosia adonque che li diametri delle base quadrangole di questo corpo siano fra loro equale. Anchora li lati delle medesime base è necessario esser equale (per la ottaua del primo piu volte repetita) quelle base quadrangole è necessario esser equiangole. Et (per la trigesimaseconda del primo) tutti li angoli di cadauna di quelle sono equali a quatro angoli retti. Seguita quelle esser rettangole. Adoque per la diffinitione del quadrato, quelle sono quadrate. adonque lo inscritto corpo è manifesto esser cubo si come intendeuamo di fare.

Il Tradottore.

La descrittione del cubo nel otto base secondo che disopra è stato fatto pateria opposizione, perche el cubo descrito seconda tal ordine non saria il maggiore che descriuere se puo nel detto otto base: & in tal sorte problemate a me pare che sempre se intende: & se debbe intendere, il maggiore che capir si possa. Hor per inscriuersi il maggiore che capir si possa diuider si cadauno di quatro lati superiori del otto base, & similmente cadauna di quatro lati di sotto. In due tal parti inequali talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, & che le parti maggiori delli superiori restino uerso il ponto ouer angolo supremo del detto otto base, & le parti maggiori delli lati di sotto: restino uerso il ponto, ouer angolo sotto giacente in piano del detto otto base. Dapoi congiongendo cadauno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con una linea retta: & da puoi congiongere anchora cadauno di superiori con il ponto che egliè dalla destra, etiam con quello che egliè dal la sinistra nella parte superiore, & da puoi congiongere etiam quelli quatro della parte inferiore per il medesimo modo. Et fatto questo se trouarà che le dette dodice linee congiongente li detti ponti formaranno un cubo, il che essendo tal corpo di otto base materialmente fatto a te sarà cosa facile a prouare ouer dimostrare che lo incluso corpo sia cubo, & che sia anchora molto maggiore di quello inscritto secondo la prima inscrittione etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che è il proposito.

Ma per saper dividere il lato del detto otto base che l'una parte sia doppia in potentia a l'altra, troua prima due linee che l'una sia doppia in potentia a l'altra: (il che in molti modi le puoi trouare, ma brevemente piglia il diametro di alcun quadrato, & il lato del medesimo quadrato) & quelle congiongerai insieme directamente in longo, & harai formata una sol linea diuisa nel ponto del congiongimento. Hora dividerai lo detto lato del detto otto base secondo l'ordine de detta linea diuisa (per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterza del sesto) & harai fatto il proposito.

Problema. 5. Propositione. 5.

In uno assignato corpo di otto base triangolare & equilatere se gli
5 0 può inscriuere una piramide di quatro base triangolare equilatere.

In lo assignato corpo di otto base (secondo li precetti della precedente) inscriue un cubo, & in lo cubo inscritto: inscriue la pyramide che si propone, (come insegna

la

la prima di questo) concioſia adonque che li angoli di queſta pyramide ſiano etiam angoli del cubo, ſi come (per demonſtratione della prima) è manifeſto, & tutti li angoli (per la precedẽte) ſono in le ſuperficie del aſſignato octocedron. Anchora tutti li angoli di queſta pyramide ſono in le ſuperficie del corpo de sei base, al quale proponemo de inſcriuere quella per laqual coſa (per la diffinitione) è manifeſto noi hauer fatto quello che ſe adimanda.

Problema. 6. Propoſitione. 6.

6/5 Dentro a un dato dato corpo di uinti base equilatero ſe può componere ſingularmente un corpo di dodice base penthagonale de lati & angoli equali.

Non moſtraremo in queſto luoco a fabricare el corpo de uinti base, perche egliè aſſai euidente (per la decima ſettima del terzodecimo) con che arte queſto debba eſſer fatto. Compoſto adonque quello come ſe inſegna in la detta. 16. ſe in quello te dilecta di includere un corpo de dodice base penthagonale & equilatere, egliè da procedere per queſta uia. Perche egliè manifeſto li uinti triangoli (del detto corpo) hauere. 60. angoli ſuperficiali, et perche alla conſtitutione di cadauno angolo ſolido del corpo del ycocedro gli conuengono cinque angoli ſuperficiali (ſi come ſe apprende dalla demonſtratione della decima ſeſta del terzodecimo) quel corpo adonque è manifeſto eſſer compito da dodeci angoli ſolidi. Trouati adonque li centri de tutti li triangoli (ſi come fu fatto in la propoſitione anciana alla precedente) che terminano tutto lo ycocedron: quelli continua con trenta linee rette, talmente che tu congiongi cadauno centro con linee rette con tutti li centri che gli ſtanno atorno con liquali communica in lato. Quando adonque tu haurai fatto queſto: tu uederai da quelle. 30. linee eſſer conſtituido dodeci penthagoni oppoſiti alli dodice angoli ſolidi del dato ycocedro.

Adonque tu approuerai queſti penthagoni eſſer equilateri, ſi come feſti delle base del cubo nella propoſitione anciana alla precedente. Perche egliè neceſſario che li centri di cuaſcuni duoi triangoli, che hanno un medeſimo lato communue ſiano diſtanti de uno medeſimo ſpacio. Reſta adonque che tu approui quelli eſſer etiam equiangoli. & è manifeſto (per la demonſtratione della decima ſeſta del terzodecimo) el dato corpo de uinti base eſſer circonſcriptibile della medeſima ſphera: della quale il diametro è ſi come el diametro di queſto corpo, cioè la linea che cõtinua li duoi angoli oppoſiti di quello. Se ſia adonque ſegato queſto diametro in due parti equali, el punto della ſectione ſarà el centro della ſphera che circonſcriue quello. Sia adonque da quello alle ſuperficie de tutti li pẽthagoni (per la undecima del duodecimo) dutte le perpendicolare & dal punto done che dette perpendicolare caderanno in cadauno penthagono a ciaſcuno de ſuoi angoli ſiano tirate linee rette. Dapoi ſia continuato el centro della ſphera con cadauno delli angoli de eſſi penthagoni: ſa adonque che tu proui in queſto modo quelli eſſer equiangoli, & concioſia che tutti li cerchij che circonſcriuono li triangoli del ycocedro ſiano equali, tutte le perpendicolare che uengono dal centro della ſphera a quelli, lequale cadono in

el centro de quelli saranno equale. Adonque tutte le linee che vengono dal centro della sphera a cadauno delli angoli del penthagono, sono equali, perche li angoli di penthagoni sono li centri di cerchij che circonscrivano quelli triangoli del ycocedron (dal presuppolito.) Adonque (per la penultima propositione del primo) con el medesimo genere de dimonstratione, con elquale argumentassemo di sopra in la decima quarta propositione) lo settore che pervene in la superficie della sphera quando alcuna superficie piana. Sega la sphera) non sopra el centro di quella) esser una circonferentia che contiene un cerchio) è necessario le cinque linee che vengno dal concorso delle linee dutte perpendicolarmente dal centro della sphera alle superficie de tutti li penthagoni alli cinque angoli di cadauno de detti penthagoni, esser fra loro equale. Adonque a tutti questi dodeci penthagoni, egliè un cerchio che li circonscrive. Conciosia adonque che quelli siano equilaterie: etiam el se conuence quelli essere equiangoli, laqual cosa bisognava dimostrare.

Problema. 7. Propositione. 7.

Se dentro a un dato corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangole, noi fabricare un corpo di uinti base triangolare, & equilatere.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodeci base penthagonale, equilatere & equiangole recorri alla decima settima del terzodecimo. Ma per qual modo conuenga inscriuere a quello lo corpo de uinti base triangolare equilatere, imparalo in questo luoco. Trouati li centri de suoi penthagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di cadauno penthagono sia congionto con el centro di cadauno penthagono communicante con seco in lato: cioè talmente che el centro de cadauno di penthagoni: sia continuado con li cinque centri di cinque penthagoni terminanti: ouer che gli siano congionti a torno. Quando adonque tu haverai fatto questo, a te se representaranno uinti triangoli contenuti da queste trenta linee che continuano li centri di penthagoni. Et questi uinti triangoli saranno oppositi alli uinti angoli solidi del dodecedron, liquali abbracciano un corpo di uinti base triangolare (le quale demostreremo esser equilatere.) Et li 12. angoli solidi di questo corpo de uinti base saranno terminanti in li centri delli dodeci penthagoni del dato corpo dodecedron. Adonque approuerai in questo modo li uenti triangoli esser equilateri. Dalli centri di penthagoni, conduce le perpendicolare alli lati, & tutte queste perpendicolare saranno equale. Adonque tu approuerai (per la ottaua del primo) a due a due contenere equali angoli. Et perche le linee che continuano li centri di penthagoni, lequale sotto tendono a quelli angoli contenuti da le due e due perpendicolare (conciosia che tutte le perpendicolare siano equale (per la quarta del primo) tutte le linee che continuano li centri di penthagoni saranno equale, che è il proposito. Ma le due, & due perpendicolare contenere equali angoli & essere tutte fra loro equale apprende in questo modo. (per la quinta del primo, & ingessima se sta del medesimo) è manifesto cadauna di quelle, diuidere li lati delli penthagoni

goni sopra liquali cagionerà due parti equali: etiam esser fra loro equale, ilche se approua per le linee dutte dalli centri di penthagoni, a tutti li angoli di quelli, per laqual cosa le due e due che cadono in un medesimo lato: se cõgiongono di compagnia in uno medesimo ponto del detto lato, impero che l'una & l'altra divide quel lato commune a quelli duo: penthagoni (dalli centri di quali vengono) in due pari equale. Produrai adonque a queste due e due perpendicolare: per el centro di penthagoni per fina alli angoli dalli qualiel lato commune (in el quale se congiongano de cõpagnia) è opposito, & sotto alli medesimi angoli tirarai due linee, lequale (per la demonstratione della. 17. del. 13.) è manifesto esser tanto quanto è il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sphera come el proposto dodecedron, e però egliè manifesto quello esser equale impero che tutti li lati del cubo sono equali: & è manifesto (per la. 9. del. 11.) quelle esser equidistãte per questo che ambedue sono equidistante a quel lato commune, in elquale concorrano le due e due perpendicolare, & quelle medesime, è manifesto esser divise in due parti equale da queste perpendicolare. Adonque (per la trigesima terza del. 1.) tutte le linee che continuano li põti in lequali le due e due perpẽdicolare concorrano: sopra quelle linee lequale dicessimo esser tanto quanto el lato del cubo: sono fra loro equale, perche tutte sono tanto quanto è il lato del cubo. Adonque (per la ottava del primo) li angoli contenuti dalle due è due perpendicolare: sono equali, per laqual cosa (per la quarta del medesimo) anchora le linee che continuano li centri di penthagoni: sono fra loro equale. Adonque in el proposto dodecedron è inscritto il corpo de una base triangolare & equilatere, come fu proposto di fare.

Problema. 8. Propositione. 8.

Volendo dentro a uno proposto solido de dodice base penthagonale, & equilatere, descriuere un cubo.

Conciosia che'l dodecedro sia fabricato sopra li lati del cubo è manifesto (per la decima settima del terzodecimo) è quel fabricato poca difficultà se occorre a inscriuere el cubo, perche conciosia che siano dodeci penthagoni: se a uno angolo de cadauno di quelli tirarai sotto una corda alla figura del cubo, da dodice corde se vederà scoder fuora sei superficie equilatere & rettangole, lequale abraczarano & compiranno el corpo del cubõ. Quelle esser equilatere è manifesto (per la quarta del primo) et rettangole (per lo medesimo genere di argumentatione) con elquale prouassemo (in la sesta di questo) le base del dodecedro, inscritto in el dato procederò esser equiangole. Certamente è manifesto per la decima settima del terzodecimo. el proposto dodecedron esser circonscrittibile de una sphera. Adonque dal centro di quella sphera a tutte queste superficie quadrilatere tira le perpendicolare come insegna la 11. del undecimo, et dal ponto del conuerso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatere protrahe linee rette, & coliga li medesimi angoli delle dette superficie quadrilatere con el centro della sphera: et queste linee che continuano el cẽtro della sphera con li angoli delle figure quadrilatere, saranno semidiametri della sphera, perche tolto dalli quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare (per

la

la penultima del primo) rimaneno li quadrati delle linee che continuano el ponto del concorso delle perpendicolare con li angoli delle superficie quadrilatere, e necessario tutte queste superficie quadrilatere esser in circoli che li circonscrive, Et però è necessario quelle essere equiangole conciosia che sono equilatere. Et perche (per al 32: del primo) li angoli di cadauna di quelle tolti insieme sono equali a quattro angoli retti: seguita quelle esser rettangole: Adonque al detto corpo inscritto non gli manca niente: della regular del cubo che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 9.

Volendo finalmente in un dato dodecedron inchiudere un ottocedro.

Composto un dodecedro (come se insegna in la decimasettima del terzodecimo) li sei lati delle sue superficie (cioè quelli che congiungono li cathetti sopra le sei linee. che dividono li lati oppositi delle superficie del cubo in due parti equale tirati come coramfli di quelli) divide in due parti equali, & quelle divisioni over ponti, continua li dua e dua oppositi con tre linee, lequale (per la 41. del 11.) se segaranno fra loro sopra el ponto medio del diametro del cubo in due parti equali, Et saranno anchora che le due de quelle tre, se dividano anchora fra loro ad angoli retti: Adõque se tu continuarai le istremità di queste tre linee con dodice linee rette a se pervenirà un corpo di otto base triangolare, & equilatere (per la quarta del primo) over (per la penultima del primo) laqualcosa bisognava dimostrare.

Il Tradottore.

A chi non ha ben in memoria la qualità over forma del corpo di dodice base nõ sarà molto capace di questa soprascritta inscrittione, ma volendone esser ben chiaro bisogna formarse materialmente, il detto corpo & dapoi imaginar in quello il cubo, descritto secondo l'ordine della decimasettima del decimoterzo & vederasse opposito a cadauna superficie del cubo in aere transversare un lato del dodeci base, qual diviso per mità, e cõtinuar li ponti di tai divisioni (inquali saranno sei per esser sei le superficie del cubo) con le linee rette diametralmente (come parla in commento) lequale saranno tre dapoi congiongere le istremità di dette tre linee con altre dodice linee se vederà pervenir il detto corpo di otto base qual facilmente se provarà esser equilatero & equiangolo.

Problema. 10. Propositione. 10.

Resta al presente de descrivere dentro a uno dodecedron, una piramide di quattro base triangolare equilatere.

Inscrive in el dato dodecedron (per la ottava di questo) un cubo, & in el detto cubo (per la prima di questo) inscrive una pyramide di quattro base triangolare equilatere Conciosia adonque che li angoli della pyramide siano in li angoli del cubo (come è manifesto per el processo della prima) & li angoli del cubo per el processo della ottava) sono in li angoli del dodecedron, Anchora li angoli della pyramide, saranno in li angoli del dodecedron, Adonque è manifesto quello che ne volemo.

Pro-

Problema. 11. Propositione. 11.

Proposto un icocedron, e uolendo in quello figurare un cubo.

Essendo inscritto nel ycocedron, un dodecedron (per la 6.) & in el dodecedron un cubo (per la ottaua) & (per la demonstratione della sesta) è manifesto che tutti li angoli, del dodecedron cascbano sopra el centro delle base del ycocedron: & li angoli del cubo sono in li angoli del dodecedron. Adonque li angoli del cubo sono in li centri delle base del ycocedron, adonque habiamo il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 12.

Volendo in un dato icocedron inscriuere la piramide di quattro base triangolare, & equilatere.

Si in el dato ycocedron (per la precedente) inscriuerai un cubo, & in el cubo (per la prima di questo) inscriuerai la pyramide, non sarà da dubitare che tu non habbia satisfatto alle dimande del ycocedro: Ma bisogna sapere che concossia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo 15. lib. sia determinato la loro mutua inscrittione, se cadauno de quelli fosse inscrittibile in cadauno delli altri de quelli medesimi accaderia simili inscrittioni, perche cadauno de quelli cinque sariā inscrittibili in cadauno delli altri quattro: Et però quattro fia cinque inscrittioni (che è simili) necessariamēte perueneria. Ma nella pyramide solamente lo ottocedro puol esser inscritto, perche nella pyramide non gli sono base ouer angoli ouer lati in liquali li angoli del cubo ouer del ycocedro ouer etiam del dodecedro, possano toccare li estremi di essa pyramide, anchora el cubo è atto a recenere in se solamente la pyramide: e lo ottocedro. Similmente lo ottocedro è atto a recenere solamente la pyramide & el cubo, & in nisun di questi è possibile a colocarsi alcuno delli altri cioè lo ycocedro & lo dodecedro. Adunqua che lo ycocedro a tre delli altri dia ricetto al ottocedro solamente ha denegato esser recettacolo, perche li sei angoli del ottocedro, recenuno la oppositione fra loro a duoi a duoi semidiametralmēte & le linee che continuano quelli se diuidono fra lor ortogonalmēte in due parti equali è per tanto formato quel glorioso segno di croce, che tutti li demonii fa tremare, prepiato, adonque queste segni di croce, ne li triangoli, ne le base: ne li angoli, ne li lati del ycocedron li possono recenere sotto al suo sito, perche in quello nō si puol trouare sei base: ouer set angoli, ouer sei lati fra loro continuati da questa diametrale & ortogonale oppositione. Ma el dodecedro, a niuno delli altri è prohibito ouer uetato alogiamento, immo de tutti è ricettacolo, E però non inconuenientemente, la figura del dodecedro li antiqui discipoli di Platone la attribuirno al celo si come la forma della pyramide al fuoco, ouero che quello uola in suso in figura de pyramide, et la figura del ottocedro al aere. perche si come l'aere in parte del fuoco, seguita il foco così la forma del ottocedro seguita la forma della pyramide al moto della habilità. Ma la figura del simi base la dedicorno a l'acqua. Perche concossia che quella sia più circolare in la sphera de tutti li altri: per la moltitudine delle sue base: parue conuenire più al moto delle cose scorrente, che delle ascendente, E la figura del cubo

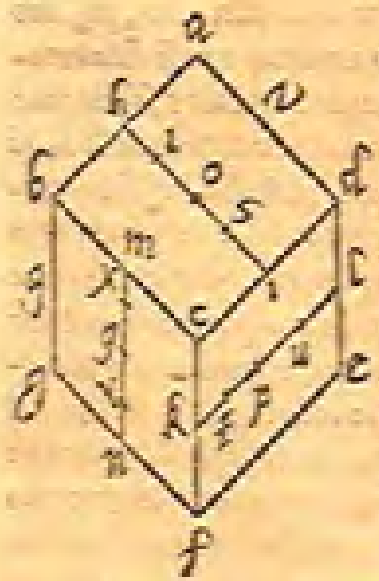
l'attribuirno

l'attribuirmo alla terra. Perche quala e quella cosa in le figure che habbia piu debil sogno di maggior violentia al moto che'l cubo, & in li elementi qual se ritrouna piu fisso e costante della terra. Adonque se dalle xiiii inscrittioni: se ne toglie le tre che non sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del ottocedrō non comporta, Et similmente quella una che repugna la figura del ycocedro. Le rimanente saranno solamente dodeci inscrittioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del ottocedro: tre del ycocedro, & quatro del dodecedro, De tutte lequale come penso sufficientemente è stato disputado.

Nicolo Tartalea Tradottore.

QVantunque Euclide non habbia a noi assignato cuer proposito salvo che dodeci inscrittioni (come per avanti è stato disputado. Et che medesmamente il commētatore affermi con certe sue ragioni non poter esserne piu delle predette dodeci, Nō tedimeno due altre ne habbiamo novamente ritrouate.
La prima è a descrivere in uno proposito cubo, il corpo de xiiii base.
La seconda è a inscrivere nel xiiii base, il corpo di otto base.
Laqual inscrittione, dal commentatore e assolutamente negata come di sopra appare hor segnando alla prima dico che

Egli è possibile a inscrivere in un proposito cubo un corpo di xiiii base triangolare equilatere.



Sia il proposto cubo a.f. nel quale voglio inscrivere il xiiii base diuido li dui lati a.b. et c.d. della superficie superiore in due parti equali (per la decima propositione del primo libro) nelli dui ponti h.l. il medesimo fazzo delli altri dui lati a quelli opposti & equidistanti della superficie subgiacente) non apparente che è base del cubo) & quelli congiongo con due linee rette l'una delle qual e la linea h.l. l'altra a lei equidistante siem a restar occulta & coperta dal cubo. Da poi diuido ancora li dui lati d.e. & c.f. (& similmente li altri dui a quelli opposti & equidistanti) per in due parti equali & congiongo per medesimamente con le due linee rette l'una delle qual e la linea k.l. l'altra resta occultata dal corpo. Similmente faccio delli dui lati b.c. & g.f. tirando la linea m.n. & il medesmo faccio nella superficie occulta (a questa opposita) fatto questo diuido cadauna de le tre linee h.l. k.l. et m.n. in due parti equali nelli ponti o.p.q. il medesmo faccio delle altre tre occulte (a queste opposite) & cadauna de queste mità diuido secōdo la proportione hauente il mezzo e dui estremi nelli ponti r.s.t.u.x.y. talmente che la maggior parte di cadauna siano verso il ponto medio cioè che la maggior parte della h.o. sia la r.o. & della o.l. sia la o.s. & cosi far delle altre tre occulte: fatto questo congiongo cadauno di questi ponti dividenti

con

con cadauno circonstante con linee rette cioè dal ponto.s.tiro quattro linee La prima dal.s.al.x la seconda da.s.al.t.la terza dal.s.al.u.La quarta dal.s.al ponto occulto de la linea che termina nel ponto.z. Similmente farò con il ponto.x. tirando, x,r,x,f,&,x, al ponto della linea occulta terminante in 9.et cosi procederò in tutti li altri(lequale linee non le ho uolesse tirare perche generariano confusione: ma le imaginaremo che siano tirate) & fatto questo se vederà mentalmente inscritto nel detto cubo una figura contenuta da uinti triangoli delliquali uno me sarà sotto a cadauno lato del cubo essempi gratia il triangolo.x.s.y. e sotto giacente al lato.c.f.& lo triangolo.s.t.u.e sotto giacente al lato.c.d.& cosi si trouarà in cadauno delli altri lati & per esser li lati del cubo.12.li triangoli adonque sotto giacenti alli lati saranno dodeci li altri otto (che mancano ad ar a uinti) sotto giaceranno alli otto angoli solidi del cubo, l'uno di quali sarà il triangolo.s.x.t. & cosi si trouarà sotto giacere a cadauno delli altri angoli solidi del cubo. Adonque lo inscritto corpo serà contenuto da uinti triangoli, hor resta de dimostrare che siano equilateri Laqual cosa facilmente se dimostra in questo modo imaginamo che sia tirata una linea dal pũto.x.al ponto.l.laquale (per la diffinitione) contenerà angolo retto con la linea.s.i. (per esser la.s.i.perpendicolare alla superficie.d.f.) adonque il quadrato della.s,r, (lato del triangolo dello inscritto corpo) sarà equale (per la penultima del primo alli duoi quadrati delle due linee.r.i.& s.i. Et perche la detta linea.r.i è equale alla linea che fusse tirata dal.x.al.i.ilche se manifestarà (per la 4. del 1.) tirando una linea dal.i.al.p.Seguita adonque (per commune scientia) che le due linee.s.r.et.s.x. lati del triãgolo esser fra loro equale. Et perche el quadrato della linea.s.x. è equal alli duoi quadrati delle due linee.r.i.& s.i.& il quadrato della.r.i.(per la penultima del 1.) è equale alli doni quadrati delle due linee.r.p. & p.i.seguita che il quadrato della.r.s.sia equale alli tre quadrati delle tre linee.s.i.i.p.et.p.r.& perche.p.i.è equale alla.p.K.(diuisa) & la.p.r è la maggior parte di quella & la.s.i. è equale alla minor parte. Et perche il quadrato di tutta la linea.p.k.(ouer.p.i.) insieme con il quadrato della.s.i.(sua minor parte) è triplo (per la.5. del 13.) al quadrato della.r.p.(sua maggior parte) giouni a tal somma il quadrato della detta.r.p.(sua maggior parte) tal somma de detti tre quadrati sarà quadrupla al quadrato della detta.r.p.(maggior parte) adonque per commune scientia la linea.s.r.(lato del triãgolo) sarà quadrupla in potentia alla.r.p. Et perche essa tutta la.r.x.(per la.4. del 2.) è medesimamente quadrupla in potentia alla medesima.r.p. Seguita (per commune scientia) la.s.r.esser equale alla.r.x. & di sopra fu dimostrato che la.s.r era equale alla.s.x. adonque il triangolo.s.r.x. sarà equilatero & per lo medesimo modo se dimostrarà de tutti li altri che è il proposito. Et questa inscrittione trouai alli 21.di Decemb.che fu il giorno di S.Thomaso.1542.in Venetia, cõ laqual inscrittione lo giorno sequente ritrouai l'altra seconda detta di sopra cioè che

Egliè possibile a inscriuer nel corpo di uinti base, il corpo di otto base.

Perche egliè manifesto (per il conuerso della inscrittione per noi di sopra addutta) esser possibile de circonscriuere uno cubo, a ogni dato corpo di uinti base.

Sia

Sia adonque il dato ycocedron (nel qual volemo inscriuere el detto otto base) quello medesimo che disopra fu inscritto nel cubo circa del quale imaginaremo che gli sia circōscritto il medesimo cubo,a,f, E perche in ciascadena delle sei superficie del detto cubo ui se riposa uno lato del dato corpo de uinti base delli quali l'uno ne è la linea,r,s,)della figura precedente)l'altro,x y, l'altro,t,u,li altri sono a questi tre oppositi & perche li punti,o,q,p,& similmente li altri tre a questi oppositi duidono cadauno di detti lati in due parti equali & sono etiam centri delle medesime superficie del cubo,congiōgendo adonque cadauno di detti centri cō cadauno di quattro circonstanti con linee rette:si come si fece nella terza propositione di questo a inscriuere le otto base nel cubo(per il secondo modo adotto dal commentatore)si manifestarà il proposito,cioè che il corpo di otto base che serà iscritto nel detto cubo sarà medesimamente inscritto nel uinti base. & perche el lato del cubo(detto di sopra)è equale a tutta la linea,l,k, & la detta,l,K,è doppia alla,p,k,(diuisa)diuidendo adonque la detta,l,k,(ouer il lato del cubo)secondo la medesima proportione hauente il mezzo e duoi estremi la sua maggior parte sarà etiam doppia alla,p, r,& perche il lato del uinti base inscritto(cioè la,r,u,)è etiam doppio alla medesima r,r,p,ne seguita lo sottoscritto correlario.

Correlario.

E per questo è manifesto che diuiso il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sarà equale al lato de uinti base inscritto nel medesimo cubo.

Problema.13. Propositione.13.

13 o Fabricato qual si uoglia di cinque corpi regolari possemo in quello inscriuerui una sphera.

Adonque (per lo 13. libro)è manifesto cadauno de questi cinque corpi esser inscriptibile alla sphera. Al presente adonque sarà manifesto el contrario cioè a cadauno di quelli esser inscriptibile la sphera. Et per dimostrar questo accipiamo (ouer sia no procurate mētalmente)le perpendicolare dal centro della circonscribente sphera a tutte le base uniuersale de qual si uoglia de quelli,lequale è necessario cadere dentro li centri di quelli cerchij che circonscriuono esse base,et conciosia che, tutti li cerchij che circōscriuono quelli sian equali: Etiam queste perpēdicolare saranno equale. Adonque se sopra el centro della sphera,(che circonscriue)descriueraj un cerchio secondo la quantità di una di quelle, & essendo circondutto la mitè di quello per fina a tanto che quel ritorni al loco donde cominciò a esser mosso: & perche quello è necessario transire per le estremità di tutte le perpendicolare ch conuencerai(per el correlario della decima sesta del terzo)la sphera descritta da nominēto di questo semicerchio toccare tutte le base dello assignato corpo in lo punti donde concorreno le perpendicolare,perche la sphera non può toccar più delle base di quel corpo di quel che tocca el semicerchio circondutto mentre che quello era mosso per laqual cosa è manifesto noi hauer inscritto una sphera in lo assignato corpo si come era il proposito.

IL FINE DEL DECIMOQVINTO LIBRO.

PARTICELLA DELLA COSA LEGGIERA, ET GRAVE D'EVCLIDE.

1 I CORPI vguali di grandezza sono quelli, che riempieno i luoghi vguali.
2 I corpi diuersi di grandezza sono quelli, che riempiono i luoghi non vguali.
3 I corpi maggiori di grandezza si dicono quei, iquali sono di luogo piu ampio.
4 I corpi vguali di potentia sono quelli, i moti de iquali sono vguali, per mezzo e di spo e d'aria, o d'acqua vguali, & per spatii vguali.
5 I corpi diuersi di potentia sono, i moti d'iquali sono vguali a diuerso tempo.
6 De i corpi diuersi di potentia, quello si dice il maggior di potentia, ilquale mouendosi consuma manco tempo. il menor di potentia è quello, che consuma piu tempo.
7 I corpi della istessa sorte sono quelli, che essendo vguali di grandezza sono anco di potentia.
8 I corpi di diuersa sorte sono quelli, iquali essendo di grandezza vguali, nõ sono di potentia, benche si muouano per lo medesimo mezo.
9 De i corpi di diuersa sorte il piu potente si dice questo, che è piu sodo.

Theorema primo.

De i corpi de diuersa potentia quello, che per maggior spatio si muoue, ha piu potentia

Siano a.e.b. due corpi. Siano.g.d. & e. f. due spatii. g. d. il maggior. per lequal lo a. si moue. e. f. il menor, per lo qual il b. si moue. Riscarò dal spatio di. g. d. il spatio di g. r. di modo, che sia al spatio di. e. f. vguale il spatio di. g. r. il rimanente è chiaro da se.



Theorema secundo.

Se i corpi dell'istessa sorte saranno tra se moltiplici, saranno parimente le loro potentia moltiplici.

Sia il corpo. a. g. doppio al corpo. d. della medesima sorte, dico esser anco doppio di potentia. Percio del corpo. a. g. sia la potentia. e. b. Del. d. poi il. c. & a. g. secõdo l'eccesso del moltiplice si parta in a. b. & b. g. di maniera che la potentia dell'uno e dell'altro si sia vguale alla potentia del corpo di esso d. lequal era e. Dopoi partimmo il corpo a. g. nelle parti. a. b. b. g. pari al corpo d. cosi partiamo la potentia e. b. nelle parti. e. r. & r. b. pari alla potentia del. e. egli è manifesto, che la potentia e. b. risulterà doppia potentia.



Theorema tertio.

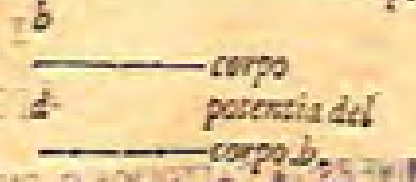
De i corpi dell'istessa sorte e una medesima proportione & di grandezza e di potentia.

Sia il corpo. a. doppio del corpo. b. della medesima sorte dico come il corpo a. e al corpo. b. cosi il g. potẽtia del corpo. a fia chiaro esser al. d. potentia del corpo. b. se al modo, che partiamo i corpi, cosi partiamo parimente le potentie moltiche solamente dall'una e dall'altra parte.



Theorema quarto.

I corpi sono dell'istessa sorte tra di se, iquali sono di par potẽtia el corpo della medesima sorte, pero se colle vgualita a quel terzo saranno le sirtù loro pari, perioche sono vguali le potentie del terzo.



Saranno i corpi della sorte medesima, de iquali e una proportione & di grandezza, & di potentia, Se come il corpo. a. al corpo. b. cosi la potentia del corpo. a. al d. potentia del corpo. b. dico i corpi. a. b. esser dell'istessa sorte, perioche ponemo il corpo. a. vguale al corpo. b. la potentia del qual sia lo. e. Saranno adonque come il b. allo. a. cosi lo. e. alla potẽtia di esso. a. lequal è il g. Il resto è manifesto.

IL FINE.

REGISTRO.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
A a B b C c D d E e F f G g H h I i K k L l M m N n O o P p Q q.

Tutti sono quaderni.



IN VENETIA,
Appresso Giouanni Bariletto.
M. D. LXIX.

UNIVERSITÀ CATTOLICA S. CUORE
BRESCIA
— BIBLIOTECA —
numero 100639
dono