EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

Comitato scientifico:

Simonetta Bassi
Università di Pisa

Umberto Bottazzini
Università Statale di Milano

Michele Ciliberto
Scuola Normale Superiore di Pisa

Giuseppe Da Prato
Scuola Normale Superiore di Pisa

Paolo Freguglia
Università di L'Aquila

Mariano Giaquinta
Scuola Normale Superiore di Pisa, Centro di ricerca matematica "Ennio De Giorgi", Presidente

Angelo Guerreggio
Università Bocconi di Milano

Michele Marini
Fourweb Service srl

Stefano Marmi
Scuola Normale Superiore di Pisa, tesoriere

Massimo Mugnai
Scuola Normale Superiore di Pisa

Pietro Nastasi
Università di Palermo

Luigi Pepe
Università di Ferrara

EVCLIDE
MEGARENSE
PHILOSOPHO,

SOLO INTRODVTTORE
DELLE SCIENTIE
MATHEMATICE.

DILIGENTEMENTE RASSETTATO, ET ALLA integrità ridotto, per il degno professore di tal Scientie Nicolo Tartalea Brisciano.

SECONDO LE DVE TRADOTTIONI.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE
dello istesso tradottore di nuouo aggiunta.

TALMENTE CHIARA, CHE OGNI MEDIOCRE ingegno, senza la notitia, ouer suffragio di alcun'altra scientia con facilità serà capace a poterlo intendere.



IN VENETIA, Appresso Curtio Troiano. 1565.

Agostino di Pietro Vecchio
1663

ALL'ORNATISSIMO D'OGNI VIRTV, IL SIGNOR FRANCESCO LABIA, SIGNOR SVO OSSERVANDISS.

CVRTIO TROIANO S.



Essendo uediamo honoratissimo Signor mio, come la natura ci ha formato la parte interna di tal sorte, che chi o per naturale uiuacità o per dottrina conosce le condition de gli huomini, sa molto bene di esser tenuto di far piacere all'huomo delqual solo si uede essere corrispondente nel comunicare i beneficij, io che per diuina gratia, sempre mi sono compiacciuto di giouare, per le forze mie, al stato humano, ho fatto con molta diligenza stampare l'Euclide in lingua volgare, tradotto da Nicolo Tartaglia Brisciano, huomo nelle Mathematice dottrine, tanto eccellente & raro, per scientia & pratica, che i dotti di tale arte tengano per fermo lui solo hauer inteso le sottilità & le oscure sententie di Euclide, & anco i ueri fondamenti della Mathematica, ne'quali hanno preso tant'errore quelli che auanti lui si sono auanzati di hauerlo fin dalle radici ottimamente inteso; ilche si uederà nel suo comento dottissimo. Et uolendo io dedicare una tale dottrina la piu ferma & chiara di tutte le altre arti liberali, a persona, che per sue uirtù, bontà d'animo, & ornamenti dell'intelletto la douesse hauer cara: uoltandomi per l'animo di molti nobili ingegni a quali si potrebbe inuitare, fermai il pensiero in uostra Sig. laqual ha mostrato tanto amoreuole affetto uerso quasi ogni sorte di dottrina, che hauendosi dato prima alle considerationi logicali, dopoi alle speculationi naturali, ha uoluto ancora passeggiare per la Theologia, & finalmente s'è redotta alle mathematice come a dottrina certissima & chiara, laquale, perche ferma i suoi principij in cose, che da niuno possono esser negate, si dimostra d'ogn'altra piu scientifica e uera. Et quantunque tali ornamenti di V. Sig. ui fanno degno di maggior laude, di quella ch'io le posso dare con la mia dedicatione, nondimeno io non mi ritirarò di inuiarle la mia fatica, perche essendole io amoreuolissimo seruitor, tengo per certo che quella, mirando all'affetto del cor mio, aggrandirà il mio dono, riputandolo assai piu di quanto egli sia in effetto: cosi per uostra bontà, il mio libro uenirà ad esserui grato, & con questo caminerà securo sotto la protettione di Vostra Sig. laquale, se

tenerà me in quel conto, che merita l'amor mio uerso di lei, mi darà animo di stampare altre simil cose, tutte utili ad illuminare gli intelletti humani: si che in tal modo si uenirà a giouare al mondo, & ad illustrare il nome di questo Autore, la cui dottrina di maniera per se stessa lampeggia, che essendo posta in luce, manderà per l'uniuerso i suoi raggi tanto chiari, che qualunque letterato ne prenderà una picciola scintilla, gli parerà di uedere un chiaro Sole, che gli illustri l'intelletto a comprender meglio ogn'altra dottrina. Accetterà adunque V. Sig. me con l'opera istessa, laquale mi rendo certo, che sarà gratissima al uostro alto intelletto, si perche essa dottrina si manifesta anco a i sentimenti, come ancora perche Voſtra Sig. ne prenda diletto. Et con questo, pregandole ogni felicità, me le ricomando di core.

LETTIONE DE NICOLO TARTALEA BRISCIANO,

SOPRA TVTTA LA OPERA DI EVCLIDE MEGARENSE, ACVTISSIMO MATHEMATICO.

1 TVTTI gli huomini, Magnifici e Preclarissimi Auditori, (come scrisse Aristotele nel primo della Methaphisica) naturalmente desiderano di sapere, & nel primo della posteriora cõchiude, che il sapere non è altro, che intendere per demostratione. Platone poi diffinisce la sapientia non esser altro, che una cognitione delle cose diuine & humane: & tutti gli antiqui Philosophi dicono, le parti della sapientia esser due, cioè speculatione, & operatione, ouer Theorica, & Pratica: Et Aristotele nel secondo della Methaphisica dice, che'l fine della speculatione, ouer della scientia speculatiua non è altro, che la uerità, & della operatione, ouer pratica, è l'opera compita: Anchora li detti antiqui inuestigatori delle cose, affermano come si tocca piu la uerità nelle Mathematice discipline, che in qualunque altra scientia ouer arte liberale: Per il che hanno assolutamente determinato quelle esser nel primo grado di certezza: & però uediamo (come dice il Cardinal di Cusa) tutti quelli, che gustano di queste discipline, accostarse a quelle con amor mirabile; & questo non è per altro, se non perche in quelle si contiene il uero cibo della uita intellettuale.

2 Queste tali Scientie, ouer discipline sono state tanto intrinsicamẽte conosciute da nostri sui antiqui, che da quelli fu determinato, che la prima cosa, che se douesse far imparare a tutti quelli, che si dedicauano alla sapienza, fussero le discipline mathematice (cioè, si come al presente si costuma fare della grammatica.) Et questa determinatione ouer costitutione fermo per tre cause: Prima perche le dette scientie, ouer discipline, approuano l'ingegno dell'huomo, se egli è atto a far frutto nelle altre scientie, o nò: perche tra quelli si costumaua questo proverbio. Sicut aurum probatur igni, & ingenium Mathematicis: cioè che si come la bontà de l'oro uien conosciuta, & approbata con il fuoco, cosi l'ingegno dell'huomo uien conosciuto & approuato con le Discipline Mathematice. Et però quando per sorte trouauano alcuno, che di tal scientie non fusse capace, lo leuauano da tal cominciato studio, & lo applicauano ad altro esercitio, perche in effetto comprẽdeuano (come dice Vitruuio Polione al primo capo del suo primo libro) che la dottrina senza lo ingegno, nè lo

ingegno senza la Doctrina, puo fare un perfetto artifice.

3 La seconda causa, perche li nostri antiqui uoleuano che le Mathematice discipline fusseno le prime imparate, è questa, perche alla intelligentia di quelle non ui occorre alcuna altra scientia. La causa è che per se medesime si sostentano, per se medesime si uerificano, per se medesime si approuano, & nō per autorità, ouer opinione de huomini, come fanno le altre scientie, ma per demostratione.

4 La terza causa è, che conosceuano tutte le altre scientie, arti, ouer discipline, hauer delle Mathematice bisogno, & non solamente le liberali, & sue dependenti; ma anchora tutte le arte Mecanice, come al presente socto breuità, in parte si sarà manifesto.

5 Primamente egli cosa nota, che per mezzo di queste tai scientie ouer discipline, nelle occorrentie naturali noi conoscemo in materia, la descriptione, qualità, & quantità de ogni figura geometrica, cioe de triangoli, quadrangoli, Penthagoni, Essagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & de ogni altra figura piana. Et similmente de ogni corpo solido, si regulare, come irregulare, come sono pyramidi, prisme, ouer serratili, sphere, coni, chilindri ouer colonne, cubi, ortobase, dodici base, uinti base, & altri suoi dependenti, con tutte le sue proprietà & proportioni, come geometricamēte descritte è forma el nostro egregio Authore Euclide in 15. Libri, delliquali 11. sono de geometria, cioe el primo el 2. & el 3. el 4. el 6. el 10. lo 11. lo 12. il 13. il 14. & il 15. Et tre sono di Arithmetica, cioè el 7. lo 8. & il 9. El quinto a tutti questi è comune, ilquale è della proportione & proportionalità, laqual proportione & proportionalità cosi se aspetta al numero, come alla misura.

6 Certa cosa è anchora, che queste tai scientie, ouer Discipline mathematice sono nutrice, & matre delli musici: Impero che con li numeri & sue proprietà proportione & proportionalità noi conosciamo la proportione dupla, che da pratici è detta ottaua, esser composta d'una sesquitertia & de una sesquialtera: & similmente sapiamo la sesquitertia esser composta de duoi toni, & de un semiton menore, & la sesquialtera esser composta de tre toni & de un semiton menore, per il che si manifesta la detta dupla, ouer ottaua esser composta de cinque toni & de duoi semitoni menori, cioè meno una coma de sei toni, & similmente sapiamo el tono esser piu di otto come 8 men di 9. Anchora per uigor di queste tai discipline sapiamo esser impossibile a diuidere il detto tono, & ogni altra superparticolare rationabilmente in due parti equale, ilche dimostra il nostro Euclide, nella ottaua propositione del octauo libro.

7 Piu oltra, non per altra causa alli presenti tempi è penuria de boni & eccellenti Astronomi, che per difetto delle antedette discipline,

ne,perche di ben intendere l'Almageſto di Ptolomeo, & ſimilmente Giouan de monte Reggio ſenza le Euclidiane Iſtruttioni, niun certo ſi puo auantare: & quantunque ſi lega nel eccleſiaſtico al primo Capitolo. Altitudinem coeli,& latitudinem terræ,& profundũ abiſſi quis dimenſus eſt? Nondimeno tanta è la uirtu di queſte ſcientie, ouer diſcipline,che per mezzo delle proportioni, non ſolamente li noſtri antiqui hanno conoſciuto quanta ſia la rotondità di tutta la terra, & quanto ſia el Diametro ſuo & ſimilmente delli altri elementi: ma anchora hanno conoſciuto la grandezza del Sole,& della Luna,delle ſtelle,ſi fiſſe come erratice, & la conuerſatione del loro Cielo, come dimoſtra Ptolomeo nel Almageſto, & Alphonſo nelle ſue Tauole.

8 Queſte medeſime ſcientie ouer diſcipline, danno la uia all'arte giudiciaria,detta aſtrologia, & ſimilmente alla Pyromantia,Hydromantia,Geomantia,Nicromantia,& altri ſorti legi,come ſcriue Iſidoro,& Cieco Daſcoli,& ſimilmente, Cornelio Agrippa nel ſecondo di Occulta Philoſophia.

9 Che diremo della Geographia? Non ci dimoſtra Ptolomeo & tutti gli altri eccellentiſsimi Geographi, quanto li ſia neceſſario el numero,la miſura,la proportione,& proportionalità. Quando che di tutto l'uniuerſo debitamente proportionando li gradi della lor longhezza & larghezza,in una picol carta,tutte le famoſe prouincie,citta,caſtelli,monti,fiumi,iſole,peninſule,& altri ſiti maritimi, & mediterranei ci hanno ridotto.

10 Quanto che queſte ſiano neceſſarie alla Corographia, cioè al modo di mettere rettamente in diſegno un particolar ſito,ouer paeſe,& ſimilmente la pianta de una citta lo habbiamo dimoſtrato nel quinto libro delli noſtri queſiti,& inuention diuerſe.

11 Anchora conſiderando bene, e ſtudiando la ſcientia Perſpettiua, ſenza dubbio ſi trouarà,che nulla ſarebbe,ſe la Geometria,come madre ſua,non ſe gli accomodaſſe. Queſto non ſolamente ci uerifica el noſtro Euclide,nella ſua Specularia & Perſpettiua, & ſimilmente lo Archieſcono Giouanne Cantuarienſe: Ma piu abondantemente Vi teleone,quel gran Perſpettiuo,ilquale ogni ſua propoſitione approua & dimoſtra con le Euclidiane propoſitioni.

12 Che queſte tai ſcientie ouer Diſcipline ſiano neceſſarie all'arte Pittoria, non uoglio ſtar a prouarlo particularmente, perche mi baſta che Alberto duro alli tempi noſtri Pittor eccellentiſsimo,nella opera ſua non ſolamente lo confeſſa & affirma: ma ancora attualmente lo dimoſtra al ſenſo.

13 Quanto queſte ſiano opportune all'arte horologica, cioè alla cõpoſitione,deſcritione,ouer coſtruttione delli horologij, ſi horizon-

tali come murali. Sebastiano Mustero non solamente in Pratica, ma in Theorica lo fa manifesto.

14 Da queste medesime discipline germoglia, & nasce la scientia de Pesi, come apertamente dimostra Giordano in quello de Ponderibus, il che medesimamente rectificamo & approuiamo nel quinto libro delli nostri quesiti & inuentioni diuerse, con laqual scientia Aristotile nelle sue questioni Mecanice assegna la causa di ogni ingenio sa mecanica inuentione.

15 Tanto è generale la virtu, ouer potentia di queste tai discipline piene di certezza, che Archimede Siracusano per lo studio di quelle, con suoi mecanici ingegni difese un tempo la citta di Siracusa contra l'impeto di Marco Marcello Consule Romano, per ilche acquistò il nome della immortalita.

16 Per mezzo di queste si fanno uarij & diuersi modelli, fabricansi pò ti quasi alla natura impossibile.

17 Anchora se con lo intelletto ben considranno & guardanno tutte le sorte de antique & moderne machine, & istromenti belici si offensiui come diffensiui, come sono bastioni, repari, bricole, trabocchi, catapulce, scorpioni, balistre, ariete, testudine, helepoli, (come dimostra Vetruuio nel decimo.) Et similmente Vegetio, Valturio, & Lion Battista delli Alberti, sempre con forza de numeri & misure le loro proportioni si trouano formate & fabricate.

18 Delle noue inuentioni per noi trouate, sopra el tirar delle moderne machine tormentarie, dette dal uulgo artegliarie, non uoglio replicarlo per hauerlo altroue detto & in parte publicato: Basta solamente a dire, che per consiglio di queste, senza alcuna sperienza ne pratica in tal esercitio la maggior parte ritrouai.

19 Similmente per uirtu di queste habbiamo ancor trouato di mandar a esecutione tutti quei modi (recitati da Vegetio, & da Frontino Valturio,) che usauano li nostri antiqui nell'ordinare gli eserciti in battaglia sotto uarie & diuerse forme, cioè in forma quadra di gente, ouer di terreno, & similmente el modo di formar, el cuneo, la sorfice, la sega, el rhumbo, la forma circulare e la lunare, le qual cose alli presenti tempi quasi in tutto sono perdute.

20 Di quanto aiuto et subsidio sian le dette discipline alla Architettura, Vitruuio Pollione nel suo Proemio lo fa manifesto.

21 Queste tai scientie, ouer discipline non solamente acuiscono l'ingegno del huomo, & lo fanno atto a poter con facilita penetrare in qual si uoglia altra scientia: Ma anchora lo preparano a poter agilmente discorrere ouer caminare di lõgo alla sapientia: Anzi che Boetio Severino uol che queste tai scietie, ouer discipline siano le proprie uie di ascendere a quella, & finalmente conchiude senza queste

tai

tai ſcientie ouero diſcipline eſſer impoſsibile di potere rettamente filoſofare.

22 Queſto medeſimo uiene a eſſere ſtato rectificato con li effetti da quel Platone padre e maeſtro de Philoſophi, elquale non uoleua che alcun ſcholaro intraſſe nella ſua ſchola, o per ſtudio, ſe non era prima in Geometria ben iſperto.

23 Et però non è da marauigliarſi, ſe molti paſsi nella Phiſica, Methaphiſica, & Poſteriora de Ariſtotele, & ſimilmente in quel de Celo & mundo paiono oſcuri, & difficili alli noſtri moderni, che la maggior parte non procede da altro, che per non ſapere le predette diſcipline.

24 Queſte medeſime danno l'eſſere alla Pratica ſpeculatiua di Algebra, & Almucabala, uolgarmente detta la Regola della coſa ouer arte Magna, e queſte, non ſolamente Maumeth figliuolo de Moiſe Arabo (già di tal ſcientia primo inuentore.) Ma anchora frate Luca dal Borgo, Michel Stifelio, e Leonardo Piſano Geometricamente lo fanno manifeſto.

25 Eſſendo un giorno interrogato il diuino Platone, perche cauſa lo huomo fra el genere de gli animali era chiamato animal rationale, & tutti li altri erano detti irrationali & brutti, lui riſpoſe perche lo huomo ſa numerare & le beſtie non. Se adunque coſi minima parte di tai diſcipline (che è il numerare) per eſſer comune a tutti, ne fa differenti da gli animali brutti, & ne preuileggia di queſto nome rationale; Eglie adunque coſa chiara che quanto maggior parte apprendiamo di quelle, tanto piu ſaremo rationali, & lontani dalli irrationali.

26 Da queſte medeſime diſcipline ſe raccoglie & prende (dico inanediatamente) parte della Dialectica, cioè la prattica & il modo di ſapere argomentare nel diſputar le coſe, & a confutare lo auerſario, & conchiudere il propoſito per uarie & diuerſe uie, come che procedendo in quelle ſi farà manifeſto.

27 Piu forte Bartolo da Saſſoferrato (famoſo legiſta) nella ſua Tyberina ſue figure geometrice uſando, non ſolamente ne manifeſta lui eſſere ſtato nelle Mathematice ottimamẽte inſtructo & coroborato, ma anchora ne aduertiſe la geometria eſſer neceſſaria in iure.

28 Che diremo della guida & ſcorta di noſtra ſalute ſacra Theologia: Non dimoſtra il Reuerendiſsimo Cardinal Nicolo di Cuſa nella penultima parte de l'opera ſua, ſenza la geometria non poterſi a gli intelletti noſtri communicare, laqual parte è intitolata Complementum theologicum figuratum in Complementis Mathematicis.

29 Ma eglie di tanta neceſsità queſta geometrica diſciplina & ſcientia, che non ſolamente noi huomini mortali nelle noſtre coſe commenſurabili uſamo quella, come piu uolte è ſtato detto; ma anchora il

ra il magno Iddio, il quale è misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano, non si gouerna senza quella, con laquale, ancho ra questi Compositori de imagini, & Pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro usando el suo compasso: per ilche anchora li peritissimi Architetti, come ci manifesta Vetruuio Pollione al primo cap. del suo terzo lib. Cercano con ogni diligentia di proportionare le case & altri suoi publici & priuati edifici alla similitudine del detto corpo humano, per esser quello, come è detto, dal sommo Architettore con debite misure fabricato.

30 Finalmente si conosce anchora la nobilità, eccellentia & altezza di queste discipline, per la gran fama & nome di quelli, iquali hanno dato opera ad ornare & studiare dette scientie, come furno Mercurio Termegisto philosopho sacerdote & Re d'Egitto, similmente Pytagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hypocrates, el nostro Euclides, Ptolomeo, Archimede syracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio Architetto. Et molti altri, iquali per breuità lasso, per non ui tenir in tempo, basta in conclusione, che non si trouarà alcuno che sia stato di gran nome & fama in alcuna facultà senza le Mathematice.

31 Queste poche parole ho uoluto preponere in questo nostro principio, acciochè uoi conosciate che la presente dottrina non è cosa uile, ne mecanica, ne da essere sprezata, ma dignissima & da esser apprezzata da ogn'uno, senza la quale ogni altra scientia è imperfetta, & cosi per oggi saremo fine, dimane poi cominciaremo a dechiarire alcuni termini alla materia nostra pertinenti.

32 Finalmente acciò che non para che io sia ingrato della benignissima attione & audientia, che per uostra humanità me hauete prestata. Vi rendo infinite gratie.

SECONDA LETTIONE.

1 ESSENDO il proposito nostro Magnifici & Eccellentissimi auditori, di uoler dar principio a esponere, ouer dechiarare quelle scientie, arti ouer discipline, che da Greci sono dette Mathematice, che in nostra lingua non uol dir altro che scientie, ouer arti dottrinabile; per procedere regolatamente, prima diffiniremo quale, & quante siano queste tai scientie, ouer discipline, & qual sia il loro proprio soggetto: Et da poi questo, distingueremo le specie di cadauna di quelle, & li suoi termini principali.

2 Le scientie Arti, ouer Discipline Mathematice, secondo il uulgo sono molte, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, la Cosmographia, la Corographia, la Perspettiua, la Specularia,

cularia, la ſcientia di Peſi, la Architettura & molte altre: Ma Boetio Seuerino, & Giorgio Valla tolendo tal opinione da alcuni Greci uogliono, che le dette diſcipline Mathematice ſiano ſolamẽte quatro, cioè Arithmetica, Geometria, Muſica, & Aſtronomia, & che tutte le altre ſiano ſubalternate, cioè dependenti dalle dette quattro: Ma Fra Luca dal Borgo ſan ſepulchro, uuole che le dette diſcipline Mathematice ſiano oueramente cinque (aggiongendo alle predette quattro la Perſpettiua) oueramente tre, ſi cludendo dalle predette quattro la Muſica: & per ſoſtentare tal ſua opinione, aduce ragioni & argumenti aſſai, liquali per non eſſer coſa de importantia la ſciaremo da banda. Nientedimeno il Reuerend. Sig. Pietro de Aliaco Cardinale, nella prima queſtione ſopra Giouanne di Sacrobuſto, conchiude, la Muſica, & la Aſtronomia, & ſimilmente la Perſpettiua non eſſer pure Mathematice (come è il uero) ma medie fra le mathematice, & la ſcientia naturale: Per ilche ſeguita ſolamente la Arithmetica, & la Geometria eſſer le pure Mathematice, & tutte l'altre eſſer medie, ouer dependenti, & miſte delle Mathematice diſcipline & della ſcientia naturale, eccettuando la Strologia giudiciaria, laqual egli conchiude eſſer pura naturale, in quanto alla ſua eſſentia.

3 Concluderemo adũnque che ſolamente la Arithmetica, & la Geometria, delle quali ſpeculatiuamente tratta el noſtro Euclide, ſiano le pure diſcipline Mathematice.

4 Et perche il primo libro del detto noſtro Authore, come fu detto hieri, è di geometria, il ſugetto della quale geometria è la quantità continua, le ſpecie della qual quantità continua, ſecondo el logico ſono cinque, cioè, linea, ſuperficie, corpo, luogo, & tempo. Ma ſecondo il mathematico ſono ſolamente tre cioè linea, ſuperficie, & corpo. Et perche il piu puro & principal termine di queſte tai ſpecie de quantità è il ponto, pero conuenientemente il noſtro Authore ne diffiniſſe quello nella ſua prima diffinitione. Dicendo.

5 Punctus eſt cuius pars non eſt. Cioè il ponto è quello, la parte del quale non è, cioe che non ſi troua parte di quello, che in ſoſtantia nõ uol inferire altro, ſaluo che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè che di quello non ſi potria tuore ne dar ne trouare ne ancho ra imaginare la mità, cioè, che non ſe potria tuor ne dar ne trouar ne imaginar un mezzo ponto, & non potendo tuor ne dar un mezzo põto, meno potremo tuor ne dare un mezzo terzo, ne un mezzo quarto, ne alcuna altra parte ſimile a quello, per laqual diffinitione ne dinotta il detto ponto eſſer indiuiſibile, & conſequentemente non eſſer quantità, perche ogni quantità cõtinua è diuiſibile in infinito.

6 Alcuno potrebbe dire, per tutto quello che tu me hai detto fin a queſta hora, io non ſo ne intendo che coſa ſia queſto punto.

Et io

7 Et io rispondo, che cadauno de noi per natural istinto sa che cosa egliè, & che sia il nero, lo farò confessare a noi medesimi. Essempli gratia.

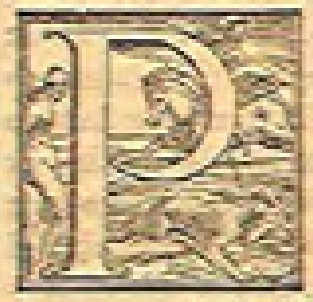
8 Se io adimando a qual si voglia di noi, come se chiama la istremità di questo ago ouer gacchia, senza dubbio cadauno di noi dirà che se chiama ponta, se ui adimandarò perche ragione se chiamela cosi ponta, uoi me risponderesti, perche è cosi sutilmente appontita, & che ua cosi a terminare in niente: se adunque tal termine sarà niente, el non reccuerà diuisione, cioè chel non si potra diuidere in due ne in piu parti, & pero non haueria parte alcuna & non hauendo parte per la diffinitione del nostro Euclide faria un ponto, & questa è la ragione che noi la chiamari ponta, adunque eglie tempo assai che uoi sapeti che cosa è ponto.

9 Questo tal ponto nelle operationi geometrice si intende & piglia per ogni picol segno fatto uolontariamente ouer a caso con qualche stiletto apontito in qualche spacio, come saria a questo modo) oueramente con qualche materia colorata, come saria a dire con la ponta de la penna in qualche foglio di carta a questo modo. Oueramente con qualche altro material colore, come saria con questo gesso. a questo modo.

10 Alcun potria dire, questo tal ponto artificialmente fatto, non hauer alcuna conueniencia con quello, che diffinisse lo Authore, atento che lo operante geometrico mai non lo puo costituire ne segnar talmente picolo, che non possa esser sempre piu picolo, ouer che non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto.

11 Considerando fra me medesimo Magnifici & Preclarissimi Auditori qualmente alcuni delle nobiltà uostre hanno appresso di se l'opera del nostro Euclide secondo la prima traduttione dal Campano, & alcuni altri secondo la seconda, facta da Bartholameo Zamberto Veneto (che uiue anchora.) Alcuni altri secondo la stampa di Parise, ouer d'Alemagna, nella quale hanno inclusso le predette ambedue traduttioni, ma per un certo modo qual è piu presto atto a generare confusione in cadauno studēte, che altramente, (come nel nostro processo faremo chiaramente conoscere,) & alcuni altri l'hanno secondo la nostra traduttione facta in uolgare, & accio che per tal uariatione alcun dipoi non resti confuso, ne ha parso di uolere sotto brevità repettere tutta la lettione de hieri secondo cadauna de dette traduttione, acciochè si ueda la differencia che sia da l'una a l'altra, & la qual cosa non sarà inutile alli giouani principianti: da poi questo se dichiarirà anchora, almeno le due altre seguenti diffinitioni.

EVCLIDE MEGARENSE
ACVTISSIMO PHILOSOPHO.
ET PERSPICACISSIMO MATHEMATICO,
LIBRO PRIMO.
NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.



Ne l'Intelligentia delle cose che seguitano è da notare, qualmente, egli è costume (anzi è debito) di ciascheduno che voglia trattar di qualche scientia, ouero disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, ouero disciplina con tutti li suoi occorrenti termini. Et perche la Geometria è una scientia, ouero disciplina contemplatiua, la descrittione delle figure, ouero forme della quantità continua immobile, detta magnitudine, Perilche il soggetto generale di detta Geometria serria ad esser la detta magnitudine immobile: le specie dellaquale sono tre, cioè, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a nomi, & diuersi termini, & figure, denominate per diuersi nomi; per tanto l'Autthore, inanzi che dia alcuna propositione, ci ha voluto ordinariamente diffinir tutte quelle cose di che si ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il tutto chiaro si potrà vedere.

DIFFINITIONE PRIMA.

I/I IL Ponto è quello, che non ha parte.

IL TRADOTTORE.

In questa prima diffinitione l'Autthor ci diffinisce il principio della quantità continua (che è il ponto) & dice, che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè, quello delquale non si può tagliar, ne trouar, ne anchora imaginar la metà de, ouer il terzo, o uer il quarto, ne alcuna altra parte simile: Perlaqual diffinitione ci dimostra, il detto ponto non esser alcuna quantità: ma solamente, esser un semplice termine fatto dalla natura, ouero dall'arte, ouer a caso, ouer con la mente imaginato, dinotante il principio ouer il mezzo, ouero il fine di alcuna quantità, o ueramente qualche altra condizionata parte d'una linea, ouer qualche effetto occadente in una, ouero piu linee, o altre quantità: come nelle cose che seguitano si vederà palese. Et questo tal ponto (nelle operationi Geometrice) se intende, & piglia per ogni piccolo segno fatto uolontariamente, ouero a caso con qualche stilo ponteso,

ouero

PÒ- TO.

overo dipinto con qualche materia colorata, ut qualche spatio: come per esempio ho
uomo descritto, over segnato in margine. Ma perche alcuno potria argur, & dir,
tal sorte di ponto (artificialmente fatto dall'operante) non haver alcuna conuenien-
tia con quello che diffinisce l'Autthore: atteso che l'operante non mai il puo consi-
tuire, ne segnar, talmente piccolo, che'l non possa esser sempre piu piccolo, over che'l
non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto, & per tal causa non esser di alcuna
consideratione appresso l'Autthore, per esser in tutto al contrario della sua diffini-
tione: Onde per risoluer questo dubbio, rispondo (come habbiamo detto nel principio
del prohemio) che tutte le operationi, e costruttioni fatte dall'operante in materia,
cioè in carta, over in terra, over in qual si voglia altra materia, mai possen esser cosi
vere, e precise che non possano esser piu vere, e piu precise: Et se ben il matbematico co
sidera & guarda con l'occhio sensibile le cose congionte con la materia, secondo l'es-
ser suo, tamen secondo la ragione sempre li considera, & guarda con la mente astrat
ta da quella materia, dove sono, secondo che sono simplicemente in se, cioè, secondo
l'intention dell'operante, e non secondo l'operare l'intrinsico dell'operante. Geometrico
è sempre di far le cose che costruisse in materia, e tutto sia puoter secondo che son sem
plicemente in se; a benche non mai le fa cosi precise: facendo adunque un ponto, con
intention di farlo secondo che è semplicemente in se, cioè, indiuisibile: segnita, quel
tal ponto (tolto secondo l'intention del operante) esser indiuisibile. Il medesimo in so
stantia afferma Arist. nel. 6. della metb. qual dice, che la scientia matbematica nō
considra le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo ma separate da quella
secondo la ragione: che la scientia naturale le considra con la detta materia: all'un
e l'altro modo, cioè, secondo l'esser e secondo la ragione: perlche segnita che conside-
rando il detto ponto secondo l'esser e secondo la ragione, per tanto quanto è realmen
te quel material color negro dipinto nel margine di questo foglio di carta, tal cōside
ration serà naturale, e tal ponto secondo questa consideration non si puo negar che
non sia diuisibile in infinito. Ma considerandolo cō la mente separato da quella ma
teria sensibile, secondo la ragione, cioè secondo la diffinitione, tal consideratione se-
rà matbematica, e secondo quella serà indiuisibile: si che il naturale è differente dal
matbematico in questo, che egli considera le cose uestite, il matbematico nude d'o-
gni materia sensibile.

Comparatione del Ponto.

IL ponto in Geometria, è simile alla unità nella Aritbmetica: laqual è principio
del numero, & non è numero: Similmente è simile al punto nella Musica (come
afferma Franchin di Gaffori nel. 2. capitolo del suo primo libro: similmente e simi
le allo istante nel tempo, over nel moto (come ci manifesta Arist. nel. 6. della
Phisica, testo. 24.) E forsi che non seria fuor di proposito a dir che il detto ponto
fusse simile alla materia prima, nelli principij delle cose naturale. Anchora si puo
dir che'l ponto sia simil alla lettera consonante in Grammatica, perche in vero quel
la non è uoce, & è principio della uoce. Vero è che alcuni Gramatici dicon esser una
uoce indiuidua: ma questi tali (secondo il mio parere) se ingannano: perche ogni uo
ce è diuisibile in infinito: La ragion è questa, che ogni uoce è proferta in tempo, & è

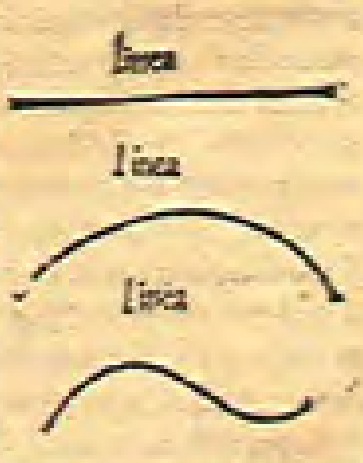
misurata da quello: & ogni tempo è dimisibile in infinito (per esser specie del continuo) adunque ogni voce è dimisibile in infinito: perche, se la misura è dimisibile in infinito (per commune scientia,) seguita che la cosa misurata sia medesimamente dimisibile in infinito. E però non si può dire, che alcuna voce sia indimisibile, si come non si può dir, che il punto sia una quantità continua indimisibile, perche seria contradittione. Si vede adunque che il punto ha similitudine con tutte le cose: unde ha grandissima similitudine con Iddio: & per questa causa li Sapienti hanno attribuito questo nome punto, a esso Iddio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamente appare. Questo punto nella seconda traduttione è detto segno: ma perche questo nome punto è più commune, & più frequentato, fra li Latini e volgari che segno, Punto e non segno, mi è parso chiamarlo. Questo medesimo stile ho usato nelle altre diffinitioni, etiam nelle propositioni: perche non mi è parso de imitare gli Alemani, liquali hanno stimato una propositione della prima traduttione de verbo ad verbum precisamente come sta co'l suo commento. Et consequentemente a quella una della seconda traduttione; pur de verbo ad verbum come sta co'l suo commento: laqual imitatione non è altro, che una confusione alli studenti: & massime, dove le propositioni sono diverse in conclusione: Anzi ho osservato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in conclusione (in l'una & l'altra traduttione: siano dove si vogliano) quantunque nel dire, over nel proferir gli sia qualche differentia (come è stato del punto) ne ho formato una sola propositione in volgare: formando la maggior parte de tutti volgari sopra quella, che ha voci aboli più communi, cioè sopra la prima: Et questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti circa espositioni: perche, in vero la prima traduttione, si nelli testi come nelli commenti usa generalmente voci aboli più communi & più usitati, che la seconda: vero è che la seconda pur in molti testi parla più correttamente, che la prima, come procedendo in molti luoghi si vedrà palese: & massime, nel decimo.

Diffinitione 2.

2 La linea è una longhezza senza larghezza: li termini della quale sono
a duoi punti.

Il Traduttore.

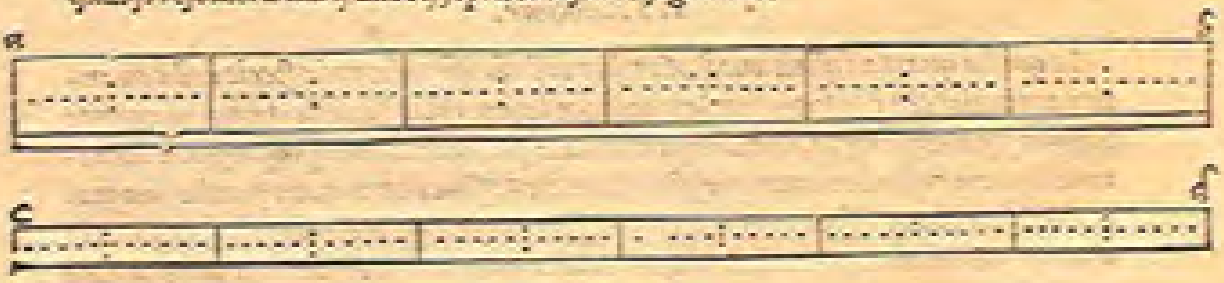
In questa diffinitione l'Autore ci diffinisce la prima specie della quantità continua (che è la linea.) Et dice che la linea è una longhezza, senza alcuna larghezza: & che li termini di quella sono duoi punti, (essendo però intesa terminata:) perche, sono molte linee che non son terminate, come è la circonferentia di un cerchio, & altre simili. Ma bisogna notare, qualmente sono alcune linee fatte dalla natura: alcune dall'arte: alcune, a caso: e alcune, imaginate con la mente. Quelle, che sono fatte dalla natura, sono le semplice longhezze, overo le semplice larghezze, overo grossezze, che sono naturalmente in ogni qualità de corpi materiali dalla natura prodotti, overo dall'arte



dall'arte fabricative sono etiam li semplici termini delle superficie terminati detti corpi. Ma perche anchora non si è dissuso che cosa sia superficie, ne corpo, al presente non è lecito di parlarne, ma nel processo si vederà manifestamente cosi essere. Ma le linee fatte dall'arte, ouero a caso sono fatte volontariamente, ouero a caso dall'operante Geometrico con qualche stilletto ponteso, ouero con qualche materia colorata, in qualche spatio, come per esempio (in varij modi, si come etiam varij modi possono accadere) bauemo designato di sopra. Vero è, che alcun potria dire (come fu detto del ponto) quelle tal linee artificialmente fatte dallo operante non bauere conueneutia alcuna con la linea diffinita dallo egregio nostro Autchore Euclide, atteso che non mai possono essere rette, ouero diseguate tante sottil, che quelle non habbino qualche largheza in se: Niente dimeno questo dubbio se risolue secondo quello del ponto: cioè, chi nel considerar ciascheduna di dette linee o altre similj, mettemo quelle, che sono in ogni qualità di superficie & corpo, cosi secondo la ragione, come secondo l'essere, congionte e misse con quella materia di negro colore, o altra tale, che ce le fa visibile in largheza, come fa il naturale: senza dubbio secondo tal consideratione haueranno sempre qualche largheze, & anchor grosseza, per causa della sua visibile materiale. Ma chi considererà dette linee, per congionte con detta materia, secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, separate da quella, cioè, nude e spogliate di quella sua visibile materiale de inchiostro o carta tinta, come fa il matbematico, secondo tal consideratione si troverà esser resolto il dubbio. Si vede adonque che il matbematico, & il naturale, nel considerar le cose si accordano in una parte, perche ciascheduno le considera secondo l'esser congionte con la materia dove sono misse: ma si discordano in un altra, cioè, secondo la ragione: perche il naturale secondo la ragione le considera medesmamente congionte e misse di quella sua visibile materiale sensibile: & il matbematico, separate, cioè, nude & spogliate della detta sua visibile materiale, come fu detto sopra il ponto. E tutto questo afferma Aristotele nel prealegato sesto della Methaphisica, testo 2. & similmente il Commentatore sopra il primo de cielo & mondo, commento primo: ma piu diffusamente Aristotele nel secondo della Physica, testo. xx. ce lo declara. Et acio che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda et intenda questa differentia, che è fra il naturale et il matbematico nel considerar le cose, voglio addur anchora un'esempio molto facile da capire. Imponiamo che siano due misure materiali di alcuno metalle, ouer di legno (si come sono quelle, che usano questi mecbanici, per misurar le cose occorrente) & che dette misure siano di eguale largheze, come sarebbe che fussino dui passi, & che ciascheduno di essi passi sia diuiso in cinque piedi, li quali piedi siano di pezi xii. come si costuma frati Architetti: & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia di un legno molto grosso, cioè il passo a.b. & l'altra sia d'un legno sottile, cioè il passo c.d. dico che chi vuol cõsiderar queste due misure, cioè, quantità realmente secondo, che sono, cioè, secondo la materia, senza dubbio si cõcluderà una esser maggiore dell'altra, cioè, la a.b. esser maggior della c.d. perche egli è piu materia dentro, cioè, piu quantità di legno, per la sua maggior largheza & grosseza: ma questa tal consideratione serà naturale, laqual se referisse alla ma-

teria,

teria, che si mede, cioè, alla quantità del legno. Ma chi ben considerar queste due misure secondo il Geometra, ouer mathematico (il quale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragione) dirassi queste due misure esser eguali, come è il vero, per che sono tolte & considerate secondo la intentione dell'operante, che le ha fabricate, il quale le ha fatte con intentione di far una semplice longhezza: il medesimo se intende d'ogni altra sorte di famosa misura, cioè, pertiche, brazza, canne, canezzi, et altre simili, o siano di ferro, ouer di legno: grosse o sottile, non importa, perche tal grossezza non vien considerata. E però si potria dir che la linea, è una longhezza senza alcuna considerata larghezza, ouer grossezza. E che sia il vero, che ciascuna delle sopradette famose misure siano tolte per linee, oltra che Euclide ce lo manifesta nel decimo chiamando ciascuna simile, linea data rationale, come al suo luoco si dirà. Il sapientissimo Commentatore Auerrois sopra il secondo della Phisica, commento. xx. volendo dechiarare la consideratione del prospettivo (circa alla linea) essere media fra la consideratione del naturale e del mathematico, se ne satisfa con queste precise parole. Geometria enim considerat de magnitudinibus abstractis a materia, naturalis vero considerat de eis secundum quod sunt in materia. Aspectiuus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas considerationes: non enim considerat de linea secundum quod est linea simpliciter, ut Geometra neque secundum quod est linea lignea, aut aerea, ut naturalis, sed secundum quod visualis. Per ilche è da sapere che per la linea lignea, ouero metallica se piglia naturalmente come è detto di sopra: vero, è che la scrittura di tal commento dice, linea ignea, aut aerea: ma io credo che sia stato mal tradotto, & che voglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioè, linea, aut area: Et questo credo sarà bastante alla intelligentia della differentia della consideratione naturale & mathematica, con la quale si resolverà molti dubbij sopra le cose che seguitano.

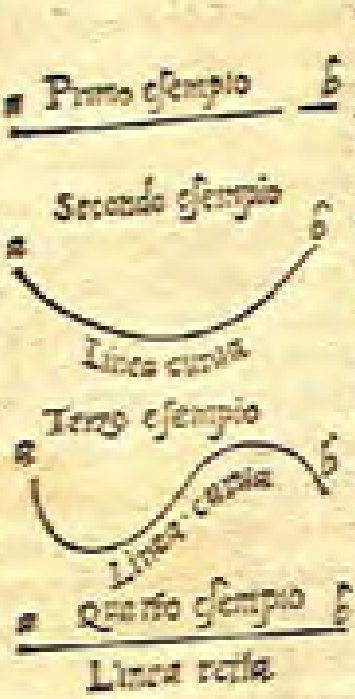


Diffinitione 3.

3 La linea retta è la brevissima extensione da uno ponto ad un'altro,
4 che riceue l'uno e l'altro di quelli nelle sue estremità.

Il Traduttore.

Hauendo lo Authore nella precedente diffinitione diffinito, che cosa sia la linea in genere. (Perche questo genere de linea si divide in due specie principale, cioè, in retta, e curua, però nella presente diffinitione ci vol dar a conoscer qual sia la retta) e dice che la linea retta è la più brevissima extensione, ouer tratto che tirar si possa



ire atto, ouero con la mente da vn punto a l'altro, ricercando nelle sue estremità ciascaduno di quelli, come per lo esempio si vederà. Siano le linee punti .a. & b. come qui potrai vedere nel primo esempio. Dico che dal punto .a. al punto .b. si possono tirar infinite linee vna maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui dentro nel secondo esempio: & similmente infinite altre nella forma & maniera, che habbiamo posto nel terzo esempio, & in altri vary modi: ma la più breue che tirar si possa dal detto pũto .a. al pũto .b. poniamo che sia quella che qui dentro sono, e che habbiamo tirata rettamẽte nel quarto esempio: Essendo adonque la più brieue linea, che tirar si possa dall'vno all'altro di detti pũti, serà detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basti per declaratione della linea retta, & etiam per notitia della curua: perche chi cognosce il dritto de una cosa è sforzato a cognoscere etiam il roverscio, e però lo Autthore non ha voluto diffinir altramente la linea curua, per essere cosa superflua, imaginãdosi tal cognitione esser espressa a chi haverà notitia della retta. Ideo &c.

Diffinitione 4.

4 / 5.6 La superficie è quella che ha solamente longhezza & larghezza: li termini della quale sono linee.

Il Traduttore.

In questa quarta diffinitione l'Autthor ci diffinisse la seconda specie della quantità continua (che è la superficie) & dice che la superficie è quella che ha solamente longhezza e larghezza, cioe, che gli manca la profondità, ouer grossezza: li termini della quale (essendo terminata) sono linee, dico essendo terminata, perche sono molte superficie che non sono terminate, come saria la superficie d'una balla tonda, ouer d'un ouo, & altri corpi simili. Ma per intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmẽte sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune accaso, & alcune imaginate con la mente. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualità di corpo dalla natura prodotto, ouer dall'arte fabricato: ma per nõ esser anchora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo per hor da banda, per non preterir l'ordine dell'Autthore, ilqual non estima parlare d'una cosa ancora la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer a caso sono quelle, che vengono fatte, ouer disegnate volontariamente, ouer a caso dall'operante geometrico, ouer pittorico, con qualche stilletto pontito, ouer cõ qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per esempio siamo disegnate in margine, ilqual margine è per anchora lui superficie di questo foglio di carta. Ma

dun

dui dubbij ponno occorrere nella mente del studente circa alla soprapoſta diffinitione, e circa alla noſtra eſpoſitione uno di quali è queſto. Potria dire, la diffinitione di ce, che la ſuperficie ha ſolamente longhezze, e larghezze, & trouò la maggior parte delle ſuperficie hauer piu longhezze e piu larghezze, come appar nella ſuperficie a.b.c.d. laquale ha due longhezze, cioe il lato a.b. et il lato c.d. et due diuerſe larghezze, cioe, il lato a.d. & il lato b.c. Circa a queſto dubbio riſpondo, che la longhezza & la larghezza d'una ſuperficie è una coſa, & li lati, ouer linee, che la terminano ſono un'altra: perche le linee che terminano ogni qualità di ſuperficie (ſiano quante ſi vogliano) ſe dicono ſolamente termini di quella ſuperficie, e non longhezze, ne larghezze di quella: uero è che per mezzo de diti termini noi aueniamo in cognitione della uera e ſimplice longhezza e larghezza de ogni qualità di ſuperficie, & poi per mezzo della detta uera e ſimplice longhezza & larghezza noi aueniamo in cognitione della quãtità di quella tal ſuperficie, come nel 2. libro ſi uederà manifeſto: & per queſto ſi dice che la ſuperficie ha ſolamente longhezza, & larghezza, & che li termini di quella ſono linee: ma non dice che le linee che la terminano ſiano la ſua longhezza, ouer larghezza: & queſto baſta per declaratione del primo dubbio. El ſecondo è ſimile a quello della linea, cioe, che ſe potria dire, che quelle ſuperficie artificialmente fatte, ouer deſignate, ouero piate con qualche liquor corporeo colorato, hauer in ſe ſempre qualche groſſezza, ouer profundità: ma queſto dubbio ſe riſolue come quello del ponto, ouer della linea, cioe, che il Geometra conſidera (ſecondo la ragione) nude, & ſpogliate di quella materia colorata ſecondo che ſono in ſe, cioe, ſenza profundità, ouer groſſezza: & queſto baſta per delucidatione della ſuperficie in genere.



Diffinitione 5.

5/7 La ſuperficie piana è la breuiſsima eſtenſione da una linea a un'altra, che riceua nelle ſue eſtremità l'una e l'altra di quelle.

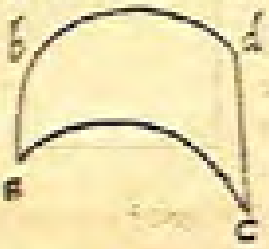
Il Traduttore.

Hauendo l'Autthor di ſopra diffinito che coſa ſia ſuperficie in genere (e perche ſono due ſpecie principali de ſuperficie, cioe, piana, e globoſa, ouer conueſſa, ouer ſpherica, ouer monticoſa) e però in queſta diffinitione ne diffiniſſe la piana, & dice, che la ſuperficie piana è la piu breuiſſima ſuperficie che ſi poſſa eſtendere da una linea a una altra, riceuendo nelle ſue eſtremità ciaſcuna di quelle: perilche biſogna notare che queſta diffinitione è quaſi ſimile a quella della linea retta: Onde ſimilmente biſogna aduertire che da una linea a un'altra ſi può eſtendere in atto, ouer con la mente infinite ſuperficie, che riceuerano nelle ſue eſtremità ciaſcaduna di quelle, ma ben ſe nõ una ſola ſe ne può eſtendere che ſia piana, e non piace quella ſarà la piu breuiſſima

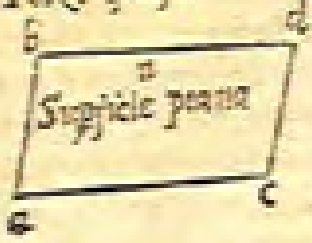
Primo esempio



Secondo esempio



Terzo esempio



de tutte le altre che estender si possano: come (esempli gratia) siano le due linee a.b. & c.d. come qui si vede. Nel primo esempio dico, che della linea a.b. alla linea c.d. si può estendere in atto, over con la mente, infinita superficie, alla similitudine della superficie mirata nel secondo esempio che una sarà maggior dell'altra, etiã in altri varij modi: ma la più breue linea che estender si possa, sarà quella che sarà estesa brevemente, & rettamente dalla detta linea a.b. alla linea c.d. alla similitudine della superficie n. del terzo esempio: laquale, essendo la più breue linea, sarà detta superficie piana, per la presente diffinitione, douendo che la sia estesa talmente che ella recena nelle sue estremità ciascadauna di quelle proposte linee: questo dico, perche se ne potria tirar di più breue di quella, fra le dette linee, che nõ sariano più ne più non ricercriano le dette due linee a.b. et c.d. nel le sue estremità, e però fu forza a condition ar la diffinitione: Et questo credo sia bastante alla dilucidatione del la superficie piana et anco alla non piana: perche (come dissi della linea retta) chi cognosce la superficie piana è necessario che etiam cognosca la non piana: e però non fu bisogno diffinirla altramente.

Diffinitione 6.

6 L'angolo piano è il toccamento, & la applicatione non diretta, de
8 l'una e l'altra due linee insieme la espansione delle quale è sopra la superficie.



Applicatione diretta



Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Autore ci da a cognoscere qualmente l'angolo piano è compreso sotto tre conditioni. La prima è il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formeria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee a.b. & b.c. lequale si toccano in punto b. d'una applicatione diretta: & per esser tal'applicatione diretta, non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa una sola linea che è tutta la.a.b.c. ma se le dette due linee si toccassero d'una applicatione non diretta, alla similitudine delle due linee. d.e. et e.f. in punto e. hè formariano l'angolo in punto e. tamen se le dette due linee d.e. & e.f. se espandessero, over distendessero sopra

una


Angolo piano due linee curue


Angolo piano

nua superficie globosa, ouer montuosa el detto angolo nõ sarà angolo piano, ma montuoso, ouer curuo: perche do uendo esser angolo piano, bisogna che habbia la terza conditione, cioe, che le dette due linee se espandano, ouer essendano per la superficie cioe, per la superficie diffinita nella precedente diffinitione, a ben che l'Autthor nõ lo specifica: Ma egli è suo costume, che ogni uolta che gli nomina linea, ouer superficie, senza altra ẽdittione, egli uole che se intenda di quella linea, ouer superficie che è stata diffinita, & non altramente: circa cio bisogna auertire: spandendoli adunque le due linee d.e. & e.f. per una superficie piana, l'angolo d.e.f. sarà piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano, superficiale, non è altra differentia, saluo che la espansione delle due linee del non piano è in una superficie non piana, tamen li angoli piani possono esser contenuti da due linee curue, ouero da una curua, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in una superficie piana, come per esempio habbiamo disegnato: & questo credo sia bastante alla declaratione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale: dico superficiale, accio non se intendesse dell'angolo solido, del quale se ne parlarà nell'undecimo Libro, ma in questo loco non è a proposito di parlarne.

Diffinitione 7.


Angolo rettilineo

7/9 Ma quando due linee rette contengono un'angolo, quell'angolo è detto rettilineo.

Il Tradottore.

Perche delli angoli piani (come dissi, et esemplificai nella precedẽte diffinitione) alcuni sono contenuti da linee rette: alcuni, da curue: & alcuni, da una curua, & una retta, per tanto l'Autthor ci aduertisse, come quello angolo, che è contenuto da due linee rette, si chiama, angolo rettilineo.

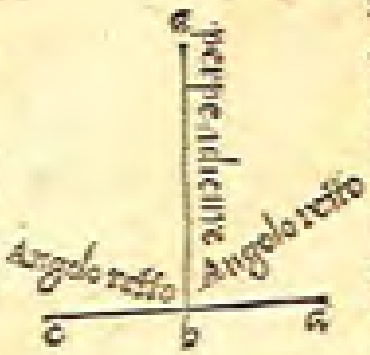
Diffinitione 8.

8/10 Quando una linea retta starà sopra una linea retta, & che li duoi angoli contenuti dall'una e l'altra parte siano eguali: l'uno e l'altro di quelli sarà retto.

Il Tradottore.

Le specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioe, retto, e non retto: ma perche l'angolo non retto si diuide etiam in altre due specie, cioe, in maggior del retto, e minor del retto: perilche potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo esser tre, cioe, retto, maggior del retto, e minor del retto. Onde l'Autthore per la presente diffini-

Cõ la euidẽtia di ẽsta se puo co noscer se una squadra è iusta.



tione ci da a cognoscer l'angolo retto: Laqual dice, che quando una linea retta starà sopra d'una linea retta, (cioe, come sia la linea.a.b. sopra alla linea.c.d.) si condizionatamente, che li duoi angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle dette due linee siano eguali fra loro (cioe, che l'angolo contenuto dalla linea.a.b. & della parte.d.b.dell'altra sia eguale all'altro angolo contenuto dalla medema linea.a.b. & dall'altra parte.c.b.della medesima.c.d. che cadauno delli detti angoli se dice angolo retto, &c. Pero per intelligentia delle cose che seguitano bisogna notare, che quando se noi denotare in scritturа un'angolo, quello si proferisse, la maggior parte, per tre lettere, dellequal la lettera media sempre sarà quella, che denotarà il ponto dove termina il detto angolo: Esempli gratia. Volendo proferir, over dire quello che hauemo detto di sopra (secõdo si costumarà nelle cose seguenti) diremo in questo modo. Se l'angolo.a.b.d. sarà eguale all'angolo.a.b.c. l'un l'altro sarà retto. Onde per l'angolo.a.b.d. bisogna intendere l'angolo contenuto dalla linea.a.b. & dalla linea.b.d. in ponto.b. & per l'angolo.a.b.c. l'angolo contenuto della medema linea.a.b. et dalla linea.c.b. in ponto.b. & cosi si deue intendere nelle cose seguenti.

Diffinitione 9.

9/10 Et la linea soprastante è detta perpendicolare sopra a quella, dove so pra stà.

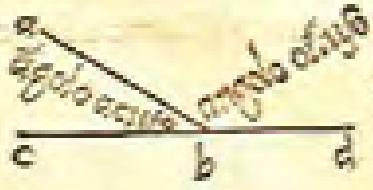
Il Traduttore.

Brevemente in questa diffinitione consequentemente si cõclude, che la linea.a.b. della figura precedente si dice perpendicolare sopra alla linea.c.d. & questa diffinitione si deue intendere congionta alla precedente, quantunque ella sia disgionta & segregata.

Diffinitione 10.

10/11 Et l'angolo ch'è maggior del retto, si dice ottuso.

Il Traduttore.



In questa diffinitione l'Autthor ci admonisce, qualmente l'angolo che è maggiore dell'angolo retto, si chiama angolo ottuso: esempli gratia: se la linea.a.b. starà inclinata sopra alla linea.c.d. (come appar in questa seconda figuratione (essa formarà duoi angoli inequali, uno de quali sera maggior del retto, cioè, l'angolo.a.b.d. & l'altro sarà minore, cioè, l'angolo.a.b.c. l'angolo adunque.a.b.d. per la presente diffinitione sarà detto ottuso. L'altro ch'è minor del retto si diffinisce nella seguente diffinitione: & questa diffinitione insieme con la seguente si debbono intender per congionte

congionte con la ottaua, si come fu detto anchora della precedente.

Diffinitione 11.

11 Et l'angolo che è minor del retto, è detto acuto.
12

Il Tradottore.

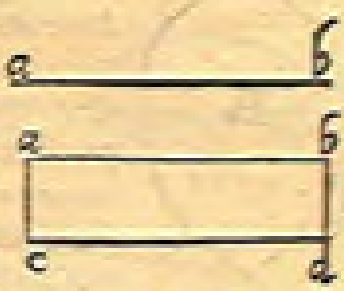
In questa diffinitione l'Autthor similmente ci auisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonque l'angolo. a.b.c. della precedente figura si chiamerà angolo acuto, e l'angolo. a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) E questo basta per la declaratione delle tre specie delli angoli piani rettilinei.

Diffinitione 12.

12 Il termine è quello, che è fine della cosa.
13

Il Tradottore.

O pero l'Autthor sotto breuità ci diffinisce che cosa sia termine, & dice, che il termine è il fine di ciascuna cosa: exempli gratia: sia la linea. a.b. e similmente la superficie. a.b.c.d. et perche ciascun delli duoi ponti. a. & b. sono principio e fine della detta linea. a.b. adonque ciascuno delli detti duoi ponti. a. & b. puo esser detto termine della detta linea. a.b. similmente perche la superficie. a.b.c.d. finisce nelle quattro linee. a.b. a.c. c.d. & b.d. adunque ciascuna delle dette quattro linee serà termine della detta superficie.



Diffinitione 13.

13 La figura è quella, che è contenuta sotto uno, ouer piu termini.
14

Il Tradottore.

In questa diffinitione ci da a cognoscere qualmente la figura è compresa sotto uno, ouero piu termini, & qual siano quelle figure, che sono contenute sotto uno termine, & quale siano quelle che siano contenute sotto duoi, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle seguente diffinitioni si farà manifesto massime di quelle di che si ha a trattare, e parlar nelle cose che seguitano: perche seria cosa superflua a parlar ne in questo luoco, e in quello, e pero mi passo senza altro exempio.

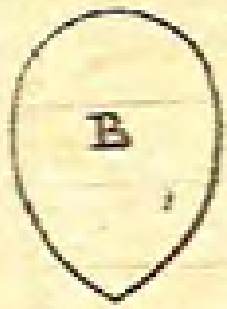
Diffinitione 14.

14 Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è
15.16 chiamata circoferentia, in mezzo della qual figura è un ponto, dalqual tutte le linee rette, ch'escano, & uadano alla circonferentia sono fra loro equali: & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

Il Tradottore.

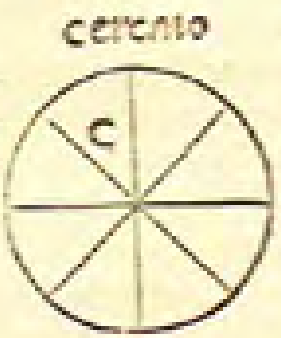


In questa diffinitione l'Author ci dà a cognoscere qualmente il cerchio è compreso sotto tre conditioni: la prima è, che è una figura piana, cioè, superficie piana, e non connessa, ne cõcava, ne ro montuosa: la seconda, che è contenuta da un sol termine, ne ro da una sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è un ponto cosi condizionato, che tutte le linee menate da quello alla circõferentia son fra loro equali: si che ogni figura che habbia queste tre conditioni è detta cerchio: perilche seguita, che ogni figura, che manchi di alcuna di queste conditioni nõ se intende esser cerchio: esempli gratia, le due figure. A. & .B. hanno due di quelle tre cõditioni che si aspettano al cerchio, cioè, sono figure piane sono etiam contenute da un solo termi ne, overo linea, pur chiamata circonferentia: ma non, perche non hanno, ne possono hauere nel mezzo un põto cosi cõdizionato, che tutte le linee, che, si partino da quel lo, & vadino alla circonferentia, siano fra loro equali, niuna di quelle se intende es ser cerchio; perche, douẽdo esser cerchio, bisogna ch'habbiano etiã l'altra terza conditione, si come ha la figura. C. e però la detta fi gura. C. hauendo tutte le dette tre conditioni si chiamerà cerchio, & cosi ogni altra simile, maggiore, over minore, & il ponto. C. so pra il quale sien constituido artificialmente un detto cerchio, è det to centro del detto cerchio: vero è ch'alcuno potria arguire, & dire (come fu detto del ponto, e della linea artificiale) che la detta figu ra. C. artificialmente fatta, non esser vero cerchio (per molte ragio ni, che si potriano adducre) et esser impossibile che l'operante possa cõstituir un per fetto cerchio: tamen, questa oppositione, over dubbio se risolue come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioè, per quello, che habbiamo detto nel principio: e per che seria superfluo a replicarlo, di nuovo, mi passo cõ silẽtio. Ideo aduerte.



Diffinitione 15.

15/17 Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quello, & applica le sue estremità alla circonferentia, & diuide il cerchio in parte equale.





Il tradottore.

L'esempio di questa diffinitione habbiamo descritto nella figura della presente, però mi passo senza altra dechiaratione, per esser da se chiara, come si può apertamente vedere.

Il mezzo

Diffinitione 16.

16 Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cer-
18 chio, & dalla metta della circonferentia.

Il Traduttore.

Hauendo l'Autor diffinito il cerchio, etiam il centro, et il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, ouer parti, & incomincia dal semicerchio, o uoi dire, mezzo cerchio: & perche la diffinitione parla chiaro, altramente non la espongo, saluo che ho posto la figura qui per esempio.



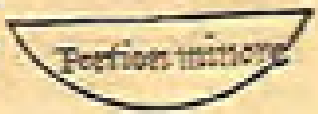
Diffinitione 17.

17 Portion di cerchio è una figura piana contenuta da una linea retta e
19 da una parte della circõferentia maggior, o minor del mezzo cerchio.

Il Traduttore.

Benche il semicerchio, ouer mezzo cerchio sia anchora lui una parte rationale del cerchio, cioe, la metta di quello, per esser diffinito per il suo proprio nome, non è commune rato fra le portioni, ouero parti del cerchio: ma quando se dirà semplicemente una portione, ouero parte di cerchio l'autthor uuole, che si intenda una parte maggiore, ouer minore del detto mezzo cerchio, come per esempio habbiamo designato. Et nota che tanto significa a dire una sectione di cerchio, quanto che è a dire una portione, ouero parte di cerchio.





Diffinitione 18.

18 Le figure rettilince sono quelle, che sono contenute da linee rette, del
20.21 lequali alcune sono trilatere, lequali sono contenute da tre linee rette,
22.23 alcune quadrilatere, lequal sono contenute da quattro linee rette, alcune moltilatere, lequal son contenute da piu di quattro linee rette.

Il Traduttore.

Questa diffinitione altramente non espongo, ne con parole, ne con esempio, per essere da se piana: & le specie de tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle seguenti diffinitioni.



Diffinitione 19.

19 Delle figure di tre lati una è detta triangolo equi-
24.25 26. alatero

latero, & questo è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati equali: l'altra è detta triangolo isoccelo, e quello, che è contenuto solamente sotto di duoi lati equali: l'altro è detto triangolo scaleno, & questo è quello, che è contenuto sotto di tre lati inequali.





Il Tradottore.

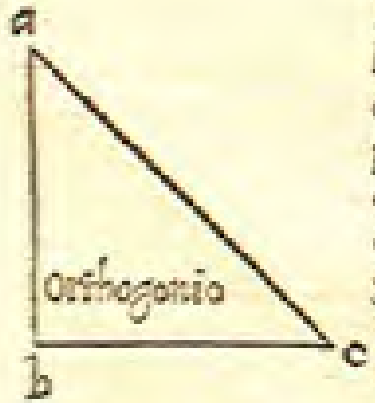
In questa, e nella seguente diffinitione l'Autthor ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati, secondo li duoi modi, che possono esser diuise, ouer considerate, cioè, secondo la consideratione delli loro lati, per laquale sono dette trilatere, ouer secondo la consideratione delli loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adonque delle dette figure diuise ouer considerate secondo la varietà delli lati (per questa diffinitione) sono tre: La prima è quella, che ha tutti li tre lati equali, e questa tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella, che ha solamente duoi lati equali, & l'altro maggiore, ouer minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo Isoccelo: la terza è quella, che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo scaleno, come per esempio appare. L'altra diuisione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione di angoli nella seguente diffinitione se farà manifesta.

Diffinitione 20.

20 / 27.28 29.

Anchora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogonio, & questo è quello, che ha un'angolo retto: l'altra è detta triangolo Ambligonio, & è quello, che ha un'angolo ottuso, l'altra è detta triangolo Oxigonio, & quello è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

Il Tradottore.



In questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra) l'autor diffinisce li altri nomi speciali delle figure di tre lati secondo l'altra diuisione fatta secondo la varietione delli angoli, e non delli lati, le qual specie sono per tre. La prima è detta triãgolo orthogonio, & questo triangolo è quello, che ha un'angolo retto, si come è il triangolo a.b.c. il quale ha lo angolo b. retto: La seconda è detta triangolo ambligonio, & questo è quello, che ha un'angolo ottuso, si come è il triangolo d.e.f. il quale ha lo angolo e. ottuso, cioè, maggior di uno retto: la terza è detta triãgolo oxigonio, & questo è quello, che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triangolo g.h.i. il quale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè che ciascuno di loro è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si uole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda diuisione non si

ha

ha alcuno rispetto alla variatione delli lati: perche il triangolo ortogonio può hauere tutti li suoi tre lati inequali, etiam può esser di dui lati: per tanto il detto triangolo ortogonio (secondo la prima diuisione) potria essere triangolo isocele, e similmente triangolo scaleno: uero è che nõ potria esser equilatero, (la causa di questo per le cose dette non la posso assignare, ma in quelle che si ha da dir nella penultima del primo, serà manifesta.) Anchora il triangolo ambligonio può esser di dui lati equali, etiam di tre lati inequali, dicho dando anchora a lui il nome secondo la prima diuisione, potria essere pur triangolo isocele, & similmente scaleno, uero è che'l non può esser equilatero. Similmente il triangolo exigonio può esser di tre lati equali, etiam di dui lati solamente equali, ouero di tre lati pur inequali: per laqual cosa segnita che il detto triangolo secondo la prima diuisione potria esser equali, etiam isocelo, & similmente scaleno. E però bisogna auertire in queste varie specie di nomi, perche alle volte un triangolo può esser chiamato per dui nomi, secõdo le dette due diuisioni, & questo basta per la declaratione delle specie delle figure di tre lati.





Diffinitione 21.

21.22 30.31 32.33 Ma delle figure di quattro lati una è detta quadrato, ilqual quadrato è de lati equali, & de angoli retti: l'altra è detta rettragono longo, & questa è una figura rettangola, ma non è equilatera: l'altra è detta, helmuaym, ouero rhombo, laquale è equilatera, ma non è rettangola: l'altra è detta simile helmuaym, ouero rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste, sono chiamate, helmuariphe, ouero, trapezzie.



Il Traduttore.

Nella presente diffinitione l'Autore ci da a cognoscer qualmente le specie regolar delle figure quadrilatere sono quattro: una delle quali è detta quadrato, & questo è quello, che ha tutti li suoi quattro lati equali, et tutti li suoi angoli retti (come appar per esempio nella figura .A.) l'altra è detta rettragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadro, ma non è equilatera, anzi è piu longa, che larga, alla similitudine della figura



gura. B. l'altra, è chiamata helmuaym, ouero rhombo, e questa figura ha per li Lati



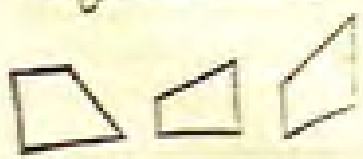
equali, come il quadro, ma nō ha li angoli retti, anzi ha dui angoli ottusi, & dui acuti (come per esempio appare nella figura c.d.e.f.) della quale li dui angoli contraposti c. & e. sono ottusi, & li altri dui contrapositi d. & f. sono acuti: la quarta è detta similе helmuaym, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi, equali, & similmente li angoli oppositi equali, nientedimeno quella non ha tutti li Lati equali nelli angoli retti, come per esempio appare nella figura. g. h. i. K. della quale li dui Lati oppositi. g. i. & h. K. sono equali, & similmente li dui. g. h. & i. K. & similmente li dui angoli oppositi. h. i. sono equali. & similmente li altri dui. g. K. sono pur equali, nientedimeno tal figura nō è equilatera, ne rectāgola, anzi ciascaduno delli dui Lati. g. i. & h. K. sono maggiori di ciascaduno delli altri dui. g. h. & i. K. & similmente li dui angoli i. & h. sono ottusi, & li dui. g. & K. sono acuti. Et perche altra queste quattro specie di figure de quattro lati, denominate di sopra, ce ne son molte altre (come appare qui,) nientedimeno l'Autor dice, che tutte le altre, (eccetto che le quattro specie esemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, ouero trapezzie.



Diffinitione 22.

Le linee equidistante, ouero parallele sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se siano protratte in infinito.

Figure helmuariphe



ouero trapezie



Il Traduttore.

L'Autore ci diffinisce le linee equidistante, ouero parallele sotto di due conditioni. La prima è, che siano in una medesima superficie, & non in diverse. La seconda è, che slongando quelle nell'una & l'altra parte in infinito non concorrino insieme: però qualunque due linee mancarano in alcuna di queste due conditioni, non se intende che siano parallele, ouer equidistante: esempli gratia, se fosse una linea fissa per la superficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamente con un capo sopra detta superficie e l'altra elevata fusso in aere,

senza dubbio queste linee haueriano questa condizione, che dilongandole in atto, ouero con la mente in infinito dall'una e l'altra parte, non cõcorreriano insieme: tamen per questo non se intenderia, che quelle fussero equidistante, perche seriano in superficie diuerse. Similmente se in una medesima superficie seranno due linee, come (exempli gratia) le due linee a.b. & c.d. disposte nella superficie del margine, lequali perche protratte quelle dalla parte a. & c. si vede euidentemente che concorreriano insieme, però non se intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie. Ma se quelle seranno in una medesima superficie, cosi condizionatamente che dilongandole dall'una e l'altra parte in infinito non habbiano ad incontrarsi insieme quelle se intenderanno esser equidistanti, ouero parallele, come per exempio appare nelle due linee e.f. & g.h. lequale euidentemente si vede che protrahendole, ouero dilongandole da qual parte si voglia, non concorreriano, ouero non se incontrariano mai insieme, & però se intenderanno essere linee equidistanti, ouero parallele: & cosi (hauendo sofficientemente detto) faremo fine alle diffinitioni di questo primo libro.



Il Traduttore.

Inanti che procediamo piu oltra, bisogna notare, che li primi principij di ciascuna scientia non si cognoscono per demostratione: ne etiam alcuna scientia è tenuta a prouar li suoi primi principij, perche bisogneria proceder in infinito. Ma quelli tali principij si cognoscono per intelletto, mediante il senso, e però il principio di ogni nostra cognitione incomincia dal senso. Perliche sono supposti nella scientia, et con quelli se dimostra, & sostenta tutta la scientia: & sono detti principij di quella scientia, perche prouano altri, & non essere possono prouati da altri in quella scientia: & questi primi principij delle scientie alcuni li chiamano petitioni, & alcuni dicono dignità, ouero suppositioni. Dico adunque che li primi principij che si suppongano in questa scientia ouero disciplina Geometrica, sono quindeci, delli quali sei sono proprij, cioè, che si conuengono solamente alla Geometrica, & non sono communi, cioè che si conuengono a diuerse altre scientie. Et perche la intentione dello Autthore è di voler disputare questa scientia Geometrica, & quella sostentare con demostrationi: Onde per proceder rettamente, egli primamente adimanda che gli sia concesso li detti suo proprij principij, liquali (come è detto) sono sei (come nel processo vederà) & per questo se chiamano petitioni: & chiunque negasse quelle sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica ne con quello occorreria a disputarla altramente, ma li altri nove (per essere cose notissime etiam concesse, & supposte in altre scientie) egli li volse chiamare communi conceptioni, ouero communi sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

1 1 Adimandiamo che ce sia concesso, che da qualunque ponto in qualunque ponto si possi condurre una linea retta.

Lo

Il Tradottore.

Lo Autchore in questa prima petitione adimanda, che gli sia cõ



cesso, che da un punto ad un'altro si possa menare, overo tirare una linea retta, come seria a dire dal punto .a. al punto .b. laqual petitione, per essere all'intelletto manifesto, non si può negare: vero è che alcuno potria dire, che a voler esequire tal cosa attualmente in materia non è molto facile, perche si vede che per far più giustamente tale effetto, egli è stato necessario all'operante ritrouare cautella, non solamente per tirare una linea da un punto a un'altro di grã dissima distantia, cioè, una linea retta di grandissima longhezza, ma ancora per tirarne overo designarne una, che sia longa solamente uno, over dui palmi. Et che sia il vero, si sa che commumente per tirar, over designare dette linee di poca longhezza, si costuma prima di farsi fare una listetta di legno, overo di alcuno metallo più piana & retta che sia possibile, & secondo l'ordine di quella tirar le dette linee rette da un punto ad un'altro, secondo le sue occorrentie, laquale listetta alcuni chiamano Rega, & alcuni altri Regola, laqual rega, over regola, essendo perfettamente giusta, per più giustamente tirarà le dette linee rette, douendo che la superficie della materia dove se tirano sia perfettamente piana, e che gli sia anchora diligentissimo nell'operare: lequal cose non è molto facile accordarle, cioè, che la regola sia perfettamente piana, & retta, & che la superficie della materia dove si tirano similter perfettamente piana, & che l'operante usi tutta quella perfetta diligentia, che si possa usare. Similmente per tirare, over designar le linee di molta longhezza si costuma di tuore una corda sottile longa a sufficientia, & imbratta quella con una spongia infusa in certa acqua tinta commumente d'un colore rosso, & egli insieme con un compagno tirano la detta corda, & ciascaduno di loro con una mano la firmano uno delli dui ponti dove desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dapoi l'uno di loro con l'altra mano tira, & marca sforzatamente la detta corda rettamente in aere, dapoi la lascia scorrere, et quella percuotendo nella superficie di quella materia, dove si ritroua, ni lascia la linea segnata di quel suo liquore, e perche la detta corda si solena antiquamente far de lino, dicono li Grammatici che da quella è derivato quel nome linea, laqual linea talmẽte fatta, douendo esser perfettamente retta, bisogna accordar più cose, non molto facile, lequal per brevità lascio, perche ciascuno per le cose dette le può considerar da se medesimo.

Hor cerco a tutti questi dubbij io rispondo, & dico, che egli è vero, anzi dico che per tal conse niuna operatione fatta in materia (come fu detto in principio del Problemio (può esser così giusta, & precisa, che non possa esser sempre più giusta, e più precisa: nientedimeno considerato tal atto operativo fuor di tutti gli impedimenti della materia (come fa il mathematico) tale petitione non si può negare, ne il nostro intelletto può dubitare di questo. Perilche bisogna notare (come più volte ho detto) qualmente tutta la scientia, overo disciplina Geometrica si divide in due parti, cioè, activa, overo operativa, & in contemplativa, overo speculativa, e però parte di que

sti

gli primi principij indemostrabili si suppongon per la parte operatiua, & parte per la speculatiua, quelli che si suppongon per la parte operatiua sono solamente tre, cioè, questa & le due seguenti petitioni, tutti li altri si suppongono per la parte speculatiua. Dico adonque che questa prima petitione viene ad esser il principio della parte operatiua. E chi negasse questa insieme con le due seguenti seria negata tutta la parte operatiua, ma concedendo questa insieme cō le due seguente niuno altro atto operatiuo si potrà negare, perche tutti si dimostreranno euidentemente. Seguita adonque che in questi tre primi principij operatiui consista tutta la sostantia del nostro bene & mal operare nelle operationi Geometrice, e pero quanto piu l'operante usarà diligentia in ciascuno di quelli, cioè, di mandarli piu giustamente a esecutione, che sia possibile, operando in materia, tanto piu l'opere sue si troueranno essere al senso giuste & precise secondo la sua intentione, e per il contrario, quanto piu errerà in ciascun delli detti tre atti, tanto piu l'opre sue si representeranno al senso imperfette & false secondo la sua intentione, & pero in queste tre cose bisogna usi tutta la sua diligentia nelle sue meccanice operationi.

Petitione 2.

1/2 Anchora adimandiamo che ci sia concesso, che si possi slongare una retta linea terminata directamente in continuo quanto ne pare.

Il Traduttore.

In questa seconda petitione, aspettante alla parte operatiua, l'Author dimanda che gli sia concesso che si possi slōgar qualunque linea retta terminata directamente, cioè in continuo, quāto ci pare, come esempli gratia, se fusse la linea a. b. & che ci occorresse a douerla slongare directamente in longo uerso. c. ouer uerso. d. assai o poco, secondo l'occorrentia, l'Author dimanda che gli sia concesso che si possa fare, perche se l'auersario uolesse negar questo atto, non seria possibile a dimostrarlo con ragioni sfratte: Ma perche la esperientia sensibile ce lo fa manifesto, tal petitione nō si puo negar, ne il nostro intelletto puo dubitar di questo uero è che l'auersario potria addurni dubbio, si come nella precedente: niente dimeno tal dubbio si risoluera, come quello della precedente, cioè pigliando tale atto libero da tutti li impedimenti della materia, come fa il matematico.



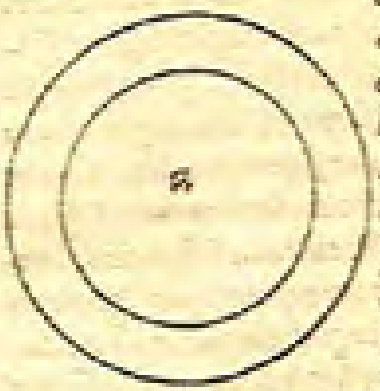
Petitione 3.

2/3 Anchora adimandiamo che ce sia concesso, che sopra a qualunque centro ne piace puotiamo designare un cerchio di che grandezza ci pare.

Il Traduttore.

In questa terza petitione l'Author dimanda che gli sia etiam concesso di poter designar un cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a qual punto, ouer centro

tro li pare, esempli gratia, occorrendoli a dover designar, over descriuere un cer-



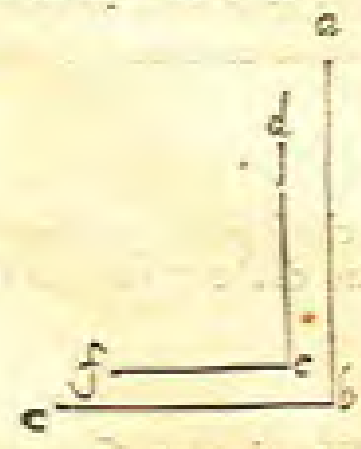
chio, di qual si voglia terminata grandezza, sopra a qual si voglia ponto, come seria a dar sopra il ponto .a. et che l'auersario gli volesse negar tal cosa, non seria possibile a poter dimostrare tal possibilità, con argomenti astratti, ma perche l'operante (nelle descritioni piccole) con l'istromento del compasso, sensibilmente lo fa manifesto, (e similmente nelle descritioni grande) con una corda, longa a sofficienza, fissando un capo sopra un pōto centrale, e con l'altro, colligato con qualche ferro appuntito, over con qualche altra materia seguāte, girante atorno atorno la condusse a perfettione, tal petitione non è da negar, anzi è che l'auersario (parlando naturalmente) si potria adderre dubbij assai, se come nelle due passate, & arguir esser impossibile a descriuer un perfetto cerchio, niendimeno tal si se risolueno, come quelli della prima petitione; cioè sumendo tal assioma, secondo la consideratione mathematica e non naturale, il che facendo serà risolta ogni dubitatione.

Petitione 4.

3/4 Similmente adimandiamo, che ci sia concesso tutti li angoli retti esser fra loro equali.

Il Traduttore.

In questa quarta petitione anchor l'auttor dimanda che gli sia concesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laquel petitione a ciascun principiante, che nō habi alquanto practicato l'angolo retto parerà alquanto oscura da concedere; ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra, non negaranno che una squadra grande non sia bona per giustar una piccola, perche l'angolo retto non fa mutatione per la longhezza, ne per la corteza delle due linee che constituiscono, come essempli gratia, sia l'angolo .a.b.c. retto, e similmente l'angolo d.e.f. ma contenuto da



molto minor linee dell'angolo .a.b.c. come si vede de segnato hor dico che l'angolo .d.e.f. quātunque sia contenuto da minor linee di quello, che è l'angolo .a. b.c. è equale al detto angolo .a. b.c. cioè chi ponesse l'angolo .e. sopra l'angolo .b. giustando la linea .e.d. sopra la linea .a.b. dico che l'altra linea .e. f. si giusterà da se medesima sopra l'altra linea .c.b. e l'āgolo .d.e.f. si giustera, over equalera atorno atorno con l'angolo .a.b. c. & consequentemente, inquanto all'angolo seranno equali, perche se ben le linee .a. b. & b.c. son maggior delle linee .d.e. & .f. e. nemen quella applicatione non

diretta delle due linee grandi, e simile, et equale a quella delle due piccole, e questo

è quello

è quello che bisogna cèceder, perche non si potria dimostrar tal cosa, salvo che al sen-so, cioè con la esperientia in materia.

Petitione 5.

4/5 Adimandiamo etiam che ci sia concesso, che se una linea retta cascarà sopra due linee rette, & che duoi angoli da una parte siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio, protratte in quella medesima parte sia necessario congiongerli.



Il Tradottore.

In questa quinta petitione l'Autbor dimanda che gli sia anchor concesso, che se una linea retta cascarà sopra a due linee rette alla similitudine della linea a.b. sopra le due linee d.c. & e.f. & che duoi angoli da una medesima parte, come sarà li duoi angoli c.g.b. & e.b.g. del primo esempio, siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee protratte in quella medesima parte, cioè in la parte verso c. & e. dove sono li predetti angoli, sia necessario a tempo congiongersi insieme, come nel secondo esempio appare in pocо. La qual cosa in vero al senso, overo alla esperientia è manifesta, ne etiam lo intelletto può dubitar di questo, perilche non è da negar tal petitione.



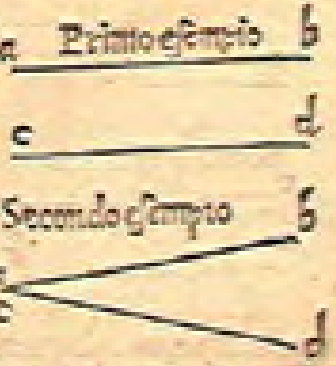
Petitione. 6.

5/15 Similmente adimandiamo che ci sia concesso due linee rette non chiudere alcuna superficie.

Il Tradottore.

In questa ultima petitione l'Autbor anchora adimanda, che gli sia concesso, che due linee rette non si debbano alcuna superficie: exempli gratia: siano le due linee rette a.b. & c.d. (come nel primo esempio appare) bene dico che con queste due linee sole non si potrà chiuder alcuna superficie, cioè, chi con la mente ponesse il punto a. sopra il punto c. (come nel secondo esempio appare) & stringer poi, over menare il punto b. verso il punto d. talmente che se la linea a.b. sarà equale alla c.d. si congiongano insieme (come nel terzo esempio appare) all'hora tutta la linea a.b. toccarà universalmente con ogni sua parte l'altra linea c.d. & fra l'una e l'altra non serrerà alcun

Cõfutatione di quelli che dicono che due linee rette possono serrar una superficie.



Terzo esempio



alcun spacio, ouero superficie, immo che ambedue le dette linee seranno ridotte in una linea sola (come all'intelletto si può facilmente comprendere, etiam vedere nel detto terzo esempio) & questo è quello che l'Autore domanda in questa ultima petitione: & così saremo fuor delle petitioni, lequale io non so da negare: & chi le negasse (come fu detto in principio) negaria tutta la scientia: & con qual tale, che le negasse non seria da disputare.

Questa ultima petitione nella seconda traduttione è posta nelle communi sententie, & è l'ultima di quelle: ma secondo il mio giudicio quiui mi par essere più suo conueniente luoco.

Il Traduttore.

Seguitano le nouue concettioni dell'animo, ouero le communi sententie.

Communi sententie.

Prima.

1/1 Quelle cose che à una medesima cosa sono equali, fra loro sono equali.

Il Traduttore.



Esempli gratia: Se per caso la linea a. fusse equale alla linea c. & che similmente la linea b. fusse per equale alla medesima linea c. si concluderia che per communa sententia la linea a. seria similmente equale alla linea b. perche ogni communa intelletto affermerà questo, ne il nostro intelletto può credere altramente, & per questo si chiama communa sententia: il medesimo se intende nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Seconda.

2/2 *Primo esempio.*



Et se à cose equal fiano aggionte cose equali, tutte le somme seranno equali.

Il Traduttore.

Secondo esempio



Esempli gratia: se per caso fussero le due linee a. b. & c. d. equal fra loro, & che alla linea a. b. aggiongessimo la linea b. e. & similmente alla linea d. c. (come nel secondo esempio appare) et che la linea b. e fusse equale alla linea d. f. si cõcluderia, che per communa concettione, ouer sententia, tutta la linea a. e. seria similmente equale a tutta la linea c. f. perche in vero niun sano intelletto può dubitar di questo; il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

Terza.

Terza.

3 Et se da cose equali seranno tolte cose equali, quelle cose, che resteranno, seranno equali.

Il Tradottore.

Questa è il conuerso della precedente: esempli gratia: se per caso le due linee. a.e. & c.f. fussero equali fra loro: & che da quelle ne fussero tolte, ouero cauate le due parti b.e. & d.f. & che quelle fussero equali, si concluderia, per commune concettione, li duoi rimanenti, cioe, a.b. & c.d. essere fra loro equali: perche su uero niuno sene intelletto potrà credere il contrario: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

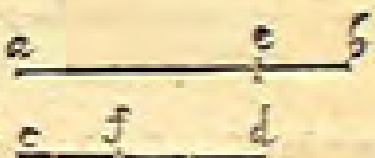


Quarta.

4 Et se da cose non equali tu leuarai cose equali, li rimanenti seranno
5 inequali.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se fussero le due linee. a.b. & c.d. & che la.a.b. fusse maggiore della.c.d. & che si leuasse dalla linea. a.b. la parte.e.b. & della.c.d. la parte.f.d. equal parti fussero equali fra loro, si concluderia per commune sententia, che li duoi residui, cioè. a.e. & c.f. fussero inequali, cioè, che l residuo. a.e. fusse maggiore del residuo c.f. perche, il nostro intelletto non può dubitare di questo; il medesimo seguiterà nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Quinta.

5 Et se a cose inegual tu aggiongerai cose equali, li resultanti seranno
4 inequali.

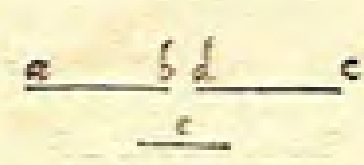
Il Tradottore.

Per esemplificare questa, torremo la figura della precedente, per essere il conuerso di quella: esempli gratia: se fussero le due linee. a.e. & c.f. inequali, cioe, che la.a.e. fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiongessi le parti e.b. & f.d. lequal parte fussero equali fra loro, si concluderia per commune scientia, li duoi residui cioè tutta la.a.b. & tutta la.c.d. essere fra loro inequali, cioè, la.a.b. essere maggiore della c.d. perche, il nostro intelletto non può dubitare di questo, il medesimo si concluderà nelle Superficie, Angoli, Corpi, & Numeri, &c.

Sesta.

6/6 Se due cose seranno doppie a una medesima cosa, quelle medesime seranno fra loro equali.

Il Traduttore.



Esempio: Se per caso la linea.a.b. fusse doppia alla linea.c. & che similmente la linea.d.e. fusse par doppia alla medesma linea.c. si concluderia per commune opinione, over sententia le due linee.a.b. & d.e. esser fra loro equale: perche, in vero niun sano intelletto dubiterà di questo: il medesmo si concluderia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Settima.

7/7 Se seranno due cose dellequale una e l'altra sia la mettà di una medesima cosa una e l'altra di quelle serà equale all'altra.

Il Traduttore.

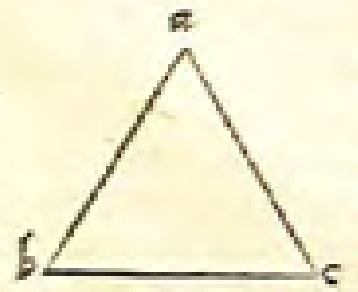


Esempio: Se per caso la linea.a. fusse la mettà della linea.c.d. & che similmente la linea.b. fusse par la mettà della medesma linea.e.d. si concluderia, per commune concettione, che la linea.a. fusse equale alla linea.b. perche niuno sano intelletto negarà questo: il medesmo seguira nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottaua.

8/8 Se alcuna cosa sia posta sopra a un'altra, e serà applicata a quella, che l'una non ecceda l'altra, quelle seranno fra loro equali.

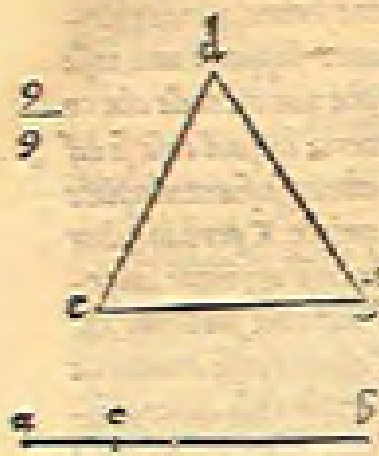
Il Traduttore.



Esempli gratia: Se fussero li dui triangoli.a.b.c. et d.e.f. di tal condizione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si conuenissero talmente insieme, che uno non eccedesse l'altro in parte alcuna, cioè, che giustasse l'angolo.a. sopra lo angolo.d. & l'angolo.c. si giustasse, ouero conuenisse sopra l'angolo.f. & similmente la linea.a.c. sopra la linea.d.f. e la linea.a.b. sopra la linea.d.e. e la linea.b.c. sopra la linea.e.f. si concluderia per cõmune sententia questi dui triangoli fussero fra loro equali: il medesmo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale; & similmente di due linee, cioè, quando si giustasse una linea so-

pra un'altra, & che si conuenissero talmente insieme, che l'una non eccedesse l'altra dalli capi, ne dalle bande: si concluderia pur per commune sententia che fussero equali, perche il nostro intelletto non potria creder altramente.

Nona.



Ogni tutto è maggiore della sua parte.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se dalla linea a.b. se ne tagliasse una parte, come seria a dire la b. c. si concluderia per commune sententia, che la detta parte b.c. fusse minore del tutto, cioè, di tutta la linea a.b. il medesimo si cõcluderia in ogni altra parte maggiore, ouero minore, & in ogni altra specie di quantità, cioè, in Superficie, Corpi, & Numeri, & similmente nelli Angoli &c.

Altre concettioni, ouero communi sententie aggiunte dal Campano.

Ma egliè da notare che oltra queste commune concettioni dell'animo, ouero sententie, Euclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprehensibili, delequal questa ne è una.

Se due quantità equali seranno comparate a qual si voglia terza del medesimo genere, insieme seranno ambedue di quella terza, ouer equalmente maggiore, ouer equalmente minore: ouer insieme equale.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se le due linee a. & b. fussero equali fra loro, & che ambedue fussero comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla c. dice che per commune scientia si concluderia, che ambedue quelle (cioè a. et b.) fussero ouero equalmente maggiori della detta linea c. ouer equalmente minori, ouer che tutte tre fussero equali.

a b c

Ancora un'altra.

Quanta è alcuna quantità a qual si voglia altra del medesimo genere, tanta può esser qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere nelle quantità continue, questo sempre falsamente è uero, ouero se le antecedenti seranno maggiori di consequenti, ouero minori, perche la magnitudine, cioè, la quantità continua discresce in infinito, ma nelli numeri non è cosi, ma se il primo sera submultiplice del

secondo, sera qual si voglia terzo equalmente submultiplice di alcuno quarto: perche il numero cresce in infinito, si come la magnitudine discresce in infinito.

Il Traduttore.

Certamente il Campano, nell'aggionger questa soprascritta seconda concettione, si è dimostrato di poco giudicio, à voler che un principiante suppona una cosa che non sa, ne è capace a saper che cosa la sia per fin a tanto che non intende che cosa sia a dire esser una quantità ad un'altra del medesimo genere; laqual cosa si diffinisce nella terza diffinition del quinto libro: e similmente, che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisce nella seconda diffinition del detto quinto. E però io essorto ogni studente, che non perda tempo in voler intender queste cose aggionte, impero che la maggior parte sono cose frette, e che confondon l'intelletto del studente, & interrompon l'ordine dell'Autthore, il qual è di non parlar d'alcuna cosa avanti la diffinitione di quella (come usual il debito) similmente di non metter cosa alcuna superflua, cioè, che non sia bisognevole in alcuna altra cosa nell'opera sua, e similmente di non essere diminuto, & se per in alcun luoco parerà che sia stato diminuto, la causa era processa dalli Scrittori & Copisti che hanno intercisciato, et trasportato molte sue diffinitioni et propositioni, come in questa nostra traduttione (causa delle due traduttioni) procedendo si potrà vedere, Autthore è suo costume di arguire in ogni sua dimostratione con le cose passate, & non con quelle, che hanno da venire (come usual il debito) perche in vero delle cose che hanno da venire si debbe presupponere che il studente non habbia notitia alcuna: laqual cosa non è stata considerata dal Campano.

Hor per far fine a quelli primi principij della scientia Geometrica, liquali si cognoscon (come è detto) per l'intelletto, mediante il senso, e non per dimostratione, & venir a quelle cose, che si cognoscon per dimostrationi. Bisogna notar qualmente in più modi si dice l'huomo saper una cosa: perche alcuna volta diciamo saper quelle cose, dellequal n'habbiamo certezza semplicemente per alcuni di nostri cinque sensi: essempli gratia; se io sento uno a cantare io dirò ch'io so che colui canta: & se io vedo uno che corra, io dirò che io so che colui corre, & s'io tocco una cosa dura, over molle calda, over fredda, io dirò ch'io so che quella cosa è dura, over molle, calda over fredda, e similmente s'io gusto una cosa dolce, over garba, io dirò, ch'io so che quella cosa è dolce, over garba, e similmente s'io odoro una cosa odorifera, è puzzolente, io dirò ch'io so che quella cosa è odorifera, over puzzolente: alcuna volta siamo certi d'alcuna cosa per lunga esperienza, perilqual modo cognosciamo le cose medicinali, e questo anchor diciamo saper. Alcuna volta diciamo saper quelle cose, dellequal n'habbiamo certezza per intelletto: talmente che l'intelletto nostro non può credere il contrario: & questi sono li primi principij delle scientie liquali, conoscuti li lor termini immediate sono conoscintie essempli gratia: se alcuno cognosce che cosa sia il tutto, et che cosa sia la parte, egli non può dubitare che ogni tutto non sia maggiore della sua parte: il medesimo seguita in tutti li altri: niente dimeno il proprio sapere (come afferma Aristotele nel primo della Posteriora) non è altro, che a intendere per dimostrationi:

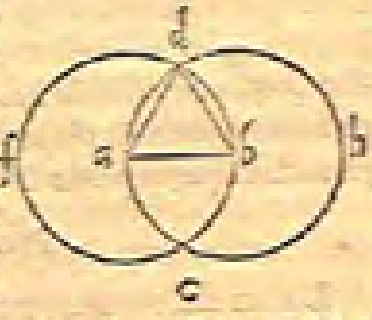
Si conoscie le cose medicinale e ancora le morale.

mostratione: e però propriamente di quelle cose che intendiamo per demostratione, siamo detti haver la scientia: & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifestamente, si potrà vedere.

Problema prima. Propositione prima.

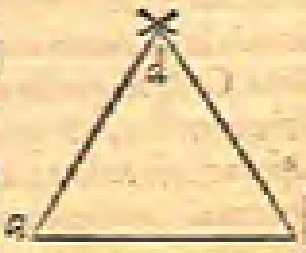
I. Possiamo sopra una data retta linea costituir un triangolo equilatero.

Sia la data retta linea a.b. voglio sopra di questa constituir uno triangolo equilatero, & per esequir tal cosa, io porrò il piede immobile del mio compasso, ouer sia, sopra l'uno delle estremità della linea, cioè, in ponto a. & l'altro piede mobile io allargerò insino all'altra estremità, cioè, al ponto b. & secondo la quantità di essa linea data per la terza petitione, descriverò il cerchio c.b.d. f. dapoi questo di nuouo farò essere l'altra estremità di essa linea, cioè, il ponto b. & per la medesima petitione (secondo la quantità della medesima linea) descriverò il cerchio c.a.d.b. li quali cerchi se interseccarano fra loro in duoi ponti, liquali sono c. & d. & l'uno de detti (poniamo il ponto d.) continuerò con ambedue le estremità della data linea, tirando per la prima petitione le due linee d.a.b, & d.b, et così sarà constituido, il triangolo d.a.b. equal dico esser equilatero: perche, dal ponto a. ilqual è centro del cerchio c.b.d.f. sono tirate le linee a.d. & a.b. per insino alla circonferentia di quello, perilche seranno equal, per la diffinitione del cerchio, similmente anchora: perche, dal ponto b. che è centro del cerchio c.a.d.b. sono tirate le linee b.a. & b.d. per insino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra loro equale. Adonque perche l'una e l'altra delle due linee a. d. & b.d. è equale alla linea a.b: (come di sopra fu approuato) quelle medesime seranno anchora fra loro equal, per la prima concettione. Adonque sopra la data retta linea b abbiamo collocato un triangolo equilatero che è il proposito.



Il Tradottore.

Bisogna notar che quando occorresse di descrivere semplicemente il detto triangolo equilatero sopra una data retta linea, cioè, che nō fusse al bisogno a far la demostratione di tal operar, non è necessario di descriver integralmēte li detti duoi cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte doue fanno la intersecatione in ponto d. (come appare nella seconda figura) & dal detto ponto d. tirar le due linee. d.a. & d. b. & sera designato il detto triangolo: ma volendo dimostrar, & assignar la causa che quel sia equilatero egli necessario a compire li detti duoi cerchi, & arguire come di sopra fu fatto: il medesimo si debbe intendere in molte delle seguente problema.

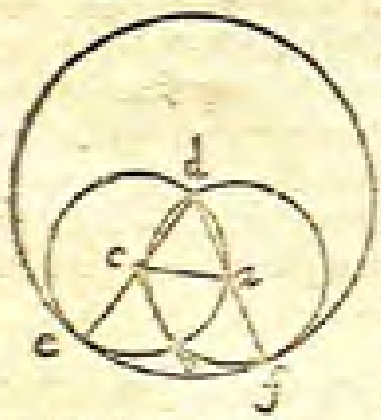


Il Traduttore.

Conseguentemente a questa propositione nella prima tradottione, gia fatto eggionto dal Campano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre due specie de triangoli, cioè, il triangolo di dui lati eguali, & quello di tre lati inequali: la qual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata, perche, chi ben considera l'ordine di Euclide (come di sopra fu detto) trouerà lui non hauer posto alcuna propositione in tutta l'Opra sua in vano cioè, che nō sia stata bisognevole nella construttione, ouero speculatione di qualche altra di quelle, che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua, done sia bisognevole tal propositione aggionta (massime per quel modo) si può dire lei esser cosa superflua, & fuor di proposito, perische la habbiamo lasciata, per non confonder il studente con tal propositione inutile. Et chi per volesse il modo di esseguir un tal Problema, la vigesima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dimostra.

Problema. 2. Propositione. 2.

Da un dato ponto posiamo condurre una linea retta equale a qualunque proposta retta linea.



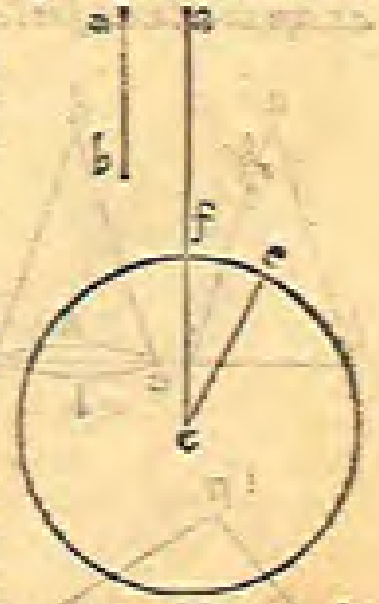
Sia il ponto dato. a. & la linea data. b.c. voglio dal ponto. a. condurre una linea retta equale alla linea. b.c. (ascolti in qual parte si voglia.) per far adonque questo congiongerò il ponto. a. con una delle due estremità della linea. c.b. (qual mi pare.) hor congiongasi il ponto. a. con la estremità. c. tirata la linea. a.c. sopra laqual linea c'sfurerò un triangolo equilatero (secondo la dottrina della precedente) il qual sia. a.c.d. et in quell'estremità della data linea, con laqual ho congionto il dato ponto, cioè, nella estremità. c. porerò il piede immobile del mio compasso, & descriuerò sopra di quello un cerchio secondo la quantità della data linea (il qual sia il cerchio. e.f.) & allongarò il lato del triangolo equilatero che è opposito al ponto dato, cioè, il lato. d.e. per il centro del cerchio descritto per insino alla circonferentia di quello: & sia tutta la linea così protratta. d.e. et secondo la quantità di quella sopra il centro. d. descriuerò un cerchio, il qual sia il cerchio. e.f. e dapoi questo allongarò il lato. d.a. per insino alla circonferentia di questo ultimo cerchio, & quello concorra nella circonferentia di quello in ponto. f. Dico adonque, che la linea. a.f. è equale alla. b.c. perche le due linee. b.c. & c.e. sono fra loro equale, perche nasco dal centro del cerchio. e.b. alla circonferentia di quello. Similmente ancora le due. d.f. & d.e. sono fra loro equale, perche etiam loro nasco dal centro del cerchio. e.f. alla circonferentia, & le due linee. d.a. et d.c. sono etiam equal, perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee. d.

a &

a.& d.e. seranno leuate via dalle due d.e.& d.f. che sono fra loro equali, li duoi residui, liquali sono a.f.& c.e. seranno ci ne equali (per la terza commune sententia.) Adonque perche l'una e l'altra delle due linee a.f.& c.b. è equale alla c.e. quelle medesime sono fra loro equal per laqual cosa dal ponto a habbiamo tirata la linea a.f. equale alla linea b.c. che è il proposito.

Il Tradottore.

Molti principianti, che anchora non sanno che cosa sia il procedere scientifico de mostrativo, quasi si scandalizzano di questa soprascritta propositione (per la sua bassezza) parendogli (come è il vero) potersi esseguire tal problema per piu corta via, cioè, pigliando diligentemente con un compasso la misura della data linea b.c. & con tale appritura di compasso assignarne un'altra di tal quantità, che termini nel detto ponto a. laqual cosa (per esser euidente al senso) pare a lui che non si debba, ne si possa negare. A questo se risponde, che egli il vero che tal conclusione, per esser euidente al senso in materia, mal si puo negare: niente dimeno tal operare non seria demostrativo, & l'Autthore è tenuto a demostrar ogni sua propositione, si operativa come speculativa, eccetuando le sei petitioni a lui concesse nel principio: Ma alcuno potria dir che l'Autthore haueria fatto meglio a poner tal propositione per principio, ouero per petitione che per propositione: perche, se vero questa non è meno euidente, ouero concessibile: che il tirar una linea retta da un ponto a un'altro, ouero il slongar una data linea terminata. Circa a quest'altra particularità rispondo, che l'Autthore non ha adimandato la concessione delle sei petitioni per esser co se euidenti, ouero facili da conceder, anzi egli l'ha adimandata per esser impossibile a dimostrar alcuna di quelle: & quando egli hauesse possuto trouar modo de dimostrar alcuna di quelle, egli nō haueria posta quella tale per principio, ne adimādato che gli fusse concessa, anzi egli la haueria posta per propositione, et quella dimostrata si come ha fatto di questa soprascritta: essendo adonque la soprascritta demostrabile (come di sopra appare) vergogna seria stata all'Autthore haverla posta per petitione.



Problema. 3. Propositione. 3.

3 / 3 Proposte due linee rette inequal, dalla piu longa di quelle possiamo tagliarne una parte equale alla minore.

Sieno le due linee a.b.& c.d. inequali, & sia la a.b minore, voglio dalla c.d. tagliarne una parte che sia equale alla a.b. & per far questo, dal ponto c. tiro una linea equale alla a.b. (secondo che se insegna la precedente,) laqual sia la c.e. farò adonque il ponto c. centro, et descriuerò un cerchio secondo la quantità della

c.e.

e.e.lequal segarà la linea.c.d.in pũto.f.dico adũque che la linea.c.f.sera equale alla linea.c.e. perche, ambedue vengono, dal centro.e. alla circunferentia del medesimo cerchio: e perche una e l'altra delle due linee.a.b.e f.e.sono equal alla linea.c.e.quelle medesime seranno fra loro equal, che è il proposito.

Il Traduttore.

Similmente di questa sopradritta propositione si come della passata, molti si sono scandalizzare per le medesime ragioni della passata, perche in vero questa nõ è altro che il conuerso della seconda petitione, laquale dimanda che sia concesso che si possa slongare una data linea retta terminata direttamente in longo quanto me pare: onde ad alcuno parerà che l'Autthore potena similmente poner la sopradritta per petitione, cioè, adimandar che fusse concesso che de una data linea retta terminata se ne potesse taglar quanto ci pare. Cerca à questo rispondo, che la detta seconda petitione è indimostrabile: e la sopradritta è dimostrabile, e però non gouena seria stata all'Autthore a poner tal propositione per cosa indimostrabile, essendo dimostrabile: però niuno si debbe scandalizare di tali basse propositione: perche, con queste cose basse, & note, se dimostrerà, poi le cose più alte, & manco note.

Theorema prima. Propositione. 4.

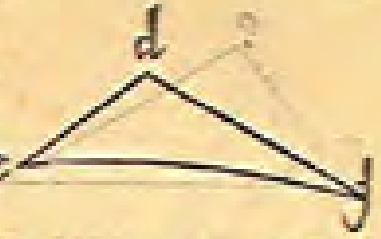
4/4 De ogni duoi triãgoli, deliquali li duoi lati dell'uno serãno equal alli duoi lati dell'altro: e li duoi angoli di quelli, contenuti da quelli lati equali, seranno equali l'uno all'altro: Anchora le base di quelli seranno equal: & li altri angoli dell'uno alli altri angoli dell'altro: & tutto il triangolo a tutto il triangolo sera equale.

Siano li duoi triãgoli.a.b.c.et.d.e.f.et sia il lato a.b.equale al lato.d.e. & il lato a.c.equale al lato.d.f.et l'ãgolo.a.equal all'ãgolo.d.hor dico che la base.b.c.e equal all'angolo.f.laqual cosa si approba mettẽdo, mẽtalmente il triãgolo.a.b.c.sopra al triãgolo.d.e.f.talmente che l'angolo.a.cosi sopra all'angolo.d.et il lato.a.b.sopra il lato.d.e.& il lato.a.c.sopra il lato.d.f.& per il conuerso modo della penultima cõcettione, è manifesto, che nel angoli, ne etiam li lati si eccederanno fra loro, perche l'angolo.a.e equale all'angolo.d.& li lati sopra posti sono equali a quelli doue sono sopra posti, dal presupposito. Adonque li duoi punti.b. & c.cadeno sopra li duoi punti.e. & f. Se adonque la linea.b.c.cade sopra la linea.e.f.è manifesto il proposito, perche quando la linea.b.c.sia posta sopra alla linea.e.f.& che la non ecceda la detta linea.e.f.ne che etiam lei sia eccedura da quella, per la penultima concettione, e equale a quella, & per la medesima ragione l'angolo.b.sera è equale all'



l'angolo.

l'angolo.e.& l'angolo.c. all'angolo.f.& tutto il triangolo a tutto il triangolo. Ma se la linea.b.c. per lo auer fatto,non cade sopra la linea.e.f.necessariamente cade ra auer di dentro del triangolo(si come fa la linea.e.g.f.) auer auerte fuora del detto triangolo, secondo che fa la linea.e.b.f. dche essendo, due linee rette chiuderiano superficie: laqual cosa è contra l'ultima petitione. Adonque gl'è necessario che la linea.b.c.cada precisè sopra la.e.f. perilche seguita il proposito.



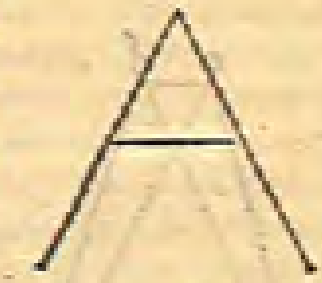
Il Tradottore.

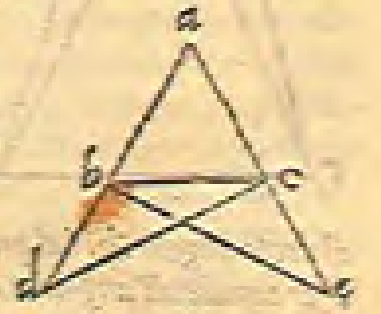
Bisogna notare, che ogni Lato d'uno triangolo puo essere detto basa di quello triangolo.

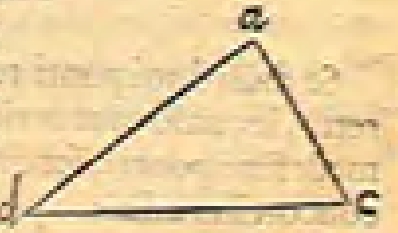
Theorema.2. Propositione.5.

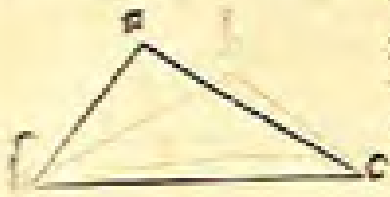
5 Li angoli che sono sopra la basa,de ogni triangolo de duoi lati equali, è necessario esser fra loro equali,& se li duoi lati equali siano protratti directamente, saranno anchora sotto alla basa duoi angoli fra loro equali.

Sia il triangolo.a. b.c. delquale il lato.a.b. sia equale al lato.a.c.dico che l'angolo a.b.c.è equale all'angolo.a.c.b. & s'el sera protratti, auer slongati li detti duoi lati,poniamo per fina al.d.& e.farà ancora l'angolo.d. b.c. equale all'angolo.e.c.b. laqual cosa se approua in questo modo. Protratte che sia li duoi lati.a.b. & a.c. per la terza propositione,farò la linea.a.d.equale alla linea.a.e. & tirarò le due linee.e.b.& d.c. & intenderò li duoi triangoli.a.b.c.& a.c.d.liquali io approuarò essere equali, & equilateri, & equiangoli,cioè, che li lati dell'uno son equali alli lati dell'altro, ciascaduno suo relatiuo,& similmente li angoli.Perche,li duoi lati.a.b. & a.e.del triangolo.a.b.c. sono equali alli duoi lati.a.c.& a.d. del triangolo.a.c.d.e l'angolo.a.è comune all'uno e l'altro. Adonque,per la precedente propositione la basa.b. e. è equale a la basa. c. d. & l'angolo.e. è equale all'angolo.d. & l'angolo.a.b. è equale all'angolo.a.c.d. Intendo anchora li duoi triangoli.d. b.c.& e.c.b.liquali similmente approuarò essere equilateri & equiangoli, Perche li duoi lati.d.b.& d.c.del triangolo.b.d.c.sono equali alli duoi lati.e.c.& e.d.del triangolo. e.b.c. & l'angolo.d. è equale all'angolo.e. Adonque, per la precedente, la basa dell'un serà equale alla basa dell'altro, & li altri duoi angoli dell'uno alli altri duoi angoli dell'altro, Adonque l'angolo.d.b. c.è equal





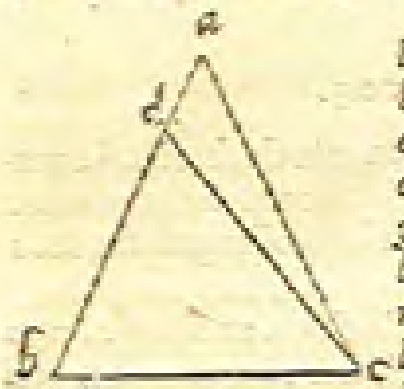




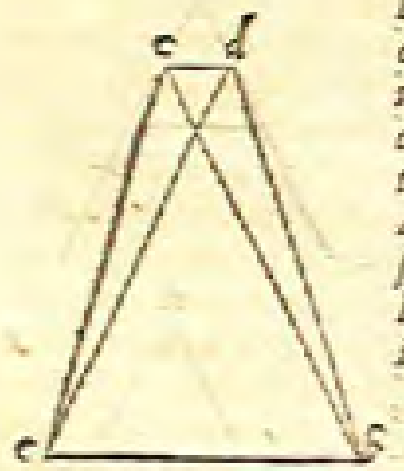
c.è equal all'angolo.a.c.b.& questo è il secondo propo-
sito, cioè, che li angoli, che sono sotto alla basa sono equa
li, & l'angolo b.c.d.è equale all'angolo.c.b.c. Ma per-
che tutto l'angolo.a.b.e.è equale all'angolo.a.c.d.(co
me di sopra fu approuato) adonque per la terza concet
tione, l'angolo.a.b.c.(residuo) è equale all'angolo.a.c.
b.(residuo) l'uno è l'altro di quelli è sopra la basa, che è il primo proposito.

Theorema.3. Propositione.6.

6/6 Se dui angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li dui lati rif-
guardante quelli angoli, saranno equali.



Questa è il conuerso della precedente in quanto al-
la prima parte di quella: perche essendo il triangolo.a.
b.c. del quale li dui angoli .b. & c. siano equali dico
che il lato.a.b.è equale al lato.a.c. Perche se non sono
equali, per l'aduersario, l'un di quelli necessita sia mag
gior dell'altro, hor poniamo, che possibile fusse, che il
lato.a.b. sia maggiore. Adonque dal lato.a.b. maggio
re me segaremo una parte alla equalità del minore, per
la terza propositione, videlicet che il superfino sia dal
la banda verso.a. hor sia resecato in punto.d. & sia la.
b.d. equale alla.a.c. & sia proueuta la linea.c.d. Inte-
do adonque li dui triangoli.a.b.c. & d.b.c. liquali pro
uerò esser equilateri & equiangoli. Perche li dui lati.
d.b. & b.c. del triangolo.d.b.c. sono equali alli dui la-
ti. a.c. & b.c. del triangolo a.b.c. e l'angolo.b.è equale
all'angolo.c. tocale per il presupposito: adonque la ba-
sa.d.c. è equale alla basa.b.a. & l'angolo.d.c.b.è equa
le all'angolo.a.c.b. cioè la parte è equale al tutto, che è
impossibile.

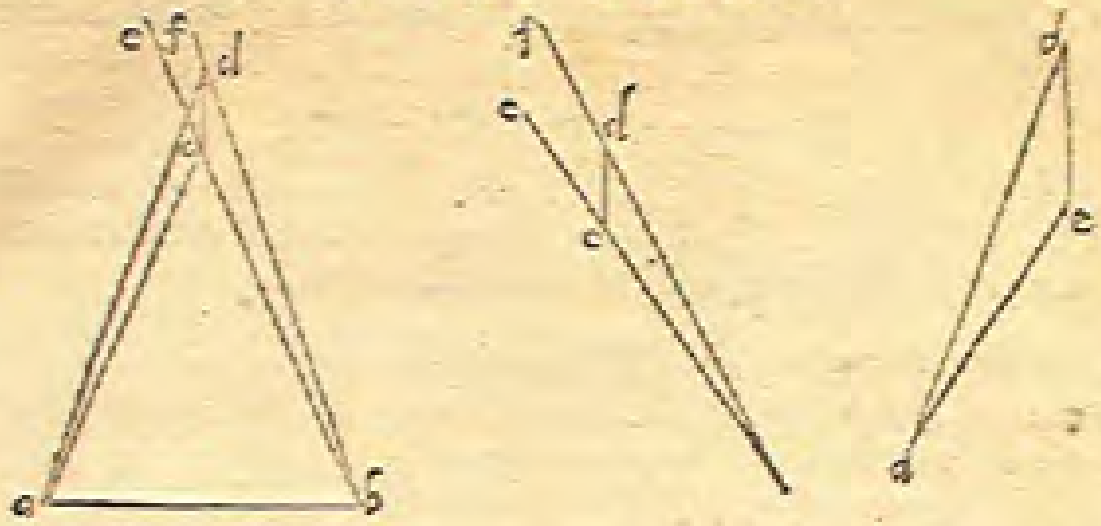


Il Traduttore.

Vera che l'angolo.d.c.b. seria a esser equale alla
angolo.b. ma perche l'angolo, a.c.b.è etiam lui equale
al detto angolo .b. dal presupposito seguita per commune sententia l'angolo.d.c.b.
esser equale all'angolo.a.c.b. la parte al tutto che è impossibile.

Theorema.4. Propositione.7.

7/7 Se dalli duoi ponti terminanti alcuna linea retta uscirãno due linee
rette, lequale concorrino a uno medesimo ponto è impolsibile dalli
medesimi ponti esser dutte altre linee equale alle sue conterminale che
concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.

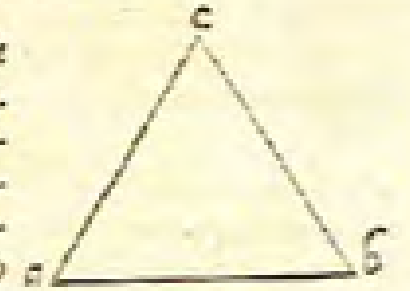


Sia la linea a.b. dalle estremità dellaqual siano protratte da una medesima parte due linee rette, lequale concorrino in uno medesimo ponto, come saria la linea a.c. & la b.c. lequale concorrano nel ponto c. Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremità due altre linee, lequale concorrino ad altro ponto che nel ponto c. dimente che quella laquale serà tirata dal ponto a. sia equale alla linea a.c. & quella che serà tirata dal ponto b. sia equale alla linea b.c. laqual cosa, sel fusse possibile, per l'adversario siano tirate due altre linee da quella medesima parte (cioè verso c.) lequale concorrino nel ponto d. & sia la linea a.d. equal alla a.c. e la linea b.d. equale alla linea b.c. Adonque, over che'l ponto cade dentro del triangolo, over de fora, perche non può caderne in l'uno & l'altro lato, perche all'hora la parte seria equale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, over l'una delle due linee a.d. e b.d. segarà l'una dell'altra due linee a.c. over b.c. overamente che ne l'una ne l'altra seranno segate ne dall'una ne dall'altra; hor poniamo che l'una delle due seghi l'altra delle altre due, come apar in la prima figura e sia protratta la linea c.d. Adonque pche li dui lati a.c. et a.d. del triangolo a.c.d. sono equali l'angolo a.c.d. serà equale all'angolo a.d.c. (per la quinta propositione) similmente perche nel triangolo b.c.d. li dui lati b.c. & b.d. sono equali li dui angoli b.c.d. & b.d.c. seranno similmente equali (per la medema propositione) & perche l'angolo b.d.c. e maggiore dell'angolo a.d.c. (sua parte) seguita che l'angolo b.c.d. sia maggiore dell'angolo a.c.d. donde che la parte seria maggiore del suo tutto laqual cosa è impossibile. Ma se'l ponto d. cade de fora del triangolo a.b.c. talmente che le linee non si seguino come nella seconda figura appare protrarò la linea d.c. & allongarò le due linee b.d. & b.c. sotto alla basa per fina al f. & al e. & perche le linee a.d. & a.c. son equale li dui angoli a.c.d. & a.d.c. seranno equali (per la quinta) similmente perche, la b.c. e la b.d. son equale li angoli che sono sotto alla basa (liquali sono c.d.f. & d.c.e.) seranno equali (per la secõda parte della medema quinta) adonque perche l'angolo e.c.d. e minor dell'angolo a.c.d. seguita che l'angolo f.d.c. sia minor dell'angolo a.d.c. laqual cosa è impossibile, cioè ch'el tutto sia minor della parte, & per il medesimo modo se

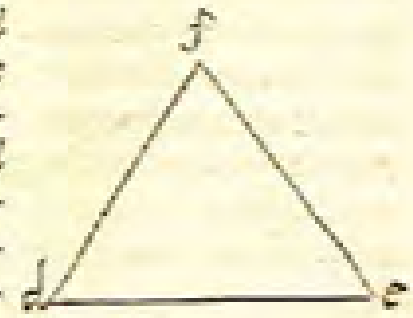
vedrà l'aduersario al inconueniente quando che'l ponto. d. cadesse destro del triangolo. a. b. c.

Theorema. 5. Propositione. 8.

8 De ogni dui triangoli delli quali li dui lati di l'uno siano equali alli 8 duoi l'altri dell'altro & la basa dell'uno sia equale alla basa di l'altro, li angoli contenuti dalli lati equali è necessario esser equali.



Siano li dui triangoli. a. b. c. d. e. f. e sia lo lato. a. c. equale allo lato. d. f. & lo. b. è equale allo. e. f. & la basa. a. b. equale alla basa. d. e. Dico che l'angolo. c. è equale all'angolo. f. e l'angolo. a. all'angolo. d. & l'angolo. b. all'angolo. e. & per dimostrar questo io porrò mentalmente la basa. a. b. sopra la basa. d. e. & perche sono equal niuna di quelle eccederà l'altra (per lo conuerso modo della penultima concettione) adonque uer che il ponto. c. cade sopra al ponto. f. ouer non, ma ponendo che al ge cada essendo adonque l'angolo. c. sopraposto all'angol. f. le due linee. a. c. & b. c. se conuegneranno sopra alle due. d. f. & e. f. per esser equale fra loro dal presupposito per lo conuerso modo della detta penultima concettione adonque perche l'angolo. c. non eccede ne si eccederà dall'angolo. f. sono fra loro equale. (per la medema concettione) similmente arguirai li altri angoli esser fra loro equali. Ma sel fusse possibile per l'aduersario che'l ponto. c. non cadisse sopra al ponto. f. ma in altro loco come seria dire nel ponto. g. hor perche la linea. a. c. (che seria a esser la. g. d.) è equale alla. d. f. & la linea. b. c. (che seria a esser la. e. g.) è equale alla linea. e. f. e quelle tirate da una medesima parte concorreno in dui diuersi punti cioè nel ponto. g. & nel ponto. f. la qual cosa è impossibile per la precedente, adonque per forza el ponto. c. cadera sopra al ponto. f. & l'angolo. c. conuegneranno sopra l'angolo. f. & similmente li altri dui angoli conuegneranno sopra al suo correspondente, adonque seranno equali per la penultima concettione che è il proposito.







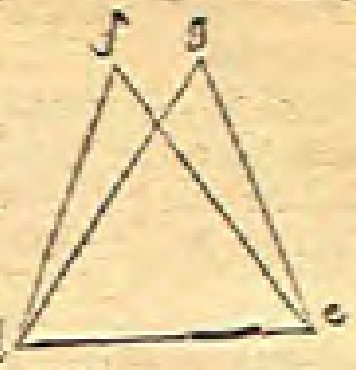


Problema. 4. Propositione. 9.

9 Vogliamo dividere uno dato angolo rettilineo in due parti equali. 9

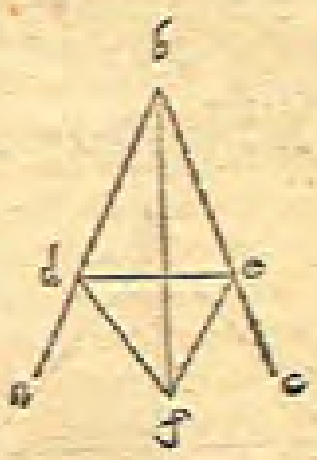
Sia el dato angolo che bisogna dividere l'angol. a. b. c. io tagliarò dalle due linee. a. b. & b. c. (che contengono el detto angolo) le due. b. d. & d. e. (per la terza propositione)

sitione) fra loro equale, & si produrò la linea.d.e. sopra di laquale, costituirò il triangolo.d.f.e.equilatero(per la prima propositione)et tirarò la linea.b.f.hor dico che quella divide il detto angolo dato in due parti equale, & per dimostrar questo intendo li dui triangoli.d.b.f. & .e.b.f. & perche li dui lati.b.d. & b.f.del triangolo.d.b.f. sono equali alli dui lati.b.e. & b.f.del triangolo.e.b.f.e la basa.d.f.alla basa.e.f.adonque(per la precedente) l'angolo.d.b.f.è equale all'angolo.e.b.f. che è il proposito.



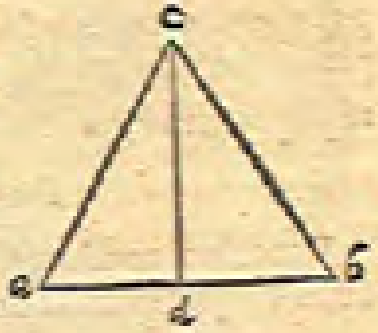
Il Tradottore.

In questa si come nella prima, bisogna notar che per dividere semplicemente il detto angolo.a.b.c in due parti equali, cioè non volendo far la demostration di tal operare nō è necessario a disegnare il triangolo.d.f.e. & manco a tirare la linea.d.e. ma basta solamente a trovar il punto.f. per mezzo della intersecatione delle circonferentie di dui cerchi(come sopra la prima propositione fu detto) & dapoi tirare la linea.b.f. & sarà eseguido tal problema, & cosi advertir si nelle altre che seguitano, perche molte cose se sa per poter far la demostratione.

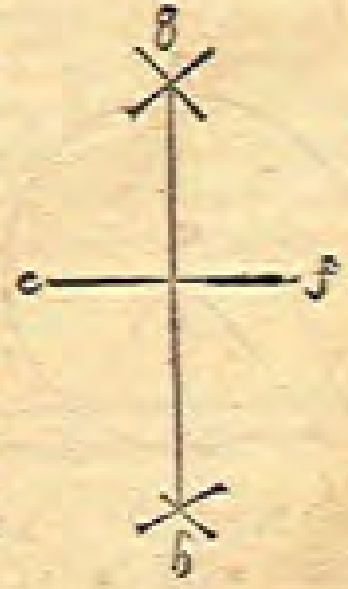


Problema.5. Propositione.10.

10 Puotemo dividere una proposta retta linea
10 in due parti equale.



Sia la proposta retta linea che è di bisogno dividere in due parti equali la linea. a.b. sopra di quella costituirò il triangolo.a.b.c.equilatero, & dopo questo dividerò l'angolo.c.in due parti equali per la dottrina della precedente con la linea.c. d.hor dico che la linea.c. d. divide la data linea.a.b. in due parti equali in punto.d. e per dimostrar questo intendo li dui triangoli.a.c.d.et. b.c.d. & arguisco in questo modo li dui lati.a.c.& .c. d.del triangolo.a.c.d.sono equali alli dui lati. b.c. & .c.d.del triangolo.b.c.d. e l'angolo.c. del'un è equal al l'angol.c.dell'altro adonque(per la quarta) la basa.a. d.serà equale alla basa, b.d. seguita adonque che la linea. a.b. sia divisa in due parti equale nel punto.d.che è il proposito.



Il Tra-

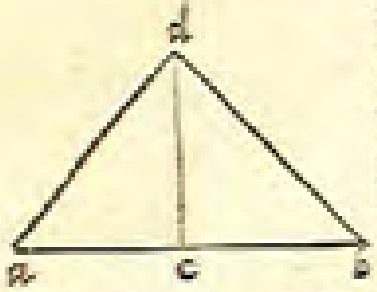
Il Traduttore.

Anchora per dividere semplicemente una data linea in due parti equale (poniamo la linea.e.f.) basta a trovar le due opposite intersecatiõe (quali sian g.e.b) di dui cerchi che occorreno nel formar il triangolo equilatero e la linea.g.b. tirata dal l'una intersecatione all'altra farà il proposito.

Problema.6. Propositione.11.

11 / 11 Data una linea retta, da un ponto signato in quella potemo cauarui una perpẽdicolar sustentata dall'una e l'altra parte da dui angoli equali e retti.

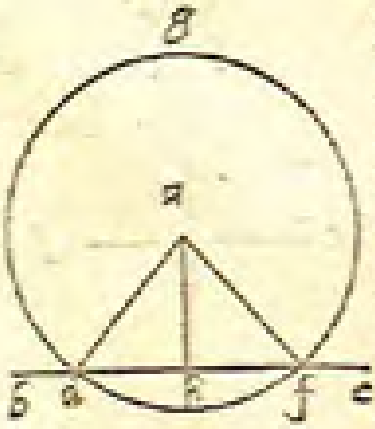
Sia la data retta linea.a.b. nella qual sia dato il ponto.c. dalquale sia dibisogno tirar fora una perpendicolar. Adonque volendo esequir tal effetto faccio la linea.b.c. equal alla linea.a.c. & sopra a tutta la.a.b. constituisco il triangolo a.b.d. equilatero: & dapoi tiro la linea.c.d. laquale dico esser perpendicolare sopra la detta linea.a.b. e per dimostrar tal cosa intendo li dui triangoli.a.c.d. & .b.c.d. e perche li dui lati.a.c. & .c.d. del triangolo.a.c.d. son equali alli dui lati.c.b. et c.d. del triangolo.b.c.d. et la basa.a.d. e la basa.b.d. adõque (per l'ottava) l'angolo.a.c.d. serà equale all'angolo.b.c.d. per laqual cosa ciascun di loro serà retto (per la ottava diffinitione) & la linea.d.c. serà perpendicolar sopra la linea.a.b. che è il proposito.



Problema.7. Propositione.12.

12 / 12 Puotemo condurre una perpendicolare a una data retta linea de infinita quantità: da uno ponto signato fora di quella.

Sia il pũcto.a. signato fora della linea.b.c. dalqual bisogni condure una perpẽdicolare alla detta linea.b.c. adõque per esequir tal cosa allongarò la linea.a.b.c. in l'una e l'altra parte quanto bisogna, & sopra al ponto.a. descrimerò un cerchio di tal grandezza che seghi la detta linea.a.c. in dui ponti ilqual pongo sia il cerchio.d.e.f.g. ilquale seghi la linea.b.c. nelli dui ponti.d & f. dapoi congiongerò il ponto.a. con li dui ponti.d. & f. con le due linee.a.d. & a.f. & dapoi dividerò l'angolo.d.a.f. in due parti quali con la linea.a.b. (per la nona propositione) hor dico che la linea.a.b. è perpendicolare sopra la linea.b.c. & per dimostrar questo intendo li dui triangoli.a.d.b. & .a.f.b. & perche li dui lati.a.d. & .a.b. del triangolo.a.d.b. sono equali alli dui lati.a.f. & .a.b. del triangolo.a.f.b. perche le due linee.a.d. & .a.f.

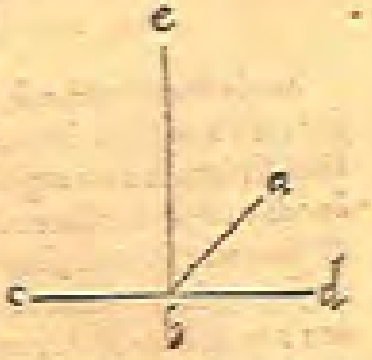


Inter-lasua dal cẽtro cuma-mẽte.

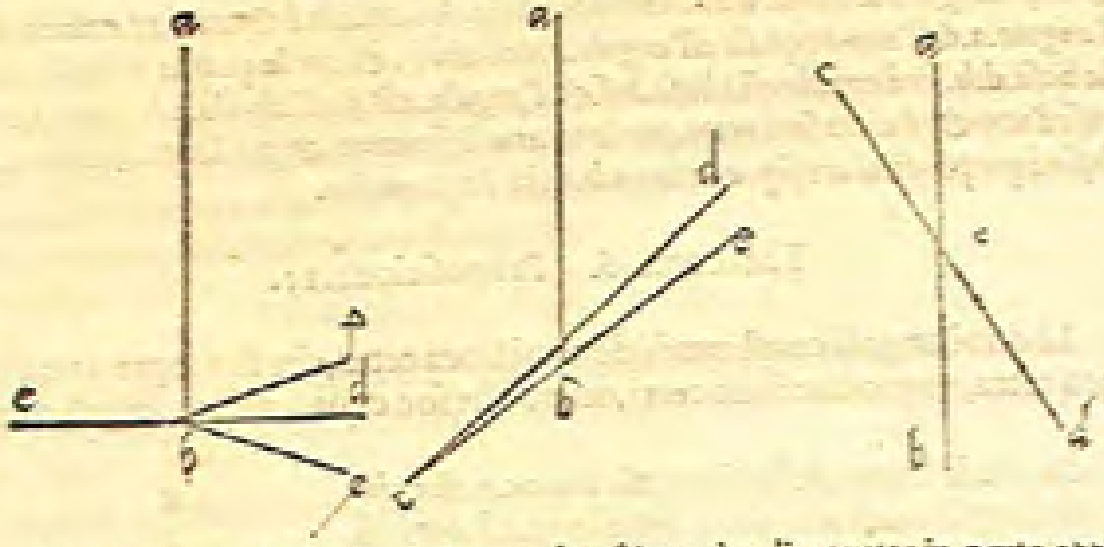
& a.f. vengono dal centro alla circonferentia, lo lato a.b. è comune ad ambiduoi, e l'angolo a. dell'uno è equale all'angolo a. dell'altro, & per la quarta propositione, la basa d.b. serà equale alla basa b.f. & l'angolo a.b.d. all'angolo a.b.f. per laqual cosa l'uno & l'altro serà retto, per la ottaua diffinitione, & per la nona, la linea a. b. serà perpendicolare sopra la linea b.c. che è il proposito.

Theorema. 6. Propositione. 13.

13/13 Li duoi angoli constituidi de ogni linea retta, che stia sopra a una linea retta, ouero che sono retti, ouero che son equali a duoi angoli retti.

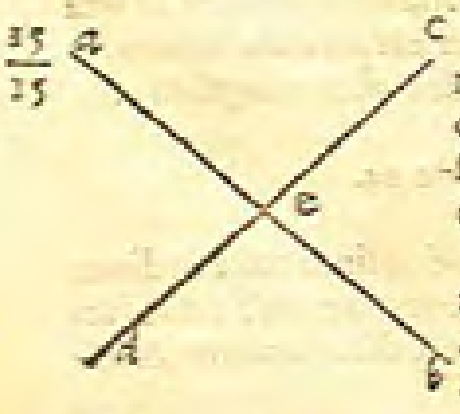


Sie che la linea a.b. stia sopra alla linea c.d. dico che li duoi angoli constituidi dalla detta linea a.b. con la linea c.d. ouer che sono ambiduoi retti, ouer che son equali a duoi angoli retti, liquali angoli l'uno è l'angolo a.b.d. & l'altro è l'angolo a.b.c. & per dimostrar questo ariuò in questo modo. Ouer che la linea a.b. serà perpendicolare sopra la c.d. ouer non: se la serà perpendicolare sopra la detta linea c.d. constituerà duoi angoli equali & retti: per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, che è il primo proposito. Ma se la non serà perpendicolare, ma che quella sia declinante sopra quella, poniamo verso d. all'hora la detta linea a.b. constituerà duoi angoli, l'uno di quali serà acuto, cioè l'angolo a.b.d. et l'altro serà ottuso cioè l'angolo a.b.c. hor dico che questi duoi angoli insieme sono equali a duoi angoli retti, & per dimostrar questo, dal punto b. condurò la perpendicolare b.e. per l'undecima propositione, sopra la linea c.d. dell'equale li duoi angoli e.b.c. & e.b.d. sono retti, per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, adonque perche li duoi angoli d.b.a. et a.b. e. se equatiano all'angolo d.b.e. il qual è retto, giontoli anchora l'angolo e.b.c. che è retto, tutti tre seranno equali a duoi angoli retti, perche li duoi, cioè d.b.a. et a.b.e. retto, insieme seranno equali all'angolo d.b.e. che è retto: il terzo, cioè l'angolo e.b.c. da si è retto, posono



Sia la linea retta a b, & dal punto b, siano due linee rette in parte oppo-
site, et l'una sia la linea c b. & dall'altra parte opposita, sia la linea b d. le qual
linee faciano li dui angoli, li quali son c b a, & d b a, equali a dui angoli retti.
Iber dico che le due linee c b. & d b. sono congionte direttamente l'una & l'altra
& sono una sol linea, la qual è la linea c b d. & se la non serà una sol linea, per l'a-
uersario, sia protratta la linea c b in continuo & diretto, & per non esser una li-
nea con la linea b d, transirà auer di sopra della detta linea b d. come fa la b f,
auer di sotto come fa la b e. Adonque perche sopra della linea c b f, gli cade la li-
nea a b. li dui angoli a b c. & a b f. per la precedente seran equali a dui ango-
li retti, & perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta petitione, an-
chora li dui angoli c b a. & d b a. son equali a dui angoli retti, dal presupposito,
perilche li dui angoli a b c, & a b f, seran equali alli dui angoli c b a, & d b a,
adonque cauando communamente l'angolo c b a, li dua rimanenti, per la terza cō
mettime, seranno fra loro equali, cioè l'angolo d b a. seria equal all'angolo f b a. la-
qual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, & per la medesima uia se ne
approuerai, la linea c b. protratta per fina in e. che l'angolo a b d. serà equal all'an
golo a b e, che è per impossibile, per laqual cosa serà constretto l'auersario a confir
mare che protratta la linea c b, cadera precise in la linea b d, et la linea c b d, es-
ser una sol linea, e non due, che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 15.



Tutti li angoli cōtrapositi de ogni due linee rette che si seghino, fra loro sono equali, perilche egli è manifesto che quando due linee rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a quattro angoli retti.

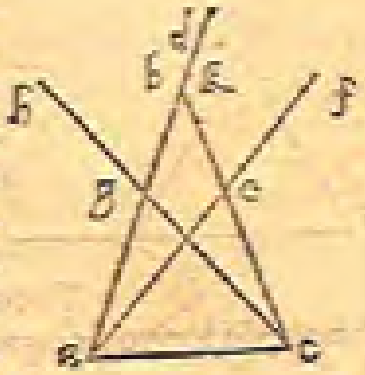
Siano le due linee rette a b. & c d. le quali se seghino fra loro in punto e. Dico che l'angolo d e b. è equal all'angolo a e c. et l'angolo b e c. è equal all'angolo d e a. perche li dui angoli a e c. & c e b. son equali a dui

angoli

angoli retti, per la terziadecima propositione, & similmente li dui angoli a.e.b. & d.e.b. sono per equali a dui angoli retti, per la medesima propositione. Adonque li dui angoli a.e.c. & c.e.b. sono equali alli dui angoli c.e.b. & b.e.d. perche cosi li dui primi come li dui secondi sono equali a dui angoli retti: hora se communamente le lasaremo, cosi alli dui primi come alli dui secondi, l'angolo c.e.b. li dui rimanenti, che son li dui angoli a.e.c. & b.e.d. seranno fra lor equali, per la terziadecima concettione, & per lo medesimo modo se approua l'angolo c.e.b. esser equale al l'angolo d.e.a. che è il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 16.

16/16 Essendo protratto directamente un lato d'un triangolo, qual ne pare, quel fará l'angolo estrinsico maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinsico del triangolo a le opposito.



Sia che'l triangolo. a. b. c. sia protratto el lato. a. b. per fina in d. Dico che l'angolo. d.b.c. è maggiore di l'uno & dell'altro di dui angoli di dentro del triangolo a lui oppositi, delliquali l'uno è l'angolo. b.a.c. e l'altro è l'angolo. b.c.a. & per dimostrar questo io dividerò il lato. c.b. in due parti equali, per la doctrina della decima, in punto. e. & protrarò la linea. a.e. per fin al punto. f. talmente che la. f.e. sia equale alla. a.e. poi tirarò la linea. f.b. & fatto questo io intendo li dui triangoli. c.e. a. & b.e.f. & perche li dui lati. a.e. & e.c. del triangolo. a.e.c. sono equali alli dui lati. f.e. & e.b. del triangolo. f.e.b. & l'angolo. e. dell'uno si è equale all'angolo. e. dell'altro, per la precedente propositione, perche sono angoli contrapositi, & per la quarta propositione, l'angolo. e.c.a. serà equale all'angolo. e.b.f. e per tanto l'angolo. e.b.d. qual è maggiore dell'angolo. e.b.f. sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo. a.c.e. per esser l'angolo. a.c.e. equal al. e.b.f. sua parte, & cosi habbiamo dimostrato come l'angolo. c.b.d. de fuora del triangolo è maggiore dell'angolo. a.c.b. di dentro del triangolo a lui oppositto. Similmente anchora se approua che lui è maggior dell'angolo. c.a.b. Perche dividerò il lato. a.b. in due parti equale nel punto. g. per la decima propositione, & protrarrò la linea. c.g. per fin in b. talmente che la. g.b. sia equale alla. g.c. per la terzia propositione, dapoi protrarrò la. b.b. k. poi intendo li dui triangoli. a.c.g. & g.b.b. che li dui lati. a.g. & g.c. del triangolo. a.g.c. sono equali alli dui lati. g.b. & g.b. del triangolo. g.b.b. & l'angolo. g. dell'uno è equale all'angolo. g. dell'altro, per la precedente propositione, & per la quarta propositione, l'angolo. g.a.c. è equale all'angolo. g. b.b. hor perche l'angolo. k.b.d. è equale all'angolo contrapositto. g.b.b. per la precedente propositione, serà etiam equale all'angolo. c.a.g. per la prima concettione, & perche l'angolo. c.b.d. è maggiore dell'angolo k.b.d. sua parte, serà etiã maggiore dell'angolo. g.a.c. a quello equale, che è il proposito.

Il Traditore.

Bisogna advertir che la linea. b.b. protta verso. f. de necessità passe sopra alla linea

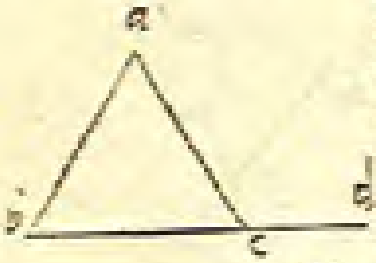
b,f. perche la linea,b,k,nõ se discerne dalla linea,b,f,per esser in quella medesima.

Theorema. 10. Propositione. 17.

17/17 Duoi angoli di ogni triangolo (tolti come si uoglia) sono minori de duoi angoli retti.

Sia il triangolo. a.b.c. Dico che qualunque duoi angoli di quello sono minori de duoi angoli retti, poi che essendo protratto un lato di quello, come sarà il lato,b,c,per

Per la 2 ord. Per la 13. fina al d.per la precedente,l'angolo,c,estrinseco serà maggiore de l'angolo a , cioè maggiore dell'angolo,b,ma l'angolo,c,estrinseco insieme con l'angolo,c,intrinseco sono equali a duoi angoli retti,per la terza decima. Adunque li duoi angoli,b, & c, intrinseci seranno minori de duoi angoli retti, & similmente l'angolo.a. insieme cõ l'angolo. c.(intrinseco) seranno pur minori di duoi angoli retti. perche all'angolo,c, intrinseco uolendo equalizare a duoi angoli retti bisognaria accõpagnarlo con un'altro angolo che fusse equale all'angolo,a, c,d, estrinseco, dilche alcun di quelli duoi intrinseci (a lui oppositi) cioè a, & b,non sono sufficienti,per esser ciascun di loro minori del detto angolo,a,c,d,estrinseco. Similmente se'l serà protratto il lato,b,a,per il medesimo modo ci si approuerà che li duoi angoli,a, & ,b, sono minori de duoi angoli retti,che è il proposto.

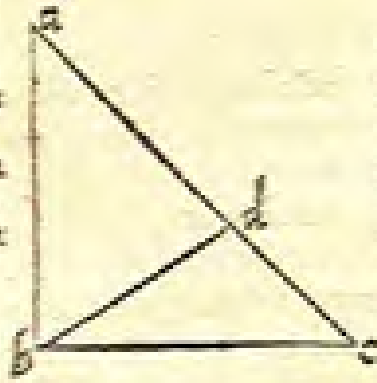


Theorema. 11. Propositione. 18.

18/18 Il lato piu longo de ogni triangolo è opposito al maggior angolo.

Sia come in lo triangolo,a,b,c, del quale ha il lato ,a, c,maggiore del lato,a,b. Dico che l'angolo,a,b,c,è maggiore dell'angolo,b,c,a. Perche il lato,a,c, è maggiore del lato,a,b,della parte uerso,a, ne segaremo una parte equale al,a,b,per la terza propositione , qual sia la, a,d,et produrrò la linea,b,d.(per la prima petitione.)

Per la 5. Per la 16. Per la 6.



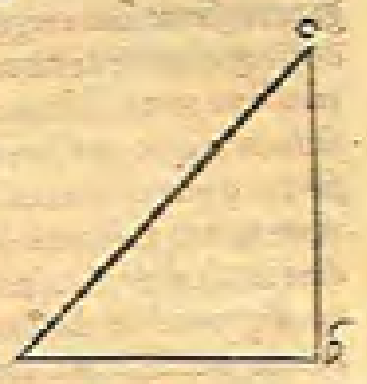
Ma perche l'angolo,a,d,b,estrinseco del triangolo,b,d, c,per la sestadecima propositione,è maggior dell'angolo, b,c,d, intrinseco a lui opposito, & l'angolo,a,d,b, è equale all'angolo, a,b,d,per la quinta propositione,per che il lato,a,d,fu posto equale al lato,a,b. Adunque l'angolo,a,b,d, serà anchora lui maggiore del detto angolo,c,dilche se l'angolo,a,b,d, (per se solo) è maggior del c,molto piu tutto l'angolo,a,b,c,serà maggior del detto angolo,c, che è il nostro primo posito. Anchora,perche il lato,a,b,è maggiore del lato,b, c, per lo modo dato di sopra,se potrà prouar che l'angolo,b,c,a,è maggior dell'angolo,b,a,c.

Theorema. 12. Propositione. 19.

19/19 Il maggior angolo de ogni triangolo,e opposito al piu longo lato.

Sia il triangolo,a,b,c,hauente l'angolo,a, b,c, maggior dell'angolo,b,c,a. Dico che il lato,a,c,è maggior del lato, a, b. Perche se'l detto lato,a, c, non è maggior del lato,a, b, per l'auerso, è necessario che'l sia adunque ouer equal a lui,

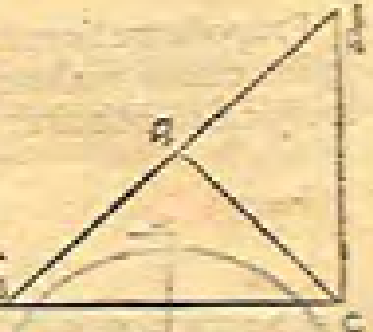
ouer



uer minor di lui, se egli e equale a lui l'angolo, a, c, b, seria equale all'angolo, c, b, a, per la quinta propositione, che seria contra il presuppolito nostro, il qual fu che l'angolo, a, b, c, fusse maggior dell'angolo, b, c, a. Adonque lo Lato, a, c, non puo esser equale al lato, a, b, Dico anchora che'l non puo esser minore, perche se'l Lato a, c, fusse minore del Lato, a, b, l'angolo, a, b, c, seria minor dell'angolo, a, c, b, (per la precedente) che seria molto contrario al nostro presupposito, dqual fu che l'angolo a, b, c, fusse maggiore dell'angolo, a, c, b. Adonque se'l lato, a, c, non puo esser ne equale ne minore del lato, a, b, l'è necessario che'l sia maggiore, che è il proposito.

Theorema. 13. Propositione. 20.

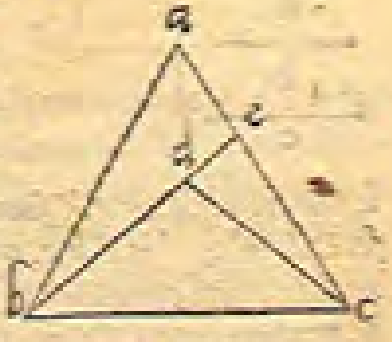
20 20 Duoi lati di ogni triangolo (tolti come si voglia) gionti insieme sono piu longhi del restante lato.



Sia il triangolo, a, b, c. Dico che li duoi lati, a, b, & a, c, gionti insieme sono piu longhi del lato, b, c, & per dimostrar questo, sia protratto la linea, b, a, per una in, d, talmente che la, a, d, sia equale alla, a, c, poi sia tirata la linea, c, d, Et per la quinta, l'angolo, a, c, d, serà equale all'angolo, d, & perche tutto l'angolo, b, c, d, è maggiore dell'angolo, a, c, d, (sua parte) serà etiam maggiore dell'angolo, d, Adonque, per la decimanona propositione, il lato, b, d, serà maggiore del lato, b, c, Ma il lato, b, d, è equale alli duoi lati, a, b, & a, c, per laqual li duoi lati, a, b, & a, c, gionti insieme sono maggiori del lato, b, c, che è il proposito.

Theorema. 14. Propositione. 21.

21 21 Se dalli duoi ponti terminanti un lato d'un triangolo usciranno due linee rette, & che quelle si congiongano in un ponto che sia di dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamente seranno piu breue delle altre due linee del triangolo, e conteniranno maggior angolo.

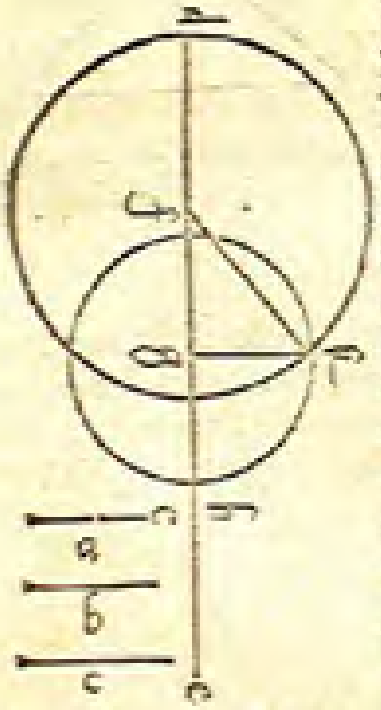


Sia come in questo triangolo, a, b, c, che dalle due estremità del lato, b, c, uscischino le due linee, b, d, c, d, lequale concorrano de dentro del triangolo, a, b, c, nel ponto, d, dico che le dette due linee, b, d, & c, d, insieme gionti sono piu corte che le due linee, b, a, & c, a, (lati del triangolo, a, b, c,) insieme gionti, Et che l'angolo, b, d, c, contenuto da quelle è maggiore dell'angolo b, a, c, da lui tenuto dalli predetti duoi lati, & per dimostrar questo stogarò il lato, b, d, p fin che segbi il lato, a, c, in ponto. e, hor dico che li duoi lati, a, b, e, cioè a, e, del triangolo, a, b, e,

giunti insieme sono maggiori del lato b.e. per la vigesima propositione, & giongendoci equalmente la parte, ouero linea e.c. li dui lati a.b. & a.c. seranno maggiori insieme giunti delli dui lati b.e. & e.c. (per la quinta concettione) laquale cosa serba in mente, poi perche li dui lati d.e. & e.c. del triangolo e.d.e. giunti insieme sono maggiori del lato d.c. (per la medesima vigesima propositione) giongendoli equalmente la linea d.b. li dui lati b.e. & e.c. seranno ancora maggiori delli dui lati b.d. & d.c. (per la quinta concettione) donde se li dui lati b.e. & e.c. sono maggiori delle due linee protratte b.d. & d.c. & che li dui lati a.b. & a.c. sono maggiori delli detti dui lati b.e. & e.c. (come di sopra fu approuato, quando disse, serba in mente) tanto maggiormente seranno maggiori delle dette due linee protratte b.d. & d.c. che è il proposito. M a. perche l'angolo b.d.e. è maggiore dell'angolo d.e.c. (per la sestadecima propositione) & l'angolo d.e.c. per la medesima decimasesta propositione, è maggior dell'angolo e.c.b. adonque molto maggior serà l'angolo b.d.e. del detto angolo b.c.e. che è il secondo proposito.

Problema. 8. Propositione. 22.

22 22 Proposte tre linee rette, dellequalli le due, quale si vogliano, gionte insieme sieno piu longhe dell'altra, potremo, con altre tre linee, a quelle equale constituire un triangolo.



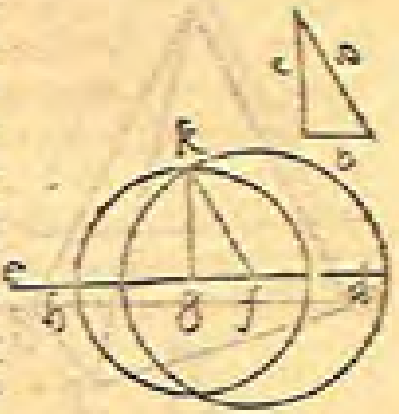
Siano le tre proposte linee a.b.c. lequale siano cosi condicionate, che due, quale si voglia di quelle, gionte insieme siano maggiore dell'altra, perche altramente nō se potria di tre equale a quelle constituir triangolo (per la vigesima propositione.) adonque quando vorro costituir un triangolo di tre linee equale alle tre predette, faccio la linea d.e. alla equale della parte c. poi gli pono fin determinato, & dalla parte del d. ne sego la parte d.f. equale alla linea c. (per la tertia propositione) & f.g. equal al b. & g.h. equal al a. & facto il pōto f. centro descrivo il cerchio d.k. secondo la quantità f.d. et similmente facto g. centro descrivo il cerchio e.k. li quali dui cerchi se intersegano in dui punti, l'uno di quelli è il pōto k. altramente seguiria che l'una delle tre linee fusse maggiore, ouer equale alle altre due gionte insieme, che seria contra il presupposito. hor dal ponto k. vno li linee k.f. & la linea k.g. et serà constituido il triangolo k.f.g. de tre linee equale alle tre proposte a.b.c. perche le due linee f.d. & f.k. sono equale, perche ambedue uenno dal centro alla circonferentia del cerchio d.k.e. perche la linea c. è equale alla d.f. per la prima concettione, serà etiam equale alla f.k. Lato del triangolo, similmente g.h. & g.k. sono equale, perche uenno dal centro alla circonferentia del cerchio h.k. & g.h. fu posto equale alla linea a. adonque g.k. serà equale alla linea a. per la detta prima communa

sentia,

sententia, ouero concettione, & perche f,g, fu tolto equale alla linea a,b, adonque li tre lati del triangolo f,g,k, sono equali alle tre date linee, a,b,c, che è il proposto.

Problema.9. Propositione.23.

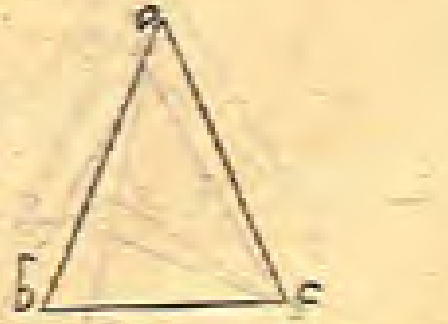
23/23 Data una linea retta, sopra un termine di quella, potemo designare un angolo rettilineo equale a qualunque angolo rettilineo proposto.



Sia data la linea f,e, che è in la figura superiore, & siano le due linee che contengono il dato angolo, a, & b, sotto alqual angolo tirarò la basa, c, desiderando io di far sopra il ponto, f, della linea, e,f, uno angolo equale all'angolo dato. Agiongo alla linea, e,f, la linea, f,d, equale alla, a, & dalla linea, f,e, sego, uer assegno, f,g, equale alla, b, & dalla, g,e, assegno etiam la, g,h, equale alla basa, c, & sopra li duoi ponti, f, & , g, descrino li duoi cerchi, d,k, & , k,h, secondo la quantità delle due linee, f,d, & , g,h, liquali se interseghano fra loro in ponto. k. si come mostra la precedente, e dutte le linee, k, f, & , k,g, seranno li duoi lati, k,f, & , f,g, del triangolo, k,f,g, equali alli duoi lati, a, & , b, del triangolo, a,b,c, & la basa, g,k, equale alla basa, c,a, adonque, per la ottaua l'angolo, k,f,g, serà equale all'angolo contenuto dalle due linee, a, & , b, che è il proposto.

Theorema.15. Propositione.24.

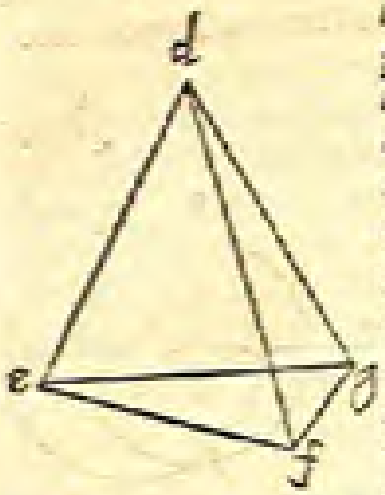
24/24 De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'uno seranno equali alli duoi lati dell'altro se l'uno di duoi angoli contenuti sotto di quelli lati equali, serà maggiore dell'altro, Anchora la basa del medesimo serà maggiore della basa dell'altro.

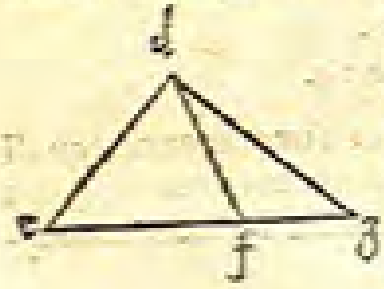


Siano li duoi triangoli, a, b,c, & , d,e,f, & siano li duoi lati, a,b, & , a,c, equali alli duoi lati, d,e, d,f, cioè ciascun al suo relativo, a,b, al, d,e, & , a,c, al, d,f, & sia l'angolo, a, maggior dell'angolo, e,d,f, Dico che la basa, b,c, serà maggiore della basa, e,f, & per dimostrar questo farò l'angolo, e,d,g, per la dottrina della precedente equale all'angolo, a, (delqual l'angolo, e,d,f, serà essa parte, per esser minor di lui) e porerò, d,g, equal al, a,c, poer, d,f, e tirarò la linea, e,g, laqual transirà di sopra della linea, e,f, segando la linea, d,f, ouer sopra la medema linea, e,f, facèdo con quella istessa medesima linea, ouer di sotto di quella, hor poniamo primamente che la transisca di sopra la, e, f, segando la linea, d,f, (come appar nella prima figura) tirarò la linea, f, g, e serà costituito il triangolo, d,f,g, che hor lati equali, perche ciascun di quelli è equal al la to, a,c, dalche l'angolo, d,f,g, è equale all'angolo, d,g,f, per la quinta propositione, per laqual cosa l'angolo, e,g,f, serà maggior dell'angolo, e,g,f, parte dell'angolo,

Per 6. del la linea

d,g,f, a lui equale, dalche se l'angolo d.f.g. da si è maggior dell'angolo, e,g,f, molto più maggior serà tutto l'angolo e.f.g del detto angolo, e,g,f. donde seguita che'l lato, e.g, sia maggior del lato e,f, per la decimanona propositione, hor dico che'l lato, e,g, si è equale alla basa b.c. perche li duoi lati a.b. & a.c. del triangolo, a,b,c, sono equali alli duoi lati, d,e, & d,g, del triangolo, d,e,g, & l'angolo, e,d,g, fu posto equale all'angolo, b,a, c, onde, per la quarta propositione, la basa, e,g, serà equale alla basa, b,c, per laqual cosa se la e.g. è maggiore alla, e, f, etiam la, b,c, a quella equale, serà maggiore della detta, e,f, che è il proposito. Ma se la, e,g, transirà sopra la medesima linea, e,f, (come in questa altra seconda figura appare) e siano insieme una medesima linea all'hora la, e,f, serà parte della e.g. adunque per la ultima concettione, la, e,f, serà minor del e,g, che è il proposito. Ma se la, e,g, transisse di sotto della, e,f, (come in questa altra figura appare) siano slongate le due linee. d,f, & d,g, (lequal sono equale) fina in k, & h, & per la seconda parte della quinta propositione, li duoi angoli che sono sotto alla basa, f,g, seranno equali, cioe lo angolo. k.f.g. serà equale all'angolo, f,g,h, del che tutto l'angolo, e,f,g, serà maggior del detto angolo, f,g,h, ma se l'angolo, e,f,g, è maggior del detto, f,g, h, molto più maggiore serà dell'angolo, f,g,e, parte di quello, adunque per la decimasettima propositione, il lato, e, g, serà maggior del lato, e,f. & per consequens, b,c, serà maggior de, e,f, che è il proposito. Questo ultimo membro si puotena anchora provare per la vigesimaprima, perche per quella in la disposizione della terza figura, le due linee. d,g, & e,g, se vanno maggiore delle due linee. d.f. & .f. e. & perche la d.g. è equale alla, d,f, (per questo che ambedue sono equale alla, a,c,) serà la, g,e, maggiore della, e,f, per la qual cosa etiam la, b,c, serà maggiore della medesima, e,f, che è il proposito, tamen è meglio dimostrar per il primo modo, accioche in ogni disposizione sia arguita per la quinta.





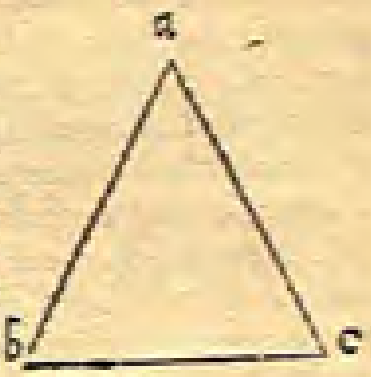


Theorema. 16. Propositione. 25.

25/25 D'ogni dui triangoli, di quali li dui lati dell'un siano equali alli duoi lati dall'altro, & che la basa dell'uno sia maggiore della basa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo (che ha la basa maggiore) serà maggior dell'angolo dell'altro triangolo contenuto delli medesimi lati.

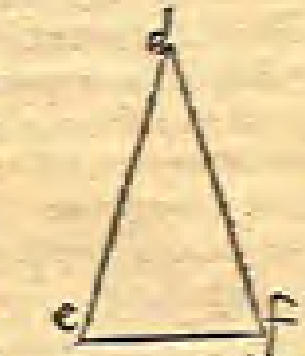
Siano li dui triangoli, a,b,c, & d,e,f, et siano li dui lati, a, b, & a,c, del primo equali

equali alli duoi lati,d,e,& d,f,del secondo,cioe ciascuno allo suo relatiuo, & sia la basa,b,c,maggiore della basa,e,f,dico che lo angolo a,serà maggiore dell'angolo d. questa è il conuerso della precedente, laquel cosa se dimostrerà in questo modo. Se l'angolo,a, non è maggiore, per l'aduersario, dell'angolo,d, serà adonque equale, ouer minor di lui, equale non puo essere,perche se cosi fusse,per la quarta,la basa,b,c,seria equale alla basa,e,f, che seria contra il presupposto, Ma dico che anchora el non puo essere minore, perche se l'angolo,a,fusse minore dell'angolo, d, la basa,b,c, seria, per la precedente,minor della basa,e,f. che seria molto contra al presupposito, adunque non possendo l'angolo, a, esser ne equale ne minor dell'angolo, d.glie necessario che sia maggiore,che è il proposito.

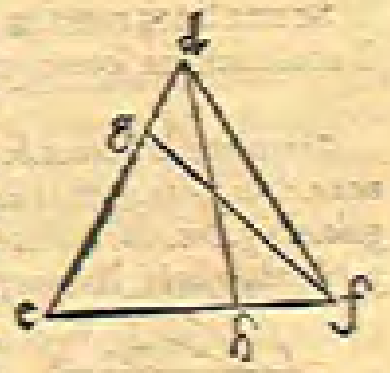


Theorema.17. Propositione.26.

26 / 26 De ogni duoi triangoli di quali li duoi angoli di l'uno seranno equali à duoi angoli di l'altro ciascuno al suo relatiuo,anchora che un lato dell'uno sia equale à un lato dell'altro, ò sia quel tal lato fra li duoi angoli equali ouerame te oppolito à uno de quelli,anchora li duoi restanti lati di l'uno seranno equali alli duoi restanti lati dell'altro,ciascuno al suo risguardante,ouer relatiuo,& similmente l'altro angolo di l'uno serà equale à l'altro angolo dell'altro.



Siano li duoi triangoli,a,b,c,& d,e,f,& sia l'angolo,b,equale allo angolo,e,& l'angolo,c,equal all'angolo,f, & sia el lato,b,c,equale al lato,e,f,ouer l'uno delli altri duoi lati, a,b,& a,c, sia equal a uno delli altri duoi lati,d,e,ouer,d,f,cioe uno di loro al suo relatiuo, cioe che,a,b,sia equale al d,e,ouer,a, c,al,d,f. Dico che li altri duoi lati dell'uno seranno equali alli altri duoi lati dell'altro, & l'altro angolo dell'uno serà equal all'altro angolo dell'altro,cioe l'angolo,a, serà equale all'angolo,d. Porrò adunque primamente che lo lato, b,c, (sopra delquale giaceno li duoi angoli,b,c,) sia equale al lato, e, f, sopra del quale giaceno li duoi angoli,e,f,liquali sono stati posti equali alli detti duoi angoli,b,c.hor dico che'l lato,a,b,serà equale al lato,d,e,al lato,a,c,al lato,d,f.& l'angolo,a, all'angolo,d. Perche,se possibil sia per l'aduersario,che'l lato,a,b,nō sia equale al lato d,e,l'uno di qlli serà adonque maggior,hor poniamo che'l lato,d,e,sia maggiore del lato,a,b,io segarò del lato,d,e,la parte,g,e, equali al lato,a,b,per la terza propositione,e pdurò la linea,g,f,li duoi lati adōque,e,g,ee,e,f,del triāgolo,e,g,f, sian equali li duoi

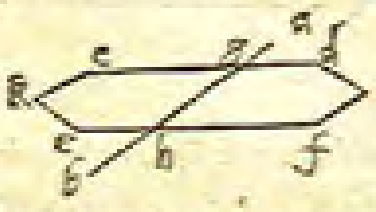


li duoi lati.a.b. & b.c. del triangolo.a.b.c. & l'angolo.a.b.c.è equale all'angolo g.e.f.al presupposito, per laqual cosa l'angolo.g.f.e.seria equale all'angolo.a.c. b. per la quarta propositione, & perche l'angolo.d.f.e.si è anchora lui equale el detto angolo.a.c.b.dal presupposito per la prima concettione.serà etiam equale all'angolo.g.f.e. sua parte, che è impossibile, per l'ultima concettione, adonque.d.e.serà equale al.a.b. per la quarta propositione, el lato.d.f.sera etiam equale al lato.a.c. & l'angolo.d.all'angolo.a.serà equale,che è il primo membro della division proposta, sia anchora li duoi angoli.b. & c.equali alli duoi angoli.e.f.come prima, & sia lo lato.a.b.laquale è opposito all'angolo.c.equale al lato.d.e.laqual è opposito all'angolo.f.laqual è posto equale all'angolo.e.dico che lato.b.c.serà equal al lato.e.f. & el lato.a.c.al lato.d.f. & l'angolo.a.all'angolo.d. & sel lato.e.f. non fusse equale al lato.b.c. per l'adversario l'uno di loro serà maggior dell'altro sia adonque.e.f.maggior del.b.c.e per tanto ponerò.e.h. equale al.b.c.per la terza propositione, & produrò la linea.d.h. & serà constituido il triangolo.d.e.h. che li duoi lati.e.d. & e.h. sera equali alli duoi lati.b.c. & b.a. del triangolo.a.b.c.e l'angolo.e. si è equale all'angolo.b. dal presupposito, dilche l'angolo.e.h.d.seria equale a l'angolo.b.c.a. per la quarta propositione,e l'angolo.f.per esser equale anchora all'angolo.c.serà etiam equale all'angolo.e.h.d.per la prima concettione,laqual cosa è impossibile,per la sestadecima propositione, che l'angolo.e.h.d.estrinseco del triangolo.d.h.f.sia equale allo angolo.h.f.d.intrinseco, & opposito,adonque il lato.e.f.sera equale al lato.b.c. & similmente,per la quarta propositione,il lato.d.f.al lato.a.c.serà equale,e l'angolo.e.d.f.all'angolo.b.a.c.che è il secondo membro della proposita divisione,dilche tutto il proposito serà manifesto.

Theorema.18. Propositione.27.

27/27 Se una linea retta caderà sopra a due linee rette, & facia li duoi angoli coalterni fra loro equali,quelle due linee seranno equidistante.

Sia come è la linea.a.b. laqual cade sopra le due linee.c.d. & e.f. & sega la linea c.d. in punto.g.& la linea.e.f.in punto.h. & sia l'angolo.d.g.h. equale all'angolo.e.h.g. Dico che le dette due linee.c.d. & e.f.sono equidistante, ma si possibile è per lo adversario, che non siano equidistante,poniamo che procrazte dalla parte.c. e.concorrano nel punto K.verso dalla parte.d.f. nel punto.d. & sia pur come si voglia,che accaderà lo impossibile, per la decimasesta propositione, perche l'angolo estrinseco seria equale allo intrinseco, & opposito,perche uno delli detti angoli alterni,laquali sono posti equali,serà lo estrinseco,& l'altro serà lo intrinseco,perche concorrendo le due linee. d.c. et.e.f.in punto.K.seria formato uno triangolo, che seria.g.h.K. & seria produtto il lato.K.g.fina in.d. facendo l'angolo.h.g.d.estrinseco, il quale è posto equale all'angolo.e.h.g.intrinseco, & opposito,laqual cosa è impossibile per la sopraallegata propositione: e perche è impossibile che le due linee,protratte da qual parte si voglia, ò corrano,



corrano, adonque seranno equidistante per la vigesima seconda diffinitione, che è il proposito.

Theorema.19. Propositione.28.

28 28 Se una linea retta uegnerà sopra a due linee rette, che l'angolo intrinseco causato da quella sia equal all'angolo estrinseco a se opposito, ouer che li duoi angoli intrinseci da una medesima parte siano equali a duoi angoli retti quelle due linee seranno equidistante.

Sia corre la linea a.b. laqual sega le due linee c.d. & e.f. nelli dui ponti g.h. & sia l'angolo. g. estrinseco equale all'angolo.h. intrinseco, dalla medesima parte uerso.d.f. ouer che li dui angoli.g. & h. intrinseci, tolti dalla medesima parte, siano equali a duoi angoli retti.

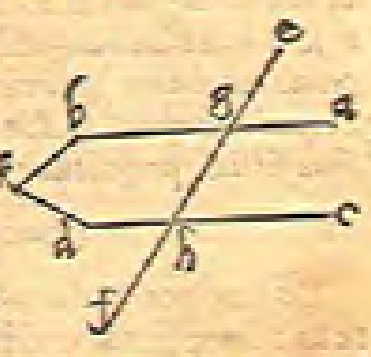


Dico che le due linee c.d. & e.f. sono equidistante, ber sia primamente l'angolo.d.g.a. equale all'angolo f.h.g. & perche l'angolo c.g.h. per la quinta decima propositione serà anchora lui equale all'angolo.d.g.c. per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo.g.h.f. per la qual cosa la linea c.d. è equidistante alla linea e.f. per la precedente propositione, perche li angoli.g.h.f. & c.g.h. alterni sono equali. Anchora siano li duoi angoli.d.g.b. & f.h.g. equali a duoi angoli retti, & perche li duoi angoli.d.g.b. & c.g.b. similmente sono equali a duoi angoli retti, per la terza decima propositione, l'angolo c.g.h. serà equale all'angolo.f.h.g. per la qual cosa le dette due linee.c.d. & e.f. per la detta propositione precedente, seranno equidistante, che è il proposito.

Theorema.20. Propositione. 29.

29 29 Se una linea retta cadera sopra a due linee equidistante, li duoi angoli coalterni seranno equali, & l'angolo estrinseco serà equale allo angolo intrinseco a se oppolito, & similmente li duoi angoli intrinseci conftimidi dall'una e l'altra parte seranno equali a duoi angoli retti.

Siano le due linee.a.b. & c.d. equidistante, sopra le quale cade la linea.e.f. segando quelle nelli dui ponti, g. h. dico che li duoi angoli.g.h. coalterni sono equali, & che l'angolo.g. estrinseco si è equale all'angolo.h. intrinseco a se oppolito tolto dalla medesima parte, & che li dui angoli.g.h. intrinseci tolti da una medesima parte sono equali, a duoi angoli retti, & questa è il conuerso delle due precedente, ber per dimostrar che l'angolo.b.g.h. è equale all'angolo.c.h.g. procederemo cosi, se l'angolo.b.g.h. non è equal all'angolo.c.h.g. l'uno de quelli serà maggiore, sia adunque maggiore lo angolo.c.h.g. & perche li dui angoli.c.h.g. g.h.d. sono equali

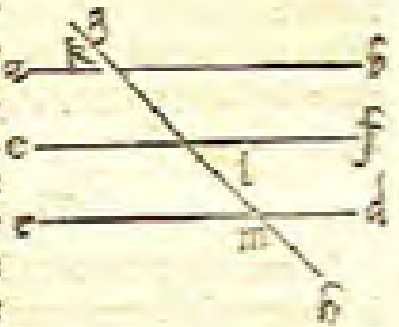


a duoi

a dui angoli retti per la 13. propositione, & perche l'angolo, b.g.h, e minor del detto angolo, c.h.g. ponendolo con lo angolo, d.h.g. in fimil sorte saranno minori de dui angoli retti, adunque se le dette due linee, a.b. & c.d. saranno protratte dalla parte de.b.d. concorreranno ad alcuno ponto (per la quarta petitione) come sera al ponto, k. adunque non saranno equidistante (per la trigesima seconda diffinitione) che è contra il proposito, & perche questo è impossibile, saranno adunque li detti dui angoli, b.g.h. & c.h.g. coalterni equali che è il primo proposito, & da questo si manifesta anchora il secondo; perche l'angolo, b.g.h. si è equale all'angolo, a.g.e (per la quintadecima) adunque (per la prima conclusione) l'angolo, a.g.e. sera etiam equale all'angolo, c.h.g. cioe lo estrinseco sera equale allo intrinseco a se opposito, che è il secondo proposito, dal quale facilmente si manifesta il terzo, perche li dui angoli, a.g. e, & c.h.g. sono equali, dandole communemente l'angolo, a.g.h. la somma sera anchora equale, dilche li dui angoli, c.h.g. & a.g.h. sono equali alli dui angoli, a.g.h. & a.g.e. & perche li dui angoli, a.g.e. & a.g.h. (per la 13.) sono equali a dui angoli retti, adunque li dui angoli, a.g.h. & c.h.g. saranno equali a dui angoli retti, che sono li dui angoli intrinseci tolti dalla medesima parte uerso, e. a. che è el terzo proposito.

Theorema. 21. Propositione. 30.

30 30 Se due linee rette seranno equidistante a una medema linea, quelle medesime seranno fra loro equidistante.



Sieno le due linee, a.b. & c.d. delle quale l'una & l'altra sieno equidistante alla linea, e.f. Dico che queste due linee, cioe la, a.b. & c.d. sono fra loro equidistante. Et questo è nero uniuersalmente, o siano le dette linee, a.b. & c.d. in una medema superficie con la medesima linea, e.f. ouer ancora non (tamen in questo loco non se intende altramente, se non secondo che tutte siano in una superficie, & di quelle che sono in diuerse superficie si approua nella nona propositione del. 11. che sono equidistante) hor adunque siano tutte tre in una superficie io tirarò la linea, g.h. segando le dette tre linee nelli tre ponti, k.l.m. & perche la, a.b. è equidistante alla, e.f. l'angolo, a.k.l. si è equale all'angolo, k.l.f. (per la prima parte della precedente poi che sono coalterni) e perche la, c.d. è etiã equidistante alla, e.f. l'angolo, f.l.K. (estrinseco) sera equale all'angolo, l.m.d. (intrinseco a se opposito, per la seconda parte della precedente) dilche se li dui angoli, l.m.d. & a.K.l. ciascuno è equale all'angolo, k.l.f. (per la prima conclusione) seranno etiam fra loro equali, per laqual cosa se l'angolo, a.k.l. è equal all'angolo, l.m.d. le dette due linee, a.b. & c.d. sono equidistante (per la trigesima settima propositione) perche li detti dui angoli sono coalterni, che è el proposito.

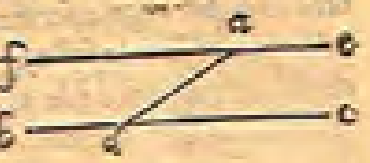
Questa uedi nel Cardano.

Problema. 10. Propositione. 31.

31 31 Da uno ponto dato fora di una proposta retta linea potemo condurre una linea retta equidistante a quella linea proposta.

Sia

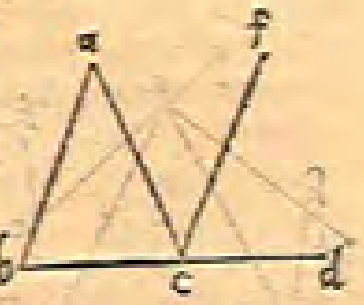
Sia il ponto.a. dato de fora della linea.b.c.dalquale bisogni tirare una linea equidistante alla linea.b.c. tirerò la linea.a.d.cisante come si voglia con la linea.b.c. constituendo l'angolo.a.d.c. & l'angolo.c.d.b.Et sopra el ponto .a. constituerò (per la doctrina della vigesima terza propositione) l'angolo.e.a.d.equale all'angolo.a.d.b.cioè l'angolo.f.a.d.equale all'angolo.a.d.c. (che darà quel medesimo) e perche li detti angoli sono coalterni, la linea. f.c.serà equidistante alla linea.b.c.(per la vigesima settima propositione) che è il proposito.



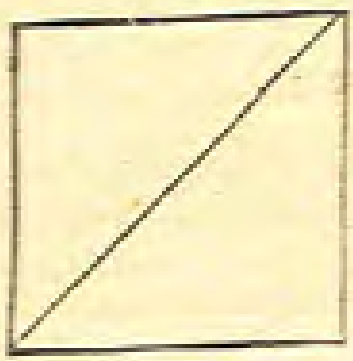
Theorema. 22. Propositione. 32.

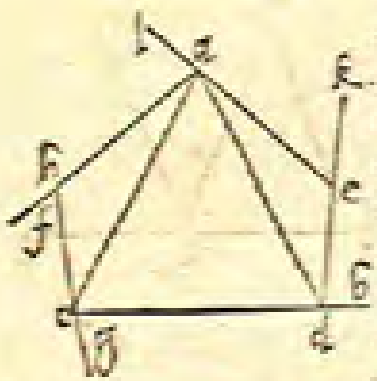
31 / 31 L'angolo esterinsico di ogni triangolo d'un lato produto, è equale alli duoi intrinsici a lui oppositi, Et tutti li tre angoli intrinsici di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.

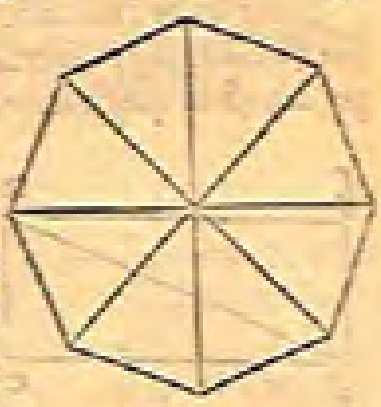
Sia el triangolo. a.b.c.e sia alongato el lato. b.c.fina in. d. dico che l'angolo a. c. d. esterinsico si è equale alli duoi angoli. a.& .b.intrinsici oppositi a se, insieme giunti, & che li tre angoli.a.b.c.del ditto triangolo.a.b.c.insieme giunti sono equali a duoi angoli retti e per dimostrar questo dal ponto.c. tirarò (per la doctrina della precedente) la linea.c.f.equidistante alla linea. a.b. & l'angolo.f.c.a.serà equale all'angolo.a, (per la prima parte della vigesima nona) perche sono coalterni, & l'angolo.f.c.d.esterinsico serà equale all'angolo.b.intrinsico (per la seconda parte della medesima vigesima nona propositione) per la qual cosa tutto l'angolo.a.c.d.esterinsico si è equale alli duoi angoli.a.& .b.intrinsici a lui oppositi che el nostro primo proposito. & perche li duoi angoli.a.c.b.et.a.c.d.son equali a duoi angoli retti (per la terza decima propositione) adonque li tre angoli.a.b.et.c.intrinsici del triangolo seranno equali a duoi angoli retti che è il secondo proposito, et nota che per questa propositione è manifesto che tutti li angoli de ogni figura mol tiangola tolti insieme sono equali a tanti angoli retti quanto è el numero ch'ella è distante dalla prima, duplicato verbi gratia delle figure moltiangole, overo poligonie la prima de tutte si è il triangolo, perche non si pno formar figura de rette linee de manco de tre lati, perche con duoi linee rette non si puo constituire figura superficiale (per la ultima petitione) pero el triangolo è la prima figura de rette linee, la seconda figura si è il quadrilatero, la terza si è el penthagono, overo figura de cinque lati & angoli & cosi ascendendo el numero delli lati overo angoli a qual numero si voglia; cauando di quello el numero binario el rimanente serà el numero dell'ordine della figura come esempli gratia de una figura de otto lati, & angoli per voler el numero ordinario della detta figura caua de otto



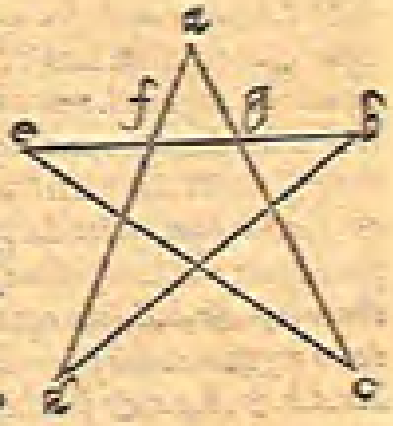
otto duoi, per regola ferma resta sei, per lo numero ordinario della figura proderta adonque lei sera la sesta figura & cosi se procederà in ciascuna altra, duo adonque del triangolo qual è la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a duoi angoli recti, cioè a tanti angoli recti quanto è el doppio del numero ordinario della figura, che è uno per essere la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioè al doppio del numero ordinario della figura laquale è duoi per esser la seconda el doppio de duoi si è quattro & li cinque angoli del penthagono che è la terza seran equali a sei angoli recti cioè al doppio de tre che è el numero ordinario della figura de cinque angoli & li otto angoli de una figura de otto lati seranno equali a dodeci angoli recti cioè al doppio de sei che è el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto & cosi si trà in ciascun'altra figura de molto numero de angoli laqual cosa se manifesta della inscritta carta perche qualun che figura tale si è diuisibile & resolubile in tanti triangoli quanto distarà dalla prima over quanto è el suo numero ordinario tirando le rette linee da qual uol de soi angoli alli angoli opposti & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quella resolutione sono equali a dui angoli recti però se indopla el numero ordinario della figura, el qual numero deriua del numero delli triangoli componenti essa figura, el qual numero de triangoli sempre serà duoi, cioè duoi manco che el numero delli angoli, over lati de detta figura: exempli gratia. Sia el penthagono. a. b. c. d. e. & da l'angolo a. di quello proderò le linee a. c. & a. d. alli duoi angoli c. & d. opposti al detto angolo. a. e. serà el detto penthagono tutto resolto in li triangoli. a b c. a c d. a d e. li quali sono tre, si come è il numero ordinario della detta figura, laqual, come di sopra dissi, è la terza, et perche li tre angoli di ciascun de detti tre triangoli sono equali a duoi angoli retti, però se indoppia el numero de detti triangoli, cioè el numero ordinario della figura che tre farà sei per el numero delli angoli retti a che se equaliano li cinque angoli de detta figura che è il proposito. Anchora possemo proponere la medesima materia in questo altro modo dicendo che tutti li angoli de ogni figura poligonia cum molti angoli equalmente tolti insieme, sono equali a tanti angoli retti quanto è il doppio del numero delli suoi angoli, trattone sempre quattro per regola cioè trattone quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da un punto tolto dentro da detta figura, a ciascun angolo de detta figura, siano tirate linee, tutta la detta figura serà resolta in tanti triangoli quanto seranno li suoi angoli, come appar in la figura de otto angoli che è qui dentro, laqual è risolata in otto triangoli che li tre angoli de ca dauno sono equali a duoi angoli retti, però fra loro otto triangoli contenerano sedeci angoli recti, delliquali sedeci quattro ne formano fra loro otto atorno al punto che è de







è de dentro della figura done ciascun di loro terminano con uno angolo occupando tutto quello spacio che attorno al predetto ponto, ilquale spacio fan pre se equalle a quattro angoli retti, come in fine della terziadecima propositione fu detto, & approuato adonque de quelli sedeci angoli retti ne cauremo quattro per regola, cioè per li quattro fatti attorno al ponto, resta duodeci per il numero delli angoli retti a chi se equaliano li tutti angoli della data figura, che è il proposito. Anchora el se manifesta per le cose ditte che prolongando ciascun lato d'una figura molti angolo tutti li angoli estrinsici giunti insieme se equaliano a quattro angoli retti che cosi se dimostrerà, sopra il penthagono a.b.c.d.e. protratto il lato.a.b. fina in f. il lato.b.c. fin a.g. il lato.c.d. fin in.h. il lato.d.e. fin in.k. il lato.e.a. fin in.l. Iper dico che tutto l'angolo.a. intrinsico del penthagono con l'angolo estrinseco seco equale a dui angoli retti per la terziadecima propositione, & per la medesima ragione li dui angoli.b. intrinseco. & .b. estrinseco, & cosi de tutti li altri, perla qual cosa li angoli.a.b.c.d.e. intrinsici & estrinsici seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del ditto penthagono son è quali a sei angoli retti, come di sopra fu demostrato. Adonque se delli detti diece angoli retti a chi se equaliano li predetti angoli intrinsici & estrinsici del penthagone cauremo li sei, a chi se equalia li cinque angoli intrinsici, cioè quelli del penthagono resteranno quattro per li angoli estrinseci, cioè li angoli.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.h. & .a.e.k. adonque tutti li detti angoli estrinseci del predetto penthagono si equaliano a quattro angoli retti, & cosi riuscirà in ciascun altra figura poligonia che è il proposito.



Anchora è manifesto, che di ogni penthagono, del qual cadauno lato sega dui delli altri lati, ha cinque angoli equali a diece angoli retti.

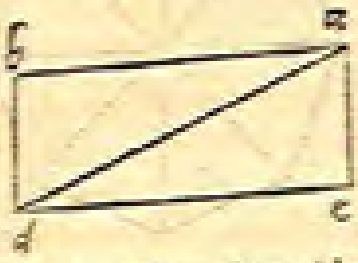
Sia il penthagono che se prepone.a.b.c.d.e. et concio sia che el lato.a.e. segni lo lato.b.e. in ponto.g. & lo lato.a.d. seghi il medesimo in ponto.f. et l'angolo.a.f.g. serà equale alli dui angoli.b. & .d. conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli, in lo triangolo.f.d.b. Similmente l'angolo.f.g.a. serà equale alli dui angoli.e. & .e. conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli in lo triangolo.g.c.e. ma li dui angoli.a.f.g. & f.g.a. insieme con l'angolo.a. sono equali a dui angoli retti. Adonque li quattro angoli b.d. & c.e. insieme con l'angolo.a. sono equali a duoi angoli retti che è il proposito.

Theorema.23. Propositione. 33.

32/33 Se in la sommità de due linee equidistante, & di equal quantità, sia no congionte due altre linee, quelle medesime seranno anchora equale, & equidistante.

Sieno

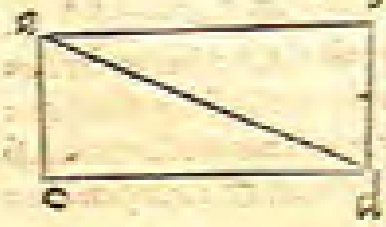
Siano le due linee.a.b. & c.d.equidistante & equale, delequale cogiongerò le sue estremità per le linee.a.c. & .b.d. lequal dico esser equale, & equidistante. Et per dimostrar questo io tirarò la linea.a. d. & perche le due linee.a.b. & c.d. sono equidistante, dal presupposito, l'angolo.b.a.d. serà equale allo angolo.a.d.c. per la prima parte della trigesima nona propositione: & li dui lati.a.b. & .a.d.del triangolo.b.a.d. sono equali alli dui lati.d.c. & d.a.del triangolo.d.c.a. & langolo.d.a.b.del primo si è equale all'angolo.a.c.d.del secondo. Adonque per la quarta propositione, la basa.b.d.del primo è equale alla basa.a.c.del secondo, & l'angolo.a.d.b.del primo è equale all'angolo.d.a.c. del secondo, ma per che li detti dui angoli son coalterni, la linea.a.c. serà equidistante alla linea b.d. per la trigesima prima propositione, e perche prima fu approvato che le medesime due linee, cioè basa.a.c. & b.d. son equale l'un e l'altro proposito è manifesto.



Theorema.34. Propositione.34.

34 / 34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti, ha le linee,& li angoli contrapositi equali,& lo diametro divide quella per mezzo.

Sia la superficie.a.b.c.d.de lati equidistanti, cioè che la linea.a.b.sia equidistante alla linea.c.d. similmente la linea.a.c. alla linea.b.d.hor dico che le due linee.a.b. & c.d. sono equale fra lor similmente le due linee.a.c. & b.d. sono etiam fra loro equale, cioè ciascun lato si è equale al suo opposito. Ambora dico che l'angolo.a.è equale all'angolo.d.a lui contrapposito, similmente l'angolo.b.è equale all'angolo.c. io tirarò il diametro.a.d. lequale etiam dividerà quella detta superficie.a.b.c.d.per mezzo cioè in due parti equale, lequal cose dimostrerò in questo modo, perche.a.b. & c.d. son equidistante dal presupposito, li dui angoli.b.a.d.et c.d.a. son equali, per la prima parte della trigesima nona propositione, perche sono coalterni, ma perche ancora.a.c. & b.d. sono equidistanti li dui angoli.c.a.d. & b.d.a. son equali per la detta trigesima nona propositione, perche sono coalterni, hor intendo li dui triangoli.a.d.b. & d.a.c. & perche li dui angoli.a. & d.del triangolo.a.d.b. son equali alli dui angoli.a.et.d.del triangolo d.a.c. & lo lato.a.d. sopra delquale giacono quelli angoli equali, è l'uno e l'altro triangolo commune. Adonque per la trigesima sesta propositione, lo lato.a.b. serà equale al lato.c.d.et similmente lo lato.a.c. al lato.b.d. serà equale, etiam l'angolo.b. serà equale all'angolo.c. e perche li dui angoli.a. sono equali alli dui angoli.d. come è dimostrato di sopra adonque per la seconda comunne, tutto l'angolo.a. serà equale al tutto l'angolo.d.a lui contrapposito. dico ambora che'l diametro.a.d. com'è detto di sopra, divide detta superficie in due parti equale perche.a.b.è equale al.c.d. & .a.d.è commune, adunque li dui lati.a.b.et.a.d.del triangolo.a.b.d. sono equali alli dui lati.



d.c.

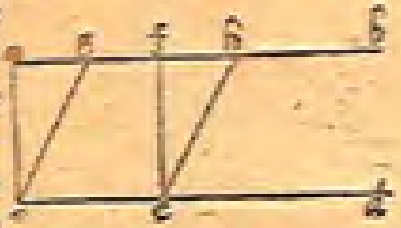
d.c.& d.a del triangolo.d.a.c. & l'angolo d.a.b è equale all'angolo. a.d.c. adunque per la quarta propositione, la basa.a.c.serà equale alla basa.b.d. etiam tutto il triangolo.a.b.d.serà equale a tutto il triangolo.a.c.d.che è il proposito.

Il Tradottore.

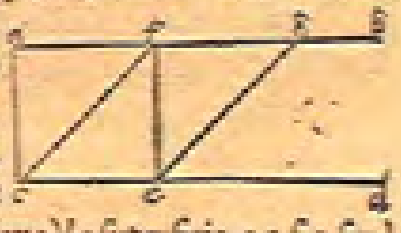
Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistante è detta parallelogramma,e le specie di queste figure parallelogramme,cioe de lati equidistanti, sono solamente quattro, & queste quattro sono quelle che furno diffinite in la vigesima prima diffinitione,cioe il quadrato,il tetragon longo,il rhombo,et il rhombeide.

Theorema.25. Propositione. 35.

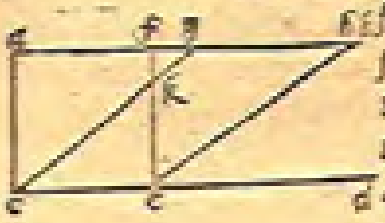
35 35 Tutte le superficie de lati equidistanti constituide sopra una medesima basa,& in medesime linee equidistante,sono fra loro equale.



Siano le due linee. a. b. & .c.d. equidistante intra lequale sia la superficie.a.e.f.e.de lati equidistanti,sopra la basa.c.e. & sopra la medesma basa & intra le medesime linee sia l'altra superficie.g.c.b.e.similmente de lati equidistanti. Dico che le due predette superficie sono equale, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Perche l'una e l'altra delle due linee. a.f.& g.b. sono equale alla linea.c.e. (per la precedente propositione) adunque per la prima concettione la linea.a.f.serà equale alla linea.g.b. dilche levando, communemente ad ambedue la linea.g.f. remanerà le due linee.a.g.& f.b.lequale seranno etiam fra loro equale (per la tertia concettione) anchora perche (per la precedente) il lato.a.c.è equale al lato f.e. & (per la seconda parte della vigesima nona propositione) l'angolo.b.f.e.è equale a l'angolo. g.a.c. cioe lo estrinsico allo intrinsico a se opposito,dilche li dui lati.a.c. & .a.g. del triangolo.a.c.g.sono equali alli dui lati.f.



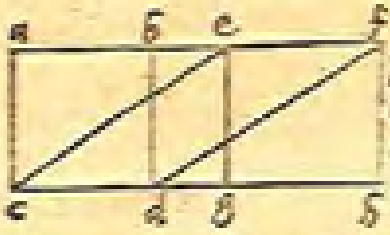
e.& f.b.del triangolo.f.e.b.et l'angolo,e.a.g.dell'uno è equale a l'angolo e.f.b. adunque (per la quarta propositione) il triangolo.a.e.g.serà equale al triangolo.f.e.b. adunque giongendo a cadauno la irregular figura quadrilatera laquale è.g.c.f.e. (per la prima concettione) la superficie.a.c.f.e.serà equale alla superficie.g.c.b.e.che è il proposito,ma se la linea.e.g.della figura superiore andasse a terminare nel ponto.f.come in questa seconda figura appare.dico anchora che la superficie. f.c.b.e. è equale alla superficie.a.c.f.e,che con la medesima argumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesma via li dui triangoli.f.a.c. & .f.e.b.sono fra loro equali,dilche aggiongendo a ciascun il triangolo.f.e.c, la superficie.a.c.f.e. serà equale alla superficie.f.c.e.b. che è il proposito. Ma se per caso la linea.e.g. della prima figura andasse a terminare intra.f.& b.come in ésta tertia figura appar.Similmente dico che la superficie.g.c.e.b.è equale alla super-



ficie,a.c.f.e.che così se dimostrerà perche(per la propositione precedente)argumẽtando come de sopra fu fatto,la linea.a.f.serà equale alla linea.g.b.dichè aggionto a l'una e l'altra linea.f.g.serà etiam tutta la linea.a.g.equale a tutta la linea b.f.& per le medesime ragion de sopra adutte il triangolo.a.g.c.serà equal al triãgolo.f.e.b.adonque aggionto l'uno e l'altro il triangolo.c.k.e.& detrattone poi il triãgoletto.g.k.f.da l'uno e dall'altro resterà in ultima la superficie.g.c.b.e.equale alla superficie,a.c.f.e.che è il proposito.

Theorema.26. Propositione.36.

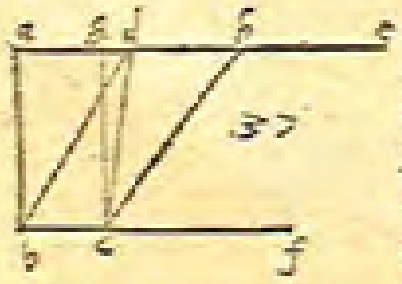
36/36 Tutte le superficie paralellogrammi, costituide in base equale,& fra medesime linee paralelle,sono fra loro equale.



Siano adonque le due superficie.a.b.c.d.& e.f.g.b. parallelogrammi over de lati equidistanti costituide infra due linee equidistante, lequal son le due linee a.f.et c.b.e sopra equal base,lequal base son.c.d.& g.b.dico che la superficie.a.b c d.le necessario che la sia equale alla superficie,e.f.g.b.laqual cosa se approverà in questo modo,io tirarò le due linee.c.e.& d.f. donde(per la trigesima tertia propositione)la superficie.c.e.d.f.serà de lati equidistanti,per questa ragione,perche.e.f.è equale,& equidistante al.c.d.perche l'uno e l'altro è equale al.g.b.seguita adonque(per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie.a.b.c.d.& e.f.g.b.è equale alla superficie.c.e.d.f. dichè per la prima concettione seranno etiam fra loro equale,che è il proposito.

Theorema.27. Propositione.37.

37/37 Tutti li triangoli liquali sono constituidi sopra una medesima basa fra dne medesime linee equidistante sono fra loro equali.

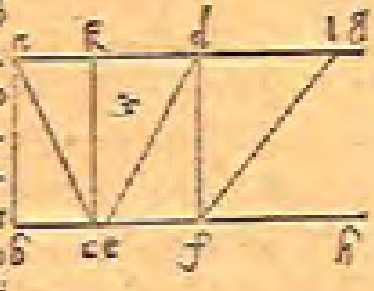


Siano li duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c.costituidi ambiduoi sopra la basa.b.c.& fra le due linee.a.e.& b.f. lequal siano equidistante,hor dico che li detti duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c.sono fra loro equali , perche tirarò la linea.e.g. equidistante alla linea.b.a. similmente la linea.c.h.equidistãte alla linea.b.d.per la dottrina della trigesima prima propositione , & per la trigesima quinta propositione,le due superficie.a.b.c.g.& d.b.h.c.seranno equale, & perche li duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c.sono la mittade di ciascuna di quelle (per lo corrolario della trigesima quarta propositione) adonque li detti duoi triangoli sono etiam fra loro equali(per la settima concettione)che è il proposito.

Theore-

Theorema.28. Propositione.38.

38 38 Se duoi triangoli seranno constituidi sopra base equale, & fra medesime linee equidistante, seranno fra loro equali.

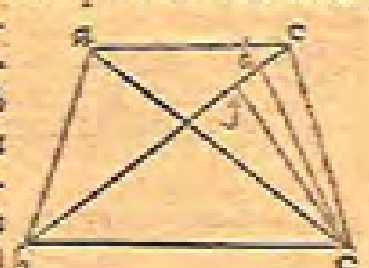


Sieno li duoi triangoli. a.b.c. & d.e.f. cõstituidi sopra le base.b.c. & f.e. equale & fra le linee.a.g. & b.h. equidistante, hor dico che li detti duoi triangoli sono fra loro equali. Et per dimostrar questo io tirarò la linea.c.k. equidistante alla linea.a.b. (lato del triangolo.a.b.c.) & similmente la linea.f.l. equidistante al lato.e.d. & le due superficie.a.b.c.k. & d.e.f.l. seranno equale (per la trigesima sesta propositione) & perche li detti duoi triangoli sono la metà di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) dilche (per communne sententia) li detti duoi triangoli seranno equali, che è il proposito.

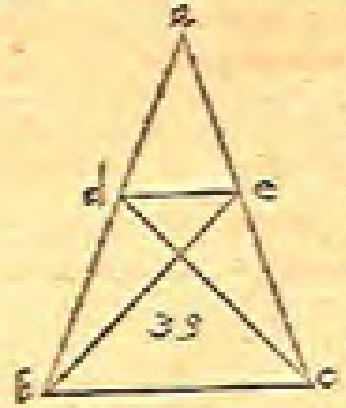
Theorema.29. Propositione.39.

39 39 Ogni duoi triangoli equali, se seranno constituidi sopra una medesima basa, e da una medesima parte, seranno fra due linee equidistante.

Sieno li duoi triangoli.a.b.c. & d.b.c. cõstituidi sopra la basa.b.c. da una medesima parte, & sieno equali. Hor dico che questi duoi triangoli sono fra due linee equidistante. Questo è il conuerso della trigesima settima. Dal ponto.a. tirarò una linea equidistante alla basa.b.c. laquale se quella transirà, per il ponto.d. è manifesto il proposito. Se non quella transirà di sopra, ouer di sotto, transisca prima di sopra, & sia la.a.e. & produrò la linea.b.d. per fina a tanto che seghi la linea.a.e. in ponto.e. & tirarò la linea.e.c. Et perche il triangolo.e.b.c. è equale al triangolo.a.b.c. (& per la trigesima settima propositione) Etiam lo triangolo.d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo.a.b.c. Adunque (per la prima concettione) lo triangolo.b.d.c. serà equale al triangolo.b.e.c. laqual cosa è impossibile, che la parte sia equale al tutto (per l'ultima concettione) dilche tirando dal ponto.a. una linea equidistante alla basa.b.c. nõ puotrà transire di sopra dal ponto.d. Anchora dico che non pertransirà di sotto dal ditto ponto.d. & se pur fusse possibile (per l'aduersario) partimo sia la linea.a.f. segante la linea.d.b. in ponto.f. io tirarò adunque la linea.f.c. e perche il triangolo.f.b.c. (per la trigesima settima propositione) si è equale al triangolo.a.b.c. similmente il triangolo.d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo.a.b.c. donde (per la prima concettione) il triãgolo.b.f.c. serà equale al triangolo.d.b.c. cioè la parte serà equal al tutto che è impossibile (per l'ultima concettione) adunq; perche la linea pertratta



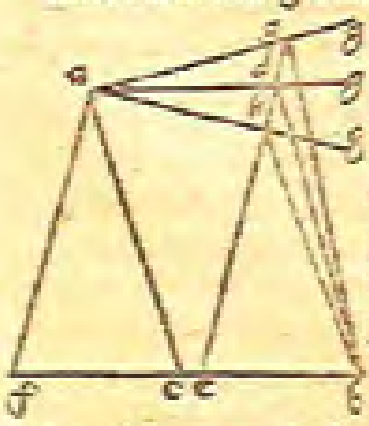
dal ponto.a.equidistante alla basa.b.c.non può transire,ne di sopra,ne di sotto, dal lo ponto.d. seguita de necessitade,che quella trasisca per esso ponto d.laquale è il pro posito. Et tu debbi da notare che da questa,& dalla precedente ci manifesta che se una linea retta segarà li dui lati d'un triangolo in due parti equale quella tal linea serà equidistante al terzo lato, laquale cosa se dimostrarà in questo modo, sia il triangolo.a.b.c.che li dui lati.a.b.& .a.c. di quello sia no segati dalla linea. d.e. in due parti equale nelli dui ponti,d.& .e. Dico che la linea.d.e.si è equidistante al. b.c.& per demostrar questo io tirarò nel quadrilatero. d.e.b.c. li dui diametri. d. c.& b.e.hor dico che'l trian golo. d.e.b. per la trigesima ottava propositione, serà equale al triangolo.a.d.e.perche sono sopra due base e quale,perche la.d.b.è equale alla.d.a. dal prosupposito e ciascun di loro termina nel ponto.e.dal qual se può tirar una linea che serà equidi stante alla basa ouer linea.b.a.per la trigesima prima propositione,dilche se può dir che sono etiam fra due linee equidistante,abenche la linea non gli sia tirata anchora per le medesime ragione il triangolo.c.e.d.serà equale al medesimo triangolo.a. d.e. dilche per la prima concettione, il triangolo.d.e.b.serà equale al triangolo.d. e.c. liquali sono cõstituidi sopra la medesima basa.d.e.donde per la presente trigesi ma nona propositione, seranno fra due linee equidistante, adonque la linea, d.e. è equidistante alla linea.b.c.che è il proposito.



Theorema.30. Propositione.40.

40/40 Se duoi triãgoli equali seranno cõstituidi sopra equal base d'una me desima linea,& da una medesima parte egli è necessario quelli esser con tenuti fra due linee equidistante.

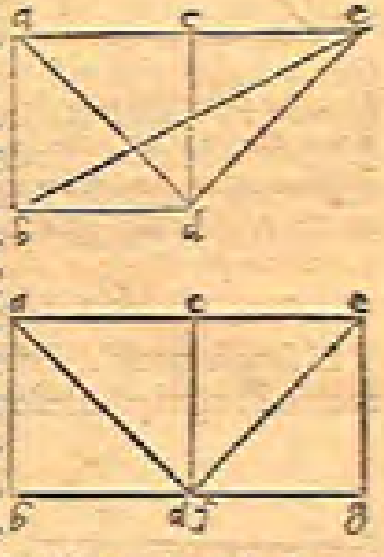
Siano li dui triangoli.a.b.c.& d.e.f.equali constituidi sopra le due base.b.c. & e.f.equale, lequal base sono d'una medesima linea,cioè b.f.& ambidui da una parte medesima,cioè verso.a.ec d.dico adonque li detti dui triangoli esser fra due linee equidistante, e questa è il conuerso della trigesima ottava,et se approua per quella medesima si come etiam la precedente per la trigesima settima,dal ponto.a.sia tira ta una linea equidistante alla.b.f.laquale se la transirà per il ponto.d. è manifestò il proposito,se nõ quella se la transirà di sopra,over di sotto come la.a.g.trãsisca pri ma di sopra, & sia produtta la. e.d. per sua a quel la laqual sia .e.g. & sia tirata la linea .g.f. & per la trigesima ottava, il triangolo. a.b.c. serà equale al triangolo.g.e.f. per la quale cosa il triangolo. d. e.f.



e.f. serà equale allo triangolo *g.e.f.* cioe, la parte seria equale al tutto, laqualcosa è impossibile, adonque non transirà di sopra, transisca adonque di sotto, & segha la linea *d.e.* in ponto *b.* & sia detta la linea *f.h.* & per la trigesimaottava il triangolo *b.e.f.* serà equale al triangolo *a.b.c.* per laqual cosa serà etiam equale al triangolo *d.e.f.* cioe la parte al tutto, laqual cosa è impossibile. adonque perche quella non transirà se non per il ponto *d.* è manifesto il proposito.

Theorema. 31. Propositione. 41.

41 41 Se uno paralellogrammo, & uno triangolo saranno constituidi in una medesima basa, & in medeme linee equidistante, el paralellogrammo connien esser doppio al triangolo.

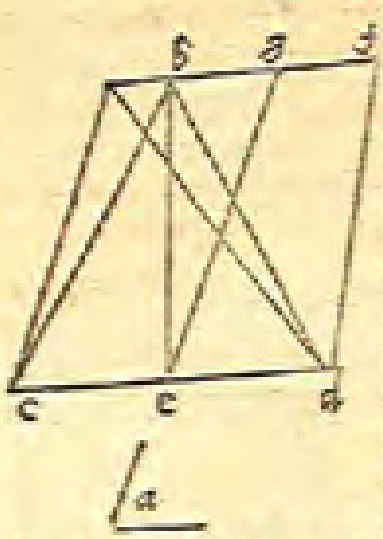


Sia il paralellogrammo a. b.c.d. & lo triangolo e. b.d. sopra la basa d. fra le due linee a.e. & b.d. laquale siano equidistante. Dico che il paralellogrammo a. b.c.d. è doppio al triangolo e.b.d. & per questo io tirarò il diametro a.d. ilquale divide il detto paralellogrāmo in due parte equale, per lo correllario della trigesima quarta propositione, adonque il triangolo a.b.d. serà la mitade del ditto paralellogrammo, & perche l triangolo e.b.d. è equale al triangolo a.b.d. per la trigesima settima propositione, seguita adonque che l triāgolo, e.b.d. sia etiam lui la mitade del ditto paralellogrāmo a.b.c.d. che è il proposito. Similmente tu potrai approuare che se un paralellogrammo & uno triangolo seranno constituidi sopra equal base, & fra medesime linee equidistante, il paralellogrammo serà etiam doppio al detto triangolo, Laqual cosa Euclide non ha posto, perche liggiermente è manifesta da questa precedente, et dal correlario della trigesima quarta, & per la trigesima ottava. Diuiso il paralellogrammo, per il diametro in doi triangoli, & sopra la basa del paralellogrammo, fra le medesime linee equidistante constituito il triangolo, alquale il paralellogrammo serà doppio per il detto corelario, et esso triangolo serà equale all'altro, per la trigesimaottava.

Problema. 11. Propositione. 42.

42 42 Puotemo designar una superficie de lati equidistanti, in un'angolo equale a un'angolo assignato, & ch'ella superficie sia equale a un triangolo assignato.

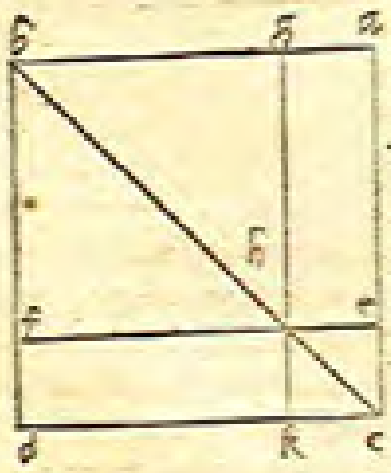
Sia lo assignato angolo a. & lo assignato triangolo. b.c.d. voglio descrivere una superficie de lati equidistanti, che sia equale al dato triangolo, b.c.d. & che doi di suoi angoli contrapositi siano equali, al angolo, a, perche la non pol haver mo angolo solo equale al angolo. a. (per la trigesima quarta propositione) divido la basa. c. d. in due parti equale, per la decima propositione, in ponto.



e.tiro la linea.b.e.& dal ponto.b.conduro la linea.b.f. equidistante alla linea.c.d.& sopra il ponto.e.della linea.d.e.constituisco l'angolo.d.e.g.equale a l'angolo.a. (per la trigesima tertia propositione) e dal ponto.e.tiro la linea.d.f.equidistante alla linea.e.g.e serà constituido il paralellogrammo.g.e.f.d.alquale contiene in se tutte le cose adimandate, perche il triangolo.b.c.e.è equale al triangolo.b.e.d.per la trigesima ottana propositione, per esser la.c.e.equale alla e.d.adunque tutto il triangolo.b.e.d.serà a esser doppio al triangolo. b.e.d.ma perche il paralellogrammo.g.e.f.d.è ancora lui doppio al medesimo triangolo.b.e.d.per la precedente, perche ambiduoi sono sopra la basa.d.e.& in medesime linee equidistante, seguita adunque per la sesta concettione, che'l detto paralellogrammo sia equale al triangolo.b.e.d.per esser ciascun di loro doppi al triangolo. b.e.d.dilche havemo descritto il paralellogrammo.g.e.f.d.equale al triangolo.b.e. d.assignato, & l'uno & l'altro di duoi angoli.g.e.d.& f.g.di quello contrapositi sono equali all'angolo.a.assignato, che è il proposito.

Speculatione.32. Propositione.43.

43/43 Li supplementi di quelli paralellogrammi che sono attorno del diametro di ogni paralellogrammo sono fra loro equali.

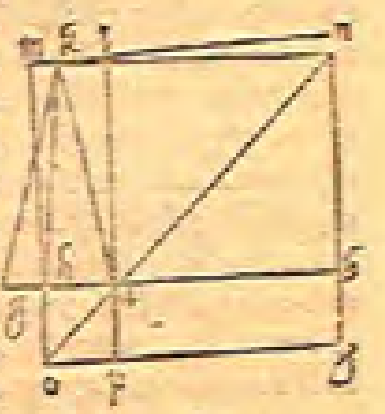


Sia il paralellogrammo,a,b,c,d, in lo quale tiro lo diametro,b,c,e similmente tiro la linea,e,f, equidistante a l'uno & l'altro delli duoi lati,a,b, & c,d,laquale sega il diametro,b,c,in ponto,h,dal quale ponto,h,duco la linea.k,g.equidistante a l'un e l'altro lato, a,c,& b,d,talmente che quella sega l'uno & l'altro delli predetti lati,a,b,& c,d,dilche tutto lo paralellogrammo, a,b,c,d,serà diuiso in quattro paralellogrammi,cioe,a, g,h,e:g,b,h,f:e,h,c,k:& f,h,k,d, delli quali li duoi (cioe,e,c,k,h,& g,b,h,f.) sono detti stare attorno il diametro,b,c,perche quello transisse per mezzo di loro, e pero sono attorno il diametro, li altri duoi paralellogrammi,cioe,a,e,g,h,& k,h,f,d,sono detti supplementi, & questi duoi supplementi sono equali l'uno & l'altro. Perche li duoi triangoli, a,b,c, & c,d,b, sono equali per il correlario della trigesimaquarta. Similmente ancora li duoi triangoli,g,b,h,& f,h,b,sono equali (per lo medesimo correlario della trigesima quarta propositione) & li duoi triangoli,h,c,e,& k,h,c.Similmente sono equali per lo medesimo correlario. Adonque levando via li duoi triangoli,g,h,b,et e,h,c, de tutto il triangolo,a,b,c,e similmente li duoi triangoli,h,f,b,& k,c,h,de tutto il triangolo,

golo,b,c,d,seranno li duoi residui, per la tertia concettione, anchora fra loro equali, li quali residui sono li detti duoi supplementi, che è il proposito.

Problema.12. Propositione.44.

44 44 Proposta una linea retta, sopra quella puotemo designare una superficie de lati equidistanti, in uno angolo dato, & che ella superficie sia equale à uno triangolo assignato.

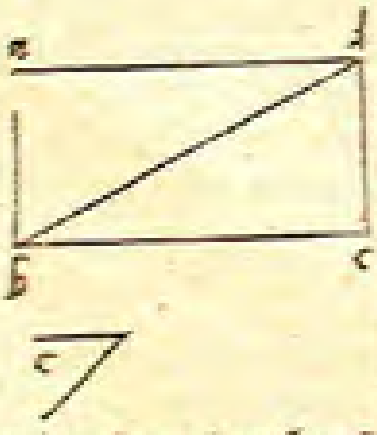


Sia la data linea,a,b, & il dato angolo,c, & lo dato triangolo,d,e,f, hor voglio sopra la linea, a, b, designarli una superficie de lati equidistanti, talmente che la detta linea,a,b, sia un di lati di quella, & che l'uno e l'altro de duoi angoli contraposti siano equali all'angolo,c, dato, perche la non può haver un'angolo solo equale all'angolo, c, per la trigesima quarta propositione, & che tutta la predetta superficie sia equale al triangolo,d,e,f. Questa tal propositione è differente dalla quadragesima seconda in questo, che quì si da uno lato della superficie che se ha da describere: cioe la linea, a, b. ma in la detta quadragesima seconda nō se ne da nisuno, quando adonque uorro describerò questa tal superficie sopra la detta linea,a,b, gli aggiongo la linea,a,g, ad essa linea,a,b, in diretto a quella laqual pongo equale alla basa, e,f, del triangolo dato, sopra dell'aquale linea,a,g, constituisco uno triangolo equale al dato triāgolo,d,e,f, et equilatero, laqual cosa faccio in questo modo. constituisco l'angolo,a,g,k, equale all'angolo, c, & l'angolo,g,a,k, equal all'angolo,f, (per la dottrina della uigesima tertia propositione) & perche la basa,g,a. fu posta equale alla basa,e,f, adonque il triangolo,g,a,k, per la uigesima sesta propositione, serà equale, & equilatero al triangolo,d,e,f, hor dividerò la basa,g,a, in due parti equale in lo punto,b, e tirarò la linea,K,b, & dal punto,k, produrò la linea,m,k,n, equidistante alla linea,g,b. & per la trigesima ottaua propositione, il triangolo,a,b,k, serà equale al triangolo,g,b,K. hor sopra il punto, a, con la linea, g,a, farò l'angolo,g,a,l, equale all'angolo,c, dato per la uigesima tertia propositione, & dal punto,b, produrò,b,m, equidistante al,l,a, & serà costituido il parallelogrammo,m,b,l,a, fra le due linee,m,n, & g,b, il qual parallelogrammo, m, b,l,a, per la quadragesima prima propositione, serà doppio al triangolo, K, b, a, per laqualcosa serà etiam equale a tutto il triangolo,k,g,a. & similmente, al triangolo, d, e, f, proposto (per la prima concettione) tirarò adunque la linea,b,n, equidistante alla linea,l,a, per la trigesima prima propositione, constituendo il parallelogrammo,l,a,n,b. Anchora produco il diametro,n,a, il quale tiro per fina a tanto che'l

concorra con la linea, m,b, anchora lei protratta in punto, o, al qual concorso appreſſo
marcho in ſu di queſta propoſitione, & dal punto, o, tiro la linea, o, q, equidiſtante
alla linea, b,b, & produco la linea, n,b, ſin che la ſi interſeghi con la linea, o, p, co-
me fa in punto, q, & ſerà conſtituido il parallelogrammo, m,o,n,q, hora slongarò la
linea, l,a, per fin al punto, p, dicho tutto il grande parallelogrammo ſerà diuiſo in li
quattro parallelogrammi, l,a,n,b, l,a,m,b, a,b,o,p, a,p,b,q. delli quali li duoi, l,a,
n,b, & b,o,a,p, ſono attorno al diametro, n,o, li altri duoi, m,b, l,a, & a,p,b,q, ſo-
no detti ſupplementi, liquali per la precedente propoſitione ſono equali, & perche
il triangolo, d,e,f, come di ſopra fu dimoſtrato, ſi è anchora lui equale ſuppiemente.
m,b,l,a, ſerà etiam (per la prima concettione) equale all altro ſupplemento, a,b,p,
q. ilquale è cõſtituido ſopra la data linea, a,b. E perche l'angolo, b,a,p, per la quara
decima propoſitione, ſi è equale all'angolo, l,a,b, & l'angolo, e, dato ſi è equal al det
to angolo, l,a,b, (perche coſi fu cõſtituido) ſeguita adunque per la prima concettio-
ne, che l'angolo, b,a,p, ſia equal al, e, dato. Egli adunque manifeſto, che ſopra la li-
nea, a,b, data eſſergli deſcritta la ſuperficie de lati equidiſtanti, a,b,p,q, equale al
dato triangolo, d,e,f, & l'uno e l'altro di duoi angoli, a,q, (contrapoſti di quella) ſo-
no equali al dato angolo, e, come fu il propoſito. Hora reſta a prouar che produce
do le due linee, n,a, & n,b, è neceſſario che ſe congiungano, come fu di ſopra pro-
meſſo, hor perche le due linee, n,b, & m,b, l'una e l'altra è equidiſtante alla linea, l,
a, ſeranno etiam per la trigeſima propoſitione, fra loro equidiſtante, & per la terza
parte della trigeſimanona, li duoi angoli, n,n,b, & n,m,b, ſon equali a duoi angoli
retti, & perche l'angolo, l,n,a, è menor de tutto l'angolo, m,n,b, per l'vltima concet
tione, adunque li dui angoli, n,m,b, & m,n,a, giouti inſieme ſeran minori di duoi an
goli retti, ſeguita adunque per la quarta concettione, che slongarò le due linee, n,a, m,
b, in quella parte l'è neceſſario che cõcorran inſieme, laqual coſa era da dimoſtrare.

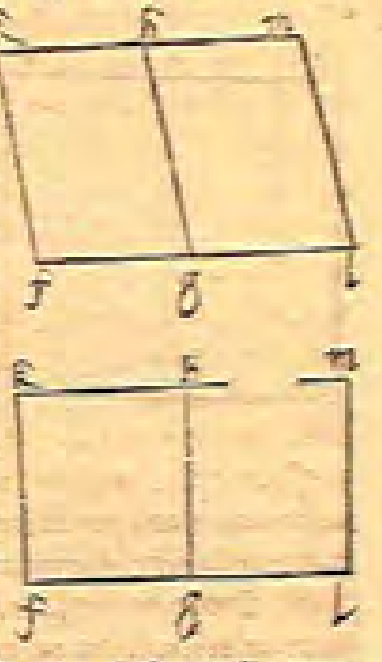
Problema. 13. Propoſitione. 45.

o/45 Proponemo conſtituir un Parallelogrammo, equal a un dato rettilineo in un dato angolo rettilineo.



Sieno il dato rettilineo, a,b,c,d, & lo dato angolo rettilineo, ſia, e. hor biſogna coſtruere uno parallelogrã mo equal al predetto rettilineo, a,b,c,d, ma che ſia coſi conditionato che habbiamo uno angolo equale allo an-golo, e, ma perche lui non ne può hauere uno ſenza dui coe duoi contrapoſti, per la trigeſima quarta propoſi-tione, diremo adunque che habbia duoi angoli contra-poſti equali al dato angolo, e, & per concludere que-ſta coſa farò in queſto modo, tiro la linea, d,b, diuidendo il detto rettilineo in li duoi triangoli, a,b,d, & d,b,c, poi per la quadrageſima ſeconda propoſitione, conſtituiſco il parallelogrammo, f,k, h,g, equale al triangolo, a,b,d, hauente l'angolo, h,k,f, equale al dato angolo, e, & ſopra

sopra la linea, over lato, b.g, per la precedente propositione, constituisco il paralelogrammo, b.g.m.l, equale all'altro triangolo, d.b.c, hauente l'angolo, m.b.g, equale al predetto angolo, e. dato. Et perche li dui angoli, f.k.b. & b.m.b.g, a uno per uno sono stati constituiti equali all'angolo, e. dato, dilche per la prima concettione, seranno etiam fra loro equali. Et aggiongendo communemente a ciascun di loro l'angolo, g.b.k, per la seconda concettione, li dui angoli, f.k.b. & g.b.k, seranno etiam equali alli dui angoli, g.b.k. & g.b.m, ma perche li dui angoli, f.k.b. & k.b.g, per la terza parte della trigesimaseconda propositione sono equali a dui angoli retti, li dui angoli adonque, k.b.g. & g.b.m, seranno etiam equali a dui angoli retti, seguita adonque per la quartadecima propositione, che la linea, k.b. & la linea, b.m, siano direttamente congionte insieme, et siano insieme una sol linea, che sera la linea, K.m. Hor perche in le due linee, k.m. & f.g. (le quale sono equidistante) sono segate dalla linea, b.g, li dui angoli, b.g.f. & m.b.g. alterni sono equali (per la prima parte della trigesimanona propositione) giongendoli communemente, all'uno e l'altro, l'angolo, b.g.l, li dui angoli adonque, m.b.g. & b.g.l. sono equali alli dui angoli, b.g.f. & b.g.l. (per la prima concettione) et li dui angoli, m.b.g, et b.g.l. p la tertia parte della detta trigesimanona Propositione, sono equali a dui angoli retti, segua adonque che li dui angoli, b.g.l. & b.g.f, siano equali a dui angoli retti, dilche le due linee, f.g. & g.l. sono indirette congionte, per la quarta decima propositione, & sono fatte una sol linea, che è la linea, f.l. Ma perche f.k. (per la trigesima quarta propositione) è equale alla, b.g. etiam equidistante, similmente, m.l. è equale, & equidistante alla medesima, b.g. (per la trigesima propositione) f.k. & m.l, seranno etiam fra loro equale & equidistante, & le due linee, k.m. & f.l, che le congiongano. (per la trigesimaterza propositione), sono equale, & equidistante. Adonque tutto, k.f.m.l, è paralellogrammo. Et perche il paralellogrammo, K.f.b.g. fu constituido equale al triangolo, a.b.d. & similmente il paralellogrammo, b.g.m.l. al triangolo, d.b.c. Adonque tutto il paralellogrammo, k.f.m.l, serà equale a tutto il rettilineo, a.b.c.d. & perche l'angolo, k, fu constituido equale all'angolo, e. dato, dilche habbiamo constituido il paralellogrammo, k.f.m.l, equale al dato rettilineo, a.b.c.d, etiam l'angolo, k, equal al dato angolo, e, che è il proposito.



Il Traduttore.

Bisogna notare qualmente il dato rettilineo, a,b, c,d, può essere contenuto da linee equidistante, & non equidistante, etiam de più di quattro lati, perche questo nome rettilineo, è un nome generale, sotto al quale se intende ogni specie de figura contenuta da linee rette, per tanto se'l dutto rettilineo fusse contenuta da

cinque

cinque lati quello se douerìa risolvere in tre triangoli, & procedere come se fatto di sopra, cioè sopra la linea l.m. costruirai il terzo triangolo (per la quadragesima quarta) & così se anderìa procedendo quando che'l detto rettilineo fusse contenuto da più de cinque lati.

Problema. 14. Propositione. 46.

45 46 Da una data retta linea puotemo descriuere un quadrato.



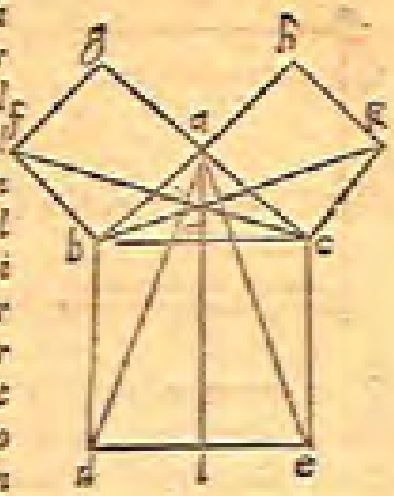
Sia la data retta linea a.b. dellaquale uoglio descriuere il quadrato delle due estremità, cioè punti a. & b. della detta linea a.b. per la undecima propositione, duco le due perpendicolare a.c. & b.d. sopra di quella laquale perpendicolare, per la ultima parte della trigesimaterza propositione, sono equidistante, perche li duoi angoli a. & b. intrinsici sono ambedui retti (per la diffinitione ottaua,) hor facio l'una e l'altra di quelle, per la tertia propositione, equale alla medesima linea a.b. poi tiro la linea c. d. laqual serà ancor lei equale & equidistante alla linea a.b. (per la trigesimaterzia propositione) & perche li dui angoli a. & b. sono retti, l'uno e l'altro delli altri dui angoli c. & d. seranno etiam retti (per la ultima parte della trigesima nona propositione, cioè per la trigesima quarta propositione) adonque per la trigesima diffinitione a.b.c.d. è quadrato che è il proposito. Anchora se potemo far in questo altro modo, prouerrai che sia la linea a.c. indefinita perpendicolare sopra a.a.b. in punto a. et tagliata che sia la parte a.c. (per la tertia propositione) equale alla data linea a.b. tirando poi dal detto punto c. la linea indefinita c.d. che sia equidistante alla linea a.b. per la trigesima prima propositione, & di quella segarai la parte c.d. (per la tertia propositione) equale alla linea a.c. cioè a.b. poi sia congionto il punto d. con lo pũto b. con la linea d.b. laquale per la trigesimaterzia propositione, serà equale alla linea a.c. etiam equidistante, & tutti li angoli sono retti (per la trigesima quarta propositione) adonque la detta figura a.b.c.d. si è quadrato, per la trigesima diffinitione che è il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 47.

46 47 In ogni triangolo rettangolo, lo quadrato che uien descritto dal lato opposito all'angolo retto, tutto in se medesimo, è equale alli duoi quadrati che uengono descritti delli altri duoi lati.

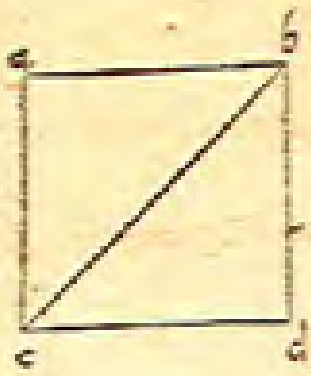
Sia il triangolo a.b.c. dilquale l'angolo a. sia retto, dico che'l quadrato del lato b.c. è equal al quadrato del a.b. & al quadrato del a.c. tolti insieme adonque quadrarò questi lati secondo la dottrina della precedente, e per il quadrato del b.c. sia la superficie b.c.d.e. & per il quadrato del b.a. la superficie b.f.g.a. & per il quadrato

drato del a.c. la ſuperficie c.b.K. replico adunque & dico che il quadrato b.c.d.e. è equale ad ambidoui li quadrati a.b.f.g. & a.c.K.b. giũti inſieme, e per dimoſtrar queſto dall'angolo retto a. produrò alla baſa d.e. del gran quadrato tre linee, cioe la linea a.l. equidiſtãte all'uno e l'altro lato b.d. et c.e. laqual ſegha il lato b.c. in punto m. & la linea a.e. & la linea a.d. Anchora dell'altri duoi angoli b. & c. tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minore le due linee b.k. et c.f. lequale ſe interſegan fra loro dẽtro lo medeſimo triangolo a.b.c. E per che l'una e l'altra delli duoi angoli b.a.c. et b.a.g. è retto ſeranno adonque le due linee c.a. & a.g. in diretto congionte, per la quarta decima propoſitione, & ſeranno una linea ſola, ch'è la linea g.c.e per le medeſime ragioni le due linee b.a. & a.b. ſeranno pur una ſol linea, cioe la linea b.b. perche li duoi angoli c.a.b. & c.a.b. ſon retti, perche adonque ſopra la baſa b.f. et fra le due linee f.b. et g.c. è conſtituido il parallelogrammo, ouer quadrato b.f.g.a. & il triangolo b.c.f. per la 41. il parallelogrammo b.f.g.a. ſerà doppio al ditto triangolo b.f.c. & il triangolo b.f.c. è equale al triangolo b.a.d. per la quarta propoſitione, perche li duoi lati f,b, & ,b,c, del primo ſon equali alli duoi lati ,a,b, & ,b,d, del ſecondo, perche ,b,f, & ,b,a, ciaſcuno è lato del quadro b.f.g.a. pero ſon equali, ſimilmente, li altri duoi, cioe ,b,c, & ,b,d, ciaſcuno è lato del gran quadrato ,b,d,e,c, & per queſto ſon anchora lor equali & l'angolo ,b, del primo è equale all'angolo ,b, del ſecondo perche l'uno e l'altro è compoſto d'un angolo retto, & dell'angolo ,a,b,c. ſeguita adonque per la ditta quarta propoſitione, che'l ditto triangolo b.f.c. ſia equal al ditto triangolo b,a,d, & perche il quadrato ,b,f,g,a, è doppio (come è detto di ſopra, al triangolo ,b,f,c,) ſerà etiam doppio (per commune ſcientia) al triangolo b.a.d, ma perche il parallelogrammo ,b,d,l,m, è anchora lui doppio al medeſimo triãgolo ,a,b,d, (per la quadrageſima prima propoſitione) perche ambiduoi ſon cõſtituti di ſopra la baſa ,b,d, & fra le due linee ,b,d, & ,a,l, equidiſtante, ſeguita adonque, per la ſeſta concettione, che'l parallelogrammo ,b,f,g,a, ſia equale al parallelogrãmo ,b,d,l,m, per eſſer ciaſcun di loro doppio al triangolo ,a,b,d, Et per queſto medeſimo modo, & con le medeſime propoſitione prouaremo che li duoi triangoli K.b.c, & ,a,e,c, ſiano equal fra loro, & lo parallelogrammo ouer quadrato ,a, c, b, K, è doppio a l'un di loro, qual ſi voglia, & facilmente il parallelogrammo ,c,e,l,m, ſerà per doppio a qual ſi voglia, ſeguiterà poi come di ſopra, che'l parallelogrammo, c,e, l,m, ſerà equal al quadrato ,a, c, K, dilche tutto il quadrato grande ,b,c, d,e, per eſſer cõpoſto delli predetti duoi parallelogrammi, b,d,l,m, et c,e,l,m, ſerà equale ad ambiduoi li predetti quadrati inſieme giunti, che è il propoſito.



Il Traduttore.

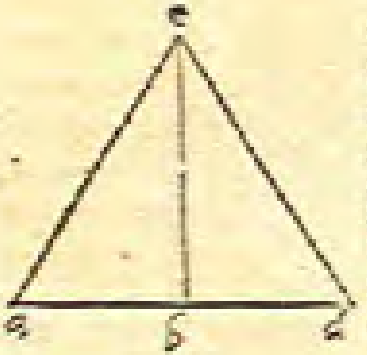
Da queſta propoſitione ſi manifeſta, che il quadrato del diametro di ciaſcuno quadrato è doppio al quadrato della ſua coſta, come, verbi gratia, ſia il quadrato a,b, c,d,



c,d, nelqual tiro il diametro,a,d, hor dico che'l quadrato descritto di sopra,a, d, per la precedente, serà doppio al quadrato descritto sopra la costa ouer Lato,a,c, ouer sopra un delli altri tre lati, laqual cosa si dimostrerà in questo modo,perche il Lato,a,c,è equal al Lato,c,d, p la diffinitione del quadrato:et similmente l'angolo c, è retto adunque (per la presente propositione) il quadrato del lato,a,d, del triangolo,a,d,c, per esser opposito all'angolo.c. che retto serà equale alli duoi quadrati delli duoi lati,a,c,et,c,d,laquali duoi quadrati serranno equali (per communa scientia) dilche essendo equale ad ambidui insieme (per cõmune scientia) serà doppia a un sol di quelli,perche uno non a esser la mittà della somma de tutti duoi,per esser equali l'uno all'altro,e questo è quello che uol inferire.

Theorema. 34. Propositione. 48.

47/47 Se il quadrato, che uien descritto da uno lato d'un triangolo, dutto in se medesimo serà equale alli duoi quadrati, che uengon descritti dalli dui restanti lati, l'angolo alqual è oppolito quel tal lato è retto.



Sia il triangolo.a.b.c. & sia il quadrato del Lato.a.c.equale alli duoi quadrati delli duoi lati.a.b.& .b.c.in insieme giunti. Dico che l'angolo.b.(alqual si oppone il detto lato.a.c.)è retto. E questa è il conuerso della precedente. Dal punto.b.tiro la linea.b.d. per la undecima propositione,perpendicolare alla linea.a.b.c.e pongo quella equale alla linea.a.b.& produco la linea.c.d. Et perche l'angolo.d.b.c.è retto,il quadrato adunque del lato c.d.serà equale(per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati.c.b. & .b.d. & perche.b.d. fu posta equale al.b.a.li loro quadrati(per commune scientia)serranno equali, perche sopra linee equale se descriuono quadrati equali,hor giongendo communemente a l'uno e l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea.c.b.due somme serãno equale,per la prima conceptione,& perche una de queste due somme serà equale al quadrato della.a.c.l'altra serà equale al quadrato della.d.a.e adonque li quadrati delle due.a.c,& .d.c.serranno equali,& perche li quadrati equali sono contenuti da linee equale,per commune scientia,adonque la linea.c.serà equale alla linea.d.e.alle che li tre lati.a.b.a.c,& c.b,del triangolo,a,b,c,sono equali alli tre lati.b,d,b,c,et c.d,del triangolo,d,b,c.seguita adunque,per l'ottaua propositione che l'angolo,a,b c,sia equale all'angolo,d,b,c,& perche l'angolo,d,b,c,è retto,serà etiam retto l'angolo.a.b.c.che è il proposto.

LIBRO SECONDO DI EVCLIDE.

1 1 Ogni paralellogrammo rettangolo è detto contenersi sotto alle due linee che circondano l'angolo retto.

Parallelogrãmo rettãgolo.



DE intelligentia di questa diffinitione, bisogna notare qualmente le specie principale di paralellogrammi sono due, cioe rettangolo, & non rettangolo: il rettãgolo è quello che ha tutti li suoi quattro angoli retti, Et il non rettangolo è quello, che non ha alcuno angolo, che sia retto, e l'una e l'altra di queste due specie si divide in due altre specie. Le specie del retto, e l'una è il quadrato, & l'altra è il rettangon longo, & le specie del paralellogrammo non rettangolo l'una è il rhombo, & l'altra è il rhomboide, & tutte queste specie furno diffinite in la trigesima prima diffinitione del primo, hor tornando a proposito, L'autor per maggior nostra instruttione, et intelligẽtia delle cose che seguita, in questa diffinitione ci adverti se qualmente il paralellogrãmo rettangolo è detto contenersi sotto a due di quelle linee che comprendono uno di suoi quattro angoli retti: & accio che meglio me intendi, sia il paralellogrammo. a.b.c.d. e sia rettangolo, dico che questo tal paralellogrammo, & altri simili, se dirà essere contenuto sotto alle due linee. a.b. & a.c. che comprendono l'angolo. a. qual retto, lequale sono pur equale alle altre due opposite a quelle, per la trigesima quarta del primo. Et questa diffinitione, over suppositione deriva da questo. Perche la quantità di ogni figura superficiale, ò sia rettangola, o non rettangola, paralellogramma o non paralellogrãma, sempre se apprende, over conosce la sua quantità per mezzo della quantità della sua vera longhezza, & larghezza, & sua vera longhezza, & larghezza non è semper equale a quelle due linee che circondano, over comprendano l'uno di suoi quattro angoli, salvo che nella figura paralellogramma rettangola, exempli gratia, La quantità della vera longhezza del proposto paralellogrammo rettangolo a.b.c.d. è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee. a.b. over c.d. & la quantità della sua vera larghezza è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee. a.c. over d.b. laqual cosa non seguita nelli altri paralellogrammi non rettangoli cioè nel rhombo, over nel rhomboide, ne etiam in altra figura, perche le due linee che contengono alcun delli angoli del rhombo, over del rhomboide, over d'altra figura, non se equalia l'una alla quantità della sua vera longhezza & l'altra alla quantità della sua vera larghezza, si come nel paralellogrammo rettangolo è detto, e però non se dice, ne si può dire rhombo, over il romboide, over altra figura non rettangola sia contenuta sotto ad alcune due di quelle linee, che contengono alcuno di suoi angoli, come nel paralellogrammo rettangolo è detto.

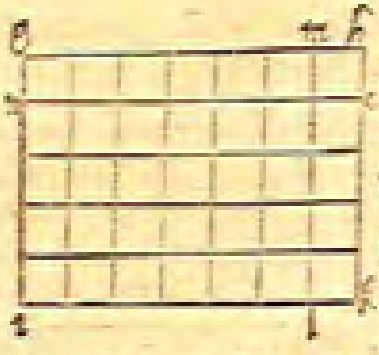
Ancho-



Anchora bisogna notare che questo paralellogrammo rettangolo si costuma a nominarlo sotto molti altri diuersi nomi, ouer parlari. E per essempio, sia le due linee a. b. & b. c. dico che tanto significa ouer importa e dire.



Quello che sien fatto del dutto della a. b. in la b. c.
El rettangolo della a. b. in la b. c.
El producto che nè fatto del dutto della a. b. in la b. c.
La moltiplicatione della a. b. in la b. c.
Quello che è contenuto sotto della, a, b, & , b, c.
La superficie rettangola contenuta sotto la a. b. et b. c.

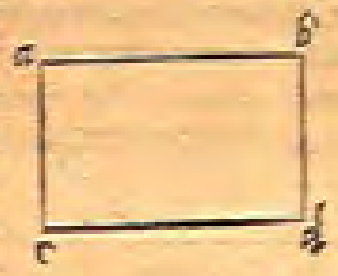


Quanto che è a dire il paralellogrammo rettangolo descritto dalle dette due linee, ouer contenuto sotto di quelle, cioè ponendo la b. c. ortogonalmente sopra l'una delle estremità della a. b. poniamo m ponto b. & dal ponto c. tirare la linea c. f. equidistante alla, a, b, et dal ponto a. tirare la linea, a, d, equidistante alla, c, b, laqual se interlega con la c. f. in ponto, d, & serà compito il paralellogrammo rettangolo a. b. c. d. sotteneto sotto le dette due linee a. b. & b. c. (o per dar meglio sotto di due altre equale a quelle,) & se le dette due linee fusser note per numero di qual che famosa misura, etiam il detto paralellogrammo seria noto per numero: essempli gratia, se la linea, a, b, fusse otto piedi di longhezza, & la b. c. ne fusse cinque, dico che l'area superficiale del detto paralellogrammo seria quaranta piedi superficiali, cioe quaranta quadretti de un piede per fazza, et questo quaranta nasce dalla moltiplication della b. c. fia la a. b. cioe de cinque fiate otto fa quaranta, & con tal modo si cognosce la quantità superficiale di ogni paralellogrammo rettangolo, cioe se misura la sua longhezza & larghezza, dapoi si moltiplica il numero delle misure della longhezza, fia il numero delle misure della sua larghezza, & il producto di tal moltiplicatione serà la quantità superficial di tal paralellogrammo, cioe serà tanti quadretti d'una di quelle misure cō che misurasti per fazza, o sieno piedi, o per cubi, o passa, & acco che meglio me intendi te voglio dar un altro essempio, sia il paralellogrammo rettangolo, g. b. i. k. & sia la linea, g. b. ouer i. k. sette misure, poniamo sette pertiche, & la linea, g, i, sia cinque pertiche, come etiam per la sue divisioni appare, hor dico che l'area superficiale di questo paralellogrammo serà trentacinque, al qual trentacinque nasce della moltiplicatione di cinque fia sette, & questo trentacinque dico, che glie trentacinque quadretti di una pertica per lato, laqual cosa se manifesta in questo modo tirando da ciascuna delle intermedie divisione della linea, g, b, una linea equidistante all'una & l'altra, g, i, & b, k, alla similitudine della linea. m. l. simile mente de cadauna delle intermedie divisioni della linea, g. i. tirando una linea equi-



distante

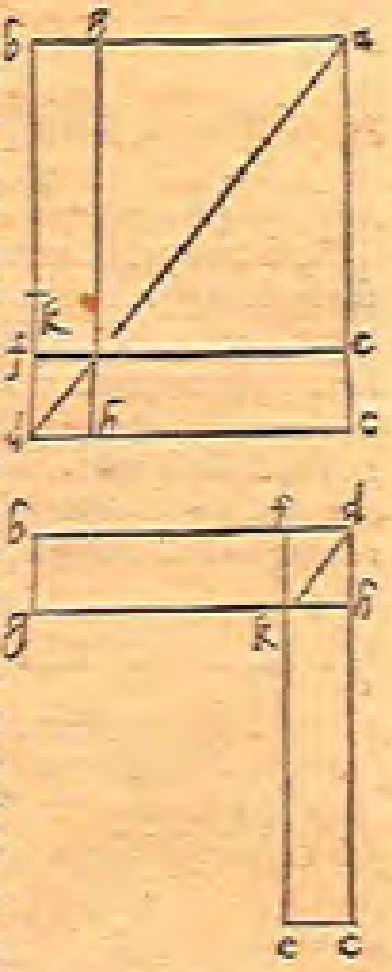
distante all'una e l'altra linea.g.h.& i.K. alle similitudine della linea.x.o. & fatto questo serà diuiso il detto paralellogrammo in trenta cinque quadretti, come sensibilmente puoi vedere, & etiam per la trigesima quarta del primo, approuare cadauno di quelli essere una perticha per faccia, cioe una di quelle sette diuisione della linea.g.h. quale supponemo sieno perticbe, & questo è quello che volemo inferire.



2/3 Quelli paralellogrammi che sega per mezzo il diametro di ogni spatio paralellogrammo, sono detti stare attorno al medesimo diametro, & qual si voglia de quelli detti paralellogrammi che stanno attorno al detto diametro con li duoi supplementi è detto gnomone.

Quali sieno li paralelligrammi che stanno attorno del diametro, e quali sieno li supplementi fu declarato, sopra la demostratione della quadragesimaterzia del primo.

Sia il paralellogrammo.a.b.c.d. & lo diametro di quello.a.d.iqual diametro sia diuiso dalle due linee.e.f.& .g.h. dutte equidistante alli lati opposti del ditto paralellogrāmo,lequal se seghino fra loro sopra il detto diametro.a.d. in ponto.k.dilche questo tal paralellogrammo serà diuiso in quattro paralelligrammi, & li duoi de quelli, cioè il paralellogrammi.a.g.e.K.& .k.f.b.d.liquali el diametro. a.d. li sega per mezzo, sono dette stare attorno al diametro come sopra alla detta quadragesima tertia propositione del primo etiam fu detto, & li altri duoi che non sono segati del detto diametro.a.d.sono detti supplimēti, per la quadragesima tertia del primo,liquali duoi supplementi sono.e.k.c.b. & g.k.b.f. hor dico che questi duoi supplementi giunti con un delli duoi paralellogrammi.a.e.g.k.ouer.k.b.f.d. che stanno attorno al diametro, insieme componeno una figura chiamata gnomone, verbi gratia, tollendo il paralellogrammo.K.b.f.d.insieme con li duoi supplementi.e.k.c.b.& g.K.b.f. formaranno una figura, come quì appare, laqual (come è detto di sopra) si chiamerà gnomone, ma che tolesse anchora l'altro paralellogrammo.a.e.g.K. con li predetti duoi supplimenti.e.k.c.b.& g.K.b.f.formaranno etiam loro una figura, come quì appare; laquale,come è detto di sopra,si chiamerà similmente gnomone, e questo è quello che volemo inferire. Onde segnita che

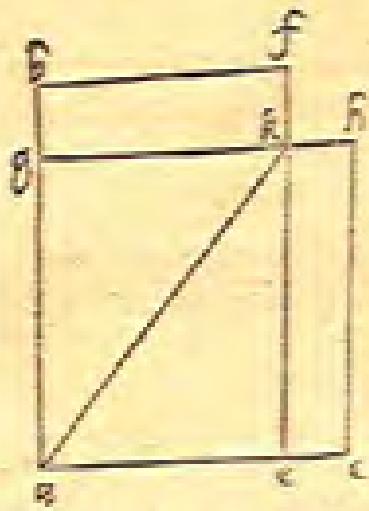


aggiunto

aggionto a cadauno di quelli duoi gnomoni il parallelogrammo che gli manca resor
ma sempre nel altra volta tutto il parallelogrammo, et a benche il detto gnomone cresca
di area, tamen il non se altera, ouer muta della sua circonferentia laterale. si come
dice Aristotele nelli predicamenti.

Il Tradottore.

Gnomon

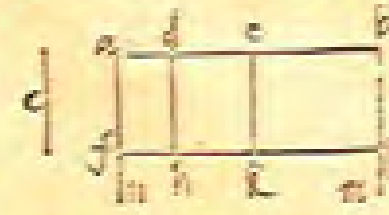


Questo sopra scritto correllario uol inferire che per l'aggiungere ouer cauare delli sopradetti parallelogrā mi sempre se cresce, ouer se sminuisce la superficie della figura, dove si aggionge ouer caua, & tamen mai gli cresce ouer sminuisce la circonferentia laterale, esempli gratia, se del parallelogrammo a.b.c.d. me cauerò lo parallelogrammo a.g.e.k. resterà lo primo gnomone, il qual gnomone serà di minor superficie del parallelogrammo a.b.c.d. tamen la sua circonferentia laterale serà equale alla circonferentia laterale del detto total parallelogrāmo, cioe che le sei linee e.k: k.g: g.b: b.d: d.e. & a.e. che circondano il detto gnomone, sono equale in summa alli quattro lati a.b: b.d: c.e. a. che circondano il total parallelogrammo, la qual cosa per se facilmente apprehender si, senza altra dimostratione.

Theorema. 1. Propositione. 1.

Se seranno due linee rette delle quale una sia diuisa in quante parti si uoglia, Quello che uien fatto del dutto dell'una in l'altra serà equale a quelli rettangoli, che seranno produtti dal dutto della linea non diuisa in cadauna parte della linea particolarmente diuisa.

Siano le due linee a.b. & c. una dellequal, cioe a.b. sia diuisa poniamo in tre parti l'una dellequal parte sia a.d. la seconda d.e: & la terza e.b. hor dico che quel che uien fatto dal dutto della linea c. in tutta la linea a.b. serà equale a quelli parallelogrammi rettangoli (giunti insieme) che seran fatti della linea c. in la a.d. & in la d.e. & in la e.b. E per dimostrar questo sopra li duoi ponti a. & b. erigero le due linee a.n. & b.m. perpendicolare alla linea a.b. (per la doctrina dell'undecima propositione del primo) dellequal perpendicolare me segarò le duoi parti a.f. & b.g. che cadauna sia equale alla linea c. poi compirò il parallelogramo a. f.b.g. ducendo la linea e.f. & g. & questo sia rettangolo, ouer parallelogrammo è proprio il dutto de la linea c. in tutta la linea a.b. come di sopra fu detto. Anchora delli duoi ponti d. & e. tirarò le due linee d.h. & e.k. equidistante alli duoi lati a. f. & b.g. e l'una e l'altra di quelle seranno equale (per la trigesima quarta propositione del primo) similmente l'una e l'altra serà equal alla linea a.f. & per la pri-

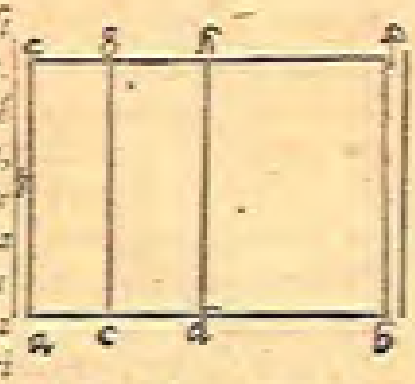


ma

ma concettione, alla linea a.c. Adonque per le cose diffinite di sopra, il rettangolo a. d.f.b. nien producto dal ducto della linea a.c. in la linea a.d. & nien ditto esser conte nuto sotto a quelle (come fu ditto di sopra) & cosi il rettangolo, d,b,c,K, della detta linea, c, & della linea, d,e, serà contenuto, & similmente il rettangolo, e,k,b,g, nien pur fatto della linea, c, ducta in linea, e,b, & perche tutti questi tre rettangoli piccoli insieme giunti empieno totalmente tutto il gran rettangolo. a.f.b.g. pero tutti tre giunti insieme sono equali a quello, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Se una linea retta serà diuisa in parti, quello che è fatto dal ducto de
2 tutta la linea in le medesima, serà equale a quelli rettangoli che serãno fatti dal ducto della medesima in tutte le sue parti.

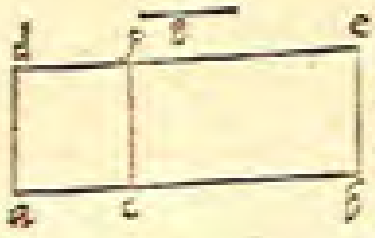


Sia la linea a.b. laqual sia diuisa in quante parte si voglia, ma per il presente sia diuisa in tre l'una sia a.c. la seconda, c,d, la terza, d,b, ben dico che quello che nien fatto dal ducto di tutta la linea a.b. in se medesima, che seria il quadrato di quella, serà equale a quelli tre rettangoli, che seranno fatti dal ducto de tutta la detta linea, a,b, in ciascuna di quelle tre parti, cioe nelle tre linee a.c. c. d. & d.b. & per dimostrar questo sopra la linea, a,b, per la quadragesima sesta propositione del primo descriverò il quadrato, a,b,e,f, & dalli dui punti, c, et, d, produrro le due linee, c,g, & d,h, equidistante alli dui lati, a,e, et, b,f, dilche tutto il quadrato, a,e,f,b, serà diuiso in tre rettangoli, liquali son, a,c,g,e, c,h,g, c,b,d,h, & b,d,f,b, & perche le due linee, c,g, & d,h, sono equale, & cadauna di loro sono equale al lato a,e, che è quãto la, a,b, per la trigesima quarta propositione del primo, adonque li tre rettangoli sono contenuti sotto alla linea, a,b, per longhezza, & per larghezza l'uno è contenuto sotto alla parte, a, c, l'altro sotto alla parte, c,d, il terzo sotto alla parte, d,b, & perche li detti tre rettãgoli empieno totalmente tutto il quadrato, a,b,e,f, il nostro proposito nien a esser manifesto. Anchora per la precedente se potea proceder in questo modo, sia tolto la linea, k, equale alla linea, a,b, & perche il rettangolo compreso sotto alla linea, k, & alla linea, a,b, diuisa serà equale alli rettangoli fatti della linea, k, in le tre parti della, a,b, come nella precedente fu dimostrato, ma perche il rettangolo della, k, in la, a,b, è quanto il quadrato della, a,b, & li tre rettangoli della, k, in le parti de, a,b, è tanto quanto li tre rettangoli de, a,b, in le tre parti de lui medesimo, perche la, k, & la, a,b, sono equale seguita adonque la verità del nostro proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3 Se una linea retta serà diuisa in due parti (come si voglia.) Quello
3 che nien fatto dal ducto di tutta la linea, in l'una de dette due parti,

serà eguale al dutto della medesima parte in se medesima, & al dutto dell'una parte in l'altra.



Sia la linea a.b. divisa in a.c. & b.c. dico che quello ch'è fatto da tutta la linea a.b. in la sua parte a.c. cioè rettangolo contenuto sotto a tutta la linea a. b. & la sua parte a.c. serà eguale al quadrato della medesima parte a.c. insieme con lo rettangolo contenuto sotte al le due parti, cioè a.c. & c.b. E per dimostrar questo costituirò sopra la linea a.b. il rettangolo a.b.d.e. talmente che la sua larghezza a.d. sia eguale alla parte a.c. & questo farò per la dotta ne della prima propositione, poi dal punto c. produco la linea c.f. equidistante alli duoi lati a.d. & b.e. la qual linea c.f. serà eguale al lato d.a. & al lato b.e. per la trigesima quarta propositione, & per la prima concettione serà etiam eguale alla parte a.c. dilche il rettangolo a.c.d.f. serà quadrato, et serà quello della parte a.c. et l'altro rettangolo c.b.f.e. è quello ch'è fatto della parte a.c. dentro in la parte c.b. perche se vede che la sua larghezza c. f. è eguale alla parte a.c. & la lunghezza è l'altra parte c.b. & perche questi duoi rettangoli, cioè il quadrato a.c.d.f. & lo rettangolo c.b.f.e. empiono totalmente tutto il gran rettangolo a.b.d.e. seguita adonque che lor duoi siano eguali a quel solo, e perche questo grã rettangolo è contenuto sotto alle due linee a.b. & a.d. et a.d. è eguale alla parte a.c. adonque il nostro proposito è manifesto. anchor per un'altro modo se potemo far questa demostratione, cioè tolendo la linea g. eguale alla linea a.c. perche il rettangolo della linea g. in tutta la linea a.b. (per la prima propositione di questo) serà eguale alli duoi rettãgoli fatti della linea g. in divisa in le due parti a.c. & c.b. della linea a.b. divisa, & lo rettangolo della linea g. in tutta la linea a.b. è tanto quanto lo rettangolo della parte a.c. in tutta la detta linea a.b. perche g. è tanto quanto a.c. dal presupposito, similmente il rettangolo de g. in a.c. è tanto quanto il quadrato de a.c. etiam il rettangolo de g. in l'altra parte c.b. è tanto quanto il retto angolo della parte b.c. in l'altra parte c.b. dilche per la detta prima propositione di questo serà delucidato il nostro proposito.

Theorema 4. Propositione 4.

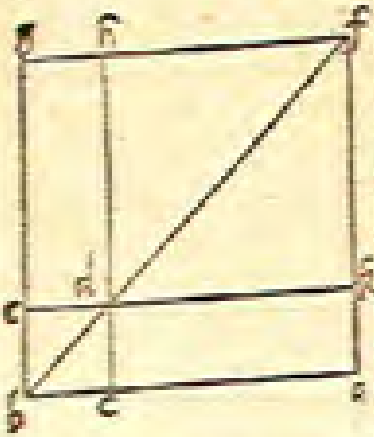
4/4 Se una linea retta serà divisa in due parti come si voglia, e quel che vien fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, è eguale alli quadrati che vengono fatti dal dutto dell'una è l'altra parte in se medesima e al dutto, dell'una parte in l'altra due volte.

Corellario.

4/4 Da questo è manifesto che in ogni quadrato, le due superficie parallellogramme, che il diametro segha per mezzo son ambedue quadrate.

Sia

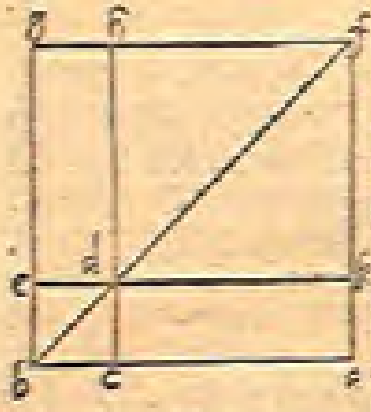
Sia la linea a.b. diuisa in a.c. & b.c. dico che'l quadrato de tutta la linea a.b. è equale alli duoi quadrati delle due linee a. c. & b. c. & al doppio di quello che fatto del detto della linea c.b. in la a.c. (cioè del rettangolo de c.b. in a.c.) Et per dimostrar questo descriuerò sopra la linea a.b. per la quadragesima sesta, del primo il quadrato a.b.f.g. & tiro il diametro f.b. & dal punto c. per la trigesima prima propositione del primo, e duco la linea c. b. equidistante alli duoi lati b.g. & a. f. laqual sega il diametro f.b. nel punto d. dalqual punto d. tiro la linea K.e. per la medesima trigesima prima del primo, equidistante alli duoi lati a.b. & f.g. & cosi tutto il quadrato a.b.f.g. serà diuiso in quattro rettangoli delli quali li duoi, cioè, a, K, f, d, & b, d, g, e, sono li duoi supplementi, liquali sono equali fra loro per la quadragesima tertia propositione del primo, li altri duoi, cioè. K. a. f. b. & c. d. b. e. sono quelli, che sono segati per mezzo dal diametro. f. b. & questi duoi sono quadrati la qual cosa se demostrerà in questo modo, perche c. b. è equidistante al lato a. f. & ambedue sono segate della linea a. f. b. dilche per la seconda parte della trigesima nona del primo l'angolo b. d. c. intrinseco serà equale allo angolo b. f. a. intrinseco a se opposito, & perche lo angolo a. b. f. è equale anchora lui al detto angolo b. f. a. per la quinta propositione del primo, perche il lato a. f. è equale al lato a. b. del triangolo a. f. b. dilche per la prima concettione l'angolo c. d. b. serà equale all' angolo c. b. d. seguita adonque per la sesta propositione del primo, che'l lato c. d. sia equale al lato c. b. del triangolo c. b. d. & per la trigesima quarta propositione del primo, il lato d. e. serà equale al lato c. b. similmente il lato e. b. al lato c. d. seguita adonque per la prima concettione che'l parallelogramo c. d. b. e. sia di quattro lati equali, dico anchora etiam quel esser rettangolo, perche la linea c. d. è equidistante alla linea a. e. b. & ambedue sono segate della linea a. b. d. dilche per la terza parte della trigesima nona del primo, li duoi angoli d. c. b. & c. b. c. intrinseci sono equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo c. b. e. è retto per essere l'angolo del quadrato a. b. f. g. è necessario che etiam l'angolo d. c. b. sia retto & per la trigesima quarta del primo, li duoi angoli c. d. e. & b. e. d. contrapositi seranno retti, adonque. c. b. d. e. serà quadrato, & serà il quadrato della linea c. b. & per lo medesimo modo e mia se approuerà. K. d. f. b. esser quadrato, dilche il corelario serà manifesto, & perche il lato k. d. del quadrato K. d. f. b. (per la trigesima quarta del primo) è equale alla linea a. c. seguita adonque che'l quadrato k. d. f. b. sia il quadrato della linea a. c. Adunque li duoi quadrati c. b. d. e. & k. d. f. b. sono li duoi quadrati delle due linee a. c. & c. b. & perche li duoi supplementi a. c. k. d. & b. d. g. e. sono equali, per la quadragesima tertia del primo, & lo supplemento a. c. k. d. è contenuto sotto alla linea a. c. & alla linea c. b. (perche c. d. è equale al c. b.) adonque ambeduoi li supplementi a. c. k. d. et b. d. g. e. gionti insieme seranno il doppio del producto della parte a. c. in la parte c. b. & perche questi duoi supplementi insieme con li duoi quadrati de a.



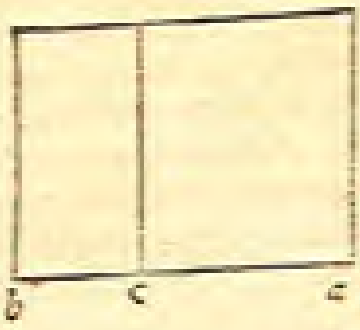
c. & de. c. b. empieno precisamente al gran quadrato a. b. f. g. de tutta la linea. a. b. adonque tutti lor quattro sono equali a lui solo, che è il proposito. Nella prima traduttione se fa la dimostratione della presente quasi al opposito di questo, perche iui prima constituisce il quadrato. c. d. b. e. sopra la parte. c. b. poi gli aggiogo el detto quadretto il gnomone secondo il dicto diretino dell altra linea. a. c. il quale se farà in questo modo, in lo quadretto. c. d. b. e. tiro il diametro. b. d. & dal ponto. a, duco la perpendicolare sopra la linea. a. b. la qual sia la linea. a. K. laqual. a. K. insieme col diametro d. b. produco fina a tanto che concorrano nel ponto. f. & dal ponto. f. produco. f. b. equidistante alla linea. a. b. laqual. f. b. insieme con. b. e. produco fina che concorano in ponto. g. e produco. c. d. fina in. b. & e. d. fin a. K. & cosi serà constituido il gran paralellogrammo. a, f, b, g, diuiso in quattro paralellogrammi, come appare, hor ne bisogna dimostrar che uni sia quadrato insieme con lo paralellogrammo, k, f, d, b, & questo si farà mediante il presupposito quadretto, c, d, b, e, perche li dui lati, e, d, & e, b, del triangolo, d, e, b, sono equali, li dui angoli, e, d, b, & e, b, d, sono etiam equali, per la quinta del primo, & perche l'angolo, c, è retto (dal presupposito) dilche per la trigesima seconda del primo, li dicti dui angoli, e, d, b, & e, b, d, ciascun di loro serà la mitrà d'un angolo retto, & per le medesme ragion l'uno e l'altro delli altri dui angoli, c, d, b, & c, b, d, seranno la mitrà d'un angolo retto, per laqual cosa li quattro angoli, cioe, b, d, e, & b, d, f, & k, f, d, & k, d, f, ciascun di loro seranno la mitrà d'un angolo retto, et questo se approuerà (per la seconda parte della trigesima nona del primo) perche la linea. b. f. sega le due linee. a. f. & b. e. equidistante, e similmente le altre due. g. f. et. e. k. etiam. g. b. che sono per equidistante, dilche l'angolo. b. f. d. serà equale all angolo. e, d, b, che è la mitrà d'un retto, et l'angolo. b. d. f. serà equale all angolo. e, b, d, adonque li dui angoli. b, d, f, & b, f, d, sono equali perche ciascun è mezzo angolo retto, adonque li dui lati. b, d, et b, f, del triangolo. d. b. f. per la sesta del primo seranno equali: similmente li dui lati. k, d. & K. f. del triangolo. K. d. f. per le medesme ragion seran equali, & per la trigesima quarta del primo, il paralellogrammo, K, f, d, b, serà de lati equali etiam rettangolo, perche li dui angoli terminanti in. f. sono mezzo angolo retto per uno, adonque tutto l'angolo, g, f, a, serà retto, similmente l'angolo, b. d, k, & similmente per la terza parte della trigesima nona del primo, l'angolo. a. & l'angolo. g. seranno retti, similmente li dui lati. g. f. & g. b. del triangolo. g. b. f. seranno equali (per la sesta del primo) & similmente li altri dui lati. a. b, & a. f, dell altro triangolo. a, b, f, serà equali, Adonque li dui paralellogrammi. a. f. b. g. & k. f. d. b. seranno quadrati, per la trigesima quarta del primo, & perche il gran quadrato, a. f, b, g, è il quadrato di tutta la linea. a. b. & quello è diuiso in quattro rettangoli li dui che sono attorno al diametro. f. b. sono li quadrati delle due linee. a. c. & c. b. perche la linea

k. d. è

k,d, è equale alla linea,a,c, & li dui ſupplementi ſono equali fra loro (per la quadrageſima ſertia del primo) & l'uno di quelli, cioe,a,K,c,d, è contenuto ſotto alle due linee.a.c. & c.b. perche,c,d, è equale al detto,c,b. Adonque li dui ſupplementi,a,k,c,d,b,e,g, giunti inſieme ſeranno il doppio di quello che è fatto della linea, a, c, in la linea.c. b. & perche li detti dui ſupplementi inſieme con li dui quadretti delle due linee,a,c, & c,b, impiono preciſamente il gran quadrato.a, f.b.g. adonque tutti quattro ſe agualiano a lui ſolo,che è il propoſito. Anchora per un' altro più ſe dice modo ſe pol per queſta demoſtratione,ſia anchora la medeſima linea.a.b. diuiſa in,a,c, & c,b, dico che'l quadrato de tutta la linea,a,b, è equale alli dui quadrati delle due linee,a,c, & c,b, inſieme con il doppio del rettangolo compreſo ſotto alle due linee,a,c, et c,b.



Che per queſto altro modo lo dimoſtrarò ſopra la linea, a,b, (per la quadrageſima ſeſta del primo) coſtituiſco il quadrato.a,f,b,g, in quello tiro tutte le linee, come di ſopra fu fatto,cioe.f.b.c.b.k,e, & perche li tre angoli del triangolo,g,f,b, ſono (per la trigeſima ſeconda del primo) equali a dui angoli retti, & perche l'angolo,g, è retto (dal preſuppoſito) neceſſita adonque che li altri dui (cioe l'angolo,g,f,b, & g,b,f,) inſieme ſiano un ſol angolo retto, & perche li dui lati,g,f, & g,b, del detto triangolo,g,f,b, ſono equali (dal preſuppoſito per eſſer li lati del quadrato) li dui angoli,g,f,b, & g,b,f, (per la quinta del primo) ſeranno equali, & perche tutti dui ſono un ſol angolo retto, adonque cadauno di loro ſerà un mezzo angolo retto, & perche la linea,a,b, ſega le due linee,f,a, & b,c, equidiſtante, l'angolo,d,e, b, eſtrinſeco ſerà equale all' angolo,a, intrinſeco, & perche l'angolo,a, è retto (per eſſer l'angolo del quadro) l'angolo,d,c,b, ſerà etiam retto, & perche li tre angoli del triangoletto,d,c,b, (per la detta trigeſima ſeconda del primo) ſono equali alli dui angoli retti, e perche l'angolo,c, è retto li altri dui inſieme ſeranno un ſol angolo retto, e perche l'angolo,d,b,c, è mezzo angolo retto (come ſe è prouato nel triangolo,a,f,b.) adonque l'altro angolo,c,d,b. ſerà un'altro mezzo angolo retto. Adonque li dui angoli,c,b,d, & c,d,b, ſeranno equali (& per la ſeſta del primo) li dui lati,c,d, & c,b, ſeranno etiam equali (& per la trigeſima quarta del primo) il lato, d,e, ſerà equale al lato,c,b, & lo lato,e, b, al lato,c,d, & l'angolo d,e,b, all'angolo,d, c, b, di è retto, ſimilmente tutto l'angolo, b, è retto (cioè l'angolo del gran quadro) retto ſerà etiam tutto l'angolo, d, a lui oppoſito, adonque, c, d, b, e, ſerà quadrato, (& della linea,c,b, come appare) & per la medeſima ragione ſerà etiam quadrato, k, d, f, b, ſeguita adonque che li dui parallelogrammi,c,d,b,e, & K, d, f, b, che ſono intorno al diametro.f,b, ſono quadrati, il corollario adonque ſerà manifeſto, & perche, d, K, è equale al, c, a, il quadrato adonque, k, d, f, b, ſerà il quadrato della linea, a, c, & perche li dui ſupplementi, a,k, c, & d,b, e, g, ſono equali (per la quadrageſimatertia del primo) & perche il ſupplemento,a,c,k,d, è contenuto ſotto alla linea, a, c, & alla linea, c,b, (per eſſer c,d, equale al detto,c,



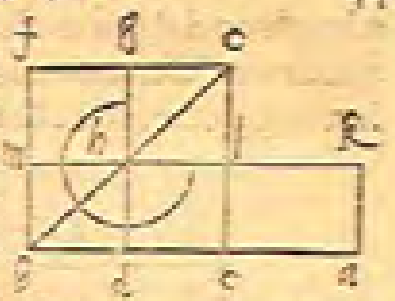
b.) adonque ambidui li detti supplementi insieme, serano il doppio del rettangolo fatto della linea.a.c.in la linea.c.b. & perche li detti duoi supplementi insieme con li detti duo quadrati delle due linee.a.c.& c.b.no pono proprissimamente il gran quadrato. a.f.b.g. della linea.a.b.adonque tutti quattro serano equale a lui solo,che è il proposito. Anchora piu facilmente se potrà far la demostration della soprascritta propositione (per la seconda & terza propositione) exempli gratia, sia anchora la linea.a.b.divisa in.a.c.& c.b.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b. serà equale alli duoi quadrati delle dette due linee.a.c.b.& al doppio del rettangolo compreso sotto alle due parti.a.c.& b.c.che per questo altro breue modo se dimostrerà. Perche il quadrato della linea.a.b.(divisa in.c.)è equale (per la seconda propositione di questo) alli duoi rettangoli fatti di tutta la linea.a.b. in le sue due parti.a.c.& c.b.ma perche ciascun di quelli duoi rettangoli sono equali al rettangolo de l'una in l'altra & al quadrato di esse parte (per la terza di questo) exempli gratia,il rettangolo de tutta la linea.a.b.in la parte.a.c.è equale al rettangolo del la.a.c.in la.c.b.& al quadrato della detta.a.c.(per la tertia di questo) similmente



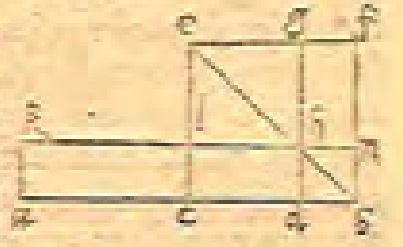
l'altro rettangolo della linea.a.b.in l'altra.c.b. è pur equale a un'altro rettangolo della detta linea.c.b.in la detta linea.a.c.& al quadrato della detta linea.c.b.(come nella detta tertia questo fu dimostrato) e perche adonque questi duoi rettangoli della linea.a.b. in le due parti.a.c.& c.b.uno di loro è composto del quadrato della parte.a.c.& d'un rettangolo della.a.c.b.in la.a.c.& l'altro è composto il quadrato dell'altra parte.c.b.e d'un altro rettangolo per della.c.b.in la.a.c.dilche tra tutti duoi li detti rettangoli de.a.b.in le due parti.a.c.& c.b.contenerano li dui quadrati de le due parti,a,c,& c,b,cioe due volte el rettangolo della,c,b,in la,a,c,& perche li detti dui rettangoli de,a,b,in le due parti,a,c,et,c,b, sono equali al quadrato della detta linea,a,b,(come è detto di sopra) seguita adonque (per la prima concettione) che li dui quadrati de le due linee.a.c.et.c.b.con lo doppio del rettangolo della,b,a,in la,a,c,esser equali al detto quadrato de la detta linea,a,b,che è il proposito.ma procedendo per questo modo non se serria a delucidar il correllario,cioe che le superficie che sono segate dal diametro anchedue siano quadrate,però è meglio ciascun delli altri tre modi di sopra posti,ma non volendo approuar il correllario questo seria piu breue.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5 / 5 Se serà segata una linea retta in due parti equali,& in due altre non equale,il rettangolo che è contenuto sotto alle settioni inequali,di tutta la linea,con il quadrato che vien descritto da quella linea che è fra l'una,& l'altra settione, è equale al quadrato che vien descritto dalla mità di tutta le linea ductta in se medesima.



Sia la linea a,b, diuisa in due parte equale nel pun-
to, c, & in due parti inequale, nel punto, d, dico che'l
quadrato della linea a,c,b, è equale a quello che uien fat
to dal a,d, in d,b, & del quadrato de,c,d, et per dimo
strar questo io descriuerò sopra la linea, c, b, (per la
quadragesima sesta del primo) il quadrato c,e,b,f, nel
quale sirò il diametro, e,b, & dal pũto, d, sirò la linea,
d,g, equidistante alli dui lati, c,e, & b,f, laqual segarà il diametro, e,b, in punto,
h, & dal punto, h, sirò una linea equidistante alla linea, a,b, laqual sia, k,l, laqual
segarà la linea, b,f, in punto, m, & la linea, c,e, in punto, l, & sirerò la linea, a,k,
equidistante alla linea, c,e, hor dico che l'una e l'altra delle due superficie, l,g, & d,
m, (per lo correlario della precedente) serà quadrata (e per la quadragesimater-
za del primo) li dui supplementi, c,h, & h,f, sono equali, giongendo adonque equal
mente a ciascuno il quadrato, d,m, (per la seconda concettione) il parallelogram-
mo, c,m, serà equale al parallelogrammo, d,f, & perche il parallelogrammo, a,l, è
equale al parallelogrammo, c,m, (per la trigesima se-
sta del primo) per esser la basa, a,c, equal alla basa, c,
b, & (per la prima concettione) serà etiam equale al
parallelogrammo, d,f. Adonque se del parallelogram
mo, a,b,m,l, la sua parte, a,d,l, è equale al parallelogram
mo, d,f, tutto il detto parallelogrammo, a,b, serà equal
al gnomone, che circonsta al quadrato, l,g, & perche



il detto gnomone insieme con lo quadrato, l,g, (laquale uien a esser il quadrato della
linea, c,d, per esser, d,b, equale alla detta, c, d,) empieno precisamente tutto il qua-
drato, c,f, della linea, c,b, seguita adonque che'l detto gnomone insieme col quadra-
to della linea, c,d, siano equali al quadrato della linea, c,b, & perche il detto gnomo
ne è equale (come è detto) al parallelogrammo, a,b, laquale è contenuto sotto alle
due parti, a,d, & d,b, inequale (per esser, d,b, equale alla detta, d,b,) per esser cia-
scun lato del quadrato, d, m, adonque il parallelogrammo, a,b, insieme con lo qua
drato della linea, c,d, serà equale al quadrato della linea, c,b, che è il proposito.

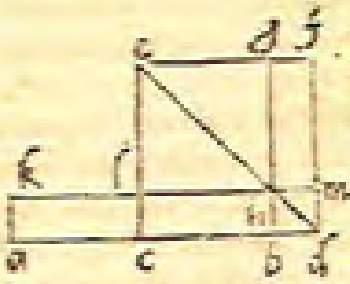
Il Tradottore.

Nota che per le due superficie, l,g, & d,m, se die intendere le due superficie, l,c,
b,g, & d,b,b,m, perche in nominar una superficie quadrangola, in la seconda tra-
duttione se costuma à nominarla solamente cõ due lettere diametralmẽte opposite,
come di sopra si è fatto, e però di questo bisogna aduertire in le cose che seguita.

Theorema.6. Propositione.6.

6/69 Se una linea retta sia diuisa in due parti equali, & che à quella sia ag-
gionto in longo un'altra linea, quello che uien fatto dal dutto di tutta
la linea cosi composta, in quella che gia è stata aggionta cõ quello, che

uien fatto dal dutto della mità della linea in se medesima: è equale al quadrato descritto dal dutto di quella linea che è composta da quella linea aggionta, & dalla mità, in se medesima.

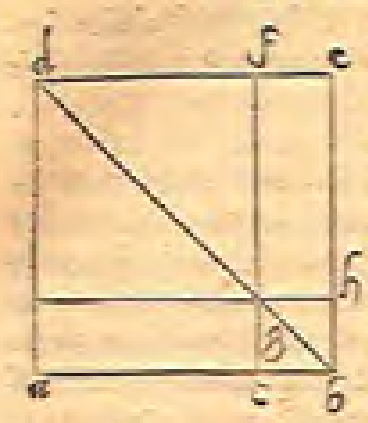


Sia la linea. a.b. diuisa in due parti equale in punto. c. & a quella che gli sia aggiunta la linea. b.d. dico che'l quadrato della linea. c.d. (dequal sia. c.d. e. f.) è equale al rettangolo fatto da tutta la linea. a.d. in la. b.d. & al quadrato della linea. c.b. Et per dimostrar questo produro nel quadrato predetto il diametro, d, & dal punto. b. tiro la linea. b.g. equidistante alla linea. d.f. la qual segerà il diametro c.d. nel punto. h. dalqual punto. h. tiro la linea. b.k. equidistante alla linea a.d. laqual sega la linea. f.d. in punto. m. & la linea. c.e. in punto. l. & produrò la. a.k. equidistante alla. c.l. dalche il paralellogrammo. a.l. serà equal al paralellogrammo. c.b. (per la trigesima quinta del primo) per esser la. a.c. equale alla. c.b. & lo supplemento. c.b. serà equale al supplemento. b.f. (per la quadragesima tertia del primo) per la qual cosa. a.l. serà etiam equale al detto supplemento. b.f. dalche aggiungendo equalmente a ciascun di loro lo paralellogrammo. c.m. la somma serà ancor equal (per la seconda concettione) adonque il gnomone. f.b.l. serà equale alla superficie. a.m. aggiungendoli etiam equalmẽte. l.g. (qual è quadrato) per lo correlario della quarta, serà per le dette due somme anchor equale, et perche il detto gnomone. f.b.l. con lo quadrato l.g. se equalia al quadrato. c.f. adonque il rettangolo. a.m. con lo detto quadrato. l.g. serà equale al detto quadrato. c.f. equale è il quadrato della linea. c.d. & perche il quadrato. l.g. è il quadrato della linea. c.b. per esser l.b. equale al. c.b. & lo rettangolo. a.m. è contenuto sotto a tutta la linea. a.d. e alla linea. d.b. (per esser d.m. equale al. b.d.) per esser ciascun lato del quadrato. b.m. seguita adonque che'l rettangolo fatto della linea. a.d. in la linea. b.d. con lo quadrato della linea. c.b. esser equali al quadrato della linea. c.d. che è il proposito.

Theorema. 7. Propositione. 7.

7/7 Se una linea retta sia diuisa in due parti, come si uoglia, quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea in se medesima con quella, che uiẽ fatto dal dutto di l'una di dette parti in se medesima, è equale a quelli rettangoli che uengono fatti da tutta la linea in la medesima parte due uolte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

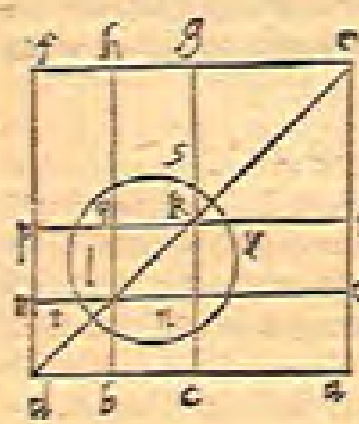
Sia la linea. a.b. diuisa in due parti in punto. c. dico che'l quadrato de tutta la linea. a.b. con lo quadrato della linea. c.b. è equale a quello che uien fatto dalla linea. a.b. due uolte in la. c.b. insieme con lo quadrato della linea. a.c. Et per dimostrar tal cosa descriuerò il quadrato della linea. a.b. (per la quadragesima sesta del



del primo) qual sia il quadrato a,b,d,e, & protraro il diametro d.b. dal ponto c. tirarò la linea c.f, equidistante alla linea b.e. laqual sega il diametro d.b in lo ponto g. et dal ponto g tiro la linea k.g.h. equidistante al la linea a.b. & perche il quadrato a.e cõ lo quadrato c.h. sono tanto quanto il quadrato k.f. con le due superficie a.h. c.e. & perche le due superficie. a.h. & c.e. sono de più del gnomone a. b. f. tanto quanto è il quadrato, c, b, per esser il detto quadrato computà due fiate, cioè una in la superficie. a. b. & l'altra in l'altra superficie. c.e. & perche queste due superficie. a.h. & c.e. sono equale (come per la 43. del primo se può prouare) & l'una di quelle, cioè a.h è contenuta sotto a tutta la linea a.b. & alla linea c.b. per esser b.h. equale alla b.e. (per esser ciascuna lato de. c. b. laquale è quadro insieme con. K.f. per il correlario della quarta di questo, adonque le due superficie. a.h. & c.e. insieme sono il doppio de. a. b. agionto a quelle il quadrato. k.f. (laqual uien a esser il quadrato della a. c. per esser la. k.g equal alla detta a.e tutta questa somma serà equal a tutto il quadrato. a.e insieme con lo quadrato. c.h. che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 8.

Se una linea retta sia diuisa in due parti come si uoglia, & à quella gli sia aggionto in longo un'altra linea equale a una di quelle parti, Quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea cosi composta in se medesima, serà equale al rettangolo fatto dal dutto della prima linea in quella agionta quattro uolte, & al quadrato de l'altra parte.



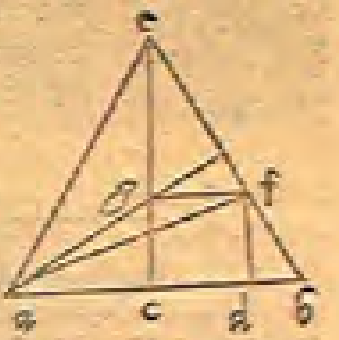
Sia la linea a.b. diuisa in ponto c. allaquale sia aggiunto in longo la linea b.d. equale alla parte c.b. dico che'l quadrato de tutta la linea. a. d. (laquale sia. a. d.e.f.) è equale a quattro rettangoli fatti della linea. a. b. in la linea. b. d. & al quadrato della linea. a. c. Et questo serà manifesto dutto il diametro. e. d. e dalli duoi ponti, c, & ,b, dutte le due linee, c,g, & ,b,h, equidistante alla linea d, f, laquale segano il diametro, e, d, nelli duoi ponti, l, & ,k, dallaquale poncti tiro le due linee, p,q, k, r, & ,m,l,n,o, equidistante alla linea, a,d, dilche tutto il quadrato della. a. d. serà diuiso in nouue superficie dellequale la superficie, r,g, e tutta la superficie. c. p. sono quadrate (per lo correlario della quarta di questo) & perche il quadrato, c,p, è diuiso in le quattro superficie, c,l, l,b, m,n, q, & l,p, di le quale le due cioe b,m, & , n,q, son etiam quadrate (per lo detto correlario della quarta di questo) & perche, b, d, è equale al, b, c, il supplemento, c,l, serà (per la trigesima sesta del primo)

primo) equale al quadretto.b.m. & perche il supplemento. l.p. equale al detto supplemento.c.l. (per la quadragesima tertia del primo) sarà etiam equale al detto quadretto. b.m. (per la prima conceptione) e perche il lato del quadretto. n.q. cioe. n.l. (per la trigesima tertia del primo) è equal al.c.b. & c.b. è equale (come è detto) al lato.b.d. (seguita per la prima cõceptione) che'l lato.n.l. sia equale al lato.b.d. (per communa sentetia) il quadretto.n.q. sarà equale al quadretto. b.m. dicho unito il quadretto. c.p. esser diuiso in quattro parte equale, cioè in li quattro quadretti predetti, e perche li doi supplementi.a.k. & k.f. del quadrato.a.f. son equali (per la quadragesima tertia del primo) & perche.n.a. è equale al.b.l. lato del quadretto.b.m. (per la trigesima tertia del primo) similmente il lato.k.n. del quadretto.n.q. è equale al detto lato.b.i. (per esser li detti quadrati equali) adonque (per la prima conceptione).k.n. sarà equale al.n.e. (& per la trigesima sesta del primo) il parallelogramo. c.o. sarà equale al parallelogramo. n.r. & perche li doi supplementi.n.r. & k.b. del quadrato.l.e. sono equali (per la detta.43. del primo) cauando dalli doi predetti supplementi, cioè de.a.k. & k.f. li doi rimanenti, cioè a.n. & q.f. (per la tertia cõceptione) seran equali, e perche.k.b. è equale (come è detto) al, n.r. & n.r. è equal al.a.n. seguita adonque che le quattro superficie, cioè.a.n.n.r.k.b. et q.f. siano equale, per esser ciascadauna equale alla superficie.a.n. cioè.r.e. (che è la medesima) & perche la detta superficie. a.n. giongendo il quadrato.e.l. tutta la somma così composta (che sarà il rettangolo.a.l.) sarà il rettangolo compreso sotto la linea. a.b. & alla linea.b.d. (per esser.b.l. equale alla linea. b.d.) adonque le quattro superficie.a.n.o.k.k.b. & q.f. insieme con li quattro quadretti. e.l.b. m.n.q.l.p. serano in somma quattro superficie.a.l. laqual somma sarà il gnomõ. s. r.y.m.r.g.p.a. che è il medesimo, & perche il quadrato.r.g. è il quadrato della linea.a.e. (per esser.r.k. equale al.e.c. per la trigesima quarta del primo) e il detto quadrato.r. giaggiunto con lo detto gnomone, se equaliano al quadrato de la linea.a. d. cioè, al quadrato.a.f. seguita adonque che il quadrato della linea.a.e. insieme con li quattro rettangoli fatti della linea.a.b. in la linea.b.d. se equaliano al quadrato della linea.a.d. che è il proposito.

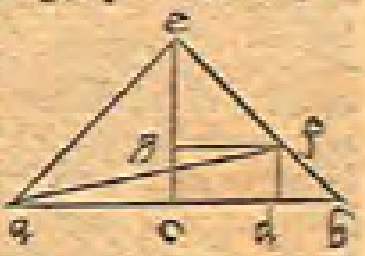
Theorema.9. Propositione.9.

9 9 Se una linea retta sia diuisa in due parti equale & in due non equali li quadrati, che uengono fatti dal tutto delle sectioni non equali insieme medesme tolti insieme, son doppii alli quadrati descritti della mità della linea, & da quella linea che giace fra una e l'altra sectiõ tolti insieme.

Sia la linea.a.b. diuisa in due parte equale in ponto.e. & in duoi parti non equale in ponto.d. dico che'l quadrato della linea.a.d. giunto con lo quadrato della linea d.b. sono doppii al quadrato della linea.a.e. giunto con lo quadrato della linea.c.d. Et per dimostrar questo, dal ponto.e. tiro la linea.e.e. perpendicolare alla linea.a.b. e quella faccio equal a l'una e all'altra delle due linee a.c. & c.b. & produco le due linee.e.z. & e.b. & sarà costituido il triangolo.a.e.b. il quale è diuiso in doi trian-



triangoli, e,c,b, & e,c,a, (dalla perpendicolare e,c,) & perche el lato, c,e, è equale al lato, c,b, (del triangolo, c,e,b,) li duoi angoli, c,e,b, & c,b,e, (per la quinta del primo) sono equali, & per esser l'angolo, e,c,b, retto l'uno e l'altro delli duoi angoli, c,e,b, & c, b,e, (per la trigesima seconda del primo) sarà la metà d'un angolo retto, & per le medesime ragione li duoi angoli, c,a,e, & c,e,a, cioscun di loro sarà la metà d'un angolo retto dilche tutto l'angolo, e, sarà retto (per esser composto de duoi mezzi angoli retti) hor dal ponto, d, produco la linea, d,f, equidistante alla, e,e, & perpendicolare sopra la linea, a,b, dilche l'un e l'altro delli duoi angoli d, sarà retto, & perche l'angolo, d,b,f, (come è detto) è mezzo angolo retto, et perche l'angolo, b,d,f, è retto necessita (per la trigesima seconda del primo) che l'angolo, d,f,b, sia mezzo angolo retto (& per la sesta del primo) il lato, d,f, sarà equale al lato, d, b, hor dal ponto f, conduco la linea, f,g, equidistante alla linea, a,b, dilche li duoi angoli che sono al, g, (per la seconda parte della trigesima nona del primo) l'uno e l'altro sarà retto, & l'angolo, e,f,g, (per la detta trigesima seconda del primo) sarà la metà d'un angolo retto, per laqual cosa li duoi lati, g,e, & g,f, (per la sesta del primo) seranno equali (& per la penultima del primo) il quadrato de, e,f, è equal al quadrato de, e,g, & al quadrato de, g,f, per laqual cosa il quadrato del ditto, e,f, sarà doppio al quadrato solo, de, g, f, & per esser, g,f, equale al, c,d, (per la trigesima quarta del primo) seguita adonque che el quadrato de. e.f. sia doppio al quadrato de. e. d. hor tiro la f.a. & perche il quadrato de, e, a, è equale al quadrato de, a, e, & al quadrato de, c, e, (per la detta penultima del primo) & perche, a,c, è equale al, c,e, seguita che'l quadrato de a,e, sia doppio al quadrato de, a,c, & perche il quadrato de, a,f, è equale al, c,e, seguita che'l quadrato de, a,f, & de, c,f, (per la detta penultima del primo) adonque il quadrato de, a,f, sarà doppio al quadrato de, a,c, & al quadrato, de, c,d, & perche il quadrato del detto, a,f, (per la detta penultima del primo) anchora lui è equal al quadrato della, a,d, & al quadrato della, d,f, seguita adonque che'l quadrato della, a,d, et lo quadrato della, d,f, giunti insieme sono doppij al quadrato della, a,c, & al quadrato dell a,c,d, tolti insieme, & perche il quadrato della, d,f, è equale al quadrato della, d,b, adonque li quadrati delle due linee, a,d, & d,b, seranno doppij alli quadrati delle due linee, a,c, & c,d, che è il proposito.

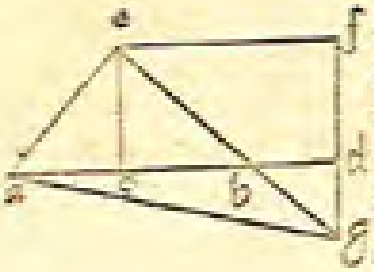


Theorema. 10. Propositione. 10.

10 10 Se una linea retta serà diuisa in due parti equali, & che a quella sia aggionto in longo un'altra linea, il quadrato, che uien descritto de tutta con la aggionta, & il quadrato, che uien descritto da quella, che è aggionta l'un e l'altro di quelli duoi quadrati tolti insieme è necessario el

fere

sere doppii,al quadrato che nié descritto dalla mitá della prima linea, & a quello che uien produtto da quella, che è composta della mitá, & dall'aggionta,cioe di quelli duoi quadrati tolti insieme.



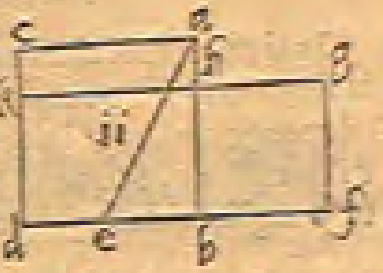
Sia la linea.a.b. diuisa in due parti equali in punto c. & a quella sia aggionta la linea.b.d. dico che'l quadrato della linea.a.d.insieme con lo quadrato della linea.b.d. ambidui cosi insieme sono doppii alli duoi quadrati delle due linee.a.c. & c.d. tolti ambedui insieme, & per dimostrar questo dal punto.c. (per la.11.del primo) trigo la linea.c.e. perpendicolar alla linea.a.d. & quella (per la.3.del primo) pongo equale all'una e l'altra delle due.a.c. & c.b. & dal punto.e.(per la prima petitio) duco le due linee. e.a. & e.b.e sarà constituido il triangol.e.a.b. delche l'un e l'altro de doi angoli.a. et.b. per le ragione adutte nella precedente,sarà la mitá d'un angolo retto, & similmente l'uno & l'altro delli duoi angoli che sono al.e. serano per la mitá d'un angolo retto, dilche tutto l'angolo.a.e.b. serra esser retto, (per esser composto de duoi mezzi angoli retti) & dal punto. e. (per la trigesima prima del primo) produco la linea.e.f. equidistante alla linea.a.d. & equale alla linea.a.c.d. & produco.f.d.poi giongo le due linee.a.b. & f.d. per fina a tanto che lor concorrano in punto g. & produco la linea a.g. (& per la ultima parte della trigesima nona del primo) l'angolo.c.e.f. sarà retto & perche l'angolo.c.e.b. è mezzo angolo retto, adonque l'angolo.b.e.f. sarà esso medesimo mezzo angolo retto, & perche (per la trigesima terza del primo) .f.d. è equidistante al.c.e. sarà l'angolo.f. (per la trigesima quarta del primo) retto, & (per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo.e.g.f. sarà la mitá d'un angolo retto, & perche li duoi angoli.g.e.f. & .f.g.e. (del triangolo.f.e.g.) sono equali, per esser ciascun mezzo angolo retto seguita (per la sesta del primo) ch'il lato. e.f. sia equal al lato.f.g. & perche l'angolo.g.d.b. (per la seconda parte della trigesima nona del primo) è retto & l'angolo.d.g.b. è la mitá d'un retto (come provato habbiamo) adonque per la detta trigesima seconda del primo l'angolo.d.b.g. sarà esso ancho la mitá d'un retto (& per la sesta del primo) il lato. b. d. sarà equale al.d.g. Adonque per la penultima del primo, il quadrato de.e.g. è doppio al quadrato de.e.f. similmente sarà esso doppio al quadrato de.e.d. per esser.e.d. equal al.e.f. (per la detta trigesima quarta del primo) anchora per la detta penultima del primo, il quadrato de e.e. sarà doppio al quadrato del.a.e. & perche il quadrato de.e.g. è doppio (come è detto) al quadrato de.e.d. adonque li duoi quadrati delle due linee.a.e. & e.g. tolti insieme serranno doppii alli duoi quadrati delle due linee.a.e. & e.d. tolti insieme & perche il quadrato de.a.g. si è tanto quanto li detti duoi quadrati de.a.e. & de.e.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che'l quadrato sola della linea.a.g. sia doppio alli detti duoi quadrati de.a.e. & e.d. tolti insieme, & perche il quadrato de.a.g. si è tanto quanto li duoi quadrati de.a.d. & de.d.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che li detti duoi quadrati de.a.

d. & d.

d,&, d,g, siano in summa doppij alli detti duoi quadrati de,a,c, et c,d, per giunti insieme, & perche a,b, è equale al, d,g, al quadrato de, d, b, (per communa sētia) serà etiam equale al quadrato de, d, g, seguita adonque che li duoi quadrati de, a, d,& b,d, giunti insieme siano doppij alli duoi quadrati de, a, c,& c, d, per giūti insieme, che è il proposito.

Problema. 1. Propositione. 11.

11 Puotemo segare una data retta linea si conditionatamente che il ret
11 tangolo che è contenuto sotto di tutta la linea, & di una parte, sia equa le al quadrato che uien fatto dell'altra parte.



Sia la data linea, a, b, laqual uolemo dividere cosi cō dition atamente che quel che uien produtto da tutta la linea in la sua menor parte sia equale al quadrato del l'altra maggior parte, & per far tal cosa descriverò il quadrato sopra la detta linea a.b. (per la quadragesima sesta del primo) il qual sia, a, b, c, d, & diuido il lato, b, d, in due parti equale in ponto, e, et produco la, a, e, & slongo etiam la, c, b, fina in ponto, f, talmente che la, e, f, sia equale alla, a, e, et sopra la parte istrinsica, b, f, descrivo (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato, b, f, g, h, laqual sega dalla linea, a, b, la parte, b, h, equale alla parte, b, f, hor dico che la linea, a, b, è divisa talmente in ponto, h, che quello che è fatto da tutta la linea, a, b, in la sua minor parte, a, h, è equale al quadrato dalla parte, b, h. Et per dimostrar questo slongo la, g, h, per fin al k, laqual serà equidistante al, a, c. perche adonque la linea, d, b, è divisa in due parti equale in ponto, e, & a quella gli aggiū ta la linea, b, f. il rettangolo compreso fatto a tutta la linea, d, f, & alla linea, b, f, col quadrato della e.b. per la sesta di questo, serà equale al quadrato della, e, f, & perche e.f. si è equale alla e.a. il rettangolo adonque fatto della, d, f, in la, b, f, con lo quadrato della, e, b, serà equale al quadrato della a.e.a. & perche il quadrato della, e.a. (per la penultima del primo) si è equale alli duoi quadrati delle due linee e. b. & a.b. seguita adonque che'l rettangolo della d.f. in la b.f. con lo quadrato della e.b. sia equale al medesimo quadrato della e. b insieme con lo quadrato della, a, b, levando via da l'una & l'altra summa il quadrato della detta e.b. li duoi rimanenti (per la tertia concettione) seranno fra loro equali, delli quali rimanenti l'uno serà il rettangolo fatto della d.f. nella b.f. & l'altro è il quadrato della a.b. & perche il rettangolo fatto della d.f. nella b.f. si è la superficie, d, g, perche f.g. è equale al b.f. (per esser ciascun di loro lato del quadrato b.f.g.h.) adonque la superficie. d, g. serà equale al quadrato della a.b. cioè al quadrato a.d. hor se communamente ne cauamo la superficie d.b. li duoi rimanenti seranno anchora equali (per la detta ter tia concettione) l'uno di quali rimanenti è la superficie a.k. l'altro serà il quadrato b.f.g.h. & perche la superficie a.k. è contenuta sotto a tutta la linea a.b. & alla sua minor parte a.h. (per essere a.c. equale à a.b.) & lo quadrato b.f.h.g. è il

quadrato

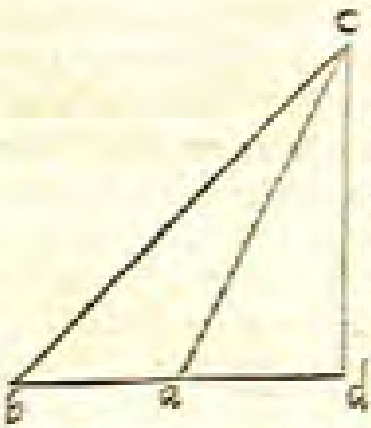
quadrato de,b,b,cioe de l'altra sua maggior parte,adonque la linea,a,b,sarà divisa secondo il proposito nel punto,b,perche la superficie, ouer rettangolo de tutta la linea,a,b,in la sua minor parte,a,b,è equale al quadrato dell'altra sua maggior parte,b,b, Et nota che non bisogna affaticarsi in voler dividere in questo modo un numero perche è impossibile,come in la trigesima nona del sesto si manifestarà.

Il Traduttore.

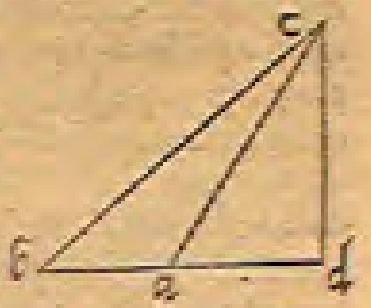
La trigesima nona del sesto non dimostra quel che dice il cõmentatore, cioe che'l non si possa dividere un numero sotto la detta conditione, anci la dimostra in la sesta del terzodecimo.

Theorema. 11. Propositione. 12.

12 / 11 In li triangoli che hanno un'angolo ottuso tanto è piu potente quella linea che sotto tende a l'angolo ottuso, de ambi li altri duoi lati che contengono l'angolo ottuso, quanto è quello che è cõtenuto sotto uno di quelli lati, & quella linea a le direttamente congionta a l'angolo ottuso tagliata dalla perpendicolare di fora del triangolo due volte.



Sia il trigolo,a,b,c,el quale habbia l'angolo,a,ottuso dal ponto,c,sia data una linea perpendicolare al la linea,a,b,laqual de necessita cade fuora del triangolo,a,b,c,altramente l'angolo,a,seria retto,ouer minor d'un retto(per la sestadecima del primo)laqual cosa seria contra il presupposito, ouer che cadendo di dentro del triangolo sopra la linea,a,b,cõstituerà il triangolo uerso,a,che li duoi angoli di quello serian maggiori de duoi angoli retti, cioe l'angolo,a, insieme con l'angolo retto(che faria la perpendicolare)la qual cosa è impossibile,(per la trigesima seconda del primo)sicche adonque la detta perpendicolare cadera de fuora del detto triangolo,a,b,c,laqual ponga no sia la linea,c,d,ma perche la linea,b,a,non arriua fina al ponto del cadimento della detta perpendicolare,pero stenderemo quella per fina al detto ponto,d,equale sia il ponto,d,hor dico che'l quadrato del lato,b,c,(equale sotto tende all'angolo,a, ottuso)è tanto mazzor delli duoi quadrati delle due linee,a,b,&,a,c,(circondante il detto angolo,a,ottuso)quanto è il doppio di quello,che vien fatto dei,a,b,in,a,d,ma inanzi che seguamo alla demostratione bisogna notare qualunque la potenza di una linea,è in respetto del suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea quanto è il quadrato descritto sopra a quella,ouer quanto è il prodotto di quella data in si medesima,hor seguiamo alla dimostratione della proposta propositione. Perche la linea,b,d,è divisa in due parti in ponto,a,dicho il quadrato de tutta la linea b,d,sarà equal(per la.4.da questo)alli dui quadrati delle due linee,b,a,&,a,d,&al doppio di quello che vien fatto della,a,b,in la,a,d,& perche il quadrato della,c,b,(per

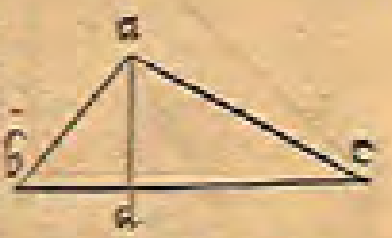


c, (per la penultima del primo) è equale al quadrato della,b,d, & al quadrato della,d,c, adonque il quadrato di questa,b,c, serà equale alli quadrati delle tre linee b,a, a,d, & d,c, & al doppio di quello che nasce fatto dal,a,b, in,a,d, ma (per la medesima penultima del primo) il quadrato della,a,c, è equal alli dui quadrati delle due linee,a,d, & d,c, adonque il quadrato della,b,c, è equal alli dui quadrati delle due linee,b,a, & a,c, & al doppio di quello che nasce fatto della,b,a, in,a,d, per la qual cosa il lato, b,c, può più delle due linee,b,a, a,c, tanto quanto è il doppio di quello che nasce fatto dal,a,b, in,a,d, perche già havemo detto che tāto se dice poter qualunque linea quanto quello che la produce duta in se medesima, che è il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 13.

13 / 13 Quella linea che risguarda un angolo acuto di ogni triangolo ossigonio, può tanto meno de ambiduoi li altri lati, che contengono quel angolo acuto, quanto è quello che è contenuto due uolte sotto de quello lato alquale sta sopra la perpendicolare di dentro, & a quella sua parte che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.

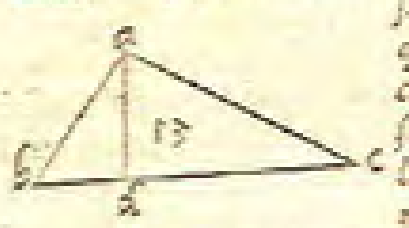
Quello che quiui se propone del lato risguardante alcun angolo acuto in el triāgolo ossigonio se uerifica del lato risguardāte qual si uoglia angolo acuto in ogni triāgolo, o sia orthogonio, ouer ambligonio, ouer ossigonio.



Sia adonque il triangolo,a,b,c, & sia qual triangolo si uoglia che habbia lo angolo,c, acuto sel serà ossigonio ducēdo la perpendicolare dallo angolo,a, ouero dello angolo,b, al suo lato opposito, la detta perpendicolare sempre caderà di dentro del triangolo (come sotto si demostrarà) ma se il detto triangolo,a,b,c, serà ambligonio, ouer orthogonio ducendo la perpendicolare dall'angolo ottuso (ouer dal retto) al lato opposito è necessario che quella cada di dentro del triangolo (e questo di sotto se demostrarà) siando adonque l'angolo,a, retto ouer ottuso ouer acuto per lo triangolo ossigonio producendo da quello la perpendicolar al lato,b,c, opposito cadera dentro del triangolo sopra la detta linea, ouer lato,b,c, quella poniamo sia la linea,a,d, & perche in ogni triangolo è necessario che gli sia dui angoli acuti (per la trigesima seconda del primo) dilche stante il presupposito l'angolo,b, seria etiā acuto si come è l'angolo,c, dico adonque che el quadrato de,a,b, (che opposito all'angolo, c, acuto) è tanto minor delli dui quadrati delle due linee,a, c, & b,c, quanto è il doppio di quello che nasce fatto della,b,c, in la,d,c, ouer dico che'l quadrato della,a, c, (il quale etiam è opposito all'angolo,b, il quale ponessemo etiam acuto) è tanto minor delli dui quadrati delle due linee,a,b, & b,c, quanto è il doppio di quello che nasce fatto della,c,b, in la, d, b, perche la linea,b,c, diuisa in due parti nel pūto,d, il

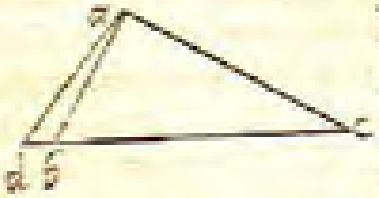
quadra-

quadrato di tutta la linea,b,c,ro lo quadrato della parte,d,c, (per la 7.di esso) serà equal a quello che sarà fatto della,b,c,in la,d,c,due volte & al quadrato dell'altra parte (cioè della,b,d,) dalche aggiungendo a l'uno e l'altro il quadrato della,c,d,serà cioè il quadrato della,b,c, con li dui quadrati delle due linee,c,d, & d,c,equale alli dui quadrati delle due linee,c,d,& d,b, & al doppio di quello che sarà fatto della,b,c,in la,c,d, & perche (per la penultima del primo) il quadrato della,c,d,è equale alli quadrati delle due linee,c,d,& d,c, adonque il quadrato della,b,c, con lo quadrato della,c,d,è equal alli quadrati delle due linee,c,d,et b, d, & al doppio di quello rettangolo che sarà fatto della,b,c,in la,c,d,(ma per la medesima penultima del primo) il quadrato de,c,b, è equal alli dui quadrati delle due linee,c,d,& b,d, adonque il quadrato della,b,c, con lo quadrato della,c,d, è equal al quadrato della,d,b, & al doppio di quel che sarà fatto della,b,c,in la,c,d,per laqual cosa il quadrato solo della,c,b,sarà minor delli dui duoi quadrati de b, c, & c, d, cioè sarà il doppio di quel che sarà fatto della detta,b,c, in la,c,d,che è il proposito, per simil modo se approverà, che'l quadrato del lato,c,d,che opposito all'angolo,b,acuto,è fatto sarà minor delli quadrati delle due linee,c,b, & b,d, quanto è il doppio di quello che sarà fatto della,c,b,in la,b,d, Et è da notar che per questa & per la precedente, e per la penultima del primo, che conosciuto che haremo li lati di ogni triangolo se cognosce la area superficial di quello, & con la aggiunta delle tavole de corde & archo, se conosce ogni angolo di quello.



Il Traduttore.

Hora per approvare che tirando dell'angolo,a, del proposto triangolo.a.b.c. una perpendicolare al lato. b. c. opposto come è necessario (essendo l'angolo. a. obtuso, over retto, over acuto d'un triangolo oblygonio) che lei cada di dentro del triangolo, poneremo il medesmo triangolo,a,b,c, & proporremo (che tirando al detto angolo.a. una perpendicolare alla linea.b.c.) che'l sia possibile (per l'adiuersario) che la cada de fuora del triangolo nel punto d. & alongarò la linea.c.b. per fin al detto punto.d. & serà constituido il triangolo.a.b.d. de fuora del proposto triangolo.a.b.c. & perche li dui angoli.a. b.c. & .a.c.b. fanno l'angolo.a. secondo il proposito (per la trigesima seconda del primo) sono acuti, adonque se l'angolo.a.b.c. è acuto l'angolo.a.b.d. del triangolo.a.b.d. (per la terza decima del primo) serà obtuso & l'altro angolo.a.d.b. (per esser constituido della perpendicolare.a.d.) serà retto, adonque li dui angoli.a.b.d.et.a.d.b. (del triangolo.a.b.d.) giunti insieme saranno maggiori de dui angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la decima settima del primo) seguita adonque che la detta perpendicolar debba cader di dentro del triangolo de necessità, che è il proposito.



Proble-

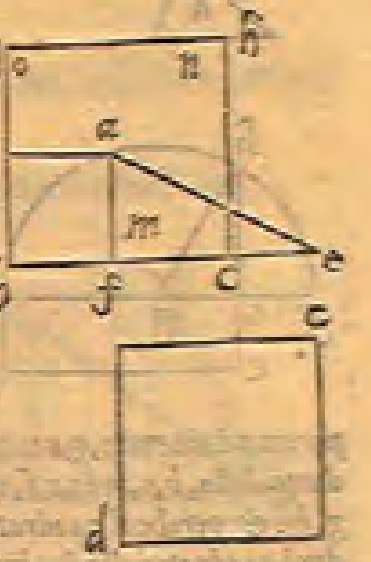
Problema.2. Propositione.14.

o Proposti duoi quadrati, come si voglia, a l'uno di quelli potemo descriuere un gnomone equale all'altro.

Il Tradottore.

Questa propositione in la prima traslatione fo posta in fine del primo libro, ma per non esser in suo conueneute loco, lo haueno qua assettata.

Siano adonque proposti li duoi quadrati, a, b, & c, d. & sia il proposito de descriuere attorno il quadrato a. b. un gnomone, che sia equale a l'altro quadrato c. d. Per tanto sia alongato uno di lati del quadrato, a, b, directamente, per fina alla equalità d'uno di lati del quadrato, c, d, et sia, f, e, cioe che, f, e, sia equal a uno de lati del quadrato, e, d, & dal ponto, e, sia tirata una linea al ponto, a, (angolo del quadrato, a, b,) et serà constituido il triangolo. a. f. e. ortogonio (per esser l'angolo, a, f, e, retto) & perche il quadrato de, a, e, si è tanto quanto li duoi quadrati delle due linee. a. f. & .f. e. (per la penultima del primo.) ma il quadrato della. f. e. è equale al quadrato, c, d, & lo quadrato della, a, f, è equale al quadrato. a. b. adonque il quadrato della, a, e, si è equale alli duoi quadrati. a. b. & .c. d. Et perche li duoi lati, a, f, & .f. e. sono maggiori (per la uigesima del primo) del lato. a. e. & perche la b. f. si è equale alla f. a. tutta la linea. b. e. serà maggiore del ditto lato. a. e. Adonque della linea, b, e, sia refegata la parte. b. c. (per la terza del primo) equale al lato, a, e. talmente che la, b, c, sia equale alla detta, a, e, & sopra la linea. b. c. (per la quadragesima sesta del primo) sia constituido il quadrato. b. c. g. b. il qual quadrato, b, c, g, b, è equale al quadrato della, a, e, (come di sopra fu approuato) si è equale alli duoi quadrati, a, b, et, c, d, adonque il quadrato. b. c. g. b. (per la prima concettione) serà equale alli duoi quadrati, a, b, & c, d, ma il quadrato. b. c. g. b. soprauanda il quadrato, a, b, nel gnomone, m, n, o, il qual gnomone, m, n, o, serra a esser equale al quadrato c, d, adonque attorno il quadrato, a, b, b, haueno descritto il gnomone. m. n. o. equale a l'altro quadrato, c, d, che è il proposito.



Problema.3. Propositione.15.

14 Potemo descriuere un quadrato equale a uno dato triangolo.

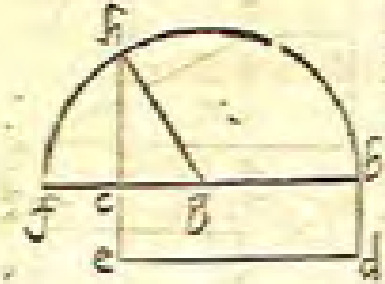
14

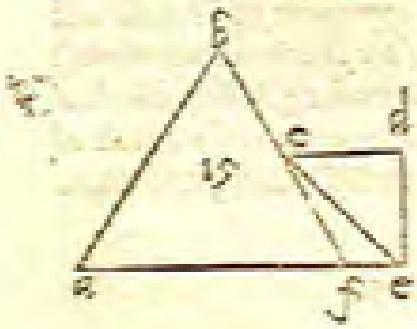
Sia il dato triangolo, a, al quale noi volemo descriuere uno quadrato equale, designarò una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti (per la quadragesima seconda del primo) equale al dato triangolo, a, laqual pongo sia la superficie, b, c, d, e, & se per caso li lati di quello fussemo equali, cioe, che lo lato, b, d, fusse equale al lato, d, e, noi haueressimo quello che cercamo, perche la detta su-



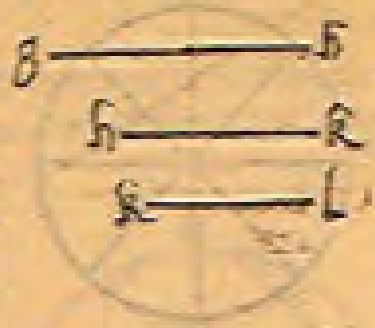


perficie per la diffinitione seria un quadrato, come se adimanda, ma se li lati seranno inequali all'hora eglie gerò il lato minore, al lato maggiore in diretto. & sia c.f. cioè che. c. f. sia equale al. c. e. suo minor lato, poi che le è aggionto in diretto al. b. e. suo maggior lato secondo la restitutione, hor retta questa linea. b. f. duidirò in due parti equale in ponto. g. & fatto. g. centro sopra la linea. b. f. secondo la quantità della linea. g. b. descriverò il mezzo cerchio. b. b. f. & lo lato. c. e. allongarò per fina a tanto che'l segha la circonferentia in ponto. b. hor dico che'l quadrato della linea. c. b. è equal al dutto trigolo dato. Et per dimostrar questo io tirarò la linea. g. b. et perche la linea. f. b. divisa in due parti equali in pō to. g. & in due parti inequali in ponto. c. quello che uiē fatto del dutto della. b. c. in la. c. f. con lo quadrato della. g. c. (per la quinta di questo) è equale al quadrato della. g. b. & perche. g. b. è equale alla. g. f. (per la quarta decima diffinitione del primo,) perche ambedue se partono dal centro. g. e mazno alla circonferentia, adonque quello che uiem fatto del dutto della. b. c. in la. c. f. con lo quadrato della. g. c. serà equale al quadrato della. g. b. & perche il quadrato della. g. b. si è equale (per la penultima del primo) alli dui quadrati delle due linee. g. e. & e. b. adonque li detti dui quadrati de. g. c. & c. b. seranno equali al detto quadrato de. g. c. insieme con quello ch'è fatto dal dutto della. b. c. in la. c. f. levando adonque communamente da l'una e l'altra parte il quadrato della. c. g. restarà il quadrato solo della. c. b. equal a quello che uiem fatto dal dutto della. b. c. in la. c. f. & perche il dutto della. b. c. in la. c. f. è equale alla superficie. b. c. d. e. perche. c. e. è equale alla. c. f. adonque il quadrato della linea. c. b. serà equale alla superficie. b. c. d. e. è perche la superficie. b. c. d. e. è equale al triangolo. a. adonque il quadrato della linea. c. b. serà equale (per la prima conclusione) al triangolo. a. che è il proposito. Et nota che per questo modo se trova il lato tetragonico de qual si voglia figura piu longa da una banda che dall altra, & semplicemente d'ogni figura contenuta da linee rette sia come si voglia. Perche ogni tal figura la resolueno in triangoli, & de cadauno di quegli triangoli, trouamo il lato tetragonico secondo la dottrina di questa proposizione, et dapoi trouamo (per la penultima del primo) una linea laqual pesi in tutti quelli tetragonici trouati essempli gratia, uoglio al presente trouar il lato tetragonico della figura irregolar. a. b. c. d. e. f. resolso questa in tre triangoli quali sono. a. b. f. f. g. d. e. & c. f. e. Ambora secōdo la dottrina di questa mi trouo li lati tetragonici di questi tre triāgoli, quali sono. g. h. b. k. et. k. l. longo la. b. k. perpendicularmente sopra la. g. b. e tiro la. g. k. onde





cade (per la penultima del primo) il quadrato della g. k. serà equale alli quadrati delle due linee, g, h, & h, k. & lo terzo lato x. L constituisco perpendicularmente sopra la linea g. k. & tiro la linea g. l, e la linea g. l, (per la detta penultima del primo) serà il lato tetragono di tutta la figura rettilinea proposta, cio è il nostro proposito.

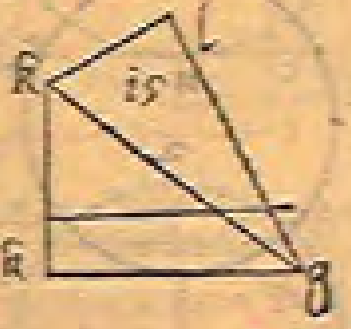


Il Tradottore.

El testo di questa ultima propositione di questo secondo libro in la seconda tradottione dice in questa forma.

Puotemo constituir un quadrato equale a un dato rettilineo.

L'equal propositione e piu generale della soprascritta, perche lei propone tutto quello, che agionge il commentatore nella soprascritta, ma non la conclude, per il modo dato di sopra anci la conclude per la quadragesimaquinta del primo (della qual manca la prima tradottione) cioe lui vol che sia constituido uno parallelogrammo rettangolo equal al dato rettilineo (per la detta quadragesimaquinta del primo) dapoi procede come di sopra si fece del parallelogrammo, b, d, e.



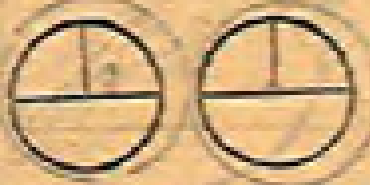
LIBRO TERZO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.



I / 1

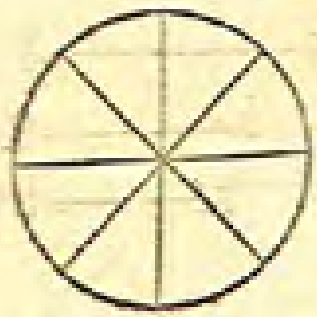
I CERCHII se dicono esser equali, quando li diametri, over li mezzi diametri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti diametri, over mezzi diametri sono maggiori, & minori quelli di quali sono minori.



Il Tradottore.

Questa diffinitione, over suppositione e assai manifesta da se, cioe che li cerchi che hanno li lor diametri, over li lor mezzi diametri equali sono fra loro equa-

li, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & econuerso, e questo basta senza addur esempio, anzi è che questa è piu presto suppositione, ouer petitione che diffinitione.

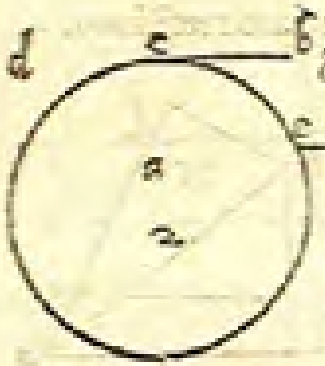


2/2

Diffinitione. 2.

Vna linea se dice toccare un cerchio, quando che la tocca il cerchio, talmente che alongandola da l'una e l'altra parte, quella non sega il cerchio.

Il Tradottore.

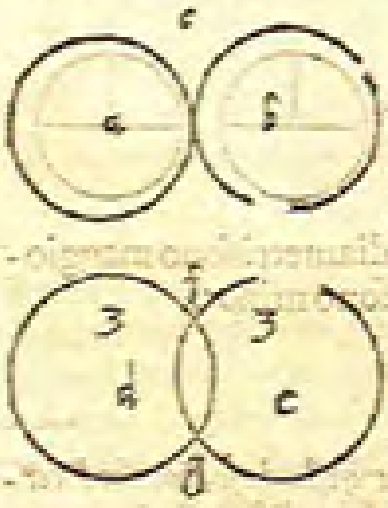


In la presente diffinitione sien notificato come una linea sien detta toccare un cerchio quando quella tocca il detto cerchio talmente che alongandola da l'una e l'altra parte la non segha il detto cerchio, per essempio, sia il detto cerchio, a, toccado dalla linea, b, c, in ponto. c. & dalla linea, c, f, in ponto, c, & perche chi menasse, ouer producesse la linea, b, c, dalla parte, c, uerso, d, ouer dalla parte, b, uerso, g, lei non segarà il detto cerchio, come al senso si puo considerare, pero se dirà, che la detta linea, b, c, tocca il detto cerchio in lo detto ponto. c. laqual cosa non si puo dire della linea. e. f. perche chi ducesse quella dalla parte. e. inuerso. a. senza dubbio lei segaria il detto cerchio come da te puoi considerar, pero non si intenderà che essa linea, e. f. sia toccante il cerchio. a. anzi sera segante esso detto cerchio. & la b. c. sera toccante il detto cerchio.

Diffinitione. 3.

3/3 Quelli cerchi si dicono toccarse insieme liquali toccandosi fra loro non si seghano.

Il Tradottore.



In questa diffinitione uien declarido come li cerchi sono detti toccarsi fra loro quando quelli si toccano l'uno con l'altro, e non si seghano essempio, siano li dui cerchi a. & b. liquali si toccano nel ponto. c. & li dui altri. d. & e. liquali, si toccano etiam loro, ma si seghano nelli dui ponti. f. & g. diche li dui cerchi, a, & b, per che si toccano, & non si seghano nel ponto. c. se dirano toccanti fra loro nel ponto. c. laqual cosa non si dirà delli dui cerchi. d. & e. abenche anchora loro si toccano, perche nel toccar che fanno si seghano nelli dui ponti. f. g. anzi se dirano seganti fra loro & li dui, a, b, & baccano; & similmente li dui. b. & c. in ponto. m.

Diffi-

Diffinitione. 4.

4/4 Le linee rette in un cerchio sono dette equalmente distante dal centro, quando le perpendicolare dutte dal centro a quelle serãno equale.

Il Tradottore.



El se dechiara in questa diffinitione che le linee rette tirate in qualche cerchi sono dette equalmente distare dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare del detto centro a ciascuna di quelle serano equale, essempio, siano le due linee, b, c, & d, e, nel cerchio, a, & sopra ciascuna di loro (dal centro a.) siano dutte le perpendicolare a f. et a g. se per caso le dette due perpendicolare, cioe, a f, & a g. seranno equale le dette due linee, b, c, & d, e, se diranno equalmente distare dal centro a deo & c.

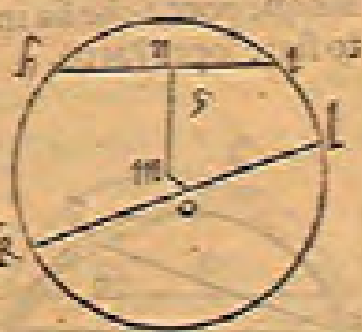
Diffinitione. 5.



5/4 Et piu distare dal centro è detta quella in la quale cade piu longa la detta perpendicolare.

Il Tradottore.

Questa diffinitione abenche la sia disgionta dalla passata, tamen la se die intendere congionta con quella, perche dice che le linee pur descritte in qualche cerchio, quella è detta piu distare dal centro del detto cerchio, in laqual cade la perpendicolare piu longa, essempio, siano le due linee, b. c. & k. l. in lo cerchio. m. sopra delle quale dal centro. m. siano tirate per la duodecima del primo, le due perpendicolare. m. n. & m. o. & perche la perpendicolare. m. n. è piu longa della perpendicolar. m. o. se dirà che la linea. b. c. è piu distante dal centro. m. che non è la linea. k. l. & questo è quello, che se uol inferire.



Diffinitione. 6.

6/0 Quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è detta corda.

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne adverttisse come quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è nominata, corda, essempio, sia la parte del cerchio. a. b. c.

contenuta dalla linea curua.a.b.c.& dalla linea retta.a.c. dice che la linea. a. c. è detta corda.

Diffinitione. 7.

7 Et la parte della circunferentia se chiama arco.

Il Tradottore.



La presente diffinitione seguitando le parole della precedente dice che quella parte di circonferentia che contiene la detta parte di cerchio è chiamato arco, che seria la linea curua.a. b.c.della figura superiore laqua le satisfa,etiam per lo essempio di questa.

Diffinitione. 8.

8 Et l'angolo che è contenuto dalla corda e dal arco è detto angolo del
6 la portione.

Il Tradottore.



La presente diffinitione dice che l'angolo che è contenuto dalla corda & dallo arco d'una portione è detto angolo della portione, essempio.sia la portione.c.d.e.di co che ciascuno delli duoi angoli contenuti dalla corda. c.e.& dal arco.c. d. e. sono detti angoli della portione, liquali angoli l'arco è l'angolo.c.& l'altro è l'angolo.e. &.c.

Diffinitione. 9.

9 L'angolo, che è contenuto da due linee rette che uscischano da qua-
7 lunque ponto che sia in l'arco,& vadino alli termini della corda,è detto stare sopra l'arco.

Il Tradottore.



Questa diffinitione admonisce, che quel angolo è detto stare sopra de l'arco,il quale è contenuto da due linee rette dirette di qualsi voglia ponto, che sia in l'arco alli duoi termini della corda, essempio, sia la portione. a.b.c.& sopra de l'arco sia tolto il ponto b.dal quale tirando le due linee.a.b.et.c.b. alli duoi termini della corda.a.c. serà constituido l'angolo.a.b.c.ilqual angolo.a.b.c. è detto stare sopra l'arco a.b.c.adeo,&c.

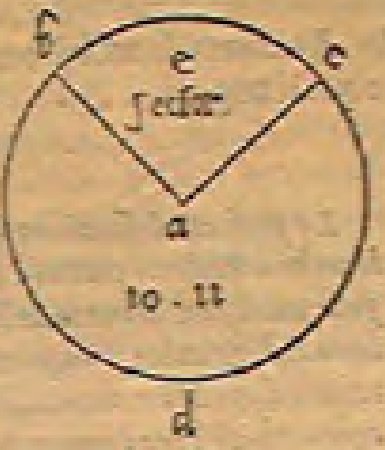
Diffinitione 10.

9 Settor del cerchio è una figura, che è contenuta sotto a due linee ret
10 te,dutte dal centro,& sotto a l'arco comprehenso da quelle.

Il Tra-

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne da intendere come il settor di cerchio è una figura laquale è contenuta sotto a due linee rette dette dal centro, & sotto a l'arco cõprehso da quello, essempio sia il cerchio.b.c.d.descritto sopra il centro .a. dal qual centro.a.dutte le due linee.a.b.& .a.c. dice che la figura che è contenuta dalle due linee rette. a.b.& .a.c. & dallo arco.b.c.se chiama settor di cerchio.

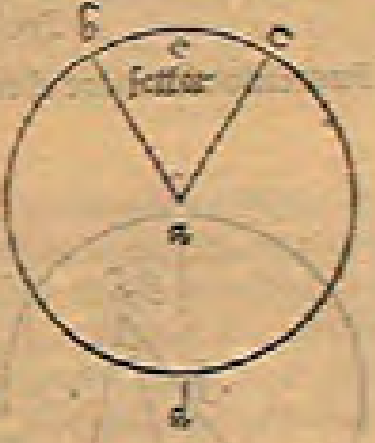


Diffinitione. 10.

10 Et l'angolo contenuto da quelle due linee è
0 detto stare sopra il centro.

Il Tradottore.

La presente diffinitione (seguitando la precedente) dechiara l'angolo circulare, over contenuto da quelle due linee rette dutte dal centro del detto cerchio è detto stare sopra il centro del detto cerchio, il qual angolo seria quello che è contenuto dalle due linee.a.b.& a.c. sopra il centro. a. della figura circular della diffinitione precedente, laqual satisfa per lo essempio etiam di questa.

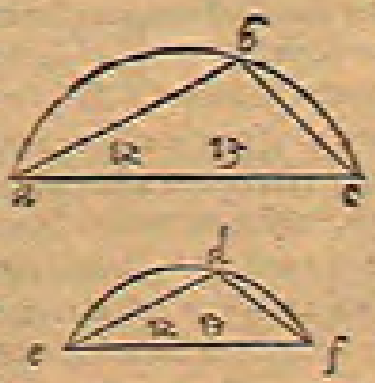


Diffinitione. 11.

11 Le portioni di cerchi sono dette simile, in lequal li angoli che stanno
10 sopra l'archo sono fra loro equali.

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne advertisse come le portioni, over parti di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli che stanno sopra l'arco sono equali fra loro, essempio, siano le due portioni.a.b.c.& e.d.f. haunte ciascuna di loro uno angolo sopra dil suo arco, liquali angoli l'uno sia l'angolo.b.(contenuto dalle due linee rette.a.b.& c.b. sopra l'arco.a.b.c. nel detto ponto. b.) l'altro sia lo angolo.d.(contenuto dalle due linee rette.e.d.& f.d. sopra l'arco.e.d.f. nel detto ponto.d.) dice adonque che se l'angolo.b. (che è sopra l'arco.a.b.c.) serà equal a l'angolo.d.(che è sopra l'arco.e.d.f.) la portion.a.b.c. serà simile alla portion. e.d. f. ben che l'una sia de maggior cerchio che l'altra.



Diffinitione. 13.

13 Anchora li archi sono simili, liquali al predetto modo ricevono
o equali angoli.

Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando il parlar della precedente dice che anchora li archi delle dette portioni sono simili, quando che recevono al predetto modo li angoli equali, cioè al modo della precedente, essempio, se l'angolo b. contenuto dalle due linee a.b. & c.b. (della precedente) sopra l'arco, a, b, c, sarà equale all'angolo d. contenuto dalle due rette, e, d, & f, d, sopra dell'arco, e, d, f, (per della figura della precedente) all'hora l'arco, a, b, c, sarà simile a l'arco, e, d, f, abenche l'uno sia maggior di l'altro & questo è quello che se vuol inferire.

Problema. 1. Propositione. 1.

1 Puotemo ritrouare el centro d'un proposto cerchio.



Sia il proposto cerchio, a, b, c, di quale volemo ritrouare il suo centro tiro nel detto cerchio la linea, a, c, la qual terminii ouer si aggiu nella circonferentia di esso cerchio, la qual linea a.c. (per la decima del primo) divido in due parte equali nel ponto, d, dal qual ponto d. (per la undecima del primo) conduco una perpendicolare alla detta linea, a, c, & quella produco da ambe le parti fin che la se appica alla circonferentia quale sia la linea. b. d. e. la quale linea b.e. per divido in due parti equali in pũto. f. (per la detta decima del primo) il qual ponto. f. dico esser il centro del detto cerchio, per che se quello non è il centro del detto cerchio (per la adversario) quel sarà adonque over in la linea, b, e, over che sarà di fora di quella ben dico che l'non puo esser nella detta linea, b, e, & se pur il fusse possibile per l'adversario poniamo che l'sia il ponto, g, essendo adonque il ponto, g, il centro del detto cerchio la linea, g, b, seria (per la diffinition quartadecima del primo) equale alla linea, g, e, (perche ciascuna se parte dal centro e va alla circonferentia) e perche la, f, e, è etiam equale alla. f. b. (per concessione suenta) la, f, b, sarà maggior della parte, g, b, e cõsequentemente la, e, f, seria etiam maggior della, g, e, (per esser la, g, e, equale alla detta a, g, b,) laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte, f, e, sia maggior del tutto cioè della, g, e, seguita adonque che'l detto centro nõ puo esser nella detta linea, b, e, eccetto che nel ponto, f. Anchora dico che'l non puo essere de fuora della detta linea, b, e, e se pur fusse possibile (per lo detto adversario) poniamo che'l sia il ponto, b, siano tirate le linee, b. a. b. d. b. c. & sarà costituido li doi triãgoli, b, a, d, & b, d, c, et perche li doi lati, b, d, & d, a, del triangolo, b, a, d, sono equale

alla

li alli duoi lati. b.d. & d.c. del triangolo.b.d.c.& similmente la basa.b.a dell'uno seria equal alla basa.b.c. dell'altro (pche ambe si partono del centro.b.et nāo alla circonferentia) seguiteria adonque (per la ottaua del primo) che'l angolo.b.d.c. de l'uno seria equale all'angolo,b,d,a,dell'altro, & perche questi duoi angoli. b. d. a. et.b.d.c.sono contenti della linea.b.d. cadente sopra la linea,a,c,diche essendo li detti duoi angoli, equali, ciascun di loro seria retto (per la ottaua diffinitione del primo)e perche l'angolo,a,d,b,se constituido retto adonque l'angolo,a,d,b.seria equale all'angolo,a,d,b, (per la tertia petitione per esser ambidui retti laqual cosa è impossibile, per la ultima concettione) che la parte se equali al tutto,seguita adonque che'l centro del dato cerchio, non possendo esso in alcun loco de fuora del ponto.f. che quel sia nel proprio ponto,f,che è el proposito.

Corelario.

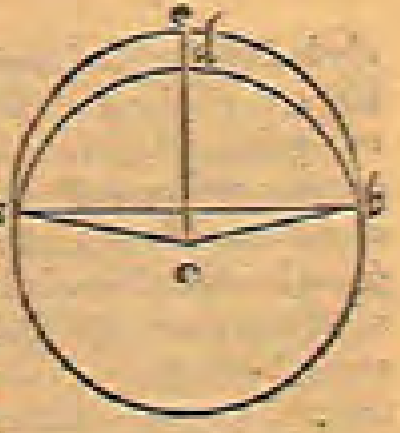
1/1 Onde egliè manifesto che due linee rette in un medesimo cerchio che terminano in la circōferentia, ninna di quelle seghará l'altro orthogonalmente in due parti equale,se quella non transite sopra il centro.

Il Tradottore.

In questo correlario se conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra egli è manifesto che se due linee rette serano in un cerchio terminate nella circonferentia di quello mai l'una seghará l'altra orthogonalmente in due parti equale se quella non passa per il centro di esso cerchio,si come di sopra si è usato nella linea.b.c.laquale sega la linea,a,c, orthogonalmente in due parti equale in ponto,d, & quella passar per lo ponto.f.centro del detto cerchio a.b.c.e questo è quello che nel correlario se vol inferire.

Theorema. 1. Propositione.2.

2/2 Se si menará una linea retta, da uno a l'altro de duoi ponti signati in su la circōferentia d'un cerchio è necessario che quella seghi il cerchio.

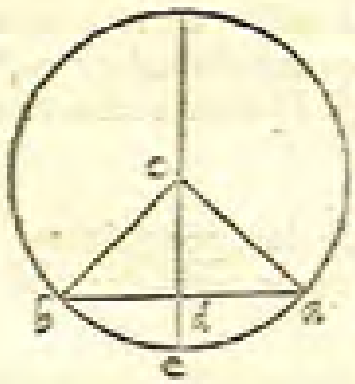


Sia il cerchio.a.b.el centro del qual sia il ponto.c,sopra della circonferentia di quello siano li duoi ponti.a. & .b. Dico che ducendo una linea retta dal ponto. a. al ponto. b. le necessario che quella seghi il detto cerchio. a. b. & se possibil fusse per l'adversario ch'ella non lo seghi, ma che quella transisca di fuora del detto cerchio, poniamo sia la linea, a,e, b, & che sia retta per satisfar lo detto adversario dal centro,c, produrò le due linee.c.a.et.c.b. & serà constituido il triangolo delle sue linee. c. a. c.b. & della linea.a.e.b.del quale li duoi lati.c.a.et.c.b.sono equali perche ambidui uscono dal centro alla circonferentia, adonque (per la quinta del primo) l'angolo,c,a,b, serà equal all'angolo, c,b,a, tirarò anchora la linea,c,e,sopra

pra la detta linea a.e.b. laqual segi la circonferentia nel ponto d. & divide il detto triangolo a.b.c. in li doi triangoli c.e.b. & c.e.a. & perche l'angolo c.e.a. estrinseco (per la sesta decima del primo) è maggior dell'angolo c.b.e. interniseco a se opposito, & perche l'angolo c.a.b. è equale al detto angolo c.b.e. seguita adonque (per comunna scientia) che l'detto angolo c.e.a. sia etiam maggiore del detto angolo e.a.c. (& per la decima nona del primo) il lato a.e. serà maggiore del lato e.c. & per che e.d. è equal (per la decima quarta diffinition del primo) al detto lato e.a. seguita adonque (per comunna scientia) che la detta linea e.d. sia maggiore della detta linea e.c. laqual cosa è impossibile, sive che la parte sia maggiore de tutto (per la ultima concettione) perche adonque la detta linea congiongente li detti doi ponti a. & b. non pol transire de fuora del detto cerchio, de necessità transirà di dentro, & transendo di dentro segliarà quello, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione 3.

3 Se serà una linea retta collocata dentro a un cerchio, laqual non passi per il centro, & che un'altra che venga dal centro seghi quella in due parti equali, egli è necessario che le stia sopra a quello orthogonalmente, & se lei starà sopra a quella orthogonalmente è necessario che la divida quella in due parti equali.



Sia la linea a.b. collocata dentro dal cerchio a.b. il centro dalqual sia il ponto c. & la linea c.d. che vien dal centro c. quella divida la linea b.a. in due parti equali nel ponto d. dico che la detta linea c.d. divide la detta linea b.a. orthogonalmente, cioe che la c,d, è perpendicolare sopra la b.a. & è converso, cioe che se la linea c.d. divide la detta linea b.a. orthogonalmente di co che lei divide la detta linea b.a. in due parti equale. Et per dimostrar questo prederò dal ponto c. le due linee c.b. & c.a. constituendo il triangolo c,b,a, diviso in doi triangolli dalla linea c,d, hor poremo prima che la detta linea c,d, divida in due parti equali la detta linea a.b. adonque le doe lati c, d, & d,a, del triangolo c,d,a, seranno equali alli doi lati c,d, & d,b, del triangolo c,d,b, & la basa c,a, alla basa c,b, serà equale (perche ambe vengon dal centro c, & vanno alla circonferentia) adonque (per la ottava del primo) l'angolo d, dell'uno serà equale all'angolo d, dell'altro, dil che (per la ottava diffinitione del primo) ciascun di loro serà retto (& per la nona diffinition del detto) la linea c,d, serà perpendicolare sopra della detta linea b. a. che è il primo proposito, hor seguamo al secondo ponendo che la c, d, sia perpendicolare sopra la b, a, dimostro che la detta c, d, divide la detta b, a, in due parti equali, in questo modo perche la c, d, è perpendicolare sopra la b, a, seranno li doi angoli quali sono al ponto d, ambedue retti, dilche l'una serà equale all'altra, & perche lo angolo c, a, d, è etiam equale,

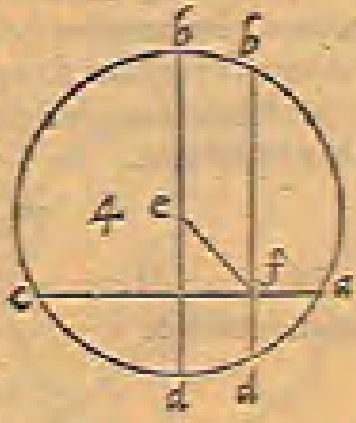
(per

(per la quinta del primo) all'angolo, c,b,d, per esser tutto il triangolo, c,b,e, de duoi lati equali, adonque li duoi angoli, c, d, b, &, c, b, d, del triangolo, c, d, b, sono equali alli duoi angoli, c, d, a, & e, c, d, del triangolo, c, a, d, & il lato, c, a, dell'uno è equale al lato, c, b, dell'altro, dilche (per la sesta del primo) il lato, b, d, serà equale al lato, a, d, adonque la linea, b, a, serra a essere divisa in due parti equale nel ponto, d, che è il secondo proposito.

Theorema. 3. Propositione. 4.

4/4 Se due linee rette se segaranno fra loro dentro d'un cerchio, & che ambedue non transiscono sopra il centro, le necessario che quelle non si seghino fra loro in parti equale.

Sia il cerchio. a.b.c.d. il centro delqual sia il ponto. e. nel quale siano le due linee. a.c. & .b.d. le qual si seghino fra loro nel punto. f. & l'una e l'altra, ouer una di quelle non passi per lo centro. e. Dico che in tra loro non si dividono in parti equali, cioè che l'una e l'altra sia divisa dall'altra in due parti equali, & quando questo fusse possibile per l'adversario, poniamo prima che ne l'una ne l'altra passi per lo centro e. & che si dividano ambedue in parti equale (per l'adversario) in ponto. f. tirarò la linea. e.f. & perche. e.f. vien dal centro. e. & divide le due linee dette in duoi parti equale nel detto punto. f. dilche (per la prima parte della precedére) seria perpé dicola sopra di ciascuna di quelle & li duoi angoli. a. f. e. & .e.f.c. fatti sopra la. a.c. saria ciascun di loro retto & similmente l'uno e l'altro delli altri dui angoli. e. f. d. & .e.f.b. (fatti sopra la linea. b.d.) seria etiam retto, & perche li angoli retti son equali (per la vertia petition) adonque l'angolo. e.f.c. seria equale all'angolo. e. f.d. La qual cosa è impossibile che l'angolo. e. f. c. minore sia equale all'angolo. e.f.d. maggiore; adonque le dette

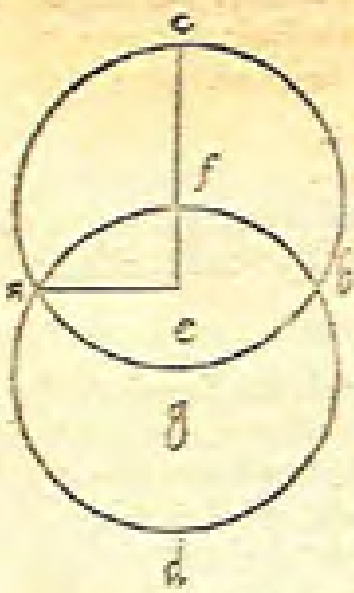


due linee. a. c. & . b. d. non se possono dividere fra loro in parti equale, similmente se una transirà per lo centro. e. & l'altra non, le pur necessario che le non se possano dividere fra loro in parti equale. & se possibile fusse (per l'adversario) poniamo che la. b.d. passi per lo centro. e. & la. a.c. nō, & che pur ambe se dividano in parti equali, adonque se la. b.d. (che viene dal centro. e.) divide la linea. a.c. in due parti equali, e necessario (per lo correlario della prima di questo) che la. b.d. sia perpendicolare sopra la. a.c. & se la. b.d. segha la. a.c. perpendicolarmente similmente la, a, c, segharà etiam la, b, d, perpendicolarmente, & se la, a, c, segha la b, d, perpendicolarmente, et in due parti equale (per l'adversario) è necessario per lo detto correllario della prima di questo, che la, a, c, passi per lo centro, e, che seria contra il presuppposito, seguita adonque che se in un circolo seranno due linee che si seghan ambedue non serā no seghate in parti equal se ambedue non passano sopra il centro, che è il proposito.

Theo-

Theorema. 4. Propositione. 5.

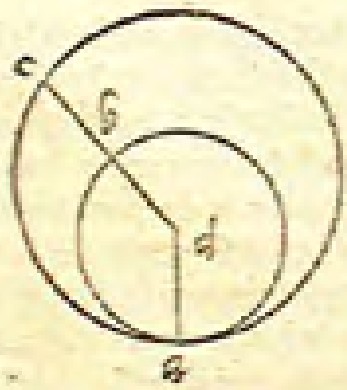
5/5 Li centri di cerchi, che fra loro si segano, è necessario esser diversi.



Siano li duoi cerchi. a. c. b. & .a. d. b. liquali si seghino fra loro nelli duoi punti. a. & b. Dico che li centri di questi tal cerchi sono diversi, cioe che sono in diversi luochi, auer che non possino esser descritti questi duoi cerchi sopra uno medesimo centro ma in diversi centri: ma se possibil fusse (per l'aduersario) che ambiduoi hauessino uno medesimo centro, poniamo che quello sia il punto e. cioè che punto. e. sia comune centro di ambiduoi li detti cerchi, produco le due linee. e. a. & .e. f. c. & per che le due linee. e. a. & .e. f. si partono dal centro. e. & vanno alla circonferentia del cerchio. a. f. b. d. seranno eguali (per la decimaquarta diffinitione del primo) & similmente la linea. .e. c. seria etiam lei eguale alla linea. e. a. perche anchora loro vanno da detto centro. e. alla circōferentia del cerchio. a. c. b. g. & perche le due linee, cioe. e. c. & la parte. e. f. anche sono eguale alla linea. e. a. (per la prima concettione) seriano etiam fra loro eguali: laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia eguale al tutto, segnita adonque che li detti duoi cerchi nō possino hauer in uno medesimo centro che gli sia comune ad ambiduoi: ma diversi che è il proposito.

Theorema. 5. Propositione. 6.

6/6 El centro di cerchi che fra loro si toccano, l'è necessaria che non sia un medesimo.



Siano li duoi cerchi. a. b. & .a. c. che si tocchino fra loro nel punto. a. Dico che li centri de questi duoi cerchi sono diversi, cioe che non possono hauer uno centro che gli sia comune ad ambiduoi, & se pur il fusse possibile (per l'aduersario) che ambiduoi li detti cerchi habbino uno sol centro che gli sia comune a tutti duoi, quello sarà nel cerchio minore, qual poniamo sia il punto. d. hor dal centro. d. produco le due linee. d. a. & .d. b. c. & perche le due linee. c. d. & .d. a. vanno dal centro al la circōferentia del cerchio. a. c. seriano per eguale (per la decima quarta diffinitione del primo) similmente la linea. d. b. seria per eguale alla linea. d. a. (per la detta decima quarta diffinitione del primo) perche ambedue uenono dal centro alla circonferentia del cerchio. a. b.

per

per esser adunque le due linee (cioè .d.e. & la parte .d.b.) ciascuna equale alla linea .d.a. seriano etiam fra loro equale (per la prima concettione) laqual cosa è impossibile che la parte .d.b. sia equale al tutto cioè alla .d.c. (per la ultima concettione) adonque li detti dui cerchi non possono haver un medesimo centro, seguita adonque che siano diversi, che è il proposito, & se li detti cerchi fossero congiunti dalla parte di fuora il proposito seria da se manifesto, perche ciascun haveria il suo centro in mezzo per la diffinitione del centro dilche non haveranno un medesimo centro anzi ciascun di loro haverà il suo dentro di se.

Theorema.6. Propositione.7.

7/7 Se in el diametro d'un cerchio sia signato un ponto, ilqual non sia il centro, & da quello siano dutte piu linee rette alla circonferentia, quella che transirà sopra il centro serà piu longhissima de tutte le altre, & quella che compirà il diametro serà piu brevissima di tutte le altre, e quella che serà piu propinqua al cētro sarà piu longa delle altre che mā co se egli accostano, & quanto piu seranno remote dai centro, tanto piu convengono esser piu corte, anchora le due linee colaterale equalmente distante alla brevissima cioe equalmente distanti con l'istremità alla istremità della brevissima, over longhissima è necessario essere equale.



Sia el cerchio .a.c.d. il diametro dilquale sia la linea .a.f. & il centro di quello sia il ponto .h. & sopra .a.f. sia signato .il ponto .k. fuora del centro .h. dal quale siano dutte piu linee laqual siano .k.a. .k.c. .k.b. .k.c. .k.d. .k.e. .k.f. .k.g. alla circonferentia, et la .k.a. transisca sopra il centro .h. & la .k.f. sia il compimento del diametro, & sia .k.e. & .k.g. equidistante .a.k.f. cioè che li dui ponti .e. & .g. siano equalmente distanti dal ponto .f. over che l'angolo .e.k.f. sia equale al angolo .f.k.g. Dico che la .k.a. è piu longhissima di ciascuna delle altre (per esser quella che passa sopra il centro .h.) & la .k.f. è la piu brevissima di cadauna delle altre per esser quella che compisse il diametro .a.f. & le altre linee tanto son piu longhe quanto son piu propinque al centro .h. perho sia la .k.a. .k.b. è piu longa de .k.c. & .k.c. è piu longa de .k.d. & .k.d. è piu longa de .k.e. & .k.e. & .k.g. sono equale. Et per dimostrar queste cose io tiro dal cētro .h. le linee .h.b. .h.c. .h.d. .h.e. poi che li dui lati .h.b. .b.k. del trīgolo .h.b.k. sono maggiori (per la .20. del primo) del lato .h.k. & perche .h.b. è equal al .a.h. (poi che ambe vanno dal cētro .h. alla circonferētia) giuntoli cōmunamēte il lato .h.k. tutta la linea .a.k. serà equal alli detti dui lati .h.b. et .b.k. e poi che li detti dui lati .h.b. et .b.k. son maggiori (come è detto) del lato .h.k. seguita adōq; che tutta la linea .a.k. (p cōmuna scīē tia) sia maggiore della linea .h.k. & per la medesima ragione serà maggiore ciascuna de

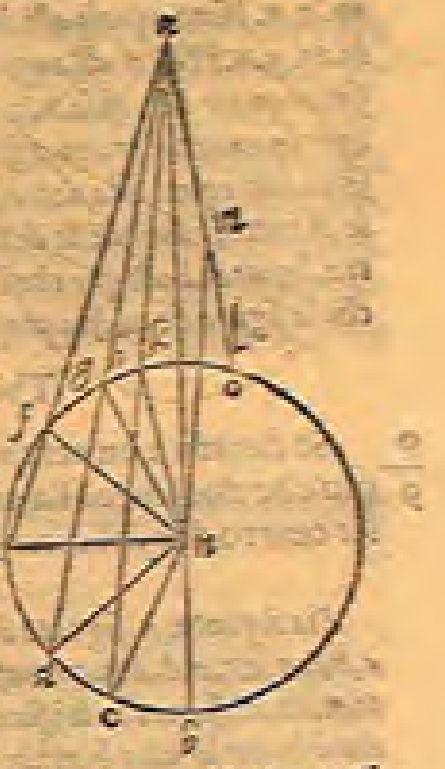


de cadauna delle altre, che è il primo propoſito. Anchora perche li duoi lati b.k. & k.e. (dal triangolo b.k.e.) ſono maggiori (per la decima ſeſtadecima del primo) del lato b.e. & perche il detto lato b.e è equale alla linea b.f. (per la quartadecima del primo) adonque li duoi lati. K.b. & .K.e. (per communem ſcientia) ſeranno maggiori della detta linea. b.f. cauando commun mente il lato, b, K, (per la quarta coettione) il lato ſolo. K.e. ſerà etiam maggiore dell'altro rimanente, cioe de, k, f, et con la medeſima ragione ſe dimoſtra ciaſcuna delle altre linee eſſer maggiore della medeſima linea. k, f, & queſto è il ſecondo propoſito. Anchora perche li duoi lati, b, k, & , b, k, del triangolo. b, b. k, ſono equali alli doi lati, e, b, & , b, k, del triangolo, e, b, k, & l'angolo. b. b. k, è maggiore dell'angolo, e, b, k, (per la ſeſtadecima quarta del primo) la baſa, b, k, ſerà maggiore della baſa, e, k, & per la medeſima ragione, k, e, ſerà maggior de, k, d, & , K, d, ſerà maggiore de, k, e, & queſto è il terzo propoſito. Anchora ſe le due linee, K, e, & , K, g, non ſono equale (per lo aduerſario) l'una ſerà maggiore dell'altra. hor poniamo che la, k, g, ſia maggiore della, k, e, & della detta, k, g, re ſeghiamo la parte, k, l, (per la terza del primo) equale alla k, e, & produco la, b, l, fina che ella ſegha la circonferentia in ponto, m, & perche l'angolo, g, k, f, è equale all'angolo, f, k, e, (dal preſuppoſito) & (per la terza decima del primo) l'angolo. l. k, b. è equale all'angolo, e, k, b, et li duoi lati, l, k, & . v, b, del triangolo, l, v, b, ſono equali alli duoi lati, e. k, & k, b, del triangolo, e, k, b, adonque (per la quarta del primo) la baſa, b, l, è equale alla baſa, b, e, et perche la, b, m, è etiam lei equale alla detta, b, e, (per la quartadecima diffinitione del primo,) ſeguita adonque (per la prima concettione) che la, b, l, ſia equale alla, b, m, l'equal coſa è impoſſibile, ſono adonque le due linee, k, g, & , k, e, equale, che è il quarto propoſito, & queſta tal figura dal angolo è chiamata piede di cecha.

Theorema. 7. Propoſitione. 8.

8 Se fuora d'un cerchio ſia ſignato un ponto, & da quello alla circonfe
8 rentia ſiano dutte piu linee ſegando il cerchio, quella che tranſirà ſopra il centro ſarà piu longha de ciaſcaduna delle altre, & le piu propinque al centro ſeranno piu longhe delle altre piu remote. Et quelle linee partiale applicate alla circonferentia di fuora uia quella, che giace in diretro con lo diametro ſia minore di ciaſcaduna delle altre, & le piu propinque a quella ſeranno piu corte delle piu lontane. Et le due linee che dall'una banda, e l'altra equalmente ſe appropinquano alla breuiſſima ſono equale.

Sia il ponto, a, ſignato di fuora del cerchio, b, c, d, e, f, il centro dilquale ſia il ponto, m, & dal ponto, a, ſiano dutte piu linee alla circonferentia ſeghando il detto cer-



ebio, lequal sia no, a, K, n, b, a, h, c, a, g, d, & , a, f, e, dico che la, a, b, che transisse sopra il centro, n, serà longhissima de tutte le altre a una per una: anchor dico che la a, c, è maggiore della, a, d, per esser piu propinqua al centro, n, et similmente la, a, d, serà maggiore della, a, e, del tra di questo dico che delle linee partiale di fuora del cerchio la linea, a, K, serà piu breue de tutte le altre a una per una per esser quella che giace in diretto con lo diametro. k. b. & dico che la, a, b, è minore della, a, g, (per esser piu propinqua alla detta minima a. k.) similmẽte, a, g, serà minore della. a. f. Dico anchora che se'l serà detta la, a, l, similmente che quella, et la, a, b, equalmẽte diſtemo dalla a, x, cioe che langolo. x. a. b. sia equale all angolo. l. a. K. seranno equale, & per dimostrar questo io prodarò dal centro, n, le linee. n. a. e. n. d. n. c. n. f: n. g. n. b. Et perche li dui lati. a. n. & n. x. del triangolo, a, n, c, (per la vigesima del primo) sono maggiori del lato, a, c, ma perche li detti dui lati. a, n, & n, c, sono equali alla linea, a, b, per esser la. n. c. equale alla. n. b. (per la quartadecima diffinitione del primo) seguita adonque che la linea, a, b, sia etiam maggior del detto lato, a, c, & per la medesima ragione serà maggior de tutte le altre a una per una, che è il primo proposito. Anchora perche li dui lati, a, n, & n, c, del triangolo, a, n, c, sono equali alli dui lati, a, n, & n, d, del triangolo, a, n, d, (per la decimaquarta diffinitione del primo) & l'angolo, a, n, c, è maggiore dell angolo, a, n, d, dilche la basa, a, c, serà maggiore (per la vigesimaquarta del primo) della basa, a, d, & per la medesima ragione la, a, d, serà maggior della, a, e, che è il secõdo proposito. Et anchora perche li dui lati, a, b, et, n, b, (del triangolo, n, b,) sono maggiori (per la vigesima del primo) dei lato, a, n, & per essere la parte. n. k. equale al lato, n, b, lo lato solo, a, b, (per communa scientia) serà maggior dell altro residuo, a, k, et per la medesima ragione ciascuna delle altre linee partiale di fuora serà maggiore della linea, a, k, che è il terzo proposito. Anchora perche le due linee, a, b, & b, n, sono minore (per la vigesima prima del primo) delle due linee, a, g, & g, n, & la, b, n, si è equale (per la quartadecima diffinitione del primo) alla, g, n, serà adonque (per communa scientia) la, a, g, maggiore della, a, b, & per la medesima ragione la, a, f, serà maggiore della, a, g, che è il quarto proposito. Anchora se la, a, l, non è equale al, a, b, (conciosia che lor siano equalmẽte diſtãte dal, a, b,) l'una serà maggior dell altra (p l'aduersario) hor poniamo che la, a, l, sia maggior della, a, b, io prenderò adonque la, a, m, equale alla, a, b, & prenderò la, n, o, m, perche adonque li dui lati, m, a, & , a, n, (del triangolo, m, a, n,)

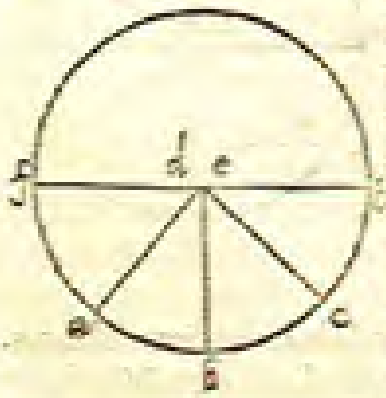


m. a. n.) fano equali alli dui lati. b.a. & a.n. (del triangolo. b. a.n.) & l'angolo.m. a.n. è equal all'angolo. b.a. n. adonque (per la quarta del primo) la basa. m. n. sarà equale alla basa. n.b. & perche la. n.o. è anchor lei equal alla detta basa. n.b. (per la quarantadecima diffinition del primo) adonq; la. n.o. (per la prima cõcettione) serà una equal alla detta basa. n.m. laqual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, adonque le dette due linee. a.l. & a.b. niuna può essere maggior de l'altra, seguitarà adõque che l'una sia equale all'altra che è il quinto proposito, e sappi che la figura de questa propositione è detta dal uulgo coda di pauone.

Theorema. 8. Propositione. 9.

9/9 Se dentro a un cerchio sia signato un ponto, & da quello siano dutte piu che due linee alla circonferentia equale, quel ponto è necessario esser centro di quel cerchio.

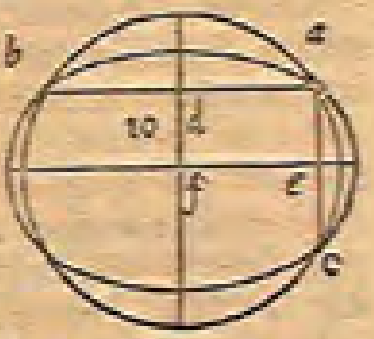
Sia il ponto. a. signato dentro del cerchio. b.c.d. dal qual siano dutte le tre linee. a,b, a.c, & a,d, alla circonferentia, le quale pongo, che siano equale. Dico che'l ponto. a. è necessario che lui sia il centro del ditto cerchio, & per dimostrar questo io produrò le due linee. c.b. & b. d. & dividerò l'una e l'altra in due parti equale (per la decima del primo) cioe. c.b. in ponto. f. & c.b. in ponto. e. & produrò. e.a. & f.a. le quale applicò dall'una e l'altra parte alla circonferentia, & perche li dui lati. a.e, & e.c. del triangolo. a.e.c. sono equale alli dui lati. e.e. & e. b. del triangolo. a.e. b. & la basa. a.c. è equale alla basa. a.b. (dal proposito) adonq; (per la ottaua del primo) l'angolo. e. dell'uno serà equale all'angolo. e. dell'altro (& per la 13. diffinition del primo) li detti dui angoli quali terminano nel ponto. e. una con di loro serà retto similmente anchor l'un e l'altro delli dui angoli che son al ponto. f. è retto, adõque perche. l.b. divide la. c.b. ortogonalmente & in due parti equale nel ponto. e. quella (per lo correlario della prima di questo) transirà per lo centro del dato cerchio. b.c.d. similmente anchora la. k.g. per lo medesimo correlario, transirà per lo medesimo centro del dato cerchio, adonque sel centro del cerchio. b.c.d. è nella linea l.b. & nella linea. k.g. le necessario che quel sia il ponto della intersegatione delle dette due linee (cioe il ponto. a. per esser un ponto commune in l'una e l'altra linea) che è il proposito. Anchora per un'altro modo se potria far questa demostratione, sia il cerchio. a.b. c, nel quale sia tolto in ponto. d, & dal detto ponto. d, sono che ne cada le tre linee, d.a, d.b, et, d,c, equali. Dico che'l detto ponto. d, si è il centro del dato cerchio a, b,c, & se possibile fusse (per l'aversario) che'l detto ponto, d, non sia il detto centro, è necessario adonque che lui sia in qualche altro loco. Hor poniamo che sia il ponto. e. io tirarò dal ponto. d. al ponto. e. la linea. d,e, & quella slongarò in diritto da ambe le parti fina alla circonferentia, toccando quella nelli duoi ponti. f, & g, adonque,



que,f,g, serà il diametro del cerchio,a,b,c, & perche nel diametro,f,g, è tolto il punto, d, ilquale non è il centro del detto cerchio (per satisfattione del aduersario,) & dal detto ponto,d, sono tirate le linee,d,a,d,b,d,c,d,g, delle quale,d,g, (per la settima di questo) serà la piu longha de tutte le altre,e la linea, d, c, serà maggior della d,b, & la,d,b, serà maggior della,d,a, laqual cosa seria contra il presupposito, perche fu presupposto che le,d,a,d,b,d,c, fussero equale, dilche seria impossibile che essendo equale l'una possa esser maggiore dell'altra, seguita adunque che'l detto centro (non possendo esser in altro loco fuora del ponto. d.) sia il proprio ponto,d, che è il proposito.

Theorema.9. Propositione.10.

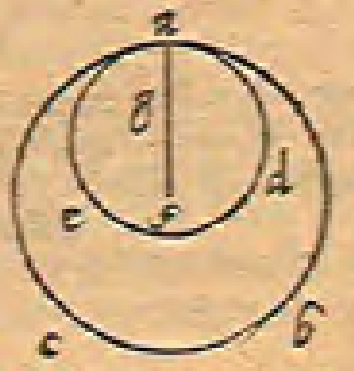
10 10 Se uno cerchio segha un'altro cerchio, egli è necessario che quello lo seghi solamente in duoi luoghi.



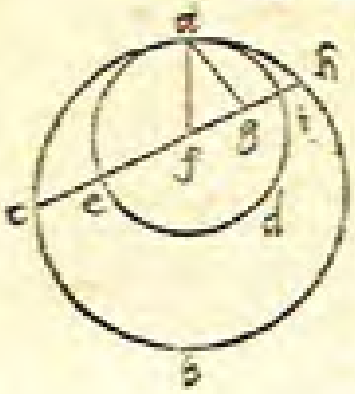
Siano (se gli è possibile) per l'aduersario li duoi cerchij che si seghino in piu che in duoi luoghi, poniamo sopra li tre ponti, a, b, c, io produrò le due linee a.b. & a. c. lequale dividerò in due parti equali in li ponti, d, & e, & dal punto, e, produrò la linea, e, f, perpendicolare sopra la linea, a, c, & dal ponto, d, la linea, d, f, perpendicolare sopra la linea, a, b, & seghansi le due linee, e, f, & ,d, f, in ponto, f, & (per lo correllario della prima di questo) il ponto, f, serà il centro dell'uno e l'altro cerchio, laqual cosa è impossibile (per la quinta di questo.)

Theorema.10. Propositione.11.

11 11 Se uno cerchio toccarà di dentro da se un'altro cerchio, & che da l'un centro all'altro sia condutta una linea retta, alongando quella drettamente uerso la parte doue si toccano, le necessario che quella transisca per il ponto del toccamento.



Siano li duoi cerchij .a.b.c. & .a.d.e. liquali si tocchino fra loro di dentro ma nel ponto. a. & sia .f. il centro del cerchio .a.b.c. & .g. sia il centro del cerchio .a.d. e.et sia ducto dal centro .f. al centro .g. la linea .f.g. Dico che alongando la detta linea .f.g. uerso .a. le necessario che quella transisca per lo ponto. a. & se possibile fosse (per l'aduersario) che quella non transisca per lo detto ponto .a. poniamo che quella possa transire come fa la linea .f.g.b. (della seconda figura) produrò le due linee .a.g. & a.f. & perche il ponto .f. e il centro del cerchio .a. b. c. le due linee .f. a. & .f.b. (per la diffinitione del cerchio) seranno equale, & perche li duoi lati .f.g. &



g.a.del triangolo.a.f.g.(per la xigesima del primo)sia pur luoghi del lato.f.a.seranno etiam piu longhi (per comunea scientia) della linea.f.b.hor leuando communemente lo lato.f.g. lo lato solo.g.a.per communea scientia serà etiam piu longho del residuo.g.b. & perche la g.i. è equale (per la diffinitione del cerchio) alla.g.a. dilche la.g.a.è maggior della.g.b. segueria (per communea scientia) che la.g.i. fia maggior etiam lei della g.b. laqual cosa è impossibile che la parte sia maggiore del tutto. Adoque se la linea.f.g. slongandola uerso a. non puo transire per ponto alcuno che sia de fuora del detto ponto.a.de necessità adonque transirà per quello,che è il proposito.

Theorema.11. Propositione.12.

11 12 Se seranno duoi cerchij che si tocchino fra lor della parte di fuora conducendo una linea retta da l'un centro all'altro quella tal linea trà sirà per il ponto del toccamento.



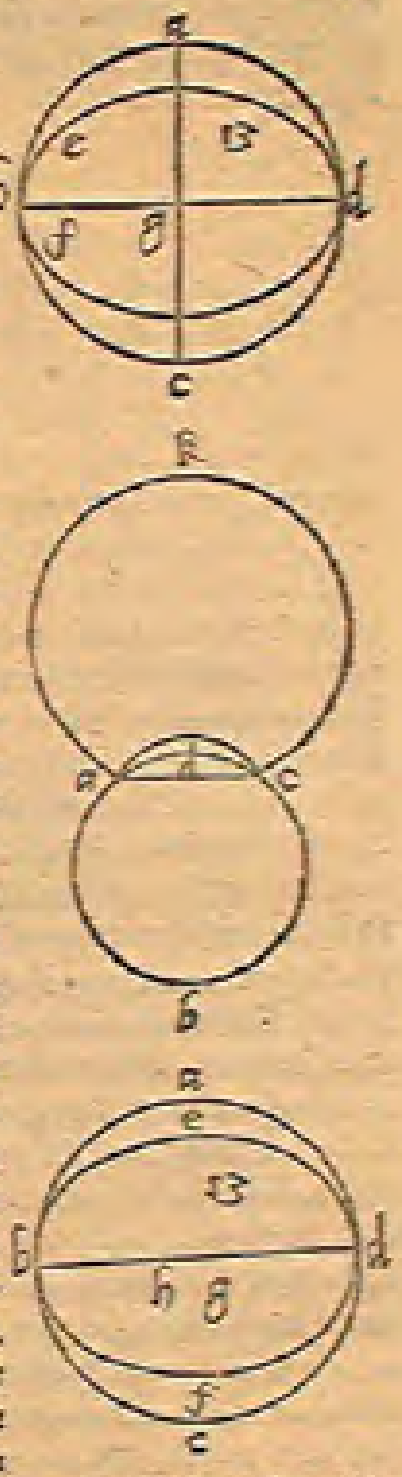
Siano li duoi cerchi,a,b,c,& a.d,e, contingenti fra loro de fuora uia nel ponto,a, & il centro del cerchio,a,b,c,sia il ponto,f,& il centro del cerchio,a,d,e, sia il ponto.g. Dico che conducendo dal centro,f, al centro,g, la linea,f,g, quella de necessità transirà per lo ponto,a, & se possibile fusse(per l'aduersario) che quella transisca come fa la linea,f,e,d,g, dal ponto,a, siano tirate le due linee, a,f, & a,g, constituendo il triangolo, a, f, g, adonque perche il ponto,f, è il centro del cerchio, a, b, c, la linea,f,a,serà equale alla linea,f,c, (per la diffinitione del cerchio) similmente perche il ponto, g,si è il centro del cerchio, a, d, e, la linea, a,g, serà equale alla linea,g,d, dilche le due linee, f, c, & g,d, saranno equale alli duoi lati.f. a,& g,a, del triangolo,a,f,g,& perche tutto il lato,f,c,d,g,è maggior delle dette due linee,f,c,& g,d, serà etiam (per communea scientia) maggiore delli duoi lati a,g, &, a, f, laqual cosa è impossibile(per la xigesima del primo)che un lato d'un triangolo sia maggior delli altri duoi lati, ma sempre bisogna che sia minor, come nella detta xigesima del primo se dimostra. Seguita adonque che tirando dal centro,f, al centro,g, La linea,f,g, non puo transire per altro loco che per lo ponto, a,che è il proposito.

Theorema.12. Propositione.13.

12 13 Se uno cerchio toccarà un altro cerchio,di dentro,ouer di fuora, lo toccherà solamente in un luogo.

Ma se per fusse possibile che un cerchio tocchi un'altro cerchio di dentro, ouer di fuora in duoi luoghi,poniamo primamente che'l cerchio.a,b,c,d,sia toccado dal cerchio,

chio,e,b,f,d,nelli duo ponti,b,& d,tirando adoque dal punto,d,al ponto,b, la linea,b,d, laqual linea,b,d, per la seconda di questo cadera di dentro di ambiduoi li detti cerchij, & dividendola in due parti equali nel punto g,& dal ponto.g.tirando la linea,a,g,c, orthogonalmẽte sopra la detta linea,b,d, quella (per lo correlario della prima di questo) transirà per ambiduoi li centri delli detti duoi cerchij, adonque la linea,a,g,c, transirà per li duoi centri delli detti duoi cerchij contingenti, & non passaria per alcun delli duoi ponti,b, & d, laqual cosa è impossibile (per la precedente propositione) segnita adonque che uno cerchio non puo esser toccado d'alcun altro cerchio di dentro nia in piu de uno luogo solo,che è il primo proposito,hor uenimo alla dimostratione del secondo, & poniamo che'l cerchio. a, b, c, d, (se possibile è per l'adversario) sia toccado dal cerchio, a, k, c, de fuora nia nelli duoi ponti, a, & c, tirando adoque dal ponto,a, al ponto,c, la linea,a,c, quella caderia fuora del cerchio,a, k, c, laqual cosa è impossibile (per la secoda di questo.) adoque segnita il proposito. Anchora per questo altro modo se fusse possibile che un cerchio possa tocar di dentro nia uno altro cerchio in duoi luoghi, cioe in duoi ponti, poniamo che'l cerchio, a,b,c,d, sia toccado dal cerchio,e,b,f,d, nelli duoi ponti b, & d, & poniamo che'l ponto,g, sia il centro del cerchio,a,b,c,d, & lo ponto,h, sia il centro di l'altro cerchio,e, b,f, d, hor tirando dal centro.g, al centro. h, la linea,g, h, & quella produr indiretto da ambedue le parti quella passerà (per la precedente) per duoi ponti. b, & d, come se vede far alla linea,b,d, adonque perche la,b,g, è maggior della,b,h, (sua parte) & la,g,d, è equal (per la diffinitione del cerchio) alla g,b, adoque (per communa scientia la,g,d, serà maggior della detta b,h, & se la,g,d, è maggior della detta,b,h, molto piu maggiore serà tutta la,b,d, della detta,b,h, & pche il ponto,h, è centro del cerchio, e,b,f,d, dilche la linea,b,d, seria equal (per la diffinitione del cerchio) alla linea, b, h, & gia habiamo provato che la è molto maggiore, adoque è impossibile che la,b, d, possa esser maggiore, & equale alla,b,h, segnita adonque che'l cerchio,e,b,f,d, non puo toccare il cerchio,a,b,c,d, salvo che in uno ponto solo,che è il proposito.



Theorema. 13. Propositione. 12.

13/14 Se in un cerchio seranno piu linee rette, che siano equal fra loro, le

necessario che quelle siano equalmente distante dal centro, & se quelle seran equalmente distante dal centro, è necessario che siano fra loro equale.



Sia il cerchio. a.b.c.d. il centro dal qual sia il ponto. e. nel qual cerchio siano le due linee a.d. & a.b. lequal se seranno equale fra loro, dico che seranno equalmente distante dal centro e. & per lo contrario se le dette due linee serāno equalmente distante dal centro.e. dico che fra lor seranno equale, perche se noi poniamo prima che lor siam equale prendero dal centro.e. le due linee.e.f. & e.g. perpendicolare sopra alla.a.d. & b.c. dilche la linea.a.d. (per la terza di questo) serà duisa in due parti equal nel ponto.f. similmente la linea.b.c. nel ponto.g. anchora dal centro.e. io tirarò le quattro linee.e.a.e.d. e.b.e.c. & serà costituido li dnoi triangoli.e.a.d. & .e.b.c. & perche li dnoi lati.e.d. & .a.d. del triangolo.e.a.d. sono equali alli dnoi lati.e,c, & ,b,e, del triangolo.e,b, c, (per la diffinitione del cerchio) & la basa.a.e. serà etiam equal alla, e, b, dilche (p la ottaua del primo) l'angolo,a,d,e, serà equale all'angolo. b, c, e, & perche li dnoi lati,e,d, & ,d,f, del triāgolo,e,d,f, sono equali alli dnoi lati,e,c, e,g, del triā golo,e,c,g, (perche la,d,f, è equal alla,c,g, perche tutta,a,d, fu posta equale alla,b, c, però la mitā de,a,d, (che è,d,f,) serà equal alla mitā de,b,c, (che è,g,c,) et l'angolo.d. è equal all angolo,c, dilche la basa.e.f. (per la quarta del primo) serà equal alla basa.e,g, & perche queste due basi stanno dal centro, & sono perpendicolare sopra le dette due linee,a,d, & ,b,c, segnita adonque (per la quarta diffinitione di questo) che le dette due linee,a,d, et,b,c, siano equalmente discoste dal centro, che seria la prima parte del proposito.

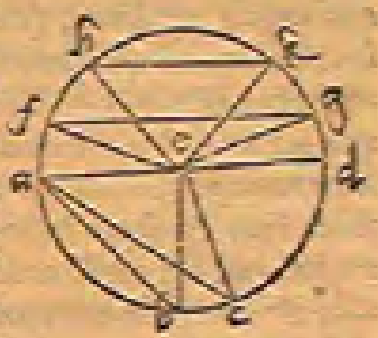
Anchora per un altro modo la potemo dimostrar dicendo il quadrato della,e, d. (per la penultima del primo) val tanto quanto li dnoi quadrati delle due linee, e, f, & ,f, d, & similmente il quadrato della,e,c, val tanto quanto li quadrati delle due linee, e, g, & ,e,g, & perche il quadrato della,d,e, è equale al quadrato della, e, c, & lo quadrato dello, d, f, al quadrato della, c,g, segnita adonque che'l quadrato della,e,f, sia etiam equale al quadrato della,e,g, & (per comune sentia) la,e,f, seria equale alla,e,g, & cosi è manifesta la medesima prima parte. hor venemo alla seconda ponendo che le due linee, a, d, & ,b,c, siano equalmente discoste dal centro, cioe che la, e, f, sia equale alla, e, g, (come vole la quarta diffinitione di questo,) dico che la, a, d, è equale alla, b, c, perche le due linee, e, d, & ,e, c, sono equale (per la diffinitione del cerchio) li loro quadrati seranno etiā equali, similmente li dnoi quadrati delle due linee,e,f, & ,e,g, seran etiā equali (per esser le dette due linee equal dal presupposito) cauando adonque del quadrato della e,d, il quadrato della,e,f, et del quadrato della,e,c, il quadrato della,e,g, li dnoi rimanenti (per la terza comcettione) seranno etiam equali luquali duoi rimanenti l'uno sera (per la penultima del primo) il quadrato della linea, d, f, l'altro serà il quadrato della linea,e,g, dilche se'l quadrato della, d, f, è equale al quadrato del

la.e.

La.c.g.segnata che la.d.f. sia equale alla.r.g.& se la.d.f.è equale alla.c.g. il doppio della.d.f.(cioe la.d.a.)sera equale al doppio della.c.g. (cioe alla.c.b.)e questa è la seconda parte del proposito.

Theorema.14. Propositione.15.

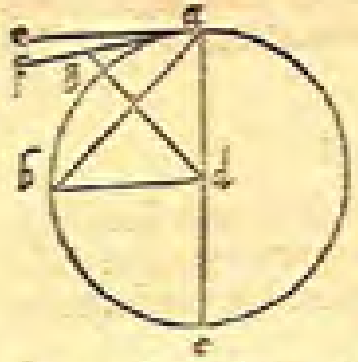
14 15 Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro serà maggior de ciascuna delle altre, & quelle che seranno piu propinque al detto diametro seranno piu longhe di quelle che gli seranno piu lontane.



Sia come in lo cerchio. a. b. c. d. il centro del quale sia il ponto.e. nel quale cascino piu linnee lequale siano. a. b. a. c. a. d. f. g. h. k. et sia la linea a.e.d. del diametro del del detto cerchio. dico la detta linea.a.e.d. essere la piu longhissima de cadauna delle altre, & la linea.f.g. esser piu longha della linea. h. k. per essere piu propinqua al detto diametro.a.e.d. et similmente la linea.a.c.è maggiore (per la medesima causa) della linea.a. b. Et per dimostrar questo dal centro.e.alle estremità delle dette linee, io tirerò le linee.e.b.e.c.e.f.e.g e.h.e.k. & perche li dui lati.e.f.et.e.g.del triangolo.e.f.g.sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato.f.g. & li predetti dui lati insieme sono equali al diametro. a. e. d. perche ciascuno di loro sono la mita del diametro (per la diffinitione del cerchio) adonque il diametro.a.d.(per communa scientia) serà etiam lui maggiore del ditto lato.f.g. & per la medesima ragione serà etiã maggiore della.a.c.& cosi anchora serà maggior de.b.k.etiam de.a.b.ma che.f.g. sia maggior de.h.k.& a.c.de.a.b.se manifesterà in questo modo, perche li dui lati e.f. & e.g.del triangolo.e.f.g.sono equali alli dui lati.e.h.e.k.del triangolo.e.h. k. (perche tutte hanno dal centro alla circonferentia) et l'angolo.f.e.g.è maggiore del l'angolo.h.e.k.la basa. f.g. (per la vigesima quarta del primo) serà maggiore della basa.k.h.similmente anchora li dui lati,a,e,& e,c, del triangolo.a.e.c.sono equali alli dui lati,a,e,& e,b, del triangolo,a,e,b,& l'angolo,a,e,c,è maggiore del angolo,a,e,b,diche la basa,a,c,serà maggior (per la detta vigesima quarta del primo) della basa,a,b,& cosi il proposito viene a esser concluso.

Theorema.15. Propositione.16.

15 16 Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio serà dutta orthogonalmẽte una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio, & fra quella è il cerchio le impossibile che gli possa capire altra linea retta. E l'angolo contenuto de quella, & dalla circonferentia è piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, e l'angolo fatto di dentro dal diametro, e dalla circonferantia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.

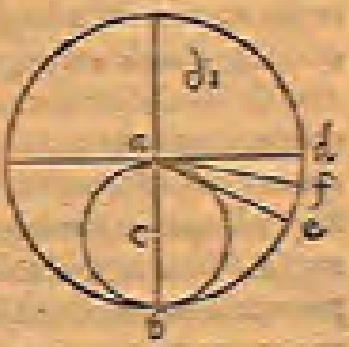


Sia il cerchio.a.b.e.descritto sopra il centro.d. il diametro del quale sia la linea.a.c. dico che tirando dal ponto.a. una linea che sia perpendicolare alla linea. a. c.quella tal perpendicolare de necessita caderà de fuora del detto cerchio, & fra quella linea, over perpendicolare, e la circonferentia del detto cerchio nō è possibile che gli possa capire alcuna altra linea retta. E l'angolo contenuto dalla detta linea, over perpendicolare, & dalla circonferentia del detto cerchio è minore de ogni angolo rettilineo, (cioè che sia contenuto da due linee rette) & quello angolo contenuto dal diametro (del detto cerchio) & dalla circonferentia è maggiore de ogni angolo acuto contenuto per da linee rette. le qualcose se dimostrano a una per una. hor cominciando dalla prima dico che tirando dal ponto. a. una linea retta perpendicolare al diametro. a. c. de necessita caderà de fuora del detto cerchio, & se pur fosse possibile (per l'aduersario) che potesse cadere di dentro poniamo che quella cada come fa la linea. a. b. dal centro. d. produco la linea. d. b, & sarà cosi nuido il triangolo. d. a. b. del quale li dui lati. d. a. & . d. b. sono equali (perche vanno dal centro alla circonferentia) dilche li dui angoli.d.a.b. & d.b.a. (per la quinta del primo) seran equali, & per esser la linea.b.a.perpendicolare sopra.a.c. (per il presupposito) l'angolo.b.a.d. serebbe retto dilche anchora l'angolo. d. b. a. seria pur retto, donde il triangolo. a. b. d. haueria dui angoli retti, laqual cosa è impossibile(per la trigesima seconda del primo)seguita adonque che tirando dal ponto. a. una perpendicolare al diametro. a. b. quella de necessita caderà de fuora. hor poniamo che quella tal perpendicolare sia la linea.a.e. hor dico che fra la detta linea. a. e. & la circonferentia non è possibile che gli possa capire alcuna linea retta, & se pur fosse possibile (per l'aduersario) poniamo che gli capisca la linea. a. f. alla qual linea. a. f. dal centro. d. produremo una perpendicolare laqual poniamo (se possibile è) che quella sia la linea. d. g. & perche l'angolo. d. g. a. (del triangolo. d. a. g.) seria retto donde l'angolo, g, a, d, (per la trigesima seconda del primo) seria a esser menor d'un angolo retto dilche il lato, a, d, (per la decima nona del primo) seria maggiore del lato, d, g, (per esser opposito a maggior angolo) laqualcosa è impossibile, anci la detta, d, g, seria maggior di lei per quella parte che passa di fuora del cerchio, cioe dalla circonferentia al ponto.g. per laqual cosa segnita che fra la detta linea,a, e, & la circonferentia,a,b,non puo capirli alcuna linea retta, & per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferentia,a, b, & dalla linea retta,a,e,(laquale è detto angolo della contingentia) è minore de ogni angolo contenuto da due linee rette. ma se alcun angolo rettilineo potesse essere equale, over minor dell'angolo della contingentia quello tal angolo se potria dividere (per la nona del primo)in due parti equale,dilche seguiria che fra la linea,a,e,& la circonferentia,a,b,potesse capirli una linea retta, laqual cosa è impossibile,come de sopra è stata dimostrato per la qual cosa se manifesta che l'angolo contenuto dal diametro, a,e, & dalla circonferentia

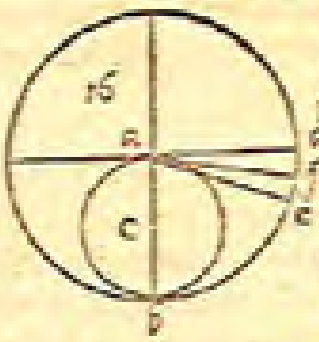
rtia esser maggior de tutti li angoli acuti contenuti de due linee rette perche non è differente dell'angolo retto se non in l'angolo della contingentia laquale havemo di mostrato esser minore de ogni angolo rectilineo.

Correlario.

15 16 Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta dutta da l'un di termini del diametro de alcun cerchio orthogonalmente quella esser contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta tocca il detto cerchio solamente in un ponto, perche eglie dimostrato nella seconda de questo, che una linea tirata dall'un all'altro de duoi ponti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro segando quello, laqual cosa bisognava dimostrare.



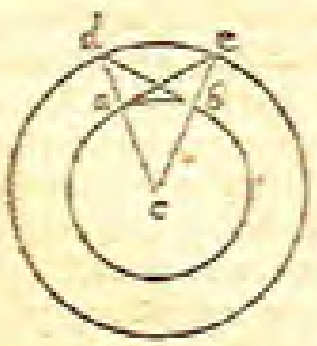
Anchora per cose dette di sopra le da esser notado che l'non usle questa argumentatione che duce questo transisse dal minore al maggiore & per tutti li mezzi. Adonque transisse etiam per lo equale. Ne anchora quest'altra che dice trovandosi il minor & lo maggior d'una cosa è possibile trovar etiã lo equale laqual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio, a, b, descritto sopra il centro, c, il diametro dilquale sia la linea, a, c, b, & dal suo termine, a, sia dutta la linea a, d, ortogonalmente laqual sarà (per lo corellario di questa) contingente con lo cerchio, a, b, nel ponto, a, sia anchora descritto sopra il ponto, a, secondo la quantità del diametro, a, b, il cerchio, b, e, d, & sia imaginato la linea retta, a, b, essere mossa sopra il ponto, a, per la circonferentia dell'arco, b, e, d, talmente che'l ponto, b, numerti tutti li ponti dell'arco, b, e, d, per fina a tanto che quella perueghi alla linea, a, d, cio prendo quella, & perche l'angolo, b, a, d, è retto il sera come il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea, a, b, non habbia fatto seco (con lo diametro del cerchio minore) cioè con la linea retta, a, c, b, fiabile a lui equale, perche quella ha transito all'angolo retto numerando il sito de tutti li angoli acuti di quali è manifesto alcuni essere minori dell'angolo de mezzo cerchio (contenuto dalla circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b,) e l'angolo retto le manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transito fatto dalli angoli acuti minori all'angolo retto maggiore nessuno fra mezzo ne sia fatto che fusse a quello equale, & se per fusse possibile ciò ella ne habbia constituido alcuno poniamo che'l sia quello che habbia fatto la linea a b. mobile quando il ponto b, è giunto sopra il ponto, e, dall'arco, b, e, d, perche adonque l'angolo, e, a, b, è equale all'angolo del detto semicerchio, ma l'angolo del detto semicerchio è lo amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per l'ultima parte di questa) dilche l'angolo, e, a, b, seria etiam lui amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Sia adonque divisso l'angolo e a d in due



due parti equale (per la xona del primo) per la linea, a, f, dilche (per comunema scientia) l'angolo, f, a, b, serà piu ampio dell'angolo, e, a, b, per laqual cosa seguiria che al cun angolo acuto rectilineo sera piu ampio del ampissimo, laqual cosa è impossibile, ancora se pò procedere in questo altro modo ponendo per cio l'angolo, e, a, b, sia equale all'angolo del semicerchio, & perche l'angolo del semicerchio con l'angolo della contingentia sono equali all'angolo retto similmente l'angolo, e, a, b, con l'angolo e. a. d. è equale a uno angolo retto dilche l'angolo. e, a, d, (per comemuna scientia) seria equale all'angolo della contingentia, & perche l'angolo della contingentia è acutissimo de tutti li angoli acuti contenudi da linee rette (per la tertia parte di questa) l'angolo adonque. e, a, d, a lui equale serà etiam acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo, e, a, f, (per comemuna scientia) è molto piu acuto di lui, adonque il sara alcun angolo rectilineo piu acuto de l'acutissimo cioe di quel della contingentia, laqualcosa è impossibile, come di sopra in questa fe dimostrato. Adonque non serà alcun angolo rectilineo equale all'angolo del semicerchio contenuto dalla mità della circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b, et per che la linea. a. b. mobile transisse dal minore al maggiore & per tutti li mezzi & nõ per lo equale, similmente perche si pò trouare un'angolo maggior etiam minor (del detto angolo del mezzo cerchio) contenuto de linee rette et tamen nõ si ne può ritrouare un che gli sia equale, egli manifesta la oppositione ditta all'una e l'altra argumentatione predetta. Onde a quello è da essere reposto per destructione.

Problema. 2. Propositione. 17.

16 17 Da un dato ponto, a un dato cerchio puotemo menare una linea retta toccante.

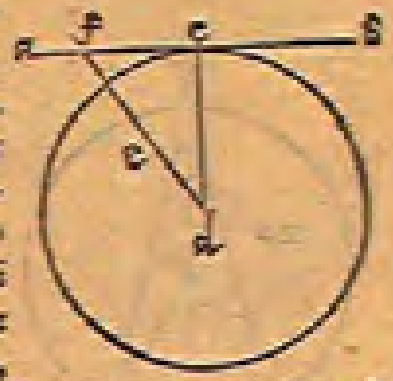


Come sia il dato ponto, d, e il dato cerchio, a, b, il centro dilquale sia il ponto, c, voglio dal ponto, d, menare una linea retta che tocchi il cerchio, a, b, produco la linea, d, c, laqual seghera la circonferentia del detto cerchio, a, b, nel ponto. a. sopra laquale describo il cerchio, d, e, secondo la quantità della linea, d, c, sopra il medesimo centro. c. & dal ponto, a, produco la linea, a, e, perpendiculare alla linea, d, c, laqual segha la circonferentia del cerchio. d. e. in lo ponto, e, & produco le linee, e, c, segliante la circonferentia del cerchio, a, b, in lo ponto, b, e, dipoi produco la linea, d b, laqual serà toccante il cerchio, a, b, nel detto ponto, b, perche li dui lati, a, c, & c. e. del triangolo, a, c, e, sono equale alli dui lati, b, c, & c, d, del triangolo, b, c, d, et l'angolo, c, è commune all'un e l'altro, dilche (per la quarta del primo) l'angolo, e, a, e, serà equale all'angolo, d, b, c, ma l'angolo, e, a, c, è retto, per laqualcosa l'angolo, d, b, c, serà

b,c, serà etiam retto. Adonque per lo correlario della precedente la linea,d,b, serà toccante il cerchio,a,b, che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 18.

17 Se una linea retta tocca un cerchio, e dal toccamento al centro si me
18 ni una linea retta è necessario che la sia perpendicolar sopra quella che tocca.



Sia la linea,a,b, laqual tocchi il cerchio,c,e, nel punto,c, il centro dilquale cerchio sia il ponto,d, & sia congionto il detto ponto,c, con lo centro,d, per la linea,c,d. Dico questa tal linea,d,c, essere perpendicolare sopra la linea,a,b, che tocca, & se quella non fusse perpendicolare sopra la detta linea,a,b, (per l'aduersario) poniamo adonque che quella sia la linea, d,f, cioe che la linea,d,f, sia perpendicolare sopra la detta linea,a,b, la qual segherà la circonferentia del cerchio in ponto,e, dilche l'uno e l'altro delli duoi angoli, che sono al.f. son retti, adonque l'angolo. f.e.d. (per la trigesima seconda del primo) serà minor d'un retto, dilche serà etiam minor dell'angolo. d.f.c, seguita adonque che'l lato. d.e. (per la decima nona del primo) sia maggior del lato, d,f, laqual cosa è impossibile che'l minor sia maggior del maggior donde el si manifesta, d, c, esser perpendicolare sopra della, a, b, che è il proposito.

Theorema. 17. Propositione. 19.

18 Se una linea retta toccarà uno cerchio, & dal ponto del toccamento
19 nel detto cerchio si meni orthogonalmente una linea retta in quella medesima è necessario esser il centro.



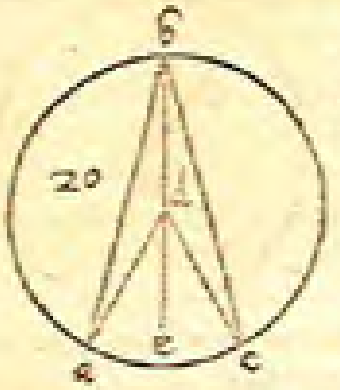
Come sia la linea, a, b, toccante il cerchio, c, e, nel ponto, c, & dal ponto, c, sia ducto dentro del detto cerchio. c. e. una perpendicolare alla linea, a, b, laqual sia la linea, c, e, dico che'l centro del detto cerchio, c, e, e nella linea, c, e, (questa è al contrario della precedente) e se possibile è che il detto centro non sia in la detta linea, c, e, de necessità serà in qualchè altro loco de fuora di essa linea, c, e, poniamo adonque che'l sia il ponto, d, io produrò la linea, d, c, laqual linea, d, c, (per la precedente) seria perpendicolare sopra alla linea, a, b, (aqualcosa è impossibile cõ cosia che la linea, c, e, sia posta perpendicolar sopra di detta linea, a, b, dilche non è possibile che ambedue possano esser perpendicolare sopra di quella nel medesimo ponto, c, perche il seguiria questo disconuenieme che l'angolo, d, c, a, fusse

equale

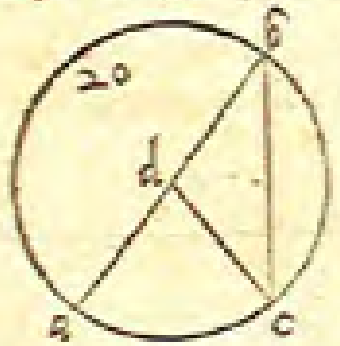
eguale all'angolo .e.c.z. perche ambidui sariano retti. Seguita adonque che'l centro del detto cerchio.c.e. (non possendo esser fuora della linea.c.e.) sia in essa linea, c.e. che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 20.

19/20 Se in un cerchio serà constituido uno angolo sopra il centro, & uno altro sopra la circonferentia liquali habbino una medesima basa de circonferentia l'angolo del centro serà doppio all'angol della circonferetia.



Come sia il cerchio.a.b.c.il centro del quale sia il punto.d.nel quale sia l'angolo.a.d.c.sopra il centro & l'angolo. a.b.c. sopra la circonferentia & sia l'uno & l'altro de detti angoli sopra la medesima basa laqual è la circonferentia. a. c. Dico che l'angolo.a.d.c.è doppio allo angolo.a.b.c. laqual cosa se approverà in questo modo. perche le due linee.a. b.& b.c. contro inchiudendo di dentro da loro le due linee.a.d. & d.c.ouer che una di quelle passerà sopra l'una di loro facendose con quella una sol linea,ouer che una delle dette due linee.a.b. & b.c. segerà una delle dette due linee, cioè.a.d.ouer c.d. Sia adonque primamente che le due linee.a.b.& b.c.inchiudendo di dentro da loro le due linee.a.d.& d.c.come in la prima figuratione appare. & sia produtto la linea.b.d.e.(& per la.32.del primo) l'angolo.a.d.e.di fuora è eguale alli dui angoli di dentro liquali sono.b. a. d. & .a. b.a.(del triangolo.a.b.d.) & perche li detti dui angoli.d.a.b.& d.b.a.sono equali fra loro(per la quinta del primo)l'angolo.a.d. e serà doppio all'angolo.a. b.d.similmente anchora l'angolo. e. d. c.serà doppio all'angolo,d,b,c,per laqual cosa tutto l'angolo,a,d,c,è doppio a tutto l'angolo.a.b.c.che è il proposito. Ma se una delle due linee.a.b.& b.c.passasse sopra una delle due linee.a.d. & c. d. talmente che insieme insieme una linea sola (come nella seconda figuratione appare) dico anchora che l'angolo,a,d,c,è doppio all'angolo, b, (per la detta quinta & trigesima seconda del primo) per se manifesta,perche l'angolo a. d. c.di fuora è eguale alli dui angoli.d.b.c.& d.c.b. di dentro liquali sono equali (per la detta quinta) però l'angolo,a,d,c, serà doppio all'angolo. d,b,c,che è il proposito. Ma se una delle due linee,a,b,& c.b.segerà una delle due linee.a.d.& c.d.(come nella terza figuratione appare dove la linea,a,b,sega la linea,d,c,)sia produtta la linea, b,d,e,donde per le ragion dette nella seconda figuratione l'angolo,e,d,a,è doppio all'angolo,d,b,a,similmente





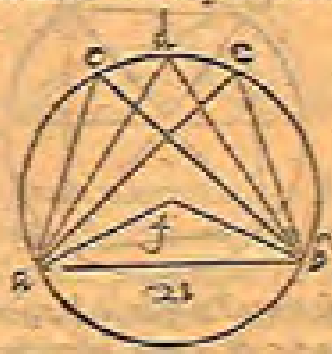
tutto

te tutto l'angolo, e, d, c, è pur doppio a tutto l'angolo, d, b, c, per laqual cosa l'angolo, e, d, c, è doppio all'angolo, cioè, a, b, c, se tutto l'angolo, e, d, c, è doppio a tutto l'angolo, e, b, c, & che l'angolo, e, d, a, (parte di tutto l'angolo, e, d, c,) è doppio all'angolo, d, b, a, ch'è parte de tutto l'angolo, d, b, c, (per commune sentētia) è al residuo, a, d, a, sarà etiā doppio al residuo, a, b, c, ch'è il proposito.

Il Tradottore.



El testo di questa soprascritta propositione, tolto secondo che parla la prima tradottione pateria opposition assai. perche lui dice che se in un cerchio sia constituido un'angolo sopra il centro, & un'altro sopra la circonferentia liquali habbiano una medesima basa lo inferiore serà doppio al superiore, laqual cosa non seguitarà se in un cerchio (qual sia il cerchio, a, b, c, di questa quarta figuratione) sia tirata una linea retta, qual sia la, a, c, & congiongendo le due estremità di quella con il cētro, d, ecium con un punto tolto nel arco, a, b, c, (qual sia il punto, b,) serà constituido li dui angoli, cioè l'angolo, a, d, c, sopra il centro, & l'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia liquali hanno una medesima basa che è la detta linea, a, c, e nientedimeno l'angolo, a, d, c, sopra il centro non è doppio all'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia, come facilmente si pno prouare, & però piu correttamente parla il testo della secōda tradottione, qual vol che li detti angoli habbiano equal circonferentia, cioè equal basa de circonferentia e non de linea retta. e però tutto



quel spacio, che è attorno all'angolo, a, d, c, è doppio all'angolo, a, b, c, perche hanno una medesima basa di circonferentia che è la circonferentia, a, c, c, & per dimostrarlo io tirarò la linea, b, d, & quella alongarò per fina alla circonferentia in punto, f, & perche l'angolo, c, d, f, (per la prima parte della trigesima seconda del primo) è equale alli dui angoli, d, b, c, & d, c, b, liquali sono equali (per la quinta del primo) e però serrà a esser doppio all'angolo, d, b, c, e per le medesime ragione l'angolo, f, d, a, sera etiā doppio al angolo, c, b, d, e però tutto il spacio cōposto delli detti dui angoli, c, d, f, & f, d, a, serà doppio a tutto l'angolo, a, b, c, che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 21.

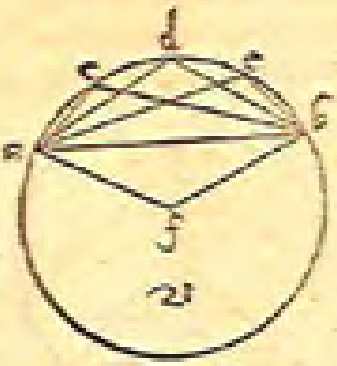
20 21 Se in una portione di cerchio sieno molti angoli sopra dil arco constituidi, sieno infra loro equali.

Come sia in la portione, a, d, b, del cerchio, a, d, b, il centro dil qual sia il punto, f. sieno molti angoli sopra l'arco, a, d, b, della portion maggior liquali sono, c, d, & e, quelli dico esser equali fra loro, & per dimostrare questo sia tirata la corda, a, b, &

dalle

dalle sue due estremità siano dutte al centro f. le due linee a.f. & b.f. dilche l'angolo a.f.b. constituendo sopra il centro (per la precedente) serà doppio a cadauno di loro, segnata adunque che cadauno delli detti tre angoli e. d. & e. sia la mita de l'angolo f. dilche (per la 7. concettione) seranno equali, che è il propesito.

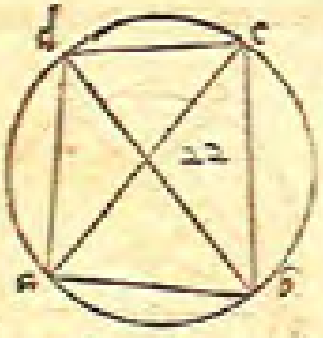
Il Tradottore.



Per le demostrationi disopra adutte è manifesto il propesito, in quanto alla portion maggiore, ma se la detti angoli seranno sopra l'arco della portione menore, come in la seconda figura appare (per quel che demostrassimo sopra la precedente è manifesto il propesito) perche cadauno delli detti angoli è la mitade di quella qualità di spatio che circonda l'angolo f. onde per la settima concettione seguita il detto propesito.

Theorema. 20. Propositione. 22.

21 22 Se dentro a uno cerchio serà descritto uno quadrilatero, qualunque dui angoli contrapositi di quello è necessario esser equali a dui angoli retti.



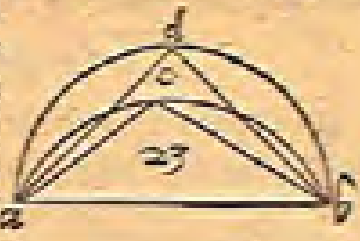
Sia il quadrilatero, a, b, c, descritto di dentro del cerchio. a, b, c, d, qual sia cosi conditionato che tutti li suoi quattro angoli terminj a punto in la circonferentia del detto cerchio. Dico che qualunque dui angoli contrapositi di quello, sono equali a duoi angoli retti. E per dimostrar questo tirarò li dui diametri del detto quadrilatero, cioe, a, c, & d, b, (& per la precedente) l'angolo, e, b, d, serà equale all'angolo, e, a, d, & l'angolo, a, b, d, similmente serà equale all'angolo, a, c, d, per la qual cosa tutto l'angolo, a, b, c, serà equale alli dui angoli, a, c, d, & c, a, d, del triangolo. a, d, c, & perche li detti dui angoli insieme con altro angolo, a, d, c, (per la trigesima seconda del primo) sono equali a dui angoli retti, seguita adunque che tutto l'angolo, a, b, c, insieme con tutto l'angolo, a, d, c, (a lui opposito) sono equali a dui angoli retti, che è il propesito, similmente anchora se approuerà li dui angoli, d, a, b, & d, c, b, (contrapositi) esse equali a dui angoli retti.

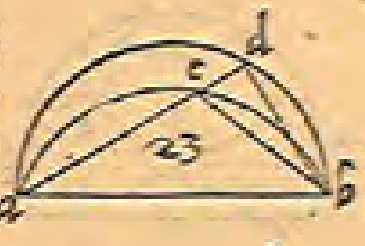
Theorema. 20. Propositione. 23.

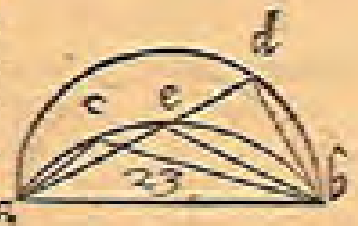
22 23 Egli è impossibile a cõstituire due portioni di cerchio simile, & inequale sopra una assignata linea retta da una medesima parte.

Sia la assignata retta linea, a, b, sopra della quale sia fatta la portion di cerchio a. b. c.

a.b.c. Dico che ſopra la medeſima linea dalla medeſima parte non ſe potrà coſtitu re un'altra portione di cerchio, che ſia ſimile a queſta, & che ſia maggiore, ouero minore di lei. Ma ſe queſto fuſſe poſſibile ſia fatto adonque la portion, a,d,b, maggiore di quella, tamen ſia ſimile a lei, ſia fatto anchora l'angolo, a,c,b, in la portion minore, & l'angolo, a,d,b, in la portion maggiore, ſarà adonque che le due linee, a, d, & b,d, inchindeno di dentro da loro le due linee. a. c. & .b.c. come appare in la prima figuratione, ouer che una delle due prime ſe farà una medeſima linea con una delle ſeconde, come in la ſeconda figuratione ſi manifeſta, ouer che una ſegarà l'altra (come in la terza figuration ſi dimoſtra) ma ſel ſerà al primo modo l'angolo.c. (per la uigeſima prima del primo) ſerà maggior dell'angolo.d. adonque (per la undecima diffinition di queſto) nõ ſon ſimile, ma ſel ſerà al ſecondo modo, al preſente l'angolo, c, (per la ſeſta decima del primo) ſera maggiore dell'angolo, d, ne coſi adonque le dette due portioni ſeranno ſimile (per la detta duodecima diffinition di queſto) ma ſe ſarà al. 3. modo, cioe che la linea. a.d. ſeghi la linea. c. b. & ſeghi la circonferentia della portion minore nel ponto. e. e ſia dutta la linea. b e. l'angolo, a, e, b, (per la medeſima decima ſeſta del primo) e maggiore dell'angolo, d, et per che l'angolo. c. è nella medeſima portion minore dove è etiam l'angolo, e, dilche (per la uigeſima prima di queſto) ſerà equale al detto angolo, e, ſeguita adonque che ſe l'angolo. e. è maggiore dell'angolo. d. ſimilmente l'angolo. c. ſerà etiam maggiore del dutto angolo. d. per laqualcoſa a niun modo le dette duoi portioni ſono ſimile, per queſto medeſimo modo anchora tu approuerai che ſopra la linea, a, b, non puo eſſer fatto una portione ſimile alla portione, a, c, b, menore de quella, ponendo, c, in lo loco del, d, & el, d, in lo loco del, c, in le predette figuratione. l'angolo. d. (per la decima. 21. & .16. del primo procedendo per lo modo fatto di ſopra, ſerà in tutte le dette tre figuratione maggiore dell'angolo, c, per laqual coſa le dette, portioni non ſeranno ſimile. Et nota che abenche ſia propoſto ſopra una medeſima linea non poſſer eſſer fatto due portion ſimile inequale da una medeſima parte, niemedimeno ſeguita la uerità che le non puon anchor eſſer fatte da diuerſe parte, cioe una da una pate de detta linea, e l'altra dall'altra, perche eglie licito prouar come la minore (la qual è da una parte) ſoprapoſta alla maggiore (laqual è dall'altra parte) il ſerà neceſſario (per lo conuerſo modo della ottaua concettione) quella eſſer eccedata dalla maggiore. adonque per la preſente. 23. non ſeranno ſimile, che è il propoſito.







Theorema. 22. Propoſitione. 24.

23 24 Se ſimile portioni di cerchij ſono ſopra linee equale, quelle portioni è neceſſario che ſieno equali.

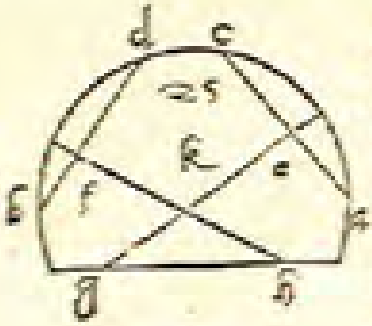
Siano



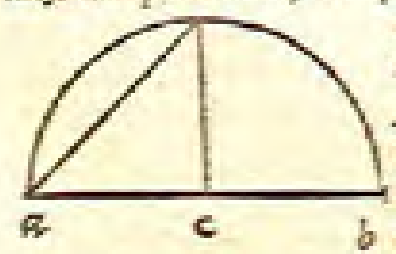
Siano le due linee. a. b. & c. d. equal sopra lequale sieno le dueti portioni di cerchii a.e.b. & c.f.d. lequale sieno simili. Dico quelle medesime esser equale. & se possibile è che nõ siano equali una di quelle posta sopra all'altra la maggiore eccederà la minor (per lo comune modo della penultima concessione) ma la linea a.b. non eccede la linea c.d. anze quella è eccedata da lei; conciosia che sono equale dal presupposito) perlaqual cosa seguiria il contrario della precedente, che è impossibile. seguita adunque che le dette portioni siano equale, che è il proposito.

Problema. 3. Propositione. 25.

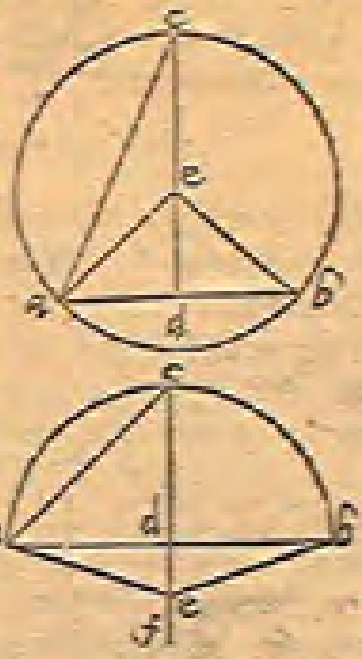
24 / 25 Puotemo compire il cerchio de una data portione, o sia maggiore, ouer minore d'un mezzo cerchio.



Per questa conclusione, la intentione è questa, de ogni dato arco, ouer de ogni data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque. a. b. c. qual si voglia arco, del qual voglio compire il circolo, tirarò in quello due linee e.g. & b.d. lequali dividendo in due parti equali, cioè la. a. c. in ponto. e. & la. b. d. in ponto. f. & tirando la. e. g. perpendicolare alla. a. c. & la. f. b. perpendicolare alla. b. d. lequali si segano fra loro in ponto. K. (& per lo correlario della prima di questo) il centro del cerchio serà in l'una & l'altra delle due linee. e. g. & f. b. per laqual cosa il ponto. k. è il centro, ma se la. e. g. nõ segha la. f. b. ma siano una sol linea, si come sarà se le due linee. a. c. & b. d. siano equidistante, allhora quella se applicarà alla circonferentia del dato arco dalle man e l'altra parte. adonque divisa quella per mitade in ponto. k. mi serà il centro del dato cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee. e. g. & f. b. non pon esser equidistante, perche conciosia che il centro del detto cerchio sia in l'una e l'altra (per il detto correlario) seriano dui centri del medesimo cerchio. & così per questo modo tu puoi de ogni arco, ouer de ogni portione, communamẽte demostrare qualmente se compisse il suo cerchio, tamen perche il se vede l'auchore in questa conclusione variare secondo le diverse specie delli archi di tutte le portioni, numerando le specie, demostraremo divisamente per le specie, qualmente se compisse il cerchio di ogni data portione. sia adonque prima mẽte la data portione a. b. un mezzo cerchio (& per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea. a. b. serà il diametro, divisa adonque quella per mezzo in ponto. c. il detto ponto. c. serà il centro del



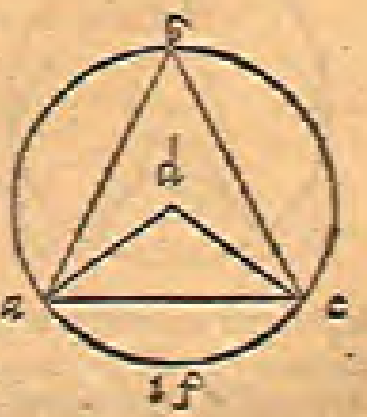
del cerchio: sia anchora la portion a c b, maggior del mezzo cerchio la corda della qual sia la linea a b. laqual divido in due parti equali in ponto d. dalqual conduco la d c. perpendicolar a quella (concio sia che la portion a c b. sia maggior del mezzo cerchio) la a d. serà minor del mezzo diametro, & la d c. è maggiore del mezzo diametro adonque la d c. è maggior che la a d. adonque (per la. 19. del primo) l'angolo c a d. è maggiore dell'angolo a c d. sia adonque fatto l'angolo c a e. (per la sagesima tertia del primo) è equal all'angolo a c e. produtta la linea a e. laqual segbi la linea c d. in ponto e. & (per la sesta del primo) la linea a e. serà equale alla linea e c. sia adonque tirata la linea e b. & (per la quarta del primo) la linea e b. serà equale alla linea a c. per la qualcosa le tre linee a e. e c. e b. e a. sono equale, adōque (per la nona di questo il ponto e. è il centro del cerchio. sia anchora la portione a c b. menore del mezzo cerchio, dellaquale la corda sia la a b. laquale divido in due parti equali in ponto. d. dal qual conduco la linea c d f. perpendicolare alla linea a b. laqual segbi la circonferentia in ponto c. & è manifesto questa transire per il centro (per il correlario della prima di questo) anchora tiro la linea a c. e l'angolo a c d. serà maggiore di l'angolo c a d. perche se el fusse equale seria la portione a c b. un mezzo cerchio, & se el fusse menore seria maggiore d'un mezzo cerchio, & è posto che sia menore, adonque tiro la linea a e. che faccia con la linea a c. un angolo equale al angolo c. & segbi la linea c f. in ponto e. & è manifesto che il ponto e. cade di fuora della portion, & tiro la linea e b. & perche lo angolo total a. è equale al angolo c. (per la sesta del primo) la linea e, a, è equale alla linea e, c, & perche (per la quarta del primo) la linea e b. è equale alla linea e a. (per la nona di questo) il ponto e. è centro del cerchio, per laqual cosa è manifesto il proposito secondo tutte le specie delle portioni di cerchi.



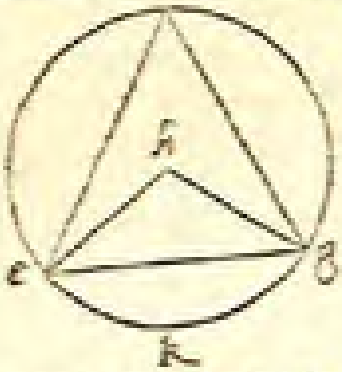
Theorema. 23. Propositione. 26.

25 26 Se in cerchi equali over sopra il centro, over sopra la circōferentia stiano angoli equali è necessario quelli caschare sopra archi equali.

Siano dui cerchij equali, cioe il cerchio a b c. (il centro dilqual sia il ponto d.) & il cerchio e f g. il centro dilquale sia il ponto h. & sopra li centri de quelli siano fatti li duoi angoli a d c. & e h g. liquali siano posti equali. dico che li duoi archi a b c. & e f g. sono equali fra loro, la qual cosa se dimostra in questo modo. Siano tirate le due linee a c. & e g. et siano fatti li duoi angoli in



li in la circonferentia de quelli che stiano sopra li predetti archi, liquali siano l'angolo.a.b.c. et l'angolo. e. f. g. perche adunque li detti dui cerchi sono equali li suoi mezzi diametri (per la prima diffinitione) sono equali. & perche li dui angoli.d. & .b. sono equali le due linee a. c. & . e. g. (per la quarta del primo) sono equali, & (per la uigesima di questo) l'angolo.b. serà equale all'angolo.f. (conciosia che l'angolo.d. si è equal all'angolo. b. & l'uno e l'altro e doppio a quello che è costituendo sopra della circonferentia del suo arco, però l'angolo . b . (per communa sententia) serà equale all'angolo. f. adunque (per la penultima diffinitione di questo) le due portioni. a.b.c. & e.f.g. sono simili, & perche sono sopra le due linee. a, c, & e, g, equale quelle seranno (per la uigesima quarta di questo) equale fra loro, per laqual cosa l'arco.a.b. c, serà equale all'arco, e, f, g. Ma se le dui angoli.b. & f. (liquali sono sopra della circonferentia) seran posti equali (per la detta diffinitione) le dette portioni seranno simili, & l'angolo, d, serà pur (per la detta uigesima) equale all'angolo.b. & perche le cerchi sono posti equale (per la quarta del primo) le due linee. a, c, & , e, g, serranno equale, per laqual cosa le due portioni, a, b, c, & e, f, g, per esser simile et sopra le due linee, a, c, & , e, g, equale seranno (per la detta uigesima quarta di questo) enia fra loro equale si come prima, & l'arco, a, b, c, serà pur equale all'arco, e f, g, (& per la terza communa sententia,) l'arco, a, i, c, serà etiam equale all'arco, e, k, g, che è il proposito della seconda tradottione, perche in quella solum conclude che l'arco, a, i, c, è equale all'arco, e, k, g, anzi per questo modo se verifica l'una e l'altra.



Theorema. 24. Propositione. 27. conuersa della precedente.

26 27 Se in cerchij equali si toglie archi equali li angoli formati sotto quelli, o siano costituidi sopra li centri de quelli, ouer sopra le circonferētie le necessario che siano equali.



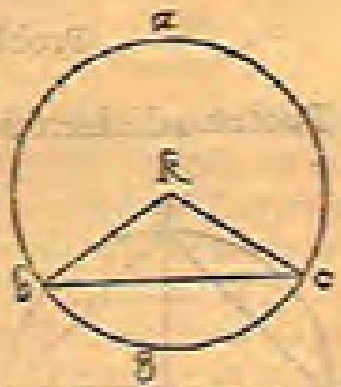
Siano li dui cerchi equali. l'uno sia il cerchio. a.b.c. (il centro dilquale sia il ponto. d.) l'altro sia il cerchio. e. f. g. (il centro dilquale sia il ponto. b.) & sia li dui archi.a.b.c. & .e.f.g. equali, & siano fatti sopra alli detti archi dui angoli sopra il centro liquali siano.d.b. due de le linee, a, d, c, d, e, b, g, b. Et anchora sopra li medesimi archi siano fatti dui altri angoli in la circonferentia liquali siano, b, & f, dutte le linee, a, b, c. b, e, f, & g, f. Dico li dui angoli, d, & , b, esser fra loro equali, et ancor li dui altri angoli. b. et. f. esser pur fra loro equali Laqual cosa se dimostra in questo modo. Se li detti dui angoli, d, & , b, non sono fra loro equali (per l'aduersario) l'un serà maggior dell'altro. hor poniamo che l'angolo. b. (se possibile è) sia maggior dell'angolo d. del angolo b ne sia tagliato, ouer seghato l'angolo



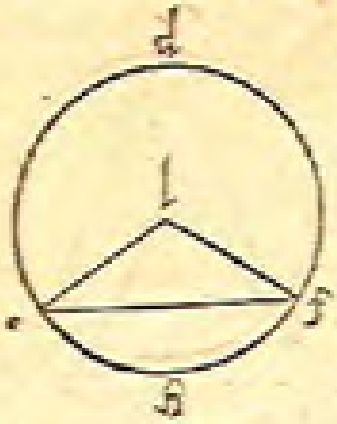
l'angolo. k.b.g. alqual sia equal all'angolo.d. cioe sopra il pũto.b. sia fatto l'angolo. K.b.g. (per la vigesima terza del primo) equale al angolo. d. (& per la precedente) l'arco. K.e.f.g. serà equale all'arco. a.b.c. ma li dui archi. a.b.c. & .e.f.g. sono posti equali, seguiria adonque (per la prima commuũa sententia) che l'arco. e.f.g. fusse equale all'arco. k.e.f.g. laqual cosa è impossibile (per l'ultima commuũa sententia,) seguira adonque che li dui angoli. d. & .e.b.g. siano equali. Anchora per simel modo se approuerà li dui angoli. b. & .f. esser equali, ouero hauendo prouato che li dui angoli. d. & .b. son equali, seguita (per la vigesima de questo) li dui angoli. b. & .f. esser equali, & econuerso. Anchora cõ simile proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda sua doctrina, cioe che se in cerchij equali li angoli che sono dedutti sopra equale circonferentie sono fra loro equali o siano al centro, ouer alla circonferentia, cioe se la circonferentia. a.c. sia posta equale alla circonferentia. e.g. delli detti dui cerchij equali li angoli d.e.b. fatti sopra il centro (dedutti sopra le dette due circonferentie equale) seranno equali (e se non fussero equali per l'aduersario) l'uno seria maggiore di l'altro, & ponendo pur che l'angolo. b. fusse maggiore dell'angolo. d. & seguido pur da l'angolo. b. lo angolo. k.b.g. equale all'angolo d. seguiria (per quello se cõcluse in fin della precedẽte) che la circonferentia. K.g. fusse equale alla circonferentia. a.c. (& per la prima commuũa sententia) la circonferentia. k.g. seria equale alla circonferentia. e.g. che è impossibile (per la ultima commuũa sententia) si che ambedue hauno uno medesimo procedere, abenche l'una concluda diuersamente di l'altra, tamẽ prouando una uien a esser prouata etiam l'altra.

Theorema. 25. Propositione. 28.

27 / 28 Se in cerchij equali, linee rette equale, raseghino archi. anchora que li archi è necessario esser equali cioe il maggiore al maggiore il minore al minore.

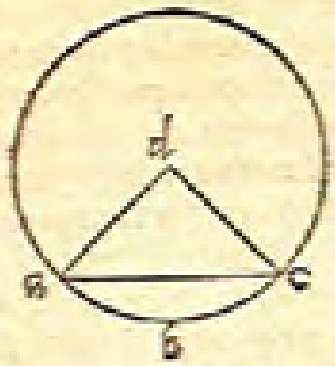


Siano li dui cerchij equali. a.b.c. et .d.e.f. et in ẽlli siano le due linee rette. b.c. et .e.f. equale, lequal seghino li dui archi. (b.a.c. & .e.d.f.) maggiori, & li dui archi. b.g.c. & .e.b.f. menori, dico che l'arco. b.a.c. maggiore è equale all'arco. e.d.f. maggiore & l'arco. b.g.c. minore & equal all'arco. e.b.f. perche essendo ritrouati li cẽtri de detti cerchij (per la prima di questo) liquali siano K.l. & siano congionti. k.b. K.c. l.e. & d.f. et perche di cerchij equali li suoi semidiametri sono anchora equali (per la prima diffinitione di ẽsso) adoq; le due linee. b. k. et. k.c. son equale alle due linee. l.e. et l.f. e la basa. b.c. (p il ẽsuppposito) equale alla



basa.e.f.adonque l'angolo.b.k.c. (per la.8. del primo) è equal a l'angolo.e.l.f. et li angoli equali (per la. 26. di questo) cadeno sopra archi equali, adonque l'arco.b.g.c.e equale all'arco.e.b.f. & tutto il cerchio.a.b.c.è equale tutto il cerchio.d.e.f. adonque il rimanente arco.b.a.c.(per la. 3. comunna sententia) è equale al rimanente arco.e.d.f. adonque in li cerchi equali se linee rette equale segheno li archi li detti archi seranno de necessità equali, cioe il maggiore al maggiore, il minore al minore, che è il proposito.

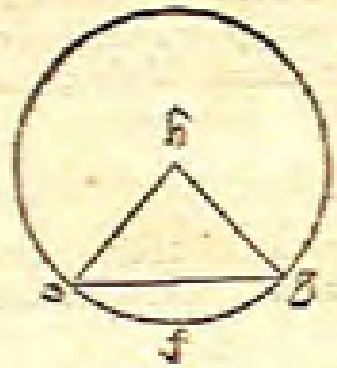
Il Tradottore.



El testo di questa soprascritta propositione in la prima tradottione è tutto corrotto emendosamente parla, come in essa appare.

Theorema.26. Propositione.29.

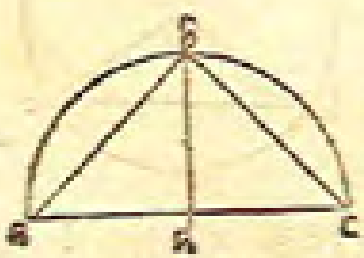
28/29 Li archi equali de cerchij equali è necessario c'habiano corde equale.



Sianno li dueì cerchij equali.a.b.c. il centro del quale è il ponto.d.& f.g.il centro dil qual è il ponto.b. & sia l'arco.a.b.c.equale all'arco.e.f.g.dico che la corda.a.c. è equale alla corda.e.g. & per dimostrar questo siano tirate le linee.d.a.d.c.e.b.g. et (per la vigesima settima di questo) l'angolo. d. serà equale all'angolo .b. per laqualcosa la basa, ouer corda.a.c. (per la quarta del primo) serà equale alla basa, ouer corda .e. g. che è il proposito, e nota che tutte le passioni che hanno approuate de diversi cerchij equali quelle piu fermamente intenderai esser vere de uno medesimo cerchio.

Problema.4. Propositione.30.

29/30 Puotemo diuidere uno arco dato in due parti equali.



Sia dato l'arco ouero circonferentia. a. b.c.qual sia di bisogno da diuidere in due parti equale, sia tirata la corda .a.c. & quella sia diuisa in due parti equali in ponto.d. & dal ponto. d. (per la undecima del primo) sia tirata la perpendicolar.d.b. laqual sega la circonferentia del dato arco in ponto.b ilqual ponto.b.dico che

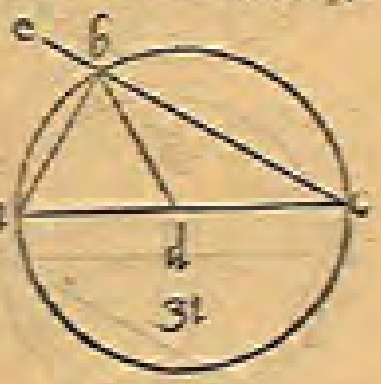
diuide

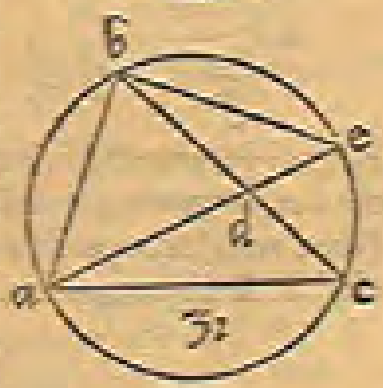
diuide il dato arco in due parti equali, & per dimostrare questo sia tirate le due linee. b. a. b. c. le quale seranno equale (per la quarta del primo) la quale cosa l'arco. a. b. (per la prima parte della trigesima ottaua di questo) serà equale all'arco. b. c. che è il proposito.

Theorema. 27. Propositione. 31.

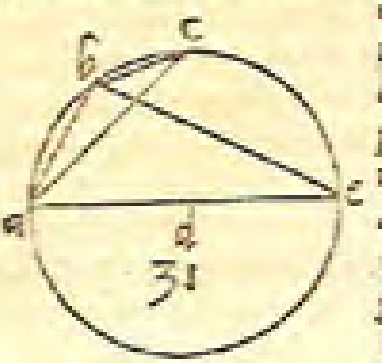
30 31 Se uno angolo de linee rette è fatto nel mezzo cerchio il quale stia sopra l'arco, certo quello angolo è retto. Ma se la portione del cerchio doue è l'angolo e maggior del mezzo cerchio, all'hora quel angolo fia menore che l retto. E se la portione del cerchio, done è l'angolo è menore del mezzo cerchio, allhora quello angolo è maggior del retto. E anchora ogni angolo della portione maggior del mezzo cerchio è maggior che l retto, & ogni angolo della portione menore del mezzo cerchio è menor del retto.

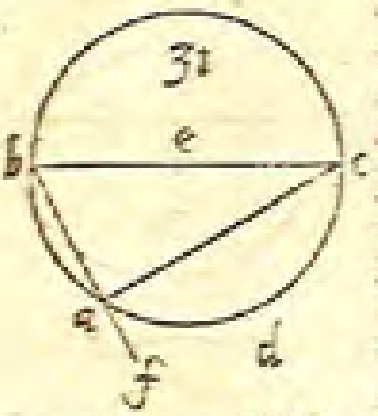
Sia il cerchio. a. b. c. (il centro del qual sia il ponto. d. è il diametro. a. d. c.) e facia se nel mezzo cerchio. a. b. c. insul la circonferentia l'angolo. a. b. c. (menate le linee. a. b. et b. c.) dico l'angolo. a. b. c. essere retto, & per dimostrar tale cosa, sia tirato da l'angolo. b. al centro. d. la linea. b. d. & perche le due linee. d. a. & d. b. (del triangolo. a. b. d.) sono equale (per la diffinition del cerchio) l'angolo. a. (per la quinta del primo) serà equale all'angolo. a. b. d. & per le medesime ragione l'angolo. c. serà equale all'angolo. d. b. c. & perche l'angolo. c. d. b. per la. 32. del primo, è equale a li duoi angoli. a. & a. b. d. dichè (per comune sententia) serà doppio all'angolo. a. b. d. & per le medesime ragione l'angolo. a. d. b. serà etiam doppio all'angolo. d. b. c. adonque li duoi angoli. c. d. b. & a. d. b. insieme son doppij a tutto l'angolo. a. b. c. & perche li detti duoi angoli. a. d. b. & c. d. b. (per la terzadecima del primo) sono equali a duoi angoli retti adonque tutto l'angolo. a. b. c. serà la metà di duoi angoli retti, per la qualcosa serà retto che è il primo proposito. Anchora per questo medesimo se può dimostrare il detto angolo. a. b. c. esser retto, sia produtta la linea. c. b. fina al ponto. e. l'angolo. a. b. e. essendo (per la detta trigesima seconda del primo) serà equale alli duoi angoli. a. & c. & perche l'angolo. c. è equale all'angolo. a. b. d. & l'angolo. c. all'angolo. d. b. c. l'angolo adonque. a. b. e. serra a esser equale a tutto l'angolo. a. b. c. adonque l'uno e l'altro (per la ottaua diffinitione del primo) serà retto. El secondo proposito se manifesta in questo modo. sia il cerchio. a. b. c. (il centro del quale sia il ponto. d.) nel qual sia la portion. a. b. c. maggiore del mezzo cerchio, la corda della quale sia la linea. a. c. & sia fatto sopra la circonferentia di





quella l'angolo,a,b,c,(dette le linee,a,b,et,b,c,) dico quello tal angolo esser minor d'un retto, & per dimostrar questo sia tirato il diametro.a.d.e. & la linea,e,b,dico che l'angolo,a,b,e,(per la prima parte di questa) e retto, per laqual cosa l'angolo,a,b,c, serà minor del retto (per la ultima communa sententia) conciosia che quello è parte del retto,e cosi è manifesto il secondo proposito. El tertio se delucidera in questo modo sia un altra fiada in lo cerchio,a,b,c,(il centro dilqual sia il punto,d,) la portione,a,b,c, la corda dellaqual sia la linea,a,c,laqual portione è maiore del mezzo cerchio, & sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo a,b, c,(dutte le linee,b,a,et,b,c,) dico quest'angolo,a,b,c,esser maggior del retto,laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia producto dal punto,e,il diametro, a, d,e, & dal punto, e, la linea, e,b, l'angolo,a,b,e, (per la prima parte di questa) e retto, per laqual cosa l'angolo, a,b,c, e maggiore di lui, e però il nostro tertio proposito serà manifesto, ei 4.el.5. se approuarà in questo modo,siano in lo cerchio, a,b,c,d, (il centro dilquale è il punto,e,) le portione,a,b,c,maggiore del mezzo cerchio la corda della quale è la linea, a,c, & la portione,a,d,c, minor del mezzo cerchio,la corda delquale è la medesima linea retta, a, c, dico l'angolo contenuto dall'arco, b, a, & dalla corda, a,c, esser maggior del retto, & l'angolo contenuto dal l'arco,d,a, & dalla corda,a,c,essere minor del retto,et per dimostrar questo, dal punto,c,si è ducto il diametro c,e,b, & dal punto,b,la linea,b,a,fina al,f,dilche l'angolo,b,a,c,(per la prima parte di questa) serà retto,et (per la terza decima del primo) l'angolo, f,a,c, similmente serà retto, perche adonque l'angolo b,a,c,è parte dell'angolo contenuto dall'arco,a,b, & dalla corda. a,c,però è menor di lui (per la ultima concettione) che'l quarto proposito. Et perche l'angolo contenuto dall'arco,d,a, & dalla corda,a,c, è parte dell'angolo,f,a,c, (che è retto) adonque serà minor di lui,per laqual cosa è manifesta tutta questa cõclusione de cinque membri.





Correlario.

0 / 31 Da qui è manifesto che se un angolo d'un triangolo serà equal alli altri duoi angoli del detto triangolo quel angolo è retto, & è conuerso quãdo li duoi angoli d'un triangolo seranno equali all'altro terzo quel li seranno equali a un angolo retto.

Anchora dalle due ultime parti della soprascritta propositione si manifesta la instantia, ouer oppositione contra quelle due argumentationi, allequale dimostrassimo anchora la istantia, ouer oppositione in la sesta decima di questo, pero che el

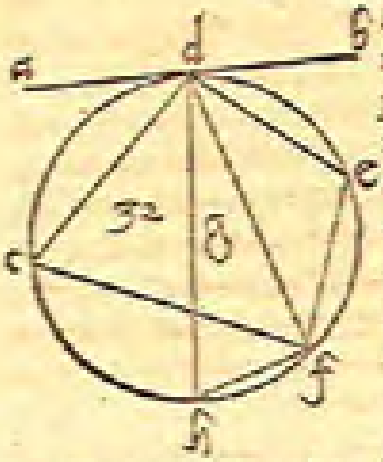
che el se transisse dall'angolo della portione minore del mezzo cerchio ilquale è minor del retto (per la ultima parte di questa) all'angolo della portione maggiore del mezzo cerchio, ilquale è maggiore del retto (per la penultima parte di questa) non dimeno el non se transisse per lo equale, concioscia che ogni portione del cerchio sia ouer mezzo cerchio, ouer minore, ouer maggiore del mezzo cerchio, ma concioscia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della portione minore (per la prima parte della sestadecima di questo) cioe minor del retto (per la ultima parte di questa) & l'angolo della portione maggiore sia maggiore del retto: & niente dimeno el non serà angolo de alcuna portione, ne simplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia & da una linea retta, ne retto, ne equale a uno retto. Ma accio che questo piu chiaro sia manifesto sia in lo cerchio. a. b. c. il centro delquale sia il ponto. d. la linea. a. b. alla quale non sia determinato fine della parte. b. segando dal medesimo cerchio la portione minore & l'angolo di quella serà (per la ultima parte di questa) minor del retto. sia il diametro di questo cerchio la linea. a. d. c. & sia immaginato la linea. a. b. esser mossa verso la parte c. sopra il ponto. a. laquale tanto quanto che la serà de qua del ponto. c. ouero in lo medesimo ponto. c. comprendo il diametro. a. d. c. quella farà con l'arco l'angolo menor del retto, ma in ogni ponto oltra il ponto. c. come seria in ponto. e. quella farà (per la penultima parte di questa) l'angolo maggior del retto. adonque el se transisse dal minore al maggiore, e non per lo equale, e secondo che in li angoli de rette linee el se puo trouar un'angolo maggiore dell'angolo del mezzo cerchio & uno minore, e tamen non se puo trouare lo equale (come fu dimostrato in la sestadecima di questo) similmente in li angoli delle portioni el se puo trouare il maggiore, etiam il minore del retto, & niente dimeno el non se puo ritrouare lo equale, come se manifesta in questa demostratione.



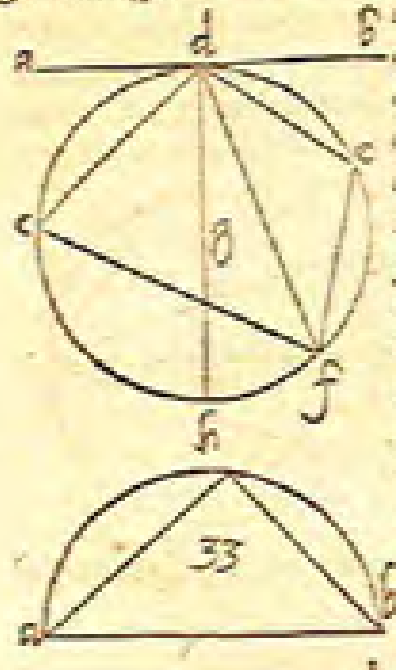
Theorema. 28. Propositione. 32.

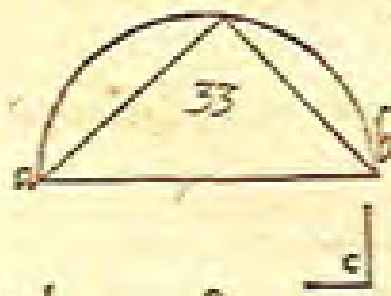
31 32 Se una linea retta toccara un cerchio, & dal ponto del toccamento sia tirata una linea retta nel detto cerchio laquale feghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa duoi angoli con la linea che tocca che ciascun di quelli sono equali alli duoi angoli che stanno sopra l'arco in le portioni alterne.

Sia la linea retta. a. b. laqual tocchi il cerchio. c. d. e. f. in ponto. b. il centro del qual cerchio sia il ponto. g. & dal ponto. d. sia dutta la linea. d. f. nel detto cerchio segante quello, e non passi per lo centro. g. & siano fatti l'angolo. d. e. f. sopra la portion. d. e. f. (dutte le linee. e. d. & e. f.) & l'angolo. d. c. f. che stia sopra l'arco della portione. d. c. f. (dutte le linee c. d. & c. f.) dico l'angolo. c. esser equale all'angolo



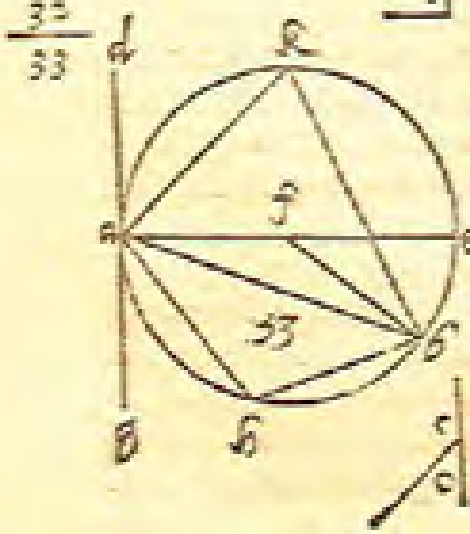
l'angolo.b.d.f.& l'angolo.e.all'angolo.a.d.f. Et per dimostrare questo sia dato il diametro.d.g.h.et la linea.f.h. (e per la decima ottava di questo) la linea.d.h.serà perpendicolare sopra de.a.b. (& per la prima parte della precedente) l'angolo.d.f.h.serà retto, per laqual cosa li dui angoli.a.d.h.& .d.f.h.sono equali, giuntoli adonque comunamente lo angolo.b.d.f. tutto l'angolo.a.d.f. serà equale alli dui angoli liquali sono.d.f.h. & h.d.f. ma questi dui con l'angolo.b. sono equali a dui angoli retti (per la trigesima seconda del primo) adoque l'angolo.a.d.f.cō l'angolo.b.sono equali a dui angoli retti, ma l'angolo.a.d.f.con l'angolo.b.d.f. sono similmente equali a dui angoli retti (per la terziadecima del primo) adonque l'angolo.b.d.f.è equale all'angolo.b, & perche l'angolo.e, (per la trigesima prima di questo)e similmente equale all'angolo.b, seguita adonque (per la prima cōmuna scientia) l'angolo.b.d.f.esser equale all'angolo.c, che è il primo proposito, & perche li angoli.e,& .r.sono equali a dui angoli retti (per la trigesima seconda di questo) & similmente li dui angoli.a.d.f.& .b.d.f.sono (p la terziadecima del primo) etiam loro equali a dui angoli retti dilche (per commuña scientia)l'angolo.e. serà equal al angolo.a, d.f.cio è il secondo proposito anchora questo secondo se può dimostrar in quest'altro modo se l'āgolo.a.d.f, con l'angolo, b.sono equali a dui angoli retti (come di sopra fu dimostrato) et l'angolo.e.cō l'angolo.b.similmēte sono equali a dui angoli retti (per la trigesima seconda di questo) adonque l'angolo.e.(per cōmuna scientia)è equal all'angolo.a.d.f.che è il proposto.





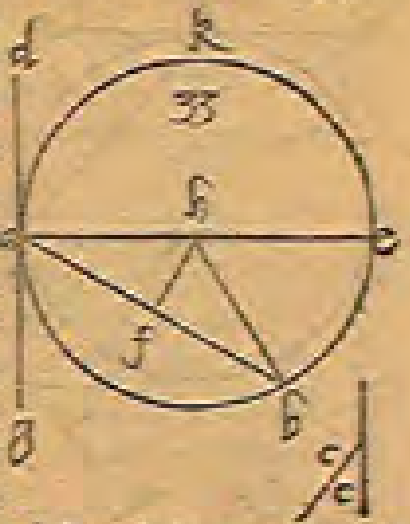
Problema.5. Propositione.33.

Sopra una data rettilinea puotemo descrivere una portione di cerchio recipiente un'angolo equale a uno angolo dato rettilineo.



Sia la data retta linea.a,b,et.c,il dicto angolo, sopra la linea.a,b, voglio descrivere una portione del cerchio che riceva in la circonferentia uno angolo de rette linee equale all'angolo.c. adonque l'angolo c, over che lui è retto over che lui è maggiore del retto, over che lui è minore del retto hor sia primamente retto. Io dividerò la linea.a,b,in due parti equali & descriverò sopra di quella

di quella il mezzo cerchio (& per la trigesima prima di ésso) serà fatto il prepesito. ma sel serà ottuso produrò la linea,d,a, con la linea,b,a, continente l'angolo,b,a,d, equal all'angolo,e, e dal punto a. condurò la linea,a,e, perpẽdicolare sopra la linea. a.d. et sopra il punto,b, farò nel angolo (per la 23. del primo) equal all angolo,e,a.b, (nelquale lo ottuso eccede el retto) tutta la linea.b.f. p fina alla perpendicolar,a,e, (et per la sesta del primo) la doi lati,f,a,f,b, (del triangolo,f,a,b,) sono equali et per tanto farò il punto,f, centro d'un cerchio & sopra di quello descriverò secondo la quantità della linea,f,a, il cerchio,a,b,b, la circonferentia del quale passerà etiam per lo punto.b. (per esser la b,f, equale alla,f,a.) (& per lo correlario della sesta-

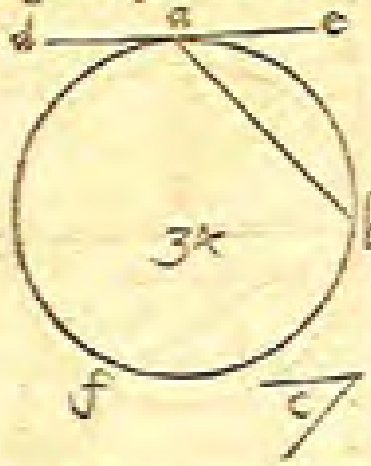


decima di questo) la linea,a,d, serà contingente il cerchio, per laqualcosa l'angolo dquale sia fatto in la portione.a,b,b, (per la precedente) è equale all'angolo,d, a,b, (& per la prima communa sententia) serà etiam equale all'angolo,c, che è il proposito, ma essendo l'angolo,c, acuto produrò la linea, a,g, continente con la linea,a,b, nel angolo equale a l'angolo.c.& dal punto.a. produrò la linea,a,e, perpendicolare alla linea,a,g, & sopra il punto, b, farò nel angolo equale all angolo,c,a, b, (in lo qual l'angolo retto eccede l'angolo acuto) tutta la linea,b,f, fina alla perpendicolare, a, e, onde (per la sesta del primo) le due linee,f,a, & ,f,b, seranno equale, e per tanto fatto il punto.f. centro di cerchio descriverò secondo la quantità della linea,f.a. lo cerchio.e.K.b. la circonferentia dilquale transirà etiam per lo punto.b. (per esser la,f,b, equale alla,f.a.) & per lo correlario della septadecima di questo, la linea,a,g, serà continente il cerchio, per laqualcosa l'angolo il quale è fatto in la portione.a.k.b. è equale a l'angolo,g,a,b, (per la precedente) (& per la prima concettione) serà etiam equale all'angolo,c, che è il proposito. Anchora ẽ possema procedere per quest altro modo, cioe costituendo per con la linea,a,b, nel punto,a, (per la trigesima terza del primo) l'angolo,g,a,b, è equale all'angolo,c, & dal punto,a, tirare la linea.a.e. (per la undecima del primo) perpendicolare alla linea,a,g, (& per la decima del primo) dividere la linea,a,b, in due parti equale in punto. f. & dal punto,f, produre la linea,f,b, (per la undecima del primo) perpendicolare al la linea.a.b. & dal punto.b. (dove la detta perpendicolare,f,b, segha la linea,a,e,) produre la linea,b,b, & perche le due linee,a,f, & ,f,b, sono equale, & la linea,f, b, è commuta al triangolo,a,f,b, & al triangolo,f,b,b, adonque le due linee,a,f, et f,b, del triangolo, a, f, b, sono equale alle due linee,f,b, & ,f,b, del triangolo,f,b,b, & l'angolo a,f,b, è equal all'angolo,b,f,b, (per esser ciascun di loro retto dal presup posto) dilche la basa.a.b. de l'uno serà equal alla basa,b,b, dell'altro (per la quarta del primo) adonque facendo il punto,b, centro di cerchio, & sopra quello descritto uno cerchio secondo la quantità de,b,a, la circonferentia di quello passerà per lo pũ to,b, (per esser la,b,b, equale alla,b,a,) il qual sia il cerchio,a,b,e, & per lo correlario della detta sesta decima di questo, la linea,a,g, tocca il cerchio nel punto.a. per

laqual cosa ogni angolo qual sia fatto in la portione a x c b, serà equale all'angolo g, a, b, (per la precedente) & perche l'angolo g, a, b, fu descritto equale all'angolo e, segnita adonque che ogni angolo descritto in la detta portion a x c b, serà equale all'angolo c, che è il proposito, & cosi se potria procedere quando l'angolo c, fusse maggior del retto, &c.

Problema. 6. Propositione. 34.

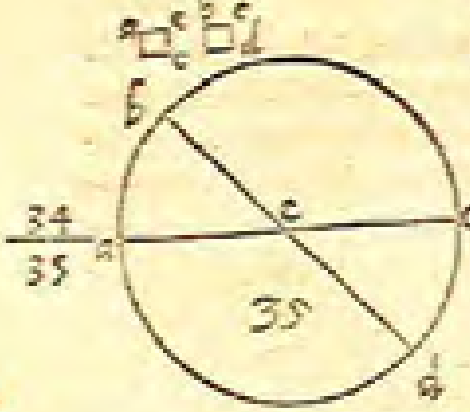
33 / 34 Da uno dato cerchio possemo tagliare una portion e recipiente un' angolo equale a uno dato angolo rettilineo.



Sia il dato cerchio, a, b, f, & c, il dato angolo rettilineo, voglio dal cerchio, a, b, f, segnare una portione la quale receua uno angolo equale all'angolo, c, produco la linea, d, a, e, (per la decima settima di questo) che tocchi il dato cerchio in punto. a. dal quale produco la linea, a, b, (in lo detto cerchio) continente con la linea, a, e, l'angolo, e, a, b, equale all'angolo, c, dil che la portione, a, f, b, (per la trigesima seconda di questo) serà recipiente uno angolo equale all'angolo, c, & perche l'angolo, e, a, b, fu posto equal all'angolo, c, adonque la portione a, f, b, (per communa scientia) serà recipiente un'angolo equale all'angolo, c, che è il proposito.

Theorema. 29. Propositione. 35.

Se in uno cerchio due rette linee si seghano fra lor quello che procede da una parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella medesima è equal a quello rettangolo che è contenuto sotto alle due parti dell'altra linea.





Siano le due linee, a, c, et, b, d, lequal se seghan fra lor in lo cerchio, a, b, c, d, sopra il ponto, e, dico che lo rettangolo che sien fatto dalla parte. a. e. in la parte, e, c, è equale a quello che sien fatto della parte, b, e, in la parte, e, d, perche ouer che ambedue le dette linee vadino per lo centro del cerchio, ouer solamente una di quelle, ouero niuna. hor poniamo primamente che ambedue passino per lo centro come in la prima figura appare. Adonque il ponto, e, serà il centro del cerchio, & tutte le quattro linee, e, b. e, d. e, a. e, c, seranno equale (per la diffinitione del cerchio) per laqual cosa il proposito è manifesto. ma se una sola de quelle passerà per lo centro et sia quella la,

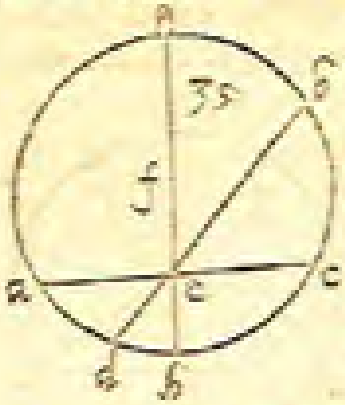
le la,b,d, & il centro del cerchio sia il ponto,f. ouer anche la,b,d, seghera la,a,c, in due parti equali, ouer in due parti non equali poniamo prima che quella la seghi in due parti equali serà adonque (per la prima parte della tertia di questo) la linea. a,c, seghata ortogonalmente della detta linea,b,d, per tanto sia,detta la linea,f, c, (& per la quinta del secondo) quello che sera fatto della,b,e, in la,e,d, con lo quadrato della,e,f, serà equale al quadrato della linea,f,d, cioe al quadrato della linea,f,c, & perche il quadrato dalla detta linea,f,c, è equale (per la penultima del primo) alli dui quadrati delle due linee,e,f, & e,c, adonque quel che è fatto della,b,e, in la,e,d, con lo quadrato della.e.f. serà equale alli dui quadrati delle dette due linee,e,f, & e,c, adõque leuando communemente da l'una e l'altra parte il quadrato della,e,f, (per la tertia communa sentenzia) li dui rimanenti seranno etiam equali, cioe quello che è fatto della. b, e, in la e, d. serà equale al quadrato della linea, e, c, & perche la, e. c, è equalle alla, a, e, il proposito è manifesto, ma se la, b, d, (laquale transisce per lo centro) seghera la, a, c, in due parti non equale, come in questa tertia figuratione appare, dal centro. f. sia ducta la, f, g, perpendicolare sopra la, a, c, dilche la c, g, (per la, 2. parte della tertia di questo) serà equale alla, g, c, sia ducta anchora la linea, f, c, onde (per la detta quinta del secondo) quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, col quadrato della, e, f, serà equale al quadrato della, f, d. cioè al quadrato della f,c, & perche il quadrato della detta linea,f,c, (per la penultima del primo) è equale alli dui quadrati delle due linee. f. g. & . g. c. segnita adonque che quello che è fatto della. b.e.in la,e,d, co'l quadrato della linea,f,e,equal alli dui quadrati delle due linee, f, g, & g, e, & perche il quadrato della detta linea. f, e, è equale alli dui quadrati delle due linee,f,g, & g,e, (per la detta penultima del primo per esser l'angolo,e,g,f, retto) adonque quello ch'è fatto della, b, e, in la, e, d, cõ li dui quadrati delle due linee, f, g, & , g, e, serà equale alli dui quadrati delle due linee, g, e, & g, f, tolendo adonque communemente dell'una e l'altra parte il quadrato della linea, g, f, resterà quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, col quadrato solo della linea. g. e. equale al quadrato della linea, g, c. ma (per la quinta del secondo) quel che è fatto della, a, e, in la, e, c, col quadrato della linea, g, è anchora lui equal al medesimo quadrato della, g, c, segnita adonque (per communa sententia) che quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, co'l quadrato della linea, g, e, è equale a quello che è fatto della, a, e, in la, e, c, co'l quadrato della linea, g, e, tolendo adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea, g, e, restarà (per la tertia communa sententia) quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, equale a quello

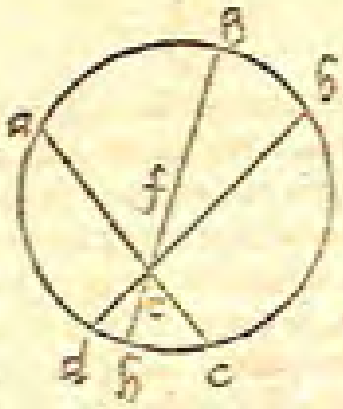




che

che sien fatto della, a, e, in la, e, c, che è il proposito. Ma se ne l'una ne l'altra de quelle transisse sopra il centro, overamente che una di quelle dividerà l'altra in due





parti equali, over in due parti non equali, hor poniamo primamente che la linea, b, d, divida la linea, a, c, in due parti equali in ponto, e, come in questa quarta figurazione appare. produrro la linea, g, f, e, b, diametro del cerchio che transisca per il ponto della division di quelle, cioe per lo ponto, e, & perche la linea, g, b, (laqual transisce per lo centro del cerchio) divide la linea, a, c, in due parti equali nel ponto, e, quello che è fatto della, g, e, in la, e, b, è equale (per lo secondo modo di questa conclusione) a quello ch'è fatto della, a, e, in la, e, c, & perche la, g, b, divide la, b, d, in due parti non equali, per lo terzo modo di questa medesima conclusione, quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, sarà etiam lui equal a quello ch'è fatto della, g, e, in la, e, b, adunque quello che nè fatto della, b, e, in la, e, d, è equale a quello che è fatto della, a, e, in la, e, c, che è il proposito, ma se niuna de loro non divide l'altra in due parti equali, come in questa ultima figuration appare, tirase per la linea, g, f, e, b, diametro del cerchio che transisca per lo ponto, e, quello ch'è fatto della, g, e, in la, e, b, serà equal (per lo terzo modo di questa) a quel che è fatto della, b, e, in la, e, d, & per lo medesimo serà etiam equale a quello che è fatto della, a, e, in la, e, c, dicho (per commuma sententia) quello ch'è fatto della, b, e, in la, e, d, seria etiam equale a quello ch'è fatto della, a, e, in la, e, c, che è il proposito.

Theorema. 30. Propositione. 36.

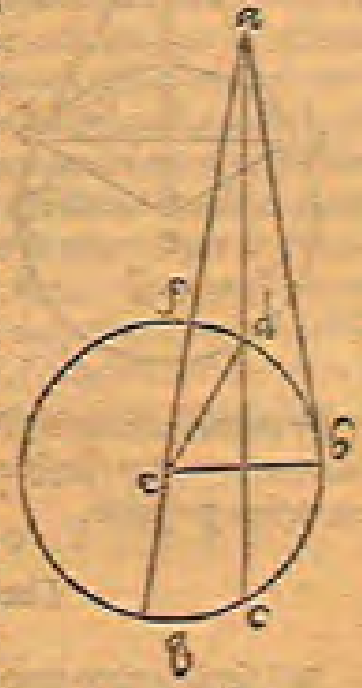
35 36 Sel se signarà uno ponto fuora d'un cerchio, & da quello si meni due linee rette, al cerchio, l'una che seghi, & l'altra che tocchi il detto cerchio, quello che se contenerà sotto di tutta la linea seghante, & della parte extrinsica, serà equale al quadrato che se descriverà della linea che tocca.

Sia il ponto, a, signato di fuora del cerchio, b, c, d, (il centro dilqual è il ponto e.) dal qual sieno dutte al cerchio le due linee. a. b. toccante & la. a. c. seghante il detto cerchio dico che quello che nien fatto de tutta la. a. c. in la parte. a. d. equale al quadrato della. a. b. perche, over che la. a. d. c. passa per lo centro, overo non poniamo prima che quella passi per il centro (che è il ponto. e.) & sia dutta la linea. e. b. laquale (per la decimaottava di questo) serà perpendicolare sopra la linea. a. b. & perche la linea. d. c. è divisa in due parti equali nel ponto. e. & a quella è aggionta la linea. d. a. (serà per la sesta del secondo) quello che è fatto della. c. a. in la. a. d. col

col quadrato della linea .e.d. serà equale al quadrato della linea.e. a. & il quadrato della linea.e.a.(per la penultima del primo) è quanto li dui quadrati delle due linee.a.b.& e.b. (per esser l'angolo.a.b.e. retto) adonque quello che è fatto della linea.c. a. in la parte. a.d.col quadrato della linea. e. d. serà equale alli dui quadrati delle due linee.a.b. & b.e.& perche la e.d.è equale alla . e.b. (per la diffinitione del cerchio) li loro quadrati seranno etiam equali, adonque quel che è fatto della.a.c.in la.a.d.col quadrato della.b.e.serà equale alli dui quadrati delle due linee.a.b.& b.e.tolendo adonque communamente dall'una e dall'altra parte il quadrato della.b.e.restarà (per la vertua concettione) quel che è fatto della.c.a.in la.a.d.equale al quadrato della linea.a.b.che è il proposito: ma se la linea.a.d.c. non transisce per lo centro, come in questa seconda figura appare, sia tirata la linea.a.f.e.g. sopra il centro. e. & siano dutte le due linee,e, d,& e,h, & sia,e, b, perpendicolare sopra alla linea.a.d.c. (& per la tertia di questo) la,d,b, serà equale alla.c.b,perche adonque la linea. d, c , e divisa per equale parti nel punto.b.& a quella è aggionto la linea.a.d. (per la sesta del secondo) quel che è fatto della, c,a, in la, a, d, col quadrato della , d, b,serà equale al quadrato della linea, e,b, onde aggionto a ciascuno il quadrato dela,b,e, quello che è fatto della,c,a,in la,a,d, con li quadrati delle due linee,d,b,& b.e. (cioe col quadrato della,d,e,)impero che il quadrato della,d,e,è quanto li dui quadrati delle due linee,d,b,& b,e,(per la penultima del primo,perche l'angolo,e,b,d,è retto) serà equale alli dui quadrati delledue linee,a,b, &, b.e, cioè al quadrato della linea,a,e,(per la penultima del primo) & il quadrato della,e,d, è equale al quadrato della,e, f, (per la diffinitione del cerchio) adonque quello che è fatto della,c,a,in la,a,d, col quadrato della,e,f,è equale al quadrato della,e,a, anchora(per la detta sesta del secondo) quello che è fatto della.g.a.in la. a.f. col quadrato della linea.f.è equale al quadrato della linea . a. e.per la qualcosa cadauno de essi rettangoli fatti della, c,a. in la.a. d. & della g.a.in la.a.f.col quadrato della linea.e.f.è equale al quadrato della linea,a,e, pero seranno equali fra loro, tratto adonque di ciascuno il quadrato della linea,e,f, serà quello che è fatto della.c.a. in la.a.d.equale a quello ch'è fatto della.g.a.in la,a,f, ma

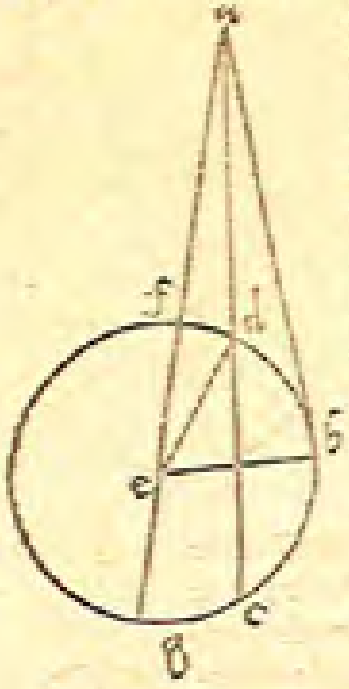


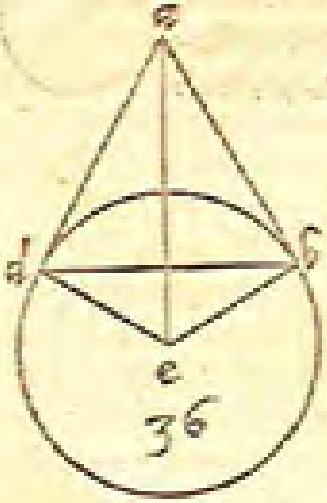




quel

quel che è fatto della g.a.in la.f.a.è equale al quadrato della linea.a.b.(per lo primo modo di questa) adonque quello che è fatto della.c.a.in la.a.d.è equale al quadrato della.a.b. che è il proposito. Da questa propositione si manifesta che quando sesso ponto è dato fuora d'un cerchio e da quello uscite linee si menino nel cerchio segandolo, quello che è fatto de tutte le linee nella parte di fuora fian fra loro equali, perche ciascuno di quelli rettangoli sono equali al quadrato della linea che tocca, e anchora menando da quel ponto due linee che tochino il detto cerchio de necessità quelle seranno fra loro equale, impero che'l quadrato di ciascuna serà equale al rettangolo fatto de tutta la linea segante in la parte di fuora, & questo piu euidentemente si manifesta (per la penultima del primo) sia il ponto.a. signato fuora del cerchio. b. c. d. (il centro dalquale sia il ponto.e.) & da quello siano dutte le due linee.a.b.& .a.d. che tochino li cerchi in li dnoi ponti. b.d. dico le dette due linee esser fra loro equale, & per dimostrar questo produrò le linee.e.a.e.b.e.d.onde per la decima ottaua di questo, l'uno e l'altro di duoi angoli.b.& .d. serà retto e (per la penultima del primo) il quadrato della.a. e. serà equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.e. similmente anchora alli duoi quadrati delle due linee.a.d. & .d.e. per laqual cosa li quadrati delle due linee.a.b.et.b.e. sono equali alli quadrati delle due linee a.d.& .d.e. & perche li quadrati delle due linee, e, b, & .e.d. (per commune scientia) sono equali (per esser le due linee.e.b.et e.d.) (per la diffinitione del cerchio) dilche li duoi quadrati delle due linee.a.b.et.a.d. (per la terza concettione) seranno equali, adunque (per commune scientia) la.a.b.è equale alla.a.d. che è il proposito, anchora per quest'altra sia dutta la linea, b, d. per la quinta del primo) l'angolo.e.b.d. serà equale all'angolo.e.d.b. (per esser la.e.b.equale alla.e.d.) & perche l'uno e l'altro di duoi angoli.b.& .d.è retto serà (per commuma scientia) l'angolo.a.b.d. (residuo) equale all'angolo.a.d.b. (residuo) adonque per (la sesta del primo) la linea.a.b.è equale alla linea.a. d. che è il medesimo proposito.

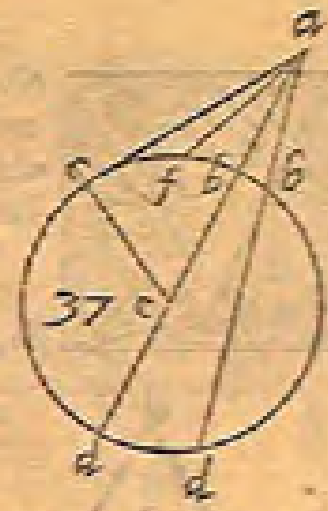




Theorema.31. Propositione.37.

36 37 Sel serà signato uno ponto fuor d'un cerchio dalqual sian dutte due linee rette alla circonferentia una segante l'altra alla circonferentia applicata,

plicata, e sia il dutto di tutta la linea segante nella parte di fuora, equale al quadrato della linea applicata, di necessità quella linea applicata toccarà il cerchio.

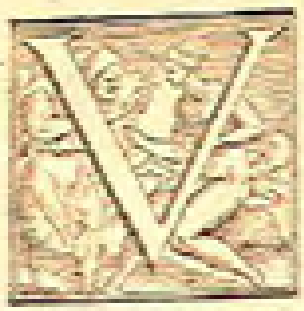


Sia il ponto .a. signato fuora del cerchio .b.c.d. (il cẽtro dilquale sia il ponto e .) dal quale siano dutte al cerchio la linea .a. b. d. segbante quello, & la linea a,c, applicata alla circonferentia e sia quel che è fatto della .d.a. in la .a.b. equale al quadrato della .a. c. dico la linea .a.c. esser toccante, & questa è il conuerso della precedente. perche se la non è toccante (per l'aduersario) sia adonque la .a.f. & (per la precedẽte) quello che è fatto della .d. a. in la .a.b. serà equale al quadrato della .a.f. onde il quadrato della linea, a.f. seria equale al quadrato della linea a . c. (per esser ciascun di lor equal a quello che è fatto de tutta .a.d. i la parte .a.b.) adonque la, a, c, (per communa scientia) seria equale alla, a, f, laqual cosa è impossibile (per l'ottaua di questo, adonque la, a, c, serà toccante, che è il proposito) questo medesimo se approuera ancbora demostratiuamente, sia la superior disposizione & il presupposito, & se la linea .a.b.d. trãsisce per lo centro sia dutta la linea .a.e. serà (per la .6. del secondo) quel che e fatto della .d. a. in la .a.b. col quadrato della, e, b, equal al quadrato della, a, e, ma per esser la, e, b, equal alla, e, e, (per la diffinitione del cerchio) serà quello che e fatto della, a, d, in la, a, b, col quadrato della c, e, equale al quadrato della, a, e, ma quel che e fatto della, a, d, in la, a, b, è posto equale al quadrato della, a, c, adonque il quadrato della, a, c, col quadrato della, c, e, e equale al quadrato della, a, e, adonque (per la vltima del primo) l'angolo .c. è retto, onde (per lo correlario della sestadecima di questo) la linea, a, c, sera toccante il cerchio che e al proposito, ma se la, a, b, d, non transisce per lo centro sia dutta dal ponto .a, una linea transiente per lo centro, & perche quello che e fatto de tutta questa in la parte de fuora de essa linea e equale a quello ch'e fatto della .d. a, in la, a, b, (di quella che non passa per lo centro) (per la precedente) & perche quello che e fatto de tutta la linea, a. b, d, (che non passa per lo centro) in la parte a, b, e equale al quadrato della, a, c, (dal presupposito) serà etiã (per communa scientia) quel che e fatto della linea, a, d, (transiente per lo centro) in la parte, a, b, equale al quadrato della, a, c, dicbe la .a.c, (per le ragione dette) serà toccante il cerchio.

IL FINE DEL TERZO LIBRO.

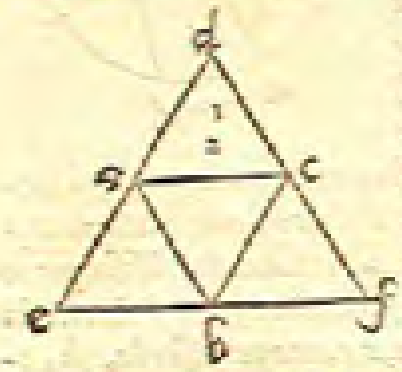
LIBRO QVARTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

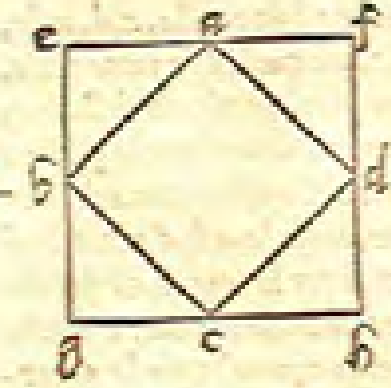
1/1 

NA figura rettilinea uiene detta esser descritta in un'altra figura rettilinea, quando ciascun'angolo della figura inscritta tocca ciascun lato de quella in laquale è descritta.

Sia il triangolo, a, b, c, descritto di dentro del triangolo, d, e, f, talmente che ciascun angolo del triangolo, a, b, c, tocca ciascun lato del triangolo, d, e, f, (in li tre punti, a, b, c,) hor dico che'l triāgolo, a, b, c, uien detto esser inscritto in lo triāgolo, d, e, f. similmente sel fusse il quadrato, a, b, c, d, descritto di dentro del quadrato, e, f, g, h, talmente che ciascun angolo del quadrato, a, b, c, d, tocchi ciascū lato del quadrato, e, f, g, h, (nelli quattro punti, a, b, c, d,) dico che il quadrato, a, b, c, d, uien detto esser inscritto di dentro del quadrato, e, f, g, h, et così si deue intendere de ogni altra sorte de figura contenuta de linee rette.

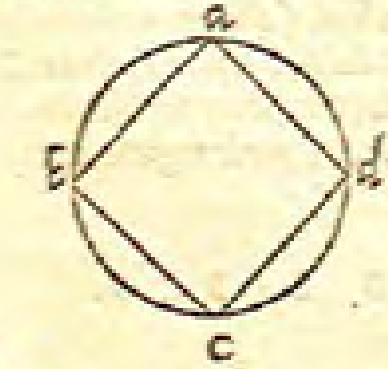


Diffinitione. 2.

2/2 

Simelmente una figura uien detta esser descritta cerca a un'altra figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun angolo de quella cerca laquale è descritta.

Sia come è il triangolo, d, e, f, (della precedente) che ciascun lato di quella tocca ciascun angolo del triāgolo, a, b, c. per laquale cosa il triangolo d. e. f. uien detto esser descritto attorno al triangolo, a, b, c, & similmente il quadrato, e, f, g, h, uien detto esser descritto cerca al quadrato, a, b, c, d, perche ciascuno lato di quello tocca ciascuno angolo del detto quadrato, a, b, c, d.



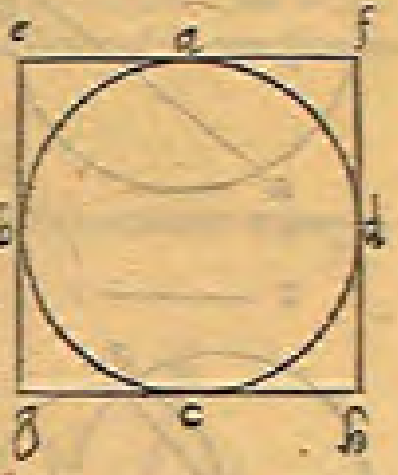
Diffinitione. 3.

3/3 Vna figura rettilinea uien detta esser descritta in uno cerchio, quando ciascaduno angolo della inscritta tocca la circonferentia dello cerchio.

Si come

Si come appare in lo quadrato. a. b. c. d. che ciascuno angolo di esso quadrato tocca la circōferentia del cerchio. a. b. c. d. (in li quattro ponti. a. b. c. d.) per laqual cosa il detto quadrato vien detto esser descritto in lo detto cerchio & cosi seria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 4.



0/4 Ma una figura rettilinea vien detta esser descritta cerca a un cerchio quando ciascun lato della circonscritta tocca la circonferentia del cerchio.

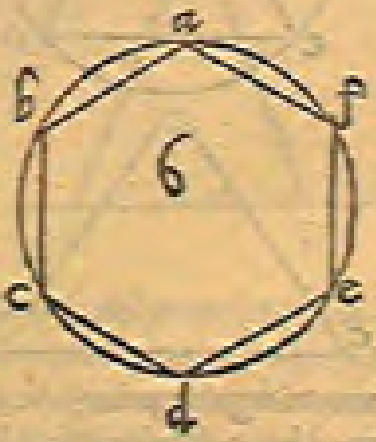
Si come accade al quadrato. e. f. g. h. il quale (perche ciascun lato di quello tocca la circonferētia del cerchio. a. b. c. d.) in li quattro ponti. a. b. c. d. vien detto essere descritto cerca al detto cerchio. a. b. c. d. et cosi seria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 5.

0/5 Similmente uno cerchio vien detto esser descritto in una figura rettilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la qual è descritto.

Si come accade al cerchio. a. b. c. d. (della figura precedente) il qual vien detto esser descritto in le quadrate. e. f. g. h. (perche la circonferentia di quello tocca ciascun lato del detto quadrato. e. f. g. h. & cosi seria detto quando cosi fusse in ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 6.



0/6 Vno cerchio vien detto esser descritto cerca a una figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura cerca laquale è descritto.

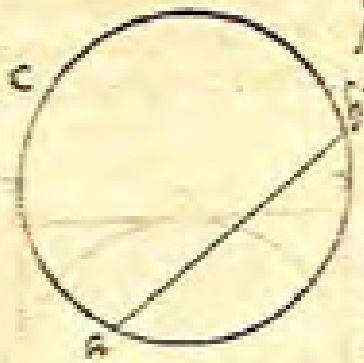
Si come interuien al cerchio. a. b. c. d. il quale (perche la sua circonferentia tocca ciascuno angolo della figura a. b. c. d. e. f. rettilinea) vien detto esser descritto cerca a essa figura rettilinea.

Diffinitione. 7.

0/7 Vna retta linea vien detta conuegnire in un cerchio quando li estremi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

Si come appare alla linea. a. b. laquale vien detta conuegnire in lo cerchio. a. b. c. (perche

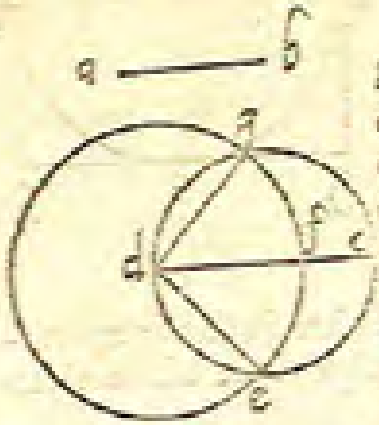
(perche li suoi dui estremi, cioe li dui pũti, e, et, b, sono il fine di quella) cadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio, a, b, c.



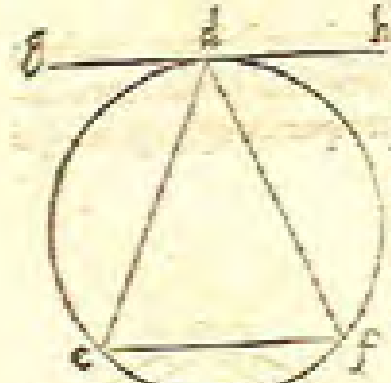
1/1

Problema prima. Propositione prima.

Dentro a uno dato cerchio puotemo accommodare una linea retta equale a una data retta linea laquale non sia maggiore del diametro.

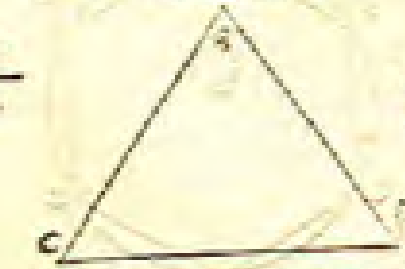


Sia il dato cerchio, c, d, e, (il diametro del quale è la, d, c,) e la linea data, a, b, laqual non è maggior del diametro, d, c, voglio dentro del dato cerchio accommodare una linea equale alla linea, a, b, laqual se la serà equale al diametro, d, e, gia è fatto quello ch'è proposto (perche in lo cerchio, d, e, c, è stata adattata la linea retta, d, c, equale alla data linea, a, b, ma sel diametro, d, e, è maggiore di esse linea, b, sia tolto del diametro, d, e, la parte, d, f, (per la terza del primo) equal alla linea, a, b, e sopra il ponto, d, secondo la quantità della, d, f, sia descritto il cerchio, f, e, g, sighiunte il detto cerchio in li dui ponti, g, & e, all'uno di quali sia ducta (dal ponto, d,) una linea retta come la, d, e, over, d, g, & l'una e l'altra di quelle serà equale alla linea, a, b, (perche l'una e l'altra de esse linee, d, e, et, d, g, per la diffinition del cerchio) sono equal alla linea, d, f, laqual fu posta equale alla detta linea, a, b, per laqual cosa habiamo il proposito.



Problema. 2. Propositione. 2.

Dentro a un dato cerchio puotemo collocare un triangolo equiangolo a un triangolo assignato.



2/2

Sia lo assignato triangolo, a, b, c, & lo assignato cerchio, d, e, f, voglio dentro a questo cerchio collocare uno triangolo equiangolo al triangolo, a, b, c, (non è necessario essere equilatero, ma è ben possibile a essere) produro la linea, g, d, h, toccante il cerchio in ponto, d, sopra il qual facio l'angolo, h, d, f, (dentro la linea, d, f,) (per la vigesima terza del primo) equale all'angolo, c, & similmente l'angolo, g, d, e, dentro la linea, d, e, equale all'angolo, b, & piro la linea, e, f, & (per la trigesima seconda del terzo) l'angolo, e, f, serà equale all'angolo, b, d, f, & l'angolo, h, d, f, fin costituido equale all'angolo.

c, adonque

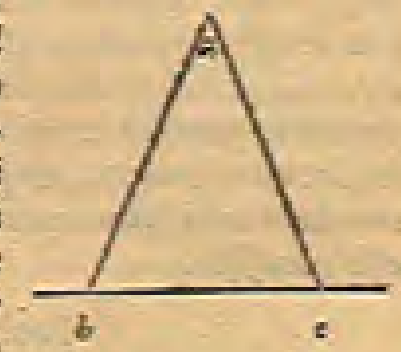
c. adunque (per communa scientia) l'angolo.e.serà equale all'angolo.c.& (per le medesime ragione l'angolo,f, serà equale all'angolo, b, (per la qual cosa l'angolo, d,)tertio del trigolo,e,d,f, serà equale (per la trigesima seconda del primo) all'angolo, a, ch'è similmente il tertio,del triangolo a.b.c.per laqual cosa havemo il proposito,cioe in lo cerchio d,e,f,havemo collocato il triangolo,d,e,f,che li soi tre angoli sono equali alli tre angoli del triangolo, a,b,c,cioe ciascuno al soo correspondente come volevamo.

Problema.3. Propositione.3.

3 Intorno a uno assignato cerchio,puotemo descriuere uno triango-
3 lo equiangolo a uno triangolo dato.



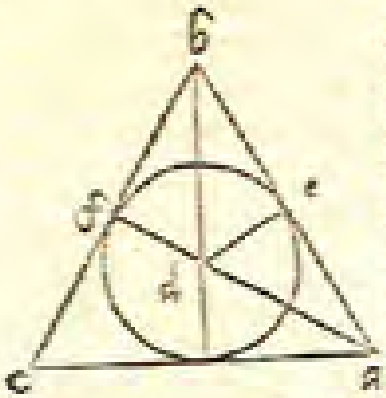
Sia lo assignato triangolo,a,b,c,& lo assignato cerchio, d, e,f, (il centro del quale è il ponto,g,) intorno a questo cerchio voglio descrivere uno triangolo equiangolo al triangolo, a, b, c, (equilatero non è necessario ma è possibile) produco la basa,b,c, dall'una e l'altra parte acciochè siano fatti li dui angoli estrinsici, & dal centro,g,produco la linea,g,d, fina alla circonferentia & constituisco l'angolo,d,g,e,(ducta la linea,g,e,) equal all'angolo,b, estrinsico & similmente l'angolo. d.g.f. (ducta la linea,g,f,)equale all'angolo,c,estrinsico & dalli ponti,d,e,f,produco in l'una e l'altra parte le linee ortogonalmente le quale (per lo correlario della sesta decima del tertio) serranno toccante il cerchio lequale linee toccanti produco da ciascuna parte fina a tanto che concorrano in li ponti.h. k. l. (il qual concorso approveremo di sotto) perche adunque in lo quadrilatero,b,d,e,g,li dui angoli, d, & e, sono retti serranno li dui altri angoli, g, &, b, equali a dui angoli retti conciosia che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali a quattro angoli retti (come è dimostrato sopra la trigesima seconda del primo) & perche li dui angoli,b, cioe lo intrinsico e lo intrinsico sono similmente equali a dui angoli retti(per la tertiadecima del primo) ma l'angolo,b,estrinsico fu posto equal a l'angolo,d,g,e, serà adunque l'angolo,b, intrinsico (per communa scientia) equale all'angolo,b, anchora per simile ragione l'angolo. c,intrinsico è equale all'angolo l.essendo adunque li dui angoli,b, & l,del triangolo, b, l, k, equali alli dui angoli, b, & c, del triangolo, a, b, c, de necessità anchor l'angolo, k, (per la.32. del primo) serà equale all'angolo, a, equiangoli, adunque sono li dui triangoli,a,b,c, &,b,l,k, dalche avemo al cerchio,d,e,f, havemo descritto il triangolo,b,l,k, equiangolo al triangolo,a,b,c,che è il proposito.



Hora ci resta a prouare come le tre linee contingenti in li dette tre ponti, d, f, e, protrate da ciascadeuna parte di necessità concorreranno, perche li duoi angoli che sono al ponto, e, l'uno e l'altro è retto, e similmente l'uno e l'altro de quelli che sono al ponto, d, e, pur retto se'l sarà inteso con la mente esser tirata una linea dal, d, al, e, li duoi angoli liquali sono alla parte, b, seranno minori de duoi angoli retti, per laqual cosa protrate in quella parte le due linee, l, d, b, & ,k, e, b, (per la penultima petitione) concorreranno, & per la medesima ragion concorreranno, etiã le due linee, b, d, l, & ,k, f, l, & similmente le due, l, f, k, et, b, e, k, che è il opposito.

Problema. 4. Propositione. 4.

4/4 In uno dato triangolo puotemo descriuere uno cerchio.



Sia lo assignato triangolo, a, b, c, meglio di dentro di questo triangolo descriuere uno cerchio, diuido li duoi angoli, a, & ,b, di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali dietro la linea, a, d, & la linea, b, d, lequali concorrano in lo ponto, d, dal qual ponto, d, duco le perpendicolare (per la duodecima del primo) alli tre lati del detto triangolo, liquali sono, d, e, d, f, & ,d, g, & perche l'angolo, a, de uno di duoi triangoli, e, a, d, & ,g, a, d, è equale all'angolo, a, dell'altro, e l'uno e l'altro di duoi angoli, e, & ,g, è retto, e lo lato, a, d, e, commune, dilche la linea, d, e, (per la uigesima sesta del primo) serà equale alla linea, d, g, per la medesima ragione l'angolo, b, dell'uno de duoi triangoli, e, b, d, & ,f, b, d, è equale all'angolo, b, dell'altro, e l'uno e l'altro delli duoi angoli, e, & ,f, è retto, e anchora il lato, d, b, è commune, dilche (per la medesima uigesima sesta del primo) la linea, e, d, serà equale alla linea, d, f, per laquali cosa le tre linee, d, e, d, f, d, g, sono equale, facto adonque il centro in ponto, d, & descritto il cerchio secondo la quantità de una de dette tre linee transirà (per la nona del terzio) per le altre due estremità, & perche ciascuna delle tre linee, a, b, b, e, & ,c, a, per lo correlario della sestadecima del .3. serà toccante il cerchio descritto il proposito mè esser manifesto.

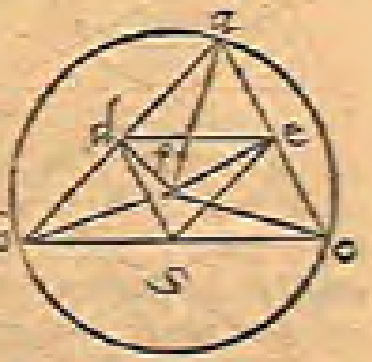
Problema. 5. Propositione. 5.

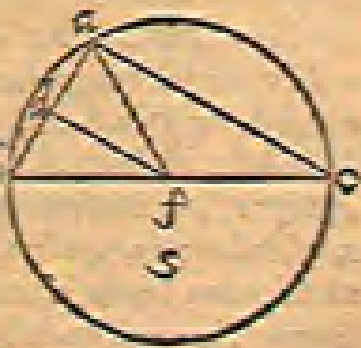
5/5 Circa a uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer ambligonio, ouer oxigonio, puotemo descriuere un cerchio.

Sia il triangolo assignato, a, b, c, meglio circa di lui descriuere uno cerchio, Diuido li suoi duoi lati, a, b, & ,a, c, (per la decima del primo) in due parti equali, cioe. a, b, in ponto, d, & ,a, c, in ponto, e, dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la undecima del primo) alle linee, a, b, a, c, lequale allongo fina tanto che quelle concorano insieme in lo ponto, f, & sarà, d, f, e, f, & quelle concorano, perche l'una e l'altra

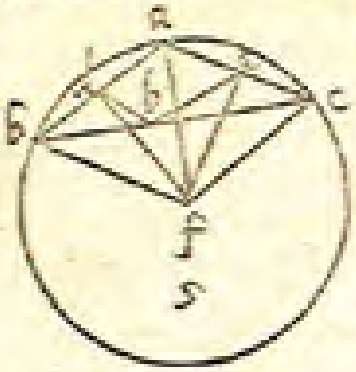


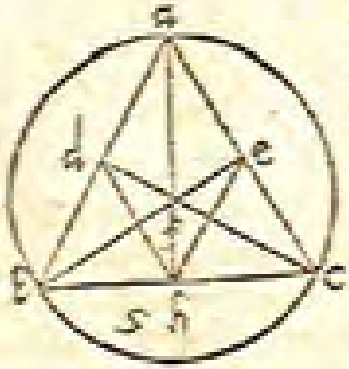
el'altro delli duoi angoli.d. & e. è retto sel serà intesa esser tirata una linea dal.d.a al.e. li duoi angoli che se vanno fatti (alla parte dove seranno tirate) seranno minori duoi angoli retti, per la qual cosa quelle concorano (per la penultima petitione) adonque dal ponto.f. (ilquale è il ponto del concorso) il qual dico esser il centro del quesito cerchio tiro le linee a ciascun angolo le qual sono f.a.f.b.f.c. & perche in lo triangolo, a,d,f, li duoi lati.a.d.d.f. sono equali alli duoi lati. b.d. & d.f. del triangolo.b.d.f. & l'angolo.d.dell'uno è equale all'angolo. d.dell'altro (perche l'uno,e l'altro e retto, dilche (per la quarta del primo) la linea a.f.serà equale alla linea.f.b. (& per la medesima ragione la linea.f.a. serà equale alla linea f.c.per esser similmente li duoi lati.a.e. & e.f. del triangolo.a.e.f.equale alli duoi lati f.e.et e. c. del triangolo.c.e.f. è l'angolo.e.dell'uno all'angolo.e. dell'altro, adonque (per la nona del tertio) il ponto.f.serà il centro del quesito cerchio, questa universal demostratione a ogni specie di triangolo. tamen perche il se vede anchore nel mezzo voler variare dissiongendo intra lo triangolo orthogonio, lo ambligonio, & lo ossigonio, dilche l'è da esser demostrato di ciascun de quelli qual ne piace da per si sia adō que il trigono proposto orthogonio,e sia lo angolo a.retto, il lato, b, c, opposito al detto angolo retto diuido in due parti equali in ponto.f. dqual ponto.f. dico essere il centro del quesito cerchio,& per dimostrare questo dal ponto.f.al mezzo dell'uno delli duoi altri lati dqual sia il ponto.d. duco la linea. f. d. & perche la linea.f. d.diuide li duoi lati. a. b.& b.c. del triangolo a.b. c.in due parti equali la detta linea.f.d.,serà equidistante al tertio lato, cioe alla linea. a.c. (& questo fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) & perche l'angolo. a. è posto retto serà (per la seconda e tertia parte della trigesima nona del primo) l'un e l'altro di duoi angoli che sono al ponto. d. serà retto, sia adunque dutta la linea. f. a. & perche li duoi lati. a.d. & d.f. del triangolo.a.d.f.sono equali alli duoi lati. d. b. & d. f.del triangolo.d.b.f.& l'angolo d.de l'uno è equale all'angolo. d. dell'altro la basa.b.f. dell'uno (per la quarta del primo) serà equale alla basa.f.a. dell'altro, & per che la linea.b.f. sia equale alla linea.f.c. (dal presuppo sito) seranno (per comunona sententia) le tre linee.b.f.a f.c.f.fra loro equal.per laqual cosa il ponto.f.(per la vo na del tertio) serà il centro del quesito cerchio. anchor sia il dato triangolo,a,b,c,ambligonio & sia l'angolo, a, ottuso il lato, b,c, che rispuarda questo angolo ottuso diuido in due parti equali in ponto,b,dal qual alli ponti di mezzo delli altri duoi lati quali son.d.& e,duco le linee.b.d.& b.e.(e per





quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) la linea a.b.d. serà equidiste al lato, a, c, & la linea, b.e. el lato, a.b, per la qual cosa l'uno e l'altro delli dui angoli, b, d.b, & a, e, b, (per la trigesima nona del primo) seranno equali all'angolo, a, & per tanto l'uno e l'altro de quelli serà ottuso, dotte adonque la perpendicolare, d.f, alla linea, a.b, & e.f, alla linea, a.c, fin a tanto che quelli concorrano in ponto f, (l'quale dico esser il centro del cerchio questo) l'qual concorso è manifesto per le ragione di sopra adutte & l'una e l'altra de quelle segar la linea, b, c, che riguarda l'angolo, a, ottuso, & quelle concorrere de fuora del triangolo, a, b, c, (per lo converso modo della trigesima prima del tertio) altramente l'angolo retto serà equale al ottuso, adonque dal ponto, f, il quale il ponto del concorso de quelle produco le linee, f.a, f.b, f.c, & perche li dui lati, a, d, & d, f, del triangolo, a, d, f, sono equali alli dui lati, d, b, & d, f, dello triangolo. d.b.f. e l'angolo. d. dell'uno è equale alle angolo. d. dell'altro (per esser ciascaduno de loro retto) la base. f.b. dell'uno (per la quarta del primo) serà equale alla base. a.f. dell'altro, & per le medesime ragione la base. f.c. (del triangolo. e.f.c.) serà equale alla base. a.f. (del triangolo. a.e.f.) dilche (per la prima comune sententia) le tre linee. f. b. f. a. f. c. seranno fra loro equale, onde (per la nona del tertio) il ponto. f. serà il centro del questo cerchio, sia de nouo che il triangolo a, b, c, sia ossigonio diuisi tutti li lati di quello in dui parte equali, cioè il lato. a.b. in ponto. d. & la lato, a, c, in ponto, e, & b, c, in ponto, h, tiro le linee. d.e. d.h, & e.h. (& per quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) d.h. serà equidistante al, a, c, & e, b. al. c. b. per la qual cosa l'un e l'altro delli dui angoli. b. b. d. h. & c. e. h. (per la seconda parte della trigesima nona del primo) serà equale all'angolo, a. c, per tanto l'uno e l'altro serà acuto, dotte adonque le perpendicolar cioe. d. f. alla linea, a. b, & e, f, alla linea, a, c, e manifesto quelle concorrere dentro il triangolo, a, b, c, (altramente l'angolo retto se equaliseria allo acuto, cosa che serà manifesta) e sia il ponto del concorso, f. il quale dico essere il centro del cerchio, & per dimostrar questo, produco le linee, f, a, f, b, f, c, & perche li dui lati. a. d. & d. f. del triangolo, a, d, f, sono equali alli dui lati, b, d, & d, f, del triangolo. b, d, f. & l'angolo. d. dell'uno equale all'angolo, d, dell'altro, onde (per la. 4. proposition del 1.) la linea, b, f, serà equal alla linea, a, f, similmente perche li dui lati a, e, & e, f, del triangolo, a, e, f, e, son equali alli dui lati, c, e, & e, f, del triangolo, c, e, f, et l'angolo, e, de l'uno equal all'angolo del'altro, dilche (per la medesima quarta del primo) la base, f, c, serà equale alla base, f, a, onde (per la prima comune sententia) le tre linee. b. f. f. a. f. c. seranno fra loro equale, per la qual cosa il ponto. f. (per la nona del tertio) serà il centro del cerchio questo.





Correlario.

Correlario.

5/5 Per le cose dette è manifesto che se il triangolo serà orthogonio il cẽtro del cerchio da circonscrivere cade in mezzo del lato che è oppositto all'angolo retto se quel serà ambligonio il centro cade di fuora del triãgolo. Ma se quello serà olsigonio cade dentro del triangolo, & è conuerso, quando il centro del cerchio cade sopra il lato. b. c. l'angolo che sta nel mezzo cerchio (cioè l'angolo a.) è retto, & se il detto centro cade de fuora del triangolo è ambligonio, ma sel cade di dentro il serà olsigonio.

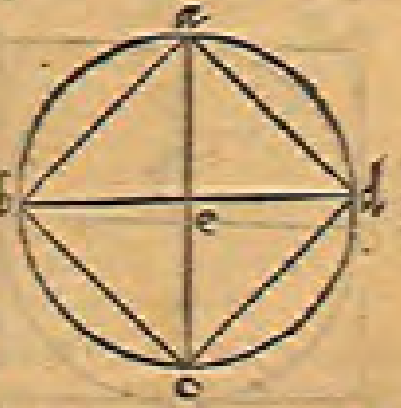
Il Tradottore.



Da questa quinta el se ne cava il modo de trouar il centro de uno cerchio che la sua circonferentia passi per tre ponti propositi ad bene placitum, dommente che non siano in linea retta, exempio, siano li tre ponti, a, b, c, uoglio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferẽtia transisca per cadauno delli predetti tre ponti. a. b. c. immagino che li detti tre ponti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti ponti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginatione diuido la differentia che è dal ponto. a. al ponto. c. in doui parti equali orthogonalmente con la linea retta. d. e. (per la decima & undecima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che è dal ponto. a. al ponto. b. cioè la diuido pur in due parti equali orthogonalmente con la linea. f. g. le qual due linee. d. e. & f. g. se interseganno in lo ponto. b. il qual ponto. b. dico essere il centro del quesito cerchio che per li modi sopra posti in lo primo modo chiaro appare, adonque descriuendo sopra il centro. b. uno cerchio secondo la quantità de. b. o. ouer. b. a. La circonferentia di quello transirà per cadauno delli altri ponti, che è il proposito.

Problema. 6. Propositione. 6.

Dentro de uno dato cerchio puotemo descriuere uno quadrato.



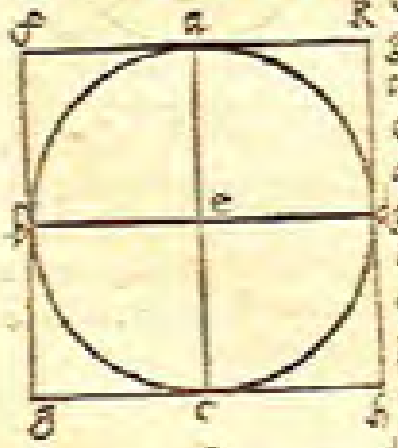
6/6 *Sia il dato cerchio. a. b. c. d. il centro dil quale è il ponto. e. uoglio dentro di esso cerchio descriuer uno quadrato tiro in detto cerchio li doui diametri. a. c. & b. d. segandose orthogonalmente sopra il centro. e. di quali congiungo le estremità, tirando le linee. a. b. b. c. c. d. & d. a. le quale dico contener il quesito quadrato,*

perche le quattro linee, e, a, e, b, e, c, & e, d, (per la diffinitione del cerchio) sono equale fra loro & li quattro angoli che sono al centro, e, sono equali fra loro per esser ciascun di loro retto, dalche (per la quarta del primo) le quattro linee, a, b, b, c, c, d, & d, a, sono etiam fra loro equale, & cadauno di quattro angoli a, b, c, & d, e retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) perche ciascun de quelli è nel mezzo cerchio, adonque il quadrilatero, a, b, c, d, (per esser de quattro lati equali & de angoli retti e quadrato (per la 30. diffinition del primo) che è il proposto.

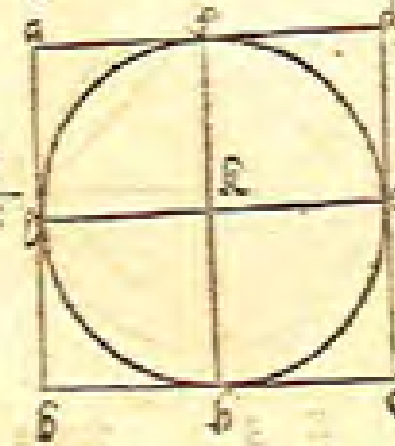
Problema. 7. Propositione. 7.

7/7 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere un quadrato.

Sia il proposto cerchio, a, b, c, d, il centro dilquale è il ponto. e. uoglio d'intorno a questo cerchio descriuere uno quadrato tiro in lui li duoi diametri, a, c, & b, d, seguita fra loro ortogonalmente sopra il centro. e. alle estremità delli quali con duco in l'una & l'altra parte le linee ortogonalmente fina a tanto che ciascuna di quelle concorrano insieme & siano li ponti del concorso de quelle, f, b, k, & per lo correlario della sesta decima del terzo, ciascuna delle predette quattro linee cosi tirate seranno toccante il detto cerchio, perche adonque in lo quadrilatero, a, f, b, e, li tre angoli, a, b, & e, sono retti il quarto angolo (il quale, e, f,) serà anchora lui retto, perche li quarro angoli de cadauno quadrilatero sono equali a quattro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima seconda del primo



& per la medesima ragione ciascaduno delli altri angoli, g, b, & k, serà retto, adonque (per la seconda parte della trigesima ottaua del primo) le due linee e, f, g, & k, b, etiam le due, f, k, & g, b, sono equidistante, adonque f, k, (per la 34. del primo) è equale al g, b. & f. g. al k, b. (& per la medesima 34. del 1.) f, k, è equale al b, d, & f, g, al a, c, ma b, d, è equale al a, c, (per esser ciascun di loro diametro del cerchio) onde (per la prima concettione) le quattro linee, f, k, g, b, f, g, & k, b, sono equale, & li quattro angoli, f, g, k, b, sono retti, come di sopra fu approuato, adonque il quadrilatero, f, g, K, b, (per la diffinitione) è quadrato, che è proposto.



Problema. 8. Propositione. 8.

8/8 In uno dato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.

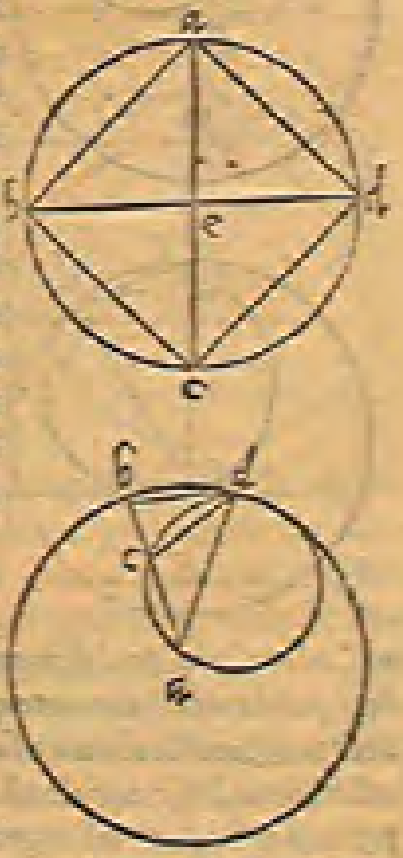
Sia lo dato quadrato, a, b, c, d, uoglio dentro di lui descriuere un cerchio diuido cadauno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioe, a, d, in ponto, f, b, a, in ponto, g, c, b, in ponto, b, & d, c, in pon-

to,e, & produco le linee,e,g,& f,b,lequali si seghino fra loro in ponto.k, il quale dico esser il centro del cerchio,perche la linea,f,b, (per la trigesima terza del primo) serà equale & equidistante alla linea,a,b,(per questo che la,a,f, & b,b, son equale & equidistante, similmente (per la medesma) la detta,f,b,serà equale & equidistante al lato,d,c, & per le medesime ragione, g, e, serà equale & equidistante al,a,d.et similmente al.b.c.et perche tutte le mitade di quattro lati del detto quadrato (per la communa scientia) son fra loro equali dilche le quattro linee. K. g.k.b.k,e.et.k.f.(per la trigesima quarta del primo) seranno equale fra loro,adonque descriuendo sopra il centro, k, il cerchio secondo la quantità de.k.g. ouer de.k, f.ouer de.K.e.ouer de.K.b. transisse etiam per li altri tre ponti, & serà toccante le quattro linee,ouer lati del quadro cioe.a.b.b.c.c.d.& d.a.& lo ponto.k. serà (per la nona del tertio) il centro del questo cerchio,che è il proposito.

Poblema.9. Propositione.9.

9 Cerca uno alsignato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.
9

Sia il quadrato, a, b, c, d, noglio cerca di lui descriuere un cerchio tiro in lati li duoi diametri, a,c, & b,d, seganti fra loro in ponto. e.equal dico esser el centro del circulo(concossia che le due linee,a,b,et,a,d,siano equale (li duoi angoli a.d.b.& a, b,d, (per la quinta del primo) saran equali. & perche l'angolo, d,a,b,e retto. (per la.32.del primo) l'uno, et l'altro de quelli serà la mitade di un retto. Anchora con simel modo el se prouarà ciascun delli altri angoli partiali contenuti dalli predetti diametri, & dalli lati del proposto quadrato esser la mità d'un retto. Perche adunque lo angolo, e, a, d, è equale allo angolo,e,d,a, (per la sesta del primo) la linea, e, a, serà equale alla linea, e, d, (per la medema ragione,e,a, serà etiam equal al,e,b,& e c.serà equale al,e,d,) dilche descriuendo sopra el ponto, e, el circulo secondo la quantità de una delle quattro linee, e, a, e, b, e, c, ouer,e,d,transirà etiam per li altri tre ponti, & (per la nona del tertio) el ponto,e, serà el centro del detto circulo,che è il proposito.

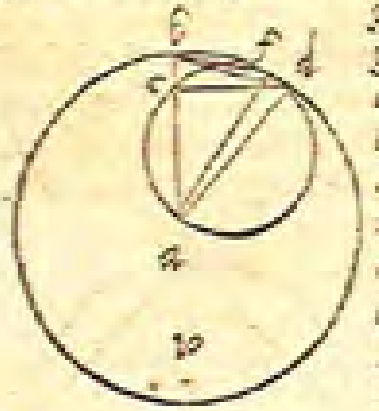


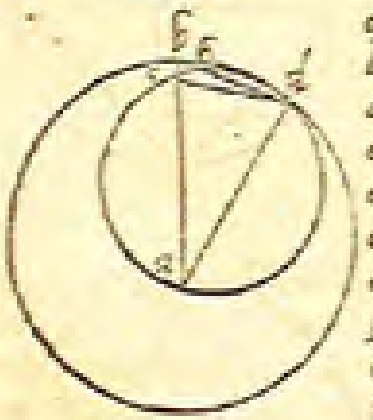
Problema.10. Propositione.10.

10 Puotemo designare uno triangolo de duoi
10 lati equali del quale l'un e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.

La intentione e da descriuere uno triangolo de duoi lati equali & del tertio non equale, del quale l'uno e l'altro delli duoi angoli che sono sopra il lato che non è equale alli altri duoi sia doppio al tertio. Et per far que

ſto ſia tolto a beneplacito una linea retta laqual ſia. a.b. laqual ſia diuiſa ſecõdo che ne inſegna la vndecima del ſecondo in ponto. c. talmente che quello chi è fatto della a.b. in la.b.c. ſia equale al quadrato della. a.c. & facto il ponto. a. centro ſia deſcritto (ſecondo la quantità della detta linea. a.b.) il cerchio. b, d, e, dentro dilquale ſia accommodata la linea. b. d. (per la prima di queſto) equale alla linea. a, c. & ſiano produtte le due linee. d. a. d. e. dico il triangolo. a, b, eſſer tal qual è ſtato preposto & per dimoſtrar queſto ſia circonſcritto un cerchio, ilqual ſia. c, e, a, (per la quinta di queſto) al triangolo. d, e, a, perche adonque la linea. d, b, è equale alla linea. a, d, ſerà quello che uien fatto della. a, b, in. b, c. equale al quadrato della linea. b, d, per laqual coſa la linea. b, d, (per la ultima del terzo) toccarà il cerchio. d, e, a, (& per la trigeſima ſeconda del medeſimo) l'angolo. e, d, b, è equale all angolo. e, a, d, ponto adonque cominciando l'angolo. e, d, a, tutto l'angolo. b, d, a. (per la ſeconda concettione) ſerà equal alli duoi angoli. e, a, d, & e, d, a, ma (per la trigeſima ſeconda del primo) l'angolo. b, e, d, è equale alli medeſimi duoi angoli e, a, d, & e, d, a, (perche è eſtrinſeco a quelli) adonque l'angolo. b, d, a, è equale all'angolo. b, e, d, & perche l'angolo. a, d, b, è equale all angolo. a, b, d, (per la quinta del primo) per eſſere li dui lati. a, b, & a, d, equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo. b, e, d, (per la prima concettione) ſerà equale all angolo. e, b, d, adonque (per la ſeſta del primo) la linea. e, d, è equale alla linea. b, d, & perche la linea. b, d. fu poſta equale alla linea. e, a, ſeguita adonque (per la prima comuna ſententia) che la linea. e, d, ſia equale alla linea. e, a, adonque (per la quinta del primo) l'angolo. e, a, d, è equale all angolo. e, d, a, perche adonque l'uno e l'altro di duoi angoli. e, d, b, et. e, d, a, è equale all angolo. e, a, d, tutto l'angolo. b, d, a, ſerà doppio all angolo. d, a, b, & per tanto l'angolo. a, b, d, a lui equale è anchora lui doppio al medeſimo angolo. b, a, d, che è al propoſito. Forſi l'adverſario dice il cerchio. d, e, a, circonſcritto al triangolo partiale ſegherà il cerchio. b, d, e. in alcun ponto dell arco. b, d, ſiche inſieme ſegherà la linea. b, d, onde quella non ſerà applicata al cerchio (ſi come ſe ſuppone in la demoſtratione) ma ſerà ſegante quello, ſia adonque (ſe poſſibile è) come pone l'adverſario, & dal ponto. b, ſia ducto al detto cerchio minor la linea. b, f, (per la. 17. del terzo) toccante quello ſiano ducte le linee f, a, f, d, ſerà (per la penultima del terzo) quello che uien fatto della. a, b, in la. b. c. equale al quadrato della. b, f, adonque la. b, f, è equale alla. b, d. per laqual coſa l'angolo. b, f, d, (per la quinta del primo) ſerà equale all angolo. b, d, f, & perche l'angolo. a, f, a, è equale (per la trigeſima ſeconda del terzo) all angolo. a, d, f, & perche tutto l'angolo. b, f, d, (per la ultima concettione) è maggior dell angolo. b, f, a, ſerà etiam maggiore dell angolo.





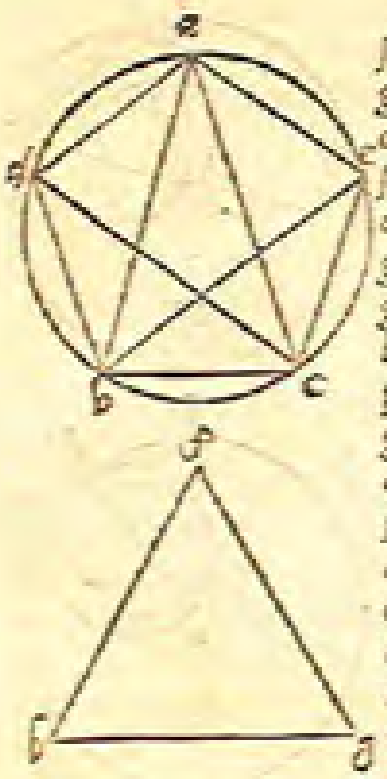
f.d.a.(a quello equale) & perche l'angolo, f, d, b, è equal al detto angolo, b, f, d, seguirà (per comunna scientia) che l'angolo f, d, b, fusse maggiore dell'angolo f. d. a. laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adonque il cerchio. d. a. c. non segherà in alcuno ponto l'arco. b. d. anchora per uno altro modo possiamo dimostrar questo che il cerchio minor per modo alcuno segherà la linea b. d. perche il detto aduersario forse dirà che segherà quella non segando l'arco. d. b. del maggior cerchio, se per possibil è che segha quella sia questo in ponto. b. & serà quello che è fatto della. a. b. in. b. c. equale a quel che sera fatto della. d. b. in b. b. Perche l fu dimostrato di sopra nella penultima del tertio che se de alcuno ponto signato fuora d'un cerchio siano diette quante linee si voglia al detto cerchio segante quella tutti li rettangoli contenuti sotto a cadauna di esse linee in le sue parti estrinsece. sono equali fra loro, & perche quello che nien fatto della. a. b. in. b. c. è equale al quadrato della. b. d. (dal prosupposito) seguiria adonque che quello che nien fatto della. b. d. in b. b. esser equale al quadrato della. d. b. laqual cosa è impossibile (per la seconda del secondo) per laqual cosa il proposito è manifesto. E nota che l minor cerchio de necessità segherà il maggiore & taglia da quello uno arco equale al arco, b, d, & lo maggiore similmente taglia dal medesimo uno arco equale allo arco, d, c, laquale cosa se approuerà cosi. Se il minore non segha il maggiore adonque il tocca quello in ponto. d. & perche (per la undecima del tertio) li centri di cerchi che si toccano & il ponto del toccamento sono in una linea, serà il centro dello minore cerchio in la linea, a, d, per questo che in quella è il centro del maggiore, & il ponto del toccamento, adonque (per la decima ottava del tertio) l'angolo, a, d, b, è retto, dalche similmente l'angolo, a, b. d, (a lui equale) è retto, onde seguiria che li tre angoli del triangolo, a, b, d, fussono maggiori de dui angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la trigesima seconda del primo.) Adonque lui segha quello in li dui ponti, e, & d, dico l'arco, e, d, del maggiore essere equale all'arco, d, b, & l'arco, d, e, del minore essere equale all'arco, d, c, produco le linee, d, e, c, e, & e, a, & (per la trigesima settima del tertio) ciascuno di quattro angoli liquali sono, d, e, a, c. e, a, d, a, e, & a, d, e, serà no equali perche li dui archi, d, c, & c, a, sono equali perche (per la prima dispositione di questa la, d, c, fu trouata equale alla, d, b, laqual, d, b, fu posta equale alla, a, e, e per tanto le, d, e, & e, c, a, sono equali, & pero li dui archi (per la trigesima ottava del tertio) sono, equali per laqual cosa tutto l'angolo, c, e, d, è doppio all'angolo. b. a. d. & per tanto serà etiam equale all'uno e l'altro di dui angoli, a, b, d, & a, d, b, & perche l'angolo, a, e, d, è equale all'angolo, a, d, e, (per la quinta del



del primo) perche a,e, & a,d, sono equale (per la diffinitione del cerchio, perche uanno dal centro alla circonferentia) seranno li dui angoli,e,d, del triangolo,a,e, d, equali alli dui angoli d. & b. del triangolo,a,d,b, adonque (per la trigesima se-conda del primo) l'altro angolo,a, dell uno sera equale all altro angolo,a, dell altro, cioe (per la trigesima sesta del tertio) l'arco,e,d, del maggiore è equale all ar-cho,a,b, & per la medesima l'arco,e,d, del minore è equale all arco,d,c, & questo è quello, che hauemo proposto.

Problema. 11. Propositione. 11.

11 In un dato cerchio possemo descriuere uno penthagono equilate-
11 ro, & equiangolo.



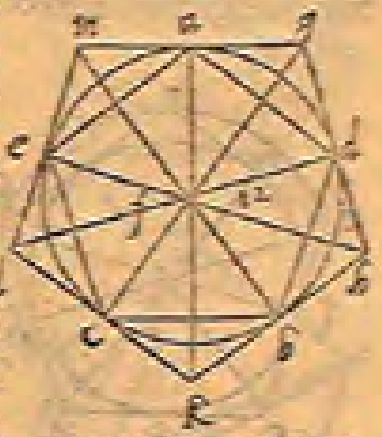
Sia il dato cerchio. a. b.c. nogli di dentro di lui de-scriuere uno penthagono equilatero et equiangolo de-gno un triangolo (per la precedente) il qual sia.f.g.h. che habbia ciascun di dui angoli che sono sopra la ba-sa.g.h. doppio all angolo. f. & descriuo (per la seconda di questo) in lo cerchio,a,b,c, il triangolo,a,c,b, equian-golo al triangolo,f,g,h, & sia l'uno e l'altro di dui an-goli, a, b, c, & a,c,b, doppio all angolo,c,a,b. Diuido l'uno è l'altro de quelli (per la nona del primo) in due parti equali dutte le due linee. b.e. & c.d. (e per la ni-gesima sesta del tertio) li cinque archi in liquali li cin-que ponti, a,d,b,c,e, diuideno il cerchio seranno equali fra loro per questo li cinque angoli che cadeno in li detti archi sono equali fra loro, adonque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti lequal sono, a,d. d,b. b, c. c,e, & e,a, sera il penbagono, a,d,b,c,e, in scritto in lo dato cerchio nel qual è sta proposto (per la nige-sima nona del tertio) quel è equilatero concosia che li cinque archi li quali li cinque lati di quello son corde se no equali fra loro. anchora dico quel esser equiangolo perche la circonferentia,a,e, è equale alla circonferentia.d. b. giongendo a cadauna di quelle la circonferentia, e, c,b, (per la seconda comuna sententia) tutta la circonferentia,a,e,c,b, è equale a tutta la circonferentia.d.b.c.e. adonque li dui angoli,a,d,b, & d,a,e, (per esser dedutti sopra le dette due circonferentie equale) (per la nigesima settima del ter-tio) seranno equali fra loro, e per questa medesma ragion cadauno di quelli angoli che sono fatto.a.c.c. & e.c.b. & c.b.d. seranno equali a cadauno di quelli angoli che sono fatto.c.a.d. & a.d.b. adonque il penbagono,a,d,b,c,e, è equiangolo, & di sopra hauemo dimostrato come egli è equilatero, adunque in lo dato cerchio,a,b,c, hauc-mo descritto il penbagono,a,d,b,c,e, equilatero, & equiangolo che è il proposito.

Pro-

Problema. 12. Propositione. 12.

12 Cerca a uno dato cerchio puocemo descriuere uno penthagono, e-
12 quilatero, & equiangolo.

Sia il proposto cerchio. a.b.c.il centro dilquale è il ponto.f.uoglio cerca di lui descriuere uno penthagono equilatero & equiangolo sopra la circonferentia del detto cerchio secondo la dottrina della precedente notarò li cinque ponti angulari quasi come hauesse inscritto un penthagono, lequali siano.a.d.b.c.e. alliquali (dal centro) tirarò le linee.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e. & dalli medesimi ponti produro le perpendicolare a queste linee, & quelle slongarò in l'una e l'altra parte fina a tanto che quelle concorrano in li cinque ponti.g.b.k.l.m. & queste linee serranno (per lo correlario della decimasesta del tertio) toccante il cerchio, & a questi ponti del concorso (dal centro.f.) condurò le linee.f.g.f.b.f.k.f.l.f.m. (& perche fu dimostrato sopra la penultima del tertio che se d'alcun ponto segnato fuora d'un cerchio siano dutte due linee al detto cerchio toccante quello che quelle serranno equale) serà la linea.g.a. equale alla linea.g.d. & la.b.d. alla b.b. & cosi de tutte le altre. Ma perche li cinque archi in liquali li cinque ponti.a.d.b.c.e.diuidono il cerchio sono equali fra loro (per la uigesima settima del tertio) li cinque angoli.a.f.d.d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a. (liquali sono dedutti sopra a questi archi in lo centro.f.) serranno fra loro equali, ma li dui lati.a.g. & f.a. del triangolo.f.a.g.sono equali a dui lati.d.g. & f.d. del triangolo.f.g.d. & il lato. g.f.è commune, adonque (per la ottaua del primo) li dui angoli de quelli liquali sono al centro.f.e similmente li dui angoli che sono al.g. sono equali fra loro, & per la medesima ragione li dui angoli liquali sono al centro. f. in lo triangolo.d.f.b. & b.f.b.e anchora li dui che sono al ponto b. sono equali. Similmente anchora cadauno delli altri tre angoli liquali sono.b.f.c.c.f.e.e.f.a. & cadauno di tre liquali sono, a. l. m. sono diuisi in due parti equali li primi per la linea.f.k. li secondi per la linea f.l. li tertij per la linea.f.m. & perche questi tre angoli liquali sono.b.f.c.c.f.e. & e.f.a. sono equali a se medesimi etiam alli altri dui (liquali sono.a.f.d. & d.f.b. sono pur equali. serranno le diece mitade de quelli liquali sono diece angoli fatti in lo centro.f. equali fra loro. perche adonque li dui angoli.a. & f. del triangolo.g.a.f. sono equali alli dui angoli.a. & f. del triangolo.m.a.f. et lo lato.a.f. e commune (per la.26. del primo) l'angolo.g. de l'uno serà equale all'angolo.m. dell'altro & lo lato.g.a. al lato.a.m. per la medesima ragione serà l'angolo.g. (nel triangolo.g.f.d.) equale al angolo.b. in lo triangolo.d.f.b. & lo lato.g.d. serà equale al lato. d.b. per laqual cosa perche. g.a. è la mità de g.m. & g.d. è la mità de.g.b. & g.a. & g.d. sono equali serranno (per commuua scientia) g.m. & g.b. (che sono il doppio di quelle) equali fra loro, similmente anchora haueremo prouato.g.m. essere equale al.m.



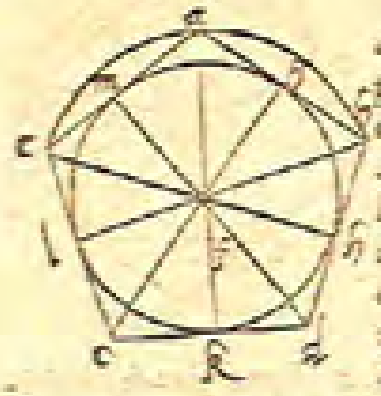
L &

l.& .m.l.al.lk.& l.k.al.x.h.per laqual cosa il pẽtagono.g.h.k.l.m.è equilatero. ma dico anchora quello esser equiangolo, conciosia che li duoi angoli che sono al.g. siano fra loro equali & li duoi che sono al.m. similmente equali fra loro & .g.parimente al.m.partiale, l'uno e l'altro di sopra fu approuato esser equali, cioe che l'angolo.f.g.a.è equale all'angolo.f.m.a.dilche(per la medesima communa scientia) tutto l'angolo.g.è equale a tutto l'angolo.m. & per la medesima ragione tutti gli angoli saranno equali, per laqual cosa è equiangolo,e cosi il proposto è manifesto.

Problema.13. Propositione.13.

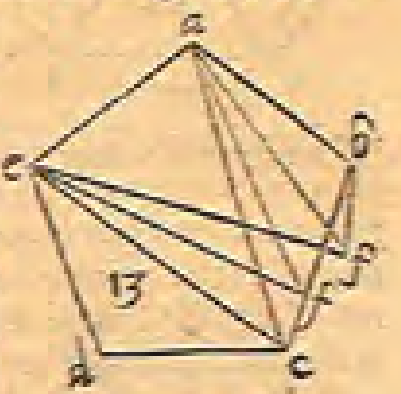
Dentro a uno assignato penthagono equilatero,& equiangolo puotemo descrivere uno cerchio.

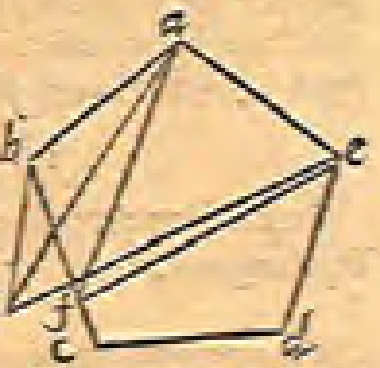
13/13



Sia lo assignato penthagono equilatero, & equiangolo (perche delli altri non è necessario questo essere possibile) a.b.c.d.e. voglio dentro di lui descrivere uno cerchio dividendo li suoi duoi propinqui angoli liquali sono. a.& .e(per la.9.del primo)in due parti equali dette le linee. a.f. & .e.f. fin a tanto che quelle concorrano in lo ponto.f.de dentro del penthagono, il qual dico esser il centro del detto cerchio,e questo de sotto se dimostrerà, ma prima vogliamo chiarire dui dubbii, cioè qualmẽte è necessario che le due linee,a,f,et,e,f, concorrano insieme,et di dentro del pẽthagono, perche adunque li 5. angoli del dato penthagono, come fu demostrato sopra la.32.del primo, sono equali a. 6.angoli retti,adonque ciascun angol del penthagono sera equal a un angolo retto, & a un quinto de angolo retto, similmente duoi mezzi angoli del detto penthagono sono equali per a uno angolo retto, & a un quinto de retto, & perche la linea. a.e.cade sopra le due linee.a.f.et.e.f.& li duoi mezzi angoli.f.e.a.& .f.a.e.sono manco de duoi angoli retti(per la.5. petitione) protratte in ẽlla parte concorreranno. ancor dico che concorreranno di dẽtro del penthagono,e se possibile fusse(per l'aduersario)che nõ cõcorressono di dẽtro del pẽthagono,cõcorreranno, ouer de fuora del detto penthagono,ouer in lo lato di esso penthagono,ouer in l'angolo di ẽllo,che è l'opposito all'un e l'altro delli angoli dunsi,hor poniamo primamente che quelle cõcorrano di fuora in ponto.f.& sia dutta la linea.b.f.& perche li duoi lati.e.a.& .a.f.del triangolo.e.a.f. angolo.e.a.f.sono equali alli duoi lati.a.b.& .a.f.del triangolo.b.a.f.& l'angolo.a. dell'un all'angolo.a.dell'altro(per la quarta del primo)la basa. e.f.sera equale alla basa.f.b.e pche l'angolo.a.partiale e equal all'ãgolo. e. partiale(perche tutto l'angolo a.(dal presupposto) è equal a tutto l'angolo i sara (per la.5.sesta del primo).f. a.equale al.f.e.per la qual cosa. f. a. (per la prima concettione)sera eziam equale al.f.b.adonque(per la.5.del primo)li duoi angoli.f.b.a.& .f.a.b. serian equali, & perche l'angolo.f,b,a,è maggior dell'ãgolo,e,b,a,(del penthagono),similmente l'angolo.

golo.f.a.b,(per communa sententia)serà maggiore del detto angolo,c,b,a, & per che lo angolo,e,b,a,è equale all'angolo,b,a,e,l'angolo,f, a, b, serra a esser maggiore(per comunna scientia)del detto angolo,b,a, e, laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia maggior del tutto,adonque non possno concorrer de fuora del penthagono: hor pomamo adunque che quelle (se possibile è per l'aduersario)concorrano sopra il lato,b,c,in ponto,f,arguendo per le precedente,et per il precedente modo serà l'angolo. a. partiale equale a tutto l'angolo,b,a,e, laqual cosa è impossibile, ma se per caso l'aduersario dicesse forsi che quelle concorrano in l'angolo, c,serà(per le medesime,& per il medesimo modo.)c.b equale al. a,e,& per tanto a questo come prima l'angolo,c, a, b, seria equale all'angolo, b,a,e,ma perche questo nõ puo esser (per la ultima concettione) sia adonque il ponto del concorso (laqual è.f.) dentro del penthagono dal qual conduco cinque perpendicolare alli cinque lati di quello lequale sono,f,g,f,b,f,k,f,l,f,m, & alli duoi angoli di quello propinqui (dal lato destro & sinistro)alli duoi angoli diuisi in due parti equali, liquali sono,b, & d.conduco le due linee,f,b,f,d, & perche li duoi angoli. e, & ,m,del triangolo,a,f,m, sono equali alli duoi angoli,a, & g,dello triangolo,a,f,g. & lo lato,a,f, commune serà (per la 26.del primo) la.f.m. equale alla,f,g, anchora per la medesima ragione tu approuerai la,f.l. esser equale alla,f.m. tolti dalli duoi triangoli, e, f, m, & e.f.l.perche da principio li duoi lati,a,f, & a,b, del triangolo,a,f,b,sono equali alli duoi lati.a.f. & a.e.del triangolo,a,f,e, & l'angolo,e,dell'un all'angolo,a,dell'altro serà (per la quarta del primo) l'angolo,b.partiale equale all'angolo,c,partiale, & perche tutto l'angolo,b, è equale a tutto l'angolo,e,(dal presupposito) & tutto l'angolo.e. è diuiso in due parti equali serà etiã tutto l'angolo,b,diuiso in due parti equali.per lo medesimo modo tu approuerai tutto l'angolo,d,esser diuiso in due parti equal per la equalità del angolo, d, partiale, & ,a,partiali tolti per li triangoli,e,a,f, & e,d,f, perche adonque li duoi angoli.g, & ,b, del triangolo,g,f,b,sono equali alli duoi angoli, b, & b, del triangolo, b,f,b, & lo lato,f,b,è commune serà(per la.26.del primo)la,f,b,equal alla ,f, g, per lo medesimo tu approuerai la,f, K,esser equale alla,f,l,tolte dalli triangoli, k,f,d, & k.f.d.perche adonque le cinque linee,f,g,f,b,f,k,f,d, & f,m, sono equale serà il ponto,f,(per la 9.del tertio)centro del cerchio, ilqual descriuemo secondo la quantità de una de quelle,e ello tocca tutti li lati del penthagono per la equalità delle linee) et non segarà alcuno de quelli (per la 16. del tertio)e cosi il proposito è manifesto.

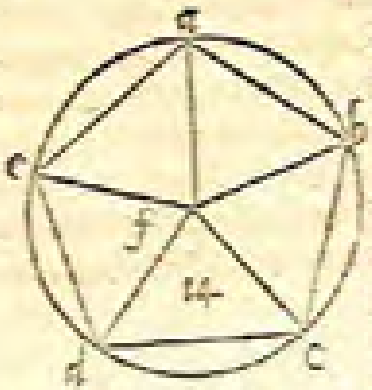




Problema.14. Propositione.14.

14 Cerca a uno dato penthagono equilatero & equiangolo puotemo
14 descriuere uno cerchio.

Sia

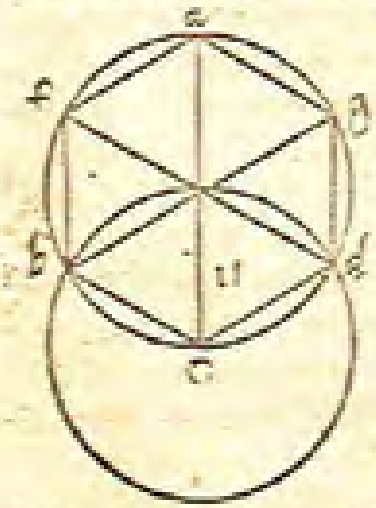


Sia come in prima il pentagono equilatero et equiangolo (perche delli altri questo non è necessario esser possibile) a.b.c.d.e. meglio da lui descrivere uno cerchio (questa è quasi conversa della a. 12.) dividi li duoi propinqui angoli di quello (liquali sono a. et e.) in due parti equali (per la 9. del primo) dette le linee a.f. & e.f. dutte fin a tanto che quelle concorrano di dentro di esso pentagono in ponto f. & quelle concorrerano, & denaro del pentagono (come fu approvato in la precedente) & dal ponto del concorso conduco alli altri angoli le linee liquali siano f.b. f.c. f.d. & perche li duoi lati a.f. & a.b. del triangolo a.f.b. son equali alli duoi lati a.f. & a.e. del triangolo a.f.e. & l'angolo a. dell'uno all'angolo a. dell'altro (per la 4. del primo) la a.f.b. serà equale alla a.f.e. & l'angolo b. parziale all'angolo e. parziale, & perche tutto l'angolo b. è equal a tutto l'angolo e. et tutto l'angolo a. è diviso in due parti equali, serà similmente tutto l'angolo b. diviso in due parti equali, & per questo modo anchora tu provarai l'uno e l'altro delli angoli c. & d. esser diviso in due parti equali, & le cinque linee f.a. f.b. f.c. f.d. f.e. esser equali, per laqual cosa (per la 9. del terzio) il ponto f. serà il centro del cerchio, & così il proposito è manifesto.

Problema. 15. Propositione. 15.

15/15 In un dato cerchio possiamo descrivere uno ellagono equilatero & equiangolo.

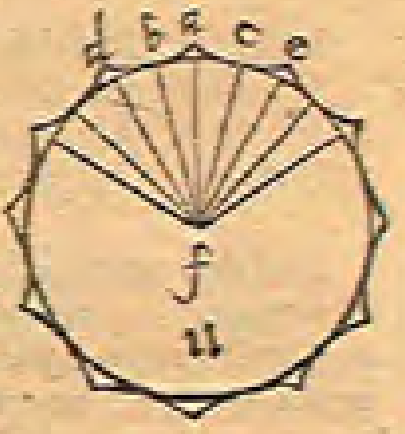
Sia il proposto cerchio a, b, c, d, il centro dilquale sia il ponto e, meglio dentro di lui descrivere uno ellagono equilatero & equiangolo, produco il diametro a.e.c. & secondo la quantità del mezzo diametro, e, c, (fatto centro il ponto e,) descrivo il cerchio, e, b, d, segando il primo in li duoi ponti, b, d, dalli quali produco li duoi diametri nel cerchio primo, liquali sono, b, e, g, & d, e, f, congiungo adunque le estremità di detti tre diametri con sei linee lequale sono, a, f, f, b, b, c, c, d, d, g, & g, a, lequali dico contener lo ellagono questo, perche (come dimostra la prima del primo) l'uno e l'altro di duoi triangoli, b, e, c, & g, e, d, serà equilatero, per laqual cosa serà etiam equiangolo (per la 5. del medesimo) (adunque per la 32. del primo) li duoi angoli, b, e, c, & c, e, d, con un'altro insieme che sia equale a uno de quelli, sono equali a duoi angoli retti, per questo che ciascun de loro è il terzio de duoi angoli retti, ma quelli con l'angolo, d, e, g, (per la terziadecima del primo) son per equali a duoi angoli retti, adunque l'angolo, d, e, g, (per comunem sciantia) è equale all'uno et l'altro de quelli, per laqual cosa li sei angoli che son al centro, e, (per la 15. del primo)



mo) sono fra loro equali, adonque (per la 26. del tertio) li archi in liquali cadeno sono equali, per laqual cosa & le corde de quelli (per la 29. del medesimo) lequal sono li lati del esagono, adonque egli è equilatero ma etiam (per la. 27. del tertio) gli è equiangolo per questo che li sei archi in li quali le punte angulare del esagono dimitendo il cerchio tolti a dui a dui sono equali fra loro (come l'arco, a.f.b, all'arco.f.b.c.) & per tanto l'angolo.f. laquale sta in lo primo è equale all'angolo. b. laquale sta in lo secondo, il medesimo accade in tutti li altri, dilche il proposito è manifesto.

Correlario.

15 / 15 Da qui è manifesto che il lato del esagono è equale alla mita del diametro del cerchio al qual e inscritto.

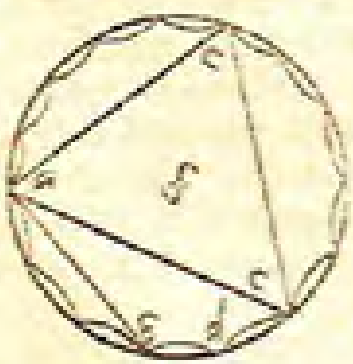


Perche la mita del diametro del cerchio, & il lato esagono sono li lati del medesimo triangolo equilatero come.e.c. & e.b. & c.b. & nota che'l non se propone qualmente potemo designare cerca a uno dato cerchio uno esagono equilatero et equiangolo, ne che potemo dentro a tal esagono ne cerca a tal esagono descriuere un cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & penthagono. Non perche questo non sia necessario esser possibile, ma perche queste tre per li medesimi precetti, che son fatti in lo penthagono equilatero et equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera & equiangola onde ciascuna figura equilatera & equiangola laqual sapiamo inscriuere in un cerchio quella medesima descriueremo de fuora del cerchio, etiam descriuemo il cerchio dentro & di fuora di quella, con li medesimi mezzi & modi che havemo fatti in lo penthagono. Nota anchora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, ouer circonscritta, e anchora necessario che quella sia equiangola della inscritta el se manifesta (per la. 27 e. 28. del tertio) per li archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono corde tolti a dui a dui, in questi archi cadeno li angoli della detta figura & della circonscritta, facile lo apparerai per le linee ductre dal centro del cerchio a tutti li angoli di quella, & alli ponti del toccamento si come appare in la figura.a. d.e. descritta a torno al cerchio.b.c. (il cẽtro dilqual è il põto. f.) laqual essendo equilatera tu approuerai quella esser etiã equiangola in ẽsto modo protrarai dal cẽtro. f. a cadũ angolo de detta figura una linea retta si com'è la linea.f.a.e la linea.f.d.f.e.e similmente del detto cẽtro.f. tu condurai una linea retta a cadũ ponto del toccamento si come e la linea.f. b. et f.c. poi argumentarai in ẽsto modo. La linea.b.a. (p quello che fu demostrato sopra la. 36 del tertio) e equale alla linea. a.c. (perche ciascuna uen dal põto.a. e tocca il cerchio in li dui ponti.b.et c.) adonque li dui lati.a.b. & b.f. del triangolo.a.b.f sono equali alli dui lati.a.c. & c.f. del triangolo.a.f.c.e la basa.a.f.e commuua, adonque (per la. 8. del primo) l'angolo.

golo.f.a.b.sarà equal all'angolo.f.a.e.(per la qual cosa l'angolo.b.a.c.)cioe e tutto l'angolo.a.uerà a esser diuiso in due parti equali dalla linea.f.a.& cosi se approuerano tutti li altri angoli di essa figura esser diuisi in due parti equali dalle linee che a loro uengon dal centro, perche adonque li dui lati.a.f.& a.e.del triangolo, a.e.f.sono equali alli dui lati.a.d.& .a.f.del triangolo.a.f.d.& l'angolo.a.del'uno all'angolo.a.dell'altro sarà la basa.d.f.della uno equale(per la quarta del primo)alla basa.f.e.dell'altro & l'angolo.a.d.f.all'angol.a.e.f.& perche l'angolo.a.d.f.la metà de tutto l'angolo.d.(de detta figura)similmente l'angolo.a.e.f.e la metà de tutto l'angolo.e.(per communa scientia)tutto l'angolo.d.sarà equal a tutto l'angolo.e.& per le medesime ragione se approuano tutti li altri angoli di essa figura essere fra loro equali,& cosi se procederia in cadauna altra figura equilatera che fusse circonscritta a uno cerchio,che è il propesito.

Problema.16. Propositione.16.

16 / 16 In uno dato cerchio potemo designar un quindecagono equilatero & equiangolo. Oltra di questo puotemo cerca a qualunque cerchio assignato descriuer un quindecagono equilatero, & equiangolo, & in un dato quindecagono descriuer uno cerchio.



Sia il dato cerchio, a.b.c.uoglio a lui inscriuer un quindecagono equilatero & equiangolo & dapoi etiam il uoglio circonscriuere anchora dentro a tal quindecagono proposito uoglio descriuere uno cerchio, ma al non propone di voler cerca a tal quindecagono descriuere uno cerchio, perche per le altre che quel propone a suffitié nel da ad intendere,in lo dato cerchio(secondo la dottrina della seconda di questa nel da ad intendere,in lo dato cerchio(secondo la dottrina della sesta) tiro il lato del triangolo equilatero il qual sia.a.c. & secondo la dottrina della undecima di questa, tiro etiam il lato del pentedecagono equilatero, & equiangolo il qual sia.a.b.& perche la arco.a.c.e la tertia parte de tutta la circonferentia de la quale l'arco. a. b.e la quinta parte,sarà il superfluo, ouer differentia che fra questi dui archi(la qual è l'arco.b.c.) li dui tertij dell'arco. a. b. ouer li dui quinti dell'arco.a.c.sino li dui quindecimi de tutta la circonferentia, perche in ogni tutto la tertia parte excede la quinta in dui tertij di essa quinta parte ouer in dui quinti di essa tertia parte,ouer in dui quindecimi del tutto,e questo è manifesto in la quinta e tertia parte del primo numero che ha parte quinta e tertia qual è.15.la parte tertia di quello(la qual è.5.)excede la quinta parte de quello(la qual è.3.)in due unitade le quali sono li dui tertij del medesimo ternario(il qual è la quinta parte del detto.15.)ouer li dui quinti del medesimo quinario(il qual è la tertia)ouer li dui quindecimi del medesimo.15.il quale è il tutto diuiso adonque l'arco.b.c.in due parte equale(per la.30.del tertio)sia pũto d, le manifesto l'uno e l'altro di duoi archi, c.d, & d.b.essere la tertia parte dello

arco,

arco.a.b.auer la quinta dell'arco.a.f.auer lati.15.de tutta la circõferentia tirãdo adonq; le corde.k.d.et d.b.di quella,et(p la prima di questo) accõmodando cõtinuamẽte dentro dal dato cerchio altre corde a quelle equale(che in tutto seranno 15.)serà cõpita la figura ipposta,le altre due che esso author propone con la certia che per le altre il ne da ad intẽdere,cioè de circonscriuer uno quindecagono a uno cerchio,& descriuere in uno quindecagono uno cerchio, & anchor circonscriuer,facilmente cõcluderai p il modo della.12.13.&.14.di questo,e nota che cadauna figura equilatera laqual sapiamo descriuere in uno cerchio in lo medesimo cerchio sapemo etiã inscriuerne & circonscriuerne un'altra del doppio piu lati,et quella medesima sapemo inscriuer & circonscriuer il cerchio p li archi alliquali se sostẽdeno li lati di quella figura,diuisi p la.30.del.3.in due parti equali e p le linee tirate dalli põti di mezzo,cioe di lor diuisione,dalle estremità de lati della medesima figura serà fatto di dẽtro di esso cerchio una figurà del doppio piu lati della prima laql serà equilatera,p la.29.del.3.adonq; serà equangola,pche sopra la.15.di ẽsso,egli sta dimostrato ẽsso,che in ogni figura equilatera inscritta in un cerchio e etiã equangola,e p che ẽsso la sapemo inscriuer in lo cerchio,sapemo etiã cõcluder le altre.3.p la.12.13.&.14.di questo,adonq; pche sapemo inscriuer un triãgolo equilatero,sapemo per ẽsso descriuer lo esagono,e pche lo esagono lo duodecagono, e p lo duodecagono una figura di.24.lati,e cosi in infinito dopiando,benche per il triãgolo lo esagono(come habiamo detto)poo esser inscritto,nõdimeno quel ha posto la.4.pria dimostration di quella dallaqual ne seguita grandamẽte utile,e similmente pche sapemo etiã inscriuer il quadrato sapemo p ẽsso inscriuer ogni figura che'l numero di lati di ẽlla e equalmẽte paro,per lo pẽtagono anchora sapemo inscriuer un decagono,e una figura de 20.lati,e cosi continuatamente dopiando quel medesimo,anchora intende del quindecagono,pche per ẽsso son cognite le figure del.30.&.60.& de tutte cõtinuamẽte de lati dopiatissima dalle altre figure dellequal questa nõ insegna,auer ẽlle che per ẽlle non habuerãno la scientia è difficile,& di poca utilità,come son la settagona,nõagona,undecagona,ma se noi sapremo designar un triãgol de dui lati equali che l'uno e l'altro di dui angoli che sono sopra la basa di quello sia treppio all'altro sapemo descriuer lo settagono in un cerchio,come di sopra fu fatto il pentagono,ma se l'un e l'altro de detti dui angoli fusse quadruplo all'altro sapemo descriuer la figura nouangola,e sel fusse,quincuplo la figura undecagona,& quel medesimo in le altre figure de lati dispari,posto l'un e l'altro di angoli alla basa multiplice l'altro per quel numero,dqual è la mità del mazzor numero paro contenuto sotto al numero dispari di lati della detta figura.

Il Tradottore.

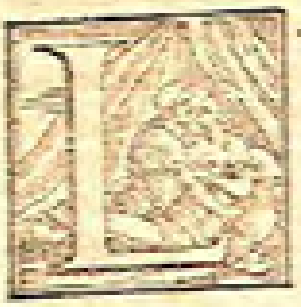
In questo loco,in la prima tradottione egli stato aggionto un modo da dividere uno angolo in tre parti equali,& consequentemente a descriuere una figura nouangola equilatera & equangola in uno dato cerchio,ma perche tal suo procedere nõ è demostrativo lo habiamo interlassato come cosa inutile.

IL FINE DEL QVARTO LIBRO.

LIBRO QVINTO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 Vna quantità minore è parte d'una quantità maggiore quando che la minore numera, ouer misura la maggiore.



LE PARTE alcuna volta se piglia propriamente, & è quel la laquel è tolta per un certo numero de volte, quella constituisse precisamente il suo tutto, senza alcuna diminutione, ouer augmento, et quella è detta numerare il suo tutto per quel numero, secondo laquale la sua tolta alla constitutione di esso tutto, & tal parte (laqual chiamano moltiplicatiua) l'autor la diffinisse in questo loco, & alcuna volta la se piglia communamente, & questa è qualunque quãtità minore, laqual è tolta quãte volte si voglia quella constituisse non, ouer più del suo tutto. Laqual dicono parte aggregatiua, imperoche con altra quantità diuersa constituisse il suo tutto, ma per se tolte quante volte si voglia quella non lo produce.

a
c
d
e
f
g
h
i
k
l
m
n
b
r
q
p
o

Il Traduttore.

Per essempio di questa diffinitione, sia la infrascritta linea a.b. diuisa in dodeci parti equal parti sono a.c.c.d.d.e.e.f.f.g.g.h.h.i.i.k.k.l.l.m.m.n.n. b. della qual linea tolgono la quantità a.c. (laqual pongo che la sia la quantità .o.) & quella referta, ouer comparata a tutta la linea a. b. dirremo che quella serà propriamente parte di tutta la linea a. b. per la diffinition di l'Autore, perche tal quantità numera, numero ouer misura precisamente la quantità maggiore, cioe la detta a.b. dodeci volte, & questa tal parte a differentia della parte communamente detta, se chiama parte aliquanta, ouer moltiplicatiua, similmente tolendo la quantità .p. equale alla quantità a.d. et quella la referta, ouer comparata a tutta la quantità a.b. (per la detta diffinitione) serà parte propria, ouer moltiplicatiua de tutta la detta quantità a. b. perche quella la numera, ouer misura precisamente sei volte. Similmente tolendo la quantità .q. equal alla quantità a.e. ouer la quantità .r. equal alla quantità a.f. cadauna di loro seria esser parte de tutta la quantità a.b. perche la quantità q. seria numerare ouer misurar quella precisamente quattro volte, & la quantità .r. tre volte, et queste tal parti sono denominate dal numero delle volte che quella tal parte misura il suo tutto, essempli gratia la quantità a.c. ouer o. diresse la dodecima parte de tutta la

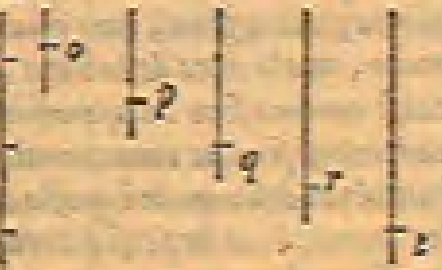
ta la quantità.a.b.et la quantità.a.d.ouer.p. serà la sesta, & la quantità.a.e.ouer q. la quarta, & la quantità.a.f.ouer r. la tertia.lequal parti preclaramente se deferiscono in questo modo † . . . . & li numeri che sono sotto alle virgole sono detti denominatori de dette parti, ma se della detta quantità, ouer linea.a.b.ne torremo la quantità.a.s. qual poniamo che la sia la quantità.r. dico che questa quantità.r. non serà parte propria ouer multiplicatiua della quantità.a.b. perche quella non misura, ouer numera la quantità.a.b. precisamente, perche in due volte la non può compire de misurarla, ouer de numerarla, & in tre la sprabonda, & questa è quella che è detta parte aggregatiua, ouer communamente detta. Alcuno potria adimandar sopra qual sorte parte si debbe intendere la nona communa sententia, io rispondo che la si debbe intendere largamente sopra l'una & l'altra in genere.

† 1 / 2 / 1 1 / 2 1 1 / 6 4 3

Diffinitione. 2.

2 / 2 Multiplice è la maggior della minore quando la minor misura quella.

La parte non detta relatiuamente al tutto, & in questi duoi estremi consiste la relatione di quelle fra loro, et per tanto hauendo diffinito lo minor estremo, in questo loco diffinisse il maggiore e chiama questo maggior multiplice per questa causa che il minor tolto un certo numero de volte constituisse il detto maggiore, seranno adonque relatiuamente detti fra lor e multiplice perche ogni parte è submultiplice, come se manifesta per la diffinition di quella.



Il Tradottore

Per essempio di questa diffinitione tore no per la quantità, ouer linea .a.b. della diffinition precedente laqual linea.a.b. in comparatione a cadauna de esse sue parti, cioe delle quattro linee.o.p.q.r. sien detta multiplice, & la sua multiplicità serà denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte. esempligratia in comparatione della linea. o. serà detta dodecupla, et in comparatione della linea. p. serà detta sesecupla, & in comperatione della linea q. quadrupla, & della linea r. tripla, ma della linea ouer quantità. r. non serà multiplice perche la detta quantità.r. non numera ouer misura la detta quantità.a.b.

Diffinitione. 3.

3 / 3 La proportione e la conuenientia certa de due quantità de uno medesimo genere dell'una all'altra siano de quanta grandezza si uoglia.

La proportione & la conuenientia de due cose d'un medesimo genere fra loro, in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equa-

le, perche non solamente in le quantità se trouua la proportione, ma in li pesi po-
tentie, & soni. Platone nel Timeo dove dimostra del numero delli elementi, nole
che in li pesi & in le potentie sia proportione, ma liquidamente appare della mu-
sica esser proportione in li soni, perche come unol Boetio nel quarto, se qualun-
que uerso serà diuiso in due inequale parti, la proportione delle parti & di soni se
trà una medesima, conuerso modo, ma in quelle cose in lequal non trouata la pro-
portione quelle participano la natura, & la proprietà della quantità, perche la
non uien trouata in alcune due cose se non in questo che una de quelle è mag-
giore, ouer minore dell altra, ouer equale; il proprio della quantità è esser detta
secondo quella equal ouer inequale, come unol Aristotile in li predicamenti, on-
de è manifesto la proportione primamente essere trouata in la quantità, & per
quella in tutte le altre cose. Ne può esser proportione in alcune cose alla quale si-
milemente non sia in alcune quantità, per lequal cosa ben hor detto Euclide la propor-
tione semplicemente esser in la quantità, conciosia che lui a diffinido quella per
conuenientia de due quantità fra loro d'un medesimo genere. Lo intelletto del-
lequale diffinitione è che la proportione & la conuenientia de due quantità fra
loro alla quale il se aduertisse in questo che una de quelle è maggiore ouer minor
dell altra, ouer equale, per lequal cosa è manifesto che'l bisogna quelle esser d un
medesimo genere, come dui numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouero
dui corpi, ouer dui luochi, ouer dui tempi, perche il non può essere detto che
la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, ne il tempo de
luocho, ma la linea della linea, & la superficie della superficie, perche solamente
le cose uniuoce sono comparabile, ma quello che dice certa conuenientia non in
tendere cosi si come conuenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il
sentimento della quale è questo, la proportione & la determinata conuenientia di
due quantità, io dico cosi determinata, che la sia questa & non altra perche non è
necessario che ogni conuenientia de due quantità sia cognita da uoi, ne anchora
della natura, perche alcuna proportione è di discreti come de numeri, & alcuna
de continui, ma in li numeri il minor è parte, ouer parti del maggiore, come se de-
mostra nel settimo, per lequal cosa & in tutti quelli la conuenientia è certa & no-
ta, ma in li continui la proportione è piu larga, perche in quelli è dove la minor
quantità è parte, ouer parti della maggiore, & de tutti quelli tali per mezzo de
numeri la proportione è nota lequal non detta rationale, & tutte queste tal quan
tità sono dette commensicante, perche quelle una medesima quantità necessaria-
mente li misura, onde & tutti li numeri sono commensicanti, perche la unità mi-
sura tutti quelli, egli anchora dove che la minore non è parte, ouer parti della
maggior, & in questi tali non è nota la proportione ne a noi ne alla natura, et que
sta proportione non detta irrationale, & queste quantità incommensicante, onde si
fa che ciascheduna proportione, lequal se troui in li numeri quella se troua etiam
in ogni genere de continui come in le linee, superficie, corpi, & tempi, ma non è
conuerso, perche infinite proportioni se trouano in li continui lequali la natura
di numeri non patisse, ma ciascuna proportione lequal sia trouata in uno genere

di

di continui la medesima uien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se ritroua alcuna linea a qualunque altra se ritroua, cosi qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcun altro, similmente il tempo, ma non cosi qualunque numero ad alcun altro, onde piu è larga la proportione in li continui che in li discreti, per ilche è manifesto la proportione geometrica essere de maggior abstratione, che la proportione arithmetica, perche in ogni proportione cerca la qual se uerse la arithmetica e rationale, ma la geometrica equalmente considera la rationale, & la irrationale.

Diffinitione. 4.

4/4 La proportionalità & la similitudine delle proportioni.



Come se noi diceßimo che la proportione che è della a. alla b. quella è anchora della c. alla d. La proportione che è fra la a. & la b. è simile a quella che è fra la c, & la d, & questa similitudine che resulta da queste proportioni uien detta proportionalità.

Diffinitione. 5.

5/5 Le magnitudine sono dette hauer proportione fra loro lequali multiplicate le possono l'una e l'altra eccedere.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione, il senso della quale è questo che le magnitudine se dicono hauere proportione insieme, le quale multiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, perche il seguita che fra qualunque due quantità (ouer magnitudine) terminate, che siano de uno medesimo genere è semper qualche specie de proportione perche semper se po multiplicare una de quelle talmente che la eccederà, ouer auanzerà l'altra ma quando l'una fusse terminata, & l'altra infinita all'hora non seria fra l'una & l'altra alcuna specie di proportione perche la terminata non se potria multiplicare talmente che potesse eccedere la infinita, e però dice Aristotile in lo primo de cielo & mondo textu quinquagesimo secondo, proportio nulla est infiniti ad infinitum, cioe che de una cosa infinita a una finita & terminata non gli proportione alcuna, perche concesso, ouero presupposto che due quantità habbiano proportione fra loro, ne seguita per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccederà la maggiore, come accade sopra la ottaua di questo etiam nella prima del decimo & similmente concesso in due quãtità inequale che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccederia la maggior, seguiria ille due quãtità hauer proportion fra loro, essempli gratia concesso che el quadrupio del diametro d'uno cerchio ecceda la circonferentia seguita il diametro del cerchio hauer proportione cõ la circonferentia quantunque la ne sia incognita per fina a questa hora.

Diffinitione. 6.

5 o Le quantità lequale sono dette hauer la proportionalità continua, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti, ouero che sono equali, ouero che equalmente senza interruptione se soprauanzano, ouero sminuiscono.



Suppose la diuisione delle proportionalità, per continua & discontinua l'Autor diffinisce li membri che diuidono, et primamente la continua, o per dire meglio suppone la diuisione delle quantità proportionale, per continue & discontinue proportionale, lui non diffinisse la continua proportionalità, ne la discontinua, ma le quantità continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionalità, & della discontinua assai è manifesta per la diffinitione delle quantità continue proportionale, & delle discontinue. ma la continua proportionalità è quando in qual proportione la prima (de quante quantità si voglia de uno medesimo genere) antecede la seconda in la medesima, la prossima consequente antecede una delle altre, come exempli gratia quando dicessimo si come è della. a. alla. b. così è della b. alla c. & della c, alla d, & ciascuna di quelle serà antecedente, & consequente eccetto la prima lequale è solamente antecedente, & la ultima lequale è solamente consequente. & in questa proportionalità è necessario tutte le quantità esser de uno medesimo genere per la continuatione delle proportione (impero che'l non è proportione in fra le quantità de diuersi genere) & questa serà al manco in tre termini constituida, ma la discontinua è quando de quatro quantità (ouer seranno tutte de uno medesimo genere, ouer le due prime de uno, & le due ultime de un'altro,) in qual proportione la prima antecede la seconda in quella medesima la terza antecede la quarta come quando dicessimo si come è della a. alla. b. così è della c, alla d. et serà qualunque di quelle, ouer solamente antecedente, ouer solamente consequente ne etiam è necessario che siano tutte quatro de uno medesima genere, si come in la proportionalità continua, imperoche il consequente della prima proportione non è continuado allo antecedente della seconda, ma è possibile che siano de uno medesimo genere, & è possibile che siano de diuersi perche si come accade trouarse una linea doppia a un'altra, ouero treppia, così accade trouarse una superficie ad un'altra superficie, & un corpo ad un'altro corpo, & così un tempo a un tempo, & un numero ad un numero.

Vista che cosa sia le proportionalità decima, et la discontinua episamo la sopra scritta diffinitione delle quantità continue proportionale, la qual dice che le quantità continue proportionale sono quelle, delle quale li multiplici tolti equalmente, ouer che sono tra loro equale, ouer che senza interrumpimento equalmente si soprauanzano, ouer manchano, exempli gratia, siano le tre quantità d'un medesimo genere

tere.a.b.c. alequale siano tolte le.d.e.f.equalmente multiplice, cioe che si come la. d. è multiplice alla .a. che cosi la. e. sia multiplice alla.b. & la.f. alla.c. & seranno tutte in el medesimo genere (perche le multiplici, & le submultiplici sono in uno medesimo genere, & sia che le.d.e.f. ouer che le siano equale fra loro, ouer che le siano simile nel sopranauzare, ouer mancare, cioe che si come la.d. auanza sopra alla.e. ouer manchi da quella, cosi la.e. auanzi sopra alla.f. ouer manchi da quella, dico che quando queste multiplici seranno a questo modo le tre quantità. a.b.c. seranno continue proportionale. ma nō intendere le multiplici esser simile nel soprabondare, ouero nel mancare in quanto alla quantità delli eccessi, ma in quanto alla proportione, perche altramente la diffinitione seria falsa, perche di qualunque quantità (di uno medesimo genere che si eccedano per differentie equale volte li multiplici equalmente, anchora li multiplici se eccedeno per differentie equale ouer desimilmente sono simili, nel superabondare & nel mancare, ouer mancare in quanto alla quantità delli eccessi, ouer differentie nientedimeno le prime quantità non sono continue proportionale, anci sempre delle minore quantità, è maggior la proportione, & questo adiuene perche li multiplici di quelle non se eccedeno similmente inquanto alla proportione, ma solamente in quāto alla quantità delle differentie perche etiam li maggiori multiplici e la proportione maggiore esempli gratia siano tolti tre numeri che se eccedino per differentie equale immediatamente cioe arithmetice come. 2.3.4. tutti multiplici questi 3 numeri tolti equalmente si eccedeno fra loro, li doppij se eccedeno per il binario & li treppij per il ternario & cosi la altri nientedimeno li tre numeri.2.3.4. non sono continui proportionali anci di dui minori è maggiore la proportione, perche la proportione di quelli è sesquialtera & di dui maggiori è sesquiertia. adonque perche fra quelli non è similitudine di proportione, & pero fra quelli non serà proportionalità ne continua ne discontinua adunque è manifesto che quella similitudine di sopragiongere ouer di diminuire ouer mancare non se intende in quanto alla quantità delle differentie, ma in quāto alla proportione, e per tanto il senso della soprascritta diffinitione serà in questo modo: le quantità continue proportionale son quelle delle quali tutti li multiplici equalmente tolti, sono continui proportionali: ma il non se pone esta diffinitione sotto questa forma perche altra se diffeneria tal cosa per quella medesima, ma quāto aspetta alla cosa, questo è conuertibile con la sua diffinitione: ma le tre quantità, a.b.c. bisogna esser di un medesimo genere, & questo che li multiplici di quelle fra loro siano equali, ouer che siano simili in superabondare, ouer in mancare perche se.a. & b. fussero di diuersi generi seriano etiam. d. et. e. (multiplici di esse. a. et b.) di medesimi diuersi generi per questa causa che li multiplici, e li submultipli si sono d'uno medesimo genere, per laqual cosa. d. non seria equale ne maggiore ne minore di.e. perche le quantità di diuersi generi non sono comparabile fra loro.

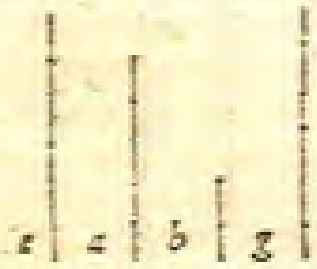


Il Traduttore.

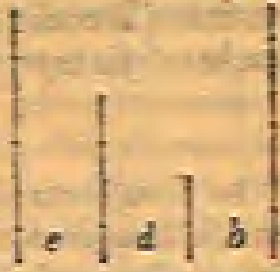
Questa soprascritta diffinitione se ritrova solamente in la prima traduttione la quale diffinitione, penso questo & tengo per fermo che la non sia di Euclide, per le tre ragioni. Prima perche tal diffinitione non ha in se alcuna ragione de diffinitione, perche ne secondo il modo che parla tal diffinitione, ne secondo che dice lo esposatore di quella puotemo conoscere, ouer dimostrar tre quantità continue, esser continue proportionale, & molto mi maraviglio del commentatore che nel diffinire tre quantità continue proportionale per tre quantità continue proportionale, cioe per le lor multiplici, ma voria saper da lui come poteo io conoscer, ouer dimostrar che li multiplici siano continui proportionali in le quantità continue non sapendo qual sieno le quantità continue proportionale, adonque non assignandone un proprio accidente di conoscer le quantità continue proportionali, non sapremo conoscer che li multiplici che son per quantità siano continui proportionali adonque tal diffinitione non manifesta la cosa diffinita, la seconda ragione che la non sia di Euclide è che di tal diffinitione non se ne serue in loco alcuno per tutta l'opera sua, perilche tal diffinitione (quando che bene fusse buona) seria cosa frustra, & il costume di Euclide (come piu volte e stato detto) non è di mettere cosa alcuna frustatoria, La tertia ragione è che tal diffinitione non si ritrova nella seconda traduttione, per ilche tengo che la sia stata aggionta d'alcuno che si persumeva di sapere, ma alcuno potria dire tal diffinitione esser pur dell'Autore, ma che la non si puo diffinire altramente, io rispondo che quando tal diffinitione gli fusse stata bisognosa in qualche propositione, ben l'haveria saputa ritrovarne parte, come in fine della sequente se dirà.

Diffinitione. 7.

6/6 Le quantità lequale seno dette esser secondo una proportione, cioe la prima alla seconda, come la tertia alla quarta, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti alla prima & tertia, comparati alli multiplici equalmente tolti alla seconda & quarta, seranno simili ouer in eccedere, ouer mancare, ouer in equaliarse tolti in quel medesimo ordine.



Posta dispora la, diffinitione delle quantità continue proportionale quini pone la diffinitione delle proportionale discontinue, & è che di qualunque quattro quantità delle quale seranno tolti li multiplici equalmẽte alla prima, & tertia, e similmente li multiplici equalmente alla seconda, & quarta, & serà che il multiplice della prima sia cosi al multiplice della seconda (in quãto al eccedere ouer mancare, ouer alla equalità) si come il multiplice della tertia al multiplice della quarta, la proportione della prima di quelle alla seconda serà si come della tertia alla quarta, esempli gratia siano le



no le quattro quantità a.b.c.d. & siano tolti, alla prima & tertia (l'equale sono. a. & c.) li multiplici equalmente (come sonia a dire doppij) li quali siano, e, & f, & similmente alla seconda & quarta (li quali sono, b, & d,) siano tolti li multiplici equalmente (come sonia a dire treppij) li quali siano, g, & b, & sia che questi quattro multiplici così tolti (comparati fra loro secondo l'ordine delle prime quattro quantità, cioè che la, e, sia comparata alla, g, & la, f, alla, b, & non la, e, alla, f, over la, g, alla, b, siano simile nel auanzare, diminuire & equalizare, cioè che se la. e. excede la, g, che similmente la, f, excede la, b, ouero che se la, e, mancasse della, g, similmente la, f, mancasse della, b, ouer che se la, e, è equale alla, g, che similmente la, f, sia equale alla, b, all'hora la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla. d.

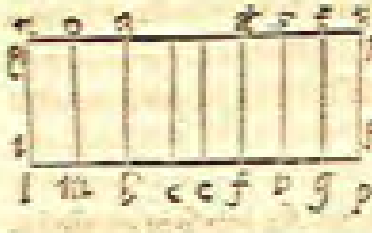
† Ma la similitudine del sopra aggionger, ouer diminuir, sia intesa in questo loco si come in la diffinitione delle quantità continue proportionale, che non inquanto alla quantità delli excessi, ma inquanto alla proportione, & quelle parte che dicemo tolte in quel medesimo ordine, sia intesa si come è stato exposto, cioè che li multiplici non siano referti insieme secondo l'ordine di quelle quantità dalle quale forono stati tolti multiplici equalmente, cioè che'l multiplice della prima non sia referto al multiplice della tertia, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, ma siano referti secondo il primo ordine di quelle quattro quantità, cioè il multiplice della prima al multiplice della seconda, & lo multiplice della tertia al multiplice della quarta, serà adonque il senso di questa diffinitione in questa forma. quattro quantità son proportionale diconsimile, cioè la proportione della prima alla seconda, & si come della tertia alla quarta quando che li multiplici tolti equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici tolti equalmente alla seconda, & quarta, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come è del multiplice della tertia alla multiplica della quarta: ma non ha voluto diffinire suto questa forma per la causa predetta, auenga che quanto aspetta alla cosa sia el medesimo, ma non è necessario che le quattro quantità. a. b. c. d. siano d'un medesimo genere: impero che la. b. non è continuata in proportione con la. c. ma può esser le due prime d'un genere, & le due seguente d'un altro. per laqual cosa è manifesto che gli necessario esser referto lo multiplice della prima allo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza al multiplice della quarta, & non lo multiplice della prima allo multiplice della terza, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, perche lo multiplice della prima & della terza non sono sempre d'un medesimo genere, ne etiam il multiplice della seconda & della quarta, ma el fu necessario torre li multiplici equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, et non li multiplici equalmente alla prima & seconda, ne ancora li multiplici equalmente alla terza & quarta, perche per il suo de multiplici non è

continuati

continueri li termini della prima proportione con li termini della seconda non sarà perche cosi sia la proportione della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.

Il Traduttore.

La soprascritta esposizione senza dubbio è uno misto de dui auctri Commentatori, perilche la meglio dividere in due parti, la prima parte serà dal principio de tal esposizione, fin a questo segno ☩ & la seconda serà dal medesimo segno per fin al fin di detta esposizione. Hor dico che colui che describe la prima parte veramente intende Euclide, perche in essa espone benissimo & sufficientemente il vero senso di tal diffinitione, & non accade intendere nelli multiplici nisse di quelle conditioni che si narra nella seconda parte, ma bisogna intenderle largo modo, come in essa prima parte se declara, laqual cosa se manifesta per molti lochi dove che Euclide si serve di questa tal diffinitione, cioè nella quarta, settima, & undecima propositione di questo quinto libro, similmente nella prima del sesto & nella.25. dello undecimo. Ma la seconda parte (quale credo sia una giunta del Campano) non solamente incurba il vero senso de tal diffinitione, ma confonde totalmente lo studente che l'non sa dove el sia con tante sue condizioni & articuli di poca verità, & acioche questo liquidamente appara, metteremo in campo sotto brevità la prima parte della prima propositione del sesto libro (per esser molto a proposito per dar ad intendere bene questa diffinitione) cioè siano li dui parallelogrammi.a.b.c.et d.e.f. de equal altezze, & fra le due linee equidistante.g.b. & a.k. hor concludo che queste quattro quantità, cioè li dui parallogrammi.a.b.c. & d.e.f. & le sue due base.b.c. & f.e. sono in una proportione perche li multipli tolti & comparati secondo l'ordine di questa soprascritta settima diffinitione hanno quella similitudine & condizione che in essa si ricerca, laqual cosa dimostreremo in questo modo. Batezaremo primamente la basa.b.c. per prima quantità, & la basa.f.e. per seconda, & lo parallelogrammo.a.b.c. per terza & lo.d.e.f. per quarta & procederemo in questo modo, pigliaremo della linea.b.l. una parte che sia multiplice alla basa.b.c. in che numero ne piacerà, ma per il presente la toremo duppia, & sia la linea.b.l. & quella dividerò in parti equali alla basa.b.c. in punto.m. & dalli dui punti.l. & .m. condurò le equidistante alla.a.b. le quale siano.l.n. & .m.o. & compirò le superficie de equidistanti lati.n.m. & o.b. & serà ciascuna de quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla superficie.a.c. per laqual cosa si come la linea.b.l. multiplice alla.b.c. così la superficie.n.b. è multiplice alla superficie.a.c. cioè che l'una e l'altra è duppia & così volemo haver tolti li multipli equalmente alla prima & terza. Similmente ancora pigliarò una parte della linea.f.e. che sia multiplice alla basa.f.e. secondo che numero ne piace, ma per el presente la toremo treppia, & sia la linea.f.p. laqual dividerò per in parte equale alla linea.f.e. nelli duo punti.q.r. & torrò dalle tre punti.p.q.r. tre linee equidistante alle linee.a.d.f. le quale siano.r.s.q.t. & p.u.et cadauna delle tre superficie.d.r.s.q. & t.p. serà equal alla superficie.d.



e.(per

e. (per la detta trigesima sesta del primo) debbe esser la superficie. d. p. serà così multiplice alla superficie. d. e. si come la linea. f p. alla linea. f. e. cioe treppia, & così vedemo haver tolti li multiplici equalmente alla seconda & quarta. Hor comparando il multiplice della prima (cioe la linea. l. b,) al multiplice della seconda (cioe alla linea. f. p. & lo multiplice della tertia (cioè la superficie n. b,) al multiplice delle 4. (cioè alla superficie. d. p.) hanno ogni similitudine che recerca la soprascritta diffinition, cioe che se la linea. b. l. è maggior della linea. f. p. anchora la superficie. n. b. (per la trigesima sesta del primo) de necessità serà maggiore della superficie. d. p. & se la è minore, minore. & se la è equale, equale, perche seguita che le due basi. b. c. & e. f. & le due superficie. a. b. c. & d. e. f. siano in una proportione (per questa soprascritta diffinitione) che è il proposito. Si vede adonque che quella similitudine di eccedere, diminuire, & equaliare se piglia, largo modo, & non se ha rispetto che tal eccedere, over diminuire sia ne secondo la quantità del eccesso, ne secondo la proportione, come vuol la seconda parte, ne etiam si debbe, ne si può dar a tal diffinitione quel senso che in la detta seconda parte se conclude (qual dice così) di continue proportionale sono quattro quantità, & la proportion della prima alla seconda e si come della tertia alla quarta quando li multiplici tolti come se propone, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come del multiplice della tertia al multiplice della quarta. Perche il se diffineria tal cosa per quella istessa, per il che la cosa diffinita insieme con la diffinitione veriano a restar equalmente ignote. exempli gratia, se io non sa conoscer in le quattro proposte quantità se quelle siano proportionale, manco saprò io conoscer ne dimostrar tal cosa nel li quattro multiplici che son per quattro quantità, vero è che non tal senso potria admettere per proposition (per esser demostrabile) & seria il converso della quarta proposition di questo, & se dimostraria per mezzo di questa settima diffinition procedendo per lo converso modo della quarta di questo, reducendo lo adversario allo impossibile, ma per diffinitione non è a proposito. Et nota che questa settima diffinitione parla alquanto piu correttamente nella seconda tradottione qual dice in questa forma.

Le grandezze se dicono esser in una proportione, cioè la prima alla seconda, & la tertia alla quarta quando li multiplici tolti equalmente alla prima & tertia comparati alli multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta che insieme si eccedino, over che insieme siano equali, over che insieme manchino, nientedimeno, in sostantia son conforme.

Il Tradottore.

Quando che al Autore fusse stato necessario a diffinire le quantità de continua proportionalità facilmente lui le potena diffinire in questo luoco vertuosamente, cioè, per accidenti propry in questo modo.

Tre quantità si dicono haver proportionalità continua, quando che li doi multiplici equalmente tolti alla prima & alla seconda comparati alli doi multiplici

equalmente

equalmente tolti alla medesima seconda & alla tertia, siano simili in quanto alle auanzare diminuire & equaliare.

In questa diffinitione se potria chiamar proposition perche quello che hauemo detto se potria dimostrare per la precedente diffinitione pigliando la seconda in loco di seconda e tertia, mal Autor non l'ha posta, o per non hauerne dibisogno, ouer perche la precedente satisfa per l'una e per l'altra.

Diffinitione. 8.

7/7 Le quantità, che hanno una medesima proportione sono dette proportionale.

Il Traduttore.



Esempli gratia, se la proportione della quantità, a, alla quantità, b. fusse si come della quantità c. alla quantità d. le dette quattro quantità scriuemo dette proportionale.

Diffinitione. 9.

8/8 

Quando che seranno tolti li moltiplici equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, & che'l multiplice della prima sopranzarà il multiplice della seconda, e che lo multiplice della tertia non sopranzarà il multiplice della quarta, all'hora la prima se dirà hauere maggiore proportione alla seconda, che la tertia alla quarta.

Il Traduttore.

Sopra a questa nona diffinitione (in la prima traduttione) se ritroua una esposition, laqual è pur assai mista de doi varij commentatori (si come era etiam sopra la settima) perche in quella son alcune parti che bene esplicano il senso di tal diffinitione, ma poi ne ne sono state interposte, ouer mescolate con quelle tante altre piene di zanze inutile e fuora di proposito che non solamente occultano le dette parti bone, ma accecano talmente il studente che'l non sa dove el se sia, per tanto acciochè il detto studente non entri in tal errore hauemo separato la luce dalle tenebre, cioè le parti che rettamente parlano da quelle che non rettamente dicono.

Diffinite le quantità proportionale el diffinisse le quantità disproportionale, ma le disproportionale sono quelle fra lequale è la dissimilitudine delle proportioni, laqual cosa puo accadere in doi modi, ouero perche maggiore è la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, ouer perche è minore, e però di quelle ne sono due specie, la prima quando egliè maggiore la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta, & questa è detta disproportionalità maggiore, & la seconda è quando che egliè minore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, & questa è detta disproportionalità minore, el diffinisce adonque quelle quantità, fra lequale è maggiore la proportione della

prima

prima alla seconda, che della tertia alla quarta laqual è la maggiore disproportionalità, ma la diffinitione di quelle fra lequale è minor la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta lui non l'ha posto, perche quella è manifesta per l'altra.

Quando adonque seranno quattro quantità dellequal siā tolti multiplici equalmente alla prima, & tertia, & li multiplici equalmente alla seconda &. 4. et che li multiplici della. 1. &. 2. comparati insieme non seran simili nel ecceder, diminuer & equaliare alli multiplici della tertia & della quarta quelle quattro quantità seranno disproportionale, & se'l multiplice della prima serà maggiore del multiplice della seconda, et che'l non sia necessario che'l multiplice della tertia sia maggiore del multiplice della quarta all'hora serà maggiore la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta, perche in nisun loco è maggiore la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della tertia alla quarta, che'l nō accaschi sempre a trouarse alcuni multiplici equalmente tolti alla prima & alla tertia liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici equalmente tolti alla seconda e quarta, se ritrouerà il multiplice della prima sopraauanzare il multiplice della seconda, & lo multiplice della tertia nō sopraauanzerà il multiplice della quarta, ne in loco alcuno accaschi ritrouar questo, che'l non sia maggiore la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, come dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo, & queste quantità disproportionale possono essere de diuersi generi, si come anchor le quantità proportionale discontinue, come se'l se dicesse la proportione della. a. alla. b. è maggiore che della. c. alla. d. ma se la disproportionalità serà continua di necessità seranno tutte d'un medesimo genere (si come nella continua proportionalità) come se'l se dicesse maggiore è la proportione della. a. alla. b. che della. b. alla. c.



Il Tradottore.

Le soprascritte sono le parti che ben esplicano il senso della soprascritta diffinitione, & non accade di descriuere le parti che non rettamente parlano, perche volendole narrare a una per una, & volendole poi riprobrare gli andaria da dire assai, ma se pur alcuno haverà accaro di vederle, potrà satisfarse in essa prima traduttione Latina.

Diffinitione. 10.

9/9 Ma la proportionalità è constituita almanco fra tre termini.

Dapoi che l'Autor ha diffinito la proportione, & proportionalità & le quantità proportionale, el ne dimostra il minimo numero di termini fra liquali può star la proportionalità et non mette il massimo, perche quello non si può assignare, perche

che qualunque proportione puo essere continuata in infiniti termini o sia proportione rationale, ouer irrationale, ma alla proportionalità è necessario almanco due proportioni simile, imperoche la proportionalità è similitudine di proportione, & qualunque proportione ha lo antecedente & lo consequente, adonque qualunque proportionalità ha al manco doi antecedenti & doi consequenti, laqual cosa è impossibile farse in manco di tre termini in liquali il medio di quelli vien a esser antecedente & consequente, & pero la proportionalità serà continua, per laqual cosa la proportionalità continua è costituida al manco fra tre termini, ma la discontinua nō serà in manco di quatro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, ouer consequente, il medesimo se intende del minor numero di termini della disproportionalità, perche se la serà continua serà al manco fra tre termini, se la serà discontinua almanco fra quatro.

Diffinitione. II.

10 10 Se seranno tre quantità continue proportionale, la proportione della prima alla tertia se dirà proportione duplicata della prima alla seconda.

L'Autor diffinisse la proportione che è fra li estremi termini de l'a continua proportionalità constituida in tre termini, & dice che se l'serà la proportione dello primo termine allo secondo, si come è dello secondo allo tertio, che la proportione del primo al tertio serà si come è dal primo al secondo duplicata, cioè composta de due tali, ouer (che è quel medesimo) la proportione del primo al tertio serà si come del primo al secondo duplicata, cioe in se multiplicata, exempli gratia, in numeri, siano tre numeri continui proportionali, et siano continuatamente doppii como. 2.4.8. la proportione del primo al tertio serà si come la proportione del primo al secondo in se multiplicata, & la proportione del primo al secondo è dupla, & la dupla in se multiplicata produce una quadrupla, onde la proportione delli estremi è quadrupla, cioè il doppio del doppio, ouer (secondo la prima esposizione) la proportione delli estremi è si come la proportione del primo al secondo duplicata, perche la quadrupla è composta de due dupple.

Il Traductore.

El Campano nella soprascritta esposizione (se tal esposizione è del Campano) commette piu errori, l'uno de quali è questo, che de diffinitione lui la reduce in proposizione, perche lui dice che Euclide dice che se la proportione del primo termine al secondo serà si come del secondo al tertio, che la proportione del primo al tertio serà doppia a quella che è fra al primo e il secondo, & io dico che Euclide non dice, che la sia doppia a quella, anzi lui diffinisse che la se dirà doppia a quella, cioe che nelle cose seguente, ouer che per l'advenire il doppio d'una proportione si debbe intendere secondo che lui diffinisse in questa diffinitione e non altramente, ma se lui concludesse che la fusse il doppio di quella (come vol il Campano) la non seria diffinitione

nitione anci seria una propositione, & bisognaria che lui demostrasse che la fusse il doppio di quella, & volendola dimostrare, bisognaria prima sapere, ouer diffinire che cosa sia il doppio d'una proportione, perche non seria possibile a dimostrar che una proportione fusse doppia a un'altra che non sapesse prima come se intenda il doppio d'una proportione. Alcuno potria dire che egli e cosa notissima, che cosa sia il doppio d'una cosa. io rispondo che egli il vero in le quantitade: ma non gia in le proportioni, perche il doppiare delle proportioni, non seguita ne rifona al audito, secondo l'ordine del doppiare delle quantità (massime de numeri) eccetto che nella proportione doppla, cioè che il doppio d'una proportione doppla fa una quadrupla, si come anchora il doppio di 2. (numero) fa 4. ma el non seguita questo in alcun'altra specie di proportione, perche il doppio di una tripla non fa una sextupla (si come che il doppio di tre fa sei) anci fa una nonupla, & similmente il doppio di una quadrupla non fa una octupla anci fa una sedecupla, & tutto questo se trouerà cosi esser per la sopradetta diffinitione, e per tanto fu necessario a diffinire come si debba intendere il doppio d'una proportione nelle cose che seguita, ouer che se hanno da dire, perche inuero se l'Autor non hauesse diffinito tal cosa, lo studente se potria ingannar grandamente, cioe pigliar tal doppiar secondo lo indoppiare di numeri, cioe pigliar, ouer intender che il doppio d'una tripla fusse una sextupla, laqual cosa non seguita, come di sopra è detto, anchora per un'altra ragione fu necessario a Euclide diffinire tal cosa perche senza tal diffinitione il non se haueria potuto dimostrare la decima ottaua del sesto, laquale dice che sel serà dui triangoli simili che la proportione di l'uno all'altro e si come la proportione duplicata di qual si voglia lato di l'uno al suo relativo lato di l'altro, laqual cosa se dimostrarà per mezzo di questa soprascritta diffinitione.

Anchora bisogna notare equalmente questa & quasi tutte le altre diffinitioni di questo quinto libro. Euclide le ha poste in specialità per le quantità continue e nō per li numeri, & se cosi non fusse Euclide non haueria replicato questa & molte altre nel settimo, nelli numeri, e pero queste non si deueriano esemplificare con numeri, ma con quantità continue, cioe con linee, vero è che lo esemplificare con numeri molte volte giona, & fa capire la cosa, ma molte volte è nocivo nelle propositioni et dimostrationi geometrice, perche spesse volte il studente che vede con la esperientia de numeri verificarse la propositione proposta, non si cura de intendere quella per demostratione, & non aduertisse ne considera che'l non se intende che l'huomo sappia quelle cose che non intende per demostrationi (come fu detto in principio) l'altra, spesse volte l'huomo che in tutte le cose se vol fondare sopra la esperientia de numeri, molte volte, ouero che'l si confonde, ouero che el se inganna, massime in quelle cose, che si dicono in specialità per le quantità continue, & questo è interuenuto al Campano sopra la settima & nona diffinitione di questo (se tal espositioni son del Campano: perche el non trouaua nelle sue esperientie de numeri verificarsi sempre nelli moltiplici, quello che lui pensaua che volesse dire Euclide, (ma non quello che Euclide diceua, perche se hauesse esperimentato secondo, che

Euclide

Euclide dicena lui haueria trouato quello che il detto Euclide diceua,) per ilche ui sopragiunse tante uarie conditioni, nel soprauanzare e diminuire di multiplici, & massime sopra la noua similmente per fondarse coralmente sopra la esperientia & accidenti de numeri non pur tolerare, che la proportione della prima alla terza di tre quantità continue proportionale se dica dupplicata alla proportione che è dalla prima alla seconda (come di sopra appare) perche la denominatione di tal propositione, nelli numeri non ritroua allo andito si come il doppiamento di numeri, & pero uuole che la se dica in se multiplicata, & non considera che nelle quantità continue non habiamo sempre notitia delle denominationi delle lor proportioni, perilche non se possemo gouernare in quelle per le sue denominationi, come se manifesta sopra la detta decimaottaua del sesto & in molti altri loci, ideo.

Diffinitione. 12.

11/10 Quando seranno quattro quantità continue proportionale, la proportione della prima alla quarta se dirà proportione della prima alla seconda triplicata.

Il Traduttore.

a
b
c
d
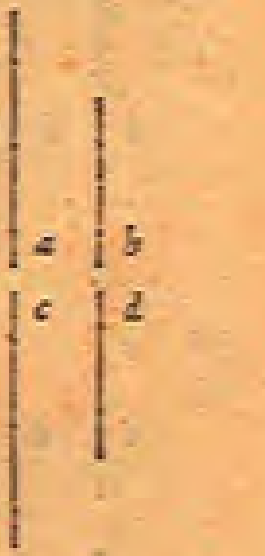
El Campano similmente nel esponere questa diffinitione incorre nelli medesimi errori della passata, cioe de diffinitione la reuina in propositione, & similmente per fondarse sopra il replicare de numeri pare a lui che tal diffinito ne uó ben suoni a chiamarla triplicata, anci pare a lui che responderia meglio a dire che la proportione della prima alla quarta sia si come quella della prima alla seconda in se dapoi nel producto multiplicata, ma uorria saper da lui con che gratia di parlare (con tal sorte di diffinitione) se potria dettare la trigesima sesta propositione del undecimo, ma per non abondare in scrittura (troncando le cose superflue) esponeremo simplicemente la soprascritta diffinitione, dico adonque che hauendo Euclide nella precedente diffinito come si deb ba intendere il doppio, ouer il dopplicare d'una proportione nelle quantità continue, al presente in questa diffinisse, come si debbia intendere il treppio, ouer il replicare d'una proportione, & dice come di sopra le sue parole sonano, cioe che'l serà quattro quantità continue proportionale che la proportione della prima alla quarta se dirà treppia a quella che è dalla prima alla seconda, esempli gratia, siano le quattro quantità continue proportionale a.b.c.d. & sia supposta la.a. prima. b. seconda. c. terza. d. quarta dice che la proportione della.a. alla.d. se dirà per l'adonnire il treppio della proportione che è dalla.a. alla.b. cioe treppiata a quella, & cosi se debbe intendere il replicare, ouer il treppio d'una proportione, perche secondo que sto modo, & secondo questa diffinitione se intende, & se dimostra la trigesima sesta propositione del undecimo libro.

Diff-

Diffinitione. 13.

12 Le quantità che sono in una ꝓportione, lo antecedente al conseqẽ-
11.12 te, & lo antecedente al conseqente, se dirà è contrario, si come lo con-
13. sequente allo antecedente, cosi lo conseqente allo antecedente: simil-
mente permutatamente, si come lo antecedente allo antecedente, cosi
anchora lo conseqente al conseqente.

Il Tradottore.



Qui incomincia l'Autor ne inconomcia a diffinire le specie della proportionalità, lequale nella prima tradottione sono sette (aben che il Campano dica sei) ma nella seconda tradottione sono undeci, la prima dellequale è detta (semplicemente) proportionalità: le altre dieci se dicono proportionalità, conuersa, permutata, sꝯiũta, diſgiũta, euersa, equa, ordinata, mordinata, diſtesa, & perturbata, come nelle seguente diffinitione appare, el diffinisse adonque sotto breuità la prima, seconda, & tertia specie, & dice che le quantità che sono in una proportione (cioe semplicemente proportionale) se intende lo antecedente al conseqente, si come lo antecedente al conseqente, cioe la prima alla seconda, si come la tertia alla quarta, perche il primo termine della proportione se chiama antecedente, & lo secondo conseqente: ma acio meglio ui intendi, siano li quattro quantità. a.b. c.d. & sia supposto l.a. prima. b. seconda. c. tertia & .d. quarta, hor dico che se si concludesse (semplicemente) tal quantità esser proportionale, l'Autor uol che tal conclusione se intenda che lo antecedente .a. al suo conseqente. b. sia si come lo antecedente. c. al suo conseqente .d. (cioe la prima alla seconda esser si come la tertia alla quarta) & questa tal similitudine di proportione e detta semplicemente proportionalità, ma quãdo che el se concludesse (come si fa nel correlario della quarta propositione di questo) che le dette quattro quantità fussino proportionale al contrario l'Autor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo conseqente. b. allo suo antecedente .a. sia si come lo conseqente .d. al suo antecedente. c. cioe dalla seconda alla prima come dalla quarta alla tertia, & tal similitudine di proportioni, (a differentia dell altra di sopra detta) se adimanda proportionalità cõuersa, ouero al contrario, ma quando che el concludesse (come si fa nella sestadecima di questo) che le dette quattro quantità fussino permutatamente proportionale, lo Autor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo antecedente .a. allo antecedente. c. sia si come el conseqente. b. al conseqente. d. cioe della prima alla tertia, esser si come della seconda alla quarta, & tal similitudine di proportioni. (a differentia delle altre specie) è detta proportionalità permutata.

Diffinitione. 14.

13
14 Ma ogni uolta che si come lo antecedente con il conseqente al con

seguente cosi sia anchora lo antecedente con il consequente al conse-
quente se dice proportionalità congionta.

Il Tradottore.

Questa l'Autor diffinisse che ogni volta che'l congionto del antecedente con il
consequente al consequente, habbia tal proportione come lo congionto
d'un altro antecedente con el suo consequente, al detto suo consequente
(cioe che il congionto della prima quantità con la seconda habbia tal
proportione alla seconda si come lo congionto della terza & quarta al
la quarta) tal similitudine di proportioni se dice proportionalità con-
gionta, e pero quando che'l si concludesse (come si fa nella decimaotta-
va di questo) che le sopra dette quattro quantità a.b.c.d. fussino congiõ
tamente proportionale, tal conclusion si debbe intender che il congion-
to della a. & b. (insieme) alla b. havere tal proportione, come il con-
gionto della c. & d. alla d.

a
b b

Diffinitione. 15.

14 c
15 d d

Ma la equal comparatione delli augmenti delli antecedẽ
ti sopra li consequenti a essi consequenti se dice proportio-
nalità disgionta.

Il Tradottore.

Questa è quasi al contrario della precedente, perche in quella se
compone, & in questa se discompone, exempli gratia, se per caso fusse
quattro quantità a.b.prima.b.seconda.c.d.terza & d.quarta, et che
la proportione della a.b. alla b. fusse si come della c.d. alla d. & che da
questo il si concludesse (come si fa nella decima settima di questo) tal
quantità essere disgiontamente proportionale, l'autor vuole che tal
conclusione se intenda che la differentia che è dal antecedente a, b, al
suo consequente b. (cioè la semplice a.) a esso cõsequente b. esser si come
la differentia che è dal antecedente c.d. al suo consequente d. (cioe la
semplice c.) a esso consequente d. tal similitudine di proportioni se dice
proportionalità disgionta.

a c
b d
b d

Diffinitione. 16.

15 La similitudine delle proportioni di qual si voglia antecedenti alli
16 suoi augmenti sopra li suoi consequẽti, se dice proportionalità euersa.

Il Tradottore.

Exempli gratia, se la proportione della a.b. alla b. fusse si come della c.d. alla d.
& che da questo il se concludesse tal quantità esser euersamente proportionale, l'Au-
tor

tar vuole che tal conclusione se intenda che la proportione dello antecedente a.b. alla semplice a. (cioe alla differētia che e dalla a.b. alla semplice b.) esser si come la proportione dello antecedente, c, d, alla semplice c. (cioe alla differentia che e dalla c.d. alla semplice d.) & tal similitudine di proportioni, se chiama proportionalità eversa.

a b
c d

Diffinitione. 17.

16 17 Proposte piu quantità & altre secondo il medesimo numero, applicate a due a due in una proportione, e remosso equal numero di termini di mezzo, la similitudine delle proportioni dell'uno, e l'altro di duoi è duoi estremi, se dice proportionalità equa.

Il Traduttore.

L'Autor dice che quando fussero proposte piu quantità dall'un lato, (come seria a dire per exempio le tre. a.b. c.) & altretante dall'altro (come seria a dire le altre tre. d.e.f. o siano del medesimo genere, over d'un altro non importa) & che le seconde siano applicate a due a due in una medesima proportione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come se propone nella vigesima seconda di questo) cioe che dalla. d. alla. e. fusse si come dalla a. alla b. et dalla e. alla f. si come dalla b. alla c. over per ordine contrario (come se propone in la vigesima tertia di questo) cioe che la proportione della d. alla e. fusse si come della b. alla c. & dalla e. alla f. si come dalla a. alla b. & che da questo se concludesse (come si conclude in la detta vigesima seconda & vigesima tertia di questo) che le dette quantità fussero proportionale in la equa proportionalità, l'Autor vuole tal conclusione se intenda, che li estremi sono proportionali, cioe la proportione dalla a. alla c. esser si come dalla d. alla f.

a b c
d e f

Diffinitione. 18.

o 18 La proportionalità è ordinata quando che lo antecedente al consequente serà si come lo antecedente al consequente, & lo consequente a un'altra cosa, come il consequente a un'altra cosa.

Il Traduttore.

L'Autore ne advertisse come si debba intendere la proportionalità ordinata in duoi ordini di quantità, exempli gratia, se la proportionalità della a. alla b. serà

si come della a.c. alla d.f (cioe lo antecedente a. al suo conseguente b. si come lo antecedente c. al suo conseqnente d.) & che lo conseqnente b. habbia tal proportione a unaltra cosa (poniamo alla e.) si come lo conseqnente d. a unaltra (poniamo alla f.) il uuole che questa specie di proportionalità sia intesa ordinata.



Diffinitione. 19.

La proportionalità inordinata e quando l'antecedente al conseqnente serà come l'antecedente al conseqnente, & il conseqnente a unaltra cosa, come unaltra cosa all'antecedente.



Il Traduttore.

Essempli gratia', essendo le quattro quantità a.b.c.d. & che la a. fusse suppposta prima b. seconda c. terza e d. quarta, et che la proportione della antecedente a. al suo conseqnente. b. fusse si come quella del antecedente c. al suo conseqnente d. & che da poi il se trouasse, ouer approuasse che lo conseqnente b. hauesse tal proportione a unaltra cosa (poniamo alla e.) si come hauesse unaltra cosa (poniamo f.) allo antecedente c. tal proportionalità è detta inordinata.
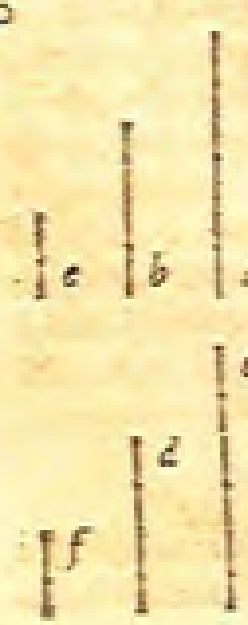


Diffinitione. 20.

La proportionalità diffesa e quando uno antecedente a un conseqnente serà si come uno antecedente a uno conseqnente, ma serà si come lo conseqnente a un'altra cosa così lo conseqnente a una altra.



Il Traduttore

Questa diffinitione pare in sostantia simile alla decimaottaua (cioe alla proportionalità ordinata,) perche l'una e l'altra uole che la proportion d'uno antecedente al suo conseqnente sia si come d'un altro antecedente a uno altro conseqnente, & che il conseqnente primo sia a un'altra cosa, si come lo secondo a un'altra cosa, che in vero el non uol dire altro che se la proportione del antecedente a. al suo conseqnente b. serà si come lo antecedente c. al suo conseqnente



d. ma
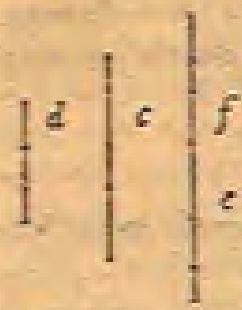
d. ma serie si come lo consequente b. a un altra cosa (poniamo al e.) si come lo consequente d. a. un altra cosa (poniamo al f.) come fu esemplicato sopra la decima ottava, non dimeno la decima ottava parla in genere, & questa, in specie, perche in la proportionalità distesa non solamente se intende che la proportione della e. alla b. sia si come c. della d. ma se intende che la sia anchora si come della b. alla e. & similmente della d. alla f. cioe che le due prime proportioni siano simili alle seconde, laqual cosa in uero non uol dire altro saluo che siano continue proportionale si le tre a. b e. come le tre c. d. f. ma in una medesima proportione & in la proportionalità ordinata, le due prime proportioni possono esser, & non esser simile alle due seconde.

Diffinitione. 21.

o
21



Ma la proportionalità perturbata, e quando che sia tre grandezze da una banda, & altre tante dall'altra, & che si come nelle prime grandezze sia lo antecedente al consequente cosi nelle seconde grandezze sia lo antecedente al consequente, & si come nelle prime grandezze è il consequente a un'altra cosa cosi nelle seconde e una altra cosa all'antecedente.



Il Tradottore.

Questa diffinitione della proportionalità perturbata pare in sostantia simile alla decima nona, cioe alla proportionalità mordinata, perche l'una e l'altra dice, che quando che sia si come lo antecedente al consequente (in tre quantità, ouer grandezze) cosi sia lo antecedente al consequente in tre altre, & si come sia il consequente (in le prime) a un'altra cosa, cosi sia un'altra cosa (in le seconde) all'antecedente, laqual cosa in uero non uol dire altro in l'una e l'altra saluo, che se la proportione della, a, alla, b, sia si come della c. alla d. & che dal consequente, b. a un'altra cosa (poniamo alla e.) sia si come un'altra cosa (poniamo f.) all'antecedente c. come fu esemplificado anchora sopra la detta decima nona, nientedimeno la proportionalità inordinata e differente dalla perturbata, si come è della ordinata, alla distesa, cioe la inordinata, parla in genere, o siano le due seconde proportioni simile, ouer diuerse dalle due prime, & la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simile fra loro ma che siano anchora simile alle due prime, cioe che la proportione dal b. al e. non basta che sia equale a quella che è dal f. al c. ma bisogna sia anchora equal a quella ch'è dal a. al b. ouer dal c. al d. (che è il medesimo) ma nella inordinata se intéde largamente o siano simile, ouer diuerse.

Il Tradottore.

Alcuno potria dire che fra la proportionalità distesa, & la perturbata non gli differentia alcuna, perche tutte le proportioni sono equale fra loro, io rispon-

do che inquanto alla similitudine delle proportioni non glie differentia alcuna, perche le tre prime, & le tre seconde quantità sono in l'una e l'altra continue proportionale, & in simile proportioni, nientedimeno lo argumentare per il modo della diffesa è differente da quello della perturbata, perche il modo del dire è del argumentare della diffesa procede rettamente secondo l'ordine delle prime suppoſte quantità, & la perturbata non procede cosi come per la sua essempio appare.

Il Tradottore.

Anchora bisogna advertire qualmente quelli modi di dire usitati nelle sopra-scritte specie di proportionalità, cioe conversamente, permutatamente, congiuntamente, disgiuntamente, conversamente, equalmente, ordinatamente, inordinatamente, &c. se applicano & usano anchora alla quantità disproportionale, & questo se manifesta dall'Autore nella vigesima sesta propositione di questo, & nelle altre seguente, perche nella detta vigesima sesta l'Autor conclude che le quattro quantità proposte in quella seranno conversamente disproportionale, & nella vigesima settima conclude il medesimo permutatamente, & nella vigesima ottava conclude pur il medesimo congiuntamente, & nella vigesima nona disgiuntamente, & nella trigesima conversamente, & nella trigesima prima equalmente nelle quantità ordinatamente disproportionale (quantunque l'Autor nol dica) & nella trigesima seconda nelle quantità inordinatamente disproportionale, come al suo loco si potrà vedere.

Il Tradottore.

Anchora bisogna notare qualmente tutte le propositioni di questo quinto libro nella prima tradottione nel dire sono differente a tutte quelle della seconda, in questo che dove nella prima dice quantità, nella seconda dice grandezze, over grandezze, la differentia di quali vocaboli, over nomi è questa, che questo nome quantità è nome generale per il qual se intende ogni specie di quantità o sia continua, over discreta, & questo nome grandezza, e nome speciale il quale se asserta solamente alla quantità continua, & aben che credo che tutto quello che l'Autor propone in questo quinto libro, lui lo propone semplicemente per le quantità continue (benche il medesimo se verifichi nelle discrete) & se cosi non fusse, superflue seriano state molte propositioni che ha proposte, over replicate nel settimo, nientedimeno per esser questo nome quantità più usitato tra vulgari che grandezza, quantità e non grandezza, nella nostra tradottione haverno tradotto, over detto, cioè haverne usato più li vocaboli, cioe il dir, over il proferir della prima tradottione che della seconda.

Theorema prima. Propositione prima.

1 Se seranno quante quantità si voglia equalmente multiplice de altre
1 tante, over de una in una equale, eglie necessario si come è una di quelle alla sua compagna cosi esser anchora tutto lo aggregato da quelle, 2 tutte quelle pur aggregate insieme.

Siano

Siano quante si voglia quantità (poniamo a,b,c,) dell'altre tante (lequale siano d.e.f.) equalmente multiplice (cadauna alla sua compagna) ouero che a una per una sian equale, cioe in questo modo, che si come la a. e multiplice alla d. così sia la b. multiplice alla e. similmente la c. multiplice alla f. ouer che se la. a. è equale alla d. che similmente la b. sia equale alla e. & similmente la. c. alla f. dico che si come che è la a. alla d, così sarà lo aggregato de tutte le prime (lequale sono a.b.c.) allo aggregato de tutte le seconde lequal sono d.e.f. & se a una per una sono equale egli è manifesto il proposito per questa communa scientia, se a cose equale sarà aggionto cose equale, le summe saranno anchora equale; ma essendo tutte alle sue compagne equalmente multiplice diuise quelle secondo la quantità delle sue submultiplice, lo aggregato della prima parte della a. & della prima parte della b. & della prima parte della c sarà equale allo aggregato delle d,e,f, (per la predetta communa scientia agiungendo con questa altra, quelle cose che a una medesma cosa sono equale fra loro sono equale, similmente anchora lo aggregato delle seconde parti delle quantità a. b. c. sarà per equale allo medesimo aggregato delle d.e.f. & così delle altre, & perche questo potra esser fatto tante volte, quante che la d. sia contenuta in la a. segurà, che lo aggregato della d.e.f. tante volte sia contenuto in lo aggregato delle a. b.c. quante volte la d. sia contenuta della a. perche adonque quante volte la d, numera la a. tante volte lo aggregato delle d,e,f, numera lo aggregato delle a.b.c. egli è manifesto che si come la a. è multiplice alla d. così è lo aggregato delle a.b.c. allo aggregato delle d.e.f. che è il proposito.



Theorema. 2. Propositione. 2.

2/2 Se seranno sei quantità delle quale la prima alla seconda, & la terza alla quarta siano equalmẽte multiplice, e la quinta alla seconda, & la sesta alla quarta siano pur equalmente multiplice, il composto della prima, & della quinta alla seconda, & il composto della terza, & della sesta alla quarta conuien esser equalmente multiplici.

Siano sei quantità a prima. b. seconda. c. terza, d. quarta. e. quinta. f. sesta, & sian la a. e. & la c. equalmente multiplice alla b. & alla d. & anchora la e. & la f. siano equalmente multiplice alle medesime, dico che si come che tutto lo aggregato della a. & c. è multiplice alla quantità b. così tutto lo aggregato della c. & f. è multiplice alla quantità d. perche il numero secondo il quale la b. è contenuta della a. è equale al numero secondo il quale la d. è contenuta della c. similmente anchora il numero secondo il quale la





b.e contenera dalla.c.equale al numero secondo il quale la. d.è contenuta dalla.f. (per communa scientia, che è sesa cose equale siano aggionte cose equale &c.) il numero secondo il quale la.d.è contenuta dallo aggregato della.a.& e.sera equale al numero secondo il quale la.d.è contenuta dallo aggregato della.c.& f.per laqual cosa si come che lo aggregato della.a.& e.è multiplice alla.b.cosi e lo aggregato della.c.et f.multiplice alla.d.che è il proposito.

Theorema. 3. Propositione.3.

3 3 Se il primo termine del secondo,& il terzo del quarto seranno equalmente multiplici, & siano tolti li multiplici equalmente al primo e al terzo, il multiplice del primo al secondo, & il multiplice del terzo al quarto seranno equalmente multiplici.
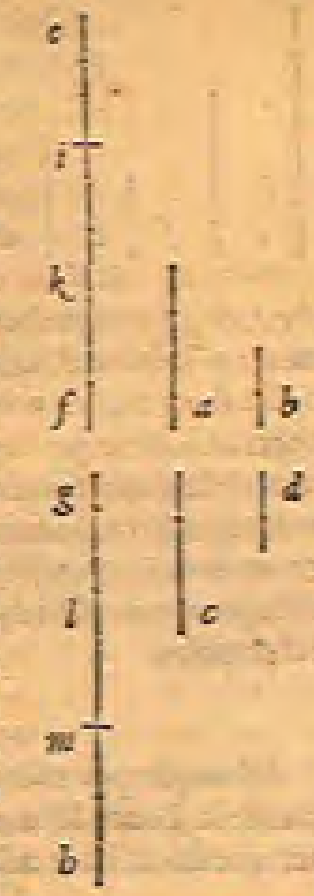


Siano sei quantità.a.prima.b.seconda,c,terza,d,quarta, e, quinta,f.sesta,e siano la,a,alla,b,& la,e,alla,d,equalmente multiplice, & ancora la,e,alla,a, & la,f,alla,c,equalmente multiplice, dico che si come che la.e.è multiplice alla, b, cosi è la,f,alla,d,perche se'l serà diuisa la,e,secondo la quantità della,a,sino submultiplice et la,f,secondo la quantita del la.c. & (per la equalità delle parti della,e,alla,a,& delle parti della,f, alla,c,) serà che quale si voglia delle parti della,e, sia cosi multiplice alla,b,si come quale si voglia delle parti della,f, alla,d, perche adonque si come che la prima parte della,e, e multiplice alla. b. come la prima parte della f,multiplice alla, d,& ancora si come che la seconda parte della,e, e multiplice alla, b, cosi è la seconda della,f, alla, d, adonque (per la precedente) lo aggregato delle due prime parti della,e, seran cosi multiplice alla,b,si come lo aggregato delle due prime parti della,f,alla,d, & perche ancora la parte terza della,e,(segli serà alcuna terza della,f,alla,d, & perche ancora la parte terza della,e,(segli serà alcuna terza parte) e cosi multiplice alla,b,si,come che la terza della,f, alla,d, (p la medesima precedente) seguita ch e tutto lo aggregato delle tre prime parti della, e,sia cosi multiplice alla,b,si come tutto lo aggregato delle tre prime parti della,f,alla, d,& cosi se fussino piu parti della,e,e della,f,componendo sempre le seguente con lo aggregato delle prime,concludendo che si come che è la,e, multiplice alla,b,cosi è la,f,alla,d,(per la precedente) volta tante volte quante parti siano state nella,f, ouero nella.f,manco una,& cosi è manifesto il proposito.

Il Traduttore.

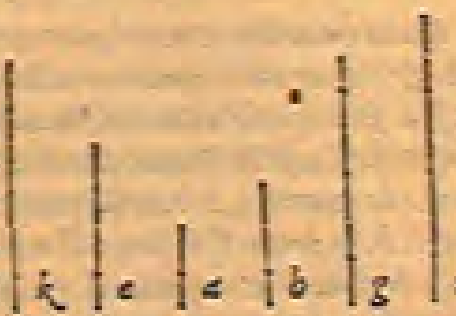
Anchora per un'altro modo sia il primo termine, a, del secondo, b, & similmente il terzo,c,del quarto,d,e qualmente multiplice (hor poniamo doppio) & siano

fimo tolti li duoi termini, e, f, & g, h, equalmente multi plici del, a, & del, c, (hor poniamo treppio) dico che il termine, e, f, del, b, & lo, g, h, del, d, sono equalmente multiplici, perche lo, e, f, del, a, & lo, g, h, del, c, son equalmente multiplici, adonque quante quantità sono nel, e, f, equale alla quantità, a, tante ancbora ne sono nella quantità, g, h, equale alla quantità, c, sia adonque diuiso, f, e in quantità equale alla, a, cioe in, e, i, i, k, & k, f, (perche fu presupposto che fusse treppio) & similmente, g, h, in quantità equale alla, c, cioe in, g, l, l, m, & m, h, che seranno pur per numero tre si come quelle della, f, e, (per esser presuppoſte equalmente multiplici) & perche la quantità, a, della, b, & la quantità, c, della, d, sono equalmente multiplice, & perche la, e, i, è equale alla, a, & la, g, l, alla, c, adonque la, e, i, della, b, & la, g, l, della, d, sono equalmente multiplice & per questa medesima ragione la, i, k, alla, b, & la, l, m, alla, d, seranno equalmente multiplice, & similmente la, k, f, & la, m, h, adonque queste sei quantità seranno, e, i, prima, b, seconda, g, l, terza, d, quarta, i, K, quinta et l, m, sesta delle quale la prima, e, l, alla seconda, b, & la terza, g, l, alla quarta, d, sono equalmente multiplice, & la quinta, i, K, alla seconda, b, & la sesta, l, m, alla quarta, d, sono similmente equalmente multiplice, adonque il congionto della prima & della quinta (cioe tutta la quantità, e, k,) alla seconda, b, & lo congionto della terza & della sesta (cioe tutta la quantità, g, m,) alla quarta, d, seranno equalmente multiplice (per la precedente propoſitione) anchora haueremo sei quantità, cioe, e, k, prima alla, b, seconda, & la, g, m, terza alla, d, quarta equalmente multiplice, & la, k, f, quinta alla, b, seconda, & la, m, h, sesta alla, d, quarta, pur equalmente multiplice, tutto il congionto della prima & della quinta (cioe tutto, e, f,) alla, b, & tutto il congionto della terza & della sesta (cioe tutta la, g, h,) alla, d, (per la medesima precedente) seranno equalmente multiplice, & cosi se andaria procedendo quando che gli fusse piu parti, cioe che la, e, f, alla, a, & la, g, h, alla, c, fussero stati equalmente quadrupli, ouero quincupli, ouero di altra multiplicità, che è il proposito.



Theorema. 4. Propoſitione. 4.

4/4 Se la proportion del primo al secõdo serà si come del terzo al quarto, & siano assignati li multiplici tolti equalmente al primo & al terzo, & similmente li multiplici tolti equalmente al secondo e al quarto, serãno li assignati multipli ci nel medesimo ordine proportionali.



Sia



Sia la proportione del.a. primo al.b. secondo si come del.c. terzo al.d. quarto, & siano tolti.e.al.a. & f.al.c. equalmente multiplici, & anchora.g. al.b. & .h. al. d. equalmente multiplici, dico che la proportione dal. e.al.g. e si come dal. f.al.h. siano tolti. K. al.e. & l. al.f. equalmente multiplici, & anchora.m. al.g. & .n.al.h.equalmente multiplici, es per che.e. & .f. sono equalmente multiplici.al.a. & al.c. & similmente. K. & l. equalmente multiplici al.e. & al f. (per la precedente) .k. & l. seranno equalmente multiplici al.a. & .al c. (per la medesima) anchora.m. & .n. seranno equalmente multiplici al.b. & .d. per laqual cosa el.k. al.m. & l.al.n. (per il converso della diffinitione della proportionalità discontinua) quelli seranno simili nel aggiongere, sauenire & equaliare, adonque perche.k. & l. sono equalmente multiplici al.e. & .al.f. & anchora.m. & .n. sono par equalmente multipli al.g. & .h. (per la diffinitione della proportionalità discontinua) la proportione del.e.al.g. è si come del.f.al.h. che è il proposito.

Lema, ouero assumptione.

Adonque per essere stato dimostrato che se la.K. excede la. m. similmente la l. excede la.n. & se è equale, è equale: & se è minore è minore, e per questo dalla.g. alla.e. serà cosi come dalla.h. alla. f.

Correlario.

Da qui è manifesto che se quattro grandezze seranno proportionale anchora al contrario seranno proportionale.

Theorema.5. Propositione.5.

Se seranno due quantità dellequale una sia parte dell'altro, et sia simile dall'una & l'altra medesima parte, il rimanente al rimanēte, & il tutto al tutto, seranno equalmente multiplici, ouero, in questo altro modo, se la serà aliquota il restante del restante, serà tale parte quale è il tutto del tutto.

Sia la quantità.a.b. tal parte della quantità.c.d. qual è la.e.b. della medesima a.b. & sia cauata la quantità.e.b. dalla quantità.c.d. & sia il residuo la.f.c. onde la. f. d. serà equale alla. e.b. sia anchora similmente cauata la.e.b. della quantità a.b. & sia il residuo la.e.a. dico che qual parte è la quantità.e.b. della quantità.c. d. tal.e la quantità. a. e. della quantità.e. f. perche concio sia che la.f.d. sia equale alla. e. b. la detta.f. d. serà cosi multiplice alla.e.b si come che è la.c.d. multiplice alla.a.b. pongo adonque la. d. g. cosi multiplice alla.a.e. si come che la.f.d. è multiplice alla.e.b. (& per la prima di questo) la quantità.f.g. serà cosi multiplice alla.a.

la.a.b. si come che la.f.d. è multiplice alla.e.b. & perche la.c.d. fu
supposta così multiplice alla.a.b. si come la.f.d. fu multiplice alla.e.
b. l'una e l'altra delle due quantità.c.d. & f.g. serà equalmente
multiplice della quantità.a.b. per la qual cosa (per communa scien
tie) le due quantità.c.d. & f.g. sono equale fra loro. adunque leua-
do via dall'una & dall'altra di quelle la quantità.f.d. restarà la.c.
f. equale alla.d.g. e perche la.d.g. fu così multiplice alla.e.b. si come
che è la.f.d. alla.e.b. e però è si come la.a.b. alla e.b. per laqual cosa,
& si come la.c.d. alla.a.b. serà adunque la.c.f. così multiplice alla.
a.e. si come che è tutta la.c.d. di tutta la.a.b. che è il proposito.



Il Tradottore.

El testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione, dice in questo modo se una magnitudine de un'altra magnitudine serà equalmente multiplice, si come una parte tolta a una parte tolta, il residuo al residuo serà così multiplice come è il tutto, al tutto laqual propositione e piu generale della sopra scritta, per che quella non astringe che la.e.b. sia la medesima parte de.a.b. quale è la.a.b. della.c.d. pur che la detta.e.b. sia tal parte della parte.f.d. quale è tutta la.a.b. di la tutta.c.d. conclude che'l residuo.e.a. serà medesima parte del residuo.f.c. laqual cosa medesimamente se demostra tollendo pur la.g.d. come di sopra, & arguire (per la prima di questo) se concluderà la.g.d. essere equale alla.e.f.

Theorema.6 Propositione.6.

6/6 Se seranno due quantità equalmente multiplice a due altre, & siano sottrate le due minore dalle due maggior, cioe l'una & l'altra dalla sua multiplice, li duoi rimanenti seranno de quelle medesime parti, ouero equalmente multiplici, ouero a quelle equali.

Siano le quantità, cioe la.a.b. alla.c. & la.d.e. alla.f. equalmente multiplice & siano sottratte la.c. dalla.a.b. & la.f. dalla.d.e. & sieno li residui della.a.b. la.a.g. & (della.d.e.) la.d.b. per il che la.g.b. serà equale alla.c. & la.b.e. equale alla.f. dico che li duoi residui.a.g. & d.b. ouero che seranno equali alle due quantità.c. & f. ouero che seranno a quelle equalmente multiplice, sia adunque primamente la.a.g. equale alla.c. dico che la.d.b. è equale alla.f. & per dimostrare questo io torò la quantità.e.K. equale alla.f. et per li precedenti pre
supposti seguirà che tante molte la.f. sia in la.k.b. quante molte la.
c.e in la.a.b. per laqual cosa si come che la.a.b. e multiplice alla.c.
così la.b.K. e multiplice alla.f. & così anchora la.d.e. era multipli
ce della medesima.f. adunque (per communa scientia) la.b.k. sera
equale alla.d.e. adunque tolta communamente l'una e l'altra la
quantità.b.e. restarà la.d.b. equale alla.e.K. per laqual cosa serà
equale alla.f. che è il proposito ma se la.a.g. serà multiplice alla.c.



poneto

d
b
e
k
f

penerò la.e.k. che sia similmente equalmente multiplice alla.f. & seguirà come prima che tante volte la.f. sia in la.b.k. quante volte la c. sia in la.a.b. & tante volte era anchora in la.d.e. adonque come prima serà la.d.e. equale alla.b.k. & la.d.b. alla e.k. per laqual cosa si come che la.e.g. è multiplice alla.c. così e la.d.b. multiplice alla.f. che è lo proposito, a dimostrare il medesimo altramente, conciosia che la quantità.a.b. contenga la quantità.c. per quel medesimo numero secondo il quale la quantità.d.e. contiene la quantità.f. levando adonque via da quel tal numero la unità, remanerà ancor la unità, ancor il numero secondo che la.a.g. contiene la.c. & che la.d.b. contiene la.f. adonque egliè manifesto le quantità.a.g. & d.b. essere equale, ancora equalmente multiplice alle quantità.c. & f.

Il Traduttore.

a
g
b
e
f
d
b
e
k

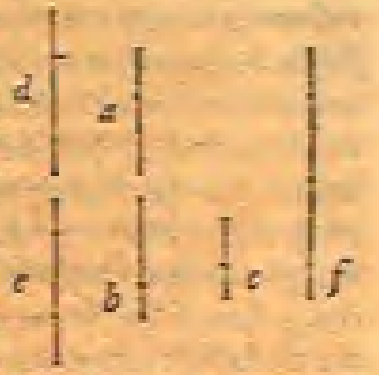
Se le due quantità.a.b. & d.e. seranno equalmente doppie alle due quantità.c. & f. (come nel primo essempio appare) sottratte le due minore dalle due maggiore (cioè la.c. dalla.a.b. & la.f. dalla.d.e.) li dui rimanenti, cioè.a.g. & d.b. seran equali alle dette parti, cioè lo rimanente.a.g. serà equali alla quantità.c. & lo.d.b. alla.f. ma se le dette due quantità.a.b. & d.e. seranno per equalmente multiplice alle dette.c. & f. ma in altra maggiore multiplicità che doppia, sottratte le minore dalle maggiore li dui rimanenti sempre seranno equalmente multipli alle dette due parti, essempli gratia, se le dette due quantità.a.b. & d.e. fussemo state equalmente triple alle dette due.c. & f. (come nella seconda figuratione appare) sottratte le dette due minore dalle dette due maggiore li dui residui seranno equalmente doppij, alle dette due parti, cioè lo residuo.g. serà doppio alla c. & lo.d.b. alla.f. (come nella detta seconda figuratione appare) & conseguiria in ogni altra maggiore multiplica, essempli gratia, se le dette quantità.a.b. & d.e. fussemo state equalmente quadruple alle dette due.c. & f. li dui rimanenti.a.g. & d.b. seriano stati equalmente tripli alle dette.c. & f. & se fussemo stati quincupli li detti rimanenti seriano stati quadrupli.

Theorema.7. Propositione.7.

7/7 Se due quantità equale seranno, comparate a quale si voglia quantità, di quelle a quella serà una medesima proportione, & similmente da quella a quelle serà una medesima proportione.

Siano le due quantità.a. & b. equale lequal siano comparate a qual si voglia terza (come sarà alla.c.) dico che la proportion ch'è dalla.a. alla.c. e la medesima che è dalla.b. alla.c. & similmente la proportione che è dalla.c. alla.a. è simile a quella

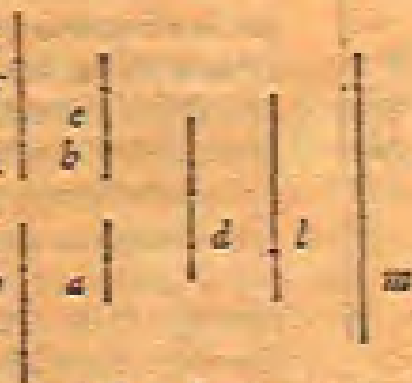
quella che è dalla. c. alla. b. la prima parte si approua in questo modo, conciosia che la.c. sia consequente alla. a. (prima) & alla.b, (terza) quella serà in ragione de seconda e quarta piglierò adonque la.d. alla.a.prima e la.e.alla.b.terza equalmente multiplice, e pigliarò la. f. per quale multiplice me pare da multiplici della.c. laquale è seconda & quarta, & perche la. a. & la.b, (della quale li suoi multiplici tolti equalmente sono. d, & .e.) sono posti equale, seguiria questo che se la.d, serà diuisa secondo la quantita della.a. & similmente la



e. secondo la quantita della.b. che le parti dell'una e dell'altra siano di numero e di quantità equale, di numero per il presupposito per la equalità della multiplication dell'una e l'altra, ma di quātità (per questa communa sententia repetica tāte uolte quante bisogna) quelle cose che a una medesima cosa sono equal fra loro son equale, perche adonque la prima delle parti della.d. è equal alla prima delle parti, della.e, & la seconda, alla seconda, & le altre alle altre, & sono tante parti in la. d. quante son in la.e. (per la prima di questo) la.d. serà equale alla.e, per laqual cosa se due quantità equale seranno comparate a multra terza quantità (per communa scientia) ouer che ambedue le quantità, d, & .e, son maggiore della.f. ouer minore, ouer equale, adonque (per la settima diffinitione) la proportione della. a. prima alla.c. seconda serà come quella che è dalla.b.terza alla.c.quarta, che è il proposito, la seconda parte tu la approuerai per l'ordine conuerso in questo modo, sia posta la.c, come prima & terza & la.a. seconda & la.b. quarta, e conciosia che la quāti tà f laqual è equalmēte multiplice alla prima e alla terza sia simile nel auanzare ouer in mancare, ouer in equalitare delle quantità, d, & .e, le quale sono equalmente multiplice alla seconda e quarta, seguirà (per la medesima diffinitione) che la proportione della.c. prima alla.a. seconda sia si come della. c. terza alla.b. quarta, che è il secondo proposito.
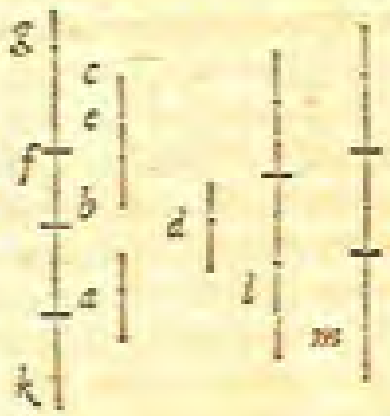
Theorema.8. Propositione.8.

8. 8 Se due quantità inequale seranno proportionale a una quantità, certamente la maggior ottignarà maggior proportion, e la minore, minore, ma la proportione di quella a quelle certamente alla minore sarà maggior, e alla maggior serà minor.



Siano due quātità inequale, a, & b, c, & sia maggior la, b, c, e sian proportionate a una medema quantità la qual sia.d. dico che la proportione della.b.c. alla. d. è maggior di quella che è dalla.a. alla.d. et per il cōtrario maggior è quella della.d. alla.a. che della.d. alla.b.c. & p approuar la prima parte io pocrò la.e.b. equale alla.a.e multiplicarò tante uolte la.c.e. che ne pruenga una quātità maggior della.d.

la.d. & quella sia la.f.g. & torò la.k.f. così multiplice alla.b.e. similmente la.h. così multiplice alla.a. si come la.f.g. è multiplice alla.e.c. & (per la prima di questo) la.h. serà così multiplice alla.a. si come che la.k.g. è multiplice alla.b.c. serà anchora la.h. equale alla.k.f. per questa causa che le submultiplice di quelle (equale le sono,a,& b,c,) sono state poste equale, anchora prenderò che la.h. non sia minore della.d. ma equale, over maggiore, perche multiplicarò tante volte cadauna delle tre quantità.e.c.b.c. & a. equalmente che la.f.g. (multiplice della.e.c.) pervenga maggior della.d. questo bisogna osservar nelli primi multiplici cioe che el multiplice.e.f.g. havesse queste due condizione cioe che fosse talmente multiplice alla.e.c. primo ma che la fosse maggior della.d. et oltra di questo che la.b. volta in tal multiplicità alla.a. tal.b. non sia menor della.d. ma o equale over maggiore, & che la.h. (multiplice della.a.) non pervenga minore della medesima, & dapoi questo multiplicarò tante volte la.d. che ne pervenga quantità maggior della.b. & sia la.m. la prima quantità di multiplici della.d. che è maggior della.b. sotto della quale torò l'altra maggiore multiplice della.d. (overo la equale a quella si per caso la.m. fosse la primo in l'ordine di multiplici della.d.) la quale sia la.l. & seguirà che la.l. non sia maggiore della.b. & la.m. serà composta della.d. & l. per questa causa che ogni multiplice è composto del prossimo precedente multiplice, & del semplo (come è el treppio, el quale è composto del doppio et del semplo) eccetto el primo multiplice (cioe el doppio) el qual è solamente composto de dui semplo, per che, adonque la.b. è equale alla.k.f. la detta.k.f. non serà minore della.l. adonque la.k.f. insieme con la.d. non fanno meno che la.l. & d. per laquel cosa non fanno meno che.m. & perche la.f.g. è maggiore della.d. la.k.g. serà maggiore della.m. adonque intenderò la quantità.b.c. prima, la.d. seconda, la.a. terza, & la.d. quarta, et perche alla prima & terza son tolti li multiplici equalmente, cioe la.k.g. & la.b. similmente anchora alla seconda & quarta sono pur tolti li multipli equalmente, anci è uno medesimo in ragione de dui el quale è la.m. & la.k.g. (multiplice della prima) sopranuanza, overo eccede la.m. multiplice della seconda, & la.b. (multiplice della terza) non sopranuanza, over eccede la.m. multiplice della quarta, (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) la proportione della.b.c. prima alla.d. seconda serà maggiore che della.a. terza. alla.d. quarta, che è il primo proposito. il secondo se ne apparerà per la medesima diffinitione per contrario ordine intendendo che la.d. fia prima & terza, & la.a. seconda, & la.b.c. quarta, & perche la.m. (multiplice della prima) eccede, over sopranuanza la.b. (multiplice della seconda) & la.m. (multiplice della terza) non sopranuanza la.k.g. (multiplice della quarta) per laquel cosa maggior proportione è dalla.d. alla.a. che dalla.d. alla.b.c. che è il secondo proposito, et dal modo di questa dimostratione si manifesta la





La sufficientia della diffinitione della maggiore disproportionalità posta dall'Autore in principio di questo quinto libro, perche in niun loco è maggior la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della terza alla quarta che'l non accada che sempre ritrouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima et alla terza, liquali quando seranno comparadi ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta se trouerà lo multiplice della prima sopramanzare lo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non sopramanzare lo multiplice della quarta, e questi multiplici li ritrouaremo per il modo che dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo.

Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette di sopra bisogna notare che se la quinta. d. fusse tre, & che la quantità. b. fusse. 14. el primo multiplice della. d. che eccedesse la. b. (cioe la. m.) seria il quintuplo (cioe quindeci) & la. l. seria il quadruplo (cioe duodeci) ma se la. b. fusse solamente cinque la. m. seria il doppio della. d. (cioe sei) & la. l. seria equale alla. d. anchora bisogna notare che'l primo di multiplici d'una quantità se intende il doppio, & lo secondo se intende il treppio, & il terzo il quadruplo, & cosi discorrendo, et essa prima quantità se chiama il semplo.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 9 Se la proportione di alcune quantità a una quantità serà una medesima, eglie necessario quelle quantità esser equal, & se la proportione dell'una a quelle serà una medesima similmente eglie necessario quelle esser equale.



Sia la proportione delle due quantità. a. & b. alla quantità. c. una medesima, dico che quelle esser equale, & al contrario se la proportione della. c. all'una e l'altra di quelle serà una medesima, dico similmente quelle esser equale, questa è al contrario della settima il primo proposito si approua in questo modo, se quelle non sono equale (per l'aduersario) poniamo se possibile è che una di quelle sia maggiore poniamo la. a. (per la prima parte della precedente) la proportione della. c. alla. a. serà maggiore che quella della. b. alla. c. che è contra il presupposito, il secondo anchora è manifesto, perche se la. a. è maggiore della. b. (per la seconda parte della precedente) la proportione della. c. alla. b. serà maggiore che alla. a. laqual cosa è anchora contra il presupposto.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10 10 Se la proportione dell'una di due quantità ad alcuna quantità sarà maggiore, quella quantità è necessario esser maggiore, ma se la proportione della una alla medesima serà maggiore eglie necessario quella esser minore.

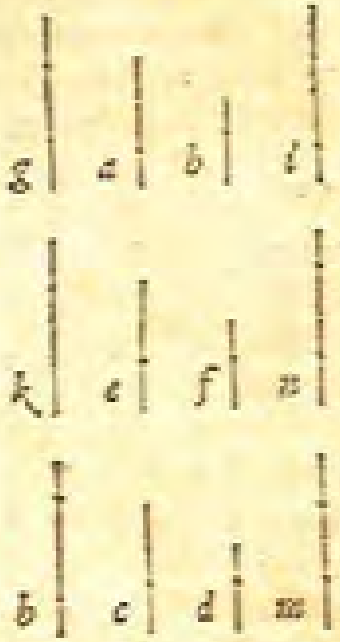
Se la



Se la proportione della. a. alla. c. serà maggiore di quella che è dalla.b.alla.c.dico la.a.esser maggiore della.b.& se la proportione della.c.alla.b.serà maggiore di quella che è della detta.c.alla.a.al hora dico la.a.esser maggior della. b.(questa è al contrario della settima)il primo proposito è manifesto(per la prima parte della settima,e per la prima parte della ottava) perche(per la prima parte della settima) la.a.non serà equale alla.b. ne anchora minore (per la prima parte della ottava) il secõdo è manifesto dalle seconde parti delle medesime propositioni.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 Quelle proportioni che a una medesima proportion seranno equa-
11 le egli necessario che fra loro siano equale.



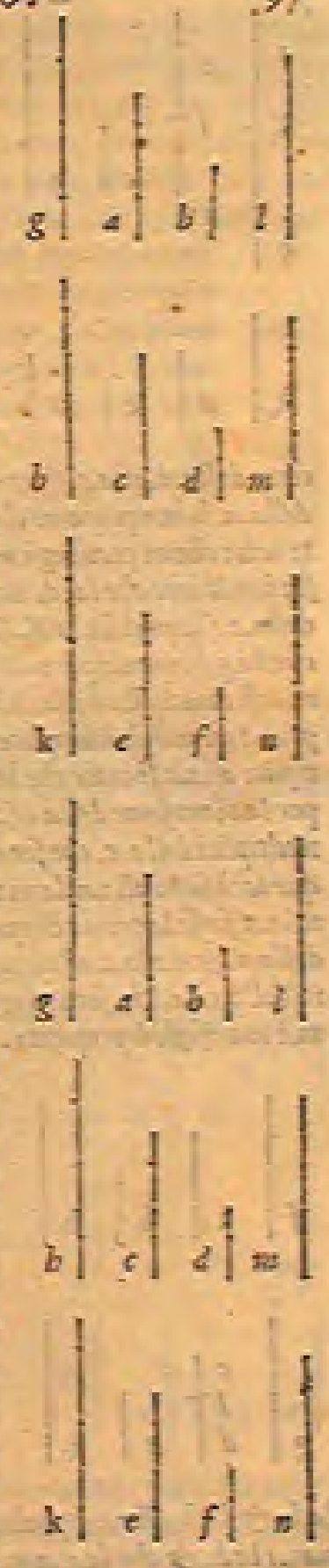
Questa propositon (che Euclide nel principio del primo libro la connumerò fra le comunme sententie) quelle cose che a una medesima cosa son equale anchora fra loro sono equal (come se mette nella quãtita,) in questo loco lui dimostra come la se accommoda in le proportioni. sia adonque l'una e l'altre delle due proportioni, che sono dalla.a, alla.b, & dalla.c,alla.d,equal alla proportione che è dalla. e. alla.f.dico le proportioni che son dalla.a,alla.b, & dalla.c,alla.d, esser fra loro equale, & per dimostrar questo io torò la.g.al la.a, & la.b,alla.c, & la.x,alla.e,equalmente multiplice,e anchora la.l.alla.b. & la.m.alla.d. & la.n.alla.f. equalmente multiplice, & perche(per il presupposito)la proportione dalla.e.alla.f.è si come dalla.a,alla.b,et similmente si come dalla.c,alla.d,seguirà(per la conversione della settima diffinitione tolta due volte)che se la.x. eccede la.n.che la.g. eccede la.l, & la.b, la.m, & se la. k. manca della.n, che la.g. mancarà dalla.l, & la.b,dalla.m, & se la. k.è equale alla. n, che la.g.serà equale alla.l, & la. b, alla.m,perche adonque la.g.alla.l, & la.b,al la.m, sono simile nel aggiunger,diminuire & equaliare per mezzo della.k, & n, (per la settima diffinitione)la proportione della.a,alla.b,serà si come della.c,alla. d,che è il proposito.
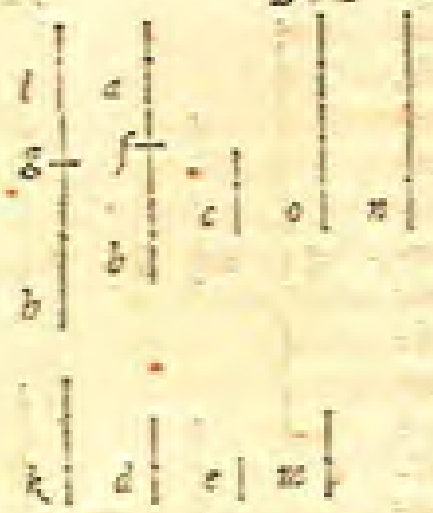
Theorema. 12. Propositione. 12.

12 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del ter-
12 zo al quarto, & del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proportione del primo al secondo serà maggiore che dal quinto al sesto.
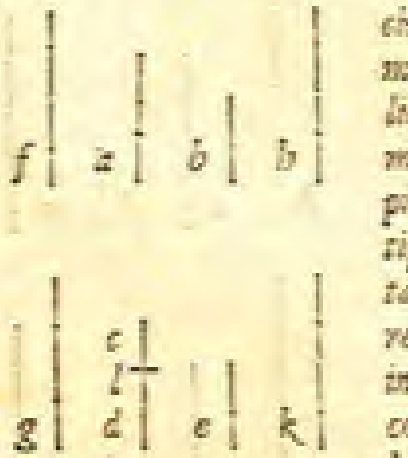
Similmente

Similmente (come in la precedente) quel che quiui dimostra in le proportioni in le quantità è concessibile, cioè che se due quantità serranno fra loro eguali, di qualunq; quantità che l'una di quelle serà maggior anchora l'altra serà maggior di quella medesima, mentedimeno questo se dimostra in le proportioni, come, essempli gratia, se la proportion della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d, & che la proportion della, e, alla, d, sia maggior di quella che della, e, alla, f, anchor la proportione che è della, a, alla, b, serà maggior di quella che è dalla, e, alla, f, & per dimostrar questo io torò la, g, alla, a, & la, b, alla, c, & la, k, alla, e, equalmente multiplice & anchora la, l, alla, b, & la, m, alla, d, & la, n, alla, f, equalmente multiplice, e perche per il presupposito la proportion della, c, alla, d, è si come della, a, alla, b, e maggior di quella della, e, alla, f, (per il conuerso della settima diffinition) seguirà che se la, b, sopranuanza la, m, che anchora la, g, sopranuanzerà la, l, & per il contrario della diffinitione della maggiore disproportionalità non è necessario che la, k, sopranuanzi la, n, adonque perche (per il mezzo della, b, & , m,) se la, g, sopranuanza la, l, non è necessario che la, k, sopranuanzi la, n, (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) serà maggior proportion della, a, alla, b, che della, e, alla, f, che è il proposito, anchora per simel modo tu approuerai che se la proportione della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d, & della, e, alla, d, minore che della, e, alla, f, similmente della, a, alla, b, serà minor che della, e, alla, f, conciosia che della, c, alla, d, sia minor proportione che della, e, alla, f, serà adonque la proportione dalla, e, alla, f, maggiore che della, c, alla, d, adonque (per la conuersione della diffinitione della maggiore disproportionalità) se la, a, eccede la, n, non è necessario che la, b, ecceda la, m, & se la, b, non eccede la, m, la, g, non ecceda la, l, adonque se la, k, ecceda la, n, non è necessario che la, g, ecceda la, l, adonque (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) la proportione della, e, alla, f, serà maggiore che della, a, alla, b, (per il contrario) adonque la proportione della, a, alla, b, serà minore che della, e, alla, f, che è il proposito (et per il modo della demostration della ottaua di questo,) & da questa serà manifesto che se la proportione





della prima (di quattro quantità) alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, gliecasca sempre ritrouarse alcuni multiplici equalmente tolti alla prima. & alla terza, liquali quando serãno comparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta, se troverà il multiplice della prima sopramãzare il multiplice della seconda, e lo multiplice della tertia non sopramãzare il multiplice della quarta, la qual cosa se manifesta in questo modo, sia la proportione della a.b. alla c. maggiore che della d. alla e. io porerò adonque che la proportione della a. f. alla e. sia si come della d. alla e. (per questa duodecima & per la decima) la a. f. serà minore della a. b. hor poniamo che la sia minore in la quantità f b. la qual multiplicarò tante volte che ne pervenga una quantità maggiore della c. la qual sia la g. b. con questa condizione che la d. multiplicata tante volte produca una quantità non minore della e. (laqual sia la K.) hor porerò che la l. g. sia così multiplice alla a. f. si come che la g. b. è multiplice alla f. b. overo la K. alla d. (per la prima di questo) la l. b. serà così multiplice della a. b. si come che è la K. alla d. da poi porero che la m. sia la prima quantità multiplice alla e. che sia maggior della K. & porerò la n. così multiplice alla e. si come che la m. è multiplice alla e. (per li precedenti presuppositi, & per la cõuersione della discontinua proportionalità) la quantità n. serà la prima di multiplici della c. che serà maggiore della l. g. ne la l. g. serà minore della d. adonque corò sotto alla n. la massima della multiplice della c. over a se equale (se per sorte la n. fusse la prima di multiplici di quella) la qual sia la o. & la n. serà composta della o. & della c. adonque perche la l. g. non è minore della o. & la g. b. è maggiore della c. la l. b. serà maggiore della n. per laqual cosa essendo la k. minore della m. è manifesto il proposito.



Potemo anchora dimostrare il conuerso di questa, cioe che se l'essa trouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima & alla tertia (di quattro quantità) liquali essendo cõparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda e quarta, & che lo multiplice della prima ecceda lo multiplice della seconda, & che il multiplice della tertia non ecceda il multiplice della quarta, la proportione della prima alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, laqual cosa si approua in questo modo, siano le quattro quantità a. prima b. seconda c. terza e. quarta & sia la f. alla a. & la g. alla e. d. equalmente multiplice, similmente siano la b. alla b, & la k. alla c, equalmente multiplice, & poniamo che la f. ecceda over sopramonti la b. & che la g. non sopramonti la k. dico che la proportione della a. alla b.

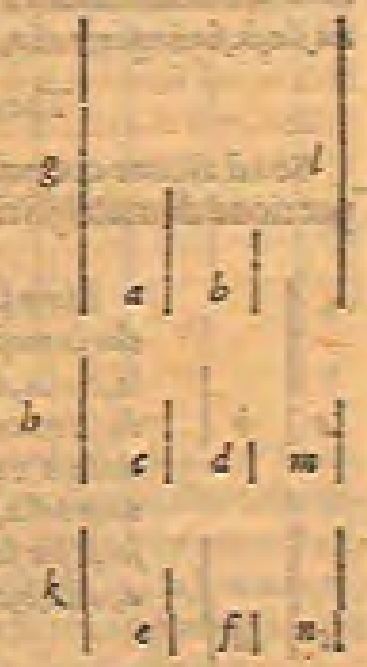
è maggior

e maggior che della c.d alla e. & se fusse possibile (per l'aduersario) esser altramente, ouer che la seria equal, ouer minore: equal non pol esser, perche se la fusse equale (per la conuersione della settima diffinitione) la g. eccederia la k. laqual cosa seria contra il presupposito, & se la fusse minore, sia della c.l alla e. sì come della a. alla b. & (per la decima di questo) la c.l. serà minore della c.d. hor sia minor in la quantità l.d. adonque ponero la m.n. che sia così multiplice alla c.l. & la n.p. così multiplice alla l.d. sì come che la f. è multiplice della a, (& per la prima di questo) la n.p. serà così multiplice alla c.d. sì come che la f. e multiplice della a. adonque l'una e l'altra delle due quantità m.p. & g. e equalmente multiplice alla quantità c.d. adonque quelle sono equale (perche questa se quella fu dimostrata in la settima di questo) & perche la g. non e maggiore della k. la m.p. non sera maggiore della medesima k. & (per la medesima conuersione della diffinitione della discontinua proportionalità) la n.p. e maggiore della k. impero che la f. e maggiore della b. adonque la n.p. e maggiore della m.p. che è impossibile, per laqual cosa rimane il proposito.

m
n
p

Theorema. 13. Propositione. 13.

13/13 Se de quante si voglia quantità ad altre tante a una per una, serà una medesima proportione, tal proportione qual serà dell'una all'una quel la medesima anchora serà de tutte quãte le prime gionte insieme, a tutte quante le seconde gionte insieme.

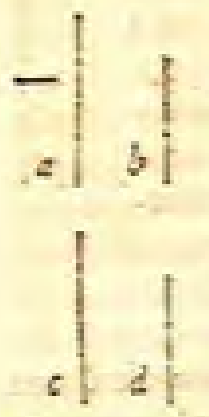


Q nello che nella prima proposi di multiplici, in questo loco lui propone di ogni proportione, onde questa e piu commune di quella, perche ogni multiplicità e proportione, ma non e conuerso; cioe che ogni proportione non è multiplicità. sia adonque della a. alla b. et della c. alla d. & della e. alla f. una proportione, dico che qual proportione e della a. alla b. la medesima e del cõposto delle a. c. e. al composto delle b. d. f. & per dimostrar questo io toro la g. alla a. & la b. alla c. & la k. alla e. equalmente multiplice e similmente la l. alla b. & la m. alla d. & la n. alla f. equalmente multiplice & serà (per la prima di questo) il composito delle g. b. k. così multiplice al composito delle a. c. e. sì come la g. è multiplice alla a. similmente (per la medesima) il composito delle l. m. n. serà così multiplice al composito delle b. d. f. sì come la l. è multiplice alla b. & (per la conuersione della diffinitione della incontinua proportionalità (tolta due volte) se la g. aggionge sopra la l. la b. aggiongerà sopra la m. & la k. sopra la n. e se la minuisse, & se la se equalia, s'equalia, adonque (per commune scientia) se la g. aggionge

giunge sopra la.l. il composito delle.g.h.k. e giungerà sopra il composito delle.l.m. n. & sel minuisse minuisse, & sel se equalia se equalia, adonque (per la diffinitiõ del la inconstante proportionalità) la proportione della.a. alla.b. è si come del composito delle.a.e.e. al composito delle.b.d.f. che è il proposito.

Theorema. 14. Propositione. 14.

14 Se quattro quantità saranno proportionale, & che la prima sia mag
14 gior della terza, è necessario la seconda esser maggior della quarta ma se la serà minore è necessario esser minore, & se serà equale equale.



Sia la proportion della.a. alla.b. si come della.c. alla.d. dico che se la.a. è maggiore della.c. la.b. serà maggior della.d. & se la è minor serà minor & se la è equale serà equale, perche se la.a. sia maggiore della.c. serà (per la prima parte della ottava di questo) maggior la proportione della.a. alla.d. che della.c. alla.d. per laqual cosa maggiore serà della.a. alla.b. adonque (per la seconda parte della decima di questo) la.b. serà maggior della.d. che è il proposito, ma se la.a. sia minor della.c. serà (per la prima parte della ottava) minore proportione della.a. alla.d. che della.c. alla.d. per laqual cosa maggiore serà della.a. alla.b. che alla.d. adonque (per la seconda parte della decima) la.b. serà minor della.d. ma si la.a. sia equale alla.c. serà (per la prima parte della settima) della.a. alla.d. si come della.c. alla.d. per laqual cosa della.a. alla.d. è si come alla.b. adonque (per la seconda parte della nona) la.b. serà equale alla.d. & cosi è manifesto il proposito.

Theorema. 15. Propositione. 15.

15 Se ad alcune quantità saranno tolti li multiplici equalmente, la pro
15 portione di multiplici, & quella di submultiplice serà una medesima.



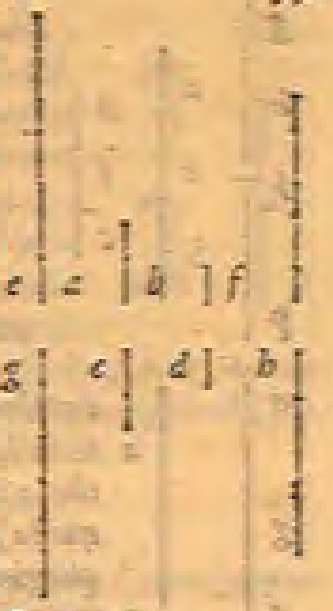
Siano la.e. alla.a. & la.d. alla.b. equalmente multiplici, dico che la proportione laquale è della.a. alla.b. quella medesima è della.c. alla.d. sia divisa la.c. secondo la quantità della.a. & la.d. secõdo la quantità della.b. & son tante le parte della.c. quante quelle della.d. e tante parte son in.e. quante in.d. et perche qual parte ne uien della.c. a qual parte ne uien della.d. è si come della.a. alla.b. serà (per la terza decima di questo) della.c. alla.d. si come della a. alla.b. che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 16.

16 Se quattro quantità seranno proportionale, anchora permutata-
16 mente seranno proportionale.

Sia la
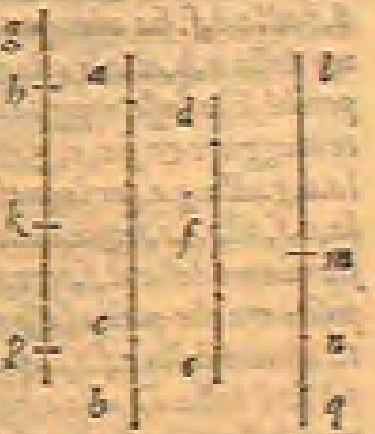
Sia la proportione della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.dico che della.a.alla.c.serà si come della.b.alla.d. & questo è il modo de arguir, laqual è detto proportione permutata, la demostratione della quale cosi è manifesta: io torò la.e.alla.a. & la.f.alla.b. equalmente multiplice & serà (per la precedente) della.e.alla.f.si come della.g.alla.b. per laqual cosa (per la quartadecima) se la.e.aggionge sopra.g. & la.f.aggionge sopra la.b. & se la minuisse, la minuisse, & se la se equalia, la se equalia, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) serà della.a.alla.c.si come della.b.alla.d. che è il proposito. ma le necessario che in la permutata proportionalità tutte le quantità siano de uno medesimo genere.



Theorema.17. Propositione.17.

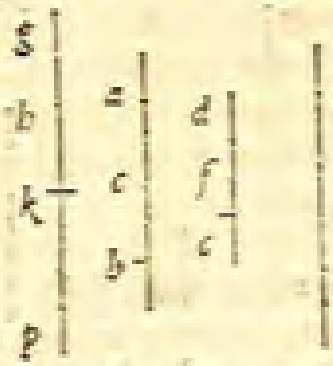
17 Se la quantità congiontamente seranno proportionale quelle medesime anchora è necessario disgiontamente esser proportionale.

17 Demostrato el modo di arguire el qual se dice proportionalità permutata, hor dimostra quello che se dice proportionalità disgionta, sia anchora la proportione della.a.b.alla.b.c.si come della.d.e.alla.e.f. dico che della.a.c.alla.c.b.serà si come della.d.f.alla.f.e. & per dimostrare questo io torò la.g.b.alla.a.c. & la.b.k.alla.c.b. & similmente la.l.m.alla.d.f. & la.m.n.alla.f.e. equalmente multiplice, adonque (per la prima di questo) la.g.k.è cosi multiplice alla.a.b.si come la.g.b. è multiplice alla.a.c. & la.n.k. cosi è multiplice alla.d.e.si come la.l.m.è multiplice alla.d.f. & per tanto (per la precedente presupposti) la.g.k.è cosi multiplice alla a.b.si come è la.l.n.alla.d.e. poterò anchora la.k.p. alla.c.b. & la.n.q.alla.f.e. equalmente multiplice, & seranno (per la seconda) la.b.p.alla.c.b. & la.m.q.alla.f.e. equalmente multiplice, adonque (per la conuersione della diffinitione della incontinua proportionalità) se la.g.k. aggionge sopra la.b.p. la.l.n. aggiongerà sopra la.m.q. & se la minuisse quella minuisse, & se la se equalia quella se equalia, e per tanto leuate communamente la.b.k. & m.n. (per comune sententia) serà che se la.g.b.excede la.k.p. (cioè che la sia maggiore di quella) che anchora la.l.m.excederà la.n.q. & se la manca (cioè che la sia minore di quella) la serà minore, & se quella se equalia quella se equalia, adonque (per la settima diffinition) la proportione della.a.c.alla.c.b. serà si come della.d.f.alla.f.e. che è il proposito.



Theorema.18. Propositione.18.

18 Se la quantità seranno disgiuntamente proportionale anchora congiontamente seranno proportionale.



El se dimostra il modo di arguire, il quale se dice proportionalità congiunta, & è el modo conuerso della precedente, e però alla dimostratione di questa sia repigliata la dispositione della detta precedente, nella quale rimangano tutti li presupposti di quella eccetto che el se suppone la proportion della a.c. alla c.b. essere si come della d.f. alla f.e. dico la proportione della a.b. alla b.c. essere si come della d.e. alla f.e. perche da questo presupposto & dalli presupposti della precedente (di multiplici equalmente colti) el seguita (per la conuersione della diffinitione della distinctiua proportionalità) che se la g.k. soprananza la k.p. che la l.m. soprananzerà la m.q. & se la minuisse (ouero manca di quella) quella minuirà, & se la se equalia quella se equaliarà, adonque giontoui communamente la k. & la m. seguita (per comune sententie) che se la g.k. soprananza la k.p. che la l.m. sopranarà la m.q. & se quella minuisse quella minuisse. & se la se equalia quella se equalia, per laquale cosa (per la sestina diffinitione) la proportione della a,b, alla b,c, serà si come della d.e. alla e.f. che è el proposito.

Anchora se pol dimostrare il medesimo indirettamente in questo modo, concio sia cosa che la proportione della a,c, alla c,b, sia si come della d,f, alla f,e, hor se possibile (per l'aduersario) non sia della a,b, alla b,c, si come della d,e, alla e,f. sia adonque la proportione della d,e, ad alcuna altra quantità si come della a,b, alla b,c, laquale, ouer che la serà maggiore della e.f. ouero minore, perche se la fusse a quella equale seria manifesto il proposito, per tanto sia primamente maggiore & sia e,g, & serà (per la precedente) della a,c, alla c,b, si come del la d.g. alla g.e. per laqual cosa (per la undecima) della d.g. alla g.e. è si come della d,f, alla f,e, seguita adonque (per la quartadecima) che quando la d,g, prima sia minore della d,f, terza, la g,e, seconda serà minore della e,f, quarta, ma il proposito era che quella fusse maggiore, sia adonque la proportione della d.e. à quantità minore della e.f. (laqual sia e.b.) si come della a.b. alla b.c. & (per la precedente) serà della a.c. alla c.b. si come della d.b. alla b,e, per laqual cosa (per la undecima) della d,b, alla b,e, serà si come della d,f, alla f,e, & perche la d, b, prima è maggiore della d,f, terza serà (per la quartadecima) la e,b, seconda maggiore della e,f, quarta, & perche questo è impossibile, seguita il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 19.

19 19 Se da duoi tutti seranno tagliate due parti, & che il tutto al tutto sia si come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente serà si come il tutto al tutto.

Questo che propone la quinta di multiplici questa propone universalmente de ogni

egni proportione, donde questa è tanto più commune de quella, quanto è la proportione della multiplicità, siano adonque le due quantità a,b, & c,d, dalle quale siano tagliate due parti lequali siano b,e, & d,f, & sia la proportion de tutta la a,b, a tutta la c,d, si come la tagliata b,e, alla tagliata d,f, dico che la medesima proportione serà del residuo a,e, al residuo c,f, che è de tutta la a,b, a tutta la c,d, perche essendo la a,b, alla c,d, si come la b,e, alla d,f, serà permutatamente la a,b, alla b,e, si come la c,d, alla d,f, & disgiuntamente la a,e, alla e,b, si come la c,f, alla f,d, & anchora permutatamente la a,e, alla c,f, si come la e,b, alla f,d, & perche cosi era la a,b, alla c,d, è manifesto il proposito.



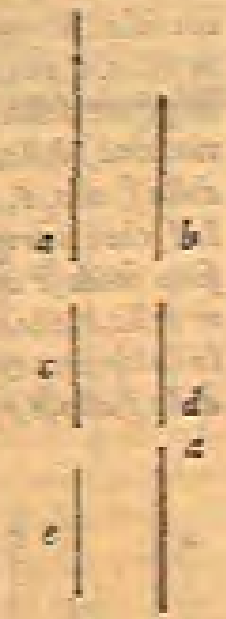
Correlario.

Da qui se manifesta che se le magnitudine composite seranno proportionale euerſamente etiam seranno proportionale.

19

Il Traduttore.

Questo soprascritto Correlario in fine della esposition della soprascritta proposition il Campano lo aggionge come cosa sua, ducendo da questa decimanona & dalla permutata proportionalità non dimostrato il modo de arguire elqual se dice proportionalità euersa, exempli gratia, sia la a,b, alla b,e, si come la c,d, alla d,f, dico che la b,a, alla a,e, serà si come la c,d, alla c,f, perche essendo la a, b, alla b, e, si come che è la c,d, alla d,f, serà permutatamente la a, b, alla c,d, si come la b,e, alla d,f, per laqual cosa (per questa decima nona) la b,a, alla d,c, e si come la a,e, alla c,f. adonque permutatamente la b,a, alla a,e, è si come la c,d, alla c,f, che è il proposito. Anchora la conuerſa proportionalità, laquale (dalla diffinitione della continua proportionalità,) habiamo dimostrato in esponere li principij di questo quinto, la può anchora in questo loco esser demostrata indirettamente dalla permutata proportionalità, & dalla nona di questo, come sel sia la proportione della a, alla b, si come della c, alla d, dico che della b, alla a, serà si come della d, alla c, essendo altramente sia della d, alla e, si come della b, alla a, & perche della a, alla b, è si come della c, alla d, serà permutatamente della a, alla c, si come della b, alla d, & perche anchora della b, alla a, si come della d, alla e, serà anchora permutatamente della b, alla d, si come della a, alla e, per laqual cosa serà della a, alla e, si come della a, alla c, se adonque la c, non è equale alla e, accade lo impossibile & contrario della seconda parte della nona, ma se la è equale serà della b, alla a, si come della d, alla c, che è il proposito.



Theorema. 20. Propositione. 20.

20 / 20 Se seranno tre quantità dall'un lato prese & altre tante ne siano prese dall'altro lato delle quale le prime a due a due siano secondo la proportione delle ultime egli è necessario in la proportione della equalità che se la prima della prime serà maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime de necessita serà maggior della ultima, & se la serà minore, minore, e se la serà equale equale.
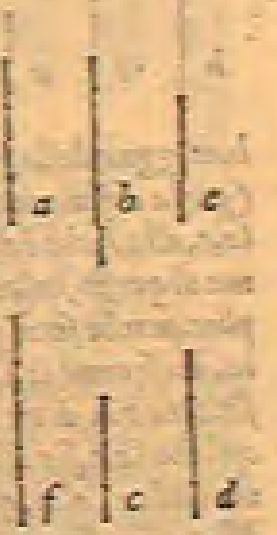
Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, il quale se dice equa proportionalità, overo le quantità de dui ordini rettamente, over permersamente proportionate, el propone dui antecedenti necessarii a dimostrare el proposito, per il primo di quali se dimostra la equa proportionalità, con le quantità de dui ordini direttamente proportionate, & per il secondo quando quelle seranno proportionate permersamente, siano adonque le tre quantità, a, b, c, & siano tolte le tre altre lequale siano, c, d, f, & si la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, & della, b, alla, c, si come della, d, alla, f, dico che se la, a, è maggior della, c, che etiame la, c, serà maggiore della, f, & sella è minore, minore, & se la è equale, equale, perche se la è maggiore serà (per la prima parte della ottava) maggiore la proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, b, per la qual cosa (per la duodecima) serà etiamo maggiore della, c, alla, d, che della, e, alla, b, & perche, (per la conversa proportionalità) della, c, alla, b, è si come della, f, alla, d, serà della, c, alla, d, maggior che della, f, alla, d, adonque (per la prima parte della decima) la, c, è maggiore della, f, che è il proposito. ma se la, a, sia minore della, c, per le medesime & al medesimo modo se approua la, c, esser minore della, f, perche serà minore proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, b. (per la prima parte della ottava) e pero (per la duodecima & per la conversa proportionalità) serà minore della, c, alla, d, che della, f, alla, d, e pero (per la prima parte della decima) la, c, serà minore della, f, che è il proposito. ma se la, a, sia equale alla, c, serà (per la prima parte della settima) la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, b, e pero (per la undecima, & conversa proportionalità) serà della, c, alla, d, si come della, f, alla, d, per la qual cosa (per la prima parte della nona) la, c, è equale alla, f, che è il proposito, ma questa conclusione alcuni l'hanno demostrata per la proportionalità permutata in questo modo, La proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, adonque permutatamente, della, a, alla, c, è si come della, b, alla, d, un'altra volta, & perche della, b, alla, c, è si come della, d, alla, f, serà permutatamente della, b, alla, d, si come della, c, alla, f, ma quella della, b, alla, d, era si come della, a, alla, c, adonque (per la undecima di questo) serà della, a, alla, c, si come della, c, alla, f, adonque (per la quartadecima) se la, a, prima è



ma è maggiore della.e, terza serà la.c. seconda maggior della.f. quarta, & se la.e minor serà minore, & se la è equa serà equale, che è il proposito, ma questi tali hanno errato in la sua dimostratione, perche se la intentione de Euclide fusse de dimostrarla in questo modo il non li seguirebbe preponere questa conclusione per antecedente alla equa proportionalità, perche se un'altra volta fia fatta una permutatione della proportionalità allaquale siamo pervenuto, laqual è esser della.c. sì come della.e. alla.f. el seguirà che'l fia della.a. alla.e. sì come della.c. alla.f. e questo è la equa proportionalità, oltra di questo se le quantità de ambidnoi ordini non serano tutte di un medesimo genere, perche se le.a.b.e. fussino linee & c.d.f. superficie, over corpi, over tempi, all'hora la conclusione de quelli non seguita de permutare le proportioni, peccano adonque quelli che dimostrano el detto universale particularmente.

Theorema.21. Propositione.21.

21 — Se seranno tre quantità dall'uno de lati prese, & altre tante dell'altro
21 delloquale le prime siano tolte a due a due secondo la proportione delle ultime, ma sia perturbata la proportionalità di quelle, anchora egli è necessario nella equa, proportione che se la prima delle prime serà maggiore della ultima. etiam la prima delle posteriore serà maggiore della ultima, & se la serà minore, minore, se la serà equale equale.



Lo secondo antecedente siano le tre quantità.a.b.e. & ne siano tolte altre tre lequale siano.f.c.d. & sia la proportione della.a.alla.b. sì come della.c.alla.d. & della.b. alla.e. sì come della.f.alla.c. dico che se la.a. è maggiore della.e. la.f. serà maggiore della.d. & se la è minore serà minore, & se la.a. è equale serà equal, & questo se approva per le medesime vie, & per il medesimo modo con equale fu provata la precedente, perche se la.a. è maggior della.e. serà maggiore proportione della.a. alla.b. che della.e. alla.b. per laqual cosa serà etiam maggior della.c. alla.d. che della.e. alla.b. e per tanto serà etiam maggior che della.c. alla.f. adonque serà maggior la.f. che la.d. (per la seconda parte della decima,) che è il proposito, ma se la.a. fia minore della.e. serà finalmente minor della.c. alla.d. che alla.f. per laqual cosa (per la medesima parte della medesima) la.f. serà menor della.d. ma se la.a. sia equale alla.e. seguita che'l sia la proportione della.c. alla.d. sì come della.e. alla.f. adonque (per la seconda parte della nona) serà la.f. equale alla.d. che è il proposito.

Theo-

Theorema. 22. Propositione. 22.

22 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato & altre tante dal
22 l'altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportione
delle prime, in la equa proportionalità seranno proportionali.



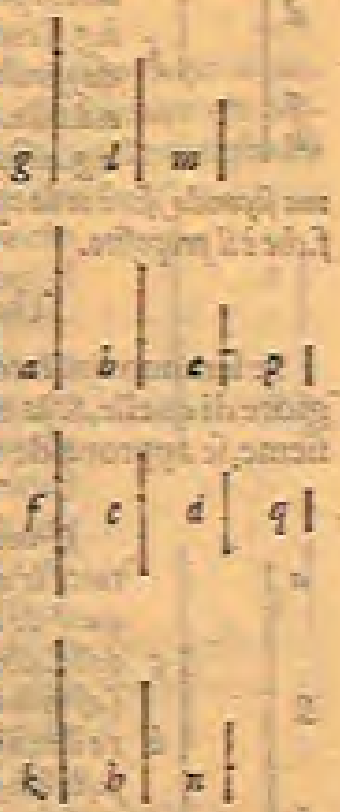
Demostrati li antecedenti alla equa proportionalità, in questo loco dimostra essa equa proportionalità, e primamente quando le quantità delli dui ordini sono direttamente proportionale, & non è necessario che la sia demostrata, se non quando in l'uno e l'altro di dui ordeni sono solamente tre quantità, perche per questo seguita tal desinentie quando che in l'uno e l'altro ordene seranno quattro, ouero piu quantità, e pero non è stato bisogno de dimostrare li suoi antecedenti salvo quando in l'un e l'altro ordine sian tre quantità, siano adonque le tre quantità, a, b, c, & ne siano tolte me altre le quale siano, c, d, f, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, & della, b, alla, c, si come della, d, alla, f, dico che della, a, alla, e, serà si come della, c, alla, f, perche pigliando la, g, alla, a, & la, b, alla, c, equalmente multiplici, & similmente la, k, alla, b, & la, l, alla, d, equalmente multiplici, & un altra volta la, m, alla, e, & la, n, alla, f, equalmente multiplici, & serà (per la quarta) la, g, alla, k, si come la, b, alla, l, & la, k, alla, m, si come la, l, alla, n, per laqual cosa (per la vigesima) se la, g, è maggior de la, m, serà la, b, maggior della, n, & se è minore serà minore, & se è equal serà equale, adonque (per la diffinitione della inconstinua proportionalità) della, a, alla, e, è si come della, c, alla, f, che è il proposito. anchora questo può esser dimostrato (per la quintadecima di questo) volte le, g, k, m, alla, a, b, e, & le, b, l, n, alle, c, d, f, equalmente multiplice, perche serà (per la quintadecima) la, g, alla, k, si come la, b, alla, l, & la, k, alla, m, si come la, l, alla, n, tutte le altre cose trattado come prima, ma se le quantità seranno piu di tre in l'uno e l'altro ordine poniamo quattro, giontoli la, p, & la, q, cosi che la, e, sia alla, p, si come la, f, alla, q, serà un altra volta della, a, alla, p, si come della, c, alla, q, perche serà della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, perche questo è stato dimostrato di sopra, adonque levade via le, b, & d, seranno le tre quantità, a, e, p, & le altre tre, c, f, q, come se prepone, per laqual cosa della, a, alla, p, serà si come della, c, alla, q, & cosi sirà dimostrato de quattro quantità per le tre (levado uno mezzo) & per il medesimo modo tu dimostrerai de cinque per le quattro levando via dui mezzi & de sei per le cinque levando via le tre, & cosi de altre.

23 Theorema. 23. Propositione. 23.

23 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato, & altre tante dell'altro,

l'altro, delle quale le seconde siano tolte a due à due, secondo la proportione delle prime, ma indifferentemente proportionate, in la equa proportionalita serranno proportionale.

Quiuel Autor dimostra la equa proportionalità in le quantità de dui ordini indifferentemente, over perturbatamente proportionate, ne è necessario che sia denostrato se non quando in l'uno et l'altro di dui ordeni sono solamente tre quantità, perche questo euidentemente seguita da quante quantità ni siano poste in l'uno e l'altro ordine, si come in la precedente è stato demostrato delle quantità direttamente proportionate, sia adoque tre quantità a, b, c, e siano pigliate altre tre lequale sia no f, g, d, & sia la proportione della a, alla b, si come della c, alla d, & della b, alla e, si come della f, alla g, dico che della a, alla e, serà si come della f, alla d, perche pigliaro la g, alla, a, e la b, alla c, e la k, alla f, equalmente multiplice & similmente la l, alla b, & la m, alla e, & la n, alla d, equalmente multiplice & sera (per la quarta) la g, alla l, si come la b, alla n, & (per la quintadecima) la l, alla m, si come la b, alla b, per laqual cosa (per la vigesima prima) se la g, aggionge sopra la m, & la b, aggionge sopra la n, & se la menuisse la menuisse, & se la fraquala la se equalia, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) la proportione della a, alla e, è si come della f, alla d, che è il proposito, questo anchora pon esser demostrato per la quintadecima di questo, tolte le g l m, alle a b e, & le k b n, alle f g d, equalmente multiplice, perche serà (per la quintadecima) della g, l, si come della b, alla n. & della l, alla m, si come della k, alla b, tutte le altre cose trattate come prima, tamen piu conuenientemente (questa & la precedente) vengono demostrate secondo il primo modo, ma se in l'uno & l'altro ordine serano piu di tre quantità, ponimo quatro, giuntoli la p, & la q, in questo modo che sia della a, alla b, si come della d, alla q, & della b, alla e, si come della e, alla d, & della e, alla p, si come della f, alla e, serà un altra volta della a, alla p, si come della f, alla q, (perche per le cose anzi demostrate) serà della a, alla e, si come della e, alla q, leuade adoque via la b, e la d, seranno le tre quantità a, e, p, e altre tre f, e, q, come se propose per laqual cosa della a, alla p, serà si come della f, alla q, & cosi sien demostrato delle quatro quantità per le tre leuado via un mezzo, per il medesimo modo se demostrarai delle cinque per le quatro leuado via dui mezzi, & de sei per le cinque leuado via tre, & cosi de altre.



24 Theorema 24. Propositione 24.

24 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del ter

20 al

zo al quarto e la proportione del quinto al secondo serà si come del se-
sto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al secon
do serà si come del sesto e terzo tolti insieme al quarto.



*O nelle che proposse la seconda di multiplici, questa propone uni
versalmente de ogni proportione, onde è tanto più commune de quel
la quante che è la proportione della multiplicità, & è a quella si co
me la terza decima alla prima. sia adonque la proportione della a.
b. alla c. si come della d. e. alla f. & della b. g. alla c. si come della e.
b. alla f. dico che la proportione della a. g. alla c. è si come della d. b.
alla f. perche il serà (per la conversa proportionalità) della c. alla
b. g. si come della f. alla c. e. b. per la qual cosa (per la seconda) sera
da) serà in la equa proportionalità della a. b. alla c. b. g. si come della
e. d. alla c. b. adonque congiontamente (per la decimaottava) della
a. g. alla g. b. serà si come della d. b. alla b. e adonque (per la prima
seconda) serà in la equa proportionalità della a. g. alla c. si come della d. b. alla
f. che è il proposito.*

Theorema. 25. Propositione. 25.

25 / 25 Se seranno quattro quantità proportionale, & la prima sia la mag-
giore di quelle, & la ultima sia la minima, la prima, & la ultima tolte in
sieme, se approua de necessità esser maggiori delle altre due.



*Q nello che se propone in questo loco non ha loco se non quando
tutte le quattro quantità siano d'uno medesimo genere, siano adon
que (de quattro quantità de uno medesimo genere) la proportione
della a. b. alla c. d. si come della e. alla f. & sia la a. b. la più grande
(& non bisogna poner che la f. sia la minima) perche quello segui-
ta de quello che la a. b. è posta la più grande, onde l'Autor non ha
posto questo in conclusione si come positione, ma più tosto si come con
clusione della precedente positione, dico che essendo così serà maggio
re lo aggregato della a. b. & f. che quello della c. d. & e. perche es-
sendo maggior la a. b della c. togliarò dalla b. a. la b. g. equale al-
la e. finalmente anchora perche la c. d. è maggiore della f. togliarò
della c. d. la b. d. equale alla f. & (per il presupposto) serà della a.
b. alla c. d. si come della g. b. alla b. d. per la qual cosa (per la decima
nona) lo residuo a. g. al residuo c. b. serà si come tutta la a. b. a tutta
la c. d. cioè la a. b. alla c. d. concosia adonque che la a. g. e alla c. b. si
come la a. b. alla c. d. ma la a. b. è maggiore della c. d. per la qual cosa la a. g. è mag
giore della a. b. aggiontoli adonque all'una e all'altra le due quantità g. b. & b. d.
serà (per communa scientia) lo aggregato della a. b. & b. d. maggiore dello aggre-
gato della c. d. & g. b. & perche la d. b. è posta equale alla f. & la g. b. alla e. serà*

maggiore

maggiore lo aggregato della. a. b. & f. che lo aggregato della. c. d. & e. che è il proposito.

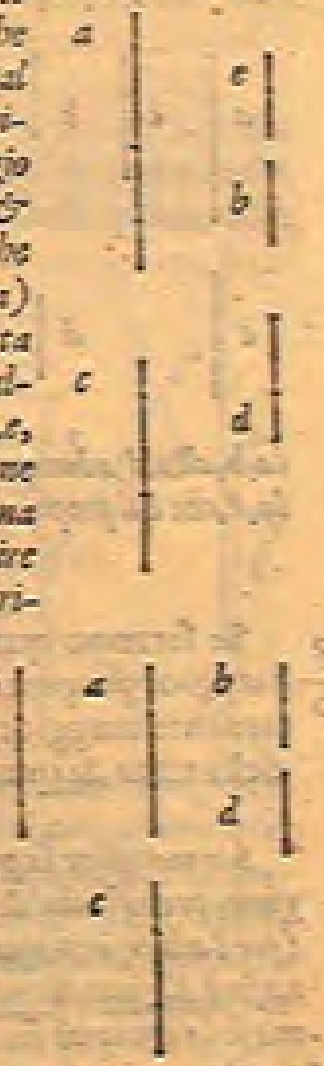
Il Tradottore.

Tutte le seguente nove proposizioni mancano in la seconda tradottione.

Theorema. 26. Propositione. 26.

26 o Se la proportione della prima, de quattro quantità alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, conuersamente serà al contrario, cioe la proportione della seconda alla prima serà minore che della quarta alla terza.

Sia la proportione della. a. alla. b. maggiore che della. c. alla. d. dico che per il modo conuerso, ouero econtrario, la proportione della. b. alla. a. serà minore che della. d. alla. c. essendo altramente per l'aduersario o che la serà quella medesma ò che la serà maggiore, ma se possibile fosse che la proportione della. b. alla. a. fusse si come della. d. alla. c. seguita al contrario che la proportione della. a. alla. b. sia si come della. c. alla. d. La qual cosa non è, anci è maggiore di dal presupposito, anchora se possibile è per l'aduersario che la proportione della. b. alla. a. sia maggiore che della. d. alla. c. sia della. e. alla. a. si come della. d. alla. c. & (per la duodecima) la proportione della. e. alla. a. serà minor che della. b. alla. a. per laqualcosa (per la prima parte della decima) la. e. serà minore della. b. e pero (per la seconda parte della ottaua) la proportione della. e. alla. c. serà maggiore che della. a. alla. b. & perche (per la conuersa proportionalità) della. a. alla. c. è si come della. c. alla. d. serà (per la duodecima) la proportione della. c. alla. d. maggiore che della. a. alla. b. & era minore, rimane adonque il proposito, potemo anchora se'l ne piace arguire il proposito demonstratiuamente, perche è manifesto (per la prima parte della decima) che quella quantità qual alla. b. è quella medesma proportione che è della. c. alla. d. è minore della. a. (imperoche el se pone maggiore la proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. d.) adeque quella quantità sia. e. essendo adonque la proportione della. e. alla. b. come della. c. alla. d. serà al contrario della. b. alla. e. come della. d. alla. c. & è manifesto (per la seconda parte della ottaua) che la proportione della. b. alla. a. è minore che la proportione della. b. alla. e. adonque (per la duodecima) la proportione della. b. alla. a. è minore che della. d. alla. c. che è quello che volemo.



Theo-

Theorema.27. Propositione.27.

27 o



Se'l serà de quattro quantità maggior proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, serà permutatamente maggior proportione della prima alla terza che della seconda alla quarta.



Sia anchora in questo luoco la proportione della.a.alla.b.maggior che della.c.alla.d.dico che serà permutatamente maggior proportione della.a.alla.c.che della.b.alla.d.per che non serà la medesima(perche all'hora anchora sarebbe permutatamente della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.) & non serà minore, perche se questo sia posto, sia adonque della,e,alla,c,come della,b,alla,d, & serà(per la dodecima)maggior proportione della,e,alla,c,che della,a,alla,c, per laqual cosa(per la prima parte della decima)la,e,seria maggiore della,a,adonque(per la prima parte della ottava)la proportione della,e,alla,b,serà maggiore che della,a,alla,b, & per che è stato posto che'l sia della,e,alla,c,si come della,b,alla,d,serà permutatamente della,e,alla,b,si come della,c,alla,d,(per la dodecima) adonque maggior serà la proportione della,c,alla,d,che della,a,alla,b. ma era posto lo contrario, adonque è vero il proposito, ostensivamente anchora quello insieme secondo che in la precedente, perche è tolta la,e,alla,b,come,la,c,alla,d,serà(per la prima parte della decima)la.e.minore della.a.per laqual cosa (per la prima parte, della ottava) maggiore serà della,a,alla,c,che della,e,alla,c,ma per la permutata proportionalità e della,e,alla,c,come della,b,alla,d,adonque(per la dodecima)della,a,alla,c,è maggiore che della,b,alla,d,che è il proposito.



Theorema.28. Propositione.28.

28 o

Se seranno quattro quantità della quale la prima alla seconda sia maggior proportione che della terza alla quarta serà anchora congiuntamente maggior proportione della prima e seconda alla seconda che della terza, & quarta alla quarta.

Sia maggiore la proportion della,a,alla,b,che della,c,alla,d,dico che serà maggiore, proposition de tutta la,a,b,alla,b,che de tutta la,c,d,alla,d,perche quella (per l'adversario) non serà equale & non serà minore,perche sella è equal,all'hora serà disgiuntamente della,a,alla,b,come della,c,alla,d, contra al presupposito ma se la è minore sia della,e,b,alla,b,come della,c,d,alla,d, & serà(per la duodecima) maggiore proportione della,e,b,alla,b,che della,a,b,alla,b,adonque (per la prima parte della decima) la,e,b, è maggiore che la,a,b, & (per la concettione)
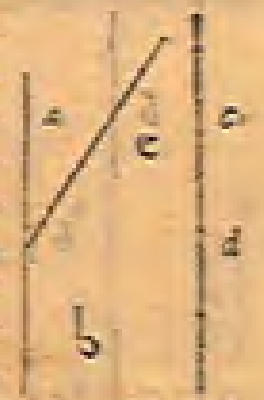
la



la. e. è maggiore che la. c. per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore è la proportione della. e, alla. b, che della. a, alla. b, ma della. c, alla. b, è come della c. alla. d. (per la disgiunta proportionalità) impero che era della. e. b, alla. b, come della. c, d, alla. d, adunque (per la duodecima) della. e, alla. d, è maggiore che della. a, alla. b, ma questo è contra al presuppolito, quel medesima anchora demostratiuamente, perche quando il proposito sia che maggior sia la proportion della. a, alla. b, che è della. e, alla. d, sia la proportione della. e, alla. b, come della. c, alla. d, & serà (per la prima parte della decima) la. e, minore della. a. adunque (per communa scientia) la. e. b. serà minore che la. a. b, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore serà la proportione della. a. b, alla. b, che della. e. b, alla. b, ma la proportione della. c. b, alla. b, è (per la congiunta proportionalità) si come della. c. d. alla. d. perche è posto che sia della. e, alla. b, come della. c, alla. d, adunque (per la duodecima) maggiore è della. a. b, alla. b. che della. c. d. alla. d. che è il proposito.

Theorema. 29. Propositione. 29.

29 Se seranno quattro quantità, delle quale della prima & seconda alo la seconda sia maggiore, proportione che della terza & quarta alla quarta, serà anchora disgiuntamente la proportione della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.

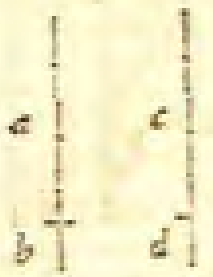


Sia la proportione della. a. b. alla. b. maggiore che della. c. d. alla. d. dico che serà disgiuntamente la proportione della. a. alla. b. maggiore che della. c. alla. d. altramente serà equale. ouero minore, ma se è equale serà (per la congiunta proportionalità) della. a. b. alla. b. come della. c. d. alla. d. laqual cosa è contra il presuppolito, ma se è minore serà maggiore della. c. alla. d. che della. a. alla. b. adunque (per la precedente) serà maggiore della. c. d. alla. d. che della. a. b. alla. b. che è inconueniente perche è stata posta minore, adunque è uero quello che uien detto laqual cosa anchora demostratiuamente la demostremo in questo modo, perche poniamo che la proportione della. e. b. alla. b. sia come la proportione della. c. d. alla. d. & serà (per la prima parte della decima) la. e. b. minor che la. a. b. per laqual cosa (per communa scientia) la. c. è minore che la. a. minore è adunque (per la prima della ottaua) la proportione della. e. alla. b. che è della. c. alla. b. ma la proportione della. e. alla. b. è si come della. c. alla. d. (per la disgiunta proportionalità) adunque (per la duodecima) la proportione della. a. alla. b. è maggiore che della. c. alla. d. che è il proposito.

30 Theorema. 30. Propositione. 30.

o Se seranno quattro quantità, dellequale della prima e seconda alla seconda

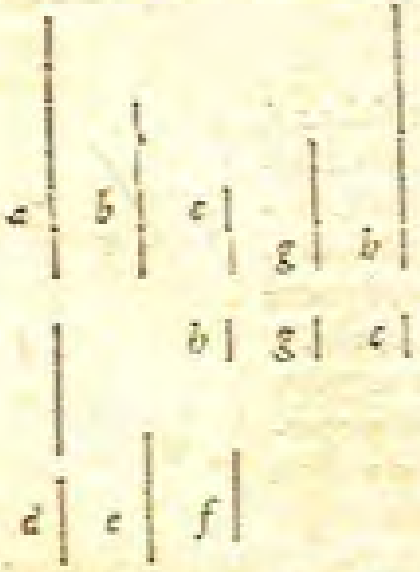
seconda fia maggior proportione, che della terza e quarta alla quarta serà euersamente minor proportione che della prima e secõda alla prima, che della terza e quarta alla terza.



Sia maggiore la proportion della.a.b.alla.b.che della.c.d.alla.d.dico che euersamente minor serà la proportione della.a.b. alla.a.che della.c.d.alla.c. perche serà di gionta mente (per la precedente) maggior proportione della.a.alla.b.che della.c.alla d.adonque (per la nona sesta) serà econuerso minor della.b. alla.a.che della.d.alla.c.per laqual cosa (per la quarta alla precedente) congiuntamente serà minore della.b.a.alla.a.che della.d.c.alla.c.che è il proposito.

Theorema.31. Propositione.31.

31 o Se seran tre quantità in uno ordine, & anchora tre in uno altro & serà della prima delle priore alla seconda maggior proportione che della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della seconda delle priore alla terza maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, serà anchora della prima delle priore alla terza maggior proportione, che della prima delle posteriore alla terza.



Sieno le tre quantità.a.b.c.& similmente altre tre.d.e.f.& sia maggiore proportione della.a.alla.b.che della.d.alla.e. & similmente maggiore della.b.alla.c.che della.e.alla.f.dico, che maggiore serà la proportione della.a.alla.c.che della.d.alla.f. perche sia la.g.alla.c.come la.e.alla.f.& serà (per la prima parte della decima) la.g.minore della.b.per laqual cosa (per la seconda parte della ottaua) la proportione della.a.alla.g.è maggiore che della.a.alla.b.molto maggiore adõque è la proportione della.a.alla.g.che della.d.alla.e.sia adonque della.b.alla.g.come della.d.alla.e.& serà (per la prima parte della decima) la.a.maggiore della.b.per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) la proportion della.a.alla.c.è maggiore che la proportion della.b.alla.c.ma la proportione della.b.alla.c.e (per la equa proportionalità) si come della.d.alla.f.per che è della.b.alla.g.come della.d.alla.e.& della.g.alla.c.come della.e.alla.f. adonque (per la duodecima) la proportion della.a.alla.c.è maggior che della.d.alla.f.per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema.32. Propositione.32.

32 o Se seranno tre quantità in uno ordine,& similmente tre in uno altro & serà

& serà la proportione della seconda delle priore alla terza maggiore, che della prima delle posteriore alla seconda: similmente della prima delle priore alla seconda maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, serà maggiore la proportion della prima delle priore alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantità in uno ordine. a. b. c. & similmente tre in uno altro. d. e. f. secondo che in la precedente. & sia maggiore la proportion della. b. alla. c. che della. d. alla. e. & maggior della. e. alla. b. che della. c. alla. f. dico che maggior serà la proportion della. a. alla. c. che della. d. alla. f. perche sia la. g. alla. c. come la. d. alla. e. & serà la. g. minor della. b. (per la prima parte della decima) per la qual cosa maggior serà la proportion della. a. alla. g. che alla. b. (per la seconda parte della ottaua) adonque molto maggior è della. a. alla. g. che della. c. alla. f. sia adonque della. b. alla. g. come della. e. alla. f. & serà la. a. maggiore della. b. (per la prima parte della decima) per laqual cosa la proportion della. a. alla. c. è maggiore che della. b. alla. c. (per la prima parte della ottaua) ma (per la trigesima terza) la proportion della. b. alla. c. è come della. d. alla. f. imperoche è della. g. alla. c. come della. d. alla. e. & della. b. alla. g. come della. e. alla. f. adonque (per la. 12.) maggior è la proportione della. a. alla. c. che della. d. alla. f. che è il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 33.

33 Se la proportione del tutto al tutto serà maggiore, che del tagliato
o al tagliato, serà del residuo al residuo maggior proportione che del tutto al tutto.
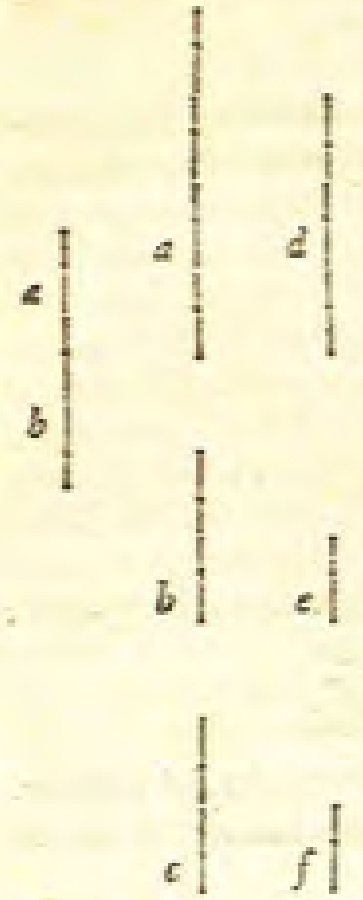
Siano le due quãtità. a. & b. dalle quale siano tagliate le. c. & d. & li residui siano. e. & f. & sia maggior proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. d. dico che maggior serà la proportione della. e. alla. f. che della. a. alla. b. perche serà (per la trigesima settima) permutatamente maggior proportione della. a. alla. c. che della. b. alla. d. per laqual cosa (per la trigesima) serà conuersamente minor proportione della. a. alla. c. che della. b. alla. f. adõque un'altra volta (per la trigesima settima) permutatamente della. b. alla. a. serà maggior che della. f. alla. c. per la qual cosa (per la. 26.) minor serà della. a. alla. b. che della. c. alla. f. che è il proposito.



Theorema. 34. Propositione. 34.

34 Se quante si uoglia quantità seranno comparate a altrettante altre,
o & serà de qualunque precedente alla sua relatiua maggior proportione che de alcuna subsequente alla sua, serà de tutte quelle tolte insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proportione, che de al-

cuna, non di cadauna di quelle non di alcuna di loro delle subsequente alla sua comparata, & anchora che de tutte tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima alla prima.



Siano le tre quantità, a, b, c, referte a altre tante lequale siano, d, e, f, & sia maggiore la proportione della, a, alla, d, che della, b, alla, e, & della, b, alla, e, sia maggiore che della c, alla, f, dico che la proportione delle, a, b, c, tolte insieme alle d, e, f, tolte insieme è maggiore proportione che della, b, alla, e, pero maggiore che della, c, alla, f, & etiam maggiore che della, b, & e, tolte insieme alle e, & f, tolte insieme, et che quella è minore che della. a. alla, d, perche essendo della, a, alla, d, maggiore che della, b, alla, e, sarà permutatamente della, a, alla, b, maggiore che della, d, alla, e, & congiuntamente delle, a, b, alla, b, maggiore che delle, d, e, alla, e, & un'altra volta permutatamente delle, a, b, alle, d, e, maggiore che della, b, alla, e, per laqual cosa (per la precedente) della, a, alla, d, è maggiore che delle, a, b, alle, d, e. & per il medesimo modo se aprouara esser maggiore della, b, alla, e, che delle, b, c, alle, e, f, adunque maggiore proportione è della, a, alla, d, che delle, b, c, alle, e, f, per laqual cosa permutatamente maggiore è della, a, alle, b, c, che della, d, alle, e, f, & congiuntamente maggiore delle, a, b, c, alle, b, c, che delle, d, e, f, alle, e, f, & un'altra volta, permutatamente maggiore delle, a, b, c, alle, d, e, f, che delle, e, b, alle, e, f, per laqual cosa (per la precedente) maggiore è della. a. alla. d. che delle, a, b, c, alla, d, e, f, che è il proposito.

IL FINE DEL QVINTO LIBRO.

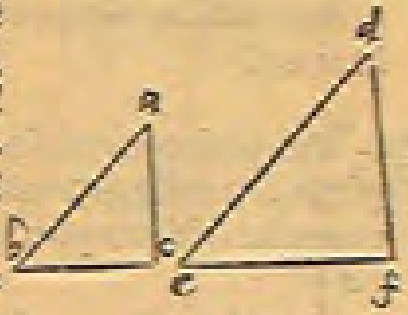
LIBRO SEXTO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1/1 Le figure rettiline simile, sono quelle che hanno li angoli a uno per uno equali, & li lati che sono circa alli angoli equali, proportionali.

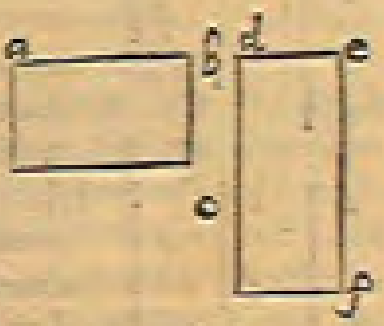


Q u e s t e si'l triangolo. a. b. c. serà equiangolo al triangolo, d, e, f, cioe che l'angolo. a. sia equale all'angolo, d, & l'angolo, b, equale all'angolo, e, & l'angolo, c, al l'angolo, f. & che la proportione del lato, a, b, al lato, d, e, sia si come del lato, a, c, al lato, d, f, & del lato, b, c, al lato e, f. essi seranno simili, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di figura, si parielle gramma come non parielle gramma.



Diffinitione. 2.

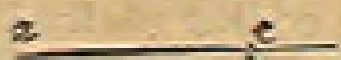
2/2 Le superficie de lati mutui, ouero reciproce, sono quelle in tra li lati dellequale se haverà la proportionalità retranslitiuamente.



Come se delli dui quadrilateri. a. b. c. & d. e. f. la proportione del a. c. a. b. (lato del primo) al d. e. (lato del secondo) serà si come la proportione del e, f. (lato del secondo) al b. c. (lato del primo) essi dui quadrilateri se diranno de lati mutui ouer mute. che sia, ouer secondo la seconda traduttione figure reciproce.

Diffinitione. 3.

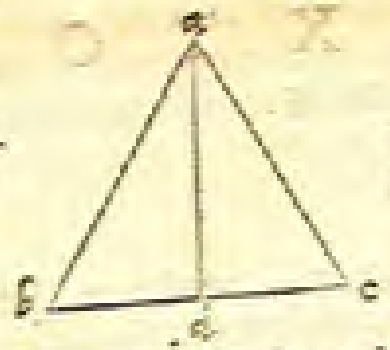
3/3 Vna linea se dice esser diuisa seconda la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi quando che egliè quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggiore sectione che è della maggior sectione alla minore.



Il Traduttore.

Esempli gratia, quando che la proportione di tutta la linea, a, b, alla sua maggiore parte, a, c, fusse si come della detta parte, a, c, all'altra parte, c, b, tal linea se diria esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi in punto c.

Diffinitione. 4.



o/4 L'altezza di ciascuna figura è la perpendicolare ductа dalla uertice ouer cima di quella al la basa.

Il Traduttore.

Esempli gratia, la altezza del triangolo, a, b, c, non se intende esser la linea, a, b, ne anchora la linea, a, c, ma solamente la perpendicolare ductа dalla uertice, ouer cima di quella, cioe dal ponto, a, alla basa, b, c, cioe la linea, a, d.

Diffinitione. 5.
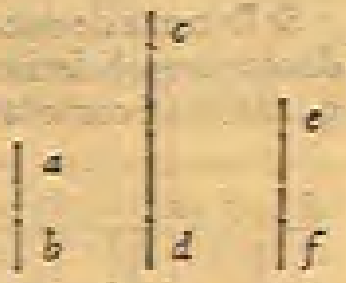
o/5 Una proportione se dice esser composta da due proportioni, ouero piu, quando le quantità de alcune proportioni multiplicate fanno la quantità di detta proportione.





*Sia che la quantità, a, b, habbia una data proportione alla quantità, c, d, (come seria dupla, ouero triple, ouero qualunque altra) & la, c, d, alla, e, f, habbia medesimamente una data proportione, dico che la proportione della, a, b, alla, e, f, è cõposta della proportione della, a, b, alla, c, d, & della, c, d, alla, e, f, ouero se la quãtità della proportione della, a, b, alla, c, d, multiplicata in la quantità della proportione della, c, d, alla, e, f, fa la quantità della proportione della, a, b, alla, e, f, similmente dico che la proportion della detta, a, b, alla, e, f, se dice esser composta della proportione della detta, a, b, alla, c, d, & della, c, d, alla, e, f, & sia primamente la, a, b, maggiore della, c, d, & la, c, d, della, e, f, & sia la, a, b, doppia della, c, d, & la, c, d, tripla della, e, f, perche adonque la, c, d, è tripla della, e, f, & le, a, b, è doppia della, c, d, adonque la, a, b, è sexupla della, e, f, & se dupplicamo alcuno triplo se fa sesuplo, & questo dico essere proprimente la cõpositione, ouer in questo altro modo perche la, a, b, è doppia alla, c, d, sia diuisa la, a, b, in parti equali alla, c, d, e sie sieno a, g, & g, b, & perche la, c, d, è tripla alla, e, f, & la, a, g, è equal alla, c, d, adõque e la, a, g, e tripla alla, e, f, e laqualcosa ancor la, g, b, è similmẽte tripla alla, e, f, adõque tutta la, a, b, è sesupla alla medesima, e, f, adõque la proportione della, a, b, alla, e, f, (cõposta dalla proportion della, a, b, alla, c, d, et della, c, d, alla, e, f,) è cõligata del termine di mezzo, cioe dalla, c, d, e similmẽte se la, c, d, serà minor di l'una e dil'altra delle medesime, a, b, & e, f, al medemo se trouarà, e p dilucidare ẽsito (de nouo) sia la, a, b, tripla alla, c, d, et cioe la, c, d, sia la mità della, e, f, e perche la, c, d, è la mità della, e, f, et la, a, b, è tripla alla, c, d, adõque la, a, b, è sesquialtera della, e, f, (cioe una uolta e mezzo) e se replicamo alcun mezzo serà par uno e mezzo, e perche la, a, b, è tripla alla, c, d, & la, c, d, è la mità della, e, f, di quella quãtità (equal alla, c, d,) della quale la,

le la,a,b,è di tre tale de due tale è la,e,f,per laqual cosa la,a,b, è sesquialtera della,e,f,adonque la proportione della,a,b,alla,e,f, (composta della proportione) della, a,b,alla,c,d,et della,c,d,alla,e,f,non colligata per la,c,d,(termine di mezzo) ma poniamo anchora che la, c,d,sia maggiore di l'una & di l'altra delle due, a, b, & e,f,& sia che la,a,b,sia la metade di essa,c,d,& la c,d,sia sesquitertia alla,e,f, adonque perche di quella tal quantità che la,a,b,è due tale,di quattro tale è la, c,d,& quella tal quantità che la detta,c, d, è quattro tale la,e,f,è di tre tale,adonque di qual quantità la,a, b, è di due tale la,e,f,è di tre tale,adoque un'altra nolta la proportione della,a,b,alla,e,f. (laqual è come di dui a tre) non colligata dal termine di mezzo,il medesimo anchora seguirà in più proportioni & in altri casi, & è manifesto che se da una composta proportione sia cauata ciascuna delle componête, gettato via uno delli estremi restarà l'altro estremo delle componente.



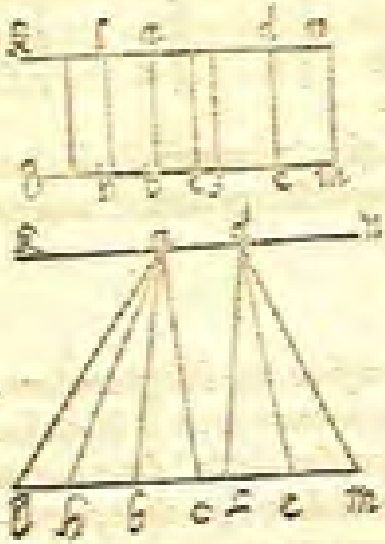
Il Traduttore.

Per intelligentia delle cose dette nella soprascritta diffinitione bisogna notare, che la quantità di una proportione si debbe intendere la denominatione di quella, essempli gratia, la quantità, ouer denominatione de ogni proportion dupla è dui, e di ogni tripla e tre, & di ogni quadrupla è quattro, e così discorrendo in ogni altra proportione multiplice, & similmente la quantità, ouer denominatione de ogni sesquialtera è uno e mezzo, & di ogni sesquitertia è uno e uno terzo, & di una sesquiquarta è uno e uno quarto, & così discorrendo in ogni altra superparticolare, & similmente la quantità, ouer denominatione di ogni superbipartiens tertias è uno e duoi terzi, e de ogni supertripartiens quartas è uno e tre quarti similmente di ogni dupla sesquialtera è duoi e mezzo, e d'una tripla sesquialtera è tre e mezzo, et d'una quadrupla superbipartiens tertias è quattro e duoi terzi, & una quadrupla supertripartiens quartas è quattro e tre quarti, & così discorrendo in ogni altra qualità di multiplice superparticolare & di ogni multiplice superpatiente, & queste tal quantità, ouero denominationi si trouano per regola generale, partendo ogni antecedente per il suo consequente, o sia della maggior inequalità, ouer della minore, essempli gratia, la denominatione di duoi a uno (che è dupla) e duoi, & la denominatione di una a duoi (che è una subdupla) e mezzo, laqual denominatione si trouano partendo l'antecedente per il consequente, & così seguita nelle altre specie, adonque una proportione sesupla (la denominatione della quale è 6.) se dirà esser composta da una dupla, & da una tripla, perche multiplicando le lor denominationi, ouer quantità (che è duoi & tre) fanno sei, cioè la quantità di detta sesupla, & similmente una proportione nintiquadrupla (la denominatione della quale è nintiquattro) se dirà esser composta da una dupla, & da una dodecupla, ouero da una quadrupla & da una sesupla. perche le dette denominationi multiplicate fanno nintiquattro, anchora se pol dire che sia composta da tre proportioni,

tioni, cioe da una dupla & da una tripla & da una quadrupla, perche le lor quantità, cioe da una denominationi moltiplicate l'una fia l'altra, & quel prodotto fia l'altra fa pur ninti quattro, & questo è quello che in la diffinitione se uol inferire.

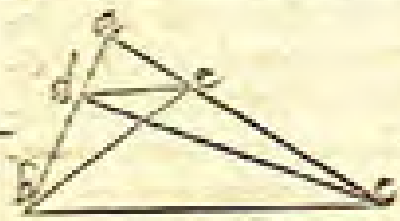
Theorema prima. Propositione prima.

1/1 Se l'altezza de due superficie rettilinee de lati equidistanti, ouero de duoi triangoli serà una medesima, la proportione dall'una all'altra di quelle serà si come la basa di l'una alla basa di l'altra.



Sieno li duoi parallelogrammi, a, b, c, d, e, f, de equal altezza, dico la proportione de quelli esser si come, la b c. alla e f. pongo quelli duoi parallelogrammi sopra una linea, la qual sia la g m, & seranno (perche sono de equal altezze) fra linee equidistante, delle quale l'altra sia la x n. dapoi dalla linea g m, torò la g c. multiplice alla b c, (secondo che uorrò torò) e dividerò quella in parti equali alla b c. in li punti b e b. dalli quali & dal punto g, conduro le linee equidistante alla linea a b, le quale sono g k. & b l. & compirò le superficie de equidistanti lati k b. & l b. & serà ciascuna di quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla a c. per la qual cosa si come che la linea g c. è multiplice alla linea b c. così è la superficie c k. alla superficie a c. similmente alla linea e f. torò dalla linea g m. la linea f m. multiplice (secondo che uorrò) alla e f. & compirò la superficie de equidistanti lati dietro la linea n m. equidistante alla linea d e. & serà la superficie m f. così multiplice alla superficie d f. si come la linea m f. alla linea e f. & perche (per la 36 del primo) se la linea g c. è maggiore della f m. la superficie k c. è maggiore della superficie n f. & se minore minore, & se equale equale, serà (per la diffinitione della inconstima proportionalità) la medesima proportione della basa b c. alla basa e f. cioè della superficie a c. alla superficie d f. che è il proposito, delli triangoli de equal altezza il medesimo ne approueremo, & per il medesimo modo (per la trigesimaottava del primo) ducte le linee dalle estremità de quelle linee che ne torai multiplice alle basi, alle uertice de triangoli.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2/2 

Se una linea retta segante li doi lati d'un triangolo, serà equidistante all'altro lato, & necessario che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, et per il contrario se quella linea segha quelli lati proportionalmente necessariamente quella serà equidistante all'altro lato.

Sia il triangolo.a.b.c.del quale la linea.d.e.seghi li duoi lati,a,b,& a,c,equidistantemente al terzo lato,ilquale è.b.c.dico che la proportione del.a.d.al.d.b.serà si come del.a.e.al.e.c. & per auerso,se l'serà la proportione del.a.d.al.d.b. si come del.a.e.al.e.c.la linea.d.e.serà equidistante alla linea.b.c.perche prenderò le due linee.e.b.& d.c.et serà(per la trigesima settima del primo)il triangolo.e,b,d,equale al triangolo.e,d,c,per questo che ambiduoi quelli sono sopra la linea.d.e. & fra le linee equidistante,e per tanto (per la seconda parte della settima del quinto) la proportione del triangolo. a.d.e. all'uno e l'altro de quelli serà una medesima, ma la proportione de quello(per la precedente)al triangolo.e,d,b,è si come della linea a.d. alla linea. d.b. & al triangolo.d.e.c.si come la linea.a.e.alla linea.e.c.perche quello con l'uno e l'altro de quelli è de equal altezza.per laqual cosa la proportione delle.a.d.al.d.b.serà si come del.a.e.al.e.c.che è il proposito primaze se questo serà(per la precedente) serà del triangolo. a.d.e. all'uno e l'altro de quelli una proportion, per laqual cosa(per la seconda parte della nona del quinto) quelli sono fra lor equali.& perche quegli sono sopra una medesima basa,cioe sopra la linea. d.e. & da una medesima parte serà(per la trigesima nona del primo) la linea.d.e.equidistante alla linea.b.c.che è il secondo proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3 3 Se una linea dutta d'alcun deli angoli d'un triangolo alla basa seghi quello angolo in due parti equali,le due parti della basa se approua esser proportionale alli altri duoi lati del medesimo triangolo,e se le due parti della basa lequale distingue la linea dutta dall'angolo seran proportionale alli altri duoi lati il se approua quella linea necessariamente diuidere quelangolo in due equale.



Sia il triangolo.a.b.c.del quale la linea.a.d. divida l'angolo.a.in due parti equale,dico che la proportione della.b.d. alla.d.c.è si come del lato. b.al lato.a.c. & e conuerso,et per dimostrare questo tirarò la.b.e. equidistante alla.a.d.& prederò la.c.e.a.fina a tanto che la concorra con la.b.e.nel punto.e.e serà(per la prima parte della trigesima nona del primo)l'angolo.e.b.a.equale all'angolo.b.a.d.(& per la seconda parte della medesima) l'angolo.e. all'angolo.d.a.c.per la qual cosa lo angolo.e.è equal all'angolo.e.b.a.adonque (per la sesta del primo) la.e.a.è equal alla.a.b.e però (p la prima parte della settima del quinto) la proportion della. e.a.alla.a.c. è si come della.b.a. alla a.c.ma per la premessa della.e.a.alla.a.c.è si come della.b.d.alla.d.c.adonque della.b.a.alla.a.c.è si come della.b. d. alla. d. c. che è il primo proposito.la seconda parte,laquale conuersa della prima se aprouerà per lo conuerso modo, perche stante la medesima dispositione sel serà la proportion

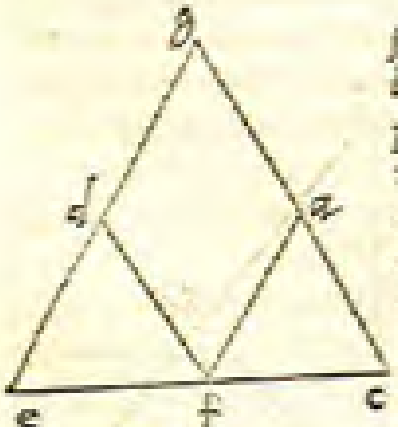
della.b.a.alla.a.c.si come della.b.d.alla.d.c.perche (per la precedente) della.a.c.al la.a.c. si come della.b.d.alla.d.c. serà la medesima proportione della.a.c.a.alla.a.a. che è della.b.a.alla.a.c.adonque (per la prima parte della nona del quinto) la.a.c.a. e.a.b. son equale, per laqual cosa (per la quinta del primo) li dui angoli.a.c.& a.e.b. a. son equali, adonque (per la prima e seconda parte della trigesima nona del primo) lo angolo.b.a.d.è equale all'angolo.d.a.f. che è il secondo proposito.

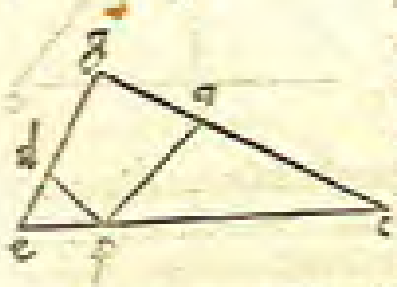
Il Traduttore.

El concorso della protratta linea.a.c. con la linea.b.e. il qual dall'aduersario poria esser negato, se dimostra in questo modo, perche la linea.a.c.b. cade sopra le due parelle.d.a.& b.e. l'angolo.c.b.d. interiore (per la seconda parte della trigesima nona del primo) è equale all'angolo.a.d.c. esteriore, giongendo adonque alma nona del primo) è equale all'angolo.a.d.c. esteriore, giongendo adonque almo l'uno e l'altro l'angolo.a.f.d. (per la seconda comune sententia) li dui angoli.c. & b.c.& a.c.b. seranno equali alli dui angoli.a.c.d.& a.d.c. del triangolo.a.d.c.& perche li dui angoli.a.d.c.& a.c.d. del triangolo.a.d.c. (per la decima settima del primo) sono minori de dui angoli retti, seguita adonque che li dui angoli.c.b. c.& a.c.b. sono etiam minori de dui angoli retti, adonque protrahendo da quelle parte le due linee.c.a.& b.c. (per la quarta petitione) è necessario che quelle concorrano insieme, che è il proposito.

Theorema. 4. Propositione. 4.

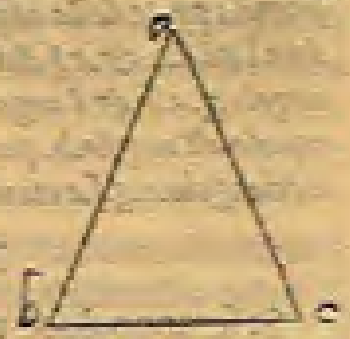
4/4 D'ogni triangoli di quali li angoli dell'un a li angoli di l'altro son equali, li lati che rifguadano li angoli equali sono proportionali.





Sieno li dui triangoli, a, b, c, d, e, f, equiangoli & sia l'angolo, a, equale all'angolo, d, & l'angolo, b, all'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, dico che la proportione del lato, d, e, al, a, b, & del, d, f, al, a, c, è si come del, e, f, al, b, c, e per dimostrare questo poserò ambi dui li triangoli sopra una linea (laqual sia, e, f,) in tal modo che li dui angoli de uno, li quali seranno sopra questa linea sian equali alli dui angoli dell'altro liquali li seranno sopra la medesima linea, non il medio al medio, ouero lo estremo al estremo, ma il medio dell'uno allo estremo dell'altro, & poserò li dui medij angoli de quelli congiungersi in uno medesimo punto, & sia. a, f, c, quel medesimo triangolo laqual era.a.b.c, & per che l'angolo, a, f, c, è equale all'angolo.e.& l'angolo.d. f.e. all'angolo.c, (per il presuppolito) serà (per la prima parte della trigesima ottaua del primo) la linea, a, f, equidistante alla, d, e, & la, d, f, equidistante alla.a.c. comperò adonque la superficie de equidistanti lati laqual sia, g, f, serà (per la trigesima

sima quarta del primo) la.g.c. equale alla. d.f. & la. g.d.e. equale alla.e.f. perche adonque (per la seconda di questo) la.g.c. è alla. a.c. si come la.e.f. alla.f.c. & (per la medesima) la.e.f. alla.f.c. è si come la.e.d. alla.d.g. serà (per la settima del quinto) la.d.f. alla.a.c. & (per la medesima) la.e.d. alla.f.a. si come la.e.f. alla.f.c. che è il proposito.



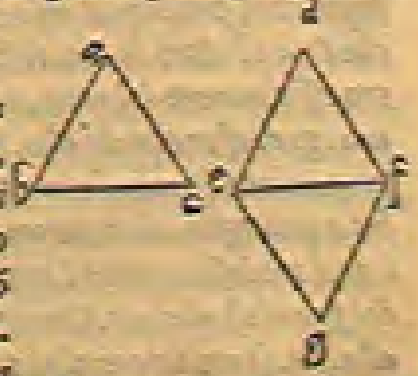
Theorema.5. Propositione.5.

5/5 Se duoi triangoli haueranno li lati proportionali, li detti triangoli seranno equiangoli, & quelli angoli contenuti dalli lati relatiui proportionali se prouano esser fra loro equali.

Questa è il conuerso della precedente, e non ha fatto di questa et della precedente una conclusion si come se fece in la seconda et terza di questo, perche la non se dimostra con la medesima figuratione ne con li medesimi mezzi con liquali se dimostra la precedente, siano adonque li duoi triangoli. a.b.c. & d.e.f. & sia la proportione del lato. a.b. al lato. d.e. & del lato. a.c. al lato. d.f. si come del lato. b.c. al lato. e.f. dico che l'angolo. a.c. è equale all'angolo. d. & l'angolo. b. all'angolo. e. & l'angolo. c. all'angolo. f. & per dimostrare questo costituirò sopra la linea. e.f. in la parte opposita del triangolo. d.e.f. l'angolo. f.e.g. equale all'angolo. b. & l'angolo. e.f.g. equale all'angolo. c. onde (per la trigesima seconda del primo) l'angolo. g. serà equale all'angolo. a. adonque (per la precedente) la proportione della. a.b. al. e.g. & del. a.c. al. f.g. serà si come del lato. b.c. al. e.f. per laqual cosa del lato. a.b. al. d.e. si come al. e.g. & del. a.c. al. d.f. si come al. f.g. adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo dato. d.e. è equal allo. e.g. & (per la medesima) lo. d.f. è equale allo. f.g. (per laqual cosa per la ottaua del primo) li duoi triangoli. d.e.f. & g.e.f. son equiangoli (per laqual cosa adonque lo triangolo. d.e.f. è anchora equiangolo al triangolo. a.b.c. il proposito è manifesto.

Theorema.6. Propositione.6.

6/6 Ogni duoi triangoli, di quali uno angolo de uno sia equale a un angolo dell'altro, & li lati continenti quelli duoi angoli equali proportionali, sono fra loro equiangoli.



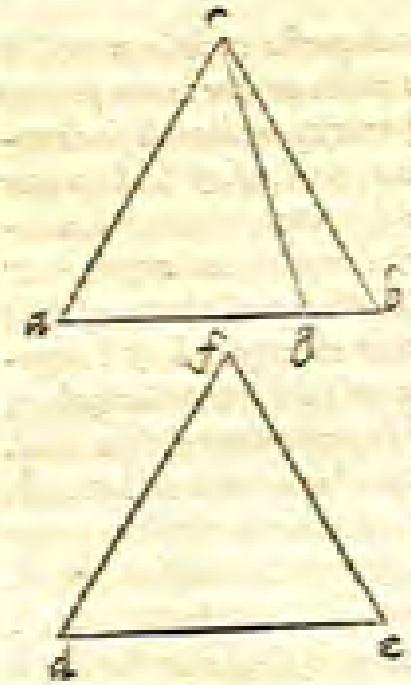
Rimanga la superior dispositione, e sia solamente l'angolo. b. equale all'angolo. d.e.f. e la proportion del. a.b. al. d.e. si come del. b.c. al. e.f. dico anchora li duoi triangoli. a.b.c. d.e.f. esser equiangoli, perche essendo (per la. 4. del primo, e per il presupposto della premessa conclusion) del. a.b. al. e.g. si come del. b.c. al. e.f. serà del. a.b. al. d.e. si come del. a.b. al. e.g. per laqual cosa (per la

seconda

seconda parte della noma del quinto) lo lato. d.e. è equale al.e.g. perche adonque li duoi lati.d.e.& e.f. del triangolo.d.e.f. sono equali alli duoi lati.e.g.& e.f. dello triangolo.g. e.f.& l'angolo. e. dell'uno all'angolo. e. dell'altro, perche l'uno e l'altro è equale all'angolo.b. questi seranno (per la quarta del primo) equiangoli, & perche il triangolo.e.g.f. e etiam equiangolo al.a.b.c. è manifesto il proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7/7 Se seranno duoi triangoli, di quali un angolo dell'uno sia equale a uno angolo dell'altro, & l'uno di duoi suoi restanti angoli siano contenuti da lati proportionali, & finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli sia minore dell'angolo retto, ouero che ne l'un ne l'altro sia minor, è necessario quelli duoi triangoli cõ tutti li suoi angoli esser equiangoli.



Siano li duoi triangoli.a.b.c.d.e.f. & l'angolo.a. sia equale all'angolo. d. & la proportion del. a.c. al d.f. si come del.c. b. al. f. e. & l'uno e l'altro di duoi angoli.b. & e. sia minor del retto, ouer ne l'un ne l'altro sia minor del retto, dico quelli esser equiangoli, perche se l'angolo. c. dell'uno è equale all'angolo. f. dell'altro, è manifesto il proposito (per la precedente) ma se non seranno equali sia l'angolo.c. maggiore & sia fatto l'angolo.a. c. g. equale al medesimo, serà (per la trigesima seconda del primo) li triangolo . a . g . c . equiangolo al triangolo. d.e.f. per la qual cosa (per la quarta de questo) la proportione del. a.c. al. d. f. serà si come del.g.c. al.e.f. ma cosi fu lo. b.c. al.e.f. adõque (per la noma del quinto) lo.g.c. & b.c. sono equali, adõque (per la 5. del 1.) l'angolo. b. è equal all'angolo.b, g, c, adonque se ne l'un ne l'altro di duoi angoli.b, & .e, serà minor del retto, accade li duoi angoli d'un triangolo non esser minori de duoi retti, l'equal cosa nõ puo essere (per la 32. & 17. del primo) ma se l'uno, & l'altro serà minor del retto serà l'angolo.a.g.c. maggior del retto (per la tertiadecima del primo) per laqual cosa & l'angolo.e, (a se equale) serà ambora maggiore del retto, che è contra il presupposito, per laqual cosa destructo lo opposito remane il proposito, ma il bisogna che l'un e l'altro di duoi restanti angoli esser minori del retto, ouer ne l'uno ne l'altro esser minore del retto, perche egliè possibile nel medesimo triangolo.a.b.c. la linea. g. c. esser equale alla. b.c. è però serà della. a.c. all'una e l'altra de quelle una proportione (per la settima del quinto) ne tamen seranno li triangoli.a.g.c. & a. b.c. equiangoli, abenche un angolo dell'uno sia equale a un angolo dell'altro (nomo è quel medesimo come l'angolo.a,) & la proportione della linea . a, c, (come lato del grande) alla.a.c. (come lato del piccolo) e si come della.b.c, (lato del grande) alla.g.c. (lato del piccolo) perche l'una e l'altra è equale, e questo è per quello che l'angolo

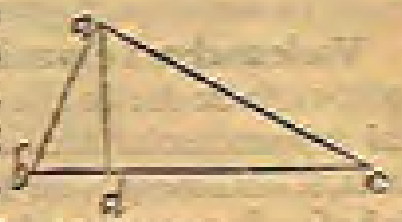
l'angolo.g.del minore è maggior del retto, & l'angolo.b, del maggiore è minore, perche in ogni triangolo de dui lati equali l'uno e l'altro di dui angoli che sono alla basa è minor del retto.

Theorema.8. Propositione.8.

8 8 Essendo dutta una linea perpendicolare dal angolo retto del triangolo orthogonio alla basa seranno fatti dui triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro.

Sia il triangolo. a.b.c. orthogonio & l'angolo.a. di quello sia retto dal qual sia dutta la perpendicolare. a.d. alla basa, dico che l'uno e l'altro di dui triangoli partiali qui sono a.b.d. & a.d.c. è simile al total triangolo. a.b.c. & l'uno de quegli all'altro, perche l'uno e l'altro de quegli è equiangolo al totale (per la trigesima seconda del primo) imperoche l'uno e l'altro è orthogonio & communicano in un'angolo con il totale, per laqual cosa etiam fra loro sono equiangoli, cosi che l'angolo. b. è equale all'angolo.d.a.c. & l'angolo.b.a.d. all'angolo.c, & li dui angoli che sono al.d. sono equali fra loro etiam all'angolo.a. totale, per laqual cosa (per la quarta de questo) li Lati riguardanti li equali angoli de quegli sono proportionali, adunque per la diffinitione sono simili che è il proposito.

Il Tradottore.



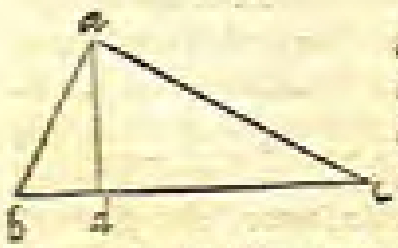
Bisogna aduertire nella demostratione fatta di sopra che ogni volta che li dui angoli d'un triangolo sono equali alli dui angoli d'un triangolo segueta de necessita che il terzo angolo del detto triāgolo sia equal al terzo angolo de quello altro triangolo, essempli gratia, se l'angolo. b.a. c. del total triangolo. b.a.c. (per la terza petitione) è equale all'angolo.a. d.c. del triangolo. a. d.c. partiale (per esser ciascun retto) et l'angolo.c. è communan all'un e l'altro, dico che l'altro terzo angolo del triangolo.a.b.c è equale all'altro terzo angolo del triangolo.a.d.c cioe che l'angolo, a, b, c, è equale all'angolo, d, a, c, laqual cosa se verifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se li tre angoli de cadauno triangolo sono equali a dui angoli retti, seguita adunque che tutti tre li angoli del triangolo, a,b,c, insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo, a, d, c, (per essere quelli equalmente equali a dui angoli retti) tolendo adunque da l'una e l'altra parte angoli equali (per la terza communa sentētia) li dui rimanenti serāno equali, cioe l'angolo, a, b, c, all'angolo, d, a, c, et per li medesimi modi e mie se approuera del triāgolo, a, b, d, esser equiangolo al total triangolo, a, b, c, etiam al triangolo, a, d, c, partiale, onde per la quarta de questo li lati che riguardano li angoli equali sono proportionali, adunque si come è lo lato.b.d. del triangolo, a, b, d, (riguardante lo angolo che sotto, b, a, d,) al, d, a, del triangolo, c, d, c. (riguardāte lo angolo che al.c.) cosi è la medesima, a, d, del triangolo, a.b, d, (riguardante lo angolo che al.b.) alla

d.c.riguardante lo angolo che sotto.d.a.c.del triangolo.a.d.c.(equale a quello che al.b.)et oltra di questo lo lato.b.a.al.a.c.è si come lo.a.c. al.b.c.perche tutti tre toccano over riguardano li angoli retti, adunque per la prima diffinitione li duoi triangoli.a.b.d.& a.d.c.parti del suo simili al total triangolo.a.b.c.etiam fra loro che è il proposito. Alcun se potria admirar di quel che è detto di sopra in fine della espositione da questa ultima propositione etiam da noi replicato di sopra dove non è uso (per la quarta di questo) li lati di quelli triangoli riguardanti li equali angoli esser proportionali e da questo (per la diffinitione delle superficie simile) se conclude quelli triangoli esser simili laqual conclusion par fatta inadvertentemente atento che la diffinition non dice che li lati riguardanti li equali angoli sia proportionali, ma dice che li lati continenti equali angoli sian proportionali perilche bisogna advertire che nelli triangoli egli non è cosa istessa a dire li lati riguardanti equali angoli essere proportionali, & li lati continenti equali angoli esser proportionali la qual cosa è manifesta in li duoi triangoli.a.b.d. & a.d.c.di quali li duoi lati. b. d. & . a. d. del triangolo.a.b.d.sono proportionali alli duoi lati. a.d. & d.c.del triangolo.a.d.c.come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche riguardando angoli come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche riguardando angoli equali, hor dico che li medesimi lati contengono etiam angoli equali, cioè l'angolo contenuto dalli duoi lati.a.d. & b.d.del triangolo.a.b.d.è equale all angolo contenuto dalli duoi lati, a,d, & d,c, del triangolo,a,d,c.perche ciascun è retto & così se può arguire delli altri & dapoi per la diffinitione concludere &c.

Correlario.

§ Vnde anchora è manifesto, che ogni triangolo rettangolo se da l'an
§ golo retto de quello alla basa serà dutta una perpendicolare, serà quella tal perpendicolar media proportional fra le due sectione della detta basa, & similmente l'un e l'altro lato, fra tutta la basa & la portione della basa a se conterminale.

Il Tradottore.



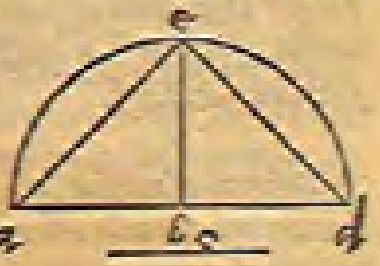
El senso del soprascritto correlario è questo che per le cose dette & dimostrate di sopra egli manifesto che in ogni triangolo rettangolo, se da l'angolo retto alla basa di questo serà dutta una perpendicolare, che quella tal perpendicolare serà media proportionale fra le due sections della basa, essempli gratia che la perpendicolare. a. d.(del soprascritto triangolo, a,b,c,) è media proportionale fra le due sections.b.d.& d.c.cioè che tal proportione è dalla portione.b.d.alla perpendicolare. a.d.qual è della perpendicolare,a,d,all'altra section.d.c.come di sopra habbiamo dimostrato. Oltra di questo dice che l'uno e l'altro lato de detto triangolo è medio proportionale fra tutta la basa e la section a se conterminale,cioè che lo lato. a. c. (del medesimo triangolo,a,b,c,) è medio proportionale fra tutta la basa,b,c, & la section,d,c,a se conterminale in punto.c.cioè tal proportione è de tutta la basa. b. c.alla

te,a,c,qual è dal lato,a,c,alla sectione,d,c,e similmente lo lato,c,b,è medio proportionale fra la detta basa,b,c,& l'altra sectione,b,d,a se cõterminale lequal cose è manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo,a,b,c,simile al triangolo,a,d,c,li lati contenenti le equali angoli sono proportionali uerbi gratia li dui lati,b,c,& a,c,del triangolo,a,b,c,sono proportionali alli dui lati,a,c, & d,c,del triangolo,a,d,c,(cioe cadauno al suo relativo)perche contengono equali angoli, atto uno medesimo angolo che è l'angolo,c,adunque tal proportione è del lato maggior,b,c,(del triangolo,a,b,c,) al lato maggior,a,c,del triangolo,a,d,c, qual è del lato mezzan,a,c,del triangolo,a,b,c,al lato mezzan,d,c,del triangolo,a,d,c, si che si vede apertamente lo lato,c,esser medio proportionale fra la basa, b,c,e la sectione,d,c,a se conterminale in punto,c,elqual lato,a,c,si come lato maggior del triangolo,a,d,c,vien a esser consequente della prima proportione, & come lato mezzano del triangolo,a,b,c,vien a esser antecedente della seconda proportione,e per li medesimi modi e mo se manifesta l'altro lato,a,b,esser similmente medio proportionale fra la basa,b,c, & la sectione,b,d,a se conterminale in punto,b,perche li dui lati,b,c, & a,b,del triangolo,a,b,c,sono proportionali alli dui lati,a,b, & b,d,del triangolo,a,b,d,(cioe cadauno al suo relativo)perche contengon un medesimo angolo, che è l'angolo,b, adunque tal proportione è del lato maggiore, b,c, del triangolo,a,b,c,al lato maggior,a,b,(del triangolo,a,b,d,) qual è dal lato menor,a,b,(del triangolo,a,b,c,) al lato minor,b,d,del triangolo,a,b,d,onde si vede che il lato,a,b, si come lato maggior del triangolo,a,b,d, vien a esser consequente della prima proportione, & come lo lato minor del triangolo,a,b,c,vien a esser antecedente della seconda proportione,che è il proposto.

Problema primo. Propositione.9.

9 13 A due proposte rette linee puotemo trouar una media proportionale.

nel Cardano.39.& è falsa.



Siano le due linee proposte,a,b,et,c, fra lequal uoglio trouar una media proportionale azzingero l'una di quelle con l'altra & sia tutta la composta da questa,a, d, cioe che,a,b,d,sia equale alla,c, & sopra tutta descrivo il semicercolo,a,d,e, e produco la,e,b, fina alla circonferentia perpendicolare alla linea,a,d, dico la linea,b,e, esser quella che adimandamo, e per dimostrare questo produco le linee,e,a, & e,d, & serà(per la trigesima prima del terzo)lo angolo,e, totale retto,per laqual cosa (per la prima parte del correlario della premessa)la proportione della,a,b,alla,b,e,è si come della,b,e,alla,b,d, che è il proposito.

Il Tradottore.

Questa sopradetta nona propositione in la secõda tradottion è la terza decima nicute

nimedimeno a me par questo esser piu suo condecente loco, poi che le se demostra immediatamẽte dalla prima parte del correlario della precedente, nero è che ho tradutto el testo della detta seconda traduction è parendomi assai piu intelligibile di quello di la traduttione del Campano.

Problema. 2. Propositione. 10.

10 11 A due date rette linee possemo trouare una terza a quelle in continua proportionalità.



Sieno le due linee proposte. a. b. & .c. alle quale voglio fare giongere una terza in cõtinua proportionalità congiongo la linea, c, angularmente (come si voglia) con la linea. a.b. & sia la. a. d. (a se equale) & produco la linea, a, b, fina al, e, fina tanto che la, b, e, sia fatta equale alla, a, d, & protratte la linea, b, d, dal ponto, e, duco una linea equidistante a essa linea. b. d. & produco la linea, a, d, fina a tanto che concorrano in ponto, f, dico adonque la linea, d, f, esser quella che cercamo, perche (per la seconda di questo) la proportione della, a, b, alla, b, e, è si come della. a. d. alla, d, f, ma della, a, b, alla, b, e, è si come della, a, b, alla, c, d. (per la seconda parte della settima del quinto) per laqual cosa della. a, b, alla, a, d, è si come della, a, d, alla, d, f, che è il proposito, ma se a me recercasse volesse trouar una quarta alla qual sia la proportione della terza si come della prima alla seconda sia fatto una linea della prima & seconda e a tutta la linea composta sia aggiunta la terza angularmente, & dal commun termine della prima, & della seconda sia ducta una linea alla estremità della terza, & dall altro termine della seconda, sia ducto a questa linea una equidistante, fina a tanto che quella concorra con la terza protratta in continuo, & resto, & serà (per la seconda di questo) la linea che taglia questa equidistante quella che noi cercata, si come se in questa figura serà la prima, a, b, la seconda, b, e, la terza, a, d, serà la quarta. d. f.

Il Tradottore.

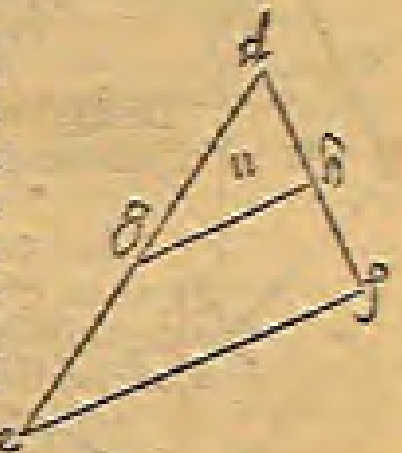
Bisogna aduertire in la soprascritta propositione che a voler trouar una terza linea proportionale alle due date linee. a. b. & .c. se puo intendere in doi modi cioe trouar una conseguente alla, c, over conseguente alla, a, b, volendola conseguente alla, c, se die procedere come di sopra è stato fatto, ma volendola conseguente alla, a, b, se debbono congiongere pur angularmente come di sopra & dal ponto. d. al ponto. b. protrahere la linea. b. d. & produr la linea. a. d. fin al ponto. f. talmente che la, d, f, sia equale alla, a, b, & dal ponto, f, ducere una linea equidistante alla. b. d. & produr la. a. b. fina a tanto che la concorra con quella in ponto, e, hor dico la linea. b. e. esser quella che cercamo, laqual cosa se demostra per li medesimi modi e uie di l altra.

Proble-

Problema.3. Propositione.11.

10 A tre date rette linee, puotemo trouare una quarta proportionale.

12



Siano le tre date rette linee. a.b.c. uoglio a esse, a, b, c, trouar una quarta proportionale congiongo due linee rette, d,e, & e,f, angularmente & taglio della linea. d.e. (per la terza del primo) la linea. d.g. equale alla linea. a. & la.g.e. equale alla.e, & oltra di questo la.d.b. equale alla.c. & dal ponto.g. al ponto.b. io tiro la linea.g.b. & dal ponto.e. duco la linea, e,f, equidistante alla. g. b. & concorrente con la. d.f. in ponto, f, perche adonque del triangolo, d,e,f, a uno lato di quello (che è,e,f,) e protratta la equidistante, g, b, adunque per (la seconda di questo) è si come della, d,g, alla,g,e, così della,d,b, alla,b,f, ma la,d,g, è equale alla a, et la,g,e, alla,b, et la,d,b, alla,c, adonque è si come della,a, alla,b, così della,c, alla, b,f, adoque alle tre date rette linee, a,b,c, è trouata la quarta proportionale,b,f, qual cosa bisogna fare.

Il Tradottore.

Bisogna aduertir che a uoler trouar una quarta linea proportionale alle tre date rette linee. a. b. c. se puo intendere in doi modi come essime sopra la passata fu detto, cioe trouar una consequente alla,c, ouer una consequente alla,a, uolendola trouar consequente alla,c, se procederia come è stato fatto di sopra, ponendo la,d,g, equal alla,a, & la,g,e, al,a,b, & la,d,b, alla,c, & procedere come è stato detto ma uolendola trouar consequente alla, a, se haueria tolto la, d,g, equale alla,c, & la,g,e, equale alla,b, & la,d,b, equale alla,a, & procedere ut supra, & nota che le tre date linee puo esser & non esser continue proportionale anchora nota qualuncate questa soprascritta propositione si ritrona solamente in la seconda tradottione, uero è che in fra della esposition della passata è stato aggionto (sotto brenità) il medesimo, ma non ho uolsuto restar di porui la propositione di l'Autor hauendola trouata.

a

b

c

Problema.4. Propositione.12.

11 Da una assignata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte.

9

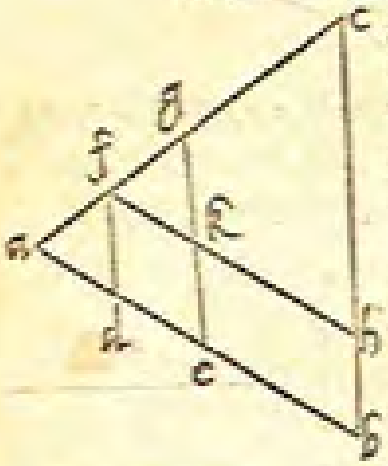
*Sia la assignata linea. a.b. io uoglio da quella tagliare una ordinata parte alliquota, come a dir il terzo, congiongo a quella angularmente (come uiene) una linea de indefinita quantità, laqual sia, a,c, dalla quale reseco tre equal portioni, laquale siano. a. d. d.e. & e.c, & produco le linee c.b. & d.f. fra loro equidistante dico la. a. f. esser la terza parte della. a. b. perche le proportioni della,c,d, alla,d, a. (per



a. (per la seconda di questo) è si come della.a.b.f.alla.f.a.per laqual co
sa congiuntamente della.e.a.alla.d.a.è si come della.b.a.alla.f.a.com
ciosia adonque che la.e.a.sia tripla alla.d.a.eglie manifesto la.a.f.ef
ser la terza parte della.a.b.che è il proposito.

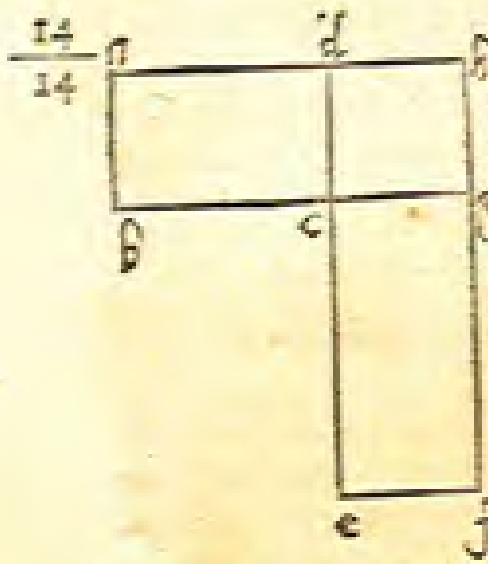
Problema.5. Propositione.13.

De due linee proposte l'una indiuisa l'altra diuisa in par
ti,potemo dividere la indiuisa al modo della diuisa.



Siano le due linee (lequale congiungerò angularmente come non
sono).a.b. & a.c.e sia.a.b.diuisa in tre,ouero quel si voglia portio-
ni,signati in quella li punti.d. & e.voglio secondo le sue desine portio
ni dividere la linea.a. c.quando adonque haverò congiunte quelle an
gularmente,come è detto,tirarò la linea.b.c.& equi-
distante a quella la. d.f. & e.g.dico queste equidistan
te dividere la linea.a.c.in parti proportionale alle par
ti della.a.b. perche mandato la.f.h.equidistante alla.
a.b.laquale segha la.e.g.in punto.k. & serà(per la se
conda di questo) la proportione della.g.f.alla.f.a.si co
me della, e,d,alla, d, a,& della,c, g,alla,g,f,si come
della,h,k, alla, k,f, per laqual cosa è si come della,b,
e,alla,e,d, (per la trigesima quarta del primo, & per
la seconda parte della settima del quinto)che è il pro-
posito.ma il bisogna tante volte repetere la seconda de
questo quante, parti seranno in la linea.a.b.manco una, e la trigesima quarta del
primo & la settima del quinto manco due.

Theorema.9. Propositione.14.



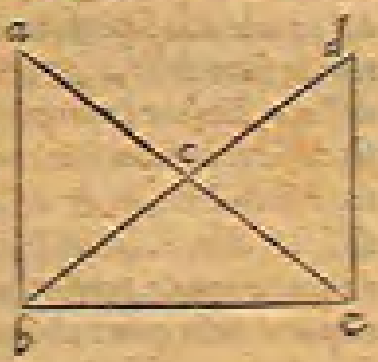
Se seranno due superficie equali de lati equi
distanti dellequale un'angolo dell'una sia equal
e un'angolo dell'altra. li lati continenti li duoi
angoli equali,e necessario esser mutchesia, e se
li lati continenti li duoi angoli equali seran-
no mutchesia, le due superficie è necessario es-
ser equale.

Siano le due superficie.a.b.c.d.& e,e,f,g,de equi-
distanti lati & equal,e sia l'angolo. c.dell'una equale
all'angolo,c, dell'altra,dico la proportione del lato,b,
c.al,c,g,esser si come del.e.c.al.c.d. e se la proportione
del lato,b,c,al,c,g, serà si come del.e.c.al.c.d.ei li pre
detti angoli siano ancora equali, dico quelle due superficie de lati equidistanti es-
ser equale

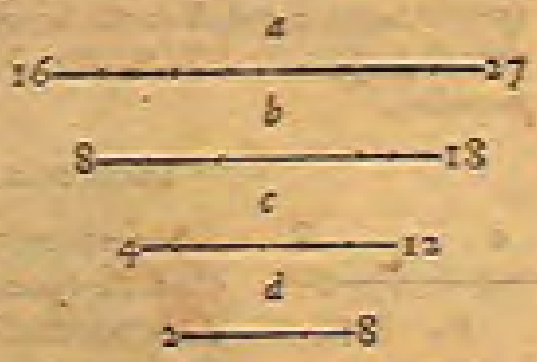
ser equale, perche congiungendo io quelle angularmente, cioe l'angolo, c, dell'una con l'angolo, c, dell'altra cosi che li duoi lati de quelle liquali sono, b, c, & c, g, facciano una linea, & seranno similmente li altri duoi lati, b, c, & c, e, una linea altramente seguiria (per lo precedente presupposito) eguale che l'angolo, c, dell'una esser equale all'angolo, c, dell'altra, (& per la quartadecima del primo) la parte esser equale al tutto, adonque compirò la superficie de equidistanti lati producte le linee, a, d, & f, g, per fina a tanto che concorrano in, h, & serà (per la prima parte della settima del quinto) de l'una & l'altra delle superficie, a, c, & c, f, alla superficie, c, b, una medesima proportione, & perche (per la prima di questo) la proportione della superficie, a, c, alla superficie, c, b, è si come della linea, b, c, alla linea, c, g, & della superficie, c, f, alla medesima superficie, c, b, si come della, c, c, alla, c, d, & è manifesta la prima parte della proposta conclusione, La seconda parte ancora è manifesta perche (per la prima di questo) la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, a, c, alla, c, b, & della, e c, alla, c, d, si come della, c, f, alla medesima, c, b, & perche egli fia supposto che la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, e, c, alla, c, d, serà dell'una & dell'altra delle due superficie. a. c. &, c, g, alla superficie, c, b, una proportion' adonque (per la prima parte della nona del quinto) la, a, c, è equale alla, c, f, & cosi è manifesta la seconda parte.

Theorema. 10. Propositione. 15.

14 15 Se seranno duoi triangoli equali delliquali uno angolo dell'uno, fia equale a uno angolo dell'altro, li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutchefia, & se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutchefia, li duoi triangoli se approuano essere equali.

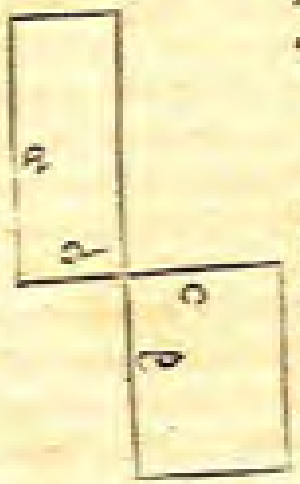


Siano duoi triangoli, a, b, c, c, d, e, equali, & sia l'angolo, c, dell'uno equale all'angolo, c, dell'altro dico la proportione del lato, a, c, al, c, e, esser si come del, d, c, al, c, o, & sel serà la proportion del, a, c, al, c, e, si come del, d, c, al, c, b, et li predetti angoli siano ancora equali, dico quelli duoi triangoli esser equali, perche congiungendo io quelli angularmente cosi che li lati, a, c, & c, e, siano fatti una linea seguente similmente, b, c, & c, d, una linea altramente seguiria la parte esser equale al tutto (per la quinta decima del primo) & tirarò la linea, b, e, & serà (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de detti triangoli al trian-



golo. c. b. e. una proportione, & perche (per la prima di questo) del primo de quelli a quello è si come del. a. c. al. c. e. & del secondo de quelli al medesimo è si come del. d. c. al. c. b. è manifesta le prima parte della proposta conclusione. La secon da parte se proua al contrario perche della, a, c, alla, c, e, è si come del primo trian golo al triangolo. b. c. e. & del, d, c, al, c, b, si come del secondo al medesimo (per la prima di questo) & perche le stato posto che'l sia del, a, c, al, c, e, si come del, d, c, al, c, b, serà dell'uno & dell'altro de detti triangoli al triangolo, b, c, e, una proportione, per laqual cosa per la prima parte della nona del quinto quegli sono equali & cosi manifesta la seconda parte.

15
16



Theorema. 11. Propositione. 16.

Se seranno quattro linee proportionale, lo rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la ultima, serà equale a quello, che serà contenuto sotto alle altre due, & se'l rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la ultima, serà equale a quello che serà contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conuiene esser proportionale.

Siano le quattro linee, a, b, c, d, proportionale, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, & se la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche essendo fatte la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, & la superficie contenuta sotto della, b, & della, c, se la proportione adunque della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, li lati di quelle superficie seranno mutekesia & li angoli contenuti da quelle equale, perche l'una e l'altra e di angoli retti, per laqual cosa (per la seconda parte della quintadecima di questo) esse sono equale, che è il primo proposito. El secondo è manifesto (per la prima parte della medesima) perche se esse sono equale (perche tutti li angoli de quelle sono retti) li lati di quello seranno mutekesia per ilche la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, che è il secondo proposito.

Theorema. 12. Propositione. 17.

16 a 8
17 b 4
c 2

Se seranno tre linee proportionali, lo rettangolo, che serà contenuto sotto la prima & terza, serà equale al quadrato della seconda descritto, ma se quello che serà contenuto sotto la prima & terza è equale a quello quadrato che uien prodotto dalla seconda, quelle tre linee seranno proportionale.

Sia

Sia la proportion della linea.a.alla linea.b.si come della linea.b.alla linea.c.dico che la superficie contenuta sotto della.a.& dello.c.è equale al quadrato della.b.& se la superficie contenuta sotto della.a.& della.c.è equale al quadrato della.b.dico che la proportione della.a.alla.b.è si come della.b.alla.c.ma questo è manifesto per la precedente posta una linea, laquale sia equale alla.b.talmente che la.b.sia in ragione de seconda & de terza.

Il Tradottore.

Verbi gratia, ponendo la.d.equale alla.b.(come in la seconda figuratione appare) haveremo poi quattro linee proportionale, cioe, a.b.d.c, cioe che la proportione della, a, alla, b, è si come della, d, alla, c, onde (per la precedente) lo rettangolo che serà contenuto sotto della.a.& della.c.serà equale a quello che serà contenuto sotto della.b.& della.d.& perche il rettangolo contenuto sotto de la.b.& della.d.è equale e simile al quadrato della.b.(per esser la.d.equale alla b.) seguita adonque il rettangolo contenuto sotto della.a.& della.c. essere equale al quadrato della.b.che è il primo proposito, il secondo similmente se manifesta per la seconda parte della precedente.

a	1
b	4
d	4
c	2

Theorema.13. Propositione.18.

17 Se seranno dui triangoli simili, la proportione dell'uno all'altro è
19 come la proportione de qual suo lato ne piace al suo relativo lato dell'altro duplicata.



Siano li dui triangoli.a.b.c.& d.e.f.simili & (per la diffinitione) seranno equiangoli & de lati proportionali, sia adonque l'angolo.a.equale all'angolo.d.& l'angolo.b. all'angolo.e,& l'angolo.c.all'angolo.f,& serà la proportione del lato.a.b.al.d.e.& del.a.c.al.d.f.si come del.b.c. al.e.f.dico che la proportion del triangolo.a.b.c.al triangolo.d.e.f.è si come la proportione del.b.c.al.e.f.duplicata, perche essendo sottogionta (secondo la doctrina della decima de questo) alle due linee.b.c.& e.f.una terza in continua proportionalità laqual sia.c.g.protratta, over refecata la.c.b.(se la.c.g.serà maggior over minor di quella) & essendo producta la linea.g.a.& serà (per la seconda parte della decima quinta di questo) el triangolo.a.g.c.equale al triangolo.d.e.f.per questo che la proportione della.a.c.alla.d.f.è si come della.a.e.f.alla.c.g.& l'angolo.c.equale all'angolo.f.per laqual cosa (per la seconda parte della settima del 5.) lo triangolo.a.b.c.all'uno et l'altro de quegli haverà una proportione, & (per la prima di questo) la proportione

tione del triangolo, a,b,c, al triangolo, a,g,e, è si come della, b,c, alla, g,e, & la proportione della, b,c, alla, g,e, è si come della, b,c, alla, e,f, duplicata (per la medesima diffinition del quinto) adonque la proportion del triangolo, a,b,c, al triangolo d,e,f, è si come la proportione della, b,c, alla, e,f, duplicata che è il proposito, ma se per caso la, c,g, sia equale alla, b,c, serà (per la seconda parte della quintadecima di questo) il triangolo, a,b,c, equale al triangolo, d,e,f, & la equal proportion è composta dalla equal duplicata, over treplicata, over quante volte si voglia. Q uesta medesima positione possemo per il medesimo modo & per li medesimi mezzi demostrare delle superficie simile de lati equidistanti tolta solamente la quintadecima del presente in loco della quintadecima, ma il non demostra quella, perche per la seguente el se demostra universalmente de tutte le superficie simile, per laqual cosa (per il correlario che universalmente è proposto de tutte le superficie simile) non solamente è manifesto nelli triangoli, ma demostra la seguente serà manifestante de tutte, ma impose quello in questa & non in la seguente, perche il correlario de questa è non della seguente, perche dal modo della demostratione de questa è ma nifesta la sua verità e non dal modo di quella.

Correlario della prima tradottione.

o / 17 Et da questo anchora è manifesto che di ogni tre linee continue proportionale quanta è la prima alla terza, tanta serà una superficie constituida sopra la prima a una superficie constituida sopra la seconda, essendo simile in lineatione & creatione.

Correlario della seconda tradottione.

19 / o Anchora da questo è manifesto che de ogni tre linee continue proportionale, quanta è la prima alla terza, tanta serà la superficie rettangola costituta sopra la prima alla superficie rettangola costituta sopra la seconda quando serà a quella simile in lineatione & creatione.

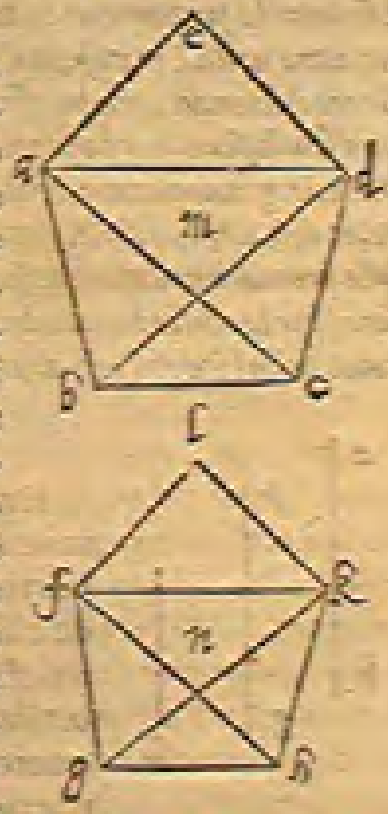
Il Tradottore.

El primo delli soprascritti dui correlarii conclude generalmente che per le cose dette, & demostrate di sopra eglie manifesto che de ogni tre linee continue proportionale tal proportione serà della prima alla terza, quale serà de una superficie constituida sopra alla primalinea, a una superficie constituta sopra alla seconda linea, dummente che le dette due superficie siano simile in lineatione & creatione. Il secondo, cioe quello della seconda tradottione, conclude il medesimo solamente delle superficie rettangole simile, & circa cio io dico che eglie ben il vero che disopra eglie stato demostrato delle tre linee. c. b. f. e. c. g. continue proportionale, che tale proportione e dalla prima. c. b. alla terza. c. g. qual è dallo triangolo. a. b. c. (constituito sopra alla prima linea) allo triangolo, d, e, f. (constituido sopra alla seconda) ma per questo non se verifica totalmente il detto correlario della prima tradottione, laquale conclude generalmente de tutte le super-

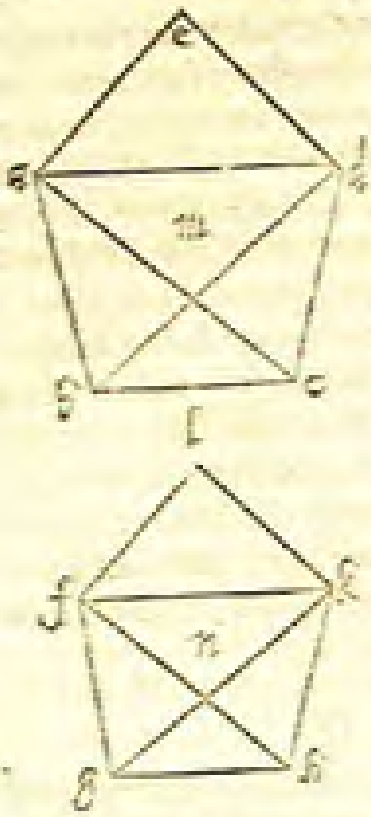
le superficie simili, & manco si verifica quello della seconda tradottione: ma egli è ben il vero che quello della seconda tradottione si potria dimostrare facilmente (come dice etiam il Commentatore) cioè usando nella argumentatione la decimaquarta propositione di questo in luoco della decimaquinta. Perdrebe (secondo il mio giudizio,) il suo proprio & condecente luoco dell'uno & dell'altro credo, che sia dapoi la dimostratione della sequente propositione, perche in tale luocho (mediante le cose dimostrate in la precedente, & etiam nella sequente propositione) verria ad essere verificato totalmente quello che conclude l'uno & l'altro delli predetti dui correlarij, ma perche in l'una e l'altra tradottione sono posse drieto a questa propositione, & in tal luocho li habbiamo lassati, & perche il secondo Correlario posto in fine della sequente propositione è simile in conclusione al sopradetto della prima tradottione mi fa credere questo essere uno espresso errore delli tradottori, & se cosi non fusse lo sopradetto primo Correlario, cioè quello della prime tradottione seria stato superfluamente posto dallo Autthore, il che non è da credere.

Theorema. 14. Propositione. 19.

18/20 Ogni due superficie simili multiangule sono divisibile in triangoli simili & in numero equali, & la proportione dell'una di quelle all'altra è si come, la proportione dupplicata de qualunque suo lato al suo relativo lato dell'altra.

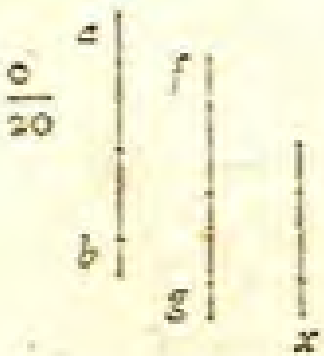


Sieno exempli gratia li dui penthagoni. a. e. d. f. b. k. simili. Dico che essi sono divisibili in triangoli simili & in numero equali, & che la proportione de l'uno de quegli all'altro è si come la proportione dupplicata del. a, b, al. f, g, perche essendo ducte le due linee a. c. et a, d, è similmente la. f, b, & f, k, & serà (per lo precedente presupposito, & per la sesta di questo) lo triangolo, a, b, c, equiangolo al triangolo, f, g, b, & lo triangolo, a, e, d, al triangolo, f, b, k, similmente anchora (per questa communa scientia se da cose equale se toglie cose equale li remanenti sono equali) serà lo triangolo, a, c, d, equiangolo al triangolo. f. b, k. perche li detti penthagoni sono stà posti equiangoli & similmente de lati proportionali. Et perche li triangoli inequali sono divisi, sono fra loro equiangoli (come è stà provato) seranno etiam simili (per la quarta di questo) & per la diffinitione delle superficie simili, per laquel cosa concluso che essi sono equali in numero è manifesto il primo proposito, per lo secondo sia protracta la, b, d, laqual segharà la, a, c, in punto. m. & la. g. k. laqual segharà la. f. b. in punto. n. & serà lo triangolo



b.c.d. equiangolo al triangolo.g.b.K. (per la festa di questo, & per la presente presupposito) per laqual cosa e lo triangolo. a.b.m. al triangolo.f.g.n. & lo.a.m.d. al.f.n.k. adonque (per la quarta di questo) la proportion della.b.m.alla.g.n.e si come della a.m.alla.f.n. & della.a.m.alla.f.n. si come della.m.d.alla.n.k. per la qual cosa (per la undecima del quinto) della.b.m. alla.g.n.è si come della.m.d.alla.n.k. adonque permutatamente della.b.m.alla.m.d.è si come della.g.n.alla.n.K. ma (per la 1. di questo) del triangolo.a.b.m. al triangolo.a.m.d.e del.b.c.m.al c.m.d.è si come della. b.m.alla.m.d. & (per la medesima) del.f.g.n. al.f.n. K. & del.g.n.b.al.b.n.k. si come della.g.n. alla.n.k. adonque (per la tertiadecima del quinto) del triangolo.a.b.c. al triangolo. a.c.d. è si come del triangolo.f. g.b.al triangolo.f.b.K. per laqual cosa permutatamente del.a.b.c. al.f.g.b. è si come del.a.c.d.al.f.b.k. con la medesima ragione tu approverai che & si come del a.c.d.al.f.K.l. adonque (per la tertiadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono è si come del. a. b.c. al.f.g.b. adonque (per la precedente) la proportione del penthagono.a.c.d.al penthagono.f.b.k. è si come la proportione della.a.b. alla.f.g. duplicata, che è il proposito, dal qual un altra volta è manifesto il correlario della precedente, altramente tu poi demostrare il secondo, perche essendo li triangoli, in liquali li penthagoni sono diuisi fra loro simili, serà (per la precedente) la proportione del.a.b.c.al.f.g.b. si come della. b.c.alla.g.b. duplicata, & del.a.c.d.al.f.b.K. si come della.c.d.alla.b.k. duplicata, et del.a.c.d.al.f.l.K. si come della.d.e.alla k.l. duplicata, perche adonque tutte queste proportioni duplicate sono equale per questo che l'fu posto le sempre esser equal serà (per la tertiadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono si come dello lato di l'uno al suo relativo lato dell'altro la proportione duplicata.

Correlario.



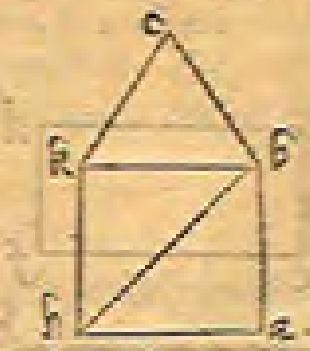
E per questo universalmente è manifesto, che le simile figure rectelinee, fra loro sono in doppia proportione delle simile proportione di lati, perche se de essi medesimi. a. b. & f.g. togliemo la proportional.x. della.a. b.alla. x. ha doppia proportione che la. b.alla.f.g. ueramente, & il polygonio al polygonio, ouero il quadrato al quadrato hanno doppia proportione, che della simile proportione del lato al lato, cioe della.a.b.alla.f.g. & questo anchora è manifesto in li triangoli.

Correlario

Correlario secondo.

o 20 Per tanto anchora universalmente è manifesto che se tre rette linee seranno proportionale si come la prima alla terza, così serà la specie, che è descritta dalla prima a quella laquale è similmente descritta simile dalla seconda.

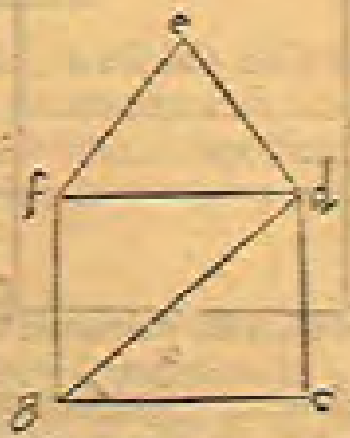
Il Traduttore.



Questi sopra scritti dui Correlarij se trouano solamente in la seconda traduttione, il primo di quali conclude il conuerso dello correlario della precedente etiã de questo secondo, perche questo secondo correlario in substantia conclude il medesimo che conclude il correlario della precedẽte, secondo la traduttione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee continue proportionale tal proportion ha la prima alla terza qual ha una superficie costituta sopra la prima a una superficie costituta sopra alla seconda quãdo la serà a quella simile in lineatione & creatione, & perche el non specifica (rettangola) come fa quello di la nona traduttione, se die intendere de ogni specie superficie simili, come conclude etiam il secondo di questa decima nona propositione, perlche a me par che questo secondo sia quel istesso della precedente secondo la traduttione del Campano. Onde penso che questo sia un errore de scrittori, altramente il correlario della precedente seria superfluo, perche il secondo de questa satisfa per quello, o sia di la nona traduttione, o sia di quella del Campano.

Problema. 6. Propositione. 20.

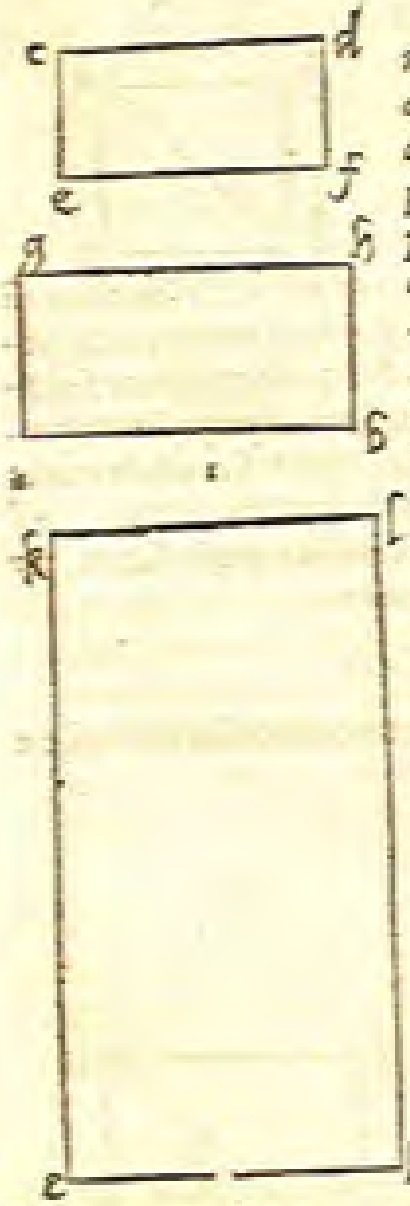
18 19 Sopra una data retta linea possemo descriuer uno rettilineo simile e similmente posto a uno dato rettilineo.



Sia la data linea a.b. sopra laquale uoglio costituire una superficie, rettilinea simile & similmente posta a data superficie, che sia penthagona, & sia c.d.e.f.g. diuido questo penthagono in triangoli, ducte le linee d.f. & d.g. & sopra il punto a. costituisco uno angolo equale all' angolo c. (ducta la linea a.h.) & sopra il punto b. costituisco un altro angolo (sopra la linea a.b. b.) equale all' angolo c.d.g. protracta la linea b.b. fina a tãto che quella concorra con la a.h. in punto b. & serà (per la trigesima seconda del primo) l'angolo a.b.b. equal all'angolo c.g.d. e pero (per la quarta di questo) li lati di dui triangoli g.c.d. & b.a.b. seranno proportionali. Faccio anchora lo angolo b.b.K.

(dutta la linea b,x,) equal all angolo g,d,f, et l'angolo k,b,l, (dutta la linea b,l,) equale all angolo f,d,e, & l'angolo b,b,k, (dutta la linea x,b,) equale all angolo d,g,f, & l'angolo b,k,l, (dutta la linea k,l,) equale all angolo d,f,e, & sera perfatto el pẽthagono che era da esser costruido sopra la linea a,b, perche quello è equangolo al dato penthagono per la equalita di angoli di triangoli in liquali l'uno & l'altro è diuiso, & etiam è de lati proportionali per la proportionalita di lati de essi triangoli, laqual cosa della quarta di questo euidentemente appareso, perilche (per la diffinitione delle superficie simile) lo penthagono constituido sopra la linea a, b, è simile al penthagono dato, che è il proposito.

Il Tradottore.

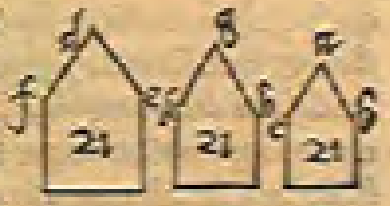


El resto di questa soprascritta propositione lo habbiamo tradotto la maggiore parte secondo la seconda traduttione, perche quello della traduttion del Campano è diminuto assai, perche il prepone di voler construere sopra una data linea una superficie simile a una data superficie, & doueria dire una superficie rettilinea simile & similmente posta a una data superficie rettilinea altramente la superficie proposta potria esser cosi conditionata che sopra alla data linea se potra descriuere due è piu superficie simile alla data superficie & fra loro seranno differente in quantità, come serebbe verbi gratia, sia la data superficie c,d,e,f, & per piu facile intelligenza sia rettangola, & la longhezza c, d, di quella sia doppia alla larghezza c, e, & sian date due linee equale, cioe, a,b, prima & ,a,b, secondo hor dico che sopra alla linea a,b, se puo descriuere due superficie simile alla data c,d,e,f, & differente in quantità, perche se io pongerò la data linea per longhezza la me darà minor figura che a ponerla per larghezza come appar in le due superficie, a, b, g, e, & a,b,k,l, che cadauna è facta simile alla c,d,e,f, cioe la longhezza de cadauna è doppia alla sua larghezza, e sono rettangole & mezzedimeno la a,b,k,l, (per lo primo correlario della decima nona di questo) è quadrupla alla a, b,g,b, & questo procede che la prima linea a. b. è posta per longhezza & la seconda per larghezza de detta superficie descritta, & se per caso la data superficie fusse de tre lati diuersi sopra alla data linea se potera descriuere tre superficie simile alla data e diuerse fra loro in quantità, cioe una tolendo la data linea per il lato minor de detta figura, l'altra tolendola per il lato mezzano, e l'altra tolendola per il lato maggiore, & cosi se la data superficie fusse de quat-

de quattro lati ineguali sono pote descriuere quattro & se de cinque cinque, e cosi discorrendo in sei sette otto &c. Se mode adonque che la propositione (senza quella conditione che dice & similmente posta) serie mendosa & haueria piu risposte, ma con la detta conditione non puo hauere saluo che una risposta sola, e non piu, perche la figura che se haurà a designar bisogna che la sia non solamẽte simile alla data, ma che la sia similmente posta, cioe che la se ripossa sul medesimo lato dove se ripossa la data, onde la superficie, a,b,k,l. quantunque la sia simile alla data, c,d, e,f, tamen la non è similmente posta, perche la data, c,d,e,f, se ripossa & tien per basa il maggior lato di quella, cioe, e,f, & la, a,b, ,l, se ripossa & per basa il lato minore, cioe, a,b, ma la superficie, a,b,g,h, è ueramente descritta sopra alla linea a,b, con la conditione, che se recerca in la soprascritta propositione, cioe simile & similmente posta alla data superficie, c,d,e,f, perche la se ripossa & tien per basa il maggior lato, e questo è quello che uolemo inferire.

Theorema. 15. Propositione. 21.

20 / 21 Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle è necessario fra loro esser simili.



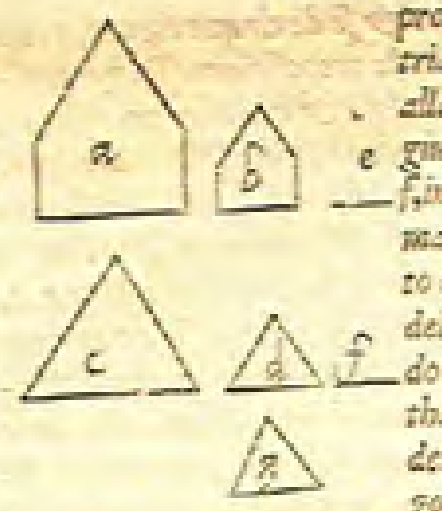
Sia l'una e l'altro di penthagoni. a.b.c.d.e.f. simili al penthagono, g,h,k, dico quelli esser fra loro simili, perche l'una e l'altro de quegli è equiangolo al penthagono. g,h,k, (per la conuersione della diffinitione delle superficie simili) per il che sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conuersione della medesima diffinitione, la proportion del. a.b. al. g. h, è si come del, a,c, al, g,k, & del, g,h, al, d,e, si come del, g, k. al, d, f, adonque per la equa proportionalità del, a,b, al, d,e, è si come del, a,c, al, d,f, per lo medesimo modo tu apporterai li altri lati di penthagoni, a,b,c, & d,e,f, (continenti li equali angoli) esser proportionali adonque (per la diffinitione delle superficie simili) essi sono fra loro simili, che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 22.

21 / 22 Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato sopra due, & due superficie rette linee simile, & similmente descritte anchora esse superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie costituite sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee necessario esser proportionale.

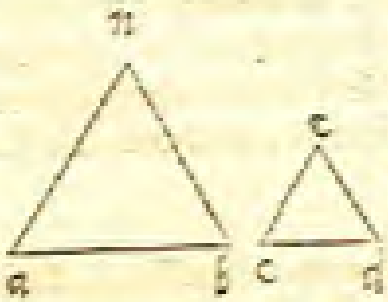
Siano quattro linee proportionale, a,b,c,d, & sia la proportione della, a, alla b, si come della, c, alla, d, dico che essendo constituide superficie simile sopra la, a, & b. (come duoi penthagoni simili) & altre simile constituide sopra la, c, & d, (come duoi triangoli simili) serà la proportione di penthagoni si come di triangoli, ma essendo li penthagoni simili & similmente etiam li triangoli simili, & essendo la

proportione



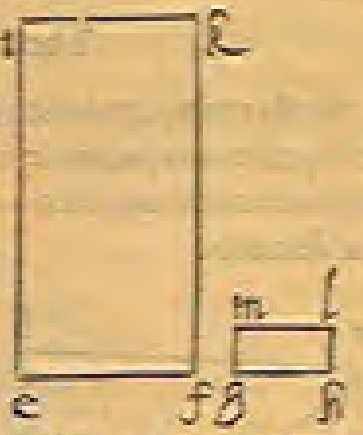
proportione del penthagono al penthagono, si come del triangolo, al triangolo dico che la proportione della.a. alla.b. sarà si come della.c. alla.d. perche essendo sotto questo alle linee.a. & .b. la.e. & alle linee.c. & .d. la.f. in continua proportionalità, si come anchora la decima di questo, & sarà (per la vigesima seconda del quinto & per la equa proportionalità) della.a. alla.e. si come della.c. alla.f. perche adonque (per lo correlario seconda della decima nona di questo) la proportione di penthagoni è si come della.a. alla.e. et di triangoli si come della.c. alla.f. sarà adonque la proportion di penthagoni si come di triangoli, & questo il primo propositione, il secondo cosi è manifesto, siano li dieci penthagoni simili & li dui triangoli similmente, & sia la proportione di penthagoni si come di triangoli, dico che la proportione della.a. alla.b. è si come della.c. alla.d. perche sia fatto della.e. alla.g. si come della.a. alla.b. (& come questo si debbia fare è detto di sopra la medesima di questo) & sopra la.g. sia fatto (si come insegna la vigesima di questo) una superficie simile a quella, che è constituta sopra la linea.e. & sarà (per la precedente simile a quella) che è constituta sopra la linea.a.d. & sarà anchora (per la prima parte de que sta vigesima seconda) quel proportione del penthagono.a. al penthagono.b. quella medesima del triangolo.c. al triangolo.g. ma la medesima era etiam del triangolo.c. al triangolo.d. adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo triangolo.d. è equale al triangolo.g. & perche sono simili; sarà la linea.g. equale alla linea.d. (per la prima parte della decima ottava di questo) quando che sopra le linee.c.d. & .g. siano triangoli, over (per la seconda parte della decima nona) quando fussero stati qualunque altre figure multiangole, perche la equalità non è producta da alcuna proportione duplicata, over triplicata, over pigliata quante volte si voglia se non dalle equale, adonque della.c. alla.d. sarà si come della.a. alla.b. che è il proposito.

il Traduttore.



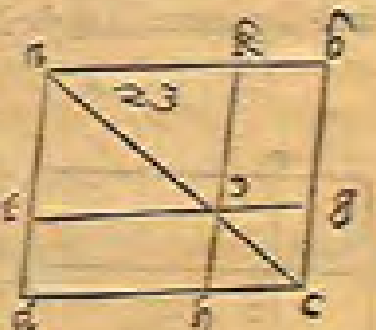
O nella particula, cioe in el soprascritto resto dice, & similmente descrivere se trova solum in la seconda traduttione, senza laquale il resto di la traduttione del Campano patera opposizione si come nella passata, perche essendo quattro rectilinee proportionale, se potra descrivere, sopra due, & due superficie rectilinee simile laquale seran cosi condutte come (non essendo simil mente descritte) non seranno proportionale, exempli gratia, siano le quattro linee.a.b.c.d. in.f.g.h. proportionale & per maggior intelligentia sia la.a.b. dupla alla.c.d. & similmente la.e.f. alla.g.h. & sopra le due.a.b. & .c.d. siano descritti dui triangoli equilateri, & sopra le due.e.f. & .g.h. siano descritti

descritti due superficie rettangole che la longhezza de cadaū sia doppia alla larghezza e siano così condivisamente descritte che la linea.e.f. venga a esser larghezza de l'una (cioè di quella descritta sopra di se) et la linea.g.b. venga a esser longhezza dell'altra (come appare in le dette due superficie.e.f.i.x. & g.b.l.m.) Hor si vede che le quattro linee.a.b.c.d.e.f.g.b. sono proportionale, & sopra le due.a.b. & c.d. sono descritti li dui triangoli a.b.n. & c.d.o. liquali per esser equilateri sono simili (per la quinta di questo) & sopra le altre.e.f. & g.b. son descritte le due superficie.e.f.i.k. & g.b.l.m. lequale son etiā simili (per la diffinitione) & tamen queste quattro superficie non sono proportionale, immo el triangolo.a.b.n. è quadruplo al triangolo.c.d.o. (per la decima ottava di questo) & la superficie.f.i.k. è sedecupla alla superficie.g.b.l.m. (per la decima nona di questo) e questa disproportionalità procede perche le due superficie.e.f.i.x. & g.b.l.m. non sono similmente descritte, & questo è quello che volemo inferire, e di questo molto bisogna advertir in la descrittione de superficie simili de molti lati ineguali, perche in tanti modi si possono variar quanto è il numero della diversità di lati, come etiam fu detto sopra la precedente.



Theorema.17. Propositione.23.

22 24 Tutte le superficie de equidistanti lati che stanno intorno al diametro de ogni parallelogrammo sono simile a tutto el parallelogrammo anchora fra loro.

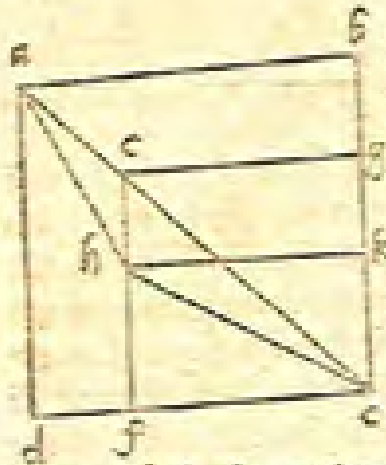


Come sia in lo parallelogrammo.b.d. del quale lo diametro è.a.c. stando le superficie.g.b. & f.k. de equidistanti lati intorno al diametro, dico quelle essere simile a tutto il parallelogrammo, & similmente fra loro, perche (per la seconda de questo) della.b.g. alla.g.c. & della.d.b. alla.b.c. è si come della.a.e. alla.e.c. adōque cōgiuntamēte della.b.c. alla.c.g. e della.d.c. alla.c.b. serà si come della.a.c. alla.c.e. per laqual cosa (per la undecima del 5.) della.b.c. alla.c.g. serà si come della.d.c. alla.c.b. e similmēte serà si come della.a.b. alla.e.g. concio sia che la.a.b. è equal alla.d.c. e la.e.g. alla.b.c. per lo medesimo modo serà della.a.d. alla.e.b. si come della.a.b. alla.e.g. e della.d.c. alla b.c. perche adonque questi parallelogrammi sono equiangoli egli è manifesto (per la diffinitione delle superficie simili) lo.g.b. esser simile al.b.d. anchora per simil modo se approva lo.f.k. esser simile al medesimo per questo che della.b.a. alla.a.k. & della.d.a. alla.a.f. è si come della.c.a. alla.a. (per la seconda de questo) e per la congionta proportionalità per laqual cosa (per la 23 prima di questo) lo.f.k. è anchora simile al.g.b. & così è manifesto il tutto.

Theo-

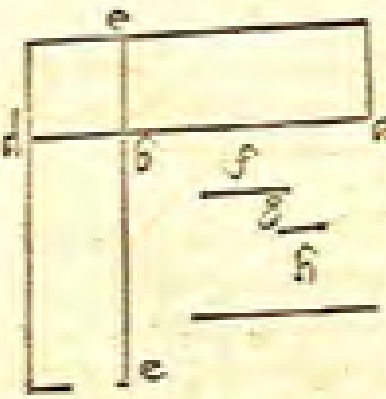
Theorema. 18. Propositione. 24.

23 26 Se da uno parallelogrammo in el suo spatio sia fatta distinto uno parallellogrammo partiale simile al tutto, & similmente posto hauente uno angolo commune con quello, quel se riposa intorno al diametro medesimo.



Come se in lo parallelogrammo b, d, sia distinto lo parallellogrammo, f, g, che sia simil a quello, & similmente posto & partecipante con quello in l'angolo, c, di modo che el parallellogrammo f, g, sia intorno al diametro del parallellogrammo, b, d, & questa è al contrario della precedente, & per discoprire questo io produro la, a e, c, laquale se la serà che sia esser lo diametro del parallellogrammo b, d, e manifesto il proposito, ma se possibile è per l'aduersario sia, a, b, c, lo diametro de quello & sia dutta la, b, k, equidistante alla, f, c, & (per la precedente) lo parallellogrammo, f, k, sera simile al parallellogrammo, b, d, adonque (per la conuersione della diffinitione delle superficie simile) la proportione della, b, c, alla, k, c, è si come della, d, c, alla, f, c, ma (per la medesima conuersione della detta diffinitione) la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della, d, c, alla, f, c, per questo che lo parallellogrammo, f, g, è stato posto simile al parallellogrammo, b, d, adonque (per la undecima del quinto) la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della, b, c, alla, k, c, (perche l'una e l'altra è si come della, d, c, alla, f, c,) per laqualcosa (per la seconda parte della nona del quinto) la, g, c, è equale alla, k, c, cioe la parte al tutto. che è impossibile, adonque la, a, e, c, serà lo diametro del parallellogrammo, b, d, che è il proposito.

Il Tradottore.



Di quelle tre condicioni che bisogna hauer lo parallellogrammo partiale domendo essere intorno allo diametro del totale (lequal sono messe,) che sia simile al tutto & che sia similmente posto, & che habbia un di suoi angoli che sia commun all'un e l'altro, due sole sono trouate nella traduttion del Campano & una di quelle è alquanto ambigua, cioe quella che dice, & secondo l'esser suo di quello, perche lo commentatore lo espone cosi idest partecipante con quello in un angolo, & io torno', che voglia dire che sia similmente posto, tamen piglisi come si voglia mancandoni una di quelle tre condicioni la proposition parera oppositione perche mancando una di quelle in lo parallellogrammo partiale non seria necessario che stesse intorno al diametro del totale.

Theore-

Theorema. 19. Propositione. 25.

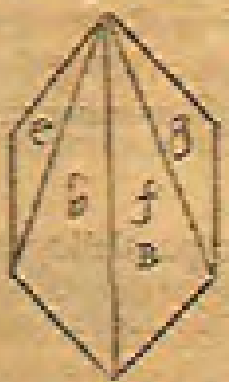
24/23 D'ogni due superficie de equidistanti lati, delle quali uno angolo dell'una all'uno angolo dell'altra è equale. la proportione dell'una all'altra è quella ch'è producta dalle due proportioni di suoi lati continenti li dui angoli equali.



Siano due superficie de equidistanti lati a.c. & .e. d. & sia l'angolo b. dell'una equale all'angolo .b. dell'altra, dico che la proportione dell'una all'altra è producta, over composta dalla proportione dalla .a. b. alla b.d. & dalla c.b. alla .b. e. perche disponendo io queste due superficie al tutto si come fu disposto quelle in la quartadecima de questo aggiunto all'una & l'altra lo parallelogrammo c.d. & ponendo io che la proportione della linea f. alla linea g. sia si come della .a. b. alla b.d. & della g. alla b. si come della c.b. alla b.e. (& come si debbia procedere in far questo è detto sopra la decima di questo) & serà (per la prima di questo & la undecima del quinto) della a.c. alla c.d. si come della f. alla g. & della e. d. alla d.e si come della g. alla b. per laqual cosa (per la xiiij^sima seconda del quinto) serà in la equa proportionalità della a.c. alla d.e. si come della f. alla b. & perche la proportione della f. alla b. è producta, over composta della proportione della f. alla g. & dalla g. alla b. (per la quinta diffinitione di questo) seguirà che la proportione della, a.c, alla d.e. sia composta dalle medesime, per laqualcosa è manifesto il proposito.

Problema. 7. Propositione. 26.

25/25 Puotemo designare una superficie simile a una data superficie rettilinea & a un'altra proposta equale.



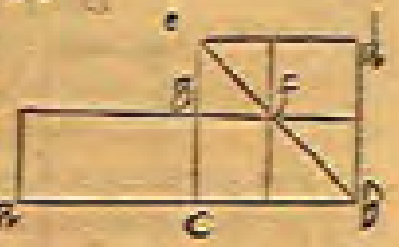
Siano proposte due superficie rettilinee .A. pentagona. B. exagona voglio fare una superficie simile alla .a. & equale alla .b. l'una & l'altra delle proposte superficie risolvo in triangoli la .A. in li triangoli c. a. d. & la .B. in li triangoli e.b.f.g. & sopra la basa della superficie .a. laqual sia b.k. costituisco (secondo la dottrina della 44. del 1.) una superficie de equidistanti lati rettangola equale al triangolo c. (laqual sia b.l.) & la l.m. equale al a. & la m. n. equal al d. accioche tutta la superficie de equidistanti lati b.n. (costituita sopra la basa.

ba(a.b.k.) sia equale al pentagono.A. & per lo medesimo modo sopra la linea. k.n. (laquale è il secondo lato de quella superficie) constituisco un altra superficie rettangola equale allo esagono.b. cioe faccio la superficie.k.o. equale al triangolo.e. & la.o.p. equale al.b. & la.p.q. equale al.f. & la.q.r. equale al.g. acciochè tutta la superficie rettangola.n.r. sia equale allo esagono.B. & tolgo (per la nona di questo) la linea.s.r. proportionale fra la linea.b.k. & la linea.K.r. & sopra quella (secondo la dottrina della vigesima di questo) constituisco la superficie.n. simile alla superficie.a. laqual dico esser quella che cercauamo & equale alla superficie.b. percioche essendo le tre linee.b.K.s.r. & .k.r. continue proportionale, & essendo sopra la prima & la seconda constituide le superficie simile, cioe la.a. & .n. sarà (per lo corrello uio della decima nona di questo) della.a. alla.n. si come della.b.k. alla.k.r. per laqual cosa (per la prima di questo) sarà si come della.b.n. alla.n.r. e pero (per la prima parte della settima del quinto) si come della.a. alla.n.r. e per questo (per la seconda parte della medesima) sarà si come della.a. alla.b. adonque (per la seconda parte della nona del quinto) la.n. è equale alla.b. che è il proposito. laqual cosa anchora possemo facilmente prouar per la permutata proportionalità, percioche essendo della.a. alla.n. si come della.b.n. alla.n.r. sarà permutatamente della.a. alla.b.n. si come dalla.n. alla.n.r. & perche la.a. è equale alla.b.n. sarà la.n. equale alla.n.r. per laqual cosa la.n. è etiam equale alla.b. (per quella commune sententia) quelle cose che a una medesima cosa sono equale sono fra loro equale, ma non è necessario che le superficie.b.l.l.m. & m.n. de lati equidistanti (equali alli tre angoli.r.a.d.) ouer le superficie.k.o.o.p.p.q. & q.r. (equal alli triangoli.e.b.f.g.) siano rettangole, ma che l'angolo estrinseco della superficie.l.m. sia equal all'angolo intrinseco delle superficie.l.b. & lo estrinseco della.m.n. all'intrinseco della.m.l. similmente anchora che lo estrinseco della superficie.k.o. sia equal all'intrinseco della superficie.b.m. et l'estrinseco della.o.p. allo intrinseco della.K.o. e cosi delle altre, percioche essendo cosi sarà cadauna delle linee.k.m. & b.m. a se opposite & similmente.b.r. & n.q. a se opposita una linea (per l'ultima parte della vigesimanona del primo) e per la quartadecima del medesimo equalmente reperita quante volte sarà de bisogno. per questa causa che tutte le superficie.b.l.l.m.n. & similmente le.K.o.o.p.p.q. & .q.r. sono de equidistanti lati & l'angolo estrinseco de cadauna seguente è equal all'intrinseco de quella precedente, per laqual cosa le due superficie.b.n. & n.r. seranno di equidistanti lati & fra linee equidistante & de equal altezza, in le altre adonque argumenti come ananti.

Theorema.20. Propositione 27.

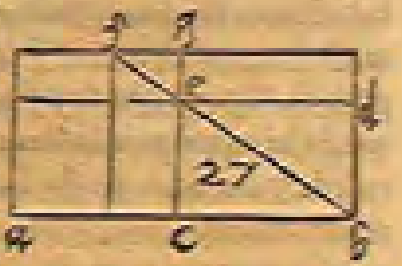
26 27 Lo paralellogrammo designato sopra la mità de una data linea, è maggior di qualunque paralellogrammo applicato alla data linea al-qual manchi al compimento della linea uno simile, & che stia sopra il diametro del collocato sopra la mità.

Sia data la linea.a.b. sopra la mità dellaquale, cioe sopra la.c.b. sia constituido lo pa-



lo parallellogrammo, c, d, el diametro del quale è b e. & sia applicato alla linea. a b lo parallellogrammo, a, f, delquale uno lato segbi lo, e, c, in punto, g, cosi che al complemento de tutta la linea. a b manchi la superficie, f, b, laqual sia simile alla superficie, c, d, & che stia intorno al diametro di quello, hor dico che il parallellogrammo. c d. è maggior del parallellogrammo, a, f, perche (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, & (per la quadragesima terza del primo) lo, c, f, è equale allo, f, d, adonque (per questa communa scientia) se a cose equale tu aggiungi cose equale &c. serà lo gnomone composto dalli tre parallellogrammi liquali sono, c, f. f. b. & f. d. equale al parallellogrammo, a, f, per laquel cosa lo parallellogrammo, c, d, è maggiore del parallellogrammo a. f. in lo parallellogrammo e, f, che il proposito, il medesimo etiam seria se la superficie, a, f, fosse fatto piu alta della superficie, c, d, come tu puoi vedere in la seconda figura, in laquale etiam (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, levade mia adonque l'uno & l'altro di dui supplementi della superficie. f. b. lo parallellogrammo, c, d, eccederà lo parallellogrammo, a, f, in lo parallellogrammo, f, c.

Il Tradottore.



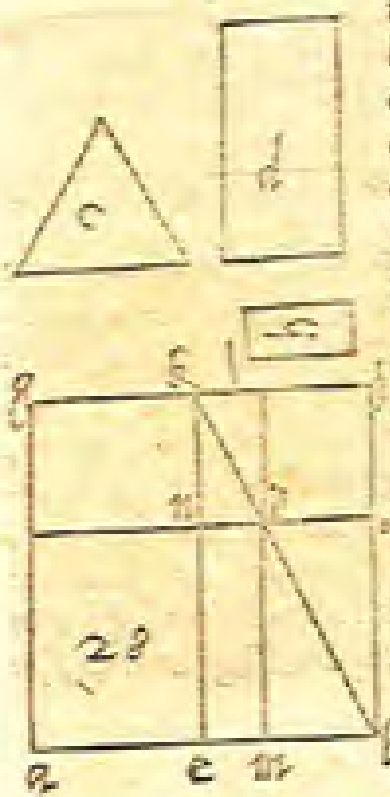
O nella particula che nel soprascritto testo dice uno simile, & stante sopra lo diametro del collocato sopra la mità della linea, non vol dire altro che un simile è similmente posto al collocato sopra la mità della linea che cosi dice etiã in la seconda tradottione & è piu correcto da perche in la seconda figura fatta di sopra lo parallellogrammo, f, b, non sta sopra lo diametro del parallellogrammo, d, c, collocato sopra la mità della linea, anci al contrario che il parallellogrammo, d, c, sta sopra il diametro del parallellogrammo, f, b.

Problema. 8. Propositione. 28.

27 28 Proposta una superficie trilatera potemo designare sopra qualunque assignata retta linea uno parallellogrammo equale a quella alqual manchi a compir la linea uno parallellogrammo simile a un'altro parallellogrammo proposto gia il bisogna che la proposta superficie trilatera non sia maggiore del parallellogrammo collocato sopra la mità della data linea, simile al proposto & secondo l'esser suo.

Sia assignata la linea, a, b, & proposto lo triangolo, c, & proposto lo parallellogrammo, d, voglio sopra la linea, a, b, designare un parallellogrammo equale al triangolo, c, cosi fatto che manchi a compir la linea, a, b, un parallellogrammo, simile al, d, & sia cosi conditionato che lo triangolo, c, non sia maggiore del parallellogrammo simile al. d. collocato sopra la mità della linea altramente se lauora-

ria



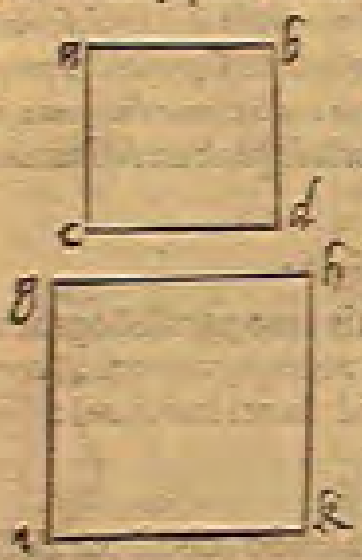
ria al impossibile (per la precedente) adonque divido la linea. a. b in due parti equali in punto. e. & (secondo la dottrina della trigesima di questo) sopra. a. b. (metà di quella) constituisco lo parallelogrammo. a. f. simile al. d. & compirò sopra tutta la linea. a. b. lo parallelogrammo. b. g. adonque perche lo triangolo. c. non è maggiore del parallelogrammo. e. f. ma equale a quello, overo minore si come è stato posto, se'l serà a quello equale serà lo parallelogrammo. e. g. quello che se intende (per la trigesima sesta del primo aguadando con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle simile superficie della sesta prima di questo) ma se è minore, sia minore in alcuna superficie alla quale ne sia fatta una equale, et simile alla. d. (secondo la dottrina della 25. di questo) la quale sia. b. & serà b. simile al. e. f. (per la trigesima prima di questo) per laqual cosa (per la conuersione della diffinitione) serà equiangola a quello et de lati proportionali tirarò adonque in lo parallelogrammo. e. f. lo diametro. b. x. & reflegarò li lati. k. f. & x. n. della superficie. e. f. alla misura di lati della superficie. b. tirate le linee. l. m. & n. o. equidistanti alli lati della superficie. e. f. segandose in punto. p. tal che la superficie. k. p. sia equale e simile alla superficie. b. & serà (per la trigesima quarta de questo) il punto. p. in lo diametro. k. b. tirata adonque la. o. n. fina alla. a. g. Dico lo parallelogrammo. a. p. esser quello che è stà proposto, perche a quel manca al compimento della linea. a. b. lo parallelogrammo. p. b. il quale (per la trigesima terza & trigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo. d. & anchora esso parallelogrammo. a. p. è equale al triangolo. c. perche (per la prima di questo) lo. a. n. è equale allo. n. b. adonque (per la quarantesima terza del primo & questa commune sentenzia, se a cose equale tu agiungi cose equale &c.) lo parallelogrammo. a. p. è equale al gnomone. x. b. l. & perche questo gnomone è equale al triangolo. c. (per questa causa che lo parallelogrammo. e. f. fu posto essere maggiore del triangolo. c. in lo parallelogrammo. b. il quale è equale al parallelogrammo. x. p.) è manifesto il proposito.

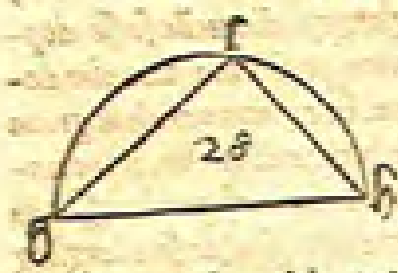
Il Traduttore.

O nella particula che in fine del soprascritto testo, dice simile al proposto & secondo l'esser suo, nel inferire che'l sia simile al proposto & similmente descritto, del la qual cosa nella resolutione di tal problemi bisogna molto aduertire altramente se potria tal volta concludere indirettamente, perche tal hor uno tal problema se potra concludere in duoi diuersi modi, & tal hor per uno modo serà solubile, & per l'altro impossibile, come uerbi gratia, se'l dato triangolo. c. fusse de superficie pedali cinque superficiali & la data linea. a. b. fusse pie di dodeci lineali & lo propo-

sto

sto parallelogrammo. d. fusse rettangolo & che la longhezza di quello fusse doppia alla larghezza: & volendo concludere il sopradetto problema dico che descrivendo sopra la mità della data linea. a. b. (cioe sopra. b. e.) uno parallelogrammo simile al. d. & ponendo la detta linea. b. e. per larghezza di quello, seria impossibile a concludere tal problema (per la precedente propositione) perche essendo la sua longhezza la linea. b. e. laquale è piedi sei (dal presuppesto) la sua larghezza bisogneria essere piedi tre dovendo essere simile al. d. onde l'area sua seria a essere decimo laquale seria minore di quella del triangolo. c. laquale è nuntidoi (dal presupposto) ma ponendo la detta linea. b. e. per larghezza del detto parallelogrammo ben si potra concludere tal problema. perche essendo la sua larghezza piedi sei la sua longhezza bisogneria esser piedi dodeci (dovendo esser simile al. d.) onde l'area sua seria essere piedi sessanta dui superficiali, laqual seria molto maggiore de l'area del dato triangolo, c, come si conviene, & concludendo tal problema per li modi dati di sopra la superficie. b. seria a esser cinquanta cioe longa piedi dieci & larga cinque perche. k. l. seria etiam lei a esser per piedi cinque, & l. m. piedi dieci: & perche. c. m. è equale al. x. l. per la trigesima quarta del primo) seguiria che. a. m. seria piedi undeci & r. m. p. seria a esser piedi dui & l'area del parallelogrammo. a. p. seria esser nuntidoi che seria equale all'area del triangolo. c. si come fu proposto di fare, e però in la resolutione di tal problema (volendo concludere rettamente) bisogna che il parallelogrammo che se descrive sopra la mità della linea data, non solum sia simile al dato, ma bisogna che sia etiam similmente posto, altramente la conclusione seria falsa massime quando il dato parallelogrammo fusse de dui lati inequali, anchora bisogna advertire se ben ho esemplificato il sopradetto problema con numeri (laqual cosa ho fatto per far conoscere facilmente la variatione, che è da una descrittione all'altra) mente dimeno volendo procedere rettamente bisogna ratiocinar & concludere ogni cosa geometrice, si come si mostra in lo commento, alcun potria dire come saperò io realmente geometrice (nel concludere tal problema, & altri simili) che la superficie. e, f, descritta sopra la mità della linea a. b. (cioe sopra la. b. e.) sia maggiore, ouero minore, ouero equale triangolo. c, & se serà maggiore (come se presuppone) come saprò io ben realmente la ler differenza per formare la superficie. h, simile alla superficie parallelogrammo. d. attento che l'Autbor fin bora non mi pare che me habbia proposto ne mostrato una tal propositione, io rispondo che tal cosa si sapra descrivendo (per la ultima del secondo) un quadrato equal al triangolo. c, (qual poniamo che sia il quadrato. a, b, c, d,) & facilmente un'altro che sia equale al parallelogrammo. e, f, (qual poniamo che'l sia il quadrato. g, b, i, k, ben dico che se'l lato. g, b, serà maggiore del lato. a, b, (per communa scientia) il quadrato. g, b, i, k, serà maggiore del quadrato.



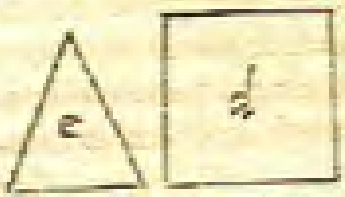


drato, a,b,c,d, e conseguentemente lo parallelogrammo, e,f, serà maggior del triangolo, c, & sel detto lato, g,b, serà minore ouero equale a quello lo detto parallelogrammo, e,f, serà minore ouero equale al detto triangolo, c, hora essendo maggiore per trouare la loro differentia sopra il detto lato, g,b, descriuerò uno mezzo cerchio qual sia, g,l,b, & in quello (per la prima del quarto) compirò la linea, b,l, equale al lato, a,b, & tirarò la linea, l,g, hor dico che'l quadrato descritto dalla, l,g, (per la penultima del primo) serà equale alla differentia che serà fra il parallelogrammo, e,f, & lo triangolo, c, onde descriuendo la superficie, b,l, (per la trigesima sesta de questo) simile alla superficie, d, & equale al quadrato della, g,l, serà lo intento suo, ancor bisogna notare che dome che il resto della soprascritta propositione dice proposta una superficie trilatera, nella seconda traduttione dice, una figura rectilinea, cioè è propositione più generale & se conclude per li medesimi modi & mezzi di sopra detti.

Problema. 9. Propositione. 29.

Sopra una data retta linea puotemo constituir uno parallelogram-
28 mo equale a una data superficie trilatera el qual aggiunga sopra al com
29 pimento della data linea una superficie de equidistanti lati simil a una superficie de equidistanti lati.

Questa propositon in pratica de numeri (uolendo, che il parallelogrammo, d. sia quadrato) non uol dir altro, che di saper aggiongere una linea tale, che il ▭ di quella insieme con il duplo di quella nella. a,b. faccia la quantità del triangolo. c. che con algebra facilmẽte si farà.
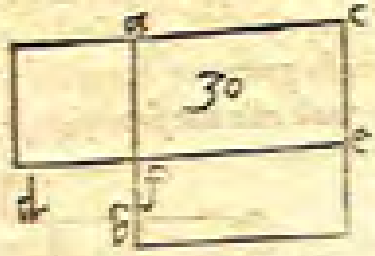


Sia come prima la data linea, a,b, & dato lo triangolo, c, & dato lo parallelogrammo, d, voglio sopra la linea, a,b, constituire uno parallelogrammo equale alle triangolo, c, el quale aggiunga ouer che sopraabonda a tutta la linea, a,b, uno parallelogrammo simile al, d, diuido la linea, a,b, in due parti equali in punto, e, & sopra, e,b, metà di quella, faccio lo parallelogrammo, e,f, simile, al, d, secondo che insegna la trigesima di questo, e secondo la doctrina della trigesima sesta di questo faccio lo parallelogrammo, k,l, (del quale lo diametro, f,g,b,) simile al, d, & equale alle due superficie, e,f, & c, & serà (per la trigesima prima de questo) k,l, simile, al, e,f, sopraposta adunque la superficie, k,d, alla superficie, e,f, manifestamente che anchedue cominciano in lo angolo, g, serà (per la trigesima quarta di questo) la superficie, e,f, stante intorno al diametro della superficie, k,l, onde il punto, b, è in lo diametro, g,b, compirò adunque lo parallelogrammo, a,b, el qual dico esser quello che è stà proposto laqual cosa è manifesta protratta la linea, f,b, fina al, m, & la linea, e,b, fin al, n, perche (per la prima de questo &

sto & per la trigesima sesta del primo) a,k, è equal al, x,b, & però (per la 43. del primo) le anchora equale al, n,f, gionto adonque all'uno, e l'altro, e,b, serà (per comunam sententiam) a,b equale al gnomone e. b. f. ma questo gnomone è equale al triangolo, c, perche lo parallelogrammo, x,f, è stato posto equale alle due superficie, t, & c,f. adonque lo parallelogrammo, a,b, è equale al, c, & aggionge al comprimento della linea a,b, lo parallelogrammo, n,n, il quale (per la trigesimaterza & trigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo d. per la qual cosa è manifesto essere perfatto quello che volemo, posteno anchora a una data linea aggiungere un parallelogrammo equale, non solamente a una proposta superficie trilatera, ma a qualunque proposta figura rettilinea, (sia come si voglia) al quale medesimamente compire la data linea a una superficie simile a una proposta superficie de equidistanti lati, si come insegna la precedente, essendo stata la conditione di quella, acciò con sia lavoro all'impossibile (per la annessa alla precedente) essere che la aggionga al comprimento della linea una superficie de equidistanti lati simile a una superficie proposta, si come propone la presente conclusione, perche la proposta superficie (alla qual debbe esser agionto a una data retta linea un parallelogrammo equale al qual aggionga over diminuisca al comprimento della linea un parallelogrammo simile a un dato parallelogrammo) resolveremo in triangoli: & per ciascuno di quelli descriveremo una superficie de equidistanti lati equal alla total superficie proposta. & se non sai per il modo da far questo ricorri alla trigesima sesta di questo, dapoi sopra il doppio della basa de quelle costruremo un triangolo de equal altezza al qual se diligentemente investigherai la quadragesima prima del primo trouerai essere equal al parallelogrammo avanti descritto per la qual cosa & alla superficie proposta adonque se ti aggiungerai alla data linea un parallelogrammo equal a questo triangolo equal aggionga al compimento della linea over minuisca un parallelogrammo simile al dato parallelogrammo secondo che insegna questa e la precedente, in non dubitarai hauere perfettamente compito quello che era il proposito.



Il Traduttore.

Per far lo parallelogrammo. x. l. che sia equale al triangolo. c. & al parallelogrammo. e. f. prima descriverò (per la ultima del secondo) uno quadrato equale al triangolo, c, & un'altro equale al parallelogrammo, e, f, dapoi formarò uno triangolo orthogonio che li doi lati che contiene l'angolo retto l'uno sia equale al lato dell'uno de detti dui quadrati, & l'altro sia equale all'altro lato dapoi sopra il lato opposito al angolo retto, descriverò uno quadrato equale per la penultima del primo serà equale a quelli dui quadrati, & consequentemente serà equale al triangolo, c, & alla superficie, e, f, dapoi (per la trigesima & trige-



re della soprascritta.

sima sesta di questo) sarò la superficie. k.d. simile al.d. & equale al detto quadrato & seguir come di sopra, anchora bisogna notare che dove che il testo della sopra scritta propositione, dice equale a una superficie trilatera, nella seconda tradottione dice equale a uno dato rettilineo, laqual propositione è piu generale della soprascritta, e se conclude per il modo che dice lo espositore della soprascritta.

Problema. 10. Propositione. 30.

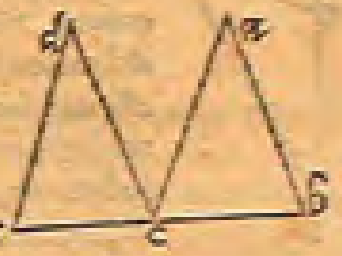
29/30 Potemo seghare qualunque proposta retta linea terminata secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi.

Sia proposta la linea. a.b. laqual voglio dividere secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi sopra quella descriverò il quadrato, b,c, et al lato, a,c, de quello aggiongerò (secondo che insegna la passata) lo parallelogrammo. c.d. equale al quadrato, b, c, el quale aggionga, overo soprazonzi al compimento della linea, a,c, lo parallelogrammo, a,d, el qual sia simile al, b,c, e sia lo lato del parallelogrammo, e, d, che equidista al lato a,c, lo, d,e, & segbi la linea, a,b, in ponto, f, dico la linea, a,b, essere divisa in ponto, f, come era proposto perche, a,d, è quadrato per questa causa che quello è simile al, b,c, onde lo lato, a,f, è equale al, f,d, & lo lato, f,e, è equale al a,b, per questo che egli è equale al, a,c, (per la trigesima quarta del primo) & perche, c,d, è equale al, b,c, levado uno a l'uno e l'altro lo, c,f, sarà lo, a,d, equale, al, e,b, & l'angolo, f, de l'uno all angolo, f, dell altro adonque (per la quartadecima di questo) li lati sono mutui adonque del, e,f, al, f,d, sarà si come del. a,f, al, f,b, & perche lo, e,f, è equale al, a,b, & lo, f,d, al, a,f, sarà del, a,b. al, a,f, si come del, a,f, al, f,b, adonque per la diffinitione è divisa come se propone, el medesimo anchora può esser dimostrato (per la undecima del secondo) perche essendo divisa la, a,b, in ponto, f, (secondo che insegna la undecima del secondo) el sia la superficie, e,b, quella che è contenuta sotto a tutta la, a,b, & alla parte, f,b, de quella cioe che la, c,f, sia equale al, a,b, & a,d, sia il quadrato de. a,f. adonque (per la predetta undecima del secondo) la, e,b, è equale al, a, d. Quello che resta arguisse come prima (per la quartadecima di questo) aver in questo modo concluso cosa che la, a, b, sia divisa in ponto, f, secondo che insegna la undecima del secondo, quello che, mon fatto della, a,b, prima in la, f,b, terza è equale al quadrato della, a,f, seconda adonque (per la seconda parte della decima settima di questo) la proportione della, a,b, prima alla, a,f, seconda è si come della, a,f, seconda alla, f,b, terza è per tanto la, a, b, (per la diffinitione) è divisa come se propone.

Theorema. 21. Propositione. 31.

30/31 Se seranno duoi triangoli collituri sopra uno angolo di quali li duoi lati

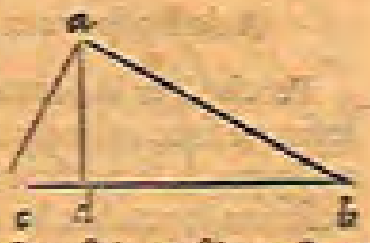
lati che cõtengono quell'angolo alli altri doui lati de quelli sieno equi distanti, & sieno quelli quattro lati, referti secondo la equidistantia, proportionali quelli duoi triangoli è necessario esser constituti sopra una retta linea.



Sieno li duoi triangoli a.b.c. & d.c.e. constituiti sopra l'angolo a.c.d. & sia a.c. equidistanti al d.e. & d.c. al a.b. & sia la proportione del a.c. al d.e. si come del a.b. al d.c. dico che le due base de quelli (cioe b.c. & c.e.) sono una sol linea, perche lo angolo a. è equale all'angolo d. (perche l'uno e l'altro de quelli è equale all'angolo a.c.d.) (per la prima parte della trigesima nona dello primo) adonque (per lo presente presupposito, & per la sesta di questo) esti triangoli sono equiangoli, & l'angolo b. è equale all'angolo d.c.e. & l'angolo a.c. b. all'angolo e. onde (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono al c. sono equali a duoi retti perche essi se equagliano alli tre angoli de qual si uoglia di duoi triangoli, adonque (per la quartadecima del primo) la b.c.e. è una sola linea, che è il proposito.

Theorema. 22. Propositione. 31.

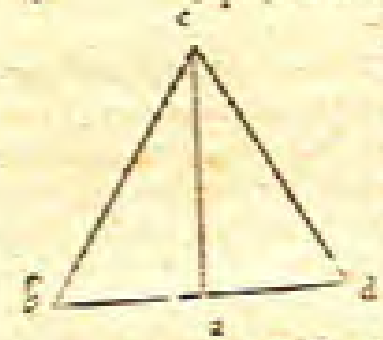
31 / 31 In ogni triangolo rettangolo, la superficie laterata descritta sopra il lato che sottotende all'angolo retto, è equal alle superficie descritte sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, insieme prese quãdo seranno simili a quella, in lineatione & creatione.



Quello che propone La penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del sesto propone de tutte le superficie simili, onde questa è tanto piu universale de quella, quanto che è la superficie laterale del quadrato, e per tanto sia lo triangolo rettangolo a. b. c. del quale all'angolo. a. sia retto, dico che la superficie constituta sopra lo lato. b. c. è equale alle due superficie constituite sopra. a. b. & a. c. quando che tutte tre le superficie seranno simile in figura, & similmente poste, & per dimostrar questo tirarò le perpendicular. a. d. alla linea. b.c. & serà (per la seconda parte del correllario della ottava di questo) la proportione del lato. b.c. al c.a. si come del c.a. al d.c. & del c. b. al. b. a. si come del b. a. al d. b. adonque se sopra cadauna delle tre linee. b.c. c.a. & a.b. sian fatte superficie simile in lineatione & sito serà (per lo secondo Correlario della decima nona de questo) la proportione della superficie constituta sopra la. b. c. prima alla constituta sopra la. c. a. seconda, si come della. b. c. prima alla. d. c. terza, & similmente della medesima superficie constituta sopra la. b.c. prima alla constituta sopra la. a. b. seconda si come della. b. c. prima alla. d. b.

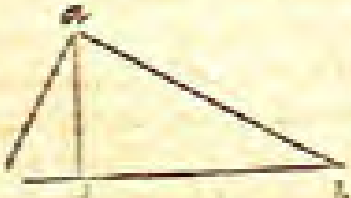


terza (per lo medesimo correlario) onde per la conuersa proportionalità della superficie, a, c, alla superficie, c, b, serà si come della, c, d, alla, c, b, & similmente della superficie, a, b, alla superficie, b, c, si come della, b, d, alla, b, c, & sia posta la superficie a. c. prima, & la, c, b, seconda & la linea, c, d, terza & la, c, b, quarta & la superficie, a, b, quinta & la linea, d, b, sesta & sia argumento (per la ottaua quarta del quinto) che la proportione della superficie constituta sopra la, b, c, alle due superficie constituite sopra della, a, c, & , a, b, insieme e cosi come della linea, b, c, alle due linee, c, d, & , d, b, insieme perche adonque la linea, b, c, è equale alle due linee, c, d, & , d, b, poste insieme serà la superficie constituta sopra la, b, c, equale alle due superficie constituite sopra la, e, & , a, b, poste insieme che è il proposito, anchor possemo facilmente, dimostrar la conuersa di que sta, per il modo della demostration della ultima del primo, e sia exempli gratia, il triangolo, a, b, c, & sia la superficie constituta sopra, b, c, equale alle due superficie constituite sopra le due linee, a, b, & , a, c, a se simile dico che l'angolo, a, è retto, & per dimostrare questo porrò lo angolo, c, a, d, retto & la linea. a. d. equal alla linea. a. b. e claudo la superficie triangolare, (dutta la linea, d, c,) e serà (per questa trigesima seconda) la superficie constituta sopra alla linea, c, d, equal alle due constituite sopra le due linee. a. c. & a. d. simile a se onde etiam alla constituta sopra la. b. c. simile a se, perche questa è sta posta equale alle due constituite sopra, a, b, & , a, c, simile a se, serà adonque la linea, b, c, equal alla, c, d, onde (per la ottaua del primo) l'angolo, a, è retto che è il proposito.



A demostrar alteramente la sopradscritta. Propositione. 32.

o 32 Perche (per lo primo correlario della decimanona di questo) le simile figure sono in doppia proportione della simile proportione de lati, adonque la superficie laterata che è descritta sopra. b. c. a quella che è descritta sopra. b. a. ha doppia proportione che la linea. b. c. alla linea. b. a. & lo quadrato fatto sopra alla linea. c. b. al quadrato fatto sopra alla linea. b. a. ha similmente doppia proportion che la. c. b. alla. b. a. adonque si come la superficie laterata che fatta sopra la. c. b. a quella che fatta sopra la. b. a. cosi è il quadrato fatto sopra la. c. b. al quadrato fatto sopra la. b. a. per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la. b. c. a quella che è fatta sopra la. c. a. cosi è il quadrato descritto sopra la. b. c. al quadrato descritto sopra la. c. a. per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la. b. c. alle due descritte sopra. b. a. & a. c. poste insieme cosi serà il quadrato descritto sopra la. b. c. alli



dnoi

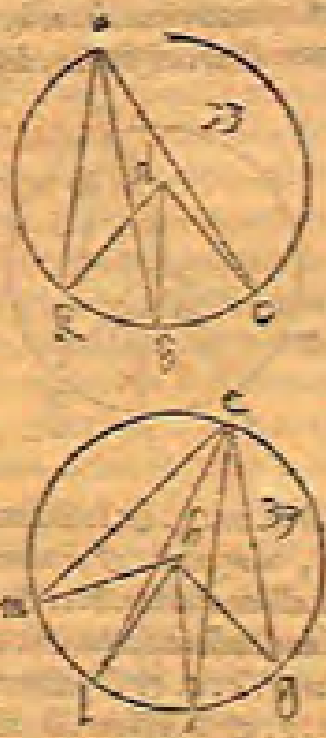
duoi quadrati descritti sopra la.b.a.& a.a.c.ma il quadrato descritto sopra la.b.c.è equale pel la penultima del primo, a quelli duoi quadrati descritti sopra le dette due linee.b.a.& a.a.c. adonque la superficie laterata descritta sopra la.b.c.è equal a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee.b.a.& a.a.c.che è il proposito.

Il Traduttore.

La soprascritta demostratione se verifica mediante la conuersa proportionalità & la vigesima quarta del quinto, ponendo la superficie laterata descritta sopra la, b, a, per il primo termine della proportione & quella che è descritta sopra, b, c, per il secondo & lo quadratto descritto sopra la detta, a, b, per il terzo, & quello che è descritto sopra la, b, c, per il quarto, & la superficie laterata descritta sopra la, a, c, per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta, a, c, per il sesto, & poi se conclude (per la detta vigesima quarta del quinto) che la proportione del primo et quinto (volti insieme) al secondo serà si come del sesto è terzo (volti insieme) al quarto.

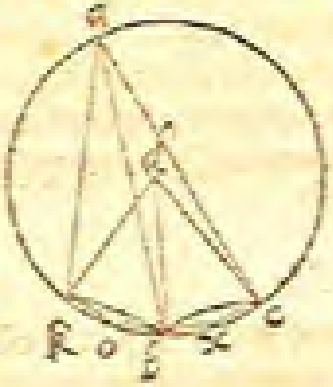
Theoema.22. Propositione.33.

32 33 Se in cerchii equali stiano angoli sopra il centro, ouero sopra la circonferentia, la proportione delli angoli serà si come la proportione delli archi, che riceueno quelli angoli & similmente li settori constituti alli centri.



Siano li cerchij.a.b.c.(il centro dil quale sia.d.) & .e.f.g.(il centro dil quale sia.e.) equali, sopra li centri di quali siano fatti li duoi angoli.b.d.c.& f.b.g.& sopra le circonferentie de quelli altri duoi, liquali sieno. b.a.c.& f.e.g.dico che la proportione delli angoli, si de quelli che sono sopra li centri come de quelli che sono sopra le circonferentie è si come l'arco.b.c.all'arco.f.g.et oltra di questo si come lo settor.d.b.c.al settor.b.f.g.& per dimostrar questo continuerò in quelli duoi altri archi equali, ouero secondo un medesmo numero, ouero secondo diuerso. & sia l'archo. K.b. equale al. b. c. & l'uno & l'altro di duoi archi.l.m.& f.l. equale al.f.g. & produrò le linee. k. d: K. a:m.b.l.b:m.e.& .l.e. & (per la vigesima settima del terzo) li angoli che sono al. d. seranno fra loro equali similmente anchora quelli che sono al.b. seranno fra loro equali. & nel medesimo anchora de quelli che sono al.a. & de quelli che sono. al.c. Adonque si come l'arco. k.c.è molteplice dell'arco.b.c. cosi è l'angolo.k.d.c. dell'angolo.b.d.c. & l'angolo.k.a.c.dell'angolo.b.

a,c, similmente si come l'arco,m,g, è multiplice dell'arco,f,g, così è l'angolo,m,b,g, dell'angolo,f,b,g, & l'angolo,m,e,g, dell'angolo,f,e,g, & se l'arco,k,c, è equale al l'arco,m,g, l'angolo,k,d,c, è equale all'angolo,m,b,g, & l'angolo,k,a,c, all'angolo,m,e,g, & se è maggior maggiore, & se è minor minore (per la vigesima settima del terzo) adonque (per la diffinitione delle discontinua proportionalità) la proportione dell'arco, b, c, all'arco, f, g, è si come dell'angolo, b, d, c, all'angolo, f, b, g, & si come l'angolo, b, a, c, all'angolo, f, e, g, che è il proposito. quel medesimo mostrande in uno medesimo cerchio.



Dico anchora che si come l'arco, b, c, all'arco, f, g, così è lo settore, d, b, c, al settore, b, f, g, siano ligati insieme, b, c, & b, k, & pigliati sopra le archi, b, c, & b, k, li punti, x, o, & siano ligati. b. x: x. c: b. o. & o. k. & perche (per la diffinitione del cerchio) le due linee b. d. & d. c. son equali alle due. b. d. & d. k. & comprehendono equali angoli adonque (per la quarta del primo) la basa, b, c, alla basa, b, k, è equale, & lo triangolo. d. b. c. al triangolo. d. b. k. è equale & perche l'arcbo, b, c, è equale all'arco, b, k, adonque & la restante circonferentia (laqual è in tutto il cerchio. a. b. c. è equal alla restante circonferentia laqual è in tutto lo medesimo cerchio. a. b. c. per laqual cosa & l'angolo. b. x. c. (per la vigesima settima del terzo) è equale all'angolo, b, o, k, adonque (per la duodecima diffinitione del terzo) la portione, b, x, c, è simile alla proportione. b. o. k. & sono sopra le linee. b. c. & b. k. equale. & le portioni di cerchij simile, descritte sopra equale linee (per la vigesima quarta del terzo) sono fra loro equale adonque la portione. b. x. c. è equale alla portione. b. o. k. & lo triangolo. d. b. c. è equale al triangolo. d. b. k. adonque tutto lo settore. d. b. c. è equale a tutto lo settore. d. b. k. & per la medesima causa & li settori. b. g. f: b. f. l. & b. l. m. sono fra loro equali, adonque si come che l'arco. c. k. è multiplice dell'arco. b. c. così è lo settore. d. k. c. del settore. d. b. c. & per questa causa si come che l'arco. m. g. è multiplice dell'arco. f. g. così è lo settore. b. g. m. del settore. b. g. f. ma se l'arco. k. c. è equale all'arco. m. g. & lo settore. d. c. k. è equale allo settore. b. m. g. & se è maggiore, maggiore, & se minore, minore, onde alle quattro stante magnitudine, cioè alli dueì archi. b. c. & f. g. & alli dueì settori. d. b. c. & b. f. g. sono pigliati li multiplici equalmente de esso arco. b. c. & de esso settore. d. b. c. & questo è l'arco. k. c. & lo settore. d. k. c. & del arco. f. g. & del settore. b. g. f. l'arco. m. g. & lo settore. b. m. g. & è stato demostrato che se l'arco. k. c. eccede esso arco. m. g. anchora & lo settore. d. k. c. eccede esso settore. b. g. m. & se è equale,

le, equale, & se manca, manca, adonque (per la conuersione della settima diffinitione del quinto) si come l'arco. b. c. all'arco. f. g. così è lo settore. a. b. c. al settore. b. g. f.

Correlario.

o / 33 Et è manifesto, che si come lo settore, al settore, così è l'angolo all'angolo.

IL FINE DEL SESTO LIBRO.

LIBRO SETTIMO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 / 1 La unità è ciascuna cosa dalla qual vien detto una.

Il Tradottore.



VNITÀ. L'Autor ne diffinisse la fontana, ouero matre & origine de numeri, & principio & fine de tutte le cose, che è la unitade, & dice che la unitade è cadauna cosa che se dica, una, ouero uno (perche è mascolo è femina) dalla qual unità de ogni cosa se crea, lei sola è seminaria de tutti li numeri (come detto di sopra) lei sola è causa della misura, lei sola è causa delli incrementi e delli detrimenti, liquali in ogni loco è tutto, & in ogni loco è parte, perche tutte le cose appetiscono in tanto la unitade, che non solamente una semplice & sola cosa uol esser detta una, ma etiam quelle cose che sono molte vogliono esser dette una, ouero uno, esempli gratia diece cose vogliono esser dette una decena, & così. 100. uno centenaro. 1000. uno mearo, & così discorrendo in tutte le cose numerabile se trouerà che giunto a un certo termine le molte cose piccole se ristringono in una unità grande, esempli gratia parlando naturalmentte dodeci denari fanno un soldo, uenti soldi fanno una libra il medesimo seguita nelli pesi & nelle misure, anchora dico che non solamente le molte cose vogliono essere dette una, ouer uno, ma etiam le parti de una cosa vogliono essere dette una, ouero uno, ouer piu di uno, esempli gratia la mità di una cosa uol essere detta uno mezzo, ouero una mezza & similmente un terzo d'una cosa uol essere detto uno terzo, & li duoi terzi uol essere detti duoi terzi & così uno quarto, duoi quarti, tre quarti, un quinto, duoi quinti & cetera. per laqual cosa seguita che ogni cosa che è in rerum natura o che le uno, ouer che le piu di uno, & in niuna cosa puol essere meno di uno perche il meno di uno è niente, uero è che uno integro in quanto alla grandezza è maggiore della mità, ouero d'un terzo di quello, perche ogni tutto è maggiore della sua parte,

ma

ma inquanto al numero sono equale perche niun di loro e piu di uno, alla similitudine d'un boue e d'una pecora che in quanto al numero sono equale perche cadauno di loro e uno, & niun di loro e piu di uno ma inquanto alla magnitudine, ouero grandezza sera dubio il boue e maggiore della pecora & cosi un ducato e maggior d'un soldo.

Diffinitione. 2.

2 El numero è una multitudine composta de unitade.

Il Tradottore.

QVesti l'Auttore ne da a conoscere qualmente il numero non è altro che una cobadunatione, ouer multitudine di unitade insieme aggregate, lequale unitade se le seranno disgregate sarano multitudine, se anche le seranno continue in materia sarano magnitudine, per laqual cosa fra le unitade della quantità discreta e le unitade della quantità continua subsistenti in materia non glè differentia alcuna, perroche quelle sono disgregate e queste continue, onde il genere continuo non è se non in el discreto, perche l'intelletto della continuità non è in el continuo se non per continuatione de disgregati, e cosi per questo è necessario che la quantità continua non auenga in sostantia se non per le unitade, certamente quando haueraj signato la parte della quantità e le necessario che la sia uno, ouer piu (come fu detto) ma ogni pluralitade (come è detto) si è dalle unitade onde apertamente ne da intendere, che la quantità cosi discreta come continua hanno una sola radice, pero che sono come posate d'una sola cosa.

Diffinitione. 3.

3 L'ordine naturale de numeri se dice quello in loquale la computatione de quelli fatta secondo che è lo aggiungimento della unità.

Il Tradottore.

Come quello. 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. & cosi procedendo, e questo ordine è detto naturale, perche essendo nel numerare le cose naturalmente procediamo, secondo tal ordine, cioe dicendo, uno, e duoi, e tre, e quattro &c.

Diffinitione. 4.

4 La differentia di numeri, se dice quel numero inelquale el maggiore abonda sopra il minore.

Il Tradottore.

QVesta diffinitione da se è manifesta perche communamente cadauno sa quello che lor dice, perche cadauno saperia dire, che la differentia di 5. a 3. è duoi. & cosi de. 12. a 7. che la è. 5. & da. 20. a 13. che la è. 7. & cosi nelli altri.

Diffi-

Diffinitione. 5.

9/6 Quel numero se dice esser multiplicato per un'altro, ilquale si è assignato tante uolte, quante unità è in lo multiplicante.

Il Tradottore.

Per questa diffinitione se manifesta qualuente il multiplicare non è altro in sostantia che il sommare abenche in atto parano diuersi & molti non esperti del multiplicare se seruano del sommare in le sue occorrentie, uerbi gratia occorrendogli a multiplicare (poniamo) 5 fia. 26. lor metteranno quel uintisei cinque uolte, cioe l'uno sotto all'altro (come appar in margine) & poi li assumarono insieme secondo l'atto del sommare & cosi haueranno multiplicato il detto uintisei per cinque per hauerlo assignato, ouero tolto tante uolte quante sono le unità del multiplicante è questo e quello che se uol inferire, alcũ potria imputare de audacia per hauer io pretermesso in queste diffinitioni l'ordine della tradottione di Campano dqual mette in questo locho la diffinitione de numeri primi in li. 3. seguenti quella di compositi & quella di contra se primi & quella de communicanti, lequale da noi sono state poste in fine, io rispondo che tal suo ordine mi par corretto & non credo che Euclide cosi le asserrasse. la ragione è questa, come intenderà uno nume di quelle quattro diffinitioni (da noi poste in fine) se prima el non ha notitia come se intenda un numero misurare un'altro laqual cosa se diffinisse in la sequente settima diffinition, ne etiam la detta settima diffinitione se prima il non ha notitia che cosa sia multiplicare uno numero per un'altro laquel cosa se diffinisse in questa quinta, adonque quelle debbe no esser posposte a quelle che cosi è il costume di Euclide.

26
26
26
26
26
Soma 130. ouer p duco.

Diffinitione. 6.

10/0 Et quello che cresce dalla multiplicatione de quelli se dice produtto.

Il Tradottore.

Abenche questa diffinitione si ponga diffinita, la si die intendere continuatim alla precedente, successiuamente, perche in questa si conclude che quello accrescimento che resulta della multiplicatione de quelli duoi numeri (detti in la precedente) se dice produtto.

Diffinitione. 7.

Vn numero se dice numerare un'altro, ilquale multiplicato secondo
51/0 alcun numero produce quel medesimo.

Il Tradottore.

Verbi gratia diresse che 8. numera. 24. perche multiplicato il detto. 8. per. 3. produce quel. 24. & similmente se dirà che. 6. misura ouero numera il medesmo. 24. perche multiplicato il detto. 6. per. 4. produce esso. 24. ma il non se dirà che. 5.

misura

misuri ouer numeri il detto. 24. perche il detto. 5. non si puo multiplicar per alcun numero che faccia. 24. ne similmente. 7. ne. 9. ne. 10. ma si il. 12. perche multiplica 2 per. 12. fa per. 24. & cosi si deue intendere in ogni altra qualità de numeri, & bi sogna notare che tanto è a dire un numero numera un altro quanto che un nume ro misura un' altro, uero è che parlando de numeri è piu conueniente a dire numera re perche piu uocabulo de arimetico ma parlando de quantità continue è piu cõ ueniente a dire misurare per esser uocabolo piu geometrico.

Diffinitione. 8.

12/34 Il numero minore è parte dil maggiore, quando che il minore numera il maggiore, & quello che uien numerato se chiama multiplice al numerante ma quando che il minore non numera il maggiore, il minore è parti del maggiore.

Il Tradottore.

Questa diffinition è quasi simile alla prima del quinto, ma quella del quinto è per la quantità continua & questa è per la discreta, lo essempio di questa è questo che. 8. è parte de. 24. perche il detto. 8 numera il detto. 24. & questo. 24. è chiamato multiplice del detto. 8. (sua parte) è cosi il. 3. & similmente il. 4. è il. 6 è parte de. 24. per la medesima ragione, & il detto. 24. se chiama multiplice di ciascun di loro, ma ne. 5 ne. 7 ne. 9. e parte del detto. 24. ne etiam il. 24. se chiama multiplice de alcun di loro, ma quando che il minore non numera il maggiore el detto minore non è piu parte del maggiore come è detto ma ben è parte come uerbi gratia. 4. non è parte de. 6. (per la prima parte di questa diffinitione) ma ben è parti del detto. 6. cioè è li dui terzi di quello & nota che questa ultima particula è solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 9.

13/0 Denominante e quel numero secondo ilquale la parte uien tolta in lo suo tutto.

Il Tradottore.

Verbi gratia. 8. e parte de. 24. & lo denominator di questa parte e. 3. ilquale. 3. nasse dal numero delle uolte che la detta parte (cioe. 8.) entra nel suo tutto (cioe in. 24.) lequale sono tre onde diremo che. 8. e il terzo ouer la terza parte de. 24. & cosi. 4. sera lo dominante la parte che è. 6. de. 24. perche la detta parte (cioe. 6.) in tra. 4. uolte in el suo tutto (cioe in. 24.) e però diremo che il. 6. è un quarto, ouer la quarta parte de. 24. & cosi si debbe intendere in ogni altro numero, anchora bisogna notare che quelli uocabuli che usiamo in proferir le parti se togliemo dal li numeri denominati, uerbi gratia la mità, ouer mezzo uien detto da. 2. un terzo da. 3. un quatro da quatro un quinto da cinque & cosi discorrendo.

Diffi-

Diffinitione. 10.

14/0 Quelle parti sono dette simile, lequali sono denominate da uno medesimo numero.

Il Tradottore.

Essempio, tal parte, overo simil parte se dirà esser .3. di .12. qual è .8. di .32. per che l'una e l'altra è denominata da uno medesimo numero che .4. cioe che cadauna è il quarto del suo tutto similmente tal parte se dirà essere .5. de 15. qual è .9. de 27. overo .8. de 24. perche tutte son denominate da uno medesimo numero che è 3. cioe che cadauna è il terzo del suo tutto.

Diffinitione. 11.

15/0 La prima semplice parte d'un numero è la unità.

Il Tradottore.

Perche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perilche hanno piu parti come essempli gratia il 12. il quale è misurato da questi quattro numeri. 2. 3. 4. 6. & similmente è misurato dalla unità, adunque cadauno de loro insieme con la unità veria a esser parte del detto. 12. perilche el detto. 12. haveria. 5. specie di parti delle quali la prima semplice parte di quello (& d'altri simili) dice questa diffinitione che è la unità laqual unità veria a esser la duodecima parte di esso. 12. e questo è quello che in questa diffinitione se vol inferire.

Diffinitione. 12.

16/0 Quando duoi numeri haveranno una parte commuña, tante parti se dice esser il minore del maggiore, quante volte la medesima parte serà in lo minore, de tante quante la medesima parte serà in lo maggiore.

Il Tradottore.

Essempli gratia. 18. & 24. hanno piu parti commune, ma la piu granda (che cosi si debbe intendere) si è il 6. hor dico che (per questa diffinitione) tante parti se dice esser. 18. de 24. quante volte è il 6. nel detto. 18. cioe quante volte el detto 6. intra, ouer numera il detto 18. (lequale sono 3.) de tante quante el detto. 6. serà overo intrarà nel. 24. (lequale sono quattro) per ilche se dirà. 18. essere li. 3. quarti de. 24. & da pratici se depinge in questo modo $\frac{3}{4}$.

Diffinitione. 13.

17/0 La proportione d'uno numero minore a uno numero maggiore se dice in quello che lui è parte, ouer parti del detto maggiore, ma del maggiore al minore se dice in quel secondo che il maggiore contiene esso minore e parte, ouer parti di quello.

Il Tra-

Il Traduttore.

Quivi l'Autore ne disse come se piglia il nome delle proportioni de numeri secondo li dui modi, che si pool far la comparatione, cioe comparando il numero minore al numero maggior, over comparando el maggior al minor & dice che la proportion d'un numero minor a un numero maggior se dice in quella parte, over parti che il detto numero minore è del maggiore, exempli gratia, la proportione di 6. a 12. se dice esser el numero minore la metade, & perche tal parte se dipinge in questo modo $\frac{1}{2}$ Boetio Severino chiamo tal specie di proportione subdupla per esser il numero di sotto la virgula duplo a quel di sopra, & cosi la proportione di. 4. a 12. secondo Euclide diressi esser il terzo, & secondo Boetio, subtripla, & cosi da. 3. a. 12. secondo Euclide diressi esser il quarto & secondo Boetio, subquadrupla & cosi discorrendo in le altre specie di parti over quelle, che secondo Euclide se dirà esser uno quinto over sesto, over un settimo, over un ottavo, &c. secondo Boetio se dirà sub quincupla, sub sexupla, sub septupla, sub octupla, &c. similmente la proportione di 8. a 12. secondo Euclide se dirà esser dui terzi, ma secondo Boetio tal specie di proportione se dirà subsexquialtera, perche il numero sotto alla virgula contien una volta & mezza quel di sopra & cosi la proportione di. 9. a 12. secondo Euclide se dirà esser tre quarti & secondo Boetio se dirà sub sesquitertia, & cosi quelle secondo Euclide se diran esser $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ &c. secondo Boetio se diran sub sexquiquarta, sub sexquisexta, sub sexquiseptima et cosi discorrendo in le altre specie de parti, ma quando che la comparatione se fa el mazor numero maggiore a un minore over l'Autor che tal proportioni se dice in quello numero secondo el qual, el numero maggiore contien il minore, & parte overo parti di quello, exempli gratia la proportione di. 24. a. 12. secondo Euclide se dirà essere. 2. cioe dui tanti come. 12. cioe che el 24. contiene due volte el 12. & secondo Boetio se dirà proportione dupla, & tal specie di proportione secondo Boetio & altri se depinge cosi $\frac{2}{1}$ la qualcosa non vool dire altro che dui integri comparati a uno & cosi la proportion di. 24. a 8. secondo Euclide se dirà esser 3. cioe che. 24. è tre tanti come. 8. overo che. 24 contien 3 volte. 8. ma secondo Boetio se dirà tripla, & depingesi cosi. $\frac{3}{1}$ & cosi quelle, che secondo Euclide se denominarano da. 4. 5. 6. &c. secondo Boetio se diran quadrupla, quincupla, sexupla & cosi discorrendo facilmente la proportione di. 24. 16. secondo Euclide se dirà esser uno e mezzo, perche il numero maggior contiene il minore una volta & mezza: ma tal proportione secondo Boetio se dirà sexquialtera, & cosi la proportione de. 24. a. 18. secondo Euclide se dirà esser uno & un terzo, & secondo Boetio se dirà sexquitertia & cosi quelle proportioni che secondo Euclide se denominarano da un & un quarto, da un & un quinto da un & un sesto, secondo Boetio se diran sexquiquarta sexquiquinta, sexquisexta, & cosi discorrendo. & similmente la proportione da. 10 a. 6 secondo Euclide se dirà esser un e dui terzi & quella da. 14. a. 8. se dirà esser un e tre quarti ma secondo Boetio la prima se dirà superbipartiens la seconda superpartiens & cosi discorrendo in le altre simile anchora la proportione

tione di. 5. a. 2. secondo Euclide se dirà esser doue e un mezzo & quella di. 10. a. 3. esser tre e un terzo & quella di. 14. a. 3 esser quattro e doi terzi & quella che è da. 2 3. a. 5. essere quattro è tre quinti la prima delliquai proportioni secondo Boetio se dirà duppla sesquialtera, la seconda tripla sesquiterza la terza quadrupla superbipartiens la quarta quadrupla supertripartiens quintas, & cosi si ma procedendo in le altre parti che longo seria a voler dar essempio a cadauna anci debito di nō esser reprehso per essermi alquanto discostato dal resto. ma il tutto ho fatto acio che siano intesi tutti li modi & maniere delli vocaboli usitati nel donominare le specie di proportioni de numeri liquali che ben li considerà se conformano in substantia con la diffinitione di Euclide ideo, &c.

Diffinitione. 14.

18 / o Quando seranno quanti numeri si voglia, continuamente proportionali, la proportione del primo al terzo se dirà si come del primo al secondo duplicata, & al quarto treplicata.

Il Tradottore.

Questa diffinitione è simile alla. 11. & 12. del quinto, ma quella del quinto parlano in genere delle quantità continue, & questa parla in specialità di numeri, e pero lo essempio di quelle se pol accommoder a questa, ma con numeri e semplici gratia, siano quattro numeri continuatamente proportionali, & siano in la proportionalità tripla come cinquanta quattro. decciotto. sei. & doi. dice l'autbor che la proportione del primo (che è cinquanta quattro) al terzo che è sei se dirà duplicata a quella che è de. 54. a. 18. et quella che è dal detto. 54 al quarto (cioe al. 2.) dice che se dirà treplicata alla medesima che è da. 54. a. 18. perilche ne manifesta il duplicare & treplicare delle portioni non esser simile al duplicar, & treplicare de numeri perche di sopra se vede che il doppio de una tripla non se intende essere sestupla, ma una nonupla, & similmente il treppio de una tripla non se intende essere una nonupla anci se intende una ximisettupla come di sopra appare, cioe che la proportione di. 54. a. 2. ximisettupla & è detta il triplo di quella che è da cinquanta quattro a diciotto d'una tripla, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di proportionalità continua, & bisogna notare che da questa diffinitione, non solamente se apprende il modo di saper duplicare, & treplicare ogni specie di proportione, ma anchora si causa il modo di sapere summare insieme due, overo tre proportioni equale, perche in vero (come dissi sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in sostantia non è altro che uno summare di quantità equale.

Diffinitione. 15.

19 / o Quando seranno continuate medesime, onero diuerse proportioni, la proportion del primo al ultimo se dirà composta di tutte quelle.

Il Tradottore.

Hauendone l'Autter nella precedente diffinito come si debba intendere il dop-

pio,

pio, ouero il treppio d'ogni specie di proportione (fra numeri) della qual diffinitione (come sopra di quella dissi) se apprende solamente il modo di saper dupplicare, ouero treplicare ogni specie di proportione, ouero di sapere sommare insieme solamente due ouero tre proportioni equale, hor in questa sostantia ne dissimile non solamente come si debba intendere, la multiplicità, ouero il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente per qualunque numero ne pare, & similmente come si debba intendere il componere, ouer sumare insieme piu proportioni equale, ma ancora di sommare generalmente insieme ogni quantità di proportioni siano equale, ouero inequale perche dice che quando seranno continuate simili, ouero diverse proportion che la proportione del primo al ultimo se debba intendere composta di tutte quelle proportioni intermedie, esempli gratia se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportione del primo al ultimo se dirà quadrupla a quella che serà dal primo al secondo, ouero che la detta proportione del primo al ultimo se dirà essere composto, di tutte quelle intermedie, lequale seranno quattro proportioni, & per esser tutte equale la detta summa vera a essere quattro tale quale è dal primo termine al secondo, il medesimo si debbe intendere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fussero equale ma diverse si pur che siano continuate l'una consequente dreto all'altra & acio meglio me intendi, siano cinque termini de numeri cioe. 24. 16. 8. 2. 3. fra iquali sono continuate. 4. specie di proportioni quella che fra il primo e lo secondo è sesquialtera (cioe fra 24. e. 16.) & quella che è del secondo al terzo (cioe la. 16. a. 8.) è dupla & quella che è dal terzo al quarto (cioe da. 8. a. 2.) è quadrupla e quella che è dal quarto al quinto (cioe da. 2. a. 3.) è una subsesquialtera, hor dico che la proportione del primo termine al ultimo cioe da. 24. a. 3. (che è una octupla) se dirà esser composta di tutte quelle quattro specie di proportioni intermedie cioe che lei sola se dirà essere tanto quanto e tutte quelle quattro insieme, il medesimo si dirà in piu termini & in altre specie di proportioni e però chi volesse saper che cosa resulta ouer facia una dupla gionta con una tripla quelle siano continuate in tre termini (come si voglia) dapoi tor la proportione del primo al terzo (quale si trouerà esser una sesupla) & tanto dirassi che facia una dupla gionta con una tripla e cosi faressi in ogni altra specie & quantità di proportioni accadenti in numeri.

Diffinitione. 16.

20 La dominatione d'una proportione d'un numero minore a uno nu-
o mero maggiore se dirà la parte, ouero parti di esso minore, che sono in el maggiore, ma dal maggiore al minore se dirà il tutto, e la parte ouer parti in che il maggiore soprabonda il minore.

Il Tradottore.

In questa l'Autor ne dissolue quasi il converso della tertiadecima diffinitione perche in quella dice che la proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che il minore è del maggiore. & quasi dice il

converso,

conuerso, cioe che la denominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero maggior se darà la parte ouer parti che esso minore del maggiore, esempli gratia la denominatione della proportione che è da dodeci a nini quattro è un mezzo e da sei a decinto e un terzo e da decinoto a nini sette è dui terzi e da duo dodi a sedeci e tre quarti & cosi discorrendo in tutti li altri ma la denominatione della proportione del nouiquattro a duodeci (cioe del maggiore al minore) è dui & da decinoto a sei tre & da nini sette a decidotto è uno mezzo & da sedeci a.12. è un e un terzo e da nini a quattro e cinque è tre quarti & cosi discorrendo laquale denominatione si trouano tutte partendo lo antecedente per il consequente, cioe che l'antecedente di tai partiri sempre serà la denominatione di quel la tal proportione.

Diffinitione. 17.

21 / o Le proportioni che hanno una medesima denomination, se dicono simile, ouer una, ouer quella medesima, & quelle che l'hanno maggior si dicono maggiore, & minore quelle che l'hanno minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia la proportione che è da decinotto nouiquattro se dirà esser simile ouer quella istessa che è da sei a otto perche hanno una medesima denominatione che è tre quarti similmente quella che è da quarantaquatro, a duodeci se dirà esser una ouero simile, ouero quella istessa che è da nini dui a sei perche, hanno medesima denominatione laquale è tre & dui terzi, ma la proportione che è da nouue a dodeci se dirà maggiore di quella che è da sedeci a nouiquattro per esser la denomination da nouue a duodeci (laquale è tre quarti) maggior di quella che è da. 16.a.24. (laqual è dui terzi) & similmente la proportione de.27.a.4 se dirà esser maggior di quella che è da.22.a.5. perche la denominatione di quella che è da. 27.a.4. (laquale è sei tre quarti) è maggiore di quella che è da.22.a.5. (laquale è quattro e dui quinti) & è conuerso.

Diffinitione. 18.

22 / 21 Ma li numeri che la proportione de quelli e una sono detti proportionali.

Il Tradottore.

Esempli gratia per essere la proportione di.9.a.3. simile a quella che è da.12.a 4. (per le ragioni dette ne la precedente) li detti quattro numeri se diranno proportionali, il medesimo si deue intendere in altre specie di proportioni simile.

Diffinitione. 19.

23 / o Quelli numeri se dicono termini, ouero radice de una proportione, alli quali è impossibile essere tolti minori in quella medesima proportione.

Il Tradottore.

Esempli gratia, questi dui numeri. 3. e. 2. se diranno termini, ouero radici della proportione sesquialtera per esser impossibile a poterne trouare dui altri minori de quelli in la medema proportione sesquialtera, uero è che de maggiori se ne pol trouar infiniti in tal proportione come. 6. e. 4. 9. e. 6. & cosi discorrendo in infinito, et se dicono termine, ouer radici di detta proportione sesquialtera per esser in quelli dui el principio di tal proportione & da quelli dui mutti li altri (di tal proportione) derivano, il medesimo si debbe intendere in le altre specie di proportioni.

Diffinitione. 20.

5/12 Numero primo, se dice quello, che della sola unità è misurato.

Il Tradottore.

Si come. 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. & infiniti altri simili liquali sono misurati ouer numerati solamente dalla unitade è per questo cadauno di loro è detto numero primo.

Diffinitione. 21.

6/14 Numero composito se dice quello, che dall'altro numero è misurato.

Il Tradottore.

Si come. 15. il quale per esser misurato dal. 5. ouer dal. 3. se dice numero composito perche il non è esser composto da tre numeri quinari, ouero da cinque numeri ternari, & cosi si deue intendere ogni altro numero che sia numerato, ouer misurato da qual si voglia altro da lui diverso, di. o diverso perche ogni numero è misurato da se medesimo, ouero da uno equale a se medesimo cioe il sette è misurato dal sette una uolta & similmente il. 13. da. 13. & nientedimeno ciascun di loro è numero primo e non composito.

Diffinitione. 22.

7/13 Numeri contra se primi, se dicono quelli che da niun numero, eccetto dalla sola unità, sono numerati.

Il Tradottore.

Esempli gratia considerate. 25. secondo se è numero composito (per la precedente) & similmente. 9. ma comparati questi dui numeri insieme se diranno contra se primi, perche da niun numero son communamente misurati eccetto che della unità de, cioe che'l non si troua alcuno numero che li misuri ambidui. le ben il uero che il ternario numera il. 9. ma quello non numera poi il. 25. & similmente il quinario misura il. 25. ma non misura poi il. 9. onde questi dui numeri cioe. 25. e. 9. &

altri

altri simili che non hanno alcun numero che gli sia commune misura, eccetto che la unità de se dicono contra se primi.

Diffinitione. 23.

8 15 Numeri fra loro compositi, ouero communicanti, se dicono quegli liquali altro numero, che la unità li misura, cioe che nian de quegli è a l'altro primo.

Il Tradottore.

Esempli gratia. 27. e. 15. perche il numero ternario (cioe el. 3.) numera, ouero misura cadaun de loro se diranno numeri fra lor compositi, ouer communicanti, cioe che niun de loro è primo all altro (per la precedente diffinitione,) il medesimo si de ne intendere in tutti li altri che non sono contra se primi.

Il Tradottore.

Nanti che procedamo pin oltre bisogna notare (come disse anchora in el principio del primo libro) qualmente, li primi principij di cadauna scientia, non si conoscono per demostrationi, ne alcuna scientia è tenuta a provare li suoi primi principij, perche bisognaria procedere in infinito ma quelli tai primi principij communamente si conoscono per intellecto ouer per i sensi perilche sono supposti in tal scientia, & con quelli se dimostra & sustenta tutta la scientia, dico adonque che li primi principij di questa scientia, ouer disciplina de numeri (detta arithmetica) sono quatordeci delli quali quattro sono suoi propri cioe che si convengono solamente a essa arithmetica, & dieci sono communi cioe che si convengono a diverse altre scientie, & perche la intentione de l'Autore è di volere disputare questa scientia arithmetica, & quella sostentare con demonstrationi, unde per procedere rettamente, e schuffare opposition & litigij primamente lui adimanda, che gli sia concesso li detti suoi propri principij, liquali (come detto) sono quattro come nel processo si vedrà. & per questo se chiamano petitioni, ma li altri dieci per esser cose commune & concesse in altre scientie, se chiamano communi conceptioni del animo, ouero communi sententie come appare in fine delle quattro petitioni.

Petitione prima.

1 0 Adimandamo che ne sia concesso di poter tore, ouer pigliare quanti numeri mi pare equali ouer multiplici a qual numero li uoglia.

Il Tradottore.

Esempli gratia se fosse un numero dato poniamo. 16. & che per qualche nostro negotio che bisognasse fare, ouer assignare uno altro numero, equale, ouer doppio, ouer treppio, ouer quadruplo a esso. 16. ouer in quel si voglia, altra multiplicità, l'Autore adimanda che gli sia concesso di poterse fare tal cosa per-

che.che negasse tal atto al non seria possibile a dimostrarlo con ragioni dimostrative, ma perche di questo lo intelletto nostro non puol dubitare in cosa alcuna, per essere una cosa notissima al senso, & alla esperientia, tale petitione non si può negare.

Petitione. 2.

2/o Anchora adimandamo che ne sia concesso di poter pigliare un numero maggiore quanto ne pare, di qual si voglia numero.

Il Traduttore.

Essempli gratia se'l fusse uno numero dato (cuor proposito) poniamo.24.& che'l ne occorresse per qualche nostro negotio a douerne torre uno altro maggiore di lui in una cuero due, cuor piu unità l'Autor similmente adimanda che tal cosa gli sia concessa, laqual per esser al intelletto euidente non si de negare.

Petitione. 3.

3/o Similmente adimandamo che ne sia concesso di poter proceder in infinito l'ordine de numeri.

Il Traduttore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali uno solo (dall'Autore è detto naturale) & questo è quello che fu diffinito in la terza diffinitione, cioe quello che li termini si uano eccedendo per una unità (come. 1.2.3.4. &c. delli altri alcuni se uano eccedendo per.2. come.1.3.5.7.& cosi procedendo in infinito, alcuni per.3 come.1.4.7.10.alcuni per.4 come.1.5.9.13.alcuni per.5.alcuni per.6.alcuni per.7.& cosi discorrendo per ogni qualità di numero, alcuni altri si uano argumentando in qualche specie di multiplicità come in dopla, cuor tripla, cuor in qualunque altra, l'Autor adonque adimanda che gli sia concesso di poter procedere, cioe crescere, cuor alongare l'ordine de numeri in infinito, & ancho che tal cosa se ne pigli in tutti li ordini detti di sopra, nanco in questa diffinitione si debbe intender del ordine naturale diffinito di sopra in la terza diffinitione, perche dalla concessione di quello tutti li altri si approuano perche tutti deriuano da quello, laqual cosa per esser euidentemente all'intelletto non si po negare.

Petitione.4.

4/o Anchora se adimanda che sia concesso niuno numero poter esser diminuito in infinito.

Il Traduttore.

Quini l'Autor dimanda che gli sia concesso che niuno numero (per grando che'l sia) potesse diminuire in infinito, perche in uero che andasse continuamente cauandone solamente una unità finalmente se perueneria alla unità, la-

ta, lequal cauandola anchora lei serà distrutto, ouer anichilato quel tal numero talmente che piu non se potrà seguire tal diminutione, & se tal atto è terminato, diminuendo solamente per unità molto piu presto tal atto se terminarà diminuendo per qualche numero & però tal petitione non è da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono. 10.

Prima.

1 0 Ogni parte è minore del suo tutto.

Il Tradottore.

Questa è simile alla ultima conceptione, del primo, ma quella del primo parla in genere, cioe in ogni specie di quantità, ma questa parla in specialità del numero, cioe che tolta una parte di qual si voglia numero, o sia grande ouer piccola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioe del total numero donde fu tolta, ouer assignata, & questa è concessa per commune sententia.

Seconda.

2 0 Tutti quelli numeri che seranno equalmente multiplici a uno medesimo numero, ouero a numeri equali, quelli medesimi seranno anchora fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa da se è evidente & è quasi simile alla sesta conceptione del primo, cioe che tutti quelli numeri, che seranno equalmente doppij, ouer treppij ouer quadrupli a un medemo numero (ponimo al quinario) (cioè al. 5.) ouero a numeri equali (ponimo a piu quinarij, cioe cadauno al suo relativo) egliè manifesto che quelli seranno fra loro equali.

Terza.

3 0 Tutti quelli numeri alli quali, uno medesimo numero serà equalmente multiplice, ouer che li multiplici tolti equalmente a cadaun de quelli, seranno equali: essi numeri seranno anchora equali.

Il Tradottore.

Esempli gratia se'l fusse dui, ouer piu termini de numeri, & che se'l dimostrasse, che un medemo numero (ponimo .24.) fusse doppio a cadauno de detti dui ouer piu termini, egliè manifesto che li detti termini seranno fra loro equali perche cadauno de loro serìa a esser. 12. il medesimo si deue intendere quando, che il detto .24. fusse equalmente treppio, ouer quadruplo, ouer in qual si voglia altra moltiplicità, a cadauno de loro, similmente quando che'l fusse dui, ouero piu termini de numeri, & che li multiplici tolti equalmente a cadauno di essi ter-

mini fussero equali (poniamo che cadauno fusse vintiquattro) la cosa manifesta, che quelli tali numeri seranno fra loro equali.

Quarta.

4 La unità è parte de ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Tradottore.

Esempli gratia la unità è parte de 2. & è denominata da esso 2. (per la nona diffinitione) & tal parte se dice media, over la mita, alcuni la chiamano una seconda, over secondo & discriuesi in questa forma $\frac{1}{2}$ & il numero che è sotto alla virgula (cioè il 2.) se dice denominatore per esser quello (come è detto) che denomina la parte cioe quella unità posta sopra la virgula, laquale se dice numerator, similmente la detta unità è parte di 3. & denominata da esso 3. & chiamasse parte terza, over un terzo, & descriuesi in questo modo $\frac{1}{3}$ & per simil modo la viene a esser parte di ogni altro numero, & denominata da essi medesimi, & tutte se descriuono secondo l'ordine detto, cioe ponendo la detta unità sopra la virgula, & quel tal numero sotto in questo modo. $\frac{1}{1}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}$ & cosi discorrendo.

Quinta.

5 Quella parte è minore, laquale ha maggiore denominatione, & maggiore quella che la ha minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia un quarto è minore d'un terzo per esser la denominatione de un quarto (quale è quatro) maggiore della denominatione de un terzo (quale è 3.) & per le medesime ragioni un quinto è menor de uno quarto e un sesto de uno quinto & è conuerso.

Sesta.

6 Qual si uoglia numero tal è dalla unità, qual parte è la unità di quel medesimo.

Il Tradottore.

Cioe che ogni numero in tal numero lui è multiplice della unità, in qual la unità è denominata parte di quel medesimo, esempli gratia il 2. in comparatione della unità se dirà doppio la qual multiplicità è denominata da 2. in equal 2. medesimamente è denominata la parte che la detta unità è del detto 2. & da quel se manifesta che ogni numero è detto dalla unità cioè dal numero che denomina la multiplicità in che lui è in comparatione della unità, ilquale è esso medesimo numero, perche esso medesimo è quello che denomina la parte, che è la unità da lui come è detto in la nona diffinitione.

Setti-

Settima.

7 o Qualunque numero che sia dato in la unità produce se medemo anchora la unità data in qual si voglia numero produce quel medemo.

Il Tradottore.

Esempli gratia multiplicando. 2. fia la unità (per communa sententia) farà esso 2. & cosi 3 fia 1 produrà esso 3. & cosi 4 fia 1. farà esso 4. & cosi discorrendo in ogni altro numero, anchor la unità multiplicata fia 2. farà pur il medemo 2. & cosi 1 fia 3 farà quel medesimo 3. & cosi fia 4 farà 4. & cosi discorrendo in ogni altro numero.

Ottana.

8 o Qualunque numero che numeri, duoi numeri numera anchora el composto de quegli.

Il Tradottore.

In questa ottana concettione el se suppone che cadauno numero che numeri duoi numeri, che quel numeri anchora il composto, cioe la summa de ambiduoi quelli insieme, & di questo la esperientia ne certifica lo intelletto, perche se il 3. numera il 9. & anchora il 12. sensibilmente medemo, che il medesimo 3. numera il composto, cioe la summa di 9. & 12. qual è 21. il medesimo si trouerà in tutti li altri.

Nona.

Qualunque numero che numera alcun numero, numera anchora ogni numero numerato da quello.

Il Tradottore.

Esempli gratia se uno numero (poniamo 3.) numera alcun numero (poniamo 9.) & che quel numero numerato (cioe 9.) numeri un altro numero (poniamo 36.) per communa openione dice che il detto 3. numera anchora il detto trenta sei la qual cosa per la settima diffinitione euidentemente appare, il medesimo se prouerà seguire in tutti li altri simili.

Decima, & ultima.

Qualunque numero, che numeri il tutto, anchora detratto numera il residuo.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se uno numero (poniamo 7.) numera qualche numero (poniamo 35.) sia tratto il detto numero (cioe 7.) dal detto numero numerato,

(cioe da 35.) nol che per comunaa sentenzia il detto numero (cioe 7.) numeri ancora il rimanente, il qual rimanente serria 2 essendo 28. Laqual cosa (per la seconda diffinitione) sensibilmente se manifesta.

Theorema prima. Propositione prima.

Se dal maggiore de duoi numeri inequali sia detratto il minore per fin a tanto che rimanga men di lui & da poi, detratto quel residuo da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & similmente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fin a tanto che resti men di lui, & che dalla continua detrattione fatta in tal modo, sia che'l non si trovi alcun residuo che numeri lo ante residuo per fin alla unità quelli duoi numeri è necessario esser contra se primi.

Siano li duoi numeri inequali. a.b. & c.d. & sia il c.d minore & sia detratto il c. d. dal. a. b. quante volte se poi, & sia lo residuo. e.b. laquale residuo serà minore del. c. d. (altramente el se potria anchora detrahere) & sia detratto esso. e. b. dal. c. d. quante volte se poi, & sia il residuo. f. d. & sia detratto lo. f. d. dal. e. b. quante volte se poi, & sia lo residuo. g. b. elqual sia la unità. hor dico le dette duoi numeri. a.b. & c.d. esser contra se primi, perche se possibil è (per l'adversario) che sian compositi, alcun numero altra la unità numerarà communamente quelli, (per la seconda prima diffinitione) il qual poniamo che sia. b, hor perche. b. numera d. e. d. (per la penultima concettione) numerarà anchora lo. e. & perche el medesmo. b. numera tutto lo. a. b. (per la ultima concettione) numerarà anchora lo. e. b. adonque (per la penultima) numerarà lo. e. f. per laqual cosa (per la ultima) numerarà lo. f. d. adonque (per la penultima) numerarà anchora lo. g. e. & (per la ultima) numerarà lo. g. b. & perche lo. g. b. e la unità significa il numero esser parte della unità, cosa a quella equale, laqual cosa è impossibile, adonque li duoi numeri. a. b. & c. d. seranno contra se primi che è il proposto.



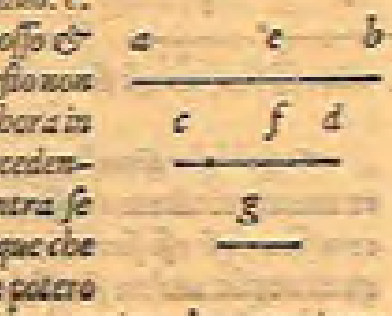
Ma se li duoi numeri. a. b. & c. d. sieno contra se primi, el non si trovarà stato, over riposo, in questa mutua detrattione avanti che si pervenga alla unità & questo è il converso di quello che l'Autor propone, & se in questa mutua detrattione, (per l'adversario) serà stato, over riposo, avanti che si pervenga alla unità sia che. g. b. sia numero iguale sia detratto dal. f. d. & niente sia il residuo adonque il. g. b. numera. f. d. adonque (per la penultima concettione) numera anchora. e. g. & per che anchora numera se medesmo, per la antepenultima concettione, numerarà tutto lo. e. b. adonque per la penultima, numera lo. e. f. ma per avanti è sta dimostrato che numera lo. f. d. adonque (per la avanti la penultima) numera tutto lo. e. d. per laqual cosa (per la penultima) numera lo. a. e. & perche fu demostrado prima che anchora numera lo. e. b. seguita (per la avanti alla penultima) che anchora numerà. a. b. adonque perche il numero. b. g. numera l'uno & l'altro di duoi numeri.

numeri. a.b. & c. d. li dui numeri a. b. & c.d. sono compositi, adonque non sono contra se primi, laqual cosa è contra il presupposito, adonque per questa via proposti qualunque dui numeri manifestig. anco se quelli sono contra se primi ouer no, perche facta la nocua detratione de tali sel si perviene alla unità quelli sono contra se primi ma essendo stato, ouero ripoſo ananti che se pervenga alla unità quelli sono compositi.

Problema. 1. Propositione. 2.

Proposti dui numeri fra loro compositi, possemo trouare il maggiore numero che numera communamente quelli.

Siano li dui numeri fra loro compositi, a,b, & c,d, sia c, d, minore, adonque alcun numero (per la diffinitione) numera communamente, quelli voglio trouare il massimo numero che numera communamente quelli, secondo il modo & similitudine della precedente, minuisco, ouero detrago il minore dal maggiore per fina a tanto che posso, cioe il c.d dal a.b. & sia il residuo. e. b. & similmente le, e,b, del c,d, per fina a tanto che posso & sia il residuo le, f, d, & perche la diminutione di questo non pol esser facta in infinito (per la ultima petitione) anchora in il proposito il non si pol pervenire alla unità (per la precedente) perche all hora li dui proposti numeri seriano contra se primi laqual cosa seria contra il presupposito, sia adonque che quando haverò detratto le, f, d, dal, e, b, per fina che pervo che il residuo sia niente, hor dico il numero, f, d, esser il maggiore che numeri communamente li dui proposti numeri, a,b, & c,d, la causa che lui li numeri è manifesta (per la penultima et antepenultima concetione repetita) hor l'una, hor l'altra quante volte bisogna, si come in la demostratione del converso della precedente (perche le, f, d, numera le, e,b,) perche quando che lui fu detratto da quello per fina a tanto che se posse non si fu facto niente di residuo (adonque) (per la penultima cõcetione) numera & c.f. adonque (per la ante penultima) &. c. d. per laqual cosa (per la penultima) numera & a.c. adonque (per l'ante penultima) &, a, b, ma che niun maggiore de, f, d, numeri a.b. & c.d. cosi è manifesto, perche se questo potesse esser facto (per l'aduersario) sia il numero, g, maggiore del, f, d, il qual numeri l'un e l'altro di dui numeri a.b. & c.d. perche adonque g, numera, c,d, numerarà (per la penultima concetione) a. e. & perche numera, a, b, numerarà (per la ultima). e.b. adonque (per la penultima) numera c, f, & perche etiam numera, c,d, numerarà (per la ultima) f.d. cioe il maggiore numeraria il minore, laqual cosa è impossibile.



Correlario.

Da questo è manifesto, che ogni numero che numeri duoi numeri numera anchora, il massimo numero, numerante ambiduoi quelli.

Il Tra-

Il Tradottore.

Per intelligentia di questo correlario bisogna notare qualmente che si trova molte volte alcuni numeri fra loro compositi che sono numerati da pur numeri (uno maggior dell'altro) come exempli gratia sel'.a.b. fusse.150. & lo.c.d.90. questi dui tali sono numerati (cioe partiti senza alcun sopravanzo) communamente.da.2.da.3.da.5.da.6.e da molti altri. tamē investigando p lo modo dato di sopra si trouarà che il primo residuo, cioe.e.b. serà.60. & lo secondo cioe.e.f.d serà.30. il qual.30. subtratto dal.e.b.fin che si pol il residuo serà nulla, onde il detto.30. serra a esser il massimo (per le ragion assignate) che numeri communamente li detti dui numeri. a.b. & c.d. Ma supponendo che il.g. numeri anchora lui communamente li detti dui numeri.a.b.et.c.d. (cioe che lui sia l'uno delli lati detti di sopra, poniamo.5. per le argumentatione fatti di sopra il si manifesta qualmente il detto.g. a fortiore numera lo.f.d.cioe il massimo & questo è quello che nel correlario si ml inferisce.

a / b

d / e

c / f

Problema.2. Propositione.3.

Proposti tre numeri fra lor compositi puotemo ritrouare il massimo di numeri che numerano communamente quelli.

Alcuni che dimostrano questa terza conclusione hanno pensado di dimostrare uno antecedente di essa conclusione cioe qualmente, proposti tre numeri possono certificarse se essi siano fra lor compositi, E per tanto siano li tre numeri. a. b. c. di quali voglio vedere se essi sono fra lor compositi, over non (per la prima adonque investigo se la dui primi) liquali sono.a. & b. sono fra lor primi laqual cosa essendo cosi non seranno.a.b.c.fra loro compositi (per la diffinitione) ma se.a.& b. sono fra loro compositi, siano (per la precedente). d. al massimo numero numerante quelli, il qual se l'numera.c. seranno.a. b.c. (per la diffinitione) fra loro compositi, ma se quello non lo numera, ma essi. c. & d. siano contra se primi non seranno.a.b.c.fra loro compositi, perche qualunque numero il quale numerarà quelli numerarà anchora il d. (per il correlario della precedente) & cosi, d, & c. seranno compositi, laqual cosa seria contra al presupposito, ma se.c.& d, sono compositi seranno etiam a,b,c, fra lor compositi, perche essendo per la precedente, e, il massimo numerante, c, & d, alquale etiam (per la penultima concettione) numera.a, & b, per laqual cosa (per la diffinitione.a.b.c.sono fra loro compositi anchora per simil modo il se fa però de quanti si voglia piu di tre) se tutti siano fra lor compositi. (E per tanto a tre proposti numeri che siano fra loro compositi) liquali etiam siano, a,b,c, voglio trouare il massimo numero il quale li numeri tutti, piglio per la dottrina della precedente. d. massimo numerante, a, & b, il qual se l'numera.c. esso è quello che cercamo altramente per il correllario della precedente, seguiria il maggiore numerare il minore. Ma se l'non numera.c. tamen seranno, c, & d. fra lor compositi per il presupposito, & correllario della precedente. & per la diffinitione, sia adonque il massimo numerante quelli, e, dico, e, esser il massimo numerāte.a.b.c. la causa perche il numerà

merà quelli è manifesta, per questo ultimo presupposito, il quale è esso, esser il massimo numerante, e, & d, & per la penultima concettione ma la causa che niuno maggiore di quello numeri quelli cosi è manifesta perche se questo fusse possibile, per le auersarie, sia, f, maggior de, e, dqual numeri, a, b, c, dqual conciosia che'l numeri. a. & b, numerara, per il correllario della precedente, d, & perche ancora il numera, c, numerara, per il medesimo correlario, e, cioe il maggiore numerara il menore laqual cosa è impossibile, adonque non serà alcun numero maggior de, e, numerante, a, b, c, che è il proposito, anchora per simil modo si puol investigare el massimo numero numerante quanti si voglia numeri piu di tre (fra loro compositi) onde il non fu de bisogno a Euclide insegnare questo in piu di tre perche il modo & arte in tre è il medesimo in piu di tre, & dal ultimo processo di questa demostratione, potemo anchora aggiongere a questa terza conclusione questo Correlario, onde è manifesto che ogni numero numerante quanti si voglia numeri fra loro compositi, numera il massimo numerante tutti quelli, & etiam li massimi numeranti li dui, & dui di quelli.

Theorema. 2. Propositione. 4.

4/4 El minore de ogni duoi numeri inequali, ouer che egliè parte, ouero parti del maggiore.



Sieno dui numeri. a. & b. minor. b. dico che. b. è parte, ouer parti del. a. perche ouero che. b. numera. a. ouer non, se'l lo numera egliè parte di quello (per la diffinitione) se'l non numera quello adonque, ouer che sono fra lor primi ouero non, se non fra lor primi haueremo (per la diffinitione) una parte commune la quale quante volte la serà in. b. tante parti serà detto esser il. b. del. a. (per la dodecima diffinitione) ma essendo fra loro primi niente dimeno perche la unità è parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta concettione) è manifesto il medesimo per le unità.

Theorema. 3. Propositione. 5.

5/5 Se seranno quatro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quale è il terzo del quarto, seranno il primo & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme qual è il primo del secodo.



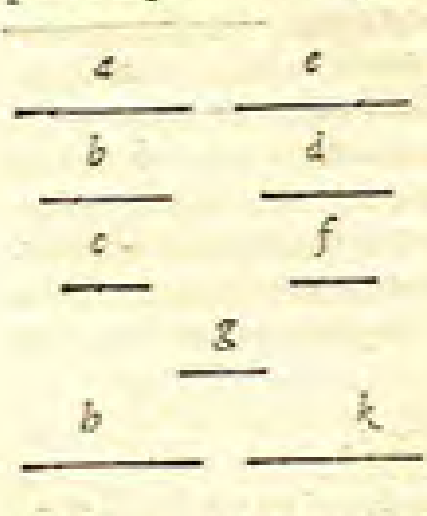
Volendo Euclide demostrare qualmente questi libri de numeri non habiere debisogno de alcuni delli precedenti, ma per se medesimi stare, parte di quel lo che propose in la prima del quinto delle quantità in genere, propone in questa quinta del settimo de numeri, Sieno adonque li quattro numeri, a, b, c, d, & sia. b, tal parte de, a, quale e, d, del, c, dico che, b, & , d, tolti insieme sono tal parte de, a, & , c, tolti insieme qua

de è il. b. del. a. perche diuisi, a, & e, secondo la quantità de, b, & d, & argumente re si come in la prima del quinto, perche serà che tanto son le parte del. a. quante quelle del. e. per la positione, & che lo aggregato dalla prima parte de. a. & dalla prima del. e. sia equale allo aggregato del. b. & .d. similmente anchora & lo aggregato della seconda parte del. a. & della seconda del. e. & perche questa aggregatio ne tante volte se può fare quante volte non contenuto el. b. in. a. segue, che el numero equale allo aggregato del. b. & .d. tante volte sia contenuto in lo aggregato de .a. & .e. quante volte .b. non contenuto in .a. per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema. 4. Propositione. 6.

6/6 Se seranno quattro numeri di quali, il primo sia tal parti del secondo quale è il terzo del quarto, il primo è il terzo tolti insieme seranno tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale è il primo del secondo.

Quello che proposse la precedente de una parte, questa propone di più parti. E per tanto siano come prima li quattro numeri, a, b, c, d, & sia che, b, sia tal parti de a. quante & quale è il, d, del, c, dico che b. & .d. tolti insieme seranno tante, & tale parti de, a, & c, tolti insieme quante & quale è il, b, del, a, & dico tante & tale perche la pluralità delle parti non differisce da dui numeri di quali l'uno non detto numeratore, & l'altro denominatore come quando dicemo tre quinti, il ternario numera, e il quinario denomina, perche adonque, b, è parti del, a, sia, che siano le parti de quello numerate dal. b. & denominate dal. k. & similacente (per la positione) serà il .d. parti del .c. numerate dal .b. & denominate dal k. e. per tanto una delle parti del. b. sia .c. & una delle parti del. d. sia .f. (& per il presupposto), e, serà parte del. b. denominata dal, b, & parte del, a, denominata dal. k. similmente anchora & .f. serà parte del .d. secondo, b, & parte del .c. secondo, k, adonque il composto de, e, & .f. sia, g, &, (per la premessa) g. serà parte del. b. & .d. tolti insieme secondo. b. & anchora (per la medesima) serà parte de, a, & .c. tolti insieme secondo, k. per laqual cosa (per la duodecima diffinitione) b, & .d. tolti insieme seranno parti de, a, & .c. tolti insieme numerate dal, b, & denominate dal. k, imperoche il, g, è parte comune de quelli, del minore secondo. b. & del maggiore secondo, k, e perche così è il, b, del, a, è manifesto il proposito.

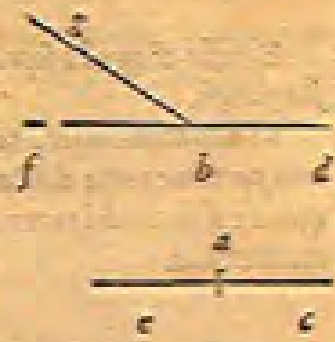


Theorema. 5. Propositione. 7.

7/7 Se seranno duoi numeri de quali un sia parte de l'altro et sia detratta da tutti duoi la medesima parte tal parte serà il remanente, al remanente, quale è il tutto del tutto.

Q nel

Q uel che qui propone Euclide de numeri, fu proposto de sopra in la quinta del quinto delle quantità in genere, & però sia che qual parte è tutto il numero. a. de tutto il numero. b. tal sia la parte. c. (detratta dal. a.) alla parte. d. (detratta dal. b.) dico che tal parte serà. e. (residuo de. a.) del. f. (residuo del. b.) qual è tutto il numero. a. di tutto il numero. b. (& questa è quasi il converso della quinta) & per dimostrare questo sia (per la prima petitione). e. tal parte de. g. qual è il. c. del. d. & (per la quinta tal parte serà. a. del composito de. g. & d. qual è il. c. del. d. per la qual cosa & quale è. a. del. b. adonque (per la seconda concettione) il composito de. g. & d. è equale al. b. leuando da l'uno, & dall'altro il. d. serà. g. equal al. f. per la qual cosa tal parte serà. e. del. f. qual è. a. del. b. perche tal era e. del. g. che è il proposito.



Il Tradottore.

Q uesta settima propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parte d'un altro, quale serà una parte tolta dall'uno e una parte tolta dall'altro, il residuo di l'uno serà tal parte del residuo di l'altro, qual è il tutto del tutto, la qual differentia è come quella della quinta del quinto. Ma in questa la espositione non se accorda con il testo della prima tradottione di sopra posto anci se accorda con il testo della seconda quinta di sopra posto, perche il si suppone in detta esposizione, che qual parte è tutto il numero. a. de tutto il numero. b. tal sia la parte. c. (detratta dal. a.) alla parte. d. (detratta dal. b.) & conclude che il residuo. e. al residuo. f. serà tal parte, qual è tutto il numero. a. de tutto il numero. b. si come propone la detta seconda tradottione, anchora bisogna notare che la parte. c. in respetto del numero. a. & la parte. d. in respetto del numero. b. si intende largo modo cioe aliquota o non aliquota.

Theorema. 6. Propositione. 8.

3 2 Se da duoi numeri, di quali l'uno sia parti dell'altro, siano sottratte quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, serà quelle medesime parti, che è il tutto del tutto.



Q uesta è quasi il converso della sesta, come exempli gratia sel fusse che quante, & quale parti e tutto. a. di tutto il. b. tante & tale sia il. c. (detratto dal. a.) del. d. (detratto dal. b.) dico che lo. e. (residuo del. a.) serà tante, & tale parti del. f. (residuo del b.) quante & qual è lo. a. del. b. e per dimostrar questo sia. g. una delle parti del. a. & b. una delle parti del. c. & (per il presupposito) g. serà tal parte del. a. qual è. b. del. c. è tale del. b. quale è. b. del. d. adoque sia detratta. b.



za.h.del.g.& rimanga.K.et.k.(per la precedente)sera tale parte del.e.quale è.g. del.a.& tale del.f.(per la medesima)quale.è.g.del.b.adunque perche.e.et.f.hanno una parte commune laquale è.k.(per la duodecima diffinitione).e.sera tante parte del.f.quai parte è.k.del.e.& tale quale è.k.del.f.& perche tante & tale era.a.del.b.è manifesto il proposito.

Il Traduttore.

El resto di questa soprascritta propositione in la seconda traduttione dice in questa forma.

Se uno numero sera tal parti d'un altro, qual sia una portione tolta da l'uno di una portione tolta dall'altro, lo rimanente del rimanente sera le medesime parti quale è il tutto del tutto. Et questo è molto concordante con la soprascritta argumentatione.

Il Traduttore.

Anchora bisogna notare (per intelligentia della soprascritta argumentatione) che se lo numero.a.fusse li cinque sesti del.b.& similmente la parte.e.delle parte.d.il numero.g.seria a esser un quinto del.a.& un sesto del.b.& similmente.b.seria a esser per un quinto del.e.& un sesto del.d.onde(per la precedente).k.seria a esser similmente un quinto del.e.& un sesto del.f.si come.g.del.a.& del.b.onde il detto.e.(per la duodecima diffinitione)seria a esser tante parti del.f.quante sette che.K.numera.e.(che sono cinque)de tale quante il detto.K.numera.f.(che sono sei)cioe cinque sesti che è il proposito.

Theorema. 7. Propositione. 9.

9 9 Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quale è il terzo del quarto, permutatamente sera tal parte, ouero parti il primo del terzo qual parte, ouer parti e il secondo del quarto.

Sia.a.primo tal parte del.b.secondo quale è il.c.terzo del.d.quarto.e sia.e.& b.minori del.c.et.d.perche essendo altramente seria il contrario di quello che se pone,dico che qual parte,ouer parti e.a.del.c.tal ouer tale è il.b.del.d.perche essendo diuiso.b.secondo la quantità de.a.& d.secondo.e. (& per lo presente presupposito) tanti parti seranno quelle del.b.quante quelle del.d.& perche ciascadauna delle parti del.b.è equale al.a.& ciascadauna del.d.al.c.& a.e parte, ouero parti del.c.(per lo presente presupposito, & per la quarta) sera ciascadauna delle parti del.b.della sua comparata delle parti del.d.(come la prima della prima, la seconda della seconda,& cosi de tutte le altre)tal parte, ouer parti,quale ouero quale è.a.del.c.adunque(per la quinta,ouer sesta sotto la diffinitione repetita quante uolte bisognerà)sera tal parte ouer parti.b.del.d.quale ouer quale è.a.del.c.che è il proposito.



Theo-

Theorema. 8. Propositione. 10.

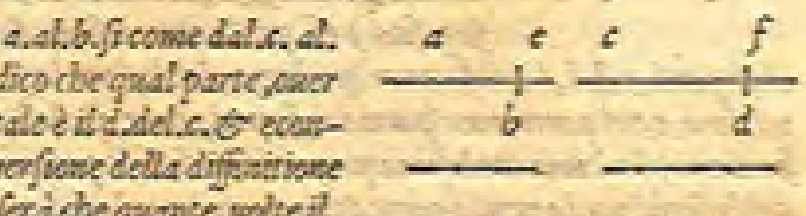
10 10 Se seranno quattro numeri, il primo di quali sia tal parti del secondo, quale è il terzo del quarto, serà permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quala, ouero quale è il secondo del quarto.



Siano li quattro numeri come prima, di quali finalmente siano numeri. a. & b. & sia. a. tal parti del. b. quala è. c. del. d. dico che qual parte, ouer parti è. a. del. c. tala, ouer tale è il b. del. d. perche fiando diuise le minore in quelle parte che sono. a. & c. & (per lo presente presupposito) seranno tante le parti del. a. quante quelle del. c. & perche ciascadona delle parti del. a. è tal parte del. b. qual ciascadona delle parti del. c. è del. d. perche questo lo hauemo dal nostro presupposito. Sera permutatamente (per la precedente) che qual parte, ouer parti è. b. del. d., tal, ouer tale sia ciascadona delle parti del. a. della sua comparata delle parti del. c. adonque (per la quinta, ouer sesta sotto la diffinitione reperita quante volte bisognarà) serà. b. tal parte, ouer parti del. d. quala, ouer quale è. a. del. c. che è il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 11.

11 9 Se seranno quattro numeri proportionali di quali il primo sia maggior del secondo, & il terzo del quarto, il secondo serà tal parte, ouero parti del primo quali, ouer quale è il quarto del terzo, ma se il secondo serà tal parte, ouer parti del primo quala, ouero qual è il quarto del terzo, li quattro numeri conuien esser proportionali.



Sia la proportione del. a. al. b. si come del. c. al. d. & sia maggior. a. et. c. dico che qual parte, ouer parti è. b. del. a. tala ouer tale è il. d. del. c. & conuerso perche (per la conuersione della diffinitione delle proportione simili) serà che quante volte il. b. è in. a. tante volte sia il. d. in el. c. & se alcuna parte, ouer parti del. b. soprabonda no in. a. tal parte, ouer parti del. d. soprabondano in el. c. è per tanto se l. b. serà contenuto in. a. senza superfluità de parte, tante volte senza superfluità serà contenuto il. d. in. c. (per la diffinitione delle parte simili) qual parte serà il. b. del. a. tal serà il. d. del. c. ma se l. b. sia contenuto in. a. (quante volte si voglia) con la superfluità de parte & tante volte se contenerà il. d. in el. c. con la superfluità de simili parte, di uno. a. secondo. b. sia sobre sopranonci. e. & c. secondo. d. acio che sopranonci. f. serà tal parte. e. del. b. quel è. f. del. d. ma perche tante volte se contera il. b. in la differentia del. a. al. e. quante volte il. d. in la differentia del. c. al. f. serà (per communa scientia) tante volte. e. in. a. quante volte è. f. in. c. concio sia cosa adonque che. a. & b. habbiano. e. parte communa & similmente. c. & d. habbiano. f. e per tanto, e. è in.

e.è in.b.tante volte quante e lo.f.in.d.& similmente.e.in.a.tante volte quante.f. in.c.serà(per la duodecima diffinitione)il.b.tante & tale parti del.a.quante & quale serà il.d.del.c.ma si el.b.fia contenuto(quante volte si voglia)in.c.con alcuna portione de quante si voglia parti,anchora tante volte se contenerà il.d.in el.c.con simile portione de tante & simile parti diuiso.a.secondo.b.accioche sopravanzi.e.similmente.e.secondo.d.accioche sopravanzi.f.serà.e.tante & tale parti del.b.quante & quale serà.f.del.d.& cosi reliquendo de quelle argumentando come prima,& cosi è manifesto il primo proposito al secondo se dimostra in questo modo,fia.b.tal parte,ouer parti del.a.quale,ouer quale è il.d.del.c.dico che la proportione del.a. al.b.serà si come del.c.al.d.perche se è tal parte i manifesto il proposito,ma se egli è tale parti diuisi quegli secondo quelle parti se manifestarà tante volte essere il.b. in.a.quante volte è il.d.in.c.& tal parte,ouer parti del.b.sopravanzare in.a.qua la ouer quale del.d.sopravanzarà in el.c.& cosi(per la diffinitione)la proportione del.a.al.b.e si come del.c.al.d.& cosi è manifesto il tutto.

Theorema.10. Propositione.12.

12 Se da duoi numeri, seranno detratti duoi numeri, secondo la pro-
11 portione de quelli la proportione del rimanente allo rimanente serà si come dal tutto al tutto.



Quello che propose Euclide in la decimanona del quinto delle quantità in genere quel medesimo propone qua de numeri, exempli gratia sia la proportione de tutto.c.a.tutto.b. si come del.c.(detratto dal.a.)al.d.(detratto dal.b.)dico che dal.e.residuo del.a.al.f.(residuo del.d.)serà si come dal.a.al.b.perche se.a.sia minor de.b.serà(per la precedente presupposito)& per la conuersione della diffinitione)tal parte, ouer parti.c.del.d.quale,ouer quale e.a.del.b.(per la settima adonque, ouero ottaua)serà.e.tal parte,ouer parti del.f.quale ouer quale è.a.del.b.adonque(per la diffinitione)serà una medesima proportione che è il proposito, ma se.a.sia maggiore del.b.serà(per la prima parte della precedente)qual parte,ouero parti.b.del.a.ta la,ouero tale serà.d.del.e.per laqual cosa(per la settima,ouer ottaua)tale,ouer tale serà.f.del.e.e cosi(per la seconda parte della precedente)del.e.al.f.serà si come dal.a.al.b.per laqual cosa è manifesto il proposito. ma la settima et ottaua danno luoco a questa duodecima perche questa duodecima sola contiene quanto ambedue quelle,ma alcuni uolono prouare la seconda parte de questa per la duodecima nona del quinto, ma se Euclide intendesse questo, conciosia che lui propona questa particularmente & quella universalmente demostrata quella in nel quinto,ouramente haueria proposta questa quiui in el settimo, e però nō debono dimostrare que sta una altra uolta per la decimanona del quinto,ne anchora possono adattare il modo della demostratione di quella alla demostratione di questa conciosia che quella se demostra in le quantità cōtinue in genere (per la proportionalità permutata la-

quale de

quale de fatto se dimostra in numeri, ma io penso, & ragionevolmente si vede esser stretto Euclide de usare le argumentationi del dimostrator arithmetico per causa del decimo libro il quale, è manifesto non potersi transire senza la cognitione di numeri, e per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrate nel quinto delle quantità in genere, ha le ha voluto repetere un'altra volta da esser dimostrate, in questo settimo de numeri perche intende de dimostrare quelli per altri principij proprij cioe de numeri i quali sono pur noti al intelletto di quelli per li quali fu processo nel quinto, perche li principij del quinto libro sono piu difficili per la malitia delle quantità incommunicante, & li principij di numeri molto piu oltra se applicano allo intelletto, & piu facili de quelli perche quelli hanno de bisogno de intelletto piu disposto.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13 / 12 Se seranno quanti numeri si vogli a proportionali si come serà uno antecedente al suo consequente cosi seranno tutti li antecedenti tolti insieme, a tutti li consequenti tolti insieme.

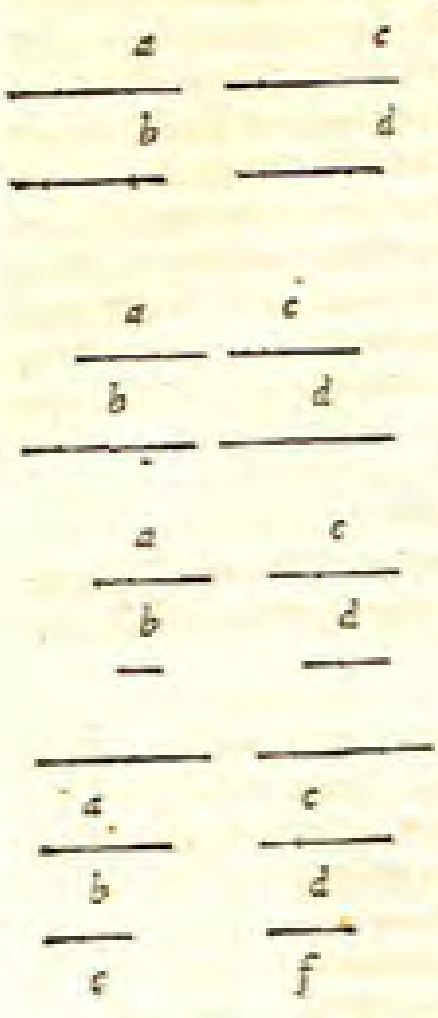


Q uello che propone Euclide per la tertia decima del quinto delle quantità in genere per questa propone de numeri, come exempli gratia siano, a, b, & c, d, & e, f, proportionali dico che la proportione che è dal. a. al. b. è quella medesima che è dalli. a. c. e. tolti insieme alli. b. d. f. tolti insieme perche se, a, c, e, siano minori delli. b. d. f. (per la conversione della diffinitione) qual parte, over parti serà. a. del. b. tale, over tale serà. c. d. del. d. & e. del. f. adunque (per la quinta over per la sesta repetita quante volte bi sognara) qual parte, over parti serà, a, del, b, tale, over tale seranno li, a, c, e, tolti insieme delli, b, d, f, tolti insieme, per laqual cosa (per la diffinition) la proportion serà una medesima ma se li. a, c, e, siano maggiori delli, b, d, f, (per la prima parte della undecima) qual parte, over parti sera il. b. del. a. tale over tal serà il, d, del, c, et, f, del, e, adonque (per la quinta, over sesta repetite quante volte bisogna) qual parte over parti serà il. b. del. a. tale over tale saran li. b. d. f. tolti insieme delli, a, c, e, tolti insieme, e cosi per la seconda parte della undecima, la proportion del, a, al, b, serà si come delli. a. c. e. tolti insieme alli, b, d, f, tolti insieme che è il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14 / 13 Se seranno quattro numeri proportionali, anchora permutatinamente seranno proportionali.

El modo di arguir il qual se dice proportionalità permutata, laqual ha demostrato Euclide per la sesta decima del quinto in le quantità in genere in questo luoco



proponè da esser demostrato in numeri, come se sia la proportionale del.a.al.b.si come del.c.al.d.permutatamẽte serà del.a.al.c.si come del.b.al.d. per che la.a.serà maggiore,ouer minore del.b.similmente anchora & maggiore,ouer minore del.c.sia adõque priuatamente minore dell'uno et l'altro serà adõque (per la presente presupposito & per la conuersione della diffinitione) lo.a.tal parte,ouer parti del.b.quale,ouero quale serà lo.c.del.d.adonque per la nona ouer decima lo.a.permutatamente serà tal parte ouer parti del.c.quale,ouer quale serà il.b.del.d.per laqual cosa (per la diffinitione) la proportion serà una medesima,sia adonque.a.maggiore dell'uno & dell'altro, & (per la prima parte della undecima) serà che tal parte,ouer parti che è il.b.del.a.tale,ouer tale serà il.d.del.c.(per la nona ouer decima) tal parte,ouer parti serà il.d.del.b. quale,ouer quale serà il.c.del.a.adonque per la seconda parte della undecima) serà del.a.al.c.si come del.b.al.d.perzo sia.a.maggiore del.b.minore del.c.& serà (per la prima parte della undecima) tal parte,ouer parti il.b.del.a.quale ouer quale serà il.d.del.c.per laqual cosa (per la nona ouer decima) quale ouer quale è la.a.del.c.tale ouer tale serà la.b.del.d.(per la diffinitione) adonque la proportione è una,ultimamente e anchora sia.a.minor del.b.& maggior del.c.& serà che tal parte ouero parti sia il.c.del.d.quale,ouero quale è.a.del.b.(per la nona) adonque (ouero decima) serà tal parte,ouer parti el.d.del.b.quale ouero quale il.c.del.a.per laqual cosa per la seconda parte del undecima.del.b.al.d.serà si come del.a.al.c.cosi è manifesto il proposito & a questa ordino la nona & la decima perche questa sola propone quel lo che propone ambedue quelle.

Theorema. 13. Propositione. 15.

15 14 Se seranno quanti si uoglia numeri, & altri secondo il numero de quelli & ogni duoi termini delli primi siano secondo la proportione de ogni duoi delli secondi in la proportione della equalità seranno proportionali.



O uel modo di arguir eliqual se dice equa proportionalità che dimostrerà Euclide per la uigesima seconda del quinto delle quantità in genere si propone in questo luoco da dimostrar in numeri nella proportionalità direttamẽte: ma la equa proportionalità

tità laqual demostrette per la vigesimaterza del quinto della proportionalità delle quantità indirettamente proportionale el non propone de dimostrarla in numeri, ma quella demostraremo noi quì de sotto sopra la decimanona di questo, ne è necessario che dimostremo in numeri quello che fu demostrato (per la undecima del quinto delle quantità in genere) cioe se quante si voglia proportione (in numeri) serano equale a una medesima proportione che sia necessario quelle esser fra loro equale perche questo è manifesto per la diffinitione che se del, a, al, c, & dal, c, al, f, sia si come del, b, al, d, serà lo numero, a, del, c, & lo numero, e, del, f, tal parte, ouer parti, quala, ouero quale è il, b, del, d, ouer tante volte lo, a, contegnerà il, c, & e, lo f, quante volte il b. contegnerà il, d, & tal parte, ouer parti del, c, sopranauanzano in, a, & dello f, in, e, quala ouer quale del, d in el b. perche adonque qual parte ouero parti è lo, a, del, c, tala ouer tale è lo, e, del, f, ouero quante volte lo, a contien el, c: tante volte lo, e contien lo, f, & qual parte ouer parti del, c, sopranauanzano in, a, tala ouer tale, del f, sopranauanzano in, e, serà (per la diffinitione) del, a, al, c, si come del c, al, f.

a b
c d

Siano adonque (come se propone) li numeri, a, b, c, & li altri, tanti altri, e, d, f, & sia del, a, al, b, si come del, c, al, d, & del, b, al, e, si come del, d, al, f, dico che in la equa proportionalità serà del, a, al, e, si come del, c, al, f, perche (per la precedente) serà del, a, al, c, si come del, b, al, d, ma & del, b, al, d, si come del, e, al, f, per laqualcosa del, a, al, c, serà si come del, e, al, f, adonque (per la medesima) del, a, al, e, serà si come del, c, al, f, il medesimo serà togliendone de piu & cosi è manifesto il proposito, ma perche Euclide non propone da dimostrare in numeri le altre quattro specie della proportionalità lequale sono la conuersa, la congionta, la disgionta, & la euersa, potsano esser conueniente demostrare quelle cose che l'Autore ha lassate come cose facile da demostrare. adonque primamente demostraremo la conuersa, esempli gratia essendo dal, a, al, b, si come dal, c, al, d, dico che al contrario dal, b, al, a, serà si come dal, d, al, c, perche se, a, serà minor del, b, anchora, c, serà minor del, d, & tal parte, ouer parti serà, a, del, b, quala ouer quale serà, c, del d, per laqualcosa (per la seconda parte della undecima) serà del, b, al, a, si come del, d, al, c, ma se, a, serà maggiore del, b, anchora il, c, serà maggiore del, d, & (per la prima parte della undecima) tal parte, ouer parti serà il, b, del, a, quala, ouero quale serà, d, del c, adonque (per la diffinitione) serà del, b, al, a, si come del, d, al, c.

a e c f
b d

Voglio dimostrare la disgionta proportionalità.

Esempli gratia sia del, a, b, al, b, si come del, c, d, al, d, dico che dal, a, al, b, serà si come del, c, al, d, perche permutatamente del, a, b, al, c, d, serà si come dal, b, al, d, & (per la duodecima) si come dal, a, al, c, perche adonque del, a, al, c, è si come del, b, al, d, serà permutatamente del, a, al, b, si come dal, c, al, d.

Voglio dar la demostratione della congiunta proportionalità.

Come se sia dal.a.al.b.si come dal.c.al.d.dico che dal.a.b. al. b.serà si come dal c. d.al.d.perche permutatamente serà dal,a,al.c.si come dal.b.al.d.per laqualcosa(per la terziadecima)dal. a. b. al. c. d.serà si come dal. b.al.d permutatamente adonque serà dal.a.b.al b.si come dal.c.d.al.d.

Resta a stabilire la euersa proportionalità in numeri.

Come se sia del.a.b.al.b.si come dal.c.d.al.d.dico che dal.a.b.al.a.serà si come dal c. d.al.c.perche permutatamente serà dal.a.b.al.c.d.si come dal,b.al.d.per laqual cosa(per la dodecima)serà si come dal. a.al.c.permutatamente,adonque serà dal a.b.al.a.si come del.c.d.al.c.e per tanto è manifesto il tutto.

Anchora da queste egliè lieue cosa a dimostrare in numeri quello che propone Euclide in la penultima del quinto delle quantità in gene re cioe, che se la proportion del primo termine al secondo serà si co me del terzo al quarto, anchora dal quinto al secondo serà si come dal sesto al quarto, serà la proportione del primo & quinto volto insieme al secondo, si come del terzo e sesto al quarto.

Esempli gratia essendo dal. a.al.b.si come dal.c.al.d.similmente dal.e.al.b.si co me dal.f.al. d.dico che dal.a.& e.tolti insieme al.b.serà si come dal.e.& f. tolti in sieme al.d.perche per la conuersa proportionalità serà dal. b. al.e.si come dal.d.al. f.per laqual cosa per la equa proportionalità dal. a.al.e.serà si come dal.c.al.f.adō que conginctamente dal. a.& e. al.e.serà si come dal. c.& f. al.f. adonque per la equa proportionalità dal.a. & e.al.b.serà si come dal.c.& f.al.d.che è il propo sito,& per lo medesimo modo tu approuerai il conuerso. Se sia del.b.al.a.si come dal d. al.c.& similmente dal.b.al.e.si come dal.d.al.f.dico che dal.b.al.a.& al.e.serà si come dal.d. al.c.& al.f.perche serà(per la conuersa proportionalità)dal.a.al.b, si come dal.c.al.d.per laqualcosa(per la equa proportionalità)dal. a.al. e.serà si co me dal.c.al.f.& conguntamente dal.a.& e.al.e.si come dal. c. & f.al.f.adonque al contrario dal.e.al.a.& e.serà si come dal.f.al.e, & f. adonque(per la equa pro portionalità)serà dal.b.al.a.et.e.si come dal,d,al.f,et f,ch'era il proposito.Da que sto anchora è manifesto che se'l serà la proportione de quanti si voglia numeri al pri mo si come de altri tanti al secondo.Serà del aggregato de tutti li antecedenti al pri mo a esso primo si come dello aggregato de tutti li antecedenti al secondo a esso secō do.Similmente al contrario se'l serà la proportione del primo a quanti si voglia, nu meri si come del secondo a altretanti altri serà del primo aggregato de tutti li con seguenti a esso medemo si come del secondo allo aggregato da tutti li consequenti a esso medemo.

Theorema. 14 Propositione. 16.

16
15

Se la unità numerarà alcun numero tante volte quante qualunque terzo

terzo numerarà alcun quarto, serà anchora permutatamente che quãte uolte la unità numerarà il terzo tante uolte il secondo numerarà il quarto.



Come se sia la unità al. a. si come al. b. al. c. serà permutatamente la unità al. b. si come la. a. al. c. et questa non è superflua dalla demostrata proportione permutata, perche non può esser esclusso da quella quello che qui se propone. Perche quella fu demostrata in quattro numeri proportionali. Ma la unità non è numero per la diffinitione adonque per questo modo manifesta il proposito. sia ducto. a. per le unità de, c, secondo la quantità de, b, seranno (per la presente presupposito) tanti parti in, a, quante in, c, & perche ciascuna delle parti de, a, è la unità & ciascuna delle parti de, c, è equale al, b, serà che quante uolte la unità sia in. b. tante uolte ciascuna delle parti de, a, sia in la sua comparata delle parti del, c, adonque (per il modo della demostratione quinta) seguita tante uolte essere, a, in, c, quante uolte è la unità in el, b, che è il proposito.

Theorema. 15. Propositione. 17.

17 16 Se l'uno e l'altro de duoi numeri fia ducto in l'altro quelli che da quelli uicn produtti seranno equali.



Si come se dal, a, in, b, pervenga, c, & dal, b, in, a, pervenga, d, dico che, c, & d, seran equali. Perche conciossia che, b, multiplicato per, a, produca, c, (per la conversione della diffinitione) serà il, b, tante uolte in, c, quante che la unità è in, a, adonque (per la precedente) serà lo, a, in, c, quante uolte è la unità in el, b, & perche tante uolte è la, a, etiam in el, d, (perche del, b, in, a, è fatto il, d,) seguita che tante uolte sia lo, a, in el, c, quante uolte è in el, d, (per la concessione) adonque, c, & d, sono equali, possemo anchora questa conclusione proponere per questo altro modo. Se l'uno e l'altro de duoi numeri fia ducto in l'altro dall'uno e l'altro ducto pervien un medesimo numero come se dal, a, in, b, pervenga, c, il medesimo pervenirà del, b, in, a, perche in uero del, a, in, b, uien fatto, c, serà come prima (per la conclusione della diffinitione) il, b, in, c, quante uolte la unità è in, a, & permutatamente (per la precedente) serà, a, in, c, quante uolte la unità è in, b, perche adonque, a, tante uolte uien contenuto in, c, quante unità è in, b, seguita per la diffinitione che dal, b, in, a, uien fatto, c.

Theorema. 16. Propositione. 18.

18 17 Se uno numero serà ducto, onero multiplicato in doi altri la pro-

portione delli duoi produtti, cioe dall'uno all'altro, serà si come quella delli duoi multiplicati, l'uno all'altro.

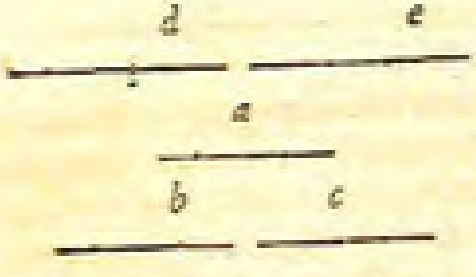


Esempli gratia sia multiplicado il numero, a, in l'uno e l'altro de duoi numeri, b, & c, et de tal multiplicatione pervengi, d, & e, dico che la proportion del, d, al, e, serà si come quella che è dal, b, al, c, perche il seguita (per la conversione della diffinitione del multiplicare) che'l, b, sia tante volte in el, d, & similmente il, c, in el, e, quante e la unità nel, a, per laqual cosa la proportione del, d, el, b, è si come del, e, al, c, (perche contengono quelli equalmente, che è quante volte che'l, a, contien la unità) adonque permutatamente dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, che è il proposito.

Theorema. 17. Propositione. 19.

19 / 18 Se duoi numeri se multiplicaranno in uno altro numero, la proportione de quelli duoi produtti serà si come quella delli duoi multiplicanti.

Questa (per la conversion della antecedente della precedente) conclude la medema passione che è in la promessa come se l'uno & l'altro di dui numeri. b. & . c. multiplichino lo numero. a. & pervengli, d, & , e, dico che dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, perche (per la antecedente della precedente) serà che dal, a, in, b, & , c, pervenirà, d, & , e, per laqual cosa (per la precedente) del. d. al. e. serà si come dal, b, al, c, che è il proposito. Et nota che quello che se propone per questa e per la precedente de duoi numeri tu'l puoi applicare a quanti numeri te pare, perche se uno numero multiplica quanti si vogliano numeri serà la proportione di produtti & di multiplicanti una medesima, similmente anchora se quanti si vogliano numeri multiplicano uno numero la proportion di produtti, e multiplicanti serà una. Laqual cosa per questa & per la precedente repetite quante volte bisognarà facilmente tu apprenderai mazime questo luoco (come habbiamo promesso sopra la quintadecima propositione) volendo dimostrare la equa proportionalità in quanti si vogliano numeri de dui ordeni della proportionalità indiretta mente laqual dimostra Euclide, per la vigesima terza del quinto de le quantità in genere, diremo adonque perche.



Se quanti si vogliano numeri seranno de altri tanti indirettamente proportionali, li estremi anchora in medesima proportione seranno proportionali.

Esempli

Esempli gratia essendo dal. a. al. b. si come dal. d. al. f. & dal. b. al. e. si come dal. e. al. d. dico che dal. a. al. e. serà si come dal. c. al. f. & per dimostrare questo sia detto. c. in. d. & f. & perenga. g. & h. & serà (per la precedente) dal. g. al. b. si come dal. d. al. f. (per la qual cosa) & si come dal. a. al. b. anchora sia detto. f. in. d. & perenga. k. & (per questa decimanona propositione) serà dal. g. al. k. si come dal. c. al. f. & perche dal. f. in. d. e fatto. k. serà il medesimo al contrario (per la decima settima propositione) dal. d. in. f. perche adunque dal. c. & d. in. f. sono fatti. b. & k. serà (per questa decimanona propositione) dal. b. al. k. si come dal. c. al. d. per la qual cosa è si come dal. b. al. e. Et perche egli stato dimostrato che dal. g. al. b. è si come dal. a. al. b. (per la quintadecima propositione) serà dal. a. al. e. si come dal. g. al. k. Et cosi era anchora dal. c. al. f. adonque dal. a. al. e. è si come dal. c. al. f. che è il proposito. Il medesimo tu approverai se in l'uno & l'altro ordine seranno più di tre numeri, procedendo come in la vigesima terza del quinto su procedo di più di tre quantità.

Theorema. 18. Propositione. 20.

20 / 19 Seseranno quattro numeri proportionali quello che nien produtto dal primo in l'ultimo, serà equale a quello che nien produtto dal dutto del secondo in el terzo, Ma se quello che è produtto dal primo in el ultimo è equale a quello, che è produtto dal secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.

Quello che propose Euclide in la quintadecima del sesto de quatro linee proportionale, in questo loco propone de quattro numeri proportionali: verbe gratia, sia la proportione dal. a. al. b. si come dal. c. al. d. & sia il producto del. a. in el. d. e. & del. b. in el. c. f. dico che. e. & f. sono equali, & è converso, & per dimostrar questo sia dutto. a. in. b. & sia fatto. g. & serà (per la decima ottava propositione) dal. g. al. e. si come dal. b. al. d. & perche (per la decima settima propositione) dal. b. in. a. è fatto. g. & dal medesimo. b. in. c. è fatto. f. serà (per la decimaottava propositione) dal. g. al. f. si come dal. a. al. c. ma per la quartadecima e dal. a. al. c. si come dal. b. al. d. adonque dal. g. al. f. serà si come dal. g. al. e. Adonque f. & e. sono equali che è il primo proposito. Ne bisogna dimostrare se da un numero a duoi sia una proportione che essi sono equali, over se essi sono equali che dall'uno a essi sia una proportione perche se da. g. al. e. & al. f. è una proportion esso serà tal parte, over parti del equale, over quale il medesimo e del. f. & per tanto (per la concertione) è manifesto. e. & f. esser equali, over che tante volte. g. contenerà. e. quante volte contenerà. f. & superflua in quello tal parte, over parti del. e. quale,

quala, overo quale in el medesimo superfluano del.f, & per tanto anchora (per la
cõcettione) è manifesto quelli esser equali. Ma se essi serãno equali è manifesto (per
la concettione) che, over g. serà tal parte, over parti del.e, quale, overo quale serà
del.f, & al presente (per la diffinitione) serà de esso g. all'uno e l'altro de quelli una
proportione, overo equalmente contenerà l'uno e l'altro con superfluità de simile e
tanto numero de parti, & per tanto anchora (per la diffinitione serà de quello al-
l'uno e l'altro una proportione, el secondo proposito cosi è manifesto. Sia e. (produtto
dal.a.in.d.) equale al.f. (produtto dal.b.in.c.) Dico che la proportione del.a.al.b.
è si come del.c.al.d. & questa è al contrario della prima parte, perche sia come pri
ma, g. il quale è fatto dal.a.in b. & perche.e. & .f. sono equali serà dal.g. all'uno e
l'altro de quelli una proportione, & perche come prima (per la decima ottava pro
positione) del.g.al.f. è si come del.a.al.c. & al.e. si come del.b.al.d. serà del.c.al.e.
si come del.b.al.d. per laqual cosa permutatamente del.a.al.b. serà si come del.c.
al.d. che è il proposito.

Theorema.19. Propositione.21.

20 Se tre numeri seranno proportionali il produtto delli estremi serà equale al produtto del medio in se medesimo, e se'l produtto delli estre mi serà equale al produtto del medio in se medesimo, quelli tre numeri seranno proportionali.



Sian li tre numeri proportionali, a, b, c, si come dal, al.b, cosi sia dal.b.al.c. Dico che il produtto del.a.in.c. è equale al produtto del.b. in se medesimo & per dimostrare questo sia posto.d. equale al.b. adonque si come dal a. al.b. cosi è dal.d. al.c. adonque quello che uien fatto dal.a.in.c. è equale a quel lo che uien fatto dal.b.in.d. (per la precedente) ma quel che uien fatto del.b.in.d. è equale al dutto del.b.in se (per esser el b. equale a esso.d.) adonque quello che uien fatto del.a.in.c. è equale a quello che uien fatto del.b. in se. Ma supponendo che'l dutto del.a.in.c. sia equal al dutto del.b in se medesimo. Dico si come è dal.a.al.b. cosi è del.b.al.c. perche quel che uie fatto del.a.in.c. è equale a quello che uien fatto del. b. in se & quello che uien fatto del.b. in se è equale al dutto del.b.in.d. adonque (per la undecima del. 6. si come è dal.a.al.b. cosi è dal.d.al.c. & il.b. è equale al.d. adonque si come dal.a.al.b. cosi è dal.b.al.c. laqual cosa era da dimostrare.

Theorema.20. Propositione.22.

21 Li numeri secondo qual si uoglia proportione minimi, numerano quai si uoglian in quella medesima proportione, equalmente, el minor el minor, & lo maggior el maggior.

Sieno.

Siano a. & b. li minimi numeri in la sua proportione, & dal. c. al. d. si come dal. a. al. b. dico che l'a. numera il c. & il. b. equalmente. Perche essendo del. a. al. b. come del. c. al. d. sera permutatamente dal. a. al. c. si come dal. b. al. d. Adonque tal parte ouer parti sera. a. de. c. quala ouer quale è il. b. del. d. Adonque se sera parte è manifesto il proposito. Ma se sera parti sia. e. una delle parti de. a. & f. una delle parti de. b. et sia che tal parte è. e. de. c. per il presupposito, quala è. f. del. d. sera (per la diffinitione) la proportione del e. al. c. si come del. f. al. d. Per laqual cosa permutatamente del. e. al. f. sera si come del. c. al. d. per laqual cosa etiam sera si come del. a. al. b. adonque. a. & b. non sono li minimi della sua proportion laqual cosa è il contrario de quello che fiato posto, similmente anchora.



Quanti si uoglia numeri, ouer in una medesima proportione onero in diuerse minimi numeranno tutti in la medesima proportione ciasca duno il suo correlatiuo equalmente.

Come se siano, a, b, c, minimi in una medesima proportione, ouer in diuerse, e siano in la medesima, ouer medesime, d, e, f, cosi che sia dal. d. al. e. come dal. a. al. b. & dal. e, al. f, come del. b, al. c, Dico che. a. numera. d. & b. numera. e. & c. numera. f. equalmente, perche dal. a. al. b. è come del. d. al. e. permutatamente sera del. a, al. d, come del, b, al. e, & perche del. b. al. c. è come del, e, al. f, sera anchora permutatamente del, b, al. e, come del, c, al, f, per laqual cosa dal. b, al. e, & dal. e, al. f, sera si come dal, a, al, d, & perche, a, b, c, sono minori de. d. e. f. sera il. b. del. e. & c. del. f. tal parte, ouero parti quala, ouero quale è. a. del. d. Adonque se son parte è manifesto il proposito. Ma se son parti sia. g, una delle parti de, a, & b, una delle parti de, b, & k, una di quelle del, c, & per lo presente presupposito, tal parte sera, b, dal, e, & k, del, f, quala g, del, d, per laqual cosa (per la diffinitione del, b, al, e. & del, k, al, f,) sera si come del, g, al, d, permutatamente, adonque sera del. g, al, b, come del, d, al, e, & del, b, al, k, come del, e, al, f, per laqual cosa del, g, al, b, come del, a, al, b, & del, b, al, k, come del, b, al, c, perche adunque, g, b, k, sono minori de, a, b, c, & in la medesima proportione segnira il contrario di quello che è fiato suppolto.

d	e	f
a	b	c
g	b	k

Theorema. 21. Propositione. 23.

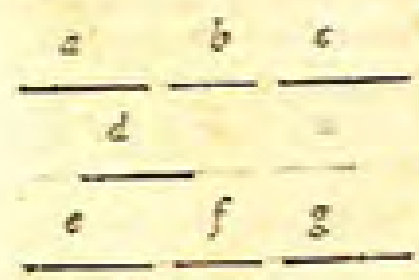
22 24 Se seranno duoi numeri secondo la sua proportione minimi essi seranno fra loro primi.

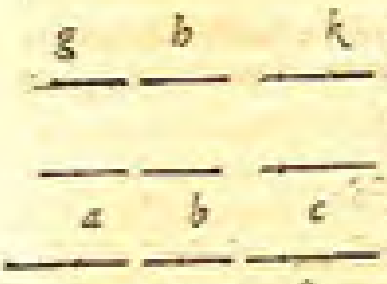


Sia li dui numeri. a. & . b. secondo la sua proportione minimi. Dico che essi sono contra se primi perche se non sono primi (per l'aduersario) ponimo che, c, numeri quelli secondo. d. & . e. & serà (per la decima ottaua propositione) del. d. al. e. si come del. a. al. b. & perche. d. & . e. sono numeri de. a. & b. seguita. a. & . b. non esser li minimi in la sua proportione, che è il contrario della positione similmente anchora.

Se quanti si uoglian numeri in continuatione delle sue proportioni o sian una medesima, ouer sian diuerse seranno li minimi niun numero li numerarà tutti.

Come se sian. a. b. c. li minimi in la continuatione delle sue proportioni. Dico che niun numero li numerarà tutti. Ma se possibel sia (per l'aduersario) ponimo che. d. numeri tutti quelli & numeri. a. secondo. e. & . b. secondo. f. & . c. secondo. g. & (per la decima ottaua) serà del. e. al. f. si come del. a. al. b. & . del f. al. g. si come del. b. al. c. Perche adonque. e. f. g. sono minori de a. b. c. & secondo la proportione de quelli non erano . a. b. c. come sono stati posti che è inconueniente. Ma abbe che num numero numeri. a. b. c. (essendo li minimi) come di sopra se è demostrato tamen il puo esser che un numero numeri duoi de quelli qual si voglia. Per che qualunque numero dato in alcun a se primo et l'uno e l'altro de quelli in alcun terzo primo all'uno e l'altro perueniranno tre numeri di quali ciascuni dui seranno compositi, ramen niun li numerarà tutti. Et per demostrare questo siano. a. b. c. li tre numeri di quali ciascuno sia primo alli altri & sia dutto. a. in. b. & . c. & peruenga. d. & . e. & similmente. b. in. c. & peruenga. f. Dico che ciascuni dui de. d. e. f. esser fra loro compositi, tamen niun numero li numerarà tutti, perche le manifesto ciascuni dui essere compositi. Perche. a. numera. d. & . e. & b. numera. d. & . f. & . c. numera. e. et. f. ma che niun li numeri tutti ire, se manifestarà demostrato prima che. a. e il massimo numerante. d. & . e. & anchora. b. il massimo numerante. d. & . f. & . c. il massimo numerante. e. & . f. Et questo cosi se manifesta, perche se. a. non e il massimo numerante. d. & . e. sia adonque. g. & numeri. d. secondo. b. & . e secondo. k. & per la seconda parte della sesta) serà del. a. al. g. si come del. b. al. b. et similmente (per la medesima del. a. al. g. si come del. k. al. c.) Per che adonque. g. è minore del. g. serà. b. minore del. b. & . k. minor del. c. & perche del. b. al. k. e si come del. b. al. c. per che l'uno e l'altro e si come del. d. al. e. (per la decima ottaua) tolta due volte. Et b. & . k. sono numeri del. b. & . c. seguirà
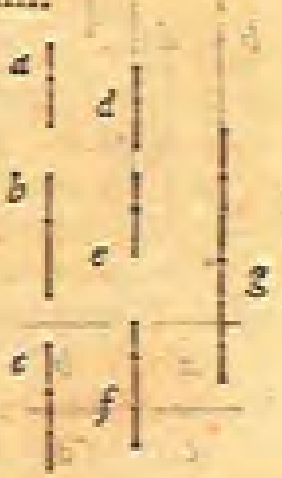




guirà (per quella che segueta da poi la seconda) cioe per la 23 sima quinta & per il presupposito) che b, & c, siano anchor loro li minimi, & perche tal cosa è impossibile, cioe ritrouarse numeri minori di minimi. È per tanto seguirà il numero, a, essere il massimo che numeri li detti duoi numeri. d. & .e. & per lo medesimo modo se proueràche, b, sia il massimo numerante .d. & f. & c. il massimo numerante .e. & .f. Adonque se alcuno numero numera, d, e, f, (per il corrolario della seconda tolto tre volte) esso numerarà, a, b, c, Ma ciascun de quelli era primo alli altri, accade adonque lo impossibile similmente anchora.

Quanti si vogliano numeri liquali un numero non li numera, secondo la continuatione delle sue proportioni sono minimi.

Come se siano, a, b, c, quali si vogliano numeri, liquali niuno numero li numeri tutti. Dico che essi sono minimi in la continuatione delle sue proportioni. Altramente se egliè possibile (per l'aduersario) siano li minimi, d, e, f, iquali per la 23 sima prima numerarano, a, b, c, ciascun il suo relativo equalmente. Sia adonque che secondo, g, & serà (per la decima settima) che uice versa, g, numerasse, a, b, c, secondo, d, e, f, per laqual cosa accade il cõtrario della positione.

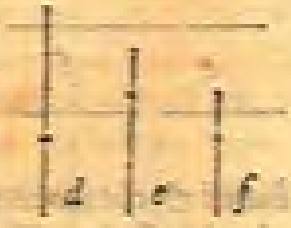


Theorema. 22. Propositione. 24.

o 22 Se seranno tre numeri, da l'un lato, & altri tre dell'altro delli quali li secondi a duoi a duoi siano secondo la proportione de primi & che sia perturbata la proportionalità de quelli, essi in la equa proportionalità seranno proportionali.



Siano li tre numeri, a, b, c, & altritre, d, e, f, che a duoi a duoi siano tolti secondo la proportion di primi, ma sia per turbata la proportionalità di quegli, cioe che si come e, a, al, b, così sia, e, al, f, & si come, b, al, c, così sia, d, al, e. Dico che in la equa proportionalità sono proportionali, cioe si come, a, al, c, così e, d, al, f, perche dal. a. al. b. e. si come dal. e. al. f. Adonque quello che uien fatto dal, a, in, f, (per la 23 sima prima di questo) è equale a quello che uien fatto dal, b, in, e, un'altra volta perche si come è dal. b. al. c. così è dal. d. al. e. Adonque quello che uien producto dal. d. in. c. è equale a quello che uien producto dal, b, in, e, & è stato dimostrato che quello che uien producto dal, a, in, f, è equale a quello che uien producto dal, b, in, e, Adonque, quello che uien producto dal, a, in, f, (per la 23 sima prima di questo) è equale a quello che uien producto dal, d, in, c. Adonque per la 23 sima di questo) si come, a, al, c, così e, d, al, f, che bisogna dimostrare.



Theo-

Theorema.23. Propositione.25.

23 / 23 Qualunque duoi numeri contra se primi sono li minimi secondo la sua proportione.



Questa è conuersa della auãti le precedente come se siano a, & b, contra se primi essi seranno secondo la sua proportione minimi. Ma se non sono li minimi (per l'aduersario) in quel la medesima proportione sia se è possibile. c. & .d. Adonque è manifesto (per la vigesima prima) che, c, numera, a, & ,d, il, b, equalmente, sia adonque come secondo, e, serà (per la decima settima) che uicenersa, e, numera, a, & ,b, numera, a, secõ do, e, & ,b, secondo, d, non sono adonque, a, & ,b, contra se pri me che è contra il presupposito.

Theorema.24. Propositione.26.

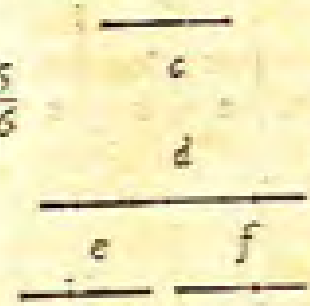
24 / 25 Se seranno dui numeri contra se primi, se alcun numero numerarà un de quelli, il se approua necessa riamente quel esser primo all'altro.



Sieno .a. & .b. contra se primi & .c. numeri, a, dico che, c, e primo al, b, & se egliè possibile esser altramente (per l'aduersario) poniamo che'l .d. numeri quelli, el quale (per la penultima conclusione) numerarà etiam, a, non sono adonque, a, & ,b, contra se primi perche, d, li numera ambedui.

Theorema.25. Propositione.27.

25 / 26 Se seranno dui numeri, a qualunque altro primo quello numero che uien produtto dal dutto dell'un in l'altro al medesimo sarà primo.



Sia l'uno e l'altro di duoi numeri .a. & .b. primo al, c, & lo produtto dal, a, in b, sia, d, dico che .d. è primo al, c, & se egliè possibile esser altramente poniamo che, e, li numeri ambidui & che numeri .d. secondo .f. hora (per la seconda parte della vigesima) del .a. al, e, serà si come del, f, al, b, & perche, a, & ,c, sono primi & ,e, numera, c, esso serà (per la vigesima sesta) primo al, a, per laqual cosa (per la vigesima quinta .a. & .e. sono secondo la sua proportion minimi. Seguita adonque (per la vigesima seconda) che, e, numeri, b, & perche è stato posto che esso numeri, c, non seranno, b, & ,e, contra se primi laqual cosa è contra il presupposito.

Theorema.26. Propositione.28.

26 / 27 Se seranno duoi numeri contra se primi, quello che se produce da un de loro in se medesimo è primo all'altro.

Sieno.
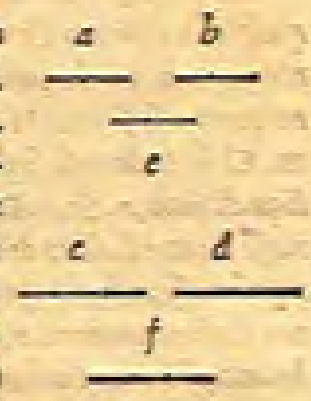
Siano.a.& .b. contra se primi & dal. a. in se medemo sia fatto.c. dico che.c.è primo al.b. perche essendo.d.equal al.a. Sarà ancor.d.primo al.b. & dal.a.in d.si è fatto.c. (per la precedente) adonque è manifesto el.c. esser primo al.b.come bauemo proposto.



Theorema. 27. Propositione. 29.

27 28 Se l'uno e l'altro de duoi numeri comparati a altri duoi serà primo all'uno e l'altro, quello che serà producto dalli duoi priori serà primo a quello che serà producto dalli duoi posteriori.
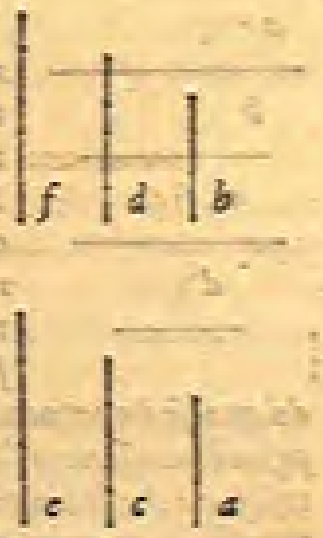
Essendo. a. & .b.priori, & .c.d.posteriori & essendo l'uno e l'altro di duoi.a. & .b.primo all'uno e l'altro di duoi.c.et.d. & lo producto del.a.in b.sia.e.& del.c.in d sia.f. dico che.e. è primo al.f. Et questo la xigesima seria tolta tre volte euidentemente cadende, perche essendo.e.fatto dal.a.in b.di quali l'uno e l'altro è primo al.c. & al d.serà (per esse xigesima settima).e.primo al.c. & anchora (per esse) primo al.d. Anchora perche essendo fatto.f.dal.c.in d.di quali l'uno e l'altro è primo al.e. serà un'altra volta (per esse xigesima settima) f.primo al.e.che è il proposito.



Theorema. 28. Propositione. 30.

28 29 Se seranno duoi proposti numeri contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro de quelli in se medesimo seranno li produtti da quelli contra se primi, & similmente se l'uno e l'altro di produtti sia dutto inel suo principio, seranno anchora li produtti contra se primi.

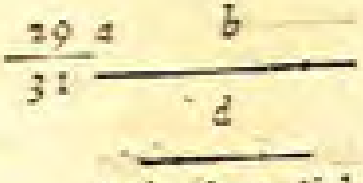
Siano.a.& .b.contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro in se medesimo & pervengano dal.a. el.c.& dal. b.el d. & similmente sia dutto.a.in c.& pervenga.e. & .b. in d, & pervenga. f. Duco.c, & .d, esser contra se primi & similmente.e, & f, contra se primi, perche.c, (per la xigesima ottava propositione) e primo al.b. per la medesima adonque serà.d, primo al.a, & al.c, & cosi è manifesto el primo proposito al qual è, c, & .d, esser contra se primi, l'altro se dimostra cosi perche l'uno e l'altro di duoi numeri.a. & .c. è primo all'uno & l'altro di dui, b, & , d. adonque (per la xigesimaottava) serà, e, primo al.f, che è l'altro proposito. Ma non solamente serà, e, primo al.f, ma etiam (per la xigesimasettima) al b. & al.d. & similmente, (per la medesima) lo.f.al.a.et al.c, et cosi se infinite volte



te volte serà detto l'uno e l'altro di produttiin lo suo principio tutti li producti serà contra se primi, & non solamente questo ma qual si voglia detto dal. a. qual si voglia detto dal. b.

Theorema. 29. Propositione. 31.

29 31



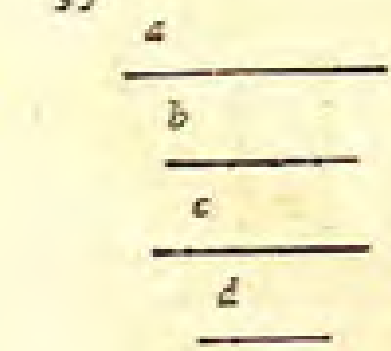
Se seranno duoi numeri contra se primi lo aggregato de ambiduoi, all'uno e l'altro de quelli serà primo. Et se lo aggregato de ambiduoi all'uno e l'altro serà primo, li duoi numeri anchora ira loro seranno primi.

Siano. a. & b. contra se primi. Dico che il composto de. a. b. all'uno & l'altro de quegli serà primo & è conuerso. perche se. d. numera tutto. a. b. & l'uno de quegli numerarà (per la commuma scientia) etiam lo rimanente per laqual cosa non seranno contra se primi. Ma questo era stato posto, adonque è manifesto il primo proposito. El secondo cosi se dimostra, sia. a, b, grano all'uno & l'altro di suoi componenti, liquali sono. a. & b. Dico che. a, & b. sono contra se primi, perche posto che. d. numerasse l'uno e l'altro di duoi numeri. a. & b. seguiria (per commuma scientia) che etiã numerasse. a, b, composto da quelli per laqual cosa. a, b, non serà primo all'uno e l'altro di duoi numeri. a. & b. ma era posto che'l fosse all'uno e l'altro seguita adonque lo impossibile. Anchora per lo medesmo modo se lo aggregato da ambiduoi serà primo all'uno serà anchora primo all'altro, e pero & li aggregato fra loro perche essendo il composto de. a, & b. primo al. a. dico che serà etiam primo al. b. essendo. alramente per l'aduersario poniamo che. d. numeri quegli alqual. d. (per la concettion) numerarà etiam. a. conciosia che numera il tutto & lo detratto ma perche questo è inconueniente serà il composto de. a, & b, primo al. b.

Theorema. 30. Propositione. 32.

30 33

Ogni numero composto è numerato da alcuno numero primo.



Sia. a. qual si voglia numero composto, dico che alcun numero primo numera quello, perche è composto serà numerato da alcun numero. ilqual poniamo sia. b. ilqual. b. se serà primo serà il vero quello che è stato detto, ma se serà composto. Sia. c. quel numero elqual numera quello elqual etiam (per commuma scientia) numerarà. a. adonque se esso serà primo è manifesto quello che stato detto. Ma se serà composto necessariamente alro numero numerarà quello ilqual (poniamo) sia, d, elqual etiam (per commuma scientia) numerarà. a, del qual se die ratiocinare come prima. Perche adonque quante volte occorre il cõposito è necessario pigliare uno numero minore elqual numeri lo occorrente composito seguita che finalmente se deuenga ad alcun numero primo altramente accade lo impossibile, & contrario alla quarta petitione cioe il numero decresse in infinito.

Theore-

Theorema.31. Propositione.33.

31 / 34 Ogni numero ouer che egli e primo ouer che egli è numerato da numero primo.

Sia.a.qual si voglia numero: dico che egli e primo o numerato da un primo: perche se'l non è primo sarà composito: & qualunque tale è numerato (per la precedente) da alcun primo. Adonque.a. ouer che egli e primo: ouer che egli e numerato da un primo: come si propone.

a

Theorema.32. Propositione.34.

32 / 31 Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera è primo.

Sia.a.numero primo non numerante.b.dico che.a.& b.sono contra se primi perche se.c.numera.a.e gli non è il vero che.a.sia primo.

a b c

Theorema.33. Propositione.35.

33 / 32 Se un numero produtto da dui, serà numerato d'alcun numero primo.le necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli duoi.

Sia.c.produto dal.a.in.b.& sia.d.numero primo il qual sia posto numerar.c.dico che.d.numera.a.ouer.b.Perche numera.c.secondo.e adonque se'l non numera.a.serà primo a esso (per la precedente) è pero serranno secondo la sua proportion minima (per la xxxv.terza) & perche del.a.al.d.è si come del.e.al.b.(per la seconda parte della xxxv.) seguirà adonque (per la xxxi.seconda propositione) che'l.d.numeri.b.che è il proposito.

a b c d e f

Correlario.

Onde è manifesto che se alcun numero, numera el produtto de duoi numeri, ouer che a quel medesimo sia comensurabile, serà anchora comensurabile a uno de quelli.

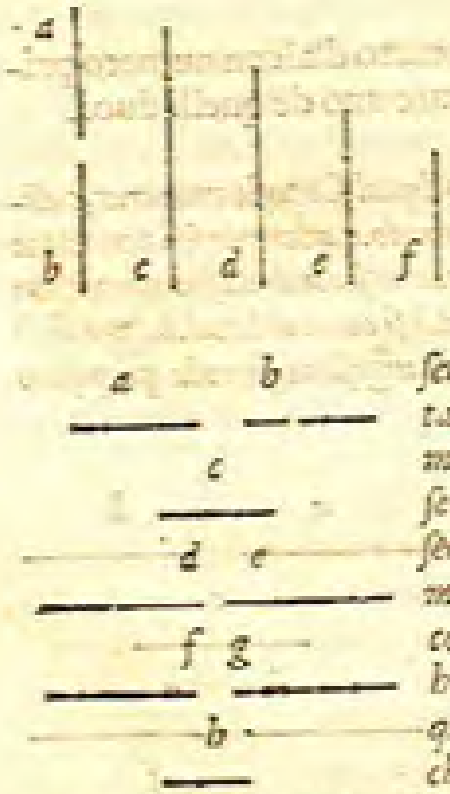
Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra esser manifesto che se alcun numero (o sia primo o non primo) numera il produtto de duoi numeri, ouero che a quello sia commensurante, ouero commensurabile, che quel serà anchora commensurabile a uno de duoi producenti, laqual cosa quantunque sia vera per le cose dette di sopra non è molto chiara (massime la seconda parte) anci ha de bisogno de dimostra-

dimostratione. Sia adunque, c, produtto del, a, in, b, & sia, d, commensurabile con il detto, c. dico che il medesimo, d, serà commensurabile cõ, a, oner, b, perche essendo, e, la commune misura de, d, & c, il detto, e, serà numero primo, oner che lui serà (per la trigesima seconda) numerato da numero primo. Se egli è primo numerando, e, (come è sta posto) numerarà etiam (per questa trigesima quinta propositione) a, overo, b. & perche numera etiam, d. (dal presupposito) adunque il detto, d, (per la trigesima terza diffinitione) serà communicante con, a, overo con, b. Ma se'l detto, c, non serà numero primo serà (come è detto) numerato da numero primo qual pongo sia, f, dipoi, f, numerando, e, (per la nona concettione) numerarà etiam il d, & c, onde numerando, c, (per questa trigesima quinta propositione) numerarà etiam, a, overo, b. Seguita adunque (per la trigesima terza diffinitione) d, esser communicante con, a, oner con, b, & sì, seria la lor commune misura che è il proposto.

Problema. 3. Propositione. 36.

34 — Potemo ritrouare li minimi numeri secondo la proportione de
35 quai numeri dati si voglia.



Siano, a, & ,b, li numeri proposti. Secondo la proportione di quali volemo ritrouare li minimi. Adonque se seranno contra se primi sono quelli che cercamo (per la trigesima quinta propositione.) Ma se seranno composti essendo tolto (come insegna la seconda propositione) il massimo numerante communamente quelli, il qual sia, c. Et numerando quelli secondo, d, & ,e, & essi, d, & ,e, seranno in la medesima proportione (per la decima octaua propositione) liquali dico essere quegli che cercamo. Et se non sono quegli (per l'aduersario) ponimo se possibile è che siano, f, & ,g, liquali (per la trigesima seconda propositione) numeraranno, a. & .b. equalmente. Sia adunque che secondo, b, & serà (per la seconda parte della trigesima propositione) del, c, al, b, si come del, f. al, d, oner si come del, g, al, e. Per laqual cosa, c, e, minore del, b, Et per tanto concio sia che, b, numera, a, & ,b. Adonque, c, non fu il massimo numerante quelli. Ma così era posto adonque & similmente anchora.

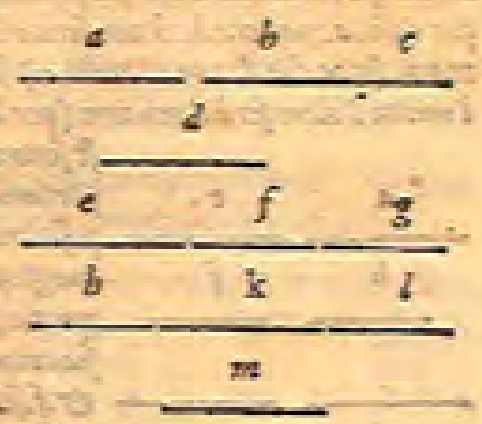
Corrolario.

Onde egliè manifesto il massimo numero numerante communamente duoi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella proportione.

Potemo

Potemo ritrouare li minimi numeri secondo la continuatione delle proportioni de numeri assignati.

Come se siano, a, b, c, secondo le proportioni di quali volemo retrouare li minimi essiano in una medesima proportione, ouer in diuerse. Se niuno numero numerarà tutti quelli, essi sono quelli che cercamo (per la vigesima quinta perche questo in quel luoco è stato demostrato). Ma se uno numerarà tutti pigliando (come insegna la terza) il massimo numerante communamente quegli, i quali sia, d, & numera quelli secondo, e, f, g, liquali seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua) Dico quelli esser che domandamo, & se possibile è esser altramente (per l'aduersario) sian. b. k. l. liquali (per la vigesima seconda) numerarano, a, b, c, equalmente. Sia che secondo. m. & (per la seconda parte della vigesima) serà del, d, al, m, come del, b, al, e, ouer del. k. al. f. ouer del. l. al. g. Adonque. d. è minor che. m. per laqual cosa conciosia che. m. numera. a. b. c. non fa. d. il massimo numerante communamente quelli, per la qual cosa segnita lo impossibile, perche il, d, fa posto esser il massimo numerante. a. b. c.



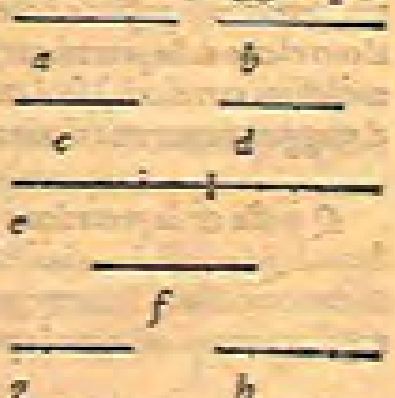
Correlario.

Onde anchora è manifesto il massimo numero numerante communamente qual si uoglia numeri, numerar quegli secondo li minimi numeri della proportione de quegli.

Theorema 34. Propositione 37.

35 o Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della sua proportione il maggior nel minore ouer lo minor nel maggior producano il minimo da quelli numerato.

Siano duoi numeri a. & b. et li minimi in la proportione de quelli, c, & d, & serà per la prima parte della vigesima) che dal. a. in. d. & dal. b. in. c. sia producto un medesimo numero, qual sia, e, il qual dico esser il minimo numerato dal, a, & b. Altramente se possibil fusse per l'aduersario quel sia, f, il quale sia numerato dal, a, & b, secondo, g, & b, & (per la seconda parte della vigesima) serà del. b. al. g. si come del, a, al, b, & si come del, c, al, d, & (per la decimasettima propositione) serà del, c, al, b, si come del, e, al, f, adonque conciosia che (per la vigesima seconda propositione), e, numeri, b, perilche, e, numerarà, f, cioe il maggiore numeraria il minore, adonque per questo è impossibile è manifesto esser al vero quello ch'è stato detto.



Correlario.

53 o Onde egliè manifesto che il minimo numero numerato da dui numeri numera qual si uoglia altro da quelli numerato.

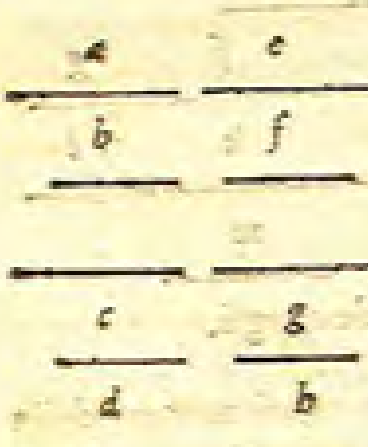
Il Traduttore.

Questo correlario per le cose dette è manifesto, cioe che'l numero è minimo numerato da a. & b. numerarà f. & per le medesime ragioni si gierà, che lui numererà qual si voglia altro numerato da a. & b.

Problema. 4. Propositione. 38.

36 36.37 38. De quanti proposti numeri si uoglia, puotemo ritrouare il minimo numero numerato da quegli.

Sieno li proposti numeri a. b. c. d. uoglio ritrouare il minimo numero numerato da quegli, Ritrouo adonque primamente il minimo numerato da a. & b. ma se per caso a. numera b. il non sarà altro che b. Ma se'l non numera quello ne al contrario (cioe che b. non numeri a.) se essi sono contra se primi, quello che perviene del l'uno in l'altro sarà il minimo (per la trigesima quinta, & per la precedente.) Ma se sono communicanti, essendo tolti li minimi in la proportione de quelli (come insegna la trigesima sesta propositione) & dal maggiore moltiplicato nel minor de quegli pervenga e. il quale sarà il minimo numerato da quegli (per la precedente.) Anchora per simel modo sia trouato il minimo numerato dal e. & c. il qual sia f. & f. sarà il minimo numerato dal a. b. c. & similmente sia trouato il minimo numerato dal f. & d. & sia g. & g. sarà il minimo numerato dalli proposti numeri perche (per la concettione) è manifesto che tutti numeranno esso g. Ma se'l non è il minimo (per l'aduersario) poniamo se possibile è che sia b. perche adonque a. & b. numerano quello (per il correlario della precedente) esso b. sarà numerato etiam dal e. Anchora (per il medesimo correlario) sarà numerato etiam dal f. & similmente dal g. Adunque il maggior numererà il minore che è impossibile.



Questa & la precedente sono proposte in altro luoco sotto de tre conclusioni del le quale la prima è equivalente alla premessa, la seconda è composta delli soprascritti duoi correllari, la terza propone de tre numeri, & questa propone de quanti si uoglian numeri adonque la prima è &c.

Dati duoi numeri puotemo truouare il minimo numerato da quelli.

Sieno li dati numeri a. & b. diquali se'l minore numera il maggiore, il maggiore è quello che cercamo. Altramente il maggiore numerarà un numero di se. Ma se ne l'uno ne l'altro misurerà ne l'uno ne l'altro. Se essi sono contra se primi. Quello che perviene dal a. in b. (qual sia c.) sarà il minimo numerato da quelli, perche se fosse

se fosse possibile (per l'aduersario) che misca fossero zero
minore de quello sia. d. & che numerassino quello secõ
de, e, & f, (per la seconda parte della vigesima propo-
sitione) sarà dal. a. al. b. si come dal. f. al. e. & perche. a.
& b. sono li minimi della sua proportione (per la vige-
sima quinta propositione) a. numerarà f. (per la vige-
sima seconda propositione) & perche (per la decima
ottaua propositione) dal. c. al d. e si come del. a. al. f.
(perche dal. b. in. a. & in f. sien fatti e. & d.) seguita.
e. numerare il d. M a il d. era minore del. e. per laqual-
cosa seguita lo impossibile. M a se. a. & b. fosse commu-
nicanti bisogna negociare al proposito come in la trigesima settima.



La seconda delle tre conclusioni è composta da ambiduoi di sopra scritti correlarij.

Se piu numeri numerarà uno numero. le necessario che il minimo numero numerato da quelli numerare quello medesimo numero.

Come se i fosse qual si voglia numero, il quale sia numerato da. a. & b. & sia. c,
il minimo numerato da quelli. Dico che il detto. c. numerarà il. d. Perche essendo
d. maggiore. del. c, se l. c. non numera esso, d, ne-
non numerarà alcuna parte de quello, & sia. e,
il piu che numera esso, & il residuo & f, sera mi-
nore de. c, perche adunque. a. et. b. numerano. c,
numerarano (per comuna scientia) etiam. e,
ma numerauano. d, adunque (per l'altra comu
na scientia) numerarano. f, Seguita adunque lo
inconueniente, cioe che. c. non fu il minimo numè
rato da. a. & b. El medesimo tu conuincerai (et
per lo medesimo modo) de qual si voglia numerato da quanti piu numeri si voglia,
cioe che'l minimo numerato da quelli tali numerarà il medesimo.



La uiltima delle tre conclusioni è questa.

Propostitre numeri uogliono trouar il minimo di numeri numerati da quelli.

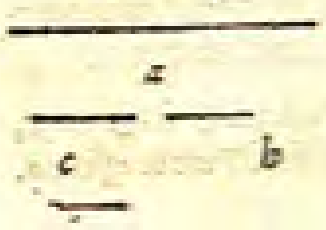
Sieno li proposti tre numeri, a, b, c, & il minimo numero che
numerano. a, et. b, sia. d, il qual sia tolto come insegna la prima
delle. 3. conclusioni. Se adunque. c, numera. d, tu saperai. d, esser
quello che cercauo, perche se. a, b, c, numerano un numero de
quello qual sia. e, il quale per la precedente conclusione seria nu-
merato dal. d, che è impossibile. Ma se. d. non è numerato dal. c,



ſia tolto.c. ſubitamo numerato da quello. Ma cioè è ſia numerato da.a.b.c. è manifeſto perche.a. numera eſſo & ſimilmente.d. adonque & .a.b. liquali numeramo, d, per laqual coſa,e, ſerà numerato dal,a,b,c, & ,e, ſerà il minimo numerato da,a,b, c, ma ſe foſſe poſſibile eſſer altramente per l'aduerſario poniamo che ſia ,f, liqual per la precedente concluſione ſerà numerato dal,d, & ,e, numera,f, (perche,a,b,c, numerano quello) per laqual coſa,e,d, numerano quello, per laqual coſa (per la precedente,e, numerarà quello & è maggiore di quello adonque il maggiore numerarà il minore laqual coſa non può eſſere, quel medeſimo, & per lo medeſimo modo tu troverai de quanti propoſti numeri ſi vogliano.

Theorema. 35. Propoſitione. 39.

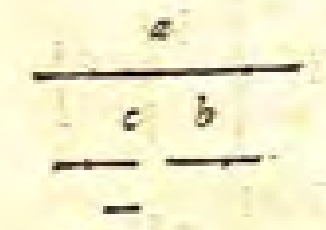
37/39 Se alcun numero numerarà un altro numero, ſerà in el numerato, parte denominata dal numerante.



El ſenſo de queſta è che ogni numero numerato dal ternario habbia parte terza, & lo numerato dal quinario habbia quinta & coſi de tutti li altri, come ſe .b. numerarà, a, ſerà in ,a, parte denominata dal.b. Hor poniamo che il numeri quello quinte volte è la unità in, c, & (per la ſedecima propoſitione) ſerà anchora che ,c, numerarà ,a, quante volte è la unità in ,b, per laqual coſa tal parte è il c. del.a. quale è la unità del,b, & perche la unità è parte de ogni numero denominata da eſſo numero (per communa ſcientia ſerà ,c, parte del,a, denominata dal, b, che è il propoſito.

Theorema. 36. Propoſitione. 40.

38/40 Se alcun numero haverà qual ſi voglia parte, il numero detto da quella parte, numerarà quello.



Queſta è converſa della precedente, la intentione della quale è che ogni numero che habbia parte terza ſia numerato dal ternario, & quello che habbia quinta dal quinario, & coſi de tutti li altri, come b, ſia parte de, a, denominata dal, c, ſeguirà che, c, numera, a, perche, b, c, parte de ,a, denominata dal, c, es la unità è parte del, c, denominata da eſſo, c, (per la cõtrattione) ſeguita che quante volte la unità numeri ,c, tante volte ,b, numeri ,a, adonque (per la 37. propoſitione) quante volte la unità è in .b. tante volte, c, numera .a. per laqual coſa è manifeſto il propoſito. A dimoſtrare il medeſimo altramẽte eſſendo ,b, parte de ,a, ſe tala è la unità del ,c, ſerà (per queſta cõmuna ſcientia
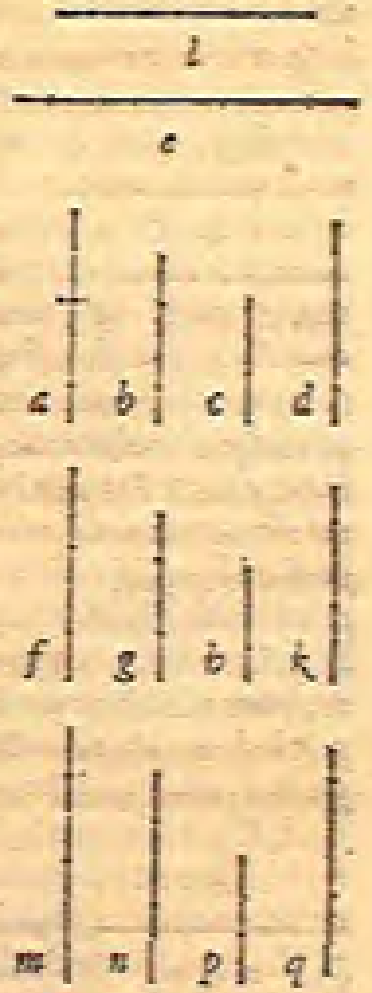
la

la unità essere parte de ogni numero da esso denominata.) .c. in denominatione .b. in .a. & perche .b. è in .a. tante volte quante è la unità in .c. evidentemente seguita il proposito.

Problema. 5. Propositione. 41.

39 41 Proponemo trouare il minimo numero che habbia le parti di piu proposte denominationi.

Siano .a.b.c.d. li numeri denominanti le parti proposte, & .e. sia il minimo numerato da quelli (tolto secondo la trigesima ottaua) dico esso .e. esser quello che cercamo. & per dimostrare questo sia .f.g.h.k. quelli numeri secondo liquali esso numera il detto .e., (& per la sestadecima & questa communa scientia, la unità e parte de ogni numero, da esso denominata) serà vice versa che .f.g.h.k. numerano .e. secondo .a.b.c.d. per laqual cosa sono parti di quello detto da quelli adunque .e. è quello che ha le parti delle proposte denominationi. Anchora egli è il minimo, perche essendo possibile che sia uno altro poniamo che sia .l. e sian le parti de .l. dette da quelli .m.n.p.q. & seranno (per la sestadecima & la predetta communa scientia) .a.b.c.d. vicenersa parti de .l. dette da .m.n.p.q. per laqualcosa .e. non era il minimo che numerano .a.b.c.d. che è inconueniente. Hor che hai hauuto il primo se ti uorai per quello hauere il secondo auero quanto grande te piace, per il secondo torai il doppio del minimo & se uorai il terzo torai il triplo, & a questo modo seguirai in li altri, perche cõciosia che ogni multiplice de .e. è numerato da .a.b.c.d. (per questa comuna scientia, ogni numero numerante un altro quel numera ogni altro numerato da quello) è necessario (per la trigesima nona) che ogni multiplice de .e. habbia parti denominate da .a.b.c.d. adunque se il doppio de .e. non serà il secondo che habbia le parti delle proposte denominationi, serà un altro il quale si come seguita essere maggior del .e. cosi seguita esser minor del doppio, & perche .a.b.c.d. numerano quello (per la quadragesima) seguita (per il correlario della trigesima ottaua) che .e. numeri il medesimo laqualcosa è impossibile, perche conciosia che l numeri se medesimo numeraria (per questa communa scientia ogni numero numerante il tutto & lo detratto, quel numera il residuo) la differentia di quello a se laqual conciosia che la sia minore, di lei il maggiore numeraria il minore, laqual cosa non può essere, adunque seguita il doppio de .e. esser il secondo numero, che habbia le parti delle proposte denominatione, similmente anchora un



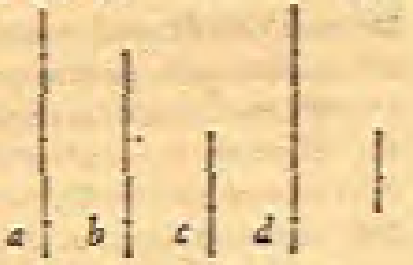
arguirai il treppio de.c. esser il terzo proueio il doppio esser il secondo, altramente perche essendo quello minore del treppio, & maior del doppio, seguiria, c. essere alcun fra il doppio & il treppio di esso, c. laqualcosa come prima è manifesto esser impossibile, ma prouerai il treppio essere il terzo alla similitudine de quello in appro uerai il quadruplo essere il quarto & cosi in delli altri.

Correllario.

39 Dalle qual cose è manifesto che il minimo numero numerato da quanti si vogliano numeri, & il minimo che habbi parti denominate da elsi numeri.

Tertio vitrouare il minimo numero, che habbia le parti de piu proposte denominationi tolti continuamente come seria a dire trouar minimo numero, che habbia parte terza laqual terza habbia parte quarta, laqual quarta habbia parte quinta, ouero settima ouero qualunque altra che accaderà essere denominata dalle medesime, ouero da diuerse. Bisogna multiplicare el denominator della prima parte inel denominator della seconda, & lo produtto da quelli nel denominatore della terza, & anchora quello produtto in el denominatore della quarta, & cosi de tutte le altre dalla prima per fina all'ultima, ouer dalla ultima per fin alla prima, & quello che pernerà sera quello che se ricerca che nel proposito seria. &c. ouer. Et ma questo cosi esser te l'hauerai demostrativamente in questo modo, siano li numeri denominanti le proposte parti. a. b. c. d. volemo trouar il minimo numero il quale habbia una parte denominata dal. a. in tal modo che quella parte habbia una parte denominata dal. b. & quella un'altra denominata dal. c. & questa un'altra detta dal. d. adonque sia ducto. d. in. c. & pernenga. e. & e. in. b. & pernenga. f. anchora. f. sia ducto in. a. & pernenga. g. il quale dico esser quello che cercamo, perche conciosia che esso. g. pernenga dal. a. in. f. etiam (per la 17.) sera. f. parte de. g. detta dal. a. ma perche. f. pernene dal. b. in. e. (per la medema), e. sera parte de. f. detta dal. b. & per la medesima ragione il. d. sera parte del. e. detta dal. c. & perche la unità e parte del. d. detta da esso. d. è manifesto. g. hauer le parti come se propone. adonque se'l non sera il minimo (per l'adversario) pensemo che è sia. h. et sia. k. la parte di quello detta dal. a. & l. la parte del. k. detta dal. b. & m. la parte de l. detta dal. c. anchora. n. la parte del. m. detta dal. d. et (per la decima ottaua & accioche meglio) sera del. g. al. d. come del. b. al. k. & dal. f. al. e. come dal. k. al. l. & dal. e. al. c. come del. l. al. m. et dal. d. alla unità come dal. m. al. n. adonque (per la quinta decima) sera in la proportione de equalità il. g. alla unità come. h. al. n. adonque pernendo conuenientemente sera. g. al. h. come la unità al. n. per laquai cosa essendo. h. maior del. g. sera. n. minor della unità, seguita adonque lo impossibile la parte del numero esser minore della unità, adonque. g. sera il minimo hauendo le parti come se propone, qual trouato che sera, se hauerai solita hauere il secondo, ouero in qual altro ordine che se pare seranno da esser tolte per li multipli del minimo come è stato detto per auanti. Ma questa quadragesima prima in altro loco è proposta secondo

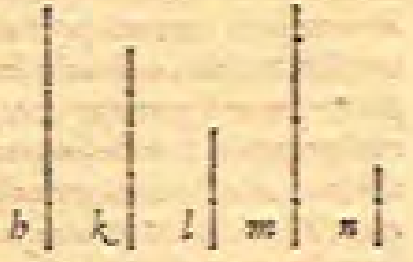
condo questo modo. Nota che alle 3 multiplicationi, over produti, e, f, g, lo numero della denominatione. d. venirà a esser parte del. e. denominata dal. c, perche il detto. e. è il producto delli dui denominatori, c, in, d, & però bisogna che la parte, d, habbia parte denominata da lui proposto, d, che si trova in ogni numero esser la unità, si che la ultima parte vien per forza a essere la unità nelli numeri.n.

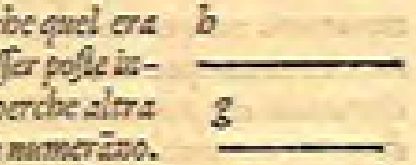


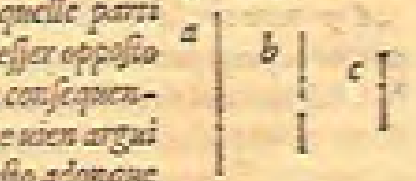
Proposte quante se vogliano parti, potemo trouare il minimo numero continente quelle.

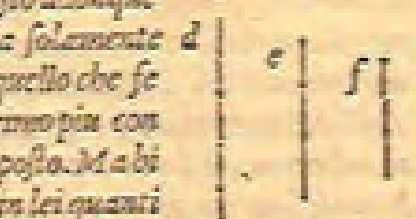


Come se le proposte parti siano, a, b, c, et siano li numeri denominanti quelle, d, e, f, & sia tolto il minimo che sia numerato da, d, e, f, il qual sia g, questo dico esser quella che cercamo, perche in quello seranno le proposte parti (per la trigesima nona) il qual se l'non sera il minimo continente quelle, sia adonque b. il qual, b, serà numerato da, d, e, f, (per la 38.) adonque, g, non serà il minimo numerato da quelli laqual cosa è inconueniente perche quel era posto essere il minimo. Ma io intendo le parti. a. b. c. esser poste indeterminatamente & non sotto de quantità certa, perche altramente non seria necessario che il minimo numero che numerāno. d. e. f. fusse il minimo continente quelle parti proposte, perche el si puo retrouar piu parti. le quale il numero numerato dalli denominatori de quelle non le contenerà, Exempli gratia li tre numeri, li quali sono. 120. 90. & 72. sono parti de un medesimo numero il primo è la terza & lo secondo è la quarta & lo terzo è la quinta ma il minimo che numerano li denominatori de quelle parti il qual è. 60. non contien queste parti adonque le da esser opposto se le parti sono poste sotto quantità certa della prima consequentia de questa demostratione, perche non seguiria come vien arguido (per la trigesima nona) se il ternario numera questo adonque questo numero posto, è la terza parte di quello, Ma solamente che ha parte terza, per laqual causa il medesimo è quello che se propone secondo l'uno e l'altro modo ma secondo il primo piu conuenientemente si vede quello che se intende esser proposto. Ma bisogna aduertire che conciosia che ogni parte habbia in lei quantità & si puol mettere quante & quali si voglia parti secondo la quantità, & recercare quali sia il minimo numero che contiene quelle tai parti & sotto quai denominationi, & il minimo che contiene quelle è manifesto esser il mini









no numerato da quelle e quelli numeri secondo liquali numerarano sono quelli che determinano quelle parti in quello anchora el se pol ponere quante e qual si voglia denominationi e recercar in qual minimo se trouano queste denominationi, e secondo qual quantità. El minimo che contien quelle similmente è manifesto essere il minimo numerato da quelle, e li numeri secondo quali numerarano sono quelli liquali determinano le numero. Ma in l'uno e l'altro loco se recerca el minimo per questo, perche in essi sono li numeri che contengono queste parti. Et quelli in li quali se ritrouano queste denominationi, el si pol anchora ponere quante parti si voglia, e altre denominationi over quante si voglian denominationi, & altre tante parti. Ma non quale ne parte con quali ne pare. Ma le cose con le cose. Perche ponendo io tre quattro, cinque parti, e li denominatori de quelle .6. .7. .8. & cercando io qual numero contien queste parti sotto queste denominationi. Io serò simile allo inquisitore cercante manifestamente lo impossibile. Adonque el si conuien ponere le parti certe con le denominatione certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominationi. Ma non liquali, perche il minimo è uno solo. Perche, ouero che serà proposta una parte & una denominatione, ouero più & più ne se potrà pigliare più numeri, che contengono quelle parti di quello serà il proposito. Perche solo è uno numero del qual el ternario è la parte quinta, & non più. Anchora sola è quello del quale il ternario è la ottaua, & lo ternario la quarta è non più. E per tanto colui che propone le parti et le denominationi de quelle in el tutto non è da cercare quale minimo contiene quelle parti sotto quelle denominationi. ma qual uno li contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli conuien cercar qual minimo cõtien quelle, e da quali son denominate in quello. Anchora colui che propone le sole denominationi conuien cercar le parti che sano dette da quelle denominationi, et in qual minimo sono trouate. Ma el si vede esser più conueniente cercar le parti per le denominatione, che le denominationi per le parti. Certamente la diuersità delle denominationi non delle parti compagna la diuersità delle proportioni.

Il Traduttore.

Amor pare che la esposition di questa vltima parte, non si accordi cõ la propositione, perche la propositione dice, che proposte quatro parti si voglia che possemo ritrouare il minimo numero che contenga quelle. Laqual propositione in sostantia non vol dire altro che dato che sia più numeri, possemo ritrouare il minimo numero che cadauno de essi numeri dati sia parte di quello, Elqual vera a esser il minimo numerato da quelli, el quale trouandolo per il modo che insegna la trigesima ottaua, haueremo conchiuso il proposito, Ma lo esponere vol che date che siano le dette parte che'l sia anchora date le denominationi & da poi per la notitia delle denominationi vol ritrouare il minimo che habbia le parte delle dette denominationi, che è quello medesimo che propone la .41. cioe lui suppone note le denominationi & incognite le quantità delle parti, si come propone la detta .41. & questa vol al contrario, cioè vole che siano note solamente le quantità delle parte, & per la notitia di quelle vol che trouamo il minimo che contenga quelle come detto di sopra, tamen que-

ste

ste interpositione io tengo che non siano cose de Euclide per più ragioni ma cose aggionte da altri, & non credo che'l comento di Euclide ne etiam le interpositione di quelli, siano d'un solo comentatore ma de più comentatori come fu anchora detto sopra le diffinitione del quinto, immo che io tengo che le bone sallantie delli comẽti fussero di Euclide proprio perche il costume de boni & famosi Mathematici è dato che hanno la propositione immediate facto giongono la sua ressolutione & questo se verifica in Archimede Siracusano, Appolonio Pergeo Iordano & molti altri, perche se cosi non facesseno, seria giudicato maggiore intelligentia nelli comentatori che interpretasse quegli, che nelli propri Autori, perche egli è più facile cosa a proponere una cosa uera, che a dimostrare la verità di quello. esempli gratia, egli è più facil cosa a proponere (etiam a credere) che li duoi angoli che sono sopra la basa del triangolo de duoi lati equali, siano fra loro equali (come propone la quinta propositione del primo) che a dimostrare la verità di quella, il medesimo se verifica in tutte le altre propositioni, cioe il suco della propositione consiste nella demostratione di quella & non nella simplice propositione.

LIBRO OTTAVO
DI EVCLIDE, DE NVMERI
simili & delle denominationi de quelli, alla similitudine della quantità continua, & delle proportioni de essi insieme.

Diffinitione prima.

1/17 Li numeri sono detti lati delli numeri produtti dalla lor multiplicatione.

Il Tradottore.



Sempli gratia. 3. et. 4. sono detti lati del. 12. cioe del producto della multiplicatione de. 3. fia. 4. et similmente. 2. et. 6. se diranno lati del detto. 12. & cosi. 3. & 5. se diranno lati del. 15. per le dette ragioni.

Diffinitione. 2.

2/17 Lo numero che è contenuto da duoi lati è detto numero superficiale.

Il Tradottore.

Esempli gratia. 12. serà detto numero superficiale per essere contenuto da duoi lati liquali sono. 3. e. 4. ouero. 2. e. 6. & similmente il. 15. & li suoi lati sono. 3.

no.3.e.5.ma alcuni dicono che ne.13.ne.17 ne.19.ne alcuno altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali perche non sono contenuti da dui lati ouer da dui numeri.ideo &c. Ma quelli tali se ingannano perche numero, ogni numero primo e superficiale, & l'un di suoi lati e la unità & l'altro e il medesimo numero primo.

Diffinitione.3.

3 / 18 Ma quel numero che è contenuto sotto de tre lati, diquali uien a procrearse dalla continua multiplicatione de quelli è detto numero solido.

Il Traduttore.

O uero l'Autor ne diffinisse qualmente il numero solido e quello che uiè contenuto sotto de tre lati, ouero de tre numeri, & che se procrei dalla continua multiplicatione de quegli esempli gratia siano dopoi tre numeri cioe.2.3.& 5.hor multiplicando il primo fia el secondo & quella multiplicatione, ouer quel producto multiplicato consequentemente fia il terzo(cioe.2.fia.3.fa.6.& 6.fia.5.fa.30.) questultimo producto(cioe.30.) se chiamerà numero solido; & li lati di numero solido seranno li detti tre numeri che fur multiplicati insieme(cioe.2.3.& 5.) Ma debbesogna advertire che infiniti numeri sono superficiali etiam solidi esempli gratia el. 30.considerando che sia producto delli soprascritti tre numeri cioe. 2.3.& 5. serà solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati, ouero producto da tre numeri. Ma pigliandolo come numero producto da.2.e da.15.serà superficiale per esser compreso sotto da dui lati, ouero producto da dui numeri, il medesimo seguiria che'l comprendesse esser producto da.3.& da.10.ouer da.5.da.6.e pero bisogna advertire.

Diffinitione.4.

4 / 19 El numero quadrato è numero superficiale contenuto da lati equali.

Il Traduttore.

Li numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da dui lati o siano equali, ouero inequali, ma quando li detti dui lati sono equali tai numeri superficiali per specificarli dalli altri se chiamano numeri quadrati come è.4. elquale è producto, ouer contenuto da dui numeri equali cioe da.2.fia.2.& similmente 9. e numero quadrato per esser per contenuto da dui lati equali che son.3.& 3. multiplicati l'un fia l'altro & similmente.16.25.36.49.64.81.100.et.144.son tutti numeri quadrati per le ragion dette. Et nota che ogni numero quadrato è etiam numero superficiale, ma ogni numero superficiale non è quadrato.

Diffinitione.5.

5 / 20 El numero cubo, è numero solido contenuto da lati equali.

Il Tra-

Il Traduttore.

Per la terza diffinitione el numero solido è quello che è contenuto sotto de. 3. numeri ouer lati o siano tutti. 3. equali ouer. 2. equale & l'altro inequale ouer de tre. 3. inequali, ma quando li detti tre lati ouer numeri sono tutti equali per specifica re tal solidi dalli altri se chiamano numeri cubi come è. 8. el quale è contenuto sotto de tre lati equali liquali sono. 2. e. 2. e. 2. liquali multiplicati l'uno fia l'altro et quel producto fia l'altro farà. 8. e così. 27. sarà numero cubo per essere contenuto similmente sotto de. 3. lati equali liquali sono. 3. e. 3. e. 3. multiplicati come detto sonno. 27. & similmente. 64. 125. 216. 343. sono tutti numeri cubi per le ragioni sopra dette & bisogna auertire che ogni numero cubo è anchora numero solido ma ogni numero solido non è numero cubo.

Diffinitione. 6.

6 / 22 Li numeri superficiali, ouero solidi di quali li lati sono proportiona li sono detti simile.

Il Traduttore.

Esempli gratia. 32. & 18. ambidui pono essere superficiali etiam solidi secon do che uien considerata ouero tolta la contrarietà loro ma pigliandoli per superficia li, li dui lati di l'uno, & li dui lati dill'altro pon no esser considerati in uarij modi secondo la varie tà de numeri che multiplicati l'uno fia l'altro pono produr cadaun de loro. ma pigliando per li, dui la ti del. 32. 4. e. 8. & per li dui lati del. 18. pigliando. 3. & 6. bora per esser li detti dui lati del. 32. (cioe). 4. e. 8. proportionali alli dui lati del. 18. (cioe) a. 3. & 6. (cioe) che tal proportione è da. 4. a. 8. come da. 3. a. 6. li detti dui numeri superficiali (cioe. 32. & 18.) seranno detti simili. Similmente de questi dui numeri. 216. & 1728. pigliandoli per solidi, & pigliandoli per tre lati de. 216. 4. e. 6. e. 9. & per li tre lati de. 1728. 8. e. 12. e. 18. et per che li tre lati di l'uno (cioe. 4. 6. e. 9.) sono proportio nali alli tre lati di l'altro (cioe 8. 12. & 18. per che tal proportione è da. 4. a. 6. qual è da. 8. a. 12. & da. 6. a. 9. quale è da. 12. a. 18.) li detti dui nu meri solidi se diranno simili. Ma bisogna aduertire che' l non è necessario che li lati de numeri solidi simi li siano sempre continui proportionali come sono li sopraposti ma ponno essere continui & discontinui esempli gratia siano li dui numeri. 24. & 192. liquali pigliandoli per solidi e pigliando per

Superficiale. 18 — 3 6 — Simili.
Superficiale. 32 — 4 8
Solido. 216 — 4 6 9 — Simili.
Solido. 1728. — 8 12 18

do per li tre Lati del. 24. 2.e.3 .e.4.& per li tre Lati del. 192.4.e.6.e.8.& perche li dentro tre Lati dell'uno (cioe. 2.3.e.4.) son proportionali alli.3. lati dell'altro (cioe 4.6.e.8.cioe che tal proportione e da.2.a.3 .quale e da.4.a.6.& tale e da. 3.a. 4.quale è da.6.a.8.) li detti duoi numeri solidi seranno detti simil, ancora che li. 3. lati de l'uno & de l'altro non siano continuati in una proportione.

Theorema prima. Propositione prima.

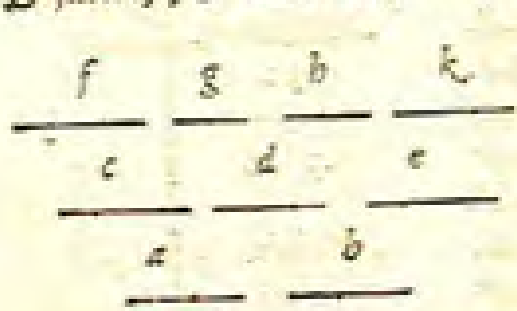
1/1 Se li estremi, de quanti numeri si vogliano di continua proportionalità, seranno contra se primi, tutti quelli è necessario secondo la sua proportione esser li minimi.



Sieno. a.b.c. continui proportionali e li duoi estremi (liquali sono.a.c.) siano contra se primi. dico che in la medesima proportione non se ne trouerà tanti similmente minori, ma se questo pur esse accadere per l'adversario sieno, d, e, f, & (per la quintadecima propositione del settimo) serà del, a, al, c, si come del, d, al, f, & perche, a, & c, sono li minimi in la sua proportione (per la vigesima quinta del medesimo) seguitaria (per la vigesima seconda) che, a, numerasse, d, & e, numerasse, f, cioe che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non pno.

Problema.1. Propositione.2.

2/2 Potemo trouare quanti numeri si vogli de continua proportionalità, secondo una data proportione minimi.



Sieno, a, & , b, li minimi de la data proportione. et sia ducto in, a, in se medesimo & faccia, c, & ducto in, b, faccia, d, anchora ducto il, b, in se & pervenga.e. & .c. d, e, seranno continui proportionali in la proportione del, a, al, b, (per la decima ottava et decima nona del settimo) & perche, c, & , d, sono contra se primi (per la vigesima del medesimo) seranno, c, d, e, li minimi secondo la data proportione (per la precedente) anchora sia ducto.a. in tutti quelli et pervengano, f, g, b, & , k, in, e, pervenga, k, seranno etiam, f, g, b, k, continui proportionali in la proportione del, a, al, b, (per la decima ottava et decima nona del settimo.) Anchora minimi (per la vigesima del medesimo,) (& p la precedente) e per questa via è ragione se ne trouera.3. ouer.6. quanti si voglia.

Correlario.

Onde serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalità minimi secondo quella, li duoi estremi seranno quadrati, &
2/3 se seranno quattro li estremi seranno cubi.
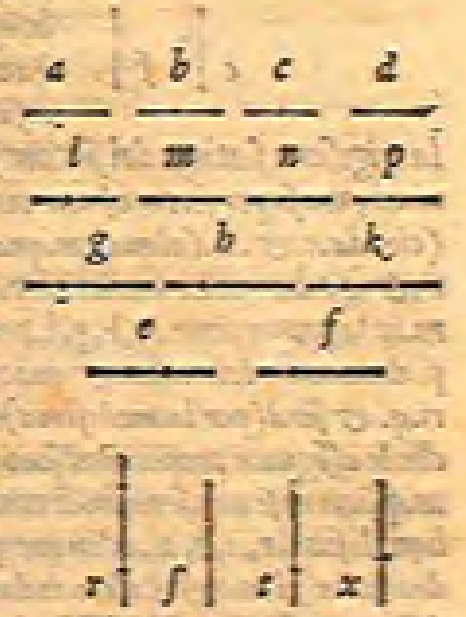
Il Tra-

Il Tradottore.

Lo ſopraſcritto correlario conclude che per il proceſſo delle coſe fatte & dimoſtrate di ſopra ſerà manifeſto, che ſe ſeranno tre numeri de continua proportionalità ſecondo quella, minimi li dui eſtremi ſeranno quadrati & ſe ſeranno quattro le eſtremi ſeranno cubi, perche el ſi vede nel proceſſo di ſopra qualmente li dui eſtremi .c. & .e. eſſer pervenuti dal detto de .a. & del .b. in ſe medeſmi però vengono a eſſer quadrati, ſimilmente ſi vede li dui eſtremi .f. & .x. eſſer prodotti l'uno del detto de .a. nel ſuo quadrato .c. & l'altro del .b. nel ſuo quadrato .e. perche vengono a eſſer ambidui cubi & li lati del .f. vien a eſſere .a. ouero tre numeri equali al .a. & ſimilmente li lati del .k. vengono a eſſere .b. ouero tre numeri equali al .b. & .e.

Theorema .2. Propoſitione .3.

3/3 Se quanti ſi vogliano numeri continuamente proportionali ſeranno ſecondo la ſua proportione minimi, el ſe approua li dui eſtremi de quelli neceſſariamente eſſer contra ſe primi.
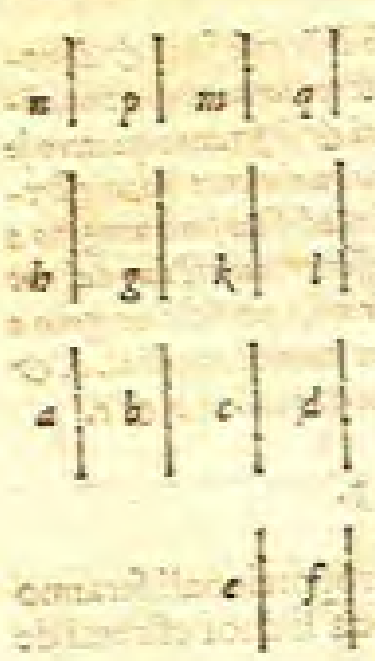


Queſta terza è al contrario della prima. perche ſiando .a. .b. .c. .d. continuamente proportionali, & li minimi ſecondo la ſua proportione. Dico che li dui eſtremi .a. & .d. ſeranno fra loro primi. perche li dui minimi ſecondo la proportione del .a. al .b. ſiano .e. & .f. & (per la vigeſima terza del ſettimo) ſeranno contra ſe primi. Adonque per queſti dui (ſecondo la dottrina della precedente) ſian trouati ſimilmente tanti continuamente proportionali & minimi quanti ſono li numeri propoſti. primamente tre liquali ſono .g. .b. .k. dapoi quattro liquali ſono .l. .m. .n. .p. & a queſto modo continuamente per lo aggiungimento de uno per una a tanto che ne ſiano fatti tanti quanti ſono li numeri propoſti come in queſto loco ſono .l. .m. .n. .p. Seguita adonque .l. .m. .n. .p. eſſer equali à .a. .b. .c. .d. per queſta cauſa che in la medema proportione l'uno & li altri ſono li minimi & perche .l. & .p. ſono contra ſe primi (per la trigeſima del ſettimo) ſeranno anchora .a. & .d. (a quelli equali) contra ſe primi che è il propoſito.

Problema .2. Propoſitione .4.

4/4 Puotemo trouare la ſimilitudine de più proportioni aſsignate in li minimi

minimi numeri secondo quelle proportioni continuatamente proportionale.



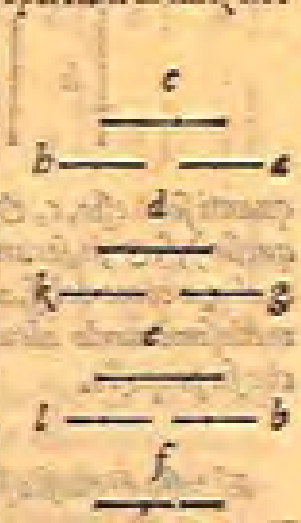
Siano prima trouate le assignate proportioni in li minimi termini come insegna la trigesima sesta del settimo & siano le prime fra. a. & .b. le seconde fra. c. & d. le terze fra. e. & f. & cosi anchora de piu se fossero piu, hor uogliamo trouar quelle proportioni in li quattro minimi numeri. Piglio adonque .g. minimo numerato dal .b. & .c. & quante uolte .b. numera esso .g. tante uolte faccio che .a. numera .b. Et anchora che .d. numeri tante uolte il .k. quante uolte .c. numera .g. Et se per caso .e. numera .k. faccio che .f. tante uolte numeri .l. & cosi li quattro numeri .b. g. k. l. seranno quelli che cercano. Perche è manifesto (per la decima ottaua del settimo) che l fra del .b. al .g. si come del .a. al .b. & del .g. al .k. si come del .c. al .d. & del .k. al .l. si come del .e. al .f. Anchora è manifesto quelli esser li minimi, perche se possibile fosse esser altri minimi come .m. .p. .n. .q. bisognerà (per la .20. del settimo tolta due uolte) che l'uno & l'altro di duoi .b. & .c. numeri il .p. per la qual essa & .g. numerà il medesimo (per lo contrario del la trigesima settima del settimo) che è inconueniente. Sono adonque .b. g. k. l. li minimi, ma se per sorte, e, non numera .k. sia tolto .m. il minimo numerato da quelli (cioè da .e. & .k.) el quale .m. quante uolte è numerato dal .k. tante uolte .b. numeri, .m. & .g. tante uolte numeri il .p. & seranno (per la decima ottaua del settimo) .m. .p. .g. in la proportione de .b. g. k. per la qual cosa del .m. al .p. serà come del .a. al .b. et del .p. al .m. come del .e. al .d. & quante uolte .e. numera .m. facio che tante uolte .f. numeri .q. & serà (per la medesima) del .m. al .q. si come del .e. al .f. adonque è manifesto che le assignate proportioni sono continuate in le quattro numeri liquali sono .m. .p. .q. liquali se non seranno li minimi (per l'aduersario) siano se egli è possibile altri liquali siano .r. .s. .t. .x. adonque perche (per la trigesima seconda del settimo tolta due uolte) l'uno & l'altro di duoi numeri .b. & .c. numera .s. (per il correlario della trigesima quarta del settimo) seguitaria che .g. numerasse il medesimo per la quale essa etiam .k. numerarebbe .s. ma perche (per la trigesima seconda del settimo) .e. numera il medesimo .r. non serà .m. lo minimo numerato dal .k. & dal .e. per questa ragione tu potrai continuare a quelle piu altre quarte e quanti si uogliano, ma se non ne la impedimento.

Theorema .3. Propositione .5.

5 La proportione de tutti li numeri composti dell'uno all'altro, è com
5 posta delle proportioni di suoi lati.

Quello che propone la trigesima quinta del sesto delle superficie de equidistanti lati,

lati, questa propone di numeri composti, siano li duoi numeri compositi. a. b. li lati de, a, sian, c, & d, li lati del, b, sian, e, & f, dico adonque che la proportione del, a, al, b, è composta de quella che è dal, c, al, e, & de quella che è del, d, al, f. Et per dimostrar questo sia che dal, d, in, e, sia fatto, g, perche adonque del, d, in, e, sian fatto, a, & dal, f, in, e, sian fatto, b, (per la conversione della diffinitione di lati) serà (per la decima ottava del settimo) del, a, al, g, si come del, c, al, e, & (per la decima nona del medesimo) serà del, g, al, b, si come del, d, al, f, per la qual cosa (per la diffinition) la proportione del, a, al, b, composta de quella che è del, c, al, e, & de quella che è del d, al f, che è il proposto, ne è necessario che dimostremo le proportioni di lati (cioe quella che è del, c, al, e, & quella che è del, d, al, f,) in li minimi numeri trouati secondo la doctrina della precedente come insegnano alcuni poi che questo è proposito nō necessario, e quel li arguiscono, posto che quelli minimi siano, b, K, l, in questo modo cioe sia del, b, al, K, si come del, c, al, e, & del, K, al, l, si come del, d, al, f, & la proportione del, b, al, l, esser composta dalle proportioni delli proposti lati & tolto, g, esser fatto del, d, in, e, arguiscono dal, a, al, g, esser come del, b, al, K, (perche egli è come del, c, al, e,) & del g, al b, come del K, al l, (perche egli è come del d, al, f,) e per tanto secondo la equa proportionalita, & del, a, al, b, serà come del, b, al, l, concludeno adonque la proportione del, c, al, b, esser composta de quelle che è composte, b, & l, che è vero ma non necessariamente tolto.



Il Tradottore.

El teſto di questa quinta propoſitione in la ſecōda tradottione dice in queſta forma.
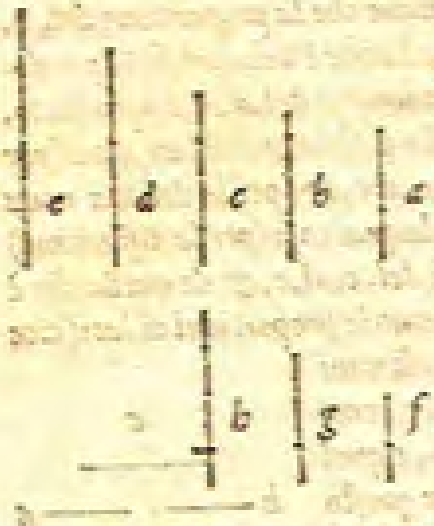
Li numeri piani, cioe superficiali, fra loro hanno la proportione composta dalli lati.

La qual propoſitione è piu generale, e piu conueniente, & piu corretta che quella della prima tradottione perche li numeri primi come disſi ſopra la ſeconda diffinitione ſono anchora loro ſuperficiale, abenche alcuni iſpoſitori di Euclide habbiano contraria operione come ſopra il decimo ſe potra vedere, Ma biſogna notare che la iſpoſitione per noi adduttа ſopra la diffinitione di numeri ſuperficiali, cioe ſopra la ſeconda diffinitione di queſto (per errore di ſtampa) par che mi contradica, perche in quella la ſcrittura dice in queſta forma, ma. 13 ne. 17 ne. 19 ne alcun'altro numero primo ſe pono dire realmente numeri ſuperficiali &c. la qual ſcrittura vol ſtare, ouero dire in queſto modo. Ma alcuni dicono che ne. 13 ne. 17 ne. 19 ne alcuno altro numero primo ſe possono dire realmente numeri ſuperficiali.

Theorema. 4. Propoſitione. 6.

6/6 Se'l primo, de quanti ſi vogliano numeri continuamente proportionali non numera il ſecondo niuno delli altri numerarà l'ultimo.

Siano



Siano. a.b.c.d.e. continuamente proportionali. dico che se.a non numera.b.niun delli altri numerarà,e, perche egliè manifesto che se, a, numera esso, b, che tutti li altri numerano, e, & semplicemente qual si voglia precedente numerarà qual si voglia consequente.ma se, a, non numera esso,b,è manifesto che a,non numerarà, c, ne semplicemente alcun de loro numerarà il prossimo seguente, perche sono stà posti continuamente proportionali, ma che nullo altro cosi seria a dire,e, numeri esso, e,se dimostrerà in questo modo siano tolti (secondo la dottrina della seconda di questo) tanti altri similmente continuamente proportionali minimi di la medesima proportione. quanti sono esso, e, & tutti li altri seguenti. liquali siano, f. g.b. & (per la terza di questo) f,& b, seranno contra se primi. Et perche(per la equa proportionalità)deb e,al,e,e come del,f,al,b,conciosia che f,non numera,b,nel,c,numerarà,e,ne per il medesimo modo alcun delli altri numerarà esso, e, per laqual cosa e chiaro quello che fu proposto.

Il Traduttore.

El testo di questa sesta propositione,nella seconda traduttione parla in questa forma cioe.

Se seranno quanti si vogliano numeri continuamente proportionali & che il primo non misura il secondo & niun altro misurarà niuno altro.

Il Traduttore.

La qual propositione per se dimostra si come la precedente, essempli gratia volendo dimostrare che, a, non misuri alcun altro (poniamo,) e,pigliaremo similmente tanti termini come è, a, b, c, continuamente proportionali minimi in quella proportione quali siano per,f,g,b, & se procederà come di sopra fu fatto,cioe che se,f,non misurà,b,ne anchora,a,misurà.c.

Theorema. 5. Propositione.7.
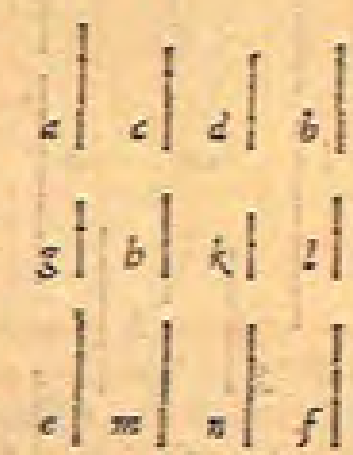
7/7 Se'l primo di numeri continuatamente proportionali, numera l'ultimo quel medesimo numera il secondo.

Siano quelli posti per ananti continuatamente proportionali dico se.a.numera e. esso,a,numerarà il.b.altramente(per la precedente)non numerara. e. che è il contrario & impossibile. Et non solamente numerarà. b. ma etiam li numerarà tutti & similmente ciascun de loro numerarà qual si voglia delli seguenti.

Theo-

Theorema.6. Propositione.8.

8/8 Se fra duoi numeri, cascaranno quanti si vogliano numeri in continua proportionalità similmente tanti è necessario cascar fra ogni duoi referti in la medesima proportione.

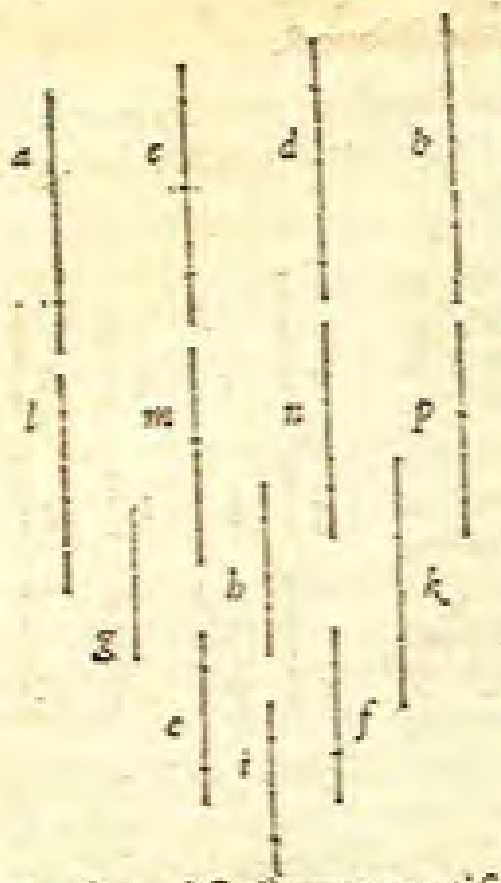


Sieno a.et.b. fra liquali cadeno c.& d. in continua proportione liquali sian in proportione com'è e.a.l.f. Dico che similmente tanti termini cadeno fra, e, & f, & in quella medesima proportione quanti cadeno fra, a, & b, perche essendo g, h, K, l, similmente tanti minimi quanti sono, a, & b, quelli liquali cadeno fra quelli tali si come insegna la seconda di questo continuamente proportionali in quella proportione & (per la terza di questo) g. & l. seranno contra se primi, & (per la equa proportionalità) sarà del, g, al, l. si come del, a, al, b, & però è si come dal, c, al, f, & perche essi sono in la sua proportione minimi (per la vigesima terza del settimo) seguita (per la vigesima prima del medesimo) che, g, numeri, e, & l, f, equalmente tante volte adunque, h, numeri, m, &, K, n, & posti, m, & n, fra, e, & f, (per la decima ottava del settimo) è manifesto, e, m, n, f, essere continuamente proportionali si come sono, g, h, k, l, & però si come, a, b, c, d, per laqual cosa è manifesto quello che stato detto. Da questa proposizione è manifesto nessuna superparticulare poter esser divisa in due parti equale. perche se questo fusse possibile bisognaria fra duoi numeri de una sola unità differenti cascar un numero medio, laqual cosa non può esser, e per tanto il tono in la musica el qual contien una sesquoctava proportione in duoi semitoni non può esser diviso, ma necessariamente sien diviso in semiton minore, & in semiton maggiore.

Theorema.7. Propositione.9.

9/9 Se fra duoi numeri contra se primi cascaranno quanti numeri si vogliano in continua proportionalità, similmente tanti è necessario cadere fra l'uno & l'altro de quelli & la unità, in continua proportionalità.

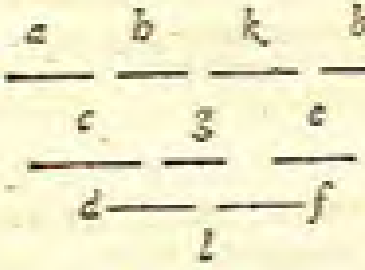
Sieno a. & b. contra se primi fra liquali cada in continua proportione c. & d. dico che tanti similmente seranno continuamente proportionali fra, a, & la unità, & cadera similmente fra, b, & la unità, perche essendo li minimi in quella proportione e, & f, tolti come insegna la trigesima sesta propositione del 7. Libro dalli quali essendo tolti tre cõtinuamẽte proportionali e minimi in la proportion de quelli come insegna la seconda di questo liquali sieno, g, h, K, et dapoi quatro liquali sieno l. m. n. p. e questo sia fatto tante volte per fin a tãto che li tolti cosi siano fatti rẽti



similmente quanti sono li numeri proposti, come in questo luoco sono. l.m.n.p. le manifesto adonque essendo a.c.d.b. in la sua proportione minimi (per la prima di questo, & essendo. l. m.n.p. tanti similmente & minimi in la medesima, & non essendo possibile, essere alcuno minore del minimo che li numeri l.m.n.p. seranno equali alli numeri. a.c.d.b. cadauno al suo relativo adonque. l. è equale al.a. & il.p. al.b. & è manifesto dalla seconda de questo che del. f. in se medesimo uien fatto il. k. & del medesimo f. in. k. uien fatto. p. (per la diffinitione adonque de quella diffinitione che cosa è esser multiplicato) sera lo. f. in. k. anchora il. k. in. p. quãte volte è la unità in. f. adonque la unità. f.k.p. sono continuamente proportionali, & similmente & la unità. e. g. l. tolti adonque. a. & b. in luoco del l. & p. (a quelli equali seranno fra. a. et la unità. g. et e. et fra b. & la unità. k. & f. continuamente proportionali tanti similmente quanti sono fra. a. & b. che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 10.

10 / 10 Se fra l'uno e l'altro de quelli, & la unità cascharanno quanti si vogliano numeri in continua proportionalità, tanti similmente è necessario esser fra li detti duoi numeri in continua proportionalità.



Siano li duoi numeri. a. & b. & siano. c. & d. fra. a. & la unità anchora. e. & f. fra. b. & la unità, continuamente proportionali. Dico tanti similmente esser fra. a. & b. continuamente proportionali. Questa è conuersa della precedente eccetto che al soggetto della precedente fu posto. a. & b. esser contra se primi, che non uien posto in questo luoco per laqual causa lo soggetto di questa è piu uniuersale del soggetto di quella, perche adonque quante uolte la unità e in. d. tante uolte è il. d. in el. c. & tante uolte il. c. in. a. è manifesto che del. d. in se uien fatto il. c. & dal medesimo. d. in. c uien fatto. a. Similmente anchora del. f. in se, & in. e. sono fatti. e. & b. essendo adonque detto. d. in. f. lo producto sia. g. & similmente el medesimo. d. essendo detto in. g. & e. & essendo li producti. b. & k. è manifesto adonque (dalla decima ottaua del sestimo) che del. c. al. g. e come del. d. al. f. & (dalla decima nona) che del. g. al. e, è come del. d. al. f. per laqual cosa. c. e. g. son continuamente proportionali. la proportione del. d. al. f. Anchora uol tra uolta per la decima ottaua) sono del. a. al. b. si come del. c. al. g. & del. b. al. k. si come

si come del,g,al,e, & (per la decima nona) del,k,al,b, si come del,d,al,f, adonque a,b,k,b, son continuamente proportionali, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema.9. Propositione.11.

11 / 11.12 Se seranno duoi numeri ambiduoi quadrati la proportione dell'uno all'altro, de quelli serà come la proportione del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, & se ambi seranno cubi la proportione dell'uno al l'altro, serà come la proportione del lato dell'uno all'altro treplicata.



Siano li duoi numeri quadrati. a, & b, li duoi cubi, c, & d, li lati si di quadrati come di cubi sieno. e. (del,a, & del,c,) & f, (del,b, & del,d,) dico che la proportione del, a, al, b, serà si come del, e, al, f, duplicata, & del, c, al, d, si come la medesima treplicata, perche è manifesto che dal. e in se medesimo sien fatto, a, & da esso, e, in, a, sien fatto, c, così ancora dal, f in se sien fatto, b, & da esso, f in, b, sien fatto, d, adonque sia ducto, e, in, f, & pervenga, g, & sia ducto in, g, & b, & pervenga, b, & k, et (per la decima ottava del settimo) serà del, a, al, g, si come del e, al, f, (e per la decima nona) del, g, al, b, serà si come del, e, al, f, adonque (dalla diffinitione) dal, a, al, b, serà si come del, e, al, f, duplicata che è il primo proposito. El secondo per lo medesimo modo è manifesto, (perche per la decima ottava un'altra volta) del, c, al, b, si come del, a, al, g, & del, b, al, k, si come del, g, al, b, & (per la decima nona) del, k, al, d, si come del, e, al, f, per laqual cosa, c, b, k, d, sono etiam continuamente proportionali, in la proportione del, e, al, f, adonque (per la diffinitione) serà del, c, al, d, si come del, e, al, f, treplicata che è il secondo proposito.

Il Tradottore.

Questa soprascritta propositione in la seconda tradottione è divisa in due propositioni & in quelle propone due particule di piu della presente, perche la prima dice in questa forma videlicet.

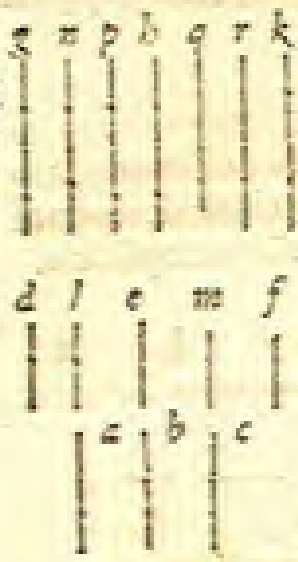
Vno medio proportionale de duoi numeri quadrati è numero, & lo quadrato al quadrato ha doppia proportione che'l lato al lato.

Et la seconda dice a questo modo.

Li duoi medij proportionali, de duoi numeri cubi sono numeri, & il cubo al cubo ha treplicata proportione, come ha il lato al lato, lequal particule se vedeno così esser per le demostrationi fatte di sopra cioe che il medio proportionale fra li duoi quadrati, a, & b, (el qual, e, g,) è numero per esser producto del, c, in, f, & similmente li duoi medij proportionali fra li duoi numeri cubici, c, & d, (cioe, b, & k,) sono etiam numeri per esser producti della multiplicatione del numero e nelli duoi numeri, g, & b, cioè è il proposito.

Theorema. 10. Propositione. 12.

12
13



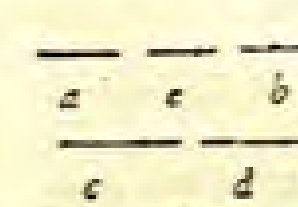
Se ciascun di numeri de continua proportionalità fia multiplicato in se medesimo, quelli numeri che da quelli saran produtti è necessario esser sotto continua proportionalità, & se li suoi principii fian anchora multiplicati in essi produtti anchora li produti da quelli è necessario esser de continua proportionalità. & il medesimo aduenera in tutte le estremità produtte per questo modo.

Siano, a, b, c, continuamente proportionali di quali ciascũ sia multiplicato in se medesimo & pervengano dal, a, al, d, et dal, b, lo, e, & dal, e, lo, f, dico che d. e, f, sono continuamente proportionali, & se anchora sia multiplicato, a, in, d, & pervenga, g, anchor, b, in, e, & pervenga, b, & c, in, f, & pervenga, k, dico anchora che, g, b, k, saranno continuamente proportionali, perche essendo, l, produto dal, a, in. b. & m. il produto dal, c, in quel medesimo & (per la decima ottava & decima nona del settimo) seranno. d. l. e. m. f. continuamente proportionali in la proportione de, a, b, c, Adonque per la equa proportionalità arguisse del, d, al, e, esser si come del, e, al, f, che è il primo proposito, lo rimanente sera demostrato, cosi sia multiplicato, a, in l, & , e, & pervengano, n, & p, ancora sia multiplicato, c, in e. & m. & pervenga no, q, & r, & (per la medesima) seranno, g, n, p, b, q, r, K, anchora continuamente proportionali in la proportione di primi adonque per la equa proportionalità concludo, g, al, b, esser si come, b, al, k. che, e, lo rimanente la medema ragione sarà quante volte che li primi siano multiplicati in li produti.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13
14

Se alcun numero quadrato, numerarà un'altro numero quadrato, el se appoin anchora el suo lato numerar il lato di quello, et se'l suo lato numerarà il lato de quello, il quadrato numerà il quadrato.



Sino li duoi numeri quadrati. a. & b. & li lati de quelli. c. & . d. Dico che se. a. numera. b. il. c. numerarà il. d. & è conuerso. perche le manifesto che dal ducto del. c. in se medesimo sien fatto , a , & del , d , in se medesimo sien fatto, b , essendo adonque fatto , e , dalla multiplicatione del, c. in, d, per la decima ottava & decima nona proposizione , del settimo libro, seranno, a, e, b, continuamente proportionali in la proportione del. c, al, d. Se adõque, a, numera, b, quello medesimo (per la settima proposizione de que sto) numerarà, c, per laqual cosa, & , c, numerarà il. d, che è il proposito primo,
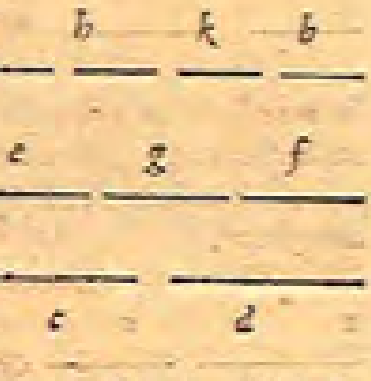
la parte

la parte conuersa così è manifesta. se. c. numera. d, lo. a. numerarà. e, per questo che la proportione del. a. al. e. è si come del. c, al. d, et se'l numera. c, esso numerarà. b, per questa causa che sono continuamente proportionali.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14 15 Se un numero cubo numerarà un'altro numero cubo Anchora il suo lato numerarà il lato dell'altro, & se'l suo lato numerarà il lato dell'altro, il cubo numerarà il cubo.

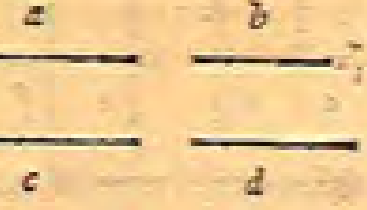
Siano dui numeri cubi, a, & b, li lati di quelli. c. & d. Dico che se. a. numera. b. anchora il. c. numerarà il. d. & è conuerso (per dimostrar questo sia moltiplicato. c. in se & sia fatto. e, anchora il. d. in se & sia fatto. f. adonque è manifesto che dal. c. in. e. sia fatto. a, & dal. d. in. f. sia fatto. b, adonque il. g, fatto dal. c, in d, & (per la decima ottaua et decima nona del settimo) c, g, f, saranno continuamente proportionali in la proportione del. c, al. d, & a, b, & k. peruengono dal. c, in g, & f. Adonque (per le medesime propositioni) a, b, k, b, serano anchora continuamente proportionali in la medesima proportione. Adonque se. a, numera. b, el medesimo (per la settima di questo) numerarà. b. per laqual cosa & c, numerarà il d, perche dal. c, al. d, e si come del. a, al. b, adonque è manifesta la prima parte. La parte conuersa è manifesta si come la conuersa della prima. perche se. c. numera. d. anchora. a. numera. b. laqual se la numera e necessario che la numeri. b.



Theorema. 13. Propositione. 15.

15 16 Se un numero quadrato non numerarà alcun'altro numero quadrato, ne il suo lato numerarà il lato de quello. Et se'l lato suo non numerarà il lato de quello, el se conuiene de necessità quel quadrato non numerarà quell'altro quadrato.

Siano li dui numeri quadrati. a. & b. li lati di quali siano, c, & d. se. a, non numerarà. b. dico che anchora. c, non numerarà. d, & è conuerso se. c, non numera. d, ne. a, numerarà. b. Hor sia primamente che. a, non numeri. b, se adonque c, (per l'aduersario) numera il d. (per la seconda parte della tertiadecima di questo) & a, numerarà. b, laquale cosa è contraria alla positione, & così è manifesto il primo proposito. Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che. c, non numeri. d, adonque se possibile è per l'aduersario che. a, numeri. b, (per la prima parte della tertiadecima) è necessario che. c, numeri. d. adonque egli è necessario che lui numeri quello & già fu supposto che'l non lo numeri laqual cosa è impossibile.



Theorema. 14. Propositione. 16.

o / 17 Se un numero cubo non misura un'altro numero cubo, ne il lato de quello misurarà el lato de quello altro, & se'l lato non misura il lato ne etiam il cubo misurarà il cubo.



Sia che'l numero cubo. a. non misuri il numero cubo. b. & il lato di questo, a, sia, c, & del, b, sia, d, dico che, c, non misura esso. d. perche se, c, misura esso, d, etiam, a, misura, b, (per la quartadecima propositione dell'ottauo libro) ma, a, non misura, b, per il presupposito, adonque nel, c, misurarà esso, d. Ma supposto che'l, c, non misura, d, dico che, a, non misuri, b, per se, a, misura se, b, et, c, misuraria d. (per la decima quarta de questo, ma il. c.) dal presupposito non misura, d, adonque ne etiam, a, misurarà esso, b, laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema. 15. Propositione. 17.

16 / 18 Se duoi numeri superficiali seranno simili è necessario esser fra quelli un terzo numero secondo la proportionalità continua, & la proportione de un numero all'altro a lui simile serà come la proportione duplicata de un di suoi lati al lato dell'altro a lui risguardãte.
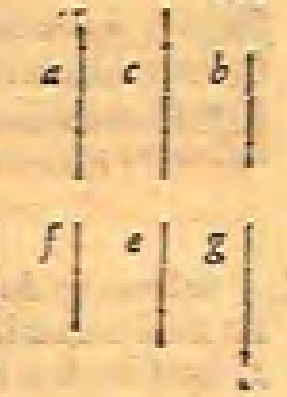


Siano li duoi numeri, a, & b, superficiali & simili. Dico che fra essi cade un numero in continua proportione, & per dimostrar questo siano li lati del, a, c, & d, e li lati del, b, siano, e, & f. & (per la conuersione della diffinitione di numeri simili) serà del, c, al, e, si come del, d, al, f. & è manifesto che del, c, in, d, uien fatto, a, & del, e, in, f, uien fatto, b, adõque sia fatto, g, del, c, in, d, & (per la decima nona del settimo) serà del, a, al, g, si come del, c, al, e, & (per la decima ottaua) del medesimo del, g, al, b, serà si come del, d, al, f, per laqual cosa, del, a, al, g, serà si come del, g, al, b. Adonque, g, è medio fra, a, et b, in continua proportionalità che è il proposito. Ma il correlario è manifesto essendo del, a, al, b, (per la diffinitione) si come del, a, al, g, duplicata laquale è a quella medesima che è del, c, al, e.

Theorema. 16. Propositione. 18.

17 / 20 Se un terzo numero caschará fra duoi numeri secondo la continua proportionalità quelli duoi numeri seranno superficiali & simili.

Questa è conuersa della precedente cioe che se fra, a, & b, sia, c, constituto secondo continua proportionalità. Dico che, a, & b, seranno ambidoi numeri superficiali &
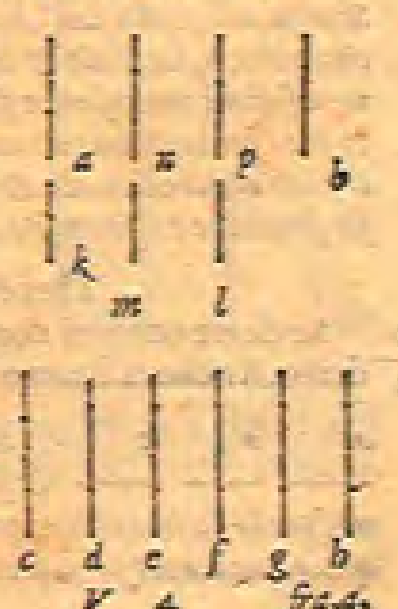
li & ſimili perche ſe ſeranno tolti .d. & .e. minimi in quella proportion in laquale ſono continuati .a.c.b. quelli (per la 23ęſima ſeconda del ſettimo) numeraranno .a. & .c. equalmente et ſia che li numerarino ſecondo .f. & .g. (per la medeſima) .c. & .b. equalmente et ſia che li numerarino ſecondo .g. ſeranno adonque (per la diffinitione) .a. & .b. ſuperficiali, & ſeranno anchora (per la diffinitione.) .d. & .f. lati del numero .a. anchora .e. & .g. lati del numero .b. ma che eſſi ſiano ſimili tu l'haverai in queſto modo. Perche eſſendo .e. produtto del .d. in .g. & ſimilmente eſſendo il medeſimo .c. il produtto del .e. in .f. (per la ſeconda parte della 23ęſima del ſettimo) ſerà del .d. al .e. ſi come del .f. al .g. (per la diffinitione) adonque .a. & .b. ſono ſimili che è il propoſito. Et queſto ultimo propoſito ilqual è .a. & .b. eſſer ſimili tel puoi havere (per la decima nona & decima ottava del ſettimo) & per queſto preſuppoſto che .a.c.b. ſono continuamente proportionali in la proportione del .d. al .e. de minimi numeranti .a. & .c. ſecondo .f. & .c. & .b. ſecondo .g.



Theorema. 17. Propoſitione. 19.

18 19 Se ſeranno duoi numeri ſolidi ſimili, e neceſſario fra quelli eſſer dui numeri ſecondo la continua proportionalità, & la proportione de l'uno ſolido all'altro a lui ſimile, ſerà come la proportione treplicata de qual ſi uoglia ſuo lato al lato dell'altro a lui riſguardante proportionalmente.
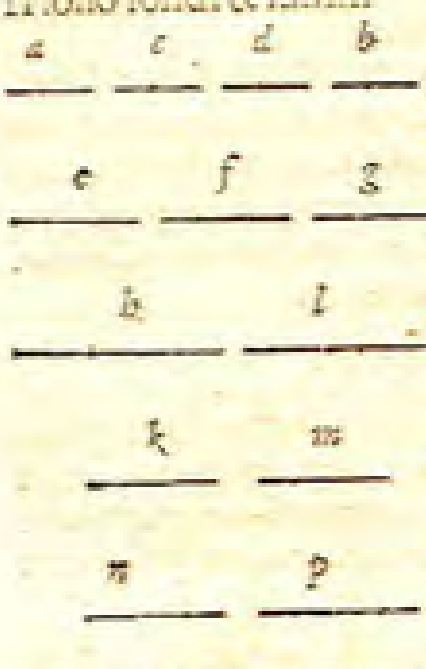
Siano li duoi numeri .a. & .b. ſolidi ſimili, Dico che fra eſſi cadono duoi numeri in continua proportione, & per dimoſtrar queſto ſiano li lati del numero .a. li numeri .c.d.e. & li lati del .b. ſiano .f.g.h. & (per la connoſſione delle diffinitione di numeri ſolidi ſimili) ſerà del .c. al .f. & del .d. al .g. ſi come del .e. al .h. ſia adonque .k. il produtto del .c. in .d. & .l. lo produtto del .f. in .g. l. & (per la diffinitione) ſeranno .k. & .l. ſuperficiali & ſimili per laqual coſa (per la decima ſettima di queſto) fra quelli cade un numero medio proportionale ſecondo la proportione del .c. al .f. qual ſia .m. Ma è manifeſto che dal .e. in .k. nien fatto .a. & dal .h. in .l. nien fatto .b. Se adonque dal .e. in .m. & .l. ſono fatto .n. & .p. ſeranno (per la .18. del ſettimo) del .a. al .n. ſi come del .k. al .m. & .n. al .p. ſi come del .m. al .l. per laqual coſa .a.n.p. ſon continuamente proportionali in la proportione del .c. al .f. & perche (per la decima nona del medeſimo) del .p. al .b. .e. ſi come del .e. al .h. & però ſi come del .c. al .f. ſeguita che li quattro numeri .a.n.p.b. ſian cõtinuamente proportionali ſecondo la proportione del .c. al .f. Adonque



fra. a, & b, siano li dui numeri, n, & p, medij in continua proportionalità di essi li interpolli, che è il proposito. & lo correlario è manifesto conciosia che la proportione del a, al b, sia (per la diffinitione) si come del a, al n, replicata laquale è simile over equale a quella che è dal c, al f.

Theorema. 18. Propositione. 20.

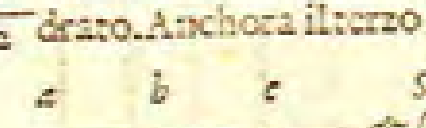
19 Se seranno dui numeri & che fra quelli caschino, ouero intergiace
21 no dui numeri secondo la continua proportionalità, quelli dui numeri sono solidi & simili.



Questa è il conuerso della precedente, come se fra. a. & .b. siano li dui numeri .c. & .d. medij in continua proportionalità, seranno li detti dui numeri, cioe, a, & ,b, solidi & simili. Et per dimostrar questo sia tolti li tre numeri in la medesima proportione, continuamente proportionali, laquali siano, e, f, g. & (per la decima ottaua) seranno, e, & ,g, superficiali & simili. Siano adunque .h. & .k. li lati del .e. & .l. et .m. li lati .d. g. & (per lo correlario della decima sestima di questo) serà del, e, al, f, si come del, b, al, l, ouer si come del .k. al .m. & è manifesto (dalla terza) che .e. & .g. sono contra se primi e pero (per la vigesima quinta del settimo) in la sua proportione son minimi. Et perche (per la equa proportionalità) dal .a. al .d. & .c. al .b. è si come dal, c, al, g. seguirà (per la vigesima seconda del settimo) che essi numerarano .c. & .d. equalmente laqual numeratione sia secondo, n, & anchora .e, & .b, equalmente laqual sia secondo .p. perche adunque dal .b. in .n. nien fazo .e. & da .e. in .n. nien fazo .a, seguita (per la diffinitione) che .a. sia solido & li lati di quello sono .b .k. n. Similmente perche dal .l. in .n. nien fazo .g. & dal .g. in .p. nien fazo .b, seguita ancora che .b, sia solido & li lati di quello sono .l. .n. .p. Ma che essi siano simili cosi se manifestarà conciosia che dal .g. in .n. nien fazo .d, & dal medesimo in .p. nien fazo .b, e (per la decima ottaua del settimo) serà del .n. al .p. si come del .d. al .b, & per che cosi erano del .b. al .l. & del .k. al .m. (per la diffinitione è manifesto .a, & .b, essi simili che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 21.

20 Se de tre numeri continuamente proportionali el primo serà qua-
22 drato. Anchora il terzo è necessario esser quadrato.



Siano li tre numeri continuamente proportionali, a, b, c, & sia .a. quadrato dico che .c. e etiam quadrato. Perche sono (per la decima ottaua proposizione) .a. & .c. superficiali & simili essendo adunque .a. quadrato (per il presupposito) .c. serà etiam quadrato che è il proposito.

Theo-

Theorema. 20. Propositione. 22.

21 / 23 Se'l primo de quattro numeri continuamente proportionali, serà cubo, il quarto è necessario esser cubo.

Siano li quattro numeri continuamente proportionali. a. b. c. d. & sia. a. cubo. Dico che. d. è, anchora cubo perche è manifesto (per la vigesima) che. a. & .d. sono solidi simili, & perche. a. è cubo (per il presupposito. d. serà anchora cubo.



Theorema. 21. Propositione. 23.

22 / 24 Se de duoi numeri, di quali la proportione sia si come d'uno numero quadrato, a uno numero quadrato, uno serà quadrato, anchora l'altro è necessario essere quadrato.



Siano li duoi numeri, a, & b, in la proportione de duoi quadrati liquali siano, c. & .d. & sia. a. numer. b. quadrato. Dico lo restante esser quadrato, perche essendo. c. & .d. quadrati seguita quelle essere superficiali simili. Adonque (per la decimasettima) fra loro cade un medio in continua proportione, per laqual cosa (per la ottava) & fra. a. & .b. adonque (per la vigesima prima proposition è manifesto il proposito.

Theorema. 22. Propositione. 24.

23 / 25 Se de dui numeri di quali la proportione del l'uno a l'altro sia come de uno cubo a uno cubo & che l'uno de quelli sia cubo, Anchora l'altro è necessario esser cubo.



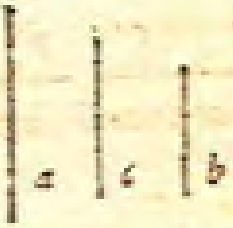
Siano li doi numeri. a. & .b. in la proportione di duoi numeri cubi liquali siano. c. & .d. & sia. a. numer. b. cubo. Dico lo rimanente esser cubo. Perche è necessario che. c. & .d. siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimanona) fra quegli cadeno dui numeri in continua proportione, tanti similmente (per la ottava) cadeno fra. a. & .b. adonque (per la vigesima seconda) è manifesto il proposito.



Theorema. 23 Propositione. 25.

24 / 26 La proportione dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, è si come la proportione de un numero quadrato a un numero quadrato.

Siano. a. & .b. superficiali simili dico che la proportione dell'uno all'altro è si come d'un numero quadrato a un numero quadrato perche (per la decimaottava) serà

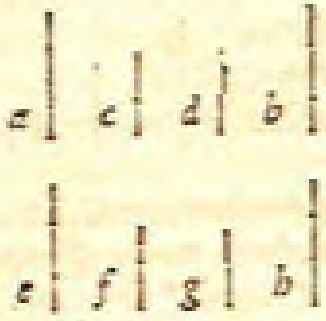


un numero medio in continua proportione qual sia .c. tolti adonque li tre minimi in la proportione de quilli ligiali siano .d. .e. .f. (per lo correlario della seconda) .d. & .f. seranno quadrati, & perche (per la equa proportionalità) del .a. al .b. e si come del .d. al .f. E manifesto esser vero quello che è proposto.

Theorema. 24. Propositione. 26.



25/27 La proportione dell'uno all'altro de duoi numeri solidi simili, e si come d'un cubo ad alcun cubo.



Siano .a. & .b. solidi simili. Dico che la proportione dell'uno all'altro e si come quella d'un cubo ad alcun altro cubo, certamente (per la decima nona propositione) sono fra quelli duoi numeri medii secondo la continua proportione ligiali siano .c. & .d. Siano li quatro minimi in la proportione de quelli .e. .f. .g. .h. di quali .e. & .h. seranno cubi (per lo correlario della seconda di questo) perche adonque (per la equa proportionalità) del .a. al .b. è si come del .e. al .h. al proposito è chiaro.

IL FINE DEL OTTAVO LIBRO.

LIBRO NONO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1/6 El numero paro è quello che puo esser diuiso in due parti equale.

Il Traduttore.



Icoma sono .2. 4. 6. 8. 10. 12. & altri simili che se pono di uidere in due parti equale senza rompere la unità. Questa & le sei seguente diffinitione nella seconda traduttione sono poste nel settimo libro come per li numeri appar.

Diffinitione. 2.

2/7 El numero dispari è quello che non puo esser diuiso in due parti equali, & soprananza il paro in la unità.

Il Traduttore.

La ultima parte de questa diffinitione ne admertisse qualmente la unità non sia con-

commenerata fra li numeri dispari quantunque la non possa esser divisa in due parte equale a tanto che lei non ha quella ultima condizione di sopranuenzare alcuno numero paro in una unità, per la qual cosa el numero ternario non è esser il primo & il minimo de tutti li numeri dispari.

Diffinitione. 3.

3/8 El numero parimente paro, e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte pare.

Il Tradottore.

Verbi gratia el. 32. numerato da quattro numeri pari cioe da. 2. dal. 4. da. 8. da. 16. & non d'altri & perche cadauno de detti numeri lo numerano per uolte pare cioe el. 2. lo numera. 16. uolte el qual. 16. è par paro & lo. 4. lo numera. 8. uolte, & lo. 8. lo numera. 4. uolte & lo. 16. due uolte perilche il detto. 32. è numero parimente paro perche tutti li numeri pari che lo numerano lo numerano per uolte pare il medesimo se trouerà esser. 64. e. 128. etiam. 16. 8. & 4. ideo &c.

Diffinitione. 4.

4/9 Lo numero parimente dispare e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. & altri simili che tutti li numeri pari che li numerano li numerano per uolte dispare. Verbi gratia il. 30. è numerato da tre numeri pari, cioe da. 2. da. 6. & da. 10. dal. 2. è numerato. 15. uolte & dal. 6. è numerato. 5. uolte & da. 10. 3. uolte liquali numeri de uolte per esser tutti dispare el detto. 30. serà detto numero parimente dispare, & questa specie di numeri nascono dal duplato de ogni numero dispare.

Diffinitione. 5.

6/10 El numero parimente & disparimente paro e quello che li numeri pari che lo numeranno, alcuni lo numeranno per uolte pare, & alcuni per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono. 24. 28. 36. 40. & altri simili, liquali sono numerati da alcuni numeri pari per uolte pare & da alcuni per uolte dispare, exempli gratia. 40. è numerato da. 2. da. 4. da. 10. da. 20. per uolte pare e poi è misurato da. 8. per uolte dispare. cioe per. 5. uolte perilche se dirà che. 40. è numero parimente, & disparimente paro & queste specie de numeri participano del numero parimente paro, & del numero parimente dispare.

Diffini-

Diffinitione. 6.

6 / 11 Lo numero diſparmente diſparo è quello che tutti li diſpari che lo numeranno, lo numeranno per uolte diſpare.

Il Tradottore.

Si come. 15. 21. 27. 33. 35. 39. 45. & altri ſimili che tutti li numeri diſpari che li numerano li numerano per uolte diſpare, eſempli gratia. 45. è numerato da quattro numeri diſpari (cioè da. 3. da. 5. da. 9. et da. 15.) per uolte diſpare (cioè da. 3. è numerato. 15. uolte & da. 5. nuoue uolte, & da. 9. 5. uolte, & da. 15. ere uolte) peralche ſarà detto numero diſparmente diſparo per la preſente diffinitione.

Diffinitione. 7.

7 / 23 Numero perfetto ſe adimanda quello che è equale a tutte le ſue parti delle quale è numerato.

Il Tradottore.

Si come ſono. 6. 28. 496. & altri ſimili che ſono equali a tutte le ſue parti che le numerano, eſempio le parti del. 6. ſono tre cioè la metà che è. 3. la terza che è. 2. la ſeſta che è. 1. le qual parte ſommate inſieme fanno appunto. 6. però il. 6. è numero perfetto per queſta diffinitione il medeſimo ſeguirà del. 28. & 496. ſe con diligentia troueraj tutte le ſue parti che li numerano & queſti tal numeri perfetti ſono più rari de ogni altra ſpecie di numeri, però che da uno inſino a cento non ſe ne troua altri che dui cioè. 6. & 28. & da 100. eſſendo gradatim per fin a. 1000. ſe troua ſolamente. 496. et da. 1000 per fina a. 10000. ſe troua ſolamente. 8128.

Diffinitione. 8.

8 / 0 Numero habondante è detto quello che è minore de tutte le ſue parte.

Il Tradottore.

Si come ſono. 12. 24. 36. 48. & altri ſimili che tutte le ſue parti gionte inſieme ſopraſtanzano il detto numero come appare in el. 12. el quale ha la metà (che è. 6.) ha la terza (che è. 4.) ha la quarta (che è. 3.) ma la ſeſta (che è. 2.) et ſimilmente ha la duodecima (che è. 1.) le qual parte gionte inſieme ſono appunto. 16. laqual ſomma per eſſer maggior del detto. 12. tal numero ſerà detto habondante il medeſimo ſe dirà delli altri ſimili.

Diffinitione. 9.

9 / 0 Et numero diminuto è detto quello che è maggiore de tutte le ſue parti.

Il Tra-

Il Traduttore.

Si come sono .8. 10. 14. 16. & altri simili che tutte le sue parti gionte insieme fo no minore del detto numero, cioe al contrario del numero habondante come appare in .8. elqual ha la mità (che e .4.) ha la quarta (ch'è .2.) e ha la ottava (che e .1.) lequal parti gionti insieme fanno apponto .7. laquale summa de parti e minora del detto .8. il medesimo si deue intendere in qualunque altro simile.

Theorema primo. Propositione prima.

1/1 Se seranno duoi numeri superficiali simili, quello che vien produtto dal dutto dell'uno in l'altro è necessario esser numero quadrato.

Siano, a, & b, superficiali simili della multiplicatione di quali pervenga, c. dico, c, esser numero quadrato, e per dimostrar questo sia dutto, a, in se & pervenga, d, (& per la decima ottava del settimo) serà del, d, al, c, si come del, a. al. b. & perche fra, a, & b, cade un mezzo secondo la continua proportionalità (per la decima settima del ottavo) seguita (per la ottava del medesimo) che anchora uno ne cada fra. d. & .c. adonque concioscia che, d. sia quadrato (per la vigesima prima del medesimo) serà, c, anchora quadrato, che è il proposito.

a — d
b — c

Theorema .2. Propositione .2.

2/2 Qualunque duoi numeri, che dalla multiplicatione di l'uno in l'altro si produca numero quadrato, sono superficiali simili.

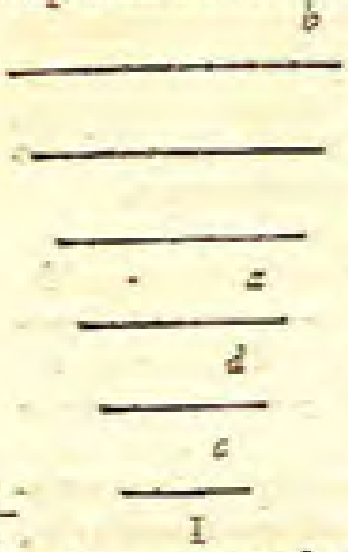
Questa è conversa della prima, cioe che se del, a, in b, sia fatto, c, & che, c, sia quadrato seranno, a, & b, superficiali simili. Hor sia .d. il dutto dal .a. in se e (per la decima ottava propositione del settimo libro) serà del, d, al, c, si come del, a, al, b, (per la decima settima propositione del ottavo libro) concioscia che, d, & c, siano superficiali simili (impero che sono ambiduoi quadrati) serà fra quelli uno numero medio secondo la continua proportione adonque (per la ottava propositione del medesimo) el ne serà anchora uno fra .a. & .b. adonque (per la decima ottava propositione del medesimo) a. & .b. sono superficiali simili, che è il proposito.

b — c
a — d

Corrolario.

2/0 Adonque per queste dimostrationi fatte è manifesto che se un numero quadrato sia dutto in un numero quadrato quello che da quegli

gli serà produtto è necessario essere quadrato. Ma se del dutto d'un quadrato in alcuno numero, sia producto numero quadrato, quello tale numero è necessario essere quadrato. Et anchora se del dutto d'uno numero quadrato in alcuno numero, non sia produtto numero quadrato, quel tal numero è necessario essere non quadrato. Ma se un numero quadrato sia dutto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli serà produtto è necessario esser non quadrato.



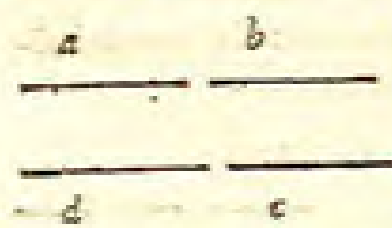
La prima parte de questo correlario è manifesta (per la premessa,) perche tutti li quadrati sono superficiali simili. La seconda è manifesta da questa, conciosia che solo il quadrato è simile al quadrato. La terza parte è manifesta dalla prima parte de esso correlario, per destruttione del consequente. Et la quarta è manifesta per la seconda parte del medesimo anchora per destruttione del consequente.

Theorema. 3. Propositione. 3.

Se un numero cubo sia dutto in se medesimo, quello che serà produtto da quello serà cubo.

3 / 3

Sia, a, numero cubo dal quale dutto in se sia fatto, b, dico, b, esser cubo perche essendo, c, il lato cubico de a. & dal, c, in se, sia fatto, d, è manifesto adonque che dal, c, in, d, sia fatto, a, sono adonque la unità, c, d, a, continuamente proportionali, la quale cosa (per la decima ottava propositione del settimo libro & per li presenti presupposti) è manifesto. Et perche dal. a. al. b. e si come dalla unità al. a. imperoche quante volte è la unità in. a. tante volte serà, a, in, b, siranno fra, a, & , b, duoi numeri medii secondo la proportionalità continua (per la ottava propositione dello ottavo libro) conciosia adonque che, a, sia cubo (dallo presupposito) serà anchora (per la vigesima prima del medesimo), b, cubo che bisognava dimostrare.



Theorema. 4. Propositione. 4.

4 / 4 Se un cubo sia dutto in un'altro cubo, quello che da tal multiplicatione serà produtto serà cubo.



Sian. a. & .b. cubi, et dal, a, in, b, sia fatto, c, dico, c, esser cubo, & per dimostrar tal cosa, sia dutto, a, in se medesimo e sia fatto, d, (per la precedente) el dutto, d, serà cubo, & (perche per la decima ottava propositione del settimo) è el, a, al, b, e si come dal, d, al, c, (per la vigesima quarta del ottavo) è manifesto, c, esser cubo che è il proposito.

Theo-

Theorema 5. Propositione.5.

5/5 Se uno numero cubo serà dutto in un'altro numero, & che lo produtto sia cubo, lo numero in elqual è stato dutto è necessario esser cubo.

Esempli gratia sia, a, numero cubo. e quel dutto nel numero, b, produchi. c. qual c, sia numero cubo. dico, b, esser cubo. Et per dimostrare questo sia fatto, d, dal dutto del, a, in se elqual (per la mente della precedente) serà cubo, perche adunque (per la decima ottaua propositione del settimo), a, al, b, e si come, d, al, c, & , a, e cubo & d, & e, sono cubi (per la 24. del ottauo libro), b, serà cubo che è il proposito.

Correlario.

5/0 Onde è manifesto che dal dutto di uno numero cubo in uno numero non cubo uien produtto numero non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che uien produtto da quelli serà non cubo, quel numero in elquale serà stato dutto è necessario esser non cubo.

c

b

a

La prima parte del correlario è manifesta per questa quinta dalla destruttione del consequente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del consequente.

Theorema.6. Propositione.6.

6/6 Se dal dutto de qualche numero in se medesimo sia produtto numero cubo el se approua quel numero necessariamente esser cubo.

Sia che dal, a, in se medesimo sia fatto, b, & sia, b, cubo. hor dico necessariamente, a, esser cubo. & per dimostrar questo sia fatto, c, dal, a, in, b, & (per la diffinitione), c, serà cubo, & perche è manifesto (dalla decima ottaua propositione del settimo) che sia del, a, al, b, si come del, b, al, c, & conciosia che, b, &, c, siano cubi, seguita (per la uigesima quarta propositione del ottauo libro), a, esser cubo che è il proposito.

c

a b

d

e

Theorema. 7. Propositione. 7.

7/7 Se un numero composito sia dutto in qual numero si uoglia, quello che da tal multiplicatione serà produtto serà solido.

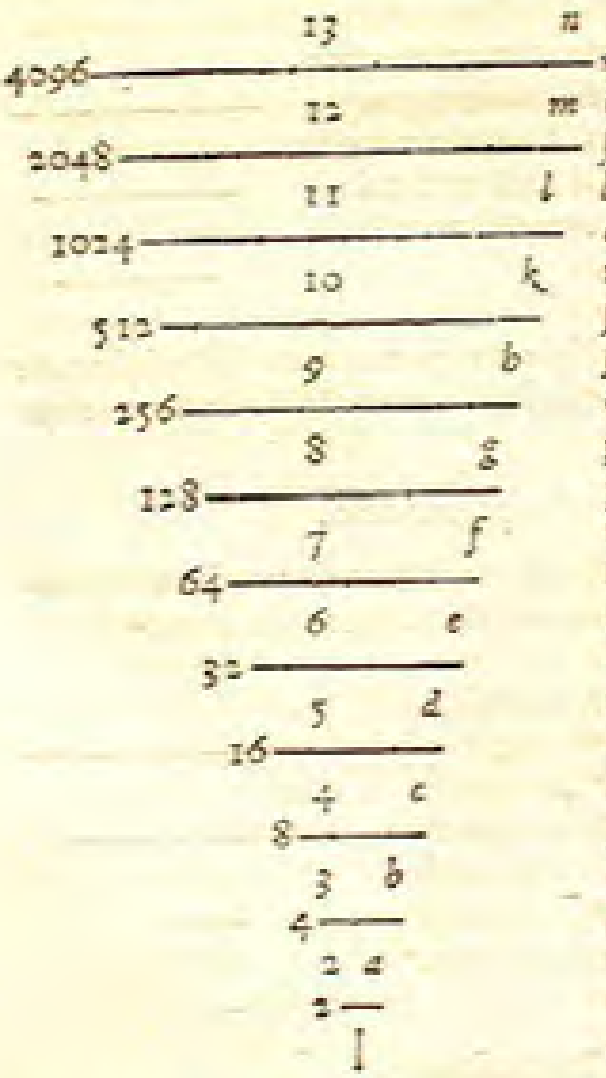
Sia, a, numero composito, elqual sia dutto in, b, & produca, c, dico, c, esser numero solido perche conciosia che, a, sia numero composito sarà numerato da alcun

numero

numero el qual sia, d, & numeri quello secondo, e, perche adonque dal, e, in, d, nien fatto, c, & dal, c, in, b, nien fatto, c, (per la diffinitione di solidi) serà, c, solido & li lati di quello seranno, e, d, b, che è il proposito.

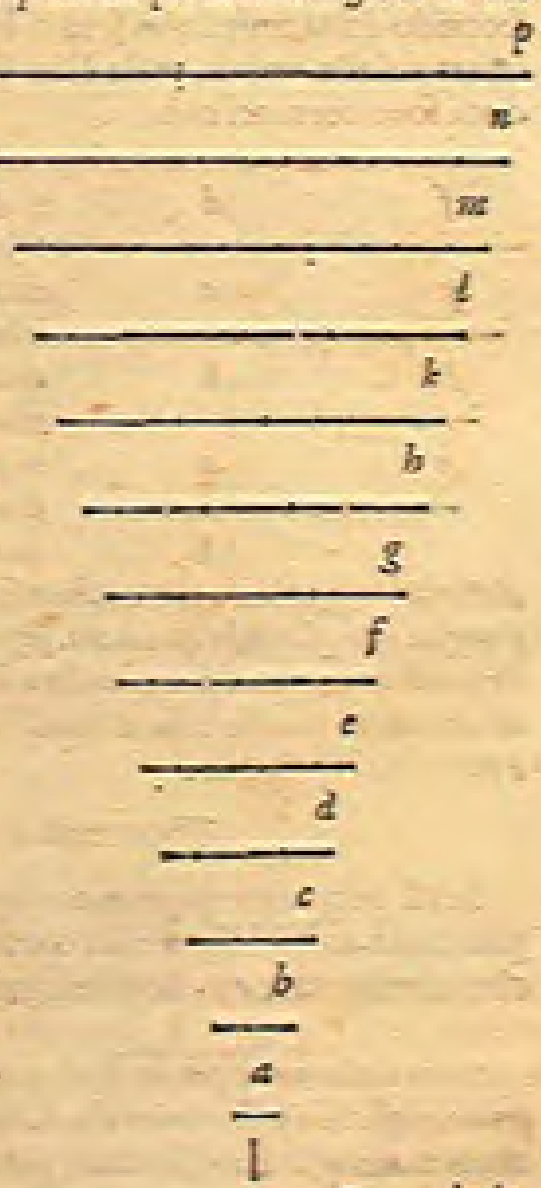
Theorema. 8. Propositione. 8.

8 8 Se seranno piu numeri dalla unità continuamente proportionali, el terzo della unità serà quadrato, e da li in dietro sempre intermesso uno, & il quarto dalla unità serà cubo, & da li in dietro sempre intermessi duoi & anchora il settimo dalla unità è quadrato cubico & da li in dietro sempre intermessi cinque seguitarà cõtinuamente quadrato cubico.



Sia no dalla unità, a, b, c, d, e, f, g, b, n. l. m. n. continuamente proportionali dico. b. esser quadrato et el. d. (interlassendo el. c.) et cosi li altri sempre interlassando uno, onde semplicemente tutti quelli che stanno in li luochi dispari sono quadrati, come el terzo el quinto, el settimo. Anchora dico. c. essere cubo & similmente. f. (cioe interlassando duoi) & cosi in tutti li altri, & ogni uno semplicemente e cubo, el luoco del quale soprabonda della unità per il ternario, ouero qual si voglia multiplice de esso ternario, sopra la unità come sono, el quarto, el settimo, el decimo, el terzo decimo & il sestodecimo, perche in questi conuengono tutti quelli, che interlassano li duoi. Et anchora dico, f, dalla unità, settimo, essere quadrato cubico. Perche et similmente sie intermessi. cuero interlassadi cinque numeri. Il medesimo seguita nelli altri & semplicemente dico quello el luocho del quale soprabonda dalla unità per el numero senario (ouero per qual si voglia multiplice di esso senario) come sono el settimo el terzo decimo, el decimo nono, & el vigesimo quinto, esser quadrato cubico, egli e quadrato perche el loco de quello è dispari, & cubo perche sopra el multiplice del ternario auanza la unità certamente tutti li multiplici del senario è necessario esser anchora multiplice del ternario. Et tutte queste cose che son state proposte se manifestano in questo modo. perche (dal presupposito) .a. e in .b. quante volte e la unità in .a. adon-

a. adonque. b. (per la diffinitione) è quadrato, perche adonque, b, c, d, sono continuamente proportionali essendo, b, quadrato è manifesto (per la decima ottava propositione, overo vigesima prima del ottavo libro) d. essere quadrato & per la medesima ragione, f, perche, d, e, f, sono continuamente proportionali & .d. è quadrato el medesimo in tutti li altri dall'uno intermesso, adonque el primo proposito è manifesto. El secondo cosi se manifesta essendo, b, in, c, quante volte è, a, in, b, (dal presuppposto) seguita (per la diffinitione) che dal, a, in el suo quadrato, b, sia fatto, c, adonque (per la diffinitione de numeri cubi), c, è cubo, & perche, c, d, e, f, sono continuamente proportionali, & similmente, f, g, h, k, & c, è cubo è necessario (per la vigesima & vigesima seconda propositione del ottavo libro) che, f, anchora sia cubo e pero etiam. K. & el medesimo in tutti li altri da duoi interlassadi, per laqual cosa è manifesto el secondo proposito. Et perche in el settimo termine, f, & in el terziodecimo n. & li altri interlassando li cinque medii & simplicemente in tutti quelli diquali el luoco sopra qual si voglia molteplice del senario aggionge la unità le computationi sono terminate de quadrati & de cubi. de quadrati per la intermissione di uno terzine de cubi per la intermissione de doi seguita adonque quelli esser quadrati (per la prima parte de questa) & cubici (per la seconda) per laqual cosa le dette computationi sono terminati di quadrato cubico Adonque tutto quello che è detto è manifesto.



Theorema. 9. Propositione. 9.

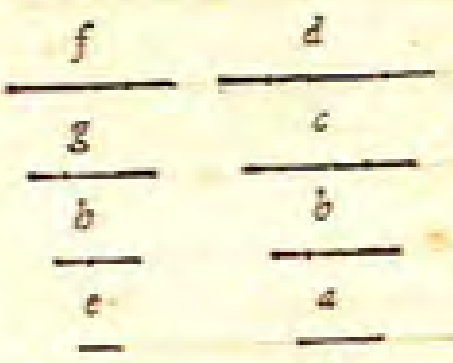
9 9 Se dalla unità seran disposti quanti numeri si vogliano di continua proportionalità, se quello che seguita la unità sarà quadrato, tutti li altri anchora saranno quadrati: & se quello che seguita la unità sarà cubo, tutti li altri anchora saranno cubi.

Siano quelli medesimi per ananti posti dalla mità continuamente proportionali. & sia, a, quadrato, dico tutti li altri essere quadrati, ouer se el medesimo sarà cubo similmente, dico tutti li altri essere cubi, perche egliè manifesto, b, esser quadrato (per la precedente) perche adonque del. a. al. b. e si come del, b, al, c, (per la vigesima prima dell'ottavo) seguita, c, esser quadrato, el medesimo anchora (per la de-

La decimaottaua & vigesimaprima del medemo) tu puoi arguire, dellj seguenti il medemo, & per il medemo modo per la qual cosa è manifesto el primo proposito, & lo secondo se manifesta in questo modo, ouer ciosia che, b, sia fatto del, a, in se medesimo, se, a, sarà cubo esso anchora (per la terza sarà cubo) et (per la premessa) e manifesto. c. esser cubo, adonque (per la vigesimaquarta del ottauo) tu approuarai. d. & tutti li altri seguenti essere cubi, perche è del, c, al, b, si come del, c, al, d, el medesimo anchora tu puoi arguire (per la vigesima ouer vigesimaseconda del medesimo) perche, a, b, c, d, & b, c, d, e, & tolti cadauno a quatro continuamente, sono continuamente proportionali.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10 10 Se dalla unità saranno dispositi quanti si vogliano numeri de continua proportionalità, se quello che seguita la unità non sarà quadrato, alcuno delli altri non sarà quadrato, eccetto el terzo dalla unità, & da quelli che da li in dietro da uno intermesso si trouano quadrati. & se el secondo dalla unità non serà cubo niuno delli altri sarà cubo eccetto el quarto dalla unità, et da li in dietro quelli che dalla intermission de duoi sono formati cubi.



Questa (dal opposito subietto della precedente) introduse la parte della opposita passione, & dico parte, perche dalla ottaua è manifesto tutti li luochi dispari esser quadrati, & tutti quelli di quali el luoco sopra el ternario, ouer qual si voglia multiplice di quello auanza la unità esser cubi, siano adonque quelli medesimi per ouuia posti continuamente proportionali, & non sia. d. quadrato, ne etiam cubo. hor dico che de tutti li altri niuno e quadrato ouero cubico se nō quelli che propone la ottaua, perche qual si voglia altro sia posto quadrato, seguita (per la vigesimaterzia dell'ottauo) a. esser quadrato, & qual si voglia altro sia posto cubo, seguita (per la vigesimaquarta del medesimo) a. esser cubo, di quali l'uno e l'altro è contra al presupposito, adōque è manifesto el proposito.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 12 Se alcuno numero primo numerarà l'ultimo de quanti numeri si voglia dalla unità dispositi di continua proportionalità, e necessario anchora numerare quello che seguita la unità.

Siano dalla unità per fin al, d, continuamente proportionali, & sia, e, numero primo, el qual sia posto numerare, d, dico che el medesimo, e, numerarà, a, perche se non lo numera sarà, a, esso primo (per la trigesimaquarta del settimo libro) e perche

che dal,a,in se sien fatto,b. seguita (per la xigesima ottava del medesimo libro) che esso anchora sia primo al,b, & (per la xigesima settima del medesimo) seguita quello essere primo al, c, & al, d, impero che da,a,in,b,sien fatto,e,et dal medesimo in,e,sien fatto,d,adoque qual non numera.d, essendo primo a esso, d,per la qual cosa accade el contrario del presuppo sto. A demostrare el medesimo altramente, essendo, e,primo se'l nõ numera, a,serà primo a esso(per la xigesima quarta del settimo) adonque(per la xigesima quinta del medesimo) seranno minimi in la sua proportione. ma perche,e, (dal presuppoſto)numera,d, sia che lo numeri secondo ,f, veramente è manifesto che dal, a,in,e,sien fatto,d,(per la seconda parte del la xigesima del settimo)serà del,a,al,e,si come del,f, al, e,per la qual cosa(per la xigesima seconda del medesimo),e,numerarà,c, & sia che'l lo numeri secondo,g, & perche dal,a, in,b,sien fatto, c,seguita anchora(per le medesime & per el medesimo modo che el medesimo,e,numeri,el,b,hor sia adonque che lo numeri secondo,b,et perche un'altra volta dal,a,in se sien fatto,b,un'altra volta è necessario (per le medesime propositioni)che el detto ,e, numeri esso,a,& gia è stato ſuppoſto che'l non lo numeri adonque seguita lo impoſſibile.

g	d
b	c
k	b
e	a
—	I
f	
f	d
g	c
b	b
e	a
—	I

Theorema.12. Propositione. 12.

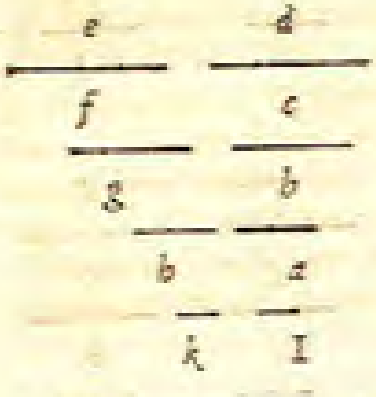
11 12 In li numeri della unità continuamente proporcionali el minore numerarà el maggiore secondo alcuno numero disposto in quella proportionalità.

Sieno termini dalla unità per fin al, f, continuamente proportionali dico non de esſe poter numerare, f, se non secondo alcun delli altri,perche egliè manifesto che,e,numera esso,f,secondo,a, perche dal,e,al,f,e si come della unità al,a,& ,d, numera el medemo,f,secondo,b,perche(per la equa proportionalità)el,d,el,f, e si come la unità al, b,del,c,anchora è manifesto per el medesimo modo che numeri quello secondo se medesimo. permutatamẽte,anchora,a,numera esso,f,secondo,e, imperoche si come la unità al,e,cosi è,a, al,f,et, b,lo numera secondo,d,perche si come la unità al,d,cosi e,b,al,f,vero è adonque quello che è stato proposto. Certamente cascadun termine che se prepona numerare l'ultimo de quãti termini serà sotto l'ultimo el se conuẽne (per la equa proportionalità,& per la diffinitione)numerare quello per el numero de quel termine,che per altri tanti termini serà sopra alla unità.

f
e
d
c
b
a
I

Theorema. 13. Propositione. 13.

13 / 13 Se quello numero che seguita la unità, de quanti numeri si voglia dalla unità continuamente proportionali, serà numero primo, niuno numero numerarà el massimo de quelli se non de numeri disposti in quella proportionalità.

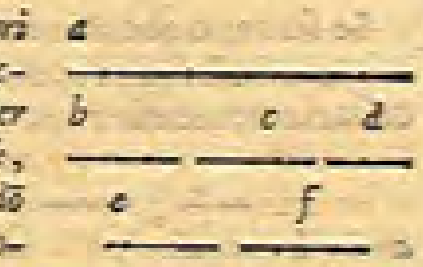


Siano come per ananti li medesimi termini continuamente proportionali dalla unità per fina al, d, et sia, a, numero primo. dico che niuno numero non numerarà l'ultimo ne semplicemente alcuno de quelli salvo alcuno de quelli che antecede l'ultimo, overo quello che sia sta posto esser numerato perche se possibile fusse esser altramente (per l'adversario) poniamo che sia, e, diverso da quegli che numera el, d, el qual, e, se serà primo (per la undecima numerarà, a,) adonque, a, non è primo che contra il presupposito. Ma se esso serà composito è necessario (per la trigesima seconda del settimo) che alcun numero primo numeri quello elqual non pool esser niuno altro salvo, a, perche se egli è altro che, a, (per l'adversario) come seria a dire, f, & conciosia che'l sia necessario quello numerar. d. se arguirà, el medesimo numerar, a, (per la undecima) e così ancora, a, non seria primo. adonque, e, e primo numerante, e, ma perche e, numera, d, sia che'l lo numeri secondo, g, & (per la seconda parte della trigesima del settimo libro) serà, a, al, e, si come, g, al, c, (perche, d, vien fatto dal, a, in, c,) per laqual cosa, a, numerando, c, & g, numerar. c. & sia che'l lo numeri secondo. b. & seguita che, a, numeri, g, per quelle ragioni, per lequale seguitava che numerava, e, altramente se, g, e primo numerādo, c, seguita (per la undecima) esso numerar, c, et se gli è composito (per la medesima) seguita el numero primo numerante, g, numerare etiam a. che è inconveniente. Adonque. a. numera quello seguita adonque (per la seconda parte della trigesima del settimo) che, b, numeri ancora, b, imperoche è manifesto, c, esser producto dal, a, in, b, come del, g, in, b, adonque esso, b, numeri esso, b, secondo. k. Et è manifesto (come per ananti del, g,) che. a, numeri, b, perche se non lo numera non sera, a, primo. Adonque (per la seconda parte della trigesima prima del settimo) seguita che. k, numeri. a. perche, b, è fatto si dal, a, in se medesimo come del, b, in, k, & è manifesto, k, non esser, a, perche niuno di numeri. g. b. k. e alcuno delli. a. b. c. d. perche se, g, fusse alcun de quelli, conciosia che esso numeri, d, secondo, e, seria (per la precedente) ancora, e, alcuno de quegli & quel non era dal presuppositio, adonque ne etiam el, g, ne serà, similmente conciosia che, b, numeri, c, secondo, g, non serà, b, alcun di, a, b, c, perche el ne seria (per la precedente) etiam, g, & è stato dimostrato qualmente el non è. Adonque per la medesima ragione ne, b, ne, k, conciosia che esso numeri, b, secondo, b, se quel fusse, a, se commenceria (per la precedente) ancora, b, esser, a, & gia non era ne. k.

ne, k, adonque serà, a, & numera quello adonque, a, non è primo laqualcosa è impossibile. A demostrare il medesimo altramente se, e, diverso da, a, b, c, dinumera, d, sia che'l lo numeri secondo, f, & perche, a, numero primo numera, d, produtto dal, e, in, f, seguita per la trigesima quinta del settimo, che quel numero, e, contro, f, numeri adonque, e, perche adonque si del, a, in, c, come del, e, in f, vien fatto, d, per la seconda parte della nigesima del settimo, serà del, a, al, e, si come del, f, al, c, adõque, f, numera, e, sia che, f, lo numeri secondo, g, & per la trigesima quinta del settimo serà anchora che, a, numeri, f, over, g, & sia che numeri, f, & seguita, per la seconda parte della nigesima del medesimo che, g, numeri, b, & sia che lo numeri secondo, b, come per avanti adonque, a, numerarà, g, over, b, & sia che numeri, g, adonque, b, per la seconda parte della nigesima prima del settimo numerarà, a, adõque se, b, non è equale al, a, adonque, a, non serà primo, che è contra il presupposito. Ma se la serà equale al, a, ciascaduno, di numeri, g, f, e, seran alcuno di, a, b, c, d, per la precedente, poi a quante volte bisogna. Adonque, e, non è diverso da quelli laqualcosa è anchora contra al presupposito, per tanto è manifesto esser el vero quello ch'è sia proposto.

Theorema. 14. Propositione. 14.

14/14 Se serà proposto el minimo numero, numerato da più numeri primi assignati, niun'altro numero primo, numerarà quello eccetto, che quelli assignati.



Sia, a, el minimo numero numerato dalli numeri primi, che sono, b, c, d. Dico che altro numero primo, eccetto che quelli non numerarà, a, & se possibil fusse per l'adversario che un'altro numero primo lo numerasse, poniamo che sia, e, elquale numeri quello secondo, f, adõque perche ciascaduno di numeri, b, c, d, numera, a, produtto de, e, in, f, & ciascaduno de quelli è primo, seguita (per la trigesimaquinta propositione del settimo libro,) che ciascaduno de quelli numeri, e, contro, f, ma perche assumo numera, e, concioscia che egli è primo, adonque ciascaduno di quelli numera, f, concioscia adonque che, f, sia minore de, a, (perche lui numera quello secondo, e,) a non sarà el minimo numerato da quelli, laqualcosa è incommeniente.

Theorema. 15. Propositione. 15.

15/0 Se quanti numeri si voglia, continuamente proportionali, seranno li minimi secondo la sua proportione, ciascuno numero, che numeri alcuno de quelli, sarà commensurabile a l'altro di termini di quella proportione.

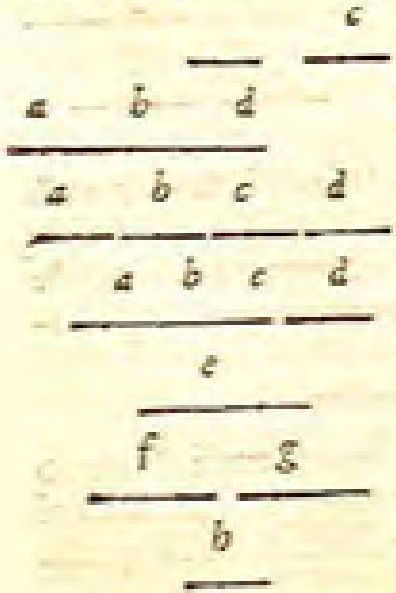
Se siano, a, b, c, d, e, continuamente proportionali, & li minimi secondo la proportione de, f, al, g, liquali siano pur in la sua proportione minimi, & essendo posto, b,



numerare.c. dico che.b. è commensurabile al .f. ouero al.g. perche essendo tolti li quattro minimi in quella proportione, liquali siano.k.l.m. essa è manifesto (per la seconda propositione dello ottauo libro) che dallo.f.in.m. siene fatto.c, altramente, accaderia essere uno minore del minimo, laqual cosa essere non può. adonque (per il correlario della trigesimaquinta propositione del settimo libro) b. sarà commensurabile allo.f, ouero allo.m, ma se sarà commensurabile allo.f, è manifesto el proposito, ma se sarà commensurabile allo.m, siano tolti tre termini minimi in quella proportione, liquali siano.p.q.r. & (per la seconda propositione dello ottauo libro) sarà che.m. sia fatto de.f.in.r. accio che non siamo constretti a conceder essere alcuno minore del minimo, per laqual cosa (per il predetto correlario.) b. è commensurabile allo.f. ouero allo.r. ma perche non era commensurabile allo.f. perche essendo cosi si manifestaua il proposito, adonque è commensurabile allo.r. elquale per essere fatto (per la seconda propositione dello ottauo libro) dal.g. in se seguita (per il detto correlario) che b. sia commensurabile al.g. che è il proposito.
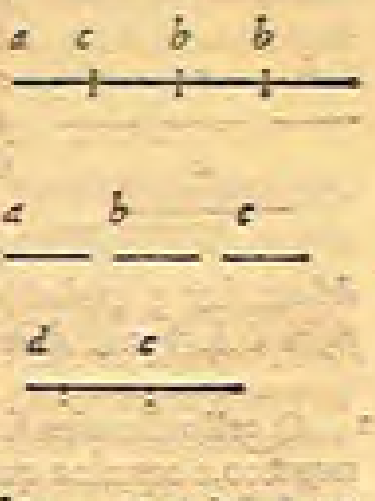
Theorema.16. Propositione.16.

16/15 Se seranno quanti numeri si voglia continuamente proportionali, minimi in la sua proportione, qual si uoglia di quelli, se approua necessariamente essere primo al composito delli rimanenti.

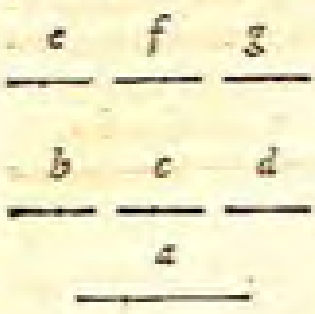


Siano,a,b,c,d, continuamente proportionali, & minimi, dico che el composito de,a,b,c, essere primo al .d. perche se l non sarà primo (per l'aduersario) alcuno numero numerarà el detto composito de. a.b.c. & d. elqual sia.e. per la precedente propositione) adonque, e, sarà communicante a uno de dui termini di quella proportione, liquali siano.f. & g. adonque sarà alcuno numero numerante.e. & l'uno delli detti dui termini. f. g. elquale sia. b. perche adonque b numera.e. e numerarà.d. & el composito de.a.b.c. & perche numera.f. ouero.g. l'uno & l'altro de quali numera l'uno et l'altro di dui termini di mezzo, & semplicemente tutti se seranno, piu de dui (per la seconda dell'ottauo) segueta che esso numeri.b. & c. adonque numera ancor.a. gche numera tutto.a.b.c. adonq; a. & .d. nō sono contra se primi, laqual cosa non è conueniente (per la terza dell'ottauo) similmente anchora si manifestarà el composito de,a,b,d, esser primo al,c, perche se (come

me per auanti,) e, li numera ambidui seguita (per la precedente) che alcun numero, el qual sia anchora .b. numero .e. & l'un di loro .f. g. adonque .b. numera .e. & tutto .a. b. d. & essi .b. (conciosia che l'uno e l'altra radice numera tutti li termini di mezzo, adonque numera etiam il composito de .a. & .d. & perche necessariamẽte numera l'un di dui .a. over .d. conciosia che (per la precedente lui numera o l'uno o l'altro di dui termini .f. over .g.) numerarà il rimanente. Adonque .a. & .d. non sono contra se primi & così sera al medesimo incominciamento come per auanti. Ma alcuni demostrano il medesimo de tre quantità continuamente proportionale, & minime senza assio della precedente, perche approuano el composito de qualunque dui esser primo al rimanente. Siano adonque li tre numeri continuamente proportionali, & termini .a. b. c. li termini di quali sieno .d. et .e. Dico al presente che el composito del .a. & .b. esser primo al .c. & el composito de .b. et .c. esser primo al .a. e anchora il composito del .a. & .c. esser primo al .b. perche egli e manifesto (per la seconda propositione del ottauo) che dal .d. in se stesso fatto .a. & del detto del medesimo in .e. sia fatto .b. & dal .e. in se stesso fatto .c. & (per la trigesima terza del settimo) e manifesto che .d. & .e. sono contra se primi adonque (per la prima parte della trigesima prima del medesimo) tutto .d.e. sera primo all'uno, e l'altro de quelli perche adonque l'uno, e l'altro di dui numeri .d. & .d.e. e primo al .e. & (per la trigesima settima del medesimo) quello che sé producto dal .d. in .d.e. (et quello e il composito de .a. & .b. per la .5. delle seguente) sera primo al .e. seguita adonque (per la trigesima ottaua del medesimo) che anchora il composito de .a. & .b. sia primo al .c. perche .c. stato fatto dal .e. in se. Anchora con simil demostratione se approuera il composito de .b. & .c. esser primo al .a. Ma che il composito de .a. & .c. sia primo al .b. se demostra in questo modo. Conciosia che l'un, e l'altro di dui numeri .d. & .e. sia primo a tutto el .d.e. (per la trigesima settima del .7.) sera che quello che sara producto del .d. in .e. (el quale e .b.) esser primo al .d.e. adonque (per la trigesima ottaua del medesimo) quello che peruen dal .d.e. in se el quale (per la quarta del secondo per la .6. delle seguente) e tanto quanto el composito del .a. & .c. et del doppio del .b. sera primo al .b. Seguita adonque el composito de .a. & .c. esser primo al .b. perche egli e necessario che el composto de dui termini è primo a uno di quelli dalli quali è composto, sia primo al residuo, essẽdo li componenti fra loro e questo è stato demostrato sopra la trigesima prima del settimo. Ma bisogna stabilire a fortificatione de questa demostratione el composito del .a. & .b. esser producto del .d. in el composito del .d. & .e. supposto che dal .d. in se sia fatto .a. & dal medesimo in .e. sia fatto .b. & anchora che dal .d.e. in se sia producto il composito del .a. & .c. & del doppio del .b. supposto quello che per auanti, etiam che dal .e. in se sia fatto .c. Adonque per rispetto de questo proponemo da demostrare le soprascritte.



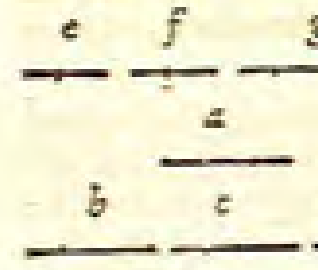
1 Quello che uien fatto dal dutto de uno numero in quanti numeri si uoglia è tanto quanto quello che uiene fatto del medesimo in el composito di quelli.



Il medesimo propone la prima del secondo de linee.Imperò sia che dal.a.in.b. & in.c. & in.d.peruenga.e. & .f. & .g. Dico che dal.a.in el composito de.b. & .c. & .d.perueni il composito de.e. & .f. & .g. perche el seguita (per la conuersione de quello numero, che sia multiplicado) che tal parte sia.b.del.e. & tal.a.c.del.f. eriam tal.a.d.del.g. quala è la unità del.a. (per la quinta del settimo) adonque tal parte anchora sera il composito de.b. & .c. & .d. del composito del.e.et.f. & .g. quala è la unità del.a. adonque (per la diffinitione) dal.a.in el composito de.b. & .c. & .d. uien fatto il composito de.e. & .f. & .g. che è il proposito.

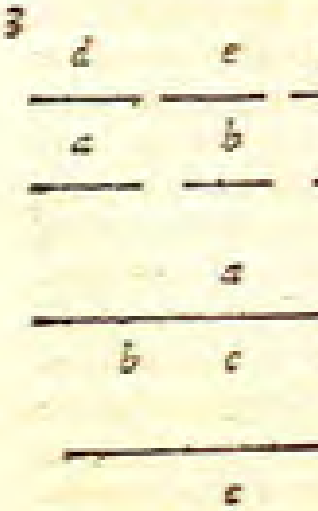
2 Quello che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglian in uno numero, è equale a quello che uiene fatto dal composito de quelli, in el medesimo.

Questo è il conuerso modo de quello che è stato demostrato.



Come se dal.b. & .c.et d. in.a. sien fatti.e.et.f. & .g. el composito anchora uien fatto dal composito in quel medesimo. La qual cosa (per quello che demostrato dalla decima settima propositione del settimo libro) uien con elso facilmente el proposito.

3 Quel produtto che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglia in quanti altri si uoglia, è equale a quello che uien fatto dal composito de quelli in el composito de quelli.



Come se.a. b.c. multiplichino.d.e.f. cioe cadauno de loro in cadauno de quelli & siano agonti li produtti insieme dico lo aggregato dalli produtti, esser equale al produtto del composito de.a. & .b. & .c. in el composito de.d. & .e. & .f. perche (per la precedente) il produtto che uien fatto dal composito de. a. b. c. in. d. è quanto quello che uien fatto a uno per uno in esso .d. & cosi in .e. & in.f. & del composito de questi. a.b.c. in cadauno de quelli.d.e.f. (per quanti la precedente) fa quanto che del composito in el composito. Adonque è manifesto il proposito.

4 Diuiso che sia un numero in quanti parti si uoglia, tanto serà quel pro-

prodotto che uien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quello che uien fatto de quello in tutte le sue parti.

Il medesimo propone la. 2. del secondo de linee come se. a. fosse diuiso in. b. & c. & d. dico che tanto uien fatto dal. a. in se quanto in tutti quelli. b. c. d. perche posto. e. equale al. a. è manifesto (per la prima di queste incidente) tanto esser fatto del. e. in. a. quanto in tutte le parti de. a. Ma (per la concettione) del. e. in. a. uien fatto quanto del. a. in se & del. e. in se parti de. a. quanto del. a. in el medesimo. e. adonque è manifesto esser il uero quello ch'e stà detto.

5 D'ogni numero diuiso in duoi: quel prodotto che uien fatto del tutto, in l'uno di dividenti, è tanto quanto quello che uien fatto del medesimo diuidenti in se, & in l'altro.



Il medesimo propone de linee la terza del secondo in linee essempli gratia, Sia. a. diuiso in. b. & c. dico prouerse tanto del. a. in. c. quanto che del. c. in se & in. b. perche quello che uien fatto del. a. in. c. è quanto quello che uien fatto del. c. in. a. (per la decima settima del settimo) adonque tolto. d. equal al. c. serà tanto del. a. in. c. quanto del. d. in. a. Ma (per la prima di queste) tanto è del. d. in a. quanto che in. b. & c. perche adonque. d. in. a. & in. b. & in. c. è quanto. c. in. a. & in. b. & in se per la equalità del. c. & de. d. è manifesto il proposito.

6 D'ogni numero in duoi diuiso lo prodotto che uien fatto del tutto del tutto in se è quanto quello che uien fatto del tutto dell'uno e l'altro di dividenti in se, & dell'uno de quelli, due volte in l'altro.

Il medesmo in linee propone la quarta del secondo, come se. a. sia diuiso in. b. & c. dico tanto essere fatto del. a. in se quanto del. b. in se & del. c. in se & del. b. due volte in. c. perche (per la quarta de queste) quello che uien fatto dal. a. in se è quanto quello che uien fatto de quel medesimo in. b. & in. c. ma quello che è fatto di quello in. b. (per la precedente) è quanto quello del. b. in se & in. c. & del. a. in. c. (per la medesima) e quanto del. c. in se & in. b. & perche del. c. in. b. e tanto quanto del. b. in. c. (per la decima settima del settimo) le chiaro esser el uero quello che se propone.



7 D'ogni numero diuiso in due parti equale, & in due inequale lo prodotto che uien fatto della maggiore delle inequale in la minor, con lo quadrato dello intermedio è equale al quadrato della mitade del tutto.



Questo medesimo de linee propone la quinta del secondo, come se. a. b. sia diuiso in dui numeri equali liquali siano. a. c. & c. b. & anchora in dui inequali diquali il mag-

il maggiore sia,a,d,& minore,d,b. Dico che quel produtto che vien fatto de tutto.
a, d, in, d, b, cioè il quadrato de,c,d, è equale al quadrato de,c,b. Perche (per la precedente) il quadrato de,c,b, è equale al quadrato de, c,d, e al quadrato de,d,b, & a quelle che vien fatto del,b,d,in,c,d, due volte. Ma il ducto del,b,d, in se medesimo,e in,c,d, (per la prima propositione de queste) fa tanto quanto el ducto di quelmo,c in,c,d, (per la prima propositione de queste) fa tanto quanto el ducto di quello medesimo in,c,b, e pero quanto che in,a,c, adonque del,b,d, in se & in, c, d, due volte fa tanto quanto del medesimo,b,d,in,a,c,d, (per la medesima) adonque el quadrato de,c,b, supera quello che vien fatto del b,d,in,a,d,in el quadrato de,c,d, per ilche è manifesto il proposito.

8 Quando serà un numero diuiso in due parti equali, & che a quello serà aggiunto uno altro numero, lo produtto che uien fatto dello ducto de tutto il compolito, in lo numero aggiunto, con il quadrato della mitade, equale al quadrato della mitá, dello aggionto insieme.



Questo medesimo de linee propone la sesta del secondo hor sia il numero,a,b, diuiso in due numeri equali in,c, sia no, a,c, & c,b, & sia aggionto a quello il numero, b, d, dico quello produtto che vien fatto de tutto.a.d.in.a.b.cioè il quadrato de,c,b, esser equale al quadrato de, c, d, (per la sesta propositione de queste) el quadrato di, c, d, è equale al quadrato de, d, b, & al quadrato de, b, c, & a quello che vien fatto de, b, d, due volte in, b, c, ma (per la prima de queste) del, b, d, in se & in, b, c, due volte è quanto del, b, d, in, d, a, (perche, a, c, & c, b, sono equali) adonque il quadrato de,c,d, supera quel produtto che vien fatto del,b,d,in,d,a, in el quadrato de,c,b, che è il proposito.

9 Quando uno numero sia diuiso in duoi numeri quel produtto che uien fatto, del tutto in se insieme con quello che uien fatto dell'uno di dividenti se è equale a quello che uien fatto del tutto in el medesimo due volte insieme, con quello che uien fatto dall'altro dividenti in se.



El medesimo propone la settima del secondo de linee, perche se sia il numero diuiso in, b, & ,d. Dico lo quadrato de,a, con lo quadrato del,d, esser tanto quanto quello che vien fatto dal, a, in, d, due volte con lo quadrato del,b, perche egliè manifesto (per la sesta propositione de queste) che'l quadrato de, a,e, tanto quanto il quadrato de,d, & il quadrato de,b, & quello che vien fatto del,d, due volte in. b. Adonque il quadrato de. a. con il quadrato de, d, e tanto quanto quel che vien fatto del,d, due volte in se & due volte in,b, con il quadrato de, b. Ma quello che vien fatto del, d, due volte in se & due volte in. b. e quanto quello del,d, due volte in, a, (per la prima de queste) adonque quello che vien fatto del,d, due volte in, a, con il quadrato de,b, e quanto il quadrato de,a, con il quadrato de,d, per le quale cosa è manifesto il proposito.

Quando

10 Quando uno numero serà diuiso in duoi parti, & a quello sia aggiunto un numero equale a uno di diuidenti, el quadrato de tutto il composto è equale al quadruplo de quello che uien fatto del primo in lo aggiunto con il quadrato dell'altro.



Questo medesmo propone la ottaua del secondo de linee hor sia il numero, a, b, diuiso in, a, c, & c, b, al qual sia aggionto, b, d, el qual sia posto equale al, c, b, dico il quadrato de, a, d, esser tanto quanto è quello che uien fatto dal, a, b, in, b, d, quattro volte giunto con il quadrato de, a, c. impero che (per la sesta propositione de questo) il quadrato de, a, d, è equale al quadrato de. a. b. & al quadrato de, b, d, & a quello che uien fatto del, a, b, in b, d, due volte, et perche il quadrato de, b, d, è equale al quadrato de, b, c. serà il quadrato de, a, d, equale al quadrato de, a, b, & al quadrato de, c, b, & a quello che uiē fatto dal, a, b, in, b, d, due volte, ma (per la precedente) il quadrato de, c, b, con il quadrato de, c, b, è tanto quanto il quadrato de, a, c, con quello che uien fatto dal. a. b. due volte. in. b, c. adonque il quadrato de, a, d, è tanto quanto quello che uien fatto del, a, b, in, b, d, due volte & dal, a, b, in, b, c, due volte con il quadrato de, a, c, et perche del, a, b, in, b, c, fa tanto quanto in, b, d, è manifesto esser il vero quello che fuzo proposto.

11 Quando un numero serà diuiso in due parti equali & in due inequale, li quadrati de ambedue le inequale tolti insieme sono il doppio del quadrato della mità, & del quadrato de quello che se intende dalla parte inequale alla equale tolti insieme,



Questo medesmo propone le noua del secondo de li uce. hor sia il numero. a. b. diuiso in duoi numeri equale (li quali siano, a, c, & c, b,) & in duoi inequali, li quali siano, a, d, & d, b, dico che li quadrati di duoi numeri, a, d, & b, d, tolti insieme, sono el doppio delli duoi quadrati delli duoi numeri. a. c. & c. d. tolti insieme, perche (per la sesta di questo) il quadrato de, a, d, e quanto il quadrato de, a, c, & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che uien fatto de, a, c, in, c. d. ma perche. a. c. è equale al. c. b. serà il quadrato de. a. d. quanto il quadrato de. b. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che uien fatto dal. b. c. in. c. d. Adonque il quadrato de. a. d. con il quadrato de. b. d. sono quanto il quadrato de. b. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che fatto dal. b. c. in c. d. & il quadrato de. b. d. ma il doppio di quello che uiē fatto dal. b. c. in. c. d. con il quadrato de. b. d. è equale al quadrato de. b. c. & al quadrato de. c. d. (per la nona de questo) adonque li quadrati delli duoi numeri. a. d. & . d. b. sono quanto li quadrati delli duoi numeri. b. c. & c. d. duplicati, & perche. b. c. & c. a. sono equali è manifesto il proposito.

12 Quando un numero serà diuiso in due parti equali & che a quello ne sia aggiunto un altro, El quadrato de tutto il composto cō il quadrato del-

to del-

to dello aggionto, sono doppij al quadrato della mità de quello, con il quadrato del compolito, della mità, & dello aggionto.



El medesimo propone la decima del secondo de lime. Hor sia il numero. a. b. diuiso in le due parti equale a. c. & c. b. & sia aggionto a quello il numero. b. d. Dico il quadrato de. a. d. con il quadrato de. b. d. esser doppio al quadrato de. a. c. insieme con il quadrato de. c. d. perche essendo il numero. c. d. diuiso in due parti & a quel e aggionto. a. c. equal a uno de diuider, (per la decima de questo) sera il quadrato de. a. d. quanto quello che uien fatto del. c. d. in. c. a. quattro uolte & poi aggionto con il quadrato de. b. d. & perche. a. c. è equale al. c. b. al quadrato de. a. d. sera quanto quello che uien fatto del. d. c. in c. b. quattro uolte gionto con il quadrato del. b. d. adonque il quadrato de. a. d. con il quadrato de. d. b. sera quanto quello che uien fatto del. d. c. in. c. b. quattro uolte insieme con il doppio del quadrato de. b. d. & questo (per la nona proposizione de queste) e doppio al quadrato de. c. d. insieme con il quadrato de. c. b. adonque concosia che il quadrato de. c. b. sia equale al quadrato de. a. c. è manifesto il proposito.

13



Eglie impossibile a diuidere alcun numero talmente che quello che uien contenuto sotto dil tutto, & una delle parti di quello sia equale al quadrato di l'altra parte.



Quello che propone la undecima del secondo de far in lime, l'Author dimostra questo esser impossibile i numeri, hor sia. a. b. qual si uoglia numero. Dico esser impossibile quello esser diuiso co si come se propone, perche essendo cosi seria diuiso secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, come è manifesto per la diffinitione, & per la trigesima proposizione del sesto. Et se questo po esser (per l'aduersario) sia diuiso in. c. & sia del. a. b. al. b. c. si come del. b. c. al. c. a. adonque. a. c. sera minore del. c. b. sia adonque detratto da quello uno equale a lui, el quale sia. c. d. adonque perche la proportione de tutto. a. b. a tutto il. b. c. è si come del. b. c. (detratto dal. a. b.) al. c. d. (detratto dal. b. c.) La medesima sera per la. 12. del. a. c. (residuo del. a. b.) al. b. d. (residuo del. b. c.) per laqual cosa del. b. c. al. c. d. sera si come del. c. d. al. d. b. adonque. c. d. sera magior del. b. d. Adonque detratto. d. e. de. c. d. (cioe che. d. e. sia equale al. d. b.) sera anchora la proportione de. b. c. al. e. d. si come del. c, d, al. d, e, per laqual cosa cosi sera de, d, b, (residuo de. c. b.) al. c, e, (residuo del. c, d,) adonque tu poi detrahere. c, e, dal e, d, e per tanto el non si trouara il fine di questa detrattione laqual cosa è impossibile. Hora ritornamo al nostro proposito.

Theorema. 17. Propositione. 17.

17 Se seranno duoi numeri contra se primi quanto che è il primo de
16 quelli al secondo, è impossibile esser tanto il secondo ad alcuno terzo.

Siano

Siano.a. & b.contra se primi. Dico essere impossibile di aggiongere a quelli altro numero in continua proportionalità. Perche se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia.c.perche adonque.a.al.b.e si come del.b.al.c.& a.& .b. sono minimi in la sua proportione (per la vigesima quinta propositione del settimo) segnita (per la vigesima seconda proposituone del medesimo) che.a.numeri.b.il quale conciosia, anchora che'l numeri se medemo.a. & b. non seranno contra se primi laqualcosa è il contrario di quello che è stato supposto.

a b c

Theorema.18. Propositione.18.

18 17 Se li duoi estremi de quanti si voglian numeri continuamente proportionali, seranno contra se primi, e impossibile esser tanto l'ultimo ad alcun altro quanto è il primo al secondo.

Siano.a.b.c.continuamente proportionali, & sia no.a, & .c.contra se primi, dico che non li puo essere aggionto, a quelli un'altro numero in quella medesima proportione, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) sia.d, perche adonque del.a.al.b, e si come del.c.al.d.permutatamente del.a.al.c.sera si come del.b. al.d. Ma.a.& .c.sono in la sua proportione minimi (per la vigesima quinta del settimo) adonque per la vigesima seconda del medesimo.a. numera.b.per laqualcosa etiam numera.c.perche di numeri continuamente proportionali, se'l primo numera il secondo, quel medesimo li numera tutti, & simplicemente qual si voglia precedente numera qual si voglia segnente, ma perche etiam numera se medemo, non seranno.a.& .c.contra se primi laqualcosa è inconueniente.

a b c d

Theorema.19. Propositione.19.

19 18 Proposti duoi numeri possemo considerare se possibile a quelli sia trouarui un terzo continuamente proportionale.

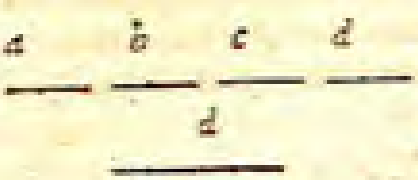
Siano.a.& .b.li duoi numeri proposti, voglio cercar se a quelli pol esser aggiunto un terzo sotto continua proportionalità. Adonque se essi sono contra se primi e impossibile (per la decima settima.) Ma se sono compositi sia ductο. b.in se medesimo & pervenga.c.il quale.a.lo numera sera si un terzo continuamente proportionale. Ma se nol lo numera non gli sera un terzo continuamente proportionale.perche numerano quel lo secondo.d.sera quello che cercamo (per la seconda parte della vigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello e cioe tamen (per l'aduersario) sia del.a.al. b.si come del.b.al.d. Adonque perche dal.b.in se vien fatto.c.segnita (per la prima parte della vigesima del settimo) che dal.a.in.d.sia fatto il medesimo.c.adonque.a. numera.c.secondo.d.& era posto che'l non lo numerasse per laqual cosa segnita lo impossibile.

a b c d

Theo-

Theorema.20. Propositione.20.

20 / 19 Dati tre numeri continuamente proportionali, potemo cercare se gli sia alcun quarto a quelli continuamente proportionale.



Siano.a.b.c.continuamente proportionali voglio cercare se ui altro puol esser aggionto, a quelli fatto continua proportionalità. adonque se.a.& .c.sono contra se primi, e impossibile (per la decimaottaua propositione) se sono composti, sia. d. quello che perniene dal, b, in, c, elqual, d. se, a, lo numera serà possibile esserui aggionto un quarto, ma se'l non lo numera non serà possibile, perche numerauano quello secondo, e, elqual, e, serà quello elqual cercauamo (per la seconda parte della uigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello è niente di manco (per l'aduersario) che dal, a, al, b, sia si come dal, c, al, e. Adonque perche dal b, in c, uien fatto, d, seguita (per la prima parte della uigesima del settimo) che dal, a, in, e, sia fatto il medesimo, d, adonque, a, numera, d, secondo, e, & era posto che'l non lo numerasse el medesimo tu puoi inuestigare in quanti proposti numeri si uoglia continuamente proportionali, perche se li dui estremi siano contra se primi la intentione ha fine (per la decimaottaua) ma se siano compositi se'l primo numera el producto del ducto del secondo in el ultimo. quel numero secondo elqual lui lo numera è quello che cercauamo (per la seconda parte della uigesima del settimo) ma se'l primo non numera el detto producto niun serà che possa esser posto perche posto qual si uoglia (per la prima parte del medesimo) secondo esso posto el primo numerarà el producto equal era posto che'l non lo numerasse che è inconueniente.

Theorema.21. Propositione.21.

21 / 20 Dati quanti numeri primi si uoglia, è necessario esser alcuno numero primo da quelli diuerso.



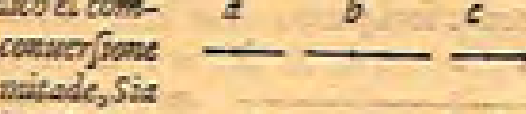
Niente altro se intende de demostrare saluo che li numeri primi siano infiniti, perche se siano, a, b, c, numeri primi, dico esser alcuno altro numero primo diuerso da quelli, perche se sia. d, f, el minimo numero che numerano li predetti numeri primi, al qual aggionta la unità sia fatto, d, g, elqual, d, g, o che egliè numero primo, ouer composito, se egliè primo è manifesto el proposito, se egliè composito alcun numero primo numera quello elqual sia. b. elqual b. non è possibile esser alcun di primi proposti. perche se quello fusse alcun de quelli concludeua che qual si uoglia de essi numera, d, f, esso anchora numerarìa el medesimo, & perche lui numera, d, g, bisognaria esso numerare, f, g, elqual è la unità laqual cosa è impossibile, el medesimo seguita posto, d, f, qual numero si uoglia che sia numerato da, a, b, c, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theo-

Theorema. 22. Propositione. 22.

22 / 21 Se seranno congregati insieme quanti numeri pari si voglia, anchora tutto lo aggregato da quelli serà paro.

Sia cadauno di tre numeri. a. b.c. paro dico el composito da quelli esser paro perche (per la conversione della diffinition) ciascaduno da quelli ha la mitade, Siano adonque le mitade de quelli, d, e, f, perche adonque si come del, a, al, d, così serà del, b, al, e, & del, c, al, f, adonque (per la sextadecima del settimo) si come del. a, al, d, così serà tutto el composto de, a, b, e, a tutto el composto de, d, e, f, adonque, d, e, f, e la mità de, a, b, c, adonque, a, b, c, (per la diffinitione) e paro che è il proposito.



Theorema. 23. Propositione. 23.

23 / 22 Se numeri dispari, pari di moltitudine, seranno congregati insieme anchora tutto lo aggregato da quelli serà paro.

Sia cadauno di numeri, a, b, c, d, dispari, dico el composito de quegli essere numero paro, perche levando via a cadauno la unità è manifesto li residui esser pari, & perche quelle mitade levate via componeno numero paro (concio sia che sian de numero pare) è manifesto il proposito per la precedente.

Theorema. 24. Propositione. 24.

24 / 23 Se seranno congregati insieme numeri dispari, de moltitudine dispara, Anchora tutto lo aggregato da quelli è necessario essere dispari.



Sia cadauno di numeri. a. b c. dispari. dico tutto il composito da questi esser dispari, perche el composito de, a, & b, (per la precedente serà) paro & perche. c. levata via la unità è paro (per la avanti della precedente) tutto, a, b, c, levata via la unità serà paro, adonque (per la diffinition) è manifesto el tutto esser dispari.



Theorema. 25. Propositione. 25.

25 / 24 Se da un numero paro, sia detratto uno numero paro, lo rimanente serà paro.

Sia. a. numero paro, dal quale sia detratto. b. el qual anchora sia paro, & lo residuo sia. c. dico, c, necessariamente esser paro, perche essendo, d, la mità de, a, & ancora, e, la mità de, b, & detratto, e, de, d, sia el rimané-



ue.f.(per la dodecima del settimo)serà del.c.al.f.si come del.a.al.d. perlaqual co
sa.g.e la mità de.c.adonque.e.e paro che è il proposito.

Theorema.26. Propositione.26.

26 Se da un numero disparo sia detratto un numero disparo, lo rima-
26 nente serà paro.



Sia.a.b.numero disparo del qual sia detratto.b.c. el-
qual anchora sia disparo;dico lo rimanente(elqual e.a.c.)
esser paro perche essendo detratto dall'uno e l'altro di dui
numeri.a.b.& b.c,la unità,laqual sia.d.b.& l'uno e l'altro di dui residui(liqua-
li sono.c,d,& d,a.)serà paro adonque(per la precedente)e manifesto.a.c.esser pa
ro,che è el proposito.

Theorema.27. Propositione.27.

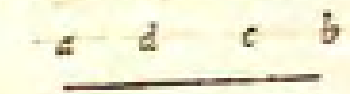
27 Se da un numero disparo serà sottratto un numero paro, quello che
27 rimanerà serà disparo.



Sia.a.b.disparo,dalqual sia detratto.a.c.elqual sia pa
ro,dico el residuo.c.b.esser disparo,& per dimostrar que-
sto sia detratta la unità.b.d,perche.a.d.restarà paro,es
perche.a.c.è paro (per la sexagesimaquinta) c.d.serà paro adonque essendo.d.b.la
unità serà.c.b.disparo che è il proposito.

Theorema.28. Propositione.28.

28 Se da un numero paro tu cauarai un numero disparo quello che ri-
0 manerà serà disparo.



Sia.a.b,numero paro, dalqual sia tolto.a.c, elqual
sia numero disparo dico lo residuo.c.b,esser disparo & per
dimostrar questo sia sottratta la unità de.a.c,(laqual sia,
c,d,)& a,d,serà paro adonque(per la sexagesima quinta) anchora d,b, serà paro,
adonque perche.d.c,e la unità seguita.c.b,esser disparo che è il proposito.

Theorema.29. Propositione.29.

29 a c d b Sel sera multiplicato uno numero disparo in
28 un numero paro quel che se produrà da quelli se-
a d c b rà paro.

Per la sexagesima terza è manifesto quello che se dice in questa propositione.

Theorema.30. Propositione.30.

30 Se serà multiplicato un numero disparo in un numero disparo quel-
29 lo che produrà serà disparo.

Anchora questa(per la sexagesimaquarta è manifesta.

Theo-

Theorema.31. Propositione.31.

31 / o Se un numero dispari, numerarà un numero pari, numerarà quello per numero pari.

Perche se'l numerasse quello per numero dispari del detto del numero dispari in lo numero dispari se produrria pari laqual cosa è inconueniente per la precedente.

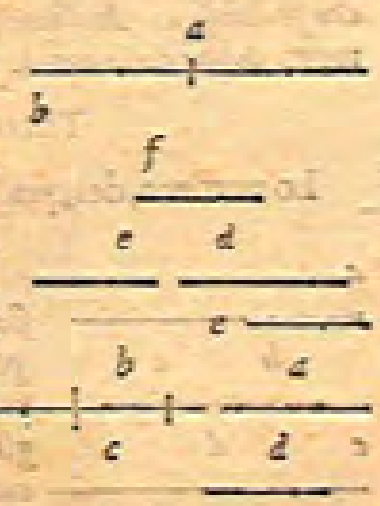
Theorema.32. Propositione.32.

32 / o Se un numero dispari numerarà un numero dispari lui numerarà quello dispariamente.

Perche se'l lo numerasse parimente seguiria che del numero dispari in numero pari fosse fatto dispari, laqual cosa è inconueniente per la.29.

Theorema.33. Propositione.33.

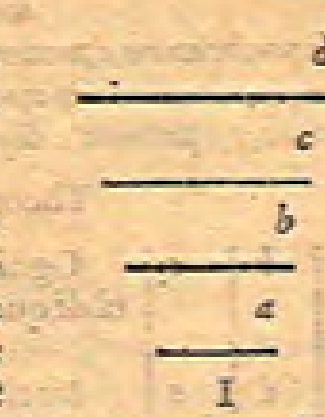
33 / 30 Se un numero dispari misurerà un numero pari, le necessario quel misurare anchora la mitade del medesimo.



Sia.a. numero pari, la mità del quale sia.b, & sia c.un numero dispari, el qual numeri.a, dico che.c. numerarà.b. Hor ponimo che lui numeri.a. secondo.d. & (per la.xij. ssima prima).d. serà numero pari adonque sia, e, la mità di quello & sia detto.c. ie.e. & per-ueng.a. f. & (per la decima ottaua del settimo) del.a. al.f. serà si come del.d. al.e. et perche anchora del.a. al b. e si come del.d. al.e. seguita esser.b. & f. equali adonque conciosia che. c. numeri.f. el medesimo numerarà. b. che è al proposito.

Theorema.34. Propositione.34.

34 / 31 Se un numero dispari, serà primo ad alcun numero, el medesimo dispari serà primo al doppio del medesimo numero.



Sia.a. numero dispari primo al.b. el doppio del quale sia.c. dico che.a. e primo al.c. ma essendo altramente (per l'aduersario) ponimo che.d. numeri quelli.c. conciosia che.a. sia dispari seguita.d. esser dispari (perche ciascun numero el qual numera un numero dispari è dispari) per la precedente adonque d. numerarà el.b. adonque.a. & b. non son contra se primi laqual cosa è contra el presuppposto.

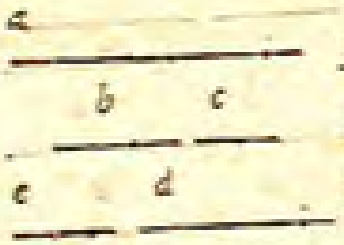
Theorema.35. Propositione.35.

35 32 Solamente li numeri dal binario doppii sono parimente pari.

Siano li numeri, a,b,c,d, dalla unità continuamente proportionali, & sia,a,el numero binario. dico tutti li detti numeri esser parimente pari, & niun altro pari esser parimente paro eccetto quelli che pono crescere in infinito secondo questa proportione che questi siano parimente pari, egliè manifesto (per la diffinitione) concio sia che (per la duodecima) qualunque precedente numera qualunque seguente per alcun de quelli liquali tutti bisogna esser pari & niun altro numera alcun de loro (per la vndecimaterza) imperoche, a, ch'è el binario che seguita la unità e primo. Ma che niun altro fuor de quelli sia parimente paro se manifesta in questo modo, perche supponiamo alcuno (per l'adversario) sia diuiso in due metà, & la metà di quello in due altre metà, & questo sia fatto per fin a tanto che un numero, cauto la unità impedisca la diuision laqual cosa è necessario venire (per la ultima petitione) ma se un numero prohibirà questa diuision esso serà dispari elqual concio sia che lui numeri el numero posto parimente paro. Adonque lo numero supposto parimente paro non seria parimente paro che è inconueniente. Ma se serà la unità che prohibisca la diuisione (per la. 13. ouer. 15.) non serà altro fora delli continuamente doppij dalla unità.

Theorema.36. Propositione.36.

36 33 Lo numero, del quale la mitade è dispari è parimente dispari.



Sia, a, un numero la mitade del quale (laqual sia,b,) sia dispari. dico, a, esser numero parimente dispari, & per dimostrar questo sia,c, el numero binario, adonque è manifesto che dal,c, in,b, nien fatto.a. Hor sia.d. qual si uoglia numero paro numerante, a, elqual numeri quello secondo,e, & (per la seconda parte della vigesima del settimo) serà del,e, al,b, si come del,c, al,d, adonque,e, numera,b, perche etiam,c, numera,d, (perche el binario numera tutti numeri pari) serà adonque,e, numero dispari perche etiam,b, era numero dispari adonque per la diffinitione,a, è parimente dispari, che è il proposito.

Theorema.37. Propositione.37.

37 34 Ogni numero non di doppi dal binario, che la metà di quello sia paro e parimente, & disparimẽte paro.



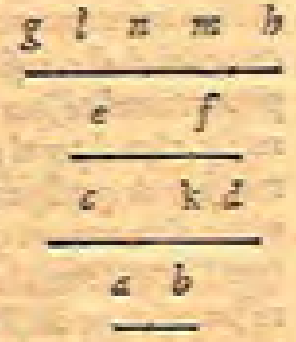
Sia el numero, a, non doppio da duoi, del quale la metà (laqual sia, b,) sia posta paro, dico esso esser parimente & disparmente paro. Hor per dimostrar questa, sia,c, el binario delqua-

le è

le è manifesto che esso numera, a, secondo, b, & perche a, non è doppio da dui, è necessario se la metà di quello (laqual e, b,) senza diuise in altre due metà, & la metà della metà in altre due che finalmente occorra un numero impediente la diuisione, el qual serà dispari (per questo che'l non recene la diuisione) & sia quello inequale resta la diuisione, d. certamente è necessario la detta diuisione restare in numero perche se la peruenisse per fina alla unità seria, a, di numeri doppii dal binario, dequali (per el presupposto) non è ma del, d, e manifesto che esso numera, a, (per questa scientia, ogni numero numerante un'altro numera. ogni numerato da quello) numeri adonque quel secondo, e, & e, serà paro. Altramente conciosia cose, d, sia numero dispari seguita (per la trigesima), a, esser dispari adonque perche, b, (numero paro) numera, a, secondo, e, elquale anchora è paro (perche è el binario) & e. numero paro numera el medesimo secondo, d, el qual è dispari è manifesto (per la diffinitione) el numero a. esser parimente & disparmente paro che è el proposito.

Theorema. 38. Propositione. 38.
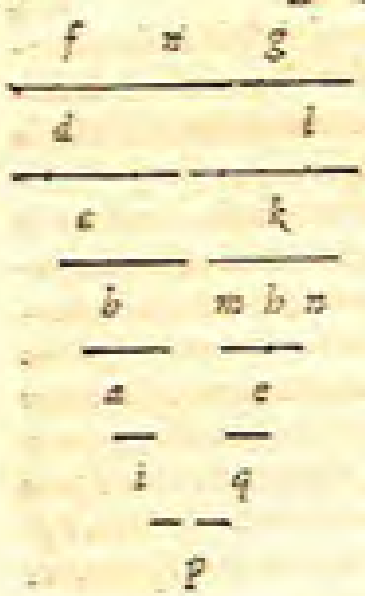
38 35 Se del secondo etiam del ultimo di numeri continuamente proportionali sia cauado fora el primo, quanto è el rimanente del secondo al primo el se approua necessariamente esser tanto lo rimanente del ultimo allo aggregato de tutti li precedenti.



Siano continuamente proportionali, a, b, c, d, e, f, g, b, et sia leuado dal, c, d, una parte equal al, a, b, laqual sia, c, k, e simelmente dal, g, b, laqual sia, g, l. Al presente dico che la proportione del, k, d, al, a, b, e si come de, l, b, al composto de, e, f, c, d, &, a, b, & per dimostrar questo sia tolto dal, g, b, una parte equala al, e, f, (laqual sia, g, m,) & similmente una equale al, c, d, (laqual sia, g, n,) onde, l, n, serà equale al, k, d, & è manifesto (per la duodecima, del settimo conciosia cosa che sia del, g, b, al, g, m, si come del, g, n, al, g, n,) cioe el residuo, b, m, al residuo m, n, serà si come, g, b, al, g, m, e pero & si come, e, f, al, c, d, anchora per simel modo la, m, n, al, l, n, serà si come, e, d, al, a, b, adonque permutatamente del, b, m, al, e, f, & del, m, n, al, c, d, serà si come del, n, l, al, a, b, adonque congiuntamente (per la terzadecima del settimo) del, l, b, (cōposto del, b, m, m, n, & del, l, n,) al composto de, e, f, c, d, & a, b, serà si come del, l, n, al, a, b. e pero e si come del, k, d, al a, b. che è il proposito.

Theorema. 39. Propositione. 39.

39 36 Quando seranno assettati numeri dalla unità continuamente doppii, liquali congiunti facciano numero primo, multiplicato l'ultimo de quelli in lo aggregato de quelli produce numero perfetto.



Sianno, a, b, c, dalla unita continuamente doppij. & sia e. lo aggregato de quegli & della unità el quale sia posto esser numero primo in el quale, e, sia multiplicato, d, & produca, f. g. dico, f. g. esser numero perfecto. sia adonque tolti. b. k. l. continuamente doppij al. e, similmente che tanti termini siano. e. b. k. l. quanti sono tolti continuamente doppij dalla unità, & (per la equa proportionalità) sarà de. l. al. e. sì come del. d. al. a. per la qual cosa (per la prima parte della xiiij.ma del settimo) del, e, in, l, perueniente, f. g, perche esso, f. g, perviene del, d, in, e, et perche, e, è el binario, f. g, non a esser doppio al. l. Adonque. e. b. k. l. & f. g. sono continuamente proportionali, sia adonque leuado uia dal. b. un numero equale al. e. el qual sia. m. b. & le residuo. b. n. (el qual anchora sarà equale al, e,) & similmente dal, f. g, sia leuado uia un numero pur equale al medesimo. e. el qual sia. f. n. & (per la precedente) n. g, sarà quanto lo aggregato de l. e. & del. b. & del. k. & del. l. & concieosia che. f. n, sia equale al. e. è quanto lo aggregato del, e, & b, & k, & d, e della unità. Et similmente tutto. f. g, è quanto lo aggregato de tutti questi cioe a. b. c. d. & della unita. & de quelli. e. b. k. l. delli quali tutti è manifesto che numerano el detto. f. g. & che. e. lo numera secondo. b. & b. secondo. k. la qual cosa non conuiene (per la prima parte della xxxiij.ma del settimo alias tute per la equa proportionalità se in alcun loco sarà bisogno) perche come del. d. al. e. così è del. b. al. e. & come del, d, al, b, così è del. k. al. e. (per la equa proportionalità) per la qual cosa, & del. c. in. b. & del. b. in. k. è necessario peruenire. f. g. el qual per el passato fu produtto dal. d. in. c. adonque pronando che niun altro (fuor de quelli) numera, f. g, (per la diffinitione) sarà numero perfecto. Ma che niun altro numeri quello se manifesta in questo modo. perche se questo è possibile (per l'aduersario) sia. p. el qual numeri quello secondo. q. & (per la xxxiij.ma quinta propositione del settimo) sarà cioe, e, numeri l'uno de lor duoi, & sia posto che l'altro numeri, p, & perche (per la seconda parte della xxxiij.ma propositione del settimo) del, q, al, d, e sì come del, e, al, p, seguita che, q, numeri, d, per la qual cosa conuien che, a, (el qual seguita la unità) sia primo (perche è el binario) per la vertude di questo, el, q, sarà ouer, a, ouer, b, ouer, c, & essendo el, q, uno de quelli. El. p. sarà ouer. l. ouer. k. ouer. b. perche se. q. sarà. a. e manifesto che, p, sarà. l. & se'l sarà. b. el. p. sarà. k. & se'l sarà. c. anchora. p. sarà. b. Adonque el. p. non è diuerso da quello come era stato posto, rimane adonque, che. f. g. sia numero perfetto come fu proposto da dimostrare.

IL FINE DEL NONO LIBRO.

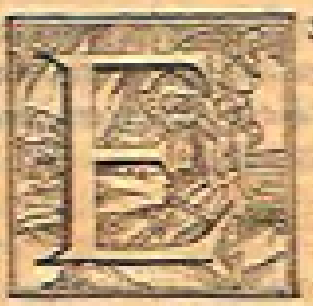
LIBRO DECIMO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.



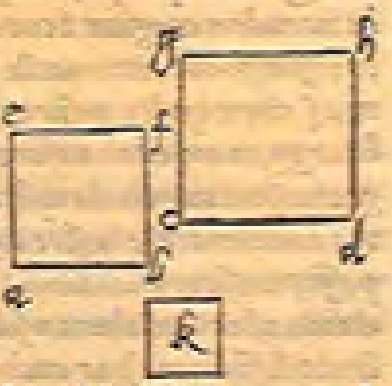
1 / 1.2 Quelle quantità, seranno dette communicante, ouero commensurabile, alle quale serà una quantità numerãte communamente quelle. Et quelle alle quale non serà una quantità numerante communamente quelle seranno dette incommensurabile.

Il Tradottore.



Semplicemente gratia se l fusse le due linee, a, & b. & che el se trouasse qualche altra linea, ouero misura che numerasse, ouero misurasse cadauna di quelle (poniamo c.) le dette due linee seranno dette communicãte, ouero commensurabile. Ma quando el non si trouasse alcuna sorte de linea che numerasse, ouero misurasse communamente le dette due proposte linee quelle seriano dette incommunicante, ouero incommensurabile. El medesimo si debbe intendere nelle superficie, & corpi.

Diffinitione. 2.



2 / 3 Le linee rette sono dette in potentia communicante, quando una superficie communa numera le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Esempli gratia se l fusse le due linee rette, a, b, & c, d, & le superficie quadrate da quelle, a, b, e, f, & c, d, g, h. Et che el si trouasse qualche superficie (poniamo la superficie k.) che numerasse ouero misurasse cadauna di quelle, le dette due linee seriano dette communicante, ouero commensurabili in potentia.

Diffinitione. 3.

3 / 4 Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non gli serà alcuna communa superficie che numeri le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Questa diffinitione facilmente se apprehende dal conuerso della precedente, cioe, che quando non serà alcuna superficie communa, che numeri, ouero misuri

le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee se dirano incommensurabile in potentia. Lequal cose essendo come è stà esposto egliè manifesto che a ogni proposta linea retta (cioè a quella con laquale pigliamo le misure di cubiti, palmi, & dedi, overo pedi,) sono infinita moltitudine de linee rette a quella commensurabile & incommensurabile, altre in longhezza, & in potentia, & altre solamente in potentia.

Diffinitione. 4.

4/4 Ma ogni proposta retta linea con laquale raciocinamo, serà detta rationale.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Autore ne advertisse come che quella misura materiale laquale operaremo nelle nostre commensurationi (o sia pertica, over, passo, overo piede, over brazzo, over altra misura formata a nostro piacere) serà detta raziocinale, per esser una quantità a noi cognita, e familiare.

Diffinitione. 5.

5/4 Et le linee a quella communicante sono dette rationale.

Il Tradottore.

Quantunque questa diffinitione sia posta dissionta dalla precedente la si debbe intendere congionta con quella successivamente; perche in questa copulativamente diffinisse che tutte quelle linee che seranno commensurabile a quella proposta linea (cioè a quella misura con laquale misuraremo, sia pertica, o passo, o piede, o brazzo, overo altra misura formata a nostro piacere) sono dette rationale, essempli gratia poniamo che la nostra proposta linea (con laquale misuramo, overo intendemo di misurare le nostre cose occurente) sia quella misura materiale che se chiama passo, divisa in piedi cinque, & cadauno piede secondo il costume moderno, in once dudeci, hor dico che non solamente al detto passo, serà linea rationale (per la precedente diffinitione) ma ancora tutte le linee misurate con el detto passo, & con le sue parti seranno dette rationale per la presente diffinitione perche tutte le dette linee seranno a essere commensurabili con la nostra proposta rationale, cioè con el nostro passo. Et accioche meglio me intendi poniamo che sia una linea, overo longhezza longa passa sei, piedi quattro, once sette e mezza, dico la detta linea, overo longhezza esser anchora rationale (per la precedente diffinitione) per esser commensurabile con el nostro passo (per la prima diffinitione) & la loro commune misura seria a essere la mezza onza cioè che una linea longha mezza onza misurarà la proposta longhezza precisamente. 83 1. volte & misurarà anchora el nostro passo precisamente. 120. volte onde per la detta prima diffinitione seranno commensurabile & per la precedente, & presente diffinitione, l'una e l'altra serà rationale che è il proposito.

Ma bisogna notare che questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questa altra forma.

5/4 Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in longhezza e in potentia, & anchora solamente in potentia, sono dette rationale.

Il Tradottore.

Laqual diffinitione è assai piu larga & generale di l'altra, perche questa vole che anchora quelle linee che sono commensurabile solamente in potentia con la nostra proposta rationale (cioe con la nostra misura di passo, ouer pertica ouero altra sorte di misura) siano chiamate rationale, perilche seguita che quelle quantità che communamente da pratici sono dette radice sorde, & irrationale (come serìa la radice quadrata di diece ouero di duodeci & di ogni altro numero non quadrato) l'Autore vole che essendo tal quantità linee siano dette rationale (per esser el suo quadrato rationale) & se cosi non fusse seguiria gran discordantia nelle diffinitioni de binomi, & residui, & in altre propositioni di questo decimo, come procedendo se potrà facilmente conoscere, vero è che se tal quantità seranno superficie seranno pur dette irrationale è mediale come nella terza decima propositione di questo si potrà vedere.

Diffinitione. 6.

6/4 Et quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono dette irrationale, ouero sorde.

Il Tradottore.

Anchora questa diffinitione si debbe intendere congionta successivamente alla precedente della prima tradottione perche in quella lui diffinisse che tutte quelle linee che non seranno communicante alla medema nostra proposta retta linea (cioe alla nostra proposta misura materiale) sono dette linee irrationale, ouero sorde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questo altro modo videlicet.

Et quelle linee che seranno a quella incommensurabile per l'uno & l'altro modo, cioe in longhezza, & in potentia sono chiamate irrationale.

Laquale diffinitione intendendola congionta successivamente con la precedente (pur della seconda tradottione) non a conformarsi con il converso di quella, cioe che una linea incommensurabile solamente in longhezza con la nostra misura non se debbe chiamare ne intender irrationale (come sopra la precedente fu detto) anci lui vole che la se intenda rationale per esser il suo quadrato rationale e pero bisogna notare che il mazo di pratici fin al presente (seguendo la tradottione del Cãpano) le radici de tutti li numeri non quadrati (si essendo linee come essendo superficie) li

chiamano irrationale & sorde. nientedimeno le si debbono intendere rationale essendo linee come parla la seconda traduttione altramente seguiria (come di sopra disse) grande discordantia nelle cose che seguitano in questo decimo libro &c.

Diffinitione. 7.

7 Ma ogni quadrata superficie con laquale per el presuppolito ratiocinamo è detta rationale.

Il Traduttore.

Per maggiore intelligentia di questa diffinitione bisogna notare che quando noi desideramo di saper la quantità di alcuna superficie inuestigamo in che proportione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti passi quadri è, ouero piedi, pertiche, o altra misura formata a nostro piacere (ilche si troua multiplicando le misure di la larghezza di detta superficie, fra le misure della sua longhezza (come fu detto nel principio del secondo libro) & lo producto di tal multiplicatione serà la quantità de quante superficie quadrate (di la misura gia operata,) serà la detta superficie, & per superficie quadrata si debbe intendere uno quadretto d'una misura per faccia, cioe di quella che gia habiamo operata a misurare, o sia passo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor ritornando al nostro proposito l'Autore diffinisse che ogni superficie quadrata cō laquale per el presuppolto ratiocinamo (o sia d'un passo, ouero d'un piede, ouero di qual si voglia altra misura grande, ouer piccola) è detta rationale per esser una superficie a noi cognita e familiare.

Diffinitione. 8.

8 Et le superficie a quella communicante sono dette rationale.

Il Traduttore.

Cioe che tutte quelle superficie che seranno communicante, ouero commensurabile a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) son dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie serà d'un passo non solamente ne l'altra superficie de piu passa integri superficiali (come seria de passa 450.) serà detta rationale, ma anchora de passa pie e once, e mezze once serà pur detto rationale (si come delle linee sopra la quarta diffinitione fu detto) per esser commensurabile con la detta nostra superficie quadrata d'uno passo & la lor commuma misura sempre serà la minima parte del passo che si trouarà esser denominata in detta superficie, & accio meglio me intendi poniamo che una misurata superficie sia passa sinticinque è uno terzo superficiale dico la detta superficie essere commensurabile con la nostra superficie d'un passo & la lor commuma misura serà un terzo de passo superficiale similmente se la detta misurata superficie fusse passa trenta sei piedi cinque once sette tre quarte de onza superficiale la lor commuma misura serà insa-

Lauo

lante un quarto de onza superficiale, e pero l'una & l'altra serà rationale, el medesimo si trouarà in ogni altra specie di rotto & nota che un passo superficiale è pie di. 25. superficiali & un piede superficiale è once. 144. superficiale et con quelle cui dentie potrai sapere in ogni altra sorte di misura (diuisa come si voglia) quante superficiette de una delle sue parti andarà a formare il tutto perche molti si credono che si come un passo lineale e cinque piedi lineali che similmente un passo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiali anci e il quadrato de cinque, cioe uentiquinque come detto di sopra & similmente perche un piede lineale è diuiso in once. 12. credono che similmente once. 12. superficiale facciano un piede superficiale per ilche non poco errano nelle sue resolutioni per che come di sopra è detto un piede superficiale e once. 144. superficiale, & tutto questo (per le ragioni adutte sopra la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo serà manifesto, & non solamente nelle parti del passo: & del piede ma anchora nelle parti della pertica & della cana, & del canezzo, ouer d'una misura formata a nostro piatere, perche quello che è detto del passo, & pie, con la medesima euidencia se procederà nelle parti di qual si voglia misura diuisa come se voglia, perche ogni famosa città forma & diuide, & da il nome alle sue famose misure secondo el loro parere ideo aduerte.

Diffinitione. 9.

9 Et le superficie a quella medesima incommunicante sono dette irrationale, ouero sorde.

Il Tradottore.

Hauendo l'Autore nella precedente diffinito quale siano le superficie dette rationale, hora in questa copulatiuamente me diffinisse il conuerso, cioe che tutte quelle superficie che non seranno commensurabile a quella medesima nostra quadrata superficie (detta di sopra) seranno dette irrationale, ouero sorde.

Diffinitione. 10.

10 Et quelle che ad alcuna di quelle (irrationale seranno communicante seranno dette irrationale.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne aduertisse come tutte quelle superficie che sono ouero seranno communicante ad alcuna superficie irrationale, seranno medesimamente dette irrationale.

Diffinitione. 11.

11 Et li lati potenti in quelle superficie, quadrate sono detti irrationali.

Il Tra-

Il Tradottore.

Cioe che li lati potenti in quelle tal superficie irrationale, quadrate similmente sono dette irrationali, lo lato potente in una superficie (essendo quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superficie, ma se la non fusse quadrata, se intende pur per el lato de una superficie quadrata equale a quella, ouero di quella istessa redutta in quadro che è il medesimo.

Suppositione, ouero petitione prima.

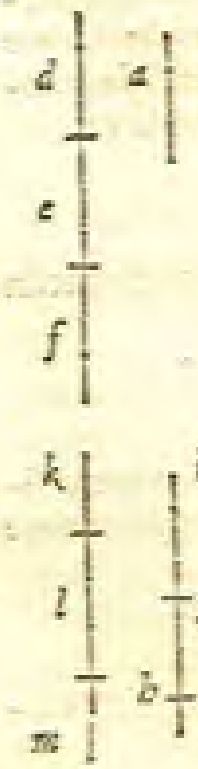
II/0 Qualunque quantità tante uolte puo essere multiplicata che la ecce da qualunque proposta quantità del medesimo genere.

Il Tradottore.

Questa suppositione, ouero petitione se ritroua solamente in la prima traduttione & è connumerata fra le diffinitioni, ma perche secondo il mio giudicio è piu presto suppositione, ouero petitione, che diffinitione e però suppositione, ouero petitione La chiamano, nellaquala se suppone che date due quantita inequale sempre se puo multiplicare talmente la minore che tal multiplicatione ecceda la quantità maggior.

Theorema. 1. Propositione. 1.

I/I Se da due proposte quantità inequale, dalla maggiore sia detratto piu della mita, & del rimanente anchora sia leuado uia piu della mita, & da li indietro seguitando per el medesimo modo, finalmente è necessario che rimanga una quantità minore, della proposta minore.



Siano le due quantità inequale, a, & b, c, & sia b, c, la maggiore. Dico che tante uolte puol essere detratto piu della mità della .b. c. (ouero del residuo di quello) che serà necessario che rimaga una quantità minore de .a. Et per dimostrare questo sia multiplicato .a. tante uolte che per tal numero che quel ecceda .b, c, & sia il multiplice di quello .d, e, f, maggiore de .b, c, adonque sia detratto del .b, c, piu della mità laquale sia .b, g, & anchora del residuo (el quale è g, c.) sia detratto piu della mità laquel sia .g, b, & questo anchora sia fatto tante uolte per fina a tanto che .b, c, sia diuisa in tante parte quante uolte .a, e cõtenuto in .d, e, f, hora dico che l'ultimo residuo (che in questo loco e, b, c,) e minore del .a. Et per chiarire questo sia multiplicato .b, c, per tanto quanto che .a, è contenuto in .d, e, f, & sia el multiplice di quella .k, l, m. perche adonque cadauna delle parti. ouero quantità de .k, l, m. è equale al .b, c. seguita che .k, sia minore de .b, g, & l, minore de .g, b, ma perche .m. è equale al .b, c, (per la concettione) .k, l, m. serà minore de .b, c, per laqual cosa serà etiam minore de .d, e, f. conciossia adonque che .d, e, f. sia al .a. si come .k, l, m. al .b, c. & essendo .d, e, f, maggiore de .k, l, m. seguita (per la decima

decima quarta propositione del quinto libro) che, a, sia maggiore de, b, c, che è il proposito. Et el medesimo seguira se della maggiore sia detratto la mità, & anchora del rimanente la mità, & cosi procedere tante volte per fina a tanto che la maggiore sia divisa in tante parti quante volte è contenuta la minore in qualunque suo multiplice eccedente quanto si voglia la maggiore delle proposte. Ma bisogna advertire che in questa si vede contradire alla sestadecima propositione del terzo libro laquale propone l'angolo della contingentia esser minore de qualunque proposto angolo contenuto da due linee rette, perche poste qualunque angolo contenuto de linee rette, se da quello levaremo mia piu della mità, & similmente del residuo levaremo piu della mità el si vede essere necessario poterse fare questo tante volte, che rimanga un angolo rectilineo minore dell'angolo della contingentia, della qual cosa la sestadecima propositione del terzo libro conclude lo opposito, ma quelli angoli non sono unisone, perche el curvo el retto non sono simplicemente d'uno medesimo genere, Ne anchora puol occorrere esser tolto tante volte l'angolo della contingentia, che quello ecceda qual si voglia angolo rectilineo, laqualcosa è necessaria, come si manifesta per la demostratione basata di sopra, adunque a questo egli anchora chiaro (acciochè el consequente sia seguido dal antecedente) qualunque angolo rectilineo esser maggiore de infiniti angoli della contingentia.

Il Traditore.

A voler dimostrare per uno altro modo piu breue che el residuo, b, c, sia minore della quantità, a, (stante che el multiplice, d, e, f, sia maggiore di la quantità, b, c, tolendo della, b, c, piu della mità (quale sia. b. g.) & della. d. e. f. manco della mità (quale sia semplice. d.) lo residuo. e. f. (per communa sententia) serà maggiore del residuo. g. c. anchora tolendo del detto residuo. g. c. piu della mità) quale sia. g. b.) & del residuo. e. f. tolendo solamente la mità (quale sia. e.) lo residuo. f. (per communa sententia) serà maggiore del residuo. b. c. & perche. f. è equale alla. a. seguita che el residuo. b. c. sia minore della quantità. a. che è il proposito & questa demostratione causano della seconda tradottione.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2 / 2 Se serãno due quantità inequale, & dalla maggiore sia detratto una quantità equale alla minore, per fin a tanto che sopra avanzi una quantità minore de ella minore, & dapoi dalla minore sia detratto una quãtità equale, de esso rimanente, per fina a tanto che rimanga quantità minore di quello rimanente, ancor de nouo dal rimanente primo sia detratto una quantità equale al rimanente secondo per fina a tanto, che rimanga quantità minore di quello, & che dalla continua detrattione fatta in questo modo non sia truouato alcuno rimanente che numeri lo rimanente restato per avanti, quelle due quantità è necessario esser incommensurabile.

Vna simile a questa propose la prima del settimo in numeri.

Siano,

Siano le due quantità inequale.a.& .b. & sia.a.la maggiore dalle quale essendo fatta la reciproca detrattione per fin a tanto che si possa,& che la sia fatta per infinite volte, & che non occorra alcuna quantità che impedisca la detrattione(cioe cioe numeri, over misuri, lo rimanente restato per auanti)dico quelle due quantità esser incommensurabile & se possibile è esser altramente (per l'aduersario) sia posto che la communa misura di quelle sia. c. & sia detratto la quantità. b. dalla. a. quante volte se può. et sia el residuo.d.el qual residuo sia detratto dal.b.quante volte se può & sia el residuo.e.& sia fatta tante volte questa detrattione per fina a tanto che dall'una .o l'altra delle due quantità.a.& .b.rimanga una quantità minora de.c.& questo è necessario esser possibile per la precedente. & sia in questo luoco. e.minore de.c.conciosia adonque che.c.misuri.b.(detratto dal.a.)& anchora. a.(per la concettione)misurarà el residuo.d.e però conciosia che'l misuri. d.(detratto dal.b.)e anchora esso.b. misurarà el residuo. e.M a.e.era minore de. c.adonque la quantità maggiore misura la minore laqual cosa è impossibile.

a
c d
b
c

Problema.1. Propositione.3.

3/3 Proposte due quantità inequale,communicante potemo ritrouare la massima quantità numerante communamente quelle.

La demostratione di questa se non ignori la seconda propositione del settimo libro tu non la poi ignorare, perche el processo dell'una,et dell'altra è uno medesimo.

Correlario.

3/3 Adonque da questo,egli manifesto che qualunque quantità,laquale misuri due quantità, quella anchora misurarà la massima quantità misurante communamente quelle.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che dal processo & demostratione fatta della propositione sopraserita (procedendo si come fu fatto in la seconda propositione dello settimo libro)esser manifesto che ciascadauna quantità laqual misuri due proposte quantità,quella medesima misurare anchora la massima quantità,che misuri communamente quelle.

Problema.2. Propositione.4.

4/4 Proposte tre quantità communicante potemo trouare la massima quantità numerante communamente quelle.

Cosi questa è manifesta dalla terza del settimo si come la precedente dalla seconda del detto settimo.

Correla-

Correlario.

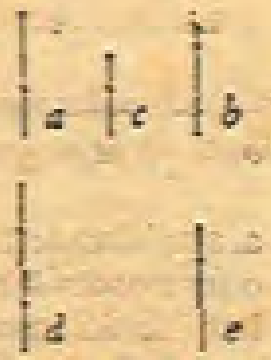
0/4 E pero da questo è manifesto che se una quantità misurarà tre quantità, misurara anchora la massima commuua misurarà de quelle & similmente de piu quantità date se trouarà la massima quantità numerante quelle & dapoi succedere el correlario.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual conclude (si come el precedente) che dal processo seguido nella demostratione della presente propositione (procedendo si come fu fatto in la terza del settimo) esser manifesto che se una quantità misura tre quantità quella misurare anchora la massima misura di quelle, & che per lo medesimo proceder fatto in la presente problema de tre quantità a trouar la lor massima misura che similmente operando si puol trouare la detta massima misura de piu quantità proposte, & dapoi succedere similmente el correlario.

Theorema. 3. Propositione. 5.

5/5 La proportione de ogni due quantità commmunicante è si come de numero a numero.



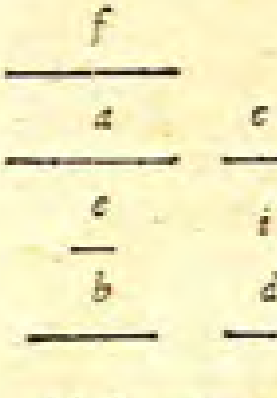
Siano le due quantità communicante, a, & b. dico che la proportione de quelle è si come de alcun numero a un'altro numero, & per dimostrar questo sia, c, la massima quantità misurante communamente, a, & b, (trouata come insegna la terza propositione de questo) laquale misuri a. secondo el numero, d, & b. secondo el numero, e, & serà del, a, al, c, come del, d, alla unità imperoche si come, a, è multiplice del, c, cosi el, d, è multiplice della unità, & c, al, b, è si come la unità al. e, perche si come, c, è sotto multiplice al, b, cosi la unità è sotto multiplice al. e. Adonque per la equa proportionalità del, a, al, b, e come del, d, al, e, che è il proposito.

Theorema. 4. Propositione. 6.

6/6 Se seranno due quantità delle quale la proportione dell'una all'altra sia si come de numero a numero, quelle due quantità è necessario essere communicante.

Questa è il converso della precedente, exempli gratia essendo, a, al, b, si come el numero, c, al numero, d, dico le due quantità, a, & b, esser communicante. Perche essendo tolto, e, misurante tante volte, b, quãte volte che la unità è in el, d, & tante volte misurante, f, quante volte che la unità e in, c, concioscia adonque che il sia. f. al. e. come el. c. alla unità & c. al. b. come la unità al. d. per la equa proportionalità serà, f. al. b. come c. al. d. per laqual cosa etiã come del. a. al. b. Adonque per la

prima



prima parte della nona del quinto) f, è equale al, a, conciò sia adunque che .e. misuri .f. (per la concettione) misurerà. a. adonque, a, & b, sono communicanti perche misura anchora, b, che è il proposito. A dimostrare la medesima per un'altro verso siano le due quantità, a, & , b, che fra loro habbiano la proportione come ha el numero, e, al numero, d, dico che quelle due quantità sono commensurabile et per dimostrar questo sia divisa la quantità , a, in tante parte quante unità è nel .e. & sia tolta la quantità .e. equale a una di quelle parti, & sia, e, la unità adonque si come è la unità al numero, e, così è la quantità, e, alla quantità, a, & come è el numero, e, al numero, d, così è la quantità, a, alla quantità, b, adonque (per la equa proportionalità , cioè per la vigesima seconda propositione del quinto libro) si come è la unità al numero, d, così è la quantità, e, alla quantità, b, & la unità misura el numero , d , adonque & la quantità, e, misura la quantità b, & misura anchora la quantità, a, (perche la unità misura anchora lo numero, e ,) adonque la quantità .e. misura l'una e l'altra delle due quantità, a, & , b. E per tanto le dette due quantità .a. & b. sono commensurabile & la quantità, e, è la commune misura di quelle.





Correlario.

Per queste cose dimostrate egli è manifesto che se serà duoi numeri (poniamo, d,) &, e, & una data retta linea (poniamo la .a.) che si come è il numero al numero egli è possibile così essere la detta retta linea a. a un'altra retta linea quala poniamo che quella sia . f. & se serà tolta , over trouata la media proportionale fra, a, &, f, (quala poniamo che sia la .b.) serà si come la .a. alla .f. così el quadrato della medema a. al quadrato della .b. cioè si come è la, a, alla, f, così è la figura rettangola descritta dalla prima linea, alla figura simile & similmente descritta sopra la seconda (per lo correlario della decima ottava propositione del sesto libro) ma si come la, a, alla, f, così è el numero, d, al numero, e. Adonque el mien fatto si come è el numero, d, al numero, e, così è el quadrato della linea retta, a, al quadrato della linea retta .b.

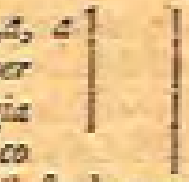
Theorema . 5. Propositione. 7.



Le quantità incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero a numero.

Siano le due quantità, a , & . b . incommensurabile, dico che la proportione

tione della.a.alla.b.nõ è si come da numero a numero, poche se la.a. alla.b.hauesse proportione come da numero a numero seguiria per la.8.che la detta.a.fusse commensurabile con la detta.b. & gia non è(dal presuppposito) adonque la.a.alla.b.non ha proportione come da numero a numero, & per tanto le quantità incommensurabile fra loro non hã no proportione come da numero a numero laqualcosa bisogneua dimostrare.



Theorema.6. Propositione.8.

8 Se due quantità non haueranno fra loro proportione, come da numero a numero quelle tal quantità seranno incommensurabile.

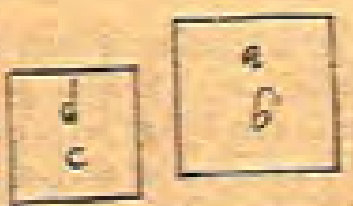
Siano le due quantità.a.& b.lequale non habbiano proportione in sieme come da numero a numero dico che dette quantità sono incommensurabile. perche se le fussino commensurabile (per la duersario) la quantità.a.alla quantità.b.haueria proportione come numero a numero (per la quinta di questo) & gia dal presuppposito non ha tal proportione, adonque le dette quantità.a.& b.sono incommensurabile, laqual cosa era da demostrare.



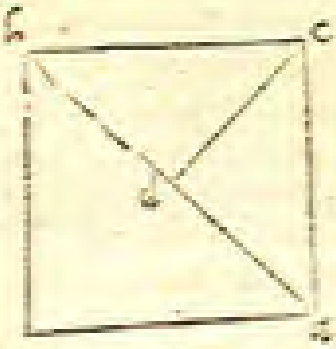
Theorema.7. Propositione.9.

7 9 D'ogni due superficie quadrate delle quale li lati commnicano in longhezza, la proportione di l'una all'altra e come di numero quadrato a numero quadrato. Et se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata serà si come la proportion d'un numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle seranno communicanti in longhezza, & se li lati di due superficie quadrate seranno in commensurabili in longhezza le dette superficie fra loro non haueranno proportione come di numero quadrato a numero quadrato, & se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata nõ serà come di numero quadrato a numero quadrato li lati di quelle seranno incommensurabili in longhezza.

Siano le due linee quadrate.a.& b.li quadrati delle quale siano.c.& d.dico che se le linee.a.& b.communicano in longhezza, la proportiõ della superficie.c. alla superficie.d.sera si come di numero quadrato a numero quadrato, & e conuerso & se li dui lati.a.& b. seranno incommensurabili in longhezza la proportione della superficie.c.alla superficie.d.non sera si come di numero quadrato a numero quadrato & è conuerso. El primo argomento se manifesta in questo modo. Se le due linee.a.& b, communicano in longhezza quelle (per la quinta) seranno in la proportione di dui numeri, liquali siano.e.& f.li quadrati delli quali siano.g. & h.



& .b. adunque perche la proportione della superficie .c. alla superficie .d. è si come quella della linea .a. alla linea .b. duplicata (per la decimaottava del sesto) seguita anchora che la proportione della superficie .c. alla superficie .d. sia si come quella del numero .e. al numero .f. duplicata, & anchora (per la undecima propositione del octauo libro) la proportione del .g. al .b. è si come quella del .e. al .f. duplicata, E per tanto la proportione del .c. al .d. è si come del numero quadrato .g. al numero quadrato .b. che è il primo proposito. El secondo se manifesta in questo modo. essendo la superficie .c. alla superficie .d. si come el numero quadrato .g. al numero quadrato .b. dico che le due linee .a. & .b. seranno commensurabil in longhezza perche concioscia che la proportione del .c. al .d. sia si come quella che è dal .a. al .b. duplicata (per la decima ottaua del sesto) & dal .g. al .b. (per la undecima del octauo) sia si come quella del .e. al .f. duplicata per laqual cosa anchora la semplice del .a. al .b. serà si come la semplice del .e. al .f. (per la sesta) adunque le due linee .a. & .b. seno commensurabile che è il secondo proposito. El terzo se manifesta dal secondo per la definitione del consequente. Similmente el quarto è manifesto dal primo per dalla definitione del consequente, & nota che dalla quarta parte di questa è manifesto el diametro di cadauno quadrato esser incommensurabile alla sua costa, perche concioscia che il quadrato del diametro sia doppio al quadrato della sua costa, & la proportione doppia non sia si come de numeri quadrati segnita el diametro esser incommensurabile alla costa in longhezza. Altramente concioscia che el quaternario sia numero quadrato tutti li numeri equalmente pariferiano quadrati & altri infiniti laquali non sono quadrati. Et Aristotile primo priorum dice a questo inducimento, che se'l diametro sia posto esser commensurabile alla costa, che'l numero dispari serà equale al pari. Laqual cosa cosi è manifesta, perche essendo el diametro .a.b. commensurabile al lato .a.c. (per la quinta) etiam .a.b. al .a.c. serà si come alcun numero a un altro Sian adunque questi numeri .e. & .f. laquali siano li minimi in la sua proportione, & per questo l'uno di loro serà dispari perche essendo l'uno e l'altro pari non seranno li minimi in la sua proportione anchora sia li quadrati di quelli .g. & .b. adunque se .e. e dispari anchora (per la trigesima del nono) .g. serà dispari, sia adunque .k. doppio al .b. & (per la diffinitione) .k. serà pari perche adunque .a.b. al .a.c. e come .e. al .f. (per la decima ottaua del sesto & per la undecima del ottauo) el quadrato del .a.b. al quadrato del .a.e. serà come del .g. al .b. adunque .g. e doppio al .b. perche cosi e il quadrato de .a.b. al quadrato de .a.c. (per la penultima del primo) & perche etiam .k. e doppio al .b. seguita (per la nona del quinto) che .g. numero dispari sia equale al .k. numero pari. Ma se .e. sia posto pari & .f. dispari la proportione de .f. alla mità de .e. laqual sia .l. serà si come del .a.c. alla mità de .a.b. laquale sia .a.d. e pero la proportione del quadrato de .a.c. al quadrato de .a.d. serà si come la proportione del numero .b. al-



quale

equale è dispari per la trigesima del nono al quadrato del numero. l. el qual sia. m. el qual. k. sia posto esser el doppio, el qual. k (per la diffinitione) serà pari, & perche el quadrato di a,c, e doppio al quadrato di a.d. (per la penultima del primo) lo numero b. serà doppio al numero. m. & concioscia che el numero. k. sia anchora lui doppio al medesimo numero. m. (per la nona del quinto) lo numero. b. numero dispari serà equale al numero K. numero pare che è il proposito.

$$\frac{f}{z} \quad \frac{l \quad e}{b} \quad \frac{}{m} \quad \frac{}{k}$$

Il Tradottore.

Questa ultima parte che se dimostra, cioe che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradottione se dimostra in l'ultima di questo decimo come al suo loco si potra vedere.

Correlario.

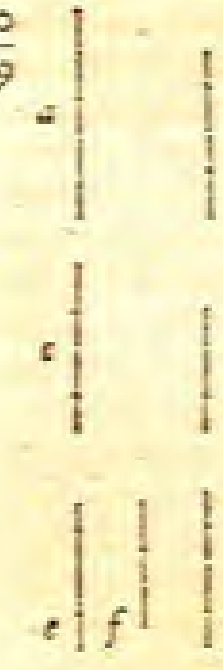
9 Et da queste cose dimostrate egliè manifesto che le linee cõmensurabile in longhezza necessariamente sono commensurabile anchora in potentia, & quelle che sono commensurabile in potentia non sono necessariamente commensurabile in longhezza, perche li quadrati delle linee rette commensurabile in longhezza, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato, & quelle quãtità che hanno la proportione come de numero a numero per la sesta de questo decimo, sono commensurabili, per laqual cosa le linee rette commensurabile, non solamente sono commensurabile in longhezza ma etiam in potentia, Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportione come de numero quadrato a numero quadrato è stato dimostrato come li lati sono commensurabili in longhezza, & in potentia concioscia che li quadrati habbiano quella proportione come di numero quadrato a numero quadrato, adonque ogni duoi quadrati, liquali non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato. ma simpliciamente come alcun altro numero a numero, essi quadrati sono commensurabili, cioe essi rette linee (dalle quale sono descritti) son cõmensurabile in potentia ma non in longhezza, per laqual cosa le linee commensurabile in longhezza necessariamente sono etiam commensurabile in potentia, ma quelle che sono commensurabile in potentia non è necessario esser commensurabile in longhezza, saluo se non seranno come numero quadrato a numero quadrato, e per tanto dico, che quelle linee lequale sono incommensurabile in longhezza non è necessario esser quelle incommensurabile in potentia, perche le commensurabile in potentia, pono havere & non havere la proportione come numero quadrato a numero quadrato, & per questo quelle che

sono commensurabile in potentia pono esser & non esser commensurabile in longhezza, per laqual cosa quelle che sono incommensurabili in longhezza non è necessario esser in incommensurabili in potentia, ma quelle che sono incommensurabile in longhezza pono etiam in potentia esser incommensurabile, ma quelle che sono incommensurabile in potentia necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza, perche se seranno commensurabile in longhezza (per l'aduersario) seranno anchora in potentia commensurabile, & sono state supposte incommensurabile che è una cosa absorda, adóque quelle linee che son incommensurabile in potentia, necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza.

Lemma.

9/o Et in le cose Arithmetice (per la uigesima quinta del ottauo) è stato dimostrato, che li numeri superficiali simili fra loro hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, & che se dui numeri fra lor haueranno proportione come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri sono superficiali simili, da queste cose è manifesto che li numeri superficiali dissimili cioe quelli che nó hanno li lati proportionali, non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche se haueriano tal proportione per l'aduersario, quelli seranno superficiali simili, laqual cosa non se suppone, adonque li numeri superficiali dissimili, fra loro non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato.

9/o Puotemo dimostrare la precedente nona propositione per questo altro modo. Et perche egliè commensurabile la linea.a. alla linea.b. per la quinta di questo, hanno la proportione come da numero a numero, habbiano adonque quella si come el numero. c. al numero. d. & multiplicando.c. in se medemo poniamo che faccia. e. & multiplicando el detto, c, contra, d, poniamo che faccia, f, & multiplicado, d, in se medesimo poniamo che faccia, g, adonque perche al. c. multiplicado in se ha fatto.e, et multiplicado sia el.d. ha fatto f, adonque si come è dal.c, al, d, quale si come dal, a, al, b, cosi è dal, e.al.f. ma si come dal, a, al, b, cosi è quello che uien fatto dal.a. in se medesimo a quello che uien fatto del, a, nel b, egliè adonque si come el quadrato del.a. al rettangolo del.a. in.b. cosi è lo, e, al, f. Anchora perche multiplicado el.d. in se medesimo uien fatto el.g. & mutiplicado el.c. sia el, d, uien fatto, f, adonque (per la undecima del quinto) si come è



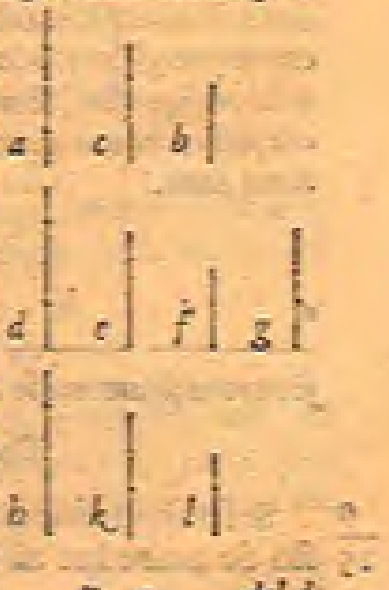
me è il.c.al.d.cioe si come lo.a.al.b.cosi lo,f,al,g,ma si com'è lo,a,al, b, cosi è quello rettangolo che uien fatto, ouero contenuto sotto del.a.& b,al quadrato del,b,adonque si com'è quello che uien fatto del,a, in,b, a quello che uiē fatto del, b, in se medesimo,cosi è lo,f,al,g, ma si come è el quadrato del a. al rettangolo del, a,in,b, cosi era lo,e,al,f,adonque (per la equa proportionalità, cioe per la uigesima seconda del quinto) si come è il quadrato del, a, al quadrato del,b, cosi è lo,e,al,g, & l'une e l'altro cioe, e, &, g, e numero quadrato cioe lo,e,è el quadrato de,c,& lo,g,e lo quadrato del, d,adonque el quadrato de,a,al quadrato del, b, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato laqual cosa bisognaua dimostrare.

0 9 Hor poniamo che il quadrato del,a,al quadrato del,b,habbia quella proportione che ha el numero quadrato, e, al numero quadrato g. Dico che la linea,a,è commēsurabile alla linea,b,e per dimostrare que sto sia,c, el lato del,e,&,d, el lato del,g,& multiplicado,c,contra,d,faciano,f, adonque li tre numeri,e,f,g,son cōtinui proportionali in quella proportione che è el, c, al, d, (per la decima ottaua & decima nona del settimo) & perche el rettangolo del, a,in,b, e medio proportionale fra el quadrato del,a,& el quadrato del,b,& fra li duoi numeri quadrati,e,&,g, el suo medio proportionale,e,f, adonque si come è il quadrato del,a,al rettangolo del,a,in,b,cosi è il numero,e,al numero,f,& cosi è il rettangolo del detto a, in,b,al, quadrato de, b,cosi è lo numero,f,al numero,g,ma si come è il quadrato de,a,al rettangolo del, a,in,b, cosi è la linea,a,alla linea,b,adonque,a,&, b, sono commensurabili perche hanno proportione si come el numero, e, al numero,f,laqual e si come del,c,al,d,cioè si come del,c,al,d, cosi è del,e,al,f,perche multiplicado c,in se medesimo quel fece,e,& quel medemo multiplicado nel,d,quel fece,f,adonque si come è il,c,al,d,cosi è lo,e,al,f.

Theorema.8. Propositione.10.

8 12 Se seranno due quantità communicante a una quantità anchora quelle quantità è necessario esser fra loro commensurabile.

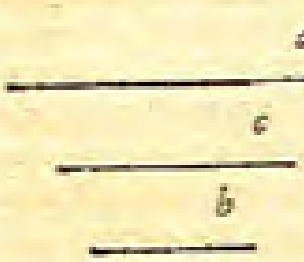
Siano l'una e l'altra delle due quantità, a,& ,b, communicante alla quantità c. Dico.a.& b. esser commensurabile perche la, a, alla,c, (per la quarta) è come numero. a numero, finalmente anchora (per la medesima) la.c.alla,b,e si come numero a numero, adonque sia il numero, d,al,numero,e,si come la,a,alla,c,& lo numero,f,al numero,g,sia come è la,c,alla,b, & le proportioni che sono



del. d.al. e.& del.f.al.g.ſian continuate in tre termini,laquali ſian.b.k.l.(come in ſegna la quarta propoſitione del ottauo)& (per la equa proportionalità)la. a.alla b.ſarà ſi come lo numero. b.al numero.l.adonque(per la ſeſta di queſto.)a.& .b.ſo no communicante che è il propoſito.

Lemma.

0 13 Se ſeranno due magnitudine, & l'una ſia commenſurabile & l'altra incommenſurabile a una medeſima magnitudine, dette magnitudine ſeranno incommenſurabile.



Siano le due magnitudine. a. b.& l'altra. c. & ſia la.a.commenſurabile alla. c.& la.b.ſia incommenſurabile alla medeſima.c. Dico che. a. & .b.ſono incommenſurabile perche ſe. a. fuſſe commenſurabile alla.b. per lo converſo della precedente ſeguiria che.b. fuſſe commenſurabile con.c.laqual coſa non ſe ſuppone.

Theorema.9. Propoſitione.11.

0 13 Se ſeranno due quantità fra loro communicante, a qualunque quantità, che una di quelle communichi, Anchora l'altra gli communicarà, & a qualunque una di quelle non communichi,ne etiam l'altra gli communicarà.

Siano le due quantita.a.& .b.communicante,& ſia poſta qual ſi voglia quantità(poniamo. c.)con laquale communichi.a.Dico che la.b.communicara con la medeſima,laqual coſa(per la decima di queſto)è manifeſto cõcioſia che l'una e l'altra communica con la quantità.a.ma ſe un'altra volta ſia poſto che. a.& .b.ſiano come nunicante come prima, & ſia pur poſto una quantità (poniamo. c.) con laquale non communichi. a. Dico che. b. non communicarà con la medeſima.c. perche ſe.c. communicaſſe con. b. concioſia che, a, communica anchora con el medeſimo . b. (dal preſuppoſto) ſeriamo (per la detta decima) . a . & . c. communicante, & era poſto ,che non erano communicante per laqual coſa è manifeſto quello che ha uemo detto.

Il Tradottore.



Q ueſta propoſitione in la prima tradottione ſe iſpone meſcolatamente con la precedente, ma tale propoſitione ſe ritroua ſalmente in la ſeconda tradottione &c.

Theorema. 10. Propoſitione.12.

9 15 Se ſeranno due quantità communicante anchora tutto el compoſto de ambedue all'una e l'altra de quelle ſerà communicante, & ſe

tutto

tutto el composito serà all'una e l'altra de quelle commensurabile, ambedue seranno commensurabile.



Sieno le due quantità, a, & b, commensurabile. Dico che tutto el composito da quelle (el quale sia, c,) esser commensurabile all'una e l'altra di quelle, (& è converso) similmente dico che se tutto el composito da quelle commenca. e. una di quelle che quel medesimo communicarà anchora l'altra, & quelle finalmente seranno commensurabile fra loro, il medesimo seguita nel converso cioè che se, a, & b, siano supposti incommensurabili dico che il tutto composto (cioè, c,) serà incommunicante all'una e l'altra di quelle, & al contrario se il composto, c, serà incommunicante all'una di quelle, anchora serà communicante all'altra, & quelle ancora seranno incommunicante fra loro. Sieno adonque primamente a, & b, communicante & sia la commune misura de quelle, d, laqual le concieda che la numeri l'una e l'altra di quelle (per la cocettione simile alla antepenultima del settimo) numerarà etiam, c, per laqualcosa (per la diffinitione) c. communicarà all'una e l'altra di quelle (cioè al, a, & b,) & al contrario anchora se, c, commensurabil l'una e l'altra de quelle, sia la commune misura de tutte, d, adonque è manifesto per la diffinitione, a, & b, esser commensurabili. Ma essendo posto che, c, communichi con l'una di quelle (qual sia, a,) dico che communicarà anchora con, b, etiam, a, & b, communicano insieme, & per dimostrar questo sia, d, la quantità che misura communamente, c, & a, perche adonque, d, misura el tutto etiam el detratto (per la concettione) quella misurarà el residuo cioè, b, adonque per la diffinitione, anchora, c, communica con b, & a, communica anchora con, b, che è il proposito, ma se, a, & b, sieno supposti incommunicanti el composito, c, serà incommunicante all'una e l'altra di quelle perche se'l communicasse con l'una & l'altra di quelle, overo con una di quelle, & quelle (per le cose dimostrate di sopra) communicarano fra loro insieme, laqualcosa seria contra al presupposito, similmente per il converso se'l, c, è incommunicante all'una & l'altra di quelle, overo all'una di quelle serà anchora incommunicante all'altra & quelle medesime fra loro laqualcosa è manifesta per le cose dimostrate per la destruttione del consequente.

Il Tradottore.

Il converso della soprascritta propositione nella prima tradottione se dimostra insieme con la soprascritta come di sopra appare niente di meno nella seconda ui è la propositione distinta laquale è la sequente.

Theorema. 11. Propositione. 13.

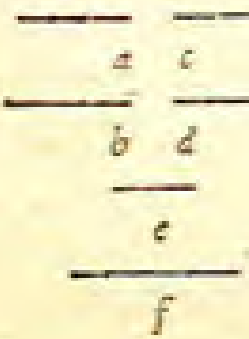
o / 16 Se due grandezze incommensurabile seranno compositi insieme, el tutto serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, & se'l tutto serà incommensurabile a una di quelle, etiam quelle due grandezze poste in principio seranno incommensurabile.



Siano le due grandezze incommensurabile, a, b, & b, c, siano composte insieme. Dico che tutta, a, c, serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, perche se la, a, c, & a, b, non sono incommensurabile (per l'adversario) adonque (per la diffinitione) alcuna grandezza li misurà ambedue, hor se egliè possibile sia che, d, misuri quelle adonque perche, d, misura le dette, c, a, & a, b, misurarà etiam el rimanente, b, c, & già misura, a, b, adonque el, d, misura le dette, a, b, & b, c, e per tanto (per la prima diffinitione del. 10.) dette, a, b, et b, c, sono commensurabile, & sono ssepposte incommensurabile laqual cosa è impossibile, adonque alcuna grandezza non misurarà le dette, a, b, & c, a, e per tanto quelle sono incommensurabile. Ma ssuppomendo al presente che la detta, a, c, sia incommensurabile a una delle dette, a, b, & b, c, similmente demostreremo anchor che le dette due grandezze, a, b, & b, c, sono incommensurabile, hor sia primamente all'a, a, b. Dico che dette, a, b, & b, c, sono incommensurabile, perche se sono commensurabile (per l'adversario) alcuna grandezza (per la diffinitione) misurarà quelle, & sia quella tal grandezza (se possibile è), d, adonque perche, d, misura dette, a, b, & b, c, adonque misurarà etiam tutta, a, c, & misura etiam, a, b, adonque, d, misura dette, c, a, & a, b, e per tanto le dette, c, a, & a, b, sono commensurabile & sono ssepposte incommensurabile laqual cosa è impossibile adonque alcuna grandezza non misurarà le dette, a, b, & b, c, e per tanto dette, a, b, & b, c, sono incommensurabile, similmente se demostrarà che la, a, c, alla rimanente, b, c, è incommensurabile, adonque se due grandezze & el rimanente che ssegnita, laquale cosa era da demostrare.

Theorema. 12. Propositione. 14.

10 Se la prima (de ogni quattro quantità proportionale) serà commen
11 surabile alla seconda, anchora la terza serà commensurabile alla quarta, & se la prima serà incommensurabile alla seconda, anchora la terza serà incommensurabile alla quarta.



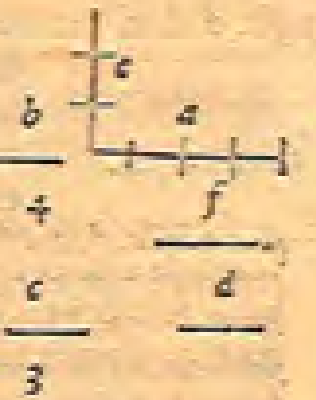
Siano le quattro quantità proportionale, a, b, c, d. Dico che se, a, commenica con, b, anchora, c, communicarà cõ d, & se, a, è incommensurabile con, b, anchora, c, serà incõmensurabile con, d, & se, a, communica con, b, in potentia solamente, anchora, c, communicarà con, d, in potentia sola mente vien di mazo l'Autor non propone questo perche facilmente è manifesto per la demostratione delle prime parte, laquale se demostremo in questo modo, se, a, communica con, b, (per la quinta di questo) serà, a, al, b, si come numero, a numero sia adonque si come, c, al, f, ma perche (per el presupposito), a, al, b, e si come, c, al, d, serà e, al, d, si come el numero, e, al numero, f, adonque (per la sesta), c, e, communicante con, d, che è il primo propo-

sito

sito, el secondo è manifesto dal primo dalla destructione del consequente, perche se, a, è incommensurabile con. b. le necessario. c. esser in commensurabile con. d. perche se l'fusse a quello commensurabile (conciosia che sia come, c. al. d. così. a. al. b. (per el presupposito) sarà (per la prima parte, a, communicante con. b. & non era communicante, per laqual cosa è manifesto tutto quello che ha proposto l'Autore ma quel la parte che gli habbiamo aggionto (cioe che se, a, communica con, b, solamente in potentia. c. communica con, d, solamente in potentia) è manifesto in questo modo cõcio sia che, a, non communichi con. b. in longhezza ne el, c, (per la seconda parte de que sta) communichi con el d, in longhezza & conciosia che'l quadrato de, a, communi chi con el quadrato de, b, (dal presupposito) sarà (per la quinta) el quadrato della li nea, a, al quadrato della linea, b, si come numero, a, numero liquali siano, e, & , f, & perche el quadrato de, c, al, quadrato de, d, è si come el quadrato de, a, al qua drato de, b, sarà etiam el quadrato de, c, al quadrato de, d, si come el numero, e, al numero, f, adonque (per la sesta), c, & , d, communicano in potentia, e perche non communicano in longhezza, el proposito è manifesto.

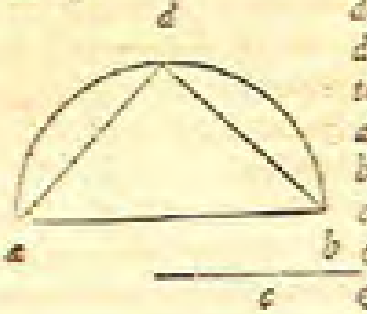
Problema. 2. Propositione. 15.

11 / 10 A qualunque proposta retta linea potemo trouare due rette linee quella incommensurabile, l'una solamente in longhezza, & l'altra in longhezza & in potentia.



Sia la proposta linea. a. voglio ritrouare due linee del-lequale una communichi con. a. in potentia solamente: & l'altra sia incommensurabile a quella in longhezza & in potentia: adonque piglio dui numeri liquali non siano in proportione de alcuni numeri quadrati, & siano questi, b, & . c. liquali è facil cosa da trouare, conciosia che qualun-que numero quadrato a qualunque numero non quadrato ha quella proportione laqual nõ ha alcuni numeri quadra ti (questo conforme la 1xx-sima seconda del ottauo) tolti questi tali numeri trouo la linea. d. al. quadrato dellaquale sia el quadrato della li-nea. a. si come el numero. b. al numero, c, & questa tale linea ritrouo, in questo mo do divido la linea. a. in tante parti quante unità sono in el numero. b. laqual cosa fa cio facilmente, con lo aiuto della undecima ouero duodecima del sesto, & dapoi so pra la estremità della linea. a. erigo la linea. e. perpendicolarmente, in laqual tante volte sia contenuta una delle parti de. a. quante volte è la unità in. c. perche, adon-que (per la prima del sesto) la proportione del quadrato della linea. a. alla superficie che vien fatta dal. a. in e. è si come la linea. a. alla linea. e. e però si come del numero. b. al numero. c. hor sia posto. d. nel luoco di mezzo proportionale fra. a. & e. (si co-me insegna la nona del sesto all'hora (per la prima parte della decima sesta del me-desimo) el quadrato de. d. sarà eguale alla superficie prodotto dal. a. in. e. & sarà la proportione del quadrato della linea. a. al quadrato della linea. d. si come del nume

no.b. al numero.c. per laqual cosa.a.& .d. sono commensurabili in potentia (per la
a / b — sesta di questo) & (per la ultima parte della nona) quelle incommen-
c.4. 3. 36. surabile in longhezza adonque retrouata e la prima linea, d laque-
108. le era el proposito de cercar, l'altra la retrouo in questo modo interpon
B. 27. go (come insegna la nona del sesto) la linea f, nel loco de mezzo pro-



portionale fra, a, & , d , & (per lo corrolario della decima ottaua del sesto) el quadrato de, a, al quadrato de, f, serà si come, a, al, d, adonque (per la seconda parte della nona) el quadrato de, a, e incommensurabile al quadrato de, f, adonque la linea, f, e incommensurabile in potentia alla linea, a, per laqual cosa è ottaua incommensurabile in longhezza, e per tanto la linea, f, e la seconda linea, laquale el proposito era de ritrouar, & cosi è manifesto il proposito.

Lemma.

o / 14 Date due linee rette ineguale, puotemo ritrouare quanto piu puo la maggiore della minore.

Volendo saper quanto piu possi. 6. de B. 12.
36
12
24 *tanto piu pia.*

Siano le due date linee rette, a, b, & c, dellequale la maggiore sia la, a, b, hor bisogna trouar quanto puo piu la. a. b. della, c, sia descritto sopra la, a, b, el semicerchio, a, d, b, & in quello (per la prima del quarto) sia coartada la, a, d, eguale alla c, & sia tirata la, d, b. Al presente è manifesto che l'angolo, a, d, b, e retto, & che la a, b, puo piu della, a, d, (che è eguale alla, c,) in el quadrato della, d, b, e similmente, date due linee rette puotemo ritrouar una linea che possa tanto quanto, q nelle due, laqual cosa cosi lo ritrouo. Siano le due date rette linee, a, d, & , d, b, alleguale sia debbogno trouar una linea potente in quelle, sia posto che, a, d, d, b, còprendano l'angolo retto, e sia tirata la, a, b, et sel altra nolia (per la quadragesima sestima del primo) è manifesto quella esser la. a. b.

Theorema. 13. Propositione. 16.

12 / 14 Se la prima, de ogni quattro linee proportionale puo piu della seconda tanto quanto è el quadrato di alcuna linea a se communicante in longhezza, anchora la terza è necessario poder tanto piu della quarta quanto è el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza & se la prima serà piu potente della seconda in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la terza serà piu potente della quarta in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza.

Hor siano le quattro linee proportionale. a. b. c. d. & sia la. a. maggiore della, b. &

b, & la, c, della, d; & anchora sia la, a, più potente della, b, in el quadrato della linea, e, & c, sia più potente della linea, d, in el quadrato della linea, f, dico che se, a, communicha con, c, in longhezza anchora, c, communicarà con, f, in longhezza & se, a, non communica con, c, in longhezza ne etiam la, c, communicarà con, f, in longhezza & se, a, communica solamente, c, in potentia, anchora, c, communicarà con, f, solamente in potentia, niente di manco l'Autore non propone questo ultimo perche sia chiarezza è manifesto della demostratione di primi perche concio sia che la proportione de, a, al, b, sia si come del, c, al, d, del quadrato de, a, al quadrato de, b, sarà si come del quadrato de, c, al quadrato de, d, & perche el quadrato de, a, e equale alli quadrati delle due linee, b & c, similmente al quadrato de, c, è equale alli quadrati delle due linee, d, & f, La proportione di quadrati delle due linee, b, & c, al quadrato de, e, sarà si come di quadrati delle due linee, d, & f, al quadrato de, f, adonque disgiuntamente el quadrato de, b, al quadrato de, e, sarà si come el quadrato de, d, al quadrato de, f, adonque del, b, al, e, sarà si come del, d, al, f, anchora per la equa proportionalità sarà del a, al, e, si come del, c, al, f, adonque (per la prima parte della decima quarta) è manifesta la prima parte de questa e (per la seconda) la seconda e (per la terza in quel loco aggiunta) questa parte aggiunta.

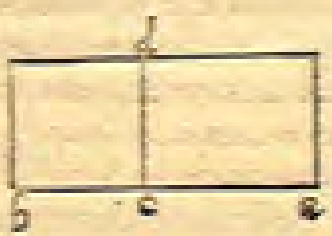


Il Traduttore.

Che la proportione di quadrati delle due linee, b, & c, al quadrato della, e, sia si come quella di quadrati delle due linee, d, & f, al quadrato della, f, è manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.

o 17 Se sopra ad alcuna linea retta serà posto, one ro descritto uno paralellogrammo alquale (a compire la detta linea) manchi uno quadrato, el detto paralellogrammo descritto, serà equale a quello che vien fatto sotto alla posizione di fragmenti di detta linea.



Sia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla, a, b,) lo paralellogrammo a, d, alquale manchi a compire la detta linea la superficie, d, b, quadrata dico che'l paralellogrammo, a, d, è equale a quello che vien contenuto sotto de, a, c, & c, b, & questo per se istesso è manifesto, perche la superficie, d, b, e quadrata el lato, d, c, è equale al, c, b, & lo paralellogrammo, a, d, e quello che fatto vostro contenuto sotto di, a, c, & c, d, & questo è quello che fatto ouer contenuto sotto di, a, c, & c, b, perilche segueta el proposito.

Il Tra-

Il Tradottore.
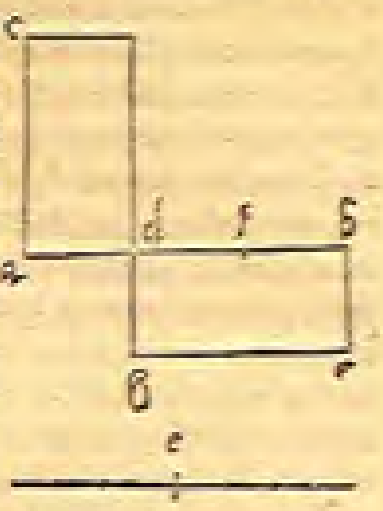
Il soprascritto lemma se ritruoua solamente nella seconda tradottione, el quale e molto al proposito per le due propositioni che seguitano, & la demostratione di quello e assai facile, ma il modo di costruere lo parallelogrammo a.d. sopra la data linea b. con la sopradetta condizione, cioe che manchi a compir la detta linea a.b. un quadrato cioe el quadrato d.b. Et che sia equale a qualche data superficie (come occorre nelle due sequente propositioni,) non e molto facile massime per quelli che non hanno molto familiare la vigesima ottaua propositione del sesto libro, ma a che haurà ben in memoria il procedere generale della detta vigesima ottaua del detto sesto, nō haurà alcuna difficultà nelle due sequente propositioni, adonque se per caso, la te fusse uscita di memoria di nouo a lei recorri che ti serà di utile. ma aduerti se che se bene la detta vigesima ottaua del sesto non dice precisamente quello che si suppone nel soprascritto lemma, ouero quello che nelle due sequente propositioni occorrerà di fare, cioe de aggiungere ouero designare sopra una data rettalinea una superficie equale alla quarta parte del quadrato d'un altra linea (minore di lei) talmente che mancki al compimento della data linea, una superficie quadrata nientedimeno se tu ben considererai il procedere generale di ella tu non haurai alcuna difficultà in questa particulare, perche la maggiore differentia che sia da quella a questa e che in loco del triangolo .r. (in quel loco adduto) in questa tu hai la quarta parte del quadrato della minore linea, laquale quarta parte (uolendo) tu la puoi reuarare in suo triangolo (come sopra la vigesima nona del detto sesto fu mostrato) ebenche senza retirarla in triangolo potrai effequire il tuo intento se ben considererai quella parte adduta sopra la detta vigesima ottaua del detto sesto. Della superficie data in la detta vigesima ottaua adotta, può essere quadrata e non quadrata e però quella non te altera (nelle sequente) il tuo operare. Anchora un'altro piu espedito modo da effequir tal effetto senza aiuto della detta vigesima ottaua del sesto, se adure dal cō mentatore nella prima tradottione come in fine della sequente appare.

Theorema. 14. Propositione. 17.

13 17 Se seranno due rette linee inequale delle quale la superficie equale al la quarta parte del quadrato della minor, aggionta, ouero posta sopra alla maggiore talmente che manchi a compire tutta la linea una superficie, quadrata, diuida la piu longa in due parti communicante, eglie necessario detta linea piu longa poter tanto piu della linea piu corta quanto e el quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longha, & se la piu longha serà piu potente della piu corta per accrescimento del quadrato d'una linea a lei medesima communicante in longhezza, & che a quella sia aggiunta una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea alla qual manchi una superficie quadrata, la superficie sopra a quella aggiunta e necessario diuidere la medesima linea piu longha in due parti cōmensurabile.

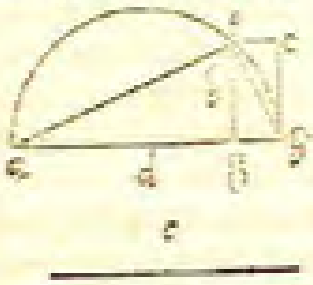
Se siano

Se siano le due linee,a,b,& ,c,& sia,a,b, maggiore & sia aggiunta alla linea. a, b, una superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea, c, talmente che mancchi a compire la linea,a,b, una superficie quadrata,perche questo e possibile a fare per la uigesima ottaua del sesto laqual cosa facilmente uien fatta in questo modo,sia diuisa,a, b,in le due linee,a,d,& ,d,b,talmente che fra queste cada la mità della linea,c, continuamente proportionale (& qualmente se debbia far questo lo insegnaremo in fine della demostratione di questa) & (per la decima settima del sesto) la superficie de,a,d,in,d,b,(laquale sia,d,e,) serà equale al quadrato della mità della linea, e, per laqual cosa (per la quarta del secondo) la medesima serà subquadrupla al quadrato della linea, c, ancbora manchi a compire la linea.a.b. una superficie quadrata,conciosia cosa che es a,d,sia equale al, d,g,& ,d, b, sia equale al, g,e,e per tanto dico che se la superficie, d, e, dimide la linea,a, b, in due parti communicanti la linea, a, b,serà piu potente della linea,c, imel quadrato de alcuna linea communicante con lei in longhezza & e conuerso , & conciosia che la linea,a,b,sia maggiore della linea,c,la parte,a, d,nō serà equale alla parte,d,b,perche se la fusse equale la superficie,d,e,seria quadrata,& perche essa superficie è equale al quadrato della mità della linea,c,seria. a,d,equale alla mità de, c,& tutta,a,b,seria equale a tutta la,c,laqualcosa seria contra el presupposito. adonque la, a,d,non è equale alla,d,b,adonque della maggiore de quelle(laqual sia, d, b,) sia tagliato la parte,d,f,equale alla,a,d,& (per la ottaua propositione del secondo)el quadrato de tutta la,a,b,serà equale a quelli rettangoli fatti de,d,b,in,d,a,quattro volte & al quadrato de,f,b,per laqual cosa la linea, a,b,serà piu potente della linea,c, imel quadrato della linea,f,b,laquale è necessario communicare a tutta la, a, b,se la linea,a,d,e communicante alla linea,d,b, perche se questo serà la,d,b,serà communicante alla,d,f,sua equale per la qualcosa (per la duodecima propositione),b,f,communicha con,f,d,è però communica etiam a tutta la,b,d,& per questa causa communica etiam con tutta la, a, f, adonque communica etiam con tutta la,a,b, & cosi è manifesto el primo proposito,el conuerso di questa è manifesto in questo,sia la,a,b,piu potente della,c,imel quadrato della linea,f, b, laqual communichi con lei medesima in longhezza , dico al presente che la superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea, c, agiunta sopra alla linea,a,b,(talmente che mancbi una superficie quadrata) dimide la linea,a,b,in due parti communicanti, perche se sia diuisa,f,a, in due parti equali in, d,& sia fatta la superficie, d, e,del,d, b, in,d, a, & mancarà a compire la linea,a,b,la superficie quadrata, & (per la ottaua propositione del secondo libro)el quadrato de.a.b.serà equale al quadruplo della superficie.d.e.& al quadrato de,f, b, Adonque el quadruplo della superficie de.d.e.è equale al quadrato della, c, per laqual cosa la superficie.d.e.sie equale alla quarta parte del quadrato della,c,dico



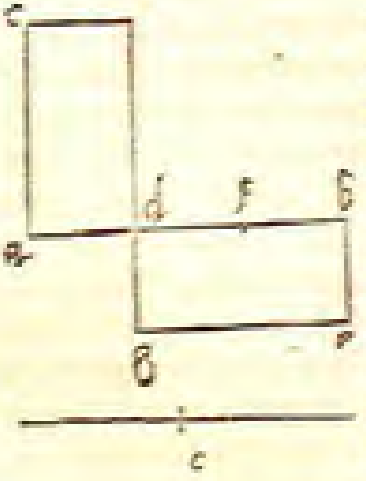
adonque

adonque che la,d,b,è communicante con la,a,d, stante,che,f,b, sia communicante con,a,b,perche se questo serà che,f,b,sia communicante con, a,b,serà anchora con municante con,a,f, (per la duodecima propositione) per laqual cosa serà etiam con a,d, & con,d,f,a quella equale e per tanto etiam, d,b,serà communicante con, a, d, cioè al secondo proposito, ma al presente è da dimostrare qualmente la linea,a, b,quando che essa serà posta maggiore della linea,c, possa esser divisa talmente che fra le parti di quella cadi la metà della linea,c,continuamente proportionale, per che quando la serà cosi divisa, la superficie che serà fatta dall'una parte in l'altra serà equal al quadrato della mità della linea,c,& essa superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea,c,aggionta alla linea,a,b,talmente che manchi una superficie quadrato, perche questo serà fatto in questo modo,divisa,a,b, in due parti equali in punto,d,& sia tirato sopra quella lo semicerchio,a,f,b, & similmente sia tirata la linea,b,e, perpendolare alla,a, b, laquale sia posta equale alla mità della linea,c,& sia data la,e,f, equidistante alla,a,b, per fino a tanto che la seghi la circonferentia del semicerchio in punto,f. perche è necessario che segha quella (conciosia che la linea, a,b,sia maggiore della linea,c,) & sia data la,f, g,perpendolare alla,a,b,laquale conciosia cosa che la sia equale alla linea,a,c,b,(per la trigesima quarta propositione del primo) serà anchora equale alla mità della linea,c,sia adonque data le linee, f, a, e (per la prima parte della trigesima prima propositione del terzo) l'angolo a,f,b, serà retto e perol (per la prima parte del corrollario della ottava del sesto) la linea,f,g,serà nel mezzo loco proportionale fra,a,g,et,g,b, per laqual cosa la mità della linea,c,(laquale è equale a quella) serà etiam media proportionale fra le medesime che è el nostro proposito.



Theorema. 15. Propositione. 18.

14
18



Se seranno due linee inequale delle quale se la superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta posta sopra alla piu longa talmente che manchi al compimento di quella una superficie quadrata, divida quella in due parti incommensurabile, la piu longa serà piu potente della piu corta in lo augumento del quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longa & se la piu longa serà piu potente della piu corta in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza, a essa linea piu longa, & sia posto, quer aggiunto sopra a essa una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta & manchi a cõpire la

re la piu longha una superficie quadrata, le necessario che essa superficie posta ouero aggiunta sopra essa linea, diuida essa linea piu longha in due parti incommensurabile.

Questa decima ottaua mette el contrario dello antecedente & del consequente della precedente, & la dispositione in questa non differisse dalla dispositione di quella, e el modo de argumentare dell'una & dell'altra e uno medesimo, perche, se a,d, non commenica con, d,b, ne etiam, d,f, (a lei equale) commenicarà con la medesima, d,b, adonque (per la 13. propositione) d.f. non commenicarà con f, b, per laqual cosa manco con, a,f, perche a.f. & d,f, sono cōmenicante si come el numerāte & el numerato, e pero ne etiam a,b, commenicarà con la linea, f,b, ma se questo serà (per la seconda parte) cioe se, a, b, non commenica con, f,b, non commenicarà con, a, f, per laqual cosa non commenicarà etiam con, a, d, ouero con, d,f, adonque ne, d, b, commenicarà con, d,a, anchora tu puoi demostrare questa decima ottaua propositione per la premessa la prima parte de questa per la seconda de quella & la seconda per la prima per la destruttione nel consequente, perche se, a,d, & , d,b, non commenicano ne etiam, a,b, & , f,b, commenicarranno, perche se, a,b, & , b,f, commenicassino bisognaria (per la seconda parte della premessa) che, a,d, commenicasse con, d,b, & era posto che'l non commenicasse, per lo medesimo modo se procederà della seconda parte perche se, b,a, & , b,f, nō commenicano ne etiam, a,d, & , d, b, commenicarranno, perche commenicando seguiria per la prima parte della premessa che, a,b, & , b,f, commenicassino liquali non commenicano per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. 16. Propositione. 19.

15 19 Ogni superficie rettangola che contengono due linee rationale in longhezza se proua esser rationale.



Siano le due linee a.b. & b.c. (lequale contengano la superficie rettangola. a.c.) rationale in longhezza: dico la superficie a.c. essere rationale: perche descritto il quadrato de quale si voglia di quelle come il quadrato c.d. della linea b.c. serà (per la prima del sesto) la proportione del quadrato c.d. alla superficie a.c. come la linea b.d. alla linea a.b. perche adonque. b. d. commenica in longhezza con. a. b. (dal presupposito) però che la. b. c. (sua equale) commenica con essa (per la prima parte della decimaquarta). c.d. serà commenicante con. a.c. adonque concio sia che c.d. sia rationale (per la diffinitione) etiam. a.c. serà rationale che è il proposito.

Il Tradottore.

El resto di questa decimanona propositione in la seconda tradottione dice in que sta forma.

15/19 Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale (secondo al cuno di predeti modi) commensurabile in longhezza è rationale.

Laqual propositione non astringe che le dette due linee siano rationale in longhezza: ma possono esser rationale etiam solamente in potentia. pur che siano commensurabile in longhezza. Laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e sie di sopra adducte, perche el quadrato di qual si voglia di quelle sarà rationale (essendo cadauna di quelle rationale in potentia) onde seguitando se concluderà el proposito come in altro modo: & questa è molto piu generale della altra.

Theorema. 17. Propositione. 20.

16/20 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza sarà posta una superficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella sarà rationale in longhezza & commensurabile co'l primo in longhezza.



Questa è quasi el converso della precedente, come se la superficie, a,c, (aggionta overo posta sopra alla linea, a,b, rationale in longhezza) sarà rationale: dico che il secondo lato di quella (elquale e,b,c,) sarà anchora rationale in longhezza & commensurante al primo lato: perche se sia, a,d, el quadrato de, a,b, & sarà rationale (per la diffinitione) & per questa causa sarà cõmensurante con la superficie, a,c, rationale, perche adonque (per la prima del sesto) si come è la superficie, a,d, alla superficie, a,c, così è anchora la linea. b.d. alla linea, b,e, & la superficie, e,d, commensurante con la, a,c, sarà (per la prima parte della decimaquarta) d.b commensurante con, b,c, adonque sarà ella etiam commensurante con la, b,a, (sua eguale) & b.a, è rationale (dal presupposito,) per laqual cosa (per la diffinitione) etiam, b, c, sarà rationale, adonque è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El resto di questa soprascritta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

16/20 Se una superficie rationale serà posta sopra una linea rationale sarà la larghezza rationale, commensurabile in longhezza all'altra cioe a quella sopra laquale fu posta la superficie.

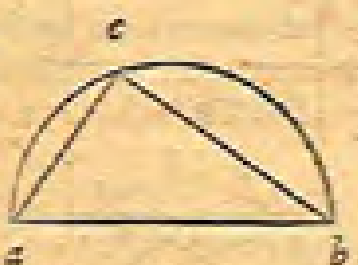
Onde



Onde questa è assai piu generale di quella posta di sopra, perche questa non astringe che la data linea sia rationale in longhezza ma basta che sia rationale onde tal linea puol esser etiam rationale solamente in potentia, perche una linea rationale solamente in potentia e detta rationale (per la diffinitione) & tutto questo lo verifica per le medesime argumentationi usate di sopra, perche ponendo che la superficie.a.c.rationale, sia posta sopra la linea.a.b. rationale solamente in potentia, dico che el medesimo secondo lato cioe.b.c. serà rationale solamente in potentia, & commensurabile in longhezza con la.a.b. per le medesime ragioni nell altra demostratione additte perche el medesimo quadrato de.a.b. serà rationale (per esser la.a.b. rationale ancorche sia solamente in potentia) non resta che il detto quadrato non sia rationale & commensurabile alla superficie.a.c. & cetera.

Problema.4. Propositione.21.

17/29 Puotemo trouare due linee rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longha possa piu della piu corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza.



El proposto è di trouare due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale la piu longha sia piu potente della corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, e per tanto tolgo alcuna linea rationale, laqual sia.a.b. sopra laquale descrivo lo mezzo cerchio.a.c.b. & tolto alcun numero (come.d.e.) diuido quello in li dui numeri.d.f. et f.e. talmente che la proportione de.d.e. al. d.f. sia come de numero quadrato a numero quadrato, & che la proportione del. d.e. al f.e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero e qualunque numero quadrato diuisibile in un numero quadrato & in uno che non sia quadrato come.e. 9. elquale se diuide in.4.e.5. & tuti li equalmente multiplici de questi. & trouo una linea al quadrato della quale el quadrato della linea.a.b. sia si come el numero.d.e. al numero. d.f. (& qualmente essa se ritroui è stato detto in la demostratione della decimaquinta de questo) trouata questa linea (laquale necessariamente è minore de.a.b.) la accomodo (per la prima del quarto) dentro del

8

Se 9 me da 5. che me darà poniamo 16. 256

Se la 1280

16 ℞ R. 142. ¾

mezzo

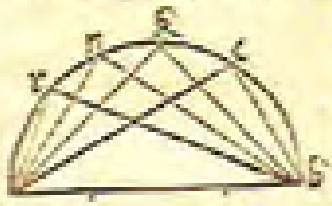
Anchora.

Se 9. 5. R. 12
12

60
6 4/9

R 12. ꝑ R 6 2/3

mezzo cerchio a.c.b. & sia a.c. & subtendarò la linea c.b. dico le due linee a.b. & c.b. essere quelle che cercamo, perche (per la trigesima prima propositione del terzo) lo angolo c sarà retto, e pero (per la penultima del primo) lo quadrato de a.b. è equale alli quadrati delle due linee a, c, & c.b. & perche la proportione del quadrato della linea a.b. al quadrato della linea a.c è si come del d. a. al d. f. (per el presupposito) (per la octaua proportionalità) la proportione del quadrato della linea a.b. al quadrato della linea a.c.b. sarà si come del d. a. al f. e adoque el quadrato de c.b accommenza con el quadrato de a.b. (per la 12. 6. propositione di questo) adonque el quadrato de c. b. sarà rationale (per la diffinitione) concissia che' l commensura con una superficie rationale, & perche c.b. & c. b. sono incommensurabile (per la ultima parte della nona propositione) è manifesto le due linee a.b. & c.b. esser rationale in potentia solamente commensurante, ma perche la linea a. b. e piu potente della linea c.b in el quadrato della linea a c. laquale (per la seconda parte della nona) commensura con seco in longhezza è manifesto essere satisfatto el proposito, ma se tu desideri de ritrouarne piu de due rationale in potentia solamente commensurante delle quale una sia piu potente de quala si voglia delle altre in el quadrato de alcuna linea commensurante con seco in longhezza sia come per auanti la linea a. b. rationale in longhezza, sopra laquale sia descritto el mezzo cerchio a.c.b. & sia tolto lo numero d. quadrato quale sia diuisibile in molti quadrati & non quadrati, di quali non quadrati la proportione non sia si come de alcuni di numeri quadrati, & tali numeri che oltra se danno come el 36. elquale è diuisibile in 25. e 11. e anchora in 16. e 20. & similmente in 9. e 27. e anchora in 4. e 32. & de questi non quadrati liquali sono 11. 20. 27. 32. fra loro non e proportione si come de alcuno numero quadrato a un'altro sia adonque che' l numero d. quadrato sia diuiso in e. quadrato et in f. non quadrato & sia el quadrato della linea a, b, al quadrato della linea a, c, si come el numero d. al numero e. & sia ducta la linea c. b. & è manifesto el proposito, come per auanti è stato dimostrato. a. b. & b. c. esser le due tal linee, che cercamo, similmente anchora diuiderò d. in g. quadrato & in h. non quadrato, & sia el quadrato della linea a. b. al quadrato della linea a. k. si come del d. al g. & sia ducta la linea k. b. & seranno come prima le due linee a. b. & b. k. quelle che cercamo per lo medemo modo se sia diuiso un'altra volta d. in l. quadrato & in m. non quadrato, & sia posto la proportione del quadrato della linea a. b. al quadrato della linea a. n. si come del d. al l. & sia producto la n. b. seranno le due linee, a. b. & b. n. quale cercano



cato & se ne l'altra volta sia diuiso. d. in. p quadrato & in. q. non quadrato, & la proportione del quadrato della linea, a, b, al quadrato della linea, c, r, sarà sicome del, d, al, p, & sia procreata la linea, r, h, ser anno anchora le due linee, a, b, & b, r, quale cer. anno, e per tanto le linee, a, b, b, c, b, k, b, r, b, r, sono razionale in potentia solamente conuenicante una delle quale (cioe, a, b,) e piu potente de quale si voglia delle altre in el quadrato d'una linea commensurabile con seco in longhezza: se adunque niuna delle quattro linee, b, c, b, k, b, r, b, r, commensura con le altre in longhezza è manifesto el proposito & questo se approua in questo modo, perche le manifesto dalle precedente che'l quadrato della linea, b, c, al quadrato della linea, a, b, e si come el numero, f, al numero, d, & lo quadrato della linea, a, b, al quadrato della linea, b, k, e si come el numero, d, al numero, b, adonque per la equa proportionalità el quadrato della linea, b, c, al quadrato della linea. b. k. è si come el numero, f, al numero, b, & niun di quattro numeri, f, b, m, q, sono (dal presupposto) si come numero quadrato a numero quadrato, per laquale cosa (per la quarta parte della nona) le due linee. b. c. b. k. sono incommensurabile in longhezza, & per la medesima ragione, due quale si voglia di quelle quattro sono incommensurabile in longhezza adonque è manifesto quello che volemo.

Nota che a trouar praticalmente l'antecedente a ogni numero rationale formã te un binomio. 1. 2. & 3. lo puoi trouar con ogni num. ▢ diuisibile in un num. ▢ & in uno non ▢, come 9. come qui appare, & è regola generale & sel 3. numero sarà ▢ ne uenirà binomio primo, & sel sarà num. non ▢ ne potrà uenir binomio terzo, ma uolendo trouar el secondo, alla prima moltiplicai 9 & 5. dicendo se 5 me da 9. che me darà el ▢ de quello num. che voglio che sia consequente, ponendo che voglia 6. per consequente dirò se 5 me da 9. che me darà 36. opera che me uerrà $\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{4}{5}$ et la R $\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{4}{5}$ ꝑ R 36 che 6. & cosi R 64 $\frac{4}{5}$ ꝑ 6 sarà binomio 3. Vero è che l'Autor procede dicendo se 36. da 25. che me darà lo ▢ della, a, b. (rationale largo modo) e da, c, a, et la, c, b, sarà poi il secõdo nome.

9	5	36.
		5
		180

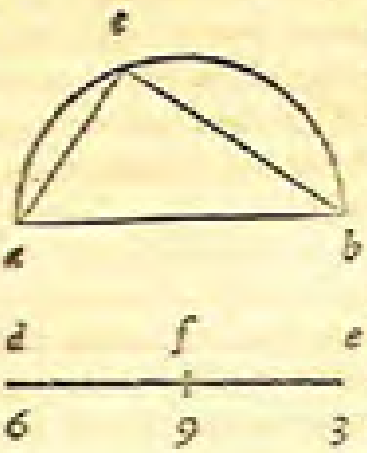
R 36 ꝑ R 20

Il Tradottore.

Bisogna notare che la linea, a, b, se puol tore rationale in longhezza & anchora solamente rationali in potentia, perche in l'uno e l'altro modo se intende rationale per la quarta diffinitione (secondo la seconda tradottione) & per tanto le dette due linee ponno essere ambedue rationale solamente in potentia, uero l'una rationale in longhezza & l'altra solamente in potentia, vero è che non possono esser ambedue rationale in longhezza perche seriano commensurabile in detta longhezza che seria contra al presupposto, ideo &c.

Problema. 5. Propositione. 14.

18 / 30 Puotemo trouare due linee rationale solamente in potentia communicante, dellequale la piu longha posi piu della piu corta quanto è il quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza.



In questa anchora rimarga la medesima dispositione & li medesimi presuppositi che sono in la precedente, mutato solamente questo che la proportione del numero.d.e.a numero di dui numeri.d.f.& f.e.sia si come de numero quadrato a numero quadrato,& questo mè fatto facilmente posto.d,e, qual si voglia numero quadrato diuiso in dui numeri non quadrati come se, d, e, sia nouue & d.f.sei,et f,e,tre argumentando come per auanti ecterro solamente questo che, a, b, & a, c, sono incommensurabili in longhezza (per la ultima parte della nona propositione) & è da saper che le due linee, che insegnano di trouare questa & la premessa componeno el binomio, & la minore de quelle, tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta residuo, anchora nota che le linee razionale solamente in potentia cõmunicante posno esser una razionale & l'altra irrationale,si come li lati tetragonici de due superficie delle quale una sia cinticinque piedi & l'altra cintiquattro sono razionali in potentia solamente communicante, perche el lato della prima superficie è cinque & el lato della seconda non nien numerato. Et posno esser ambedue irrationale come li lati tetragonici delle due superficie delle quale una sia cinti quattro piedi & l'altra 23. perche el lato ne dell'una ne dell'altra nien numerato & sono incommensurabile in longhezza (per la ultima parte della nona) & se tu desiderasse anchora de trouare piu de due linee razionale in potentia solamente cõmunicante delle quale una sia piu potente de quela si voglia delle altre in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza sia posto sul numero el quale possa esser cosi diuiso in piu parti, che la proportione de quello a ciascuna delle sue parti ne d'alcuna parte a alcuna delle altre,sia come de numero quadrato a numero quadrato come cinticinque eleuati sul pol dividere in dnoi e cintitre, anchora in cinque & cinti & similmente in sesse è deciotto & el processo sia el medesimo che è stato fatto in la premessa.

Per trouar el.4. binomio, ponendo per suo antecedente.6. dirai se.9. me da.6. (cioe.3.)che me darà.36.opera che uenirà ℘ R 4.e per el 3.daria.6.℘ R 12.

Et per trouar el quinto dato per suo conseguente 8. dirai, se 3. me da 9.che me darà 64. opera che te darà R 192 ℘ 8. in questi anchor dire se 6. me da. 9. che me darà 64. opera che te dara. R 96. ℘ 8.

Per trouar el.6. binomio a. R 18. per antecedente dirai, se 9.me da. 6. che me darà R 18. opera con il □ de R 18 ch'è 18. & te uenirà R 18 ℘ R 12. & cosi discorrendo.

Lemma, ouero assumptione.

9/21 La linea potente in una area irrationale è irrationale.

Perche se la linea, a, pol in una area irrationale che che quel quadrato qual

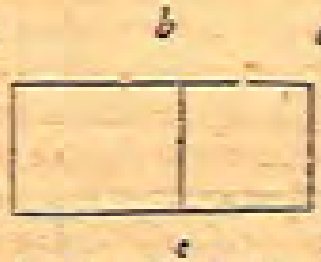
a uien fatto della linea a, sia equale a una area ouer superficie irrationale, dico che la linea a, è irrationale, perche se possibil fusse (per l'aduersario) che la detta linea a fusse rationale, anchora el quadrato che fusse fatto della linea a. seria per la diffinitione rationale, & (dal presupposito) e irrationale, adonque la linea, a, è irrationale seguita adunque il proposito.

Il Tradottore.

Questo lemma ouero assumptione se ritroua solamente in la seconda tradottione, el quale lemma dimostra quello che se diffinisse in la ultima diffinitione di questo decimo libro, cioe che la linea potente in una superficie irrationale è irrationale per laqual cosa seguiria la detta ultima diffinitione essere superfina.

Theorema. 18. Propositione. 23.

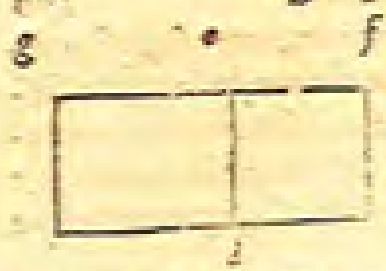
19 21 Ogni superficie che contégano due linee rationale solamente potentialmente communicante, è irrationale, è detta superficie mediale, & lo suo lato tetragonico, cioe quello lato che puol in quella, è irrationale & è detto linea mediale.



Sieno le due linee. a. b. b. c. (continente la superficie a. c.) rationali solamente in potentia communicante, lequale qualmente se trouino della premessa & della ananti la premessa è manifesto. Dico la superficie. a. c. esser irrationale. Et per dimostrar questo sia. c. d. quadrato de. b. c. & sera rationale (per el presuppositio) imperoche la linea. b. c. è rationale in potentia, et perche (per la prima del sesto) la proportione del. a. c. al. c. d. è si come della. a. b. alla. b. d. & la. a. b. non communica con la. b. d. perche (dal presuppositio) le non communica con la sua equale (laquale. e. b. c.) seguita (per la seconda parte della decimaquarta) che etiam. a. e. non communichi con. c. d. per laquale cosa (per la diffinitione) la superficie. a. c. è irrationale adonque el suo lato tetragonico (per lo soprascritto lemma) e irrationale, & questa superficie è chiamata superficie mediale perche è nel mezzo loco proportionale fra le due superficie rationale, cioe fra li quadrati delle due linee che contengono essa superficie, & la linea potente in essa superficie è detta linea mediale perche anchora lei è nel mezzo loco proportionale fra due linee rationale communicanti solamente in potentia, & queste due linee sono li lati della detta superficie & questo è quello che uolemo.

Lemma.

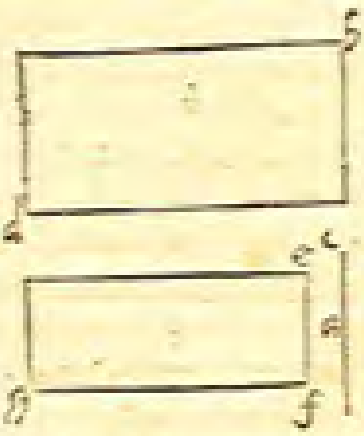
o 22 Se seranno due linee rette, si come la prima alla seconda, cosi è quello che uien fatto della prima a quello che contenuto sotto alle due rette linee.



Siano le due rette linee f. e. g. Dico che si contiene. e. f. al. e. g. cosi è il quadrato de. f. e. alla superficie contenuta sotto da. f. e. & e. g. & per dimostrare questo sia descritto per la quadragesima sesta del primo el quadrato, d, f, & sia compito d, g, adunque perche si come e, f, al, e, g, cosi e, f, d, al, d, g, & , d, g, e quella superficie contenuta dal, f, e, & , e, g, adunque si come e, f, e, al, e, g, cosi e quello che uien fatto del, f, e, a quello che contenuto sotto del, f, e, et, e, g, similmente anchora si come quello che contenuto sotto de, g, e, & , e, f, a quello che uien fatto dal, e, f, cioe si come, g, f al, d, f, cosi è, e, g, al, e, f,

Theorema. 19. Propositione. 24.

20 22 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza serà posta una superficie equale al quadrato d'una linea mediale, el secondo lato di quela serà rationale solamente potentialmente & incommensurabile al primo lato in longhezza.
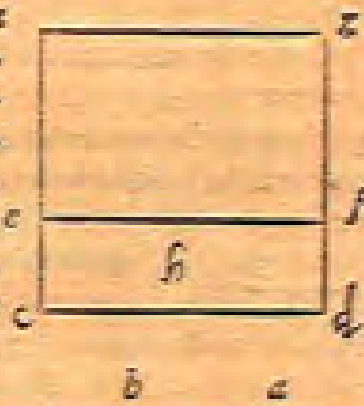


Questa è quasi il converso della precessa. Sia, a, una linea mediale & sia la linea, b, c, rationale in longhezza sopra alla quale sia posto overo aggiunta la superficie, b, d, equale al quadrato della linea, a, laqual cosa si fa in questo modo, sia sotto aggiunto alle due linee, b, c, & , a, la linea, c, d, in continua proportionalità come insegna la decima del sesto, & la superficie della, b, c, in, c, d, serà equale al quadrato della linea. a. (per la sestadecima del medesimo) dico el secondo lato de quella el quale c, d, e, esser rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza al lato, b, c, & serà (per la precedète) (per la diffinitione della linea mediale) che la linea, a, possa in alcuna superficie contenuta da due linee rationale solamente in potentia communicanti, laqual sia la superficie, e, g, li lati della quale siano, e, f, & , f, g, & le due superficie, b, d, & , e, g, (per la prima parte della decima quarta del sesto) seranno de lati mutui, per questo che esse sono equale, & rettangole adunque la proportione de, b, c, al, e, f, e si come del. f, g, al, c, d, per laquale cosa concieosia che, b, c, communichi in potentia con, e, f, (imperoche li quadrati dell'una & dell'altra de quelle sono rationali (dal presupposito,) f, g, (per la decimaquarta) communicarà in potentia con, c, d, concieosia adunque che'l quadrato de, f, g, sia rationale (per el presuppesito) anchora el quadrato de, c, d, (per la diffinitione) serà rationale, & perche la superficie, b, d, è irrationale si come la sua equale, e, g, (per la premessa) seguita che'l quadrato della linea, c, d, non communichi con la superficie, b, d, & perche el quadrato della linea, c, d, alla superficie, b, d, (per la prima del sesto) e si come lo lato, c, d, allo lato, c, b, (per la seconda parte della decima quarta) serà che, c, d, non communichi con, b, c,

con,b,c,per laqualcosa concioſia che la,b,c,ſia rationale in longhezza (dal preſup poſito) la,c,d,ſerà irrationale in longhezza cioè rationale ſolamente in potentia, adunque è manifeſto la propoſta concluſione.

Il Tradottore.

Il teſto della ſopraſcritta propoſitione in la ſeconda tradottione parla in queſta forma videlicet.

20 Il quadrato de una linea media, poſto ſopra a una linea rationale fa
22 la larghezza rationale & incommenſurabile in lōghezza a quella linea alla quale fu ſoprapoſto.



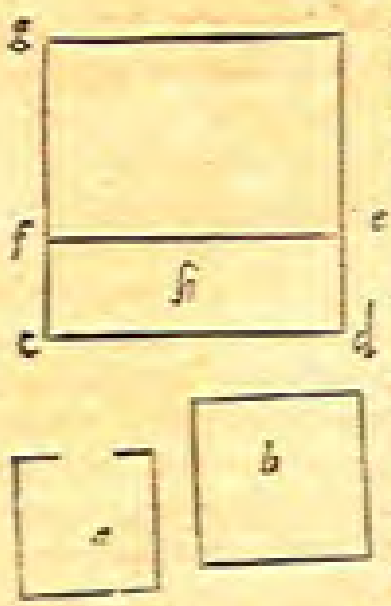
Laqual propoſitione e piu generale che la ſoprapoſta perche queſta non aſtringe che la linea,b,c,ſia rationale in longhezza, ma baſta che ſia rationale o in longhezza o in potentia ſolamente & per li medeſimi argumentationi ſe trouarà ſeguire il propoſito & quello, che di ſopra ſe conclude per la prima del ſeſto nella ſeconda tradottione ſe conclude per la ſopraſcritta lēma, cioe che il quadrato della linea,c,d, alla ſuperficie,b,d,e ſi come la lato,c,d, allo lato,c,b.

Q neſta propoſitione 25. non ſe conuertiſſe, cioe che ogni linea, che non ſia communicante a una linea mediale in longhezza ouer in potentia non ſegita, che quella tale non poſſa eſſer mediale, perche ai ſon alcune linee mediale, che tra loro non ſono communicante ne in longhezza, ne in potentia, come R R 7 a R R 5 *& di queſte niente ha parlato Euclide. Et però le ſpecie delle mediale comparatiuamente ſono 6. Primo, comenſurabile in longhezza, quale contenno ſempre ſuperficie mediale. Q uarto, comenſurabile ſolamente in potentia cioe, due contenente ſuperficie mediale, & due contenente ſuperficie rationale. La 6. quella pretermeſſa da Euclide, e però ſon 6. ſpecie de binomij mediali.*

Theorema.20. Propoſitione.25.

21 Ogni linea communicante a una mediale è mediale.

23 *Sia la linea,a, mediale alla quale ſia poſto la linea,b, eſſer communicante ouero in longhezza, ouero ſolamente in potentia. dico che etiam la linea,b, è mediale, & per dimoſtrare queſto ſia la linea,c,d, rationale in longhezza ſopra laquale ſia poſta la ſuperficie,c,f, equale al quadrato della linea,a, & anchora la ſuperficie,c,g, equale al quadrato della linea,b, (& a qual modo queſto ſi debba far è ſtato detto in la preueſſa demoſtratione) & (per la precedente) la linea,d,f, ſerà rationale ſolamente in potentia & incommenſurabile alla linea,c,d, & perche (per la prima del ſeſto) del,e,g, al,e,f, ſi come del,f,g, al,d,f, & la ſuperficie,e,g, communica con la,e,f, imperoche el quadrato de,b, communica con lo quadra-*



to de,a, (per el presupposito) alli quai quadratile dette superficie sono poste equale, seguita (per la prima parte della decima quarta) che la linea, f, g, commensurabili con la linea, d, f, per laqual cosa, f, g, e rationale solamente in potentia, si come è, d, f, & incommensurabile in longhezza alla linea, e, f, concioscia che la linea d, f, (a se communicante) sia incommensurabile al medesimo, e, f, impero che è incommensurabile alla sua equale, per che questo fu provato in la undecima che se l'serà due quantità communicante a qualunque quantità una di quelle non communica ne etiam l'altra gli communicarà, adonque (per la xigesima terza) la superficie, e, g, serà mediale, & io lato rationale di quella el quale è, b, serà mediale che è il proposito, finalmente anchora ogni superficie communicante a una superficie mediale è necessario esser mediale, perche se sia la superficie, a, mediale alla quale sia posta la superficie, b, esser communicante. dico la superficie, b, esser mediale laqual cosa in questo modo serà manifesta, sia la linea, c, d, rationale in longhezza & sopra a quella sia aggionta, overo posta la superficie, c, e, laquale sia equale alla superficie, a, laqual cosa se fa in questo modo, sia trovata la linea, e, f, alla quale sia proportionale uno di lati della superficie, a, si come sia la linea, c, d, all'altro lato (et come questa linea se ritrova e stato detto in la decima del sesto) & (per la quinta decima del medesimo) la superficie, d, f, serà equale al, a, & anchora per el medesimo modo sopra alla linea, e, f, sia aggionto, overo posto la superficie, e, g, laquale sia equale alla, b, adonque (per la xigesima quarta) la linea, e, f, serà rationale solamente in potentia & anchora serà incommensurabile in longhezza alla linea, c, d, & perche, a, & b, erano communicanti (dal presupposto) seranno anchora, c, e, & e, g, (a quelle equale) communicante, adonque (per la prima del sesto) & (per la prima parte della decima quarta) de questo seranno le due linee, e, f, & f, g, communicante in longhezza, adonque la linea, f, g, è rationale solamente in potentia: & incommensurabile in longhezza al la linea, e, f, per laqual cosa (per la xigesima terza) la superficie, e, g, serà mediale, concioscia che la linea, e, f, sia rationale in longhezza si come, c, d, a lei equale (concioscia adonque che, b, sia equale al, e, g, anchora, b, serà mediale che è il proposito. Et nota che tutte le superficie mediale communicanti componeno superficie mediale, onde tutta la superficie, d, g, è mediale, perche concioscia che le due linee, e, f, & f, g, sian rationale in potentia solamente, & non communicante in longhezza seguita che tutta la, e, g, sia rationale solamente in potentia & non communicante con la, c, d, in longhezza, adonque (per la xigesima terza), d, g, è mediale e per lo medesimo modo se procederia essendo più.

Il Tradottore.

Questa ultima parte provata di sopra, cioe che ogni superficie communicante a

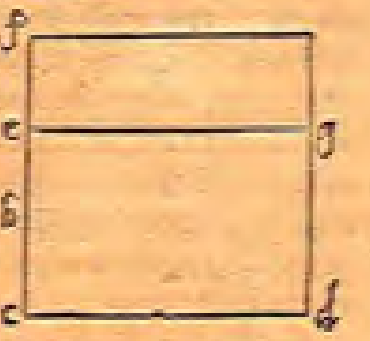
te a una superficie mediale e mediale, nella seconda tradottione se ne fa uno correlario ma per esser assai più chiara questa del detto correlario habbiamo posposto el detto correlario.

Theorema. 21. Propositione. 26.

22 26 Ogni differentia in laquale habbondi una mediale da una mediale se proua esser irrationale.

Sia l'una & l'altra delle due superficie, a, b, & c, mediale, Dico che la superficie b, (laquale è la differentia di quelle) è irrationale, e per dimostrar questo sia la linea c, d, rationale in longhezza sopra alla quale sia posta ouer aggionta la superficie d, e, equale alla superficie a. & la superficie d, f, equale alla total superficie a, b, & come questo se debba fare lo habbiamo insegnato in la precedente, adonque perche d, f, è equale al a, b, & d, e, è equale al c, (per la cõcessione) g, f, serà equale al b, se adonque la superficie b, non è irrationale ma rationale (per l'aduersario) serà etiam la f, g, (sua equale) rationale & conciosia che la linea e, g, sia rationale in longhezza si come la sua equale c, d, (per la. 20.) la linea. e. f. serà rationale in longhezza è communicãte con la linea c, g, & (per la. 24.) l'una e l'altra delle due linee, c, e, & c, f, è solamente potentialmente rationale & incommensurabile in longhezza alla linea c, d, adõque la linea e, f, è incommensurabile alla linea, c, e, in longhezza & perche (per la prima del. 6.) el quadrato della linea, c, f, alla superficie che non fatta della, e, f, in la, c, e, e si come la, e, f, alla, c, e, seguita (per la seconda parte della. 14.) che el quadrato della linea, e, f, sia incommensurabile alla superficie fatta del, e, f, in, c, e, per laqual cosa & esso quadrato serà incommensurabile al doppio della superficie del, e, f, in, c, e, & lo quadrato de, c, e, conciosia che'l sia rationale è communicante al quadrato de. e, f, adõque tutto el composto de ambidui (per la. 12.) serà communicante al quadrato de, e, f, e però serà incommensurabile al doppio della superficie del, e, f, in, c, e, & perche (per la quarta del secondo) el quadrato della linea, c, f, è equale alli dui quadrati delle due linee. c, e, & e, f, & al doppio della superficie de, e, e, in, e, f, & lo doppio della superficie de, c, e, in, e, f. è incommensurabile allo aggregato delli dui quadrati delle due linee. c. e. & e. f. seguita per la. 13. che el quadrato de. c. f. sia incommensurabile allo aggregato di dui quadrati delle due linee c. e. & e. f. & conciosia che lo aggregato de questi quadrati sia rationale, seguita el quadrato della linea c. f. non esser rationale e però la linea c. f. non è rationale in potentia & per questo la superficie. d. f. non serà mediale ne etiam la superficie. a. b. a lei equale laqual cosa è incõueniẽ





te per esser il contrario di quello che stato posto, rimane adenque che la superficie, b,e irrationale che è il proposito.

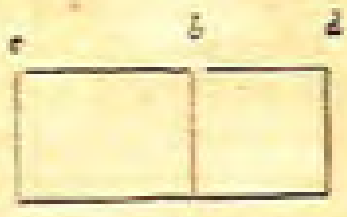
Il Traduttore.

Il medesimo seguiria che volesse la linea. c.d rationale solamente in potẽtia, cioe che'l non è necessario che la sia rationale in longhezza come propone il commentatore anci pool esser anchor essa detto rationale solamente in potentia essupponendo poi per (l'aduersario) che la superficie g,f, sia rationale seguirà (per la 19esima di questo tolta dalla seconda tradottione) che la, e, f, sia rationale (largo modo) è commensurabile in longhezza con la, e, g, seguendo poi come segue se concluderà il proposito.

Theorema. 22. Propositione. 27.

0 / 24 Il rettangolo compreso sotto a due linee mediale commensurabile in longhezza mediale.

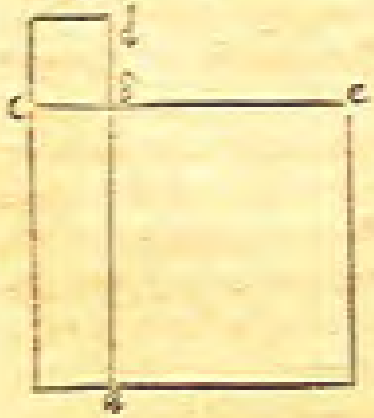
Dico se sotto alle due rette linee mediale, a,b, & ,b,c, commensurabili in longhezza serà compreso il rettangolo. a.c. Dico che'l detto rettangolo. a.c. e mediale, e per dimostrar questo sia descritto (per la quadragesima sesta del primo) lo quadrato. a.d. dalla linea, a,b, adonque lo quadrato, a,d, e mediale & perche la, a,b, è commensurabile alla, b, c, in longhezza & la, a,b, è equale alla, d,b, adonque la, d,b, è commensurabile alla, b, c, in longhezza per laqual cosa & lo quadrato, a,d, serà commensurabile alla superficie. a.c. adonque (per la 23esima questa) la superficie, a,c, è mediale cioe per la parte aggionta sopra la detta. 25.



23 / 25

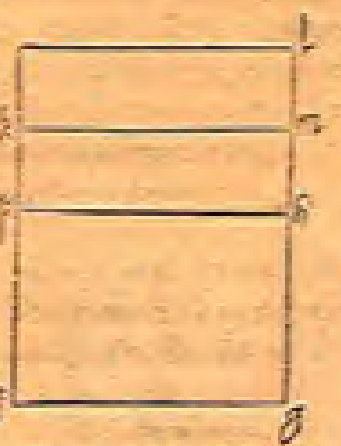
Theorema. 24. Propositione. 28.

Ogni superficie che sia contenuta da due linee mediale solamente communicante potentialmẽte, ouer che la è rationale, ouer mediale.



Siano le due linee, a,b, & ,b,c, mediale solamente in potentia communicante, dico che la superficie. a. c. (da quelle contenuta) ouer che la è rationale ouer mediale, & per dimostrare questo siano. d. e. el quadrato della linea. b. c. & . a. e. el quadrato della linea. a.b. & (dal presupposito) questi duoi quadrati serano communicanti & la superficie. a. c. (per la prima del 6.) serà mediale in el mezzo loco proportionale fra essi quadrati, sia tolto adonque la linea. f. g. laqual sia rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto ouer

ouer posta la superficie. f.h. equal al quadrato a.e. & k.h equale alla superficie a. e. & k.l. equale al quadrato. d. c. & queste tre superficie. f.h.h.k. & k.l. seranno continuamente proportionale, si come sono le sue equale. a.e. a.c. & d.c. per la equal cosa (per la prima del.6.) etiam le tre linee. g.h.h.m. & m.l. (lequale sono base de quelle) seranno continuamente proportionale, & concio sia cioe le superficie. f.h. & k.l. siano communicante, si come li dui quadrati. a.e. & c.d. a quelle equali segue (per la prima del.6.) & (per la.14.di questo) che la linea. g.h. sia communicante con la. m.l. & l'una & l'altra de quelle è rationale in potentia (per la. 24. de questo) adonque la superficie dell'una di quelle in l'altra è rationale perche ogni superficie laqual che contenuta da due linee rationale in potentia, communicante in longhezza necessariamente è rationale (come è manifesto) (per la prima del.6.) & (p la prima parte della. 14. de questo) & per la diffinitione delle superficie rationale, et perche (per la prima parte della. 17. del. 6.) lo quadrato della linea. b.m. e equale alla superficie del la. g.h. in. m.l. el quadrato della linea. b.m. serà rationale, adonque se la linea. b.m. è rationale in longhezza, ouer communicante alla linea. k.m. laquale è equale alla linea. f.g. (per la. 19.) la superficie. b.k. serà rationale, e pero etiam la sua equale, a.c, ma se la linea. b. m. sia irrationale in longhezza. ouer incommensurabile alla linea. k.m. laqual è equale alla linea. f.g. concio



sia che essa sia rationale al manco in potentia imperoche el suo quadrato è rationale la superficie. b. k. (per la. 23.) serà mediale, per laqual cosa etiam la sua equale. a.c. adonque è manifesto el proposito. & nota che se le due linee. a.b. & b.c. fussero mediale communicante in longhezza la superficie. a.c. seria solamente mediale perche la superficie. a.c. seria communicante all'uno e l'altro di dui quadrati. a. e. & c.d. (per la 1. del.6.) & per lo presente presupposito, e per la. 24. di questo la linea. b.m. seria cõmunicante all'una e l'altra delle due linee. g.h. & l.m. & perche ambedue queste sono rationale solamẽte in potẽtia non cõmunicante in longhezza al la linea. f.g. anchora la. b.m. seria rationale in potentia solamente non communicãte in longhezza alla linea. f.g. & pero ne communicãte alla linea. b.p. (per laqual cosa per la. 23.) la superficie. b.k. serà solamente mediale e pero etiam la. c.e. a lei equale. serà mediale, ma se le due linee. a.b. & b.c. fussero mediale ne in longhezza ne in potentia communicante la superficie. a.c. non seria rationale ne mediale, perche se fosse cosi, cioe che le due linee. a b. & b.c. fussero mediale ne in longhezza ne in potentia communicante li dui quadrati. a.e. & c.d. seriano incommunicanti, adõque & le due superficie. f.h. & k.l. a quelle equale anchor seriano incõmunicanti per laqual cosa & le due linee. g.h. & m.l. seranno incõmensurabile (per la prima del.6.) e per la seconda parte della. 14. de questo e perche l'una e l'altra de qlle è rationale solamẽte in potẽtia (p la. 24.) la superficie dell'una in l'altra seria mediale (per la. 23.) concio sia adonque che'l quadrato della linea. b.m. sia equal alla detta

super-

superficie che sien fatte del.g.b. in.m.l.(per la prima parte della.16.del.6.)seria per la.23.de questo la linea.b.m linea mediale, adonque(per la.29.)la superficie. b.k.non seria rationale ne etiam mediale (per la vigesima quarta)per laqualcosa, ne etiam la sua equale serà rationale ne mediale.

Il Tradottore.

In questa soprascritta ispositione dove se conclude(per la prima del.6.& per la prima parte della.24.di questo & per la diffinitione delle superficie rationale) che la superficie della linea.g.b. in la.l.m.e rationali, il medemo se verifica per la sola. 19.de questo (della seconda tradottione)cioè che ogni rettangolo over superficie cõtenuta da due linee rationale (o siano in longhezza, over solamente in potentia) commensurabile in longhezza è rationale, anchora bisogna notare che non è necessario (per demostrar questa propositione)a tor la linea.g.f.rationale in longhezza, perche il medesimo se concluderà pigliandola rationale solamente in potentia & arguire come di sopra se fatto.

Problema.6. Propositione.19.

24 R R
31 R R 125 ☩ R R 5
R R 27 ☩ R R 3

Puotemo trovar due linee mediale communicanti solamente in potentia lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu corta, per acrescimento, d'un quadrato d'una linea communicante, alla medesima piu longha in longhezza.

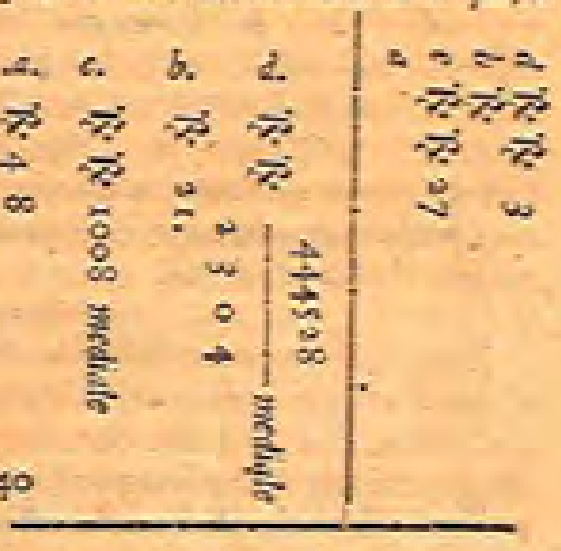
38 *Bimedial 1.*
R R 432 ☩ R R 48

Bimedial 2.
RR 200 ☩ RR 18.

Conciosia che ogni due linee medial communicante solamente in potentia contengano superficie rationale, over mediale, come è manifesto per la precedente, hor consequentemente insegna a trovar quelle due lequale contengano superficie rationale & poi quelle che contengono superficie mediale, onde el proposito è di trovare due linee mediale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longa possi piu della piu breue in el quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a essa linea piu longa lequale contengano superficie rationale, a questo secondo la dottrina del.21.toglio le due linee.a,& .b.solamente in potentia rationale communicante delle quale la piu longa (laqual sia.a.) possi piu della piu breue (laquale sia.b.)nel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longhezza, & metterò la linea.c.(secõdo la dottrina della.9.del.6.) nel mezzo loco proportionale fra.a.& .b.& ponerò che la proportione del.a.al.b.sia si come del.c.al.d.& come questo se faccia è detto nella.10.del 6.al presente dico le due linee.c,& d.esser quelle che cercamo, perche le manifesto(per la.23.) che

a 80 | c R R 45000. mediale.
c R R 45000. | b R 500
b R 500 | d R R 125 ☩ R R 320
d R R 125 ☩ R R 320 | 128

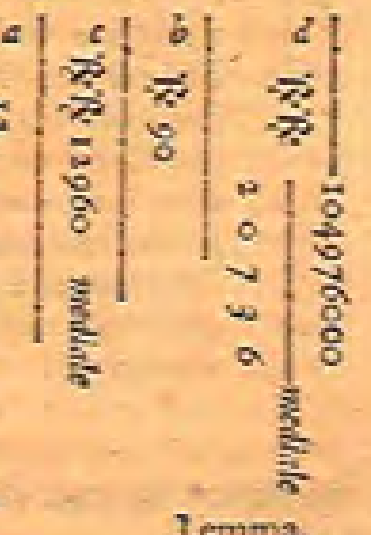
che la superficie, che contengono le due linee a. & b. è mediale, & perche (per la prima parte della 17. del 6.) el quadrato della linea c. è equale alla detta superficie adonque (per la 23.) la linea c. serà mediale, & conciosia che 'l sia del a. al b. si come del a. al d. & b. communica con a. in potentia solamente (per el presuppposito) perche si a, a, quanto b. è rationale in potentia seguita (per la 14. che c. anchor cõmunicherà con d. in potentia solamente adonque (per la 25.) conciosia che c. sia linea mediale et similmente d. serà mediale & (per la prima parte della 16.) la linea a. c. serà piu potente della linea a. d. in el quadrato d'una linea communicante con seco in longezza, adonque se le due linee c. & d. contégono superficie rationale esse sono quelle che cercamo, ma che quelle contengbino superficie rationale tu l'haverai in questo modo, conciosia che si a. del a. al b. si come del c. al d. permutatamente del a. al c. serà si come del b. al d. ma del a. al c. era si come del c. al b. adonque del c. al b. è si come del b. al d. adonque (per la prima parte della 17. del sesto) la superficie che contengono le due linee c. & d. è equale al quadrato de b. ez lo quadrato del b. è rationale (per el presuppposito) conciosia che essa sia rationale in potentia, adonque le superficie che contengono le due linee c. & d. è rationale per laqual cosa è manifesto el proposito.



Problema. 7. Propositione. 3.

25 27 Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia communicanti, lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea incommẽsurabile in longhezza alla medesima linea piu longha.

Poste le due linee, a, & b, rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longa possi piu della piu breue in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza, lequale se ritrouano secõdo la dottrina della xiesima seconda & stante tutte le altre positioni si come in la precedente argumentando con simel modo, se manifestarà le due linee, c, & d, esser quelle che cercamo, & nota che le due linee che insegnano questa è la precedente de trouare componeno lo bimediale primo, & la minore de quelle taglierà della maggior quella che rimane men detta residuo medial primo.



Lemma.

Lemma.

o 29 Puotemo trouare duoi numeri quadrati, che el compoſito de que gli ſia quadrato.

Siano poſti fora duoi numeri, a,b, & ,b,c, & ſiano ouer pari, ouer diſpari & per che (per la. 25. del nono) ſe dal numero paro ſia ſottratto numero paro, & ſe dal numero diſparo ſia ſottratto numero diſparo (per la. 26. del nono) lo rimanente ſerà paro adonque lo rimanente, a, c, ſerà paro, ſia ſegato, a, c, in due parti equale (p la decima del 1.) in pũto, d, e ſiano eſſi numeri. a,b, & ,b,c, ouer ſuperficiali ſimi

a d c b

li, ouer quadrati, e ſe ſono ſuperficiali ſimili adonque el pro dutto de, a,b, in, b,c, giunto con el quadrato del, c,d, è equa le al quadrato de, b,d, & lo produtto de, a,b, in, b,c, e quadrato, perche le manifeſto (per la prima del nono) che ſe duoi numeri ſuperficiali ſimili el dutto dell'uno in l'altro è numero quadrato adonque ſono trouati li dui numeri quadrati cioe quello che è produtto de, a,b, in, b,c, & lo quadrato de, d,c, liquali giunti ouer cõpoſti inſie me ſano el quadrato de. b.d.

Correlario.

o 29 Et per queſto è manifeſto che ſimilmente ſono trouati duoi numeri quadrati (l'uno di quali è el quadrato de. b. d. l'altro è el quadrato de c. d.) lo eccesſo di quali e quadrato che è el dutto de. a. b. in. b. c. Quando che eſſi. a. b. & b. c. ſeranno ſuperficiali ſimili, ma quando non ſeranno ſuperficiali ſimili ſono trouati duoi numeri quadrati l'uno di quali è el quadrato de. b. d. l'altro è el quadrato de. d. c. lo eccesſo di quali (el quale è quel che contenuto ſotto de. a. b. & b. c.) non è quadrato.

Il Tradottore.

a g b d e f c

O meſſo correlario ſe ritroua ſolamente in la ſeconda tradottione, el qual cõclude che per le coſe dimoſtrate nel ſopraſcritto lemma niẽ è stato a eſſer manifeſto el medemo di trouare dui numeri quadrati la differentia dell'uno all'altro ſia numero quadrato, et ſimilmente de trouarne dui che la detta differentia non ſia numero quadrato, cioe che quando li dui numeri. a. b. & . b. c. (prima tolti pari ouero diſpari) ſe ſeranno ſuperficiali ſimili la differentia del quadrato de, b, d, al quadrato de, d, c, (laqual differẽtia ſerà la multiplicatione del, a,b, in, b, c,) ſerà numero quadrato ma ſe li detti dui numeri, a, b, & , b, c, non ſeranno ſuperficiali ſimili la detta differentia nõ ſerà numero quadrato, perche el dutto de, a,b, in, b,c, (qual ſerà la detta differentia) nõ ſerà numero quadrato, per converſo della prima del nono.

Lemma, oppoſito del precedente.

o 29 b Puotemo trouare duoi numeri quadrati che l'compoſito de quelli non ſia quadrato.

Anchora

Anchora sia il produtto de, a, b, in, b, c. (come hauemo detto) quadrato & c. a, numero pero & sia segato, c, a, per la. 10. del primo, in due parti equali in ponto. d. al presente è manifesto che el quadrato che nien fatto del, a, b. in, b, c, insieme con el quadrato de, c, d, è equale al quadrato de, b, d, sia cauato del, c. d, la metà qual sia, l, e, adonque quello che nien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato de, c, e, è minor del quadrato che nien fatto del, b, d. Dico adoque che quello quadrato che nien facto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che nien fatto del, c. e. non è quadrato, perche sel è quadrato (per l'aduersario) auer che le equale a quello che nien fatto del, b, c, auer che è menore, ma maggiore non è accio che quello non seghi la metà, ne anchora che quello che fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che nien fatto dal, c, d, (che è equal al quadrato che nien fatto dal, b, d,) sia equale a quello che nien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che nien fatto dal, c, e, ma se possibile è (per l'aduersario) sia prima che quello che nien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che nien fatto dal, c, e, equal a quello che nien fatto del, b, c, & sia, g, a, el doppio di essa metà, d, e. perche adonque tutto, a, c, de tutto el, c, d, e doppio, & a, g, e doppio de esso, d, e, adonque & lo rimanente, g, c, (per la settima del. 7.) al rimanente, e, c, e doppio, adonque el detto ponto, e, diuide esso, g, c, in due parti equale adonque quello che nien fatto del, g. b, in, b, c, insieme con el quadrato che nien fatto dal, c, e, è equale al quadrato che nien fatto dal, b, e, & quello produtto che nien fatto dal, b, in, b, c, insieme con el quadrato che nien fatto dal, e, e, el se suppone essere equale al quadrato del, b, e, adonque quello che nien fatto del, g, b, in, b, c, insieme con el quadrato che nien fatto dal, c, e, è equale a quello che, nien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato del, c, e, leuado via commun mente da l'una banda & l'altra el quadrato del, c, e, seguita per commune scientia, che quello che nien fatto del, a, b, in, b, c, sia equale a quello che nié fatto del, g, b, in, b, c, adonque, a, b, seria equale al, g, b, laqual cosa è impossibile, adonque quello che nié fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato de, c, e, non è equale al quadrato del, b, e, anchor dico che'l non po esser minor del detto quadrato de, b, e, perche se questo fosse possibile sia el quadrato del, b, f, equale a quello & sia, a, b, el doppio de esso, d, f, & sia conduttо un'altra volta l'aduersario che, b, c, (per la settima del. 7.) è el doppio de, c, f, et che, f, seghi il detto b. c. in due parti equali e per ésto quello che nié fatto del b. b. in. b. c. insieme con el quadrato de. f. c. (per la sesta del. 2.) è equal al quadrato del. b. f. ma el se suppone che quello che nié fatto del. a. b. in. b. c. insieme cõ el quadrato del, c, e, sia equale al quadrato de. b. f. sia adonque conduttо l'aduersario che ésto quello che nié fatto del. a. b. in. b. c. insieme cõ el quadrato de, c, e, è equal a quello che nien fatto del, b, b, in, b, c, insieme cõ el quadrato de. c. f. che è una cosa absurda adonque quello che nien fatto dal, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato del, c, e, nõ è minore del quadrato del, b, e, & è stato prouato che'l non è equale a quello ne etiam maggiore di quello adõque quello che nien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el qua-
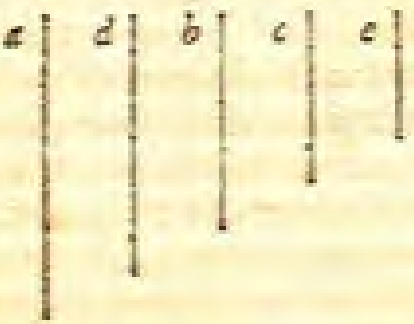
e
g
b
d
e
f
c
b

el quadrato de.c.e.non è numero quadrato,et conciosia che'l sia possibile dimostrar la predetta proposizione per piu modi tamen li predetti seranno sufficienti a noi accio che la materia de se longa non sia piu longamente procrastia.

Problema.8. Propositione.31.

26 28 32 Vogliamo trouare due linee mediale solamente in potentia communicante lequale contengano superficie mediale delle quale la piu longa possa tanto piu della piu breue,quanto è il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa.

Conciosia che l'Autore habbia insignato a trouar due linee mediale solamente in potentia communicanti lequale contengano superficie razionale dellequale La piu longha possa piu della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza etiam incommensurabile con seco in longhezza. Al presente insegna a trouar due linee mediale solamente in potentia communicante communente superficie mediale,delle quale la piu longha sia piu potente della piu breue non in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, ma solamente le incommensurabile in longhezza perche quella se ha facilmente per questa, adonque siano le tre linee (poste secondo la doctrina della vigesima seconda.) a.b.c. in potentia solamente razionale & in quella solamente communicante & sia.a. piu potente della.b. & .c. in el quadrato d'una linea se incommensurabile in longhezza & sia posta.d. nel mezzo loco proporcionale fra.a.&.b. (come insegna la nona del sesto) & sia del.d.al.c. si come del.a.al.c.dico le due linee.d.&.e. esser quelle che cercamo laqual cosa se demostra in questo modo conciosia che'l quadrato della linea.d. sia equale alla superficie che è contenuta sotto de.a.&.b. (per la prima parte della decima settima del sesto) & la superficie contenuta sotto de.a.&.b. è mediale (per la vigesima terza)conciosia che.a.&.b.seno in potentia solamente razionale communicante (per la medesima) la linea.d.serà mediale & perche del.a.al.c.è si come del.d.al.e.&.a. communica con.c.in potentia solamente (del pre supposito) seguita (per la decima quarta)che.e. anchora communichi con.d.solamente in potentia,adonque per la vigesima quinta la linea.e.serà linea mediale & etiam perche.a.e.piu potente della.a.c.in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza,anchora la.d,(per la sestadecima) serà piu potente della.e.in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, adonque se le due linee.d.&.e.contenero superficie mediale le manifesto quelle esser quelle che cercauo,ma quelle contener superficie mediale se hauerà in questo modo,conciosia(per el presupposito)che del.a.al.c.sia si come del.d.al.e.permutatamente del.a. al. d. serà si come del. c. al. e. ma del.a.al.d. e si come del.d.al.b. (per el presupposito) adonque

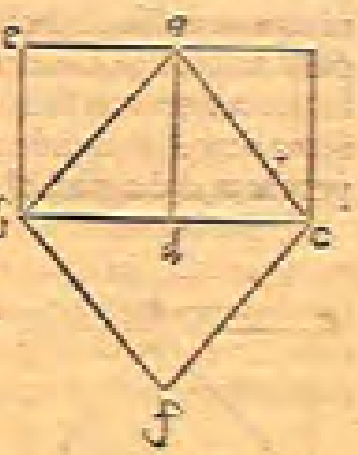


del

del.d.al.b.e si come del.c.al.e. adonque (per la prima parte della decima sesta del sesto) la superficie che contenno, d,& ,c, è equale a quella che contenno, e,& ,b, M a. b. & a. contenno superficie mediale (per la vigesima terza) concio sia che esse siano razionale in potentia solamente communicante (per el presuppposito) adonque, d,& , e, contenno superficie mediale che è el proposito. Et se tu havesse cura di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, torremo tre linee (secondo la dottrina della vigesima prima) a,b,c in potentia solamente razionale et in quella solamente communicante, & poneremo la linea a, esser piu potente della linea. c. in el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza, & tutte le altre positioni remaneranno come per ananti & con simil argumentationi concluderemo le due linee, d,& ,e, esser quelle che se propone de trouare, & nota che le due linee che quista trigesima inseyna di trouare componeno la bimediale seconda, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella parte che rimane è detta el suo mediale secondo.

Il Tradottore.

Q uesta ultima parte aggionta de trouare le dette due linee mediale che la piu longha sia piu potẽte della piu breue in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, nella seconda traduttione se da la propositione & è la trigesima seconda & nella ispositione nel fine mi se aggionge la presente cioe la seconda parte della presente propositione e della prima parte se ne fa un'altra propositione laqual è la vigesima ottaua cioe ne fa due propositioni.



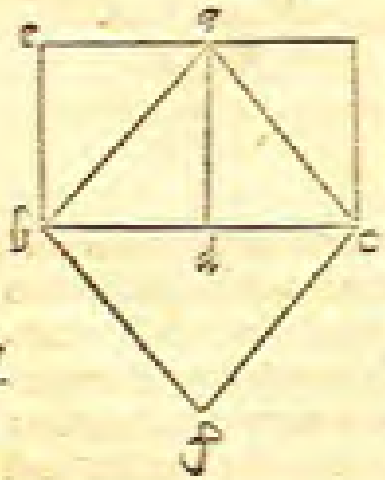
Lemma.

o 33 Sia lo triangolo rettangolo, a , b, c, cquale habbia l'angolo, b, a, c, retto, & sia deduta (per la duodecima del primo) la perpendicolare a,d, dico che quello rettangolo che è contenuto sotto de,c,b,&,d,b, è equale al quadrato de,b,a, & quello che contenuto sotto de,b,c,&,c,d, è equale al quadrato del,a,c,& quello che contenuto sotto de, d, b, &, d,c, è equale al quadrato che fatto del,a,d, oltra di quello quello che uien contenuto sotto, de,b,c,et,a,d, è equal a quello che uien fatto sotto del,b,a,&,a,c, hora in le prime che quello che cõtenuto sotto del,c, b,&,b,d, sia equale al quadrato del, a,b. perche in el triangolo rettangolo dall'angolo retto in la basa è ducta la perpendicolare, a,d, adonque (per la ottaua del sesto) li triangoli, a,b,d,&,a. d, c, sono simili al tutto etiam fra loro,& perche (per la conuersione della diffinitione del sesto) lo triãgolo,a,b,c, e simile al triangolo,a,d,b, adõque

que

que si come è del, c b, al, b, a, così è del, a, b, al, b, d, adonque quello rettã golo che contenuto sotto del, c, b, &, b, d, è equale al quadrato del, a, b, per laqual cosa anchora quello che contenuto sotto del, b, c, &, c, d, è equale al quadrato de, a, c, & perche se in el triangolo rettangolo dal angolo retto in la basa sia dutta la perpendicolare la detta perpendicolare è media proportionale fra li duoi segmenti della basa (per el correlario della ottaua del sesto) adonque si come, b, d, al, d, a, così è, a, d, al, d, c, adonque (per la decima settima del sesto) quello che contenuto sotto del, b, d, &, d, c, è equal al quadrato de, a, d, anchora dico che quello che contenuto sotto de, b, c, &, a, d, è equale a quello che è contenuto sotto del, b, a, &, a, c, perche come habbiamo detto lo triangolo, a, b, c, è simile al triangolo, a, c, d, adonque si come è el, b, c, al, c, a, così è el, b, a, al, a, d, & se seranno quattro linee rette proportionale quello che è contenuto sotto alli estremi per la sestadecima del sesto, è equale a quello che è cõtenuto sotto alli medij adonque quello che contenuto sotto de, b, c, &, a, d, è equale a quello che contenuto sotto de, b, a, &, a, c, oltra quando anchora circonscriuemo lo parallellogrammo rettangolo, c, e, & che cõpiemo lo, a, f, anchora lo, e, c, per la quadragesima prima del primo, serà equale a esso, a, f, perche l'uno e l'altro de quelli è doppio de esso triangolo, a, b, c, & lo, c, e, è quello che uiẽ fatto del, a, d, in, b, c, & lo, a, f, è quello che contenuto sotto del, b, a, &, a, c, adonque quello che contenuto sotto de, b, c, &, a, d, è equale a quello che contenuto sotto de, b, a, &, a, c, perche, a, d, è equale al, e, b.

Il Traduttore.



Questo lemma se ritroua solamente nella seconda traduttione & è molto al proposito per dimostrare la propositione che seguita, cioe donde se arguisse per la quarta & sesta decima del sesto se uerifica per lo presente lemma.

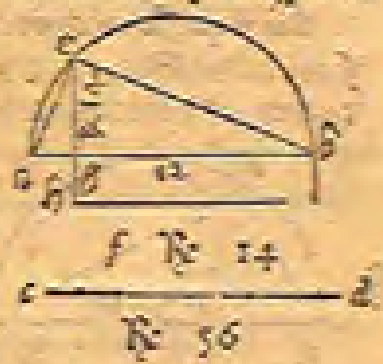
27
3

Problema. 9. Propositione. 32.

Puotemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano rationale.

El proposito è di trouare due liner incommensurabile si in potentia come in longhezza le quale contengano superficie mediale & li quadrati de ambedue tolti insieme facciano superficie rationale & a questo togliò (per la uigesima seconda) le due liner, a. b, &, c, d, rationale solamente in potentia communicante delle quale la piu longa (qual sia, a, b,) sia piu potente de, c, d, in el quadrato de alcuna linea incommen-

commensurabile con seco in longhezza oportet esse binomium. 4. sue. 5. sue. 6. & sopra la linea, a, b, describo el mezzo cerchio, a, e, b, & divido la linea, c, d, in due parte equali in punto, f, & divido la linea, a, b, al punto, g, talmente che la linea, c, f, cada nel mezzo luoco, proportionale fra la, a, g, & la, g, b, & qualmente questo si faccia e stato detto in la decima settima & pongo che la superficie, b, b, sia fatta del, a, g, in, g, b, & (per la prima parte della decima settima del sesto) el quadrato della, e, f, serà equale alla superficie, b, b, & perche el quadrato della, e, f, è equale alla quarta parte del quadrato della, c, d, (per la quarta del secondo) & perche la superficie, b, b, manca a compir la linea, a, b, una superficie quadrata, conciosia che, a, g, sia equale al, g, b, & perche la linea, a, b, e pur potente della linea, c, d, in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza (dal presupposito) la linea, a, g, (per la seconda parte della decima ottava) serà incommensurabile alla linea, g, b, adonque dal punto, g, conduco una perpendolare sopra la linea, a, b, per fina alla circonferentia del mezzo cerchio laqual sia, g, e, & protrago le linee, e, a, et, e, b, lequale dico esser quelle che cercamo, perche la, e, g, serà equale alla, c, f, imperochè l'una & l'altra cade nel mezzo luoco proportionale fra la, a, g, & , g, b. La prima (per la prima parte del corrolario della ottava del sesto) & la seconda (per el presupposito) per laqual cosa el quadrato dell'una & dell'altra de quelle (per la prima parte della decima settima del sesto) è equale al la superficie del, a, g, in, g, b, laquale è, b, b, adonque essi sono equali, ma perche (per la quarta del sesto) la proportione della, a, e, alla, e, b, e si come della, a, g, al, g, e, & , e, g, & , g, e, & , g, b, sono continuamente proportione perilche serà la proportione della, a, g, alla, g, b, si come quella della, a, e, alla, e, b, dupplicata, per laqual cosa (per la decima ottava del sesto) el quadrato della linea, a, e, al quadrato della linea, e, b, serà si come la, a, g, alla, g, b, essendo adonque la, a, g, incommunicante alla, g, b, (per la seconda parte della decima quarta) el quadrato della, a. e, serà incommunicante al quadrato della, e, b, per laqual cosa le due linee, a, e, & , e, b, sono incommensurabile in potentia, & perche (per la penultima del primo) el quadrato della, a, b,



a. g. 6. mé R 22
g. b. pin R 22
e. b. R 72 + R 168
e. a. R 72 mé R 168

è equale alli quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme & lo quadrato della, a, b, e rationale, conciosia che la, a, b, e rationale in potentia (per el presupposito) anchora li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme serano rationale & se queste due linee contenero superficie mediale haremo hauto el proposito & perche la linea, c, d, era rationale in potentia & in quella solamente communicante alla linea, a, b, per laqual cosa etiam la linea, c, f, (e pero etiam la linea, g, e, a se equale) serà rationale, & solamente in potentia communicante con la, a, b, e per tanto (per la vigesima terza propositione) la superficie della, a, b, in, g, e, e mediale, adonque perche (per la quarta propositione del sesto libro) & (per la

prima parte della sestadecima propositione del medesimo) la superficie della, a, e, in, e, b, e a quella (cioe alla superficie della, a, b, in, g, e,) equale. Le due linee, a, e, & e, b, è manifesto, esser quelle che volemo, & nota che le due linee che insegna di trouare questa trigesima seconda propositione componeno la linea maggiore, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane se dice linea minore.

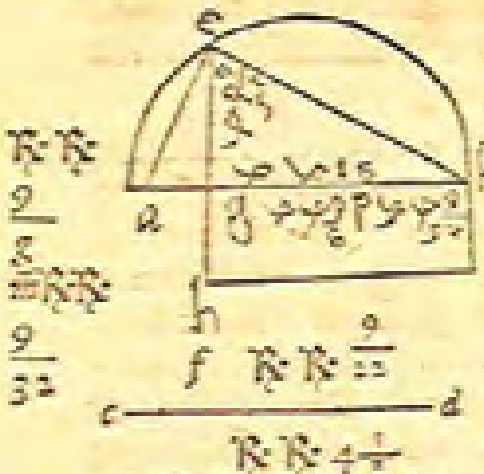
Il Tradottore.

Che la superficie della, a, e, in la, e, b, sia equal alla superficie della, a, b, in la, g, e, è manifesto per lo soprascritto lemma, ma perche il commentatore della prima tradottione non lo trouo sufficiente a concluder tal cosa (per la quarta del sesto) e per la sestadecima del medesimo come di sopra appare.

Problema. 10. Propositione. 33.

28/34 Potemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contenghino superficie rationale delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale.

Sia in questo luoco in tutto la medesima dispositione che è in la precedente, & siano le due linee, a, b, & , c, d, quale propone la trigesima & con le simile argumentationi della precedente le due linee, a, e, & , e, b, seranno quelle che propone questa trigesima terza perche conciosia che la linea, a, b, sia mediale el quadrato de quella (per la trigesima terza) serà mediale e pero li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, sono mediale (per la penultima del primo) & perche, a, b, & , c, d, contengono superficie rationale, seguirà anchora che della, a, b, in, c, f, (e pero etiam in, g, e, a se equal) contenerà superficie rationale, e per tanto etiã la, a, e, in, e, b, adonque è manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna di trouar questa trigesima terza componeno la linea potente in rationale e mediale, e la minor di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta linea che gionta con rationale compone il tutto mediale.



Problema. 11. Propositione. 34.

29/35 Potemo ritrouare due linee potentialmente incommensurabile, & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale, incommensurabil al doppio delle superficie dell'una in l'altra.

Anchora la dispositione di questa non sia in cosa alcuna diuersa della dispositione delle due precedente, & siano le due linee, a, b, & , c, d, (della figura della precedente)

dente) quale propone la. 31. & per la precedente argumentatione le due linee a,e, & e,b, seranno quelle che cercamo, perche conciosia che la a,b, sia linea mediale li quadrati delle due linee a,e, & e,b, tolti insieme seranno mediale, & conciosia che la a,b, & c,d, contengano superficie mediale. seguita che la a,b, in e,f, (e pero etiã in e,g, a quella equale) contenera superficie mediale, perche ogni superficie communicante una mediale è necessario esser mediale come è stato dimostrato in la xigesima quarta adonque la superficie de, a,e, in e,b, e mediale conciosia che essa sia equale alla superficie de, a,b, in g,e, & perche la linea a,b, e incommensurabile alla linea c,d, sera etiam incommensurabile alla linea c,f, per laqual cosa etiam alla linea e,g, per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la superficie de, a,b, in e,g, (laquale è equale alla superficie della a, e, in e. b,) sera incommensurabile al quadrato della linea a,b, adonque etiam alli quadrati delle due linee a,e, & e,b, tolti insieme, laqual cosa essendo cosi seguita anchora che el doppio della superficie de, a,e, in e, b, sia incommensurabile alli quadrati delle predette due linee a,e, & e,b, tolti insieme & questo era da demostrar. Le due linee laquale insegna de trouare questa trigesima quarta componeno la linea potente in due mediale & la minore di quelle ragliata dalla maggiore quella che rimane è detta la linea laquale gionta con mediale fa el tutto mediale.

Theorema. 24. Propositione. 35.

30 36 Se seranno due linee rationale solamente potentialmente communicante, & siano congiunte directamente in longo, tutta la linea composta da quelle sera irrationale, & è detta binomio.

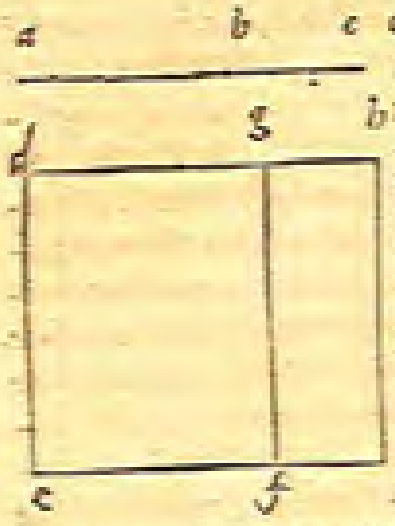
Siano le due linee, a,b, & b, c, rationale solamente in potentia communicante congiunte insieme & directo (laquale tu le troverai (per la. 31. & xigesima 2.) dico che tutta la linea, a,c, composta da quelle essere irrationale & essa è detta binomio, perche (per la quarta del secondo) el quadrato de, a,c, è equale alli quadrati delle due linee, a,b, & b,c, & al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue sonno superficie rationale (per el presupposito) & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale (per la xigesima terza) adonque li quadrati de ambedue tolti insieme fanno superficie incommensurabile alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque (per la terziadecima) el quadrato de, a,c, e incommensurabile alli dui quadrati delle due linee, a, b, & b,c, tolti insieme per laqual cosa è irrationale (per la diffinitione) conciosia che quelli dui quadrati fanno superficie rationale, e pero el suo lato terragonico (el quale è, a,c,) e anchora irrationale (per la diffinitione) adonque è manifesto el proposito.



Theorema. 25. Propositione. 36.

31 37 Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & con-

tinéti superficie rationale, siano congiunte direttamente, tutta la linea composta da quelle serà irrationale, & serà detta bimedial primo.



Siano le due linee, a,b, & b,c, congiunte in continuo & directamente (quale sien proposto) lequal troviamo (per la vigesima nona & trigesima) dico tutta la linea, a, c, esser irrationale, & è chiamata bimedial primo, perche el doppio della superficie de, a,b, in, b,c, è rationale (per el presupposito) & li dui quadrati delle due linee. a.b. & b.c. tolti insieme sono mediale, con ciosia che l'uno & l'altro quadrato sia mediale (per el presupposito) & uno de quelli commensurante all'altro, adonque el doppio della superficie de una di quelle in l'altra è incommensurabile alli dui quadrati tolti insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie e di dui quadrati (e questo è il quadrato de tutta la, a,c, per la quarta del secondo) è incommensurabile al doppio della superficie de una di quelle in l'altra (per la terziadecima di questo) conciosia adonque che el doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della, a,c, serà irrationale & pero etiam la linea a,c, che è el proposito.

A demostrare el medesimo altramente, sia la linea, d,e, rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto over posto la superficie, d, f, equale alli dui quadrati delle due linee. a.b. & b.c. & questa superficie, d,f, serà mediale conciosia che l'uno & l'altro di dui quadrati sia mediale (per el presupposito) & l'uno di quelli è communicante all'altro per laqual cosa (per la vigesima quarta) la linea. d.g. è rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea, d, e. ma l'altra volta sopra alla linea. f.g. (laquale è equale alla d.e.) sia aggionto over posto la superficie, f, b, equale al doppio della superficie della. a.b. in b.c. & la detta superficie. f.b. serà rationale (per el presupposito) per laqual cosa (per la vigesima) la linea. g.b. serà rationale in longhezza adonque le due linee. d.g. & g.b. sono potentialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque (per la trigesima quinta) tutta la linea da quelle composta, laquale è d.b. è binomio & irrationale, per laqual cosa (per la vigesima per diffinition del consequente,) la superficie. e.b. è irrationale, & perche (per la quarta del secondo) lo lato tetragonico di quella è la linea. a.c. laquale serà irrationale (per la diffinitione laqual cosa bisognava dimostrare.

Il Traduttore.

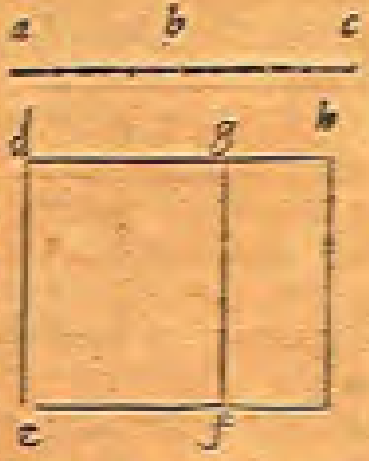
Il medesimo seguiria tolendo la linea, d,e, rationale solamente in potentia, cioè che'l non necessita a torla rationale in longhezza perche argumentando come nel l'altra se trouerà la linea. d.b. esser medesimamente binomio.

Theorema. 26. Propositione. 37.

32
38

Se due linee mediali solamente potentialmente communicante & conti-

continente superficie mediale sian congionte directamente, tutta la linea serà irrationale & serà detta bimedial secondo.



Siano le due linee a.b. & b.c. mediale congionte in continuo et directo come se propone lequale (per la 31.) accade esser tronate. dico tutta la linea a.c. da quelle composta esser irrationale, & quella e chiamata bimedial secondo, e per dimostrar questo sia la linea d.e. rationale in longhezza sopra alla quale sia posta ouer agiõta la superficie d.f. equale alli dui quadrati delle due linee a.b. & b.c. tolti insieme, & perche (dal presuppo sito) quelli dui quadrati sono communicante (che l'uno e l'altro e mediale) la superficie d.f. serà mediale, per la qual cosa (per la 24.) la linea d.g. (laquale e el secondo lato di quella) e rationale solamente in potentia & incommensurabile in lõghezza alla linea d.e. poi altra volta sia agionto alla linea g.f. (laquale e equale alla linea d.e.) la superficie f.b. equal al doppio della superficie de a.b. in b.c. & serà etiam la superficie f.b. mediale, perche (per el presupposito) la superficie de a.b. in b.c. era mediale, adonque el doppio di quella (al quale e equale la f.b.) serà mediale (per la 24.) adonque la linea g.b. e rationale in potentia solamente & incommensurabile in lõghezza alla linea g.f. & perche a.b. & b.c. son solamente in potentia communicante (per la prima del 6. & per la seconda parte della 14. de questo) la superficie dell'una in l'altra serà incommensurabile al quadrato dell'una & dell'altra. ma perche li quadrati de quelle communicano (per el presupposito) serà la detta superficie (per laqual cosa) & el doppio di quella serà incommunicante alli dui quadrati de quelle tolti insieme, adonque le due superficie d.f. & f.b. sono incommensurabili, adonque (per la prima del 6. & per la seconda parte della 14. de questo) la linea d.g. serà incommensurabile alla linea g.b. laquale conciosia che la sia rationale in potentia (per la trigesima quinta) tutta la linea d.b. serà binomio et irrationale adonque (per la vigesima dalla destruttione del consequente) la superficie e.b. serà irrationale, & perche lo lato tetragonico di quella (per la quarta del secondo) e la linea a.c. seguita (per la diffinitione) che la linea a.c. sia irrationale che era el proposito da dimostrare.

Il Traduttore.

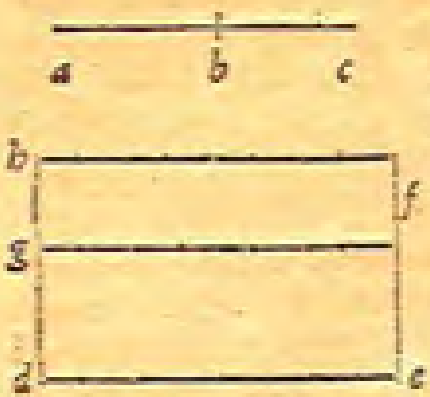
Similmente in questa come fu detto sopra la precedente el non e necessario a tor la linea d.e. rationale in lõghezza anci basta a torla (largo modo) rationale & arguendo come di sopra seguirà medemamente la linea d.b. esser binomio.

Theorema. 27. Propositione. 38.

33 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommen-
39 surabile, & che contengano superficie mediale, delle quale ambidui

li quadrati tolti insieme siano rationale, tutta la linea serà irrationale, & quella serà detta linea maggiore.

Siano le due linee a.b. & b.c. congiunte in continuo et dirette si come se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) dico la a.c. de quelle composta esser linea irrationale & esser chiamata linea maggiore, perche concießia, che ambi li quadrati tolti insieme siano rationale, & la superficie dell'una in l'altra superficie mediale (per el presuppoßito) per laqual cosa etiam el doppio di quella serà mediale, el tutto di dui quadrati tolti insieme serà incommunicante, al doppio della superficie dell'una in l'altra, adunque tutto lo aggregato dalli dui quadrati & dal doppio della superficie) & questo è equale al quadrato de, a, c, (per la quarta del secondo) serà (per la 13. de questo) incommensurabile alli dui quadrati delle due linee, a, b, et b, c, tolti insieme, adunque (per la diffinitione) el quadrato della linea, a, c, è irrationale etiam la linea, a, c, irrationale, che è il propoßito, a demoßtrare el medeßimo altramente ßi come in la precedente, alla linea, d, e, (laquale ßia rationale ßolamente in longhezza (ßia aggiunta la superficie, d, f, laqual ßia equale al li dui quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme, et serà rationale (per el presuppoßito) per laqual cosa (per la 20.) el secondo lato di quella, el qual, e, d, g, serà anchora rationale in longhezza, & communicante alla linea. d. e. anchor sopra al la linea. f. g. ßia aggiunta la superficie. f. b. equale al doppio della superficie de. a. b. in b. c. & serà mediale (per el presuppoßito) per laqual cosa (per la 24.) la linea. g. b. laquale è el secondo lato di quella è rationale ßolamente in potentia adunque (per la 35.) la linea. d. b. è bonomio & irrationale, e però (per la 20. dalla diffinitione del conßequente) la superficie. e. b. è irrationale per laqual cosa lo lato tetragonico di quella, el qual (per la 4. del 2. è la linea. a. c.) è irrationale (per la diffinitione,) laqual cosa volemmo dimoßtrare.



Il Tradottore.

Medemamente come nelle altre è ßtato detto el non è neceßßario in queßta asßor la linea. d. e. rationale in longhezza, ma baßta che ßia rationale & concludere ßi el medemo.

Theorema. 28. Propoßitione. 39.

34/40 Quando ßeranno congiunte due linee potentialmente incommenßurabile, & continenti ßuperficie rationale delle quale ambi li quadrati tolti insieme siano mediale tutta la linea serà irrationale & serà detta potente in rationale e mediale.

Siano come in la precedente le due linee. a. b. & b. c. in continuo & diretto con-

congiunte

giunte come le propone & queste sono da esser trouate (per la. 33.) Dico che tutta la linea. a.c. (da quelle composta) serà irrationale & quella è chiamata linea potente in rationale e mediale, perche conciosia che la superficie de. a.b. in. b.c. sia rationale (per el presupposito) e però etiam el doppio de quella, & ambi li quadrati tolti insieme sono mediale seguita (per la. 4. del secondo & per la terza decima de questo si come in la precedēte) che'l quadrato di tutta la. a. c. sia incommunicante al doppio della superficie de. a. in. b. c. adonque (per la diffinitione) quello è irrationale & la linea. a. c. irrationale che è el proposito, a demostrar el medemo per un'altro modo, sia come in la precedente la linea. d. e. rationale in longhezza, & a

quella sia aggionta la superficie. d. f. equale alli doui quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme & serà mediale (dal presupposito) adonque per la. 24. la linea. d. g. serà rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea d, e, Et sia la superficie, f, b, aggionta alla linea, g, f, equal al doppio della superficie del. a. b. in. b. c. & serà rationale (per el presupposito) & però (per la. 20.) lo secondo lato di quella (eguale c. g. b.) serà rationale in longhezza per laquel cosa (per la. 34.) la linea, d, b, e bizonnio & irrationale, & la superficie, e, b, (per la. 20. del la destructione del consequente) e irrationale adonque conciosia che la linea, a, c, sia il lato tetragonico di quella per la. 4. del. 2. seguita che la. a. c. sia irrationale per la diffinitione adonque è manifesto il proposito.

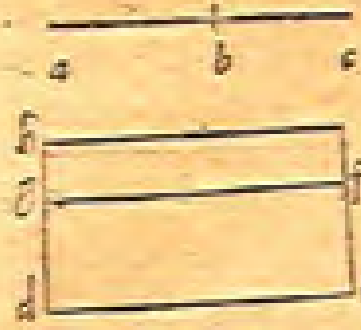
Il Tradottore.

Quel medesimo che è detto della linea, d, e, sopra le passate il medesimo si debbe intendere in questa & nelle seguente.

Theorema. 29. Propositione. 40.

35 41 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommensurabili & continente superficie mediale delle quale ambi li quadrati tolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra, tutta la linea serà irrationale & serà detta potente in due mediale.

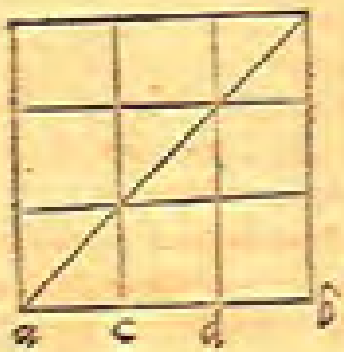
Sian anchor le due linee. a. b. & b. c. in continuo & direttamente congiunte, come se propone (le quale sono da esser tolte per la. 34.) dico che la linea, a, c, composta da quelle, è irrationale & quella è detta potente in due mediale & per dimostrar questo sia aggionto alla linea, d, e, (laqual sia rationale in longhezza) la superficie, d, f, equale alli doui quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme & se serà mediale (per el presupposito) per laqual cosa per la. 24. la linea, d, g, serà rationale in potētia solamente, & incommensurabile alla linea, d, e, rationale in lōghezza, sarà altra volta alla linea. g, f, laquale è equale alla, d, e, sia aggionto la superfi-



cie. f. b. la qual sia equale al doppio della superficie del l'una in l'altra, serà anchor dal presupposito, mediale per laqual cosa (per la. 24.) la linea g. b. serà rationale solamente in potentia, ma perche per el presupposito, ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che d. f. sia incommensurabile al f. b. per laqual cosa (per la prima del. 6. & per la seconda parte della. 14. de questo) la linea. d. g. è incommensurabile alla. g. b, adonque (per la. 35.) la linea. d. b, è binomio & irrationale, adonque la superficie. e. b, è irrationale & similmente lo Lato tetragonico di quella el quale a. c. come in la precedente per laqual cosa è manifesto el proposito, ma se il doppio della superficie della. a. b, in. b, c, non fusse incommensurabile a ambidui li quadrati tolti insieme, seria la linea. a. c. mediale, perche la superficie. d. f. seria commensurabile alla. f. b. e pero & la linea. d. g. alla linea. g. b. adonque tutta la. d. b. seria rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea. d. e. adonque per la. 24. la superficie. e. b. seria mediale lo lato tetragonico di quella el qual è la. a. c. seria linea mediale che è il proposito e acciochè la dottrina delle cose che seguitano si faccia piu facile habiamo pensato de demostrare prima dui antecedenti delli quali el primo è questo.

Antecedente primo.

36 o Se alcuna linea sia diuisa in due parti inequali li quadrati de ambe le sectioni, tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie del l'una in laltra quanto è il quadrato de quella linea in laqual la maggior eccede la minore.



Hor sia la linea. a. b. diuisa in due parti equali in in punto. c. & sia la parte maggiore. c. b. dalla qual sia tolto la. c. d. equale alla. a. c. Dico che li quadrati delle due linee. a. c. & . c. b. sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea d. b. perche quello che vien fatto dalla. a. c. in la. c. b. due volte, con li quadrati delle due linee. a. c. & . c. b. è equale a quello che vien fatto dal. a. c. in. c. b. quattro volte, con el quadrato della. d. b. imperoche l'una e l'altra de questi summe sono equale al quadrato della linea. a. b. el primo (per la. 4. del secondo) e lo secondo (per la ottaua del medesimo) adonque leuando uia dall'una e dall'altra summa cose equale, cioe quello che vien fatto dal. a, c, in. c, b, due volte li residui liquali sirto del primo, li quadrati delle due linee. a. c. & . c. b. e del secondo quello che vien fatto dal. a, c. in. c, b, due volte con el quadrato della. c, d, b, seranno equali per laqual cosa è manifesto el proposito, adonque da questo è manifesto

sesto che se alcuna linea serà diuisa in due parti inequali li quadrati d'esse le parti tolti insieme seranno piu del doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & per questa causa lo hauemo proposto.

36 42 Se alcuna linea ha diuisa in due parti inequali, & anchora in altre due parti inequali li duoi quadrati delle due parti piu inequali tolti insieme son tanto piu delli dui quadrati delle due parti men inequali tolti insieme quanto è el doppio del quadrato de quella linea, laquale e fra l'una & l'altra sectione, & lo quadruppio de quello che uien fatto dalla medesima linea in quella che è fra'l ponto della section delle parti men inequali è il ponto che diuide tutta la linea in due parti equali.

Sia la linea.a.b.diuisa in due parti inequali in ponto.c. *e anchora in altre due parti inequali in ponto.d.e un'altra uolta in due parti equali in ponto.e.dico che la quadrati delle due parti piu inequale (lequal son. a.c. & c.d.) son tanto piu delli dui quadrati delle due linee meno inequal (lequal son. a.d. & d.b.) quanto è il doppio del quadrato della linea. c.d.e lo quadruppio de quello che uiē fatto dalla.c.d.in la.d.e. perche (per la.9.del secondo) li quadrati delle due linee.a. c. & .c. b. tolti insieme sono doppij alli quadrati delle due linee.b.c. & .c.c.tolti insieme, (p la medesima.9.del secōdo) li quadrati delle due linee. a.d. & d.b.tolti insieme sono doppij alli quadrati delle due linee.b.c.et c.d.tolti insieme. adonque li quadrati delle due linee.a.c. & c.b.tolti insieme, eccedeno li quadrati delle due linee.a.d. & d.b.tolti insieme in quello che il doppio del quadrato della linea.c.e.eccede el doppio del quadrato della linea.d.c.e questo (per la quarta del secondo) è tanto quanto che è il doppio del quadrato della linea. c.d. & lo quadruplo de quello che uien fatto dalla.c.d.in la.d.e. per laqual cosa è manifesto il proposito, per questo è manifesto che quanto piu seranno le sectione de alcuna linea inequale, tanto piu seranno maggiori li quadrati di quelle tolti insieme & questo è quello per il quale hauemo premesso questo.*

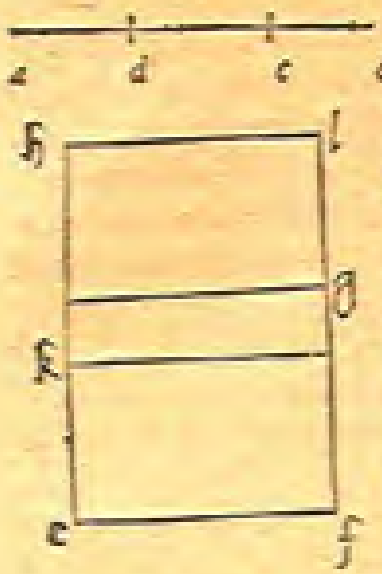
a c d e b

Il Traduttore.

Che la differentia del doppio del quadrato della.c.e al doppio del quadrato della.d.e.sia tanto quanto il doppio del quadrato della.c.d. & il quadruplo del ducto della.c.d.in la.d.e. (per la.4.del.2.) le manifesta in questo modo perche un sol quadrato della.c.e.è maggiore d'un sol quadrato della.d.e. in un quadrato dell'altra parte.d.c. & in el doppio della superficie della.c.d.in le.d.e. adunque duplicando l'un & l'altro quadrato se duplicarà la lor differentia, cioe che li dui quadrati della.c.e. eccederāno li dui quadrati della.d.e. nel doppio del quadrato dall'altra parte.c.d. & nel quadruplo della superficie della.c.d.in la.d.e.come di sopra si conclude che è il proposito.

Theorema.30. Propositione.41.

36 42 Egli e impossibile esser diuiso un binomio in altre due linee sotto el termine, di quelle, dalle quale è congionto, & nominato.



Sia la linea. a.b binomio & (per la.35.) serà composta da due linee in potentia solamente razionale commensurante, lequale siano a.c. & c.b. dico che egliè impossibile quella esser divisa in altre due linee sotto que sta diffinitione, cioe che esse siano rationale & in potentia solamente communicante, perche seglie possibile (per l'aduersario) sia divisa in. a.d. & .d.b. lequale siano rationale solamente in potentia communicante sia anchora la linea. e. f. rationale in longhezza alla quale sia agionta la superficie. e.g. laqual sia equale alli quadrati delle due linee. a.c. & c.b. tolti insieme, & la superficie. f.b. laqual sia equale al quadrato della linea. a.b. & la superficie. e.g. serà rationale imperoche l'uno e l'altro di quadrati delle linee. a.c. & .c. b. tolti insieme è rationale (p el presupposito) et la superficie g.b. serà mediale (per la.23.) perche essa è equale al doppio della superficie delle. a. c. in la. c.b. (per la.4. del.2.) adonque sia un'altra volta la superficie. f.K. equal alli quadrati delle due linee. a.d. & .d.b. tolti insieme, lequali concioscia che siano diuerse dalle due linee. a.c. & .c.b. (per la.2. di antecedenti nuouamente demostrati) la superficie, f,k, serà diuersa dalla superficie, e,g, adonque la differentia de quelle sia la k,g. & (per la quarta del secondo) lo eccesso della superficie, f,b, sopra la, f,k, (laqual sia. k.l.) serà equale al doppio de quello che viene fatto dalla, a,d, in, d,b, & per questo etiam la superficie, f, k, serà rationale, & la superficie. k.l. serà mediale, adonque la superficie, k,g, (concioscia che la sia la differentia delle due superficie rationale) lequale sono, e,g, & ,f,k, serà rationale perche la rationale non è differente dal rationale se nō in quantità rationale, & questo dico dalla diffinitione & dalla duo decima di questo, lequale confermano questo, anchora la medesima, concioscia che quella sia la differentia delle due superficie mediale, lequale sono, g,b, & ,k,l, (per la trigesima sesta) serà irrationale, laqual cosa è impossibile.

Theorema. 31. Propositione. 42.

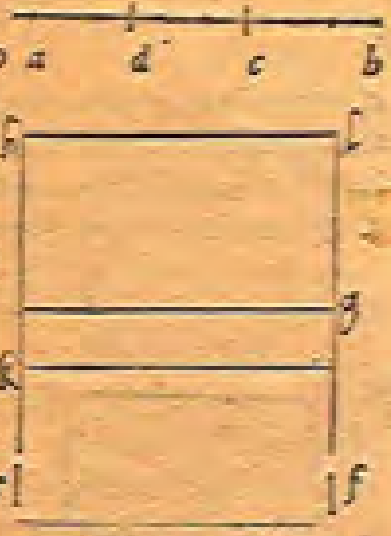
37 43 La bimediale prima, divisa (secondo el suo termine) in due linee mediale, le impossibile a diuidere la medesima in altre due mediale, sotto el termine di quelle.

Sia anchora in questo luoco la linea, a,b, bimedial prima divisa in due linee mediale solamente in potentia communicante, & che contenghino superficie rationale (dalle quale la trigesima sesta afferma quella esser composta) lequale siano, a,c, & , c,b. Dico che è impossibile quella esser divisa in altre due linee, sotto la diffinitione di quelle, laqual cosa, se serà possibile (per l'aduersario) dividerò quella in punto. d. e tolta la linea, e,f, rationale & sia agionto a quella la superficie, e,g, equale alli dei quadrati delle due linee, a,c, & , c,b, & la superficie, f,b, equale al quadrato della, a,b. &

a,b, & la superficie f,k, equale alli quadrati delle due linee a,d, & d,b, et (per la quarta del secondo) la superficie g,b, serà equale al doppio della superficie della a, c,in c,b, e (per la medesima) la superficie k,l, serà equale al doppio della superficie della a,d, in la d,b, (per el presupposito) ancbora l'una e l'altra delle due superficie e,g, & k,f, serà mediale e l'una e l'altra delle due, g,b, & k,l, serà rationale, e questo è impossibile, perche per el primo la superficie k,g, seria irrationale (per la vigesima sesta) e per el secondo, la medesima seria rationale (per la diffinition e per la duodecima) laqual cosa è inconueniente.

Theorema. 32. Propositione. 43.

38 44 El bimedial secondo, non puol esser diuiso se non solamẽte in le due linee sotto el suo termine.



Sia come per exempio la linea, a,b, bimedial secondo diuisa in le due linee. a.c. & c. b. mediale, solamente in potentia commensurante, & continenti superficie mediale, dalle quale (la trigesima settima propone quella esser composta.) Dico che egli è impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto la diffinitione di quelle, & essendo altramente, sia diuisa in d, & sia no come per exempio la superficie. e.g. f.b. & f.k. aggionte alle linee, e,f, rationale & (per lo presente presupposito) le superficie, e,g, & g,b, l'una & l'altra serà mediale, per laqual cosa (per la vigesima quarta) l'una & l'altra delle due linee f,g, & g,l, serà rationale in potentia solamente non communicante in longhezza alla linea, e,f, ma perche le due linee, a,c, & c,b, erano incommensurabile in longhezza seguita (per la prima del sesto) & per la seconda parte della decima quarta de questo che l'uno & l'altro di quadrati delle linee, a,c, & c,b, sia incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra conciosia che li detti quadrati communicano (dal presupposito) seguita che ambidui li quadrati tolti insieme sian incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra e pero etiam al doppio de quella per laqual cosa la superficie, e, g, e incommensurabile alla superficie, g,b, & la linea g,f, alla linea g,l, (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta) adonque per la trigesima quinta la linea f,l, e binomio diuisa secondo el suo termine in punto, g, & per el medesimo modo se approuerà quella esser binomio (per mezzo delle superficie, e, m. & m.b.) diuisa secondo el suo termine in punto, m. laqual cosa è impossibile (per la quadragesima prima) perche el non puo esser detto che la linea. f.l. sia diuisa alli dui punti. g. & m. in parti cõsimili, perche essendo cosi seria la linea. f.m. equale al la, g,l, ma quella è maggiore della linea, m,l, come è manifesto dal primo di premessi antecedenti de queste (& per la prima del sesto) conciosia che la superficie, e, m, sia maggiore della superficie. b.m. & il modo della demostratione di questa può

esser

esser commune alla quadragesima seconda & alle altre che seguitano quella.



Theorema. 33. Propositione. 44.

La linea maggiore se nō solamente in le due linee dalle quale è composta sotto al termine di quelle, non puo esser diuisa.

Sia anchora questa linea maggiore. a. b. diuisa in pō to. c. in due linee potentialmente incommensurabili cōtinenti superficie mediale delle quale ambidui li quadrati tolti insieme siano rationale, perche da tale linee è composta come afferma la trigesima ottava, dico che egli è impossibile ad altro ponto essere diuisa quella in altre due linee, fuora quella diffinitione & se questo è possibile, sia diuisa al ponto. d. rimangano sotto a questa la medesima figura et li medesimi presuppositi come per auanti et arguisse (come in la quadragesima prima) la superficie. g. k. esser rationale & irrationale laqual cosa è impossibile.

Theorema. 34. Propositione. 45.



La linea potente in rationale & mediale, nō se diuide sotto el suo termine, se non solamente in le sue due linee.

Anchora questa quadragesima quinta stāte la prima figura & position eccetto che detta linea. a. b. sia diuisa in ponto. c. in quelle due linee dalle quale la trigesima nona dice quella esser cōposta, se approua si come in la quadragesima seconda, & essendo altramente di quello che'l propone, serà la superficie. k. g. rationale & irrationale, laqual cosa non puol esser.

Theorema. 35. Propositione. 46.

41/47 La linea potente in due mediale non puol esser diuisa in altre due linee sotto el termine di quelle dalle quale è congionta, ma solamente è diuisibile in le sue due dalle quale è composta.

Perche questa quadragesima sesta diuisa linea. a. b. al ponto. c. quelle linee dalle quale la quadragesima dimostra quella esser composta, & stante tutte le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approua si come la quadragesima terza, perche dato el contrario del proposito, seguita il contrario della quadragesima prima laqual cosa è impossibile.

Secon-

Seconde diffinitioni.

Se la parte piu longa del binomio, serà piu potente della piu breue per accrescimẽto del quadrato d'una linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se dapoi la medesima parte piu longa, serà communicante a una linea posta rationale, quello se chiamarà binomio primo, Ma se serà la parte piu corta che communichi con la detta linea posta rationale se dirà binomio secondo & se ne l'una ne l'altra delle dette parti di quello communicharà con la detta linea posta rationale se chiamarà binomio terzo.

Il Tradottore.

In le soprascritte diffinitioni & in quelle che seguitano l'Autore ne da a cognoscere le specie di binomij lequale sono sei & in questa prima parte sotto breuità ne diffinisse el primo secondo & terzo, & perche le due linee che componeno el binomio in genere (per la trigesima quinta) sono rationale & solamente in potentia communicante. onde seguita che cadauna di quelle (per lo converso della quinta diffinitione della seconda tradottione) a fortiore serà commensurabile in potentia con la nostra proposta rationale (cioe con la nostra pertica, ouer piede, o passo, o vna, ouer altra misura formata a nostro piacere con lequale ratiocinamo) perche se quelle non communicassemo ne in longhezza ne in potentia con la nostra proposta rationale, le non seriano rationale (che seria contra el presupposito) vero è che ambedue non possono esser commensurabile in longhezza con detta nostra proposta rationale, perche (per la decima) seriano fra loro commensurabile in longhezza che seria contra la trigesima quinta, ma solamente una, ouer niuna serà commensurabile in longhezza cõ la detta nostra proposta rationale, anchor dico che la dette due linee che cõponeno el binomio in genere, ouer che la piu longa e piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la medesima linea piu longa, ouer incõmensurabile. Tornando adonque al proposito quando la parte piu lõga del binomio serà piu potẽte della piu breue in el quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la detta parte piu longa quel tal binomio serà ouer il primo, ouer il secondo ouer il terzo, perche ouer che una delle dette parti (ouer linee) serà communicante in longhezza con la nostra proposta misura rationale, ouer niuna, sogli ne serà una ouer che serà la piu longa, ouer la piu corta, se la serà la piu longa serà detto binomio primo, se la serà la piu corta serà chiamato binomio secondo & se niuna di quelle serà communicante in longhezza alla detta nostra misura serà nominato binomio terzo, ma bisogna notare che quella parte che serà cõmunicãte in longhezza con la nostra misura serà numerabile in lõghezza, cioe, che la serà un numero di quella misura che operaremo, o sia passo, o pie o altra misura formata a nostro piacere. Et quella parte che non serà communicante in longhezza cõ la detta nostra misura nõ serà numerabile in longhezza, cioe che la sua longhezza non si potrà dar ne assignare per numero, ma solamente la sua poten-

tia cioe il suo quadrato serà rationale, & quelle tale da practici sono dette radice sorde (come fu detto sopra la quinta diffinitione tratta dalla seconda tradottione) niente di meno tali quantità essendo linee, come piu uolte e stato detto, sono chiamate rationale per esser la sua possanza rationale, uero e che se tal radice, ouer quantità serano superficie ben serano dette irrationale per la uigesima terza & chiamase superficie mediale & questo credo serà bastante per la dechiaratione del primo, secondo, & terzo binomio, hor ueniamo alla seconda parte.

Diffinitioni succedente alle precedente.

Anchora se la parte piu longa puol tanto piu della piu breue quanto e il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte piu longa, & se la piu longa poi delle dette parti serà commu-nicante in longhezza a una posta rationale quella se chiamara binomio quarto. Ma se serà la piu breue che communichi in longhezza con detta posta rationale se nominare binomio quinto, & se serà che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quello communichi con la detta posta rationale serà detto binomio sesto.

Il Tradottore.

Questa seconda parte de diffinitioni quantunque la sia posta disgionta dalla precedente tu l'hauerai a intendere congionta con la prima successiuamente, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore (delle due linee componenti el binomio in genere) serà piu potente della piu breue inel quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa quel tal binomio serà, ouer el quarto, ouer il quinto, ouer il sesto, perche ouero una delle due linee componente quello serà commensurate in longhezza con la nostra presupposta misura, ouer niuna se gli ne serà una, ouer che la serà la piu longa, ouer che la serà piu breue, se la serà la piu longa serà detto binomio quarto, se la serà la piu corta serà chiamato binomio quinto, & se niuna serà detto binomio sesto, si uede adunque che el primo binomio non è differente dal quarto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sesto, sal uo che la linea piu longa (delle due componente quello) e piu potente della piu corta inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longa & questo credo sia bastante a delucidatione delle sopra scritte diffinitioni.

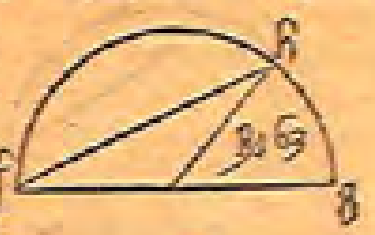
Problema. 12. Propositione. 47.

42/48 Puotemo trouare el primo binomio. Nella traduttion seconda è piu breue & ne pone il b.

Sia la linea a.e. la posta rationale, et sia tolti duoi numeri quadrati, b, & c, digna la.e. sia diuisibile in un numero quadrato (qual sia .d.) & in uno non quadrato (qual sia .e.) & sia posto la proportione del quadrato della linea a. al quadrato della linea a.f. si come del numero .b. al numero .c. & (per la seconda parte della nona)

La linea

La linea. f.g. serà communicante alla linea. a. (posta rationale) in longhezza sopra a quella adonque sia lineato el mezzo cerchio. f.g.b. & sia la proportione del quadrato della linea. f.g. al quadrato della linea. f.b. si come del. c. al. d. & sia detta la linea. g.b. dico adonque le due linee. f.g. & g.b. congionte directamente (componere el binomio primo perche la linea. f.g. laquale è la piu longa) e piu potente della linea. g.b. (laquale è la piu corta) in el quadrato della linea. f.b. (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea. f.b. communica alla linea. f.g. in longhezza (per la seconda parte della nona) conciosia che la proportion di quadrati de dette, f.g. & f.b. sia si come di duoi numeri quadrati liquali sono, c. & d. & la linea g.b. se conuence esser rationale in potentia solamente non communicante alla linea. f.g. in longhezza e pero ne erian alla linea. a. posta rationale, perche conciosia che el quadrato della linea. f.g. al quadrato della linea. f.b. sia si come el numero. c. al numero. d. (per la euersa proportionalità) el quadrato della linea. f.g. al quadrato della linea. g.b. serà si come el numero. c. al numero. e. conciosia adonque che. c. sia numero quadrato & e. non quadrato, seguita per la ultima parte della nona) che la linea. g.b. sia incommensurabile alla linea. f.g. in longhezza rimane adonque essa linea. g.b. esser rationale solamente in potentia & (per la diffinitione) le linee. f.g. & g.b. componare binomio primo che era da trouare.



12
a
b
4
d c e
9 16 7

Per trouarlo praticalmente piglia la. a. per una misura. Onde lo quadrato de la. f.g. in tal suppositio saria. 4. poi seguitarai come di sotto uedi. Se. 16. mi da 9. che darà □ f.g. 4 opera che in tal suppositio te daria $2\frac{1}{4}$ per il □ della. f.b. qual tratto del □ f.g. che 4. restaria $1\frac{1}{4}$ per il □ della. b.g. onde con tal positione tal binomio saria. 2. ℞ $1\frac{1}{4}$. Ma supponendo la misura. a. piedi. 6. il □ della. f.g. serria a esser piedi 144. superficiali & il □. della. f.b. saria. 81. & il □ della. b.g. 63. & la simplice b.g. saria ℞ 63. & la. f.g. 12. el binomio saria. 12. ℞ 63.

Supponédo la. a. per una misura simplice 73 g. 1.
la. b. — 4. nu. quadrato.
la c. per 16.
la d. per 9.
la e. per. 7.

Il Tradottore.

Se per caso la nostra misura, a, fusse quella che se chiama pertica diuisa in piedi sei et che il numero, b, fusse quattro & il numero, c, sedeci diuiso in, d. & in, e, & in, d, sia nome & e, sette la linea, f.g, seria a esser piedi dudeci & la linea, f.b, piedi nuue & la linea, b.g, seria a esser la radice quadrata de sessanta tre piedi superficiali cioe che il quadrato della detta, b.g, seria sessanta tre piedi superficiali cioe sessanta tre quadretti d'un pie per fazza come fu detto sopra la prima diffinitione del sece-

do

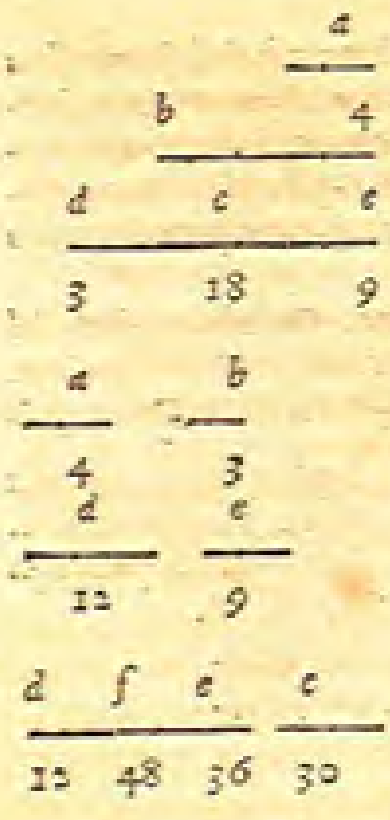


do adonque la linea.f.g.giunta con la.g.b.da pratiche descriuera in questa forma.12. per 47.63. & questo composto serà binomio primo per la diffinitione del binomio primo. Et questo essempio lo ho posto per apriti li occhi al reder queste cose alla prattica ji in questa forma nelle seguente si che notala bene perche per l'advenire piu non adarò essempio in numeri per non confondere lo intelletto ma per se medesimo supponendo la linea.a.divisa secondo che ti parerà per schiuar rotti. & bisogna notare che si potra senza trouare la linea.f.b. trouar prima la.b.g.cioe che il quadrato della.f.g.al quadrato della.b.g.sia si come il numero.c.al numero e.

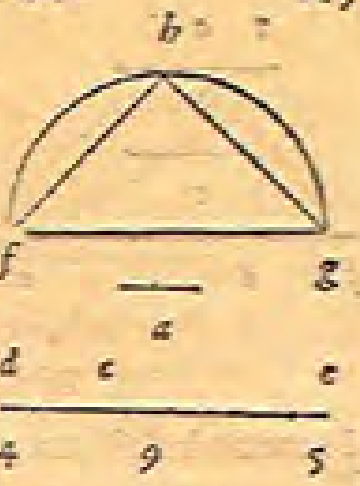
Problema.13. Propositione.48.

42 Puotemo inuestigare il secondo binomio.

49 Questa operatione è molto longa,ma quella di Theon è assai piu breue e chiara.

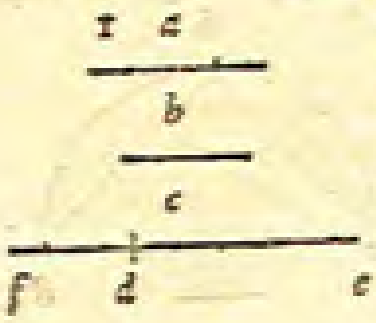


Sia come per auanti la linea posta rationale, a, & lo numero.b.quadrato & .c.sia numero non quadrato diuisibile in.d.non quadrato & in.e.quadrato, tamen in tal modo che la proportione de tutto el.c.(elquale è numero non quadrato) al.d.(elqual è anchora numero non quadrato) sia si come de dui numeri quadrati, & tal numero e.12. & .48. perche el.12. è divisibile in.9.(numero quadrato) & in.3.numero non quadrato & la proportione de.12. a.3.e si come.16. a.4. diquali l'uno e l'altro e numero quadrato (per lo medesimo modo.48.e divisibile in.36.e.12. & tai numeri co si li troverai.Sia.a.numero quadrato & sia anchor.b. numero de sua metà del detto.a. el quadrato del quale sia.c.& del.b.in.a.pervenga.d.& (per la prima delli incidenti la sesta decima del nono) el numero b. serà la differentia del.d.al.c.sia detto el medesimo,a,in,c, & pervenga.e.& (per la prima parte del correlario della seconda del nono.) e. serà quadrato impero che l'uno e l'altro di numeri.a.& .c.e quadrato (per el presupposto) sia fatto una altra volta.f.dal.a.in.d.et.f. serà quadrato el qual cercamo perche (per la ultima parte del detto correlario) lo numero.f.serà non quadrato impero che'l numero.d.si è non quadrato, perche se'l numero.d. fusse quadrato anchora el.b.seria quadrato (per la seconda parte del medesimo correlario della seconda del nono & per la vigesimaterza del ottauo) & perche.a.e numero quadrato cascaria (per la decima settima del medesimo) un terzo cõtinuamente proportionale fra.a.& .b.laqual cosa è impossibile conciosia che sono distanti per



ti per una sola unità adonque el .d. non è quadrato per-laqualcosa ne etiam .f. è quadrato, & .f. è equale al .d. & al .e. perche conciosia che .b. sia la differentia del .d. al .e. (come è manifesto per le cose precedente) serà (per la prima delli incidenti sopra la sestadecima del nono) quello che uien fatto del .e. in .d. è equale a quelli dui producti che uengano fatti dal .e. in .b. & in .c. & perche dal .e. in .b. uien fatto el .d. & in .c. uien fatto .c. segnita che .d. sia la differentia del .f. al .e. & perche (per la decima ottava del settimo) del .f. al .e. e si come del .d. al .c. permutatamente del .f. al .d. serà si come del .e. al .c. & conciosia che l'uno e l'altro di dui numeri .e. & .c. sia quadrato è manifesto lo numero .f. esser tal qual volemo, perche è numero non quadrato diuisibile in .d. non quadrato et in .e. quadrato, la proportione de quello al .d. e si come de quadrato a quadrato cioe come del .e. al .c. tutte le altre cose stanno come per auanti. Dico che le linee .f.g. & .g.b. componeno el secondo binomio perche conciosia che el quadrato de .a. al quadrato de .f.g. sia si come del .b. al .e. & un' altra uolta lo quadrato de .f.g. al quadrato de .g.b. sia si come del .e. al .c. (per la equa proportionalità) el quadrato del .a. al quadrato de .g.b. serà si come el .b. al .c. adonque conciosia che l'uno e l'altro di dui numeri .b. & .c. sia quadrato (per la seconda parte della nona) & la linea .g.b. serà communicante in longhezza alla linea .a. posta rationale, & della linea .f.g. è manifesto che essa sia rationale solamente in potencia non communicante alla linea .a. posta rationale in longhezza, (per la ultima parte della nona) laquale conciosia che la sia piu potente della linea .g.b. nel quadrato della linea .f.b. (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea .f.b. communichi alla linea .f.g. in longhezza (per la seconda parte della nona) imperoche li loro quadrati sono in la proportione delli numeri .c. & .d. la proportione di quali è si come de dui numeri quadrati (per el presupposito) e manifesto il proposito. A demostrare el medesimo altramente, sia la linea .g.b. communicante alla linea .a. (posta rationale in longhezza) la qual è facile de trouare & sia .e. numero quadrato diuisibile in .d. quadrato, & in .c. non quadrato, & sia la proportione del quadrato della linea .g.b. al quadrato della linea .f.g. si come el numero .e. al numero .c. & la .f.g. serà incommensurabile alla linea .g.b. in longhezza (per la ultima parte della nona) & piu potente di quella in el quadrato della linea .f.b. (alla qual communica in longhezza primamente per la conuersa dapoi per la euersa proportionalità, & per la seconda parte della nona) adonque (per la diffinitione) le linee .f.g. & .g.b. componeno el secondo binomio.

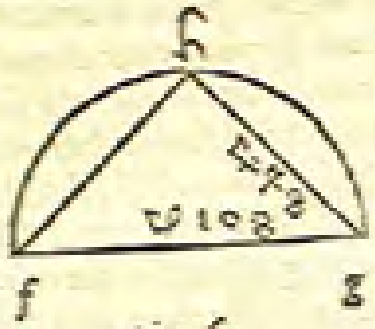
Piu facilmente se troua el detto numero non quadrato diuisibile in un numero ☐ & in un'altro non ☐, & che il non ☐ habbia proportion al tutto come de numero ☐ a nu. ☐ per questo altro modo piglia qual si uoglia nu. ☐ qual pongo sia .e.



cauane sempre. 1. & resti. b. fatto questo multiplica a. a. fia. b. & faccia. c. dico. c. esser il numero ricercato, cioe non □ (per . . . del . .) & il dutto del . b. in se sia. d. e, & il dutto de b nella. 1. facia. f. d. il qual. f. d. non sarà □ & d, e, sarà □ & la proportion de. f. d. al. c. sarà come la unità al. a, (numer. □) adonque la proportion de. c. al. f. d. sarà come de nu. □ a num. □ (per esser come del. a. alla. 1.)

Problema. 14. Propositione. 49.

44 50 Puotemo inuestigare, el terzo binomio.



Anchora el terzo binomio cosi se ritroua, posta (come per auanti) la linea, a, rationale in longhezza sia el, b, numero primo, & , c, numero quadrato diuisone in d, quadrato & in, e, non quadrato tutte le altre cose si siano come per auanti. Dico che le due linee, f, g, & g, b, el ponemo el terzo binomio, perche ne l'una ne l'altra di quelle è commensurabile in longhezza alla linea a, posta rationale, ma l'una e l'altra gli è incommensurabile in longhezza la, f, g, (per la ultima parte della nona propositione) & la, b, g, (per la equa proportionalità, & per la ultima parte della nona) perche (per la equa proportionalità) el quadrato della linea, a, al quadrato della linea, g, b, e si come lo numero, b, al numero, e, l'una per mezzo del quadrato della linea, f, g, & l'altro per mezzo del numero, c, & li numeri, b, & e, non sono in proportione de alcuni numeri quadrati concio sia che, b, sia numero primo, perche se i fussemo in la proportione de numeri quadrati seria necessario (per la decima settima del 8.) et per la ottaua del medemo fra quelli star uno terzo in continua proportionalità adonque (per la 18 del medesimo) el numero, b, seria superficiale laqualcosa è impossibile, cioe sia che quel sia primo (dal presupposito) adonque la linea, g, b, e incommensurabile alla linea, a, posta rationale (per la ultima parte della nona) adonque perche la linea, f, g, e piu potente della linea, g, b, nel quadrato della linea, f, b, (per la trigesima prima del terzo, & per la penultima del primo) laqual commensura a quella in longhezza (per la seconda parte della nona propositione) & per la euersa proportionalità, & per la diffinitione del terzo binomio, e manifesto la nostra intentione.

pie 6
a
2
b
4 9 5
d e e

Stante li supposti sopra notati dirai se R 9 me da R 4 che me dara R 108

432
R 48
3. bino. R 108 R 48

Tra-

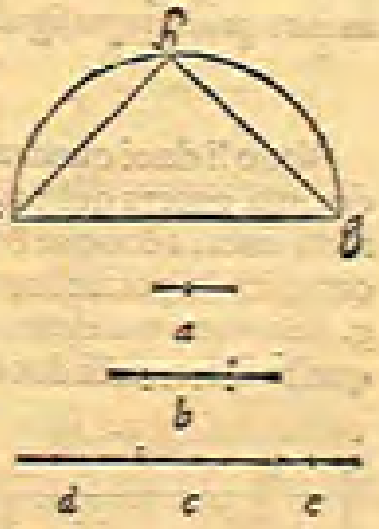
Il Tradottore.

Nella espositione di questa soprascritta propositione il commentatore se inganna grandemente si nel proceder come nella demostratione perche el non necessita che la proportione, del numero. b. (quantunque sia numero primo) al numero. c. non possi esser come di numero quadrato a numero quadrato & che'l sia il vero per non abondare in parole adduremo solamente la esperientia per testimonio perche se'l detto numero. b. fusse. 5. (che è numero primo) & lo numero. c. trenta sei & il numero. d. sedeci & lo numero. e. uinti si vede espressamente che la proportione de cinque a uinti esser si come de numero quadrato a numero quadrato cioe quadrupla, perilche si vede che anchora se inganna a dire che li numeri primi non sono superficiali anci sono superficiali (per la decimottava del ottavo) ma volendo concludere la soprascritta propositione senza opposition bisogna tor il detto numero. b. di tal conditione, prima ch'el non sia quadrato secondario che la proportione di quello al numero. c. non sia come di numero quadrato a numero quadrato (laquale cosa è facile) dapoi argomite come di sopra è fatto.

Problema. 15. Propositione. 50.

45/51 Puotemo ritrouare il quarto binomio.

Nella inuentione del quarto binomio le da procedere per il medesimo modo si come nella inuentione del primo eccetto che el numero quadrato. c. sia diuiso in dui numeri non quadrati, liquali siano. d. & . e. tutte le altre cose in questo loco sono da esser negotiate, dalla diffinitione del quarto binomio, si come in quel luoco se negotiò dalla diffinition del primo binomio.

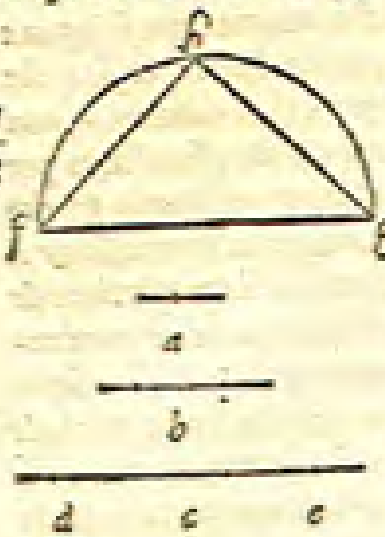


Problema. 16. Propositione. 51.

46/52 Puotemo recercare el quinto binomio.

La inuentione di questo è si come quella del secondo binomio eccetto che lo numero. c. (non quadrato) se diuide in. d. non quadrato, et in. e. quadrato tamen in tal modo che la proportione del c, al d, non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo luoco sono da esser cercate secondo le cose dimandate per la diffinitione del quinto binomio, si come in quel luoco sono ricercate secondo le cose adimandate per la diffinitione del secondo binomio, ouero pone che la linea. g, b, sia communicante alla linea. a, posta rationale in longhezza & mette el numero. c. quadrato diuiso in dui numeri non quadrati qual siano, d, & e, adunque mette la proportione del quadrato della linea. g, b, al quadrato della f g, si come del numero. e. al numero. c, dapoi conclude il proposito per la ultima parte della nona & per li presenti presup-

positi, & per la conuersa & euersa proportionalità, & un'altra volta per la vltima parte della nona & per la diffinitione del quinto binomio.



47
53

Problema. 17. Propositione. 52.

Vuotemo finalmente trouare el sesto binomio.

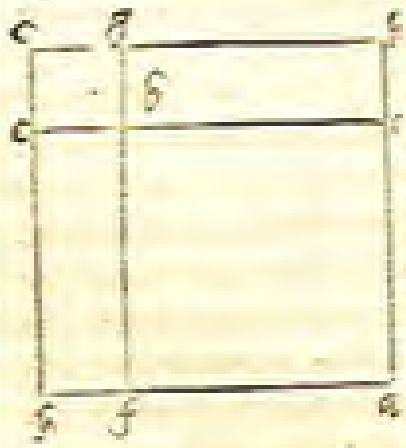
El sesto binomio è da trouar si come el terzo & tamen in questo lo numero. c. quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati. d. & e. & tutte le altre cose come in quello & per la diffinitione del sesto binomio la linea (che componeno le due linee. f. g. & g. h. cõgionte fra loro direttamente serà binomio sesto che è il proposito de trouare.

Il Traduttore.

Nella inuentione di questo sesto binomio bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione del terzo cioe che'l non bisogna fondarse a tore semplicemente il numero. b. numero primo, perche tal instruttion è falsa. anci bisogna torlo secondo che sopra la inuention del terzo fu detto cioe cosi condizionato che'l non sia quadrato & che la proportion di quello al numero. e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato poi seguir come nelle altre se fatto.

Lemma.

Siano li duoi quadrati, a, b, & b, c, & siano affettati, oner posti (per la decima quarta del primo) talmente che il lato, d, b, al lato, b, e, sia in retta linea, adonque & lo lato, f, b, al lato, b, g, serà in retta linea, & sia compito lo paralellogrammo, a, c, dico che, a, c, è quadrato, & che, d, g, delli detti quadrati, a, b, & b, c, è medio proportionale, & oltra di questo il d, c, delli duoi quadrati, a, c, c, b, è medio proportionale, perche, b, d, è equale al, b, f, & b, e, al, b, g, adonque tutto il d, e, serà equale a tutto lo, f, g, & d, è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, h, k, c, &, g, f, è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, k, c, h, & l'uno e l'altro adonque delli duoi, a, k, k, c, è equale all'un e l'altro delli duoi lati, a, h, h, c, adonque (per la trigesima terza del primo) lo paralellogrammo, a, c, è equilatero & anchora e retrangolo, adonque lo detto paralellogrammo, a, c, (per la quadragesima sesta del primo) è quadrato & perche si come del, f, b, al, b, g, cosi è del, d, b, al, b, e, & si come del, f, b, al, b, g, (per la prima del sesto) cosi è del, a, b, al, d, g, & si come



si come del.d.b.al.b.c.così e del.d.g.al.b.c. adonque & si come del.a.b. al.d.g.così è del.d.g.al.b.c.adonque.c.d.g.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.b.b.c.similmente dico che anchora.d.c.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.c.c.b. perche si come del.a.d.al.d.k. così è del.K.g.al g.c.perche l'una è equale all'altra adonque componendoli,per la decima ottaua del quinto,si come.a.k.al.K.d.così e.K.c.al. c.g. ma si come.a.K.al.K.d.così e.a.c.al.c.d.& si come.k.c.al.c.g.per la prima del sesto, così e.d.c.al.c.b.adonque.d.c.è medio proportionale fra li duoi quadrati.a.c.c.b.che è il proposito.

Il Tradottore.

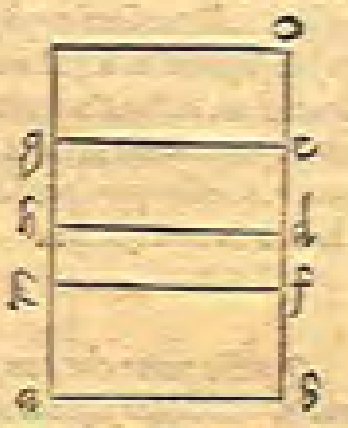
Questo lemma se ritroua solamente in la seconda tradottione il quale è molto al proposito per le demostratione delle cose seguēte quantunque se dimostrano etiā senza esso lemma come procedendo vederai,ma tal demostration son più oscure.

Theorema.36. Propositione.53.

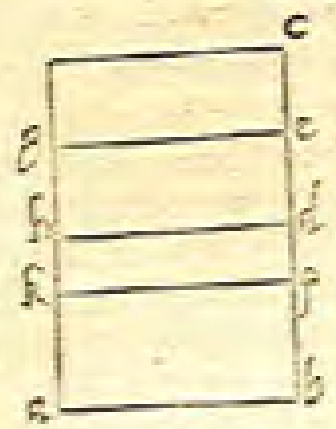
48. 54. Se una superficie serà contenuta da un binomio primo, & da una linea rationale, lo lato che peo sopra di qlla è necessario esser binomio.

Come che la ſ: del binomio primo è necessario esser binomio.

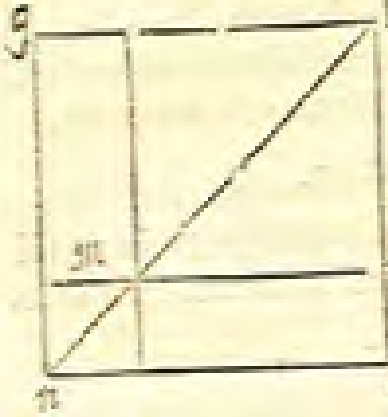
Sia la superficie. a. c.contenuta dalle linea.a.b.rationale & da un binomio primo el qual sia. b. c. Dico che'l lato vetragono della superficie. a. c. è binomio è per dimostrare questo sia il ponto.d. il commun termine delle due portioni del binomio primo.b.c. delquale la maggior parte sia.b.d.& serà rationale in longhezza (per la diffinitione) et commensurabile alla linea.a.b. posta rationale anchora sia diuisa la minor portione (la qual e.d.c.) in due parte equale al ponto.e. & la linea. d.b. sia diuisa (sotto questa condizione) al ponto. f. che fra le parti di quello (laqual sia.b.f.& f.d.) cada.d.e.



nel medio loco proportionale, & come questo si debba far fu detto in la.17.& siano dutte le linee.e.g. d.b.f.k.equidistante alla linea. a.b.& perche (per la diffinitione del primo binomio la linea. d.b.è più potente della linea.d.c.in el quadrato d'una linea a se cōmunicante in longhezza.seguita anchora (per la seconda parte della decima settima) che le due linee.b.f.f.d.siano communicante adonque (per la duodecima) l'una e l'altra de quelle è communicante a tutta la linea.a.b.d.per laqual cosa (per la diffinitione) ambedue sono rationale in longhezza e però (per la decimanona) l'una e l'altra delle due superficie. a.f.& f.b.è rationale, adonque sia descripto lo quadrato. l.m. (el lato del quale e.l.r.) equale alla superficie. a.f.al quale sia circōscripto lo gnomone protratta la dyagonale.l.m. n.a quella quātità che el quadrato de esso gnomone (qual sia.m.n.) sia equale alla superficie.f.b.et li duoi seppli



menti di quello siano. p.m. & m.q. liquali è necessario esser equali alle due superficie. d.g. & g.c. laqual cosa cosi se apprende, perche concessa che la linea. d.c. sia nel mezzo loco proportionale fra le linee. b.f. & .f.d. (per la prima del sesto) la superficie. d.g. serà nel medio loco proportionale fra la superficie. a.f. & .f.b. per laqual cosa etiam fra li duoi quadrati. l.m. & m.n. & perche etiam lo supplemento. p.m. e anchora nel mezzo loco proportionale fra li detti duoi quadrati (per la prima del sesto) seguita che. p.m. sia equale al. d.g. e pero etiam. m.q. al. g.c. adonque la linea. l.p. e el lato re



tragonico della superficie. a.c. questa tal linea dico essere binomio. perche li duoi quadrati. l.m. & .m.n. rationale due linee. l.r. & .r.p. (per la diffinitione) seranno rationale potentialmente, & per la prima del sesto dal. a.f. al. d.g. è si come del. b.f. al. d.c. ma la. b.f. e incommensurabile alla. d.c. ma perche la. b.f. e simplicemente rationale (come è presupposto) & la. d.c. perche la communica con la. d.c. (rationale solamente in potentia) etiam quella serà rationale, solamente in potentia (per la undecima) laqual cosa è manifesta dalli presenti presupposti, adonque per la seconda parte della decimaquarta) la superficie. a.f. e incommensurabile alla superficie. d.g. adonque & il quadrato. l.m. al supplemento. p.m. per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la linea. l.r. e incommensurabile alla linea. r.p. adonque (per la trigesima quarta) e manifesto la linea. l.p. esser binomio che era da demostrare.

Il Traduttore.

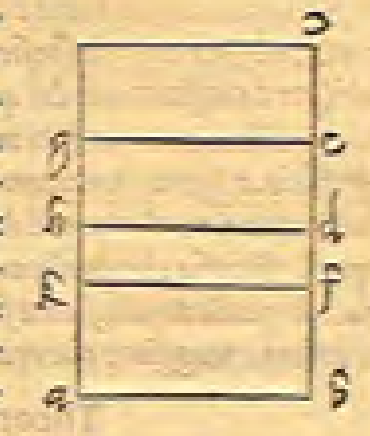
Q uelle parte che con facilita si donemo concludere per lo sopraferito lemma (per non esser stato trouato da tal commentatore) lui arguisse per la prima del sesto ahem che anchor la detta prima del sesto parimente serua tamen è molto piu choiuro a arguire per lo sopraferito lemma e medesimamente nelle seguente propositioni, similmente per la ultima del secondo si debbe formare un quadrato equale alla superficie. f.b. qual sia. m.n. et quello assettarlo nel angolo. m. di l'altro quadrato per le regole adutte nel detto lemma. Anchora bisogna notare qualmente la linea rationale. a.b. bisogna sia rationale in longhezza & questo medesimo si debbe intendere nel cinque seguente.

Theorema. 37. Propositione. 54.

49/55 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & da un binomio secondo. Lo lato tetragonico di quella serà uno bimedial primo.

Sia

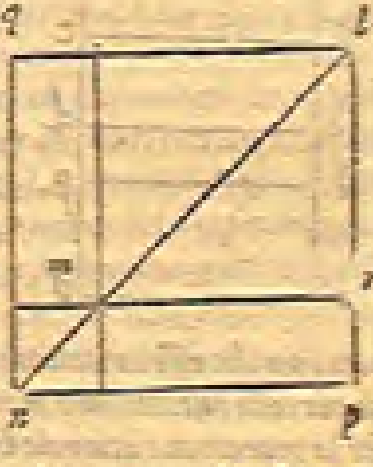
Sia la medesima figura, & li medesimi presuppositi, liquali sono in la precedente & (per la diffinitione del secondo binomio) serà la linea, d, c, rationale in longhezza per laqual cosa (per la. 19.) l'una & l'altra delle due superficie, d, g, et, g, c, e pero & li dui supplementi. p.m. m.q. seranno rationali & la linea, d, serà rationale solamente in potentia, & divisa in le due linee, f, d, & b, f, communicante (per la diffinitione del secondo binomio & per li premessi presuppositi & per la seconda parte della decima settima) adonque (per la vigesima terza) l'una & l'altra delle due superficie, a, f, & f, b, e pero & l'uno e l'altro di quadrati. l. m. & n. x. serà mediale, adonque ambedue le linee. l. r. & r. p. sono mediale, anchora communicante in potentia, perche concioscia che la linea, b, f, communichi alla linea, f, d, seguita cio la, a, f, communichi alla, f, b, per la qual cosa el'quadrato, l, m, al quadrato, m, x, & pero & la linea, l, r, alla linea, r, p, in potentia, ma non communicano in longhezza, perche da una di quelle all'altra e si come la superficie. l. m. alla. m. p. adonque concioscia che la, l, m, non communichi con la. m. p. imperoche l'una è mediale cio la, l, m, & l'altra è rationale cio la, m. p. seguita che la. l. r. non communichi in longhezza con la. r. p. adonque perche esse contengono superficie rationale, laqual è la. m. p. e manifesto la linea. l. p. (per la. 36. di questo) esser bimedial primo.



Theorema. 38. Propositione. 55.

50 Se una superficie sia contenuta da un binomio terzo, & da una linea
56 rationale, la linea potente in quella serà bimedial secondo.

Stante la medesima dispositione, & li presuppositi come di sopra (& da questi presuppositi & dalla diffinitione del terzo binomio & dalla vigesima terza) serà cadauna delle quattro superficie (in laquale è divisa la superficie. a. c.) mediale per laqual cosa l'uno et l'altro di dui quadrati. l. m. & r. m. x. & l'uno & l'altro di dui supplementi. p. m. & m. q. sera etiam mediale adonque l'una & l'altra delle due linee. l. r. & r. p. serà mediale, & concioscia che le due superficie. a. f. & f. b. siano communicante imperoche le due linee. b. f. & f. d. son communicante (per la seconda parte della. 17.) le due linee. l. r. & r. p. seranno communicante in potentia ma non in longhezza: perche la superficie. l. a. non communica con la superficie. m. p. imperoche ne la. a. f. communica con la. d. g. perche la linea. b. f. non communica con la. d. e. concioscia adonque che esse contengano superficie mediale laquale è p. m. e manifesto (per la. 37.) la linea. l. p. esser bimedial secondo che è il proposito.



Theorema.39. Propositione.56.
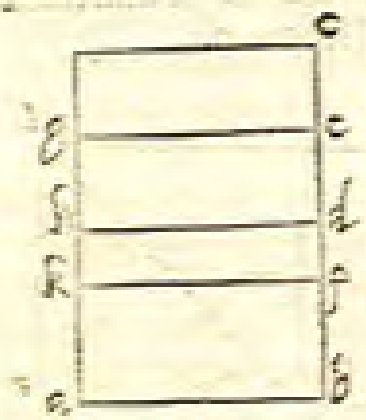
51 57 Se una superficie sia contenuta, da una linea rationale, & dal quarto binomio, la linea che puo in quella superficie e la linea maggiore.

Stante tutte le cose come in la precedente (per el presupposito, & per la diffinitione del quarto binomio & per la.23.) l'una e l'altra delle due superficie.d.g. et g.r. per laqual cosa e l'una e l'altra delle due.p.m. et m.q. serà mediale e li doi quadrati.l.m. & .m.n. tolti insieme serà rationale imperoche la superficie.a.d. e rationale (per la diffinitione del quarto binomio e per la.19.) et perche la.d.b. e divisa in due parti incommensurabili in ponto.f. (per la seconda parte della decima ottaua) la superficie.a.f. serà incommensurabile alla superficie.f.b. e pero e lo quadrato.l.m. al quadrato.m.n. adonque le due linee.l.r. & r.p. sono incommensurabile in potentia, laquale cosa cio sia che quelle contengano la superficie mediale.p.m. e ambidoi li quadrati di quelle tolti insieme siano rationali e manifesto (per la.38.) la linea.l.p. esser la linea maggiore che era il proposito.

Theorema.40. Propositione.57.

52 58 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & da uno binomio quinto, la linea laquale puo in quella, el se conuiene de necessità esser la potente in rationale è mediale.

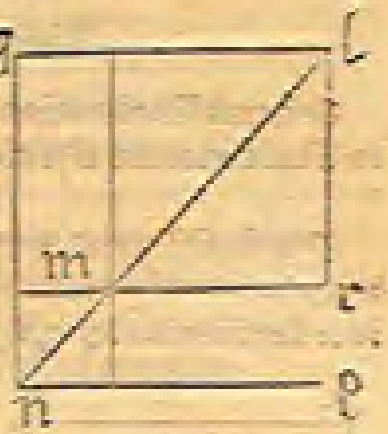
Ancbora qua in questa non è da mutar alcuna cosa della dispositione & positione delle prime, perche da quelle ancbe serà (per quelle cose che sono poste in la diffinitione del quarto binomio e in la.19.) l'una & l'altra delle due superficie.d.g. & g.e. onde & l'una e l'altra delle due.p.m. & m.q. rationale & tutta la.a.d. mediale, per laqual cosa & li doi quadrati.l.m. & .m.n. tolti insieme è mediale (per la.23.) et conciosia che (per la seconda parte della decima ottaue) la linea.f.b. sia incommensurabile alla linea.f.d. e pero & la superficie.a.f. alla superficie.f.b. & lo quadrato.l.m. al quadrato.m.n. serà la linea.l.r. incommensurabile in potentia alla linea.r.p. ma perche esse contengono la superficie rationale.p.m. & ambidoui li quadrati de quelle tolti insieme sono mediale se conclude (per la trigesima nona) la linea.l.p. esser la potente in rationale è mediale come è sta promesso da dimostrare.



Theorema.41. Propositione.58.

53 59 Se una superficie serà contenuta dal sesto binomio, e da una linea rationale, la linea potente in quella se approua esser la potente in doi mediali.

In



In questa. 58. non accade star a perdere tempo in depingere le figure. perche el satisfa quelle che se contien in le precedente dispositioni & positioni lequale tutte è necessario (per le dette cose & per la dispositione cioe per la dissettione del ultimo binomio, & per la 115esima terza) cadauna delle superficie. a.d. & d.g. & g.c. esser mediale perilche & ambidui li quadrati. l.m. & m.n. tolti insieme & p.m. & m.q. è necessario esser mediale et conciosia che la.b.f. & f.d. per lequal cosa & la.a.f. & f.b. e pero & la d.m. & m.n. siano incommensurabile seranno le due linee. l.r. & r. p. incommensurabile in potentia, ma perche quelle contenemo la superficie mediale. p.m. & ambidui li quadrati tolti insieme sono mediali lequal soma è incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra lequal cosa se approua in questo che la superficie. b.b. è incommensurabile alla superficie. b.c. per questa causa che la linea. d.b. incommensurabile alla linea. d.c. perilche seguita (per la. 40.) la linea. l.p. esser quella che è detta potente in duoi mediali.

Lemma.

o / 60 Se una linea retta sia segata in due parti inequali. Li quadrati fatti da dette due parti inequali sono maggiori del rettangolo che è cõprẽso due volte sotto le dette parti inequale.

Sia la retta linea. a.b. & sia segata in due parti inequale in ponto. c. & sia la maggior. a.c. dico che li dui quadrati fatti delle. a.c. & c.b. son maggiori del rettangolo che è contenuto sotto del. a.c. & c.b. due volte. e per dimostrar questo sia segata (per la. 10. del primo) la a.b. in due parti equali in ponto. d. adonque perche la linea retta. a.b. è segata in due parti equali in ponto. d. & in due inequali in ponto. c. adonque (per la. 5. del secondo) quello che contenuto sotto della. a.c. & c.b. insieme con el quadrato fatto dalla c.d. è equal al quadrato che vien fatto della. a.d. & per questo el rettangolo contenuto sotto della. a.c. & c.b. è minor del quadrato del. a.d. adonque il doppio del rettangolo che contenuto sotto delle due linee. a.c. & c.b. è minor del doppio del quadrato della. a.d. ma li quadrati delle due parti. a.c. & c.b. sono maggiori di quelli fatti dalle due. a.d. et d.b. adõq; li quadrati fatti dalle due parti. a.c. et c.b. son maggiori del rettãgolo cõtenuto sotto delle. a.c. & c.b. due volte ch'era da dimostrar.

a d c b

Il Tradottore.

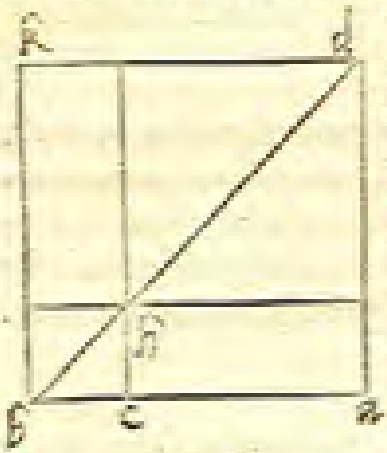
Questo lemma se ritroua solamente in la seconda tradottione elqual (per dimostrar le proposition seguente) è molto al proposito ma che la soma di quadrati delle due linee. a.c. & c.b. siano maggiori del doppio del quadrato della. a.d. (elqual è stato che li quadrati delle due linee. a.d. & d.b.) se manifesta per lo secondo delli antecedenti della quadragesima prima.

Theo-

Theorema. 42. Propositione. 59.

54 60 Se a una linea rationale, sia aggionto uno rettãgolo equal al quadrato d'un binomio el secõdo lato di quello cõuien esser binomio primo.

Q ueste sei sequente propositioni fatto el conuerso delle sei precedente, per ordine, & la intentione de questa, e questa sia la linea a. b. binomio diuisa al ponto. c. in le due linee a. c. & c. b. secondo la sua diffinitione ouer termine & lo quadrato della medesma a. b. sia a. b. d. & sia la linea e. f. rationale in longhezza alla qual sia aggionta la superficie. e. g. equal al quadrato. b. d. dico che'l secondo lato de questa superficie eq̃al è la linea f. g. e binomio primo & questo se demostra in questo modo sia diuiso el quadrato. b. d. in li dui quadrati b. b. & b. d. (liquali sono li quadrati delle due portioni del binomio) & in li dui supplimenti c. b. & b. c. diquali l'uno e l'altro è contenuto sotto delle due portioni del binomio & (per la diffinition del binomio laquale se ha per la trigesima quarta) l'uno e l'altro de questi quadrati serà rationale, &



(per la. 23.) l'uno e l'altro di dui supplementi serà mediale adonque sia tagliato dalla superficie. e. g. la superficie. e. l. equale al quadrato. d. b. & la. l. m. equale al quadrato. b. b. & la. n. p. equal all'uno di dui supplimenti. a. b. ouer. b. k. & lo residuo. p. g. serà equal all'altro supplemento che resta per laqualcosa (per la prima del sesto) la linea. n. g. è equale alla linea. q. g. & (dalle cose premesse) è manifesto che l'una & l'altra delle due superficie. e. l. & l. n. e però etiam tutta la superficie. e. n. e rationale, & l'una e l'altra delle due equale. n. p. & p. g. e però tutta la. m. g. è mediale per laqual cosa per la trigesima l'una e l'altra delle due linee. f. l. & l. n. & tutta la linea. f. n. rationale in longhezza & cõmensurabile alla linea. e. f. posta rationale & (per la. 24.) l'una e l'altra delle due. n. q. & q. g. & tutta la. n. g. è rationale solamente in potentia incommensurabile alla linea. m. n. e però etiam alla linea. e. f. (a se equale) & per conseqmente alla linea. f. n. in longhezza. adonque se la linea. f. n. (laqual è maggiore della linea. n. g. (come per lo primo di dui antecedenti sotto gionti alla demostratione della quadragesima ex per la prima del



sesto appare) serà pm potente della linea. n. g. (minore) nel quadrato d'una linea commensurabile con seco in longhezza (per la diffinitione del binomio primo serà manifesto la linea. f. g. esser binomio primo) & che questo sia cosi ne l'hauer si in questo modo, conciosia che fra li dui quadrati. d. b. & b. b. (per la prima del sesto) la superficie. a. b. sia media proportionale el se conuerso (per li primi presuppositi) la superficie. m. q. esser nel mezzo loco proportionale fra la superficie. e. l. & l. m. onde

(per

(per la prima del sesto) la linea.n.q. laquale è la mita della linea.n.g. e nel mezzo luoco proportionale fra le due linee.f.l.& l.n. adonque quello che nien fatto dal.f.l. in la.l.n.è quanto quello che nien fatto dal.x.q.in se(per la decima settima del sesto e per tanto (per la quarta del secondo) quanto la quarta parte del quadrato della linea.n.g. adonque (per la prima parte della.17.concossia che la linea.f.n. sia divisa dalla superficie a se aggionta equale alla quarta parte della linea.n.g. piu breue talmente che a compir tutta la linea.f.n. māca una superficie quadrata,in doe parti communicante al ponto.l. serà la.f.n. piu potente della.n.g. nel quadrato d'una linea a se communicante in longhezza,adonque è manifesto el proposito.

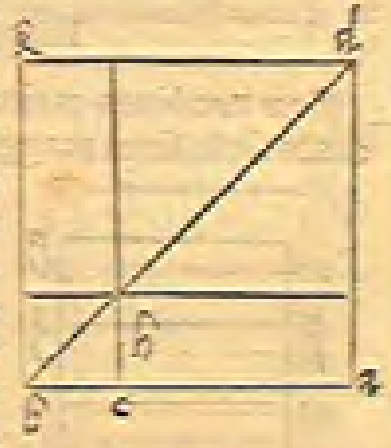
Il Tradottore.

Q uella parte che di sopra si conclude per la prima del sesto piu facilmente se apprende per lo lemma auanti la quadragesima terza il medesimo se debbe aricordare nelle sequente senza che io tel replichi.

Theorema.43. Propositione.60.

55 61 Se a una linea rationale serà aggionto una superficie equal al quadrato del bimediale primo, l'altro lato di quella bisognarà esser el secondo binomio.

Sia la linea.a,b,la bimedial primo divisa al ponto.c,secondo el suo termine & le altre cose siano come per auanti, Dico le linee.f,g, esser el secondo binomio, perche la superficie.m.g.serà rationale imperoche le parti del bimedial primo contengono superficie rationale & se le tre superficie. e.l. l,m, & tutta la.e,n, mediale communicante imperoche le portioni del bimedial primo sono linee mediale solamente in potentia communicante(per la trigesima sesta)adonque(per la trigesima) la linea.n.g.serà rationale in longhezza commensurabile alla linea.e,f,posta rationale,& (per la trigesima quarta)la linea.f,n,rationale solamente in potentia (laquale concossia che la sia maggiore della linea.n,g,)per el primo di doi antecedēti aggionti alla demostratione della quadragesima (& per la prima del sesto) & piu potente di quella in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza (per la prima parte della decimasettima) la linea.f,g, (per la diffinitione) serà il secondo binomio che era el proposito.



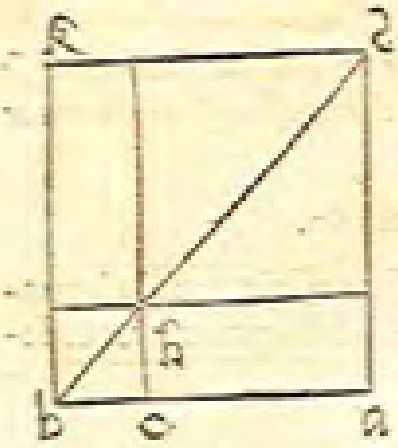
Theorema.44. Propositione.61.

56 62 Quando che a una linea rationale in longhezza serà aggionta una superficie rettangola equale al quadrato del bimedial secondo, lo secondo lato di quella è necessario esser el terzo binomio.

Se la

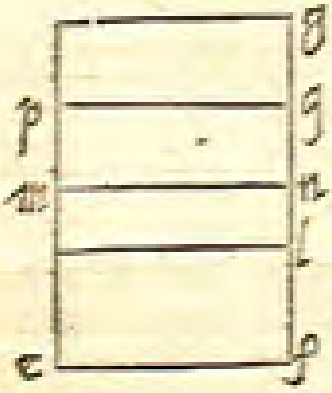


Se la linea a,b, serà el bimediale secondo diuisa per el suo termine al ponto c. & tutte le altre cose siano come per auanti, serà la linea, f, g, el terzo binomio perche (per la trigesima settima & per le nostre positioni) l'una e l'altra de le superficie, e, n, & m, g, serà mediale per laqual cosa l'una e l'altra delle linee dne, f, n, & n, g. (per la nigesima quarta) serà rationale solamente in potentia & perche le parti del bimediale secondo le no communicante solamente in potentia, la superficie. e, l, serà communicante alla superficie, l, m, e pero etiã la linea, f, l, alla linea, n, l, adonque (per la prima parte della decima settima) la linea, f, n, serà piu potente de la, n, g, in el quadrato d'una linea a se communicate in longhezza, & conciosia che la superficie, a, b, et lo quadrato, b, b, siano incommensurabile, imperoche le linee a, c, & c, b, sono incommensurabile e pero etiam li doi quadrati tolti insieme, alli doi supplementi tolti insieme, imperoche li doi quadrati fra loro insieme communicano (per el presuppposito) li supplementi anchora, conciosia che fra loro sono equali segnita che la superficie, e, n, sia incommensurabile alla superficie, m, g, e pero etiam la linea, f, n, alla linea, n, g, adonque (per la diffinitione) la linea, f, g, e bimo mio terzo che è el proposito.



Theorema. 45. Propositione. 62.

57/63 Se a una linea rationale serà aggionto un rettangolo equale al quadrato della linea maggiore, l'altro lato di ello serà el quarto binomio.

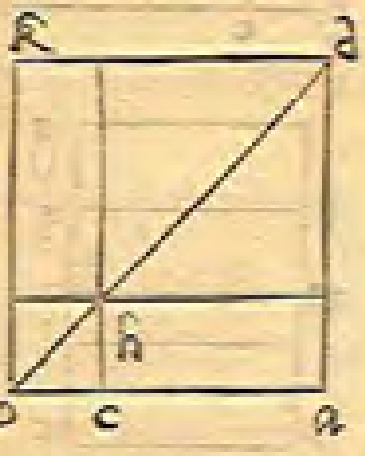


Se anchora questa linea, a, b, serà la linea maggiore diuisa secondo il suo termine al ponto, c, & tutte le restante cose non siano altramente che per auanti serà la linea, f, g, el quarto binomio, perche conciosia che ambidoi li quadrati delle portioni della linea maggiore tolti insieme siano rationale la superficie, e, n, serà rationale, & pero (per la nigesima) la linea, f, n, serà rationale in longhezza communicante alla linea, e, f, posta rationale, & la superficie, m, g, serà mediale per quello che le portioni della linea maggiore contengono superficie mediale, adonque (per la nigesima quarta) la linea, n, g, e rationale solamente in potentia & perche le portioni della prefatta linea, a, b, sono potentialmente incommensurabile superficie, e, l, serà incommensurabile alla, l, m, e pero etiam la linea, f, l, alla linea, l, n, adonque per la prima parte del-

te della decimaottaua) la linea f.n.e piu potente della linea. n.g. in el quadrato di una linea a se incommensurabile, adonque (per la diffinitione) la linea.f.g.e binomio quarto, che era il proposito.

Theorema.46. Propositione.63.

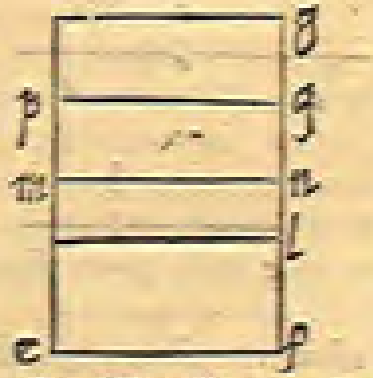
58/64 Se a una linea rationale sia aggionto una forma de una parte piu longa, equale al quadrato della linea potente sopra rationale, et mediale, l'altro lato di quella, e necessario esser el quinto binomio.



Proposta la linea. a.b. quella che puo sopra la mediale & rationale diuisa secondo la diffinitione di quella al ponto.c, & non sia mutato cosa alcuna delle passate, & segnata la linea.f.g. esser binomio quinto, perche concioscia che le parti di questa linea, a.b, contengano superficie rationale, e necessario che la superficie.g.m.e pero etiam (per la vigesima) la linea, n, g. sia rationale & concioscia che ambi li quadrati delle parti de questa linea tolti insieme siano mediale serà la superficie, e.n, mediale et (per la vigesima quarta) la linea, f.n, rationale solamẽte in potentia e perche le parti della predetta linea sono incommensurabile in potentia la superficie, e.l. serà incõmensurabile alla superficie. m. l. e pero etiam la linea, f.l, alla linea, n.l, adonque (per la prima parte della decima ottaua) la linea, f.n, e piu potente della linea, n.g. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile edõque (per la diffinitione del quinto binomio) conclude il proposito.

Theorema.47. Propositione.64.

59/65 Ogni volta che a una linea rationale, serà aggionta una superficie rettangola, equale al quadrato de una linea potẽte in doi mediale, el secondo lato della medesima superficie el se conuence esser el sesto binomio.

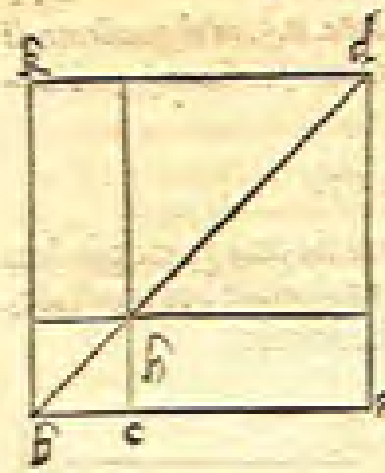


In questa sexagesima quarta sia la linea, a, b, la linea potente, sopra duo mediale, & rimangano tutte quelle positione si come nelle altre precedente a questa e al presente serà la linea.f.g. el sesto binomio laqual cosa tu nõ la puoi ignorare se tu non serai smemoricheuole delle cose premesse & di quello che propone la quadragesima & cosi è manifesto in questa la nostra intentione.

Theorema.48. Propositione.55.

60/66 Ogni linea communicante in longhezza a qual si voglia di binomii el se approua quella esser binomio, sotto la medesima specie.
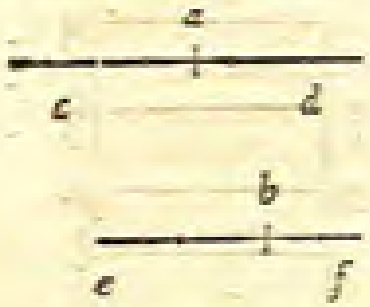
Sia



Sia la linea.a.un binomio di qual specie si voglia & sia la linea.b.a se communicante in longhezza. Dico la linea.b.esser un binomio di quella medesima specie della quale è.a.& per dimostrar questo siano le parti binomiali della.a c.& .d.& seranno ambedue razionale & communicanti solamente in potentia per (la trigesima quinta) & la linea.b.sia divisa (per la terziadecima del sesto) in.e.& .f.secondo la proportione della parte.c.alla parte.d.& (per la congionta,et euersa,et permutata proportionalità) della.c.alla.e.& della.d.alla.f,serà si come della.e.alla.b.adonque,concio-



siache la.a.et.b.siano communicante,etiam (per la prima parte della decima quarta).c.& .e.& anchora.d.& .f.seranno communicante adonque se la,c,serà razionale solamente in potentia etiam la.e.serà razionale solamente in potentia & se la serà razionale in longhezza, & etiam la,e,serà razionale in longhezza,et per lo medesimo modo se la.d.e razionale solamente in potentia,ouer etiã in longhezza & la f. serà ancor similmente & (per la 16.) se la,c, e più potente della d, in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezze, ouero anchora incommensurabile, serà etiam & la,e,più potente della,f,nel quadrato d'una linea a se commensurabile ouer etiam incommensurabile in longhezza adoque le necessario(per la diffinitione delle sei specie di binomij)che,a,& ,b, siano binomij d'una medesima specie. Ma se la linea,b, communica con el binomio.a.solamente in potentia,serà etiam la linea.b. binomio,ma el non è necessario esser de quella medesima specie, immo le impossibile che ambidoui insieme cadano sotto la prima specie di binomij, ouer sotto alla seconda,quarta ouer quinta. Ma egliè ben necessario che ambidoi cadano sotto alle primi tre ouer alle tre ultimi, perche le impossibile uno de quelli esser in alcuna delle tre prime specie, & l'altro in alcuna delle tre

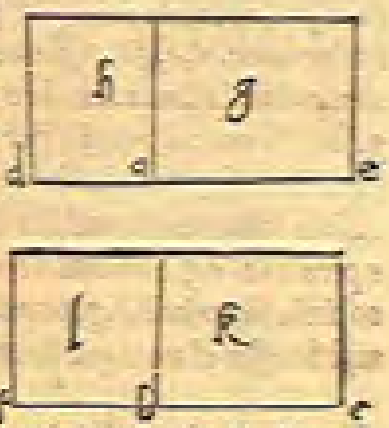


ultime. perche conciosia che,a, communichi con,b,solamente in potentia anchora, c,con, e,& , d, con,f, communicarà solamente in potentia(per la decima quarta) adonque se l'una o l'altra delle due linee,e,& ,d,seranno razionale in longhezze, la sua comparata delle linee,e,& ,f,non serà razionale in longhezza. Adonque nõ è possibile che,a,& ,b,cadeno insieme sotto alcuna de quelle specie binomij in le quale l'una delle due portioni del binomio è razionale in longhezza. & queste specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche (per la decima sesta) le due linee, c, & , e, insieme sono più potente delle due linee, d,& ,f,in li quadrati de due linee a se communicanti ouer incommunicãti in longhezza è necessario che ambidoi

ambidui li binomij, a, & b, insieme cadeno sotto le tre prime specie de binomij ouer insieme sotto le tre ultime (per la diffinitione di esse specie) & la linea, b, che tu dubiti esser binomio, perche concosia che, c, & e, siano communicante in potentia solamente, similmente anchora, d, & f, & c, & d, siano rationale solamente in potentia communicante el se conuenze, e, & f, esser rationali solamente in potentia communicante le quale perche non communicano in longhezza si come nelle due, c, et, d, proportionale a quelle esse indubitatamente componeno binomio (per la trigesima quinta) de questo.

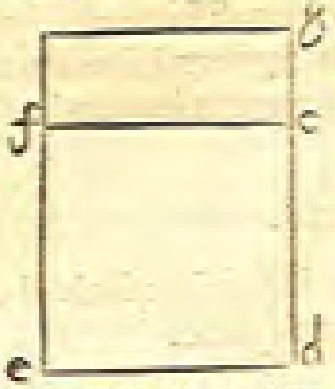
Theorema. 49. Propositione. 66.

61/67 Ogni linea commensurabile o all'una o all'altra delle bimediale el cõuence de necessità esser bumedial sotto la medesima specie.



Communicando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in longhezza ouer in potentia, quello che detto ha in se verità. Hor sia le due linee communicante, a, & b, in qual si voglia di predetti duoi modi. & sia. a. lo bimedial primo ouero il secondo. Dico che etiam, b, e bimedial primo ouer secondo si come serà, a, perche diuiso lo bimedial, a, in le sue portioni bimediale delle quale è composta (per la trigesima sesta & trigesima settima) lequale siano c, & d, diuisa anchora la, b, in, e, & f, secondo la proportione della, c, alla, d, (come insegna la duodecima del sesto) & posta la superficie, g, contenuta sotto della c, & della, d, & la superficie. k. contenuta sotto della. e. & f. & posto lo quadrato. b. della, d, & l, della, f, (per la congionta & euersa & permutata proportionalità) serà si come in la premessa della, c, alla, e, & della, d, alla, f, si come della, a, alla, b, adonque (per la propositione) si come, a, & b, siam cõmunicanti o sia questo in longhezza ouer in potẽtia cosi, c, & e, e anchor, d, & f, seranno similmente communicanti perche, c, & d, sono mediale solamente in potentia communicante seguita (per la. 25.) che. e. & f. siam etiam medial & (per la decimaquarta) solamente in potentia communicanti concio sia che esse siano proportionale (per el presuppposito) come, c, al, d, & concio sia che (per la prima del sesto) sia del, g, al, b, si come del, c, al, d, & del. k. al. l. si come del, e, al, f, del, g, al, b, serà si come del. k. al. l. & permutatamente del, g, al, k, si come del, b, al, l, adonque perche, b, e, communicãte al, l, imperoche li duoi lati de quelli lequali sono, d, & f, communicano in longhezza ouer in potentia, secondo che, a, & b, communicano in l'uno ouer in l'altro seguita (per la decima quarta) che anchora, g, & k, communicano fra loro insieme adonque. k. serà rationale ouer mediale si come serà, g, (per la diffinitione della superficie rationale ouer (per la trigesima quinta) perche solamente in questo è differente el bimedial primo del bimedial secondo che le portione del bimedial primo (in lequale non diuiso secondo el suo termine) contenuno superficie

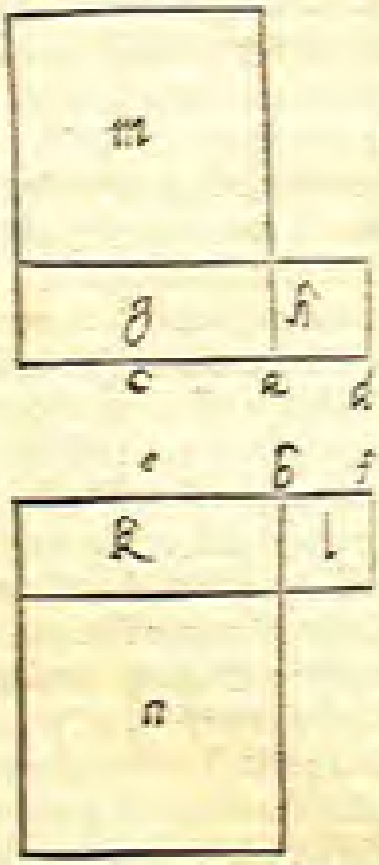
perficie rationale & quelle del bimedial secondo mediale, adonque se. a. serà bimedial primo la superficie. g. serà rationale per laqual cosa etiam la superficie. k. e pero b. serà etiam bimedial primo (per la trigesima sesta) ma se. a. serà bimedial secondo la superficie. g. serà mediale & per questo etiam. k. adonque b. (per la trigesima settima) serà bimediale secondo per laqual cosa è manifesto el proposito. A demostrare el medesimo altramente, alla linea. c. d. rationale (supposto. a. l'uno o l'altro di dove bimediali & la. b. a se communicante in longhezze, over in potentia) sia aggionta la superficie. c. e. equale al quadrato de. a. & la. f. g. equale al quadrato della. b. & le superficie. c. e. & f. g. seranno communicante, imperoche li quadrati a quelle equali (liquali sono li quadrati delle linee. a. & b.) sono communicanti (dal presupposito) adonque (per la prima del sesto e per la decima quarta di questo) le due linee. d. e. & e. g. e necessario esser communicante, e perche se la. a. serà bimedial primo la linea. d. e. serà el secondo binomio (per la sexagesima) e pero etiã la. e. g. serà secondo binomio (per la precedente) per laqual cosa lo lato tetragonico della superficie. f. g. (el qual è. b.) e bimedial primo (per la quinquagesima quarta) ma se. a. serà bimedial secondo la linea. d. e. serà binomio terzo (per la sexagesima prima) e pero e la. e. g. e binomio terzo (per la precedente) per laqual cosa el lato tetragonico della superficie. f. g. (e quello è la linea. b.) serà bimedial secondo, adonque è manifesto esser el vero quello che è proposto.



62
63

Theorema. 50. Propositione. 67.

Ogni linea communicãte alla linea maggiore, e linea maggiore.
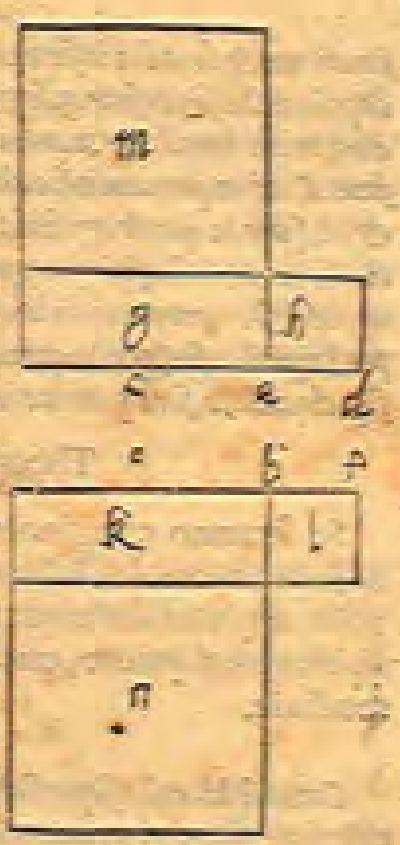


Anchora questa (se alcuna linea serà communicante in qual modo si voglia alla linea maggiore) se verifica, sia, a, la linea maggiore, & la linea, b, a quella communicante in qual modo si voglia. Dico che la. b. serà linea maggiore, imperoche divisa, a, in quelle portioni dalle quale è composta (per la trigesima ottava) le quale sia no. c. & d. & la. b. (secondo la proportione de quelle) in. e. & f. & posto che la. g. sia la superficie contenuta sotto della. c. & della. d. & la. k. sotto della. e. & f. & m. & b. siano li quadrati della. c. & della. d. & li quadrati. n. & l. della. e. & della. f. serà del quadrato. m. al quadrato. b. si come del quadrato n. al quadrato l. (per la seconda parte della decima ottava del sesto) & congiuntamente del. m. & b. al. b. si come del. n. & l. al. l. & permutatamente del. m. & b. al. n. & l. serà

l.serà si come del.b.al.l.adonque perche.b.communica con.l.(imperoche che.d.communica con.f.ouer in longhezza ouer in potentia)si come che.a.communica con.b. seguita che ambidoui li quadrati. m. & .b. tolti insieme communicheno con ambiduoi li quadrati. n. & .l. tolti insieme, adonque concioscia che duoi primi tolti insieme siano rationale (per la trigesima ottaua) etiam li duoi ultimi seranno anchora rationale (per la diffinitione) & perche la superficie. k. e necessario esser mediale si come la. g. (per la vigesima quinta) & le linee. e. & .f. esser incommensurabili in potentia si come la. c. & .d. (per la decima quarta) el se conclude (per la trigesima ottaua) la linea. b. esser la linea laquale è detta maggior che'l proposito. A dimostrar el medesmo altramente, concioscia che. a. sia la linea maggior, alla quel communica la linea. b. ouer essendo questo in longhezza ouer in potentia tolta una linea rationale (laqual sia. c. d.) sia agionto a quella la superficie. c. e. equale al quadrato della linea. a. & dapoi la. f. g. equale al quadrato della linea. b. adonque concioscia che li quadrati delle due linee. a. & .b. siano communicanti (per el presupposto) la superficie. c. e. serà communicante alla superficie. f. g. e pero (per la prima del sesto e per la prima parte della decimaquarta de questo) etiam la linea. d. e. alla linea. e. g. in longhezza. e perche (per la sexagesima seconda) la linea. d. e. e binomio quarto, anchora (per la sexagesima quinta) la linea. e. g. serà binomio quarto, adonque (per la quinquagesima sesta) la linea. b. potente in la superficie. f. g. e la linea maggiore che è el proposito.

Theorema. 51. Propositione. 68.

63/69 Se alcuna linea communicante alla linea potéte in rationale & mediale el se approua quella eller potente in rationale mediale.

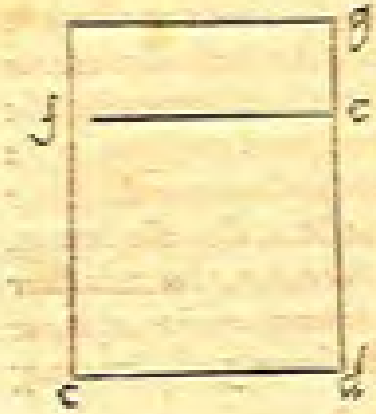


Anchora è il vero che a qualunque modo si voglia, alcuna linea sia communicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza ouer solamente in potentia, anchora quella è una linea potente in rationale e mediale, laqual cosa si come per auanti, in duo modi se proua, & è necessario in quanto al primo modo che si come le due linee. c. & .d. sono in potentia incommensurabile cosi siano anchora le due linee. e. & .f. (per la decima quarta) & si come la. g. e superficie rationale (perche tal superficie contien le proportioni della linea potente in rationale e mediale) cosi etiam. k. (per la diffinitione) si è rationale, e si come li duoi quadrati. m. & .b. tolti insieme sono mediale, cosi anchora (per la vigesima quinta) li duoi quadrati. n. & .l. tolti insieme seranno mediale, adonque la linea. b. (per la trigesima nona) è potente in rationale & mediale, ma quanto al secon-

do modo, le necessarie (per la sexagesima terza) che la linea d.e. sia binomio quinto, e pero ancora (per la sexagesima quinta) la linea e.g. e binomio quinto (per la qual cosa (per la quinquagesima settima) lo lato tetragonico della superficie f.g. (el quale è b.) serà una linea potente in rationale e mediale che è el proposito.

Theorema. 52. Propositione. 69.

64/70 Ogni linea communicante, alla linea potente in due mediale ancor quella è potente in duoi mediale.



Ancora questa (stante le medesime dispositioni & positioni) si come in la precedente in dui modi se apprenderà esser vera a communicibi la linea, b, con la linea, a, potente in due mediale in longhezza, ouero in potentia, hor quanto al primo modo della argumentatione (per la quadragesima) la superficie, g, serà mediale & pero etiam. k. (per la xxgesima quarta) concioscia che'l communicibi a quella ancora li dui quadrati, m, & b, tolti insieme (per la medesima quadragesima) seran mediale e pero etiam li dui, n, & b, tolti insieme per la xxgesima quinta) e pche li dui quadrati. m. & b. tolti insieme (per la predetta quadragesima) son incommensurabil al doppio della superficie. g. seguita (per la decima quarta e per le nostre positioni) che ancora li dui l. & n. tolti insieme siano incommensurabili al doppo della superficie. k. adonque concioscia che, e, et, f, siano incommensurabil in potentia si come la, c, & d, (per la quadragesima) la linea, b, serà potente in dui mediale, ma quanto al secondo modo della solita argumentatione (per la sexagesima quarta) la, d, e, serà binomio sesto e pero etiã la linea, e, g, (per la sexagesima quinta) serà binomio sesto, per laqual cosa (per la quinquagesima ottava) lo lato tetragonico della superficie, f, g, el quale, b, serà potente in dui mediale che è el proposito.

Theorema. 53. Propositione. 70.

65/71 Se seranno congionte due superficie delle quale l'una sia rationale & l'altra mediale, la linea potente in tutta la superficie da quelle composta, serà una delle quattro linee irrationale, cioè ouero binomio ouero bimedial primo, ouer linea maggiore, ouero potente in rationale e mediale.

Come se la, a, sia superficie rationale & la, b, mediale. La linea potente in tutta la superficie, c, b, serà alcuna delle predette quattro linee, laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia la linea, c, d, rationale alla quale sia aggionta la superficie, c, e, equale alla, a, & la, f, g, equale alla, b, & (per la xxgesima propositione)

la linea.

la linea. d. e. serà rationale in longhezza communicante alla linea, c, d, posta rationale & per la xigesima quarta propositione) la linea. e. g. serà rationale solamente in potentia, & (per la decima quinta) la linea, d. g, serà binomio del quale conciosia che l'una delle portioni binomiale (lequale è la. d. e.) sia rationale in longhezza communicante alla linea posta rationale (laquale è la, c, d,) quella serà (per la diffinitione delle specie di binomij) overo binomio primo, overo secondo overo quarto, ouer quinto, ma el non serà ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adonque (per la quinquagesima terza quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima propositione) la linea potente in tutta la, c, g, (laquale è equale alle due, a, & b, insieme) serà, overo binomio, overo bimediale primo, ouer linea maggiore overo potente in rationale è mediale che è el proposito. certamente la non serà bimediale secondo, overo la potente in doi mediale, perche se la fusse la bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione) la linea, d, g, seria binomio terzo e se la fusse la potente in doi mediale (per la sexagesima quarta) la linea, d, g, seria binomio sesto e non era alcuna di quelle per le che è manifesta la nostra intentione.







Il Trabetture.

Se la superficie rationale. a. serà maggior della superficie mediale. b. la linea. d. g. serà overo binomio primo, overo quarto, & la linea potente nella superficie, c, g, serà (per la quinquagesima terza e quinquagesima sesta propositione) overo binomio, overo linea maggiore, ma se la superficie rationale, a, serà minore della superficie mediale. b. la linea. d. g. serà overo binomio secondo overo binomio. 5. & la linea potente nella superficie. c. g. serà (per la quinquagesima quarta propositione & quinquagesima settima) overo la bimedial primo, overo la potente in rationale & mediale.

Theorema. 54. Propositione. 71.

66 / 72 Quando seran congionte due superficie mediale incommensurabile, la linea potente in tutta la superficie serà o l'una o l'altra delle due linee irrationale: cioe overo lo bimedial secondo, overo la potente in doi mediale.

Come verbi gratia se. a. & b. sian due superficie mediale incommensurabile perche se quelle fussero commensurabile la superficie composta da quelle seria mediale (per la dodecima & xigesima quinta) per laqual cosa & la linea potente in quella seria mediale (per la xigesima terza.) Dico che la linea potente in le



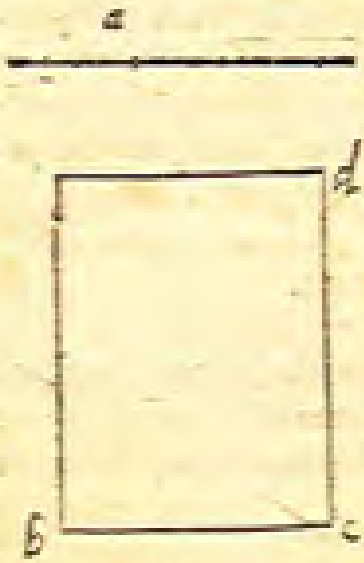


superficie composita da quelle due, serà ouero bimedial secondo, ouero potente in dui mediale. Sia la linea, c, d, rationale, e la superficie, c, e, giunta a quella sia equale alla, a, & la superficie, f, g, equale alla, b, & (per la xxxesima quarta) la linea, d, e, & similmente la linea, e, g, serà rationale solamente in potentia, & conciosia che le superficie, c, e, & f, g, siano incommensurabili si come, a, & b, (a quelle equale) e pero etiam le linee. d. e. & . e. g. (per la prima del sesto & per la decima quarta propositione de questo) la linea, d, g, (per la trigesima quinta) serà binomio del quale conciosia che l'una & l'altra delle portioni binomiale (lequale sono, d, e, & e, g, siano incommensurabili alla linea posta rationale (laqual è la, c, d,) (per la diffinitione) esso serà binomio terzo, ouero sesto, adonque la linea potente in tutta la superficie, c, g, (equale al composto della. a. & b.) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottaue) serà ouero bimedial secondo, ouero potente in dui mediale che è el proposito.



Theorema. 55. Propositione. 72.

67/72 Quando serà posta una linea binomiale o altre delle irrationale che seguitano quella alcuna di quelle non serà sotto al termine dell'altra.



El sol che se alcuna linea (verbi gratia come, a,) serà una delle sei linee irrationale bauute per auanti (le quali sono el binomio, & le cinque compagne di quelle) quella non serà alcuna delle altre, perche se alla linea, b, c, rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato di quella laquale sia la, b, d, certamente se, a, serà binomio (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, serà binomio primo, & se la serà la bimedial primo la, c, d, (per la sexagesima) serà binomio secondo & se la serà lo bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione) la, c, d, serà binomio terzo, & se la serà la linea maggiore la, c, d, (per la sexagesima seconda propositione) serà binomio quarto, et se la serà la potente irrationale e mediale, ouer la potente in dui mediale (per la sexagesima terza propositione) la, c, d, serà binomio quinto ouer (per la sexagesima quarta propositione) serà binomio sesto, & perche le impossibile esser la, c, d, insieme sotto

le

le diuerse specie de binomij (per la diffinitione) è impossibile esser la.a. insieme sotto de diuerse specie, delle sei linee irrationale bauute per exempti, etiam della linea mediale è manifesto anchora che essa non sia alcuna delle sei seguente cioe ne bicomo ne alcuna delle compagne di quello, perche conciosia che essendo aggionto a una linea rationale una superficie equale al quadrato della linea mediale, lo secondo lato di quella è rationale in potentia (per la nigesima quarta) et conciosia che la superficie equale al quadrato del binomio, ouer de alcuna delle sue compagne lo secondo lato di quella è un binomio ouer el primo, ouer el secondo & cosi delle altre (per la quadragesima nona propositione et le cinque seguente) per laqual cosa quello è irrationale è in longhezza & in potentia (per la trigesima quinta) adonque conciosia che le impossibile una medesima linea esser rational in potentia etiam irrationale si in longhezze come in potentia, pur troppo è impossibile una linea mediale esser binomiale ouer alcuna delle cinque sue compagne.

Il Tradottore.

Questa propositione nella seconda tradottion non si è formata propositione, ma bene in fine della settuagesima seconda si medemo in sostantia se concludo, ouer dimostra, ilche mi fa credere che Euclide sia stato antiquamente desregolato, & trasbalzato come intervenne, o per conto di guerre, ouero altra simile occasione & che da li a molto tempo sia dalli dilettanti stato recercato & reassettato secondo che di lui hanno trouato, & cadauno ui ha aggionto quello che a lui parea che ui se conuenisse è però molti propositioni se attribuiscono li commentatori essere da loro aggionte, che sono pur di medesimo autore come ogn'uno può considerare si nella soprascritta propositione ma in infiniti altri luochi si della prima come della seconda tradottione.

Theorema. 56. Propositione. 73.

68 / 73 Se serà tagliata una linea de un'altra linea & seranno ambedue rationale solamente commensurabile potentialmente, la linea rimanente se tal irrationale & serà detta residuo.

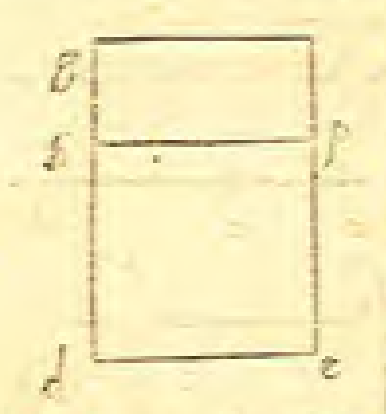


Sia tagliata la linea.b.c. dalla linea, a, b, & siano ambedue rationale solamente in potentia commensurabile (quale insegna di trouare la nigesimaprima & nigesimaseconda & queste sono quelle che componeno el binomio) dico che la rimanente. a. c. è irrationale, & quella se chiama residuo, perche è manifesto (per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee. a. b. & b.c. tolti insieme (li quali componeno superficie rationale dal presupposito) et (per la diffinitione) della superficie rationale & per la duodecima de questo sono tanto quanto el doppio della superficie della, a, b, in la, b, c, con el quadrato della, a, c, & conciosia che

(per la nigesima terza) la superficie della a.b. in la b.c. sia mediale e però etiam el doppio di quella è mediale (per la nigesima quinta propositione) e però è irrationale (per la nigesima terza) seguita che ambidui li quadrati delle due linee a.b. et b.c. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra per laqual cosa (per la terzadecima propositione) & al quadrato della linea a.c. (per la diffinitione) adonque lo quadrato della linea a.c. è irrationale conciosia che quello sia incommensurabile a una rationale cioè alli dui quadrati delle due linee a.b. & b.c. tolti insieme (adonque per la diffinitione) etiam la linea a,c, è irrationale che è il proposito, Essempialmente in figura sia la superficie. e.g. equale alli dui quadrati delle due linee, a,b, & ,b,c, tolti insieme & serà rationale & similmente sia la superficie. d.f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & (per la nigesima terza propositione) serà mediale & (per la settima del secondo) la superficie. f.g. serà equale al quadrato della linea, a,c, & conciosia che la superficie, e.g. sia incommensurabile alla superficie, d.f. (per la terzadecima propositione) la medesima serà incommensurabile alla f.g. per laqual cosa la. f.g. è irrationale & lo lato tetragonico di quella (qual serà la linea, a ,c,) serà medesimamente irrationale che è il proposito.

Theorema. 57. Propositione. 74.

69/74 Se serà tagliata una linea da un'altra linea & siano ambedue mediale solamente potentialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente serà irrationale, & serà detta residuo bimedial primo.



Sia tagliata la linea b.c. della linea a. b. & siano ambedue come se propone (equale per la nigesima nona & trigesima) in le trauersi & queste sono quelle che componeno lo bimedial primo. Dico che la linea, a, c, che rimane serà irrationale et quella è detta residuo bimedial primo, perche ambidui li quadrati de quelle tolti insieme seran mediali, & el doppio della superficie dell'una in l'altra serà rationale e per tanto ambedui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra: adonque perche ambidui li quadrati tolti insieme se oppongono dal doppio della superficie dell'una in l'altra & dal quadrato della linea a.c. seguita (per la 13. propositione) che el quadrato della linea a. c. sia incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra per laqual cosa cosi esso quadrato (come la . a . c . lato di quello) è irrationale (per la diffinitione) adonque el proposito è manifesto, laqual cosa parendoti tu la puoi dechiarare essempialmente in figura si come la precedente. A dimostrarla anchora per un'altro modo.

Sia la linea. d.e. rationale in longhezza alla quale sia aggionta la superficie. d. f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie. g.e. equale a ambidoui li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la superficie. f. g. serà equale al quadrato della linea. a. c. concioscia adonque che (per el presupposito) la superficie. e. g. sia mediale (per la xxxesima quarta propositione) la linea. d. g. serà rationale solamente in potentia, & concioscia che la detta superficie. e. b. sia rationale (per el presupposito) la linea. d. b. (per la xxxesima) serà rationale in longhezza, adonque (per la settantesima terza) la linea. g. b. e residuo & irrationale e pero (per la xxxesima per la deffinitione del consequente) la superficie. f. g. è irrationale & la lato tetragonico di quella (el qual è. a. c.) e irrationale & cosi è manifesto il proposito.

Theorema. 58. Propositione. 75.

70/75 Se una linea serà segata de un'altra linea, & seranno ambedue mediale, commanicante solamente potentialmente, & che contengono superficie mediale, la linea restante serà irrationale & serà detta residuo mediale secondo.



Sia anchora in questa tagliata la linea. b. c. dalla linea. a. b. & l'una e l'altra delle dette. a. b. & b. c. siano come se propose (& quelle se ritrouano per la xxxesima prima) & sono quelle che componeno la bimedial secondo. Dico che la linea restante (laquale è. la. a. c.) e irrationale & quella è detta residuo bimedial secondo perche (dal presupposito & della xxxesima quinta) ambidoui li quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme sono mediale, similmente anchora el doppio del la superficie dell'una in l'altra e mediale concioscia adõque che per (la xxxesima sesta) una mediale non è differente da un'altra mediale se non in una superficie irrationale, serà lo quadrato della linea. a. c. (in el quale per la settima del secondo) li dooi quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme eccedeno, el doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale, per laqual cosa etiam la linea. a. c. serà irrationale, anchora per essempio figurale tu puoi deluciderare questo come per auanti perche se serà la superficie. e. g. equale a ambidoui li quadrati della. a. b. & b. c. insieme & la. d. f. al doppio della superficie dell'una in l'altra, la superficie. f. g. (per la settima del secondo) serà equale al quadrato della. a. c. laqual concioscia che la sia la differentia dell'una mediale. e. g. la superficie mediale. d. f. quella è irrationale (per la xxxesima sesta) & lo lato tetragonico di quella (el qual è la. a. c.) è irrationale che è il proposito. A demostrare il medesimo altramente, sia la linea. d. e. rationale alla quale sia aggionto la superficie. d. f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la. e. g. equale a ambidoui li

quadrati tolti insieme et (per la settima del secondo) la .f.g. serà equale al quadrato della .a.c. & perche la .e.g. e mediale (per la vigesima quarta) la linea .d.g. serà rationale solamente in potentia, similmente ancora concioscia che la .e.b. sia mediale (per la medesima) la linea .d.b. serà rationale similmente in potentia e perche la .a.b. & la .b.c. sono incommensurabile in longhezza e però etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, e per questo ambiduoi li quadrati tolti insieme, liquali (per el presupposito) commensano sono ancora incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra seguita che la .a.e.g. sia incommensurabile alla .b.e. per laquale & la linea .d.g. alla linea .d.b. adonque (per la settuagesima terza) la linea .g.b. e resulta & irrationale però etiam (per la vigesima proposizione della destruttione del consequente) la superficie .f.g. e irrationale et la .a.c. lato tetragonico di quella è irrationale.

Theorema. 59. Propositione. 76.

71/76 Se una linea serà detratta da un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie mediale, & ambiduoi li quadrati de quelle volti insieme fian rationale, la restante linea serà irrationale & se chiamarà linea minore.

a c b

Se seranno la .a.b. & .b.c. quale se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) & componeno la linea maggiore dico che la linea .a.c. serà irrationale & lei è quella laquale è detta linea minore, laqual cosa che firmamente tenerà le positioni della precedente, & diligentemente attenderà in duoi modi quella facilmente approuerà si come la antecedente.

Theorema. 60. Propositione. 77.

72/77 Se una linea serà cauata fora de un'altra linea & seráno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie rationale: & ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme seranno mediale la linea che rimanerà serà irrationale & serà detta la gionta con rationale componente el tutto mediale.

a c b

Ancora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni salue se non te seranno vscite di memoria, perche poste le due linee .a.b. & .b.c. come se propone (lequale se ritrouano per la trigesima terza) et componeno la linea potente in rationale, & mediale & cosi la rimanente .a.c. serà irrationale, & quella nieu detta quella che gionta con rationale compone il tutto mediale.

Theorema. 61. Propositione. 78.

73/78 Se una linea serà detratta de un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie mediale, & ambi-

ambiduoi quadrati di quelle tolti insieme seranno mediale incommensurabile al doppio della superficie de l'una in l'altra, la linea che rimanerà serà irrationale & serà detta la gionta con mediale che fa il tutto mediale.

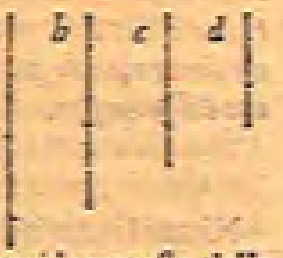
Siano anchora in questa la.a.b. & .b.c. quale uim proposte le quale (per la trigessima quarta) se trouaranno et quelle sono che componeno la linea potente in doi mediale & la rimanente .a.c. serà irrationale detta quella che gionta con mediale compone il tutto mediale, lequale acciochè facilmente tu la concluda te a monisco che tu attendi diligentemẽte al processo delle due argumentationi della sessagesima quinta, Ma egliè da anteponere in questo luoco uno antecedente alle demostrationi delle sequente necessario che è il proposito.



Antecedente.
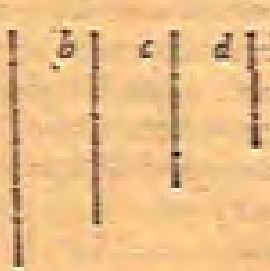
74 Se seranno quattro quantità delle quale la differentia della prima alla seconda, sia si come della terza alla quarta, serà premutatamente la differencia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.

Questo si de intendere delle quantità referte per un medesimo modo, cioe che quando la prima serà maggiore della seconda cosi anchora la terza sia maggiore della quarta & quando la serà minore sia etiam minore. exempli gratia sia la differentia del .a. al .b. si come del .c. al .d. dico qual differentia serà del .a. al .c. tale serà dal .b. al .d. perche per questa concettion de animo la differentia delli estremi è composta delle differentie de quelli alli termini di mezzo, verbi gratia la differentia del .a. al .c. è composta di quella che è dal .a. al .b. & de quella che è dal .b. al .c. & quella che è dal .b. al .d. (per la medema concettion) è composta de quella che è dal .b. al .c. & de quella che è dal .c. al .d. & perche (per el presupposto) la differentia del .a. al .b. è si come dal .c. al .d. & quella che è dal .b. al .c. è comunna seguita (per communa scientia) che è la differentia del .a. al .c. sia si come dal .b. al .d. che è il proposito.



Il Tradottore.

Questo antecedente se ritrova solamente in la tradottione del Campano, et molti hanno applicado alle quattro linee .a. .b. .c. .d. quattro numeri proportionali (cioe al .a. 12. & al .b. 8. al .c. 6. al .d. 4.) & meleno che le dette differentie si intendeno geometrice & questo affirma medesmamẽte Frate Luca dal Borgo sopra questa medema antecedẽte, & io dico tutto al cõtrario cioe che le dette differẽtie si debbeno intẽdere, aritmetice & nõ geometrice & che'l sia al se



ro(altra che nelle ipposicione del detto antecedente se esplica chiaramente)nelle argumentatione delle seguente propositioni si manifesta, ma questi tali se sono ingannati in questo, che loro non hanno ben appreso la demostratione del detto antecedente laqual se fonda sopra quella communa concettione del animo, laqual in vero non è così communa come lo communicatore la fa quantunque el sia la verità, cioè che la differentia delli estremi è composta delle differentie de cadauno delli detti estremi alli termini di mezzo, verbi gratia poniamo che .a. sia quindeci &, b, dodeci (la differentia di quali è tre) &, c, sette &, d, quattro (la differentia di quali è per tre si come quella del, a, al, b,) hor dico che la differentia del, a, al, c, (qual è otto) è quanto quella che è dal, b, al, d, (laqual è pur otto) & questo se dimostra per la sopradetta communa concettione cioè che la differentia delli dui estremi, a, &, c, antecedenti (laquale è otto) è composta dalle due differentie de detti dui estremi al, b, (lequale differentie l'una è tre e l'altra è cinque che in summa fa pur otto) si come quella sola, similmente la differentia delli dui estremi, b, & d, conseguenti (laquale è pur otto) è pur composta delle due differentie de detti estremi b. & d. al termine di mezzo (cioè, al, c,) lequal differentie l'una è cinque l'altra è tre che gionte insieme fanno pur otto si come l'altra sola & perche la differentia del, a, al, b, è quanto quella (che è dal, c, al, d, per el presupposito) giovo communamente all'una & l'altra la differentia che è dal, b, al, c, le dette due summe de dette due è due differentie (per communa sentia) seranno equale lequale due summe l'una vien a esser la differentia che è dal, a, al, c, l'altra quella che è dal, b, al, d, che è il proposito.

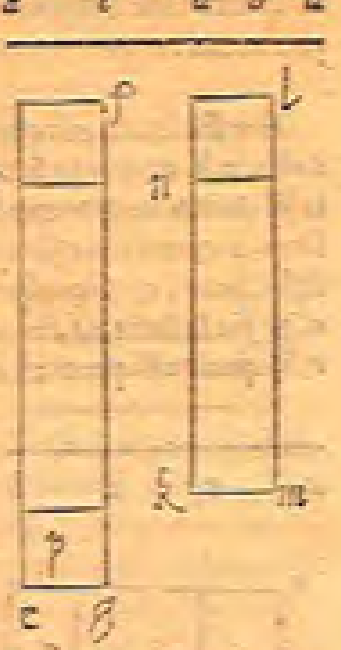
Theorema.62. Propositione.79.

74 79 Nulla linea (salvo una solamente) può esser congionta al residuo, che faccia ambedue sotto al termine di quelle che erano auanti la separatione.

Sia la linea, a, c, residuo laqual sia rimasta tagliata la, b, c, dalla, a, b, & a, b, et b, c, sieno rationale solamente communicante in potentia (per la.73.) Dico che la detta linea, a, c, a nulla altra linea che alla, b, c, (fora questa differentia) può esser composta ne a una maggiore della, b, c, ne a una minore della detta, b, c, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia composta con la, c, d, indifferentemente maggiore, overo minore che la, c, b, & per questo ambedue le linee, a, d, &, d, c, sieno rationale communicante solamente in potentia, adunque perche (per la settima del secondo) li quadrati de ambedue le linee, a, b, &, b, c, tolti insieme eccedono el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in lo quadrato della, a, c, similmente anchora li quadrati delle due linee, a, d, &, d, c, tolti insieme eccedono il doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in el quadrato della medesima a, c, seguita (per lo premesso antecedente) che la differentia, di dui quadrati delle due linee, a, b, &, b, c, tolti insieme, alli dui quadrati delle due linee, a, d, &, d, c, tolti insieme, sia si come la differentia del doppio della superficie della, a, b, in la, b, c, al doppio della superficie della, a, d, in la, d, c, & concossia che li dui quadrati

dell'una

dell'una & dell'altra sectione tolti insieme siano rationale (dal presupposito) & el doppio della superficie dell'una delle portioni in l'altra (dell'una & dell'altra sectione) siano mediale (per el presupposito & per la trigesima terza) serà una medesima differentia delle due superficie rationale, & delle due mediale et que sto è impossibile, perche le superficie rationale non sono differente l'una dall'altra saluo che in superficie ratio nale come è manifesto per la diffinitione delle superfi- cie rationale (& per la undecima) & la superficie mediale, non puo esser differente da un'altra mediale (per la trigesima sesta) saluo che in una superficie irra tionale, & questo se fa piu manifesto in figura cioe in questo modo sia aggionta la superficie e,f, alla linea,e, g, equale alli doi quadrati delle due linee, a,b, & ,b, c, tolti insieme, & la,g,b, sia equale al doppio della su perficie de l'una in l'altra, e la,f,b, serà equale al qua- drato della linea,a,c, (per la settima del secondo) similmente anchora sia aggionta la,k,l, alla linea,k,m, equale alli doi quadrati delle due linee,a,d, & ,d,c, tolti in sieme & la, m, n, sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la su perficie,n,l, (per la settima del secondo) serà equale al quadrato della linea,a,c, e però è etiam equale alla, b, f, adonque la differentia della,e,f, alla,g,b, e si come della,k,l, alla,m,n, per la qual cosa (per lo precesso antecedente) proximatamen te la differentia della,e,f, alla,k,l, (e quella sia la,p,) serà si come della,g,b, alla,m, n, & perche l'una e l'altra delle due superfice,e,f, & k,l, e rationale e l'una e l'al tra delle due superficie, g,b, & ,m,n, e mediale seguita la impossibile cioe la superfi cie,p, esser rationale, & irrationale.



Theorema.63. Propositione.80.

75 Niuna linea se non solamente una puo esser congionta al residuo me
80 dial primo, che siano ambedue sotto al termine di quello che erano auanti la separatione.

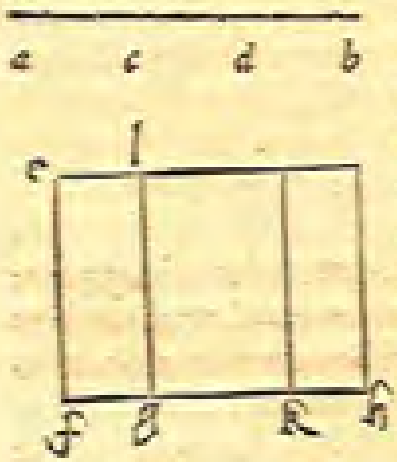
Anchora questa se approuerà per simil modo che fu approuata la passata, per che essendo ambidui li quadrati tolti insieme in l'una & l'altra sectione mediale, & il doppio della superficie di l'una in l'altra rationale & perche come prima, la medesima differentia e di quadrati dell'una sectione alli quadrati dell'altra, che è del doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la dif- ferentia delle due superficie mediale & delle due rationale serà una medesima su- perficie la qual cosa è impossibile.

Theorema.64. Propositione.81.

76
81 Niuna linea è congiongibile al residuo media! secondo che siano sot

to el termine di quelle se non solamente quella dalla quale era separata auanti.

Hor sia la, a,c, el residuo medial secondo (la qual fu el residuo) segliata la.b.c. dalla, a,b, & (per la sessantesima quinta) le due linee, a,b, & ,b,c, seranno mediale solamente in potentia communicante continenti superficie mediale, dico che essa linea, a,c, non può esser congionta ad alcuna altra linea che alla ,c, b, sotto questa diffinitione, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia congionta alla linea ,c, d, & sia la linea ,e,f, rationale in longhezza, alla quale sia congionta la superficie, e,h, equale alli quadrati delle due linee, a,b, & ,b,c, tolti insieme. & la ,e,k, equale alli quadrati delle due linee. a.d. & .d.c. tolti insieme dalla quale sia segliata la.e.g. equale al quadrato della linea, a,c, & la superficie .l.h. (per la settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della, a,b, in la ,b,c, & la superficie .l.k. (per la medesima settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della.a.d. in la.d.c. perche adonque li quadrati de ambedue le parti della prima sectione sono mediale, & etiam el doppio della superficie e mediale incommensurabile alli doi quadrati tolti insieme) laqual cosa lo diligente geometra el qual seruerà diligentemente le positioni non potrà ignorare) serà la superficie, e,h, mediale concioscia che essa sia equale alli doi quadrati tolti insieme, etiam la superficie .l.h. serà mediale concioscia che quella sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra (per la vigesima quarta) adonque l'una & l'altra delle due linee .f.h. & g.h. e rationale solamente in potentia, e perche l'una è incommensurabile all'altra imperoche la superficie .e.h. e incommensurabile alla superficie .h.l. si come li doi quadrati al doppio della superficie (per la sessantesima terza) la linea .f.g. serà residuo, per laqual cosa la linea .f.g. che è residuo se compone alla linea .g.h. accioche siano ambedue sotto el termine de quelle che erano auanti la separatione. similmente anchora tu approuerai la medesima, f,g. componersi con la linea. g.k. con la medesima condition (per mezzo delle superficie .e.k. et .K.l. delle quale la prima è equale alli quadrati delle due linee. a. d. & .d.c. tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa è impossibile (per la sessantesima nona) & questo modo de demostratione può esser commune alla ottantesima, et alle altre quattro che seguitano quella.

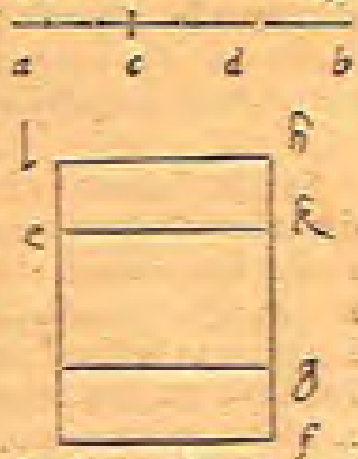


Theorema.64. Propositione.82.

77 82 Niuna linea è congiongibile alla minore che siano sotto al suo termine, se non solamente quella laquale gli era congionta auanti la incisione.

Intendi che cosa sia la linea minore, & se tu te l'hai desmenticato recorri alla sessa-

ſettuageſima ſeſta, & ſenza alcuna difficultà te concluderai el propoſito procedendo ſi come in la ſettuageſima nona & ſe te apparerà tu potrai procedere ſi come in la ottuageſima prima.



Theorema. 66. Propoſitione 83.

78/83 La linea che congionta con rationale fa el tutto mediale, non puo eſſer congionta ſe non ſolamente a una linea, che ſiano ſotto el termine di quelle.

Che coſa ſia la linea che ſe propone tu l'hai trouato nella ſettuageſima ſeſtima adonque quando de quella uorrai demoſtrare quello che per queſta ottuageſima terza è detto non te deſiore in coſa alcuna del proceſſo della ottuageſima ma ſe tu te delecterai acuir lo ingegno, tu potrai procedere ſi come in la ottuageſima prima.

Theorema. 67. Propoſitione. 84.

79/84 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non po eſſer aggionto ſe non ſolamente una linea che ſiano ſotto el termine di quelle che erano ananti la ſeparatione.

De queſta linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la ſettuageſima ottaua e maiſtra della quale (quello che queſta ottuageſima quarta coſi propone) ſerai coſtretto cõcludere ſi come concludeſti del reſiduo mediale ſecondo el qual per (la ottuageſima prima) è ſtato enontiato.

Terze diffinitioni.

Poſte due linee l'una rationale: & l'altra reſiduo, & aggionta alcuna linea a eſſo reſiduo, ſecondo il termine di quello, ſe tutto el compoſto di tal aggiongimento, ſerà piu potente della linea aggionta, in el quadrato d'una linea communicãte in longhezza a eſſo tutto dapoi lo medeſimo tutto ſerà commenſurabile in longhezza, alla linea poſta rationale quello reſiduo che era poſto, ſerà detto reſiduo primo. Ma ſe l'ſerà che la linea aggionta communichi in longhezze alla linea poſta rationale, ſerà detto reſiduo ſecondo, & ſe l'una e l'altra ſerà incommenſurabile in longhezza alla poſta rationale ſe chiamarà reſiduo terzo.

Il Tradottore.

Per le ſopraſcritte tre diffinitione ſe manifeſta in ſoſtantia che quelle due linee congionte compongono el primo, ſecondo, & terzo binomio, quelle medeſme ſetrahendo la minore dalla maggiore la parte reſtante formano el primo, ſecondo,

& ter-

& terzo residuo, cioe che quelle due che congionte formano el primo binomio, quelle medesime disgionte causano el primo residuo, cioe che la linea restante di tal sottrattione è detta residuo primo cosi seguita nelli altri dui.

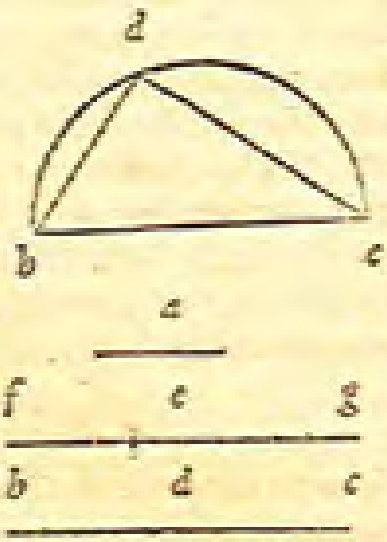
Se tutta la linea serà piu potente della linea aggionta inel quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a ella tutta, & la medesima tuta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quarto, & se'l serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quinto. Ma se l'una e l'altra serà incommensurabile alla linea posta rationale se adimandarà residuo sesto.

Il Tradottore.

Quantunque queste tre diffinitioni siano poste disgionte delle tre precedente; le si debbono intendere a quelle congionte successivamente, nelle quale facilmente se manifesta in sostantia (si come nelle precedente tre) che quelle medesime due linee che congionte formano el quarto, quinto, & sesto binomio, quelle medesime disgionte (cioe sottratta la minore dalla maggiore) causano el quarto, quinto, & sesto residuo, cioe che quella parte de linea che restarà di tal sottramento se chiamerà binomio quarto, ouer quinto ouer sesto cioe stante le conditione dette, se la summa delle due linee, serà communicante in longhezza alla nostra proposta rationale (cioe alla nostra misura) tal residuo serà detto quarto ma se per caso serà che la linea aggionta (e non la summa) sia communicante alla detta misura, serà detto residuo quinto, ma se ne l'una ne l'altra serà detto residuo sesto.

Problema. 18. Propositione. 85.

80/85 Potemo inuestigare el primo residuo.



La inuentione per ordine de tutte le specie de binomij ne assolue facilmente della inuentione de tutte le specie de residui, perche in qual si voglia specie de binomij se la minor portione serà tagliata dalla maggiore la linea restante, serà el residuo de simile specie come è manifesto (per le diffinitioni) si de binomij come di residui. tamen non se partendo dalle proprie inuentioni di residui in questo modo inuestigamo el primo, sia la linea, a, posta rationale alequal sia tolta la. b. c. commensurabile in longhezza, & sia, e, numero quadrato diuiso in f. non quadrato & in. g. quadrato & sia la proportione del quadrato della linea. b, c, al quadrato della linea, c, d. si come del, e, al. f, & (per la ultima parte della nona) la, c, d, serà rationale solamente in potentia, adunque con-

cipia

cioſia che la,c,b,ſia piu potente della,c,d,inel quadrato d'una linea a ſe commenſurabile in longhezza laqualcoſa è manifeſta ſi come in la iſtinatione del primo binomio (per la diffinitione) ſe manifeſta la linea,b,d, eſſer reſiduo primo.

Il Traduttore.

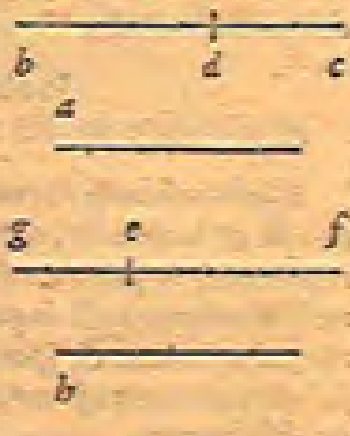
In quanto alla operatione di queſto problema (per la linea, b,c,ſe debbe intendere quella ſopra laquale è deſcritto el mezzo cerchio, ſi come fu fatto nella inuentione del primo binomio, tal che giongendo la linea,d,c,direttamente alla linea, b, c,tutta la linea coſi compoſta ſeria binomio primo, ma in quanto alla concluſione ſi debbe intendere per la linea,c,b,la linea,c,b,inferiore(tamen pero è quale alla prima cioe a quella done è deſcritto ſopra el mezzo cerchio) & da quella ſottratone la detta, c, d, la parte rimanente cioe la, d,b, (per la diffinitione) ſerà reſiduo primo.

Problema. 19. Propoſitione. 86.

81/86 Egliè poſsibile a eſplicare el ſecondo reſiduo.

A voler hauer el ſecondo reſiduo ſia la linea,a. poſta rationale & la,c,d,a quella commenſicante in longhezza, & ſia del quadrato della, c, d,al quadrato della, b,c,ſi come della,f,alla,e, & la,b,d, (per la diffinitione) ſerà el ſecondo reſiduo, ſe tu dubiti, overo che tu non ſerai li preſuppoſiti poſti per auanti, overo che tu hai debiſogno della repetitione del ſecondo binomio.

Problema. 20. Propoſitione. 87.



82/87 Puotemo inueſtigare il terzo reſiduo.

El terzo reſiduo ſe trouerà in queſto modo, ſia poſta come prima la linea, a, rationale, & lo numero,e, quadrato diuiſo in,f, non quadrato & in, g, quadrato & poſto lo,b, numero primo,e lo quadrato della linea, c,al quadrato della linea,b,c,ſi come del b,al,e,e ſia el □ della linea, b, c, al quadrato della linea, c, d, ſi come del,e,al,f,& (per la diffinitione) la linea,d,b,ſera el terzo reſiduo della qual coſa tu dubiti conſigliarati con el terzo binomio.
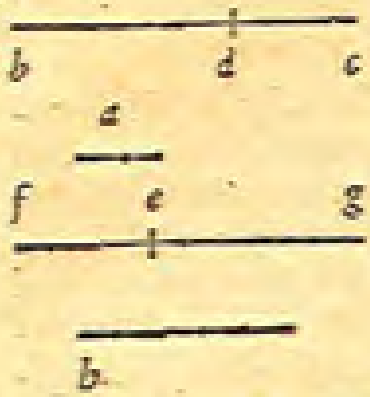
Il Traduttore.

In la inuentione di queſto terzo reſiduo biſogna aduertirſe di quello che fu detto ſopra la inuentione del terzo binomio cioe che el non ſatisfa a tor il numero, b, numero primo, anci biſogna torlo con le conditioni dette (del numero b.) ſopra la detta inuentione del terzo binomio cioe che el non ſia quadrato, & che la proportione di quello al numero, f, non ſia come di numero quadrato a numero quadrato.

Pro-

Problema. 21. Propositione. 88.

83/88 Puotemo ritrouare el quarto residuo.



Sia in questa si come in la inuentione del primo residuo la linea. b. c. communicante alla linea. a. posta ratiobnale, ma lo numero. e. quadrato sia diuiso in f. & g. di quali l'uno e l'altro non sia quadrato & sia el quadrato della linea. b. c. al quadrato della linea. d. c. si come del. e. al. f. & (per la diffinitione) seperai la linea d. b. esser el quarto residuo, se tu non serai smemichevole de quelle cose, che tu operasti in la inuentione del quarto binomio.

Problema. 22. Propositione. 89.

84/89 Puotemo demostrare el quinto residuo.

Quando vorrai trouar el quinto residuo la linea. c, d, serà communicante alla linea, a, posta rationale in longhezza (si come era in la inuentione del secondo) & lo numero quadrato. e. serà diuiso in f. & in g. di quali ne l'uno ne l'altro serà quadrato (si come in la precedente) & lo quadrato della linea, c, d, al quadrato della linea, b, c, serà si come del numero. f. al numero. e. dalle quale per la diffinitione tu concluderai la linea, d, b, esser el quinto residuo hauendo a memoria la inuentione del quinto binomio.

Problema. 23. Propositione. 90.

85/90 Finalmente uoglio ritrouare el sesto residuo.

El sesto residuo se ritroua in questo modo, serà come prima la linea. a. posta rationale & lo numero, e, quadrato diuiso in. f. & g. non quadrati, & b. serà numero primo, & lo quadrato della linea, a, al quadrato della linea, c, b, si come lo numero b. al numero, e, & lo quadrato della, b, c, al quadrato della, c, d, come lo numero. e. al numero. f. & (per la diffinitione) la linea. d. b. serà residuo sesto, alla qual se l'animo tuo non assentirà plenariamente, se conuiene esercitarte in la inuentione del sesto binomio.

Il Traduttore.

Similmente nella inuentione di questo 6. residuo bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione del sesto binomio cioe che'l non satisfa a tor il numero. b. semplicemente numero primo ma bisogna che habbia le due conditioni dette sopra la inuentione del terzo residuo ideo &c.

Theorema. 68. Propositione. 91.

86/91 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & da un residuo primo, lo lato tetragonico di quella è necessario esser residuo.

Sia

Sia la superficie. a.c. contenuta dalla linea. a.b. razionale & dalla. b.x. residuo primo. Dico lo lato tetragonico della superficie. a.c. esser residuo, & per dimostrar questo sia aggionto alla linea. b.c. la linea. c.d. & sia quella per la detrattione della quale la. b.c. fu residuo primo & (per la diffinitione) la. b.d. serà razionale in longhezza & la. c. d. solamente in potentia, ancora la. b.d. serà più potente della. c.d. in el quadrato d'una linea commensurante con seco in longhezza, adonque sia divisa la. d.c. in due parti equali in punto e. & tutta la. b.d. sia divisa in questa conditione in punto. f. che fra la. b.f. & la. f.d. sia la e.d. nel mezo luoco proportionale & (per la seconda parte della decima settima) la b.f. serà commensurante in longhezza alla. f. d. adonque (per la duodecima) l'una & l'altra de quelle commensurica con tutta la linea. b.d. per laqual cosa (per la diffinitione) ambedue sono razionale in longhezza & per tanto sian duote le linee. f.g. e.h. & c.k. equidistante alla. a.b. & (per la decima nona) l'una & l'altra delle due superficie. a.f. & g.d. serà razionale adonque sia il quadrato l.m. equale alla superficie. a.f. & serà razionale & lo lato di quello serà razionale in potentia, protratta dentro la linea. l.m. diagonale di quel quadrato, & sia descritto lo quadrato. l.n. equale alla superficie. g.d. & quel serà razionale & lo lato di quello serà razionale in potentia, & sian protratte le due linee. n.p. q.r. equidistantemente alli lati del total quadrato. Dico adonque lo quadrato. p.r. esser equale alla superficie. a.c. & lo lato di quello (eguale è. n.p.) esser residuo, perche conciosia che la linea. d.e. sia (dal presupposito) nel mezo luoco proportionale fra la. b.f. & la. f.d. (per la prima del sesto) la superficie. d.b. serà in el luoco medio proportionale; fra le due superficie. a.f. & g.d. & però etiam & fra li dui quadrati. l.m. & n.l. & conciosia che (per la prima del sesto) la superficie. l.p. sia nel medio luoco proportionale fra li medesimi dui quadrati serà la superficie. l.p. equale alla. d.b. etiam alla. b.e. & perche lo quadrato. l.n. è equale alla. g.d. serà la. r.x. equal alla. g.e. adonque tutto el gnomone circonscritto al quadrato m.n. è equale alla. c.g. & perche lo quadrato. l.m. era equale alla. a.f. rimanerà lo. m.n. equale alla. a.c. & perche la. n.p. (lato del quadrato m.n.) sia residuo così se apprende, perche l'una e l'altra delle due linee. p.r. & r.n. è razionale in potentia imperoche l'uno e l'altro quadrato l.m. & n.l. è razionale, e l'una di quelle è incommensurabile all'altra (per la prima del sesto & per la decima quarta di questo) imperò che lo quadrato. l.m. è incommensurabile alla superficie. l.r. sicome la superficie. a.f. alla superficie. b.d. delle quale è manifesto che quelli sono incommensurabile, perche (per la prima del sesto) una di quelle all'altra & si come la linea. b.f. (laquale è razionale in longhezza) alla linea. d.e. laquale è razionale

solamente in potentia. Adonque (per la septuagesima terza) la linea p.a. laqual po in la superficie a.a.c residuo & questo è quello che intendemo de dimostrare.

Il Tradottore.

In la maggiore parte doue di sopra se arguisse per la prima del sesto si puo arguire (e con maggiore intelligentia) per lo lemma posto ananti alla quinquagesima terza che cosi si arguisse in la seconda tradottione, ma perche lo espositore non trouò lo detto lemma fu sforzato a arguire come di sopra appare, & similmente nelle seguente.

Theorema.69. Propositione.92.

87/92 Se alcuna superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal secondo residuo la linea potente in quella medesima superficie serà residuo medial primo.

Anchora in questa arguisse si come in la precedente per la diffinitione del secondo residuo & per la seconda parte della. 17.& .12.& .23.& .19.& .74.

Theorema.70. Propositione.93.

88/93 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, e dal terzo residuo, la linea potente sopra di quella serà residuo medial secondo.

Segueta alla prima demostratione, et facilmente concluderai il proposito, per la diffinitione del terzo residuo & per la seconda parte della decima settima & per la duodecima & uigesima terza & septuagesima quinta.

Theorema.71. Propositione.94.

89/94 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quarto residuo, la linea potente sopra di quella serà la linea minore.

Anchora in questo non procedere altramente che prima, perche a te serà facile concludere el proposito, se non t'harai scordato la precedente (per la diffinitione del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & per la uigesima terza & per la decima nona & septuagesima sesta, & cosi serà manifesto il proposito.

Theorema.72. Propositione.95.

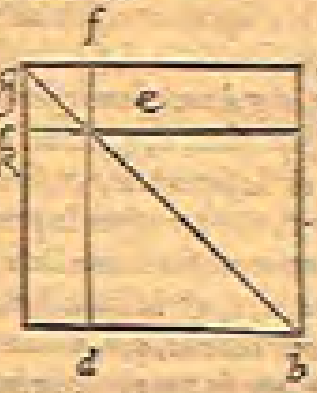
90/95 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quinto residuo, lo lato tetragonico di quella serà la gionta con rationale cõponente mediale.

Fermate nella premessa argumentatione (per la diffinitione del quinto residuo e per

per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & sigesima terza e decima nona & settuagesima sestima) che è il proposito da concludere.

Theorema.73. Propositione.96.

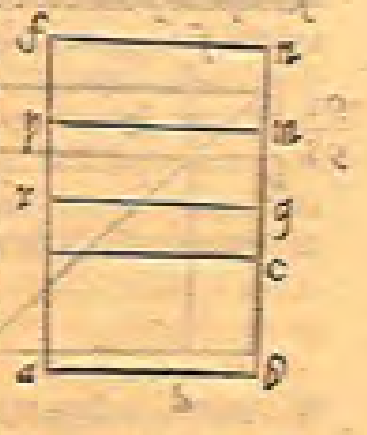
91 96 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & dal sesto residuo, lo latò tetragonico che puo sopra di quella, el se proua esser la linea che gionta con mediale constituisse il tutto mediale.



Al presente ancor quello che ultimamente per questo è dato sia diligente di concludere (per la differentie del sesto residuo & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & sigesima terza & settuagesima ottaua,) & niuna cosa potrà offendere el tuo processo in tutte queste propositioni, se la prima di queste perfettamente imparerai & in memoria teverai; & anchora quel che la seguente prudentemente attenderai, e se per caso te occorresse qualche dubbio in el quadrato l.m. a te serà necessario con el tuo ingegno de recorrere al suo equale in la superficie, a, d, & serannо manifesti.

Theorema.74. Propositione.97.

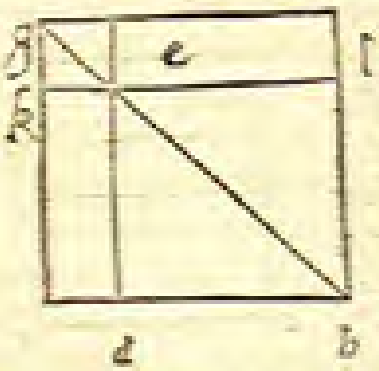
92 97 Se a una linea rationale serà applicada una superficie equale al quadrato d'un residuo, l'altro lato è necessario esser un residuo primo.



Queste sei seguente propositioni, sono le conuerse delle sei precedente per ordine, et la intentione di questa prima e questa che se la superficie, a, c, aggionta alla linea rationale, a, b, equal al quadrato di un residuo el qual sia la linea d, e, lo secondo lato di quella (el qual è la, b, c,) serà necessariamente residuo primo, perche sia aggionto alla linea, d, e, (laquale se propone esser residuo) la linea per la secisione della quale essa serà residuo e sia la aggionta a quella la, e, f, e (per la settuagesima terza) l'una e l'altra delle due linee, d, f, & f, e, serà rationale in potentia e l'una di quelle incommensurabile all'altra in longhezza, adonque sia descritto lo quadrato della linea, f, e, (el quale sia, e, g,) & lo quadrato della, d, e laqual è posta esser residuo, el qual sia, e, b, & siano aggionti li supplimenti, d, k. & f, l, & lo quadrato, g, b, serà si come lo quadrato della linea, d, f, & lo quadrato, e, b, serà si come la superficie, a, c, etiam l'uno e l'altro di quadrati, g, b. & g, e, serà rationale. Sia adonque aggionta la superficie. a. m. alla linea a, b equale al quadrato. g. b. & per questo serà rationale, per laqual cosa (per la sigesima) la linea m. b. serà rationale in longhezza, & la superficie. p. n. sia equale al quadrato. e, g. la-

quale etiam per questo serà rationale & (per la vigesime) la linea m,n, serà rationale in longhezza, adonque tutta la linea, b,n, serà rationale (per la duodecime) hor sia diuisa la, c,n, in due parti equale in ponto.q. & sia ducta la.q,r. equidistante alla.a.b.c (per la prima del sesto) la superficie,c,r, serà equale alla,r,n, & è manifesto che quando tutta la superficie, a,n, sia equale alli duoi quadrati,g,b, & ,r, g, tolti insieme (liquali sono li quadrati delle due linee,d,f, & ,f,e,) & la superficie, a,c, sia equale al quadrato della linea,d,e, laquale è,e,b, (per la settima del secondo) la superficie residua della, a, m, (laquale è la, c,s,) serà equale al doppio della superficie della,d, f,in la,f,e,per laqual cosa & la mità di quelle laquale sono,r,n, &, d,g, è necessario esser equale & conciosia adonque che (per la prima del sesto) la superficie, d, g, sia nel medio luoco proportionale fra li duoi quadrati, g,b, & ,g, e, & la superficie,r,n, serà nel medio luoco proportionale fra le due superficie,a,m, & p, n, e pero (per la prima del.6.) etiam la linea, q,n, serà nel luoco medio proportionale fra le due linee, b,m, & m,n, & conciosia che la,q,n, sia la mità della linea, n, c, & la linea,b,n, sia diuisa in ponto,m, in due parti communicante fra laquale cade la, q,n, nel medio luoco proportionale seguita (per la prima parte della decima settima) che la linea,b,n, sia piu potente della linea, n, c, in el quadrato di una linea communicante con seco in longhezza adonque perche la superficie,d,g, è mediale (per la vigesima terza) & la superficie, c,r, a quella equale (dal presupposito) è mediale & la linea, c,q, rationale solamente in potentia (per la vigesima quarta) & pero etiam el doppio di quella (elquale è la linea,n,c,) è rationale solamente in potentia, adonque perche la, b, n, è rationale in longhezza communicante alla linea,a,b, posta rationale & piu potente della,n,c, in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza seguita (per la diffinitione) la linea,b,c, esser residuo primo che è el proposito.

f



92/93

Theorema.75. Propositione.98.

Quando che a una linea rationale serà agiota una superficie equal al quadrato del residuo medial primo l'altro lato di quella serà un residuo secondo.

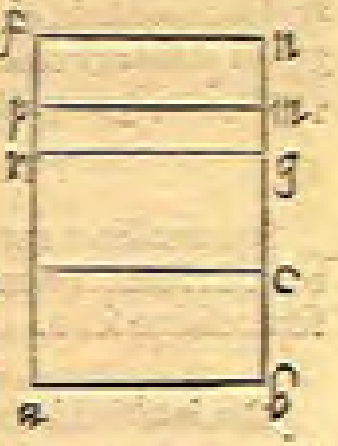
Q uiui la linea,d,e, serà residuo medial primo, & la linea,e,f, serà quella per tagliamento della quale la. d,e, era fatta residuo medial primo, dico che la b,c, serà residuo secondo laqual cosa non puoi ignorare se tu seguiterai e pigli ben in prattica la demostratione della precedente e che vigilantemente tu habbi acceso quale linee bisogni esser la,d,f, & ,f,e, della qual cosa se tu dubbitarai in alcuna rimedierai la ferrugesima quarta.

Theorema.76. Propositione.99.

94/99 Se a una linea rationale serà applicata una superficie equale al quadrato del residuo mediale secondo, lo secondo lato di quella conuien esser residuo terzo.

Q uiui

Q uesti ancbora serà la linea, d, e, lo residuo medial se-
condo & seguitarà che la, e, b, sia uno terzo residuo laqual
cosa acciochè facilmente la concludi seguitarai alla demo-
stratione della prima & quale linee conuien esser la, d, f. et
f. e. recercbielo dalla settuagesimaquinta.



Theorema. 77. Propositione. 100.

95/100 Quando che a una linea rationale serà aggion-
ta una superficie equale, al quadrato d'una linea
minore lo lato secondo di quella serà uno residuo
quarto.

Se la. d. e. serà una linea minore come propone questa centesima. Dico che la. b. c. serà un quarto residuo, & qui linee fia necessario esser la, d, f, & la, f, e. (quan do che la, d, e, serà una linea minore) tu lo intenderai dalla settuagesima sesta, & el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente, excetto che in questa & in le due sequente è necessario dividere la linea, b. n. al punto. m. in due parti incommē surabile, lequale in le tre precedente necessariamente se dividea in due concommen surabile, perche in le tre precedente le due linee, d, f, & , f, e, erano state communican te in potentia, e però etiam li quadrati di quelle erano stati communicanti, per la-qualcosa & le superficie, a, m, & p, n, equale alli quadrati de quelle erano state cō municante, per laqual causa & etiam le due linee b. m. & m. n. e però etiam in le tre precedente la linea. b. n. fu più potente della linea, n, c, nel quadrato d'una li-nea communicante con seco in longhezza (per la prima parte della decimasetti-ma,) ma in queste & in le due sequente le due linee, d, f, & , f, e, sono incommen-surabile in potentia come appare (per la settuagesima sesta settuagesima settima & settuagesima ottava) e però etiam li quadrati di quelle per laqual cosa etiam le superficie, a, m, & p, n, sono incommensurabili per laqualcosa etiam le due linee. b. m, & , m, n, sono incommensurabile, e però (per la prima parte della decima otta-va) si in questa come in le due sequente è necessario la linea, b, n, esser più potente della linea n, c, nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, tu te le altre cose cerca come per auanti.

Il Tradottore.

Q uesta & la precedente si seruino della figura della nouagesima settima, & nouagesima ottava cioe che nel dire se referisse a quella, il medesimo fa le altre due sequente.

Theorema. 78. Propositione. 101.

96/101 Se a una linea rationale sia aggionta una superficie equale al qua-
drato della linea con rationale constituente mediale lo lato secondo di
quella serà residuo quinto.

Similmente quiui pone la linea, d, e, esser quella che giunta con rationale compone el tutto mediale, & quale linee bisogni esser la. d, f. & la f, e attende alla settima sessima settima & concluderai senza alcun impedimento la linea, b, c, esser residuo quanto se ne seguiterà le necessarie demostratione bastante per auanti.

Theorema. 79. Propositione. 102.

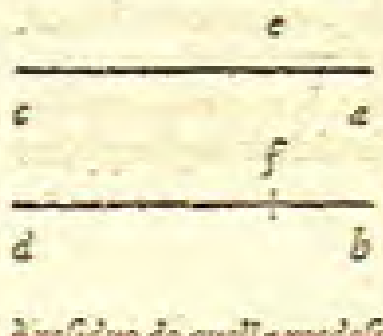
97 102 Se a una linea rationale sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea con mediale componente mediale, l'altro lato di quella serà residuo sesto.

Hor in ultimo la linea, d, e, conuien essere quella laquale giunta con mediale compone el tutto mediale, alla qual giongeremo la linea, e, f, (laqual sia quella per il taglimento della qual la linea, d, e, era stata quella che se propone) e quai linee bisogni esser la, d, f, & f, e, su lo intenderai dalla settuagesima ottaua se la prima argumentatione fermamente tener si senza oppositione, similmente potrà concludere la linea, b, c, esser residuo sesto, & se per sorte se occorresse dubitare in cosa alcuna del quadrato, g, b, confirmallo con la superficie, a, n, a lui equale e cosi se manifestarà el proposito nostro.

Theorema. 80. Propositione. 103.

98 103 Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella interminе, & ordine è el medesimo residuo.

Quello che proposse la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio, & delle cinque compagne di quello quista. 103. & le quattro che seguitano proponeno esser el uero del residuo & delle sue cinque compagne, che

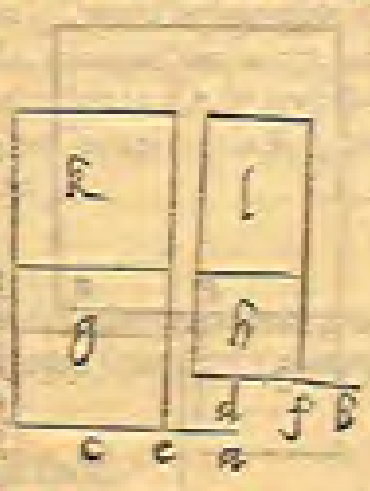


hauerà dato opera a quelle per fina che le habbia bene in memoria nō potera ignorare quiste, ueramente ogni cosa che è detto in quelle de commensurabile in longhezza, & solamente in potentia il medesimo bisogna intendere anchora in queste, perche ogni linea commensurabile al residuo in longhezza, uero solamente in potentia, essa anchora è residuo & se quella commensurabile in longhezza, non solamente quella è residuo, ma etiam è residuo de quella medesima specie, uerbi gratia la linea commensurabile in longhezza al residuo primo e residuo primo, & quella che è commensurabile al secondo e secondo, & cosi anchora delli altri ma quando la linea commensurabile a uno residuo solamente in potentia quella anchora è necessario esser residuo ma non della medesima specie anci le impossibile che una linea commensurabile solamente in potentia a un residuo primo, ouer secondo, ouer terzo, ouer quarto ouer quinto cadi insieme con quello sotto la medesima specie ma ben è necessario che ambe cadano insieme sotto alle tre prime specie ouer ambedue insieme sotto alle tre ultime. & per tanto

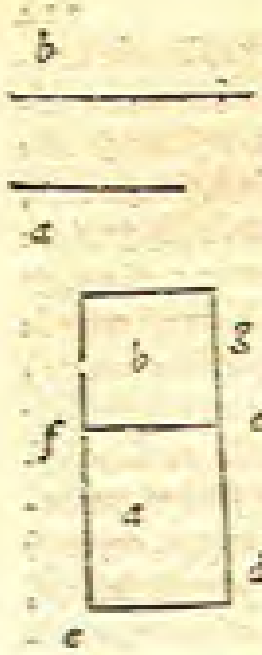
sia la linea, a, residuo alla quel comunicabile la linea, b, in longhezza, dico che la linea, b, serà residuo de quella medesima specie con la, a, sia aggionta la linea, c, alla linea, a, & sia quella per la abcisione della quale la linea, a, in residuo & alla, b, ne sia aggionta una altra, laquale sia la, d, alla quale cosi gli sia la, b, proueme la, a, alla, e, & cosi la composta della, a, & , c, sia la, e, & la composta della, b, & , d, sia la, f, & (per la permutata proportionalità) la, a, alla, b, serà si come la, e, alla, d, & (per la terzadecima del quinto) la, e, alla, f, serà si come la, a, alla, b, ouer si come la, c, alla, d, conciosia adonque che la, a, communichi con la, b, (per la decima quarta) la, e, serà communicante con la, d, & e, anchora serà communicante con la, f, & perche anchora è necessario (per la permutata proportionalità) della, e, alla, c, esser si come della, f, alla, d, seguita (per la sestadecima) che se la, e, serà piu potente della, c, in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza, ouero se la fosse per auentura incommensurabile, serà similmente la, f, piu potente della, d, ma perche ogni linea communicante in longhezza, a, una intarzionale, quella similmente rationale, similmente dico, perche ambedue seranno razionale in longhezza, ouero ambedue solamente in potentia, seguita (per le diffinitione di residui) che la, b, sia residuo della medesima specie che è, a, ma se la, b, communica con, a, solamente in potentia: essa anchora serà residuo ma non necessariamente non serà de quella medema specie, ma serà si come è detto la demostratione della quale (per quelle cose che sono state dette in la sexagesima quinta) del binomio è da esser raccolta.

Theorema. 81. Propositione. 104.

99 104 Ogni linea communicante a qual si uoglia residuo mediale è residuo mediale sotto el termine & ordine di quello.



Una linea ouer communicabi con qual si uoglia residuo mediale in longhezza, ouero in potentia, egliè el uero quello che se dice, hor sia la, a, qual si uoglia residuo mediale alla quale communichi la, b, in longhezze ouer in potentia. Dico che la, b, e etiam residuo mediale tal qual serà la, a, hor sia aggionta la linea, c, alla linea, a, & sia la, e, per la recisione della quale la, a, sia residuo mediale & alla, b, ne sia aggionta una altra laqual sia, d, & sia della, b, alla, d, si come della, a, alla, c, & tutta la composta della, a, & , c, sia la, e, et della, b, & , d, sia la, f, sia descritto adonque li quadrati della, e, & della, d, liquali siano, g, & , h, & la superficie del, e, in, c, sia, k, & del, f, in, d, sia, l, & perche egliè come prima del, e, al, f, & del, c, al, d, si ouer del, a, al, b, & la, e, & c, sono mediale solamente in potentia communicante (per la. 74. & 75.) seguita (per la 25.) che la, f, & , d, (a quelle communicante) siano etiam mediale solamente in potentia communicante & è manifesto (per la prima del sesto) che la, k, alla, g, sia si co-

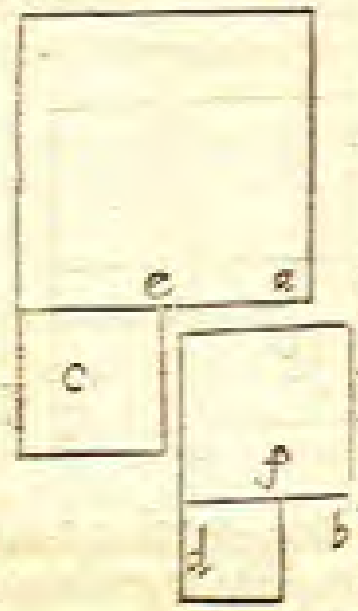


me la.e.alla.c.& la.l. alla.b.si come la.f.alla.d.& perche eglie dalla.e.alla.c.si come dalla.f.alla.d.seguita che dalla.k.alla.g. sia si come dalla.l.alla.b.& permutatamente dalla.k.alla.l.si come dalla.g.alla.b.conciossia adonque che la.g.communichi cõ la.b.seguita che la.k.communichi con la.l. adonque se la.k.serà rationale (che è el residuo medial primo) etiam la.l.(per la diffinitione) serà rationale, per laqual cosa (per la.74.) serà la.b.e residuo medial primo, & se la.k.serà mediale (che è el residuo medial secondo) etiam la.l.per (la.24.) serà mediale, & pero etiam la.b.(per la.75.) serà residuo mediale secondo, per laqual cosa è manifesto il proposito. A demostrar el medesmo altramente se la linea.b.communica con la linea.e.(laqual è qual si voglia residuo mediale) in longhezza ouer in potentia, sia aggiõta alla linea.e.d.rationale la superficie.c.è equale al quadrato della.a.& la superficie.f.g.equale al quadrato della.b.& per questo la.c.e.& la.f.g.seranno communicante si come etiam li quadrati delle linee.a.& b.a quelle equali, adonque (per la prima del sesto) & per la decima quarta di questo) la.d.e.& la.e.g.sono communicante in longhezza & perche se la.a.è residuo medial primo, & la linea.d.e.serà el secondo residuo (per la.98.) & se la.a. è residuo mediale secondo la linea.d.e.è residuo terzo (per la.99.) ma quando la linea.d.e.è residuo secondo la linea.e.g.è etiam residuo secondo & quando quella è el terzo similmente & questa è el terzo (per la.103.) seguita adonque (per la. 92.& 93.) che la.b.sia el residuo medial primo ouer secondo si come serà la.e.che è el proposito.

Theorema.82. Propositione.105.

100
105

Se alcuna linea communicherà alla linea minore anchora quella serà linea minore.



Eglie facile a prouare questa per dui modi si come la precedente, ouero sia che alcuna linea communichi con la linea minore in longhezza ouer in potentia & posto questo quanto al primo modo che quando sia della.f.alla.c.si come della.e.alla.c.(per la prima parte del la.22.del sesto) lo quadrato della.f.al quadrato del d. serà si come lo quadrato della.e.al quadrato della.c. & conuertentemente li quadrati delle due linee.f.& d. al quadrato della.d.serà si come li quadrati delle due linee.e.& c.al quadrato della.c.& permutatamente li quadrati delle due linee.f.& d.alli quadrati delle due linee.e.& c.serà si come lo quadrato della.d.al quadrato della.c.& lo quadrato della.d.commensura al quadrato della.c.adonque li dui quadrati delle due linee.f.& d.tolti insieme communicano

minicano con li dui quadrati delle due linee,e ,& c, tolti insieme & perche(per la.76.)li quadrati delle due linee,e,& c,tolti insieme sono rationale &(per la diffinitione) etiam li dui quadrati delle due linee,f,& d,tolti insieme serà rationale. & quando la superficie. K, sia mediale etiam la.l. a quella communicante, serà mediale,adunque(per la.76.)la.b. e linea minore. ma in quanto al secondo modo (per la. 100.) la linea, d,e,serà residuo quarto & pero etiam(per la.103.)la linea,e,g,serà etiam residuo quarto & pero etiam(per la nonagesima quarta)la linea,b,e linea minore.

Il Tradottore.

Le superficie.k,& l.se debbe intendere si come nella figura della precedente cioe la superficie.k.se piglia per la superficie della.e.in la.c.et per la superficie.l.se intende per la superficie delle,f,nella,d. & similmente per il secondo modo se arguisse sopra la seconda figura della precedente ideo aduerte.

Theorema.83. Propositione.106.

101 106 Ogni linea communicante alla linea con rationale componente mediale,e con rationale componente mediale.

Anchora questa non è difficile approuare al predetto modo per due vie, ouero sia intesa della communicantia in longhezza, ouer della communicantia in potentia solamente,ma quanto al primo modo li dui quadrati delle due linee,f,& d,tolti insieme seranno mediale(per la nigesima quinta)si come son li dui quadrati delle due linee,e,& c,tolti insieme(per la settnagesima settima) alle quale esse cõmunicano & la superficie.l.serà rationale(per la diffinition) si come è la superficie.K. (per la settnagesima settima) communicante con quella, adunque(per la.77.)la. b,e con rationale componente mediale, quanto al secondo modo la,d,e,serà residuo quinto (per la.74.) e pero etiam la,e,g,(per la.103.)per laqual cosa la,b,e, con rationale componente mediale(per la nonagesima quinta.)

Il Tradottore.

La argumentatione di questa se fonda sopra le figure delle due precedente propositione el secondo modo parla ouer se ferma sopra la seconda figura della anciana alla precedente.

Theorema.84. Propositione.107.

101 107 Ogni linea commensurabile alla linea con mediale constituente mediale e con mediale constituente mediale.

Anchora in questa suppone alcuna linea communicare con quella che con mediale compone mediale, indifferentemente in longhezza ouero solamente in potentia come uorai, & con due argumentationi al premesso modo senza difficul-

ta concluderai. anchor quella esser con mediale componere mediale, quanto al primo modo la superficie l. serà anchora mediale si come et iam la. k. & anchora li dui quadrati delle due linee. f. & d. tolti insieme saran mediale si come etiam li dui quadrati delle due linee. e. & c. & perche anchora li dupi delle due linee e. & c. al la. k. si come li dui delle due. f. & d. alla l. & concioscia che li primi non communichan con el doppio della. k. (per la sectuagesima ottaua) ne li dui secondi communicaran con el doppio della. l. (per la. 24.) adonque (per la. 78.) la. b. e con mediale componente mediale, ma quanto al secondo modo la. d. e. serà residuo sesto (per la. 102.) e però & etiam la. e. g. (per la. 103.) per laqual cosa la. b. e con mediale componente mediale (per la nouagesima sesta.

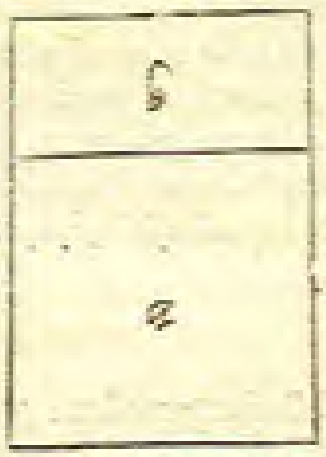
Il Traduttore.

Similmente questa si come le altre due passate se ferma ne l arguire sopra le figure della propositione. 104. et della. 105. et però a quella recorri p tuo essempio.

Theorema. 84. Propositione. 108.

103 108 Se da una superficie rationale serà tagliata una superficie, mediale, la linea potente in la superficie restante, serà l'una delle due linee irrationale ouero residuo, ouero minore.

Sia tutta la superficie composta dalla. a. & b. rationale, dalla quale sia detratta la. b. laquale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante a. e serà ouero residuo ouero linea minore, sia adonque la linea. e. d. rationale & la superficie. c. e. a quella eguale sia tanto quanto la. a. & la. f. g. tanto come la. b. et tutta la. c. g. serà si come tutta la. a. b. & la. c. g. serà rationale è però etiam la linea. d. g. (per la nigesima propositione) serà rationale in longhezza & la. f. g. serà mediale e però (per la nigesima quarta propositione) etiam la. e. g. serà rationale solamente in potentia, adonque la linea. d. e. (per la diffinitione) è residuo primo, ouero quarto adonque (per la nouagesima prima & nouagesima quarta) la linea potente in la superficie. c. e. è però etiam in la superficie. a. (a quella eguale) e residuo ouer linea minore che è il proposito.

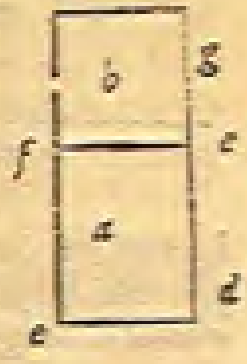


Theorema. 86. Propositione. 109.

104 109 Se da una superficie mediale serà detratta una superficie rationale, la linea potente in la superficie restante serà l'una delle due linee irrationale ouero el residuo mediale primo, ouero la con rationale, componente mediale.

Anchora questa si approua si come la precedente, perche se tutta la, a, b, serà mediale,

mediale, & la.b.rationale. Dico che la linea potente in la restante superficie .a. ouero è residuo mediale primo, ouer con rationale componente mediale, perche conciosia che la.e.g.sia equale alla.a.b.(per la 23esima quarta) la linea.d.g.serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la.f.g.sia equale alla.b.per (la 23esima) la linea.e.g.serà rationale in longhezza, adunque (per la diffinitione) la linea.d.e.serà el residuo secondo, ouero el quinto per laqualcosa (per la nonagesima seconda & nonagesima quinta) lo lato tetragonico della superficie.a., e, & però etiam della superficie.a.è residuo mediale primo, ouero con rationale componente mediale, che è el proposito nostro.



Il Tradottore.

Questa insieme con le seguente nel arguire se referissono alla figura della precedente.

Theorema.87. Propositione.110.

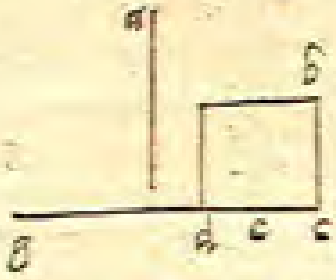
105 109 Se una superficie mediale serà detratta da una superficie mediale, & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante, serà l'una o l'altra delle due irrationale, cioe ouero el residuo mediale secondo, ouer la con mediale componente mediale.

Se tu non te desvii dalla demostratione delle due precedente senza difficultà concluderai el proposito, hor sia tutta la.a.b.& la.b.mediale & sia la restante .a. incommensurabile al tutto, perche essendo altramente la.a.seria mediale (per la 23esima quinta) & lo lato tetragonico di quella seria mediale (per la 23esima terza) il presente dice che la linea potente in la.a.è residuo mediale secondo ouer la con mediale componente mediale, perche conciosia che la.e.g.sia equale alla. a. b. (per la 23esima quarta) la linea.d.g.serà rationale solamente in potentia anchora (per la medesima) conciosia che la.f. g.sia equale alla.b.etiam la.e.g.serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la.a.sia incommensurabile a tutta la.a.b. al.f.g. serà incommensurabile alla.e. g.e però (per la prima del sesto et per la decima quarte de questo) la.e. g.serà etiam incommensurabile alla.d. g.adunque (per la diffinitione) la linea.d.e.serà residuo terzo ouero sesto, per laqual cosa (per la nonagesima terza & per la nonagesima sesta) lo lato tetragonico della superficie. c. e. e però della superficie .a. è residuo mediale secondo, ouero con mediale componente mediale.

Theorema.88. Propositione.111.

106 111 Delle linee irrationale, lequale sono, el residuo & quelle che seguita dapoi quella, è impossibile alcuna star sotto all'altra in termine e ordine, anchora el termine, ouero ordine del binomio non è possibile conuenire al residuo.

Anchora



Anchora per questa .111. el mole che'l residuo & le altre cinque linee che seguitano quella siano differente fra loro in specie & in diffinitione & in una linea una puol esser sotto a due overo a piu specie de queste sei linee irrationale, le qual sono el residuo & le cinque compagne di quello, & che tutte le specie del residuo sono differente da tutte le specie de binomio, ne è possibile a una linea esser insieme residuo e binomio, de qualunque specie de risiduo, overo binomio, la prima parte in questo modo è manifesta. perche le superficie equale alli quadrati del residuo & delle sue cinque compagne, quando siano aggionte a una linea rationale hanno li secondi lati necessariamente diversi fra loro (per la nonagesima settima propositione & le cinque seguente quella) & li secondi lati sono el residuo primo e lo secondo & da qui in drieto fina al sesto, la seconda parte è manifesta in questo modo, se una medesima linea puol esser insieme residuo e binomio sia. a. al quadrato della quale alla linea rationale. b.c. sia aggionta una superficie equale & sia la.b.d. & (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, sera binomio primo, & (per la nonagesima settima propositione) residuo primo, adonque inquanto binomio primo sia diuiso in le sue binomial portioni el ponto.e. & sia la.c.e. la sua maggiore portione laquale sera rationale in longhezza (per la diffinitione) ma in quanto che è residuo primo sia aggionto a quello la, d, g, per la incisione della quale quel sera residuo primo & (per la diffinitione) etiam la, c, g, sera rationale in longhezza conciosia adonque che l'una e l'altra delle due linee, c, g, & , c, e, sia rationale in longhezza etiam la linea, e, g, (per la duodecima propositione) sera rationale in longhezza, ma perche la linea, d, e, è rationale in potentia solamente, conciosia che quella (per el presupposito) si è la minore portione del binomio primo, la linea, d, g, (per la settuagesima terza propositione) sera residuo: & perche quella era rationale solamente in potentia conciosia, che per la incisione di quella la linea, c, d, fusse stato residuo primo seguita lo impossibile (per la settuagesima terza propositione) laqualcosa acciochè piu chiaro appara sia aggionta alla linea, b, c, rationale la superficie, b, d, equale al quadrato della linea, d, g, conciosia adonque che la linea, d, g, sia rationale solamẽte in potentia (per la ungesima propositione) la linea, c, d, sera rationale in longhezza, & conciosia anchora che la linea, d, g, sia residuo (per la nonagesima settima propositione) la linea c, d, sera residuo primo laqualcosa non puol essere concio sia che la linea laquale è detta residuo è irrationale, (per la settuagesima terza propositione.

Theorema. 88. Propositione. 112.

107. La linea che se dice residuo ouer alcuna delle irrationale, che sono dapoi quella, non puo star sotto al termine del binomio ouero sotto al termine, & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che seguitano drieto al binomio, & conciosia che l'ordine delle linee irrationale sia

posibile

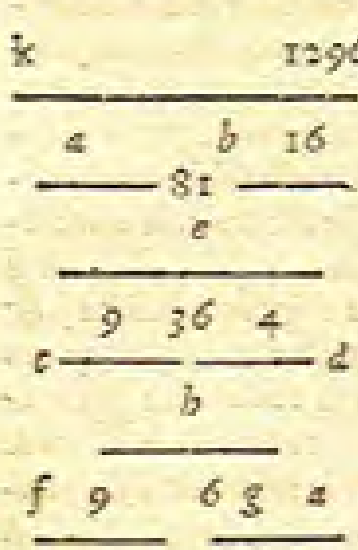
possibile effet prodatto in infinito: non è possibile alcuna di quelle cõ uenire in termine & ordine con quella che precederà.

El sole per questa propositione che le tredese linee irrationale delle quale in questo decimo è stato dimostrato & queste sono la linea mediale, el binomio, & le sue cinque compagne, el residuo & le cinque compagne di quello, siano fra loro differente a una per una in specie, & che niuna linea, non possi essere insieme sotto a due, overo a più specie di quelle, & che le specie delle linee irrationale possono esser prodotte in infinito delle quale niuna conuien con l'altra in diffinitione è ordine, & che queste tredese linee (cioè la mediale, el binomio & le cinque compagne di quello, el residuo & le cinque compagne di quello) siano irrationale ricordate che egliè stato dimostrato di sopra della mediale in la trigesima terza & del binomio, & delle cinque compagne di quello in la trigesima quinta & in le cinque che seguitano quella, & del residuo & delle sue. 5. compagne in la settuagesima terza & in le cinque che seguitano quella, ma che niuna di queste tredese linee irrationale possi conuenire in specie con alcuna delle altre linee in questo modo se apprende, poniamo che a sia una medesima linea rationale in longhezza, siano aggionte le superficie equale alli quadrati delle predette tredese linee irrationale secondo che seguitano fra loro per ordine, & (per la trigesimaquarta) lo lato secondo della prima di queste tredese superficie serà rationale solamente in potentia, & li secondi lati della seconda de queste tredese superficie & delle cinque che seguitano quella, seranno tutte le specie di binomij per ordine cioè el binomio primo, secondo, & dali in dietro per fina al sesto, & questo se ben te arricordi fu dimostrato in la quinquagesima nona, & in le cinque che seguitano dietro a quella, & li secondi lati della terza superficie, & delle cinque che seguitano quella, sono le specie di residui per ordine, cioè el residuo primo, & lo residuo secondo, & dali in dietro per fina al sesto laqual cosa lo haueste (dalla nonagesimasettima, & dalle cinque che seguitano quella) conciosia adonque che detta linea rationale solamente in potentia non conuenga con alcuna specie di binomij overo con alcuna di residui, perche ogni binomio (per la trigesima quinta) & ogni residuo (per la settuagesima terza) è linea irrationale e in longhezza e in potentia, & conciosia che niuna specie di residui conuenga con alcuna specie de binomi (per la seconda parte della precedente) segnita che tutti li secondi lati de queste tredese superficie, siano fra loro diuerse e però (per la prima del sesto) etiam quelle tredese superficie sono diuerse conciosia che la altezza de ogni una di quelle sia una medesima per laqual cosa etiam esse tredese linee irrationale proposte sono a una per una diuerse, ma le specie di queste tredese linee irrationale possono esser prodotte in infinito, perche le specie delle linee mediale sono infinite, ambora infinite quelle di binomij, & cosi de grado in grado laqual cosa si manifesta in questo modo sia la linea. a. mediale & sia tolta la metà & qual si no

	———	1
a		
	———	3
b		
	———	5
c		
	———	7
d		

gli

glia numeri primi come. 3. 5 .e. 7. & siano ordinate le linee . b . c. d. quanto sono li numeri primi tolti & siano li quadrati de queste linee. b. c. d. al quadrato della a. e. si come li numeri primi alla unità & (per la xigesima quinta) le linee. b. c. d. seranno mediale, perche esse communicano in potentia con la linea. a. mediale, ma tutte seranno diverse dalla . a . in longhezza etiam fra loro (per la ultima parte della nona) perche la proportione de niuno de questi numeri alla unità, ne de alcuno de quelli all'altro (per la decimasettima & ottava & per el correlario della seconda del ottavo & per el presente presupposito) è si come de numero quadrato a numero quadrato, adonque la. a. & cadauna a quelle communicante in longhezza serà sotto la prima specie delle linee mediale. & la. b. & cadauna a se communicante in longhezza serà sotto alla seconda: & la. c. & tutte le communicante ouero commensurabile a quella medema serà sotto alla terza, anchora la. d. & tutte quelle che sono a lei communicante in longhezza serà sotto alla quarta, & perche li numeri primi sono infiniti (come per la. 21. del. 9. fu dimostrato) è necessario le specie delle linee mediale essere infinite, et quello che è detto della linea mediale intende del binomio et delle sue cinque compagne, et del residuo et delle sue cinque. Perche si come ogni linea communicante alla mediale, è mediale ouero communichi a quella in longhezza ouer in potentia come è prouato (in la xigesima quinta) così etiam ogni linea communicante al binomio ouero ad alcuna delle sue cinque compagne ouer etiam al residuo ouer ad alcuna delle sue cinque compagne in longhezza ouer in potentia e sotto la medesima specie con seco (come fu prouado in la sexagesima quinta & in le quattro che seguita drieto a quella & in la. 103. & in le quattro che seguitano quella, adonque le specie di queste tredece linee irrationale sono infinite delle quale niuna conuiene con la precedente in ordine, ouer in diffinitione, anchora per un'altro modo le specie delle linee irrationale differentemente communicano esser infinite perche ogni lato tetragonico de una superficie detta da uno numero non quadrato è irrationale (per la ultima parte della nona & per le diffinitione) concio sia adonque che tali numeri siano infiniti, anchora le specie di queste linee irrationale seranno infinite. Terzo modo, puo auenire la seconda parte da questa conclusione esser ispolta così come se noi dicessimo da cadauna linea razionale solamente in potentia esser producto infinite specie de linee irrationale delle quale niuna è possibile conuenire in diffinitione & ordine con alcuna de quelle che procederanno quella, uerbi gratia, sia tolta alcuna superficie rationale detta ouer nominata da uno numero non quadrato (come seria a dir da cinque,) & lo lato tetragonico de quella serà irrationale in longhezza, perche quello è incommensurabile al lato tetragonico de una superficie rationale detta, ouer nominata da uno numero quadrato (per la ultima parte della nona propositione) dico adonque che



che el latè de questo lato & similmente lo lato del secondo lato, & un'altra volta el lato di questo terzo lato, & così in infinito sono linee irrationale si in longhezza come in potentia, & che niuna di quelle comuicn in diffinitione over in specie con al cuna che habbia proceduto quella in ordine & lo lato tetragonico de ciascuna precedente superficie laquale serà detta da uno numero non quadrato è si come radice è principio de tutte la altre, & quala si voglia de quelle è principio de tutte quelle che seguitano quella & tutte quelle linee lequale vengono da alcuno lato tetragonico de ciascuna de tale superficie sono diverse in longhezza, & in potentia da tutte quelle che sono generate da alcuno altro lato tetragonico di tal superficie. & questo dico quando la proportione de queste superficie non serà si come de numero quadrato a numero quadrato, & acciochè di questa possiamo recogliere la ferma demostratione el bisogna mandare avanti a quella uno antecedente, & sia questo.

Se alcuna quantità sia produtta da due quantità dutte l'una in l'altra, li lati tetragonici delle dette due quantità dutti in l'uno in l'altro produceranno tutto el lato tetragonico di quel primo produtto.

Verbi gratia ponemo che dal. a. in. b. sia producto. k. & che. c. & .d. siano li lati tetragonici de. a. & .b. & dal. c. in. d. sia fatto. e. & da uno .f. & .g. siano li lati tetragonici de. c. & .d. & dal. f. in. g. sia fatto .b. dico che .b. è el lato tetragonico de. e. & similmente. c. è el lato tetragonico de. k. perche conciosia che. c. & .b. siano fatti dal. f. in se medesimo & in .g. serà dal .c. al .b. si come dal. f. g. & così dal. b. al d. si come dal. f. al. g. imperoche dal. g. in. f. & in se medesimo nacque .b. & .d. adonque. c. b. d. sono continuamente proportionali, adonque tanto è el producto del. b. in se medesimo quanto quello del .c. in .d. per laqual cosa .b. è el lato tetragonico de. e. anchora per la medesima ragione conciosia che dal. c. in se medesimo sia fatto .a. et in .d. sia fatto .e. & dal. d. in se sia fatto .b. serano etiam .c. e. b. continuamente proportionali in la proportione che è dal .c. al .d. conciosia adonque che dal. a. in .b. sia fatto .k. seguita etiā che dal .c. in se medesimo sia fatto .k. per laqual cosa .c. è el lato tetragonico de .k. adonque è manifesto el proposito.

la.g. R = 2/2
la.f. R = 2 ntrobig;

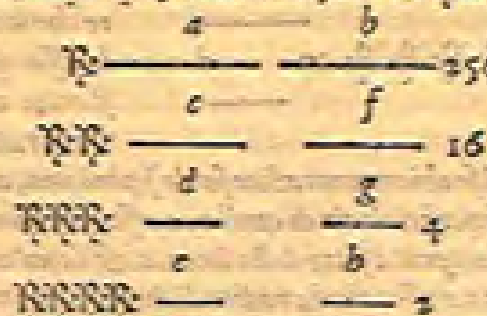
Resta adonque a dimostrare quello che fu proposto, sia adonque la superficie .a. rationale detta da uno numero che non sia quadrato (come .5.) & sia la linea .a. el lato tetragonico di quella & siano volte quante linee si vogliano rationale in longhezza lequale siano .b. c. d. e. et siano dette da numeri di qua li ciascun precedente sia el lato tetragonico del prossimo seguente, come se .b. sia .dieci el .c. sia quatro el .d. sedeci & lo .e. ducento cinquanta sei & a queste linee rationale in longhezza sia aggiunto una superficie equale alla .a. & li secondi lati di cadauna serano rationali in longhezza (per la nogesima) come lo secondo lato della .b. è dudie mezzo lo secondo della .c. è uno & uno quarto. & lo secondo della .d. è uno e uno quarto & uno sedecesimo (cioè un è cinque sedecesimi) & lo secondo lato del-

la linea .a. R 5
la linea .b. R R 5
la linea .q. R R R 5
la linea .x. R R R R 5.



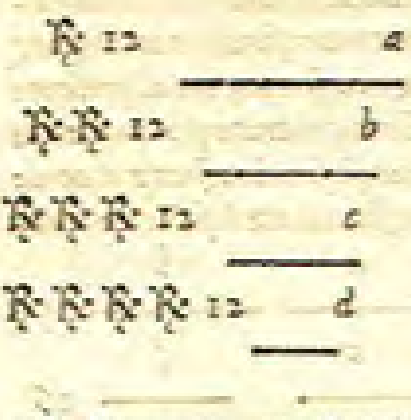
La superficie.e. serà uno.64.esimo & uno.256.esimo. (cioe in somma cinque.256.esimi) sia adonque.f. lo lato tetragonico della.b. & la.g. sia el lato tetragonico del secondo lato della detta superficie.b. & (per lo premesso antecedente) serà che dal.f. in.g. sia fatto.a. linea cioe 5. una entra volta sia la.b. lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.c. & sia anchora.x. el lato tetragonico de.b. & per lo predetto antecedente serà che dal.b. in.b. sia fatto.a. & dal.f. in k. sia fatto el lato tetragonico de.a. qual sia.l. sia ancora.m. lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.d. & quando che.x. sia el lato tetragonico de.m. & p. el lato tetragonico de.m. & (per lo predetto antecedente) serà che dal.c. in.m. sia fatto.a. & dal.b. in.x. sia fatto.l. & dal.f. in p. sia fatto el lato tetragonico de.l. (qual sia.q.) ma piu sia.r. el lato tetragonico del secondo lato della superficie.e. anchora sia.s. lo lato tetragonico de.r. & t. lo lato tetragonico de.s. & u. sia lo lato tetragonico de.r. & seguita (per lo detto antecedente) che dal.d. in.r. sia fatto.a. & dal.c. in.s. sia fatto.l. & dal.b. in.t. sia fatto.q. & etiã de.l. f. in u. sia fatto el lato tetragonico de.q. (qual sia.x.) & cosi in infinito. Dico adonque queste linee.a.l.q.x. (delle qual.l.a. è come radice & principio) esser irrationale.l.a. solamente in longhezza, tutte le altre in longhezza & in potentia, & dico che nessuna di quelle commen con alcun'altra in diffinitione, ouer in ordine. perche conciosia che dal.f. in.g. & k. siano fatti.a. & l. serà dal.a. al.l. si come dal.g. al.k. & perche (come è manifesto dalli detti presuppositi) g. & k. sono incommensurabili in longhezza & in potentia, seguita etiam che.a. & l. siano incommensurabili in longhezza & in potẽtia & per la medesima ragione etiam.a. & q. perche dal.a. al.q. è si come dal.g. al p. & per la medesima causa etiam.a. & x. conciosia che siano si come.g. & n. & per questa via anchora è necessario che l. & q. siano similmente incommensurabili si in potentia quanto in longhezza, perche conciosia che dal.f. in k. & p. siano fatti l. & q. serà dal.l. al.q. come del.k. al. p. ma.k. e. p. non sono commensurabili in longhezza ne in potentia. perche essendo commensurabili.b. & n. seriano commensurabili. & non sono, anchora.l. & x. è necessario esser incommensurabili in l'uno e l'altro modo perche dal.l. al.x. è si come dal.k. al.n. imperoche dal.f. in k. & n. sono fatti.l. & x. & k. & n. sono incommensurabile in l'uno & l'altro modo, perche ponendo che fussero per l'adversario seguirà.x. & .b. esser commensurabili che è inconveniente.

Ma che .q. & .x. siano anchora incommensurabili in potentia & in longhezza da questo è manifesto che dal .q. al .x. e sì come dal .p. al .x. es è manifesto che .p. et .x. sono incommensurabile, perche se non sono .n. & .s. saranno commensurabili e pero etiam .m. & .s. & non sono, adonque è manifesto dalla linea .a. rationale solamente in potentia esser produtte infinite linee irrationale, incommensurabile in longhezza & in potentia e pero etiam differente in diffinitione e in specie, ma al presente ne resta a dimostrare che tutte le linee irrationale che siano generate per questa mia da alcuna linea rationale solamente in potentia sono diverse si in longhezza, come in potentia da tutte quelle lequale siano generate per questa mia medesima da qualunque altra linea rationale, solamente in potentia, el quadrato della quale al quadrato della prima non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora cosi si manifesta, siano .a. & .b. rationale solamente in potentia commun nicanti, overo siano li lati tetragonici de due superficie dette da numeri non quadrati & sia che quelli numeri non siano in le proportione de alcuni numeri quadrati, anchora le linee che procedeno per questa mia dalla .a. siano .c.d.e. et quelle che procedeno dalla .b. siano .f.g.h. dico che niuna delle linee .c.d.e. commensurabile in longhezza anchor in potentia con alcuna delle linee .f.g.h. perche concio sia che .c. & .f. siano li lati tetragonici de .a. & .b. & .d. & .g. siano li lati tetragonici de .c. & .f. & .e. & .h. siano li lati tetragonici de .d. & .g. mà è possibile che alcuna de queste .e.d.e. commensurabile con la sua comparata delle .f.g.h. over in longhezza, over in potentia, perche posto che .e. commensurabile o in l'uno o l'altro modo con .h. seguita che .d. commensurabile con .g. & .c. con .f. per laqual cosa e etiam .a. con .b. in longhezza che contra al presupposito, et è anchora falsamente vero dire qual si voglia de queste esser incommensurabile in l'uno e l'altro modo a qualasi voglia de queste impero che data che .d. commensurabile con .b. etiam in potentia solamente, seguita che anchor .c. commensurabile con .g. & .a. con .f. laqual cosa non è possibile ma bisogna advertir che quando dico el lato del lato mè intendo altro che'l lato d'una superficie denominata dal primo lato onde lo lato tetragonico della linea .a. chiamo quella linea che po in la superficie detta over denominata dalla linea .a. e tal superficie e quella laquale è contenuta dalla linea .a. e da una linea rationale in longhezza detta over denominata da uno, adonque se le pò de trovar el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea .a. della qual voglio trovar el lato tetragonico e sia .b. una linea rationale in longhezza denominata dalla unità (e quella e la minima de tutte le linee rationali numerate da intrego) e la .c. sia nel medio luoco proportionale fra quelle adonque .c. (per la 16. del sesto) e el lato tetragonico de .a. pche dal .a. in .b. e dal .c. in se medesima fatto una medesima superficie e la superficie fatta dal .c. in .b. e detta dal .a. perche cadauna quãtità laqual sia producta da qual si voglia quãtità detta in uno e denominata da quella che multiplica uno e nota che quando .c. sarà el lato tetragonico della linea .a. indifferẽ



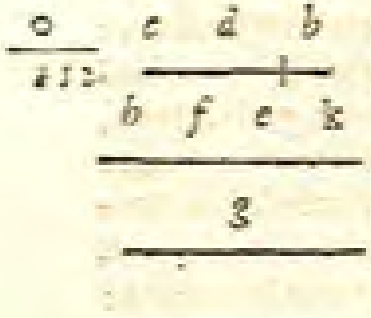
tenente la linea, c, accade esser maggiore & minore della linea, a, si come serà detta b. maggiore over minore.

Il Tradottore.



Questa sopascritta propositione in la prima traduttione e la ultima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguitano per fin in ultimo de questo decimo (lequale sono sette) se ritrouano solamente in la seconda traduttione. anchora bisogna notare che lo ispositore sopra la seconda parte con parole assai oscuramente isprime il suo concetto ma in substantia non vol inferire altro saluo che se'l serà una linea rationale solamente in potentia (che da pratici se chiamano radice sorde) ponimo, a, laqual sia radice quadra di dodeci piedi superficiali & di questa, a, essendo tracciato il lato tetragonico (cioe della superficie contenuta sotto della linea a. & di un'altra linea longa un pie) laqual superficie serà essa per la radice di dodeci cioe torne un'altra volta la radice quale sia, b, el qual b. (parlando pratichalmente) serà la radice della radice di dodeci equal seria a esser una linea mediale incommensurabile alla, a, in longhezza e in potentia, & diuersa da quella in diffinition, hor tolendo un'altra volta la radice di b. (per il detto modo) qual sia, c, equal serà detto R R R dodeci e questo c. serà differente in diffinitione del a. & del b. e cosi procedendo cioe tolendo la R del c. quale sia, d, & cosi le porà procedere in infinito il medesimo seguirà tolendo la, a, una delle. 13 linee irrationale e procedere come di sopra è detto.

Theorema. 89. Propositione. 113.



Posta una superficie rationale sopra a uno binomio la larghezza di quella serà un residuo, li nomi del quale seranno commensurabil alli nomi di quel binomio & in una medesima proportione, & oltra di questo quello che uien produtto dal detto residuo hauer un medemo ordine, a quello che uien produtto dal detto binomio.

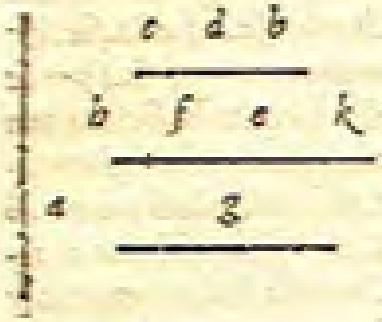
Di quà si cauza nella pratica di numeri che a multiplicar qual si voglia binomio quadrato fia il suo recisso over a quello commensurabile, produce numero rationale.

Sia la linea. a rationale & la. b. c. sia uno binomio, el nome maggiore del quale sia, d, c, & lo rettangolo che se contiene sotto delle due linee, b, e, e, f, sia equale al quadrato della a. hor dico che la detta, e, f, e uno residuo li nomi del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioe alli detti. c. d. & d. b. & in una medesima proportione, & oltra di questo la, e, f, ha una medesima proportione alla detta, b, e, per dimostrar questo sia un'altra volta quello che è contenuto sotto della, d, b, & della. g. equale

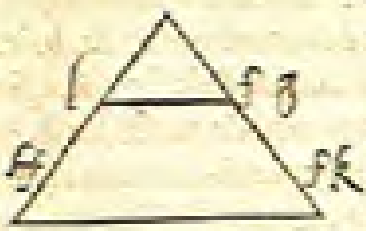
g. equale al quadrato della, a, adonque quello che contenuto sotto delle, b, c, & e, f, equale a quello che contenuto sotto delle, b, d, & g, adonque (per la seconda parte della sestadecima del sesto) si come è la, c, b, alla, b, d, così è la, g, alla, e, f, & la, c, b, è maggior della, b, d, adonque (per la decima quarta del quinto) & la, g, è maggiore della, e, f, sia la, e, b, equale alla, g, adonque (per la settima & undecima del quinto,) si come è la, c, b, alla, b, d, così è la, b, e, alla, e, f, adonque (per la decima settima del quinto) è manifesto che si come la. c. d. alla. d. b. così è la. b. f. alla. f. e. & si come la. b. f. alla. f. e. così fia fatta la. f. k. alla. k. e. adonque tutta la. b. k. (per la terzadecima del quinto) a tutta la. k. f. è si come la. f. k. alla. k. e. perche si come uno de antecedenti a uno de conseguenti, così è tutti li antecedenti a tutti li conseguenti & (per la undecima del quinto) si come la. f. k. alla. k. e. così è la. c. d. alla. d. b. adonque per la detta undecima del quinto) & si come la. b. k. alla. k. f. così è la. c. d. alla. d. b. & lo quadrato della. c. d. è commensurabile a quello della, b, d, adonque (per la decima quarta de questo) & lo quadrato della. b. k. è commensurabile a quello della, f, k, & (per la decima ottava del sesto) si come è lo quadrato della. b. k. a quello della, k, f, così è la, b, k, alla. k. e. perche quelle tre linee. b. k. k. f. & k. e. sono continuamente proportionale, adonque (per la decima quarta de questo) la, b, k, è commensurabile in longhezza alla. k. e. per laqual cosa (per la duo decima di questo) & la, b, e, è commensurabile alla. e. k. in longhezza, & perche (dal principio fatto) lo quadrato de, a, è equale a quello che contenuto sotto delle due linee, e, b, b, d, & lo quadrato de, a, è rationale adonque etiam quello che contenuto sotto delle due linee, e, b, b, d, è rationale & è posta sopra a quella, b, d, rationale, adonque etiam la, e, b, è rationale et commensurabile in longhezza, alla detta, b, d, per laqual cosa la, e, x, (a quella commensurabile) è rationale & commensurabile alla medesima, b, d, in longhezza, adonque perche si come è la, e, d, alla, d, b, così è la, f, k, alla, k, e, & le dette, e, d, d, b, sono commensurabile solamente in potentia adonque etiam le dette, f, k, k, e. (per la decima quarta de questo) sono commensurabile solamente in potentia, etiam la, k, e, è rationale & commensurabile in longhezza al la, b, d, adonque la, k, t, è rationale & alla, e, d, commensurabile in longhezza, adonque le due, f, k, k, e, sono rationale commensurabile solamente in potentia (per la decima quarta di questo) adonque la, f, e, è mezo residuo & è certo che la, e, d, è più potente del, a, & b, quer in el quadrato d'una linea a se commensurabile overo a se incommensurabile, certamente se la, e, d, può più della, d, b, in el quadrato di una linea a se commensurabile etiam la. f. k. (per la sestadecima de questo) può più della. k. e. in e quadrato di una linea a se commensurabile, & se la. c. d. sarà commensurabile al una posta rationale in longhezza etiam la, f, x, & se la sarà la. d. b. etiam la. k. e. & se ne l'una ne l'altra delle dette. c. d. & d. b. etiam ne è l'una ne l'altra delle dette, f, x, x. e. ma se la. c. d. può più de essa. b. d. in el quadrato di una linea a se commensurabile etiam la. f. x. può più de essa. x. e. in el quadrato di una linea a se commensurabile & se la, c, d, è commensurabile in longhezza a una proposta rationale & similmente la, f, x, & se la, b, d, & la, x, e, & se ne l'una ne l'altra delle c, d, d, b, sarà ne l'una ne l'altra delle, f, x, k, e per laqual cosa la detta

della quale li nomi, f, x, x, e, sono commensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioe a esse. c.d.d.b. & in la medesima proportione, & ha el medesimo ordine a esso. b.c. che era da demostrare.

Il Tradottore.



Per trouar la linea. f.k. che sia in proportione al. e. k. come e la. b.f. al. f.e. cauarai la. f.e. dalla. b. f. (perche la. b. f. è maggiore della. f.e. perche etiam la. c. d. è maggiore della. d. b. per el presupposito) & torai la differentia de dicti. b. f. & f.e. quel poniamo sia. l. poi si come la. l. alla. b.f. troverai la quarta in quella proportione al. f.e. qual pongo sia. f.K. dalqual ne cauaremo la. f. e. restarà. e. k. per suo consequente come vedi in figura.



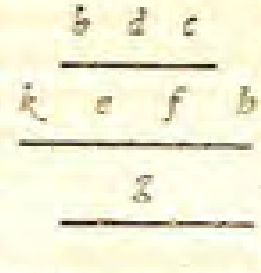
Ancora bisogna notare che il commentatore non dimostra la seconda parte della propositione cioe il producto del residuo in se hauere uno medesimo ordine al producto del binomio in se laqual cosa facilmente demostrarai in questo modo ponendo li detti duoi quadrati sopra a una linea rationale & lo secondo lato di l'un (per la quinquagesima nona) serà binomio primo & di l'altro (per la nonagesimaottaua) serà residuo primo, & perche li nomi del binomio & del residuo haueranno uno medesimo ordine fra loro per ilche (per la prima del sesto) le loro superficie haueranno il medesimo ordine che è il proposito.

Theorema. 91. Propositione. 114.

113 Mettendo una superficie rationale sopra uno residuo, la larghezza forma uno binomio, li nomi dilquale sono commensurabili alli nomi di esso residuo & in una medesima proportione & oltra di questo quello che è generato dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che generato dal residuo.

Di qua si cana nella prattica che a dire ogni residuo nel suo binomio (ouer a quel commensurabile) produce numero rationale.

Sia la rationale. a. & lo residuo sia la. b. d. & al quadrato della. a. sia equale a quello che se contiene sotto delle. b. d. & . k. b. acciochè quella superficie rationale fatta dalla. a. posta sopra a essa. b. d. (residuo) la larghezza di quella faccia la detta. k. b. Dico che la. k. b. è uno binomio li nomi del quale sono commensurabili alli nomi del detto. b. d. & in una medesima proportione. & che la medesima. k. b. haverà uno medesimo ordine alla. b. d. sia la. d. e. la linea continente alla



alla.b.d.(per la settantesima nona di questo) adonque le due linee.b,e,e.d, (per la settantesima terza di questo) sono rationale commensurabili solamente in potentia & a quella superficie fatta dal.a. in se sia equale a quella che continuta sotto delle due linee, b,e, & g, & posta sopra alla.b,e, rationale adonque (per la seconda de questo) la.g, è rationale & commensurabile in longhezza alla detta.b,e, adonque perche quello che è contenuto sotto delle due linee,b,e, & g, è equale a quello che contenuto sotto delle due.b,d, & k,b,(per la settantesima del sesto) sono proportionale cioe si come la. b,e. alla.b.d. così è la.k.b. alla.g. & la.b.e.è maggiore della.b. d. adonque etiam la k.b.è maggiore della.g.sia tolta overo cagliata la.b.e.equale alla.g.adonque la.k. e.è commensurabile, alla.b.e.in longhezza,et perche si come è la.e.b, alla.b.d.così è la.b.k. alla.k.e.componendo adonque (per la correlario della decima nona del 5.) si come è la.b.e.alla.e.d.così è la.k.b. alla.b.e.hor si come la.k.b. alla.b.e. così sia fatta la.b.f.alla.f.e. adonque & la componendo.k.f.alla.b.f.e si come la k.b. alla.b.e.et questo è si come la.b.e. alla e.d. & le dette.b.e. & e.d. sono commensurabile solamente in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) le dette due.k.f. & f.b. sono commensurabile solamente in potentia, & perche si come la.k.b.alla. b.e così è la.k.f.alla.b.f.ma si come la.k.b.alla.b.e.così è la.b.f.alla.f.e, adonque (per la undecima del quinto) etiam si come la.k.f.alla.f.b.così è la.b.f.alla.f.e. per laqualcosa (per el corrolario della decima nona del sesto) si come la prima alla terza & così è el quadrato della prima al quadrato della seconda. adonque (per la undecima del quinto) & si come la.k.f.alla.f.b. & la.b.f.alla.f.e.così è el quadrato della.k.f.al quadrato della.f.b. & lo quadrato della.k.f. è commensurabile al quadrato della. f.b.perche le dette.k.f. & f.b. sono commensurabile in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) la.k.f.e commensurabile alla. f.e. in longhezza, per laqualcosa etiam la.e.k. (per la duodecima di questo) e commensurabile in longhezza alla.f.e. & (per la decima di questo) la.k.f.è rationale & commensurabile in longhezze alla.b.e. & perche si come la.b.e.alla.e.d.così è la.k.f.alla.f.b. anchora proportionalmente (per la sestadecima del quinto) si come è la.b.e.alla.k.f.così e la d.e.alla.f.b. & la.b.e.è commensurabile alla.k.f.adonque etiam la.f.b.è commensurabile alla.e.d. & esse.b.e.e.d. sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque etiam esse.k.f. & f.b.sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque la.k.b. e uno binomio, adonque (per la sestadecima di questo) se la. b. e. e più potente della. b. d. in el quadrato d'una linea a se commensurabile etiam la. k. f. serà più potente della. f. b. in el quadrato d'una linea a se commensurabile & se la. b. e. e commensurabile in longhezza a una posta rationale, & la. f. b. anchora, ma se ne l'una ne l'altra delle due.b,e, & e, d, etiam ne l'una ne l'altra delle due.k.f. & f.b. ma se la.b.e.è più potente della.e.d.nel quadrato de una linea a se incommensurabile, similmente la.k.f.serà più potente della.f.b. nel quadrato d'una linea a se incommensurabile, & se la. b. e. è commensurabile in

longhezza una posta rationale, similmente etiam la. K.f. & se la.c.d. etiam la.f.b. et se ne l'una ne l'altra delle due.b,c,c,d, similmente ne l'una ne l'altra delle due k.f.f.b. adonque la.k.b. e uno binomio del quale li nomi.K.f.f.b. sono commensurabili alle due. b.c.c.d. nomi del detto residuo & in una medesima proportion e oltra di questo la.k.b. alla.b.c. haverà un medemo ordine che era da mostrar.

Il Tradottore.

Dove che di sopra dice (per la undecima del quinto) & si come la. k.f. alla.f.b. & la,f,b, alla,f, e, così è il quadrato della,k,f, al quadrato della,f,b, vol inferir, che quelle due proportioni che giaceno fra quelle tre linee cõtinue proportionale, insumma sono quanto che quella sola proportione che e del quadrato della, k,f al quadrato della,b,f, (per la undecima del quinto.) Anchora dove che di sopra cõclude che (per la decima di questo) la, K,f, e rationale e cõmensurabile alla,b,e, in longhezza tal conclusione se verifica in questo modo, perche di sopra fu dimostrato che la, k,e, era rationale (per esser equale alla,g,) e commensurabile alla,b,e, in longhezza et la,k,f, sé a esser commensurabile alla medesima, K,e, (per la duodecima di questo) adonque (per la decima di questo) le due linee,b,e, & k,f, vengono a esser commensurabili e perche la, b, e, e rationale (largo modo) etiam la, K, f, sarà rationale (per largo modo) cioe in longhezza, over solamente in potentia.

Anchora bisogna notare che a voler trouare la,b,f, alla,f,e, si come la,b,K, alla b,e, bisogna (per la terzadecima del sesto) far della,b,e, due tal parti proportionali come è anchora la, b, K, alla,b,e, laqual se pone che la sia le,e,f, & f,b, et la,f,b, al la,f,e, sarà si come la,k,b, alla,b,e, poste in longo l'una drieto all'altra.

Anchora bisogna notare che'l pare che la ssolutione non dimostri cosa alcuna a proposito, ne che si commenza a quella seconda parte della propositione (come fu detto anchora nella precedente) cioe dove che'l dice che quello che vien generado, overo producto dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che vien generado, over producto dal residuo laqual cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perche l'uno di tali producti è denominato secondo la denominatione è ordine del binomio primo, & l'altra seconda la denominatione & ordine del residuo primo li quali ordini sono simili ideo, &c.

Theorema. 92. Propositione. 115.

0 / 114 Se una area serà compresa sotto a uno residuo & a uno binomio, del quale li nomi siano commensurabili alli nomi del detto residuo, & in una medesima proportione, la linea potente in detta superficie serà rationale.

Sia compresa una area sotto al residuo, a,b, & al binomio, c,d, & siano li nomi de quel binomio,c,e,e,d, (per la. 113. di questo) cõmensurabile alli nomi .a.f.f.b. de quel residuo & in una medesima proportione et sia la,g, la linea potente in quella superficie contenuta sotto delle, a, b, e, d, dico che la detta linea, g, e rationale per-



perche essendo posta fora la linea a, b, rationale et sia posto sopra la linea c, d, una superficie equale al quadrato della, b, laquale faccia la larghezza k. l. adonque k. l. e suo residuo (per la 113. di questo) la nomi del'quale (siano k. m. m. l.) commensurabili alli nomi di quel binomio laquali sono le, e, e, & e, d, & in una medesima proportione per laqual cosa & le medesime k, m. l. m. (per la decima di questo) sono commensurabili alle medesime, a, f. f. b, & in una medesima proportione, adonque si come è la, a, f, alla, f, b, così è la, k, m, alla, m, l, l'una & l'altra adonque (per la sestadecima del quinto) e si come la, a, f. alla, k, m, così è la, b, f, alla, l, m, adonque etiam la restante, a, b, (per la decima nona del quinto) alla restante, k. l. e si come la, a, f, alla, k, m, & la, a, f, e commensurabile alla, k, m, adonque (per la decima quarta de questo) etiam la, a, b, e commensurabile alla, k, l, & per la costruttione si come è la, a, b, alla, k, l, così è quello che è contenuto sotto delle, c, d, & a, b, a quello che contenuto sotto delle, c, d, & , k, l, adonque etiam quello che contenuto sotto delle, c, d, & , a, b, è commensurabile a quello che contenuto sotto delle, c, d, & , k, l, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, & , k, l, è equale al quadrato de, b, adonque quello che contenuto sotto delle, c, d, & , a, b, è commensurabile al quadrato de, b, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, a, b, è equale al quadrato della, g, adonque etiam lo quadrato della, g, è commensurabile al quadrato de, b, & lo quadrato de, b, è rationale, adonque etiam lo quadrato de, g, adonque (per la diffinitione de questo) la linea, g, e rationale & quella è la potente in la area contenuta sotto delle due linee, c, d, & , a, b, adonque una area serà compresa sotto a suo residuo, & lo restante che seguita che era da dimostrare.

Il Tradottore.

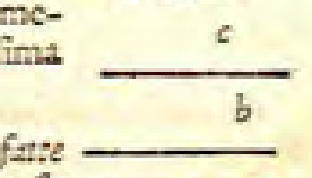
Che la superficie contenuta sotto delle due linee, a, b, & c, d, alla superficie contenuta sotto delle due. k. l. & c. d. sia si come la linea, a, b, alla linea, k, l, facilmente se verifica (per la prima del sesto) perche tale superficie hanno una medesima altezza laquale è la linea, c. d.

Correlario.

0 / 114 Per laqual cosa a noi è fatto manifesto che egliè possibile una area rationale esser cõtenuta sotto de linee rette irrationale.

Theorema. 93. Propositione. 116.

0 / 115 Infinite linee irrationale, vengono fatte dalla mediale delle quale niuna di quelle simile over medesima a niuna di quelle che erano per avanti.



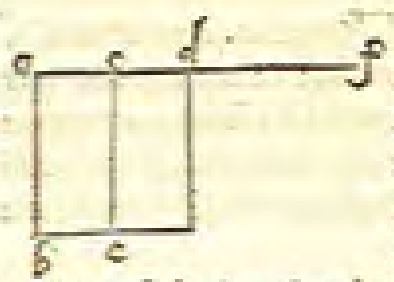
Sia la, a, una linea mediale, Dico che dalla, a. vengono fatte infinite irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia posta fora la linea, b, rationale & a quello che è contenuto sotto delle due a. b. (per la

la decima quarta del secondo) sia equale al quadrato della,c,adonque la linea. c.è irrationale & quello che contenuto sotto a una linea irrationale & a una rationale(per la lemma della vigesima terza de questo)è irrationale & non è simile ad alcuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle prime a una rationale la largheza sarà una mediale, hor sia un'altra volta quello che cõtenuto sotto delle due.b,e,equale al quadrato della,d, adonque el quadrato della,d,e irrationale et similmente è la, d,& non è simile a niuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna simile sopra a una rationale la largheza di quella serà simile alla. c. similmente ancora seguitarà questo ordine, procedendo in infinito:adonque è manifesto che dalla mediale vengono fatte infinite irrationale & niuna di quelle è simile ad alcune delle prime.

Il Tradottore.

Il procedere di questa ispositione overo propositione è simile a quello per noi posto sopra la. 112. propositione & è un procedere subietto e chiaro el qual si può applicare a cadauna altra delle. 13. irrationale.

A demostrare il medesimo altramente.



Sia la linea. a.c. mediale. Dico che dalla.a.c.vengono fatte infinite linee irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia estratta la linea. a. b. a angoli retti (per la undecima del primo) sopra alla, a, c, & la. a. b. sia rationale & sia compito lo rettangolo.b.c. adonque il detto rettangolo. b.c. (per la vigesima terza di questo) è irrationale & la linea potente in quello è irrationale, ancora per lo lemma anante(la vigesima terza di questo) la potente in quello sia la,c,d, adonque la, c,d,è irrationale & non è simile ad alcuna delle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle ad alcuna linea rational sarà per largheza una linea mediale un'altra volta sia compito lo rettangolo. c. d. adonque lo detto rettangolo.c.d.è irrationale & la linea potente in quello è irrationale & sia la detta potẽte in quello la.d.f.adonque la.d.f.irrationale,e non è simile ad alcuna delle prime per che essendo posto el quadrato de alcuna di quelle:cioè d'una simile sopra una rationale sarà la largheza una simile alla.c.d.adonque da una linea mediale vengono fatte infinite irrationale & lo restante che seguita che era da demostrare.

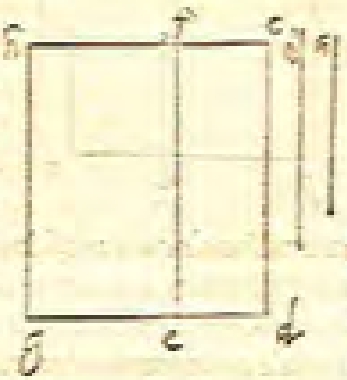
Il Tradottore.

Con questo medesimo procedere (come di sopra dissi) si può dimostrare che dal binomio vengono fatte infinite altre linee irrationale delle quale niuna di quelle serà simile ad alcuna delle anziane il medesimo se approverà de residuo e di cadauna altra delle sue compagne.

Theo-

Theorema. 94. Propositione. 117.

o 116 Ogni linea commensurabile alla linea minore è linea minore.



Sia a. una linea minore & a questa, a, sia commensurabile la. b. dico che la. b. è una linea minore & per dimostrare questo sia posta la. c. d. rationale & sopra quella (per la vigesima ottava del sesto) sia posta la superficie, c, e, equale al quadrato della, a, che sia la larghezza, c, f, adunque la, c, f, è uno residuo, & sopra la, f, e, sia posta la, f, g, equale al quadrato della, b, che faccia la larghezza, f, b, adunque perche la. a. è commensurabile alla, b, essendo il quadrato della, a, è commensurabile al quadrato della. b. & al quadrato della. a. è equale la superficie. c. e. & al quadrato della. b. è equale la superficie. f. g. adunque la superficie, c, e, è commensurabile alla, f, g, & si come la, c, e, alla, f, g, così è la linea, c, f, alla, f, b, adunque la, c, f, è commensurabile alla, f, b, in longhezza & la. c. f. (per la centesima di questo) è residuo quarto, atteso che ancora la, f, b, è residuo quarto (per la sexagesima quinta di questo) & la, f, e, è rationale, & se una area sia compresa sotto a una linea rationale, & a uno residuo quarto, la linea potente in quella area è linea minore (per la nonagesima quarta di questo) & la linea potente in la detta area, f, g, è la linea, b, adunque la, b, è linea minore che era da dimostrare.

Il Tradottore

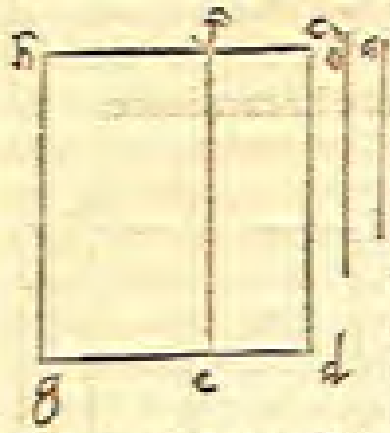
A volere mettere sopra la linea, c, d, la superficie, c, e, equale al quadrato della, a, al problema non se può esequire (per la vigesima ottava del sesto) come dice la esposizione anci alle due linee, c, d, & a, b, bisogna (per la decima del secondo) trouarni una terza in continua proportionalità quale sia la, c, f, onde la superficie, c, e, serà equale al detto quadrato della. a.

Theorema. 95. Propositione. 118.

o 117 Ogni linea commensurabile con la linea gionta con rationale componente el tutto mediale è linea gionta con rationale componente el tutto mediale.

Sia. a. La linea, gionta con rationale componente el tutto mediale, & la. b. sia commensurabile a quella, dico che la, b, è una linea gionta con rationale componente el tutto mediale, sia esposta la linea. c. d. rationale & sopra la detta. c. d. sia messa la superficie. c. e. equale al quadrato della. a. che faccia la larghezza. c, f, adunque la. c. f. (per la. 102. di questo) è residuo quinto, & sopra la, f, e, sia messa la

f. g.



f.g. equale al quadrato della.b. (per la xigesima ottaua del sesto) che faccia la larghezza.f.b. adonque perche la.a.è commensurabile alla. b.adonque lo quadrato de. a.è commensurabile al quadrato de.b. & al quadrato de. a. la superficie. c. e. è equale & al quadrato della.b.è equale la.f.g.adonque la superficie.c. e. commensurabile alla superficie. f. g. perilche la linea. e. f. e commensurabile in longhezza alla.f.b. & la. e.f.e residuo quinto,adonque & la.f.b.è residuo quinto & la.f. e. è rationale & se una area sia compresa sotto a una linea rationale e a un residuo quinto la linea potente in quella area,e la linea giunta con rationale componente el tutto mediale (per la nonagesima quinta di questo) et la linea.a.b.e la potente in la detta superficie.f.g.adonque.b.e la linea giunta con rationale componente el tutto mediale.che era da demostrare.

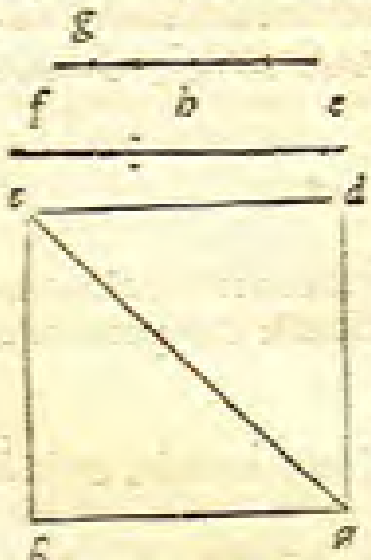
Il Tradottore.

Medesimamente quello che in questa lo ispositore vole che se essequisca per la xigesima ottaua del sesto bisogna seruirse della decima del sesto come fu detto sopra la precedente perche la detta xigesima ottaua propositione non è a proposito.

Theorema.96. Propositione.119.

o / 118 Essendo a noi el proposito di mostrare che in le figure quadrate el diametro è incommensurabile in longhezza al lato.

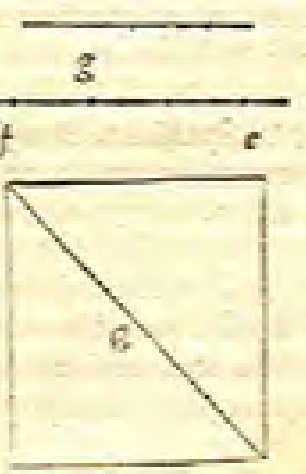
Sia el quadrato.a.b.c.d.& lo diametro di quella sia. a. c. Dico che lo diametro. a.c.è incommensurabile in longhezza al lato.a. b. perche se egliè possibile (per l'adversario) che sia commẽsurabile, dico che'l aduenirà che'l numero puro, & lo disguaro seranno un medesimo, certamente egliè manifesto (per la penultima del primo) che el quadrato del.a. c.è doppio al quadrato del,a,b, & perche la,c,a,è commensurabile alla,a,b,adonque la,a,c,alla,c,b,ha proportione come di numero a numero (per la quinta di questo) hor poniamo che habbia quella che ha lo numero,e,f,al numero,g, & siano,e,f,& ,g,li minimi numeri che habbiano la medesima proportione de quelli adõque,e,f,non è la unità perche se,e,f,è la unità & ha la proportione al, g, che ha la,a,c, alla,a,b, & la,a,c, è maggiore della, a, b, adonque la unità,e,f,è maggiore del numero,g, che è impossibile, adonque e,f, non è la unità,adonque è numero, & perche è si come la,a,c,al la,a,b,cosi è,e,f,al,g, adonque (per la undecima del quinto) si come lo quadrato del,c,a, al quadrato del,a,b,cosi è el quadrato del,e,f,al quadrato de,g, & lo quadrato



drato de,a,e,è doppio al quadrato de a,b,adonque etiam lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de , g , adonque al quadrato de, e,f,è numero paro per laquale cosa etiam e,f, è paro perche se'l fusse dispari el suo quadrato seria dispari (per la xxxi. sesima nona del nono) perche essendo composti insieme qualunque numeri dispari & che la moltitudine sia dispara, etiam el tutto serà dispari, adonque e,f, è paro sia segato (per la x. decima del primo), e, f, in due parti equali in punto,b, & perche li dicti numeri, e,f, g, sono li minimi de quelli che habbiano la medesima proportione (per la xxxiii. sesima terza del settimo) sono fra loro primi, & lo,e,f,e paro,adonque, g,è dispari, perche se'l fusse paro lo numero binario misuraria tutti dui,e,f, & , g, & perche el numero paro ha le parti mediesimi prime fra loro laqual cosa è impossibile,adonque ,g, non è numero paro & perche,e,f,è doppio de,e,b,adoque el quadrato de,e,f, è quadruplo al quadrato de,e,b,et lo quadrato de,e,f,è doppio al quadrato de,g,adonque el quadrato de,g,è doppio al quadrato de,b, e,adonque el quadrato de,g, è paro, adonque per le cose dette el,g,è paro & dispari laquale cosa è impossibile e per tanto lo diametro, c,a, non è commensurabile in longhezza al, a, b, adonque egli è incommensurabile.

A demostrare il medesimo altramente.

Altramente è da esser demostrato che el diametro del quadro è incommensurabile al lato, per el diametro sia,a, & per el lato sia,b, dico che,a, è incommensurabile in longhezza al, b, perche se possibile è (per l'adversario) sia commensurabile & sia fatto un'altra volta si come a, al,b, così sia el numero,e,f, al numero, g , & siano li dicti numeri, e,f, g, li minimi di quelli che hanno la medesima proportione, adonque li dicti numeri,e,f,g, sono primi fra loro, primamente dico che , g, non è la unità perche se fusse possibile, sia la unità & perche si come,a, al,b, così è,e,f, al,g, adonque (per la undecima del quinto) etiam si come el quadrato del, a, al quadrato de, b, così è el quadrato de, e, f, al quadrato de,g, & lo quadrato de,a, è doppio al quadrato de,b, adonque & lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de,g, & g,e la unità adonque el numero binario e numero quadrato laqual cosa è impossibile e per tanto,g, non è la unità adonque è numero & perche si come el quadrato de, a, al quadrato de,b, così è el quadrato de, e,f, al quadrato de, g, una altra volta si come el quadrato de, b, al quadrato de,a, così è el quadrato de,g, al quadrato de,e,f, e lo quadrato de b, misura el quadrato de a. & lo quadrato de, g, misura el quadrato de, e , f , & per esser supposto per l'adversario che il lato del quadrato de, b, cioe, b, sia commensurabile al lato del quadrato de, a, cioe al, a, per laqual cosa etiam lo lato del medesimo, g, misura lo lato de, e, f, etiam g, se misura se medesimo, adonque ,g, misura ambidui, e, f, g, liquali son primi fra loro laqual cosa è impossibile & per tanto.

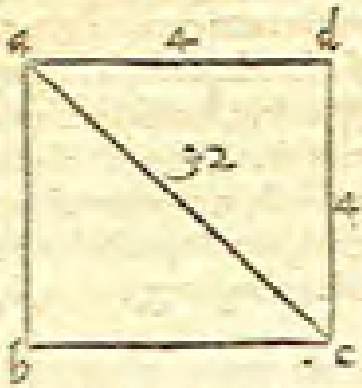


tanto .a. non è commensurabile al .b. adonque è commensurabile, che bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

Questa medesima propositione se dimostra sopra la nona laqual nona è la settima in la prima tradottione.

Le infrascritte sono alcune postille cuer ifpianationi sopra la precedente.



Sia el quadrato .a.b.c.d. & lo diametro di quello sia .a.c. & è manifesto che lo triangolo .c.d. a. è isoscele cioe che quello lo lato .d.a. eguale al lato .d.c. & similmente lo triangolo .a.b.c. è isoscele, sia adonque el lato .d.a. de quatro unità, cuer de quatro piedi, & sia etiam .c.d. quatro, per laqual cosa è manifesto che el quadrato de .d.a.c. 16. unità cuer .16. piedi & cosi etiam el quadrato de .c.d. è sedeci unità cuer piedi ma perche el quadrato de .a.c. è eguale a quelli dui quadrati de .d.a. & .d.c. si come è stato dimostrato in la penultima del primo & è manifesto che el quadrato de .a.c. è doppio al quadrato de .d.a. & lo quadrato de .d.a. è de sedeci unità adonque el quadrato del diametro serà trenta dui cioe serà el doppio, ma perche le linee commensurabile in longhezza sono quelle che alcuna quantità li misura li quadrati delle quale hanno la proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma facendo .32. alcuna quantità non lo misura per il lato ne etiam li quadrati de quelle hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche niun numero quadrato è doppio d'uno altro adonque lo diametro è incommensurabile in longhezza al lato: perche quello che fa trenta dui il lato de .5. unità e de minuti .39. laquale cinque unità è minori trenta nove e quatro non hanno alcuna communa misura per laqual cosa trenta dui a sedeci si come detto non ha proportione come de numero quadrato a numero quadrato.

Il Tradottore.

La soprascritta demostratione è assai confusa & massime dove che el lato del quadrato di trenta dui & cinque unità e. 39. minuti laquale cinque unità & trenta nove minuti & quatro unità non hanno alcuna communa misura &c. laqual parte mi pare fora de proposito in due cose la prima che non so dove lui trouai che el lato del quadrato di trenta dui sia cinque unità e trenta nove minuti & se pur fusse cosi (laqual cosa non è) el detto lato de cinque unità & trenta nove minuti serìa commensurabile alle quatro unità & la communa lor misura serìa un numero Laqual cosa è fora del proposito adeo &c.

Al presente delle trouate rette linee .a.b. incommensurabile in longhezza più altre sorte quantità cioè grandezze per le due dimostrate vengono trouate, dico

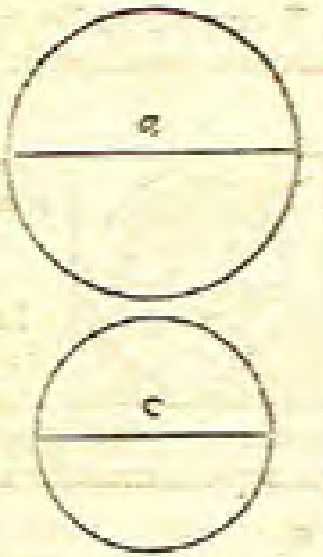
delle

delle superficie incommensurabile fra loro, perche se trouaremo la, c, media proportionale fra le due rette linee, a, b, adonque si come è la, a, alla, b, così è qualunque specie de superficie descritta sopra la, a, a un' altra simile descritta sopra la, c, o siano quadrati ouer altre figure rette linee simile, ouer etiam cerchij atorno alli diametri a. & c. e perche certamente li cerchij fra lor sono si come li quadrati delli loro diametri, adonque sono trouate superficie piane fra loro incommensurabile.



Il Tradottore.

Anchora in questa altra soprascritta ispositione tal commentatore preterisse alquanto l'ordine di l' Auctore massime in quella parte doue dice che li cerchij fra loro sono si come li quadrati delli lor diametri, laqual cosa per le cose dette e dimostrate per fin a questo luoco non habbiamo notitia alcuna di tal cosa. uero che nel aduenire nella seconda propositione del duodecimo se manifesta, ma non è licito a parlar in questo luoco di quelle cose che non se ne ha hauuto notitia ne a uscir di quello che propone il testo.



E per tanto per le demostrate differentie di due diuisioni delle superficie incommensurabili, demostraremo quelle speculationi che sono per li solidi qualmente li solidi sono fra loro commensurabili & incommensurabile, perche si sopra quelli quadrati de a, & b, constituemo solidi de superficie equidistanti de equal altezze ouer pyramide, ouer prisme, seranno li detti corpi constituti si come le base & le detti solidi seranno commensurabili, & se le base seranno incommensurabili etiam loro seranno incommensurabili et se dalli duoi propositi cerchij descriueremo corni ouero cylindri de equal altezze, seranno fra loro si come le base, cioe si come li cerchi a. b. & se essi cerchij sono commensurabili, similmente & essi corni è cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchij seranno incommensurabili, anchora li corni è cylindri seranno incommensurabili, & a noi è fatto manifesto che non solamente in le linee, & in le superficie sono commensurabili & incommensurabile, ma questo se ritroua anchora in le figure solide.

Il Tradottore.

Similmente le soprascritte iose sono fuora de ordine, cioe a voler parlar de corpi, come, cylindri, auanti la diffinitione de quelli lequal figure se diffinisseno nel sequente libro.

IL FINE DEL DECIMO LIBRO.

LIBRO VNDECIMO
DI EVCLIDE, DI
CORPI, IN GENERE.

Diffinitione prima.

1/1 El corpo è quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini dil quale sono superficie.

Il Tradottore.



Questa prima diffinitione per esser da se chiara altramente non la spongo.

Diffinitione. 2.

2/2 La linea eretta sopra una superficie è quella che fa li angoli retti, con cadauna delle linee a se conterminale che se ispandano in quella superficie, & que sta linea se dice esser perpendicolare sopra a quella superficie, & star so pra a quella medesima orthogonalmente.



Sia intesa in la linea.a.b.ellevarse sopra el piano tal mente che'l ponto.a. sia immaginato in aere & .b. in piano & dal ponto.b.siano dutte più linee in el medesimo piano,come la.b.c, & .b.d., & quante altre si voglia,adonque se serà così che la linea. a. b. con la linea, b. c. & con la linea.b.d.& con qualunque altra linea procreata dal ponto b.in quel piano cõtenga angolo retto quella è detta esser perpendicolare a quelle superficie in laquale sono procreate queste linee cioe. b.a. & b.d. & altre con lequale quella è posta contenere angolo retto.

Diffinitione. 3.

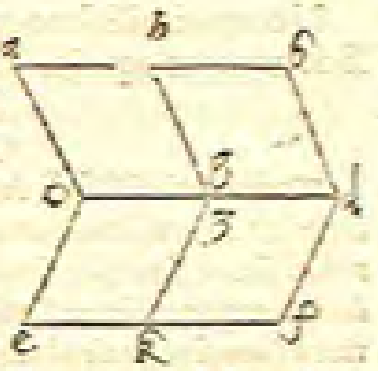
3/3 Ma una superficie se dice esser eretta sopra a una superficie ogni volta che da uno medesimo ponto, della linea che è commune termine di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolare conterminale contienti angolo retto lequale siano fite in quelle superficie.

Verbi gratia sia immaginata la superficie a.b.c.d. ellevate in aere & la superficie a. d. e.f. giacere in piano & intendemo la linea. e. d. esser el commun termine de ambedue, e per tanto se quella sia segnato el ponto g. dal quale siano estratte due linee perpendicolare alla linea. e. d. cioe una in la superficie . e . d. e. f. laqual sia la g.

la.g.k. & l'altra in la superficie.a.b.c.d laqual sia la.g.b. se adunque l'angolo, che contien queste due linee perpendicolari cioe.g.b. & g.k. serà retto la superficie.a.b. c.d. è detta ortogonalmente eretta sopra la superficie.c.d.e.f.

Diffinitione. 4.

0 4 La inclinatione d'un piano a un piano e la cõprehensione de l'angolo acuto sotto a quelle linee che sono dutte ad angoli retti sopra al commun segmento a uno medesimo ponto in l'uno e l'altro di quelli piani.



Il Tradottore.

La soprascritta diffinitione ne adverteisse (per le cose che seguita) che cosa voglia dire, ouer che cosa sia la inclinatione d'una superficie a una superficie laquale inclinatione non è altro che la comprehensione dell'angolo acuto sotto a quelle due linee.K.g. & .b.g. della figura della precedẽte, cioe se le dette due linee contenerãno angolo retto la superficie.a. b.c.d. serà eretta sopra alla superficie.c.d.e.f. come fu detto sopra alla precedẽte. Ma quãdo le dette due linee contenerãno uno angolo acuto, la superficie.a.b.c.d. se dirà esser inclinata sopra alla superficie.c. d.e.f. & la detta inclinatione non e altro (come detto di sopra) che la comprehensione del detto angolo acuto, & nota che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 5.

0 5 Vno piano e detto esser inclinato a uno piano si come un'altro, a un altro, quãdo li angoli delle predette inclinationi serãno fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne da a cognoscere le inclinationi simili, ouero equale delle superficie: ouer piani laquale se cognoscono per li angoli delle loro inclinationi, perche quando li detti angoli sono equali le inclinationi sono simili ouer equali, & quando li detti angoli sono inequali le dette inclinationi sono dissimili ouero inequale &c. Anchora notarai che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 6.

4 6 Le superficie equidistante sono quelle, che protratte in qual parte si voglia non concorreno, eziam se quelle siano produtte in infinito.

Quello che è stato detto el se intende. tamen tu dei sapere che tutte le piane superficie, ouero che elle sono fra loro equidistante, ouero che protratte da ogni parte concorreranno in alcuno luoco & se segaranno sopra una retta linea, ma le linee

rette

retta: questo non è necessario, cioè essere equidistante, protratte in l'una e l'altra parte concorrere certamente quelle che non sia in una medesima superficie, nō sono equidistante fra loro ne tamen protratte quanto si voglia non concorrano.

Diffinitione. 7.

5/7 Li corpi simili sono quelli che sono contenuti sotto a superficie simili de numero equale.

Il Tradottore.

Verbi gratia se'l fusse dui corpi l'uno contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, abenche ambidui fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamē li detti corpi non seriano simili, perche bisogna che'l numero delle superficie che contiene l'uno sia equale al numero delle superficie che contien l'altro (dovendo esser simili) ma se ambidui fussero contenuti sotto a quattro triangoli equilateri ben seriano simili & similmente ambidui sotto a otto e però dice è de numero equale.

Diffinitione. 8.

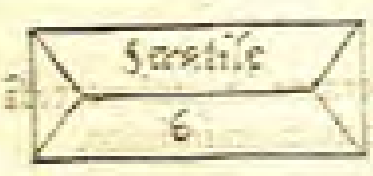
5/8 Li corpi sono simili & equali, di quali li terminale superficie sono simili & de numero & quantità equale.

Il Tradottore.

Dui corpi simili pono esser equali & inequali perche quantunque ambidui fussero contenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simile) li triangoli di l'uno pono esser di maggiore superficie de quelli di l'altro e però quel corpo seria maggiore dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fussero equali in superficie a quelli dell'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali, & cosi si debbe intendere se fussero contenuti sotto a maggiore numero de triangoli over de altre specie di superficie simili de numero & de quantità equale.

Diffinitione. 9.

9/11 Quel corpo, che contenuto da cinque superficie, delle quale tre sono paralellogramme & due triangole, e detto seratile.



Vno tetto posto sopra a una casa laquale habbia quattro pariete equidistante che la cimma de quel tetto sia una sola linea & sia equale & sia equidistante alli lati delle due superficie di sopra, ha la figuressa similitudine del corpo seratile.

Il Tradottore.

Questo corpo che di sopra è detto seratile, in la seconda tradottione è detto prisma;

ſma, uero è che queſto nome priſma è piu generale del ſeraſile come per la diffinitio ne appare in la detta ſeconda traduttione laquale dice in queſta forma.

Priſma è una figura ſolida compreſa da ſuperficie piane delle, quale le due che ſono da i capi oppoſiti equale, ſono ſimile & equidiſtante, le altre ſono parallelogrammo.

Perilche ſeguita che nõ ſolamente il ſeraſile ſe chiama priſma, ma etiam ogni colonna laterata, onde ſeguita che ogni ſeraſile è priſma ma ogni priſma nõ è ſeraſile, perche priſma è nome generale, e ſeraſile è nome ſpeciale.

Diffinitione. 10.

10 La ſphera è il tranſito del arco della circõferentia del mezzo cerchio
11 circondatto per fina a tanto che ritorni al luoco doue dette principio a circonuoluerſi (ſtante il diametro fermo e fiſſo.)

Il Traduttore.



Cioe fatto un ſemicerchio ſopra qual ſi uoglia linea, & fermando quella & che quel tal mezzo cerchio ſe mani attorno alla detta linea per fin a tanto che quel ſe retorni al luocho doue ſi dette principio a mouerlo, quella figura, ouer corpo che uien compreſo, ouero deſcritto, ſotto a tal reuolutione ſe chiama ſphera, & queſta diffinitione ha inſegnato alli artifici il modo di formare le palle di pietra, o d'altra materia, & che'l ſia il uero el ſi fa che ſe uno artifice uol fare una palla di pietra che ſia perfettamente al ſenſo tonda lui forma prima un mezzo cerchio macco in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer d'altra materia grãdo, ouer piccolo ſecondo la qualità della palla, quero palle che deſiderà formare, poi ua ſcarpellando attorno attorno ſecondo l'ordine del detto macco di mezzo cerchio cioe giuſtando ſpeſſo quella forma ſecondo che ua ſcarpellando & coſi pian piano la reduſſe a perfettione.

Diffinitione. 11.

12 Aſsis della ſphera e la linea che ſta ferma, attorno laquale uien re-
13 uoltato, el mezzo cerchio.

Il Traduttore.

Queſta diffinitione ſe ritroua ſolamente in la ſeconda traduttione laqual mẽda ad intender qualmente quella linea attorno della quale uien circondatto el mezzo cerchio (nella deſcritione della ſphera) ſe adimanda aſsis della detta ſphera laqual aſsis uene a eſſere el diametro del detto mezzo cerchio circondatto.

Diffinitione. 12.

9 El centro della ſphera e quello che è etiam centro del mezzo cerchio.
14

Il Tradottore.

Q ueſta diffinitione ſe ritrova ſolamente in la ſeconda tradottione laqual per eſſer da ſe chiara altramente non la ſpongo.

Diffinitione. 13.

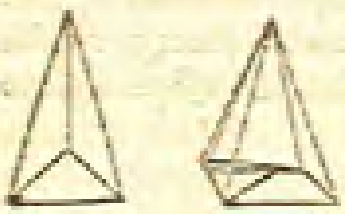
15 Dimeciente della ſphera e una certa linea retta dutta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte ſotto alla ſuperficie di eſſa ſphera.

Il Tradottore.

Q ueſta diffinitione ſimilmente ſe ritrova ſolamente in la ſeconda tradottione per qual diffinitione par faccia differentia fra aſſis de ſphera & dimeciente ouero diametro di ſphera, hauendo di ſopra nella undecima diffinitione diffinito l'aſſis della ſphera, & in queſta diffiniendo lo dimeciente ouer diametro perilche tengo che la intentione del Autore ſia che dimeciente di ſphera ſia nome generale & aſſis de ſphera ſia ſpeciale cioe che ogni aſſis di ſphera e etiam diametro, ouer dimeciente di tal ſphera ma non è conuerſo cioe che ogni diametro, ouer dimeciente di ſphera non è aſſis di tal ſphera, ma ſolamẽte l'aſſis è quello ſopra del quale gira ouer ſi volta la detta ſphera, perilche ha uolsto diffinir l'aſſis differentemente dal diametro ouer dimeciente.

Diffinitione. 14.

Piramide de laterata e una figura corporea laquale le ſuperficie che
11 la contien da una reſtante delle quale ſono in ſullo erecta a uno ponto
10 oppoſito.

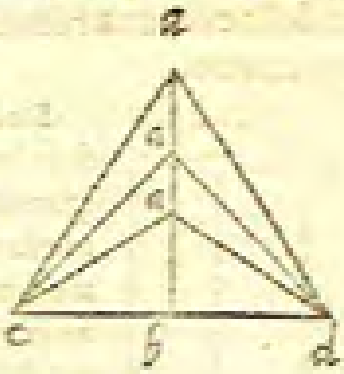


In ogni pyramide laterata tutte le ſuperficie che circondano quella dalla baſa della detta pyramide ſono ſublimate a un ponto el qual è detto cono della pyramide. & tutte queſte ſuperficie laterale ſono triangole: e la baſa frequentemente non è triangola.

Diffinitione. 15.

Piramide rotonda è una figura ſolida, & è el tranſito del triangolo
13 rettangolo (ſtante fermo è ſullo l'uno di ſuoi lati continenti l'angolo ret
16 to) e circondutto il detto triangolo per fin a tanto che quello ritorni al
17 loco donde cominciò a eſſer mouſſo, e ſel lato ſullo ſerà equal al lato circondutto la figura ſerà rettãgola: e ſel ſerà piu longo ſerà acutiãgola, e ſel ſera piu corto ſerà ottuſiangola, e laſsi de detta figura è il lato ſullo, e la baſa ſua un cerchio, & queſta figura è detta piramide della colonna rotonda.

Sia



Sia el triangolo. a.b.c. elqual habbia uno angolo retto elqual sia. b. & sia fixado & formado l'uno di dui lati continenti l'angolo retto. b. & sia lo lato che è fixado. a.b. elqual fisso sia circonduto el triangolo per fina a tanto che retorni al luoco donde comincio a moversi, la figura corporea laqual sia descritta dal moto de questo triangolo sia detta pyramide rotonda, della quale sono tre differentie, perche una è rectangola una altra è acutiangola la terza obtusiangola, & la prima è quando el lato. a.b. serà equale al lato. b.c. cioe sia come la linea. b.c. quando dal rotato triangolo perviene el sito della linea. b.d. talmente che'l ponto. c. cada sopra el ponto. d. & sia fatto una sol linea cioe come quella altbora sia congiunta al sito dal quale comincio a moversi secondo la rectitudine, & serà la linea in questo luoco come la. b.c.d. & perche (per la trigesima seconda del primo & per la quarta del medesimo) l'angolo. c.a.b. è la mità del retto & pero l'angolo. c.a.d. serà retto perilche questa pyramide è detta rectangola: ma si'l lato. a.b. sia piu longo del lato. b.c. serà acutiangola perche altbora (per la trigesima seconda del primo & per la decima nona del medesimo) l'angolo. c.a.b. serà mior della mità del retto e pero tutto l'agolo. c.a.d. è minor del retto cioe acuto. per laqual cosa la pyramide è acutiangola. Ma si'l lato. a.b. serà piu corto del lato. b.c. serà lo angolo. c. a.b. maggiore della mità d'uno retto (per la trigesima seconda del primo & (per la decima nona del medesimo) tutto l'angolo. c.a.d. elqual è doppio al detto. c.a.b. è maggiore del retto, edesso è ottuso & la pyramide conseguentemente al presente se dice ottusiangola, & la linea. a.b. è detta assis de questa pyramide, & lo circolo che descrive la linea. c.b. sopra el centro. b. è detto basa de quella anchora questa è detta pyramide della colonna rotonda, cioe di quella che descrive (dal moto suo) il parallelogramo che perviene dal lato. a.b. & b.c. stato fermo & fisso il lato. a.b.

Il Tradottore.

Questa specie de pyramide rotonda, nella seconda tradottione è detta cono & non pyramide, & medesimamente da Appollonio Pergeo & Archimede Siracusano sono poste per dette coni & non pyramide le specie quali coni dal detto Appollonio Pergeo sono altramente diffinite & intese come nella opera sua appare, & similmente da Archimede.

Diffinitione. 16.

14. 18. La figura corporea rotonda che le base della quale sono duoi cerchii piani in le estremità & crassitudine cioe le altezze equale fa el uestigio del parallelogrammo retangolo fermato el lato che contiene lo angolo retto, & la detta superficie circonduta per fina tanto che la torni al luogo suo, & chiamasse questa figura colonna rotonda. On-

de della colonna rotonda & della sphera & del cerchio sia uno medesi
mo centro.





Sia lo parallelogrammo rettangolo, a,b, c, d, & sia ferma-
do lo lato, a,b, & quello fisso sia circondutto tutto lo paralello-
grammo per fina a tanto che'l ceda ouer ritorni al loco suo adon
que la figura corporea descritta dal moto di questo paralellogrā
mo se nomina colonna le base della quale sono li duoi cerchi de l'u-
no di quali è quello che deserue la linea, c,b, nel moto suo el cen-
tro del quale è il ponto, b, & l'altro è quello che descriue la li-
nea, d,a, nel moto suo el centro del quale è il ponto, a, & la linea
a,b, (laqual rimane ferma nel moto del paralellogrammo) sia det-
ta assis di questa colonna, e quando haueremo immaginato lo
paralellogrāmo, a,b, c,d, quando quello serà permanto (nel suo
giro) al sito. a.b.e.f. esser cōgiōto al sito (dal qual comincio à mo
uersi) seguēdo la continuatione d'una superficie piana cioe che tut
to sia lo paralellogrammo, d,e,e,f, e che in quello hauessemo pro
tratto lo diametro, d,e, serà anchora lo diametro, d,e, diametro
della colonna, e perche el se dice esser un medesimo el cētro della
colonna e della sphera e del circolo, questo debbe esser inteso con-
cioßia cose de assi la linea diametrale e una medesima, per bi gra-
tie perche hauemo detto che la, d,e, è necessario hauere il medesi
mo con el centro della colonna. perche concioßia cose che la linea, d,e,
seghi la linea, c,b, in ponto, g, et g, serà el centro della colōna. per
che la divide l'assis della colonna in due parti equale e lo diame-
tro della colonna per in due parti equali laqual cosa è manifesta
(per la. 26. del primo) perche li angoli che sono al. g. son equali per la quintadecima
del primo e li angoli che sono al, a, & al, b, sono retti (dal presupposito) anchora la
linea, a, d, è equale alla linea, b, e, adonque, d, g, equale al, e, g, et, a, g, è equale al, g,
b, concioßia cose che li angoli, c, & f, sono retti se sopra el ponto g serà descritto un cer-
chio secondo el spatio, d, g, sopra la linea, d, e, quel transirà (per lo conuerso della pri
ma parte della trigesima del terzo) per li ponti, c, & f, adonque el ponto, g, è centro
del cerchio el diametro del quale è el diametro della colonna e però è diametro etiā
della sphera, per laqual cosa è manifesto che el cerchio et la sphera de ogni colonna ro
tonda esser circonscriptibili a ogni paralellogrammo rettangolo & così è manifesto
quello che uol questo theorema.

Il Traduttore.

Questa figura columnale (difficile di sopra secondo che se contiene in la prima
traduttione) in la seconda traduttione se chiama cylindro però bisogna notare che
tanto uol dire uno cylindro quanto una colonna rotonda & similmente da Archi
mede è per detta cylindro nocabol greco.

Diffinitione. 17.

L'assis del cilindro è quella linea che sta ferma circa laquale se uol-

ra lo parallellogrammo, & le base sono li circuli descritti dalli oppositi lati circonducti.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 18.

15/9 Lo angolo corporeo ouer solido è quello, che compreso sotto a piu de duoi angoli piani constituidi a uno medesimo ponto, liquali non siano siti in una medesima superficie.

Duoi angoli piani non pono constituire uno angolo solido, si come etiam due linee rette non ponno chiudere superficie, ancora li angoli piani contenenti uno angolo solido conuien che quelli non siano siti in una medesima superficie, ma in diuerse si come due linee rette constituente uno angolo piano a quelle non conuien essere applicade secondo il sito della rettitudine.

Diffinitione. 19.

16/20 Le figure corporee rotonde o siano colonne onero le piramide quelle: sono simile quando che li assis di quelle alli diametri delle sue base sono proportionale.

Perche se due proposte pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde, serà la proportione dell'assis d'una di quelle al diametro della sua base, si come l'assis dell'altra al diametro della sua base, quelle due colonne ouer pyramide sono dette esser fra loro simile.

Diffinitione. 20.

0/21 El cubo è una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.

Il Tradottore.

El dado con el qual se gioca è fabricato de figura cubica.

Diffinitione. 21.

0/22 Le otto base è una figura solida contenuta sotto di otto triangoli equali & equilateri.

Diffinitione. 22.

0/23 El dodeci base è una figura solida, compresa sotto di dodeci quinquangoli, equali & equilateri & equiangoli.

Diffinitione. 23.

0/24 Lo uinti base è una figura solida compresa sotto di uinti triangoli, equali & equilateri.

Il Tradottore.

Queste quattro vltime diffinitioni se ritrouano solamente nella seconda tradettione & bisogna notare che li predetti corpi nel terzodecimo & quartodecimo & quintodecimo libro molte volte si esprimeno (per breuiare scrittura) secondo il termin greco, cioe al primi base se gli dice yeosedrum, al dodeci base dodecedron, ouer dodecabedrum al otto base, ottabedrum ouer octocedron al cubo, exedrum ouer exaedron alla pyramide di quattro base o triangolare equilatera, tetraedum ouer tetraedron ouer tetracedron & però bisogna in cio aduertire.

Theorema. 1. Propositione. 1.

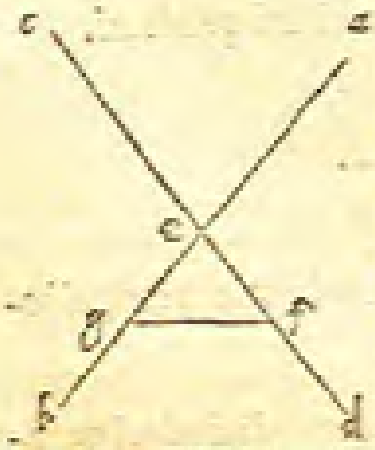
1/1 D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto.



Sia la linea retta. a. b. dico che'l non è possibile che parte di quella sia in piano & parte elevata in suso, perche se già possibile sia la parte. a. c. di quella sita in piano, & parte di quella laqual e. c. b. posta in alto & sia protratta la. a. c. directamente in el piano nel quale essa e sita per fina al. d. & serà, che a una & a quella medesima linea laquale la linea. a. c. sian aggionte due linee al tutto diuerse (lequal sono le linee. c. b. & . c. d.) da una medesima parte directamente: laqual cosa è impossibile (per la terzadecima del primo.)

Theorema. 2. Propositione. 2.

2/2 Ogni due linee dellequale l'una sega l'altra sono site in una superficie, & ogni triangolo tutto sta in una superficie.

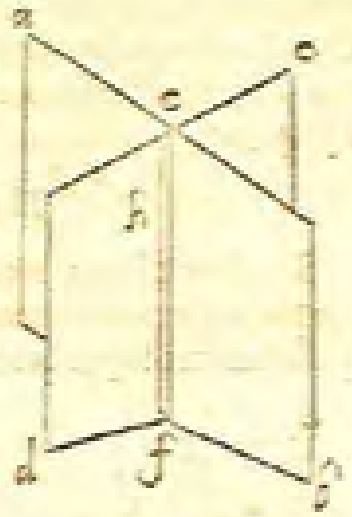


Siano le due linee rette. a. b. & c. d. segandose fra lo ro in ponto. e. dico quelle esser in una superficie, & ogni triangolo, dico esser tutto in una superficie, & per dimostrar questo sia signato il ponto. f. in la linea. c. d. & lo ponto. g. in la linea. a. b. et sia ducta la linea. f. g. Lo cun sta adonque cioe perche el sia impossibile che del triangolo, e. f. g. esserne parte in piano & parte in alto, e questa perche ancbora l'una ouer piu delle sue linee terminale: similmente parte ne serà in piano & parte similmente in alto: & concieosia che delle linee rette questo sia impossibile (per la precedente) ancbora serà impossibile del triangolo, adonque tutto el triangolo. e. f. g. e in una superficie, e per tanto da questa seconda parte, e dalla premessa è manifesta la prima parte de questa seconda propositione.

Theo-

Theorema.3. Propositione.3.

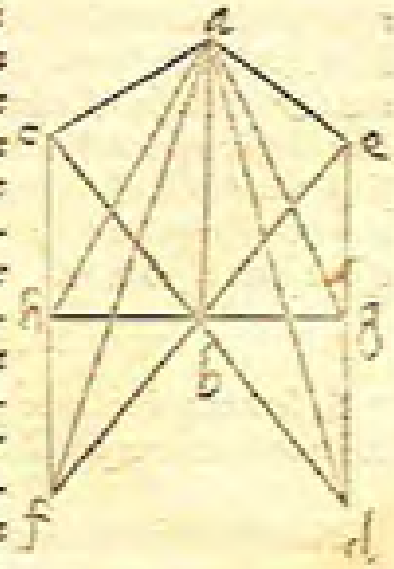
3/3 La communa sectione d'ogni due superficie piane fra lor seghante, è una linea retta.



Siano adunque le due superficie piane, a,b, & c,d, lequale se segano fra loro. Dico che la communa sectione de quelle serà una linea retta, hor sia li duoi punti, e, & f, li termini della communa sectione de quelle lequali siano continuade per linea retta laqual sia, e, f, se adunque la linea, e, f, è in l'una e l'altra delle due superficie, a, b, & c, d, è manifesto el proposito, ma se la non è in l'una ne in l'altra over che la sia in l'una o l'altra di quelle, concioscia che ambidoi li punti. e. &. f. siano in l'una & l'altra delle superficie, a,b, & c,d, in quella superficie in laquale essa non serà, sia protratta una linea retta laqual sia la, e,b,f, adunque seranno due linee rette, e,f, & e, b,f, lequale hanno dui termini communi che è impossibile, perche essendo cosi due linee rette includeriano superficie laqual cosa è contra alla ultima petitione del primo libro.

Theorema.4. Propositione.4.

4/4 Se dalla incisione de due linee rette fra loro interfecante, serà eretta una linea orthogonalmente quella serà perpendicolare alla medesima superficie.

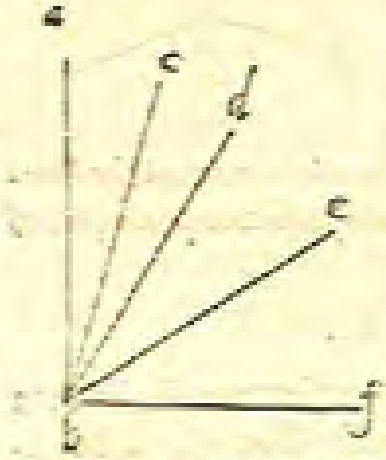


Sia la linea, a, b, orthogonalmente eretta sopra la incisione delle due linee, c,d, & e,f, serà lor segante in punto, b, delle quale è manifesto (per la antecedente alla precedente) che esse sono site in una superficie, dico che la linea, a,b, è perpendicolare alla superficie di quelle. Et per dimostrar questo siano facte le, c,b, & b,d, equale & la, f, b, & la, b, e, equale & siano protratte le linee, e,d, & e,f, lequale seranno equale (per la quarta del primo) & equidistante per la medesima settima del medesimo, adunque da alcun seguato punto in la linea, e, d, (el qual sia, g,) sia ducta la linea, g,b, h, & (per la 22. del primo), e,g, serà equale al, f,h, adunque dal punto, a, (over da qual si voglia punto in la linea, a, b,) siano protratte, ypotenusalmente le linee, a,c, a,d, a,e, a,f, a,g, a,b, & (per la quarta del primo) la, a,e, serà equale alla, a.d. & la.a. e. equale alla, a,f, anchora (per la.8. del medesimo) l'angolo, a,e,d, se-

rà equale all'angolo. a.f.c. adonque (per la.4. del medemo) serà la.a.g. equale alla. a. b. e pero (per la.8. del medemo) l'angolo.a.b.g. serà equale all'angolo. a.b.b. per laqual cosa (per la diffinitione) l'un & l'altro e retto & la linea. a.b. perpendicolare alla linea.g.b. anchora con simil modo tu approuerai la medema esser perpendicolare a tutte le linee protratte dal ponto . b. in la superficie delle due linee. c. d. & . e. f. adonque (per la diffinitione) è manifesto la linea. a.b. essere perpendicolare alla superficie in la quale sono site le due linee, c, d, & , e, f, fra loro secante che è il proposito.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5/5 Se alcuna linea retta starà eretta orthogonalmente sopra tre linee rette dal commun termine di quelle, quelle medeme tre linee seranno poste in una superficie.

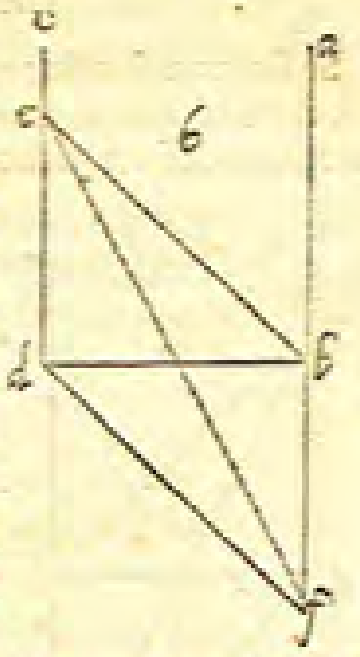


Sia la linea. a.b. eretta orthogonalmente sopra el cõmun termine delle tre linee. b. c. b. d. b.e. contingente fra lor angolarmente in ponto. b. delle quale niuna sia applicada all'altra directamente che è el medemo e fra lor insieme se seghino in ponto. b. perche protratte se segaranno. Dico che le tre linee. b.c. b.d. b.e. sono poste in una superficie hor perche egliè manifesto che qualunque due di quelle che son poste in una superficie (per la secõda di questo) omer (per la prima parte della. 2. di questo) adonque se la linea. b.d. (per l'aduersario) nõ serà in la superficie delle due linee. b.c. b.e. ma quelle due in piano e questa in alto, serà che quelle superficie in laquale sono poste le due linee. a.b. & b.d. se seranno protratte (& per quello che è noto sopra la. 6. diffinitione) segarà quella in laqual son poste le. b.c. & .b.e. & (per la. 3. di questo) la commuma sectione de quelle serà una linea retta & quella sia. b.f. adonque perche (per la premessa) la linea. a.b. e perpendicolare alla superficie delle due linee. b.c. & b.e. seguita (per la diffinitione) cioe quella sia perpendicolar alla linea. b.f. per laqual cosa l'angolo. a.b.f. e retto conciosia anchora che l'angolo. a.b.d. sia retto dal presupposito seguita l'impossibile cioe la parte esser equale al suo tutto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6/6 Se seranno due linee perpendicolare sopra una superficie è necessario quelle eller equidistante.

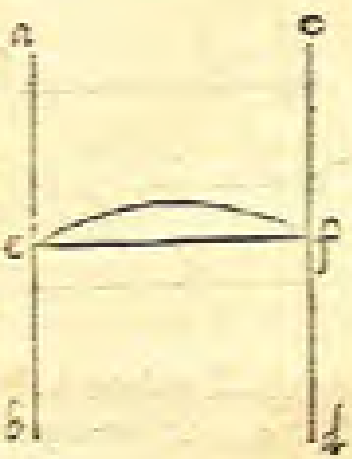
Siano le due linee. a.b. & c.d. perpendicolare a una superficie. Dico quelle esser equidistante, perche essendo protratta la linea. b.d. (per la diffinitione) li dui angoli. a.b.d. & c.d.b. seranno retti. adonque se le due linee. a.b. & c.d. sono in una superficie quelle sono equidistante (per la seconda parte della trigesima ottava del primo)



primo) & cosi se apprende quelle esser in una superficie del ponto.b.sopra la linea.b.d. in el piano al qual siano perpendicolarmente. a.b. & c.d. protrahe ortogonalmente la linea.b.f. & dalla linea.d.e. torai.d.e. quale alla.b.f. & protrahe le linee.e.b. & a.f. & d.f. adonque li dui lati. e.d. & d.b. del triangolo.e.d.b. seranno equali alli dui lati. f.b. & d.b. del triangolo.f.d.b. & l'angolo. e. d. b. equale all'angolo.f.b.d. (conciosia che l'uno e l'altro sia retto) adonque per la quarta del primo la linea.b.e. è equale alla linea.d.f. anchora conciosia che li dui lati. e.b. & b.f. del triangolo. e.b.f. siano equali alli dui lati.f.d. & d.e. del triangolo.f.d.e. & la basa.e.f. cõmuna (per la ottaua del primo) l'angolo.e. b. f. serà equale all'angolo. f.d.e conciosia che l'uno & l'altro sia retto, perche adonque l'angolo. f.d.e. è retto (per la diffinitione) etiam l'angolo.e.b.f. serà retto, adõque la linea.f.b. serà perpendicolarmente è erecta sopra el commune termine delle tre linee.b.a.b.d.b.e. contingente fra loro angularmente in ponto.b. per laqual cosa (per la precedente) quelle sono in una superficie, adõque conciosia che per la prima parte della seconda di questo la linea.c.d. sia in la medesima superficie con l'una & l'altra delle linee. e.b. & b.d. segnera le due linee.a.b. & c.d. esser in una superficie adonque è manifesto el proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7/7 Se da duoi ponti signati in due linee equidistante sia dutta una linea retta dall'uno all'altro, el se approua quella necessariamente esser constituida anchora lei in la medesima superficie in laquale sono constituide quelle due linee.

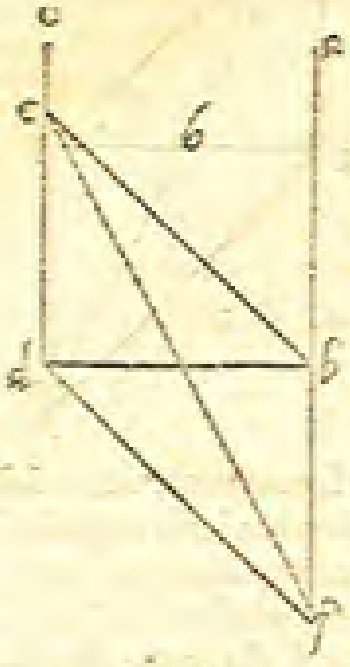


Siano le due linee.a.b. & c.d. equidistante delle quale è manifesto (per la diffinitione) che esse sono in una superficie, sia signato in quelle li dui ponti. e. & .f. & sia produtta la linea retta.e.f. Dico adonque la linea.e.f. esser posta ouero sita in la superficie delle due linee.a.b. & c.d. & essendo altramente (per l'aduersario) sia.e.f. in una altra superficie che depende di sopra laqual superficie se la serà protratta necessariamente segarà la superficie in laquale sono site le due linee. a. b. & .c.d. & (per la terza di questo) la commune sectione di quelle serà una linea retta terminata alli medesimi ponti, laqual cosa è impossibil perche essendo cosi due linee rette concluderiano superficie.

Theo-

Theorema.8. Propositione.8.

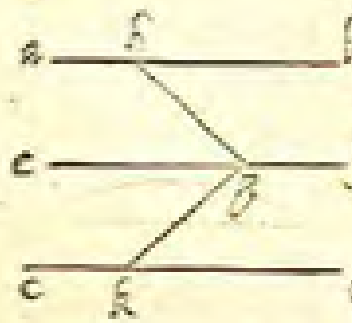
8/8 Se seranno due linee rette, equidistante, & una di quelle sia perpendicolare ad alcuno piano & l'altra anchora conuien essere perpendicolare al medesimo piano.



Questa è quasi el conuerso della sesta, hor siano le due linee. a.b. & c.d. equidistanti & sia una di quelle poniamo la, c,d, perpendicularmente sopra a qual si noglia superficie. Dico che l'altra di quelle laquale è. a.b. esser perpendicolare alla medesima superficie, perche essendo fatto in tutto la medesima dispositione che in ella sesta, & serà (come in quella) che uno e l'altro di dui angoli. a.d.b. & f.b.e. sia retto, el primo per la positione & lo secondo per la ottaua del primo per laqual cosa (per la quarta de questo) la linea. f,b,e perpendicolarmente erretta sopra la superficie in laquale sono le due linee. b.d. & b.e. conciosia che per la precedente le due linee. a.b. & c.d. siano in la medesima superficie cõ le due linee, b,d, & b,e, seguita la linea. f,b, esser perpẽ dicolarmente erretta sopra la superficie in laquale è la linea. b.a. (per la diffinitione) adonque serà l'angolo. f.b.a. retto: perche etiam l'angolo, d,b,a, e retto (per la ultima parte della trigesima nona del primo) seguita (per la quarta de questo) la linea. a.b. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono poste le due linee. b.d. & b.f. per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema.9. Propositione. 9.

9/9 Se due linee seranno equidistante a una medesima linea e nõ in una superficie, anchora quelle è necessario esser fra lor equidistante.

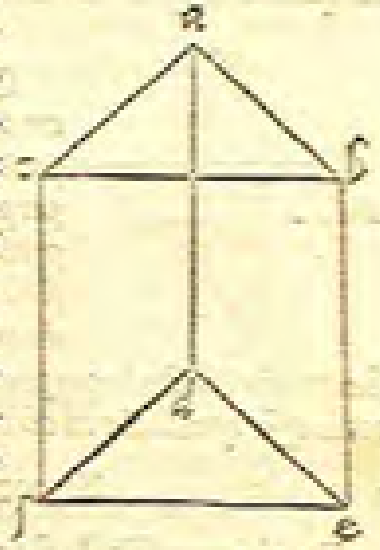


Sia l'una & l'altra delle due linee, a,b, & c,d, equidistante alla linea, e,f, ne siano tutte in una superficie. Dico che le medesime anchora fra lor insieme sono equidistante (de quelle che sono tutte in una superficie egliè stato approuato per la trigesima del primo) hor in questo luoco ci resta ad approuar de quelle che non sono in una superficie come in queste che la, e,f, e intesa de sopra e retta in alto, adonque sia signato in quella el ponto. g. dal qual siano dutte le due perpendicolar alle due linee, a,b, & c,d, le qual siano, g, h, & g,k, & (per la quarta di questo) la linea. e,f, serà perpendicolare alla superficie (cioe a quella in laquale sono situate le due linee, g,h, & g,k,) adonque (per la precedente tolta due volte) l'una e l'altra de quelle due linee, a,b, & c,d, e perpendicolare

dicolare alla medesima superficie cioe a quella in laquale sono situate le dette due linee, g, b, & g, k, (per la sesta propositione di questo) adonque quelle sono fra loro equidistante che è il proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

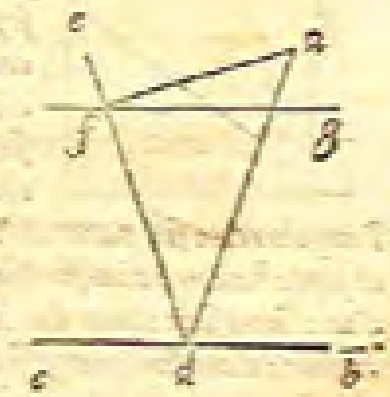
10 10 Se due linee che si tocchino fra loro angularmente seranno equidistante ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposite, e non siano in una superficie, li angoli che da quelle sono fatti se provano fra loro esser equali.



Sieno le due linee, a, b, & a, c, che se tocchino fra loro angularmente in ponto, a, equidistante a altre due lequale e sieno, d, e, & d, f, fra loro ancora si tocchino in ponto, d, ne sieno con quelle in una superficie. Dico l'angolo, a, essere equale all'angolo, d, hor sia fatta la linea, d, e, equale alla linea, a, b, alla quale è posta esser equidistante, e la, d, f, equale alla, a, c, alla quale etiã è posta equidistante da quella: et sieno dutte le linee, d, a, & e, b, & f, c, et (per la trigesima terza del primo) piglierà due volte l'una e l'altra delle due linee, b, e, & c, f, equale e equidistante alla linea, a, d, (adonque per la conclusione, & per la precedente) le medesime sono fra loro equale, & equidistante adonque (per la trigesima terza del primo de nouo reperita) & le due linee, b, c, & e, f, sono etiam equale e equidistante, adonque (per la ottana del primo è manifesto il proposito.)

Problema primo. Propositione. 11.

11 11 Da uno ponto signato in aere da quello puotemo condure una perpendicolare a una data superficie.

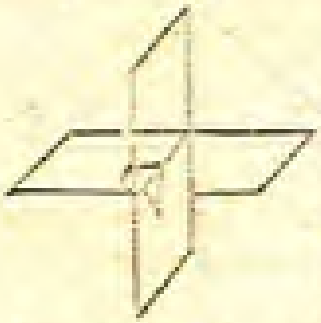


Sia el ponto, a, di sopra in aere del quale solamente dure una perpendicolare alla subgiacente superficie, adonque in quello piano sia dutta la linea, b, c, (come a caso caderà) alla quale dal detto ponto, a, sia dutta la perpendicolar, a, d, secondo la doctrina della. 12. del primo, & una altra volta dal ponto, d, in quello piano (alquale è da esser dutta la perpendicolare dal ponto, a,) sia tratta la linea, d, e, laqual sia perpendicolare alla linea, b, c, (come insegna la. 11. del primo.) Anchora a questa linea, d, e, sia dutta una altra linea perpendicolare dal ponto, a, laqual sia, a, f, questa dico esser quella la quale intendemo, & per dimostrar questo sia

so sia tirata la linea. f.g. equidistante alla linea. b.c. & perche l'uno & l'altro di dnoi angoli. b. d. a. & . b. d. f. è retto (per la quarta de questo) la linea. b. d. serà perpendicolare alla superficie in laquale è el triangolo. a. d. f. e però etiam (per la ottaua de questo) la linea. g. f. serà perpendicolare alla medesima superficie, adonque (per la diffinitione) l'angolo. g. f. a. serà retto, & concio sia anchora che l'angolo. d. f. a. sia retto seguita (per la quarta de questo) la linea. a. f. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee. d. f. & f. g. che è el proposito.

Problema. 2. Propositione. 12.

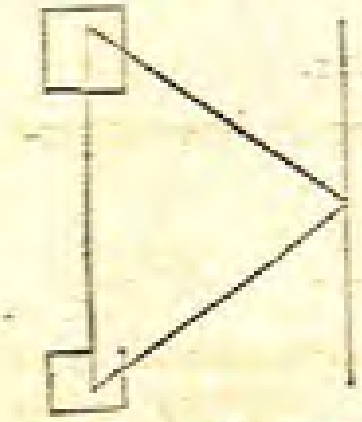
12/12 Proposta una superficie & da un ponto signato in quella puotemo da quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.



Quando da un ponto signato in una proposta superficie desiderarai di condur una perpendicolare, da un altro ponto posto a uno piacere di sopra in aere tu condurai una perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, laquale se la cascherà in el ponto assignato lei serà quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto ponto. da quello medesimo assignato ponto tu ducerai una equidistante alla condutta perpendicolare, & quella (per la ottaua de questo) tu apprenderai esser quella che tu cerchi.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13/13 Egliè impossibile star due linee rette sopra uno ponto orthogonalmente a una superficie.



Perche se gliè (per l'aduersario) che due linee rette a una medesima superficie stiano perpendicolarmente sopra un ponto, la superficie in la quale esse perpendicolare sono situate sia intesa esser producta per fina a tanto che seghi la superficie alla quale le dette linee stano perpendicolarmente (& per la terza de questo) la commune sectione di quelle, serà una linea retta, et perche (per la diffinitione) l'una & l'altra di quelle due perpendicolare con la commune sectione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqual cosa è impossibile, & si come che di sopra habbiamo dimostrato esser impossibile da uno medesimo ponto che sia dentro d'una superficie cauar due linee perpendicolare sopra alla medesima superficie così anchora dimostraremo esser impossibile, da uno medesimo ponto fora d'una superficie signato protraere due linee perpendicolare alla medesima superficie, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) quelle seriano fra loro equidistante (per la sesta propositione de questo) laqual cosa è impossibile (per la diffinitione delle linee

equidi-

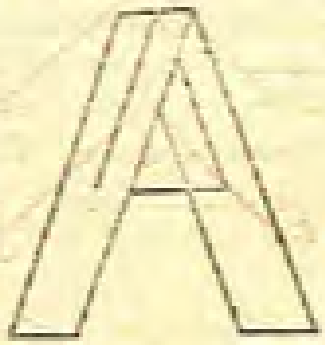
equidistante: adonque da questa è manifesto che se alcuna superficie piana segarà una altra superficie piana orthogonalmente, & da alcuno ponto della superficie segante sia dotta una perpendicolare alla superficie segata quella è necessario cadere in la commune sectione de quelle, altramente dal medesimo ponto della superficie segante: sia protratta una perpendicolare alla commune sectione de quelle come insegna la duodecima del primo, & dal ponto in el qual taglia con la commune sectione un'altra perpendicolare sia dotta alla medesima commune sectione in la superficie segata come insegna la medesima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie erecta orthogonalmente sopra un'altra, l'angolo che contiene queste due linee perpendicolare, è recto, per laqualcosa (per la quarta diceto) la prima de queste due perpendicolare è anchora perpendicolare alla superficie segata, adonque da uno ponto sono protratte due linee perpendicolari a una medesima superficie laqualcosa è impossibile, adonque rimane el nostro proposito.

Il Tradottore.

Quello che di sopra se dimostre in questa propositione mal se può dare figura intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sel dice parole se depinge ilche non è difficile.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14 14 Se una linea stata orthogonalmente sopra due assignate superficie: Anchora se quelle due superficie seranno protratte in qualunque parte in infinito mai concorrano.

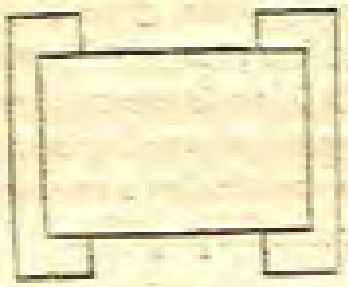


Sia posta una linea stare a due superficie orthogonalmente, hor se possibile è (per l'adversario) quelle due superficie concorrere in la commune sectione de quelle laquale (per la terza di questo) serà una linea retta, & sia segnato uno ponto a qualunque modo si voglia nella detta linea, dal quale siano protratte due linee in quelle due superficie a quella linea laquale super sta perpendicolarmente sopra a quelle, & serà constituito uno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonque l'uno & l'altro di duoi angoli del detto triangolo (che li stanno sopra la perpendicolare) serà recto come per la diffinitione della linea stante perpendicolarmente sopra una superficie, & questo è impossibile (per la trigesima seconda del primo.

El conuerso anchora, cioe se sopra due superficie equidistanti cascarà una linea retta laqual sia perpendicolar a una di quelle anchora quella serà perpendicolare all'altra.

Sia

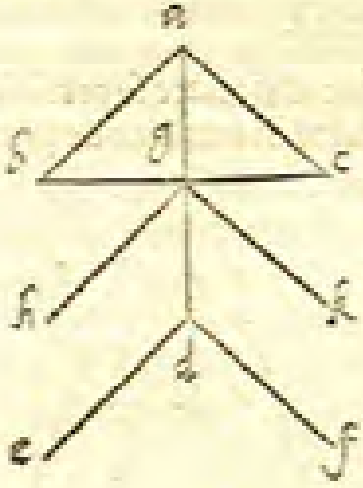
Sia inteso a due superficie posti equidistanti una linea retta penetrante ambedue quelle, laquale all'una di quelle superficie perpendicolarmente, dico che la medesima linea sopra sia perpendicolarmente all'altra superficie, & per dimostrare tal cosa sia intesa una superficie segante le predette due superficie equidistanti sopra la linea penetrante quelle, & la commune sectione de questa superficie segante & dell'una delle segate cioe de quelle alla quale la linea penetrante è posta sopra perpendicularmente contenerà angolo retto con la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendicolare ad una superficie, adonque se l'altra commune sectione de detta superficie segante, & dell'altra delle due segate in la medesima linea penetrante non contenerà angolo retto (per la ultima petitione del primo) seguirà che quelle due commune sectioni in una parte protratte necessariamente concorreranno per laqual cosa erano le superficie che sono state poste equidistante necessariamente concorreranno e perche questo è impossibile seguirà che quel angolo e retto, & per lo medesimo seguirà de qual si voglia superficie segante le medesime superficie equidistante sopra la medesima linea, adonque per la quarta di questo, & per questa decimaquarta è manifesto essere il vero quello che havemo detto.



Theorema. 13. Propositione. 15.

15
15

Se seranno due linee che fra loro si tocchino angolarmente, equidistante a altre due che pur si tocchino angolarmente, & non in una superficie, le due superficie contenute dalle medesime linee essendo produtte quãto si voglia in niuna parte potran concorrere.

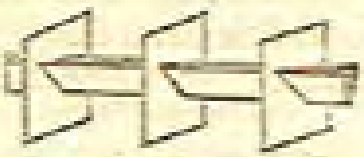


Siano le due linee. a. b. & .a.c. lequale se tocchano angolarmente in punto. a. equidistante alle due linee. d.e. & .d.f. che si tocchano angolarmente in punto. d. et non stano in una superficie: Dico le superficie di quelle in qualunque parte protratte & quanto si voglia è necessario che mai concorrano, & per dimostrare questo sia protratta dal punto. d. (come insegna la quinta de questo) una perpendicolare alla superficie delle due linee. a.b. & .a.c. & sia la. d.g. & del punto. g. sia dutte. g.b. equidistante alle. a. b. & la. g. K. equidistante alla. a. c. & (per la diffinitione) l'uno e l'altro di duoi angoli. d.g.b. & d.g.k. serà retto & (per la nona) la linea d.f. serà equidistante alla linea. g. k. & la la linea. d. e. serà equidistante alla linea. g. b. (per laqual cosa per la ultima parte della vigesimanona del primo) l'uno e l'altro di duoi angoli. e.d.

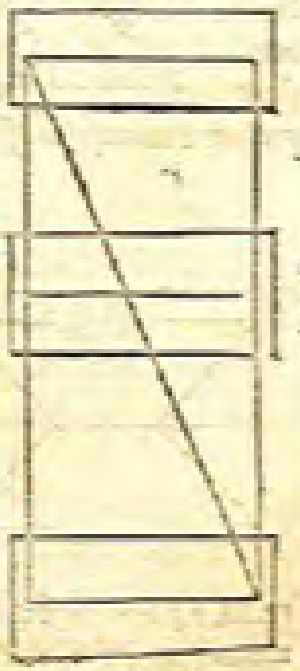
g.f.d.g.serà retto e però (per la quarta di questo) la linea d.g. serà perpendicolare alla superficie delle due linee. d.e. & d.f. & conciosia che quella sia anchora (per el presupposito) perpendicolare alle superficie delle due linee. a.b. & a.c. adonque per la precedente è manifesta, che è el proposito.

Theorema. 14. Propositione. 16.

16 / 16 Se una superficie segarà due superficie equidistante le commune sectioni seranno equidistante.



Le manifesto (per la terza) che una superficie segãte qualunque due superficie equidistante, le commune sectioni de quelle seranno due linee rette, le quale conciosia che ambedue quelle siano situate in la superficie segante, se quelle non seranno equidistante (per l'adversario) sia supposte concorrere a qualche poncto, adonque serà che uno medesimo poncto sia in l'una e l'altra delle due commune sectioni, conciosia che una di quelle commune sectioni è in una delle due superficie segate & l'altra in l'altra, segata adonque quelle superficie (che sono supposte esser equidistante) concorrere & questo è impossibile, adonque le commune sectione de quelle erano equidistante che è il proposito. Da questa & dalla precedente se può formare una conclusione simile al la trigesima del primo cioe questa, se seranno due superficie a una equidistante quelle medesime anchora seranno fra loro equidistante, siano poste tre superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le necessario quelle estreme equidistare fra loro, hor siano segate tutte tre quelle superficie da due superficie fra loro seghante, & per questa sestadecima le commune sectioni delle due estreme superficie seranno equidistante alli sectioni della media, per laquale cosa per la trigesima del primo quelle sectioni delle due estreme superficie seranno equidistante fra loro, & perche quelle se toccano in la commune sectione delle due superficie segante, le tre superficie poste per la precedente euidentemente è manifesto quello che havemo detto.



Theorema. 15. Propositione. 18.

17 / 17 Se due linee rette che si tocchino fra loro ouero, che siano equidistante seghino tre ouer più superficie equidistanti, le portioni di quelle linee si provano fra loro esser proportionale.

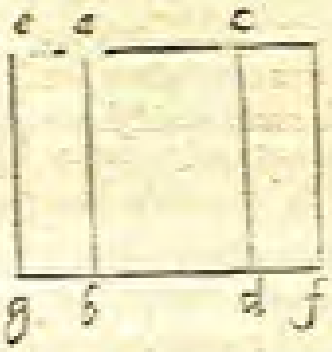
Siano intese due linee rette penetrante a qualunque modo si voglia, tre superficie equidistante ouer etiam più di tre. adonque dico le due portioni di quelle linee tolte fra qual due superficie si voglia esser proportionale a qualunque due altre

intercette da quelle superficie equidistãte. Et per dimostrare questo siano congiunte le due estremità di quelle due linee, ducta fra quelle con una linea retta diagonalmente, & questa diagonale serà con l'una e l'altra di quelle due penetrante: le superficie proposte in una superficie segante quelle superficie proposte equidistante. adonque se con la mente tu potrai assi le commune sectioni di queste superficie, le quale (per la precedente) seranno equidistante (per la prima parte della seconda del sesto) serà manifesto il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 18.

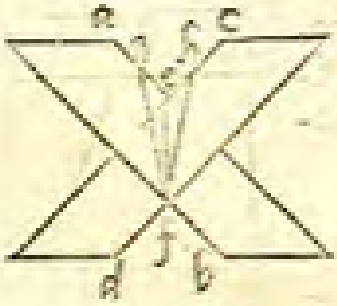
18 / 18 Se una linea starà orthogonalmente in una assignata superficie, ogni superficie ducta da quella linea: per qual uerso ne pare, serà orthogonalmente eretta sopra alla medesima superficie assignata.

Sia la linea. a.b. eretta perpendicularmente sopra alla figura superficie, & dalla linea. a.b. sia producta una superficie per qual uerso si uoglia, hor sia la. e.f. laqual dico perpendicolarmente eretta sopra la assignata superficie: perche ponendo che ella seghi la superficie assignata la commune sectione de quelle serà una linea retta (per la terza di questo) & sia la. f.g. adonque signato qual si uoglia ponto in questa commune sectione (qual sia. d.) & da quello sia ductta in la superficie che è producta dalla linea. a.b. una perpendicolare alla linea. f.g. laqual sia. d.c. & (per la seconda parte della trigesima ottaua del primo) la linea. c.d. serà equidistãte alla linea. a.b. e però (per la ottaua di questo) la linea. c.d. etiam perpendicolare alla superficie proposta, adonque perche per questo modo qual si uoglia linea protratta orthogonalmente da qual si uoglia ponto della linea. b.d. ad essa linea. b.d. in esse superficie. e.f. che è producta per la linea. a.b. è perpendicolare alla proposta superficie (per la diffinitione della superficie e retta orthogonalmente sopra a una superficie è manifesto esser el uero quello che è proposto.



Theorema. 17. Propositione. 19.

19 / 19 Se due superficie che fra loro se seghino serãno erette orthogonalmente sopra a una superficie: la commune sectione di quelle serà perpendicolare alla medesima superficie.

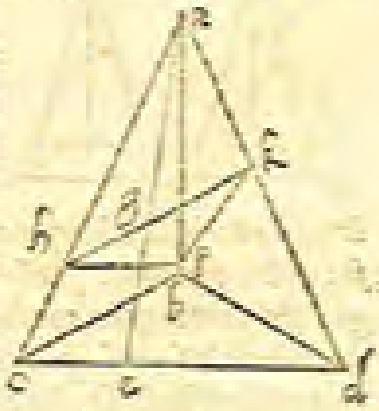


Siano le due superficie. a.b. & .c.d. che insieme seghino e rette orthogonalmente sopra una assignata superficie, & sia la commune sectione di quelle la linea retta. e.f. hor questa. e.f. Dico perpendicolare alla assignata superficie essendo altramente (per l'aduersario) dal ponto. f. elquale è commune termine delle sectioni delle due

due superficie insieme seguite, & della terza superficie sotta, sia prodotta una linea retta in la superficie, a, b, (laqual sia, f, g,) perpendicolare alla assignata superficie similmente dal medesimo ponto sia datta una altra perpendicolare alla medesima superficie che sia sumata la superficie, c, d, & quella sia, f, h, & le due linee, f, g, & f, h, seranno sottente ortogonalmente alla superficie assignata sopra un ponto & questo è impossibile per la. 13. di questo et non bisogna dubitar che l'no possi esser protratte tal linee dal ponto f. in l'una e l'altra delle superficie, a, b, & c, d, quando che, e, f, non fusse perpendicolare alla assignata superficie. sia messa la linea, f, b, comune sottiane della superficie, a, b, & della superficie assignata, & la linea, f, d, della superficie, c, d, & della superficie assignata, adonque se la linea, e, f, serà perpendicolare all'una e l'altra delle due linee, f, b, & f, d, quella medesima serà perpendicolare alla superficie assignata (per la quarta di questo) ma se la non serà perpendicolare all'una ne l'altra (per l'adversario) sia la, f, g, perpendicolare alla, f, b, & la, f, h, perpendicolare alla, f, d, dapoi dal ponto f, protrarai in la superficie assignata, una linea perpendicolare alla linea, f, b, laquale (per la diffinitione della superficie erecta ortogonalmente sopra una altra) contenerà angolo retto con la linea, f, g, adonque (per la quarta di questo) la linea, f, g, serà perpendicolare alla superficie assignata. Anchora per lo medesimo modo protrarai un'altra linea dal ponto, f, in la superficie assignata laquale sia perpendicolare alla linea, f, d, seguirà (per la diffinitione predetta & per la quarta di questo) la linea, f, h, esser perpendicolar alla superficie assignata, laqual cosa è impossibile (per la terza decima de questo,) ma se l'adversario confessa la linea, e, f, essere perpendicolar alla linea, f, b, ma non alla linea, f, d, seguirà per simel modo le due, e, f, & f, b, esser perpendicolare alla superficie assignata che niente di manco è impossibile.

Theorema. 18. Propositione. 20.

20 / 20 Se tre angoli superficiali contengano un'angolo solido, ciascuni duoi di quelli tolti insieme sono maggiori dil'altro.



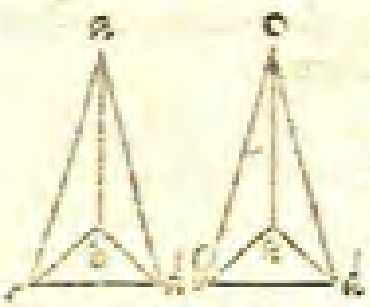
Siano le tre linee, a, b, a, c, a, d, pyramidalmente erecte sopra alla superficie, b, c, d, continente tre angoli superficiali delle quale sien compito l'angolo solido in ponto. a. Dico quali duoi angoli si voglia de quelli angoli superficiali, constituenti lo angolo solido in ponto. a. tolti insieme essere maggiori del terzo, perche se questi tre angoli superficiali seranno fra loro equali, over se duoi seranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno & l'altro di duoi equali è manifesto per communa scientia essere il vero quello che è stato detto, ma se uno de quelli serà maggiore di qual si voglia delli altri duoi restanti, o siano posti equali, overo non equali al presente è manifesto quel maggiore con qual si voglia delli altri duoi restanti tolti insieme essere maggiore del terzo, ma de quelli duoi minori tolti in-

sieme cosi se apprende esser maggiori di quello terzo che sia suppposto esser maggiore di qual si voglia delli altri doi. sia che delli tre proposti angoli superficiali l'angolo. c, a, d, sia maggiore di qual si voglia delli altri doi rimanenti, adonque togliaro de quello, e, a, d, equale all'angolo, b, a, d, protratta la linea, a, e, & togliando da questa linea, e, la linea, a, g, & della linea, a, b, la linea, a, f, laquale poncrò essere fatò equale & protrarò dal ponto, g, una linea in la superficie delle due linee, a, c, & a, d, cascante come si voglia per fina a tanto che quella seghi, a, c, in ponto, b, & a, d, in ponto, k, & quella sia la, b, g, k, & produrò le linee, f, b, & f, k, concioscia adonque che, a, f, sia equal al, a, g, posta, a, x, commune (per la quarta del primo) la, f, k, serà equale alla, x, g, e perche (per la vigesima del primo) le due linee, b, f, & f, k, sono maggiori della linea, b, k, (per la quarta conclusione) la, b, f, serà maggiore della, b, g, e pero (per la vigesima quinta del primo concioscia che la linea, a, f, sia equal alla linea, a, g,) serà l'angolo, f, a, b, maggiore dell'angolo, b, a, g, adonque (per la cõclusione) è manifesto li doi angoli, b, a, f, f, a, k, tolti insieme esser maggiori del angolo, b, a, k, laqual cosa era da demostrare.

Theorema. 19. Propositione. 21.

21/21 Ogni angolo solido el se approsa esser minore de quattro angoli retti.

La quantità dell'angolo solido se determina dalla quantita delli angoli superficiali che contengono quel angolo solido. Adonque questa vigesima prima proportionalmente propone ancora che qual si voglia angoli superficiali, che contengino qualunque angolo solido tolti insieme esser minori di quattro angoli retti, per siano li triangoli della pyramide, a, b, c, d, della quale concioscia che l'angolo suppremo poss esser qual si voglia di suoi angoli tamen in questo luoco sia, a, Del qual dico che li tre angoli superficiali che contenno il detto angolo, a, sono minori de quattro retti: perche egli è manifesto (per la vigesima seconda propositione del primo) li nove angoli de tre triangoli circonstanti a questa pyramide (& questi sono, a, b, e, a, g, c, d, a, d, b,) esser equali a sei angoli retti, & di tre angoli della basa di quella che è il triangolo, b, c, d, e manifesto ancora (per la medesima) che quelli sono equali a doi angoli retti, concioscia adonque che li sei angoli di tre predetti triangoli circondanti questa nostra pyramide (della quale dispretto del suppremo angolo) dico quelli sei angoli che contengono con li altri tre angoli della basa li altri tre angoli solidi della pyramide (per la precedente) tolta tre volte siano maggiori di tre angoli del triangolo della basa, seguita adonque quelli sei angoli essere maggiori de doi angoli retti adonque levando via dalli nove angoli di tre triangoli circondante la pyramide questi sei angoli li tre restanti serano minori, de quattro retti, & quelli sono quelli che constituiscono lo angolo, a, solido, ma se l'angolo, a, suppremo in la tolta pyramide serà contenuto de piu che tre angoli superficiali, laqual cosa serà



serà secondo la moltitudine delli angoli della sua basa, conciosia adunque che li angoli de tutti li triangoli circondanti detta pyramide tolti insieme equalmente (per la trigesima secunda propositione del primo) siano equali a tanti angoli retti quãto è el numero di angoli della sua basa duplicado: imperoche tanti è necessario esser li triangoli circondanti la pyramide quanto seranno l'angoli della sua basa, et conciosia che tutti li angoli della sua basa, siano a tanti angoli retti equali, quanto è el numero dupplicado delli suoi angoli è da quelli trattone quattro (come in la trigesima seconda propositione del primo è stato dimostrado) cosi sia, adunque che tutti li angoli di triangoli (circondanti la pyramide) che stanno sopra li lati della basa di detta pyramide tolti equalmente insieme siano maggiori de tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme come evidentemente è manifesto (per la precedente) repetita tante volte quanti angoli haverà la basa, hor seguita ne effettualmente (per communa sentetia) li angoli superficiali continenti l'angolo, a, solido tolti equalmente insieme esser minor de quattro angoli retti. Dico minori in questo che tutti li angoli de triangoli circondanti la pyramide liquali stanno ordinatamente sopra di lati della basa delle pyramide eccedeno tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme.

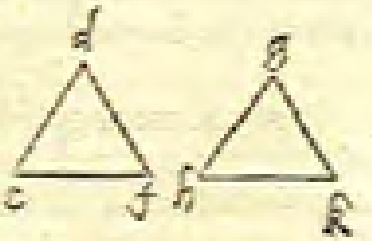


Il Tradottore.

Questa presente propositione nella seconda tradottione dice in questa forma videlicet.

Theorema. 19. Propositione. 21.

Ogni angolo solido è compreso sotto men de quattro angoli retti piani.

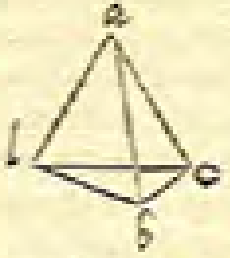


Laqual propositione parla piu correttamente di l'altra perche in vero l'angolo solido non è comparabile a angoli piani però non possiamo dir (senza repressume) che uno angolo solido sia minore ne maggiore ne equal a quattro angoli retti ideo &c.

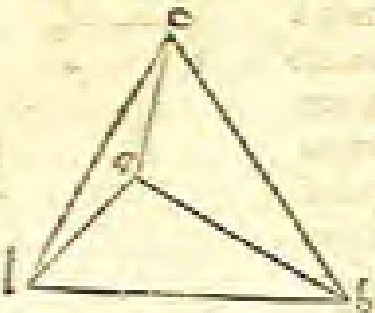
Theorema. 20. Propositione. 22.

22 Se seranno tre angoli superficiali di quali ciascuni duoi tolti insieme sian maggiori del terzo. & tutti fra loro siano contenuti de linee equale. delle tre basi, che sotto tendono a quelli angoli (dalli termini di dette linee equale) egli è possibile a esser consti-

22 tuido uno triangolo.







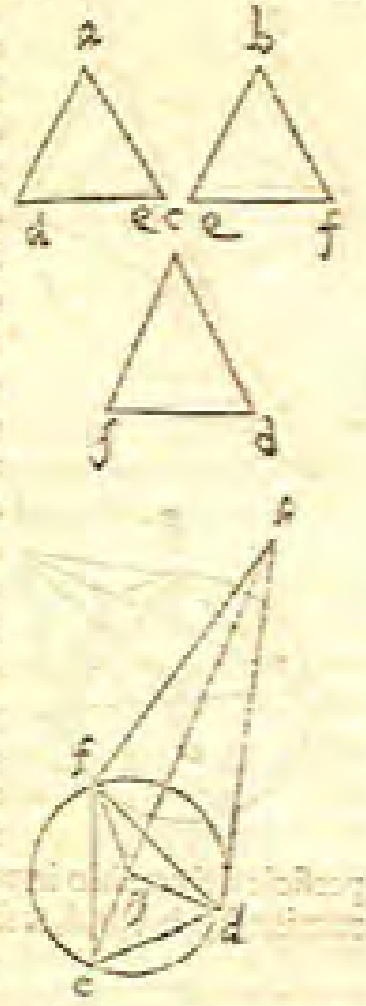
Siano li tre angoli superficiali. a.c.e.d.f.b.g.k. come se propone cioe tali che ciascuni dui di quelli siano maggiori del terzo, & siano li sei lati continenti quelli equali. ligua li siano. a.b.a.c.d.e.d.f g.b.g.k.e sian protratte di sotto a quelli le tre base equale siano, b,c,e,f,b,k. Dico adonque che da queste tre base pol esser constituido un triangolo, hor sia fatto l'angolo, b,a,l, equale all'angolo, d, & la linea,a.l.alla linea,d,e,& siam protratte le,l,b,l,c,& (per la quarta del primo la linea, l,b, serà equale alla linea, e,f, & dal presuppolito)è manifesto lo total angolo, a, esser maggiore dell'angolo, g, perche, ciascuni dui(delli tre) angoli, b,a,c,d,& g,seranno maggiori del terzo adonque (per la 24. del primo)la linea l. c.è maggiore della linea. b.k.e conciosia che(per la 20.del primo) le due linee l.b.& b.c. siam maggiori della linea l.c. seguita le due linee l.b. & b.c.esser molto piu forte maggiore della linea b.k.adonque perche l.b.è equale alla e.f.le due linee b.c.& e.f.seranno maggiori della linea b.k.adonque per questo modo è manifesto ciascune due linee nelle tre linee. b.c.e.f.b.k.esser piu longhe della terza, adonque (per la vigesima seconda del primo) è manifesto esser il vero, quello che è stato detto, solamente aggiontoli questo che se li dui angoli b.a.c.& d.tolti insieme siano equali a dui retti,le due linee l.a.& a.c.(per la decima quarta del primo)seranno una sol linea laquale conciosia che la sia equale (dal presupposito) alle due linee. g.b. & g.k.lequale(per la vigesima del primo)sono piu longhe della linea. b.k.& conciosia che (per la medesima)le due linee l.b.& b.c.siano piu longhe della linea l.c.seguita come prima b.c.& e.f. tolte insieme esser piu longhe della b.k.ma se li dui predetti angoli siano maggiori de dui retti(per la vigesima prima del primo)le due linee a.l.& a.c.e pero & le due. g.b.& g.k. seranno piu corte delle due lequal sono. l.b.& b.c. per laqual cosa come prima.b.c.& e.f. tolti insieme sono piu longhe della linea.b.k.

Problema. 3. Propolitione. 23.

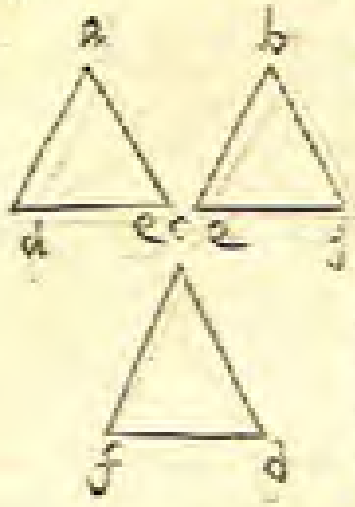
23 Propoſti tre angoli ſuperficiali, di quali qualunque dui tolti inſieme ſian maggiori del terzo,& tutti tre inſieme ſiano minori di quattro angoli retti, con altri tre che ſiano a quelli equali puotemo conſtituire uno angolo ſolido.

Siano propoſti tre angoli ſuperficiali liquali siano.a.b.c.cō tre altri a quelli equali volemo conſtituire uno angolo ſolido el biſogna adonque (per la vigeſima propoſitione di queſto) che qualunque dui de quelli tolti inſieme ſiano maggiori del terzo et(per la vigeſima prima propoſitione de queſto)che tutti tre tolti inſieme ſiano minori di quattro angoli retti. adonque ſiano tutte queſte coſe in queſti,& li lati continenti quelli ſian fatti tutti fra loro equali, & a quelli ſian ſotto tenduse tre baſe & queſte ſiano,d,e,e,f,& f,d,& (per la precedente) de tre linee equale a queſte baſe ſerà poſſibile eſſere conſtituido uno triangolo.

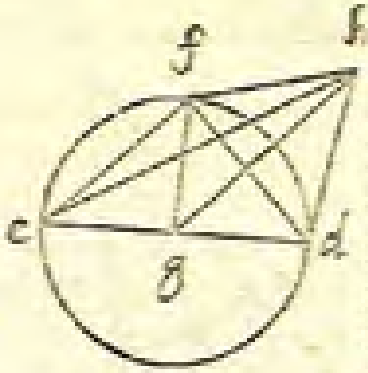
Sia adunque da queste (secondo la dottrina della trigesima seconda del primo) costituito lo triangolo .d.e.f. al quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia circonscritto lo circolo .d.e.f. sopra il centro .g. & siano protratte le .g.d.g.e.g.f. lequale conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione del cerchio & li lati circondanti li tre proposti angoli) sono etiam equali (dal presupposito) egli è necessario che cadauna di quelle sia minore di cadauno di quelli lati, & è impossibile esser equale over maggiore, perche se la linea che vien dal centro .g. alla circonferentia del cerchio .d.e.f. fusse equal ad alcun di lati .a.d.a.e.b.e.b.f.c.f.c.d. seguitaria (per la ottava del primo) li tre angoli proposti .a.b.c. esser equali alli tre angoli .d.g.e.e.g.f.f.g.d. & conciosia che questi tre angoli siano equali a quattro angoli retti (come facilmente è manifesto della terzadecima del primo) protratta per un puncto una delle linee che esseno dal centro alla circonferentia in continuo & diretto, seriano etiam li tre angoli .a.b.c. anchora equali a quattro angoli retti che è contra al presupposito, ma se la fusse maggiore parendo li tre triangoli (delli quali li angoli son .a.b.c.) sopra alli tre triangoli che dividano el triangolo .d.e.f. cioè ciascun de quelli sopra quello con el quale communica in basa talmente che le base equale siano poste sopra alle base equal & li angoli .a.b.c. tendano alla parte del ponto .g. seguitaria (per la trigesima prima del primo) li tre angoli .a.b.c. esser maggiori delli tre lequali sono .d.g.e.e.g.f.f.g.d. adonque seriano maggiori de quattro retti che è molto più contrario dalle cose supposte. adonque nella ciascuno di sei lati circondanti li tre proposti angoli esser maggiore della linea che vien dal centro .g. alla circonferentia .d. e .f. e però è più potente sia adonque più potente in el quadrato della linea .g.b. laquale (secondo la duodecima di questo) sia ortogonalmente erretta sopra la superficie del triangolo: over del cerchio .d.e.f. & siano protratte le tre ypotenuse .b.d.b.e.b.f. lequale dico contenere tre angoli superficiali (equali alli tre proposti) constituenti lo angolo solido in ponto .b. perche conciosia, che il quadrato della linea .a. d. sia equale alli dui quadrati delle due linee .d.g. & .g.b. dal presupposito & lo quadrato della linea .d.b. sia equale alle medesima (per la penultima del primo) è necessario la linea .a.d. esser equale alla linea .d.b. e per lo medesimo modo etiam la linea .a.e. alla linea .e.b. adonque (per la ottava del primo) conciosia che le base siano etiam equale, l'angolo .a. serà equale all'angolo .d.b.e. similmente anchora l'angolo .b. serà equale all'angolo .e.b.f. & l'angolo .c. equale all'angolo .f.b.d. per laqual cose è manifesto esser fatto quello che havemo disposto di fare.



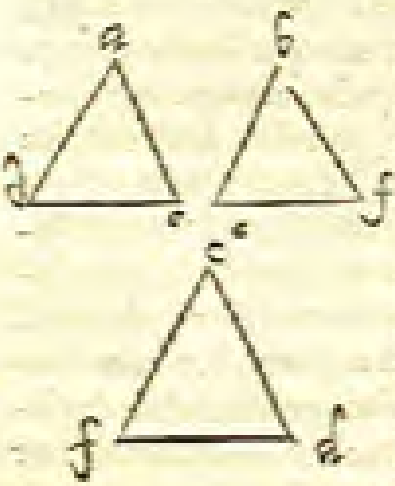
o/23



Ma se per caso el centro del cerchio serà in un di lati del triangolo poniamo che sia in lo lato, e,d, & che sia,g, & sia tirata la linea,f,g,di co un'altra uolta che lo lato,a,d,è maggior di, f, g, & sel non è maggiore ouer che il detto, a, d, è equale al detto, f, g, ouer che egliè minore hor poniamo (se egliè possibile) che prima sia equale adonque le due linee ouer lati, a,d,a, e, (che sono quanto che,b,e,&,b,f,ouero c,f,&,c, d,) sono equali alle due linee, e, g,&,g, f, che è come tutta la,e,g,d,ma la detta,e,g,d,e suppo-sta equale alla basa, d,e, (del triangolo,a,d,e,) adonque li dui lati, a,d,&,a,e, del triangolo.a. d,e,sono equal alla basa, d, e, laqual cosa è im-possibile,adonque lo lato,a,d, non è equale al-la,g,f,similmente anchora se potrà dimostrare chel nõ è minore,adonque la detta,a,d, è mag gior della,g,f,hora similmente se la,a,d, è mag giore della,g,f,lei serà anchor piu potente, hor sia anchora piu potente nel quadrato della li-nea, g,h,laquale sia posta perpendicolar alla su perficie del cerchio in ponto,g,& protratte medesimamente le tre Ypo tumisse,h,f,h,e,h,d,& serà conpitnido il problema.



Il Traduttore.



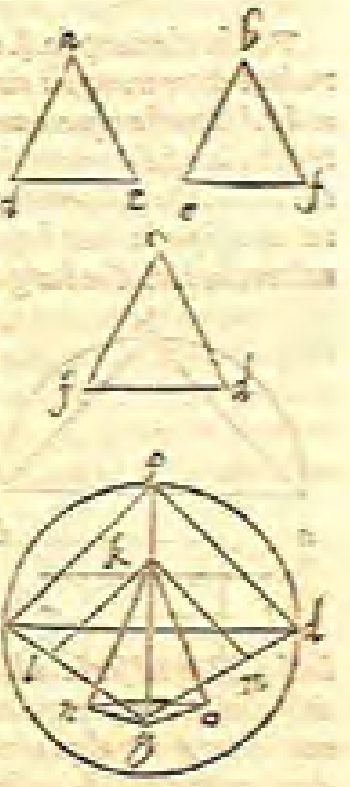
Che il lato. a. d. non possa essere minore della. g.f. se verifica in questo modo perche supposto che sia minore (per l'aduersario) seguiria che la basa.d.e.fusse maggio re delli dui lati. a. d. & .a.e. laqual cosa è impossibile (per la vigesima propositione del primo.

Ma se per sorte il centro del cerchio serà fuora del triangolo.f.e.d. poniamo anchora nel ponto.g. & sia ti rata la.g.f, & similmente le. e.g. & .d.g. Dico anchora che la,a,d, è maggiore della.g.f. & se la non è mag giore (per l'aduersario) ouer che la è equale ouer che la è minore, hor sia primamente equale, adonque le due linea, a,d,a,e,etiam le due,b,e, & ,b,f, sono equale al-le due. e.g.g.f. (cioe l'una all'una e l'altra all'altra) e la basa.e.f. del triangolo.b.e. f. (dal presupposito) è equale alla basa,e,f, del triangolo,e,g,f, adonque l'angolo che sotto de,e,b,f, (per la ottaua del primo) è equale all'angolo che sotto de,e,g,f, per le medeme ragioni & quello che è sotto di, f,c,d, è equale a quello che sotto di, f,g,d, adonque tutto l'angolo sotto di, e, g, d, è equale a quelli dui sotto di, e,b,f, & ,f,c, d, ma

d,ma quelli che sono sotto di, e,b,f,& f,e,d,sono maggiori di quello che sotto de, d, e, e, adonque quello che sotto di, e,g,d,è maggior di quello che è sotto di,d,a,e, & perche le due, a,d,& ,a,e, sono anchora equale alle due,e,g,d,g,es la basa,d,e,del triangolo,a,d,e, (dal presupposito) è equale alla basa, e,d,del triangolo,e,f, d, adonque l'angolo che sotto alle,e,g,d,(per la ottaua del primo) è equale a quello che sotto alle, d, a,e,& è manifesto che è anchor maggiore che è una cosa absurda, adonque la,a,d,non è equale alla,f,g, anchora dimostraremo che la nō è minor, adonque lei serà maggior etiam più potente sia adonque più potente nel quadrato della linea,g,b, laqual sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in ponto,g,e sia constituido il problema.



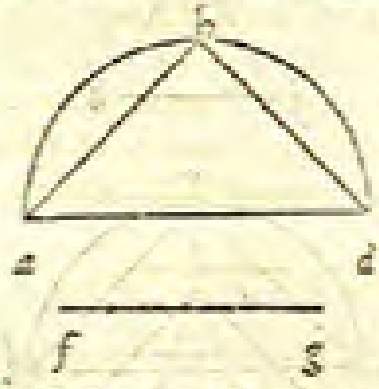
Hor dico (come di sopra è detto) che la.a.d.non è minore della.f.g.& se questo è possibile (per l'aduersario) anchora la.b.e.a lei equale serà pur minore della medesima.f.g. hor sia posto ouer fatta la.g.k.equale alla.b.e. & la.g.l.equale alla.b.f.& sia tirata la.k.l.& per che la.b.e.è equale alla.b.f.la.g.K.serà equale alla.g.l. per laqual cosa è il restante. k.f. serà equale al restante. l.e. adonque la.f.e.(per la xxxj.ssima ottaua del primo) è parallela alla.x.l.pche il triangolo.f.e.g.è equiangolo al triangolo.g.k.l.adonque (per la sesta del sesto) si come è lo.g.f.al.f.e.così è lo.g.k.al.k.l.et xxiiij.ssimo (cioè permutatamente per la decimasesta del quinto) si come g.f. al.g.k.così.e.f.e.al.K.l.et g.f.è maggiore della detta g. K. adonque & la.f.e.è maggiore della.k.l.ma la. f.e. è equale alla basa. f.e. del triangolo.b.e.f.adonque & la basa.f.e.è maggiore della.k.l.(& per la decimaquarta del quinto) adonque perche le due, b,e,b,f, sono equale alle due. K.g.g.l. (cioè l'una a l'una, & l'altra all'altra) & la basa.f.e.è maggiore della basa.k.l.adōque l'angolo che sotto delle. e.b.f.(per la xxv.ssima quinta del primo) è maggiore dell'angolo che sotto delle due k.g.l.similmente anchora se pigliamo la.g.m.equale all'una & l'altra delle due.g. k. g. L & tirata la. k. m. dennostremo che l'angolo che sotto le. f.c.d.è maggiore di quello che sotto di. k.g.m. sia adonque constituido (per la xxiij.ssima terza propositione del primo) alla linea retta.f.g. nel ponto.g.l'angolo.f.g.n.equale a l'angolo.e.b. f. & l'angolo.f.g.o.equale all'angolo.f. e.d.& sia fatta l'una & l'altra delle due. g.n.& g.o. (per la terza del primo) equale alla.g.K.& siano tirate le linee.k.n.n. o.& n.o. & perche le due linee.b.e.b.f.sono equale alle due.K.g.& g.n.& l'ango



lo che sotto delle. e.b.f. è equale all'angolo che sotto delle. k.g.n. adonque la basa. e. f. (per la. 4. del primo) è equale alla. k.n. & per le medeme ragioni etiam la. f.d. è equale alla. n.o. & perche le due. f.e. f.d. sono equale alle due. k.n. k.o. & l'angolo sotto di. e.f.d. (nel cerchio) è maggiore di l'angolo che sotto di. n.k.o. adonque la basa. e.d. (per la vigesima quinta del primo) sera maggiore della basa. n.o. ma la detta e. d. è equale alla basa. e.d. del triangolo. a.d.e. (per la quarta del primo) adonque la detta. d.e. è maggior della medesima. n.o. perche adonque le due. a.d. a.e. sono ancora lor equale alle due. n.g. g.o. & la basa. d. e. è maggiore della basa. n. o. adonque lo angolo che sotto di. d. a. e. (per la vigesima quinta del primo) è maggiore di l'angolo che sotto di. n. g. o. ma l'angolo che sotto di n.g.o. è equale a quelli che sotto di. e. b. f. & .f. c. d. adonque quello che sotto di. d. a. e. è maggiore di quelli che sono sotto di. e.b.f. & .f.c.d. è etiam minore (dal presupposito laqual cosa è impossibile.

Il Tradottore.

Perche el triangolo. f. e. d. (circomscritto dal cerchio) fu fatto in principio dalle tre base di tre triangoli cioe delle base. d.e. e.f. & .f.d. & la basa. d.e. del triangolo. a. d.e. è supposta equale pur alla linea ouer basa. e.d. posta nel cerchio: & similmente la basa. e.f. del triangolo. e.b.f. se suppone equale pur alla. e.f. posta nel cerchio & cosi la. f.d. alla. f.d. perilche bisogna advertire nella soprascritta argumentatione che tal hora si parla delle base fora del cerchio e tal hora se parla delle medesime poste nel cerchio ideo. Che l'angolo. e. f. d. (nel cerchio) sia maggior dell'agolo. n. k. o. è manifesto perche lo detto angolo. n. k. o. è parte dell'angolo. l. k. m. ma lo. l. K. m. è equale al. e. f. d. per le cose dette di sopra.

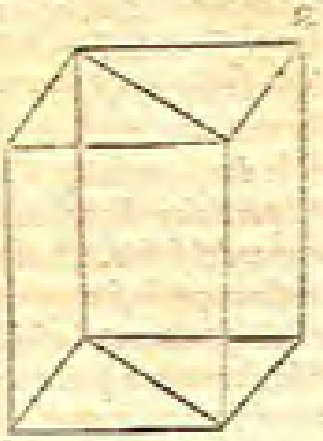


Per trouar la linea. b.g. cioe la linea potente nella differētia che il quadrato della linea. a. d. (maggiore) eccede il quadrato della. g. f. (minore) se die procedere in questo modo, sopra alla linea. a. d. sia descritto lo mezzo cerchio. a. b. d. & nel detto mezzo cerchio (per la prima del quarto) sia coapetada una linea equale alla. f. g. laqual sia la. a. b. & dal ponto. b. al ponto. d. sia tirata la. b. d. laqual. b. d. dico esser quella che cercamo: perche l'angolo. a. b. d. è retto (per la trigesima prima del terzo) & il quadrato della. a. d. (per la penultima del primo) è equale alli duoi quadrati delle due linee. a. b. & .b. d. tolti insieme, adonque il quadrato della. a. d. è maggiore del quadrato della. a. b. nel quadrato della linea. b. d. & perche la. a. b. fu tolta equale alla. f. g. è manifesto il proposito, e pero pigliando poi la linea. g. b. equale alla. b. d. e seguire come nelle sopradette argumentationi se propone se risolverà il proposto problema.

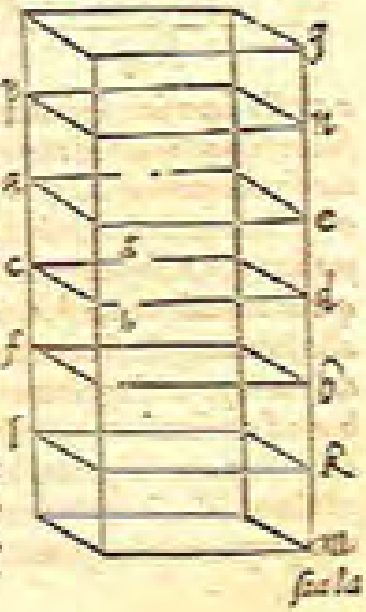
Theorema. 21. Propositione. 24.

24 Se uno solido serà contenuto de superficie equidistante le superficie
24 oppolite di quello sono equale, & de lati equidistanci.

Cia-



Ciascun solido che è contenuto de superficie equidistante, altri dicono necessariamente esser contenuto da superficie pare, lequale si come non ponno essere manco di sei, così ponno essere in ogni numero pare eccedente el senario, perche è manifesto la colonna essagona poter esser contenuta da otto superficie lequale le due è due opposite fra loro sono equidistanti, così anchora la ottogona da diece, la decagona da dodeci & alla similitudine di queste infinite, ma de tutti questi solidi contenuti da superficie equidistanti (liquali pronuntio essere infiniti) solamente quello è detto parallelogrammo del quale tutte le superficie circondante quello sono parallelogramme, & questo solamente è necessario esser da sei superficie circondato, dico adonque quello che propone questa trigesima quarta dover esser inteso di quello che circondato solamente da sei superficie, sia adonque tal solido el corpo, a, b, del quale fa che tu comprendi con la mente diligentemente le superficie che circonda el detto solido & te serà manifesto cadauna di quelle segare quattro delle altre, li lati delle qual quattro (concesso che siano le commune sectione de essa segante) & delle quattro segate: & siano due e due di quelle quattro segate (lequale se opponeno fra loro) equidistante dal presupposto seguita (per la decima sesta tolte due fiade) che li quattro lati di questa superficie segante, & delle quattro segate siano fra loro a due a due equidistante adonque è manifesto el secondo proposito & (per la trigesima quarta proposizione del primo) è manifesto tutti li lati opposiți di queste sei superficie essere equali. Adonque li dui lati continenti l'angolo piano di cadauna di quelle seranno equali alli dui lati continenti l'angolo piano in la superficie a loro opposita, anchora li angoli contenuti da quelli dui & dui lati (per la decima di questo) seranno equali, adonque (per lo converso della penultima communa sententia posta nel libro) è necessario ciascune due superficie opposite in el solido. a. b. essere fra loro equale che è el proposito.

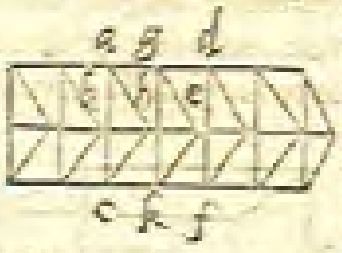


Theorema.22. Propositione.25.

25 / 25 Se alcuna superficie segarà alcuno solido parallellogrammo equidistantemente alle due superficie opposite di esso solido. li duoi corpi partiali (liquali sono copulati a quella superficie seghante come a comun termine) sono proportionale alle sue base.

Sia il corpo, a, b, solido parallellogrammo, & la superficie. c. d. seghi quello equidistantemente alle due superficie opposte di quello le quale sono, a, e, & f, b, &

sia la superficie g,b, basa del detto solido, a,b, della quale è manifesto (per la precedente) esser de lati equidistanti & la commune sectione delle due superficie, c,d, & g,b, sia la linea, b,d, della qual è manifesto (per la terza) di questo che quella è una linea retta & (per la decima sesta di questo) che quella è equidistante alla g,e, & però le due superficie g,d, & b,b, sono de lati equidistanti, e quelle sono basi di dui corpi partiali in liquali la superficie c.d. divide el solido a.b. adonque dico che la proportione del solido, a,d, al solido, b,c, è si come della basa, g,d, alla basa, b,b, hor per dimostrar questo siano protratte (quanto te pare) dall'una e l'altra banda le quattro linee penetrante la superficie, c,d, sopra li suoi angoli & quelle sono, a,f, & e,b, con le altre due a quelle equidistante, & siano tolte da tutte quelle le portioni dalla parte del ponto, b, quante te pare, lequale siano poste a una per una equale alla linea, b,d, & dalla parte del ponto, e, similmente quante altre te piace, lequale siano poste equale alla linea, e,d, sopra lequale dall'una e l'altra banda siano constituiti li solidi parallelogrammi secondo la longhezza delle sue, & siano dalla parte del ponto, b, li solidi, f,k, & l,m, & dalla parte del ponto e. li solidi a.n. & q.p. & (per la diffinitione di corpi equali & simili) cadauno di solidi f.k. & l.m. è equale al solido, c,b, & cadauno delli solidi a.n. & p.q. è equale al, a,d, adonque sia fatto l'argumento si come in la prima del sesto: perche el solido, c, m, è così multiplice al solido, b,c, come la basa, b,m, alla basa, b,b, & lo solido, q,c, è così multiplice al solido, c, d, si come la basa, q,b, alla basa, g,d, & se la basa, b,m, è equale alla basa, q,b, lo solido, c,m, è equale al solido, q,c, (per la diffinitione di corpi equali & simili) & se la basa è minore della basa & lo solido è minor del solido, & se è maggiore è maggiore, laqualcosa è manifesta (per la medesima diffinitione) resegbata dalla maggiore basa alla equalità della minore, & descritto sopra a quella el solido parallelogrammo, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) la proportione del solido, a,d, al solido, e,b, è si come la basa, g,d, alla basa, b,b, che è il proposito & se alcuna superficie, segherà el corpo seratile equidistantemente alle due opposite superficie triangulare di quello li dui corpi partiali liquali sono copulati a quella superficie segbante (come a commune termine) serranno proportionali alle sue base, hor sia. a.f. el corpo seratile del quale le due trigonal superficie siano, a,b,c, d,e,f, adonque è manifesto (per la diffinitione del seratile) cadauna di quelle tre superficie, lequale sono, a,b, d,e, b,c, e,f, a,c, d,f, esser parallelogrammo, adonque la superficie, g,b,k, segbi questo seratile equidistantemente alle due opposite superficie di quello lequale sono, a,b,c, d, e,f. Dico adonque che la proportione del seratile. a.K. allo seratile, g.f.e si come la basa, a, K, alla basa, g.f. laqualcosa se provarà si come del solido parallelogrammo, perche protratte in l'una e l'altra parte le linee. a. d. b. e. c. f. & fatti in tra quelle dalla parte del ponto. e. li seratili equali al seratile. g.f. & dalla parte del ponto. b. altri equali al seratile. a. k. de che numero uoi dall'una e l'altra bãda, se con la mente vigilante procederai (per la diffinitione della incontinua proportionalità) non te serà difficile concludere quello che havemo detto.

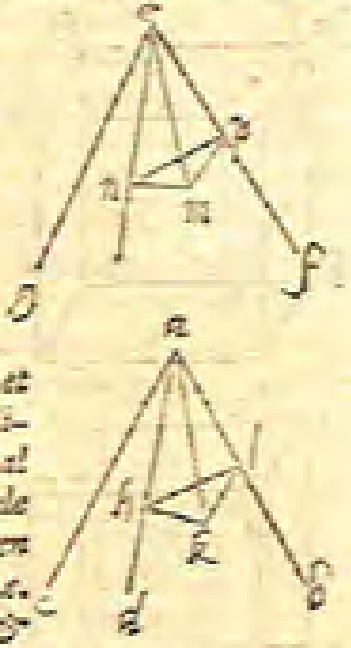


Pro-

Problema.4. Propositione.26.

26 Sopra uno dato ponto de una data linea retta puotemo constituire
26 uno angolo solido equale a uno proposto angolo solido.

Sia el proposto angolo solido. a. elquale sia contenuto dalle tre linee. a.b. a.c. a.d. (lequale contengono li tre angoli superficiali, che costituiscono esso angolo solido) al quale sopra el ponto. e. della proposta linea. e.f. (laquale sia come pare al presente, cioe destesa in piano overo elevata in suso) desideremo de constituire un angolo solido equale. Sia el sito della linea. e.f. come si voglia & dal ponto g. segnato donde vorai produr ai la linea. g.e. & (per la seconda di questo) le due linee. e.f. & g.e. seranno in una superficie, adonque in questa superficie sopra el dato ponto. e. in la assignata linea (secondo el modo della vegesimaterza propositione del primo) constituisse uno angolo equale all angolo. b.a.c. e quel sia. f.e.g. dapoi dalla linea. a.d. togliatu la linea. a.b. si come te vorai & dal ponto b. produrai la perpendicolare. b.k. alla superficie in laquale sono le due linee. a.b. & .a.c. laqual cosa come se debbia fare el te lo insegna la undecima di questo, adonque a ti non bisogna pigliar cura dal ponto. k. perche el non te importa o che la perpendicolare. b.k. (conducta alla superficie in laquale sono le due linee. a.b. & .a.c.) caschi fra esse linee overo di fora via, overo in una di quelle conducer si solamente la linea. a.k. & ponerai el ponto. l. in la linea. a.b. donde vorrai & protrarai la linea. k.l. et l.b. & mette l angolo. f.e.m. (in la superficie delle due linee. e.f. et. e.g.) equal all angolo. b.a.k. e la linea. e.m. equal alla linea. a.k. et dalla linea. e.f. taglia la linea. e.p. equale alla linea. a.l. & dal ponto. m. conduce la linea. m.n. perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee. e.f. & e.g. e pone quella equale alla. b.k. & tira le linee. e.n. n.p. & p.m. dico adonque le tre linee. e.f. g. e.n. contenere uno angolo solido in ponto. e. equale al proposto angolo. a. Laqualcosa dimostrarai in questo modo concioscia che (dal presupposito) li dui lati. a.k. & .k.b. del triangolo. a. k.b. siano equali alli dui lati. e.m. & m.n. del triangolo. e.m.n. & li angoli che sono al. k. & al. m. sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolarmente erecta sopra una superficie seranno (per la quarta del primo) le due linee. a.b. & e.n. equale ancora (per la medesima) le due linee. k.l. & .n.p. seranno equale e però essendo (per la medesima). b.l. & n.p. seranno equale concioscia che. b.k. & .k.l. siano equale alle. n.n. & n.p. & li angoli. b.k.l. & n.m.p. retti (per la ottava del primo) adonque l angolo. n.e.p. serà equale all angolo. b.a.l. anchora per simil modo tu approverai l angolo. g.e.n. essere equale all angolo. c.a.d. adonque è manifesto non haver fatto quello che volemo. O studioso lettore se porrai bé cura a questo che havemo opera-



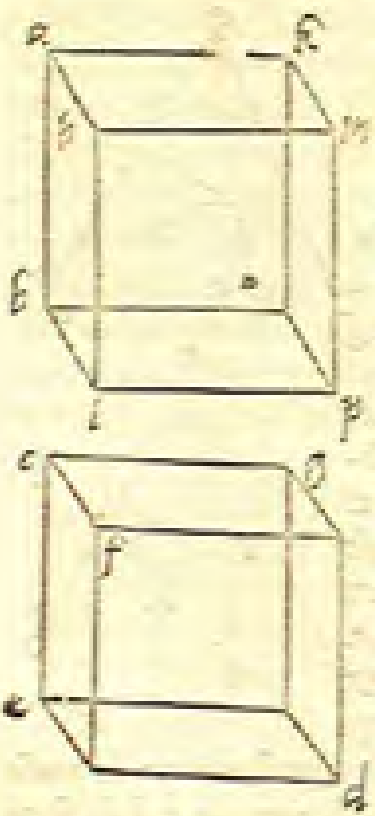
to di sopra date senza impedimento potrai costituire il proposto angolo .a. (che se adimanda) sia contenuto da quanti lati si voglia.

Il Tradottore.

Dove che sopra il commentatore dice che dal ponto .g. signato dove vorai produrai la linea .g.e. &c. A me non pare che'l detto ponto .g. si possa ter dove ne pare anci tal parlar mi pare fora di proposito e superfluo: perche satisfa solamente a dire che si debbia sopra il ponto .c. constituire (per la vigesimaterza del primo) l'angolo .f.c.g. equale all'angolo .b.a.c. & seguire poi come seguita.

Problema. 5. Propositione. 27.

27 / 27 Sopra a una assignata linea possemo constituire uno solido simile a uno dato solido de superficie equidistante.



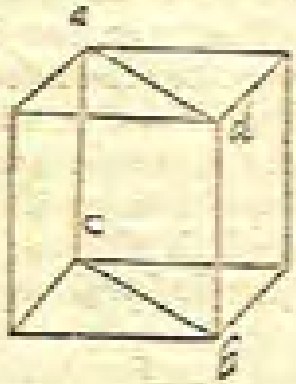
Sia la assignata linea, a, b, del sito del quale over giacia in piano, over sia in alto elevata el non importa niente, & sia lo corpo, c, d, lo solido parallelogrammo assignato el quale sopra la linea .a.b. desideremo fabricare uno solido simile, siano adonque le tre linee contenente li angoli superficiali dalli quali vien composto l'angolo .c. solido delle inscritte littere, c, e, c, f, c, g, & (secondo li precetti della precedente) sopra el ponto, a, della linea, a, b, sia constituido uno angolo solido equale al .c. sia contenuto dalle tre linee, a, b, a, k, a, k, & con lo aggiutto (della undecima del sesto) sia la proportione della, c, e, alla, a, b, & della, e, f, alla, a, b, & della, g, e, alla, a, k, una medesima proportione, dapoi dalli tre ponti, b, b, k, sia protratte sei linee cioe, b, i, equidistante alla linea, a, b, & b, m, equidistante alla linea, a, k, anchor, b, l, equidistante alla linea, a, b, & b, n, equidistante alla linea, a, k, anchor sia tratta la linea, k, n, equidistãte alla, a, b, & k, m, equidistante alla .a.b. & piu siano protratte, m, p, equidistante al, b, l, & p, l, equidistante al, b, m, anchora sia protratta la linea, p, n, & serà compito el solido parallelogrammo, a, p, el qual dico esser simile al solido, c, d, & questo (per la diffinitione) delle superficie simele, & (per la diffinitione de corpi simili) facilmente tu concluderai se tu te ricordi de quelle.

Theorema. 23. Propositione. 28.

28 / 28 Se alcuna superficie segarà uno solido parallelogrammo sopra qualle due opposite superficie terminale di quello si voglia & sopra li dui dia-

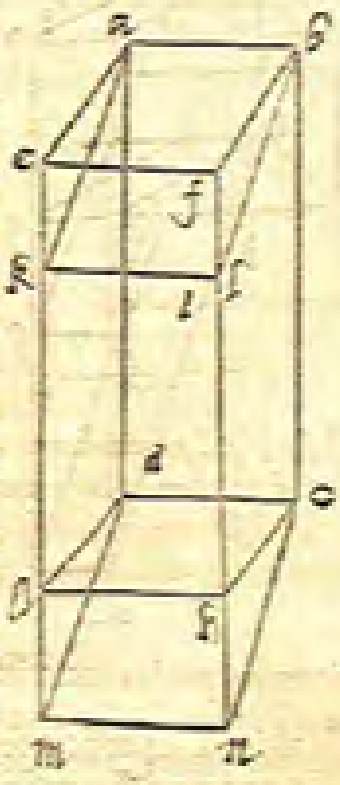
diametri di quelle, quella medesima superficie è necessario segare quel corpo in due parti equale.

Sia el corpo, a,b, solido parallelogrammo del quale sia supposto che le superficie. a.b.c.d. segha quello sopra li diametri delle due superficie opposite terminante esso solido, le quale siano a.d. & c. b. Dico che la detta superficie dunde questo solido preposto in due parti equali, perche egli è manifesto che quella dividde quel solido in dui seratili di quali le dué è due superficie quadrilatere comparate fra loro, secondo che esse sono li lati opposti del proposto solido (per la trigesima quarta de questo) è manifesto esser equale, conciosia che 'l solido del qual parliamo è posto esser parallelogrāmo: ancora (per la medesima, & per la quadragesima prima del primo) è manifesto le superficie trilatere di detti seratile essere equale, adonque (per la diffinitione di solidi equali) è manifesto il proposito.



Theorema. 24. Propositione. 29.

29 29 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti & in una medesima basa, & constituti sopra una linea se prouano esser equali.



Vero è che li solidi de lati equidistanti equalmente alti constituidi fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro equali, si come delle superficie de equidistanti lati sopra una basa, & constituite tre linee equidistanti, come in la trigesima quinta del primo è stato dimostrato, ma de tali solidi alcuni sono detti esser constituidi sopra una linea, & questi tali sum quelli, di quali li dui lati opposti delle suppreme superficie protratti secondo la rettitudine sono una sol linea: & de questi tali questa trigesima nona propone de demostrare tutti questi esser equali fra loro, ma li altri de questi sono quelli liquali non sono detti esser constituidi sopra una linea & sono quelli di quali qualunque dui lati opposti delle suprême superficie che siano tolti secondo la rettitudine protratti non sono una sol linea, es de tali la seguente propone da demostrare tutti questi ancora esser fra loro equali. Siano adonque li dui solidi parallelogrammi equalmente alti ouer constituidi fra superficie equidistanti. a.b. & a.n. sopra una basa la qual sia a.e. di quali li lati opposti delle suprême superficie (quando siano protratti secondo la rettitu-

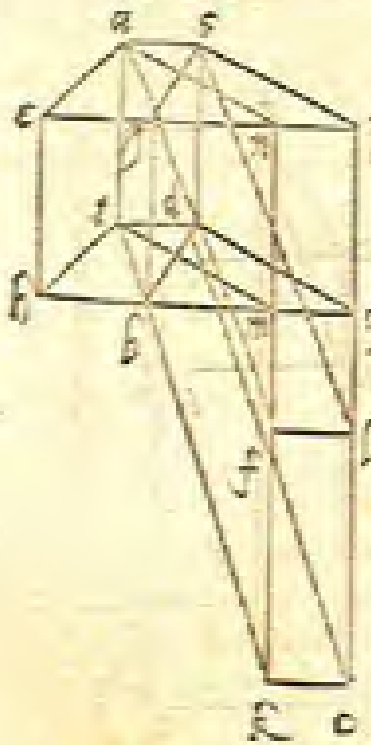
dine)

dine) siano una linea, & quelli siano e.m. & f.n. Dico adonque che li solidi a.b. & a.x. sono equali & questo se fabricarai la figura de quello secondo che bisogna in atto, ouer con la mente, & che tu procedi si come in la trigesima quinta del primo facendo il medesimo qui di seratili come in quel loco di triangoli tu potrai facilmente concludere, & la medesima diversità a te occorre in questo loco in li solidi, che hai visto esser occorso ma in le superficie.

Theorema. 25. Propositione. 30.

30 / 30 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti che serano constituti in una medesima basa, & non sopra una linea, se approua no essere equali.

Sia al presente dui solidi parallelogrammi equalmente alti, ouer in superficie equidistante: & siano sopra una medema basa, ma non constituidi sopra una linea de nouo. Dico quelli esser equali, hor siano li dui solidi parallelogrammi, a.b, & a, c. equalmente alti ouer in tra superficie equidistanti cõstituti sopra una basa laqual sia a. d. ma non sopra una linea & siano le soprane superficie de quelli e.b. & f.c. delle quali li lati opposti protratti secondo la rettitudine non seranno una linea & conciosia che esse siano (dal presupposito) in una superficie imperoche li proposti solidi sono fra superficie equidistanti, è necessario che li dui lati de una di quelle protratti secondo la rettitudine, seghino li dui lati dell'altra de quelle protratti secondo la rettitudine, adonque siano protratti li dui lati opposti delle superficie. e. b. liquali siano e.g. & b.h. & li dui opposti della superficie f.c. liquali sian k.f. & c.l. Et seghinsi sopra li quatro punti m.x.p.q. & la superficie m.n.p.q. serà de lati equidistanti, equale a ciascuna delle tre superficie delle quale una è la commune basa delli proposti solidi, & quella e. a. d. & le altre due restante sono le soprane superficie di medesimi solidi, & quelle sono e.b. & c.f. adonque dutte le linee da i quatro punti. m.x.p.q. alli quatro angoli della basa a.d. referti secondo la diretta consequentia le quale siano r.a.m.x.p.s.q.d. serà uno perfetto solido parallelogrammo. a. q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di dui primi & equalmente alto & sopra una linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente) adonque qual si voglia di dui proposti solidi liquali sono a. b. & a. c. è equale al solido. a.q. adonque (per la concettione) el solido. a. b è equale al solido a.c. per laqualcosa è manifesto el proposito, parendoti tu mai ancora prouare el converso di questa & della precedente, ducendo al impossibile, perche ponendo qual si voglia dui soli di parallelogrammi esser equali & constituti sopra una medesima basa & tu dimostrarai

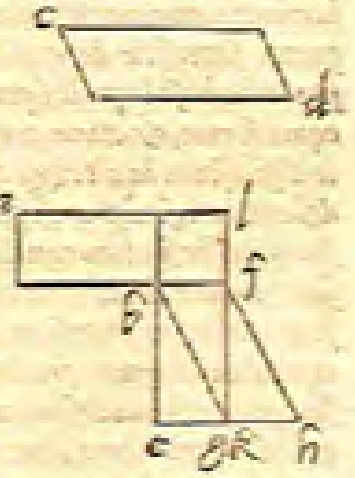


ſirarai quelli eſſer equalmente alte & queſta è la precedente ſeranno el mezzo del la tua demoſtratione, & lo impoſſibile aqual tu ducerai, ſerà la parte eſſer equale al ſuo tutto, laqualcoſa euidentemente appare, ſe de quel ſolido (elquale mẽtiſſe l'aduerſario eſſer piu alto) concioſia che ambi ſiano poſti equali, & conſtituiti ſopra una medema baſa me taglierai uno ſolido parallelogrammo equalmente alto al piu baſſo, & queſto tagliato tu comencerai (per queſta & per la precedente) eſſere equale al piu baſſo, e pero (per commuma ſentenza) etiam a quel tutto dal quale tu haurai tagliato quello.

Theoreme. 26. Propoſitione. 31.

31 Li ſolidi de ſuperficie equidiſtanti conſtituti in baſe equale, ſe ſeran-
31 no equalmente alti, & le linee angulari de quelli ſtaranno orthogonalmente ſopra le baſe, ſeranno equali.

Et queſto anchora è uero che tutti li ſolidi parallelogrammi conſtituti in baſe equale & in tra ſuperficie equidiſtanti quer equalmente alti ſono fra lor equali ſi come (in la trigeſima ſeſta del primo) è ſtato prouato delle ſuperficie de equidiſtanti lati conſtituti ſopra equal baſe & in tra linee equidiſtanti, ma de tal ſolidi alcuni ſono delle quale le linee angolare ſono erigate orthogonalmente ſopra le ſue baſe, & de queſti tali queſta trigeſima prima propone de demoſtrare quelli eſſer equali, ma pur egliene ſono d'un'altra ſorte delli, quali le linee angolare non ſono erette orthogonalmente ſopra le ſue baſe & di queſti altri tali la ſequente propone de dimoſtrare quelli medemamente eſſer equali, adonque ſiano poſti ſopra le due baſe a.b. & c.d. equali ſiano equali & de equidiſtanti lati, ma certo non ſiano d'una medeſima creatione, ma ſia a.b. retrangolo longo & c.d. un ſimile helmuaryn li duoi ſolidi de equidiſtanti lati conſtituti equalmente alti, & ſiano le linee rette ſopra li angoli delle propoſte baſe per pendicolare a quelle dico queſti duoi ſolidi eſſer equali fra loro, per tanto ſiano protratti li dieci lati della baſa. a. b. (& ſiano quelli che contien l'angolo. b.) per fina al. f. & e. & ſia fatto l'angolo. f. b. g. equale all'angolo. c. e. della baſa. c. d. & ſiano tolte le due linee. b. f. & b. g. equale alli dieci lati della baſa. c. d. lequale contien lo angolo. c. & ſia compita la ſuperficie de lati equidiſtanti. b. b. laqual ſerà equale & ſimile alla baſa. c. d. & dapoi ſia protratta la. b. g. e. equidiſtante alla. b. f. & la. f. k. equidiſtante alla. b. e. & la ſuperficie quadrilatera. b. f. k. de lati equidiſtanti ſerà equale alla. a. b. (per la trigeſima quinta del primo) & concioſia che. b. b. ſia equale al. c. d. (per la concettione) la. b. k. ſerà equale alla. a. b. adonque ſia compita la ſuperficie de lati equidiſtanti. b. l. protratta la linea. k. l. per fina a tanto che quella concorra in punto. l. con uno di lati contenenti l'angolo. a. adonque ſia che ſopra le tre ſuperficie de lati



lati equidistanti (le quale sono, b, h, b, k, b l,) siano constituiti li solidi equalmente alti al solido constituido sopra la basa, a, b, et siano le linee de tutti questi solidi erette perpendicolare sopra le base & siano le base & li solidi constituiti sopra quelle chiamadi de medesimi nomi, adonque è manifesto (per la diffinitione di solidi equali & simili) che li dui solidi, b, b, & c, d, sono equali & simili: ma delli solidi, b, b, & b, k, è manifesto (per la xxxi^sima nona) che quelli sono equali: perche sono equalmente alti, & constituiti sopra una medesima basa, & quella serà la superficie erecta sopra la linea, b, f, & sopra una linea, & (per la xxiiii^sima quinta) la proportione del solido, a, b, al solido, b, l, è si come la basa, a, b, alla basa, b, l, & (per la medesima del solido, b, k, al solido, b, l,) serà si come della basa, b, k, alla basa, b, l, & cõciosia che dell'una e dell'altra delle due base, a, b, & b, k, alla basa, b, l, sia una medema proportione (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno & dell'altro di dui solidi, a b, & b, k, al solido, b, l, serà una medesima proportione, adonque (per la prima parte della nona del quinto) li dui solidi, a, b, & , b , k, seranno equali, & perche el solido, b, k, è equal al solido, b, b; & lo solido, b, b, al solido c, d, seguita (per communa scientia) el solido, a, b, essere equale al solido, c, d, che è el proposito.

Theorema. 27. Propositione. 32.

32 / 31 Se li solidi de superficie equidistanti: constituti in base equale, seranno equalmente alti, & le linee angulare non staranno orthogonalmente sopra le base, quelli è necessario esser equali.

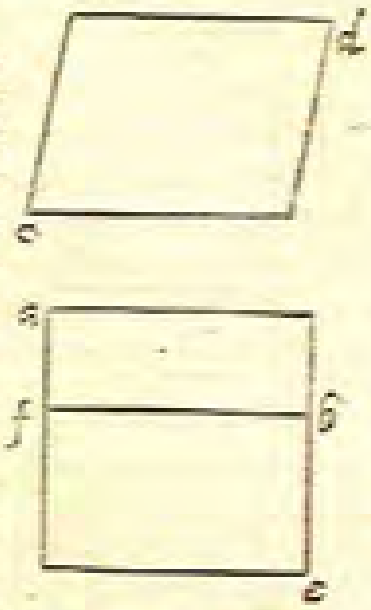
Fabricati dui corpi come se propone: cioe che siano de terni equidistanti, & equalmente alti & sopra base equale, ma non erecti sopra le sue base perpendicolarmente, ma ambidui inclinati sopra quelle & se dalli quattro angoli delle supreme superficie de quelli siano dutte le perpendicolare alla superficie dove sono fatte le sue base equale (per la sesta) cadauna di quelle a cadauna delle altre serà equidistante, & etiam per el presupposito cadauna a cadauna equale, perche quelle diffiniscono la altezza di proposti solidi, et se in tra quelle siano fatti solidi de equidistanti lati, serà manifesto (per la precedente) questi dui solidi ultimamente constituidi esser fra loro equali, & cõciosia che delli dui primi & delli dui ultimi siano in medesime base, cioe le superficie supreme de quelli, è manifesto (per la xxxi^sima nona cuer trigesima) & per questa communa sententia quelle cose che sono equale a cose equale fra loro insieme sono equale esser el vero quello che fusto proposto. per questi medesimi mezzi se'l te pare tu poi demostrare li converssi di questa & della precedente, ducendo queste indirettamente per lo medesimo modo & al medesimo modo inconveniente si come in li converssi delle due antecedente, perche se tu poni li dui solidi parallelogrammi esser equali e sopra equal base, & tu conoscerai quelle esser equalmente alti ouer se pone quelli essere equalmente alti & equali & tu conoscerai quelli essere sopra base equale.

Il Traduttore.

Le due precedēte propositioni nella seconda tradottione se dimostrarano in una sola propositione cioe in la trigesima prima.

Theorema. 28. Propositione. 33.

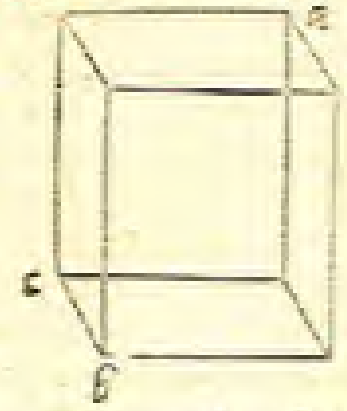
33 33 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti sono proportionali alle sue base.

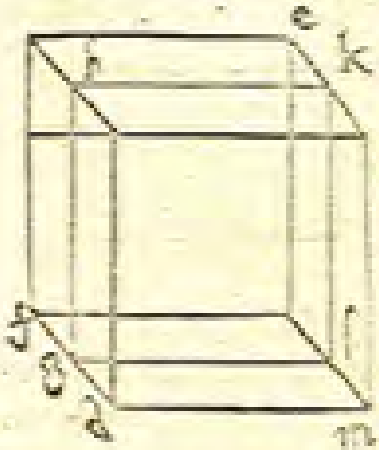


Siano dui solidi de superficie equidistanti equalmente alti constituidi sopra le due base. a.b. & c.d. Dico che la proportione dell'uno all'altro di quelli dui solidi, e si come la proportione delle due base (le quale sono a.b. et c.d.) dell'una all'altra, certamente è manifesto (per la trigesima quarta) l'una & l'altra delle due base esser de lati equidistanti, adonque li dui Lati opposti & equidistanti in la superficie. a. b. siano protratti & fra quelli sia fatta una superficie de Lati equidistanti: la quale sia. f. e. equale alla c.d. dapoi sopra la superficie f.e. sia compita uno solido paralellogrammo equalmente alto a quello che è constituido sopra alla base. a. b. & sia comune termine de ambidui quella superficie, che è ellevata sopra la linea. b.f. & questi solidi & le sue base siano chiamati de medesimi nomi perche adonque la base, f, è equale alla base, e, d, (per la trigesima prima over trigesima seconda) lo solido, f, e, serà equale al solido, e, d, ma perche la superficie che se ellevа sopra la linea, b, f, sega el terzal solido. a. e. equidistantemente alli dui Lati opposti (per la trigesima quinta) la proportione del solido, f, e, al solido, a, b, serà si come la base. f. e. alla base. a. b. & concioscia che si le base come li solidi, e, d, & f, e, siano equali, le base per el presupposito, & li solidi (per la trigesima prima over trigesima seconda) seguita (per la settima del quinto) volta due volte una per le base & una per li solidi che la proportione di solidi, a, b, & e, d, & delle base, a, b, & e, d, sia una medesima come volemmo dimostrare, anchora lo converso di questa non è difficile da demostrare per mezzo di questa si come li converssi delle precedente, perche ponendo dui solidi paralellogrammi esser proportionali alle sue base, se tu conoscerai quelli esser equalmente alti perche tagliato da quello che l'adversario ponesse esser piu alto: un solido paralellogrammo equalmente alto all'altro che suppolo esser piu basso, lo tagliato e l'altro posto serano proportionali alle sue base (per questa trigesima terza) et concioscia che terzal piu alto (dal qual è sta tagliato el particle) e quello che è stato suppolo esser piu basso, siano proportionale alle medesime base (dal presupposito) seguita (per la prima parte della cinca del quinto) el terzal (che l'adversario disse essere piu alto) e la particle che fu tagliato da quello essere equali la qual cosa è impossibile.

Theorema. 29. Propositione. 34.

34 34 Se duoi solidi de superficie equidistanti & le linee delle altezze stiano erette orthogonalmente sopra le base: seranno equali è necessario le base de quelli alle altezze di medemi esser mutue. Et se le due base seranno mutue alle sue altezze, li detti solidi è necessario esser fra loro equali.





Ogni uolta che duoi solidi de superficie equidistanti sono equali le base & le altezze de quelli è necessario esser mutue: & è conuerso si come (delle superficie equiangole de equidistanti lati) proposse la quartadecima del sesto, ma questa trigesima quarta propone da demostrare di quelli solidi parallelogrammi ne liquali le linee delle sue altezze stanno orthogonalmente, alle sue base parallelogrammo, & quella che seguita propone el medesimo di tutti li altri, sieno adonque al presente li dicti solidi parallelogrāmi a.b. & c.d. equali le base di quali siano a,e, & c,f, & le linee delle altezze de quelli siano erette orthogonalmente sopra queste base, & sia la altezza del solido a,b, la linea e,b, & del solido c,d, la linea f,d, adonque se le due linee e.b. et f.d. (determinante le altezze de essi solidi) seranno fra loro equali, conciosia anchora che essi solidi per el presupposito siano equali (per el conuerso della trigesima prima) le base de quelli legnale sono a.e. & c.f. seranno equali, e però le base & le altezze seranno mutue, & cosi se manifestarà la prima parte del presupposito, & al contrario se manifestarà la seconda, come se le altezze & le base sono mutue, essendo poste le altezze equale seranno anchora le base equale, e però (per la trigesima prima) & li solidi equali e cosi è manifesta la seconda parte, ma se le linee e, b, & f, d, non seranno equali sia maggiore f,d, & da quella sia resegato f.g. alla equalità della linea e,b, & dalle altre tre linee legnale sono le altezze del solido c, d, siano resegate alla medesima misura in li punti .x. b. & sia compito el solido parallelogrammo. c.g. equalmente alto al solido a.b. & (per la precedente) dello a, b, allo c.g. serà si come della basa a,e, alla e,f, adonque conciosia che lo solido c,d, sia equal al a. b. (per la prima parte della settima del quinto) del c,d, al c, g, serà si come della basa a,e, alla basa e,f, & (per la precedente la proportione del c,d, al c, g, e si come la basa m,f, alla basa f.l. legnal cosa è manifesta se ma delle superficie di lati del solido c,d, (& quella sia f.m.) sia intesa basa di quello, & (per la prima parte del sesto) della f.m. alla f.l. e si come della d.f. alla f.g. e però (per la settima del quinto) si come la d,f, alla b,e, adonque la a,e, alla e,f, e si come la d,f, alla b,e, adonque è manifesta la prima parte. La seconda parte conciosia che la sia al

contrario

contrario della prima se la prouarai per lo modo contrario, perche sia la medema disposition fiante la proportione della. a.e. alla.c.f. si come la.d.f. alla.e.b. al presente dico li solidi. a,b, & c,d, esser equali, perche (per la settima del quinto) della.a,d,f, alla.f,g, serà si come della. a.e. alla. e.f. ma (per la precedente) lo.a.b. al.e.g. e si come la. a,e, alla.e,f, adonque lo.a,b, al.e,g, è si come la.d,f, alla.f,g. & (per la prima del sesto) la.d,f, alla.f,g, e si come la. m,f, alla.f,l, & (per la precedente) lo.c,d, al.e,g, è si come la.m,f, alla.f,l, adonque lo.e,d, allo.e,g, è si come lo.a,b, al.e,g, adō que (per la nona del quinto) li duoi solidi.a,b, & c,d, sono equali che el proposito.

Il Traduttore.

Doue che il testo di questa propositione dice, & le linee delle alezze siano erette orthogonalmente sopra le base, piu conuenientemente seria a dire, & le linee laterale che in alto se elleuano siano erette orthogonalmente sopra alle sue base: perche le linee determinano l'alezza di solidi sempre sono perpendiculare alla basa di tal solidi (per la quarta diffinitione del sesto) ouer alla superficie doue sono site le dette base & queste tal linee della alezza non sempre sono equale alle linee laterale che in alto se leuano di tal solidi il medesimo si debbe intendere nel commento di questa, etiam della sequente propositione.

Theorema.30. Propositione.35.

35 Se duoi solidi de termini equidistanti seranno equali le base di quel
34 li alle alezze di medemi seranno mutue, & se qualunque duoi corpi de superficie equidistanti, le sue base alle sue alezze seranno mutue se prouano esser equali.

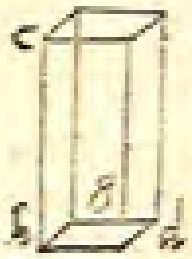
Q uello che propose la precedente di solidi parallelogrammi di quali le linee delle sue alezze se elleuano orthogonalmente sopra le sue base questa trigesima quinta propone vedificatamente de tutti, ma conuiene demostrare questa per la precedente, si come benemo demostrato in la trigesima seconda & .33. perche fabricati duoi solidi che siano de equidistanti lati se le linee delle alezze alle sue base seranno erette orthogonalmente: è manifesto esser il uero quello che è detto per la precedente, ma se le non seranno orthogonalmēte erette dalli quattro pōti angulari delle superficie supreme in l'uno e l'altro solido siano protratte quattro linee perpendicolarmente alle base, ouer dai ponti angulari delle infime superficie ne sia erigato quattro, in tra lequale compiscono duoi solidi parallelogrammi equalmente alti alli solidi primi, (& per la. 29. & trigesima) questi duoi solidi seranno equali alli duoi primi solidi, conciosia adonque che de questi e de quelli siano le medesime base, & le medesime alezze, & (che per la precedente) sia el uero quello che propone questa 35. di quelli fatti in ultima, il medesimo serà il uero etiam di primi.

Il Traduttore.

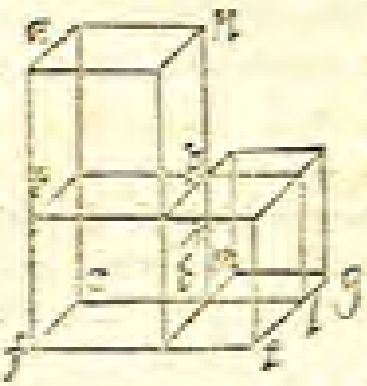
Q uesta due precedente propositione in la seconda traduttione se dimostrano in una sola cioe in la trigesima quarta.

Theorema. 31. Propositione. 36.

36 33 Se duoi solidi de superficie equidistanti seranno simili, la proportione di l'uno all'altro: serà si come la proportione treplicata, di quale si voglia lato di l'uno al suo relativo lato di l'altro.



Siano li duoi solidi. a.b. & .c. d. parallelogrammi & simili, Dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro è si come la proportione treplicata di l'uno di lati di quello all'uno di lati dell'altro a lui relatiuo si come che la proportione de due superficie simile, e si come la proportione duplicata di suoi lati relatiui, come fu dimostrado in la decima nona del sesto: perche se li solidi. a.b. & c.d. seranno equali conciosia che sono fra posti simili (per la diffinitione di corpi simili, & delle superficie simile) tutti li lati di uno seranno equali alli suoi relatiui dell'altro, e però conciosia che la proportione treplicada, de due quantità equale over tolta quante volte si voglia quelle non fa salvo che proportione de equalità, adonque in questo caso è manifesto esser el vero quello che se propone, ma se seranno ineguali sia. a. b. maggiore del quale la longhezza sia. b. e. & la largheza. e.f. la altezza. f.a. la basa. e.r. & la suprema superficie. a.n. & del solido. c. d. la longhezza sia. d. g. la largheza. g. b. la altezza. b. c. adonque è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la diffinitione delle superficie simile, & per lo presente presupposito) che la proportione dal. a. f. al. a.b. & del. f.e al. b.g. & del. e. b. al. g.d. sia una medesma, adonque sia tolto dalla linea. a.f. (laquale è manifesto essere maggiore della. a. b.) la linea. f. k. equale alla. b.e. & le altre tre (determinante la altezza del solido. a. b.) siano reflegate alla equalità de quelle & fra quelle sia compito al solido parallelogrammo. k. b. equalmente alto solido. c. d. & siano protratte le due linee della basa. e.b. per fina al. l. & r.b. per fina al. m. & sia. b. l. equale al. g.d. & b.m. equale al. b.g. & sia compito la superficie. m.l. de lati equidistanti: laquale serà equale & simile alla. b. d. adonque sopra di quella sia erigato lo solido. p. q. parallelogrammo secondo le precisa altezza del solido. c. d. & lo. p. q. serà equale & simile al solido. c. d. un'altra volta fra le linee. r. b. & .b. l. sia compita la superficie. b. t. de lati equidistanti, sopra laquale ancora sia erigato lo solido parallelogrammo. x. l. equalmente alto all'uno e l'altro di duoi solidi. k. b. & . p. q. reimpiendo l'uno e l'altro di dui angoli che sono dentro quelle, & conciosia che li duoi solidi. a. b. p. q. siano simili imperoche ambiduoi siano posti simili al solido. c. d. & li corpi simili a uno medesimo corpo in fra loro sono simili, come è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la uigesima del sesto, & è manifesto



per

per la vigesima quinta tolta tre volte) sobre fra li dui solidi a.b. & p.q. secondo la continua proportionalità cadeno necessariamente li dui solidi k. b. & K. L adunque constituta ouer constructa la figura, & con la memoria fermata alli laudati presupposti (per la prima del sesto) facilmente concluder si il proposito, discerne el corpo & attende diligentemente, & saper si (per la vigesima quinta de questo) la proportione del solido a b. al solido, k b. esser si come della superficie, a r, alla superficie, K r, e pero (per la prima del sesto) si come della linea, a f, alla linea K f. & la proportione del solido, k b, al solido, x l, si come della superficie k r. alla superficie x x. e pero si come della linea f r, alla linea, r r. & la proportione del solido, x l, al solido, p q, si come della superficie x l. alla superficie l m. & per tanto è si come della linea a r, b, alla linea, b m, & per el presupposito è chiaro che la proportione della linea, f r, alla linea, r r, & della linea, r b, alla linea, b m, è si come della linea, a f, alla linea, K f, e per tanto (per la diffinitione della proportione treplicata posta in 11. diffinitione, & 5. è manifesto che la proportione del solido, a b, al solido, p q, e pero etiam al solido, c d, e si come della linea, a f, alla linea, k f, triplicata, & perche la linea, K f, e posta equale alla linea, c b, è manifesto esser il vero quello che dessemo bisogna saper che cio che è stato dimostrato di solidi parallelogrammi (per questa 36. & per le sette continue precedente a quella) il medesimo anchora se verifica nelli seratili di quali le base communamente sono trigone ouer communamente tetragone, & questo serà manifesto alla ingeniosa speculatore (per la 28. & per questa 36. & per le sette a quella continuamente precedente: perche se seranno quali si voglia seratili equalmente alti sopra una medesima basa ouer sopra base equale tanto communamente trigone ouer communamente tetragone, conciosia che quelli siano le mità di solidi parallelogrammi delle sue altezze (per la vigesima ottava) quelli seranno equali per la vigesima nona, & per le tre che seguitano quella. Perche da queste è manifesto li solidi parallelogrammi esser equali al doppio de essi seratili. Similmente anchora se seranno dui seratili sopra basse communamente trigone, ouer communamente tetragone equalmente alti quelli seranno proportionali alle sue base, si come (per la 32.) se ben di solidi parallelogrammi, perche quelli (per la 28.) sono le mità di solidi parallelogrammi di sua altezza, & di solidi parallelogrammi della sua altezza & delle base de quelli è una medesima proportione (per la trigesima terza) conciosia adunque che la proportione di solidi parallelogrammi sia si come quella de seratile perche si come el semplo al semplo cosi è el doppio al doppio (per la quintadecima del quinto,) & la proportione delle base di solidi parallelogrammi, e si come delle base de seratili, perche ouer che seranno le base di seratili quelle medesime di solidi parallelogrammi, & questo serà quando le base di seratili seranno tetragone: perche allhora seranno da esser compiti li solidi parallelogrammi dalli seratili sopra le medeme

me base, ouer le base di seratili seranno subduple alle base di solidi parallelogrammi, & questo serà quadrato le base delli seratili seranno cõmunamente trigone, per che all'hora li solidi parallelogrammi seranno da esser compidi dalli seratili, aggionto alle base di seratili, le superficie trigone acioche le base de seratili con li trigoni aggionti siano fatte base de superficie de lati equidistanti seguita che la proportione di seratili sia si come quella delle base, & per lo medesimo modo, se li seratili seranno equali & siano communamente sopra base triangulare ouer communamente sopra le base quadrangulare, le base de quelli seranno mutate alle altezze de quelli, ma se le base de quelli seranno mutate alle altezze de quelli, essi seratili seranno equali si come propone la trigesima quarta e trigesima quinta di solidi parallelogrammi, & questo facilmente è manifesto (per quelle cose che sono dette in la trigesima quinta) ma se li seratili seranno fra loro simili, la proportione dell'uno all'altro, e si come la proportione del lato de uno al suo relatiuo lato dell'altro dupplicata si come di solidi parallelogrammi (propone la trigesima sesta, che per la medesima trigesima sesta) facilmente a te se manifestarà dalli parallelogrammi compidi dalli seratili simili quelli solidi prouarai essere simili laqual cosa è facile esser negotiata (per la diffinitione di corpi simili & delle superficie simile, per questo che li seratili sono posti simili fra loro.

Correlario.

0 / 33 Dico che da questo è manifesto, che se seranno quattro rette linee proportionale, si come serà la prima alla quarta cosi serà el solido de superficie equidistante descritto dalla prima, a quello simile & similmente descritto dalla seconda imperoche la prima alla quarta ha treppia proportione che alla seconda.

Il Tradottore.

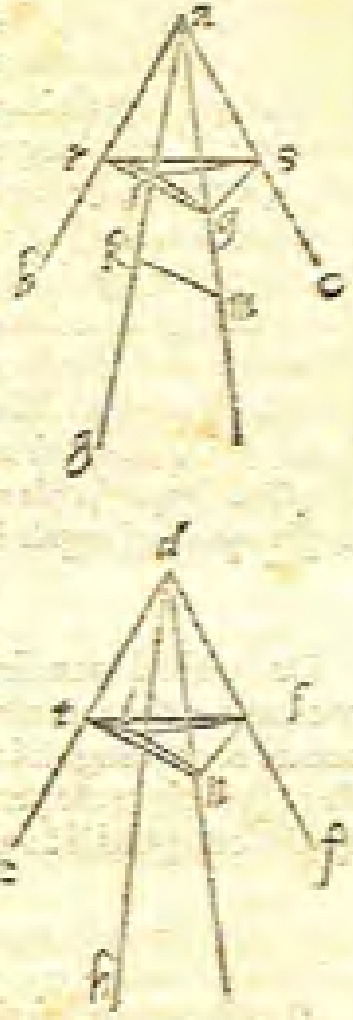
Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione elquale per essere da se chiaro altramente non lo spongo aduertendoti solamente che li dessi solidi descritti sopra alla prima & seconda el non satisfa che quelli siano simili; ma bisogna etiam che siano similmente posti ouer descritti cioe che le base descritte dalle dette due linee done essi corpi se riposano siano simile & relatiue de dessi solidi si come fu detto etiam sopra alla trigesima del sesto delle superficie simile.

Theorema. 32. Propositione. 37.

37 / 35 Se seranno duoi angoli piani equali sopra liquali siano statuide in aere due Ypotumille che cadauna di quelle contengano equali angoli con ciascaduno di lati di angoli subgiacenti, & in quelle Ypotumille siano signati duoi ponti, dalli quali siano protrate due perpendicolare alla superficie delli propositi angoli, & dalli ponti sopra liquali cascarano le perpendicolare, siano dutte due linee rette alli duoi angoli pia-

ni,

ni, Li duoi angoli che serano contenuti da quelle due linee & da quelle due Ypotumisse se prouano fra lor esser equali.



Siano li duoi angoli piani. a. & .d. equali contenuti dalle linee. a.b. & .a.c. & .d.e. & .d.f. e sopra quelli siano erigale due linee (ypotumisse dette) .g.h. & .d.b. & sia l'angolo. g. a. c. equale all'angolo b.d.f. & lo angolo. g. a.b. equale all'angolo. h. d. e. in le due ypotumisse. a.g. & d. b. siano signati li duoi punti (come si noglia. k. & .l. dalli quali secondo li precetti della undecima di questo) siano lassate due perpendicolare alla superficie de angoli. a. & .d. lequale siano. k.m. & .l.n. & siano protratte le due linee. a.m. & .d. n. dico adunque lo angolo. g.a.m. essere equale all'angolo. b.d.n. se la linea. a.k. è equale alla. d.l. bene quidem se non dalla linea. a.g. sia tolta la linea. a. p. equale alla. d.l. & dal punto. p. sia lassata una linea perpendicolare alla superficie del angolo. a. laquale sia. p.q. adunque è manifesto che il punto. q. è in la linea. a.m. laquale cosa (per la sesta di questo, & per la diffinitione delle linee equidistante, lequale è necessario essere in una superficie) facilmente è manifesto a colui che ben studiosamente considera: dapoi dal punto. q. siano dutte due perpendicolare una alla linea. a. b. laquale sia. q.r. & una altra alla linea. a.c. laquale sia. q.s. similmente ancora dal punto. n. siano dutte due altre perpendicolare una alla linea. d.e. laquale sia. n.t. & l'altra alla linea. d.f. laquale sia. n.x. & siano protratte. r.s. & .t.x. & ancora dalli punti. p. & .l. siano tirate le ypotumisse. p.q. p.r. p.s. & .l.n. l.t. l.x. adunque poste queste cose, & despolta prudentemente la figura cosi se apprende la demostratione del proposito, egli è manifesto (per la penultima del primo) che il quadrato della linea. a. p. è equale alli quadrati delle due linee. a.q. & .p.q. & (per la medesima) che il quadrato della. a. q. è equale alli quadrati delle due linee. a.r. & .r.q. adunque el quadrato della. a.p. è equale alli quadrati delle tre linee. a.r. r.q. et q.p. Ma per la medesima el quadrato della. a.p. è equal alli quadrati delle due linee. r.q. & .p.q. adunque el quadrato della. a.p. è equale alli quadrati delle due linee. a.r. & .r.p. e pero (per la ultima del primo) lo angolo. a.r.p. è retto e per simel modo se approuera ciascuno di tre angoli. d.x.l. & .r.p.d.t.l. esser retto, conciosia adunque che l'angolo. r.a.p. (per el presupposito) sia equale all'angolo. x. d.l. & la linea. a.p. alla linea. d.l. (per la vigesima sesta del primo) la linea. d.x. serà equale alla. a.r. & la. x.l. laquale alla. r.p. ancora per lo medesimo modo, conciosia che (per el presupposito) lo angolo. y.a.p. sia equale all'angolo. z.d.l. (per la medesima) la linea. a.y. serà equale alla. d.z. & la. y.p. equale alla. z.l. per laquale cosa per la

la quarta del primo la linea r,x, serà equale alla linea t,x. & l'angolo a,r,x, equale all'angolo d,t,x. & lo angolo a,s,r, all'angolo d,x,t, per l'angolo a, (del presuppoſto) è equale all'angolo d, adonque (per la concettione) l'angolo s,r,q, serà equale al l'angolo, x,t,n, et l'angolo r,s,q, all'angolo t,x,n, perche sono li reſidui di duoi retti per li duoi equali toli via, adunque (per la 26 ſesta del primo) è neceſſario che la linea, r,q, ſia equale alla, t,n, & la, q,s, equale alla, n,x, & concioſia che (per la penultima del primo) lo quadrato della linea r,p, ſia equale alli quadrati delle due linee, r,q, & p,q, & lo quadrato della linea, t,l, equale alli quadrati delle due linee, t,n, & l,n. & eſſendo le due linee, r,p, & t,l, equale, e anchora le due equale ſono, r,q, & t,n, equale ſeguita (per commune ſcientia) le due che ſono p,q, & l,n, eſſer equale, per lo medemo modo, concioſia che el quadrato della linea, a,p, ſia equal alli quadrati delle due linee (che ſono, a,q, & q,p,) ſimilmente el quadrato della linea, d,l, alli quadrati delle due linee che ſono, d,n, & n,l, & eſſendo, a,p, equale al la, d,l, & la, p,q, equale alla, l,n, ſeguita per commune ſcientia la, a,q, eſſer equale alla, d,n, adonque (per la ottaua del primo) concludo el propoſito, cioe l'angolo, p,a, m, eſſer equale a l'angolo l,d,n.

Correlario.

0 3 Da queſto è manifeſto che ſe ſeranno duoi angoli piani de linee rette equali, e che ſopra li ſuoi termini ſtiano due linee rette equale conſtituente equali angoli inſieme con l'una e l'altra de quelle rette linee poſte in principio, le perpendicolare dutte da quelle alle ſuperficie in le quale ſono poſti li angoli in principio ſono fra loro equale.

Il Traduttore.

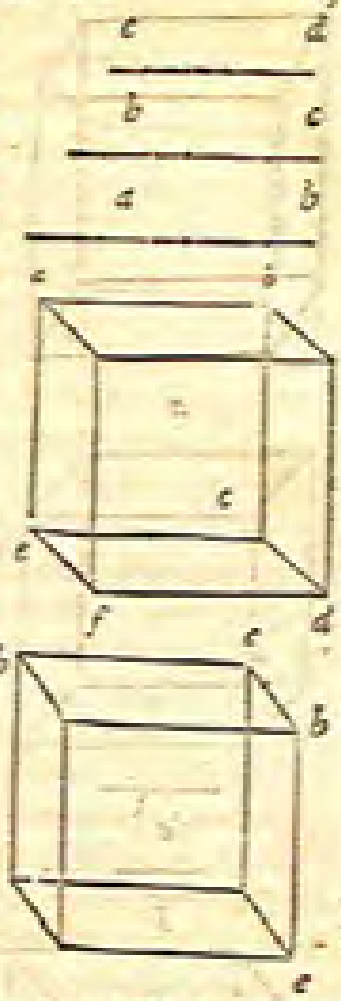
Queſto correlario ſe ritroua ſolamente in la ſeconda traduttione el qual correlario dice che per le coſe demonſtrate nella ſopraſcritta propoſitione che egli è manifeſto che ſe ſerano duoi angoli piani de linee rette (ſi come li duoi angoli ſopraſcritti a. & b.) cõtenuti da linee rette equale quale ſiano per le linee, a,r, a,s, & d,r, d,x, et ſopra li lor termini a, et d, ſtano le due linee, a,p, & d,l, equale e conſtituente equali angoli con l'una e l'altra de quelle prime propoſte, dice che le perpendicolar dutte da quelle alle ſuperficie in le quale ſono poſti li detti angoli ſono fra loro equale le quale perpendicolare in queſto caſo ſono le, p,q, et l,n, laqual coſa per le coſe dimonſtrate diſopra è manifeſta.

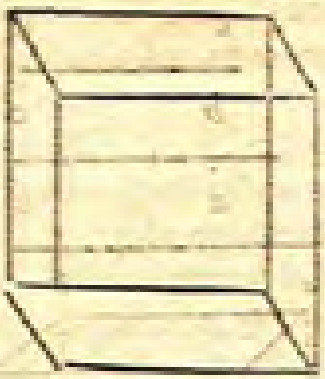
Theorema. 33. Propoſitione. 38.

36 38 Se ſaranno tre linee rette proportionale, lo ſolido de ſuperficie equidiſtante fatto da quelle tre linee, ſarà equale al ſolido de ſuperficie equidiſtanti equilatero fatto dalla linea media, ma che ſia equiangolo al predetto.

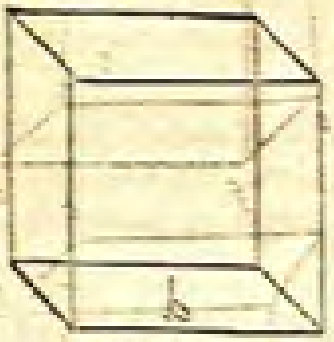
Si ano

Siano adunque le tre linee. a,b,b,c,& c,d,continue proportionale, & sia fatto da quelle un angolo solido come si voglia, & sia compito il solido de lati equidistanti del quale la linea. a, b, sia la longhezza, & la, b, c, la altezza, & la, c, d, la larghezza & questo solido sia detto, a,d, anchor sia tolta una altra linea equale alla, b, c, laquale sia cosi chiamata, b, c, & sopra la estremita di quella (laquale è, b,) sia constituido un angolo solido equale al angolo solido, a, secondo che insegna la vigesima sesta & tutte le altre linee continente lo angolo solido, b, siano reflegate alla equalità della linea, b, c, & sia compito el solido de superficie equidistante, del quale la longhezza: larghezza, & altezza sia la linea, b, c. & questo sia detto, b, c, Dico adunque li dui solidi, a, d, & , b, c, esser equali. Perche egli è manifesto che tutte le superficie di uno sono equiangole alle sue relative superficie di lo altro laqual cosa tu puoi sostenere (per la trigesima quarta propositione del primo libro.) Et conciosia che lo angolo solido, b, sia posto equale al solido angolo, a, è necessario che lo angolo di quella si voglia delle superficie del solido, a, d, sia equale a lo angolo della superficie a se relativa del solido. b. c. Adunque (per la trigesima quarta propositione del primo libro) li loro opposti saranno equali. Ma perche tutti li angoli de ciascheduna superficie quadrilatera: sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda propositione del primo lib.) egli è necessario che li dui remanenti di l'uno siano equali alli dui remanenti di l'altro a se relativi. Et conciosia che essi dui remanenti in qual si voglia (di dette superficie) siano etiã fra lor equali, el se conuiene necessariamẽte che ciascuna delle superficie del solido, a, d, sia equiangola alla sua relativa in el solido, b, c, Per laqual cosa (per la seconda parte della decima settima propositione del sesto lib.) le base di dui proposti solidi saranno equali, Perche sono equiangole, e de lati uguali, Adunque se le linee delle altezze siano orthogonalmente sopra le base de quelli è manifesto (per la 31. propositione) quelli esser equale. Perche conciosia che queste linee siano equale, & quelle determinano la altezza di solidi, li solidi saranno equalmẽte alti. Ma se le linee delle altezze di quelli non siano orthogonalmente alle sue base protratte le perpendicolare dalle summità di quelle alle base. Queste perpendicolare (per la precedente) saranno fra lor equale, perche quelle saranno se come erano in la figura della demonstratione della precedente, le due linee, p, q, (et l, m, laquale demostrassimo) bisogna esser equali. Perche adunque la altezza di tutti li solidi se diffinisse per le perpendicolare descendente dalle summità di quelli alle sue base li dui solidi, a, d, & c, b, (per la trigesima seconda) saranno equali.





a

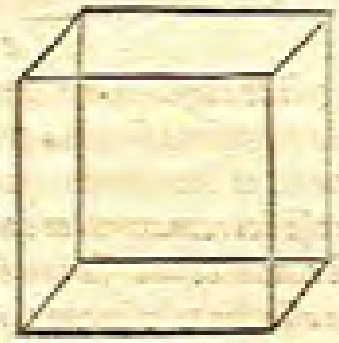


b

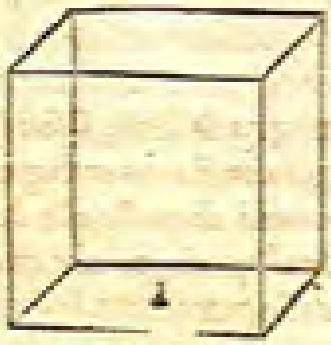
e

f

39/36



c



d

g

b

equali. anchora possiamo demostrare (parendone) lo conuerso di questa per lo modo contrario, come se'l corpo parallelogrammo. a.d. sia equale, & equiangolo al corpo parallelogrammo. b.e. & lo corpo. b. c. sia contenuto dalla media de le tre linee cõtenente el corpo. a. d. le tre linee continente el corpo. a. b. serãno continue proportionale. Perche conciosia che li duoi solidi parallelogrammi. a.d. & c.b. siano equali, & equalmente alti (dal presuppposito) essi seranno sopra base equale (per li conuersi della trigesimaprima & trigesimaseconda) et perche quelle base de quelli sono equiangole, seguita per la prima parte della decimasettima del sesto) che quelle siano de lati mutui, adonque la proportione della. a. b. alla. b. c. e si come della. b. c. alla. c. d. per laqual cosa è manifesto il proposito.

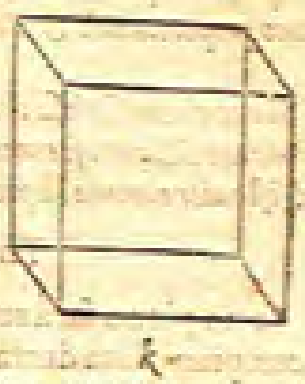
Il Tradottore.

Il resto della soprascritta propositione lo habbiamo tolto dalla seconda traductione per esser piu correcto.

Theorema. 34. Propositione. 39.

Se saranno quante si uogliano linee proportionale, li suoi solidi de superficie equidistante è simili di ciascuna creatione saranno anchora proportionali, & se li solidi de superficie equidistanti simili di ciascuna creatione saranno proportionali, le linee anchora dalle quale sono contenuti: li detti solidi saranno proportionale, El simile la uigesimaseconda del sesto propone delle superficie.

Hor siano le quattro linee. a.b. & c.d. proportionale & sopra quelle siano fabricati quattro solidi paralellogrammi (dalli medesimi nomi nominati) liquali siano expressamente simili. Perche dalli duoi a nostro piacer fabricati sopra le due linee. a. & c. & li altri saranno da esser fatti secondo li precetti della uigesimaottava. Dico questi quattro solidi esser proportionali, & è conuerso, & per demostrar questo siano fatto aggionto alle due linee. a.b. in continua proportionalità le due (lequale siano. e.f. si come insegna la decima del sesto.) & alle due linee. c. & d. altre due lequale siano. g. & b. adonque



lo adonque è manifesto (per la trigesima sesta & per la diffinitione della proportione triplicata, laquale è posta nel principio del quinto & per questi presupposti) che li solidi.a. & .b. & li solidi.c. & .d. fra loro insieme sono ifrettamente simili, che la proportione del solido. a. al solido.b. è si come la proportione della linea.e. alla linea.f. Anchora del solido.c. al solido.d. è si come della linea.c. alla linea.b. & perche (per la trigesima seconda del quinto) la proportione della linea.e. alla linea.f. è si come della linea.c. alla linea.b. (per la undecima del quinto) el solido.a. al solido.b. è si come el solido.c. al solido.d. adonque è manifesta la prima parte. La seconda se dimostra in questo modo. Siano li dui solidi.a. & b. simili fra loro & li dui lignali siano.c. & .d. fra loro e ifrettamente simili, & siano tutti per dellegrammi, & siano posti proportionali. Dico che le linee.a.b. & .c.d. (sopra lequal sono essistenti) sono proportionale & per demostrar questo sia (per la 10. del 6.) si come la linea.a. alla linea.b. così sia la linea.c. alla linea.k. e sia fatto (secondo la trigesima settima de esso) sopra la linea.k. un solido ifrettamente simile al solido.d. el quale sia etiam detto.k. & (per le diffinitioni di corpi simile: & delle superficie simile & per la trigesima del sesto) el corpo.k. sarà ifrettamente simile al corpo.c. e però (per la prima parte de questa trigesima nona già prouata per auanti) la proportione del solido.a. al solido.b. sarà si come del solido.c. al solido.k. Et perche la medesima era del solido.c. al solido.d. (per la seconda parte della nona del quinto) lo solido.K. sarà equale al solido.d. Et conciosia che quelli siano ifrettamente simili, seguita la linea.k. esser equale alla linea.d. Perche la equalità non è producta da alcuna proportione treplicata (over tolta quante volte si voglia) se non dalla equale. A questo modo adonque (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto la seconda parte, Ma non pensare che el sia necessario ciascuno di detti quattro solidi.a. b. c. d. esser simile a quel si voglia delli altri, perche tu te ingannaresti. Ma li dui solidi.a. & .b. è ben necessario esser simili fra loro, & similmente li dui.c. & .d. Ma li solidi.c. & .d. egliè accadente esser simili alli dui solidi a. & b. ma el non è necessario, Il medesimo (per questa trigesimanona) potrai concludere facilmente di serratili.

Il Traduttore.

La soprascritta propositione patria oppositione perche sopra alla linea.b. se potria descrivere un solido simile al solido.a. & similmente sul altro sopra alla linea.d. simile al.c. & tamen li detti solidi non seriano proportionali (quantunque le dette quattro linee fossino proportionale) e però il resto della seconda traditione è più corretto assai el qual parla in questa forma.

Se serranno mostre rette linee proportionale sopra le solide superficie equidistanti sigurate & similmente descritte sopra esse proportionale, si le solide

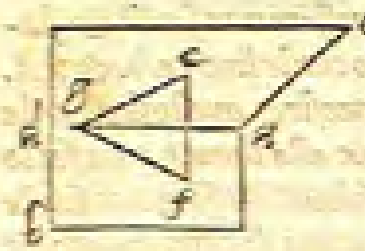
Le

de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quattro linee rette, saranno proportionali & quelle rette linee saranno anchora proportionale.

Si che el non satisfa che li detti solidi siano simili, ma bisogna che siano etiam similmente descritti: si come (delle superficie) fu detto sopra alla xxxvi. sesta del sesto altramente la proportione pateria oppositione ideo &c.

Theorema. 35. Propositione. 40.

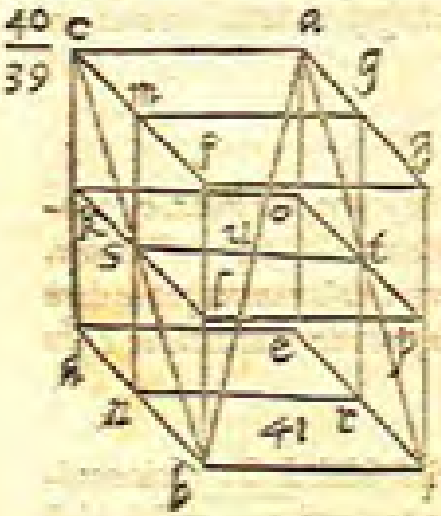
0 / 38 Se un piano farà retto a un piano, & da uno ponto (stante in uno de detti piani) farà dutta una perpendicolare in l'altro piano, ella perpendicolare caderà in la commuua sectione de quelli medesimi piani.



Hor sia el piano. e. d. retto al piano. a. b. & la commune sectione de quelli sia. d. a. & sia tolto a caso el ponto. e. in esso piano. c. d. Dico che una perpendicolare dutta da esso ponto. e. in el piano. a. b. quella caderà in essa sectione. d. a. Perche se'l fusse possibile (per l'adversario) poniamo che quella cada fuora si come la. e. f. & quella cascbi in el detto piano. a. b. in ponto. f. & da questo ponto. f. sia protratta la. f. g. in el piano. a. b. perpendicolare alla detta sectione d. a. (per la undecima del undecimo) laquale sarà ad angoli retti al detto piano. c. d. & sia protratta la. e. g. Adonque perche la. f. g. è ad angoli retti al detto piano. c. d. & la. e. g. (stante in el piano. e, d,) tocca quella. Adonque l'angolo contenuto sotto. f. g. e. è retto. Ma etiã la. e. f. a esso piano. a. b. & ad angoli retti, adonque l'angolo che sotto. e. f. g. è retto. Per laqual cosa duoi angoli de quel triangolo. e. f. g. sono equali a dui angoli retti: laqual cosa è impossibile (per la decima settima del primo.) Adonque la perpendicolare dutta dal ponto. e, in el piano. a. b. non cadde fuora di essa sectione. a. d. adoque cade in quella che era da demonstrare.

Theorema. 36. Propositione. 41.

40 / 39



Se li lati de due oppolite superficie, del cubo saranno tagliati in due parti equali, & dalli pũti delle sectioni, uscirano due superficie segãte el cubo etiam fra loro, la commune sectione de quelle è necessario segar el diametro del cubo in due parti equali, & quella similmente è necessario esser segata dal diametro in due parti equali.

Statuisse un cubo, el qual sia. a, b, delqual è manifesto (per la diffinitione) che tutte le linee che'l contiene sono equale & le sue superficie rettangole, perche a un tal

tal corpo dicemo cubo. Adonque la basa di questo cubo sia la superficie, r,g,f,e, & la superficie suprema di ello sia,b,f,g,b, & la destra di quello sia,r,e,g,b, & la sinistra sia la superficie,b,f,c,d. Anchora ella de què sia la,d,e,b,b, & quella di la, b,c,g,f, & lo diametro di quello sia la,r,b, adonque siam divisi certi à latz de due qual si vogliam superficie opposite di ello in due parti equali, e siam per (al presente) le superficie delle quale li lati siam divisi la destra, e la sinistra. Dico cie siamo divisi li quattro lati, della destra, sopra li quattro punti, liquali sono,o,p,q,r. Et la sinistra sopra la quattro liquali sono.k,l,m,n. & siano congiunti li punti in ciascheduna opposite ditte le linee.o,p. & q,r. lequale se segano fra lor in punto.s. Anchora ditte le.n,l. & m,k. lequale se segano fra loro in punto.t. & siano anchora compite le due superficie segante fra loro, etiam segante il cubo protratte le linee.o,k. & p,l,q,m. & r,n. & sia la cõmune sectione di queste due superficie la.s,t. Dico adonque che la linea.s,t. divide il diametro.a,b,c ella è divisa dal medesmo diametro in due parti equali, La qual cosa è manifesta pche l'una e l'altra di quelle transisse per il centro del cubo. Ma altramente cõcian dimostrar ello che è proposto. Et or siam produtte le due linee.r,a,e. & b, similmẽte le due.s,e,s,b,e (per la.4.del 1.) la.a,r. sarà equale alla.s,b. & la.s,e. equale alla.s,b,e è manifesto (per la prima parte della.29.del 1.) che l'angolo.p,r,q. è equale al angolo.a,q,r,e (per la quarta del primo) l'angolo,b,s,p, è equale al angolo,r,e,q. Adonque per la.32.del primo) tutto l'angolo,b, s,q, con l'agolo.q,r,a. sale per dui retti. Per laqual cosa (p la.14.del 1.) la linea.a. b. sarà una sol linea, similmẽte ancor la linea.a,b. sarà una sol linea, e pche (per la 9.di questo) la linea.a,c. è equidistante alla linea.b,b. pche l'una e l'altra è equidistãte alla linea.d,e. & conciosia che quelle siano equale, pche son lati del cubo; seguita per la.33.del primo. le due linee,a,b, & r,b, esser equale et equidistante, e però (per la diffinitione) le mità di quelle. le quale sono.a,s. & b,s. saranno equale (per la settima di questo) è manifesto che la linea. s,s, è in superficie delle due linee. a,b. & b,c. e (per la medema) la linea.a,b. la quale è il diametro del cubo, e ciò diametro della superficie parallelogrãma a,c,b,b. Adonque la linea.s,t. sega lo diametro.a,b. Segni adõque ella in punto.m. Dico adõque la linea.s,m. esser equale alla linea. m,t. etiã la linea. s,n. alla linea.n,b. Siano intesi li dui triangoli.s,s,m,b,s,n,b. di quali li angoli che sono al,t, & s, sono equali fra lor, similmẽte li angoli di medemi che son al.a. et b. son equali fra lor (per la prima parte della 29.del 1.) p questo che la linea.a,r. è equidistante alla linea,s,b, E pche anchor lor sono equal seguita (p la 26.del 1.) il proposto. Il medemo anchora se concluderà per el medemo modo se il solido,a,b, nõ sia cubo. ma solamente corpo parallelogrãmo, over contenuto da linee equale, over non equal, over anchora sel serà eretto ortogonalmente sopra alla basa over anchor sopra quella inclinato, onde ci se applica la figuratione (in questa undecimo prima) del cubo a tutte le figure solide parallelogramme.

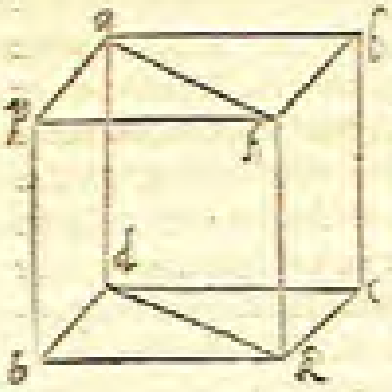
Il Traduttore.

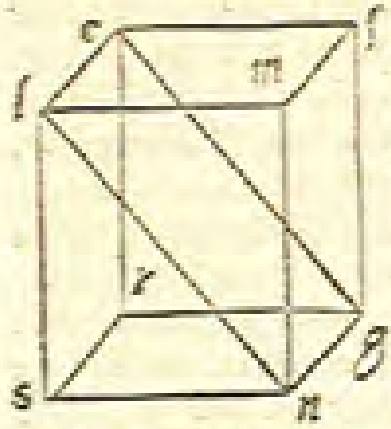
Quello che se propone nella soprascritta propositione del cubo nella seconda tra dottione se propone sopra uno solido de superficie equidistante & se dimostra per li medesimi modi, cioè tal propositione è più generale.

Theo-

Theorema. 37. Propositione. 42.

41/40 Se seranno dui corpi seratili di quali l'uno habbia la basa triangolare, e l'altro habbia la basa de lati equidistanti doppia a quella triangolare, seranno equalmente alti quelli duoi corpi è necessario esser equali.





Sia la superficie. a.b.c.d. de lati equidistanti doppia alla superficie trilatera a.e.f.g.& sopra queste due superficie siano fatti duoi corpi seratili equalmente alti, e sia no li seratili che è sopra la basa quadrãgola. a.b.c.d. b.k.la basa del quale è la superficie proposita de lati equidistanti.a.b.c.d.l'altra superficie de lati equidistanti de quella è la.a.b.d.k.& la terza e.b.b.c.k.& le due superficie triangulare di quello, l'uno è il triangolo.a.b.k.& l'altra il triangolo.d.c.K.e lo seratile che è sopra la basa triangola.e.f.g.sia.e.f.g.l.m.n.del quale l'una delle sue superficie triangulare è la predetta basa & la altra il triangolo.l.m.n.et delle tre superficie de lati equidistanti di quello, la prima è la.e.f.l.m.e la seconda.e.g.l.n.e la terza la.f.g.m.n.adonque dico questi duoi seratili proposti esser fra loro equali e per dimostrar questo sian compiti li duoi solidi parallelogrammi aggiongendo all'uno e l'altro di duoi proposti seratili un'altro seratile a se medesmo equale, & al primo seratile sopra la medesma basa sia aggionto lo seratile. a.p.b.d.q.K.dil quale le due superficie trilatere sono.a.p.b.d.q. *e le tre quadrilatere, la prima è.a.b.d.K.* (laqual è termine commune a se medesima e a quella alla quale è stata aggionta) *e la seconda,a,d,p,q,anchor la terza.p.q.b.k.ma allo secondo seratile sia aggiõto un'altro seratile a se medesmo equale in questo modo sia aggiõto al primo triagolo.e.f.g.un'altro triãgolo a lui equale eleuate le sia, e,g,r,s,talmente che tutta la superficie,e,f,g,r,sia de lati equidistanti,et sopra questo triangolo sia fatto el seratile,e,g,r,l,n,s,el qual con quello alquale è aggionto compisse uno corpo parallelogrammo, le due superficie trilatere di questo seratile aggionto sono,e,g,r,l,n,s,e le tre parallelogrammee sono,la prima.e.l.r.s.la seconda,e,l,g,n,(e questa è commune termine a se e a quella alla qual è aggiõta) e la terza,g,r,n,s, adonque egli è manifesto per la diffinitione di solidi equali e simili,che li duoi seratili cõponenti lo solido parallelogrãmo.a.K.e similmente li duoi componenti lo solido parallelogrãmo,e,n, fra loro insieme son equali e (per la 31.& 32.de questo) li duoi solidi.a.x.& e.n.sono equali fra loro, adonque perche le mità di quelli solidi sono li seratili proposti (per communa sententia) è manifesto quelli esser equali perche tutte le cose che seranno equale le mità di quelle è necessario essere equale: e per tanto è manifesto quello che sta proposto.*

IL FINE DEL VNDECIMO LIBRO.

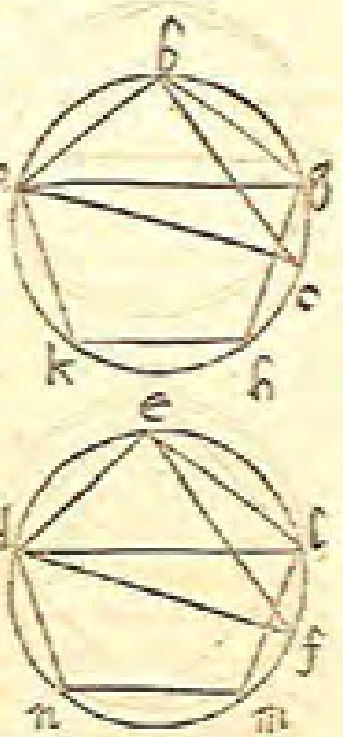
LIBRO DVODECIMO DI EVCLIDE,

Theorema prima. Propositione prima.

1 2 De ogni due superficie simili de molti angoli descritte dentro di duoi cerchii, la proportione di l'una all'altra, è si come la proportione de li quadrati che peruengono dalli diametri di cerchii circonscribenti quelle.



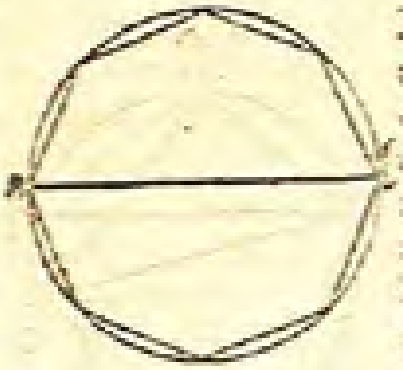
Sieno li dui cerchij .a.b.c.d.e.f. alli quali sieno inscritte due figure come si voglia de molti angoli, li quali sieno posti simili fra loro: & sieno per al presente inscritte pentahegone come insegna la sedecima del quarto, & quelle sieno .a.b.g.h.k. l'altro pentahegono .d.e.l.m.n. anchora li diametri di cerchij sieno .a.c. & .d.f. Dico anchora che la proportione del pentahegono .a.b.g.h.k. al pentahegono .d.e.l.m.n. è si come el quadrato del diametro .a.c. al quadrato del diametro .d.f. & per dimostrar questo sia protratto due linee in l'un e l'altro circulo: dalla estremità del diametro alla estremità dell'una di lati del pentahegono non terminante con el diametro intersecandosi fra loro dentro dil detto pentahegono in l'uno sia la .a.g. & .c.h. & in l'altra .d.l. & .f.e. & (per la settima del sesto) el triangolo .a.b.g. serà equiangolo al triangolo .d.e.l. perche concioscia che li pentahegoni sieno stà posti simili fra loro (per la diffinitione delle superficie simile) seranno l'angolo .b. equale all'angolo .e. & li lati continenti quelli proportionali, cioè la proportione del .a. b. al .d.e. si come .b.g. al .e.l. & concioscia che (per la trigesima prima del terzo) li duoi angoli .f. & .l. sieno fra loro equali, & similmente li altri dui .c. & .g. equali fra loro i duoi che sono .c. & .f. seranno fra loro equali (per comune sententia quelle cose che son equale a cose equale anchora è necessario quelle esser fra loro equali) & perche (per la prima parte della trigesima prima del terzo) l'uno & l'altro di duoi angoli .a.b.c. .d.e.f. è retto, seguita (per la trigesima seconda del primo) li duoi triangoli .a.b.c. .d.e.f. esser equiangoli per laqual cosa (per la quarta del 6.) la proportione del diametro .a.c. al diametro .d.f. è si come del lato .a.b. al lato .d.e. è per tanto concioscia che (per la seconda parte della decimanona del sesto) la proportione di duoi pentahegoni sia si come la proportione duplicata dal lato .a.b. al lato.

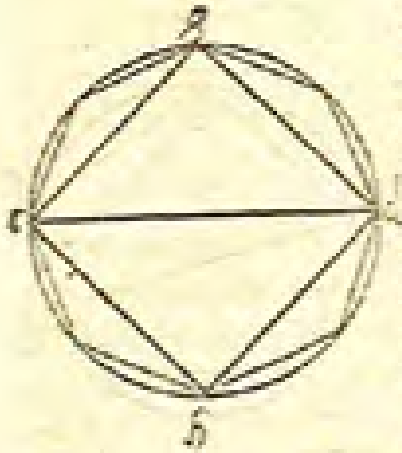


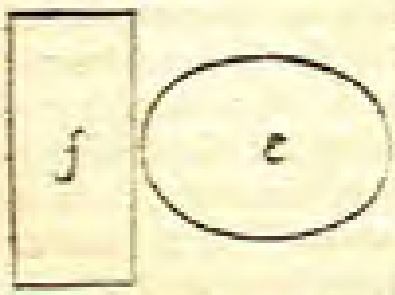
al lato. d.e. & (per la medesima) la proportione del quadrato del diametro.a.c.al quadrato del diametro. d. f. sia si come la proportione del diametro. a. c. al diametro.d.f.dupplicata (per questa commune sententia.) quelle cose delle quale le loro metà sono equale: quelle anchora fra loro sono equale, è manifesto quello che sia proposto.

Theorema.2. Propositione.2.

2/2 De ogni duoi circuli, la proportione di l'uno all'altro, è si come la proportione del quadrato del suo diametro, al quadrato del diametro dell'altro.







Siano li duoi circoli,a,b,& c,d,li diametri di quelli siano detti,a,b,& c,d,dico adonque che la proportione del circolo.a.b.al circolo,c,d, è si come del quadrato del diametro, a,b, al quadrato del diametro, c,d,perche egliè manifesto (per questa commune sientia,quãta e qual si voglia magnitudine ad alcuna seconda, tãta è necessario esser qual si voglia terza ad alcuna quarta) che la proportione del quadrato del diametro, a,b, al quadrato del diametro. c.d.e si come del circolo.a.b. ad alcuna superficie laqual sia .e. Laqual sia posta di qual figura over forma si voglia,& questa è impossibile esser maggior over minore del circolo. c. d. perche se egliè possibile quella essere minore del circolo .c. d. sia adonque minore in la superficie. f.e per tanto il circolo, c, d,si è equale alle due superficie,e,f,tolte insieme adõque è manifesto (per la prima del decimo) che el si pol dal circolo,c,d,(& delli suoi retidai) sottrazere tãte mete il piu della mità per fina a tanto che rimanga alcuna quantità minore de, f,adonque a quello sia inscritto (come insegna la sesta del quarto) lo quadrato c,d,g,h, del qual è manifesto esser piu della mita del circolo, per che el quadrato che è doppio a quello, e quello che circonscrive el cerchio come è manifesto per la penultima del primo & per la settima del quarto, adonque se le portioni del circolo che stanno sopra li lati del quadrato tolte equalmente insieme serranno minori della superficie.f.el ditto, ma se le non serranno minore: siano divisi li quattro archi che stanno sopra li detti lati in due parti equali, & li punti dividenti li detti archi siano continuade per linee rette con le estremità di lati continenti, verbi gratia,lo archo,c, g, sia diviso in due parti equali in punto.x.& siano protratte le linee k.c.x.g.& cosi procedere in li altri,& cadanno di triangoli descritti sopra li lati del quadrato: serà maggiore della mità della portione

portione in laquale sia dentro, imperoche ogni triangolo ysoscele è la mitade del parallellogrammo della sua basa (per la quadragesima prima del primo) siano adunque le portioni che stanno sopra li lati del ottogono inscritto tolti insieme minori del la superficie. f. perche se egli non fussemo minori, non cessaressimo di dividere li archi (da quali li lati della figura della ultima descrittione sono corde) in due parti equali & inscriver una figura equilatera del doppio piu lati della prima sempre da sotrattre da esse portione del circolo maggiore della mità: per una nuova che (per la prima del decimo) le portioni che staranno sopra li lati de alcuna tal figura inscritta in el circolo tolte insieme seranno minore della superficie. f. adunque per el presente stanno quelle che sono dette, & (per la concessione) lo ottogono. a. d. serà maggiore della superficie. e. adunque sia inscritto in lo circolo. a. b. per la medesima una simile ottogono, el qual sia detto. a. b. e cosi (per la precedente) la proportione del ottogono. a. b. al ottogono. c. d. e si come del quadrato del diametro. a. b. al quadrato del diametro. c. d. e però (per la undecima del quinto) si come la proportione del circolo. a. b. alla superficie. e. adunque permutatamente del poligonio. a. b. al circolo. a. b. serà si come del poligonio. c. d. alla superficie. e. & concossia che'l poligonio, c, d, sia maggiore della superficie, e, serà el poligonio, a, b, maggiore del circolo. a. b. laqualcosa è impossibile, adunque la superficie, e, non minore del circolo. d. ne etiam è maggiore perche se questo potesse esser possibile, sia maggiore: adunque concossia, che la proportione del quadrato del diametro. a. b. al quadrato del diametro. c. d. sia si come del circolo. a. b. alla superficie. e. serà al contrario del quadrato del diametro, c, d, al quadrato del diametro, a, b, si come della superficie. e. al circolo. a. b. & è manifesto (per la comunna scientia posta in el principio di questa demostratione) che la medesima è del circolo. c. d. ad alcuna superficie (laqual sia. f.) & (per la decima quarta del quinto) la superficie. f. serà minore del circolo. a. b. adunque la proportione del quadrato del diametro, c, d, al quadrato del diametro. a. b. serà si come del circolo, e, d, alla superficie f. minore del circolo, a, b, ma per quello che havemo demostrado poco avanti si trovarà seguirne lo impossibile: cioe lo poligonio inscritto in lo circolo, esser maggiore del circolo, adunque si come la superficie, e, non può essere minore del circolo, c, d, ne etiam maggiore, necessariamente adunque serà equal. per laqual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto el proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3/3 Ogni piramide che habbia la basa triangolare, può esser divisa in due piramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide, & in duoi seratili, equali: liquali ambiduoi tolti insieme è necessario esser maggiori della mità di tutta la piramide.

Sia la pyramide, a, b, c, d, sopra la basa triangolare, b. c. d, & lo angolo solido de la sommità di quella sia, a, dal quale siano dutte le tre vocchemisse, a, b, a, c, a, d, alli tre angoli della basa, & siano divisi tutti li lati della basa in due parti equale

in li tre ponti e.f.g. & similmente anchora le tre ypothenuse siano diuise in due pti equali in li tre ponti h.k.l. & siano protratte (in la basa) le due linee e.f. & e.g. & la basa di detta pyramide serà diuisa in tre superficie delle quale due sono li duoi triangoli b.e.f. e.g.d. liquali (per la seconda parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile) è manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa (per la ottaua del primo) La terza è quadrangola & parallelogramma & quella è. e.f.g.e. laquale è manifesta esser doppia al triangolo. e.g.d. (per la quadragesima & quadragesima prima del primo) siano adonque sol altra volta dal ponto. b. protratte le due ypothenuse. b.e.f.b. & dal ponto. b. la ypothenusa. b.g. & siano protratte le linee. b.k. k.l. & l.b. adonque tutta la pyramide. a.b.c.d.e diuisa in due pyramide che sono. b.b.e.f. & b.e.l. & in dui seratili di quali l'uno è. e.b.f.g.k.e. & è sopra la basa quadrangola. e.f.g.e. & l'altro è. e.g.d.b.k.l. & è sopra la basa triangola. e.g.d. una delle due pyramide. b.b.e.f.a.b.k. Lehe quelle siano equale & simile fra loro & a tutta la pyramide. a.b.c.d. è manifesto (per la diffinitione di corpi equali & simili, & per la decima del undecimo libro, & per la seconda parte della seconda del sesto) ma per li duoi seratili che quelli siano equali è manifesto (per la ultima dello undecimo) ma che ambidui li seratili tolti insieme siano maggiori della mità di tutta la pyramide da questo è manifesto, che l'uno e l'altro di quelli è diuisibile in due pyramide delle quale l'una è triangola equale a una delle due in le quale fu diuisa la totale pyramide con li detti duoi seratili, etiam l'altra quadrangola laquale è doppia alla restante, per laqual cosa è manifesto che ambidui li seratili tolti insieme, esser li tre quarti di tutta la totale pyramide diuisa, se tu desideri saper questa propositione recorri alla sesta di questo duodecimo libro, ma inquanto al proposito el ti satisfa a saper quelli duoi seratili tolti insieme, eccedere le due particule pyramide (in laquale se diuide la totale pyramide, con li detti dui seratili) tolte insieme in che quantità si voglia.

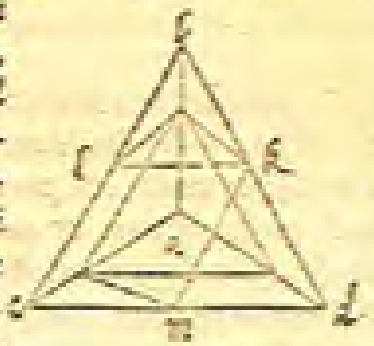


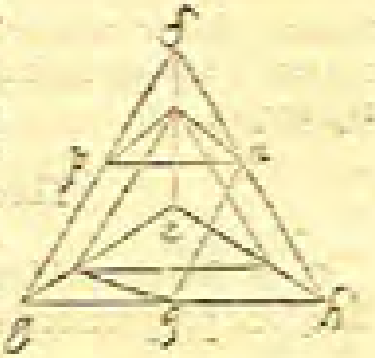
Theorema. 4. Propositione. 4.

4/4 Se due piramide equalmente alte, le basa delle quale siano triangulare, siano diuise ciascaduna in due piramide equale, & simile fra loro etiam alla totale, e in duoi seratili, equali, la proportione della basa del l'una alla basa dell'altra serà si come la proportione delli suoi duoi seratili, alli duoi seratili dell'altra, & serà manifesto che tutti li seratili che seranno in quala si voglia di quelle piramide tolti insieme a tutti li seratili che seranno in l'altra piramide, hauere la medesima proportione, che ha la basa di quella piramide alla basa dell'altra piramide.

Siano due le piramide, le basa delle quale siano triangolare equalmente alte, cioè l'una la. a.b.c.d. el cono della quale sia el ponto. a. & la basa el triangolo. b. c. d. & le ypo-

le ypothemisse .a.b.a.c.a.d. & è altra la.e.f.g.h. el cono della quale è el ponto .e. la basa il triangolo.f.g.h. le ypothemisse .e.f.e.g.e.h. & queste due pyramide siano divise si come in la precedente cioè protratte nella prima le linee dividente li lati di essa basa in due parti equali, lequale siano .k.l. & k.m. & nell'altra protratte similmente le linee .n.p.n.q. Dico adunque cioè la proportione della basa .b.c.d. alla basa .f.g.h. e si come di duoi seratili della pyramide .a. tolti insieme alli duoi seratili della pyramide .e. tolti insieme, & è manifesto (per la seconda parte della decimaterza del sesto) cioè la proportione del triangolo.b.c.d. al triangolo.x.m.d. è si come della linea .b.d. alla linea .k.d. dupplicata & (per la medesima anchora) la proportione del triangolo.f.g.h. al triangolo.n.q.h. e si come della linea .f.h. alla linea .n.h. dupplicata, & conciosia che la linea .b.d. alla linea .k.d. sia si come la linea .f.h. alla linea .n.h. (perche di l'una & di l'altra la proportione è doppia) le triangolo. b.c.d. al triangolo.x.m.d. serà si come lo triangolo.f.g. h. al triangolo.n.q.h. & permutatamente lo triangolo b.c.d. al triangolo.f.g.h. si come el triangolo.x.m.d. al triangolo.n.q.h. & lo triangolo.k.m.d. al triangolo.n.q.h. e si come lo seratile che si ripossa sopra esso medemo, al seratile che si ripossa sopra a quello (per la 33. del undecimo) anchora di questo seratile a quello è si come di ambidui li seratili della pyramide .a. tolti insieme ad ambidui li seratili della pyramide .e. tolti insieme (per la quintadecima del quinto) perche è necessario che el doppio al doppio sia si come el semplo al semplo, adunque (per la undecima del quinto) come lude quello che è stà proposto, ma se tu dubiti li seratili di una di queste pyramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra pyramide tu non stai in cerchio: perche conciosia che le pyramide siano equalmente alte, & sia anchor l'una e l'altra de quelle divisa in due pyramide equale fra loro et a tutta la pyramide simile & in duoi seratili equali et siano le due partiale pyramide equalmente alte, imperoche sono simile et equale laqualcosa facilmente serà manifesta, protratte le perpendicolare dalle cime delle partiale pyramide alle base de quelle delle quale perpendicolari (per la trigesima settima del undecimo) è manifesto esser equale. & conciosia che le altezze di queste partiale pyramide tolte insieme componeno la altezza della total pyramide divisa, & ambidui li seratili siano equalmente alte a una delle partiale pyramide cioè a quella laquale è composta sopra lo partiale triangolo della basa della total pyramide non è lecito dubitare li seratili di una di quelle pyramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra. e per questo è manifesto lo corollario che similmente le base delle partiale pyramide, così sono fra loro insieme si come li duoi seratili dell'una alli duoi seratili dell'altra, & perche le bajè partiale così sono fra loro si come le base delle total (per la seconda parte della decimaterza, del sesto) et per la per,





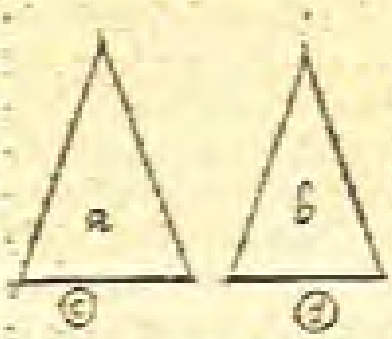
mutata proportione ex per la decima terza del quinto, è manifesto esser el vero quel lo che propone il correlario.

Il Tradottore.

Lo sopradetto correlario vuol inferire questo, che per le ragione addutte egliè manifesto che dividendo ancora cadauna di quelle due pyramide partiale secondo il medesimo modo, cioè per in due pyramidette, & duoi seratili, & dapoi cadauna di queste quattro, & quattro pyramidette dividere ancora nel predetto modo, & così andar procedendo in queste altre otto & otto pyramidette, sempre ne-gli seratili di quella si voglia di queste due pyramide totale (fra grandi e piccoli) tolti insieme, a tutti li seratili dell'altra (per fra grandi e piccoli) tolti insieme bauere la medesima proportione che ha la basa di quella total pyramide alla basa dell'altra total (ilche per la decima ottava del sesto) & per la decimaterza del quinto se verifica.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5/5 Ogni due piramide equalmente alte che habbiano le base triangulare, sono proportionale alle sue base.



Quello che propose la trigesima terza del undecimo, di solidi parallelogrammi & in fine della trigesima sesta del undecimo bauemo dimostrato il medesimo esser di seratili: questa quinta del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangulare: perilche siano intese le due pyramide equalmente alte le base delle quale sono li dui triangoli. a. & b. Dico che la proportione della pyramide. a. alla pyramide. b. e si come della basa. a. alla basa. b. La qualcosa se dimostra per lo medesimo genere de dimostratione, over argumentatione, con el quale dimostrassemo la seconda de questo, perilche sia che della basa. a. alla basa. b. sia come della pyramide. a. al corpo. c. del quale dico che quello non serà ne meno ne piu della pyramide. b. perche se gliè possibile che sia meno, sia minore lo solido. d. acciochè la pyramide. b. sia equale alli duoi corpi. c. & d. tolti insieme adonque divisa la pyramide. b. come propone la terza di questo, siano detratti da quella li duoi seratili, inequali (per la medesima terza) sono maggiori della mità di essa pyramide, similmente dall'una & dall'altra delle due partial & residual pyramide: siano detratti (al predetto modo di quelle divise) li duoi seratili, & questo sia fatto tante volte per fina a tanto che l'adversario sia constretto (per la prima del decimo) confessare rimanere (della pyramide. b.) manco del solido. d. & (per communa scientia) li seratili detratti seranno maggiori del corpo e adonque della pyramide. a. sia fatta la medesima detratione de seratili & intendamo esser tanti li seratili detratti della pyramide. a. quanto quelli che detrabessino

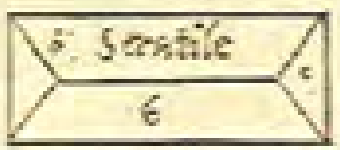
bessuno dalla pyramide.b.& (per lo corelario della precedente) si come della base a.alla base b. così serà li serratili detratti dalla pyramide.a.alli serratili detratti dalla pyramide. b. ma così era similmente della pyramide.a.al corpo.c. e per tanto li serratili della pyramide. a. alli serratili della pyramide. b.e si come della pyramide.a. al corpo. c.& permutatamente, li serratili della pyramide. a. alla pyramide.a.serà si come li serratili della pyramide. b. al corpo. c. & conciosia che li serratili della pyramide.b.siano maggiori del corpo.c.li serratili della pyramide.a.seranno maggiori della pyramide. c. & perche questo è impossibile.lo corpo. c . non serà minore della pyramide. b.& similmente non serà maggiore,perche posto che sia maggiore,conciosia che la proportione della base. a. alla base. b. sia si come della pyramide. a.al corpo.c.al contrario serà della base.b.alla base.a.si come del corpo. c.alla pyramide.a.& (per communa sientia)la medesima serà della pyramide.b.ad alcun corpo,el qual sia.d. & seguirà(per la decimaquarta del quinto)che'l corpo.d.sia minore della pyramide.a.imperoche la pyramide.b.e posta minore del corpo.c.adunque della base. b.alla base.a.serà si come della pyramide.b.al corpo minor della pyramide. c . ma da questo è stato dimostrado seguir lo impossibile, cioe li serratili detratti da alcuna pyramide esser maggiori de quella pyramide dalla quale sono detratte però rimane il corpo . c . esser equale alla pyramide.b. conciosia che'l non pueli esser ne minore ne maggiore, & la proportione della pyramide.a.alla pyramide.b.esser si come della base.a.alla base.b. & questo era da dimostrare.

Il Tradottore.

Consequentemente à questa soprascritta propositione nella seconda tradottione se propone qualmente le pyramide che hanno le base moltiangole & che siano sotto a una medema altezza sono medemamente proportionale alle sue base ma perche tal propositione, se propone & dimostra medesmamente sopra alla sequente con altre particularità haueno posposta quella.

Theorema.6. Propositione.6.

6/7 Ogni corpo serratile, e diuisibile in tre piramide equale, & che hanno le base triangolare.



Sia lo serratile. a.b.c.d.e.f.dico quello esser diuisibile in tre pyramide equale, che habbiano le base triangolare, & per dimostrar questo siano procurate in cadauna delle sue tre superficie parallelogrammie le diagonale talmente che una de quelle diagonale sia conterminale con le altre due,come se tu potrai uedere. b. d. b. f. & f.a. (lequale non ho uoleste procurare perche generariano confusione) & tutto lo serratile serà diuiso in pyramide triangolare, lequale facilmente (per la precedente tolta due uolte serà manifesto esser equale.

Il Tradottore.

Chi non fusse ben chiaro di questa propositione, formi uno prisma, cioe serratile, exteriormente, & tiri in quello le diagonale come di sopra se propo-

ne, e considerare poi bene con la mente lo andar de quelle se trouerà (come di sopra è detto) el detto seratile essere diuiso in tre pyramide delle quale, due di quelle tolte per un uerso se cognoscera essere fra loro equale perche se uederà che riposeranno sopra le due base triangolare equale (cioe sopra le due metà de una di quelle superficie parallelogramme giacente in piano) & haueranno una medesima altezza perche ambedue termineranno nel angolo .b. del seratile la altra poi considerandola per uno altro uerso: cioe che la sua basa sia l'uno di doi triangoli del seratile. & la sua altezza la longhezza del seratile, & perche l'una delle altre due prime pyramide possede l'altro capo triangular del seratile, et dandoli quel per basa: haurà per sua altezza per la medesma longhezza del seratile, e però serà equale a quella (per la precedente) onde (per commune scientia) sera tutte tre equale che è el proposito.

Correlario.

0/7 Etiam da questo è manifesto: che ogni piramide è la terza parte d'una prisma, che habbia la basa, & la altezza equale a quella medema per che se la basa della prisma haverà altra figura rectilinea che triangulare, sia diuisa la medesima dalle due superficie opposite, in prisme che habbiano le base triangulare.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamẽte in la seconda tradottione, uero è che questo cõmentatore interpone piu propositioni, lequale pare che siano da lui agionte, la prima delle quale propone in parte quello che conclude il soprascritto correlario lequale dice in questa forma uidelicet.

Theorema. 12. Propositione. 12.

6/c Se doi solidi (di quali luno sia seratile, & laltro piramide la basa del laquale sia triangola) seranno continuidi equalmente alti: sopra una medesima basa, ouer sopra base equal triangulare ouer il seratile sopra una quadrangola, & la piramide sopra una triangola laquale sia la mità della basa quadrangola del seratile, lo seratile conuien esser triplo alla piramide.

Siano il proposto seratile serà sopra una basa triangulare, all'hora della pyramide proposita sopra la propria basa, sia compido uno seratile equalmente alto alla proposta pyramide, ma sel seratile serà sopra una basa quadrãgola all'hora alla basa della pyramide sia giunta un triangolo dal quale etiam sia rempida alla basa della pyramide una superficie de lati equidistanti sopra alla quale da essa pyramide sia compido uno seratile equalmente alto alla pyramide, adonque perche questo seratile è equalmente alto al primo seratile & le base dell'uno e de l'altro sono equale dal proposito, seguita quelli esser fra lor equali et questo se dimostrarà in le sue

de-

dragesima seconda del undecimo, & perche (per la sesta de questo duodecimo) lo se cõdo serratile e triplo alla proposta pyramide perche quella è una delle tre pyramide in le quale se divide quel serratile: anchora (per comunna scientia) lo proposto serratile serà treppio alla proposta pyramide.

6 Se sopra una medesima basa: ouer sopra base equale seranno constituide quante piramide si voglia equalmente alte, delle quale le base sia no triangole, quelle è necessario esser fra lor equale.

Perche fabricato uno serratile equalmente alto: alle pyramdie proposte, sopra una basa triangola equale a una delle basi delle proposte pyramide ouer sopra una basa quadrãgola doppia a una delle base delle medesime, esso serratile sera treppio a ciascaduna di quelle pyramide & questo è manifesto (per la precedente aggiõta ouer interposta) adonque (per commuNA scientia) tutte le proposte pyramide sono (come habiamo detto) fra loro equale.

6 Tutte le piramide equalmente alte delle quale le base sono triango-
o le sono proportionale alle sue base.

Siano fatti sopra le base delle proposte pyramide, ouer sopra altre triãgular equale ouer sopra parallelogramme doppie li serratili equalmente alti, a quelle pyramide et per questo li serratili seranno fra lor equalmente alti, et perche li serratili sono proportionali alle sue base come è prouado in la trigesima sesta del undecimo mediante la trigesima terza del medesimo. & conciosia che (per la prima de queste aggiõte) sia manifesto queste serratili esser treppi alle proposte pyramide, come cadauno alla sua relettiua: & le base de quelli esser equale ouer doppie alle base di quelle, & (per la decima quinta del quinto) sia si come il treppio al treppio così è il semplo al semplo seranno anchora le proposte pyramide proportionale alle sue base.

Il Traduttore.

Questa soprascritta propositione è simile alla quinta ma la demostratione è diuersa da quella e questo è perche in quella non era anchor noto che un serratile fusse treppio a una pyramide de equal basa & de equal altezze con lui.

6 Se qualunque due piramide seranno equalmente alte, & la basa de l'una sia triangola. & dell'altra quadrangola, ouer de più lati, quelle piramide conuien esser proportionale alle sue base.

Essempli gratia, siano intese due pyramide equalmente alte, sopra le due base, a, & b, e sia la base, a, triangola & la b. pentagona. Et siano queste pyramide dette, a, et b. Adonque dico la proportione delle due pyramde. a. & b. esser si come delle base, a, & b, & per demostrar questo, sia diuiso il pentagono, b, in iii tre triangoli, c d, e, & tutta la pyramide, b, sarà diuisa in tre pyramide equalmente alte delle quale le base sono li triangoli, c, d, e, le quale siano etiam chiamade

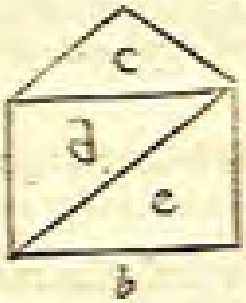


a

dalli nomi

delle sue base. Adonque perche (per la precedente interposita) la proportione della pyramide, e, alla pyramide, a, e si come del triangolo, c, al triangolo, a, & della pyramide, d, alla pyramide, a, si come del triangolo, d, al triangolo, a, & similmente della pyramide, c, alla pyramide, a, si come del triangolo, e, al triangolo, a, seguita adonque (per la vigesimaquarta del quinto tolta due volte) che la proportione del aggregato de tutte le pyramide, c, d, e, (& quello è la total pyramide, b, alla pyramide, a, e si come del aggregato de tutti li triangoli, c. d. e, (& quello è il penthagono, b.) al triangolo, a. adonque è manifesto el nostro intento.

6/6 Tutte le piramide laterate equalmente alte se approuano esser proportionale alle sue base.



Se una di quelle sarà sopra una basa triangola, per la precedente interposita è manifesto quello che è detto: ma se le base de l'una & de l'altra sarà di molti angoli resoluta quale si voglia delle sue base in triangoli, & quella pyramide, in pyramidette triangolare. Et (per la precedente interposita) la proportione di cadauna di quelle pyramidette triangolare (in tra le quale è divisa l'una delle propositi) a l'altra è si come della basa alla basa di l'altra, e per tanto (per la vigesima quarta del quinto tolta quante volte bisogna) è manifesto esser il vero quello che habbiamo detto.

Il Traduttore.



La soprascritta interpositione ouer aggionta in la seconda traduttione. L'autore ne fa una propositione laqual è la sesta come di sopra uedi notando.

Theorema. 7. Propositione. 7.

7/9 

Se due piramide de base triangolare saranno equale, le base de quelle saranno mutue alle altezze delle medeme, Et se le base, & le altezze saranno mutue, le medeme piramide è necessario essere fra loro equale.





Quello (che la trigesimaquarta & trigesimaquinta del undecimo) propose di solidi parallelogrammi, & noi demostrassimo la trigesimasesta del medemo di seranli, questa settima del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangolare, Hor siano intese due pyramide equale sopra li duoi triangoli. a. & .b. le quale siano per dette, a, & ,b, E per tanto dico che la proportione della basa, a. al la basa, b, e si come la proportione della altezza della pyramide, b, al la altezza della pyramide, a, & se questo sarà dico che le pyramide, a, & ,b, esser fra loro equale. Et per demostrar questo siano agionti al li duoi triangoli a, & ,b, duoi altri triangoli lequali siano, c, & ,d, acio che

cio che facimo amendue le superficie, a,c, & b,d, de equidistanti lati, & de quelle pyramide, sopra le base, a,e, & b,d, siano compiti solidi parallelogrammi equalmente alti alle proposte pyramide: li quali similmente siano detti, a,e, & b,d. Adonque (per la sesta de questo duodecimo) è manifesto cioe la pyramide, a, e la sesta parte del solido, a,c, & la pyramide, b, la sesta del solido, b,d. Adonque (per la trigesimanona del undecimo) argumento il proposito, cioe la prima parte, per la prima & la seconda per la seconda.

Ma se qualunque due piramide laterate saranno equale: le base di quelle alle altezze delle medesime saranno mutue, & se le base de quelle alle altezze delle medesime saranno mutue, le medesime piramide bisogna esser equale.

Se le base de l'una & de l'altra saranno triangole egli stato dimostrato esser al vero quello che havemo detto: ma se solamente una sia triangolare hor sia, a, & la base de l'altra pyramide sia, b, & sia fatto lo triangolo, c, equale al poligonio, b, & sopra, c, sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide che è sopra, b, & siano, a, b, c, nomi equinoci delle pyramide et delle base. Adonque perche le due pyramide, a, & b, (dal presupposto) sono equale: & (per la ultima delle interposte alla sesta di questo) le due pyramide, b, et c, sono equale: & (per communa scientia) le due pyramide, a, & c, saranno equale. Adonque le base de quelle sono mutue alle altezze di quelle (per la prima parte della settima de questo) & conciosia che le base, b, & c, siano equale, & anchora le altezze delle pyramide, b, & c, equale (per la prima parte & seconda della settima del quinto) le base, a, & b, saranno mutue alle altezze delle pyramide, a, & b. La seconda parte se approva per el contrario modo. Perche se della base, a, alla base, b, sarà come la altezza della pyramide, b, alla altezza della pyramide, a, (per la seconda parte & prima della settima del quinto) della base, a, alla base, c, sarà si come la altezza della pyramide, c, alla altezza della pyramide, a. Adonque (per la seconda parte de questa settima) le due pyramide, a, & c, sono equale per laqual cosa (per communa scientia) anchora le due pyramide, a, & b, sono equale. Ma se ne l'una ne l'altra delle proposte pyramide sarà triangola: ma che l'una & l'altra sia poligonia, verbi gratia l'una sia pentagona & l'altra essagona lequale al presente siano dette, a, & b, sia similmente tolto lo triangolo, c, equale, allo essagono, b, sopra el quale sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide, b, & le due pyramide, b, & c, saranno equale, & però etiam le due che sono, a, & c, (per la conclusione) saranno equale: per laqual cosa si come della base, a, alla base, c,









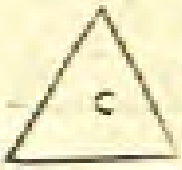


così

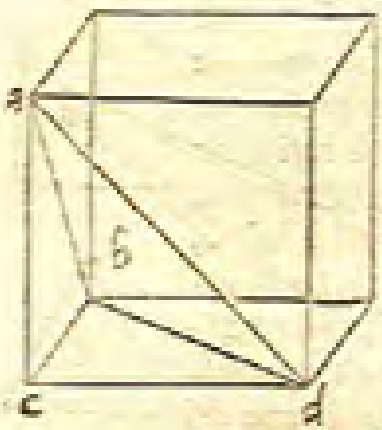
cosi sarà l'altezza della piramide. c. alla altezza della pyramide.a. & questo per auanti è stato dimostrato. Adunque (per la settima del quinto) della base.a. alla base.b, e si come l'altezza della pyramide.b, alla altezza della pyramide.a. lo conuerso è manifesto per lo modo contrario, perche se della base.a, alla base.b, sarà si come l'altezza della pyramide.b. alla altezza della pyramide.a. sarà ancora (per la settima del quinto) della base.a, alla base.c, come l'altezza della pyramide.c, alla altezza della pyramide.a. E pero (come è manifesto dalle prime) due pyramide.a. & .c. saranno equale: per laquale cosa, etiam (per communa scientia) & le due che sono.a. & .b. saranno etiam equale & questo è il proposito.

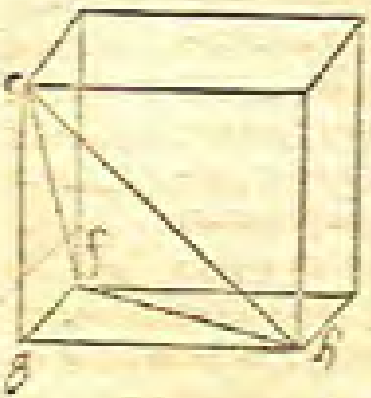
Theorema.8. Propositione.8.

8/8 De ogni due piramide simile, che habbiano le base triangolare, la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportione triplicata d'uno lato di l'una al lato relatiuo di l'altra.



Proposte due pyramide che habbiano le base triangolare simile, da quelle compisse dui solidi parallelogrammi si come è detto in la dimostratione della precedente, & questi dui solidi saranno simili impero che le pyramide sono fra loro simile fra loro, Perche li dui angoli solidi che sono contenuti alle pyramide & alli solidi parallelogrammi, & sono contenuti da angoli superficiali equali di numero e quantità: Et ancora li lati che contiene quelli angoli superficiali sono proportionali. Per laqual cosa (per la trigesimaquarta del primo) le tre superficie di solidi parallelogrammi: che constituiscono li angoli solidi cõmuni sono equiangole, & de lati proportionali, e pero sono simile (per la diffinitione delle superficie simile) per laqualcosa (per la vigesimaquarta del undecimo) tutte le sei superficie di questi dui solidi parallelogrammi sono simili fra loro: adonque (per la diffinitione di corpi simili) quelli solidi saranno simili, per laqual cosa conciosia che la proportione di solidi. & delle pyramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche le solidi sono sesupli alle piramide (per la sesta di questo.) Et conciosia che la proportione di solidi sia una medesima, si come quella di suoi lati relatiui triplicata (per la vigesimasesta del undecimo) & le lati de solidi siano ancora li medesimi delle pyramide. Ancora (per la undecima del quinto) la proportione delle proposte pyramide sarà si come la proportione triplicata di suoi relatiui lati che è il proposito.



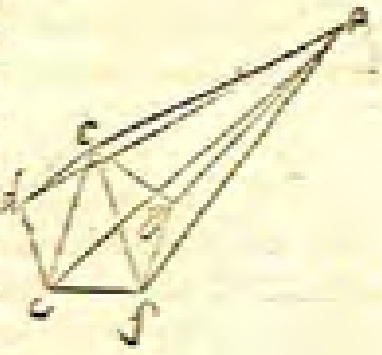


Il Tra-

Il Traduttore.

Per essempio figurale della soprascritta propositione siano le dette due pyramide triangolare simile. a.b.c.d. & e.f.g.h. le base delle quale sono li triangoli. b.c. d. & f. g. h. & la loro cima cioè angolo supremo. a. & e. & li loro solidi siano. c. K. & g. L. sopra lequal figure arguendo come di sopra facilmente sirà concluso il proposito.

Ma se qualunque due piramide laterate seranno simile, la proportione di l'una a l'altra, sarà si come la proportione triplicata del suo lato al lato a se relatiuo di l'altra.



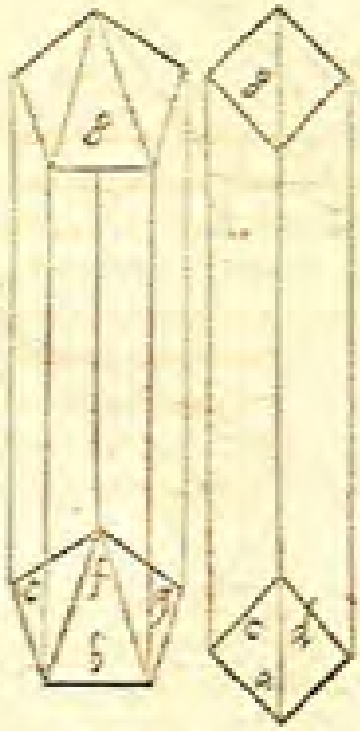
*Siano due pyramide laterate simili li coni delle quale siano. a, & b, et siano sopra base pentagonale, le quale sono, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n, Dico che la proportione di quelle è si come la proportione triplicata di suoi lati re latini: perche egli è manifesto (per la diffinitione delle superficie simile e di corpi) che le pẽtagoni che sono base delle proposte pyramide, e tutti li altri triãgoli circondanti esse pyramide sono fra loro simili, siano adonque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali, si come propone (la decimasettima del sesto) essere possibile procrattte in questa le linee, c, e, & e, f, & in quella, h, l, & l, m, Dico adonque queste pyramide esser diuise in pyramide triangole simile e di numero equale, perche parangonate fra loro le due pyramide, a, c, d, e, b, h, K, l, delle quale li coni sono, a, & b, è manifesto dal presupposto) lo triangolo, c, a, d, esser simile al triangolo, h, b, k, & lo triangolo, d, a, e, al triangolo, k, b, l. Et perche anchora (dal presupposto) lo angolo, d, è equale al angolo k & li lati, c, d, & d, e, (contenenti l'angolo, d,) sono proportionali alli lati, h, K, & K, l, (ottenenti l'angolo, K, li dui triangoli, c, d, e, & h, k, l, (per la sesta del sesto) saranno equiangoli, et però (per la quarta del sesto) la proportione del, e, d, al, h, k, sarà si come del, c, e, al, h, l, & conciosia che (dal presupposto) la proportione del, e, a, al, h, b, & anchora del, a, e, al, b, l, sia si come del, e, d, al h, k, (per la undecima del quinto) del, c, a, al, h, b, & del, a, e, al, b, l, sarà si come del, c, e, al, h, l, adonque (per la quarta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo, c, a, e, sarà simile al triangolo, h, b, l, adonque (per la diffinitione di corpi simili) è manifesto che la pyramide. a. c. d. e. è simile alla pyramide. b. h. k. l. Similmente ancor è manifesto la pyramide. a. e. e. f, esser simile alla pyramide. b. h. l. m. et la pyramide a, e, f, g, alla pyramide, b, l, m, n, adonque perche (per la ottaua) la proportione della pyramide, a, c, d, e, alla pyramide, b, h, k, l, è si come quella del lato, c, d, al lato, h, k, triplicata, & anchora della pyramide, a, e, f, alla pyra-

pyramide.b.b.l.m.si come del.e.f.al.l.m.triplicata.& anchora della pyramide.a.c.f.g.alla pyramide.b.b.m.n.si come del.c.g.al.b.n.triplicata: concio sia che (dal presupposto) la proportione del.e.f.al.l.m.& del.c.g.al.b.n.sia si come del.c.d.al b.k. seguita (per la decimaterza del quinto) che la proportione delle tutale pyramide.a.& b.sia si come di una di quelle partiale ad una altra: adunque (per questa ottava & per la undecima del quinto) è manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Il Traductore.

Di questa soprascritta propositione interposta nella seconda traductione se ne fa un correlario.

Tutte le colonne laterate equalmente alte, sono proportionale, alle sue base.



Sopra qualunque specie di base de molti angoli siano le colonne: se verifica quello che è detto: & chiamano colonne laterate, li corpi solidi laterati di quali le base & le superficie supreme sono simile: & equale, & tutte le altre superficie circonstante, sono de lati equidistanti, & la prima specie de tali corpi è il serratile, concio sia che el se intende esser fatto sopra una delle sue superficie trilatere & la seconda specie è la colonna della quale la base è quadrilatera: laquale è necessario esser cõposta de dui serratili, & la terza è quella della quale la base è penthagona, & questa se compisse da tre serratili, & simplicemente. Dico che ogni colonna laterata può esser divisa in tanti serratili, in quanti triangoli può esser divisa la sua base, & per tanto siano intese le due colonne laterate.a.& b.constituide sopra le due base.a.& b.equalmẽte alte. Dico che la proportione delle colonne.a,& b,è si come quella delle sue base, a, & b.perche essendo divise queste base in triangoli, & queste colonne in serratili, la base.a.(laquale sia posta esser quadrangola) in li dui triangoli cioe.e.& d, & la colonna.a.in dui serratili.c.& d.& la base.b.(laquel sia penthagona) sia divisa in li tre triangoli.e,f,g, & la colonna,b,in tre serratili liquali similmente siano chiamati.e.f.g. Adonque (per quelle cose che sono state dette in la trigesima sesta del undecimo) è manifesto che la proportione del serratile, c,al serratile,e,è si come della base,c,alla base.e. Et similmente del serratile,d,al serratile,e,si come della base, d, alla base,e,per laqual cosa (per la trigesimaquarta del quinto) della colonna.a.al serratile,e,sarà si come della base,a,alla base,e,per la medesima ragione della colonna.a.al serratile.f.sarà si come della base,a,alla base,f. Et similmente della colonna.a.al serratile g.si come della base.a.alla base.g. Adonque (per la trigesimaquarta

quarta

quarta del quinto l'altre quante volte sarà necessario) tu concluder ai facilmente il proposito.

Adonque da questo è manifesto. che tutte le colonne laterate costituide sopra una medesima basa, ouer sopra base equale, se saràno equalmente alte saranno equale.

Perche conciosia che di sopra è stato prouato, qualunque le colonne laterate siano proportionale alle sue base, et essendo posto esser le medeme base ouer equale è necessario (per la uigesimaquarta del quinto) che etiam le colonne siano equale.

Anchora è manifesto tutti li solidi paralellogrammi, seratili, & colonne laterate, se seranno equalmente alte, quelle anchora, se approuano esser necessariamente proportionale alle sue base.

Perche tutte queste son specie di colonne laterate, delle quale di sopra è stato universalmente prouato esser il uero quello che è detto.

Ogni colonna laterata, è treppia alla sua piramide.

Sia diuisa la base della colonna in triangoli, & secondo el numero di quelli triangoli sia diuisa le colonna in seratili, & la pyramide della colonna, in pyramide che habiano le base triangole, cioe quelle che sono base di seratili, E per tanto è manifesto cadauno seratile esser treppio a quella pyramide laquale sia sopra la medesima basa con esso seratile, & questo è stato dimostrato in la sesta di questo duodecimo libro. Adonque (per la decimasettima del quinto) tutti li seratili tolti insieme, a tutte le pyramide tolte insieme, e necessario esser treppij & conciosia che da tutti li seratili tolti insieme se compisse la colonna, & da tutte le pyramide tolte insieme uien compita la pyramide della colonna, e manifesto esser il uero questa nostra propositione.

Se qualunque due colonne laterate saranno equale le base di quelle saranno mutue alle altezze di quelle medesime. Et se le base di quelle & le altezze saranno mutue le medesime colonne è necessario esser equale.

Perche se le colonne siano equale, le pyramide di quelle saranno equale perche ogni laterata colonna e treppia alla sua pyramide, & se le pyramide saranno equale le base saranno mutue alle sue altezze, si come è stato dimostrato in la settima di questo, adonque perche le base delle colonne: & delle sue pyramide sono quelle medesime, & le altezze sono le medesime è manifesto la prima parte del proposito. Hor siano adonque le base & le altezze delle proposte colonne laterate mutue. Dico che le colonne saranno equale, perche conciosia che siano le medesime base & le medesime altezze delle colonne, & delle sue pyramide le base & le altezze delle pyramide delle proposte colonne saranno mutue. Se questo che stato posto delle colonne, sarà il uero adonque le pyramide saranno equale

come

come in la settima di questo è stato dimostrato, adunque etiam le colonne saranno eguale, conciosia che quelle siano el treppio alle sue pyramide, per laquel cosa è manifesto la seconda parte di quello che stato proposto.

Di ogni due colonne laterate simile, la proportione di l'una a l'altra è si come del lato al suo relativo lato la proportione triplicata.

Se le colonne saranno simile (per la diffinitione di corpi simili,) la basa di quelle & le altre superficie circondante quelle saranno simile: E per tanto siano divise le basi di quelle in triangoli simili & di numero equali, si come la decimasettima del sesto propone esser possibile, & quelle colonne siano divise in feratili situati sopra quelli triangoli, adunque studia di provare li feratili, di l'una esser simili alli feratili di l'altra: cadauno al suo relativo, laqual cosa facilmente apparerà (per el presupposito: & per la sesta, & quarta, & quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile: & per la diffinitione di corpi simili) & provato questo (per la tertiadecimasesta del undecimo) la proportione di cadauno di feratili di una, al suo relativo feratile di l'altra, sarà si come la proportione del suo lato: al lato di quello, triplicata. Et perche la proportione de tutti li lati è una medesima: conciosia che tutti li feratili di una siano simili alli suoi feratili relativi di l'altra, Seguita (per la undecima del quinto) che sia una medesima proportione di tutti li feratili di una alli suoi feratili relativi di l'altra: per laqual cosa (per la decima terza del quinto) la proportione che è del feratile di una al suo feratile relativo di l'altra, quella medesima & de tutti tolti insieme alli tutti tolti insieme: & perche tutti li feratili di l'una, & di l'altra tolti insieme componeno le colonne, & li lati relativi di feratili, sono li lati relativi delle colonne (per la. 11. del quinto) è necessario che la proportione delle colonne sia come la proportione triplicata di suoi lati relativi che è il proposito.

Correlario.

Da queste cose certamente è manifesto anchora che le piramide simili che hanno le base de molti angoli fra loro sono in treppia proportiõ della proportione di lati delle medeme perche diuise quelle in piramide che habbiano le base triangolare perche le base poligonie fimile (per la decimanona del sesto) se diuidono in triangoli simili, & inequal multiplicità, & della medema proportione di tutti, sarà si come una delle piramide che ha la basa triangolare in l'una a quella una a se relativa che ha la basa triangolare in l'altra piramide, & cosi è tutte le piramide che ha le base triangolare che stanno in l'una a tutte le piramide che hanno la basa triangolare che stanno in l'altra (per la duodecima del quinto) & questo è quella medesima piramide che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia, & la piramide che ha la sua basa triangolare alla piramide che ha la basa triangolare è in treppia proportione de la proportione di lati delle medesime (per la prece-

precedente) adonque & quella che ha la basa poligonia a quella che la basa similmente poligona ha treppia proportione, che è il lato al lato.

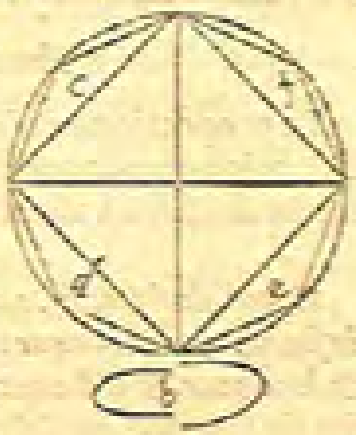
Il Tradottore.

La soprascritto correlario se ritrouua solamente in la seconda tradottione elqual conclude quello che fu interposto in principio, ideo &c.

Theorema. 9. Propositione. 9.

Ogni colonna rotonda, s'appruoua esser treppiata alla sua piramide.

Sopra il cerchio. a. sia inteso una colonna & una pyramide erette, secondo una medesima sua altezza, Et siano dette (equinoce) quella pyramide & la colonna, et il cerchio di uno medesimo nome che. a. Dico adonque che la colonna, a, è treppia alla pyramide a. la prouatione della quale è perche la non può esser ne maggiore ne minore che treppia. Perche primamente (se possibile è) sia maggiore che treppia in la quantità del corpo. b. talmente che sel corpo. b. sia cauado fuora della colonna. a. el residuo di quella sarà treppio alla pyramide. a. Sia adonque inscritto in quadrato in lo cerchio. a. sopra il quale siano descritti dui seratili equalmente alti alla colonna. a. di quali dui seratili tolti insieme è manifesto che sono più della mità di la colonna, a, si come è manifesto esso quadrato essere più della mità del cerchio. a. Perche se da questi seratili saranno compidi li solidi per le grammi di quali essi sono la mità de esse colonna sarà parte di essi solidi tolti insieme, & da poi sopra li lati del quadrato inscritto descriuerò quatro triangoli de dui lati equali, in le portione del cerchio delle quale portioni, li lati dello quadrato sono corde, diuisi li archi di quelle portioni in due parti equale, & siano quelli triangoli, c, d, e, f, sopra li quali etiam erigerai li seratili alla altezza della colonna, a, & è manifesto che questi seratili sono maggiore della mità de le portioni delle colonne stante sopra le portioni del cerchio si come etiam li triangoli sono maggiori della mità delle portioni del cerchio. Et questo sia fatto tante volte per fina a tanto (che per la prima del decimo) l'aduersario sia constretto a confessare le portioni delle colonne tolte insieme essere meno del corpo. b. Hor poniamo adonque che sia la colonna laterata ortogona laqual compone tutti li seratili tolti insieme di quali le basi sono li triangoli diuidenti lo poligono inscritto in lo cerchio. a. maggior del treppio della pyramide rotonda. a. & perche essa colonna laterata è treppia alla sua pyramide: si come è stato dimostrato in quelle propositioni che sono state aggionte in la precedente, seguita (per la seconda parte della decima del quinto) che la pyramide rotonda, a, sia minore della pyramide laterata della colonna laterata della qual la basa è lo poligonio inscritto in la basa della pyramide rotonda, a, laqual cosa è impossibile, perche la pyramide



ramide laterata e parte di essa pyramide rotonda. Adonque la pyramide. a non è meno della terza parte della sua colonna, ne etiam è più della terza parte. Perche (se egli è possibile) sia la pyramide, a, più della terza parte della colonna, a, in la quantità del corpo, b, talmente che detratto il corpo, b, della pyramide, a, lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna, a, (Dico adonque si come prima) dalla pyramide, a, sia inteso esser detratta la pyramide laterata a se equalmente alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio. a. laqual pyramide la terza è manifesto esser più della mitade della pyramide rotonda. Similmente del residuo della pyramide, a, ouer altra volta sian intese esser detratte le pyramide equalmente alte constituide sopra li triangoli, c, d, e, f, liquali sono le portione della basa, & questo sia fatto tante volte (per la prima del decimo) che della pyramide, a, rimanga meno del corpo. b. Adonque la pyramide laterata (soprastante alo inscritto poligonio) laquale componeno le pyramide laterate detratte dalla rotonda pyramide sarà maggiore della terza parte della colonna. a. Et perche questa pyramide laterata (come a preuzo in le precedente) & la terza parte della sua colonna laterata, a, finalmente seguita (per la seconda parte della decima del quinto) La colonna rotonda, a, esser minore della colonna laterata della medesima altezza: la basa della quale è il poligonio inscritto in la basa della rotonda pyramide. Et questo è impossibile: perche questa colonna laterata è parte della colonna rotonda: Conciossia adonque che la colonna rotonda non possi esser meno del treppio della sua pyramide ne etiam più, sarà necessariamente treppia a quella che è quello che uolemo demostrare.

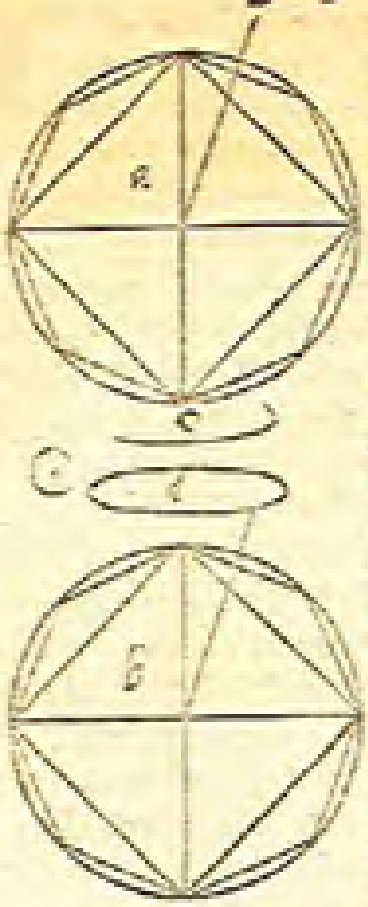
Theorema. 10. Propositione. 10.

10 La proportione di l'una a l'altra di ogni due piramide rotonde simi
11 li, & colonne rotonde simili, e si come la proportione triplicata del dia metro della sua basa: al diametro della basa di l'altra.

Siano li duoi cerchij, a, & b, sopra liquali siano constituide due pyramide rotonde simile: & due colonne rotonde simile & siano detti li cerchij, & le pyramide, & le colonne, & li diametri di cerchij, da questi nomi, a, & b, equinoce. Dico adonque che la proportione delle due pyramide, a, & b, & delle due colonne, a, & b, e; si come la proportione triplicata di dui diametri, a, & b, & se questo de le pyramide uien conuenuto etiam quello delle colonne sarà manifesto (per la decimaquinta del quinto) conciossia che ogni colonna rotonda (per la precedente) sia treppia alla sua pyramide. Et questo delle pyramide, sarà manifesto per la demostratione che induce a l'impossibile. perche (per quella comunna scientia posta in el principio della demostratione della seconda di questo duodecimo libro) la proportione che è del diametro, a, al diametro, b, triplicata, la medesima è della pyramide, a, ad alcun corpo. Adonque sia quel tal corpo, c, del qual dico che quello non pol esser minore ne maggiore della pyramide, b, sia primamente minore (se sarà possibile) in la quantità del corpo, d, talmente che li duoi corpi, c, & d, soli insieme siano quanto la pyra

ramide

mide.b. Adonque(si come in la seconda parte della premessa) della pyramide,b, sia detratta la pyramide laterata a se equalmẽte alta la basa della quale sia il quadrato inscripto in el cerchio, b, & dal residuo di quella,siam detratte le pyramide della medesima altezza fiante sopra li triangoli delle portione del cerchio.b. Adunque sia fatto questo tante volte per fina a tanto che se constringa l'aversario a confessare(per la prima del 10.) che lo residuo della pyramide.b. sia minore del corpo.d. (per comune scientia) la laterata pyramide, che compone le particule pyramide detratte sarà maggiore del corpo, c, adonque sia inscripto in lo cerchio.a. uno poligonio simile a quello che è basa della pyramide laterata detratta della pyramide,b, & alli angoli di quello poligonio inscripto in lo cerchio. a. tira le linee dal cẽtro della pyramide, a, compiendo sopra a quello poligonio,la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide rotonda, a. Adonque studia di demonstrare questa esser simile alla pyramide laterata detratta della pyramide rotonda.b.laqual cosa farai per questo modo. In l'una & l'altra pyramide tu erigerai lassis di quelle laquale(per la diffinitione) sarà la linea continuante le sommitate over cima della pyramide con il cẽtro de la basa, & sarà perpendiculare alla basa, & dapoi delli cẽtri de le basi in l'uno & l'altro cerchio prenarai semidiametri a tutti li angoli di dui poligoni inscripti, & conciosia che (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del assis de l'una a lassis de l'altra, sia si come del diametro della basa di l'una al diametro della basa de l'altra. E pero etiam(per la decimaquinta del quinto: & per la equa proportionalità) si come della mità del diametro alla mità del diametro: & siano tutti li angoli (che contien le assis) in l'una & l'altra (con li semidiametri) retti(per la sesta propositione del sesto libro,& per la quarta del medesimo, per la diffinitione delle superficie simile, & per la diffinitione di corpi simili) è necessario che la pyramide laterata.a. sia simile alla pyramide laterata. b. per laquel cosa (per la propositione aggionta alla octava di questo) la proportione della pyramide laterata, a, alla laterata,b, è si come la proportione triplicata del lato di l'una al suo relativo lato di l'altra & pero etiam si come del diametro.a. al diametro b. triplicata. Et per tanto anchora si come della pyramide rotonda. a. al corpo. c. (per la undecima del quinto) per laquel cosa prenunciaremo, la proportione della pyramide laterata.a. alla pyramide rotonda.a. sarà si come della pyramide laterata, b, al corpo, c, & perche la pyramide laterata,b, è maggiore del corpo,c, la pyramide laterata. a. sarà maggiore della pyramide rotonda,a, laqual cosa è impossibile essendo parte di quella. Adonque il corpo, c, non è minore della pyramide rotonda. b. Resta adonque di provare che'l non pò esser maggiore. Per se lo aversario dicesse quel esser maggiore allhora sia arguido (per la conversa proportionalità) la proportione del diametro, b, al diametro, a, triplicata esser si come della pyramide rotonda.b ad alcun'altro corpo il quale sia,d, Et perche (dal presupposito) el corpo.c. è maggiore della pyramide rotonda.b. seguita (per la decimaquarta del quinto) che la pyramide rotonda, a, sia maggiore del corpo.d. Adonque argumentando come prima sottrahendo el corpo,d, alla pyramide rotonda, a, & rimanga il corpo, e, & seguitar come prima. Adonque la proportione della pyra-

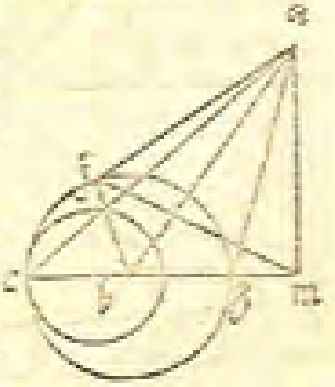


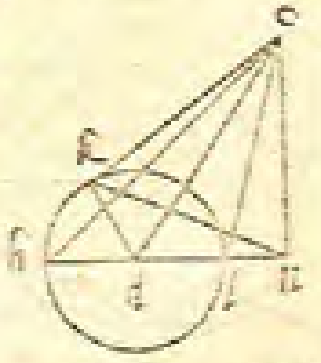
mide, b, al corpo che è minore della pyramide rotonda, a, (cioe el, d,) è si come la proportione triplicata del suo diametro. b. al diametro di l'altra, & questo è impossibile. Perche habbiamo dimostrato seguir che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque concioscia che il corpo. c. non possi essere minore ne maggiore della pyramide rotonda, b, necessariamente sarà a lei equale. E per tanto per la seconda parte della settima del quinto è manifesto il proposito.) Ma il processo di questa demonstratione a noi manifesta solamente esser necessario a quelle colonne e time pyramide rotonde delle quale li assi stanno perpendicolare alle sue base. Perche tale furono diffinite in el principio del undecimo, niente dimeno concioscia che la passione dimostrata in questo loco commenza e commensuratamente a tutte le colonne rotonde simile, & alle pyramide rotonde simile over quando le assi saranno erette ortogonalmente sopra le sue base, overo quando sopra quelle saranno inclinate, & per causa di differentia siano chiamate queste colonne, & pyramide rotonde delle quale le assi stanno ortogonalmente sopra a le base erette. Et le altre siano dette inclinate. Et perche in el principio del undecimo non sono state diffinite le colonne, over pyramide rotonde salvo solamente quelle che chiamano erette, & queste per el movimento d'un parallelogrammo rettangolo: & quelle per il movimento d'un triangolo rettangolo. Et pero habbiamo pensado esser conveniente diffinire le colonne rotonde & le pyramide con diffinitioni (commensuratamente inclinate) convenienti alle colonne rotonde, & pyramide erette: & inclinate. Adonque quando fora della superficie di alcun cerchio. S'a signato un punto el quale sia continuado per linea retta con la circonferentia di esso cerchio se quella tal linea del punto signato stante fermo e fisso sia circondutta per la circonferentia del detto cerchio per fina a tanto che ritorni al loco dove incominciarà a moversi el corpo che sarà contenuto dalla curua superficie che descriverà questa tal linea con el suo movimento, & dal cerchio al qual è circondutta lo chiamo pyramide rotonda, & lo cerchio al quale è circondutta questa linea lo chiamo base di quella pyramide, & lo punto fisso signato fora della superficie del cerchio lo chiamo cerro della pyramide & la linea retta continuante il centro della base con il cerro della pyramide la chiamo assi overo sagitta della pyramide. Et quando che questa sagitta sarà perpendicolare alla base. Dico la pyramide esser erretta: & quando sarà inclinato dico esser la pyramide inclinata. Ma quando saranno dui cerchij equali descritti in due superficie equidistante, li quali una linea superficie (transiente per li centri di quelli) la segarà: & le due relative sessione delle due circonferentie di essi cerchij saranno connesse per linea retta. Se questa linea sia circondutta in le circonferentie

di

di essi cerchij equidistantemente al loco del quale incominciarà a mouersi per fina a tanto che la retorni al loco suo. El corpo che è contenuto dalla superficie curua (che descriue questa linea nel mouersi suo) & dalli dui propositi cerchij: lo chiamo colonna rotonda, lo assis, over saggitta della quale è la linea retta continuante li centri delli dui cerchij. Et quando questa saggitta sarà perpendicolare alla superficie dell'uno e l'altro di dui cerchij, Dico la colonna esser retta, & quando sarà inclinata sopra la basa dico tal colonna esser inclinata: & quando saranno due pyramide rotonde over colonne dalle base delle quale per lassis misiseno due superficie orthogonalmente erette sopra le base di quelle & li angoli che contiene le commune sectioni di quelle superficie, & delle base, con lo assis saranno fra loro equali, & la proportione dal lo assis di l'una al assis di l'altra, sarà si come della mità del diametro di la basa di l'una alla mità del diametro della basa di l'altra. Allhora quelle due pyramide fra loro: over quelle due colonne fra loro dico esser simile. Posto queste diffinitioni egli è da dimostrare che de ogni due pyramide rotonde simile, over colonne rotonde simile, over se saranno rette over inclinate: la proportione di l'una a l'altra e si come la proportion triplicata del diametro della basa di l'una al diametro della basa di l'altra laqual cosa delle rette sole è stato dimostrato, & questo mandamo auanti uno antecedente necessario.

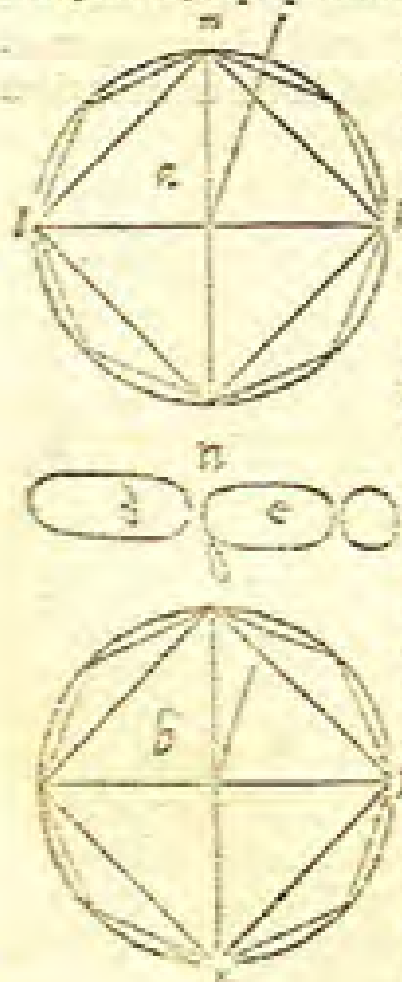
10/o Se saranno due piramide rotonde fra lor simile, delle quale due & due superficie piane seghino l'una e l'altra di quelle sopra lo assise che l'una de quelle due superficie in l'una e l'altra piramide sia orthogonalmente eretta sopra la basa di quella, & li archi delle base contenuti fra quelle due superficie simili, li angoli che contiene le assis & le due commune sections delle base e di quelle superficie che sono state poste non orthogonalmente erette sopra le base saranno fra loro equali.





Sia le due pyramide rotonde, a, b, & c, d, (delle quale le base sono li cerchij, e, f, g, & b, k, l, & le assis le due linee, a, b, & c, d, & li diametri delle base, e, g, & b, l, li centri delle base sono li dui punti, b, & d, li cami delle pyramide, a, & c,) simile fra loro, & dalli cami di quelle, siano protratte due perpendicolare (come insegna la undecima del undecimo) alla superficie delle base lequale sono, a, m, & c, n, & siano continuate li punti, m, & n, con li centri delle base protratte le linee b, m, & d, n, & la superficie, a, b, m, laqual uien fora della assis, a, b, (per la 2. S. del 11.) sarà eretta sopra la basa della pyramide orthogonalmente, per lo medesimo modo la superficie, c, d, n, laqual uien fora della assis, c, d, sarà eretta orthogonalmente sopra la basa della py-

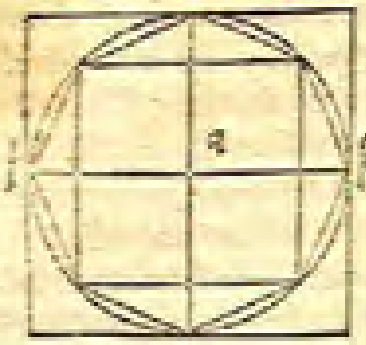
ramide e,d, e per tanto li duoi archi, f,g, & k,l, siano simili: & siano intese le due superficie. a. b. f. e. d. k. segnar fuora da li assi, & segar le pyramide, a,b, & e,d, simile. Dico adonque li duoi angoli, a,b,f, e,d,k, esser fra loro equali, & per dimostrar questo siano protratte le due linee, f,m, & k,n, adonque perche le due pyramide, a,b, & e,d, sono simile, & le due superficie, a,b,m, e d,n, che siano ordinate anchora sopra le base vengano fuora dalle assi di quelle, & (per la diffinitione delle pyramide simile) l'angolo. a.b.m. sarà equale al angolo. e,d,n, et perche (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra una superficie) l'uno et l'altro di duoi angoli. a,m.b, e,n,d, è retto, (per la. 32. del primo et per la. 4. del. 6.) li duoi primi triangoli, a,b,m, & e,d,n, saranno de lati proportionali cioe che la proportione della linea, a,b, alla linea e,d, sarà si come della, b,m, alla, d,n, & si come della, a, m, alla, e,n, et perche (dalla diffinitione delle pyramide simile) la proportion del asse. a.b. al. asse. e.d. e si come del mezzo diametro. b.f. al mezzo diametro. d.k. (per la. 11. del quinto) la proportione del. b.f. al. d.k. sarà si come della. b,m, alla. d,n, et conciosia che li duoi angoli. f,b,m, & k,d,n, siano equali imperoche li duoi archi. f, g. & k.l. sono simili (dal presupposito) le proportione della. f,m, alla, x,n, (per la sesta et quarta del sesto) sarà si come della. b,m, alla. d,n, E pero et si come della. a,m, alla. c,n, et pche un' altra volta (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra una superficie) l'uno e l'altro di duoi angoli. a.m.f. c.n.k. e retto (per la 6. e 4. del 6.) la proportione della. a.f. alla. c.k. sarà si come della. a.m. alla. c.n. e pero (per la undecima del quinto) si come dalla. a.b. alla. c.d. et si come della. b.f. alla. d.k. Adonque (per la quarta del sesto) li duoi angoli. a.b.f. & c.d.k. sono fra loro equali ch'è il proposito. il medesimo facilmente proverai delle colonne rotonde simile. adonque per questo che stato dimostrato dico che ogni due pyramide rotonde simile siano come si vogliano, over erette over inclinate. la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportion triplicata del diametro della sua base al diametro della base di l'altra. Perche essendo come prima le due pyramide rotonde, a, & b, delle quale le base sono li cerchii. a, & b, & li diametri di questi siano anchora, a, & b, et sia la proportione della pyramide, a, al corpo, c, si come la proportione triplicata del diametro, a, al diametro, b, adonque il corpo, c, non sarà minore ne maggior del la pyramide rotonda. b. Et per dimostrar questo sia (se possibile è) minore in la quantità del corpo, d, talmente che li duoi corpi, c, & d, tolti insieme siano equali alla pyramide rotonda. b. Adonque dalla assis della pyramide, b, sia produtta una superficie che sia ertta ortogonalmente sopra il cerchio, b, Et sia la commune sectione di questa superficie & del cerchio, b, la linea.



ma.e.si transiente per il cerchio.b. la quale sarà diametro del cerchio.b. & dentro del cerchio.b. sia protratto nel altro diametro.seguente questo primo ortogonalmente el quale sia.g.h. & così in lo cerchio.b. sia inscritto lo quadrato.e.g.f.h. Et dal la pyramide rotonda.b. sia tolto essa detratta la pyramide laterata la base della quale è il quadrato inscritto in lo cerchio.b. laquale come di sopra è stato protratto sarà maggiore della mità della pyramide rotonda. & dal residuo di quella sia detratte le pyramidette di quella medesima altezza avente sopra li triangoli delle portioni del cerchio.b. & sia fatto questo tante volte per fin a tanto che'l residuo della pyramide rotonda.b. sia minore del corpo.d. (per la prima del decimo) & (per la conuersione) la pyramide laterata detratta laquale compongono le pyramide laterate partiale detratte sarà maggiore del corpo.c. Adonque al presente sia produtta dal assis della pyramide.a. un'altra superficie che sia ortogonalmente erecta sopra al cerchio.a. Et la linea.k.l. sia la comune sectione di questa superficie, & del cerchio.a. laquale per quello sarà diametro del cerchio.a. Et sia protracto in el cerchio.a. un'altro diametro seguente questo primo ortogonalmente el quale sia.m.n. & così sia inscritto in lo cerchio.a. lo quadrato.k.m.l.n. Et dividendo li archi delle portioni del cerchio.a. in due parti equali componendo in lo cerchio.a. un poligonio simile a quello che è inscritto in lo cerchio.b. & a cadauno angolo di questo poligonio protrahe le linee rette dal cono della pyramide.a. componendo sopra quel poligonio la pyramide laterata equalmente alta alle pyramide.a. e ne pronasce.a. questa pyramide laterata esser simile alla pyramide detratta dalla pyramide rotonda.a. b. laqual cosa farai in questo modo prodotti con la cogitatione cauti in atto li assis di l'una e l'altra in l'una e l'altra pyramide.a. & b. & dalli centri delle base protrahi le linee rette a tutti li angoli di poligoni inscritti, & (per lo promesso antecedente) tutti li angoli che cõtiene l'assis della pyramide.a. con cadauna di quelle linee dutte dal centro del cerchio.a. alli angoli del poligonio inscritto in quello saranno equali alli suoi angoli relatiui. che contiene l'assis della pyramide.b. con cadauna delle linee dutte dal centro del cerchio.b. alli angoli del poligonio a se inscritto e perche (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del assis della pyramide.a. al assis della pyramide.b. è si come del semidiametro del cerchio.a. al semidiametro del cerchio.b. seguita (per la.6. & 4. del sesto) & per le diffinitioni delle superficie & di simili corpi) che le due pyramide laterate.a. & b. siano simile tutte le altre cose arguisse si come per auanti in la decima: adonque è manifesto de tutte le pyramide rotonde simile che la proportione di quelle, sia si come di diametri delle sue base triplicata. e perche ogni colonna rotonda è treppia alla sua pyramide: perche questo è stato dimostrato sufficientemente o siano le colonne et sue pyramide erecte over inclinate seguita (per la.15. del.5.) che etiã la proportione di qual si voglia colonne rotonde simile sia si come quella di suoi diametri triplicata.

Theorema.11. Propositione.11.

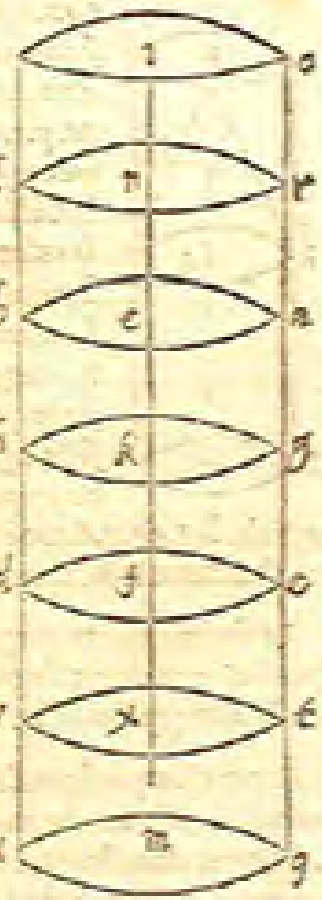
11 Ogni dee piramide rotonde over colonne equalmente alte è neces-
11 sario esser proportionale alle sue base.



Sopra li dui cerchij a, & b, siano statuide (come per auanti) due pyramide rotonde equalmente alte le quale siano dette similmente. a. & b. etiam due colonne rotonde equalmente alte assignate dalle medesime lettere. a. & b. dico adonque che le proportione delle due pyramide. a. & b. & delle due colonne a. & b. è si come di dui circoli. a. & b. se primamente, questo delle pyramide sarà demostrato etiam quello delle colonne sarà manifesto, perche ogni colonna rotonda è tripla al la sua pyramide, ma questo delle pyramide sara manifesto per dimostratione indiretta in questo modo. perche (per communa scientia) la proportione della pyramide rotonda. a. ad alcun corpo e si come del cerchio. a. al cerchio. b. sia quel corpo. c. Dico adonque che l corpo. c. non puol esser maggiore ne minore della pyramide rotonda. b. perche (se possibile è) sia primamente minore in la quantità del corpo. d. adonque sia inscritto uno quadrato in lo cerchio. b. & sia detratto dalla pyramide rotonda. b. la pyramide laterata, della quale la basa sia el quadrato inscritto lo cerchio, b, e dalle portione della pyramide siano detratte le pyramie che stanno sopra li triangoli delle portioni del cerchio, e ipso sia fatto tante volte per fina a tanto che il residuo della pyramide. b. sia minore del corpo, d, & la pyramide laterata detratta (che compone le pyramide partiale detratte) sarà maggiore del corpo. c. adonque in lo cerchio. a. sia descritto un poligonio simile a el poligonio che è basa della pyramide laterata. b. et sopra ello sia extimpido una pyramide laterata dalle linee dalla sommità della pyramide laterata. a. alli angoli del poligonio inscritto, & le due pyramide laterate. a. & b. saranno equalmente alte: perche questo è il proposito delle rotonde, per laqual cosa la proportione della pyramide laterata. a. alla pyramide laterata. b. è si come di la sua basa alla basa di quella cioe si come del poligonio. a. al poligonio. b. & questo è stato dimostrato in la fine di questo, & del poligonio. a. al poligonio. b. è si come del cerchio. a. al cerchio. b. laqual cosa è manifesta (per la prima & seconda di questo.) Adonque della pyramide laterata. a. alla pyramide laterata. b. è si come della pyramide rotonda, a, al corpo. c. per laqual cosa permutatamente della pyramide laterata, a, alla pyramide rotunda, a, è si come della pyramide laterata. b. al corpo. c. & concio sia che la pyramide laterata. b. sia maggiore dil corpo. c. seguita la pyramide laterata. a. esser maggiore della pyramide rotonda. a. & questo è impossibile perche lei è parte di quella, adonque el corpo c non sarà minore della pyramide rotonda. b. Ma se l'aduersario porrà che sia maggior dimostreremo un'altra volta conseguire il medesimo impossibile: perche (per la conuersa proportionalità) la proportione del corpo, c, alla pyramide rotonda, a, sarà si come del cerchio. b. al cerchio. a. sia anchora la me-

la medesima della pyramide roconda.b, ad alcun corpo egual sia, d, Conciosia adũ que che'l corpo.c, sia maggiore della pyramide roconda.b. (per el presupposito) la pyramide roconda.a. (per la decimaquarta del quinto) sarà maggiore del corpo, d, Adunque la proportione del cerchio, b, al cerchio, a, sarà si come della pyramide roconda.b. ad alcun corpo menor della pyramide roconda.a. Ma questo è stato dimostrato per auanti esser impossibile, perche cosi seguita che la parte sia maggiore del suo tutto. Adunque il corpo.c. non è ne minore ne maggiore della pyramide roconda, b, ma solamente eguale: E per tanto (della seconda parte della settima del quinto conclude il proposito.) Ma accio che piu facilmente & fermamente sia dimostrata la propositione che seguita, egli è necessario di mandare auanti uno antecedente a quella materia laquale è questo.

11 13 14 Se una superficie segarà alcuna colonna roconda equidistantemente alla basa di quella, li duoi corpi partiali liquali terminano a quella superficie taranno proportionali alle parti de lassis della colonna.

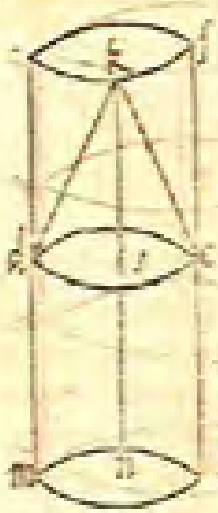


Questa è simile a quella che se propose in la nigesima nona del undecimo libro di solidi parallelogrammi ne solamente questo delle colonne roconde e il uero: anci piu presto simplicemente de tutte le sorte colonne o sasso laterali over roconde, laqual cosa (coi tenirà fermamente la argumentatione di la prima del sesto (over della mia quinta del undecimo) facilmente potrea dimostrare, perche in questo loco non altramente che in quello egli fa argumentare il proposito (per la diffinitione della incontrena proportionalità: laquale è posta in el principio del quinto libro.) Ma bisogna advertire che qualunque superficie segha una colonna equidistantemente alla basa di quella: sega etiam quella equidistantemente alla superficie opposita alla basa di quella, perche ciascuna superficie, laquale sia equidistante a una medesima superficie, quelle ancora sono fra loro equidistante come intendesti da quelle cose che sono state dette sopra la decimasesta del undecimo libro. Per laqual cosa è manifesto che tutte le colonne roconde delle quale le base sono equale, sono proportionale alle sue altezze. Il medesimo anchora delle laterate & similmente anchora delle pyramide roconde etiam delle laterate, laqual cosa essendo provato prima delle colonne delle pyramide sarà manifesto; perche ogni colonna è propria alla sua pyramide la roconda (per la nona di questo) & la laterata (per quelle cose che sono state dimostrate di sopra in la ottava.

Il Traductore.

Di questa soprascritta parte (laquale pare che sia una aggionta del comentatore) nella seconda traductione. L'Autore ne fa due propositione lequale l'una è la decimaterția & l'altra è la decimaquarta. Et per la detta decimaterția figuralmente adusse la colonna, a,d, segata dalla superficie.g.b. equidistantemente alle due base cioe alle due base, a,b, & c,d, & conclude il medesimo che se fa nella soprascritta aziontà cioe che si come che è la colonna partiale.b.g. all'altra colõna partiale.g.d. così sarà laxis. e.k. al axis.n.f. & per dimostrar tal cosa el uole che sia alongato da l'una & l'altra parte laxis. e.f. per fina in li ponti.l.m. & di quelle mol che ne sia colte quante parte ne pare equale alla sua conterminale poniamo le due. e.n. & n.l. equale alla parte.e.k. & così le due.f.x. & x.m. (over più) equale alla. f.k. & similmente el uole che per li ponti.l.n.et.x.m. sia estese le superficie.p. o.s.r.t.y.q.u. equale & equidistante alle.a.b. & c.d. & uole che siano intesi le colonnette partiale. p.r.r.b.d.t.u.m. Et perche le axis. l.n.n.e.e.k. sono fra loro equale adonque le partiale colonne. p.r.r.b.b.g. (per la undecima) sono equale fra loro & similmente sono di equal multiplicità alla colonna. b.g. si come laxis. k.l. al laxis. e.K. Et per le medesime ragioni se die intendere de la colonna. n.g. alla colonna.g.d. esser così multiplice come che è laxis.m.k. al axis.K.f. et perche se laxis.n.l. sarà equale al axis k.m. etiam la colonna. p.g. sarà equale alla colonna.g.u. & se sarà maggiore sarà maggiore & se sarà menore sarà menore, per il che (per la diffinitione delle quantità proportionale cioe per la sesta diffinitione del quinto) se conclude che le quatro quantità sono proportionale cioe le due axis. e.k. & . k.f. & le due colonne partiale. b.g. & .g.d. che è il proposito. Et bisogna notar che quella figura che di sopra chiamasso colonna nella predetta seconda traductione è detta cylindro.





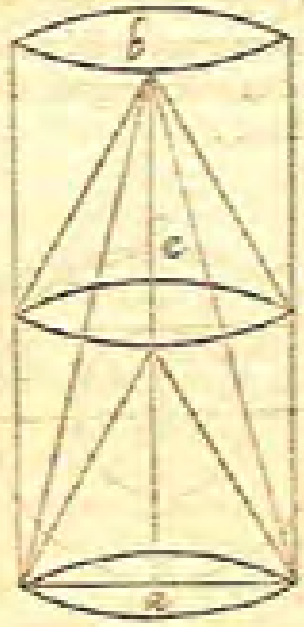
La decimaquarta propositione propone che li coni etiam li cylindri che sono sopra base equale che la proportione d'uno a l'altro & si come la altezza d'uno alla altezza di l'altro.

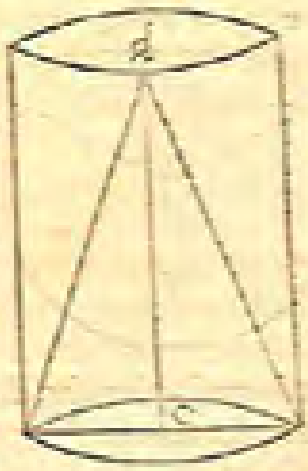
Et per essempio figurale sia sopra le due base. a. b. & .c. d. equale. Li dui cylindri,f,d,e,b, Dice che il cylindro,e,b, al cylindro,f,d, e si come la axis.g.h. al axis K.L. & per dimostrar tal cosa uol che sia estesa over alongata la axis. k.l. per fina in ponto. n. talmente che l'a.l.n. sia equale alla axis, g,h. & atorno al axis.l.n. uol che se gli intenda il cylindro.c.m. poi argumente in questo modo. Adonque perche li dui cylindri,e,b,et c,m, sono da equal altezza è sopra base equale (per la. 11. di questo) sono fra loro equali, & perche il cylindro. f.m. è segato dal piano,c,d, equidistantemente

tamente alle due base opposite alonque (per la precedente) si come è il cylindro a. m. al cylindro f. d. così è la axis l. n. alla axis k l. Et perche el cylindro a. m. è equale al cylindro. e. b. & la axis l. n. alla axis g b. Adonque si come è il cylindro e b. al cylindro. f. d. così è la axis. g b. alla axis n l. & si come el cylindro e b. al cylindro, f, d, così è el cono. a. g. b. al cono. c. n. d. perche la cylindri de quelli sono tripli di ditti coni (per la nona di questo) adonque (per la undecima del quinto) si come la axis g b, al axis, k l, così è il cono, a g b, al cono, c, d, n, & lo cylindro, e, b, al cylindro, f, d, cioè il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 12.

12 15 Se due piramide rotonde ouer colonne saranno equale le sue base saranno mutue alle sue altezze, & se le sue base, & altezze saranno mutue quelle piramide, ouer colonne è ne necessario esser equale.



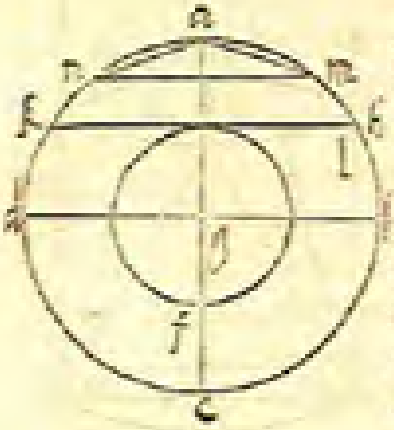


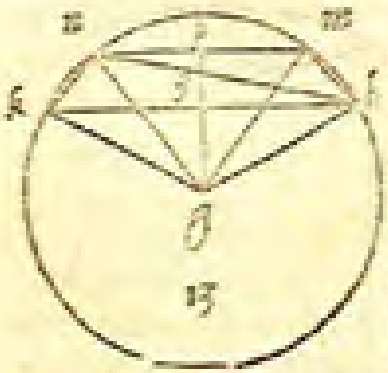
Le linee che discendeno dalla ponta alle base perpendicularmente determinano la altezza della pyramide: & delle colonne dalle superficie supreme di quelle alle base, siano adonque le due pyramide rotonde. a. b. & c. d. equale, & le due colonne rotonde. a. b, & c, d, equale: & siano le commune base si delle pyramide come delle colonne li duoi cerchi. a. & c. anchora le commune altezze si delle pyramide come delle colonne, siano determinate per le due linee. a. b. & c. d. Dico che la proportione del cerchio, c, al cerchio, a, è si come della altezza, a, b, alla altezza, c, d, & al contrario, & si sarà prouato questo delle colonne, delle pyramide sarà certo. Perche ogni colonna rotonda è treppia alla sua pyramide adonque se le due altezze, a, b, & c, d, saranno equale (per la precedente) è manifesto il proposito, ma se saranno inequale sia, a, b, maggiore & sia tolto. a. e. equale alla, c, d, & sia segata la colonna, a, b, dalla superficie, e, equidistantemente alla base, a, di quella: & (per lo premesso antecedente) la colonna, a, b, alla colonna. a e. sarà si come la altezza. a b. alla altezza. a e. e pero (per la prima parte della settima del quinto) la colonna c, d, alla colonna, a, e, sarà si come la altezza, a, b, alla altezza, a, e, per la qual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) si come la altezza, a, b, alla altezza, c, d, (per la precedente) & la colonna, c, d, alla colonna, a, e, e si come il cerchio, c, al cerchio. a. Adonque (per la undecima del quinto) la altezza, a, b, alla altezza, c, d, e si come della base, c, alla base, a, adonque

que è manifesto la prima parte, la seconda se manifestarà (per il medo contrario): stante la medesima dispositione. Hor sia si come della basa.c. alla basa.a. così l'altezza.a.b. alla altezza.c.d. Dico che le due colonne.a.b. & .c.d sono equale, perche (per la seconda parte della settima del quinto) la altezza.a.b. alla altezza.a.e. sarà si come della basa.c. alla basa.a. Et perche (per la precedente) la colonna.c.d. alla colonna.a.e. è si come della basa.c. alla basa.a. & (per lo premesso antecedente) la colonna.a.b. alla colonna.a.e. è si come la altezza.a.b. alla altezza.a.e. seguita (per la undecima del quinto) che la colonna.c.d. alla colonna.a.e. sia si come la colonna.a.b. alla medesima.a.e. adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due colonne, a,b, & c,d, sono equale, per laqual cosa è manifesto etiam la seconda parte.

Problema.1. Propositione.13.

13/16 Quando seranno proposti duoi cerchii circondutti sopra uno medesimo centro, egliè possibile dentro il maggiore descrivere una superficie de molti angoli, de lati pari & equali laquale non tocchi il cerchio minore.





Siano li duoi cerchij,a,b,c,d, & ,e,f, circondutti sopra uno comun centro el qual sia .g. Dico che dentro al maggior cerchio (qual sia,a,b,c,d,) egliè possibile esser descritto un poligono che sia equilatero, che niuno de suoi lati tocchi il cerchio minore el quale è ,e ,f, & per far questo siano divisi questi duoi cerchij in quatro parti equali da duoi diametri fra loro segandosi ortogonalmente sopra il centro di quali iequali siano, a,c, & ,b, d,et sia,e,f, (diametro del minore) parte del diametro a,c, che è diametro del maggiore, & così adonque dal ponto,e, sia ducta (da l'una e l'altra banda per fina alla circonferentia del maggiore) una linea ortogonalmente sopra del diametro. e.f. laqual se incontri con la circonferentia del maggiore di qua in ponto.b. e di la in ponto.k. & (per lo correlario della decimasesta del tertio) la linea.b.e.K. è contingente il cerchio minore, & dapoi divide il quadrante, a,b, del cerchio maggiore in due parti equali in ponto, l, (secondo la dottrina della trigesimanona del tertio) dapoi un'altra volta divide lo arco,a,l, in due parti equali in ponto.m. & cosi sia che facendo questo piu volte, di necessità se pervenirai finalmente a uno arco il quale sarà minore di l'arco,a,b, & sia in questo loco,a,m, perciochè questo è necessario, perche essendo due quantità inequale, se della maggiore di quelli sia cauado la mità di quella, & similmente del residuo la mità egliè possibile far questo tante volte per

fina

fina a tanto che finalmente rimanga una quantità minore della minore di quelle, si come in la prima del decimo è stato dimostrato. Quando adonque (diuidendo cosi) se sarà pervenuto a uno arco (quanto si voglia) minore di.a,b, del qual modo (in questo loco) e l'arco.a.m. sia tolto lo arco.n. equale a l'arco.a,m, & siano dutte le due linee.a. m, & n,m. Adonque perche l'arco.a,k, è equale al arco.a, b, el quale (per la 2. parte della 3. del 3. & per la.4. del primo, & per la.28. del 3.) è manifesto. Et perche l'arco.a,n, è equale al arco.a,m, (per cõmunem scientiam) l'arco n.k. sarà equale al arco. m. b. adonque le due linee. m.n. & .k.b. sono equidistante. adonque la linea. m. n. non puol toccare il cerchio, e, f, per laqual cosa molto piu forte ne la linea. a. m. puol toccar quello. Perche adonque è manifesto il cerchio. a. b.e. à esser diuisibile per archi equali a l'arco.a.m. e però (per la uigesimaottava del terzo insieme) è manifesto dentro di esso cerchio poter esser coaptado continuamente cordette equale alla cordetta.a.m. cordante esso cerchio di molti angoli per il che anchora è manifesto dentro il cerchio maggiore poter esser inscritto un poligonio equilatero del quale uno lato e la linea. a.m. et perche la linea.a.m. non tocca il cerchio minore, è manifesto (per la prima parte della decimaquarta del tertio & per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro del cerchio, che lo inscritto poligonio con numero di pari lati tocca il cerchio minore che è il proposito. Ma tu debbi in questo, le due linee. m.n. & .k.b. esser equidistante essendo li duoi archi.n.k. & .m.b. equali. ma questo per forma meritò e proseguido per forte: perche due linee in uno cerchio: lequale non si segabino fra loro: se dalle circonferentie equali archi da l'una e l'altra banda siano fra esse linee saranno equidistante & per dimostrar questo dal centro. g. conduce la linea.g.p. perpendicolare alla linea.m.n. laqual segni la linea.b.k. in ponto.q. & tira le linee.g.m.g.n.g. k.g. b. & alli duoi archi.n. k. & m.b. tira ai sutto le due corde, lequale essendo siano dette.n. k. m. b. & (per la uigesimanona del terzo) queste corde. n.k. & .m.b. saranno equale, imperoche li archi saranno equali & (per la seconda parte della terza del medesimo terzo) la linea.n. p. sarà equale alla linea. m.p. Concioscia adonque che l'uno e l'altro di duoi angoli, che sono al. p. sia retto (per la diffinitione della perpendicolare) l'angolo.n.g.p. (per la quarta del primo) sarà equale al angolo. p.g.m. & (per la ottaua del primo) l'angolo. k.g.n. e equale all angolo.b.g.m. Adonque (per communa scientia, laquale è se a cose equale un agiongi cose equale le summe saranno equale) l'angolo.k.g.q. sarà equale a l'angolo.q.g.b. & però (per la quarta del primo) la linea.x.q. sarà equale alla linea.q.b. per laqual cosa (per la prima parte della terza del terzo) la linea.g.q. sarà perpendicolare alla linea.k.b. Adonque (per la prima parte della uigesimaottaua del primo) le due linee.n.m. & .k.b. sono equidistante: et questo e quello dove tu debitaui. Questo medesimo anchora se puol dimostrare per questo altro modo. Sia dutta la linea.n.b. & (per la ultima del sesto) l'angolo.b.n. m. sarà equale al angolo. n. b.k. imperoche l'arco. b.m. è equale al arco.n.k. e però (per la uigesimasettima del primo) la linea. n. m. n. sarà equidistante alla linea.b.k. el conuerso anchora se ne trouarà se tu lo approuerai per lo conuerso modo, perche se la linea. n.m.n. è equidistante alla linea. b. K. l'arco.n.k. sarà equale a l'arco.m.b. perche

(per

(per la prima parte della vigesimanona del primo) li dui angoli. b. n. m. & n. b. k. saranno equali e però (per la ultima del sesto) li dui archi. n. k. & . m. b. saranno etiam equali.

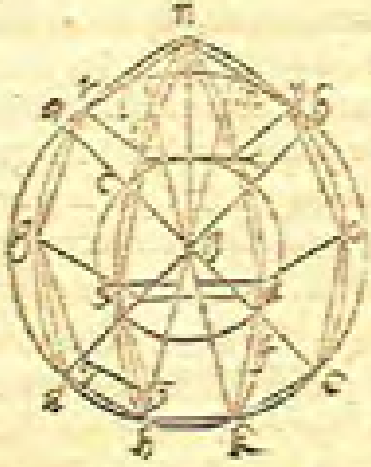
Correlario.

o/16 Et da qui è manifesto che la perpendicolare dutta dal ponto. m. alla. a.c. non tocca il cerchio.

Problema. 2. Propositione. 14.

14/17 Proposte due sphere che habbiano uno medesimo centro, egliè possibile dentro della maggiore di quelle constituire figuralmente un solido di molte base, ilquale, non tocchi la superficie della minor sphera. Et fatto questo, se in la minor sphera, ouer in qualunque altra sphera sia constituido intelligibilmente un corpo simile, la proportione del corpo de molte base constituito dentro della maggior sphera, al corpo di molte base constituito dentro della minor sphera, ouer altra, sarà si come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera al diametro della minore ouer d'altra sphera.

Siano le due sphere, a,b,c,d, & e,f, che habbiano issesso centro il quale sia .g. et sia la maggiore de quelle la sphera .a, b,c,d, & la minore la sphera .e,f. uolemo dentro della maggiore di quelle constituire un corpo di molte base, dellequale non intendemo che quelle base siano equale ouer simile, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della minor sphera. Adonque quando uolemo far questo segaremo l'una et l'altra delle due proposte sphere insieme, con una superficie piana che transisca per il commun centro di quelle & (per la diffinitione della sphera & per la diffinitione del cerchio) le commune sectioni di questa superficie segante, & delle superficie delle sphere, saranno linee comunente circoli. Adonque siano li dui circoli. a,b,c,d, & e,f, el centro di quali, è il centro della sphera delquale è sta proposto che quello sia el ponto .g.



Quadraremo adunque questi dui cerchi con dui diametri fra loro segati ortogonalmente sopra il comun centro di quelli, liquali siano .a.c. & .d.b. Da poi dentro del maggior cerchio (secondo li precetti della precedente) inscriuemo un poligonio equilatero, ilquale non tocchi con alcun di soi lati il minor cerchio, & per causa di esempio, sia sufficiente hauer iscritto una figura di dodeci angoli equilatera, talmente che in el quadrante di quel maggior cerchio (elquale è .c. d.) siano tre lati di questa figura dodecagona, liquali siano le corde .d,h,k, b, & k,c, le quale conciosia che le siano equale. Anchora (per la prima parte della vigesimaterza del terzo) li archi di quelli saranno equali. Et da

poi

poi dalli dui punti. b. & .x. (liquali sono le estremità delle corde di mezzo) produrremo dui diametri liquali sono. b. m. & K. l. & sopra il centro. g. tirarremo la linea. g. n. perpendiculare alla superficie del cerchio. a. b. c. d. laquale produrremo per fina a tanto che la pervenga alla superficie della maggior sphera sopra il punto. n. & da poi intenderaro quattro superficie segante le sphere proposte, delle quale cadauna seghi quelle sopra la linea. g. n. Et la prima di quelle sopra la linea. g. r. & lo diametro. d. b. La seconda sopra la linea. g. n. & lo diametro. b. m. & la terza sopra la linea. g. n. & lo diametro. k. l. & la quarta la linea. g. n. & lo diametro. c. a. & (per le diffinitioni della sphera, & del cerchio) le sectioni di queste superficie & della superficie della sphera maggiore, saranno linee contenenti circoli, & le parte inferiore, come fra el punto. n. & li quattro punti, che sono. d. b. K. c. saranno quadrante di questi cerchij liquali quadranti sono. d. n. b. n. & k. n. & c. n. e però questo adviene imperò che tutti li angoli che contiene la linea. g. n. con cadauna linea di diametri protratti in la superficie del cerchio, a, b, c, d, sono retti (per la diffinitione) della linea perpendiculare a tutta superficie, & li angoli retti al centro: se stendono sotto alla quarta parte della circonferentia. laqual cosa (per la ultima del sesto) evidentissime appare, & per la diffinitione di cerchij equali, è manifesto che cadauno di questi quattro cerchij è equale al cerchio, a, b, c, d, Perche il diametro di cadauno di quelli è il diametro della maggior sphera. Adonque (per la decimaquinta del quinto) li quadranti di quelli sono equali, per laqual cosa li cinque archi, liquali sono, d, n, b, n, K, n, c, n, & d, c, sono equali. Et però in cadauno di quattro quadranti di circoli cresti siano assettate le corde ypotenussale, delle quale cadauna sia equale alla corda del cerchio protratto, lequale sono li lati del poligonio a quel inscritto & una di quelle corde. e. d. b. & sia in el primo, d, q, q, r, & r, n, & in lo secondo, b, s, s, t, & t, n, & in lo terzo, k, x, x, x, & x, n, & in el quarto siano, c, p, p, o, & o, n, & siano protratti li coraxsi concorrenti li capi delle corde ypotenussale, lequale sono, q, s, r, x, x, o, & r, x, s, x, x, p, tu vedi adonque, alla quarta parte della mezza maggior sphera inscritto (la qual quarta parte è, d, n, c,) esser inscritto un corpo di. 9. base delle quale, le tre che se congiungeno al punto, n, sono triangole & tutte le altre sono quadrangole & li lati ypotenussali di quelle quadrangole superficie sono equali ma nō equidistanti, Et li coraxsi (posti fra qualunque dui cerchij) & le corde del cerchio protratto sono fra loro, equidistante ma nō sono, fra loro equale, e questo saperai se protrarai perpendicolare dalle estremità di coraxsi alla superficie del cerchio giacente delle quale è manifesto che esse cadano sopra, li diametri di circoli, liquali coraxsi contiranno, laqual cosa facilmente apprenderai dalle cose dimostrate in la decimaterzia del undecimo, verbi gratia, sieno lassate le due perpendiculare, q, y, & r, z, cadente in li diametri, d, b, & b, m, dalli dui termini del coraxso. q, r, & sieno tirate le linee, q, d, r, b, & y, z, Et li dui triangoli, q, y, d, et r, z, b, (per la quarta del sesto) saranno simili, per laqual cosa la proportione delle due perpendiculare, q, y, & r, z, sarà si come delle due corde, q, d, & r, b, & conciosia che le corde siano equale, etiā le perpendiculare saranno equale & quelle sono equidistante (per la. 6. del. 11.)

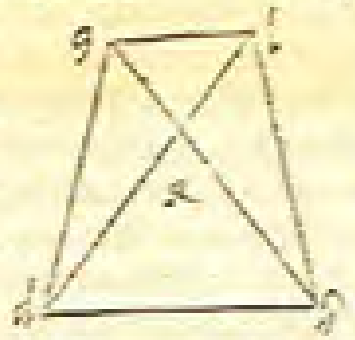
Adun-

Adunque (per la 13. del primo) il corpo sia q.s.e equale & equidistante alla linea f. y. z. Et perche (per la seconda parte della seconda del sesto) la linea. y. z. è equidistante alla corda. d. b. c. però è ne more di quella, seguita (per la nona del medesimo) che la corda. q. s. sia etiam equidistante alla corda. d. b. & minor di quella (per la conuersione) adunque concio sia che le corde che sono lati del poligonio scritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equale alla corda. d. b.) non toccano la sphera minore: è necessario che niuno lato di quelle base del corpo inscritto (o sia lo quadrangolo ouer triangolo) non tocchi la medesima minor sphera: conciosia che tutti questi lati siano equali ouer minori di esse corde, & semplicemente dico, che etiam niuna di queste base da tutte le quale è manifesto, (per la seconda parte della seconda del undecimo) che quelle sono tutte in una superficie, puo con alcun suo poco toccare la minor sphera: imperò che ogni linea retta data sopra a qual si voglia punto di cadauna di quelle equidistantemente al corpo necessariamente è minore del la corda del cerchio prostrato. Se adunque la summa delle altre quarte della maggior sphera si della mezza sphera superiore come della inferiore sarà fatto instante (alla similitudine di quelle) de superficie quadrilatere & trilatere, et alla maggior sphera sarà iscritto un corpo di sessanta due base le quale non toccano la superficie del la minor sphera si come era stato proposto. Oltra di questo dico se in qualunque altra sphera sia situato nel altro simil corpo: la proportione di l'uno a l'altro, sarà si come la proportione treppiata del diametro di l'una sphera al diametro di l'altra. Perche le sessanta due base di cadauno corpo saranno base di tante pyramide lauorate le vertice ouer punte delle quale saranno nelli centri di esse sphere, & quelle pyramide compirai, se da ciascuno di angoli delli iscritti corpi (liquali sono le circonferentie delle corde & di corpi) produrai le linee alli centri delle sphere. E per tanto stando di prouare (per la diffinitione di corpi simili) tutte le pyramide di uno esser simile alle sue relative pyramide di l'altra: dico prouato (per la 8. di questo) la proportione di cadauna di quelle alla sua relativa di l'altro sarà si come la proportione treppiata delli semidiametri di esse sphere (perche li semidiametri delle sphere sono li lati di tutte le pyramide) & perche la proportione di semidiametri & di diametri è una medesima (per la decimaquinta del quinto) facilmente concluderai el proposito (per la. 12. del medesimo.

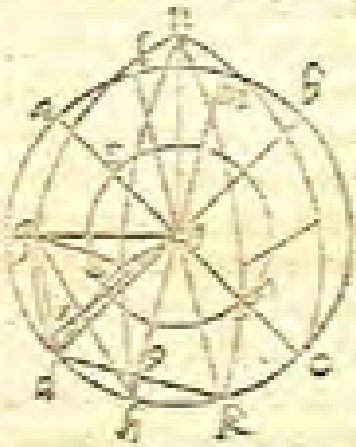
Il Traduttore.

La demostratione del soprascritto primo proposito potisse oppositione, perche la non dilucida a sufficientia il detto proposito, egli ben uero che li lati del poligonio iscritto nel cerchio che giace in piano (liquali sono tutti equali alle linee, d. b.) non toccano la minor sphera per che è necessario anchora che niuno lato di quelle. 72. base del detto corpo iscritto (o siano quadrangole ouer triangole) tocchi la medesima minor sphera, conciosia che tutti questi lati siano equali ouer minori a quelle corde, tamen se ben la minor sphera non pol toccare alcuno di detti lati (per le cose dimostrate) non siamo però certi che quella non possi toccar le base quadrangole nelli lor centri (massime le maggiore) uerbi gratia pigliamo per essempio le ba-

se. q.

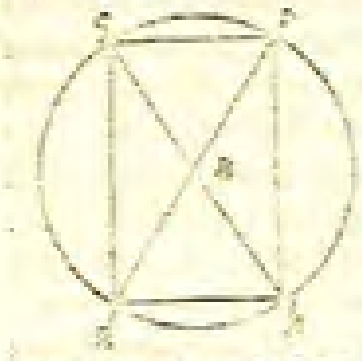


ſa,q,d,s,b, La quale è una delle quadrangole maggiori. Dico che ſe ben niuno di ſuoi quattro lati (cioe, d,b,d,q, b,s,s,q,) non può toccar la minor ſphera (per eſſer,d,q, et,b,3,equali al,d,b,et q,s,minore perche le lucce equa le ſono equalmente diſtante dal centro della ſphera,& le minore ſono molto piu lontane del detto centro (tuttauia non ſiamo per certi che la detta ſphera minore nõ poſſa toccare la detta baſa.q.d.s.b.(& le altre ſimile) nel centro π perche il detto centro π è molto piu propinquo al detto centro della minor ſphera che non ſono alcun di detti quattro lati, ilche ſi manifeſta tirando li dieci diametri.q.b.& d,r,cadauno di quelli è maggiore di qual ſi voglia di detti quattro lati per il che cadauno di loro è piu propinquo al centro della ſphera di alcuno di detti quattro lati(per la. 14.del 3.)ſegnita adõque che li detti diametri poſſiamo forſi toccar la detta minor ſphera e conſequentemente la baſa,q,d,s,b, nel ſuo centro π. adonque la demoſtratione dal commentator addutta patiſſe contradictione: ma a voler reſtantemente prouarlo, cioe demoſtrare a ſufficientia che la minor ſphera non può toccar in conio alcuno, alcuna di quelle 72. baſe, Sia tirato dal centro g, una linea (per la 12.del 11.)perpendicolare alla baſa,d,q, b, s, del detto corpo (come che in queſt'altra ſeconda figura appare) laquale ſia.g.π.dapoi dal ponto.π.ſia tirate quattro linee alli quattro angoli di detta baſa lequal linee ſtarano a eſſer. π. q,π,d,π,b,π,s, lequale tutte conterranno angolo retto con la perpendicolare, g, π.(per la 2. diffinitione del 11.per ilche le dette quattro linee,π,q,π,d,π,b,π,s, ſaranno equale (per la penultima del primo & per la communa ſcientia)perche le loro ypothenuſe ſono equale cioe le linee tirate mentalmente del centro.g, a cadauno di quattro angoli.q.d.b.s. Adunque ſe ſopra il ponto.π.ſarà deſcritto mentalmente un cerchio ſecondo la quantità di.π.b. la circonferentia di quello trãſirà per li altri tre angoli,d,q,s,(come in la terza figura appare) & perche li tre lati,d,b,d,q,b,s,ſono equal,& lo q,s, è minore adonque l'arco, d, b, ſarà piu del quarto della circonferentia di tutto il detto cerchio, per il che l'angolo, d,π,b, ſarà ottuſo,e pero il quadrato della linea,d,b, ſarà piu che doppio al quadrato della,d,π, over della,b,π,& queſto terrai in mente da poi imagineremo la detta baſa ſecondo il ſuo debito ſtar nella ſphera maggiore della figura che gia fin'e principio deſcritta: li circoli giacenti ſi della maggiore come della minore poniamo ſiano li infraſcritti con la detta baſa quadrangola,q,d,s,b,ſtante ſecondo il ſuo conueniente ſtar con la ſua preparata perpendicolare dal ponto g. (centro di ambedue le ſphere) al ponto.π. centro della detta figura quadrilatera da poi dal ponto, d,al ponto,k,tiraremo la linea,d,k, laquale ſegnerà la linea, g,b, ortogonalmente in ponto.g. & non toccarà il cerchio.f.c. della minor ſphera (per lo corollario poſto ſopra la. 13. di queſto)perche queſta li-



nea

rera d.k.e similmente posta come è la linea.n.m.in la figura della detta. 13. di questo.Hor dico che il ponto. n. e più remoto ouer lontano dal ponto. g. (centro de ambedue le sfere proposte) cio non è il ponto.9.cioe che la linea.g. n. è più longa che la linea.g.9.& se la minor sphera non tocca la detta linea.d.k. in ponto. 9. manco toccarà la basa.9.d.s.b.in ponto.n. La qual cosa se dimostrarà in questo modo. Egli manifesto che la linea.m.9.è più della metà di tutta la linea.m.b.per il che la linea. m.b.non è esser manco del doppio di la linea. m. 9. & sia proportione qual è della linea.m.b.alla linea.m.9.cosi sarà del rettangolo contenuto sotto della linea. m.b. & della 9.b.al rettangolo contenuto sotto delle due linee.m.9. & 9.b.(& questo facilmente prouarai per la prima del 6.) adonque il rettangolo di m.b.in 9.b.sarà manco che'l doppio del rettangolo di m.9.in 9.b.& perche il quadrato della linea, d, 9, è equal al rettangolo della, m, 9, in, 9, b, per la. 35. del 3. seguita che'l rettangolo della, m, b, in, 9, b, sia manco del doppio del quadrato della, d, 9, & se al quadrato della, d, 9, (el quale è quanto il rettangolo della m.9.in.9.b,) gli aggiongi il



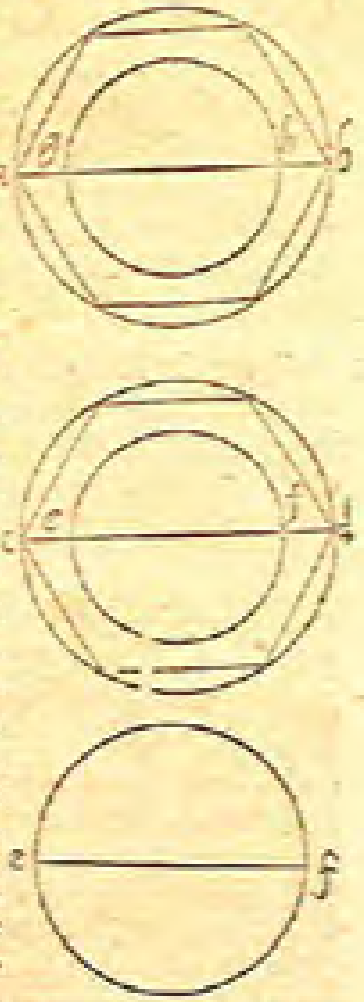
quadrato della 9.b.sarà (per la penultima del primo) sarà equale al quadrato della, d, b, & perche il rettangolo della m.9.in.9.b giunto con il quadrato della. 9. b. sarà (per la 3. del 2.) sarà equale al rettangolo di tutta la m.b.in.9.b. seguita adonque che il quadrato de, d, b, sia manco del doppio del quadrato di d.9.& se ben ti ricordi già fu prouato che il quadrato della medesima d, b, era più che doppio al quadrato de, d, n, ouer di n.b. segue adonque che il quadrato, d, n, sia minore del quadrato di, d, 9, & perche ciascuno delli dui angoli, d, 9, g, & d, n, g, è retto et la linea, g, d, è ypothenusa commune a l'uno e l'altro se del quadrato di quella ne caciamo il quadrato della linea, d, 9, lo residuo, (per la penultima del primo) sarà equale al quadrato della linea, g, 9, & similmente se del quadrato della medesima linea, g, d, ne caciamo il quadrato della linea, d, n, questo secondo residuo sarà equale al quadrato della linea, g, n, & perche lo quadrato della, d, 9, era maggiore del quadrato della, d, n, (per commune scientia) lo quadrato della linea, g, n, sarà maggiore del quadrato della linea, g, 9, per il che la linea, g, n, è maggiore della linea, g, 9, segueta adonque che il ponto. n. sia più lontano dal centro, g, che non è il ponto, 9, & se la minor sphera non tocca il ponto, 9, manco toccarà la bassa, 9, d, s, b, in ponto, n, & non toccandola in ponto, n, manco la toccarà in altro ponto perche quello è il più propinquo al centro, g, di qualunque altro & se la detta minor sphera non può toccare la detta bassa quadrangola (laquale è una delle maggior del detto corpo) manco potrà toccare alcuna delle altre minore perche le minore sono più remote, ouer lontane dal centro, g, delle maggiore per le ragione addutte in la decimaquarta del terzo che è il proposito.

Theorema. 13. Propositione. 15.

15 / 18 Di ogni due sphere la proportione di l'una a l'altra, è si come la proportione treppiata del suo diametro al diametro di l'altra.

Sicco

Siano le due sphere. a.b. & c.d. delle quale li diametri sieno, a,b, & c,d. Dico che la proportione di quelle è si come la proportione di suoi diametri treppiata la dimostratione di laquale è perche ne a una sphera che sia minore della sphera, c,d, ne a una maggiore la proportione della sphera. a.b. è si come del diametro. a.b. al diametro. c.d. treppiata. Hor si a la proportione della sphera. a.b. alla sphera. e.f. si come del diametro. a.b. (della sphera. a.b.) al diametro. c.d. treppiata. Dimostrarò adonque che la sphera. e.f. non puol esser minore ne maggiore della sphera. c.d. perche affirmando l'adversario quella esser minore imaginarò quella esser inclusa nella sphera c.d. & esser circondata al medesimo cētro, & inscriverò (con la imaginatione) in la sphera. c.d. uno corpo di molte base il quale nō tocchi la sphera. e.f. el quale sia etiam detto, c,d, & inscriverò in la sphera, a,b, un'altro corpo di molte base simile al corpo di molte base. c.d. el quale sia etiam chiamado del nome della sua sphera, cioe. a.b. adonque è manifesto (dal la seconda parte della precedente & della. 11. del 5.) che la proportione della sphera. a.b. alla sphera, e,f, è si come quella del corpo di molte base. a.b. al corpo di molte base, c, d, perche l'una e l'altra è si come quella del diametro, a,b, al diametro, c,d, treppiata (l'una dal presupposito e l'altra per la. 2. parte della precedente) per laqual cosa permutatamente la proportione della sphera. a.b. al corpo di molte base a. b. è si come della sphera, e,f, al corpo di molte base, c,d, concio sia adonque che la sphera, a,b, sia maggiore del corpo di molte base, a.b, etiam la sphera, e,f, sarà maggiore del corpo di molte base, c,d, & questo è impossibile, perche quella è parte di quello, adonque la sphera, e,f, non è minore della sphera. c.d. Ma se l'adversario dicesse quella esser maggiore lo confonderemo in questo altro modo: perche (per la converſa proportionalità) della sphera, e,f, alla sphera. a. b. sarà si come del diametro, c,d, al diametro, a,b, treppiata. E per tanto sia la medesima della sphera, c,d, alla sphera, g,b. Et (per la. 14. del quinto) la sphera. g,b, sarà minore della sphera. a.b. imperoche la sphera, c,d, fu posta minore della sphera, e,f, per laqual cosa la proportione della sphera. c.d. ad alcuna sphera minore della sphera, a,b, e si come del diametro, c,d, al diametro, a,b, treppiata, & questo è impossibile, perche da questo seguita che la parte sia maggiore del suo tutto, come per auanti fu dimostrato. adonque la sphera, e,f, non è maggiore ne minore che la sphera a, c.d, adonque (per la. 7. del quinto) conclude la proposta conclusione laquale mette fine al duodecimo libro.



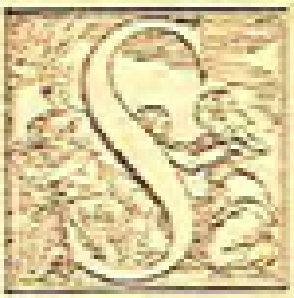
IL FINE DEL DVODECIMO LIBRO.

LIBRO DECIMOTERZO

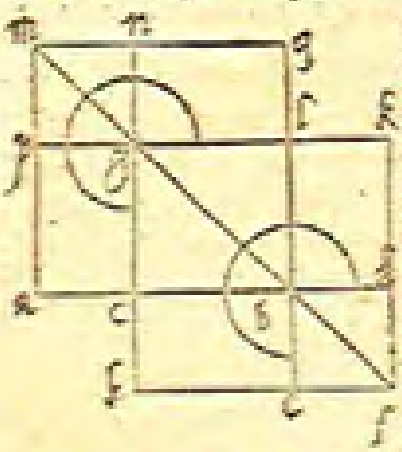
DI EVCLIDE, DELLA LINEA diuisa secondo la proportione hauente il mezzo: & duoi estremi & della formatione di cinque corpi regolari.

Theorema prima. Propositione prima.

Quando sarà diuisa una linea secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, se alla sua maggior parte si aggionga in longo la mità di essa linea così proportionalmente diuisa, seguita di necessità che'l quadrato de la linea composta da quelle due esser quincuplo del quadrato della mità della medesima linea diuisa.



LA linea, a, b, diuisa in punto, c, come insegna la trigesima del sesto: sia la sua maggior parte la linea, b, c, alla qual le sia aggiouto directamente la linea, b, d, laqual sia equale alla mità di tutta la linea, a, b. Dico che'l quadrato della linea, c, d, sarà quincuplo al quadrato della linea, b, d, (cioè cinque uolte tanto) & per dimostrar questo quadrato la linea b, d, & sia il suo quadrato, d, e, & circõponesse a questo quadrato un gnomone secondo la quantità della linea, b, c, prerazo il diametro, f, b, g, & sia il circompresso gnomone, c, g, d, & (per la 23 del 6.) la superficie composta da questo laqual sia, b, k, sarà si come il quadrato della linea, c, d. Dico adunque el quadrato, b, k, esser cinque uolte tanto del quadrato, d, e, cioè quincuplo a quello. Adõque al quadrato, c, l, (del circompresso gnomone) sia circompresso un'altro gnomone alla quantità della linea, a, c, prerazo el diametro, f, b, per sua el, m, & sia questo gnomone, r, m, l, & siano prerazze le linee, c, n, & p, l, equidistantemente alli lati opposti: seghandosi sopra il diametro, f, m, in punto, q. Et è manifesto (per la 23. del 6.) che il composto di questo secondo gnomone et del quadrato, c, l, ch'è equale è il quadrato, a, q, & il quadrato della linea, a, b, ch'è equale (per la quarta del 2.) è necessario esser quadruplo al quadrato, d, e, imperoche la linea b, d, è la mità della linea, a, b, & conciosia che la superficie, a, x, (per la 17. del 6.) sia equale al quadrato, c, l, & similmente la superficie. x. l. (per la 43. del 1.) perche la superficie, a, x, & similmente la x. l. pervenne dal a, b, in a, c, & lo quadrato, c, l, pervenne della a, c, in se medesima, & conciosia che (per la 1. del 6.) la, a, l, sia doppia alla, l, d, e però sarà equale alle l. d. & a. e. volte insieme (per la 43 del 1.) Lo quadrato, a, q. (per questa comune sentenza se a



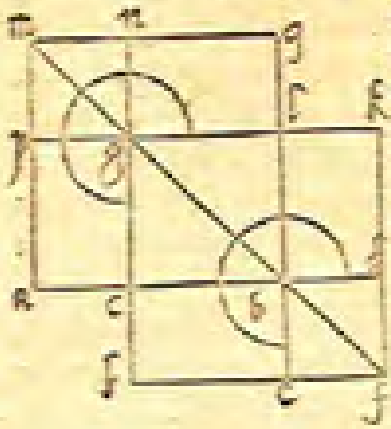
quantità

quantità equale sia aggionto quantità equale le somme saranno etiam equale) sarà equal al gnomone.e.g.d. adunque questo gnomone è quadruplo al quadrato.d.e. si come era il quadrato.e.g. Adunque tutto il quadrato.b.k. concio sia che quello sia composto dal semplo & dal quadruplo (per communa scientia) sarà quincuplo al medesimo che è il proposito. A dimostrare il medesimo altramente (per la quarta del 2.) è manifesto che il quadrato della linea.a.b. è quadruplo al quadrato della linea.b.d. Et per la 2. del medesimo) quello che vien fatto dalla.a.b. in la.b.c. & in la.a.c. è equale al quadrato della.a.b. & quello che vien fatto dalla.a.b. in la.b.c. è equale a quello che vien fatto dalla.b.d. due volte in la.b.c. laqualcosa (per la 1. del 2. è manifesto) conciosia che la.a.b. sia doppia alla.b.d. ma quello che vien fatto dalla.a.b. in.a.c. (per la prima parte della decimasettima del sesto) è equale al quadrato della.b.c. adunque (per communa scientia) quello che vien fatto dalla.b.d. due volte in la.b.c. & quello che vien fatto dalla.b.c. in se medesima è equale al quadrato della.a.b. E però è quadruplo al quadrato della.b.d. per laqualcosa giontoci sopra lo quadrato della.b.d. tutto lo aggregato sarà quincuplo al quadrato della.b.d. cioè quello che vien fatto dalla.b.d. due volte in la.b.c. con el quadrato della.b.c. & con lo quadrato della.b.d. Et perche (per la 4. del 2.) questo tutto è equale al quadrato della.c.d. è manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Theorema.2. Propositione.2.

Se a qualunque linea (divisa in due parti) della qual el quadrato sia quincuplo del quadrato de l'una delle sue parti, gli sia aggionto una linea in longo per fina a tanto che l'altra parte insieme con la linea aggiōta, sia doppia alla medesima parte, la medesima linea doppia sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea media.

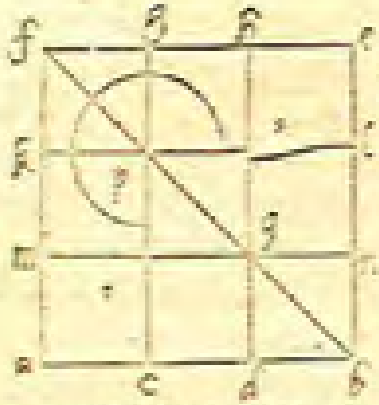
Questa è il converso della precedente, & fiunte in tutto la dispositione della medesima ritornando in drieto per la medesima via: se dimostrerà ancora lei in duoi modi si come quella. verbi gratia sia el quadrato.b.k. quincuplo al quadrato.d.e. et la linea.a.b. doppia alla linea.c.d. Dico che la linea.a.b. è divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi in punto.c. & la maggior parte di quella è la linea media che è la.c.b. perche egli è manifesto (per la 4. del 2.) che'l quadrato.a.g. è quadruplo al quadrato.d.e. Adunque el gnomone.e.g.d. è equale al quadrato.a.g. per laqual cosa li dui supplementi.l.d. & c.e. tolti insieme son quāto el gnomone.e.m.l. Anchor li medesimi supplementi tolti insieme (per la 1. del 6.) sono quāto.a.l. Et però sono etiā quāto.c.g. seguita che.c.g. sia equale al gnomone.e.m.l. adunque levato via da l'uno e da l'altro la superficie.l.n. sarà el quadrato.c.l. equale alla superficie.a.n. cōciosia adōque che la superficie.a.n. sia fatta dalla.a.b. in la.a.c. et lo quadrato.c.l. sia lo quadrato della linea.c.b. (per la 2. parte della 17. del 6.) la proportione della.a.b. alla.b.c. sarà si come della.b.c. alla.c.a. adōque (per la diffinitione delle linea divisa secōdo la proportione havente il mezzo e dui estremi posta nel principio



del sesto libro) concludo il proposito. ancora se potrà dimostrare il medesimo per questa altra via. Conciosia che il quadrato della, c,d, sia quincuplo (dal presupposito) al quadrato della, a,d, & lo quadrato della. a.b. (per la quarta del secondo) sia quadruplo al medesimo, & lo quadrato della, c,d, (per la medesima) si è equale al quadrato della, c,b, & al quadrato della, b,d, et a quello che vien fatto dalla, b,d, due volte in la c.b. seguita che quello che vien fatto della. b.d. due volte in la c.b. con el quadrato della, c,b, sia equale al quadrato della a. b. ma quello che vien fatto solamente dalla, b,d, due volte in la, c,b, è quanto quello che vien fatto dalla, a,b, in la, b,c, imperoche la, a,b, è doppio alla, b,d, adunque quello che vien fatto dalla, a,b, in la, b,c, con lo quadrato della a, c, è equale al quadrato della, a,b, et perche (per la. 2. del secondo) quello che vien fatto dalla, a,b, in la, b,c, et in la, a,c, è equale al quadrato della, a,b, seguita (per communa scientia che il quadrato della linea, b, c, sia equal a quello che vien fatto dalla, a,b, in la a,c, adunque (per la seconda parte della decimasettima del sesto et per la diffinitione è manifesto il proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3/3 Quando una linea sarà divisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, se alla minor parte, sia aggionto direttamente la mità della maggiore sara che il quadrato della linea così composta sia quincupla del quadrato che vien descritto dalla mita di ella maggior parte.



Sia la linea, a,b, divisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi estremi in ponto, c, et sia la maggior parte di quella la linea, c,b, laquale sia divisa in due parti equale in ponto. d. Dico che il quadrato della linea, a,d, e quincuplo al quadrato della linea, c, d, perche essendo descritto el quadrato della, a,b. alqua le sia. a.e. in el quale sia protratto lo diametro, b,f, & le linee, g,c, & d,h, & similmente le. x.l. & m.n. equi distantemente alli lati opposti segandose fra loro sopra lo diametro in li duoi ponti. p. & q. & fuora del diametro in li duoi altri lochi r. & s. Adonque è manifesto (per la. 23. del sesto, over per el correlario della quarta del secondo) che tutte le superficie che stano in el quadrato a, e, che il diametro divide per mezzo (sono quadrate, & le quatro superficie) che sono. x.r.m.p.p.b. & s,e. (per la quadragesima terza del primo, & per la prima del sesto) è manifesto esser fra loro equale, perche le due ultime. p.b. & s.e. sono fra loro equale (per la prima del sesto. Adonque perche (dal presente presupposito & dalla diffinitione della linea divisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi

dui estremi: & per la prima parte della decimasettima del sesto) lo quadrato,r,l, è equale alla superficie,a,g, e però etiam al gnomone,r,f,s, per questa causa che la superficie.a.r. è equale alla superficie.p.b. Et perche (per la quarta propositione del secondo libro) lo quadrato.c.l. è quadruplo al quadrato,r,s, el quale è si come il quadrato della linea,c,d. Seguita adonque (per comune scientia) che il quadrato.m.b. sia quintuplo al quadrato,r,s, perche è composto dal gnomone quadruplo & dal r.s. semplo, & questo è il proposito. A demostrare il medesimo altramente, concossia che la linea.b.e. sia divisa in due parti equali in ponto, d, & a quella sia aggionta la linea.a.e. (per la sesta propositione del secondo libro,) quello che vien fatto dalla.a.e. in la.a.e. con il quadrato della interiacente.c.d. sarà equale al quadrato della.a.d. Ma perche quello che vien fatto dalla.a.b. in la.c. è equale al quadrato della.c.b. (per la decima settima propositione del sesto libro) & questo è quadruplo al quadrato della.c.d. Evidentemente è manifesto la verità di quello che è detto. Prendesi ancora tu puoi etiam in dui modi (dal consequente di questa) concludere il suo antecedente: dal processo retrogrado, perche essendo la medesima disposition, fiante il quadrato, m, b, quincuplo al quadrato,r, s. Et lo gnomone,r, f, s, sarà equale al quadreto, c,l, perche l'uno e l'altro è quadruplo al quadrato, r, s. ma perche la superficie, a, g, è equale al predetto gnomone è necessario, che la medesima superficie sia equale al predetto quadrato, per laqual cosa (per la seconda parte della decima settima propositione del sesto libro) & per la diffinitione) la linea,a,b, è divisa in ponto,s, secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi: & la sua maggior parte è la linea,c,b, a demostrare il medesimo altramente: essendo (per el presupposito) lo quadrato della linea, a, d, quincuplo al quadrato della linea.e. d. Et (per la sesta propositione del secondo libro) esso medesimo quadrato si è equale a quello che vien fatto dalla,a,b, in la,a, c, con el quadrato della. c.d. Seguita che quello che vien fatto dalla,a,b, in la,a,c, con el quadrato della, c, d. sia quincuplo al medesimo quadrato della,c,d, e però levando via quello ch'el resulta cioè (quello che vien fatto dalla.a.b. in la.a.c.) sarà quadruplo a quello medesimo, & perche etiam (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea,c,b, è quadruplo al medesimo, è necessario che quello che vien fatto dalla,a.b. in la.a.c. sia equale al quadrato della,c, b, per laqual cosa un altra volta (per la seconda parte della decima settima del sesto & per la diffinitione) la linea.a.b.e divisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui estremi in ponto, c, & la maggior parte di quella è la linea, c,b.

Theorema.4. Propositione.4.

4/5 Se sia divisa (qual si vuoglia) linea secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, & a quella sia aggionto directamente in longo una linea equale alla sua maggior parte, tutta la linea così composta sarà divisa secondo la proportione hauente il mezzo è dui estremi, & la sua maggior parte sarà la prima linea.

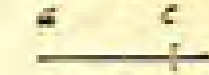


Sia la linea.a.b. diuisa secondo la proportione che se suppone in ponto.c. & sia la maggior parte di quella la.a.c.b. & a tutta la.a.b.sia aggionto directamente la linea.b.d.laquale sia equale alla.a.c.b. Dico che tutta la linea.a.d.è diuisa secondo la medesima proportione in ponto.b.& la maggior parte di quella è la linea.a.b.(che è la prima linea) perche (per la diffinitione) della.a.b.alla.b.c.si è come della.b.c. alla.c.a. Ma perche (per la settima del quinto) della.a.b.alla.b.d.è si come alla.b.c. Adonque (per la undecima del medesimo) della.a.b.alla.b.d.è si come della.b.c. alla.c.a. per laqual cosa (per la conuersa proportionalità) della.b.d.alla.b.a.è si come della.a.c.alla.c.b. Et congionti insieme della.d.a.alla.a.b.e.si come della.a.b.al la.b.c. Et conciosia che (per la settima del quinto) della.a.b.alla.b.c.sia si come alla.b.d.(per la undecima del medesimo) della.d.a.alla.a.b.sarà si come della.a.b. alla.b.d. Adonque (per la diffinitione) la linea.a.d.è diuisa in ponto.b.secondo la proportione hauente il mezzo è dui estremi, & la maggior parte di quella è la linea.a.b.che è il proposito. Ambora per lo medesimo modo se dalla maggior di qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo è dui estremi sia detratta una parte equale alla minore esser maggiore parte sarà diuisa secondo la medesima proportione & la maggior parte di quella sarà la linea detratta uerbi gratia sia la linea.a.b.diuisa si come se propose in ponto.c. & la.a.c.sia la sua maggior parte dalla quale sia detratta la.c.d.equale alla.c.b. Dico che la.a.c. è diuisa secondo la medesima proportione in ponto.d.& che la maggior parte di quella è la linea.d.c. perche essendo (per la diffinitione) della.b.a.alla.a.c.si come della.c. c.alla.c.b. Et (per la settima propositione del quinto libro) della.a.c.alla.c.b.si come alla.c.d. (per la undecima propositione del medesimo) della.a.b.alla.a.c.sarà si come della.a.c.alla.c.d. & però (per la 19. proportione del quinto libro) & si come lo residuo.c.b.al residuo.d.a. sarà (per la settima propositione del medesimo) della.c.b.alla.d.a. è si come della.c.d.alla.d.a. Adunque della.a.c.alla.c.d.è si come della.c.d.alla.d.a. Adonque (per la diffinitione) è manifesto quello che hauemo detto. adonque se quella aggiontione che propose l'autore, se quella detrattione che hauemo proposta al contrario se discorda dalla proprietà della diuisione della primitiua linea distendasi in longo quel atto ne pare quanto si uoglia.



Theorema.5. Propositione.5.

5/4 Se qualunque linea sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & dui estremi el congionto del quadrato di tutta la linea con lo quadrato della sua minor parte sarà treppio al quadrato della maggior parte.

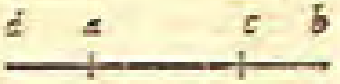


Sia la linea.a.b.diuisa in ponto.c.secondo la proportione piu uolte detta, & sia la sua maggior parte la linea.c.b. Dico che li quadrati del

le due linee, a, b, & c, a, tolti insieme sono treppij al quadrato della linea, c, b. Perche questi dieci quadrati tolti insieme (per la settima del secondo) sono quanto el quadrato della, c, b, & il doppio di quello che vien fatto della, a, b, in la, a, c. Et perche similmente quello che vien fatto della, a, b, in la, a, c, è equale al quadrato della, c, b, (per la diffinitione & per la prima parte della decima settima del sesto) è manifesto il proposto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6/9 L'una & l'altra parte, di ogni linea rationale diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi è necessario esser residno.



Siano la linea. a. b. rationale diuisa secondo la nostra solita proportione in ponto. c. Dico che l'una & l'altra parte di quella è residuo, perche essendo la, a, c, la maggior parte di quella alla quale sia aggionto la, a, d, equale alla mità di tutta la linea, a, b, etiam la, d, e, sarà rationale (per la sesta propositione del decimo libro, & per la diffinitione) & è manifesto (per la prima di questo) che il quadrato della linea, d, c, è quincuplo al quadrato della linea. d. a. Adonque la linea, d, c, è commensurante alla linea, d, a, in potentia (per la diffinitione) ma non in longhezza (per la ultima parte della nona propositione del decimo lib.) per laqual cosa (per la settantesima terza propositione del decimo libro) la linea. a. c. è residuo. Conciosia che le due linee, c, d, & d, a, siano ambedue rationale: communicante solamente potentialmente. Et perche ancora se alla linea, a, b, (rationale) sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea. a. c. (che è residuo) lo secondo lato di quella sarà la linea. c. b. (per la prima parte della decima settima propositione del sesto libro) è necessario (per la nouagesima sesta decima propositione del decimo libro) che la linea. c. b. sia residuo primo, per laqual cosa è manifesto il proposto.



Ma piu se della linea cosi diuisa come se propone: la maggior parte sarà rationale, la minore sarà un residuo, verbi gratia sia la, a, b, come prima diuisa in, c, secondo la detta proportione & la maggiore parte di quella (quale è la. a, c,) sia rationale: laquale sia diuisa in due parti equale in ponto. d, & (per la terza propositione di questo libro) lo quadrato della. d. b. sarà quincuplo al quadrato della. d. c. Et perche la. d. c. è rationale conciosia che essa sia la mità della, a, c, seguita che le due linee. d, b, & d, c, siano rationale communicante solamente in potentia, per laqual cosa (come prima) la linea, c, b, è residuo. Ma se una linea rationale solamente in potentia, sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, ancora è necessario che l'una & l'altra parte di quella sia un residuo. Perche essendo la, a, b, rationale solamente in potentia diuisa si come le proportione in ponto, c, & essendo



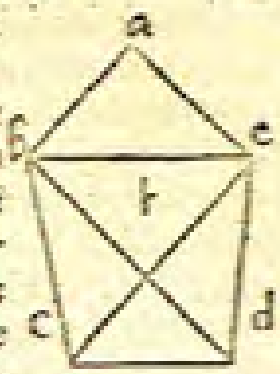


do tolta alcuna linea rationale in longhezza laqual sia, d,e, laquale etiam sia divisa in punto, f, secondo la predetta proportione, laqual cosa senza lo aggionto di alcune di quelle propositione che seguita non mi sta habilitá con ferma demonstratione. Adonque per la seconda del quartodecimo libro è manifesto che la proportione della, a,b, alla, d,e, è si come della, a,c, alla, d,f, & si come della, c,b, alla, f,e. Concioscia adonque che la, a,b, communichi in potentia con la, d,e, seguita (per la prima parte della, decimaquarta del decimo) che la, a,c, communichi con la, d,f, & la, c,b, con la, f,e, in potentia, & perche l'una e l'altra parte della linea, d,e, è residuo come è manifesto dalle cose predette, seguirá (per la. 103. del decimo) che l'una e l'altra parte della linea, a,b, sia etiam residuo ma non de quella medesima specie come in quello fu dimostrato. Per laqual cosa è manifesto che ogni linea rationale in longhezza, ouer solamente in potentia, divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui istremi, l'una & l'altra parte è residuo: Et nota che la prima parte della presente demonstratione per laquale se dimostra che la maggior parte della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui istremi sia residuo (se tutta la linea sia rationale) quella medesima provede sufficientemente, o sia posta tutta la linea rationale in longhezza, ouer solamente in potentia. Ma la seconda parte con la quale se dimostra questo medesimo della minor parte: cioe che anchora quella sará residuo (se tutta la linea sará rationale) non se estende sufficientemente se non quando che tutta la linea sia rationale in longhezza. Ma la terza parte per laquale se approva che la minor portione è residuo. Seguita sufficientemente, o sia la maggior portione rationale in longhezza ouer solamente in potentia. adonque a concludere della maggior parte (della linea divisa al predetto modo) che quella sia residuo basta a poner tutta la linea divisa esser rationale solamente in potentia. Ma a concludere anchora questo della minor parte per mezzo della maggiore basta similmente a poner la parte maggiore solamente rationale in potentia. Ma a concluder questo della minore parte per mezzo de tutta, e necessario poner tutta la linea esser rationale in longhezza, ouer che egli è necessario arguire per la seconda del quartodecimo libro, si come è stato dimostrato.

Theorema. 7. Propositione. 7.

7 7 Se alcuno penthagono, che habbia tre angoli equali, sia equilatero, anchora se approva el medesimo penthagono esser equiangolo.

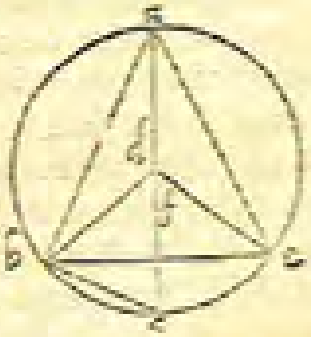
Sia el penthagono, a,b,c,d,e, equilatero, & siano quali tre angoli si voglia di quelli fra loro equali (cioe o siano tolti continuamente, ouer discontinuamente.) Sia per primo che prima siano tolti discontinuamente cioe pongasi che li tre angoli, a,c,d, siano quelli tre che vengano supposti fra loro equali. Dico tutto el penthagono esser equiangolo, & per dimostrar questo siano tirate le corde, b,c, b,d, & e,a, sotto a quelli angoli, & tutto el penthagono sará diviso in uno triangolo & in uno quadrilatero del quale le due diagonale saranno le corde di dui prossimi angoli equali segandosi fra loro dentro di esso quadrilatero il punto, f, & (per la quarta del primo) la



la basa.b.e. sarà equale alla basa.b.d. & l'angolo.a.e.b. equale all'angolo.e.d.b. & concioscia che (per la quinta del primo) l'angolo.b.e.d. sia equale a l'angolo.b.d.e. (imperoche li dui lati.b.e. & b.d. sono equali (per commuma scientia) lo total angolo.e. sarà equale al total angolo. d. Similmente tu approverai lo total angolo. b.e. esser equale allo total angolo.c. perche (per la quarta del primo) la basa.b.e. è equale alla basa.c.e. & l'angolo.a.b.e. è equale a l'angolo.d.c.e. & (per la quinta del medesimo cioe del primo) l'angolo. e.b.c. è equale a l'angolo. e.c.b. adonque (per commuma scientia) lo total angolo. b.c. è equale al total angolo.c. Et cosi essendo li tre angoli. b.c.d. tutti continuamente equali: & facilmente anchora lo pentagono sarà equiangolo, perche (per la quarta del primo) la basa. b.d. sarà equale alla basa.c.e. & l'angolo.e.d.b. a l'angolo.d.e.c. adonque (per commuma scientia) l'angolo.e.d.b. sarà equale a l'angolo.e.c.d. per laqual cosa (per la.6. del primo) le due linee. e.f. & f.d. saranno equale concioscia che li dui angoli del triangolo.f.c. d. che sono alla basa.c.d. siano equali. Adonque (per questa commuma sententia se da quantità equali sia tolto quantità equale &c. sarà la linea. f.i. equale alla linea.f.e. perche tutta la.b.d.e. era equale a tutta la.c.e. & pero (per la quinta del primo) l'angolo.f.b.e. sarà equale al angolo.f.e.b. (per la medesima) l'angolo.a.b.e. è equale al angolo. a.e.b. adonque (per commuma scientia) l'angolo.b.a. totale è equale al total angolo. e. perche li tre angoli partiali componenti l'uno sono equali alli tre angoli partiali componenti l'altro cadauno al suo relativo. adonque è manifesto che li tre angoli. e.b.e. posti discontinuamente in el proposto pentagono sono equali & concioscia che in tal modo egli è stato dimostrato tutto el pentagono esser equiangolo. adonque per l'uno e l'altro modo è manifesto il proposito.

Theorema.8. Propositione.8.

Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che vien descritto dal suo lato è treppio al quadrato della mità del diametro del cerchio dal quale ello triangolo sarà circonscritto.



Sia il triangolo. a.b.c. equilatero al qual sia circonscritto lo cerchio. a.b.c. sopra el centro. d. (si come insegna la quinta del quarto libro) & sia protratto in quello lo diametro a. d.e. Dico adonque che il quadrato della linea. a.b. è treppio al quadrato del mezzo diametro. a.d. & per dimostrar questo siano dutte le due linee. b.d. & .d.c. & l'arco. b.e. sia protratto sotto la corda. b.e. & (per la ottava del primo libro) l'angolo. b.a.d. sarà equale à l'angolo.c.a.d. per laqual cosa (per la ultima del sesto) l'arco.b.e. equale al arco. e.c. & perche (per la vigesimaseconda del terzo) li tre archi.a.b.b.e. & c.a. sono fra loro equali imperoche le corde di que

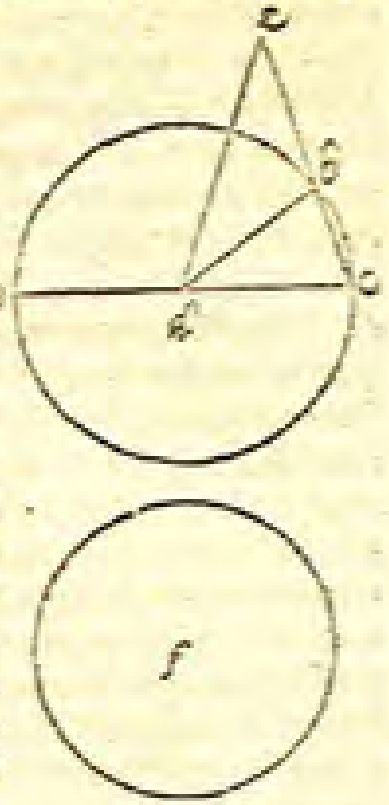
gli (lequale sono li lati del triangolo) sono equale (dal presupposito) l'arco. b. e. sarà la sesta parte della circonferentia: e però la corda b. e. sarà il lato del exagono equilatero inscritto in quel cerchio: per laquel cosa (per el corelario della decimaquinta del quarto) la linea. b. e. è equale al mezzo diametro. a. d. Et è manifesto (per la prima parte della trigesimaprima del terzo) che l'angolo. a. b. e. è retto & però el quadrato della linea. a. e. è equale alli quadrati delle due linee. a. b. & .b. e. tolti insieme (per la penultima del primo) & lo quadrato della. a. e. è quadruplo al quadrato della. b. e. (per la quarta del secondo) conciosia che la linea. a. e. sia doppia alla. b. e. resta adonque lo quadrato della. a. b. esser treppio al quadrato della. b. e. e però etiam al quadrato della a. d. che è il proposito, & acciochè a uoi sia chiaro che la linea. b. e. (che è il lato del triangolo) divida lo semidiametro. d. e. in due parti equali sia. f. el ponto della divisione. Adonque è manifesto (per la quarta del primo) che la. b. f. è equale alla. f. e. e però (per la prima parte della terza del terzo) tutti li angoli che sono al. f. sono retti, per laqual cosa (per la penultima del primo) lo quadrato della. b. d. è equal alli quadrati delle due linee. d. f. & .f. b. ma lo quadrato della. b. e. è equale alli quadrati delle due linee che sono la. b. f. & la. f. e. Et perche la. b. d. e. equale alla. b. e. (per communa scientia) li doi quadrati delle due linee. b. f. & .f. d. tolti insieme saranno equali alli doi quadrati delle due linee. b. f. & .f. e. tolti insieme, lenado adonque uia da l'una e l'altra banda lo quadrato della b. f. (per communa scientia) lo quadrato della. f. d. (residuo) sarà equale al quadrato della. f. e. (residuo) per laqual cosa & le linee. f. d. alla linea. f. e. (per questa communa sententia) quelle linee sono equale delle quale li quadrati sono equati. Adonque per questo è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscritto e equale alla mità della linea dutta dal centro del medesmo cerchio alla circonferentia di quello.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Se il lato dello exagono equilatero, & il lato del decagono equilatero (liquali da un medesimo cerchio ambiduoi sian circonscritti) saranno insieme congionti direttamente in longo, tutta la linea da questi composta, sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi eltremi, & la maggior parte di quella sarà el lato del exagono.

Sia el cerchio. a. b. c. el centro del quale sia. d. & lo diametro. d. c. & sia l'arco. c. b. la quinta parte del arco del mezzo cerchio. a. b. c. sotto al quale sia tirata la corda. c. b. laquale è manifesto esser el lato del decagono equilatero inscritto in lo proposto cerchio & sia aggionto alla linea. c. b. in continuo & diretto la linea. b. e. laqual sia posta equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo predetto cerchio. Dico tutta la linea. c. e. esser divisa in ponto. b. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella: dico esser la linea. b. e. laquale è il lato del exagono. Et per demostrar questo sian dutte in el centro le due linee. e. d. & .b. d. & l'angolo. e. sarà equale al angolo. b. d. e. (per la quinta del primo) per questo che la linea. e. b. è equale alla linea. b. d. (per el corelario della decimaquinta del quarto.) Anchora l'angolo. d. b. c. è equale al angolo. e. (per la quinta del primo)

neo) per laqual cosa l'angolo. e. d. b. (per la trigesimaseconda del primo) sarà doppio al angolo. a. b. c. & perche (per la medesima) l'angolo. d. b. c. è doppio al angolo. e. Seguita che l'angolo. e. d. b. sia quadruplo al angolo. e. perche (per comunna scientia) ogni cosa che sia il doppio del doppio e quadruplo del semplo. essendo etiam il medesimo angolo. a. d. b. quadruplo al angolo. b. d. c. (per la ultima del. 6.) imperoche l'arco. a. b. è quadruplo a l'arco. b. c. (per cõmunna scientia) è necessario che l'angolo. e. sia equale al angolo. b. d. c. Adonque siano intesi li dui triangoli. d. e. c. totale & b. d. c. partiale & conciosia che l'angolo. e. del totale sia equale al angolo b. d. c. del partiale: & l'angolo. c. sia commune a l'uno & l'altro (per la 32. del primo) è necessario che lor siano equiangoli: per laqual cosa (per la quarta del sisto) la proportione di dui lati. e. c. & c. d. comprendi l'angolo. c. in el total triangolo è si come di dui lati. d. c. & c. b. continenti el medesimo angolo in el triangolo partiale, perche adonque la proportione della. e. c. alla. c. d. è si come alla. e. b. (per la seconda parte della sestima del quinto) & della. d. c. alla. c. b. è si come del. a. e. b. alla medesima) per la prima parte della medesima. Seguita (per la undecima del quinto) che la proportione della. c. e. alla. e. b. sia si come della. e. b. alla. b. c. Adonque (per la diffinitione) concludo il proposito cioe la linea. e. c. esser divisa secondo la proportione habente il mezzo e dui estremi & la maggior parte di quella esser il lato del exagono laqual cosa è stata necessario da dimostrare. Anchora conuien dimostrare la conuersa, laqual cosa se fa facilmente per via retrograda cioe tornando in dietro per la medesima via perche quella piglia Tholomeo al nono capitolo della prima diffinitione del almagesto a dimostrare la quantità delle corde delli archi d'un cerchio. Dico adonque che essendo divisa qual si voglia linea secondo la proportione habente il mezzo e dui estremi di quel cerchio che la maggior parte sarà il lato del exagono, de quel medesimo la minore sarà el lato del decagono & di quello che la minore sarà el lato del decagono, di quel medesimo la maggiore sarà il lato del exagono & per demostrar questo sia la prima disposizione cioe stante la linea. e. c. divisa in punto. b. secondo la proportione habente il mezzo e dui estremi & la maggior parte di quella sia la. e. b. Dico che di quel cerchio il quale la linea. e. b. e lato del exagono di quel medesimo la linea. b. c. e il lato del decagono: & di quel cerchio che la linea. b. c. e lato del decagono di quel medesimo la linea. e. b. e lato del exagono (& questo intendo di exagoni & decagoni equilateri) perche essendo la. e. b. el lato del exagono inscripto in lo cerchio. a. b. c. (per el corrolario della decimaquinta proposizione del quarto) la. e. b. sarà equale alla. d. c. & perche la proportione della. e. c.



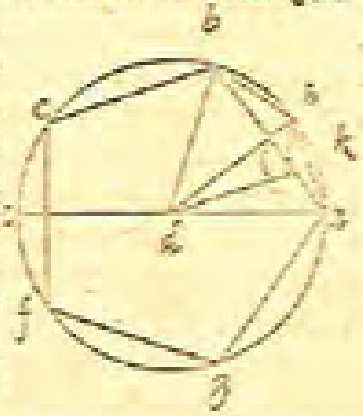
e.e.alla. e.b.è si come della e.b.alla.b.c.(dal presupposito)sarà (per la settima del quinto) della.c. e.alla.d.c. si come della.d.c.alla.c.b. adunque (per la sesta del sesto)li duoi triangoli. e.d.c.& .d.c.b.sono equiangoli. adunque l'angolo. e.è equale al angolo. b.d.c. perche quelli riguardano li lati proportionali. & concioscia che l'angolo. a.d. b.sia quadruplo al angolo. e. (per la trigesimaseconda del primo tolta due volte & per la quinta di quel medesimo due volte.) seguita etiam che il medesimo angolo. a.d.b. sia quadruplo al angolo. b.d.c.E però (per la ultima del sesto)l'arco. a.b.è quadruplo al arco. b.c. Adunque la linea.b.c.è il lato del decagono inscritto in lo cerchio. a.b.c. Ma se la linea. b.c. sarà il lato decagono del cerchio. a.b.c. la. e.b. sarà il lato del exagono de quel medesimo & essendo altramente (per l'adversario) sia adunque la medesima linea. e.b. lato del exagono del cerchio. f. onde (per le cose per avanti dette) la. b.e. sarà il lato del decagono di quel medesimo: siamo adunque intesi esser inscritti in li duoi cerchij. a. b.c. & .f. li decagoni equilateri di quali tutti li lati saranno equali alla linea. b.c. & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio è equiangola (come fu provado in la decimaquinta del quarto libro) seguita l'uno e l'altro di duoi decagoni esser equiangoli. Et concioscia che tutti li angoli di l'uno tolti insieme siano equali a tutti li angoli di l'altro tolti insieme si come evidentemente appare (dalle cose demostrate in la trigesimaseconda del primo) e però è necessario (per questa comunale scientia le parti decime di qualunche due quantità equale over qualunche altre parti di medesime denominationi esser equale) che l'uno di questi decagoni sia equiangolo a l'altro: e però sono simili (per la diffinitione delle superficie simile.) Et perche se saranno iscritte due figure simile in duoi cerchij: la proportione di duoi relatiui lati di quelle figure sarà si come delli duoi diametri di quelli cerchij (come appare per il correlario della decimaterza del sesto libro & per la prima del duodecimo) & concioscia che li lati di decagoni simili inscritti in li duoi cerchij. a.b.c. & f. siano equali, seguita che li diametri di quelli siano equali e però ancora li semidiametri di quegli saranno equali: & li semidiametri sono equali al lato del exagono (per lo correlario della decimaquinta del quarto) adunque la linea. e.b. sarà el lato del exagono iscritto in lo cerchio.a.b.c. si come che è lato del exagono del cerchio. f. a quello equale & questo e quello che volemano dimostrare, & saperai che per questa coma di questo decimoterzo libro esser di nouo venuto fuora la decima del quarto libro laquale propone de describere uno triangolo di duoi lati equali del quale l'uno e l'altro di duoi angoli che siano sopra alla basa sia doppio al terzo. Perche tal e l'uno e l'altro di duoi triangoli. e.d.c. & .d.e.b. semplicemente ogni triangolo del quale li duoi lati siano equali alla maggior parte di alcuna linea divisa secondo la proportione bauente il mezzo & duoi estremi, & il terzo (che è la basa) sia equale alla minor parte della medesima linea, overamente quello del quale li duoi lati siano equali al lato del exagono equilatero iscritto in al cerchio & la basa sia equale al lato del decagono equilatero iscritto in el medesimo cerchio che è il proposito.

Theo-

Theorema. 10. Propositione. 10.

Ogni lato d'un penthagono equilatero è tanto piu potente del lato del exagono equilatero, quanto può il lato del decagono equilatero essendo ambidui descritti in uno medesimo cerchio.

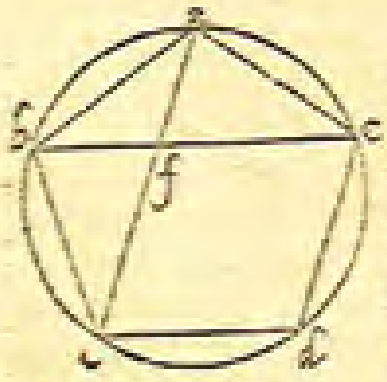
Sia il cerchio a,b,c, el centro del quale sia el ponto d, & lo diametro la linea a, d, c. Hor sia iscritto a quello uno penthagono equilatero qual sia a, b, e, f, g, & dal centro, d, sia protratta una perpendicolare al lato a,b, laquale sia produtta per fina alla circonferentia in ponto, b, & sia la d,b, & siano protratte le due corde, a,b, et b,b, lequale saranno equale fra loro (per la seconda parte della tertia del terzo, & della quarta del primo. E pero etiam li dece archi, a,b, & b,b, saranno equali fra loro (per la vigesimaottava del terzo.) Adonque l'una & l'altra delle due corde, a,b, & b,b, è lato del decagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio. Dico adonque che il quadrato della linea, a,b, (che è il lato del penthagono) è equale alli duoi quadrati delle due linee, b,d, & a,b, tolti insieme delle quale la prima è equale al lato del exagono (per el corrolario della decimaquinta del quarto) & la seconda è lato del decagono & per demostrar questo sia protratto dal centro, d, una perpendicolare alla linea, a,b, (laquale è lato del decagono) laquale sia produtta per fina alla circonferentia, & sia la, d, K, laqual seghi la linea a,b, (che è lato del penthagono) in ponto L. & sia protratta la linea b,L. Et è manifesto (per la seconda parte della terza del terzo, et per la quarta del primo: & vigesimaquinta del terzo,) che la linea, d, K, (che è perpendicolare alla corda, a,b,) divide in duoi parti equali la corda insieme con l'arco, & però l'arco a,K, è equale al arco, k,b, Per laqual cosa (per la nona del sesto) l'angolo, a,d,l, è equale a l'angolo, l,d,b, E però (per la quarta del primo) la basa, a, l, è equale alla basa, l,b, adonque (per la quarta del primo) l'angolo, l,a,b, è equale a l'angolo, l,b,a, & concio sia che (per la medesima) l'angolo, b,a, b, sia equale a lo angolo, b,b,a, seguita che l'angolo, l,b,a, sia equale al angolo, b,b,a, Adonque (per la trigesimaseconda del primo) li duoi triangoli, b,a,b, & a,b, l, sono equiangoli, perche l'angolo, b, del maggiore è equale al angolo, b, del minore, & l'angolo, a, è commune a l'uno & l'altro adonque (per la quarta del sesto) la proportione della b,a, alla, b,a, è si come della, a,b, alla, l,a, Per laqual cosa (per la prima parte della decimasettima del sesto) quello, che perviene dalla, b,a, in la, a, l, è equale al quadrato della linea, a,b, laquale è il lato del decagono, & concio sia che l'mezzo cerchio, a,e,c, sia equale al mezzo cerchio, a,f,c, & l'arco, a,e,a l'arco, a,f, l'arco, e, c, (residuo) sarà equale al arco, f,c, (residuo) per laqual cosa l'arco, e,c, è la mità del arco, e,f, E però è equale al arco, a,b, & doppio al arco, b,x, Et perche l'arco, c,b, è doppio al arco, b,b, (per la decimaterza del quinto) tutto l'arco, c,e,b, sarà dop-



rà doppio a tutto l'arco. b.k.k. E però (per la vltima del sesto) l'angolo. c. d. b. è doppio al angolo. b. d. l. & conciosia che il detto angolo. c. d. b. (sopra il centro) sia similmente (per la trigesima dil terzo) doppio al angolo, b, a, d, (sopra la circonferentia) adonque (per la communa scientia) l'angolo, b, d, l, sarà equale al angolo, b, a, d, onde (per la trigesima seconda propositione del primo) lo triangolo, b, d, l, sarà equiangolo al triangolo. b. a. d. Perche l'angolo. d. del minore è equale al angolo, a, del maggiore, & l'angolo, b, e commune a l'uno & l'altro. Adonque (per la quarta del sesto) la proportione della, a, b, alla, b, d, è si come della, b, d, alla, l, b, per la qual cosa (per la prima parte della decima settima del sesto) quello che perviene dalla, a, b, in la, b, l, equale al quadrato della, d, b. Et prima fu provato che quello che perviene dalla, a, b, in la, l, a, è equale al quadrato della. a. b. Adonque quello che perviene dalla, a, b, in la, a, l, & in la, l, b, è equale alli dui quadrati delle due linee, a, b, & b, d. Et (perche per la seconda del secondo) quello che perviene dalla, a, b, in la, l, a, & in la, l, b, è equale al quadrato della linea. a. b. Et la linea, a, b, è il lato del penthagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio, & la linea, a, b, è il lato del dexagono equilatero & la linea, b, d, (per el correlario della decimaquinta del quarto) è equale al lato del exagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio per laqual demostratione sirà a esser verificado quello che fu detto.

Theosema. 11. Propositione. 11.

Se a duoi propinqui angoli di un penthagono equilatero descritto dentro di un cerchio, dalli termini di suoi lati siano sotto tese ouer tirate due linee rette, l'una, e l'altra di quelle segharà l'altra secondo la proportione hauente il mezzo e duoi ultremi & la maggior parte di cadauna di quelle sarà equale al lato di quel penthagono.



Sia lo penthagono equilatero. a.b.c, d.e. inscritto in el cerchio assignado dalle medesime lettere a dui propinqui angoli di quello (quali sono, a, & b,) siano sotto tese ouer tirate le due linee rette, a, c, & b, e, segandose fra loro in punto. f. Dico adonque l'una & l'altra di quelle esser divisa in ponto. f. secondo la proportione hauente il mezzo è di dui istremi: & che la maggior parte di cadauna di quelle è equale al lato del pẽthagono: pche (p la trigesima terzia dil terzo) è manifesto che li cinque archi del cerchio che circonscrive il proposto penthagono (di quali le corde sono li lati di quel penthagono) sono fra loro equali. E però (per la vltima del sesto) li quatro angoli. a.e. b. a.b. e. b.a.c. & .b.c.a. sono fra loro equali. Perche li archi. a.b. a.e. & .b.c. sono fra loro equali. Et conciosia che l'arco. c. d. e. sia doppio al arco. b. c. Anchora (per la vltima del sesto) lo angolo. c.a.e. sarà doppio a lo angolo. c. a. b. & (per la prima parte della trigesima seconda del primo)

primo) l'angolo. a.f.e, è doppio al angolo.f.a.b. adonque l'angolo,a,f,e, è equale a l'angolo,f,a,e. per laqual cosa(per la sesta del primo) la linea,a,e,è equale alla linea. f.e. & li dui triangoli.a.b.e. & .a.f.b. sono equiangoli(per quelle cose che sono state dette & per la trigesima seconda del 1.)perche lo angolo.e. del magiore è equale al angolo.a.del minore: & lo angolo,b,e,commune a l'uno & l'altro, adunque (per la quarta del sesto) la proportione della,e,b,alla,b,a,sarà si come della,b,a,alla,f,b. Et conciosia che la.e.f.sia equale alla.a.b.imperoche quella(come fu provado)è equale alla.a.e. Seguita(per la settima del quinto) che la proportione della,b,e, alla,e,f,sia si come della,e,f, alla.f.b. Per laqual cosa (per la diffinitione) la linea.e.b. è divisa secondo la proportione homenze il mezzo e dui seguenti & la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & se questo è il vero de la linea.e.b. Anchora(per la settima del quinto, & quinta del medesimo & per la diffinitione)il medesimo sarà vero della linea, a,e, perche tutta la b,e,è equale a tutta la, a,e,(per la quarta del primo)etiam le parti alle parti(per la sesta del primo & per la commune sentia) perche le parti, a,f, &, b,f, sono equali(per la sesta del primo) & però li residui,f,e. & f,e,saranno fra loro equali (per la concettione) o veramente sel te pare tu puoi (& più facilmente) dimostrare il proposito della linea, a,e. negociando circa a quello come è stato fatto circa alla linea.e.b.

Theorema. 12. Propositione. 12.

12 11 Sel diametro d'un cerchio che circonscrina uno penthagono equilatero sarà rationale lo lato di quel penthagono sarà una linea irrationale,cioe quella che è detta linea minore.

Sia il penthagono equilatero, a, b, c, d, e, iscritto in lo cerchio delle medesime lettere notato el centro del quale sia el ponto, f, & li dui diametri, b,g, &, a,b, & sia l'uno & l'altro di questi diametri una linea rationale in longhezza. Hor dico che il lato del detto penthagono iscritto sarà una linea irrationale, cioe quella che se dice linea minore. Perche essendo protratta over tirata la linea, a, c, laqual seghi il diametro, b,g, in ponto. K. Et(per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea, a,k, sarà divisa dal diametro. b.g.orthogonalmente & in due parti equale in ponto. K. perche conciosia che il semicerchio, b, a, g, sia equale al semicerchio, b, c, g, & l'arco,b, c, al arco. b.a.si come è manifesto(per la trigesima ottava del terzo)sarà l'arco,a, g, (residuo)equale al arco. c, g, (residuo) & però(per la ultima del sesto) lo angolo a, b,g, sarà etiam equale a lo angolo,c,b,g,adonque con cuncia che li dui lati, a, b, &, b,k, del triangolo,a,b,k, siano equali alli dui lati, c, b, & b,k, del triangolo.c.b.k. & l'angolo,b, de l'uno e l'angolo,b, dil'altro,(per la quarta del primo)la basa,a,k,sarà equal alla basa,k,c, & tutti li angoli che sono al, k, sono retti (per la prima parte della xxix del terzo) & lo diametro, a,b, fegha lo lato del penthagono, c, d, in ponto, l. Et similmente la linea, c,d, sarà divisa dal diametro,a,b,orthogonalmente & in due parti equali in ponto,l, & con-

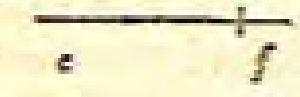
cioſia

cioſia che li dui archi. a.d.b. & a.e.b. ſiano equali & l'arco. a.e. ſia equale al arco a.l. li dui reſidui di ſemicerchij (che ſono. e.b. & .d. b.) ſaranno equali, alli quali eſſendo ſtato teſe, ouer tirate le due corde, che ſono. e.b. & d.b. quelle anchora (per la vigeſimanona del terzo) ſaranno equale, & perche l'arco. a.e. è equale al arco. a.d. (per la ultima del ſeſto) l'angolo. a.c.b. l. ſarà equale al angolo. d.b.l. E però (per la quarta del primo) la baſa. e.l. è equale alla baſa. d.l. & tutti li angoli che ſono al. l. ſono retti (per la prima parte della tertia del tertio.) Adonque li dui triangoli. a.e. l. & a.f. k. ſono equiangoli (per la. 32. del primo) perche l'angolo. l. del maggiore è equale a l'angolo. k. del minore (imperò che l'uno e l'altro è retto.) Et l'angolo. a. e è commune a l'uno e l'altro per laqual coſa (per la quarta del ſeſto) la proportione della. l. e. a. è ſi come de la. k.f. alla. f. a. Sia tolto adonque del diametro. b. g. la linea. f. m. equale alla quarta parte del ſemidiametro: & (per la equa proportionalità) la proportione de la. e. l. alla quarta parte della linea. a.e. (laqual ſia. e.q.) ſarà ſi come della. k.f. alla quarta parte della linea. f. a. laquale e. f. m. & perche (per la decima quinta del quinto) la proportione della. e. d. alla. e. b. è ſi come della. e. l. alla. e. q. (perche coſi è il doppio al doppio: ſi come il ſemplo al ſemplo (per la 15 del quinto) del la. e. d. alla. e. K. ſarà ſi come della. k.f. alla. f. m. Et congiuntamente della linea compoſta dalla. d. e. & dalla. e. x. alla. e. K. ſi come della. k. m. alla. m. f. E però (per la prima parte della vigeſima ſeconda del ſeſto) la proportione del quadrato della linea compoſta dalla. d. e. & e. k. al quadrato della linea. e. k. è ſi come del quadrato della linea. k. m. al quadrato della linea. m. f. Et (per la precedente) è manifeſto che ſe la linea. a.c. ſia diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezzo e dui eſtremi, la maggior parte di quella, ſarà equale alla linea d.e. adonque la linea che è compoſta dalla linea. d. e. & e. k. è compoſta dalla maggior parte della linea diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezzo e dui eſtremi & della mità di tutta la linea coſi diuiſa: perche la. e. k. e la mità della. a.c. adonque (per la prima di queſto decimoterzio libro) lo quadrato della linea cõpoſta dalla. d.e. et. e.k. è anchor quincuplo al quadrato della linea. e. k. e però lo quadrato della linea. k.m. è anchora quincuplo al quadrato della linea. m.f. conciоſia che la proportione di queſti quadrati & de quelli ſia una medeſima. & la linea. b. m. è quincupla alla linea. m.f. Perche la. m.f. era la quarta parte del ſemidiametro del propoſto cerchio. Adonque el quadrato della linea. x.m. al quadrato della linea. m.f. è ſi come della linea. b.m. alla linea. m. f. & perche (per la ſeconda parte della decimanona del ſeſto) lo quadrato della linea. k.





nea.K.m. al quadrato della linea.m.f. è si come della linea.K.m. alla linea.m.f. duplicata, & (per la undecima del quinto) la linea.b.m. alla linea.m.f. sarà si come la linea.K.m. alla linea.m.f. duplicata. Adonque la linea.K.m. è media proportionale fra le due linee.b.m. & m.f. la qual cosa così è manifesta, perche essendo la linea.n.p. media proportionale fra quelle, posta secondo la dottrina della nona del sesto, & (per la diffinitione della proportione duplicata cioè posta in el principio del quinto) la proportione della.b.m. alla.m.f. sarà si come della.b.m. alla.n.p. duplicata: & perche la.b.m. alla.n.p. è si come la.n.p. alla.m.f. Etiam (per la undecima del quinto) la proportione della.b.m. alla.m.f. sarà si come della.n.p. alla.m.f. duplicata: adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee.K.m. & n.f. sono equale, & pero (per la prima parte della sessima del quinto & per la seconda parte della medesima) la linea.n.m. è media proportionale fra la.b.m & m.f. per laqual cosa (per el corrolario della decimasettima del sesto) la proportione del quadrato della linea.b.m. al quadrato della linea.m.k. è si come è della linea.b.m. alla linea.m.f. & perche la linea.b.m. è quincupla alla linea.m.f. el quadrato della linea.b.m. sarà quincuplo al quadrato della linea.m. E. & la linea.b.m. è rationale in longhezza. Adonque (per la ultima parte della nona del decimo) la linea.m.n. è rationale solamente in potentia, & perche la linea.b.m. è piu potente della linea.m.K. in el quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza (come di sotto se approverà) la linea.b.k. sarà residuo quarto (per la diffinitione del quarto residuo. Hor quello che di sopra promettessimo di provare in questo modo se manifesta sia el numero.r. quincuplo al numero.s. & t. & s. siano quanto.r. & se.r. fusse cinque.s. saria uno & t. quatro. E sia la linea.b.m. piu potente della linea.m.K. in el quadrato della linea.x. Concio sia adonque che el quadrato della linea.b.m. al quadrato della linea.m.k. sia si come el numero.r. al numero.t. per la diligente proportionalità lo quadrato de la linea.b.m. al quadrato della linea.x. sarà si come el numero.r. al numero.t per laqual cosa (per la ultima parte della nona del decimo) la linea.x. è incommensurabile a la linea.b.m. in longhezza. adonque non è dubbio che la linea.b.k. sia residuo quarto: & è manifesto (per la trigesimaquinta del sexto) che quello che vien fatto dalla b.k. in la.K.g. è equale a quello che vien fatto dalla.a.k. in la.k.e. E pero etiam quel medesimo è equale al quadrato della.b.c. impero che la.a.k. è equale alla.k.e. adogne agiunto a l'uno & l'altro lo quadrato della.b.k. (per la penultima del primo) quello che vien fatto dalla.b.K. in se medesima & in la.k.g. sarà equa-







le al quadrato della, b,t, Et perche (per la prima del secondo) quello che uien fatto dalla,b,K, in se & in la,K,g, è equal a quello che uien fatto della,b,K, in la,g,b. la linea,b,c, sarà il lato tetragonico della superficie contenuta dalle due linee g, b, & ,x,b, & perche la linea,g,b, è rationale: & la linea,b,x, è residuo quarto, E per che la linea potente in una superficie contenuta da una linea rationale e da un residuo quarto, è linea minore: (come è manifesto) per la nonagesima quarta del decimo libro) è necessario la linea.b.c. (che il lato del penthagono equilatero inscritto in el proposito cerchio) esser la linea minore, che in principio fu proposto da demostrare. Adonque per questo modo seguita che il lato del penthagono equilatero inscritto in uno cerchio sia una linea minore, sel diametro del cerchio (al quale era inscritto) sarà rationale in longhezza. Et se il diametro del cerchio sarà rationale solamente in potentia, anchora è necessario che il lato del penthagono equilatero inscritto in quello sia la linea minore. Perche poni che la linea, a,b, sia rationale solamente in potentia, sopra laquale sia descritto un cerchio, & a quello che sia inscritto uno penthagono equilatero del quale uno lato sia la.b.c. & lo cerchio & lo penthagono siano detti. a.b. Dico che la linea.b.c. è linea minore, perche essendo tolto alcuna linea rationale in longhezza (laqual sia.d.e. & sopra a quella sia linea.d. un cerchio, alquale sia inscritto uno penthagono equilatero, & sia uno lato di quello la linea. e. f. & el cerchio & lo penthagono siano detti. d.e. Adonque è manifesto (per questa duodecima) che la.e.f. è linea minore: conciosia che lo diametro.d.e. sia rationale in longhezza, & perche la proportione del penthagono. a.b. al penthagono.d.e. è si come el quadrato della linea.b.c. al quadrato della linea.e.f. Perche l'una & l'altra (per la seconda parte della decimanona del sesto) è si come quella della linea. b.c. alla linea. e.f. dupplicata. Et del penthagono.a.b. al penthagono.d.e. è si come del quadrato del diametro.a.b. al quadrato del diametro.d.e. (per la prima del duodecimo) sarà (per la undecima del quinto) lo quadrato della linea. c. b. al quadrato della linea. e.f. si come lo quadrato del diametro. a. b. al quadrato del diametro. d. e. Et conciosia che li quadrati di duoi diametri. a. b. & .d. e. siano communicanti. perche ambidui sono rationali (dal presupposito.) Anchora (per la prima parte della decimaquarta del decimo) li quadrati delle due linee. b. e. & .e. f. saranno communicanti, adonque la linea. b. e. communica in potentia con la linea. e. f. & perche la linea. e. f. è linea minore seguita (per la centesima quinta del decimo) che etiam la. b. e. sia linea minore, che è il proposito, adonque o sia el diametro di alcun cerchio rationale in longhezza ouer solamente in potentia è necessario che il lato del penthagono (inscritto in quello) sia la linea minore.

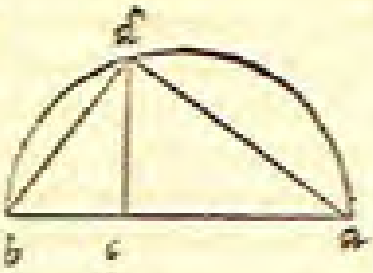
Il Traduttore.

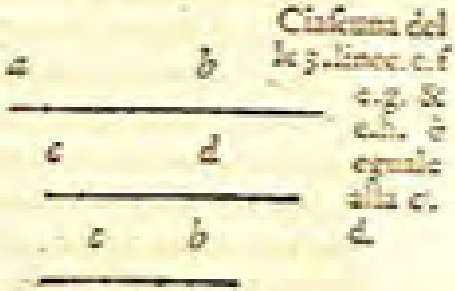
Bisogna notare che quella parte aduta et approbata in fine del commentatore, se verifica medesimamente nella prima argumentatione, cioè supponendo il diametro (largo modo) rationale, o sia in longhezza, o solamente in potentia (che così si debbe intendere la propositione) se conclude il proposito.

Pro-

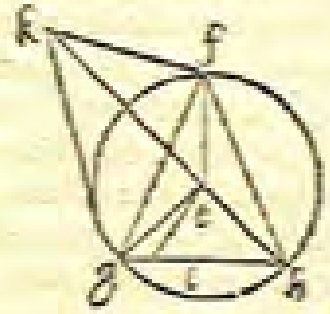
Problema. 1. Propositione. 13.

13 Pollemo fabricare una piramide di quattro base triangolare equila-
13 tere circonscrittibile da una alsignata sphera. Et dimostrare che il dia
metro di quella sphera hauere proportione sesquialtera potentialmen
te al lato di essa piramide.





Cialcuna delle 3. linee c.f c.g. & c.k. è equale alla c. d.

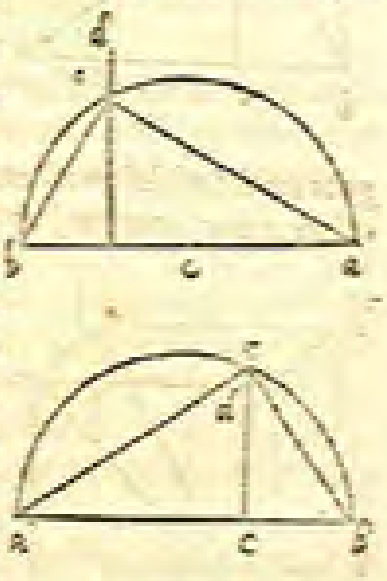


Sia la linea a.b. el diametro della assignata sphera laquale sia diuisa in ponto c. talmẽte che la a.c. sia dop pia alla c.b. & sopra quella sia lineado lo semicerchio. a.d.b. & sia produtta la linea c.d. ortogonalmente so pra la linea a.b. & siano produtte le linee b.d. & a.d. e dapoi sia fatto el cerchio f.g.b. sopra il centro. e. el semidiametro dilquale sia equale alla linea .e. d. in el quale (per la seconda del quarto) sia inscritto un triã golo equilatero elquale sia. f.g.b. alli angoli dilquale (dal centro) siano produtte le linee e.f. e.g. e. b. e da poi sopra el centro e. (secondo che insegna la duodecima del undecimo) sia erigata la linea e. k. perpendicular mente a la superficie del cerchio. f.g.b. laquale sia po sta equale alla a.c. Et dal ponto k. siano tirate le ypo thenuse k.f. k.g. k.b. & sarà compita la pyramide di quattro base triangolare equilatere, laquale dico esser circonscrittibile dalla assignata sphera, et ancõ dico el qua drato del diametro della proposta sphera esser sesquial tero al quadrato lato della detta fabricata pyramide, perche egli e manifesto (per la prima parte del correla rio della ottaua del sesto) che la linea c.d. è media pro portionale fra la a.c. & la c.b. per laqual cosa (per el correlario della. 18. del medesimo) el quadrato della linea a.c. el quadrato della linea c.d. e si conuce la linea a.c. alla c.b. adonque conuertendo lo quadrato del la a.c. & lo quadrato della c.d. al quadrato della c.d. e si come la a.b. alla b.c. E pero (per la penultima del primo) el quadrato della a.d. al quadrato della d.c. sarà si come la a.b. alla b.c. Concio sia adonque che la linea a.b. sia treppia alla b.c. (perche la a.c. era doppia a quella) anchora lo quadrato della a.d. sarà treppio al quadrato della d.c. & (per la ottaua di questo) lo quadrato della f.g. e treppio al quadrato della e.f. Per la qual cosa concio sia che (dal presupposto) la linea d.c. sia equale alla e.f. (per communa scientia) la a.d. sarà equale alla f.g. Et perche (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) la linea e.k. contiene an goli retti con cadauna delle linee e.f. e.g. e.b. delle quale cadauna è equale alla li nea c.d. & perche quella medesima è equale alla linea a.c. & l'angolo c. è retto (per la quarta del primo) cadauna delle tre linee k.f. k.g. k.b. sarà equale alla linea

a.d. Adonque è manifesto la fabricata pyramide esser di quatro base triangolare equilatera. Hor che quella sia circõscriptibile dalla assignata sphera tu l'honorai in questo modo. Sia intesa alla linea a.e. k essermi aggiunto secondo la rectitudine) la linea a.e.l. equale alla linea a,e,b, acciò che tutta la k.l. sia equal alla a,b, (che è il diametro della assignata sphera.) Dico che questa linea a,e,l, tu la imaginarai esser fatto al cerchio f,g,b, esiana perpendicolare alla superficie di quello dalla parte di sotto si come è la a,e,k, dalla parte di sopra. Et cadauna delle tre linee a,f, a,g, a,b, (Et simplicemente qualunque semidiametro del cerchio f,g,b,) sarà media proportionale fra la k.a. et la a.l. si come è la a,d, a,e, fra la a,c, & la a,b. Perche quelle sono equale a quelle (cadauna alla sua relativa.) Adonque se sopra la linea l.k, sia descritto un mezzo cerchio & quello sia circonducto per fina a tanto che'l ritorni al loco donde incominciò a mouersi: la sphera descritta da questo mezzo cerchio nel moto suo (per la diffinitione delle sphere equali) sarà equale alla sphera assignata, perche le sphere sono equale, quando il diametro di quelle sono equali, si come fu detto di cerchi in el precetto del terzo. Et questo semicerchio è necessario transire per li tre põti, f,g, b, lequali sono li angoli della solida pyramide fabricata & similmente dico che questo semicerchio che sarà descritto sopra la linea a.l. se serà circonducto p fina che'l ritornì al loco donde quello haverà cominciato a mouersi toccare el cerchio f,g, b, sopra tutti li ponti della circonferentia di quello. Laqual cosa se approua da questa antiqua verità. Se una linea retta starà perpendicolarmente sopra una linea retta laqual sia posta media proportionale fra le parti di quella alla quale soprasta, cioè alle due parti che li sia atorno, & sia descritto un mezzo cerchio sopra a quella linea (sopra laquale sta la perpendicolare) la circonferentia di quello necessariamente transirà per la estremita della linea media proportionale posta perpẽdicolarmente. Concioscia adonque che tutti li semidiametri del cerchio f,g,b, siano perpendicolari alla linea k.l. & medij proportionali fra le parti di quella lequal sono k, e, & e,l. Seguita che il semicerchio descritto sopra la k,l, essendo circonducto transisse per tutti li ponti della circonferentia f,g,b, & per tutti li angoli solidi della fabricata pyramide. Adonque (per la diffinitione di quella che è d'una figura inscritta in una figura) la fabricata pyramide è inscriptibile a quella sphera che descrive el semicircolo (lineato sopra la linea k.l.) nel moto suo. Et perche questa sphera descritta è equale alla sphera assignata (per la diffinitione delle sphere equale) seguita (per communa scientia) che questa pyramide fabricata sia circonscriptibile dalla assignata sphera: che è il proposito. Lo correlario anchora in questo modo se manifesta. Hor concioscia che la linea a,b, sia treppia alla b,e, (per la converſa proportionalità) la a, a, b; sarà sesquialtera alla a, a, e. E pero (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto, & correlario della decima ottava del medesimo) el quadrato della linea a,e,b, sarà etiam sesquialtero al quadrato della linea a.d. Et perche la linea a,d, è equale al lato della fabricata pyramide: & la a,a,b, è il diametro della sphera è manifesto esser il vero quello che per el correlario è detto.

Et acciò che non accada in alcuno a dubitare della proposta antiqua verità, uolemo quella con demonstratione affermare in questo modo. Sia adonque sopra

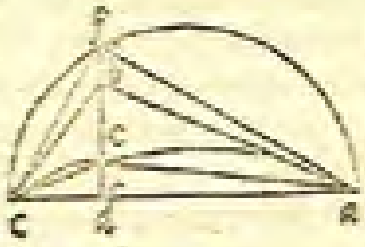
pra alla linea. a. b. la linea. c. d. perpendicolare, laquale sia posta media proportionale fra le parti della linea. a. b. lequale siano. a. c. & .c. b. talmente che la proportione della. a. c. alla .c. d. sia si come della .c. d. alla .c. b. Et sopra la linea .a. b. sia descritto lo mezzo cerchio .a. e. b. Dico che la circonferentia di questo mezzo cerchio transirà per el ponto. d. che è la sfrentia della perpendicolare: & essendo altramente (per lo adversario) ouer segarà la linea .c. d. ouer transirà di sopra di quella cioe transcendo & includendo & non toccando tutta quella: sechi adonque primamente quella in ponto. e. & sianto dutte le linee .e. b. & e. a. Et (per la prima parte della trigesima prima del terzo) lo cerchio angolo. a. e. b. serà retto: Adonque (per la prima parte del correlario della. 8. del sesto) la proportione della. a. e. alla. e. c. è si come della .a. e. alla .e. b. & (per la seconda parte della octaua del quinto) la proportione della .a. e. alla .e. c. è maggiore che della .a. e. alla .e. d. imperoche la .e. c. è minore che la .e. d. Essendo adonque della .a. e. alla .e. b. si come della .a. e. alla .e. c. & della .e. d. alla .e. b. si come della .e. c. alla .e. d. (per la duodecima del quinto) della .a. e. alla .e. b. serà maggiore che della .e. d. alla .e. b. Et pero (per la prima parte della decima del quinto) la .a. e. serà maggiore che la .e. d. cioe la parte sarà maggiore del suo tutto, laqual cosa è impossibile, adonque la circonferentia del semicerchio non segarà la linea .e. d. transirà adonque di sopra: & sia produtta la .e. d. per fin alla circonferentia, & sia tutta la .e. c. & siano protratte le linee .e. b. & .c. c. & segarà come prima la linea .e. d. esser maggiore che la linea .e. c. che è impossibile adonque è manifesto il proposito: & finalmente diremo che sel serà alcun angolo retto al quale sia sottoposta (ouer tirata) una basa sopra laquale sia lineado un mezzo cerchio, la circonferentia di quello è necessario transire per l'angolo retto, & la conuersa di questa (propone la trigesima prima del 3.) & quello che habbiamo detto se manifesta in questo modo. Sia l'angolo .a. b. c. retto alquale sia tirata sotto la basa .a. c. et sopra quella sia lineado un mezzo cerchio. Dico che la circonferentia di quello transirà per il ponto .b. in el qual modo si compagneia le linee che contengono l'angolo retto, la demostratione della quale è che nō transirà di sopra ne di sotto & essendo possibile (per lo adversario) quella transisca primamente di sotto et sia la .a. e. c. & dal angolo .b. sia produtta la linea .b. d. perpendicolare alla basa .a. c. laquale seghi la circonferentia del semicerchio in ponto .e. & siano protratte le linee .e. a. & .e. c. Et l'angolo .a. e. c. serà retto (per la prima parte della 31. del 3.) & quello è maggiore del angolo .a. b. c. (per la 21. del 1.) Et questo è impossibile (per la 3. petitione) conciosia che l'uno e l'altro sia retto, l'uno dal presupposto e l'altro per la prima parte della 31. del terzo. Adonque la circonferentia del mezzo cerchio non transirà di sopra l'angolo .b. transisca adonque di sopra (se è possibile) & sia la .a. f. c. & sia produtta la perpendicolare .d. b. per fina che la se incontri con la circonferentia del semicerchio

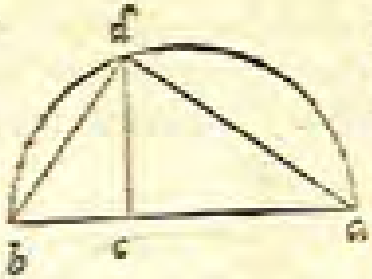


a.f.e.in pũto.f.& siano produtte le linee.f.a.f.c.(Et per la prima parte della trigesima prima del terzo) l'angolo.a.f.e.sarà retto. & conciosia che etiam l'angolo.a.b.c.(dal presuppoſito) sia retto seguita lo impoſſibile (per la trigesimaprima del primo) si come in el principio. Rimane adonque il propoſito, & queſto è neceſſario alla cognitione delle coſe che seguitano.

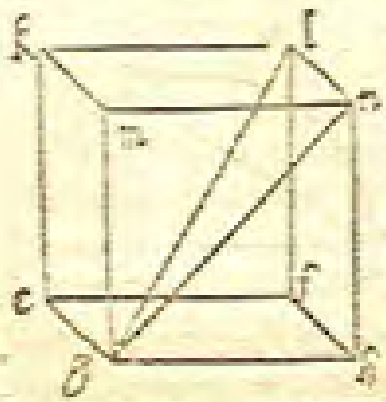
Problema.2. Propoſitione.14.

14/5 Egli e poſsibile a conſtituire un cubo circonſcrittibile da una aſsignata ſphera, & dimoſtrare il diametro dalla medeſima ſphera eſſer potentialmente treppio al lato di quel cubo.





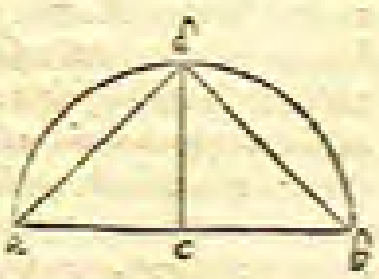
Sia la. a.b.el diametro della aſsignata ſphera ſopra laquale sia lineado lo ſemicerchio. a.d.b. & sia diuiſo il diametro in ponto. c. ſecondo la condition della precedente, cioe che la linea.a.c.sia doppia alla linea.c.b, & sia produtta la.c.d, perpendicolarmente alla.a.b, & siano protratte la.d.b, & .d.a, è da poi sia fatto uno quadrato dil quale tutti li lati siano equali alla linea.b.d. & sia. e.f.g.h. ſopra li quatro angoli del quale siano erigate (come inſegna la duodecima del undecimo) quatro linee perpendicolare alla ſuperficie di eſſo quadrato, delle quale cadauna sia etiam poſta equale alla linea.b.d, & siano.e.k.f.l.g.m.h.n. & queſte quatro perpendicolare (cadauna a cadauna saranno equidiſtante (per la ſeſta del undecimo) li angoli che contengono con li lati del quadrato: saranno retti (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una ſuperficie) & da poi siano congionte le eſtremità de queſte perpendicolare dalle protratte linee. k.l.l.m.m.n.n.h. & sarà compido il cubo contenuto da ſei ſuperficie quadrate. Perche egli manifeſto (per la trigeſimaterza & trigeſimaquarta del primo) che le quatro ſuperficie che circondano quello (& quelle sono delle quali li lati oppoſiti sono le quatro perpendicolare) siano tutte quadrate, queſto medeſimo fu poſto della baſa. Ma della ſuperficie di ſopra (che è la. k.l.m.n.) che quella sia quadrato è manifeſto (per la trigeſima terza del primo et decima del undecimo) & pero (per la quarta del undecimo) egli e manifeſto tutti li lati del medeſimo cubo stare ortogonalmente in le due ſuperficie oppoſite di quello. Ma accio che dimoſtremo queſto cubo eſſer circonſcrittibile dalla aſsignata ſphera, sia protratto la diagonale in una delle ſue ſuperficie uerbi gratia in la ſuperficie. g.h.m.n. & sia la.g.n. & da una delle eſtremità di queſta diagonale sia protratta il diametro del cubo. l.g. & (per la penultima del primo)



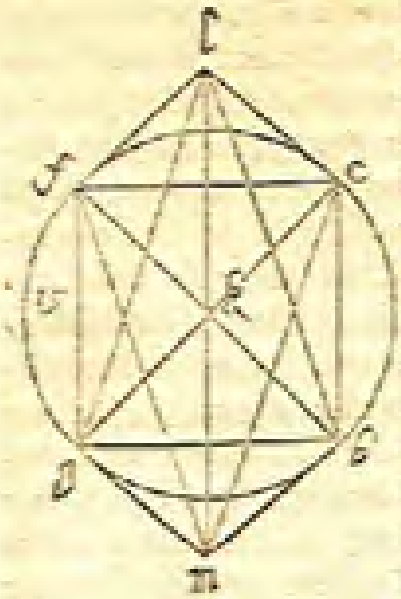
primo)lo quadrato della. n. g. sarà doppio al quadrato della. n. b. E però etiam el quadrato della.l.n imperoche la.n.b.è equale alla n.l.(perche tutti li lati del cubo sono fra loro equali) et perche (per altra nota per la penultima del primo) lo quadrato della. l.g.è equale alli quadrati delle due linee.l,n,& n,g, per questa ragione che l'angolo,g,n.l,è retto(per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie)lo quadrato della, l.g.sarà treppio al quadrato della.l.n,perche è composto del doppio & del semplo. Et conciosia che (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto libro,& per el correlario della decima ottaua del medesimo.) Anchora lo quadrato della,a,b,sia treppio al quadrato della,b,d,imperoche la linea,a,b,è treppia alla linea, b,c,& la linea,b,d,sia equale alla linea,l,n,(del pre supposito) seguita (per communa scientia) che la, l.g,(che è el diametro del cubo) sia equale alla,a,b,(che è il diametro della sphera.) Adonque se sopra la, l.g,sia fi mando un mezzo cerchio,et sia circoduto per fina che ritorni al loco donde fu el principio del moto.la sphera descritta(per la diffinitione delle sphere equali)sarà equale alla sphera assignata. Ma perche questo mezzo cerchio fa el transito per el ponto, n,(imperoche l'angolo,g,n,b,è retto) & per la medesima ragione lo farà etiam per tutti li altri angoli retti del cubo laqual cosa (per la anteredente posta immediate ananti questa di cinque sorte) è manifesta. Adonque egli manifesto esser constituido el cubo circonscrittibile dalla assignata sphera:(imperoche egli circonscrittibile dalla sua equale) laqual cosa bisognaua dimostrare: & la demonstratione del correlario è manifesto per il processo di queste demonstrationi.

Problema.3. Propositione. 15.

15 14 Potemo componere un corpo di otto base triangolare equilatere circonscrittibile da una proposta sphera. Et sarà manifesto el diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di quel corpo.



Sia el diametro della sphera proposta la linea, a,b, laqual sia diuisa in due parti equali in ponto. c. & sopra a quella sia tirando lo mezzo cerchio, a,d,b, & sia produtta la, c,d, perpendicolare alla, a,b,& sia congionto el ponto, d,con,a,& con, b, & sia descritto un quadrato del quale cadauno suo lato sia equale alla linea, b, d, & questo sia lo quadrato,e,f,g,b.in el quale siano protratti li duoi diametri,g,& f,b,liquali si segano insieme in ponto.k. Adõque è manifesto (per la quarta del primo) che l'uno e l'altro di questi duoi diametri sia equale alla linea, a,b,che è el diametro della sphera, conciosia che l'angolo d,sia retto(per la prima della trigesima prima del terzo) & anchora tutti li suoi angoli e, f, g, b, sono retti (per la diffinitione del quadrato.) Anchora è manifesto che li medesimi duoi diametri, e,g,& f,b, se diuidono fra loro in due parti equali in ponto.k. Et questo facilmente se manifesta (dalla quinta del primo & dalla trigesima seconda & sesta del medesimo.) Adonque sopra el ponto. k. sia erigata la



linea.K.l. perpendicolare alla superficie del quadrato: laquale sia posta equale alla metà del diametro. e.g. ouer f.b. & siano leuate ouer tirate le ypothenusse. l.e. l.f. l.g. & l.b. & (per le cose che sono sia posse, & per la penultima del primo repetita quante volte bisognarà) ciascuna di quelle ypothenusse saranno equale fra loro, et ciascuna equale alli lati del quadrato, onde hai adunque una pyramide di quatro base triangolare equilatere constituida sopra un quadrato. Et per tanto sotto a quel quadrato metterai una simile pyramide in questo modo produrai la linea.l.k. (preservando el quadrato) per fina al.m. talmente che.l.k. m. che sia fatto al quadrato: sia equale al.l.K. che sie disopra, & congiongi il ponto, m, con cadauno di quatro angoli del quadrato. producendo quatro altre ypothenusse: equale fino. m.e. m.f. m.g. m.b. delle quale anchora è manifesto (per la penultima del primo si come delle altre che sono in la parte disopra) che quelle siano equale fra loro & alli lati del quadrato. adonque hauemo compido el corpo di otto base triangolari & equilatere che questo sia circonscrittibile della assignata sphera se dimostrerai in questo modo, perche egli è manifesto che la linea. l. m. è equale al diametro della assignata sphera: perche l'una & l'altra di quelle è equale al diametro del quadrato. Adonque se sopra alla linea.l.m. sarà lineado un mezzo cerchio, el quale sia circonuoltato per fina a tanto che ritorni al loco suo, la sphera che quel describe con el suo moto: sarà equale alla sphera assignata (come se manifesta per la diffinitione delle sphere equale) & questo mezzo cerchio transirà per li quatro angoli del quadrato, & semplicemente: per tutti li punti della circonferentia del cerchio che circonscrive il quadrato: impero che, el mezzo diametro del quadrato, che è la linea.f.K. & le parti della linea. l.m. laquale sono. l.k. & k.m. sono fra loro equale: per laqual cosa (per la diffinitione di quello che è una figura esser iscritta in una figura) lo fabricato corpo è inscrittibile in la sphera descritta dal moto di questo mezzo cerchio, adonque (per la concettione) è inscrittibile in la assignata sphera, conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione) etiam lo correlario è manifesto, perche le due linee, d, b, & , d, a, sono equale (per la quarta del primo) e pero lo quadrato della, a, b, è doppio al quadrato della, b, d, (per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo è equale alla linea. b.d. adonque el correlario è uero.

Problema. 4. Propositione. 16.

16 / 16 Possemo fabricare el corpo de uinti base triangolare equilatere, circonscrittibile da una data sphera, che habbia el diametro rationale, et farà manifesto el lato del medesimo corpo essere una linea irrationale cioe quella che se dice linea minore.

Sia

Sia anchora in questo loco el diametro della assegnata sphera la linea, a, b, laquale sia posta essere rationale, ouer in longhezza ouer solamente in potentia, & sia diuisa in punto, c, talmente che la, a, c, sia quadrupla alla, c, b, & sopra di quella sia lineado lo mezzo cerchio, a, d, b, & sia producta la, c, d, perpendiculare alla, a, b, & sia protratta la linea, d, b, dapoi secondo la quantità della linea, d, b, sia lineado lo cerchio, e, f, g, h, b, sopra il centro. l. alquale sia inscritto uno pentagono equilatero annotado dalle medesime lettere, alli angoli del quale dal centro. l. siano dutte le linee. l. e. l, f. l. g. l. h. l. k. Sia anchora inscritto in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & questo se farà in questo modo, siano diuisi tutti li archi (di quali li lati del pentagono sono corde) in due parti equali, & dalli punti di mezzo & siano tirate linee rette alle estremità di tutti li lati del pentagono inscritto. Anchora sopra a cadauno delli cinque angoli del pentagono sia erecto uno carbeto secondo che insegna la 12. del 11. liquali cadauno sia etiam equale alla linea, b. d. Et siano continuate le estremità di questi cinque carbeti con cinque coranssi cioè li 5. carbeti erecti (per la 6. del 11.) saranno fra loro equidistanti: et cõcessa che quelli sia no equali. Anchora li coranssi (per la 33. del 1.) che congiongono le estremità di quelli saranno equali alli lati del pentagono. adonque dalle summità di cadauno di detti carbeti tirarai due, e due ypothenusse alli dui circonstanti angoli del inscritto decagono, et le estremità di queste diece ypothenusse (che terminano alli cinque pari che sono a cadauno delli angoli di mezzo dello inscritto decagono) siano continuate cõ linee rette inscriuendo un' altra volta un' altro pentagono in esso cerchio. El quale sarà anchora equilatero (per la 34. del 3.) adonque quando che tu haueray fatto questo tu vederai hauer compito diece triãgoli di quali li lati sono diece ypothenusse, & li cinque coranssi, & li cinque lati di quello secondo pentagono inscritto. Adunque questi diece triangoli in questo modo se apprende esser equilateri. perche concessa cosa che si el mezzo diametro descritto cerchio con cadauno di carbeti erecti sia equale alla linea, b, d, (dal presupposito) (per el corrolario della. 15. del quarto) cadauno di detti carbeti sarà equale al lato, del exagono equilatero inscritto in lo cerchio del quale el mezzo diametro e equale alla linea. b. d. Et perche (per la penultima del primo) cadauna delle diece ypothenusse è tanto piu potente del carbeto quanto può el lato del decagono (& per la. 10. di questo) anchora lo lato del pentagono e tanto piu potente del medesimo quanto può el medesimo lato del decagono (per communa scientia) cadauna di queste ypothenusse sarà equale al lato del pentagono. Di coranssi anchora è manifesto che quelli sono equali alli lati del pentagono. Adunque tutti li lati di questi diece triangoli cioè che



sono

sono li lati del penthagono equilatero (descritto la seconda volta nel cerchio) cioè che sono a quelli equali, adonque li triangoli sono equilateri, ma poi sopra il centro del cerchio (che è il ponto.l.) tira un'altro cathero equale alli primi el quale sia .l. m. & la superiore estremità di quello (che è il ponto.m.) giungi con cadauna estremità di primi: con cinque coniugi (& per la sesta del undecimo) questo central cathete sarà equidistante a ciascuno di cathoti angolari. E però (per la trigesimaterta del primo) questi cinque coniugi saranno equali al mezzo diametro del cerchio, & (per el correlario della .15. del quarto) ciascun de quelli è si come el Lato del exagono, adonque sia aggionto al cathoto centrale de l'una & l'altra parte, una linea equale al Lato del decagono: de sopra a quello sia aggionto.m.n. & di sotto cioè sotto el cerchio sia aggionto a quello la.l.p. dal centro del cerchio, e dapoi dal ponto.n. siano tirate cinque ypothenuse alli cinque superiori angoli di dece triangoli che sono in el circuito: & dal ponto.p.ne siano tirate altre cinque alli altri cinque angoli di sotto, & queste diece ypothenuse saranno equale fra loro, & alli lati dello inscripto penthagono (per la penultima del primo, & decima di questo si come delle altre diece prime fu dimostrato. Tu hai adonque un corpo di venti base triangulare equilatere: del quale tutti li lati sono equali alli lati del penthagono, & lo diametro di quello è la linea .n. p. Et di questi venti triangoli dieci ne stanno in circuito sopra il cerchio & cinque se elevano di sopra li quali concorrano al ponto.n, & le altri cinque reflanti si sommergano de sotto & vanno insieme a terminare al ponto.p. Ma che questo corpo de venti base sia circonscriptibile dalla data sphera in questo modo sarà manifesto. Conciosia che la linea.l. m. sia equale al lato del exagono, & la.m, n, lato del decagono equilateri che circonscrive il cerchio; e.f.g. sarà la linea.l.n, (per la nona del presente libro) sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi in ponto.m. & la maggior parte di quella sarà la linea.l. m. Adonque sia divisa la.l.m. in due parti equali in ponto.q. & la.p.q. (per communa scientia) sarà equale alla.q.n. Perche la.p.l. fu posta equale al Lato del decagono si come la.m. n. per laqual cosa la.q.n, e la mità della.n.p. si come la.q.m. e la mità della.m.l. Conciosia adonque che il quadrato della.n.q. sia quinceplo (per la terza di questo) al quadrato della.q.m. Anchora lo quadrato della.p.m. (per la decimaquinta del quinto) sarà quinceplo al quadrato della.l.m. perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della.p.n. è quadruplo al quadrato della.q.n. Anchora lo quadrato della.l.m. è quadruplo al quadrato della.q.m. (per la medesima) & lo quadruplo al quadruplo è come el semplo al semplo (come testifica la detta decimaquinta del quinto.) Ma lo quadrato della.a.b. è quinceplo al quadrato della.b.d. (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto: & per lo correlario della decima ottava del medesimo,) perche essendo la.a.b. è quinceplo alla.b.c. imperò che la.a.c. fu posta quadruplo a quella medesima. Adonque perche la.l.m. (del presupposito) è equale alla.b.d. (per communa scientia) la.a.b. sarà equale alla.n.p. Adonque se sopra la linea.n.p. sia descritto uno mezzo cerchio el quale sia circonvolato per fina a tanto che quel ritorni al suo primo loco: la sphera dal suo moto descritta, (per la diffinitione delle sphere) equale sarà equale alla sphera proposta, & perche

la linea.

la linea l.m. è media proportionale fra la l.n. & n.m. e però etiam fra la l.n. & l.p. Anchora quel si segue altro mezzo diametro del cerchio sarà medio proportionale fra la l.n. & l.p. Et conciosia che la l.m. sia equale al mezzo diametro del cerchio: adonque el mezzo cerchio descritto sopra la p.n. transirà per tutti li punti della circonferentia del cerebro, e, f, g. E però transirà etiam per tutti li angoli del solido fabricato che stanno in quella circonferentia, Et perche (per la medesima ragione) tutti li cornetti, che continuano, over colligano le estremità di cadauno angolari con la estremità del cubeto centrale sono medii proportionali fra la p.m. & m.n. impero che ciascun di quelli è equale alla m.l. Seguita che il medesimo cerchio transisca etiam per li altri angoli della stranida figura de xiii basi. Adonque questo corpo è inscriptibile alla sphera della quale la p.n. è diametro. E però è etiam inscriptibile alla sphera de laquale la, a.b, è diametro, Et lo lato di questa solida figura dico esser la linea minore. Perche egli è manifesto che la linea, b.d, è rationale in potentia conciosia che il quadrato di quella sia subquincuplo al quadrato della linea. a. b. laqual se posta rationale over in longhezza, over solamente in potentia. Adonque lo semidiametro del cerchio, e, f, g, è etiam rationale in potentia. Perche lo semidiametro di quello è equale alla linea a.b.d. Adonque (per la duodecima di questo) lo lato del penthagono equilatero inscripto a questo cerchio è la linea minore, & lo lato di questa figura (come è stà manifestado in el processo di questa demostratione) è quanto el lato del penthegono. Adonque lo lato di questa figura de xiii base è la linea minore si come se propone.

Correlario.

o 16 Da questo è manifesto che il diametro della sphera è quincuplo in potentia al mezzo diametro del cerchio che circonscrive il corpo di xii basi, & che il diametro della sphera è compodo del lato del exagono & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

Il Tradottore.

Per il cerchio che circonscrive il detto corpo de xvii base se piglia per il cerchio, e, g, b, k. della figura antipostà el mezzo diametro del quale non a esser equale alla linea. d.b. della prima figura & alla, l, m, della seconda figura.

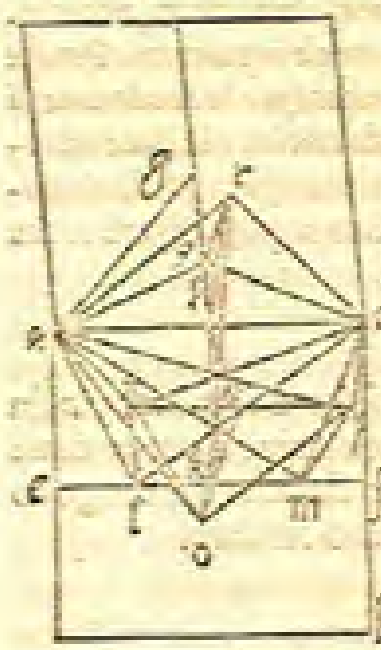
Problema. 5. Propositione. 17.

17 17 Potemo constituire el corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangole, circonscrittibile da una assignata sphera che habbia el diametro rationale, Et sarà palese el lato del medesimo corpo essere quella linea irrationale, che è detta residuo.

Sia fatto el cubo (secondo che insegnale 14. di questo) circonscrittibile dalla assignata sphera: & siano due superficie di questo cubo le, a, b, & a, c. Et imaginemo al presente che la, a, c, sia la superficie di sopra del cubo & la, a, b, sia una di

quelle

quelle di lati, sia la linea. a. d. commune a queste due superficie. Adonque sian divisi li duoi lati opposti (ne la superficie. a. b.) in due parti equali cioè el lato. d. b. in ponto. f. & lo lato. a. quello opposito in ponto. e. & li ponti delle divisione sian continuadi con la linea. e. f. Anchora sia diviso lo lato. a. d. & quello che glie a l'incontro in la superficie. a. c. in due parti equali, & li ponti delle divisione siano continuadi con una linea retta la mità della quale sia. g. b. & sia el ponto. b. al ponto medio della linea. a. d. Similmēte sia divisa la linea. e. f. in due parti equali in ponto. k. & sia protracta la. b. x. adonque divide cadauna delle tre linee. e. b. k. f. & g. b. secondo la proportione havente il mezzo e duoi stremi in li tre ponti. l. m. q. & siano le maggiore parti di quelle. l. k. k. m. & g. q. lequale è manifesto esser equare fra loro: conciosia che tutte le linee divise sono equale cioè cadauna di quelle e la mità del lato del cubo. Dapoi dalli duoi ponti. l. & . m. alchuna di le perpendicolare (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie. a. b. delle quale l'una e l'altra poterai equale alla linea. k. l. & sia no. l. n. & . m. p. & similmente dal ponto. q. tira la. q. r. perpendicolarmente alla superficie. a. c. lequale pone equale alla. g. q. Tira adonque le linee, a, l, a, n, a, m, a, p, d, m, d, p, d, l, d, n, e, r, a, q, d, r, d, q. Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che le due linee, k, e, & e, l, sono potentialmente triple alla linea, k, l. E però etiam alle linee, l, n, cioè sia che la, k, l, e, l, n, sono equale. Et la, k, e, è equal alla, e, a, Adonque le due linee. a. e. & e. l. sono in potentia treppie alla linea. l. n. per lequal cosa (per la penultima del primo) la. a. l. è in potentia treppia alla l. n. E però (per la medesima) la, a, n, è in potentia quadrupla alla. l. n. Et conciosia che ogni linea sia in potentia quadrupla alla sua mità, Segue a (per communa scientia) che la, a, n, sia doppia in longhezza alla. l. n. & perche la, l, m, è doppia alla, l, k. & le, k, l, & , l, n, sono equale, la, n, m, sarà equale alla l. m. perche le mità di quelle sono equale. & perche (per la trigesimaterzia del primo) la. l. m. è equale alla. n. p. la. a. n. sarà equale alla. n. p. & per lo medesimo modo tu approverai le tre linee. p. d. d. r. & r. a. esser fra loro equale: ciascuna alle due predette, adonque ha sempre da queste cinque linee uno pentagono equilatero: lequale è. a. n. p. d. r. Ma per aventura tu darai quello non esser pentagono: perche forsi quello non è tutto in una superficie: laqual cosa è necessario in questo acciochè sia pentagono. Adonque che quello sia tutto in una superficie, tu l'harai in questo modo. Dal ponto. k. sia produtta la linea. k, s. perpendicolare alla superficie. a. b. che sia equale alla. l. k. & per questo la sarà equale a l'una e l'altra delle due linee. l. n. & . n. p. & conciosia che quella sia equale, & equidistante a l'una e l'altra di quelle (per la sesta del undecimo.) E però conciosia che quella sia in la medesima superficie con una bedue quelle (per la diffinitione delle linee equidistante) è necessario che'l ponto. s. sia



sia in linea n, p, & che diuida quella in due parti equale. Siano adunque protratte le due linee r.b, & b,s, adunque li dui triangoli k.s.b. & q.r.b. sono constituiti sopra uno angolo, cioe sopra l'angolo. k.b.q. Et la proportione della k.b. alla q.r. e si come la. k.s. alla. q.b. perche come la. g.b. alla. q.r. cosi è la. k.b. alla. q.r. (per la sesta del quinto) & come la. r.q. alla. q.b. cosi è la. b.s. alla. q.b. (per la medesima.) ma la. g.b. alla. q.r. e come la. q.r. alla. q.b. imperoche la. q.r. è equale alla. g.q. adonque (per la 21. del sesto) la linea. r.b.s. e una sol linea. per laquel cosa, (per la seconda del 11.) tutto lo penthagono del quale ragioniamo è in una superficie. Anchora dico quel esser equiangolo: perche conciosia che la. e.k. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, & che la. k.m. sia equale alla maggior parte di quella, anchora (per la quarta del presente) tutta la. e.m. e diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, & anchora la maggior parte di quella è la linea. e.k. E pero (per la 5.) le due linee. e.m. & m.k. è anchora le due. e, m. & m.p. (perche la. m.p. è equale alla. m.k.) sono in potentia treppie alla linea. e.k. e pero etiam alla linea. a.e. (perche la. a.e. è equale alla. e.k.) Adonque le tre linee. a.e. e.m, & m.p. sono in potentia quadruple alla linea, a, e, & (per la penultima del primo volte due nolte) è manifesto che la linea. a.p. e in potentia equale alle tre linee. a, e, & e, m, & m, p, adonque la, a, p, è in potentia quadrupla alla linea, a, e, & conciosia che'l lato del cubo sia doppio alla linea. a. e. in potentia anchor quadruplo a quella (per la quarta del secondo.) Adonque (per conuersa ragione) la. a. p. è equale al lato del cubo, & conciosia che la, a, d, sia uno di lati del cubo, la, a, p, sarà equale alla, a, d, e pero (per la 8. del primo) l'angolo, a, r, d, è equale al angolo, a, n, p, per la medesimo modo tu approuerai l'angolo. d. p. n. esser equale a l'angolo, d, r, a, perche tu approuerai la linea, d, n, esser potentialmente quadrupla alla metà del lato del cubo. Conciosia adonque che per queste cose lo penthagono sia equilatero & habbia tre angoli equali (per la. 7. del presente) quel sarà equiangolo, adonque se per questa via è con simile ragione, fabricaremo sopra a ciascuno delli altri lati del cubo, uno penthagono equilatero & equiangolo, sarà compido un solido contenuto da dodeci superficie penthagone equilatere, & equiangole, perche el cubo ha dodeci lati. Hor ci resta a dimostrare questo solido esser circonscriptibile dalla data sphera, adonque dalla linea. s. k. siano protratte due superficie segante el cubo delle quale una lo seghi sopra la linea. b. k. & l'altra sopra la linea. e. f. Et (per la quadragesima prima del 11.) sarà che la commune sectione di queste due superficie segha lo diametro del cubo, & quella similmente sarà segata dal detto diametro in due parti equali: sia adonque la cõmune sectione di quelle per fina al diametro del cubo. La linea, k, o, similmente che, o, sia il centro del cubo, et sia ducte le linee, o, a, o, r, o, p, o, d, o, r, Et è manifesto che l'una e l'altra delle due li. ee, o, a, et, o, d, e mezzo diametro del cubo e pero sono equale, & della linea, o, x, è manifesto (per la quadragesima prima del undecimo) che quella è equale alla, e, k, (cioe alla metà del lato del cubo.) & perche la. x. s. è equale alla. k. m. la. o. s. sarà diuisa in ponto. k. secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea. o. k. che è equale alla. e. k. Adonque (per la quinta di questo) li quadrati

drati delle due linee. o.s. & s. K. tolti insieme sono treppij al quadrato della linea. o.k. & similmente li quadrati delle due o.s. & s.p. tolti insieme sono treppij al quadrato della medesima o.k. (imperoche la s.p. è equale alla s.s.) & però sono etiam treppij al quadrato della mita del lato del cubo. Per laqual cosa (per la penultima del primo) la linea. o. p. è treppia in potentia alla mità del lato del cubo. Et (per el correlario della decimaquarta di questo) è manifesto che el mezzo diametro della sphera è treppio in potentia alla mità del lato del cubo che circonscrive la medesima sphera. adonque la. o. p. è quanto lo mezzo diametro della sphera che circonscrive el proposito cubo. Per la medesima ragione tutte le linee dutte dal ponto. o. a tutti li angoli di tutti li penthagoni descritti sopra li lati del cubo. Dico a tutti li angoli che sono proprij di penthagoni & non communi a quelli & alle superficie del cubo cioe li proprij, liquali in el penthagono stantido sono li tre angoli. n. p. r. Ma di quelle linee che uenono dal ponto. o. a tutti li angoli di penthagoni che sono communi alli penthagoni & alle superficie del cubo, liquali in el presente penthagono sono li dui angoli. a. & . d. è manifesto che esse sono equale al mezzo diametro della sphera, che circonscrive il cubo. perche quelli sono mezzi diametri del cubo (per la quadragesima prima del undecimo.) Ma el mezzo diametro del cubo è si come il mezzo diametro della sphera chel circonscrive si come apparre (per la ratiocinatione della decima quarta.) Adonque tutte le linee dutte dal ponto o. a tutti li angoli del dodeci base sono equale fra loro & al mezzo diametro della sphera. Adonque el mezzo cerchio lineato sopra tutto el diametro della sphera ouer del cubo, essendo circonducto transferà per tutti li angoli di quello. per laqual cosa (per la diffinitione) quello è circonscriptibile dalla assignata sphera. ancora di co che il lato di questa figura è una linea irrationale, cioe quella che è detta residuo se il diametro della sphera chel circonscrive sarà rationale in longhezza ouer in potentia. perche conciossia che il diametro della sphera sia (per la decimaquarta di questo) treppio in potentia al lato del cubo, unde sel diametro della sphera sarà rationale in longhezza ouer in potentia, el lato del cubo sarà etiam rationale in potentia. Et è manifesto (per la undecima che la linea r. p. divide la linea. a. d. che è il lato del cubo secondo la proportione habente il mezzo & dui stremi, & che la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & perche la detta maggior parte di quella è un residuo (per la sesta di questo) è manifesto el lato di questa figura di dodeci base esser residuo: come volemo dimostrare. Adonque (per la decima terza e per le quatro che seguitano quella) sono fabricati cinque corpi equilateri & equiangoli di quali cadauno è circonscriptibile da una assignata sphera. Et questi solidi sono questi, cioe el primo è di quatro base triangolare, equilatere (e chiamasi Tetracedon) el secondo è di sei base quadrate (& è detto cubo ouer exacedrō) el terzo è di otto base triangolare (& è detto octocedrō) & lo quarto solido è detto pentacedron (& è de menor base triangolare,) Et lo quinto è di dodeci base penthagone (& è detto dodecedron) & questi cinque solidi sono detti regolari, perche quegli sono equiangoli: & equilateri, & circonscriptibili dalla sphera etiam fra loro, Et è impossibile esserne piu di questi cinque, che siano equilateri & equiangoli, perche

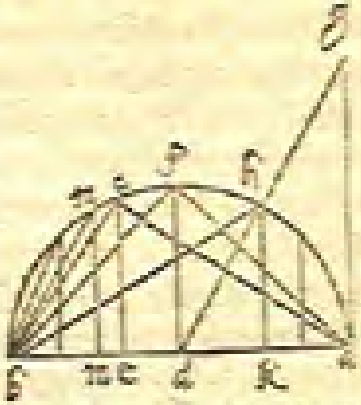
che alla constitutione di qual si voglia angolo solido, è necessario concorrere al meno tre angoli superficiali: perche di duoi solidi angoli superficiali, non puol esser compito un angolo solido. Adunque perche li tre angoli di qualunque exagono equilatero, & equiangolo, sono equali a quatro angoli retti, ma li tre angoli del epiagono, & di qualunque figura equilatera & equiangola de piu lati sono maggiori di quatro angoli retti, si come euidentemente si puol cauar fuora della trigesima seconda del primo.) Et ogni angolo solido è minore di quatro angoli retti (come testifica la trigesima prima del undecimo) è impossibile con li tre angoli del exagono, & del epiagono, & semplicemente d'ogni figura equilatera & equiangola de piu lati, constituire un angolo solido, & però niuna figura solida equilatera & equiangola puol esser constituida da superficie exagonale, ouer de piu lati: perche se li tre angoli d'un exagono equilatero, & equiangolo, eccedeno cadauno angolo solido, molto piu fortemente li quatro & li piu di quatro, eccederanno il medesimo, ma li tre angoli di un pentagono equilatero & equiangolo è manifesto esser minori di quatro angoli retti, & li quatro esser maggiori. Per laqual cosa, egli possibile esser costituido uno angolo solido da li tre angoli d'un pentagono equilatero & equiangolo, ma de quatro ouer de piu egli impossibile. E però solamente uno solido da pentagoni equilateri & equiangoli è stato constituido, cioe quello che è detto dodecedron in el qual li angoli di pentagoni a tre a tre constituiscono li angoli solidi, anchora la medesima ragione è in le figure quadrilatere equilatere & equiangole che in le pentagone, perche ogni figura quadrilatera: se la sarà equilatera & equiangola, & (per la diffinitione) quella sarà quadrata. perche tutti li suoi angoli saranno retti (per la trigesima seconda del primo.) Adonque da tre angoli di tal superficial figura, egli possibile esser constituido un angolo solido, ma da quatro ouer da piu egli impossibile, per laquai cosa da tal figure superficiali, lequal sono quadrilatere equilatere & equiangole, e stato fabricado uno nouo solido, el qual noi chiamassimo cubo. Ma di triangoli equilateri li sei angoli sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li manco de sei sono minori di quatro angoli retti & li piu di sei sono maggiori. Adonque dalli sei angoli de tal triangoli ouer da piu egli impossibile essere fatto un angolo solido. ma da cinque, da quatro, & da tre egli possibile a constituire un angolo solido. Adonque quando li tre angoli d'un triangolo equilatero, fanno uno angolo solido nien fatto de triangoli equilateri el corpo di quatro base triangolare: et equilatere: ma quando li quatro angoli de triangoli equilateri constituiscono un angolo solido quelli ne danno il corpo di octo base, el quale chiamassimo octocedron. Ma se li cinque angoli de triangoli equilateri constituirano un angolo solido, nien fatto lo corpo y cocedron (de uinti base triangolare, et equilatere, per laqual cosa adonque tanti & tali sono li solidi regolari: & perche nō siano piu de questi è detto di sopra.

Problema.6. Propositione. 18.

18 Puotemo trouare li lati di predetti cinque corpi da una medesima
18 sphera circonscriptibile & compararli fra loro della qual sphera solo il diametro a noi ha proposto, & per esso diametro potemo trouarli.

Sia

Sia la.a.b. il diametro di alcuna sphera a noi proposta, della qual desideremo di trouare li lati de premessi cinque corpi. Diuidemo adonque questo diametre in ponto.c. talmente che la parte.a.c. sia doppia alla.c.b. anchora deuidemo.b.a. in due parti equali in ponto.d. & tiremo sopra di quello lo mezzo cerchio.a.f.b. alla circonferentia del quale siano tirate due linee perpendicolari alla linea.a.b. le quali siano.c.e. & d.f. & congiongemo.e.con.a. & con.b. Et.f.con.b. Adonque è manifesto (per la demonstratione della decima terza) che la.a.e. è il lato della figura di quatro base triangolare & equilatere. & (per la demonstratione della decima quarta) è pur manifesto che la.e.b. è il lato del cubo, & per la demonstratione della decima quinta) che la.f.b. è il lato della figura di otto base triangolare & equilatere. Adonque dal ponto.a. sia tirata la linea.a.g. perpendicolare alla.a.b. eriata equale alla medesima.a.b. Et sia congionto.g.con.c. & sia.b. el ponto in el quale la linea.g.d. sega la circonferentia del mezzo cerchio, & sia condutta la linea.b.K. perpendicolare alla.a.b. & perche la.g.a. è doppia alla.a.d. (per la quarta del sesto) la.b.k. sarà doppia alla.k.d. perche li dui triangoli.g.a.d. & .b.x.d. sono equiangoli (per la trigesima seconda del primo) imperò che langolo.a. del maggiore è equale al angolo.k. del minore (perche l'uno e l'altro è retto) et l'angolo.d. è commune a l'uno e l'altro. Adoque (per la quarta del secondo la.b.K. è quadrupla in potentia alla.k.d. Adonque (per la penultima del primo) la.b.d. è quincuplo in potentia alla.k.d. Et concio sia che la.d.b. sia equale alla.b.d. (perche il ponto.d. è il centro del mezzo cerchio) Anchora la.d.b. sarà quincupla in potentia alla.K.d. Et concio sia che tutta la.a.b. sia doppia a tutta la.b.d. sì come la.a.c. (detratta dalla prima.a.b.) è doppia alla.c.b. detratta dalla seconda.b.d.) & (per la decimaxona del quinto) la.b.e. (residuo della prima) sarà doppia alla.c.d. (residuo della seconda.) E però tutta la.b.d.e. treppia alla.d.c. Adonque el quadrato della.b.d.e. è nonuplo al quadrato della.d.c. & perche quello era quincuplo solamente al quadrato della.b.d. (per la seconda parte della decima del quinto) lo quadrato della.d.e. è mancho del quadrato della.k.d. E però la.d.e. è minore della.k.d. Sia adonque la.d.m. equale alla.k.d. & sia tirata la.m.n. per fina alla circonferentia, la quale sia perpendicolare alla.a.b. & sia congionto el ponto.n. con il ponto.b. tirata la linea.n.b. Concio sia adonque che.d.k. & .d.m. siano equale (per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro) le due linee.b.k. & .m.n. seranno equalmente distante dal centro. E però saranno equale fra loro (per la seconda parte della 14. del terzo, & per la seconda parte della terza del medesimo. Adonque la.m.n. è equale alla.n.k. peche la.b.x. era equale a quella. M a perche la.a.b. è doppia alla.b.d. & la.b.m. è doppia alla.d.x. & lo quadrato della.b.d. è quincuplo al quadrato della.d.K. (per la decima quinta del quinto) lo quadrato della.e.b. sarà similmente quincuplo al quadrato della.x.m. (Perche el quadrato del doppio al quadrato del doppio è sì come el quadrato del simpio



al quadrato del semplo. (Et per la demostratione della decimasesta è manifesto che il diametro della sphera è potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio della figura de uinti base come alla. K. m. adonque la, K, m, è equale al lato del exagono del cerchio della figura del uinti base. perche lo diametro della sphera che è la, a, b, è potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio di quella figura: come alla. k. m. un'altra uolta (per la demostratione della medesima) è manifesto che il diametro della sphera è composto del lato del exagono & del doppio del lato del decagono del cerchio della figura de uinti base. Concissia adonque che la, K, m, sia si come el lato del exagono: & la, a, K, sia equale a la, m, b, (perche quelle son le residui delle quantità equale tolte uia delle equale) la, a, b, sarà si come lato del decagono. Adonque perche la, m, n, è si come el lato del exagono, perche quella è equale alla, k, m, (per la penultima del primo & per la decima di questo) la, n, b, sarà si come el lato del pentagono del cerchio della figura del uinti base. Et perche (per la demonstratione della decimasesta) appare, che el lato del pentagono del cerchio della figura del uinti base e il lato della medema figura de uenti base è manifesto la linea, n, b, esser il lato di questa figura: sia adonque diuisa la, e, b, (che è lato del cubo circonscrittibile della assignata sphera) secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in punto, p, & sia, p, b, la maggior parte di quella. adonque è manifesto (per la demonstratione della precedente) che la, p, b, è il lato della figura del. 12. base. Adonque sono trouati li lati di, 5, precedenti corpi del diametro della sphera a noi proposto. Perche la, a, c, è il lato della pyramide di quatro base: e la. b. el lato del cubo: la, f, b, lo lato del octocedron & la, n, b, el lato del icocedron, & la linea, p, b, el lato del dodecedron equali de questi lati siano maggiori de li altri, se hauerà in questo modo. Perche egli è manifesto che la, a, e, è maggiore della, f, b, (perche l'arco, a, e, è maggiore del arco, f, b,) Et similmente la, f, b, è maggiore della, e, b, & la, e, b, è maggiore che la, n, b, Dico ancora la, n, b, esser maggiore che la, p, b, Perche concissia che la, a, e, sia doppia alla, c, b, (per la quarta del secondo) lo quadrato della, a, e, è quadruplo al quadrato della, c, b, Et (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto, & per el correlario della decimaottaua del medesimo) è manifesto che il quadrato della, a, b, è triplo al quadrato della, b, e, Ma (per la uigesimaseconda del sesto) lo quadrato della, a, b, al quadrato della, b, e, è si come el quadrato della, b, e, al quadrato della, c, b, per questo che la proportione della, a, b, alla, b, e, è si come della, b, e, alla, b, c, (per la seconda parte del correlario della 8. del sesto) adonque (per la undecima del quinto) lo quadrato della, b, e, è triplo al quadrato della, c, b, Et perche lo quadrato della, a, e, è quadruplo al medesimo quadrato (come è sta dimostrado) lo quadrato della, a, c, (per la prima parte della decima del quinto) sarà maggiore del quadrato della, b, e, E però la linea, a, c, è maggiore della linea, b, e, E però la, a, m, è molto piu maggiore della, b, e, Et è manifesto (per la zonta di questo) che se la linea. a. m. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi la maggior parte di quella sarà la linea, K, m, laquale è equale alla, m, n, Et quando che la, b, e, sia diuisa secondo la me-

desima proportione cioe hauente il mezzo e duoi estremi: la maggior parte di quella è la linea, p, b, Concioscia adonque che tutta la. a. m. sia maggiore di tutta la, b, e, sarà la. m, n, (che è equale alla maggior parte della, a, m,) maggiore de la, p, b, (che è la maggior parte della, b, e,) & questo è manifesto (per la seconda proposizione del decimoquarto libro) laqual cosa senza exgimento di alcuna di quelle proposizioni che seguitano non se stabilisse forma demostratiue adonque (per la decimanona del primo) per forza la, n, b, è maggiore che la, p, b, per le quali cose è manifesto li lati di quelli cinque precedenti corpi: eccedersi fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il cubo & lo ottocedro preterisceno a quello: perche il lato del ottocedron eccede il lato del cubo a benche il cubo anteceda lo ottocedron. Ma mancho el cubo anteci al ottocedro perche per la medesima diuisione del diametro della assignata sphera se ritroua el lato della pyramide (che ha le quatro base triangole) e il lato del cubo. Adonque la. a. e, (lato della pyramide) è maggiore delli lati de cadauno delli altri corpi. Et da poi quello la. f. b, lato del ottocedron è maggiore di lati di seguenti corpi. In lo medesimo ordine in grandezza seguita la. e. b. (lato del cubo) & in lo quarto loco è la, n, b, (lato de yco sedron) e lo minimo de tutti è la. p. b. (lato del duodecedron.

Il Tradottore.

In la seconda tradottione: la construttione del ottocedron è anciana a quella del cubo, per ilche li lati di detti corpi se ueneriano a eccedersi secondo il medesimo ordine delle loro construttioni.

Il Tradottore.

A voler dimostrare che la linea. n. b. (lato del uinti base) sia maggior della linea. b. p. (lato del duodecimo base) senza agiunto della seconda del decimoquarto libro: ne da altra proposizione che seguita (come uol el debito.) Argomeno in questo modo, Perche la linea. a. e. (dal presuppositio) è doppia alla. b. c. adonque tutta la. a. b. sarà treppia alla medesima. b. c. Et (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto & per il correlario della decimasettima del medesimo) el quadrato della detta linea. a. b. sarà treppio al quadrato della. b. e. & perche (per il correlario della decima sesta di questo) il quadrato della medesima. a. b. è quaeuplo al quadrato della. k. m. & similmente al quadrato della. m. n. (per esser la. m, n. equale alla. m. k.) seguita adonque che cinque quadrati della. m. n. (tolti insieme) siano equali a tre quadrati della. b. e. tolti insieme) perche l'una & l'altra somma è equale al quadrato della. a. b. Hor perche il rettangolo di tutta la. e. b. nella parte. e. p. giunto con il rettangolo della medesima. b. e. nell'altra parte. b. p. la detta somma (per la seconda del secondo) è equale al quadrato della medesima linea. b, e, Et perche il rettangolo della. b. e. nella. p. e. è minore di quello della. b. e. nella altra parte, b, p, (per esser la parte, b, p, maggiore della parte, p, e, E però duoi rettangoli della. b. e. nella. p, e, saranno minori delli duoi rettangoli della. b. e. nelle due parti. b. p. & p. e. onde (per communa sciuntia) li detti duoi rettangoli fatti dalla. b, e, nella

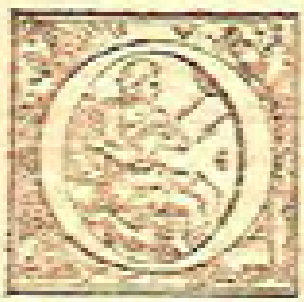
e,nella minor parte.p.e.saranno minori del quadrato della,b,e,& perche il rettangolo della,b,e,nella detta minor parte,e,p,è equale al quadrato de l'altra maggior parte,b,p,(per la diffinitione della linea cosi diuisa) adonque dua quadrati della.b.p.saranno minori del quadrato della.b.e.per il che il treppio delli dua quadrati della,p,b,saranno anchora minori del treppio del quadrato della,b,e,cioe che tre quadrati della.b.e.saranno maggiori de sei quadrati della,b,p,Et perche cinque quadrati della.m.n.(come di sopra fu dimostrato)sono equali alli tre quadrati della,b,e,seguita (per communa sententia) che li cinque quadrati della,m, n,siano maggiori delli sei quadrati della,b,p,& se li cinque sono maggiori delli sei molto piu un quadrato solo della,m,n,sarà maggiore d'un quadrato solo della, b,p,& se il quadrato della,m,e,è maggiore del quadrato della,b,p,etiam la linea m.n.(per communa sententia)sarà maggiore della linea,b,p,Et se la linea,m,n, è maggior della,b,p,molto piu la linea.m.b.sarà maggiore della medesima b,p,per che la detta,m,b,(per la penultima del primo over per la decima ottaua del medesimo) è maggiore della maggiore, cioe della.m.n.è pero sarà molto piu maggiore della,b,p,cioe il proposito senza ausilio di alcuna delle propositioni,che seguitano come è il douere. Nella seconda traduttione credo che ueglia argute per questa medesima uia,ma tal argumentatione è tutta corretta.

IL FINE DEL DECIMOTERZO LIBRO.

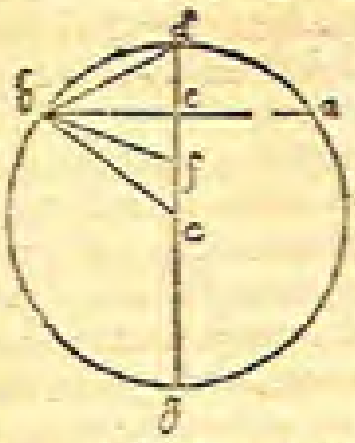
LIBRO DECIMOQVARTO

DI EVCLIDE, DELLE CONVENIENTIE che hanno li triangoli, penthagoni, exagoni, & decagoni, fra lor in rispetto della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, e della proportione che hanno li corpi regolari fra loro.

Theorema.1. Propositione.1.



1 Gli perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono, descritto dentro di quel cerchio. se approua esser equale alla mita del lato del decagono, & alla mità del lato del exagono (descritti dentro al medesimo cerchio) congionte le dette mità ambedue directamente in longo. Adonque è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono è equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alla mita del lato del decagono (descritti in quel medesimo cerchio) congionti directamente.



Sia la linea, a, b, lato del penthagono inscritto in el cerchio el centro del qual sia el ponto. c. & sia ducto dal centro, c, una perpendicolare alla linea, a, b, laquale (per la seconda parte della terza del terzo: dividerà quella in due parti equali & etiam l'arco di quella in due parti equale (per la quarta del primo, & xxx. ottava del terzo) & sia questa perpendicolare la linea, c, d, segante la linea, a, b, in ponto, e, & lo arco di quella in ponto. d. Adonque la linea, a, e, (come havemo detto) è equale alla linea, e, b, & l'arco, a, d, al arco, d, b. Sia protratta la linea, d, b, della quale è manifesto che quella è il lato del decagono equilatero descritto in el proposto cerchio: conciosia che quella sottenda alla mità della quinta parte di tutta la circonferentia. Dico adonque che la linea, e, c, è equale alla mità della linea, c, d, et alla mità della linea, d, b, congiunte di rettamente in longo: sia compido il diametro. d. c. et sia. d. c. g. et sia fatta la. e. f. equale alla, e, d, et sia protratta la. b. f. E (per la 4. del 1.) la. b. f. sarà equale alla, b, d, et però (per la quinta del primo) l'angolo, b, d, f, sarà equale al angolo. b, f, d, E (per la ultima del sesto) è manifesto che l'angolo, g, c, b, è quadruplo al angolo, b, e, d, imperochè l'arco, g, b, è quadruplo al arco, b, a, & l'angolo, g, c, b, (perche la xx. del primo) è doppio al angolo, b, d, e. Perche quello extrinseco è equale alli dui che sono, b, d, c, & , d, b, c, Et quelli sono equali (per la quinta del primo.) adonque l'angolo, b, d, c, è doppio al angolo, b, c, d, per laqual cosa anchora lo angolo, b, f, d, è doppio al angolo. b. c. f. Ma lo angolo, b, f, d, è equale alli dui intrinseci, liquali sono, b, c, f, & , c, b, f, (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li dui angeli, b, c, f, & c, b, f, sono equale, e però (per la sesta del primo) la. c. f, è equal alla. b. f. E però etiam la, c, f, è equal alla, b, d, perche la, b, d, et la, b, f, sono equale fra loro. P laqual cosa la mità della, e, d, con la mità della, b, d. è quanto la mità della, c, d, con la mità della. e. f. & la mità della, c, d, con la mità della, e, f, è quanto la mità della, c, f, due volte con la mità della. f. d. E la mità della. c. f. tolta due volte è quanto la. c. f. e la mità della. f. d. è quanto la. e. f. Adonque la, c, e, è quanto la mità della, c, d, con la mità della, d, b, che è il proposto: così el correlario è manifesto, poche (per la ottava del decimoterzo libro) è manifesto che la perpendicolare ducta dal centro del cerchio al lato del triangolo a quello inscritto è equale alla mità della linea ducta dal centro alla circonferentia: & questo è dimostrado di sopra, così è concluso el correlario. Conciosia adonque che (per questa prima di questo libro) sia manifesto che la perpendicolare ducta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla mità della linea ducta dal centro alla circonferentia, & alla mità del lato del decagono. Seguita che la perpendicolare ducta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla perpendicolare ducta del centro al lato del triangolo, & alla mita del lato del decagono, descritti dentro al medesimo cerchio, & questo è quello che propone el correlario, adonque le dà esse ispicado al presente quello che dice Aristeo, in el libro intitolado La ispositione del-

la

la scientia di cinque corpi. Et similmente Apollonio in el secondo dono, in la proportionalità della figura del dodeci base alla figura del xxti base el qual dice, che la proportione delle superficie della figura che ha dodeci base alle superficie della figura che ha xxti base e così come la proportione del corpo de dodeci base al corpo de xxti base, perche anchora le linee dutte del centro del cerchio del pentagono del la figura delle dodeci base del duodecedrō, alla circunferentia di quello, e come la linea che produtta dal centro del cerchio del triangolo della figura delle xxti base del ycocedron alla circonferentia di quello: queste sono le parole del grāde Apollonio, et sono da esser intese della figura del dodeci base & della figura del xxti base circunscriptibile da una medesima sphera, perche la proportione del corpo dodecedron al corpo ycocedron (quando una medesima sphera li circunscrive) si come la proportione de tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme: come commemora Apollonio per la prima parte delle precedente parole, laqual cosa etiam per la decima di questo decimoquarto libro assai facilmente cō ferma demonstratione. Et lo cerchio che circunscrive un pentagono del duodecedrō, e equale al cerchio che circunscrive un triangolo del ycocedron, quando che una medesima sphera circunscrive il duodecedron, & lo ycocedron, si come esso Apollonio commemora per la seconda parte delle precedenti parole, laqual cosa etiam si afferma con demonstratione in la quinta di questo libro. adunque li dicti de tanti grandi huomini sono da esser mandati ananti per antecedenti a fortificatione della stabile verità.

Il Traductore.

La demonstratione della soprascritta propositione è alquanto oscura & tal argumentatione bisogna de bisogno di un altra propositione laqual è questa.

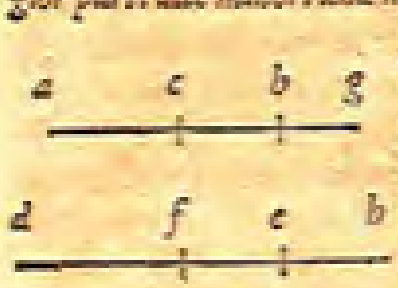
De ogni due quantità inequale la mità della maggiore giunta con la mità della minore, e quanto la mità della minore tolta due volte giuntoli poi la mità della differentia nella quale la maggiore avanza la minore verbi gratia la mità della, c,d, (maggior) giunta con la mità della, e,f, (minore) è quanto due volte la mità della, e,f, (minore) giuntoli poi la mità della, f,d, (cioe della differentia nella quale la, c, d, (maggiore) avanza che la, e,f, (minore) sia per non abondar in tante propositioni ne demonstrationi. Demostraremo la medesima con demonstratione più evidente senza la presente propositione. Perche la, c,f, è equal alla, b,d, (come nel principio fu approvato) giungēdo alla, c,f, la, f,e, & alla, b,d, la, e,d, (per la 2. domanda seguente) le due somme saranno anchora equale cioe le due linee, b,d, et e,d, saranno equale alle due, c,f, & f,e, e perche le dette due linee, c,f, & f,e, sono equale a tutta la linea c,e, seguita adonque che la detta perpendicolar, c,e, sia equale alle due linee, d,b, et d,e, Adonque se a ylle due linee, d,b, et d,e, gli aggiugemo la linea, a,c,e, (che è equal a lor due) tutta la somma di queste tre linee sarà doppia alle dette due, cioè alla medesima, c,e, et perche la somma delle dette tre linee, d,b, d,e, et e, sono quāto le due, c,d, & , d, b, (perche la, c,d, è composta delle due, c,f, & f,d,) Seguita adonque che le

due linee. c. d. & .d. b, giunte insieme tal somma sia doppia alla linea, c, e, adonque la perpendicolare, c, e, sicn a esser la metà della somma delle due linee, c, d, & .d, b, & perche la, d, c, è equale al lato del exagono, & la, d, b, al lato del decagono, segui ta il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2 / 0 Ciascuna cosa laquale interuenghi a una linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi istremi, el si approua interuenire il medesimo a ogni linea similmente diuisa.

Sia l'una e l'altra delle due linee, a, b, & .d, e, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi: la, a, b, in punto, c, & la, e, d, in punto, f, & la maggior parte della, a, b, sia la, a, c, & di l'altra la, d, f. Dico adonque che de ambedue alle sue maggiori parti e una medesima proportione. Et similmente de ambedue alle sue parti minori e una medesima proportione: Et anchora delle maggior parti alle minori una medesima: & al contrario: & permutatamente: & congiuntamente, & disgiuntamente, & conuersamente, & questo non è altro che ciascuna cosa laquale accade a una di quelle, il medesimo anchora accadere a l'altra, perche (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & per la prima parte della decimasettima del sesto) è manifesto che quello che sicn fatto dalla, a, b, in, b, c, è



equale al quadrato della, a, c. Et per lo medesimo modo quello che sicn fatto della, d, e, in la, e, f, è equale al quadrato della, d, f. E però la proportione di quello che sicn fatto dalla, a, b, in la, b, e, al quadrato della, a, c, è si come di quello che sicn fatto dalla, d, e, in la, e, f, al quadrato della, d, f, (perche l'una e l'altra e proportione di equalità) adonque el quadruplo di quello che sicn fatto dalla, a, b, in la, b, c, al quadrato della, a, c, è si come el quadruplo di quello che sicn fatto dalla, d, e, in la, e, f, al quadrato della, d, f, laqualcosa (per la decimaquinta del quinto e per la permutata: & equa proportionalità) è manifesto, per laqual cosa congiuntamente el quadruplo di quello che sicn fatto dalla, a, b, in, la, b, c, con el quadrato della, a, c, al quadrato della, a, c, è si come el quadruplo di quello che sicn fatto dalla, d, e, in la, e, f, con el quadrato della, d, f, al quadrato della, d, f. Et si aggionto (secondo la restitutione) alla linea, a, b, una linea che sia equale alla, b, c, laqual sia detta, b, g, & alla, d, e, sia aggionto un'altra equale alla, e, f, laquale sia detta, e, b, è adonque è manifesto (per la ottaua del secondo) che el quadruplo di quello che sicn fatto dalla, a, b, in, b, g, con el quadrato della, a, c, è equale al quadrato della linea, a, g. Et similmente el quadruplo di quello che sicn fatto dalla, d, e, in la, e, b, con el quadrato della, d, f, è equale al quadrato della, d, b. Et (per conuersa sentenza) el quadruplo di quello che sicn fatto dalla, a, b, in, b, g, è equale al quadruplo di quello che sicn fatto dalla, a, b, in, b, g, imperò che le, b, c, & , b, g, sono equale. Similmente anchora

chora al quadruplo di quello che nien fatto dalla, d, e, in la, e, f, è equale al quadruplo di quello che nien fatto della, d, e, in la, e, b, imperò che la, e, f, & e, b, sono etiam equale. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & per la undecima del medesimo) lo quadrato della, a, g, al quadrato della, a, c, è si come el quadrato della, d, b, al quadrato della, d, f. Per laqual cosa (per la seconda parte della vigesima seconda del sesto) la proportione della, a, g, alla linea, a, c, è si come della linea, d, b, alla linea, d, f, & congiuntamente della, a, g, & a, c, alla, a, c, è si come della, d, b, & d, f, alla, d, f, et la, a, g, con la, a, c, sono si come il doppio della a, b, & la, d, b, con la, d, f, sono si come il doppio della, d, e, Per laqual cosa el doppio della, a, b, alla, a, c, è si come el doppio della, d, e, alla, d, f. Et permutatamente el doppio della, a, b, al doppio della, d, e, è si come la, a, c, alla, d, f. Ma el doppio della, a, b, al doppio della, d, e, è si come la, a, b, alla, d, e. (per la decimaquinta del quinto.) Adonque della, a, b, alla, d, e, è si come della, a, c, alla, d, f, adonque permutatamente, & euersamente, & conuersamente, & disgiuntamente, & congiuntamente, la qual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3 o Diuiso uno lato d'un exagono, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quello fara el lato del decagono circonscritto, da quel cerchio, che circonscriue lo exagono.

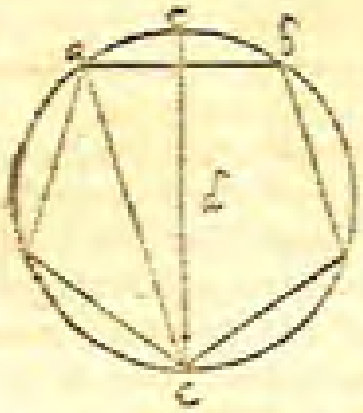
Sia la linea, a, b, el lato del exagono di alcun cerchio: & sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto, c, & sia la maggior parte di quella la, b, c, dico che di qualunque cerchio la, a, b, e lato del exagono, di quel medesimo la, b, c, sarà el lato del decagono, perche essendo agionto alla linea, a, b, la linea, b, d, laquale sia el lato del decagono di quel cerchio: del quale la, a, b, e lato del exagono; Et (per la nona del decimotertio) la linea, a, d, sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sara la linea, a, b. Concio sia adunque che l'una e l'altra delle due linee, a, b, & a, d, sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. Adonque (per la precedente) de ambedue quelle alle sue maggior parti sara una medesima proportione, adonque della, d, a, alla, a, b, (che è la sua maggior parte) e si come della, a, b, alla, b, c, (che e etiam la sua maggior parte) ma della, d, a, alla, a, b, (sua maggior parte) e si come della, a, b, alla, b, d, (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. Adonque (per la undecima del quinto della, a, b, alla, b, d, e si come della, a, b, alla, b, c, per la qual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) le due linee, b, d, & b, c, sono equale. Concio sia adunque che la, b, d, sia el lato del decagono, ancora la, b, c, (per communa scientia) sarà el lato del decagono. A dimostrare el medesimo altramente, alla linea, a, b, sia agionta la, b, d, equale alla, b, c, & (per la quarta del decimotertio) tutta la, a, d, sarà diuisa secondo la proportione hauente el mezzo, et duoi estremi, et la mag-



gior parte di quella e la linea.a,b. Adonque (per la conuersa della nona del decimo terzo la quale dimostrassimo continuamente da poi quella) di quel cerchio che la linea.a,b. e lato del exagono di quel medesimo la linea.b,d, E pero (etiam la linea.a,b. e.a.se equale) e lato del decagono, Anchor parendone possemo dimostrare il medesimo per un'altra uia. Hor sia la.e.f. equale alla.a,b. laquale anchora sia diuisa in punto.g. secondo la proportione hauente il mezzo & dui estremi: & sia la maggior parte di quella la linea.f.g. Adonque (per la precedente) è manifesto che si come la.a.b. è equale alla.e.f. cosi la.a.c. è equale alle.e.g. & la.e,b. è equale alla.g.f. Et quando che alla.a.b. sarà aggionta la.b.d. (lato del decagono di quel medesimo cerchio delquale la.a.b. è lato del exagono: sarà (si come per auanti fu detto per la nona del decimoterzio) tutta la.a.d. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea.a.b. Adonque (per la precedente) della.a.b. alla.b.d. è si come della.f.g. alla.g.e. per laqual cosa (per la prima parte della decimasesta del sesto) quello che nien fatto dalla.a.b. in la.g. è equale a quello che nien fatto della,b,d, in la.f.g. Et conciosia che la.a,b. sia equale alla.e,f. etiam quello che nien fatto dalla.e.f. in la.e,g. sarà equale a quello che è fatto della,b,d, in la.f.g. Ma quello che nien fatto della.e.f. in la.g.e. è equale al quadrato della.f.g. (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui estremi, & per la prima parte della decima settima del sesto.) Adonque quello che nien fatto della.b.d. in la.f.g. è equale al quadrato della.f.g. E pero (per la prima del sesto) la linea.d.b. è equale alla.f.g. & perche la.f.g. è equale alla.c.b. Anchora la.c.b. sarà equale alla.b.d. (lato del decagono) laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema.4. Propositione.4.

4 El quadrato d'un lato d'un penthagono descritto dentro d'un cerchio, & lo quadrato della linea che sotto tende al angolo di quel penthagono. Ambidui quelli quadrati tolti insieme, pronuntiò esser quinti al quadrato della mità del diametro di quel medesimo cerchio.



Sia descritto in el cerchio.a.b.c. (el centro delquale sia el ponto. d.) uno penthagono equilatero dilquale la a,b, sia un lato, & sia protratto el diametro.c,d,e, dividente la linea. a.b. etiam l'arco di quella in due parti equali, Adonque l'arco, a, e, è la mità della quinta parte della circonferentia di quel cerchio. Per laqual cosa l'arco, a, c, e li dui quinti di tutta la circonferentia: Adonque siano protratte le due linee, a, e, & a, c, & la, a,e, sarà el lato del decagono equilatero, imperoche l'arco di quella è la mità della quinta parte della circonferentia, & la linea.a, c, sarà quella che sotto tende a uno delli angoli del predetto penthagono: imperoche l'arco, a,c, è le due quinte parte della circonferentia

tia del cerchio. Dico adonque che li quadrati delle due linee.a.b. & a.c.tolti insieme sono quincupli, al quadrato della linea.d.e. Perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea.c.e. è quadrupio al quadrato della linea. d. e. & concioscia che l'angolo, c, a, e, sia retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo,) & li quadrati delle due linee, c, a, & a, e, (per la penultima del primo) saranno quadrupli al quadrato della linea.d.e. Adonque li quadrati delle tre linee.c.a. & .a.e. & .d.e. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea.d.e. Et perche (per la decima del terzodecimo libro) lo quadrato della. a. b. è equale alli quadrati delle due linee, a, c, & d, e. Seguita che li quadrati delle due linee.a.b. & a.a. siano quincupli al quadrato della, d, e, che è il proposito.

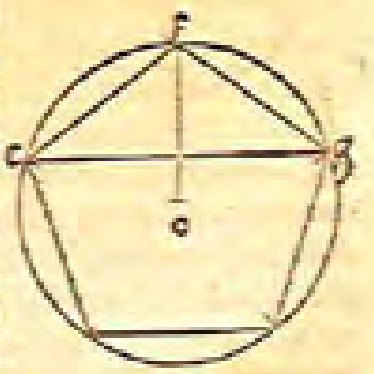
Correlario.

Adonque è manifesto che el quadrato del lato del cubo, & el quadrato del lato della figura del dodeci base, (quãdo che una medesima sphera circonscriue quel cubo e quella figura de dodeci base) ambidui li detti quadrati tolti insieme sono quincupli al quadrato della mitá del diametro del cerchio che circonscriue lo penthagono di quella medesima figura de dodeci base.

Questo correlario veramente è manifesto, perche (per la demostratione della decima settima del terzodecimo libro) è manifesto che'l lato del cubo sotto tende al angolo del penthagono del dodecedron: quando che una medesima sphera circonscriue il cubo & lo dodecedro, Adonque per questa quarta senza oppositione è manifesto il correlario.

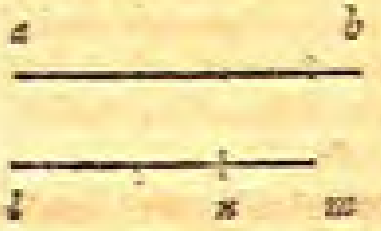
Theorema.5. Propositione.5.

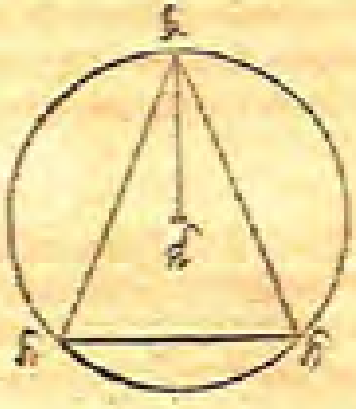
El penthagono della figura de dodice base & lo triangolo della figura de uinti base (che una medesima sphera li circonscriue) sono circonscritti da uno medesimo cerchio.

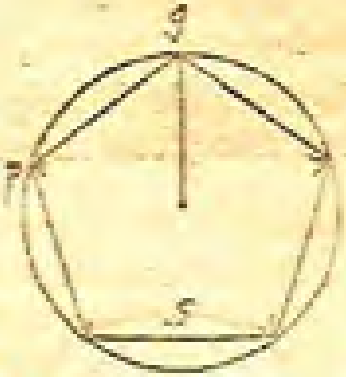


Sia una sphera (el diametro della qual sia la.a.b.) laquale circonscriua due figure solide, cioe el dodecedron (del quale.c. sia uno di suoi dodeci penthagoni) et lo yocedro (del quale, d, sia uno di suoi uenti triangoli) & al penthagono.c. & al triangolo, d, sopra li duoi centri.d.& .e. siano circonscritti duoi cerchij, l'uno sia, e, f, (per la decima quarta del quarto) & l'altro.k.d. (per la quinta del medesimo.) Dico adonque che questi duoi cerchij delle proposte sphere (di quali l'uno circonscriue el penthagono.c. & l'altro lo triangolo. d.) sono equali, siano signati li duoi lati del penthagono, c, continenti uno de suoi angoli: per le lettere.

le lettere.e.f.& f.g.& sia protratta la linea.e.g.laquale sotto tendi al angolo.f.el semidiametro del cerchio elquale sia.e.f.& ciascuno de lati del triangolo, d, sia signato con le lettere. K.b. & sia protratto il semidiametro del suo cerchio el quale sia,d,k,& da poi sia tolta la linea, l,m,alla quale la linea.a.b.(che è il diametro della assignata sphera) sia quincupla in potentia, laqual linea, l,m, sia diuisa in punto,n,secondo la proportione hauente il mezzo e doi estremi: & la sua maggior parte sia la linea,l,n,& secondo la quantità di tutta la,l,m,sia facto il cerchio. p. q. Adonque el semidiametro del cerchio.p.q.sia equale alla linea, l, m. Et (per el correlario della decima quinta del quarto) la linea. l. m. è si come el lato del exagono equilatero, inscritto in lo cerchio,p,q, adonque(per la terza di questo) la linea.l.n.sarà si come il lato del decagono equilatero inscritto in lo medesmo cerchio. Adonque (per la undecima del quarto) si inscritto uno pentagono equilatero in el cerchio, p,q,del quale uno lato sia la.p.q. Et (per la decima del decimoterzio libro) lo quadrato della,p,q,sarà equale alli quadrati delle due linee.l. m.& l.n.tolti insieme. Et (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo) è manifesto che la, b,k,è equale alla.p.q. Adoque el quadrato della,b,k,è equale alli quadrati delle due linee. l.m. & l.n. tolti insieme, Et(per la demõstratione della decima settima del decimoterzio)è manifesto che la, e, g, è il lato del cubo circõscrittibile dalla medesima sphera. Per laqual cosa (per el correlario della decimaquarta del terzodecimo)la.a.b. (che è il diametro della sphera)potentialmente è tripla alla,e,g,che è il lato del cubo:et se la.e. g. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e doi estremi (per la demonstratione della decima settima del. 13.)è manifesto che la.e.f.è si come la maggior parte di quella. Adonque (per la seconda di questo della,e,g,alla,l,m,è si come della,e,f,alla,l,n,perche si come è la tutta alla tutta così la maggior parte alla maggior parte. Adonque (per la vigesima seconda del sesto)el quadrato della,e,g,al quadrato della,l, m,è si come el quadrato della,e,f, al quadrato della l.n.per laqual cosa (per la decimaterza del quinto) li quadrati delle due linee,e,g,& e,f,tolti insieme alli quadrati delle due linee,l,m,& l,n, tolti insieme sono si come el quadrato della,e,g,al quadrato della,l,m,adonque(per la decimaquinta del quinto & per la prementata & equa proportionalità)el treppio delli doi quadrati delle due linee,e,g,& e, f, tolti insieme alli quadrati delle due linee.l.m. & l.n.tolti insieme è si come el treppio del quadrato della,e,g,al quadrato della,l,m. Ma el treppio del quadrato del-







la

la,r,g,è tanto quanto el quadrato della,a,b.(per el correlario della decimaquarta del terzodecimo) & lo quadrato della,a,b,(per el presuppolito)è quincuplo al quadrato della l.m. adunque el treppio del quadrato della,r,g,è anchora quincuplo al quadrato della l.m.per laqual cosa etiam el treppio di quadrati delle due linee,r,g, & r,f,tolti insieme è quincuplo alli quadrati delle due linee, l,m,& l,n,tolti insieme. Et perche egli è stato approuado che el quadrato della,h,k,è equale alli quadrati delle due linee, l,m,& l,n, tolti insieme. Seguita(per communa scientia) che el treppio delli quadrati delle,r,g,& r,f,sia quincuplo al quadrato della,h,k. Et per la ottava del terzodecimo)è manifesto che el quincuplo del quadrato della, h,k, è quindecuplo del quadrato della, d, k, (cioe quindece volte tanto) perche el semplo è treppio. Et (per la quarta di questa) è manifesto che'l treppio di quadrati delle, c, g, & c, f, è quincuplo del quadrato della, c, f, perche el semplo è quintuplo adunque el quincuplo del quadrato della, c, f, è equale al quindecuplo del quadrato della, d, k, & pero(per la nona del quinto)el quadrato della, c, f, è equale al quadrato della, d, k, per la qual cosa etiam la linea,c,f,è equale alla linea,d, k, adunque (per la diffinitione di cerchi equali) lo cerchio che circonscrive el penthagono, c, è equale al cerchio che circonscrive el triangolo, d, la qual cosa dal principio era da dimostrare. perche li semidiametri di questi cerchi sono equali cioe la.c.f. & la.d.k.

Il Traduttore.

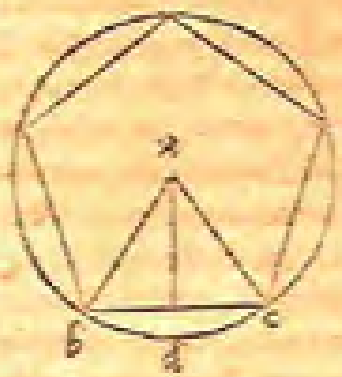
Dove che di sopra dice che la linea, b,k, (per la demonstratione della decimasesta del terzodecimo)sarà equale alla.p.q. questo se verifica perche in quella fu dimostrato che il diametro della sphera era quincuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti base & che il Lato del penthagono descritto nel detto cerchio era equale al lato del uenti base e pero in questo loco il cerchio.p.q. uien a esser il cerchio del uenti base et il lato del penthagono di quello uien a esser il lato del uinti base, e per questo la linea.p.q.uien a esser equale al,k,b,(lato del uinti base.)

Theorema.6. Propositione.6.

6/3 Anchora il quadrato che è trentuplo del rettangolo che se contiene sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio, che circonscrive un penthagono. della figura de dodice base, al lato del penthagono e sotto del lato di ello penthagono,el se conuence di necessità eller equale a tutte le superficie del corpo di dodeci base tolte insieme.

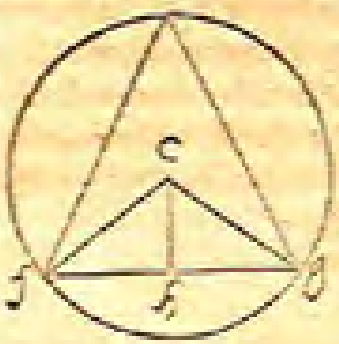
Sia el penthagono.a.una delle dodeci base della figura del dudecedron, & uno di soi Lati sia la.b.c.& a quello(per la decimaquarta del quarto) sia circonscritto un cerchio sopra il centro, a, & sian protratte le linee a.b.& a.c.& la.a.d.perpendicolare alla.b.c. Dico adunque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a,d, in la,b,c,è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, perche egli è manifesto il penthagono. a. esser diuisibile in cinque triangoli equali al triangolo, a,b, c,per

c,(per la ottaua del primo.) Concioſia adonque che tutti li dodici pentbagoni del dodecedron ſiano equali e ſimili el pentbagono.a.ſono diuiſibili in ſeſſanta trianguli di quali, ciaſcuno (per la ottaua del primo) è equale al triangolo, a,b,c,& quello che uien fatto dalla, a, d, in la,b,c,(per la quadrageſima prima del primo) è doppio al triangolo, a, b, c. Adonque el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a, d,in la,b,c,è ſeſſantuplo al triangolo,a,b,c,(cioe ſeſſanta uolte tanto quanto è il triangolo, a,b,c,) perche ſi come el ſempio al ſempio coſi è il doppio al doppio. Concioſia adonque che tutte le ſuperficie del dodecedron tolte inſieme: ſiano etiam ſeſſantuple al triangolo, a, b, c,(cioe ſeſſanta uolte tanto quanto è il detto triangolo, a, b, c,) Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a,d,in la,b,c, ſia equale a tutte le ſuperficie del dodecedron tolte inſieme, che è il propoſito.



Theorema.7. Propoſitione.7.

7 Anchora el quadrato che è trentuplo del rettangolo che è contenuto ſotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del uinti baſe a quello inſcritto, & ſotto del lato di quel triangolo,e equale a tutte le ſuperficie della figura del uinti baſe tolte inſieme.



Sia anchora in queſto loco el triangolo. e. una delle uinti baſe della figura del ycocedrō, & uno de ſuoi lati ſia la.f.g. Et a quello(per la quinta del.4.) ſia circonſcritto un cerchio ſopra el centro. e.& ſiano protratte le linee,e,f,e,g,& la.e.b.perpendicolare alla.f.g. Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla e.b in la.f.g. è equale a tutte le ſuperficie del ycocedrō tolte inſieme, cioe che tutte le ſuperficie del ycocedron tolte inſieme ſono trenta uolte tanto quanto è lo rettangolo contenuto ſotto della,e,b,& della.f.g.perche è manifeſto el triangolo, e, eſſer diuiſibile in tre trianguli eadauno di quelli (per la ottaua & quarta del primo) è equale al triangolo,e,f,g. Adonque tutti li uinti trianguli del ycocedron tolti inſieme(concioſia che tutti ſiano equali & ſimili al triangolo.e.) ſono ſi come del ſeſſantuplo del triangolo.e.f.g. Et perche (per la quadrageſima prima del primo) quello che uien fatto della. e.b. in la.f.g.è doppio al triangolo,e,f,g. E pero el trentuplo di queſto è equale al ſeſſantuplo di quello. Seguita che il trentuplo di quello che uiē fatto della,e,b,in la,f,g,ſia equale a tutte le ſuperficie del ycocedron tolte inſieme laqual coſa era da dimoſtrare.

Correlatio.

Adonque è manifeſto che la proportione delle ſuperficie della figu-

na del dodeci base (contenute in qualche sphera) alle superficie della figura de uinti base conclusa in la medesima sphera, e si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato d'un penthagono di ella figura de dodeci base: & sotto della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di ello penthagono. Al rettangolo contenuto sotto del lato d'un triangolo di ella figura di uinti base, & della perpendicolare dutta dal cẽtro del suo cerchio al lato di quel triãgolo dil corpo di uinti base.

Egli manifesto esser il uero quello che se conclude per el correlario, siano la figura del. 12. base & la figura del. 20. base circonscriptibile da una medesima sphera come se propone ouer se siano etiam circonscriptibile da diuerse sphere. Ma el se propone come queste figure siano circonscriptibile da una medesima sphera perche questo modo uale & è sufficiente al proposito adonque la conosciuta uerità di quello cosi se manifesta. perche (per la. 6. di questo) è manifesto che el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a, d, in la, b, c, è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, del quale el penthagono, a, e una de le sue. 12. superficie, & (per questa. 7.) similmente è manifesto che el trentuplo di quello che uien fatto dalla, e, b, in la, f, g, è equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme dil quale el triangolo, e, è una delle sue. 20. base o sia che quel dodecedron & questo ycocedron una medesima sphera li circonscriua, ouer diuerse. Adonque la proportione del trentuplo della, a, d, in la, b, c, a tutte le superficie di quel dodecedron tolte insieme e si come quella del trentuplo della, e, b, in la, f, g, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme perche l'una & l'altra proportione de equalità: per laqual cosa permutatamente el trentuplo della, a, d, in la, b, c, al trentuplo della, e, b, in la, f, g, e si come tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedrõ: & (per la. 15. del. 5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del semplo al semplo adõque e manifesto (per la. 11. del. 5.) che la proportiõ di tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedron è come quella di quello che uiẽ fatto dalla, a, d, in la, b, c, a quello uien fatto dalla, e, b, in la, f, g. Et questo è quello che propone el correlario.

Theorema. 8. Propositione. 8.

8 / 0 La proportione de tutte le superficie del corpo de dodeci base tolte insieme, a tutte le superficie del corpo de uinti base tolte insieme (che siano da una medesima sphera circonscritti (e si come la proportione del lato del cubo (che circonscriue la medesima sphera) al lato del triangolo di quel medesimo corpo di uinti base.

Accio che ogni dubitatione si parta dal processo della demonstratione di questa. 8. del. 14. bisogna primamente saper ąste. Che se alcuna linea sarà diuisa secõdo la proportione bauente il mezzo e dui estremi, e dalla mità di quella sia detratto quanto è la mità della sua maggior parte anchora ąlla medesima mità sarà di

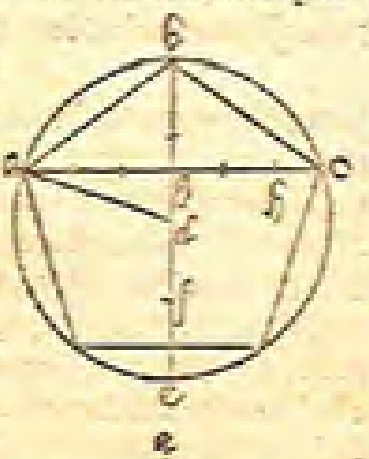
misa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte e si come la metà della parte maggiore della sua doppia, verbi gratia. Sia la.a.b. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi in punto. c. & la maggior parte di quella sia la.a.c. & sia la.d.e. si come la metà della. a. b. & la.d. f. si come la metà della. a. c. Dico adunque che la.d.e.è diuisa in punto.f. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estrema & la maggior parte di quella è la.d. f. Perche (per la. 15. del. 5.) è manifesto che la proportione della.a.b.alla.a.c.è si come della. d.e. alla.d.f. (cioe el doppio al doppio: e si come el semplo al semplo.) Per laqual cosa permutatamente della. a. b. alla. d.e. e si come della.a.c.alla.d.f. adunque (per la. 19. del quinto) della. c. b. alla. f. e. è si come della.a.b.alla.d.e.adunque la. c.b. è doppia alla. f.e. perche cosi è la.a.b.alla.d.e. Concio sia adunque che metà la. a. b. sia doppia a metà la. d. e. e cosi ciascuna delle parti della.a.b.a ciascuna delle parti della.d.e.sia data alla sua relatiua. Per laqual cosa (per la. 15. del quinto & per la. 17. del medesimo, & per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi.) La linea.d.e. sarà diuisa in punto. f. si come se propone. Adenque al presente soleremo alla demonstratione di quello che fu proposto allo essempio del quale sia lo cerchio. a. b. c. (el centro del quale sia.d.) circonscribente un penthagono del dodecedron & un triangolo de ycocedron. li quali una medesima sphera li circonscriua & concluda equalmente ambidui. Perche (per la. 5. di questo) è manifesto che il medesimo cerchio circonscrive questo penthagono: & quel triangolo, & sia la linea.a.b lato del penthagono et la linea.a.c.del triangolo, & sia la linea, b. si come el lato del cubo circonscritto dalla medesima sphera. Dico adunque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme: è si come la linea.b.alla linea, a, c, perche essendo produtta dal centro.d. una perpendiculare alla, a, b, laqual transisca per fina alla circonferentia segando la, a, b, in punto, e, & l'arco di quella in punto.f. Et è manifesto questa perpendicolare dividere in due parti equale sia la linea.a.b. come l'arco di quella, La corda a.b. (per la. 2. parte della terza del terzo) & l'arco di quella (per la quarta del primo, & per la. 27. del terzo.) adoque l'arco.f.a. è la decima parte della circonferentia. Sia adunque sotto a quello tirata la corda. a.f. laquale sarà el lato decagono equilatero di quel medesimo cerchio. adoque (per la. 9. del. 13.) è manifesto che la linea composta dalla. d. f. & f. a. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo et duoi estrema & la maggior parte di quella sarà la linea.d.f. (Et per la prima di questo) la.d.e.è equale alla metà della.d.f. & alla metà della.f.a.congionte direttamente in longo. Sia adoque la.d.g. perpendicolare alla.a.c. (& per el correlario della settima del. 13.)



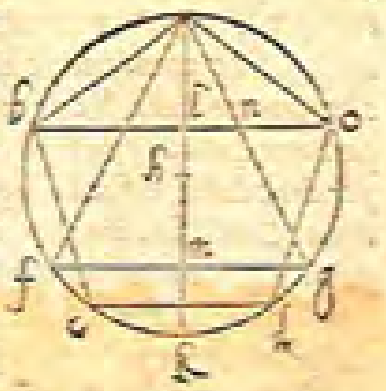


la.g.d.

la g.d. sarà si come la mità della d.f. Adonque se della linea d.e. (laquale è si come la mità della d.f.e. (quando che la d.f. & f.a. fia una linea.) Sia detratta una equale alla d.g. (laquale è si come la mita della d.f.) La linea d.e. (per quello che fu approuato auanti questa) sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la maggior parte sarà si come la g.d. Et (per la demostratione della 17. del terzodecimo) è manifesto che se la linea b. (che è lato del cubo) fia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la a. b. che è lo lato del penthagono della figura de dodeci base. Adonque (per la seconda di questo) la proportione della b. alla a.b. è si come della d.e. alla g.d. per laquel cosa (per la prima parte della decima sesta del sesto) quello che peruiene dalla b. in la g.d. è equale a quello che vien fatto dalla a.b. in la d.e. Et (per el correlario della precedente) è manifesto che la proportione de tutte le superficie del dodecedro (del quale el lato è la a.b.) tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedro (del quale el lato e la a.c.) tolte insieme, è si come di quello che vien fatto dalla a.b. in la d.e. a quello che vien fatto dalla a.c. in la g.d. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & undecima del medesimo) la proportione di quello che perviene dalla b. in la g.d. a quello che perviene dalla a.c. in la g. d. è si come de tutte le superficie di quel dodecedron a tutte quelle di questo ycocedro. Ma di quello che perviene dalla b. in la g.d. a quello che perviene dalla a.e. in la g. d. (per la prima del sesto) è si come della b. alla a.c. Adonque (per la 11. del 5.) la proportione di tutte le superficie di quel dodecedro a tutte quelle di questo ycocedron è si come della b. alla a.c. che è il proposito. Questo medesimo potremo prouar altra mente: se auanti quello potremo un antecedente necessario el qual è questo.

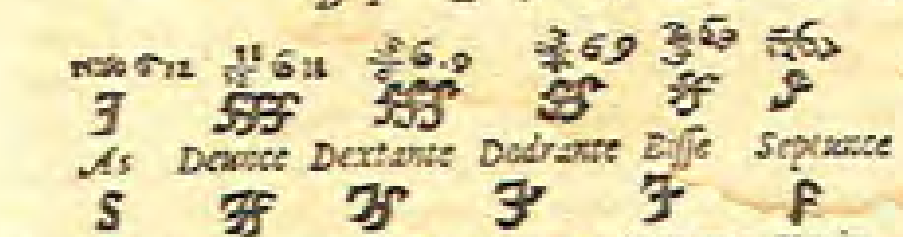


Se in qualunque cerchio sarà inscritto un pẽthagono equilatero lo rettangolo che è contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio & sotto dextante di quella linea che tẽde sotto al angolo di quel penthagono de necessità el bisogna essere equale al medesimo penthagono.

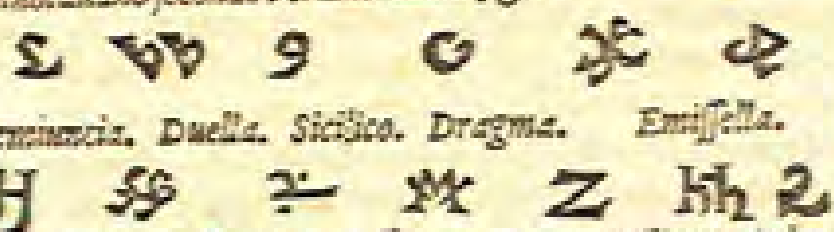


I nostri maggiori con lo intelletto & con la ragione diuiderono cadauno integro in dodeci parti equale e tutte quelle parti insieme (cioe quel tutto) lo chiamorno. Asse & le nodice di quelle parti gli dissero de unce, & le diece, dextante: le nove dodrante e le otto bisse & le sette, septunce ouer septante ouer quincũce et le sei: sestis, & le cinque quincunce & le quatro triente: & le tre, quadrante: & le due sextante, & la una, adimandorno oncia, & quelle piu volte sono sta trouate in li antiqui libri designate p l'ordine de tal figure.

tutto



Ancora la cinqza laqual habbiamo detto douer esser la 12. parte del As. la dividerno in altre 12. frattioni, ma per una altra via, perche la mita della cinqza gli disse sono. Semioncia. La terza parte dell'vncia, la quarta sicilico, la sesta sextula, la ottava dragma, la duodecima emissella, la. 18. tremisse, la 24. scrupulo, la 48. obolo, la 72. bissiliqua, la 96. cerates, la ultima ch' è la 144. parte di essa oncia chiamorno siliqua, Et a queste 12. frattioni della oncia li posterioni gli hanno aggionto el calco & lo calco è la 292. parte della oncia, del qual aggiongimento ne fu causa accio che el diatessaron & el diapente delle symphonie di toni & semitoni disinati per intervalli di queste frattioni, la denominatione ascendesse over se estendesse per fina al minimo estremo: & tutte quelle frattioni li annotarono secondo l'ordine de tal figure.



Adonque el senso di quello che è detto è questo che se in alcū cerchio sia inscritto un pēthagono equilatero, quello che nasce fatto delli tre quarti del diametro del cerchio in li cinque sesti della linea che sotto tende a uno delli angoli del penthagono inscritto è equale al penthagono verbi gratia sia el cerchio, a, b, c, sopra el centro, d, & a, quello (per la. 11. del. 4.) sia inscritto un penthagono equilatero del quale li dui lati contenenti uno di soi angoli siano la a, b, & b, c, & a l'angolo, b, sia sotto tesa la linea, a, c, & sia tirado lo diametro, b, d, e, el qual seghi la linea, a, c, in due parti equali in punto, g, & sia la, d, f, la mità della, d, e, & la, g, b, doppia alla, b, f, & la, b, f, sarà el dodrante del diametro: perche è li tre quarti di quello, & la, a, b, sarà el dextante della, a, c, perche quella è li cinque sesti di quella & sia tirata la linea, a, d. Dico che quello che perviene dal la, b, f, in la, a, b, è equale al penthagono inscritto in el cerchio (perche concioscia che la, a, g, sia perpendicolare alla, b, d, (per la quadragesima prima del primo) quello che perviene dalla, b, d, in la, a, g, sarà doppio al triangolo, a, b, d, E però quello che perviene dalla, b, f, in la, a, g, sarà treppio al medesimo triangolo, & quello che perviene dalla, b, f, in la, b, g, sarà doppio, & dalla, b, f, in tutta la, a, b, sarà quintuplo. Concioscia adonque, che tutto el penthagono sia quintuplo al medesimo triangolo. Eglie manifesto che quello che vien fatto della, b, f, in la, a, b, è equale al penthagono, Et questo era da dimostrare. Hor dimostramo quello che fu proposto dal principio per un'altra via si come fu promesso. Sia adonque in el cerchio, del quale el centro sia, b, inscritto uno penthagono della figura de dodeci base & un trian-

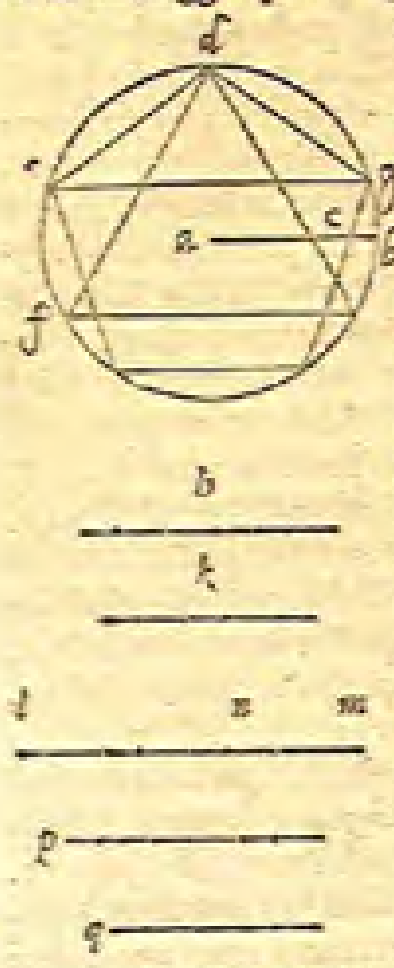
triangolo della figura de uinti base liquali ama medesima sphera si circonscriua. Et (per la quinta di questo) è manifesto che el penthagono di questo dodecedron & lo triangolo di quello ycocedron, sono circonducti dal medesimo cerchio, & sia lo penthagono, a,b,c,d,e. & lo triangolo, a,f,g, & lo angolo, a, del penthagono sia sectore sa la linea, b,e, laquale (per la demonstratione della decima settima del terzodecimo) sarà el lato del cubo: che circonclude la medesima sphera. Adonque sia tracto lo diametro, a,k, elqual sega orthogonalmente, & in due parti equali l'una & l'altra delle due linee, b,e, & f,g. l'una in punto. l. & l'altra in punto. m. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron a tutte quelle del ycocedron (delli quali el penthagono, & triangolo sian descritti in el medesimo cerchio) è si come della linea. b.e. (che è lato del cubo circonclusso dalla medesima sphera, alla linea, f,g, che è lato del triangolo del ycocedro.) Perche (per el corollario della. 8. del. 13.) è manifesto, che la linea, b,m, è la mità della linea, a,b, E però la linea. a. m. sarà el doddecuple del diametro, a,k. (perche la è li tre quarti di quello.) Sia adonque la. l.n. doppia alla. m.e. et la. b.n. sarà lo dextante della. b.e. perche la è li cinque festi di quella. Adonque (per lo premesso antecedente) quello che perviene dalla, a, m, in la, b,n, sarà equale al penthagono. a.b.c.d.e. & quello che perviene dalla, a, m, in la, m, f, è equale al triangolo. a.f.g. Adonque (per la prima del sesto) la proportione del penthagono al triangolo, è si come la, b,n, alla, m,f, per laqual cosa el quincuplo di quel penthagono al uigintuplo di questo triangolo è si come el dodecuplo della linea, b,n. al uigintuplo della linea, m,f, laqual cosa è manifesta (per la. 15. propositione del quinto libro) & per la equa proportionalità) & lo dodecuplo della, b,n, è si come el decuplo della, b,e, perche dodeci dextanti se eguagliano a diece essi (cioe diece tutti) & lo uigintuplo della, m,f, è si come el decuplo della, f,g, perche la, f,g, è doppia alla. m.f. Adonque el dodecuplo de questo penthagono, el uigintuplo di questo triangolo è si come el decuplo della, b,e, al decuplo della. f.g. Et perche el dodecuplo di quel penthagono, è tutte le superficie del dodecedron. Et lo uigintuplo di questo triangolo è tutte le superficie del ycocedron. Et perche (per la. 15. proposizione del quinto) el decuplo della, b,e, al decuplo della, f,g, è si come la, b,e. semplice alla, f,g, semplice. (per la medesima propositione del quinto libro) la proportione de tutte le superficie del dodecedron (tolte insieme) a tutte le superficie del ycocedron (tolte insieme) sarà si come della, b,e, alla, f,g, & questo è quello che bisognaua dimostrare.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 0 Qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, La proportione della linea potente sopra a tutta la linea & alla maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sarà si come la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de uinti base contenuto in la medesima sphera con quello.

Sia la linea, a,b, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui estre-

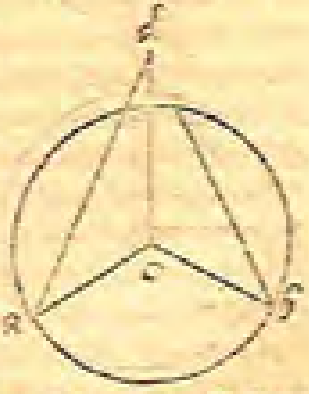
mi & la maggior parte di quella sia la linea. a. c. & sopra il centro. a. secondo la quantità della linea. a. b. sia descritto il cerchio. d. b. e. & a quello sia inscritto (per la undecima del quarto) uno pentagono equilatero del quale la, d, e, sia un lato et (per la seconda del medesimo) gli sia etiam iscritto uno triangolo equilatero del quale la, d, f, sia uno lato: & a uno delli angoli del pentagono (qual sia. d.) sia sotto tesa la linea. e. g. Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che la sphera che circonscrive el dodecedron de quel pentagono, del quale un lato è la, d, e, circonscrive insieme lo ycocedron de quel triangolo del quale un lato è la. d. f. Et (per la demonstratione della decima settima del terzo decimo) è manifesto che la medesima sphera circonscrive el cubo del quale la, e, g, è el suo lato, adonque sia tolta la linea. b. potente sopra tutta la, a, b, & la sua maggior parte. a, c, & similmente la. k. potente sopra tutta la, a, b, & la minor parte. b. c. di quella. Dico adonque, che la proportione della, e, g, alla, d, f, (cioè come del lato del cubo, al lato del triangolo del ycocedron contenuto insieme con esso cubo dalla medesima sphera) è si come della, b, alla. k. Perche egli è manifesto (per el correlario della. 15. del quarto) che la. a. b. è si come el lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio. b. d. e. Adonque (per la terza di questo) la, a, c, è si come el lato del decagono del medesimo cerchio. Adoque (per la. 10. del terzodecimo) la, d, e, è potente sopra tutta la, a, b, & alla maggior parte, a, c, di quella. per laqual cosa la, d, e, è equal alla, b, perche el quadrato di cadauna di quelle è tanto quanto li quadrati delle due linee. a. b. & a. c. tolti insieme, & è manifesto per la. 8. del. 13. che la. d. f. è treppia potentialmente alla. a. b. & (per la. 5. del medesimo) è manifesto che la. K. è anchor treppia potentialmente alla. a. c. Adoque (per la. 2. parte della. 22. del sesto) la proportione della, d, f, alla, a, b, è si come quella della. K. alla. a. c. per laqual cosa permutatamente della, d, f, alla, K, è si come della, a, b, alla, a, c, & perche (per la dimostratione della. 17. del 13.) è manifesto che se la, e, g, sia divisa secondo la proportione harmonica il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la, d, e, (per la. 2. parte di questo) La proportione della, e, g, alla, d, e, sarà si come della, a. b, alla. a. c. Per laqual cosa (per la. 11. del 5.) sarà anchora della, e, g, alla, d, e, si come della d, f, alla, k, & permutatamente della, e, g, alla, d, f, si come della, d, e, alla, K, & perche (per la prima parte della. 7. del quinto) della, d, e, alla, k, sarà si come della, b, alla, K, (impero che la, d, e, & la, b, sono equale (per la. 11. del 5.) della, e, g, alla, d, f, sarà si come della, b, alla, K, che è il proposito. & non solamente la proportione della, e, g, (lato del cubo) alla, d, f, (lato del triangolo del ycocedron) è si come della, b, alla, K, anzi è semplicemente si come



come di qualunque due linee (de l'una a l'altra) de lequale l'una possi sopra tutta qualunque linea divisa secondo la proportione bauente il mezzo e duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella, & l'altra sopra la tutta, & la minor parte di quella. Perche de tal linee a una per una e una medesima proportione. uerisi gra tia stante li medesimi presupposti: cerca alle linee, a, b, h, & , k, & sia tolta anchora qualunque altra linea (laqual sia l.m.) divisa secondo la proportione bauente il mezzo e duoi estremi in punto, n, & la maggior parte sia la l.n. Et sia la p. potente sopra tutta la, l, m. & sopra la l.n. maggior parte di quella & la linea q. sia potente sopra tutta la l.m. & sopra la m.n minor parte di quella. Dico adonque che la proportione della p. alla q è si come della, b, alla, k, perche (per la seconda di questo libro) è manifesto che della, b, a, alla, a, e, è si come della l.m. alla l.n. adonque (per la prima parte della uigesima seconda del sesto) del quadrato della, b, a, al quadrato della, a, e, è si come del quadrato della, m, l, al quadrato della n. l. per la qual cosa congiuntamente. del quadrato della b. al quadrato della. a. c. e si come del quadrato della p. al quadrato della l.n. Et premutatamente del quadrato della, b, al quadrato della p. è si come del quadrato, a, e, al quadrato della, l, n, (per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportione del quadrato della k. al quadrato della, q, è si come del quadrato della, e, b, al quadrato delle, n, m, & perche (per la seconda di questo, & per la prima parte della uigesima seconda del sesto) lo quadrato della, a, e, al quadrato della, l, n, è si come lo quadrato della, e, b, al quadrato della, m, n. (per la 22. del 5.) lo quadrato della b, al quadrato della, p, è si come el quadrato della, e. al quadrato della, q, per laqual cosa (per la seconda parte della 22. del sesto della b. alla p. è si come della, k, alla, q. Et premutatamente della, b, alla, k, si come della p. alla q. laqual cosa era da dimostrare.

Hora, accio che alcun loco de dubitatione non ci offuschi in quelle cose che restano da dimostrare, bauemo imaginado di mander auanti al presente, alcune propositioni, per lequale le cose seguente rimanerano ferme & stabile per dimostrationi.

Se alcuna superficie piana, segharà qual si uoglia sphera, la commune sectione della superficie piana che segha, & della superficie curua della sphera sarà una circonferentia laquale contenerà un cerchio.

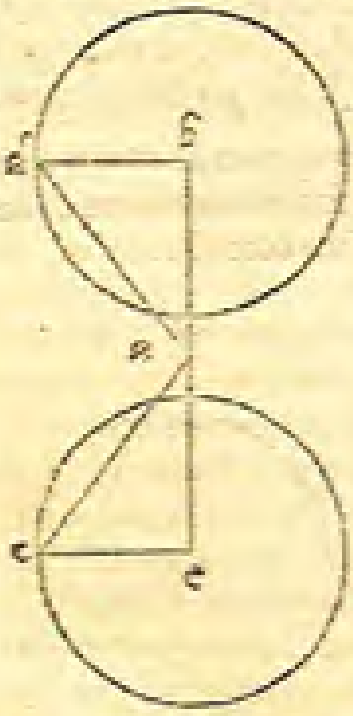


Sia adonque alcuna superficie piana che seghi una sphera, & sia la linea curua, a. b. la commune sectione della superficie segante, & della superficie della sphera. Dico che la linea a.b. è circonferentia d'un cerchio, perche auer che il centro della sphera è in la superficie piana che sega auer che egliè fora di detta superficie. Ma sel sarà in quella, sia posto dove si uoglia, & sia el punto c. perche adunque tutte la linee, a, b, è in la superficie della sphera, & perche tutte le linee dutte dal centro della sphera alla circonferentia di quella, sono equale (si come è manifesto per la diffinitione della sphera) seguita che tutte le linee dutte dal punto c. alla linea

a,b, siano equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea a,c,b, è un cerchio, & il centro di quello è il ponto, c, cioe quel medesimo che è centro della sphera. Ma se'l centro della sphera sarà fuora della superficie segante, adonque sia posto che sia el ponto, d, (sia dove si voglia) dal quale (secondo la dottrina della undecima del 11.) sia ducta la linea a,d, c, perpendicolare alla superficie segante, & dal medesimo centro, d, siano protratte due linee rette (caschino come si voglio) alla linea a,a,b, equale siano d,a, & d,b, & sia congionte c, con a, et con b, & le due linee d,a, & d,b, saranno equale, impero che quelle vengono dal centro della sphera alla superficie di quella. Et (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) è manifesto che li angoli, d,c,a, & d,c,b, sono recti. E pero (per la penultima del primo & (per questa communa scientia, quelle cose che sono equale a cose equale fra loro sono equale.) Li quadrati delle due linee, c,d, & c,a, tolti insieme saranno equali alli quadrati delle due linee, d,c, & c,b, tolti insieme: adonque levado via da l'una banda & da l'altra lo quadrato della, d,c, lo quadrato della, c,a, sarà equale al quadrato della. c.b. Per laqual cosa etiam la linea, c,a, sarà equal alla linea, c, b, per lo medesimo genere de argumentatione è necessario che tutte le linee ducte dal ponto, c, alla linea, a,b, esser equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea, a,b, è un cerchio & il centro di quello è il ponto, c, che è il proposito.

Correlario.

Adonque da questo è manifesto che quando una superficie sega una sphera sopra il centro di quella. Lo sectore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio, el centro della quale è centro della sphera. Et quando una superficie sega una sphera, non sopra il centro di quella anchora lo sectore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare ducta dal centro della sphera alla superficie segante, & piu dico che se in alcuna sphera saranno cerchij equali le perpendicolare ducte dal centro della sphera alla superficie di quelli cerchij saranno fra loro equale.



Sia in la sphera (della quale el centro e, a. Signati li dui cerchij, b, & c, equali alla superficie di quali siano protratte le perpendicolar dal centro della sphera: cioe dal ponto, a, (si come in segna la 11. del 11.) la l'uno sia la linea a.b a l'altro la linea, a,c. Dico che le due linee, a,b, & a,c, sono equale perche se siano protratte dalli ponti. b, & c, alla circonferentia de quelli due linee rette delle quale l'una sia, b,d, & l'altra, c,e, & sia gionto, a, con, d, & con. e. E (per la diffi-

diffinitione della linea che stia perpendicolarmente sopra una superficie) l'uno & l'altro di duoi angoli, a. b, d, & a, c. e, è retto, & (per la seconda parte del precedente correlario) è manifesto che li duoi punti. b. & c, sono centri di duoi cerchij b. & c. E pero le due linee. b. d. & c. e. sono li semidiametri di quelli, equali cerchij (quando che siano posti equali.) Seguita (per la diffinitione di cerchij equali) quelli essere anchor effer equali, & perche le due linee. a. d. & a. e. sono equale (perche sono dutte dal centro della sphera alla superficie di quella) le due perpendicolare, a, b, & a, c, saranno equale (per la penultima del primo) laqual cosa bisognaua dimostrare adunque al presente ritornamo al proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, (equali ambidui siano inclusi in una medesima sphera) è si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

Questo è quello che di sopra commemorassemo dapoi la demostratione della prima di questo, per auttorità di Aristeo, & de Apollonio. La demonstratione della quale: se caua euidentemente dalle cose che sono poste di sopra: Perche (per la. 5. di questo) è manifesto che li cerchij di quali l'uno circonferisce un pentagono del dodecedron, & l'altro lo triangolo del icocedron (che una medesima sphera circonferisce ambidui li detti corpi) sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare dutte dal centro della sphera alle superficie de tutti li cerchij che circonferiscono li pentagoni di questo dodecedron, & li triangoli di quello icocedron cadente in li centri di quelli saranno fra loro equale, si come dalle cose premesse è manifesto. Perche tutti questi cerchij (come retifica la quinta propositione di questo (come è detto) sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le base sono li pentagoni del dodecedron: & le coni di quelli sono el centro della sphera. & le pyramide (delle quale le base sono li triangoli del icocedron: & le coni di quelle sono similmente el centro della sphera) sono equalmente alte: perche le perpendicolari che cadeno dalli coni alle base: insieme non determinano la altezza de tutte le pyramide. & le pyramide equalmente alte è necessario esser proportionale alle sue base (si come in la fegla del duodecimo è stato prouado). Adonque la proportione della pyramide della quale la base è uno pentagono del dodecedron, alla pyramide della quale la base è uno di triangoli del icocedron, è si come del pentagono al triangolo. E pero (per la vigesimaquarta propositione del quinto libro) la proportione del decuplo di quella pyramide, della quale la base è uno di pentagoni del dodecedron: alla pyramide della quale la base è uno di triangoli del icocedro, è si come del decuplo di quel pentagono a questo triangolo, & quelle dodeci pyramide delle quale le base sono li dodeci pentagoni del dodecedron sono tanto quanto tutto el corpo di esso dodecedron. & li duodeci pentagoni tanto quanto tutte le superficie di quello. Adonque la proportione del corpo del do-

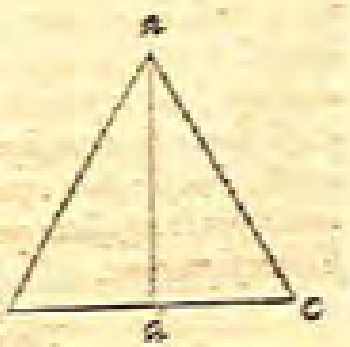
decedron alla pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron: e si come la proportione di tutte le superficie del dodecedron al triangolo del ycocedron. Per la qual cosa (un'altra volta per la vigesimaquarta propositione del quinto libro) la proportione del corpo del dodecedron al nintuplo di quella pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron, e si come de tutte le superficie del dodecedron al nintuplo del triangolo del ycocedron. Concio sia adonque che el nintuplo di questa pyramide, sia tanto quanto tutto el corpo del ycocedron, & il nintuplo di quello triangolo si come tutte le superficie di quel ycocedron. La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del ycocedron, (liquali circonclude una medesima sphera) sarà si come la proportione di tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del corpo del ycocedron tolte insieme, Et questo è la fissa sententia & la ferma e solida demonstratione di predetti philosophi della proportione di questi dui corpi. Alla quale anchora egli è da esser aggionto questo. Et conciosia che la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del ycocedron (quando che insieme sono circonclusi da una medesima sphera) sia si come la proportione de tutte le superficie del corpo del dodecedron tolti insieme a tutte le superficie di quel ycocedron inclusi in la medesima sphera (si come fu dimostrato in la extrema propositione di questo) La proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedro (che una medesima sphera circonchiude) sarà (per la undecima propositione del quinto libro) si come la proportione del lato del cubo (inscriptibile a quella medesima sphera) al lato del triangolo di quel ycocedron. Ma più, perche divisa (qual si voglia linea) secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi. La proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, e si come del lato del cubo inscripto in alcuna sphera: al lato del triangolo del corpo del ycocedron circoscripto dalla medesima sphera, (si come fu dimostrado dalla nona propositione di questo.) Etiam (per la undecima propositione del quinto) sarà che divisa qualunque linea secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi, la proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sia si come la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron, liquali una medesima sphera li circonscrive ambidui. Adonque dalle cose dette è manifesto, che la proportione del lato del cubo inscripto in alcuna sphera, al lato del triangolo del ycocedron dalla medesima sphera circonscripto. Similmente la proportione de tutte le superficie del dodecedron, a tutte le superficie del ycocedron (liquali sieno ambidui circonscripti da una medesima sphera.) Anchora la proportione della linea potente sopra qual si voglia linea divisa secondo la proportione havente il mezzo, & dui estremi: & sopra la maggior parte di quella: alla linea potente sopra la medesima & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron (liquali circonscrive una medesima sphera) è una medesima proportione. Adonque è mirabile la potenza della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi, alla quale con-

cessa

ciascha che tutta la moltitudine de philosophanti comenzano in questo principio de-
gno di admiratione, ouer el principio procede dalla natura inuariabile delli princi-
pij superiori, che si diuersi solidi si de grandezza come de numero di base, si etiam
de figura, concordi rationabilmente una irrational concordia: certamente egli
stato dimostrado, che la proportione del corpo del dodecedron al corpo icocedron
(che circunscrive una medesima sphera) è si come la proportione della linea pote-
te sopra qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi extre
mi, & sopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente sopra la medesi
ma: & la minor parte di quella. Et perche de li altri tre corpi regolarissimi habbia-
mo detto cosa alcuna. Studiamo di dire qualche cosa de quelli.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 In ogni triangolo equilatero, se da uno di suoi angoli sia conduta
o una perpendicolare alla basa, el lato del medesimo triangolo consuca
ester sesquilatero in potentia a essa perpendicolare.



Sia el triangolo, a, b, c, equilatero, & del angolo, a, sia conduta la linea, a, d, perpendicolare alla basa, b, c. Dico che lo lato a, b, è potentialmente sesquaterzo alla a. d. Perche (per la quinta del primo) li duoi angoli. b. & c. sono equali, & perche li angoli che sono al. d. so no retti (per la vigesima sesta del primo) la linea, b, c, è diuisa in due parti equali in punto. d. Adonque (per la quarta del secondo) lo quadrato della, b, c, è quadruplo al quadrato della, b, d. E pero etiam lo quadrato della. a, b, è quadruplo al quadrato della a. b. d. (perche el triangolo è equilatero) per la qualcosa (per la penultima propositione del primo) li quadrati delle due linee. a. d. & . b. d. insieme, sono quadrupli al quadrato della. b. d. Adonque lo quadrato della. a. d. è treppio al quadrato della. b. d. Adonque è manifesto il proposto.

Theorema. 12. Propositione. 12.

12 La superficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato è ratio-
o nale, se approua ester mediale.

Sia come prima el triangolo. a. b. c. equilatero: & lo lato. a. b. di quello sia ra-
tionale ouer in longhezza ouer solamente in potentia. Dico adonque che esso trian
golo, e superficie mediale. Perche se sia ducta dal angolo. a. la perpendicolare. a. d.
alla basa (per la precedente, & per la sesta del decimo & per la diffinitione del-
la superficie rationale) lo quadrato della linea. a. d. sarà rationale & la linea. a. d.
sarà rationale in potentia, & quella (per la ultima parte della noua del decimo,
mediante la precedente) sarà incommensurabile alla linea. a. b. E pero etiam alla

linea. b.d. (La quale è si come la mità di quella.) Adonque le due linee a.d. & b.d. sono rationale communicante solamente potentialmente. Adonque (per la sexagesimaterza del decimo) la superficie di l'una di quelle in l'altra è mediale, Et conclusi: che la superficie de l'una di quelle in l'altra: sia equale al triangolo, a, b, c, ygle manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Theorema. 13. Propositione. 13.

13 o Tutte le superficie de qual si voglia di duoi solidi, diquali l'uno è la piramide di quatro base triangolare & equilatere, & l'altro è il corpo di otto base triangolare, & equilatere: tolte insieme (se il diametro de la sphera che li circonscrive sarà rationale) componeno superficie mediale.

Perche se il diametro della sphera (che circonscrive l'uno di questi duoi corpi proposte) sarà rationale, o in longhezze, o solamente in potentia (per el correlario della decimaterza propositione del terzodecimo libro) el lato della pyramide sarà rationale in potentia: & per el correlario della decima quinta del medesimo) el lato del medesimo corpo de otto base sarà anchora rationale in potentia. Per la qual cosa (per la precedente) li triangoli che sono base del qual corpo si voglia de questi duoi: saranno superficie mediale, & perche li triangoli di qual si voglia de quelli, sono fra loro equali, tutte le superficie tolte insieme de qual si voglia de quelli (per la sexagesima quinta del decimo) saranno componente superficie mediale: si come si propone.

Theorema. 14. Propositione. 14.

14 o Se una medesima sphera circonscriue, il terracedron & lo ottocedron, una delle base del terracedron sarà sesquiterza a una delle base del ottocedron. Et tutte le base del ottocedron (tolte insieme) a tutte le base del terracedron (tolte insieme) è necessario havere proportione sesquialtera.



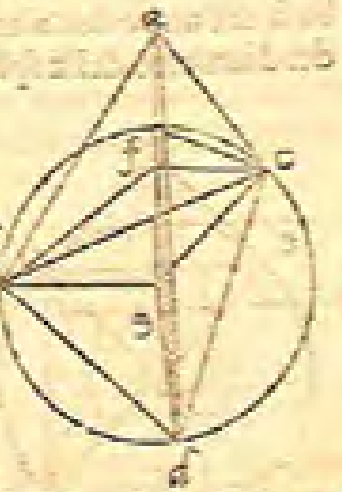
Sia. a. el diametro de alcuna sphera circonscribente la pyramide della quale el lato sia b. & lo ottocedron del quale el lato sia. c. Dico adunque che el triangolo equilatero del quale el lato sie. b. è sesquiterzo al triangolo equilatero del quale el lato sia. c. Et che la superficie che componeno, li otto triangoli de cadauno di quali la. c. e lato è sesquialtera alla superficie che componeno li quatro triangoli equilateri de cadauno di quali la. b. e lato. Perche (per el correlario della decima terza propositione del terzodecimo) è manifesto che el quadrato della, a, al quadrato della. b, è si come. 6. a. 4. Adonque al contrario el quadrato della. b. al quadrato della. a. è si come. 4. a. 6. Et (per el correlario della decima quinta del medesimo) è manifesto che el quadrato della. a. al quadrato della. c. è

si come.

sesquialtera. Adunque (per la equa proportionalità) el quadrato della.b.c. al quadrato della.c.e. è si come.4.a.3. & lo quadrato della.b.c. al quadrato della.c.e. è si come al triangolo equilatero (del quale el lato.c.b.) al triangolo equilatero del quale el lato è.c. Perche da l'uno a l'altro è si come la proportione della.b.c. alla.c. duplicata (per la seconda parte della decimaottava del fine.) Adunque lo triangolo equilatero del quale el lato è la.b. al triangolo equilatero del quale el lato è la.c.e. è si come 4.a.3. Per laqual cosa è manifesto la prima parte del proposito, dalla quale se cava evidentemente la seconda. Perche (per la conversa proportionalità) lo triangolo equilatero del quale el lato è la.e. al triangolo equilatero del quale el lato è la.b. sarà si come tre a quatro. E però lo octuplo del triangolo equilatero del quale el lato la.f. al quadruplo del triangolo equilatero del quale el lato è la.b. è si come lo octuplo del ternario al quadruplo del quaternario cioè si come de.24.a.16. Et perche lo octuplo del triangolo equilatero del quale el lato è la.e. è tutte le base del octocedron del quale la.e. è lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la.b. è lato è tutte le base della pyramide della quale la.b. è lato, & perche la proportion de octoquatro a sedici è sesquialtera segue, che la superficie che comprende tutte le base del octocedron del quale la.e. è lato alla superficie che comprende tutte le base della pyramide della quale la.b. è lato è sesquialtera si come fu detto in la proportione.

Theorema.15. Propositione.15.

15 o Della piramide di quatro base triangolare & equilatere, collocata dentro di una sphera, se da uno di suoi angoli sia conducta una linea retta, per el centro della sphera, alla basa, quella è necessario cascare in el centro del cerchio che circonscrive la basa, & stare perpendicolarmente dentro alla medesima basa.



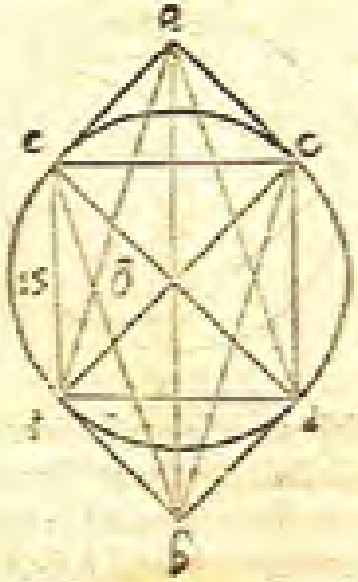
Sia la pyramide.a.b.c.d. di quatro base triangulare & equilatere collocata dentro di una sphera; el centro della quale sia.f. Et conciosia che cadauno di quatro angoli di questa pyramide pol esser como di quella, & cadauno di quatro triangoli pol esser basa. Al presente imaginemo lo angolo.a. solido di quella esser el cono, & lo triangolo.b.c.d. imaginamo esser la basa. Ancora a questa basa vedemo esserli circonscritto el cerchio.b.c.d. Et da poi dal ponto.a. (el quale havemo imaginato como della pyramide) conducemo alla basa.b.c.d. una linea retta, che transisca per el ponto.f. (che è centro della sphera che circonscrive la pyramide della qual disputamo) e questa linea occorra alla superficie.b.c.d. (la qual havemo imaginata basa della pyramide) sopra el ponto.e. Dico adunque che el ponto.e. è centro del cerchio.b.c.d. e che la linea.a.f.e. è perpendicolare alla superficie.b.c.d. E per dimostrar questo produrò le linee.f.b.f.c.f.d.

Et

Et perche li quattro ponti. a.b.c.d, sono in la superficie della sphera (el centro della quale è il ponto. f.) (Per questo che egli è stato posto quella sphera circonscrivere questa pyramide) tutte le quattro linee f.a. f.b. f.c. f.d. Saranno fra loro equale, per che sono ducte del centro della sphera, alla superficie di quella. Adonque perche li dui lati. a.f. & f.b. del triangolo. a.f.b. son equali alli dui lati a.f. & f.c. del triangolo. a.f.c. & la basa. a.b. alla. a.c. (Perche la pyramide fu posta equilatera) lo angolo. a.f.b. (per la certana del primo) sarà equale a l'angolo. a.f.c. E però (per la decimaterzia del primo) anchora lo angolo. b.f.e. sarà equale a l'angolo. c.f.E per lo medesimo modo se approvarai l'angolo. d. f.e. esser equale al angolo. c.f.e. Perche egli è necessario (per la ottana del primo) che lo angolo. a. f. e. sia equale al angolo a.f.d, per laqual cosa (per la. 13 del primo) anchora l'angolo. c.f.e. sarà equale a lo angolo. d.f.e. Adonque le tre angoli. b.f.e. c.f.e. d.f.e. sono fra loro equali: protracte adonque le linee. e,b, e,c, & e,d, segnia (per la. 4. del primo tolta due volte) quelle esser fra loro equale. E però (per la nona del terzo) e ponto. e, è centro del cerchio b.c.d. E perche la perpendicolar ducta dal centro della sphera alla superficie di qualunque cerchio che seghi quella, cade sopra el centro del medesimo cerchio (si come per le cose che sono sta poste di sopra: cioè come intendesti da quelli antecedenti liquali procedeno immediate la decima di questo) se comprende la linea. a.f.e. esser perpendicolare alla superficie del cerchio. a.b.c. si come se propone. Essendo altramente (per lo aversario) saranno dui centri del medesimo cerchio la qual cosa la natura si come impossibile non patisse.

Theorema. 16. Propositione. 16.

16 / o El solido de otto base triangolare, & equilatere, el quale sia circonscritto di alcuna sphera, e divisibile in due piramide equalmente alte la altezza delle quale è equale al mezzo diametro della sphera. Et la basa di l'una e de l'altra è un quadrato, el quale è subduplo al quadrato del diametro della sphera.

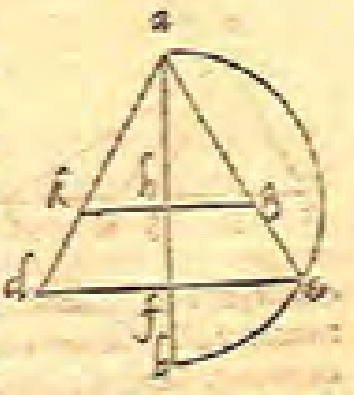


Sia un corpo de otto base triangolare, & equilatere (li sei angoli del quale siano. a, b, c, d, e, f,) circonscritto da una sphera el centro della quale sia el ponto. g. Adonque è manifesto che li sei ponti, a, b, c, d, e, f, sono in la superficie della sphera el centro della quale è il ponto. g. Adonque congiongendo el ponto. g. con cadauno di questi sei ponti, le linee congiungente quello saranno fra loro equale, concossia che quelle siano ducte dal centro della sphera alla superficie: & concessia che (per el correlario della decimaquinta del terzo decimo) el diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato di questo corpo (per la quarta del secondo) el lato di questo corpo sarà potentialmente doppio al semidi-

mediametro della sphera. Adonque el quadrato della, e.f, è doppio al quadrato della.c.g. E però è equale alli dui quadrati delle due linee, c.g, & g.f. Adonque (per la ultima del primo) lo angolo, c.g.f, è retto. per la medesima ragione cadauno delli tre angoli, f.g.d, d.g.e, & e.g.c, è retto, per laqual cosa (per la decima quarta del primo) la.c.g.d, & la f.g.e, è una linea. Adonque (per la seconda del undecimo) li cinque punti, e.f, d. e, g, sono in una superficie. & (per la quinta del primo) & trigesima seconda del medesimo) è manifesto che cadauno delli quatro angoli.c.e.d.f.e, esser retto, adonque (per la diffinitione del quadrato) la superficie, c, e, d, f, è quadrata. Et perche el lato di quella è il lato del proposto corpo (per el corrolario della decima quinta del decimoterzo) questo quadrato è manifesto essere subduplo al quadrato del diametro della sphera, anchora con simil argumentatione è manifesto l'una & l'altra delle due linee, a.g, & g.b, contenere angolo retto con cadauna delle quattro linee, c.g, f.g, d.g, e.g. E però (per la quarta del undecimo) l'una e l'altra de quelle è manifesto esser perpendiculare alla superficie, c, e, d, f. & ambedue, cioe la.a.g. & la g.b. (per la decima quarta del primo) componere una linea. Adonque el proposto corpo e diviso in la pyramide, a.e.f.d.e, la basa della quale è il quadrato, c, e, d, f, el quale è subduplo al quadrato del diametro della sphera & anchora la altezza e la linea, a.g. laquale è el semidiametro della sphera. Et in la pyramide.b.e.f.d.e. la basa della quale è il predetto quadrato, & la altezza di quella è la linea.g.b. laqual è il semidiametro della sphera. e questo è quello che bisognava dimostrare.

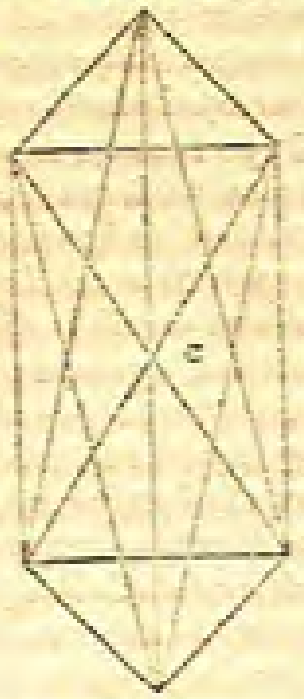
Theorema. 17. Propositione. 17.

17 La piramide di quatro base triangolare, & equilatere circonscritta
o da alcuna sphera. La proportione del rettangolo contenuto sotto la linea potentialmente subsesquitertia al dodrante del lato di ella piramide, & sotto a una linea continente il medesimo dodrante &, delle vinti sette parte le cinque del medesimo dodrante al quadrato del diametro della sphera, sarà si come del corpo di quella piramide, al corpo de otto base triangolare, & equilatere, liquali siano circonscritti dalla medesima sphera.



Sia una sphera el diametro della quale sia la. a. b. et el centro, b, laquale circonscriva la pyramide di quatro base triangolare & equilatere. a. c. d. Et lo corpo de otto base triangolare equilatere: el qual sia.e.f. & sia la linea. l.m. potentialmente subsesquitertia al dodrante della linea, a.c. (cioe è lato della pyramide) & la linea. m.n. contenga il medesimo dodrante & li 5. vintisette simil di quello, & sia, p, el quadrato del diametro. a.b. Dico adonque che la proportione della pyramide. a.c.d. al octocedron.e.f. si come della superficie della.m. l. in la.m.n. al quadrato.p. perche

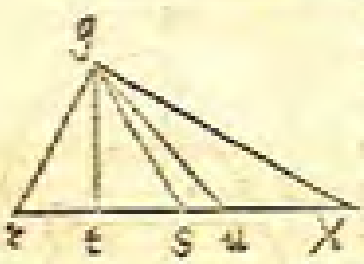
perche se imaginemo l'angolo solido .a. esser como della pyramide. Et la basa della pyramide (della quale el lato è la .d.e.) segare el diametro della sphera in ponto .f.



Et (per la argumentatione della decimaterza del terzodecimo) sarà manifesto si come la .a.f. è doppia alla .f.b. Et concessa che anchor la .a.h. sia doppia alla .h.i. (per la .15. del quinto) la .h.f. sarà doppia alla .h.f. Et però la .a.f. sarà quadrupla alla .f.b. Adonque imagine mo una superficie segante la pyramide .a.e.d. sopra el centro della sphera equidistantemente alla basa di quella: & sia la linea .g.k. la commune sectione di questa superficie, & del triangolo .a.e.d. Et (per la decima settima del undecimo) la proportione della .e.a. alla .a.g. sarà si come della .f.a. alla .a.b. Adonque della .e.a. alla .a.g. sarà si come da quatro a tre. Perche (per la exposta proportionalità) cosi è della .f.a. alla .a.b. Anchora è manifesto, (per la seconda parte della vigesima nona propositione del primo libro,) & per la decima sesta propositione del undecimo) & per la decima propositione del medesimo, & per la prima parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile: & di corpi simili) che la pyramide .a.g.k. è simile alla pyramide .a.e.d. Et però (per la ottava propositione del duodecimo) la proportione della pyramide .a.e.d. alla pyramide .a.g.k. è si come della .e.a. alla .a.g. triplicada per laqual cosa è si come quella de quatro a tre triplicada: & è manifesto (per la seconda propositione del ottavo) che la proportione de quatro a tre triplicada, è si come de sessantaquatro a sinisette. Adonque la proportione della pyramide .a.e.d. alla pyramide .a.g.k. è si come de sessantaquatro a sinisette. Sia adonque fatto el triangolo .q.r.s. equilatero, da una linea equale alla .a.g. (laqual è manifesto esser el dodrate delle linee .a.e.) & sia producta la linea .q.r. perpendicolare alla .r.s. Et (per la undecima propositione di questo libro,) la linea .q.r. sarà potentialmente subsesquitertia alla linea .q.r. Et però (sarà equale alla .l.m. Aduncha sia .g. gionto alla linea .r.s. la linea .s.x. talmente che la proportione della .r.x. alla .r.s. si come de sessantaquatro a sinisette & sia divisa la .r.x. in due parti equali in ponto .n. acciochè la .r.n. sia trentadoi di quelle parti delle quale la .r.s. è sinisette essendo che la .r.x. ne è sessanta quatro & la .r.n. sarà equale alla .n.x. & siano dutte le linee .q.n. & .q.x. Et (per la prima propositione del sesto) la proportione del triangolo .q.r.x. al triangolo .q.r.s. sarà







r,s, sarà si come de sessanta quattro e ximi sette. Et concioscia che (per la medesima) lo triangolo, q,r,x, sia doppio al triangolo, q,r,s, & (per la 41. propositione del 1.) quello che vien fatto dalla, q,t, in la, r,x, si è anchora doppio al triangolo, q,r,x, quello che vien fatto dalla, q,t, in la, r,s, (& quello è equale alla superficie l,n,) sarà equale al triangolo, q,r,x, Per la qual cosa la proportione della superficie, l,n, al triangolo, q,r,s, è si come sessanta quattro a ximi sette e però si come della pyramide, a,c,d, alla pyramide a,g,k, & è manifesto (per la 15. propositione di questo) che la linea, a,f, è perpendicolare alla basa della pyramide, a,c,d, e però (per la 19. propositione del 11.) la linea, a,b, è etiam perpendicolare alla basa della pyramide, a, g, k, adonque la altezza della pyramide, a, g, k, è el semidiametro della sphera. Adonque sia diuiso lo octocedron, e, si come propone la precedente. Adonque l'una e l'altra delle due pyramide in lequal sarà diuiso esso corpo, e, sarà equalmente alta alla pyramide a,g,k, perche la altezza di cadauna è el semidiametro della sphera. Adonque perche tutte le pyramide laterate equalmente alte sono proportionate alle sue basi (come in la sesta propositione del 12. fu dimostrato) la proportione della pyramide a, g, k, all'una e l'altra de quelle in lequale è diuiso lo octocedron, e, si come della basa di quella alle basi di quelle. Per lequal cosa (per la 24. del 5.) la proportione della pyramide, a,g, k, a tutto lo octocedro, e, si come della sua basa (laquale è manifesto esser equale al triangolo, q, r, s,) alle basi de ambedue la pyramide in lequale è diuiso lo corpo. e tolte insieme, laquale è manifesto esser equale al quadrato del diametro della sphera (per la precedente) cioe el quadrato, p. Adonque perche la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide, a, g, k, è si come del triangolo ouer del tetragono, l,n, al triangolo, q,r,s, cioe come de sessanta quattro a ximi sette & della pyramide, a, g, k, al octocedro è si come del triangolo, q,r, s, al quadrato, p, (per la equa proportionalità) la proportione della pyramide, a,c, d, al octocedro, e, è si come del tetragono, l, n, al quadrato, p, & questo era da dimostrare.

Correlario.

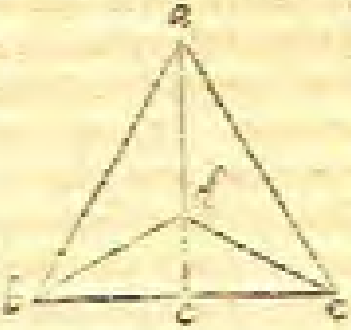
Adonque per le cose poste di sopra è manifesto che la perpendicolare che vien dal centro della sphera, che circonscrive la piramide di quattro base triangolare, e equilatere, a cadauna delle base di essa piramide è equale alla sesta parte del diametro della sphera.

Perche concioscia che tutti li triangoli che circondano la pyramide siano simili, et equali. Anchora li cerchij che circonscriuono quelli saranno equali. E però le perpendicolar condutte dal centro della sphera a quelli medesimi cerchij (in li centri di quelli) saranno etiam equale. E le perpendicolar cadente alli detti cerchij sono perpendicolare alle base della pyramide. Adonque le perpendicolare alle base sono fra loro equale. Ma la linea, b,f, è perpendicolare alla basa della pyramide, a,c, d, laquale, b,f, perche (dalle cose predette) è manifesto esser la sesta parte del diametro a,b, Adonque rimane esser il vero quello che se conclude per el correlario.

Il

Il medesimo se conviene dimostrare, altramente dicendo esser questo antecedente ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che descende da uno delli angoli di quello orthogonalmente sopra la basa, e treppia alla perpendicolare che vien dal centro del cerchio che circonscrive ello triangolo, a cadaun lato di quello.



Hor sia el triangolo, a, b, c, equilatero, & sia. d. el centro del cerchio che'l circonscrive, dal qual siano conducte le linee a cadauno de suoi angoli, lequale è manifesto esser equale, conciosia che quelle siano dal centro alla circonferentia del cerchio, perche li tre punti. a, b, c, sono in la circonferentia del cerchio che circonscrive esso triangolo. Et sia protracta la. a. d. in continuo e directamente per fina che la pervenga al lato, b, c, sopra el punto. e. Adonque (per la ottava propositione del primo) è manifesto che l'angolo, a, d, b, è equale al angolo, a, d, c, e pero (per la decimaterza propositione del primo) l'angolo, b, d, e, è equale al angolo, c, d, e, per laqual cosa (per la quarta propositione del primo) la. b. e. è equale alla, e, c, & li angoli che sono al, e, sono retti, E però la, d, e, (laquale vien dal centro del cerchio che circonscrive lo triangolo, a, b, c,) è perpendicolare alla, b, c, & la, c, e, (laqual vien da uno delli angoli del predetto triangolo) è etiam perpendicolare alla detta b. c. Dico adonque che la, a. e, è treppia alla, e, d. Perche egli è manifesto che el tetragono che vien fatto dalla. d, e, in la, e, b, è equale al triangolo, b, d, c. Lo tetragono anchora che vien fatto dalla, a, e, in la, e, b, è equale al triangolo, a, b, c, & perche el triangolo, a, b, c, è treppio al triangolo, d, b, c, & lo tetragono che vien fatto dalla, a, e, in la, e, b, è treppio a quello che vien fatto dalla. d. e. in la. e. b. Conciosia adonque che (per la prima propositione del sesto) la proportione del tetragono della, a, e, in la, e, b, al tetragono della, d, e, in la, e, b, e si come della, a, e, alla, e, d, la, e, e, sarà treppia alla, e, d, si come se propone.

Corolario.

Adonque è necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposito, transisca per el centro del cerchio che circonscrive quel tal triangolo.

Adonque assolvemo al presente quello che havemo proposto, & a questo imaginaremo la pyramide di quattro base triangolare, & equilatere (della quale una delle quattro base di quella sia el triangolo, a, b, c,) esser circonscritta della sphera della

della quale el centro è el ponto, d, Et sia protratta la linea, d,e, perpendicolare al la superficie del triangolo, a,b,c, laqual è manifesto esser mezo el centro del cerchio che circonferisce el detto triangolo. Sarà adonque la linea, d,e, esser la parte del diametro della sphera, che circonferisce la proposta pyramide. Et per dimostrar questo produrò la linea, d,c, & la linea, e,f, perpendicolare alla linea, a,b, laqual è, e,f, per el precedente correlario) è manifesto quella transire per el ponto, e, & (per el premesso antecedente) esser treppia alla, e,f, Et (per la quarta del secondo) è manifesto che quando el quadrato del diametro della sphera (della quale el centro è il ponto, d,) è. 36. el quadrato del semidiametro, d,c, è, 9. & (per el correlario della decimaterza del terzodecimo) lo quadrato della, b,c, è. 24. & (per la undecima di questo) lo quadrato della, c,f, è, 18. & (per lo precedente antecedente) lo quadrato della, e,c, è. 8. Adonque perche quando che el quadrato del diametro della sphera è. 36.) lo quadrato della. d.c. è. 9. & lo quadrato della. c.e. è 8. Onde per la penultima del primo lo quadrato della, d, e, serà rimaner uno per il che segueta che la linea, e,d, è una quando lo diametro della sphera è. 6. laqual cosa bisognaua dimostrare: & per lo medesimo genere de demostratione da noi se dimostrerà che el semidiametro della sphera che circonferisce el corpo di otto base triangulare & equilatere, è treppio in potentia alla perpendicolare descendente dal centro della sphera (che circonferisce esso corpo) a cadauna delle sue base. perche (si come è detto per auanti) che quando tutte le base di questo corpo sono equale è simile, li cerchij che circonferiscono quelle saranno equale: E però le perpendicolare che cadano dal centro della sphera in li centri de essi cerchij saranno fra loro equale. Et concioscia che le perpendicolare alli cerchij delle base, siano anchora perpendicolare alle base: segueta che la perpendicolare che uenerà dal centro della sphera a cadauna base sirà equale, Essendo adonque prouado (quello che hauemo detto) de una perpendicolare a una delle sue base, rimarrà esser il uero quello che è proposto. Sia adonque (come prima) lo triangolo, a,b,c, una delle sue base del ottocedron circonscritto dalla sphera della quale el centro, c,d, & siano fatte tutte le altre cose come per auanti. Concioscia adonque che (per el correlario della decimaquinta del terzodecimo libro) la diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato del ottocedron, segueta che'l lato del ottocedron sia potentialmẽte doppio al semidiametro della sphera, e però quãdo el quadrato della linea. b.c. è 12. lo quadrato della linea, d,c, (che è el semidiametro della sphera) sarà. 6. & per la undecima di questo) quando el quadrato della. b. c. è. 12. lo quadrato della. c. f. è. 9. (per lo premesso antecedente) lo quadrato della. c. e. è. 4. & perche per la penultima del primo) lo quadrato della. d. e. è equale alli quadrati delle due linee. c. e. & e. d. segueta che el quadrato della. e. d. è. 2. quando el quadrato della. d. c. è. 6. Adonque è manifesto quello che hauemo detto.

Theorema. 18. Propositione. 18.

El doppio del quadrato, del diametro della sphera che circonscrive el cubo, è equale a tutte le superficie di quel cubo tolte insieme, anchora

chora la perpendicolare, che uien produtta dal centro della ſphera a cadauna delle ſuperficie del cubo, el le conuiene de neceſsità eſſer equa la alla mità del lato del medeſimo cubo.

Perche egliè manifeſto (per el correlario della decimaquarta del 13.) che el diametro della ſphera (che incohinde quel cubo) è treppio in potentia al lato del cubo, concieſſia adonque che el quadrato del diametro della ſphera ſia treppio al quadrato del cubo, & coſi el doppio del quadrato del diametro della ſphera è equale al ſeſſuplo del quadrato del lato del cubo, & tutte le ſuperficie del cubo ſono ſei quadrati liquali ſono produtti dal lato del cubo ducto in ſe medeſimo. Adonque el doppio del quadrato del diametro della ſphera è equale a tutte le ſuperficie del cubo. Et per tanto è manifeſto la prima parte, & la ſeconda facilmente approuerai (per la 18. & 19. & 41. del undecimo libro.

Correlario.

Adonque da queſte coſe dimoſtrate è neceſſario accadere queſto, che della mità del lato del cubo in biſſe del quadrato del diametro della ſphera, che circonda quel cubo, ſia produtto la ſolidata del cubo.

Il Traduttore.

Quello che concluide queſto correlario ha debiſogno di un poco de dimoſtratione cioe che'l ducto della mità del lato del cubo in biſſe (cioe nelli dui terzi) del quadrato del diametro della ſphera che circonda quel cubo: produca la quantità corporale del detto cubo: ilche ſe manifeſta in queſto modo. Se dal centro della ſphera, (ouer del cubo) a ciaſcaduno angolo del cubo (liquali ſono otto) ſia tirata una linea retta mentalmente ſe vederà il detto cubo eſſer diuiſo in ſei pyramide terminante con la cima nel centro del cubo, ouer della ſphera & la baſa di cadauna verrà a eſſer una delle ſuperficie quadrate del cubo et la perpendicolare di cadauna di quelle ſarà (per le coſe promate di ſopra) la mita del lato del cubo. Et perche el ducto della detta perpendicolare in la quantità della ſua baſa produrà (per le coſe dimoſtrate ſopra la 8. del 12.) la quantità corporale di ſei pyramide, adonque el ducto della detta perpendicolare nella quantità de due baſe produca la quantità corporea di ſei pyramide (cioe di tutto il cubo.) & perche li dui terzi del quadrato del diametro de la ſphera (per le coſe dimoſtrate di ſopra) è quanto le dette due baſe el correlario uien a eſſer manifeſto.

IL FINE DEL DECIMOQVARTO LIBRO.

LIBRO

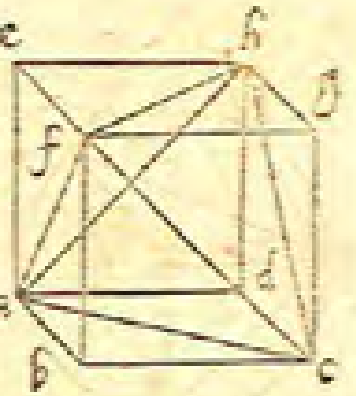
LIBRO DECIMOQVINTO
DI EVCLIDE, DELLA REPLICATA FORMATIONE di cinque corpi regolari & della difficillima figuratione & intermissione di l'uno in l'altro.

Problema. 1. Propositione. 1.

1 1 Dentro a un proposto cubo, possemo designare el corpo che ha quatro base triangole, de lati equali.



I n un cubo. la base del quale è il quadrato. a. b. c. d. & la suprema superficie, di quello lo quadrato. e. f. g. h. E quello commodo fabricare con questa arte: al quadrato della base descritto (per la quadragesima quinta propositione del primo libro) secondo la quantità di qual linea si voglia) sopra cadauno di suoi angoli, sia erigato un cathetо (per la duodecima propositione del undecimo libro) secondo la misura del lato de quel quadrato. Li quali cathetі (per la sesta propositione del undecimo libro è manifesto esser equidistanti. Siano adonque continuati a duoi a duoi de quelli con un coniuncto imposto a quelli equidistantemente al lato del quadrato. Adonque è manifesto esser composto il cubo: perche le quatro superficie laterale di quello, sono quadrate (per la 33. propositione del primo libro, & 34. del medesimo, e per la diffinitione del quadrato: & dalla suprema superficie, e ancora manifesto che quella è quadrata (per la decima propositione anci più presto per la vigesima quarta del undecimo & per questa commune sententia quelle cose che sono equale a cose equale anchora fra loro sono equale: & per la diffinitione del quadrato.



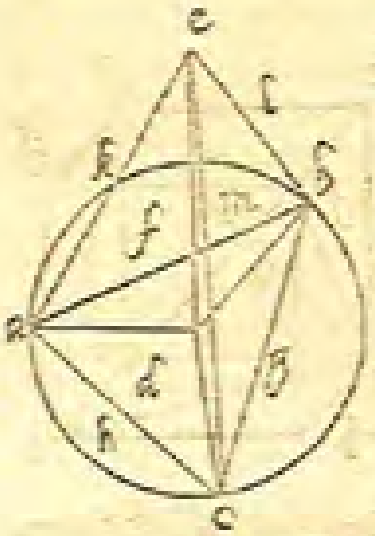
Se adonque desiderà de inscriuere a questo cubo, el corpo di quatro base triangolare & equilatere in la base & in la superficie suprema di quello siano protratti li dui diametri di quali l'uno continui le due estreme à insieme de duoi cathetі, et l'altro continui le supreme delli altri doi, e l'uno di quali sia il diametro. a. c. e l'altro sia il diametro. b. f. e dapoi questo dalli dui punti. b. et. f. (che terminano lo diametro della superficie suprema tirarai ypothemissalmente duoi e duoi diametri che dividano le quatro superficie laterale delli quali li dui siano, b, a, et, b, c, et li altri duoi siano. f. a. et f. c. è fatto questo in atto over cō l'animo, si vederà dalle sei linee diagonale (che dividano le superficie del cubo) esser perfettamēte facta la pyramide di 4. base triangolare: laqual (per la diffinitione) è manifesto esser inscritta in lo proposto cubo) e le base di questa pyramide è manifesto esser equilatere: imperoche (per la 4. propositione del 1.) tutte queste sei diagonale sono fra loro equale.

Il Tradottore.

La replicata fabrication del cubo posta nel principio di questa ipostione & similmente delli altri quatro corpi, poste nelle seguente propositioni se ritrova solamente nella prima traduttione.

Problema. 2. Propositione. 2.

2 Dentro a un dato corpo di quatro base triangolare equilatere, posse
2 mo descriuere un corpo di otto base triangolare equilatere.



Se dentro una pyramide di quatro base triangolare equilatere uorra descriuere lo octocedron, prima si conuien fabricare quella tal pyramide la quale con certa ragione, se compone in questo modo. Sia stando uno triangolo equilatero (secondo la quantità di qual si uoglia linea) eloual sia lo triangolo. a.b.c. a torno alquale sia circonscritto un cerchio sopra el centro. d. & tirasi la linea. d.e. perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima propositione del undecimo) laquale sia posta esser doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circonscriue el triangolo. a.b.c. & dal ponto. e. siano tirate le tre ypothenusse che cadeno sopra li tre ponti. a. b. c. Adonque è compita la pyramide di quatro base triangolare & equilatere: & siano tirate le linee. d. a. d. b. d. c. Conciosia adonque che li angoli (che contiene la linea. e. d. con cadauna delle linee. d. a. d. b. d. c.) siano retti (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) & conciosia che el quadrato della linea. e, d, sia doppio dal presupposito) al quadrato del semidiametro del cerchio, a, b, c, (per la penultema propositione del primo) lo quadrato de cadauna delle tre linee. e. a. e. b. e. c. ypothenussale sarà treppio al quadrato del semidiametro del cerchio. a. b. c. ma (per la ottaua propositione del terzodecimo.) Anchora lo quadrato di cadauno delli tre lati del triangolo. a. b. c. è treppio al quadrato del semidiametro del medesimo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata pyramide: sono fra loro equali: per laqual cosa quella è de base equilatere. Quando adonque uorremo inchiudere in quella un octocedron: diuideremo cadauno di sei lati di quella in due parti equali, & continuaremo li pōti di mezzo di cadauno lato: con li ponti di mezzo di cadauno delli altri dicti lati, con laquali esso contiene angolo superficiale. uerbo gratia, diuiderò li tali della base in li ponti. f. g. k. & le ypothenusse che cadono dalle in li ponti. k. l. m. & continuarò lo ponto. f. col ponto. g. & con. b. & con. k. & con. l. Et lo ponto. m. con li medesimi. g. b. k. l. & g. con. b. & con. l. & k. con li medesimi. b. & l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare contenuto da quelle dodece linee congiongenti li ponti medii di lati della fabricata pyramide & questo otto base (per la quarta propositione del 1. repetita quante uolte bisogna) è manifesto esser equilatere. ancora è

ra è manifesto esso corpo (per la diffinitione) esser inscritto in la data pyramide si come fu proposto di fare.

Il Traduttore.



Volendo cõ brevità trovar la linea.d.e cioe una linea che sia doppia in potẽtia al semidiametro del cerchio che circonscrive el triangolo. a.b.c, faremo uno angolo retto con le due linee. g.h.& .h.i. & che cadauna de dette due linee sia equale al semidiametro del detto cerchio(che circonscrive el detto triangolo. a.b.c.) da poi tirarai la ypothemissa. g.i. & questa ypothemissa. g.i.e quella che cercamo cioe che sarà doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio (per la penultima propositione del primo libro)è manifesta,perche se cadauno di duoi lati. g.h. & h.i. sono equali fra loro, etiam al semidiametro del detto cerchio è lo quadrato della linea. g.i. è equale alli quadrati delle due linee. g.h.& g.i. salta insieme(per la detta penultima propositione del primo libro) seguita adonque che il quadrato della detta linea.g.i.sia doppio a uno solo quadrato de una di dette due linee.g.h. over de.h.i.è consequentemente;el quadrato del semidiametro del detto cerchio che il proposito.

Problema.3. Propositione.3.

3 Dentro a uno assignato cubo possiamo constituire la figura de otto
3 base triangolare de lati equali cioe intendemo de inscriuere lo ottocedron in el cubo.

Come si debbia procedere a componere el cubo, e stato detto, sufficientemente in la prima de questo. Fabricato adonque il cubo: in quello (per la prima propositione de questo libro) sia designato la pyramide di quattro base triangolare equilatere, & dentro di essa pyramide(per la precedente) sia descritto lo ottocedron, & fatto questo:sarà etiam insieme fatto quello che volemmo. Perche(per la argumẽtatione della prima)tutti li lati di essa pyramide inscritta è manifesto esser diagonale delle base del cubo: & (per la argumentatione della precedente)è manifesto tutti li angoli del ottocedron descritti in essa pyramide esser in li lati di essa pyramide. Per laqual cosa è manifesto,tutte le ponte angolare di questo ottocedron esser in le base del assignato cubo. Adonque(per la diffinitione)haremo il proposito. A concludere el medesmo altramente: trovato li centri di tutte le base del cubo(si come in la nona del quarto, fu fatto) dal centro della suprema superficie di quello: tira quattro ypothemisse alli centri delle quattro laterale superficie: & dal centro della infima,una quattro altre ypothemisse alli centri delle medesme quattro superficie laterale. Adchora continua li quattro centri delle dette quattro superficie laterale con quattro linee rette.cioe talmente che continuano solamente li centri di quelle che fra loro si segano, verbi gratia tu giongierai el centro di quella dauanti con il

centro della destra, & con el centro della sinistra anchora il centro della ultima (cioe di quella di dietro) tu lo aggiongerai con la medesima cioe con il centro della destra, & con il centro della sinistra. Tu harai adonque un corpo de otto base triangolare equilatere contenuto da queste dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo. Se adonque vorrai prouare queste base esser equilatere: dalli centri delle base del cubo tira le perpendicolare a tutti li lati del detto cubo, lequale me essarimente diuideranno li lati del cubo in due parti equali (per la seconda parte della terza propositione del terzo libro (laqual cosa è chiara se a cadauna delle base del cubo circunscriverai un cerchio, e però egli manifesto quelle concorrere a due a due sopra uno medesimo ponto in li lati del cubo, e quelle (per la seconda parte della decimaquarta propositione) del terzo libro) è manifesto esser fra loro equalmente equidistante alli lati del cubo (per la seconda parte della medesima ottava propositione del primo libro.) Et etiam cadauna di quelle esser equale alla mità del lato del cubo. Adonque (per la decima propositione del undecimo libro) è manifesto, le due e due di quelle che concorrano sopra un medesimo lato del cubo in el ponto medio di quello, contenere un angolo retto, impero che tutte le superficie del cubo sono quadrate. Per laqual cosa adonque quelle dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo: & tendeno sotto li angoli che contengono queste linee concorrente a due a due sopra li ponti di mezzo delli lati del cubo: quelle saranno (per la quarta propositione del primo, ouer per la penultima del primo) fra loro equale. Adonque in el proposto cubo è designato el corpo de otto base triangolare et equilatere come bisogna fare.

Problema. 4. Propositione. 4.

4/4 Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare, & equilatere uoi figurare un cubo.

El corpo di otto base triangolare equilatere con dottrina fabricarai in questo modo. Diuide qual si voglia linea eretta in suso perpendicolarmente sopra alcun piano, in due parti equali, et dal ponto medio di quella, ne caverai due linee una di qua e l'altra di la perpendicolare alla prima linea, lequale insieme compongano è faciano una sol linea: & queste due linee che fra loro si segano cioe la prima, laquale è eretta orthogonalmente sopra el proposto piano, & l'altra che sega quella orthogonalmente sopra il suo ponto di mezzo, saranno situate (per la prima parte della seconda propositione del undecimo) in una medesima superficie. Et quella superficie adonque (in laquale sono situate) sopra el ponto commune dalla sectione di quelle tira una perpendicolare (come insegna la duodecima propositione del undecimo) laqual farai penetrare quella superficie da l'una a l'altra parte, & pone tutte le sei parti di queste tre linee dal ponto in el quale fra loro se segano equale, talmente che cadauna diuidi cadauna delle altre orthogonalmente in due parti equali, & conciosia che siano tre: ciascune due di quelle contegneranno 4 angoli retti: el sia lucifero e numerando segno di croce: adonque dal ponto superiore di quella linea

eretta

eretta sopra el posto piano: tira quattro ypothenusse alle estremità delle due linee che seghano quella. poi dal ponto, inferiore di quella medesima linea eretta, elevа quattro altre ypothenusse alle medesime estremità delle due linee segnate. ultimamente continua anchora le estremità di queste ypothenusse con quattro linee, le quali le contegono uno quadrato, & queste dodice linee, cioè le quattro ypothenusse, che discendono dalla superiore estremità over ponto della linea eretta perpendicolare, e le quattro che sono elevate (dalla inferiore estremità over ponto di quella medesima) in suso: Et le altre quattro linee che continuano over contengono le estremità di queste ypothenusse (per la penultima propositione del primo) senza altra aggionta) più volte reperite) saranno equale fra loro. Per laqual cosa è manifesto el corpo terminato da quelle medesime contenere otto base triangulare, & equilatere. Se adonque te dilecta de instruere in questo corpo, un cubo, bisogna trovare li centri di quelli otto triangoli che circondano quello (per la quinta propositione del quarto) et da poi trovati, quelli continua con dodeci linee in quello modo, che il centro di cadauno di questi triangoli sia copulato per linea retta con il centro di quelli tre che terminano alli lati di quello. Ma la figura di questa cosa non è molto atta de dipingere in piano. E però resta che quello che se dice che tu vedi con la mente, et quello se vuole compirai in atto over in opera et vederai le dodice linee che in tal modo contengono li centri di questi triangoli contenere un cubo, el quale resta che tu dimostri quel esser concluso da superficie equilatere, & rettangole. Perche el non seria cubo: se tutte le superficie di quello non fussero quadrate. Adonque considerai da cadauno angolo di triangoli delle superficie del ottocedron, una perpendicolare al lato opposito a quel angolo: Et queste perpendicolare (per la medesima propositione del quarto decimo libro) è manifesto esser fra loro equale, & dividere quelli lati alli quali fanno perpendicolarmente in due parti equali, Et però è manifesto quelle concorrere a due a due sopra uno medesimo ponto di quel lato sopra il quale fanno perpendicolarmente, & quelle medesime (per quelle cose che sono stà dimostrate in la decima settima propositione del quartodecimo) è manifesto quelle transire per li centri di triangoli, e però è manifesto quelli transire ancora per le estremità di lati del corpo incluso: & le portioni di quelle che se piglieno, fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose anchora che sono stare dimostrate in la medesima) è manifesto esser equale, Anchora li angoli contenuti da quelle perpendicolare: che se congiungano a due a due, (per la 8. propositione del primo libro è manifesto esser equali.) Et perche quelle perpendicolare, & le sue parti tolte fra li centri & li lati circondano li medesimi angoli, saranno anchora li angoli (che contengono le due e due linee che cadono dalli centri di triangoli alli lati perpendicolarmente fra loro equali, & conciosia che li lati di quel corpo del qual disputamo rédano sotto quelli angoli. Seguita (per la quarta propositione del primo frequentemente volta) el corpo incluso esser equilatero etiã rettangolo, perche essendo tirate le diagonale, in cadauna superficie, quelle diagonale (per la quarta del primo) tu conoscerai tutte esser fra loro equale mediante li angoli contenuti dalle due perpendicolare che transiscono per le estremità di esse diagonale. Se prima approverai (per la ottava del primo) quelli an-

gli esser fra loro equali. Concossia adunque che li diametri delle base quadrangole di questo corpo siano fra loro equale. Anchora li lati delle medesime base è necessario esser equale (per la ottaua del primo pur molte repetita) quelle base quadrangole è necessario esser equiangole. Et (per la trigesima seconda del primo) tutti li angoli di cadauna di quelle sono equali a quatro angoli retti. Seguita quelle esser rettangole. Adunque per la diffinitione del quadrato, quelle sono quadrate. adonque lo inscritto corpo è manifesto esser cubo si come intendeuamo di fare.

Il Tradottore.

La descrittione del cubo nel otto base secondo che disopra è stato fatto pateria opposicione, perche el cubo descritto secondo tal ordine non saria il maggiore che descriuere se puo nel detto otto base: & in tal sorte problemi a me pare che sempre se intende: & se debbe intendere, il maggiore che capir si possa: Hor per inscriuersi il maggiore che capir si possa diuideraisi cadauno di quatro lati superiori del otto base, & similmente cadauna di quatro lati di sotto. In due tal parti inequali talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, & che le parti maggiori delli superiori reflimo uerso il ponto ouer angolo supremo del detto otto base, & le parti maggiori delli lati di sotto: reflimo uerso il ponto, ouer angolo sotto giacente supremo del detto otto base. Dapoi congiongendo cadauno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con una linea retta: & da poi congiongere anchora cadauno di superiori con il ponto che egliè dalla destra, etiam con quello che egliè dalla sinistra nella parte superiore, & da poi congiongere etiam quelli quatro della parte inferiore per il medesimo modo. Et fatto questo se trouarà che le dette dodice linee congiongente li detti ponti formaranno un cubo, il che essendo tal corpo di otto base materialmente fatto a te sarà cosa facile a prouare ouer dimostrare che lo incluso corpo sia cubo, & che sia anchora molto maggiore di quello inscritto secondo la prima inscrittione etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che è il proposito.

Ma per voler dividere il lato del detto otto base ché l'una parte sia doppia in potentia a l'altra, troua prima due linee che l'una sia doppia in potentia a l'altra: (il che in molti modi le puoi trouare, una brevemente piglia il diametro di alcun quadrato, & il lato del medesimo quadrato) & quelle congiongerai insieme directamente in longo, & harai formata una sol linea divisa nel ponto del congiongimento. Hora dividerai lo detto lato del detto otto base secondo l'ordine de detta linea divisa (per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterza del sesto) & harai fatto il proposito.

Problema. 5. Propositione. 5.

5 / 6 In uno assignato corpo di otto base triangolare & equilatere se gli puo inscriuere una piramide di quatro base triangolare equilatere.

In lo assignato corpo di otto base (secondo li precetti della precedente) inscriue un cubo, & in lo cubo inscritto; inscriue la pyramide che si propone, (come insegna la

La prima di questo) conciosia adonque che li angoli di questa pyramide siano etiam angoli del cubo, si come (per dimostratione della prima) è manifesto, & tutti li angoli (per la precedente) sono in le superficie del assignato ottocedron. Anchora tutti li angoli di questa pyramide sono in le superficie del corpo de otto base, alquale proponemo de inscriuere quella per laqual cosa (per la diffinitione) è manifesto noi hauer fatto quello che se adimanda.

Problema. 6. Propositione. 6.

6/5 Dentro a un dato dato corpo di uinti base equilatero se può comporre singularmente un corpo di dodice base penthagonale de lati & angoli equali.

Non mostraremo in questo luoco a fabricare el corpo de uinti base, perche egli assai euidente (per la decima sestima del terzodecimo) con che arte questo debba esser fatto. Composto adonque quello come se insegna in la detta. 16. se in quello se diletta di inchiudere un corpo de dodice base penthagonale & equilatere, egli da procedere per questa mia. Perche egli manifesto li uinti triangoli (del detto corpo) hauere. 60. angoli superficiali, & perche alla constitutione di cadauno angolo solido del corpo del procedro gli conuengono cinque angoli superficiali (si come se apprende della dimostratione della decima sesta del terzodecimo) quel corpo adonque è manifesto esser compito da dodeci angoli solidi. Trouarai adonque li centri de tutti li triangoli (si come fu fatto in la propositione anciana alla precedente) che terminano tutto lo procedron: quelli continua con trenta linee rette, talmente che tu congionghi cadaun centro con linee rette con tutti li centri che gli stanno atorno con liquali communica in lato. Quando adonque tu hauerai fatto questo: te accerai da quelle. 30. linee esser constituido dodeci penthagoni opposti alli dodice angoli solidi del dato procedro.

Adonque tu approuerai questi penthagoni esser equilateri, si come festi delle base del cubo nella proposittione anciana alla precedente. Perche egli necessario che li centri di ciascuni dua triangoli, che hanno un medesimo lato communi siano distanti de uno medesimo spacio. Resta adonque che tu approui quelli esser etiam equiangoli. & è manifesto (per la dimostratione della decima sesta del terzodecimo) el dato corpo de uinti base esser circonscriptibile della medesima sphera: della quale el diametro è si come el diametro di questo corpo, cioe la linea che cõtinua li duoi angoli opposti di quello. Se sia adonque segato questo diametro in due parti equali, el punto della sectione sarà el centro della sphera che circonscriue quello. Sia adonque da quello alle superficie de tutti li penthagoni (per la undecima del duodecimo) dute le perpendicolare & dal punto doue che dette perpendicolare caderanno in cadauno penthagono a ciascuno de suoi angoli siano tirate linee rette. Dapoi sia continuato el centro della sphera con cadauno delli angoli de essi penthagoni: sia adonque che tu proui in questo modo quelli esser equiangoli, & conciosia che tutti li cerchi che circonscriuono li triangoli del procedro siano equali, tutte le perpendicolare che uengono dal centro della sphera a quelli, lequale cadono in

el centro de quelli saranno equale. Adonque tutte le linee che uengono dal centro della sphera a cadauno delli angoli del penthagono, sono equale, perche li angoli di penthagoni sono li centri di cerchij che circonferimo no quelli triangoli del proceden te (dal presupposito.) Adonque (per la penultima propositione del primo) con el medesimo genere de dimonstratione, con el quale argumentassemo di sopra in la decima quarta propositione) lo settore che pertiene in la superficie della sphera quando alcuna superficie piana. Sega la sphera (non sopra el centro di quella) esser una circonferentia che contiene un cerchio) è necessario le cinque linee che uanno dal concorso delle linee dritte perpendicularmente dal centro della sphera alle superficie de intri li penthagoni alli cinque angoli di cadauno de detti penthagoni, esser fra loro equale. Adonque a tutti questi dodeci penthagoni, egli un cerchio che li circonferi ue. Concio sia adonque che quelli siano equilateri: etiam el se conuenga quelli essere equiangoli, la qual cosa bisognaua dimostrare.

Problema. 7. Propositione. 7.

Se dentro a un dato corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangole, uoi fabricare un corpo di uinti base triangolare, & equilatere.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodeci base penthagonale, equilatere & equiangole recorri alla decima settima del terzodecimo. Ma per qual modo conuenga inscriuere a quello lo corpo de uinti base triangolare equilatere, imparalo in questo loco. Trouati li centri de suoi penthagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di cadauno penthagono sia congionto con el centro di cadauno penthagono communicante con seco in lato: cioe talmente che el centro de cadauno di penthagoni: sia continuado con li cinque centri di cinque penthagoni terminanti: euer che gli siano congionti a torno. Quando adonque tu haurai fatto questo, a te se representaranno uinti triangoli contenuti da queste trenta linee che continuano li centri di penthagoni. Et questi uinti triangoli saranno opposti alli uinti angoli solidi del dodecedron, li quali abracciarano un corpo di uinti base triangolare (le quale demonstraremo esser equilatere.) Et li 12 angoli solidi di questo corpo de uinti base saranno terminati in li centri delli dodeci penthagoni del dato corpo dodecedron. Adonque approuarai in questo modo li uinti triangoli esser equilateri. Dalli centri di penthagoni, conduce le perpendicolare alli lati, & tutte queste perpendicolare saranno equale. Adonque tu approuerai (per la ottaua del primo) a due a due contenere equali angoli. Et perche le linee che continuano li centri di penthagoni, le quale sotto tendono a quelli angoli contenuti da le due e due perpendicolare (concio sia che tutte le perpendicolare, siano equale (per la quarta del primo) tutte le linee che continuano li centri di penthagoni saranno equale, che è il proposito. Ma le due, & due perpendicolare contenere equali angoli & essere tutte fra loro equale apprende in questo modo. (per la quinta del primo, & seconda sesta del medesimo) è manifesto cadauna di quelle, diuidere li lati delli penthagoni

gni sopra li quali cogiongin due parti equalitciano esser fra loro equale, il che se approua per le linee ducte dalli centri di penthagoni, a tutti li angoli di quelli, per la qual cosa le due e due che cadono in un medesimo lato se congiongeno di compagnia in uno medesimo ponto del detto lato, impero che l'una & l'altra divide quel lato commune a quelli duoi penthagoni (dalli centri di quali vengono) in due pari equale. Produr sidonque queste due e due perpendicolare per el centro di penthagoni per fine alli angoli dalli quali el lato commune (in el quale se congiongano de compagnia) è opposito, & facto alli medesimi angoli tirarai cinque linee, lequale (per la demonstratione della 17. del 13.) è manifesto esser tanto quanto è il lato del cubo, circonscriptibile dalla medesima sphera come el proposto dodecedron, e però egli manifesto quello esser equale impero che tutti li lati del cubo sono equale: & è manifesto (per la 9. del 11.) quelle esser equidistante per questo che ambedue sono equidistante a quel lato commune in el quale concorrano le due e due perpendicolare, & quelle medesime, è manifesto esser divise in due pari equale da queste perpendicolare. Adonque (per la trigesima terza del 1.) tutte le linee che continuano li pari in lequali le due e due perpendicolare concorrano: sopra quelle linee lequale dicessimo esser tanto quanto el lato del cubo: sono fra loro equale, perche tutte sono tanto quanto è il lato del cubo. Adonque (per la ottava del primo) li angoli contenuti dalle due e due perpendicolare: sono equali, per la qual cosa (per la quarta del medesimo) ancora le linee che continuano li centri di penthagoni: sono fra loro equale. Adonque in el proposto dodecedron è inscripto il corpo de una base triangolare & equilatere, come fu proposto di fare.

Problema. 8. Propositione. 8.

Volendo dentro a uno proposto solido de dodice base penthagonale, & equilatere, describere un cubo.

Conciosia che el dodecedro sia fabricato sopra li lati del cubo è manifesto (per la decima sestima del terzodecimo) è quel fabricato poca difficultà si occorre a inscrivere el cubo, perche conciosia che sono dodeci penthagoni: se uno angolo de cadauno di quelli tirarai sotto una corda alla figura del cubo, da dodice corde tu vederai scoder fuora sei superficie equilatere & rectangole, lequale abbracciano & comprendano el corpo del cubo. Q nelle esser equilatere è manifesto (per la quarta del primo) et rectangole (per lo medesimo genere di argumentatione, con el quale proposimo (in la fine di questo) le base del dodecedro, inscripto in el dato pocedro esser equiangole. Certamente è manifesto per la decima sestima del terzodecimo, el proposto dodecedron esser circonscriptibile de una sphera. Adonque dal centro di quella sphera a tutte queste superficie quadrilatere tira le perpendicolare come in segna la 12. del undecimo, et dal ponto del concorso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatere protrahe linee rette, & colliga li medesimi angoli delle dette superficie quadrilatere con el centro della sphera: et queste linee che continuano el centro della sphera con li angoli delle figure quadrilatere, saranno semidiametri della sphera, perche tolte dalli quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare (per

La

La penultima del primo) rimanemo li quadrati delle linee che continuano el ponto del concorso delle perpendicolare con li angoli delle superficie quadrilatere, e necessario tutte queste superficie quadrilatere esser in circoli che la circonscrive, Et però è necessario quelle essere equiangole conciosia che sono equilatere. Et perche (per la 32. del primo) li angoli di cadauna di quelle tolti insieme sono equali a quattro angoli retti: seguita quelle esser rettangole: Adonque al detto corpo inscritto non gli manca niente: della ragion del cubo che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 9.

Volendo finalmente in un dato dodecedron inchiudere un ottocedro.

Composto un dodecedro (come se insegna in la decimasettima del terzodecimo) li sei Lati delle sue superficie (cioe quelli che congiongono li cathetti sopra le sei linee, che dividono li lati opposti delle superficie del cubo in due parti equale tirati come coramenti da quelli) dividi in due parti equali, & quelle divisioni over ponti, continua li dieci e dieci opposti con tre linee, lequale (per la 41. del 11.) se seghano fra loro sopra el ponto medio del diametro del cubo in due parti equali, Et saranno anchora che le due de quelle tre, se dividano anchora fra loro ad angoli retti: Adonque se tu continuarai le estremità di queste tre linee con dodice linee rette a te pervenirà un corpo di otto base triangolare, & equilatere (per la quarta del primo) ouer (per la penultima del primo) lequalcosa bisognava dimostrare.

Il Traduttore.

A chi non ha ben in memoria la qualità ouer forma del corpo di dodice base non sarà molto capace de questa soprascritta inscrittione, ma volendone esser ben chiaro, bisogna formarse materialmente, il detto corpo & dapoi imaginar in quello il cubo, descritto secondo l'ordine della decimasettima del decimoterzo & vedrasse opposito a cadauna superficie del cubo in aere trauersare un lato del dodeci base, qual diuiso per mità, e continuar li ponti di tai diuisioni (lequali saranno sei per esser sei le superficie del cubo) con le linee rette diametralmente (come parla in concreto) lequale saranno tre dapoi congiongere le estremità di dette tre linee con altre dodice linee se vederà pervenir il detto corpo di otto base qual facilmente se provarà esser equilatero & equiangolo.

Problema. 10. Propositione. 10.

Resta al presente de descrivere dentro a uno dodecedron, una piramide di quattro base triangolare equilatere.

Inscrive in el dato dodecedron (per la ottava di questo) un cubo, & in el detto cubo (per la prima di questo) inscrive una pyramide di quattro base triangolare equilatere. Conciosia adonque che li angoli della pyramide siano in li angoli del cubo (come è manifesto per el processo della prima) & li angoli del cubo per el processo della ottava) sono in li angoli del dodecedron, Anchora li angoli della pyramide, saranno in li angoli del dodecedron, Adonque è manifesto quello che noi volemo.

Pro-

Problema. 11. Propositione. 11.

Proposto un icocedron, e volendo in quello figurare un cubo.

Essendo inscritto nel ycocedron, un dodecedron (per la 6.) & in el dodecedron un cubo (per la ottava) & (per la dimostratione della sesta) è manifesto che tutti li angoli, del dodecedron cascano sopra el centro delle base del ycocedron: & li angoli del cubo sono in li angoli del dodecedron. Adonque li angoli del cubo sono in li centri delle base del ycocedron, adonque habiamo il proposto.

Theorema. 12. Propositione. 12.

Volendo in un dato icocedron inscriuere la piramide di quattro base triangolare, & equilatere.

Si in el dato ycocedron (per la precedente) inscriuerai un cubo, & in el cubo (per la prima di questo) inscriuerai la pyramide, non sarà da dubitare che tu non habbia satisfatto alle dimande del ycocedro: Ma bisogna sapere che conciosia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo 15. lib. nica determinato la loro mutua inscrittione, se cadauno de quelli fusse inscrittibile in cadauno delli altri de quelli medesimi accaderia infiniti inscrittioni, perche cadauno de quelli cinque saria inscrittibili in cadauno delli altri quattro: Et però quattro fia cinque inscrittioni (che è nimi) necessariamẽte peruenerìa. Ma nella pyramide solamente lo ottocedro può esser inscritto, perche nella pyramide non gli sono base ouer angoli ouer lati in liquali li angoli del cubo ouer del ycocedro ouer extremi del dodecedro, possano toccare li extremi di essa pyramide, anchora el cubo è atto a receuere in se solamente la pyramide e lo ottocedro. Similmente lo ottocedro è atto a receuere solamente la pyramide & el cubo, & in nissi di quelli è possibile a collocarsi alcuno delli altri cioè lo ycocedro & lo dodecedro. Adunqua che lo ycocedro a tre delli altri dia ricetto al ottocedro solamente ha demostrato esser receptacolo, perche li sei angoli del ottocedro, receuono la opposition fra loro a due a due scambieuolmente & le linee che continuano quelli se dividono fra lor un l'altro equalmente in due parti equali è per tanto formano quel glorioso segno di croce, che mette li demonij a tremare, triplicato, adonque quelle segni di croce, ne li triangoli, ne le base ne li angoli, ne li lati del ycocedro li possono receuere sotto al suo sito, perche in quello non si può trouare sei base ouer sei angoli, ouer sei lati fra loro continuati da questa diametrale & ortogonale opposition. Ma el dodecedro, a nissuno delli altri è prohibito ouer tolto alo giamento, nissuno de tutti è receptacolo, E però non inconuenientemente, la figura del dodecedro li antiqui discipoli di Platone la attribuirno al celo si come la forma della pyramide al fuoco imperò che quello vola in suso in figura de pyramide, & la figura del ottocedro al aere, perche si come l'aere in paragon del moto, seguita il foco così la forma del ottocedro seguita la forma della pyramide al moto della habitatè. Ma la figura del nostra base la dedicorno a l'acqua. Perche conciosia che quella sia più circolare in la fiber a de tutti li altri: per la mobilitatione delle sue base: parue conuenire più al moto delle cose fluente, che delle ascendente, E la figura del cubo

l'attribuirno

l'attribuirno alla terra. Perche quale e quella cosa in le figure che habbia piu de bisogo di maggior violentia al moto che'l cubo, & in li elementi qual se vitroua piu fisso e costante della terra. Adonque se delle xxti inscrittioni se ne toglie le tre che nō sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del ottocedron nō comporta, Et similmente quella una che repugnala figura del ycocedro. Le rimanente saranno solamente dodeci inscrittioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del ottocedro, tre del ycocedro, & quatro del dodecedro. De tutte le quale come penso sufficientemente è stato disputado.

Nicolo Tartalea Tradottore.

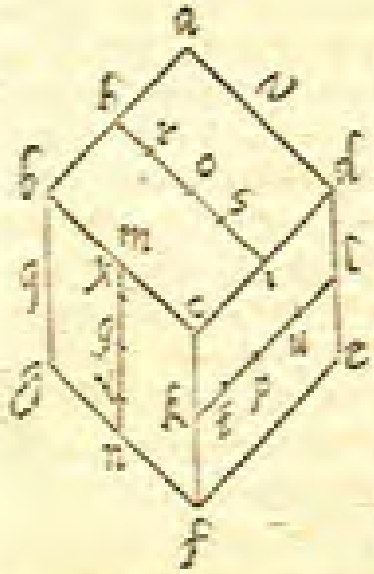
QVantunque Euclide non habbia a noi assignato alcun proposto saluo che dodeci inscrittioni (come per auanti è stato disputado. Et che medesimamente il comentatore affermi con certe sue ragioni non poter esserne piu delle predette dodeci, Nō te dimeno due altre ne habbiamo nouamente ritrouate.

La prima è a descriuere in uno proposto cubo, il corpo de xxti base.

La seconda è a inscriuere nel xxti base, il corpo di otto base.

La qual inscrittione, dal comentatore e assolutamente negata come di sopra appare hor segnando alla prima dico che

Egli e possibile a inscriuere in un proposto cubo un corpo di xxti base triangolare equilatere.



Sia il proposto cubo .a.f. nel quale voglio inscriuere il xxti base diuido li dui lati .a.b. et .c.d. della superficie superiore in due parti equali (per la decima propositione del primo libro) nelli duoi punti .b.i. il medesimo fazzo delli altri duoi lati a quelli opposiți & equidistanti della superficie subgiacente (non apparente che e base del cubo) & quelli congiongo con due linee rette l'una delle quale e la linea .b.i. l'altra a lei equidistante resta occulta & coperta dal cubo. Da poi diuido anchora li duoi lati .d.e. & .c.f. (& similmente li altri duoi a quelli opposiți & equidistanti) pur in due parti equali & congiongo pur medesimamente con le due linee rette l'una delle quale e la linea .k.l. l'altra resta occultata dal corpo. Similmente faccio delli duoi lati .b.c. & .g.f. tirando la linea .m.n. & il medesimo faccio nella superficie occulta (a questa opposita) fatto questo diuido cadauna de le tre linee .b.i. k.l. et .m.n. in due parti equali nelli punti .o.p.q. il medesimo faccio delle altre tre occulte (a queste opposite) & cadauna de queste mità diuido secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi nelli punti .r.s.t. u. x.y. talmente che la maggior parte di cadauna siano verso il punto medio cioe che la maggior parte della .a.b.o. sia la .a.r.o. & della .a.o.i. sia la .a.o. s. & cosi far delle altre tre occulte: fatto questo congiongo cadauno di questi punti diuidenti

con

cun cadauno circonstante con linee rette cioe dal punto. s. tiro quattro linee la prima dal. s. al. x. la seconda da. s. al. r. la terza dal. s. al. n. la quarta dal. s. al punto ecculto de la linea che termina nel punto. z. Similmente farò con il punto x. tirando, x, y, x, s, & x, al punto della linea occulta terminante in. g. et cosi procederò in tutti li altri (lequale linee non le ho voluto tirare perche generariano confusione: ma le imaginaremo che siano tirate) & fatto questo se vederà manifestamente inscritto nel detto cubo una figura contenuta da ninti triangoli delquali uno ne sarà sotto a cadauno lato del cubo essempi gratia il triangolo. x. s. y. e sotto giacente al lato. s. f. & lo triangolo. s. x. n. e sotto giacente al lato. s. d. & cosi si trouarà in cadauno de li altri lati & per esser li lati del cubo. 12. li triangoli adonque sotto giacenti alli lati saranno dodeci li altri otto (che mancano a ninti) sotto giaceranno alli otto angoli solidi del cubo, i nove di quali sarà il triangolo. s. x. r. & cosi si trouarà sotto giacere a cadauno delli altri angoli solidi del cubo. Adonque lo inscritto corpo sarà contenuto da ninti triangoli, hor resta de dimostrare che siano equilateri la qual cosa facilmente se dimostra in questo modo: imaginamo che sia tirata una linea dal punto s. al punto l. lequale (per la diffinitione) contenerà angolo retto con la linea. s. i. (per esser la. s. i. perpendiculare alla superficie. d. f.) adonque il quadrato della. s. r. (lato del triangolo dello inscritto corpo) sarà equale (per la penultima del primo) alli dui quadrati delle due linee. r. i. & s. i. Et perche la detta linea. s. i. è equale alla linea che fusse tirata dal. n. al. i. liche se manifestara (per la 4. del 11.) tirando una linea dal. s. al. p. Seguita adonque (per communa scientia) che le due linee. s. r. et s. n. lati del triangolo esser fra loro equale. Et perche el quadrato della linea. s. r. è equal alli dui quadrati delle due linee. r. i. & s. i. & il quadrato della. r. i. (per la penultima del 1.) è equale alli dui quadrati delle due linee. r. p. & p. i. seguita che il quadrato della. r. s. sia equale alli tre quadrati delle tre linee. s. i. r. p. et p. s. & perche. p. i. è equale alla. p. K. (divisa) & la. p. r. è la maggior parte di quella & la. s. i. è equale alla minor parte. Et perche il quadrato di tutta la linea. p. K. (cioe. p. i.) insieme con il quadrato della. s. i. (sua minor parte) e triplo (per la 5. del 13.) al quadrato della. r. p. (sua maggior parte) giontoli a tal somma il quadrato della detta. r. p. (sua maggior parte) tal somma de detti tre quadrati sarà quadrupla al quadrato della detta. r. p. (maggior parte) adonque per communa scientia la linea. s. r. (lato del triangolo) sarà quadrupla in potentia alla. r. p. Et perche etiã tutta la. r. n. (per la. 4. del 2.) e medesimamente quadrupla in potentia alla medesma. r. p. Seguita (per communa scientia) la. s. r. esser equale alla. r. n. & di sopra fu dimostrato che la. s. r. era equale alla. s. n. adonque il triangolo. s. r. n. sarà equilatero & per lo medesmo modo se dimostrarà de tutti li altri che è il proposito. Et questa inscrittione trouai alli 21. di Decemb. che fu il giorno di S. Thomaso. 1542. in Verona, con lequal inscrittione lo giorno seguente ritrouai l'altra seconda detta di sopra cioe che

Eglie possibile a inscriuer nel corpo di ninti base, il corpo di otto base.

Perche eglie manifesto (per il converso della inscrittione per noi di sopra addutta) esser possibile de circonscriuere uno cubo, a ogni dato corpo di ninti base.

Sia

Sia adonque il dato pyocedron (nel qual volemo inscriuere el detto otto base) quello medesimo che disopra fu inscritto nel cubo circa dil quale imaginaremo che gli sia circõscritto il medesimo cubo, a, f. Et perche in ciascadauna delle sei superficie del detto cubo si se repõsa uno lato del dato corpo de uinti base delle quali l'uno ne è la linea, r, s, (della figura precedente) l'altro, x, y, l'altro, t, u, li altri sono a quisti tre oppositi & per cio li ponti, o, q, p, & similmente li altri tre a quelli oppositi dimidano cadauno di detti lati in due parti equali & sono etiam centri delle medesime superficie del cubo, congiongendo adonque cadauno di detti centri cõ cadauno di quattro circonstanti con linee rette: si come si fece nella terza propositione di questo a inscriuere le otto base nel cubo (per il secondo modo adutto dal commentatore) si manifestarà il proposito, cioe che il corpo di otto base che serà inscritto nel detto cubo sarà medesimamente inscritto nel uinti base. & perche il lato del cubo (detto disopra) è equale a tutta la linea, l, k, & la detta, l, k, è doppia alla, p, k, (divisa) dunque adonque la detta, l, k, (ouer il lato del cubo) secondo la medesima proportione hauente il mezzo e duoi estremi la sua maggior parte sarà etiam doppia alla, p, t, & perche il lato del uinti base inscritto (cioe la, r, u,) e etiam doppio alla medesima, r, p, ne segnita lo sottoscritto correlario.

Correlario.

E per questo è manifesto che diuiso il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sarà equale al lato de uinti base inscritto nel medesimo cubo.

Problema. 13. Propositione. 13.

13 Fabricato qual si uoglia di cinque corpi regolari possemo in quello
o inscriuerui una sphera.

Adonque (per lo 13. libro) è manifesto cadauno de questi cinque corpi esser inscriptibile alla sphera. Al presente adonque sarà manifesto el conuerso cioe a cadauno di quelli esser inscriptibile la sphera. Et per dimostrar questo si fa cano (ouer siano potratte mẽtalmente) le perpendicolare dal centro della circonscribente sphera a tutte le base uniuersale de qual si uoglia de quelli, lequale è necessario cadere dentro li centri di quelli cerchii che circonscriuono esse base, & conciosia che, tutti li cerchii che circonscriuono quelli siano equali: Etiam queste perpendicolare saranno equale. Adonque se sopra el centro della sphera, (che circonscriue) de terminati un cerchio secondo la quantità di una di quelle, & essendo circonducto la mità di quello per fina a tanto che quel ritorni al loco donde cominciò a esser manifesto: & perche questo è necessario transire per le istremità di tutte le perpendicolare tu conuencerai (per el correlario della decima sesta del terzo) la sphera descritta da mouimẽto di questo semicerchio toccare tutte le base dello assignato corpo in li ponti donde concorrano le perpendicolare, perche la sphera non può toccar pur delle base di quel corpo di qual che sorta el semicerchio circonducto mentre che quello era mouisto, per laquale cosa è manifesto nel hauer inscritto una sphera in lo assignato corpo si come era il proposito.

IL FINE DEL DECIMO QVINTO LIBRO.

PARTICELLA DELLA COSA LEGGIERA, ET GRAVE D'EVCLIDE.

1 I CORPI eguali di grandezza sono quelli, che riempieno i luoghi eguali.
2 I corpi diuersi di grandezza sono quelli, che riempiono i luoghi non eguali.
3 I corpi maggiori di grandezza si dicono quei, iquali sono di luogo più ampio.
4 I corpi eguali di potentia sono quelli, i moti de iquali sono eguali, per mezzo e di tempo e d'aria, o d'acqua eguali, & per spatii eguali.
5 I corpi diuersi di potentia sono, i moti d'iquali sono eguali a diuerso tempo.
6 De i corpi diuersi di potentia, quello si dice il maggior di potentia, ilquale mouendosi consuma manco tempo. il minor di potentia è quello, che consuma più tempo.
7 I corpi della istessa sorte sono quelli, che essendo eguali di grandezza sono anco di potentia.
8 I corpi di diuersa sorte sono quelli, iquali essendo di grandezza eguali, non sono di potentia, benche si mouano per lo medesimo mezzo.
9 De i corpi di diuersa sorte il più potente si dice quello, che è più sodo.

Theorema primo.

De i corpi de diuersi potentia quello, che per maggior spatio si move, ha più potentia.

Siano a. e. b. due corpi. Sino. g. d. & e. f. due spatii. g. d. il maggior, per locual lo a. si move. e. f. il minor, per lo qual il b. si move. Riseco dal spatio di. g. d. il spatio di g. r. di modo, che sia al spatio di. e. f. eguale il spatio di. g. r. il rimanente è chiaro da se.



Theorema secondo.

Se i corpi dell'istessa sorte saranno tra se moltiplici, saranno parimente le loro potentie moltiplici.

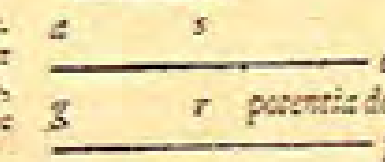
Sia il corpo. a. g. doppio al corpo. d. della medesima sorte, dico esser anco doppio di potentia. Perciò del corpo. a. g. sia la potentia. e. h. Del. d. poi. i. e. & a. g. secondo l'eccesso del moltiplice si parta in a. b. & b. g. di maniera che la potentia dell'uno e dell'altro si sia eguale alla potentia del corpo di esso d, laqual era e. Dapoi partimmo il corpo a. g. nelle parti. a. b. b. g. pari al corpo d. così partiamo la potentia. e. h. nelle parti. e. r. r. &. r. h. pari alla potentia del. e. egli è manifesto, che la potentia. e. h. risulta doppia potentia.



Theorema terzo.

De i corpi dell'istessa sorte e una medesima proportione & di grandezza e di potentia.

Sia il corpo. a. doppio del corpo. b. della medesima sorte. dico come il corpo. a. e al corpo. b. così il. g. potentia del corpo. a. sia chiaro ellere al. d. potentia del corpo. b. se al modo, che partiamo i corpi, così partiamo parimente le potentie molteplicemente dall'una e dall'altra parte.



Theorema quarto.

I corpi sono dell'istessi sorte tra di se, iquali sono di potentia el corpo della medesima sorte, perche colle le ugualità a quel terzo saranno le mitrà loro pari, percioche sono eguali le potentie del terzo.



Saranno i corpi della sorte medesima, de iquali è una proportione & di grandezza, & di potentia. Se come il corpo. a. al corpo. b. così la potentia del corpo. a. al. d. potentia del corpo. b. dico i corpi. a. b. essere dell'istessa sorte, perciochè possiamo il corpo. a. eguale al corpo. b. la potentia del qual sia lo. e. Saranno adonque come il b. all'a. così lo. e. alla potentia di esso. a. laqual è il g. Il resto è manifesto.

IL FINE.

REGISTRO.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq.

Tutti sono Quaderni.



IN VENETIA,
APPRESSO CVRTIO TROIANO.
M. D. LXVI.

UNIVERSITÀ CATTOLICA S. CUORE
BRESCIA
— BIBLIOTECA —
numero 102640
dono