

## NECROLOGI

---

### LUIGI BRUSOTTI

In Padova, dove si era recato per un breve soggiorno presso congiunti carissimi, Luigi Brusotti, nel pomeriggio del 30 aprile 1959, dopo breve degenza, chiudeva la Sua nobile vita operosa.

Ovunque profondo fu il cordoglio, acuto il rimpianto; e con particolare accoramento la triste notizia fu appresa a Pavia, perchè ivi Egli a lungo aveva svolto il Suo alto magistero, perchè in Pavia ancora ben sensibile ed operante era il Suo umano ammaestramento.

E veramente se l'età avanzata ne aveva fatalmente diminuito il vigore fisico, incorrotte erano in Lui rimaste la viva luce del pensiero, la freschezza del sentimento, la nobiltà dell'animo, la mirabile serenità dello spirito. Intatto era del pari rimasto il Suo attaccamento all'Università di Pavia, ove era Egli circondato da quella ammirazione affettuosa che largamente meritavano le Sue eccezionali doti di mente, di carattere, di cuore.

In Luigi Brusotti confluivano in ammirevole armonia, in raro equilibrio, le più elette virtù.

Le profonde assidue meditazioni geometriche felicemente in Lui si accordavano con una singolare vastità di interessi culturali, la fermezza incrollabile del carattere, anche in tempi non facili, era aliena da ogni ostentazione e comprensiva di ogni debolezza altrui, la dirittura morale si conciliava con una estrema tolleranza e una signorile bontà.

Così spontaneamente e con calore a Lui giungevano consensi, simpatie, risponderne di affetto dagli ambienti più disparati.

Ma qui meglio giova soffermarsi sull'opera scientifica di Lui, che è ampia, originale, importante; e pure converrà richiamarne in breve la vita.

Nato in Pavia l'11 settembre 1877 dal Prof. Ferdinando e da Camilla Franchi, Luigi Brusotti visse in un ambiente familiare di lontane e varie consuetudini di studio, di nobili tradizioni morali.

Il padre, ingegnere laureato a Torino, valoroso professore di fisica all'Istituto tecnico di Pavia e contemporaneamente professore di disegno all'Università, è ricordato come precursore di Edison per un suo brevetto di lampada elettrica ad incandescenza che risale allo stesso anno 1877. E non mancavano a Luigi Brusotti motivi di attrazione verso i severi studi matematici, chè, nella più ampia cerchia dei parenti, Egli, benchè giovinetto, poteva avvertire la suggestione potente che emanava dall'alta figura di Felice Casorati.

In Pavia, presso il liceo « Ugo Foscolo », Luigi Brusotti percorse con molto onore gli studi classici, e vi ebbe insegnanti di matematica veramente eccezionali. Oltre a Pilo Predella, ivi incontrò Luigi Berzolari al quale dovevano poi legarlo rapporti di allievo e di collega tra i più edificanti e luminosi. E certo il severo ma conquistante insegnamento del Berzolari contribuì ad orientare Luigi Brusotti, largamente dotato per qualunque ordine di studi, verso quelli di matematica.

Così Egli si iscrisse all'Università di Pavia per la laurea in Matematica pura, e il 10 luglio 1899 si laureò con lode, discutendo con rara limpidezza un argomento di geometria assegnatoGli da Ferdinando Aschieri. La disser-

tazione, assai pregevole, non diede però luogo a pubblicazioni perchè presentava interferenze, non prima avvertite, con ricerche di altri.

Nel successivo anno accademico 1899-1900, Luigi Brusotti ascoltò in Pisa, a scopo di cultura, i corsi di Ulisse Dini, Eugenio Bertini e Luigi Bianchi presso quella Università e quella Scuola normale.

Ritornato quindi all'Università di Pavia, vi conseguì il diploma alla Scuola di Magistero, e per cinque anni fu assistente a cattedre tenute da Luigi Berzolari, Carlo Formenti e Ferdinando Aschieri. Intanto le Sue meditazioni matematiche, ormai sorrette da soda cultura, davano luogo alle prime nitide pubblicazioni. In un indirizzo coltivato dal Berzolari, ma con movenze personali, Luigi Brusotti già manifesta maturità ed autonomia di pensiero, doti espositive eccellenti.

Con l'anno 1906 Luigi Brusotti passò all'insegnamento secondario, nel quale doveva rimanere vent'anni. I licei di Foggia, di Sondrio, di Como, il liceo « Berchet » di Milano, l'Istituto tecnico di Pavia lo ebbero docente di elevato prestigio, insegnante zelante ed amorevole, educatore efficacissimo. Ovunque, ma specialmente a Sondrio, al « Berchet » di Milano e all'Istituto tecnico di Pavia, ove si mantenne più a lungo. Egli lasciò un gratissimo persistente ricordo. Nè Gli mancarono riconoscimenti ufficiali, chè frui di due anticipi di carriera per merito distinto, vinse tre concorsi speciali, ebbe incarichi di ispezione nelle Scuole medie, fu iscritto nel Ruolo d'onore.

Egli proseguì tuttavia con grande passione i Suoi studi prediletti. E, conseguita il 6 maggio 1910 la libera docenza in Geometria analitica presso l'Università di Pavia, vi tenne corsi liberi, ebbe l'incarico delle Matematiche complementari (1921-22), della Geometria superiore (1922-23), e il comando per questa stessa disciplina (1923-24). Nel 1919 ebbe al Politecnico di Milano un incarico di Analisi matematica per un corso accelerato.

Ma nel 1910 Luigi Brusotti iniziava quelle indagini sulle Questioni di realtà nelle quali doveva poi nettamente affermarsi arrecando un fondamentale contributo al progresso del sapere geometrico.

Raggiunta la cattedra universitaria il 1° marzo 1926, Egli fu per due anni professore a Cagliari di Geometria descrittiva con disegno, poi di Geometria analitica e proiettiva, tenendovi l'incarico di Geometria superiore; per tre anni fu professore di Geometria analitica all'Università di Pisa (successore di Luigi Bianchi) e vi insegnò per incarico le Matematiche complementari.

Con l'anno accademico 1931-32 passò all'Università di Pavia, alla quale rimase intimamente legato fino agli ultimi giorni. Fino al 1937 ricoprì la cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva, poi Geometria analitica con elementi di proiettiva e geometria descrittiva; passò quindi alla cattedra di Geometria superiore; col 1° novembre 1947 fu collocato fuori ruolo; e col 1° novembre 1952, a riposo per limiti di età, fu nominato professore emerito. A Pavia tenne più anni per incarico l'insegnamento delle Matematiche complementari.

Dal 1931 al 1952 diresse l'Istituto di Geometria dell'Università di Pavia, nel quale peraltro, come professore emerito, Egli operò, oggetto della massima deferenza, anche negli ultimi anni. E dall'Istituto, dal 1° ottobre 1954 al 30 settembre 1957, Luigi Brusotti, come Presidente nazionale, con grande competenza e dedizione, curò le sorti della Società italiana di scienze fisiche e matematiche « Mathesis ».

Ma altrove i Suoi meriti trovarono altri degni riconoscimenti. Egli fu membro effettivo dell'Istituto lombardo, Socio corrispondente dell'Accademia nazionale dei Lincei e della Società delle Scienze di Liegi, membro della Commissione italiana per l'insegnamento matematico, e fu insignito della Medaglia d'oro ai benemeriti della cultura, della scuola e dell'arte.

Pur dedicando gran parte delle Sue energie all'attività didattica intesa nel senso più largo, e profondamente apprezzata in ogni ordine di scuole,

Luigi Brusotti è andato svolgendo una incessante e fruttuosa attività scientifica.

Le Sue prime ricerche riflettono la teoria invariante delle forme algebriche, specialmente binarie, e le relative applicazioni ed interpretazioni geometriche. Esse si collocano nel periodo dal 1902 al 1909, precedente alla libera docenza, con posteriori apporti di minore ampiezza; e si collegano, come già si disse, all'attività scientifica del Suo Maestro Luigi Berzolari, ma palesano atteggiamenti di netta autonomia.

Le risorse dell'algebra vengono sagacemente affiancate con penetranti intuizioni geometriche, e sono in atto illuminanti raccordi.

Accanto a trattazioni puramente algebriche s'incontrano estese ricerche sulla curva razionale normale dello spazio a quattro dimensioni, sulle curve piane razionali dotate di tre punti di iperosculazione, sui fasci di quadriche nello spazio ordinario e negli iperspazi. In queste ultime caratteristico ed estremamente produttivo è l'uso costante dei combinanti binari, nell'introduzione dei quali si concreta in modo assai efficace la possibilità di studiare il fascio di quadriche di uno spazio lineare come forma dello spazio ambiente e, ad un tempo, come ente razionale semplicemente infinito.

I singoli risultati, sempre diligentemente inquadrati nelle indagini precedenti, appaiono completamente esaurienti. E in verità anche oggi non sembra facile aggiungere in argomento elementi nuovi.

Si tratta dunque di un complesso organico di ricerche col quale Luigi Brusotti arreca, in un indirizzo che a quel tempo era largamente coltivato in Italia ed altrove, un contributo notevole.

Verso un campo scarsamente coltivato si rivolge invece l'attenzione di Lui, a partire dal 1910 ed in seguito.

La Geometria algebrica, pur collegandosi storicamente a primi sviluppi che implicitamente supponevano la variabilità reale, accedendo a ben sentite esigenze di generalità e di armonia, veniva edificandosi ormai da tempo con la consapevole ed esplicita assunzione della variabilità complessa.

Il permanere del linguaggio e spesso, sotto l'aspetto psicologico, anche dell'intuizione che orienta l'indagine, lasciava però alquanto in ombra la circostanza essenziale per cui l'oggetto di studio radicalmente mutava.

La necessità di provvedere all'esame degli enti algebrici reali, e in particolare della loro parte reale, con apposite indagini, l'opportunità di creare mezzi adeguati per affrontare i vari problemi, rispondenti bensì a quesiti immediati ma irti di difficoltà e di insidie riposte, non era certo sfuggita a taluni dei più eminenti matematici del tempo quali Zeuthen, Harnack, Klein, Hilbert. E pure, per quanto rivolti ad altri scopi, potrebbero ricordarsi alcuni interventi di Corrado Segre.

In tali questioni, che ormai si possono indicare come « questioni di realtà », nemmeno mancavano risultati notevoli e appassionanti problemi aperti.

Ma l'opera di Luigi Brusotti fu, in quasi cinquant'anni di attività, veramente imponente. E non sarebbe facile analizzarne compiutamente l'apporto se non soccorressero quelle nitide esposizioni riassuntive che Egli ebbe occasione di redigere negli ultimi anni.

Precisando concetti preesistenti, introducendone nuovi, costruendo ed organizzando vaste teorie, si può ben dire che Egli abbia eretto, nell'ambito delle questioni di realtà, un intero corpo di dottrina.

Contemporanea, ed in argomenti dello stesso tipo, si svolse la poderosa opera di Annibale Comessatti; non si registrano tuttavia interferenze sensibili, perchè questo eminente Autore si muove nell'indirizzo birazionale mentre Luigi Brusotti si attiene prevalentemente all'indirizzo proiettivo ove acquistano importanza problemi d'indole diversa. In tempi assai recenti però, elaborando una teoria topologica dei fasci di curve grafiche sopra una superficie, il Brusotti ha creato premesse idonee a stabilire proficui raccordi tra le due impostazioni, come hanno mostrato ricerche Sue e di altri.

Venendo ormai a più concreti riferimenti possono qui ricordarsi le ricerche riguardanti la topologia della parte reale di una curva piana algebrica

reale, con speciale interesse per quelle col massimo numero  $p + 1$  di circuiti compatibile col genere  $p$ . Notevoli e caratteristici sono: l'uso dei « polinomi simbolici » mediante il quale si riesce a dominare agevolmente ogni configurazione di circuiti nel piano proiettivo, l'introduzione di molteplici metodi ricorrenti di « piccola variazione » assai più generali e fecondi di quelli classici di Harnack e di Hilbert ed insostituibili in svariate questioni esistenziali, la discussione della piccola variazione di una curva algebrica piana spezzata a trasformata col massimo numero di circuiti, la dimostrazione di esistenza della piccola variazione algebrica (di una curva piana) rispondente ad una topologica assegnata. Talune di queste ricerche trovano oggi analogie e contatti con recenti indagini di matematici russi della scuola di I. G. Petrovskij.

I metodi di piccola variazione hanno poi ricevuto, da Luigi Brusotti, estensioni di vario genere alla topologia di curve algebriche reali su quadriche reali, di curve intersezioni complete di superficie algebriche reali, di curve algebriche reali prossime a multilateri (anche nell'iperspazio), di superficie algebriche reali (di cui si è studiato l'ordine di connessione). Inoltre Egli ha presentato la piccola variazione come una operazione entro una « famiglia » (reale), nel senso di Francesco Severi.

Altri lavori sono dedicati all'allacciamento fra circuiti di curve algebriche sghembe reali. In un campo in cui si possedeva solo qualche esempio, il Brusotti in relazione alla topologia della *Verknötung* e della *Verkettung* e ad una estensione delle trecce di Artin e di un teorema di Alexander, ha svolto teorie ed ha conseguito risultati di grande generalità, sempre operando nello spazio proiettivo.

Di grande rilievo è pure il cosiddetto problema del modello algebrico che Luigi Brusotti si è posto ed ha condotto assai innanzi. Dato  $o$  nella topologia intrinseca od in quella dello spazio ambiente un ente topologico, questo ammette come modello la parte reale di un ente algebrico reale? Esiste cioè un « modello algebrico »? E ne esistono con assegnati caratteri o proiettivi  $o$ , di più, birazionali? Una risposta affermativa al quesito mette in relazione i due disparati campi d'indagine e dà occasione all'introduzione di riposti invarianti topologici. Orbene i risultati conseguiti dal Brusotti possono così riassumersi. Se  $S$  è un sistema (spaziale) di  $k$  circuiti, privi di singolarità e di mutue intersezioni (ma comunque allacciati), un modello di  $S$  è offerto dalla parte reale di una curva algebrica reale (se si vuole di una irriducibile); se si assegna il genere, esistono anzi tutti i modelli algebrici irriducibili (o comunque riducibili) compatibili con la condizione (necessaria) del teorema di Harnack. Se  $S^*$  è un sistema di  $k$  falde chiuse, prive di singolarità e di mutue intersezioni, si può affermare (con una lieve restrizione) che un modello di  $S^*$  è offerto dalla parte reale di una superficie algebrica reale.

Su questioni non molto lontane da quelle dianzi prospettate ritornano attualmente alcuni Autori anglosassoni.

Ad un campo prima inesplorato si riferiscono ampie ricerche di Luigi Brusotti riguardanti fasci reali di curve algebriche nel piano (proiettivo) o sulla superficie algebrica reale e teorie topologiche connesse. Allo studio dei fasci reali di curve piane algebriche si affianca quello topologico dei fasci di curve grafiche, riconducibili a quattro grandi tipi; nel campo algebrico si hanno proposizioni esistenziali conseguite con novità di metodo. Anche il caso del fascio reale di curve algebriche sopra superficie algebriche reali richiede premesse topologiche; esso ammette applicazioni in campo birazionale (per esempio alle rigate astratte). Particolarmente studiati furono poi i fasci di quadriche.

Infine sono da annoverare i risultati concernenti curve algebriche reali nel piano e nello spazio euclideo ed iperbolico. Il problema di massimo posto e risolto da Harnack e Klein nel caso proiettivo (quindi nell'ellittico) si pone e si risolve nei casi euclideo ed iperbolico, essendo in atto il nu-

mero massimo  $p + n$  di continui (« segmenti » e circuiti), ove  $p$  ed  $n$  siano genere ed ordine.

Sfuggono all'esame precedente alcune ricerche del Brusotti aventi carattere occasionale, sempre pertinenti a diversi rami della geometria (alla proiettiva sintetica, alla numerativa, alla differenziale proiettiva), oppure suggerite da questioni di analisi (teorema di Brouwer, equazioni differenziali ordinarie, equazioni differenziali alle derivate parziali totalmente iperboliche) cui recano sussidio metodi geometrici.

Si ha così modo di constatare come Luigi Brusotti sapesse muoversi con profitto anche in campi lontani da quello di sua specifica competenza, e pure come sapesse questa piegare a fruttuose applicazioni.

Ancora si deve far menzione degli scritti di Lui che, accessibili ad un più largo pubblico, hanno contribuito a diffondere e consolidare la Sua fama.

Tra questi sono di particolare rilievo tre lunghi magistrali articoli della Enciclopedia delle matematiche elementari (Teoria della misura, Poligoni, e poliedri, Questioni didattiche). Altri, non scevri da personali atteggiamenti, sono variamente diretti all'interpretazione di Euclide, di Archimede, di moderni indirizzi, alle applicazioni didattiche della definizione di Minkowski dell'area di una superficie. Sempre, nella Sua attività d'indole critica e divulgativa, Luigi Brusotti mette in luce personalità, acutezza, ampiezza di vedute, copia e scrupolo di informazioni, splendida forma espositiva.

Occasione di più generali riflessioni sono gli ampi scritti commemorativi su Gerolamo Saccheri, Lorenzo Mascheroni, Luigi Cremona, Luigi Berzolari ed altri.

Notevoli sono pure alcune recensioni (una delle quali uscirà postuma), anche perchè Egli spesso le intendeva come personali ripensamenti.

Contemplando nel loro complesso gli scritti che Luigi Brusotti ci lascia ben si avverte come assai vasto ed essenziale sia il Suo contributo alle matematiche, concepite nella loro interezza.

Eppure in coloro che ebbero la fortuna di esserGli vicini chiaro è il sentimento che quello che ci lascia sia molto meno di quello che è scomparso con Lui.

Ma rimane il nostro ricordo, il nostro rimpianto.

Sia questo di qualche conforto alla desolata sorella e alle famiglie delle due figlie di lei. Come a noi è di conforto sapere che in loro Luigi Brusotti ha veracemente vissuto le intime ineffabili gioie degli affetti famigliari.

V. E. GALAFASSI

