



LUIGI BERZOLARI

di LUIGI BRUSOTTI (a Pavia).

1. Quando il 3 aprile 1949 l'assemblea della Unione Matematica Italiana, sicura interprete del pensiero dei Soci, acclamava Presidente onorario LUIGI BERZOLARI, certo voleva esprimere Gli colla profonda ed affettuosa stima verso lo studioso eminente e venerato, anche la gratitudine per la provvida e diuturna opera ch' Egli aveva prestato come Presidente effettivo:

Ma pur si riprometteva che il nome di Lui ancora a lungo rimanesse così legato al sodalizio.

Troppo presto invece si diffondeva la notizia della morte, sopravvenuta in Pavia nella notte fra il 10 e l'11 dicembre 1949; chè più delle amorose e sapienti cure, della forte fibra, aveva potuto il peso degli anni.

Era Egli nato a Napoli il 1° maggio 1863, da ANGELO, capitano di fanteria, di Cremona, valoroso combattente delle guerre 1848-49, 1859-60-61, e da ROSA ROSSI, di Mortara (in provincia di Pavia).

Il padre, cui le gravi ferite riportate all'assedio di Gaeta avevano troncato la carriera, morì nel 1867; e LUIGI BERZOLARI, unico figlio, si trasferì prima a Mortara, ove percorse le scuole elementari e le prime quattro classi di Ginnasio, poi a Pavia, ove portò a compimento gli studi classici, ai quali attinse quell'educazione umanistica che di poi sempre lo seguì; e nel tempo stesso dall'insegnamento suggestivo di SALVATORE PINCHERLE trasse chiare direttive per la Sua ulteriore attività.

Intanto nel 1881 Gli era pure mancata la madre; ma Egli vinto già nel 1880 il concorso al Collegio Ghislieri in Pavia,

poteva percorrervi gli studi universitari e conchiuderli colla laurea in Matematica, conseguita con lode nel novembre 1884.

Fu questo per LUIGI BERZOLARI un periodo decisivo, poichè se da un lato, rimasto solo nella vita, seppe nella sua sicura coscienza tracciarsi la retta via, imponendosi austere consuetudini, dall'altra in un ambiente di studio in cui emergevano impareggiabili Maestri, quali FELICE CASORATI, EUGENIO BELTRAMI ed EUGENIO BERTINI, trovò egli le ragioni così di una soda ed equilibrata cultura matematica, come di una elevata concezione della scienza e della scuola.

Nell'anno successivo alla laurea si trattenne ancora nel Collegio Ghislieri per studi di perfezionamento, dopo di che insegnò nel Ginnasio di Pavia e nei Licei di Vigevano e di Pavia e vi si affermò come didatta di rara efficacia, mantenendosi peraltro in contatto coll'Università di Pavia come assistente, prima alla cattedra di Calcolo infinitesimale tenuta da FELICE CASORATI, poi a quella di Geometria proiettiva e descrittiva tenuta da FERDINANDO ASCHIERI, cosicchè già nel 1888 poteva conseguire l'abilitazione all'insegnamento a norma di particolari disposizioni vigenti presso la Facoltà di Scienze e nel 1892 la libera docenza in Geometria analitica e proiettiva.

2. Nel 1893, primo nel concorso, salì nell'Università di Torino la cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva. Da questa, in seguito a concorso per ordinario, passava, nel 1899, a quella di Analisi algebrica e di Geometria analitica, presso l'Università di Pavia, mutata col 1927 nell'altra di Analisi algebrica ed infinitesimale, e presso l'Ateneo pavese rimaneva fino al collocamento a riposo, avvenuto per limiti di età nel 1935, colla sola interruzione di un anno nel 1924-25, nel quale si trasferì a Milano come ordinario di Geometria superiore.

Nel 1900 successe ad ERNESTO PASCAL nella direzione dell'Istituto matematico fondato da EUGENIO BERTINI, e la conservò fino alla morte, molto operando per il bene dell'Istituto e per l'incremento del materiale (*).

Ebbe in Pavia incarichi di Statica grafica, Matematiche superiori. Geometria superiore, e, presso il Politecnico di Milano, di Geometria. Corsi liberi tenne in Pavia anche dopo il collocamento a riposo ed all'Università di Pavia rimase pure legato come Professore emerito.

(*) All'Istituto matematico donò la ricca miscellanea e parte dei libri, gli altri legando al Collegio Ghislieri.

Sotto ogni aspetto esemplare fu l'opera didattica del BERZOLARI.

Essa nei corsi propedeutici sempre si ispirò a criteri in cui saggiamente si contemperavano la cura del rigore matematico ed il vigile senso delle esigenze psicologiche degli studenti, così come risulta dai corsi a stampa di Geometria analitica ⁽²⁾ e pur dai tografati di Geometria proiettiva, di Geometria descrittiva, di Analisi algebrica e di Analisi infinitesimale ⁽³⁾, tutti organicamente costruiti e perspicuamente redatti; ma ancor più chiaramente appariva nell'insegnamento orale, ove la semplicità dell'eloquio giungeva diritta all'animo dell'ascoltatore, attraendolo senza stancarlo.

I corsi del secondo biennio, sempre ben congegnati e preparati, erano spesso mutati, almeno in qualche particolare, attingendo ad argomenti, in varia guisa fra loro composti, di Geometria e di Analisi, quali: Teoria delle curve piane algebriche, Curve e superficie algebriche nello spazio, Geometria sulla curva algebrica, Corrispondenze algebriche, Geometria proiettiva degli iperspazi, Funzioni di variabile complessa, Integrali abeliani, Teoria invariante delle forme algebriche, Geometria differenziale.

Ma all'Università di Pavia LUIGI BERZOLARI pure altrimenti giovò, segnatamente come Preside della Facoltà di Scienze (1907-09; 1916-20; 1925-29) e come Rettore (1909-13; 1920-22) uffici questi in cui Egli ebbe agio di manifestare, anche in tempi non facili, singolari doti di equilibrio e di carattere.

E pure altre forme assunse la Sua disinteressata dedizione agli studi.

Nel quadriennio 1915-18 fu Presidente della Mathesis e, superando le gravi ripercussioni belliche, riuscì a mantenerne salda la compagine e costante l'efficienza, nel che molto gli giovò la solida esperienza ch' Egli possedeva in fatto di scuola secondaria.

Ne dicembre del 1933 succedeva nella Presidenza de l'Unione Matematica Italiana al fondatore di questa SALVATORE PINCHERLE e vi rimaneva fino al 1948, quando si escluda il periodo in cui, per ragioni di guerra, l'Unione fu retta da un commissario, scelto nella persona dell'Amministratore FILIPPO SIBIRANI. Alla Presidenza del BERZOLARI corrispose per l'associazione una vitalità intensa rivelatasi nelle fortune del Bollettino e dei Congressi.

⁽²⁾ Cfr. [57], con riferimento alla numerazione dell'elenco posto al termine della presente necrologia.

⁽³⁾ Vedasi l'oss. a detto elenco. D'interesse didattico è pure la pubblicazione [15].

Ma pur fuori dei confini dello Stato fu apprezzato il consiglio di LUIGI BERZOLARI. Il Cantone Ticino a Lui spesso ricorse, come a sicuro consulente per le Scuole secondarie ed in modo particolare per il Liceo cantonale di Lugano, ove ora l'insegnamento delle matematiche è affidato ad un valente scolaro di Lui, AMBROGIO LONGHI.

3. Può far meraviglia che il grave carico degli obblighi didattici, e le svariate cure dovute a tanti e così diversi uffici, abbiano pur consentito al BERZOLARI una cospicua ed ininterrotta attività scientifica, non mai affievolitasi coll'inoltrarsi degli anni, sicchè tre delle Sue pubblicazioni originali usciranno postume.

S' inizia essa colla dissertazione di laurea, [1], pubblicata negli « Annali di Matematica » col titolo: *Sulla superficie del quarto ordine avente una conica doppia*. Vi si svolge un organico studio, specialmente rivolto alle sedici rette della superficie ed agli annessi « poliedri ».

Seguono, sempre con metodo puramente geometrico, le ampie *Ricerche sulle trasformazioni piane univoche involutorie e loro applicazione alla determinazione delle involuzioni di quinta classe*, [2], presentate per il conseguimento dell'abilitazione, ed una Nota, [3], sopra argomento affine. Fondamentale è la nozione di classe (numero delle coppie giacenti su una retta) introdotta da ETTORE CAPORALI per una classificazione proiettiva accolta da VITTORIO MARTINETTI e da EUGENIO BERTINI e in quel periodo dal BERTINI preferita a quella d'indole cremoniana nella quale egli aveva stabilito risultati classici.

In una Nota del 1889, [4], usando di una rappresentazione parametrica introdotta da EUGENIO BERTINI, il BERZOLARI dimostra per la quartica gobba di seconda specie un teorema che offre analogie con uno di EUGENIO BELTRAMI sulla cubica gobba.

Si inizia così un ordine di studi nel quale il BERZOLARI doveva trattarsi fino al 1893, ritornandovi in seguito più volte, anche negli ultimi anni di Sua vita.

Trattasi di ricerche pertinenti alla teoria invariante delle forme algebriche binarie ed alle relative applicazioni geometriche, generalmente riflettenti le curve razionali piane, spaziali ed iperspaziali.

Hanno interesse puramente algebrico la non facile determinazione di condizioni invariantive perchè due equazioni di quinto grado abbiano quattro radici comuni, a complemento di indagini dovute a PAUL GORDAN e ad ERNESTO PASCAL, [8]; un commento algebrico, [26], ad una ricerca analitica di OSCAR BOLZA; un'ele-

gante espressione delle « spinte » fra potenze di una binaria quadratica, [27], ridimostrata da PAUL GORDAN ⁽⁴⁾, indi inserita in più vasto quadro ⁽⁵⁾ da EMIL WAELSCH ⁽⁶⁾, mentre si ravvivano nell'interpretazione geometrica le Note sulla cubica gobba, [5], ove prevale un metodo già utilizzato da GIULIO PITTARELLI e da RUDOLPH STURM e fondato sull'interpretazione dei coefficienti di una forma cubica binaria come coordinate proiettive omogenee nello spazio ⁽⁷⁾, e pur quelle riflettenti l'involuzione sopra un ente razionale semplicemente infinito, [6], [7].

Di maggior portata sono le trattazioni a cui conferisce organicità ed interesse l'uso sistematico dei « combinanti » e delle osculanti », che in qualche caso già avevano trovato impiego, gli uni per opera di WILHELM GROSS, le altre da parte di EUGENIO BELTRAMI, di STANISLAUS JOLLES, di EDUARD STUDY e di WILHELM STAHL, ma che il BERZOLARI applicò, in modo affatto generale a curve razionali d'ordine qualunque di uno spazio ad un numero qualunque di dimensioni.

Chi ancor oggi legge le estese Memorie sulle curve gobbe razionali del quarto, [9], e del quinto, [14], ordine, si sente fortemente attratto dalla copia e dall'eleganza dei risultati raggiunti con procedimenti nei quali variamente s'intrecciano calcoli ed interpretazioni, vicendevolmente illuminandosi di viva luce. Vi si possono raccostare la breve ma interessante Nota sui combinanti dei sistemi di quintiche binarie, [13], i lavori dedicati alle cubiche, [11], e quartiche, [107], piane razionali, od a rigate di secondo ordine legate alla quartica gobba razionale (in analogia a quelle considerate da ENRICO D'OVIDIO per la cubica gobba, [10], o pur invece

⁽⁴⁾ F. GORDAN, *Auszug aus einem Schreiben an Herrn L. BERZOLARI* « Rend. del Circ. Mat. di Palermo » 12 (1898), p. 326-328.

⁽⁵⁾ E. WAELSCH, *Ueber Laplace'sche Kugelfunctionen und Fourier'sche Polynome* « Rend. del Circ. Mat. di Palermo » 55 (1927), p. 209-237, a p. 223.

⁽⁶⁾ D'indole algebrica ma in indirizzo alquanto diverso è una Nota recente, [105], nella quale, utilizzando formole di FRANCESCO BRIOSCHI, dell'equazione generale del quinto grado si costruisce una risolvente di LAGRANGE a coefficienti invarianti, problema questo già risolto dal SALMON, peraltro con metodo euristico; indi se ne traggono criteri di risolubilità algebrica per l'equazione generale del quinto grado.

⁽⁷⁾ È noto come tale metodo possa estendersi alla curva razionale normale dell'iperspazio ed in tal senso sia stato ripreso da altri autori, fra i quali qui si ricordano GINO FANO ed ANNIBALE COMESSATTI. Di questa altrimenti e brevemente si occupò il BERZOLARI in [30] ed anche altrove, come sarà detto.

concernenti curve razionali iperspaziali, [12], [28], [101], [112], ed in particolare quelle di S_n aventi rispettivamente ordine n , $n + 1$, $n + 2$, $2n \pm 1$, ricerche queste ultime pure assai ricche di pregevoli particolari. E si può qui ricordare anche la breve Nota, [86], che estende agli iperspazi una proprietà della quartica gobba razionale.

Occupano un posto a parte gli studi sulle curve gobbe razionali di ordine n dotate di quattro punti con piano osculatore a contatto n -punto (punti d'iperosculatione) e sulle loro generalizzazioni iperspaziali, [36], [38], [40], [42]. Essi però si connettono con altri di cui ora si dirà.

Concernono questi coppie di piramidi di $r + 1$ vertici dello spazio S_r in posizioni proiettivamente particolari, [33], [35], [39], e configurazioni spaziali ed iperspaziali, [43], [61], [62], [63], [64], alcune delle quali vengono caratterizzate in modo assai semplice. Vi si alternano ingegnose rappresentazioni analitiche e delicate discussioni ispirate invece ai metodi della pura geometria.

Un argomento che aveva interessato il BERZOLARI fin dal 1918, come si rileva da studi su questioni apparentemente lontane (cfr. oltre al citato [64] pur [65], [67], [69]), è quello della configurazione legata ad una coppia di cubiche gobbe in posizione ottaedrica, già incontrata da GUSTAV KOHN e presa in esame da EDGARDO CIANI. Esso doveva trovare pieno svolgimento solo nel 1940 con un'estesa Memoria, [94], a cui si riferiscono una Nota preventiva, [93], un ulteriore sviluppo, [95], legato a vedute di ARTHUR B. COBLE, e pure la elegante Nota, [100], sulla quintica gobba dotata di tre bitangenti. Il lavoro principale è un ampio ed esauriente studio nel quale, con mezzi semplicissimi, si domina la complessità dei rapporti fra i numerosi enti invarianti per il gruppo (ottaedrico) di 24 collineazioni mutante in sé ciascuna delle due cubiche od anche per quello di 48 mutante in sé la coppia di cubiche, ulteriormente ampliabile in uno di 96 corrispondenze (collineazioni e correlazioni). Fra i detti enti è particolarmente notevole una superficie del quarto ordine con 54 rette.

Di gruppi di collineazioni d'ordine finito trattano pure i lavori [34], [90] e [106], l'ultimo dei quali può ravvicinarsi alle belle indagini sulle « lemniscata proiettiva », sul quadrilatero completo, e sui legami di questo col pentaedro completo, [32], [60], [102].

Nel 1895 il BERZOLARI, estendendo agli iperspazi una considerazione di RICCARDO DE PAOLIS sulle forme di prima specie, tratta quelle ch' Egli chiama corrispondenze

$$[m_1, m_2, \dots, m_r]$$

e cioè, [18], fra r punti ordinatamente assunti in uno spazio S_n , introduce un legame tale che, assuntine $r-1$, il rimanente, se di posto i , vari sopra un'ipersuperficie di ordine m_i . Si raccolgono così sotto enunciati di grande generalità (e come casi particolari di questi), risultati da vari autori conseguiti per altre vie. Più semplice fra tutti è il notissimo teorema di HEINRICH SCHRÖTER sull'involuzione unita, più tardi esteso in altro senso, con un teorema sulle collineazioni iperspaziali, [39].

Alla teoria generale delle curve, superficie, ipersuperficie algebriche, rispettivamente nel piano, nello spazio, nell'iperspazio pur si è rivolto il BERZOLARI. Stabiliva dapprima, [19], condizioni necessarie e sufficienti perchè tre superficie algebriche dello spazio ordinario abbiano precisamente raccolte in un punto comune tante intersezioni quante comporta il prodotto delle rispettive molteplicità, con un metodo algebrico suscettibile di estensione al caso analogo per le ipersuperficie, ed a ciò aggiungeva qualche complemento; dimostrava poi, [58], in modo elementare e sopra ogni curva piana di ordine n , priva di componenti multiple, l'esistenza di $\frac{n(n+3)}{2}$ punti atti ad individuarla e risolveva problemi analoghi nello spazio e nell'iperspazio, addentrandosi in questioni di postulazione; sottoponeva infine, [104], ad una sottile critica un contributo portato da HERMANN GRASSMANN alla generazione proiettiva delle curve piane algebriche.

Un indirizzo maturato nel periodo torinese è quello riflettente la Geometria numerativa. Accanto a questioni legate, [20], a due fasci complanari di curve algebriche ⁽⁸⁾ e, [16], prendendo occasione da una ricerca di FRIEDRICH GEISER, alle plurisecanti una curva algebrica dello spazio a tre o a quattro dimensioni, sono da segnalarsi, [29], i numerosi e non ovvii risultati sulle coniche appoggiate in più punti a date curve algebriche, in parte sostanzialmente coincidenti con taluni di quelli stabiliti in due lavori poco dopo apparsi e dovuti a FRANCESCO SEVERI, allora giovanissimo ⁽⁹⁾. Da una questione d'indole metrica (quella del conteggio

⁽⁸⁾ È notevole come dalla relativa pubblicazione abbia preso incitamento CORRADO SEGRE per quella del classico lavoro in cui è introdotto l'invariante birazionale (relativo) di una superficie (od ipersuperficie) algebrica, portante con quello di ZEUTHEN il suo nome. Cfr. C. SEGRE, *Intorno ad un carattere della superficie e delle varietà superiori algebriche* « Atti della R. Acc. di Torino » 31 (1896), p. 485-501.

⁽⁹⁾ F. SEVERI, *Ricerche sulle coniche secanti delle curve gobbe* « Atti della R. Acc. di Torino » 35 (1899-900), p. 774-791; *Sopra le coniche che toccano e secano una o più curve algebriche*, ibid. 36, (1900-01), p. 74-93.

degli ombelichi di una superficie algebrica) prende le mosse, [17], la risoluzione del quesito che ne scaturisce sostituendo al circolo assoluto una curva gobba d'ordine arbitrario ⁽¹⁰⁾. Di più del problema generale degli spazi secanti risoluto in tutta la generalità da GIOVANNI ZENO GIAMBELLI, il BERZOLARI ha dato recentemente, [110], in un caso particolare, una semplice soluzione diretta, ed, in un lavoro in corso di stampa, [113], ha trattato di una generalizzazione dei « poligoni principali » relativi ad una curva algebrica iperspaziale introdotti in una ricerca di FRANCESCO SEVERI.

Pure durante la dimora in Torino LUIGI BERZOLARI svolse una sua attività in un campo discosto da quelli precedentemente coltivati, ma al quale Egli poteva ben sentirsi preparato per le profonde conoscenze analitiche tratte dagli insegnamenti del CASORATI e del BELTRAMI. Si vuol dire dei lavori di Geometria differenziale iperspaziale.

Sono alcuni di essi da assegnarsi oggi alla Geometria differenziale proiettiva, ch' Egli fu così il primo a coltivare in Italia. Accanto alle Note [21] che stabiliscono le equazioni differenziali delle quadriche in un iperspazio, è da segnalare la bella Memoria *Sugli invarianti differenziali proiettivi delle curve di un iperspazio*, [22], nella quale si giunge, fra l'altro, a felici estensioni di risultati di GIORGIO HALPHEN ed alla geniale interpretazione di un teorema analitico di FRANCESCO BRIOSCHI. La complicazione algoritmica dell'argomento viene saggiamente dominata da vedute geometriche, coll'intervento sistematico delle curve razionali normali e coll'uso di procedimenti di proiezione.

Altri lavori, [23], [24], [25], trattano invece di questioni metriche, generalizzando teoremi dell'ordinaria geometria differenziale delle superficie, come quelli di EULERO, di MEUSNIER e sulla curvatura geodetica, con riferimento, nella massima generalizzazione, a varietà comunque tracciate su varietà immerse in un iperspazio a curvatura costante, e ciò con abile maneggio di mezzi algoritmici allora non molto diffusi e con impostazioni che ENEA BORTOLOTTI ebbe a collegare con altre più recenti ⁽¹¹⁾.

Si può qui ricordare anche la breve Nota, [98], sul luogo dei contatti fra coniche di un particolare sistema piano, suggerita al

⁽¹⁰⁾ A questo lavoro fecero seguito ricerche di altri autori, più recenti fra tutte quelle di AMBROGIO LONGHI. Cfr. anche per riferimenti: A. LONGHI, *La determinazione degli ombelichi di una superficie algebrica ed alcune questioni più generali* « Revista (Tucuman), A (Matematicas y fisica teorica) » 2 (1941), p. 31-49.

⁽¹¹⁾ Cfr. ENEA BORTOLOTTI, *Scritti*, cit. in ⁽¹⁷⁾, p. 553-576; a p. 553.

BERZOLARI dagli studi sulle equazioni differenziali intrapresi per la pubblicazione (purtroppo interrotta dalle vicende belliche) delle opere del Suo Maestro FELICE CASORATI ⁽¹³⁾.

4. Accanto alla ricerca originale ebbe LUIGI BERZOLARI un'altra caratteristica attività, la quale diede i suoi primi frutti nel 1906, ma aveva avuto inizio qualche anno prima. Consiste essa nella collaborazione ad enciclopedie italiane e straniere.

Fra le più cospicue manifestazioni in tale campo sono da annoverare i tre articoli, pubblicati nella *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*. Costano essi rispettivamente di 143, 208, 438 pagine e ricchissime vi sono le indicazioni bibliografiche, assommanti a parecchie migliaia e raccolte con diligentissima probità.

Il primo, [41] (edizione francese [59]), relativo alle curve piane algebriche, premesse le proprietà più elementari, si sofferma poi sui punti singolari, sulle questioni di realtà e sulle proprietà metriche, indi passa alla geometria sulla curva ed ai sistemi lineari di curve.

Il secondo, [75], porta col nome del BERZOLARI pur quello di KARL ROHN; ma il BERZOLARI che, alla morte del ROHN, ebbe l'incarico di riprendere l'articolo, così lo rifiuse ed accrebbe da potersene di fatto considerare l'autore ⁽¹³⁾. Vi si tratta, sotto ogni aspetto, delle curve algebriche spaziali, prima delle generali, insistendo fra l'altro sull'importante problema della loro classificazione, poi delle particolari.

Il terzo e assai più ampio articolo, [87], concerne le corrispondenze e trasformazioni algebriche, dominando così, ben si può dire, l'intero sviluppo della Geometria algebrica. Vi ricevono speciale rilievo da un lato le corrispondenze fra curve algebriche e dall'altro le trasformazioni cremoniane fra piani, spazi, iperspazi; ma nulla vi è trascurato, con un'equa comprensione dei vari indirizzi dai più modesti ed antichi ai più recenti ed elevati.

Il complesso dei tre articoli è un monumento che attesta del vigore degli studi geometrici nell'indirizzo algebrico ed in particolare della importanza del contributo italiano ⁽¹⁴⁾. Se preziosa ne

⁽¹²⁾ Alla classificazione qui seguita sfugge, con un'osservazione sui gruppi polari, [103], un'interessante discussione sulla congruenza delle tangenti comuni a due quadriche, [92]. Su [114] chi scrive non ha potuto avere precisa notizia.

⁽¹³⁾ Cfr. l'esplicita dichiarazione della Redazione in [75], p. 1229.

⁽¹⁴⁾ Torna qui opportuno ricordare le parole pronunziate da FRANCESCO SEVERI presentando il terzo articolo all'Accademia dei Lincei:

« L'articolo costituisce addirittura un volume ed è il terzo di una serie

è la consultazione, attraente ne è la lettura anche per lo studioso meno scaltrito.

Più agili, ma sempre rispondenti allo scopo, sono i dieci capitoli del PASCAL's *Repertorium*, [47]-[56], per complessive 344 pagine e rispettivamente riflettenti le curve piane algebriche, la geometria sulla curva, le corrispondenze algebriche fra curve algebriche, le corrispondenze algebriche fra piani, la teoria delle superficie algebriche (tre capitoli), le superficie del terzo ordine, le curve algebriche spaziali in generale, le curve algebriche spaziali particolari.

D'altra indole è il largo sviluppo (in 49 colonne) della voce « Algebra » nell'*Enciclopedia Treccani*, [76]. Con saggia graduazione delle difficoltà l'autore viene incontro ai lettori di diversa cultura matematica, sì che ciascuno abbia a trovarvi quanto lo possa interessare. Dopo una premessa storica ricca di notizie e di date, una esposizione sistematica, dalle prime nozioni di calcolo letterale, conduce a campi fra i più elevati dell'Algebra, quali sono la teoria delle equazioni algebriche secondo GALOIS e la teoria invariante delle forme algebriche, segnatamente delle binarie e delle quadratiche, toccando questioni generali come quelle della equivalenza e della base.

In particolare l'opera Sua dedicò il BERZOLARI all'*Enciclopedia delle Matematiche elementari*, della quale fu uno dei promotori che nel lontano 1909 accolsero l'iniziativa di ROBERTO BONOLA. Ne fu poi direttore con GIULIO VIVANTI e con DUILIO GIGLI, ed infine, per sopravvenute circostanze, fra cui l'immatura morte del GIGLI, ne assunse da solo la grave cura. Ma pur vi collaborò con cinque limpidi articoli riguardanti il Calcolo combinatorio, [77], la Teoria dei gruppi, [78], i determinanti, [79], le equazioni lineari, [80], infine le sostituzioni lineari e le forme lineari, bilineari e quadratiche, [81].

L'opera è ormai al termine e si appalesa ancor più vasta e complessa di quanto potesse apparire agli inizi, così da presentarsi come fonte di consultazioni e di studi non solo agli insegnanti

di monografie con cui il BERZOLARI va illustrando lo sviluppo della geometria algebrica. E poichè questa branca di matematica è oggi gloria essenzialmente italiana, l'opera, condotta nel modo magistrale con cui la conduce il BERZOLARI, non può che tornare vantaggiosa, dal punto di vista nazionale ed internazionale, al prestigio della scienza italiana. Pochi matematici avrebbero potuto e saputo accingersi ad un lavoro di tale mole e compierlo con pari scrupolosità, intelligenza e dottrina ».

« La immensità delle ricerche bibliografiche, il loro confronto e la messa in prospettiva delle diverse teorie, e degli apporti più significativi, sono tali elementi che valutati a priori avrebbero sgomentato chiunque ».

della scuola secondaria ai quali è particolarmente diretta, ma pure ad ogni cultore delle matematiche o di scienze affini; e, differendo da ogni pubblicazione sotto qualche aspetto congenere, si rivela come unica ed, in tal senso, insostituibile. Se ne occupò Egli fino agli ultimi giorni della Sua vita, attraverso a tante e così travolgenti vicende; ond'essa rimane a testimonianza della mirabile e meritoria tenacia di Lui.

Ma, più in generale, la collaborazione ad enciclopedie pone in luce la singolare capacità ch'Egli possedeva di conciliarne le due più essenziali esigenze, che sono quelle della visione organica dell'argomento e della minuta informazione bibliografica e che ad un primo esame apparirebbero fra loro antitetiche. Egli, pur rispettandole, sa tutto raccogliere in un armonico quadro e, con fine sensibilità, ogni volta adeguarlo alle persone cui lo scritto è destinato.

Certo fu questa da parte del BERZOLARI un'altruistica dedizione al bene degli studi, perchè talora gli tolse la più vivida ed immediata soddisfazione della ricerca personale, differendo talvolta di anni la conclusione i indagini che Gli si andavano presentando alla meditazione. E perciò gli studiosi Gli debbono profonda gratitudine.

Non vanno però trascurate altre manifestazioni, dovute a particolari circostanze e, fra esse, coll'interessante scritto sui matematici dello Studio pavese, [73], pubblicato in occasione delle feste centenarie del 1925, le necrologie di matematici italiani e stranieri, sempre atte a fissarne le caratteristiche più salienti, e le diligenti ed esaurienti recensioni. Fra le prime si segnalano quelle dedicate a LUIGI CREMONA, [37], ed a EUGENIO BERTINI, [82]-[85], che dei due geometri profondamente studia o la produzione e magistralmente delineano la forte personalità e pur quelle, più recenti, dedicate ad ANNIBALE COMESSATTI, [108], [109], ove del collega immaturamente scomparso è ben analizzata la nobile operosità scientifica ⁽¹⁵⁾. Fra le seconde si ricordano quelle riguardanti le due edizioni italiane dell'*Introduzione alla geometria proiettiva degli*

(¹⁵) Come la necrologia dedicata al BERTINI, rivelano l'affetto del BERZOLARI verso i Suoi Maestri quelle più brevi per FERDINANDO ASCHIERI, [44], e per SALVATORE PINCHERLE, [91]; e pur piene di sentimento sono quelle per stimati colleghi come CORRADO SEGRE, [71], GAETANO SCORZA, [96], [97] ed ERNESTO PASCAL, [99].

Può altresì ricordarsi il discorso ch'Egli, come Rettore, pronunziò per l'inaugurazione del monumento a professori e studenti caduti, il 4 giugno 1922, in Pavia, [70].

iperspazi di EUGENIO BERTINI, [45], e pur quella recentissima, [111], sul corso di FABIO CONFORTO concernente *Funzioni abeliane e matrici di RIEMANN*.

5. Ma giova dire ormai della posizione che a LUIGI BERZOLARI conferisce la lunga carriera scientifica, iniziata sotto l'influsso di EUGENIO BERTINI, ravvivatasi nel contatto torinese con CORRADO SEGRE ed arricchitasi poi di personali elementi.

Essa ebbe a coincidere con uno dei periodi più luminosi dell'indagine geometrica in Italia.

Sono invero i tempi in cui si costruisce la Geometria proiettiva degli iperspazi, ma poi, colla Geometria sulla curva, sulla superficie, sulla varietà va affermandosi per la Geometria algebrica la preminenza dell'impostazione birazionale; e, d'altra parte, per la Geometria differenziale, accanto agli antichi, fioriscono nuovi indirizzi, fra cui quello proiettivo.

Ora il BERZOLARI della visione birazionale della Geometria algebrica ha sentito tutta l'importanza e tutta la bellezza. Lo provano i programmi talora scelti per i corsi monografici e qualche recensione o necrologia, ma ancor più lo attestano taluni articoli enciclopedici, specialmente quello della *Encyclopédie* sulle corrispondenze, che ne fa in quel campo un benemerito. Ma nella Sua produzione personale Egli preferì sempre studiare gli enti algebrici sotto l'aspetto proiettivo, pur toccando settori come quelli attinenti a questioni di molteplicità d'intersezione, di postulazione, di Geometria numerativa, che coll'indirizzo birazionale possono aver indiretto contatto.

Questa constatazione vuol fissare uno dei caratteri della produzione del BERZOLARI, non già sminuirne la portata, che rimane pur notevolissima, per la varietà, l'esauriente completezza e l'organicità delle trattazioni, per lo spiccato gusto geometrico, per l'eleganza degli sviluppi algoritmici e delle formole conclusive, infine per i felici raccostamenti fra lontane regioni del sapere matematico a Lui resi più facili dalla vasta erudizione.

Negli studi concernenti la Geometria differenziale iperspaziale il BERZOLARI, pur chiaramente affermandovisi, non si soffermò a lungo, ma sempre Gli rimane il merito di aver precorso quelli che dovevano poi organizzarsi e prosperare nella Geometria differenziale proiettiva.

Cospicuo è dunque il posto che al BERZOLARI spetta nella storia degli studi geometrici in Italia.

Non Gli mancarono riconoscimenti, oltre a quelli già ricordati,

chè fu Egli chiamato a far parte di molte fra le più illustri accademie italiane ⁽¹⁶⁾.

Ma l'affettuosa stima da cui era circondato chiaramente rifulse nelle onoranze che Gli furono tributate nel 1910 per il venticinquesimo anno d'insegnamento e nel 1936 per il collocamento a riposo. Nella prima circostanza allievi antichi e recenti Gli donarono un'artistica targa, opera di GIORGIO KIENERCH; nella seconda costituirono esse un vero plebiscito di colleghi italiani e stranieri, di allievi, di estimatori, ed egregiamente si conchiusero colla offerta di un volume di *Scritti matematici*, dovuti a ben cinquanta autori, fra cui non pochi di alta rinomanza ⁽¹⁷⁾.

Ai meriti di LUIGI BERZOLARI verso la scuola e la scienza fanno degno riscontro le virtù civiche e familiari. Chè nell'unità del Suo spirito ben si fondevano la sana logica ed il retto criterio morale, illuminandosi del culto della bellezza e dei più nobili sentimenti.

Ben presto orfano, in giovane età si sposò con ELISA CITTERIO e l'ebbe impareggiabile compagna fino alla morte di Lei. A consolarlo negli ultimi anni rimanevano le tre figliuole e pur gli otto nipoti ed i quattro pronipoti, che, allacciando il passato all'avvenire, ben potevano recare qualche dolcezza al Suo cuore.

Ma, tempra fortissima di lavoratore, alla sventura Egli seppe trovare conforto pur nella instancabile operosità e nell'inesausto amore per gli studi prediletti.

Ond' Egli agli studiosi tutti si offre come fulgido esempio.

⁽¹⁶⁾ Era LUIGI BERZOLARI Socio nazionale dell'Accademia Nazionale dei Lincei e dell'Accademia delle Scienze di Torino, Membro effettivo dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e dell'Accademia Pontaniana di Napoli, e (rara distinzione) uno dei XL della Società Italiana delle Scienze.

Aggiungasi che dell'Istituto Lombardo fu Vice Presidente (1921-1924) e Presidente (1925-1927); e che nel quadriennio 1929-33 fu Membro della Giunta esecutiva del Consiglio Nazionale delle Ricerche per la Matematica.

⁽¹⁷⁾ Cfr. *Scritti matematici offerti a LUIGI BERZOLARI*, Pavia 1936, p. XXXVII - 685.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1. *Sulla superficie del quarto ordine avente una conica doppia*, « Ann. di mat. » (2) 13 (1885) p. 81-174.
2. *Ricerche sulle trasformazioni piane, univoche, involutorie, e loro applicazioni alla determinazione delle involuzioni di quinta classe*, Id. (2) 16 (1888-89) p. 191-275.
3. *Un nuovo teorema sulle involuzioni piane*, « Rend. Palermo », 3 (1889) p. 145-159.
4. *Sulla curva gobba razionale del quarto ordine*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 23 (1890) p. 96-106.
5. *Intorno alla rappresentazione delle forme binarie cubiche e biquadratiche sulla cubica gobba* (due Note), « Rend. Palermo » 5 (1891) p. 9-32, 33-50.
6. *Sulla teoria dell'involuzione, specialmente dell'involuzione cubica*, « Rend. Acc. Napoli » (2) 5 (1891) p. 35-40.
7. *Sull'involuzione cubica*, Id. (2) 5 (1891) p. 71-79.
8. *Sulle condizioni invariantive perchè due quintiche binarie abbiano quattro radici comuni*, « Ann. di mat. » (2) 19 (1891-1892) p. 269-288.
9. *Sui combinanti dei sistemi di forme binarie annessi alle curve razionali del quart' ordine*, Id. (2) 20 (1892-93) p. 101-161.
10. *Sopra alcuni iperboloidi annessi alla curva gobba razionale del quart' ordine*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 25 (1892) p. 950-971.
11. *Sulla curva del terz' ordine dotata di un punto doppio*, Id. (2) 25 (1892) p. 1025-1036.
12. *Sulle curve razionali di uno spazio lineare ad un numero qualunque di dimensioni*, « Ann. di mat. » (2) 21 (1893) p. 1-24.
13. *Sui combinanti dei sistemi lineari di quintiche binarie*, « Rend. Palermo » 7 (1893) p. 5-18.
14. *Sulla curva gobba razionale di quint' ordine*, « Mem. Acc. Lincei » (4) 7 (1893) p. 305-341.
15. *Sull'assonometria ortogonale considerata come metodo di rappresentazione*, Pavia 1893, p. 24.
16. *Sulle secanti multiple di una curva algebrica dello spazio a tre od a quattro dimensioni* (Estratto di lettera al Prof. C. F. Geiser), « Rend. Palermo » 9 (1895) p. 186-197.
17. *Sopra un problema che comprende quello di trovare il numero degli ombelichi di una superficie generale d'ordine n* « Atti Acc. Torino » 30 (1895) p. 756-760.
18. *Sulle corrispondenze $[m_1, m_2, \dots, m_r]$ fra r punti di uno spazio lineare di quante si vogliono dimensioni*, « Rend. Acc. Lincei » (5) 4, 2° sem. 1895, p. 148-155.
19. *Sulle intersezioni di tre superficie algebriche*, « Ann. di mat. » (2) 24 (1896) p. 165-191.

20. *Sulle curve piane che in due dati fasci hanno un semplice o un doppio contatto oppure si osculano*, « Atti Acc. Torino » 31 (1896) p. 476-484.
21. *Sulle equazioni differenziali delle quadriche di uno spazio ad n dimensioni*, « Rend. Acc. Lincei » (5) 5, 1° sem. 1896, p. 247-254.
22. *Sugli invarianti differenziali proiettivi delle curve di un iperspazio*, Ann. di Mat. » 2) 26 (1897) pag. 1-58.
23. *Un'osservazione sull'estensione dei teoremi di Eulero e di Meusnier agli iperspazi*, « Rend. Acc. Lincei » (5) 6, 2° sem. 1897, p. 283-290.
24. *Ancora sull'estensione dei teoremi di Eulero e di Meusnier agli iperspazi*, Id. (5) 7, 1° sem. 1898, p. 4-6.
25. *Sulla curvatura delle varietà tracciate sopra una varietà qualunque (due Note)*, « Atti Acc. Torino » 33 (1898) p. 692-700, 759-778.
26. *Sur les faisceaux de formes binaires cubiques, pour lesquels on donne une forme du faisceau syzigétique déterminé par la jacobienne*, (Lettre adressée a M. Oskar Bolza, à Chicago), « Math. Ann. 51 » 1899, p. 473-477.
27. *Sulle spinte formate con potenze di una forma binaria quadratica*, « Rend. Palermo » 12 (1898) p. 258-259.
28. *Sulla teoria delle curve razionali*, (lit.), Torino 1898, p. 28.
29. *Sulle coniche appoggiate in più punti a date curve algebriche*, (due Note) « Rend. Ist. Lomb. » (2) 33 (1900) p. 664-674, 809-821.
30. *Sulle curve di ordine n dello spazio ad n dimensioni*, Id. (2) 36 (1903) p. 791-795.
31. *Sopra un teorema relativo alle collineazioni*, Id. (2) 36 (1903) p. 919-932.
32. *Sulla lemniscata proiettiva*. (due Note), Id. (2) 37 (1904) p. 277-288, 304-313.
33. *Sulla omologia di due piramidi in un iperspazio*, « Rend. Acc. Lincei » (5) 13, 1° sem. 1904, p. 446-451.
34. *Sulle collineazioni cicliche del quart'ordine determinate da un tetraedro, e sul loro legame colla teoria dei tetraedri desmici*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 37 (1904) p. 745-755.
35. *Sui sistemi di $n+1$ rette dello spazio ad n dimensioni, situate in posizione di Schläfli*, « Rend. Palermo » 20 (1905) p. 229-247.
36. *Osservazioni alla Nota del Prof. E. Ciani, « Sopra le curve gobbe razionali del quinto ordine »*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 38 (1905) p. 446-448.
37. *Della vita e delle opere di Luigi Cremona*, Id. (2) 39 (1906) p. 95-155.
38. *Sulle curve gobbe razionali dotate di piani stazionari singolari*, Id. (2) 39 (1906) p. 419-422.
39. *Sull'estensione del concetto di tetraedri di Möbius agli iperspazi*, « Rend. Palermo » 22 (1906) p. 136-140.
40. *Alcuni teoremi sulle curve razionali di uno spazio ad r dimensioni dotate di $r+1$ punti d'iperosculatione*, Id. 22 (1906) p. 214-219.
41. *Allgemeine Theorie der höheren ebenen algebraischen Kurven*, « Encycl. der math. Wiss. », Leipzig, 3₂ p. 313-455 (giugno 1906).
42. *Sulle curve gobbe razionali dotate di quattro punti d'iperosculatione*, « Rend. Palermo » 24 (1907) p. 1-16.
43. *Sopra la configurazione di Kummer ed il suo intervento nella teoria delle cubiche gobbe*, « Rend. Acc. Lincei » (5) 16, 1° sem. 1907, p. 726-731.

44. FERDINANDO ASCHIERI, « Annuario R. Università di Pavia » 1907-08, p. 283-285.
45. EUGENIO BERTINI, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi, con appendice sulle curve algebriche e loro singolarità*, Pisa, 1907. Recensione in « Boll. bibl. e storia delle mat. » 10 (1907) p. 37-51. Id. della 2^a ediz. (Messina, 1923), in « Boll. di mat., sez. st. bibl. » (2) (1924) p. LXXVII-LXXVIII.
46. *Relazione sul concorso al premio di matematica per il 1909*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 42 (1909) p. 988-991.
47. *Allgemeine Theorie der ebenen algebraischen Kurven*, « Repertorium der höherem Math » 2 Aufl. herausg. von H. E. Timerding, Leipzig und Berlin, 1910, 1922, II (Geometrie), Kap. XIII, p. 270-305,
48. *Die Geometrie auf einer ebenen algebraischen Kurve*, Id. Kap. XIV, p. 306-341.
49. *Die Punktkorrespondenzen zwischen algebraischen Kurven*, Id. Kap. XV, p. 342-355.
50. *Algebraische Korrespondenzen zwischen zwei Ebenen*, Id. Kap. XVI, p. 356-372.
51. *Allgemeine Theorie der algebraischen Flächen (Grundlagen)*, Id. Kap. XXX, p. 649-675.
52. *Allgemeine Theorie der algebraischen Flächen (Weitere Ausführungen)*, Id. Kap. XXXI, p. 676-712.
53. *Allgemeine Theorie der algebraischen Flächen (Besondere Fragen)*, Id. Kap. XXXII, p. 713-740,
54. *Flächen dritter Ordnung*, Id. Kap. XXXIV, p. 783-849.
55. *Allgemeine Theorie der algebraischen Raumkurven*, Id. Kap. XXXVI, p. 881-935.
56. *Besondere algebraische Raumkurven*, Id. Kap. XXXVII, p. 936-962.
57. *Geometria analitica*, Vol. I: *Il metodo delle coordinate*, Milano, Hoepli, 1911; 2^a ed. (con *Appendice sugli elementi del calcolo vettoriale*) 1920; 3^a ed. (c. s.) 1925 (p. XVI + 459); Vol. II: *Curve e superficie del secondo ordine*, Milano, Hoepli, 1916; 2^a ed. 1922; 3^a ed. 1942 (p. XII + 457).
58. *Sulla determinazione d'una curva o d'una superficie algebrica e su alcune questioni di postulazione*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 47 (1914), p. 556-564.
59. *Théorie générale des courbes planes algébriques*, « Encycl. des Sciences math. III₃ », Paris 1915, p. 257-304.
60. *Sulla polarità rispetto ad un quadrilatero piano completo*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 49 (1916) p. 463-473.
61. *Sopra una classe di configurazioni di rette e di piani*, « Rend. Lincei » (5) 25, 2^o sem. 1916, p. 258-264.
62. *Proprietà caratteristiche della configurazione formata dalle rette e dai piani tritangenti di una superficie del terzo ordine*, Id. (5) 25, 2^o sem. 1916, p. 367-372.
63. *Sulla varietà cubica con dieci punti doppi dello spazio a quattro dimensioni e sulla configurazione di quindici cerchi dello spazio ordinario studiata dallo Stephanos*, Id. (5) 26, 1^o sem. 1917, p. 29-34, 102-104.

64. *Le configurazioni* (10_6 , 15_4) *di punti e piani*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 51 (1918) p. 243-258.
65. *Sul significato geometrico di alcune identità lineari fra quadrati di forme algebriche*, Id. (2) 51 (1918) p. 431-452.
66. GIUSEPPE COLOMBO. *Commemorazione*, Id. (2) 54 (1921) p. 90-96.
67. *Sulle forme binarie del quarto ordine*, Id. (2) 54 (1921) p. 225-238.
68. MAX NOETHER. *Commemorazione*, Id. (2) 54 (1921) p. 600-603.
69. *Sui complessi covarianti di tre complessi lineari a due a due in rivoluzione* (quattro Note), « Rend. Lincei » (5) 31, 1° sem. 1922, p. 421-425. 4 6-450, 489-493; 2° sem. 1922, p. 5-9.
70. *Discorso per l'inaugurazione del monumento ai professori e studenti caduti nella grande guerra* « Annuario Università di Pavia » 1922-23. p. 15-218.
71. CORRADO SEGRE. *Cenni commemorativi*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 57 (1924) p. 528-532 [riprodotti in « Esercitaz. matem. Catania » 4 (1924) pp. 105-110].
72. FELIX KLEIN. *Cenno necrologico*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 58 (1925) p. 691-694.
73. *I matematici dello studio pavese*, Universitatis Ticinensis saecularia undecima, Pavia 1925, p. 17-20.
74. *Commemorazione di Camillo Golgi*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 59 (1926) p. 756-762.
75. *Algebraische Raumkurven und abwickelbare Flächen* (mit K. Rohn), « Encycl. der math. Wiss. », Leipzig und Berlin, 3₂ p. 1229-1436 (luglio 1926).
76. *Algebra*, « Encicl. It. di scienze lettere ed arti (Treccani) », 2 1929, p. 421-445.
77. *Calcolo combinatorio* « Encicl. delle matematiche elementari 1₂ », Milano 1932 (a cura di L. Berzolari, G. Vivanti, D. Gigli) p. 1-13.
78. *Elementi della teoria dei gruppi*, Id., p. 15-69.
79. *Determinanti*, Id. p. 71-104.
80. *Equazioni lineari*, Id. p. 105-121.
81. *Sostituzioni lineari, forme lineari, bilineari, quadratiche*, Id. p. 123-154.
82. EUGENIO BERTINI. *Cenno necrologico*, « Rend. Ist. Lomb. » (2) 66 (1933) p. 67-68.
83. EUGENIO BERTINI. *Commemorazione*, Id. (2) 66 (1933) p. 609-635.
84. EUGENIO BERTINI. *Cenno necrologico* « Annuario R. Università di Pavia, 1933-34, p. 307-311.
85. EUGENIO BERTINI, « Boll. U. M. I. » 12 (1933) p. 148-153.
86. *Estensione di un teorema di Bertini-Laguerre*, Id. 12 (1933) p. 121-123.
87. *Algebraische Transformationen und Korrespondenzen*, « Encycl. der math. Wiss. », Leipzig und Berlin, 3₂, 1781-2218 (dicembre 1932).
88. ALEXANDER VON BRILL. *Commemorazione*. « Rend. Ist. Lomb. » (2) 68 (1935) p. 488-491.
89. *Relazione sul concorso al premio della fondazione Pascal*, Id. (2) 68 (1935) p. 1066-1067.
90. *Sulle quadriche passanti per i lati di un quadrilatero sghembo* (due Note); Id. (2) 69 (1936) p. 513-529. 530-552.

91. SALVATORE PINCHERLE, « Boll. U. M. I. » 15 (1936) p. 149-152.
92. *Sulle tangenti comuni a due quadriche*, (due Note) « Rend. Ist. Lomb. » (3) 70 (1937) (Scienze) p. 261-283, 300-316.
93. *Sulla configurazione determinata da due cubiche sghembe in posizione ottaedrica* (Sunto), « Boll. U. M. I. » (2) 1 (1939) p. 384-386.
94. *Sulla configurazione determinata da due cubiche sghembe in posizione ottaedrica*, « Atti Acc. d'Italia, Mem. cl. Scienze » 11 (1940) p. 69-208.
95. *Su alcune rappresentazioni del sistema di due cubiche sghembe in posizione ottaedrica*, « Atti Acc. Torino » 74 (1938-39) p. 653-674.
96. GAETANO SCORZA, « Boll. U. M. I. » (2) 1 (1939) p. 401-408.
97. GAETANO SCORZA. *Commemorazione*, « Rend. Ist. Lomb. » (3), 73 (1939-40) (Parte gen.) p. 125-143.
98. *Sull'equazione differenziale di un sistema ∞^1 di coniche osculatrici ad una conica data*, « Boll. U. M. I. » (2) 2 (1940) p. 1-10.
99. ERNESTO PASCAL. *Commemorazione*, « Rend. Ist. Lomb. » (3), 73 (1939-40) (Parte gen.) p. 162-170.
100. *Sulla curva sghemba del quinto ordine dotata di tre tangenti doppie*, Id. (3) 73 (1939-40) (Scienze) p. 545-568.
101. *Sui combinanti dei sistemi di forme binarie annessi alle curve razionali*, « Atti Acc. d'Italia, Mem. cl. Scienze » 14 (1943) p. 545-601.
102. *Sulle relazioni fra la configurazione del pentaedro e quella del quadrilatero piano*, « Rend. Ist. Lomb. » (3) 76 (1942-43) (Scienze) p. 185-190.
103. *Sui gruppi polari*, « Boll. U. M. I. » (2) 5 (1943) p. 216-219.
104. *Alcune osservazioni sopra un teorema di H. Grassmann relativo alla generazione proiettiva delle curve piane algebriche*, « Rend. Ist. Lomb. » (3) 77 (1943-44) (Scienze) p. 240-248.
105. *Sopra una risolvente, a coefficienti invarianti, dell'equazione di quinto grado*, Id. (3) 77 (1943-44) (Scienze) p. 574-578.
106. *Sul gruppo ottaedrico di collineazioni piane*, Id. (3) 78 (1944-45) (Scienze) p. 401-424.
107. *Sulla curva piana razionale del quarto ordine*, « Ann. di mat. » (4) 24 (1945) p. 13-37.
108. *Commemorazione del Corrispondente Annibale Comessatti*, « Rend. Acc. Lincei » (8) 1 (1946) p. 810-815.
109. ANNIBALE COMESSATTI. *Commemorazione*, « Rend. Ist. Lomb. » (3) 79 (1945-46) (Parte gen.) p. 39-72.
110. *Su un semplice problema di geometria numerativa*, « Boll. U. M. I. » (3) 2 (1947) p. 93-95.
111. « FABIO CONFORTO, *Funzioni abeliane e matrici di Riemann (Parte prima)*, Roma 1942 ». Recensione in « Boll. U. M. I. » (3) 3 (1948) p. 172-175.
112. *Sulle coniche osculanti delle curve razionali normali*, « Ann. di mat. » (4) 28 (1949), p. 13-15 (in attesa di pubblicazione).
113. *Sopra una certa classe di poligoni inscrittibili in una curva algebrica*, Id. (4) 28 (1949) p. 17-20 (in attesa di pubblicazione).
114. *Sulle normali di una varietà algebrica*, presentata alla Società italiana delle Scienze (detta dei XL) ed in corso di stampa.

Oss. - Dal precedente elenco sono omissi :

I. I discorsi presidenziali nelle adunanze solenni dell'Istituto Lombardo nel biennio 1925-27 ed i brevi cenni necrologici su Gregorio Ricci Curbastro, Carlo Pascal, Ettore de Ruggieri, Ettore Molinari, Andrea Naccari, Luigi Lucatello, Francesco D'Ovidio, Giacomo Carrara, Giacomo Cattaneo (cfr. « Rend. Ist. Lomb. »).

II. I discorsi rettoriali per l'inaugurazione dell'anno accademico nei periodi 1909-13, 1920-22 (cfr. « Annuario dell'Università di Pavia »).

III. I discorsi pronunziati come Presidente della « Unione Matematica Italiana » (cfr. « Atti del primo e del secondo Congresso », Firenze 1937, Bologna 1940).

IV. Recensioni in « Scientia » ed in « Boll. U. M. I. », fatta eccezione per [111].

V. I corsi litografati di *Lezioni di Geometria proiettiva* (Torino 1897), *Esercitazioni di Geometria proiettiva* (Torino 1897), *Lezioni di Geometria descrittiva* (Torino 1899), *Esercitazioni di Geometria descrittiva* (Torino 1899), *Lezioni di Analisi algebrica* (Pavia 1928, Padova 1933), *Lezioni di Analisi infinitesimale* (Pavia 1931).