

## NECROLOGIO

---

### GUIDO ASCOLI

Il 10 maggio è morto a Torino, quasi improvvisamente, Guido Ascoli, professore di Matematiche Complementari all'Università.

Veramente, era già da tempo che non stava bene ma, mentre lo scorso anno avevamo avuta occasione di temere fortemente per lui, ora sembrava essersi rimesso benino, tanto che quest'anno aveva potuto svolgere quasi regolarmente il suo corso, nonchè continuare ad occuparsi attivamente della direzione del « Corso di Cultura Matematica », di cui dirò più avanti, ed aveva ampi programmi di lavoro per il successivo periodo in cui sarebbe andato « fuori ruolo ».

Guido Ascoli — nato a Livorno il 12 dicembre 1887 (1) e laureatosi a Pisa, col Bianchi, nel luglio 1907 — era giunto tardi: a 45 anni alla cattedra universitaria perchè, come spesso succede, circostanze di famiglia nonchè la salute malferma, lo avevano costretto, dopo la laurea, a cercare una rapida sistemazione nelle scuole medie, nonostante che nel 1907-08 avesse potuto fruire di un posto di perfezionamento « Lavagna » presso l'Università di Pisa. Così nel 1909 lo troviamo professore nell'Istituto Tecnico pareggiato di Spoleto, donde, poco dopo, passa a quello statale di Cagliari (1911-13) e di lì a Caserta (1913-15) e indi, a titolo provvisorio, a Firenze (1915-16). Nel 1916 l'attività didattica di Ascoli s'interrompe bruscamente in connessione con la prima guerra mondiale, essendo stato mobilitato e inviato al fronte, nonostante che, al normale tempo del servizio militare, era stato riformato per la poco robusta costituzione. Al fronte rimase fino alla fine della guerra, prima come soldato, poi come ufficiale di complemento d'artiglieria, e nel maggio 1918 fu anche ferito da una scheggia di granata. Dopo la smobilitazione Ascoli tornò all'insegnamento, prima all'Istituto Tecnico di Parma e poi (dal 1920) a Torino, dove più tardi, in seguito alla riforma Gentile, passò al Liceo Scientifico.

La venuta a Torino — dove, nel 1925, anche si sposò — è stato indubbiamente un avvenimento decisivo nella vita e nella carriera di Ascoli. Invero, mentre dianzi la sua attività non era stata — come si desume dalla dozzina di lavori in quel tempo pubblicati — sostanzialmente diversa da quella consueta di un buono, di un ottimo insegnante di scuole medie; nel 1926, alla soglia dei suoi quarant'anni, avviene un brusco cambiamento che sembra proprio giustificare il titolo di un noto libro: « La vita comincia a quarant'anni ».

Nella stimolante atmosfera universitaria torinese dell'epoca (basti pensare che c'era un Guido Fubini!) e sotto il favorevole influsso del nido

(1) Non credo che fosse parente dell'altro G. (Giulio) Ascoli autore, fra l'altro, di un notevole teorema sulle successioni di funzioni equicontinue, morto a Milano nel 1896.

familiare appena creato (non a torto alcune università americane rilasciano un diploma anche alle consorti dei neo-dottori sposati!) Ascoli pubblica nel 1926 30, l'uno dopo l'altro, una decina di lavori così importanti da farlo entrare in terna già nel 1930 in un concorso universitario, non ostante che, nelle nostre materie, sia tanto difficile per un candidato già avanti negli anni passare avanti ai valorosi concorrenti più giovani, di cui, grazie a Dio, non c'è stata mai penuria nel nostro Paese!

Superata qualche marginale difficoltà, nel 1932 Ascoli viene nominato professore di Analisi Matematica nell'Università di Pisa, ma non restò lungamente in quella che era stata un tempo la « capitale matematica » d'Italia, perchè già nel 1934 è chiamato a Milano, e può così riavvicinarsi a Torino, ove la consorte aveva la sua scuola. Salvo la dolorosa parentesi delle persecuzioni anti-ebraiche (1938-45) — che però non procurarono al Nostro peculiari traversie — Ascoli rimase a Milano fino al 1949, anno in cui poté finalmente venire a Torino, che era divenuta per lui, come per tanti altri, la patria d'elezione.

Mi è grato pensare che uno dei primissimi lavori importanti di Guido Ascoli: quello del 1929 sull'equazione di Laplace nello spazio iperbolico, fu originato da un suggerimento a me dato da Luigi Bianchi, che io passai a lui. Invero tale equazione è una di quelle di tipo misto (precisamente: ellittico parabolico) di cui io iniziai lo studio nel 1920. I contributi di Ascoli sono però, in gran parte, del tutto originali e assai importanti e mi stupisce che questo lavoro sia stato, in fondo, meno notato di quello che meritava, nonostante fosse stato pubblicato (in italiano però) nella diffusissima *Mathematische Zeitschrift*.

Il lavoro in parola apre degnamente uno dei campi più importanti dell'attività scientifica di Ascoli: quello delle equazioni a derivate parziali, in cui il suo pensiero si è esercitato fin, si può dire, agli ultimi giorni. Invero, uno dei suoi ultimissimi lavori (pubblicato nel volume in onore di Beppo Levi della *Revista Matemática argentina*) si connette con la teoria delle funzioni armoniche, della cui classica proprietà di essere *estremate al contorno*, viene data un'ampia estensione, utilizzando il concetto di *corpo convesso* in uno spazio funzionale.

Fra gli altri lavori di Ascoli sulle equazioni a derivate parziali, merita particolare menzione la Monografia del 1935 sulle equazioni di tipo ellittico e parabolico (premiata dalla Scuola Normale Superiore di Pisa, allora diretta dal Tonelli) che, benchè sia essenzialmente un lavoro di compilazione, è stato infinitamente più utile di tanti lavori originali. Essa è stata invero per lunghi anni (un'analoga, più aggiornata Monografia del Miranda è uscita solo nel 1955) quasi la sola fonte a cui ci si potesse rivolgere con fiducia, per sapere quello che era già stato fatto e quello che ancora restava da fare, in uno dei campi più importanti e in più rigoglioso sviluppo dell'Analisi moderna, in cui stranamente scarseggiano (per non dire: mancano) dei trattati ben fatti.

Un altro campo importantissimo in cui Ascoli ha stampata la sua orma è quello delle equazioni differenziali ordinarie, cui si riferiscono una dozzina di suoi lavori comparsi fra il 1935 e il 1953. I contributi principali sono forse quelli sullo studio *asintotico* delle soluzioni che, con la loro cristallina chiarezza e semplicità, pongono particolarmente in luce uno dei caratteri migliori della produzione scientifica dell'Ascoli: il suo disdegno a *gonfiare* i risultati raggiunti, nell'illusione che così facciano più « bella figura ». Mi limiterò qui a ricordare esplicitamente uno solo dei suoi risultati sull'argomento (del 1935), ch'è ormai classico: *Se l'equazione differenziale di second'ordine:*

$$y'' + Q_1(x)y = 0$$

ha tutti i suoi integrali « stabili » (cioè limitati per  $x \rightarrow +\infty$  e se la funzione  $Q_2(x)$  è assolutamente integrabile in  $+\infty$  (cioè se il suo valore assoluto è integrabile in un intervallo il cui estremo destro è  $+\infty$ ), anche

*l'equazione differenziale*

$$y'' + [Q_1(x) + Q_2(x)]y = 0$$

*ha tutti i suoi integrali stabili.*

Gli ultimi risultati ottenuti da Ascoli in questioni del genere sono comparsi per la prima volta nella seconda edizione (1953) delle mie *Equazioni Differenziali*, essendo stati occasionati da nostre discussioni durante la preparazione dell'edizione stessa.

Mi sembra importante sottolineare, per i suoi riflessi di carattere generale che le ricerche del Nostro sull'asintotica delle equazioni differenziali, trovano la loro prima origine (2) in una questione concreta di Fisica sottopostagli da un collega milanese, il Polvani. Si trattava di studiare l'equazione differenziale non lineare che regge il movimento degli elettroni nel «magneton» di Hull: un piccolo strumento che, dal punto di vista matematico, si può considerare come un antenato in miniatura dei *ciclotroni* e altre artiglierie pesanti della Fisica moderna.

Poichè non era neanche da pensare che quest'equazione potesse integrarsi in termini finiti, non restava (oltre ai procedimenti numerici) che cercare di studiare gli integrali dal punto di vista qualitativo-asintotico; ciò che indusse appunto l'Ascoli ad andare a rileggere alcuni vecchi lavori dello Kneser e del Dini, che furono il punto di partenza delle sue proprie ricerche in argomento, e diedero origine ad alcuni dei suoi più bei lavori, nonostante alcune sviste, prontamente scoperte e corrette.

Altre notevoli ricerche di Ascoli si connettono col problema basilare della rappresentazione delle funzioni «arbitrarie» mediante funzioni di una classe assegnata, su cui aveva richiamata la sua attenzione il Picone, che era stato suo compagno di scuola a Pisa. Tali ricerche condussero, fra l'altro, il Nostro nel 1933, a contrapporre alle funzioni armoniche in un dominio, altre funzioni ad esse ortogonali, da lui dette *antiarmoniche*, poi ritrovate da altri per altre vie. Tanto le funzioni armoniche quanto le antiarmoniche, costituiscono due esempi di famiglie di funzioni, più tardi dette da Ascoli *isotrope*, che godono della proprietà fondamentale di venir trasformate in loro stesse dalle sostituzioni ortogonali di variabili. In tali ricerche è, fra l'altro, degno di nota l'uso giudizioso e misurato che l'A. fa dei concetti fondamentali della teoria degli spazi astratti — di cui oggi si fa tanto uso ed abuso — di alcuni aspetti della quale è stato egli stesso un precursore, e a cui ha dedicate due importanti Memorie nei volumi IX e X degli *Annali di Matematica* (1931-32).

Lo spazio non consente di soffermarsi su alcune altre eleganti ricerche di Analisi del Nostro (p. es. sul resto della serie di Taylor, su gli strumenti meccanici d'integrazione, ecc) ma non si può passare del tutto sotto silenzio le sue meno numerose ma non meno eleganti ricerche di *Geometria*; p. es. quella sulla distribuzione dei baricentri delle sezioni piane di un solido, in cui, completando un lavoro dello scrivente, dimostra che tali baricentri riempiono il minimo involucro convesso del solido dato. E nemmeno manca un contributo del Nostro nel tipico campo di lavoro dei geometri italiani: la geometria su di una varietà algebrica. È uno studio su certi «gruppi» di corrispondenze su di una curva, di cui il Berzolari fece un ampio riassunto in un suo Articolo (III, C. 11) nell'*Enzyklopädie der mathem. Wissenschaften*.

Quanto sopra, pur potendo dare una sommaria idea del contenuto delle oltre 80 pubblicazioni del collega scomparso (3), lascia tuttavia in

(2) Risulta dal *curriculum* presentato dall'Ascoli nel gennaio 1936 per la promozione ad ordinario.

(3) Di cui 70 elencate, con brevi riassunti, in un opuscolo litografato pubblicato dall'Ascoli nel 1952 presso l'editore Gheroni di Torino. Mancano però alcuni lavori giovanili, di carattere elementare, pubblicati nel *Periodico di Matematiche* dal 1905 al 1910, e 12 pubblicazioni posteriori.

ombra uno dei lati più importanti della sua attività scientifico-didattica, specie nel suo ultimo soggiorno torinese (1949-1957), e cioè quella rivolta alla preparazione professionale dei futuri insegnanti delle scuole medie.

Com'è noto, sotto la denominazione, non molto espressiva, di « professore di Matematiche Complementari » — quale era l'Ascoli a Torino — si cela il compito importantissimo della preparazione professionale dei futuri insegnanti delle scuole medie, che costituiscono un'aliquota fortissima dei nostri studenti di Matematica. Ad esso l'Ascoli si dedicò con pieno, giovanile entusiasmo, dopo il suo ritorno fra noi. E chi meglio di lui avrebbe potuto farlo, di lui che era stato per oltre vent'anni uno dei nostri migliori professori di scuole medie ed aveva un gusto speciale per le questioni critico-didattiche? Tale attività è parzialmente rispecchiata in un corso litografato, purtroppo incompleto, di *Lezioni di Matematiche Complementari* da lui pubblicato nel 1952 (2<sup>a</sup> Ed., Torino Gheroni, 1954); così come un altro pregevole corso litografato sulla *Trasformazione di Laplace* (stesso ed., 1951) rispecchia molto parzialmente i corsi di Analisi Superiore tenuti dall'Ascoli a Torino nel 1949-50 e 1950-51 e quelli di Teoria delle Funzioni tenuti negli altri anni.

Il corso di Matematiche Complementari era però ben lungi dall'esaurire l'attività dell'Ascoli per la preparazione degli insegnanti! Oltre alla presidenza della locale sezione della « Mathesis », all'esame critico di programmi, di testi scolastici, ecc., vi era la sua creatura prediletta: il *Corso di Cultura Matematica*, che aveva colmato una sensibile lacuna dei nostri attuali ordinamenti. Trattasi invero di un corso di perfezionamento post-universitario destinato ad agevolare la preparazione ai concorsi dei nostri laureati, sia rinfrescando e completando quanto avrebbero dovuto imparare nel 1° biennio, sia abituandoli a lumeggiare la Matematica elementare dal punto di vista superiore e dal punto di vista storico filosofico. Questo corso, da lui ideato e diretto, è stato un vero successo e si regge senza regolamenti, senza burocrazia, senza esami, senza diplomi (tranne che di frequenza) e non costa nemmeno una lira all'anno, perchè bastano alle sue poche necessità i modesti contributi annualmente pagati dagli iscritti! Di quanti altri corsi del genere si potrebbe dire lo stesso? Si avevano, di regola, tre ore settimanali (il sabato pomeriggio) talune dedicate a lezioni tenute dai vari professori di Matematica dell'Università e del Politecnico; e altre dedicate ad esercitazioni, discussioni di temi di concorsi, ecc., tenute, di regola, da Assistenti, sotto la guida (effettiva) e la sorveglianza del Direttore Ascoli. Speriamo vivamente che tale corso possa continuare a fiorire, anche in omaggio alla memoria del suo ideatore e primo direttore!

Guido Ascoli era, fra l'altro, Socio corrispondente dell'Accademia Naz. dei Lincei, dell'Accademia delle Scienze di Torino e dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; presidente della sez. torinese della « Mathesis » e della Commissione italiana dell'insegnamento matematico, nonché membro dell'*International Committee for Mathematical Instruction*.

Ha lasciato nel lutto, oltre alla Consorte Sig.ra Maurizia Sossi, un figlio trentenne: il Dr. Renato, Libero docente in Fisica Superiore, e una figlia, Gigliola, recentemente laureata in Lettere.

I matematici italiani si uniscono tutti al lutto della famiglia, come comprovò anche la larga affluenza di colleghi di altre sedi ai funerali svoltisi in Torino, nello storico cortile dell'Università, il 12 maggio scorso.

FRANCESCO G. TRICOMI