CAPITOLO XIV

DEI NUMERI IRRAZIONALI

297. L'estrazione delle radici quadrata e cubica ci ha offerto occasione d'introdurre nell'Aritmetica una terza specie di numeri, che non sono nè interi, nè frazionarî, e che abbiamo chiamati *irrazionali*. L'opportunità di definire questi numeri si presenta, come ora vedremo, in altra maniera.

Per lungo tempo noi abbiamo riguardato i numeri come risultanti dal contare gli oggetti di una collezione, o le ripetizioni di un medesimo fenomeno; ed è veramente per questa via che l'idea di numero si forma nello spirito umano. Più tardi [157], estendendo il concetto di numero, abbiamo imparato a farne uso per dinotare una parte aliquota di unità, o la collezione di parti eguali dell'unità. Ma vi è ancora un caso, diverso dai due considerati, generale e molto frequente in pratica, nel quale torna opportuno l'uso dei numeri.

Imaginiamo di avere dinanzi agli occhi una linea retta divisa in eguali porzioni, e di avere una esatta idea di una di queste parti, perchè lunga, ad es., quanto uno de' nostri piedi. È facile comprendere che, se avremo contate le parti, il numero di queste varrà, quando lo si voglia, a destare nella nostra mente l'idea della retta considerata.

Ma possiamo supporre che la retta, di cui abbiamo parlato, sia stata divisa da noi in parti eguali, col disporle sopra replicatamente quella linea di nota lunghezza, con cui la volevamo confrontare all'intento di procurarci una rappresentazione della sua estensione. Quando poi intraprendiamo la numerazione delle parti, operiamo veramente come allora che si contano oggetti distinti di una collezione, e la differenza consiste solo in ciò che, laddove le unità della collezione sono naturalmente distinte le une dalle altre, le unità o parti della retta non sono distinte che imaginariamente.

Questa operazione di replicare una grandezza nota sopra di un'altra, all'intento di procurarsi una rappresentazione precisa della seconda mediante la prima, si dice *misurare*: la grandezza nota, che serve da termine di confronto, si dice *unità di misura*; il numero risultante si dice *valore* (numerico) della grandezza misurata.

298. Senonchè, replicando l'unità di misura sulla grandezza da misurare, non avverrà che di rado che questa rimanga compiutamente esaurita; di solito si perviene ad un resto minore dell'unità. Può darsi in questo caso che, divisa l'unità di misura in un certo numero di parti eguali, una di queste misuri esattamente la data grandezza; poniamo, ad es., che, divisa l'unità in 7 parti eguali, una di queste esaurisca in 20 volte la grandezza da misurare. Manifestamente si può dire in tal caso che la grandezza data è uguale a $\frac{20}{7}$ dell'unità, e $\frac{20}{7}$ si dice il *valore* della grandezza.

Il *settimo* dell'unità di misura, poichè esaurisce la grandezza data, quando ne venga tolto replicatamente, vien detto *una misura* della grandezza. E dacchè il *settimo* dell'unità è naturalmente una *misura* di questa, la grandezza data e l'unità, nel caso considerato, si possono dire *commensurabili*.

299. Nel ricercare una parte aliquota dell'unità *B*, che misuri la grandezza *A*, si può acquistare la convinzione che una parte così fatta non esiste, che le due grandezze *A* e *B* non hanno cioè nessuna misura comune. In Geometria, ad es., si dimostra un processo mediante il quale, se due grandezze sono commensurabili, una loro misura comune viene trovata necessariamente. Ora, applicando, ad es., codesto metodo alla ricerca di una misura comune del lato e della diagonale di un quadrato, si arriva a conchiudere che le due lunghezze accennate sono *incommensurabili*.

Se due grandezze *A* e *B* sono incommensurabili, il numero, che rappresenta la grandezza *A* rispetto all'unità di misura *B*, non può essere nè intero, nè frazionario, ma è un numero irrazionale, che si definisce dicendo:

300. Def. *Se due grandezze* A *e* B *sono incommensurabili, il valore della* A, *quando si prenda la* B *per unità di misura, è maggiore dei numeri che si ottengono misurando grandezze minori della* A, *ma commensurabili con la* B, *e minore dei numeri che si ottengono misurando grandezze maggiori della* A, *e commensurabili con la* B.

Perciò se, divisa, ad es., la *B* in 1000 parti eguali, si trovi che una di queste si può sottrarre dalla *A* 713 volte, e non di più, pur essendovi un resto, si può dire che il *valore* della grandezza *A* rispetto all'unità *B* è compreso tra le due frazioni

$$\frac{713}{1000} \quad e \quad \frac{714}{1000}.$$

E poichè questi due numeri differiscono tra loro di $\frac{1}{1000}$, essi differiscono dal numero irrazionale, che è il valore di A, meno di $\frac{1}{1000}$, il primo per difetto, il secondo per eccesso.

Ove l'unità di misura fosse stata divisa, ad es., in un *milione* di parti eguali, si sarebbero ottenuti due valori approssimati a meno di un *milionesimo*, uno per difetto, l'altro per eccesso.

Ora ci proponiamo di estendere ai numeri irrazionali le definizioni delle operazioni dell'Aritmetica, sinora ristrette ai numeri razionali. Prima però dimostreremo il seguente

301. Teor. *Esistono sempre due numeri razionali aventi una differenza piccola quanto si vuole, e che comprendono tra di loro un numero irrazionale dato.*

Dim. Consideriamo un numero irrazionale qualunque, intendiamolo rappresentato dalla lettera n. Dico che esistono due numeri razionali aventi tra loro una differenza piccola quanto si voglia, ad es. la differenza $\frac{1}{1000}$, e che comprendono il numero n.

Si consideri la serie

$$0, \quad \frac{1}{1000}, \quad \frac{2}{1000}, \quad \frac{3}{1000}, \quad \frac{4}{1000} \ldots.$$

In base alla definizione del numero n, noi sapremo distinguere in ogni caso se una di queste frazioni, qualunque sia, lo superi o ne sia superata. Così, sperimentandole una dopo l'altra, arriveremo necessariamente a conoscere due consecutive di queste frazioni, tali che la prima sia minore di n, e la seguente lo superi. E poichè le due frazioni differiscono tra loro di $\frac{1}{1000}$, esse differiscono da n, una per difetto, l'altra per eccesso, di meno di $\frac{1}{1000}$. Così il teorema è dimostrato.

Addizione con numeri irrazionali.

302. Def. *La somma di due numeri qualunque è il numero che esprime la grandezza di cui quelle rappresentate dagli addendi sono le parti.*

Se gli addendi sono irrazionali, prendendone valori approssimati per difetto e sommandoli, si troverà un valore approssimato per difetto alla somma dei numeri dati. In generale si potrà trovare un valore tanto approssimato quanto si voglia.

Ad es., trattandosi della somma (*)

$$\sqrt{3} + \sqrt{45} + \sqrt{167},$$

poichè

$$1{,}732 \qquad 6{,}708 \qquad 12{,}922$$

sono valori rispettivamente approssimati agli addendi a meno di 0,001 per difetto, la loro somma 21,362 è un numero approssimato per difetto a meno di 0,003 alla somma dei numeri irrazionali dati.

Sottrazione con numeri irrazionali.

303. Def. *Con la sottrazione, data la somma di due numeri ed uno di questi, si calcola l'altro.*

(*) Per comodità, quando dobbiamo considerare dei numeri irrazionali qualunque, prendiamo delle radici quadrate di quadrati non perfetti. Per codesti numeri irrazionali abbiamo stabilito il modo di rappresentarli. Ma sappiamo bene che essi non sono che un caso particolare nella specie dei numeri irrazionali.

Supponiamo, ad es., che si voglia un numero razionale approssimato alla differenza dei due $\sqrt{45}$ e $\sqrt{3}$. Essendo 6,709 un numero approssimato per eccesso a meno di 0,001 al minuendo, e 1,732 un valore approssimato a $\sqrt{3}$ a meno di 0,001 per difetto, la differenza

$$6,709 - 1,732 = 4,977$$

è un numero approssimato a meno di 0,002 per eccesso alla differenza dei due numeri irrazionali dati; epperò si può scrivere:

$$4,975 < \sqrt{45} - \sqrt{3} < 4,977.$$

In generale si potrà trovare un numero tanto approssimato quanto si voglia alla differenza di due numeri irrazionali dati.

Moltiplicazione con numeri irrazionali.

304. Def. *Moltiplicare un numero qualunque per un intero significa trovare la somma di tanti numeri eguali al moltiplicando quante sono le unità del moltiplicatore.*

È quindi, ad es.,

$$\sqrt{45} \cdot 4 = \sqrt{45} + \sqrt{45} + \sqrt{45} + \sqrt{45},$$

epperò, prendendo, ad es., il numero 6,708, che è approssimato per difetto a meno di 0,001 a $\sqrt{45}$, e moltiplicandolo per 4, si ottiene [204] un numero approssimato per difetto a meno di 0,004 al prodotto $\sqrt{45} \cdot 4$.

305. Def. *Moltiplicare un numero qualunque per una frazione, ad es. per* $\frac{3}{4}$, *significa trovare il numero che rappresenta la grandezza, che è uguale ai* $\frac{3}{4}$ *di quella rappresentata dal moltiplicando.*

Sia, ad es., da moltiplicare il numero irrazionale $\sqrt{45}$ per $\frac{3}{4}$. Poichè è

$$6,708 < \sqrt{45} < 6,708 + 0,001$$

è pure [204]

$$6{,}708 \cdot \frac{3}{4} < \sqrt{45} \cdot \frac{3}{4} < 6{,}708 \cdot \frac{3}{4} + 0{,}001 \cdot \frac{3}{4},$$

epperò il prodotto $(6{,}708 \cdot \frac{3}{4})$ è approssimato per difetto a meno di $(0{,}001 \cdot \frac{3}{4})$ al prodotto $\sqrt{45} \cdot \frac{3}{4}$.

306. Una definizione veramente nuova è necessaria per il caso in cui il moltiplicatore sia irrazionale, perchè non si adattano a questo caso le definizioni, che suppongono il moltiplicatore intero o frazionario.

Def. *Il prodotto di un numero qualunque per un altro irrazionale è maggiore di quelli, che si ottengono operando con moltiplicatori razionali minori del dato, e minore dei numeri che si ottengono adoperando moltiplicatori razionali maggiori del dato.*

Perciò, trattandosi, ad es., del prodotto di $\sqrt[3]{2}$ per $\sqrt{45}$, prendendo due valori razionali approssimati per difetto ai due fattori, si troverà un prodotto approssimato per difetto al prodotto $(\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{45})$; invece con due numeri razionali approssimati per eccesso si otterrebbe un numero approssimato per eccesso. Ad es., essendo 1,259 e 6,708 valori approssimati per difetto a meno di 0,001, il loro prodotto 8,437 si può dire [292] approssimato a meno di 22 *millesimi* per difetto al prodotto $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{45}$.

Divisione con numeri irrazionali.

307. Def. *Dividere un numero per un altro significa trovare un terzo numero che, moltiplicato per il divisore, riproduca il dividendo.*

Questa definizione vale qualunque siano i numeri dati, razionali od irrazionali. Nel secondo caso, prendendo due valori abbastanza approssimati rispettivamente al dividendo e al divisore, si potrà calcolare un numero approssimato al quoziente quanto si voglia. Ad es., sia da dividere $\sqrt{45} = 6{,}708\ldots$ per $\sqrt[3]{2} = 1{,}259\ldots$, e si voglia il quoziente a meno di 0,1. Essendo manifesto che la parte intera del quoziente ha una sola cifra, due sono le cifre con cui bisogna calcolare il quoziente; basterà [296] quindi prendere il divisore con quattro cifre, e nel caso nostro bastano quattro cifre anche per il dividendo. Con la divisione abbreviata si trova poi il numero 5,3 approssimato a meno di 0,1 al voluto quoziente.

Radici quadrate e cubiche.

308. Def. *La radice quadrata o cubica di un numero razionale od irrazionale è quel numero, il cui quadrato o cubo* [306] *è uguale al numero dato.*

Calcolo con numeri irrazionali.

309. Generalmente il risultato di operazioni da eseguire con numeri irrazionali è un numero irrazionale, di cui basta avere un valore approssimato. A tale intento si calcolano valori approssimati ai numeri proposti e si opera con questi valori. Ne segue che i teoremi, che abbiamo trovati relativamente alla trasformazione delle operazioni, sussistono anche nel caso che i numeri, su cui si eseguiscono, siano irrazionali. Per provare questa asserzione dimostriamo, ad es., il

310. Teor. *Un prodotto non cambia ove si muti l'ordine dei fattori, sebbene questi siano irrazionali.*

Dim. Sia, ad es., il prodotto

$$\sqrt{3}\,.\,\sqrt{45}\,.\,\sqrt{167}\,. \qquad (1)$$

Dico che esso è uguale al prodotto

$$\sqrt{167} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{45}. \qquad (2)$$

Consideriamo a tal fine i numeri

$$1,732 \qquad 6,708 \qquad 12,922$$

approssimati per difetto, a meno di 0,001, rispettivamente ai numeri $\sqrt{3}$, $\sqrt{45}$ e $\sqrt{167}$. I prodotti

$$1,732 \cdot 6,708 \cdot 12,922 \qquad (3)$$

$$12,922 \cdot 1,732 \cdot 6,708 \qquad (4)$$

sono [306] approssimati per difetto ai due prodotti (1) e (2).

Aumentando di 0,001 ciascuno dei fattori, si otterrebbero invece valori rispettivamente approssimati per eccesso. L'approssimazione poi può essere [292] tanto spinta quanto si voglia.

Ora, confrontando i due prodotti (3) e (4), riconosciamo che sono eguali, perchè i fattori sono razionali, e per questo caso è già provato [202] che, se si muta l'ordine dei fattori, il prodotto non cambia. Possiamo dire pertanto che ambedue i prodotti (1) e (2) superano il prodotto

$$1,732 \cdot 6.708 \cdot 12,922 \qquad (5)$$

e sono entrambi minori del prodotto

$$1,733 \cdot 6,709 \cdot 12,923; \qquad (6)$$

e se, eseguendo le moltiplicazioni, trovassimo che la differenza tra i due prodotti (5) e (6) è minore di 0,01, potremmo poi soggiungere che la differenza tra i prodotti (1) e (2) è a maggior ragione minore di 0,01.

Ma noi possiamo prendere valori così approssimati a

$$\sqrt{3}, \qquad \sqrt{45}, \qquad \sqrt{167},$$

da trovare due prodotti, come i due (5) e (6), la cui differenza sia minore di qualunque quantità data. La differenza tra i due prodotti (1) e (2) è dunque minore di qualsiasi quantità data per quanto piccola; epperciò essa è nulla. I prodotti sono dunque uguali, e così il teorema in questione è dimostrato.

311. Nello stesso modo si proverebbe che i seguenti teoremi, dimostrati per numeri razionali, sussistono anche per numeri irrazionali.

1°. *Dovendo moltiplicare una somma per una somma, si può moltiplicare le singole parti del moltiplicando per le singole parti del moltiplicatore, e sommare i prodotti parziali.*

2°. *Dovendo moltiplicare per un prodotto, si può moltiplicare successivamente per i singoli fattori.*

3°. *In un prodotto si può sostituire ad alquanti fattori il loro prodotto effettuato.*

4°. *Il prodotto di due potenze dello stesso numero è la potenza di questo numero il cui esponente è la somma degli esponenti.*

5°. *Dovendo dividere una somma per un numero, si può dividere per questo numero le singole parti del dividendo, e sommare in fine i quozienti parziali.*

6°. *Per dividere un prodotto basta dividere uno dei fattori.*

7°. *Moltiplicando o dividendo i due termini di una divisione per uno stesso numero, il quoziente non muta.*

8°. *Il quoziente di due potenze dello stesso numero è la potenza di questo numero il cui esponente è l'eccesso dell'esponente del dividendo su quello del divisore.*

CAPITOLO XV

NUMERI COMPLESSI

Preliminari.

312. Un sessantesimo di ora si dice *minuto*, e per questo, in luogo di dire, ad es., 7 ore e $\frac{24}{60}$ di ora, diciamo 7 ore e 24 minuti. Così fatte espressioni, che indicano somme di unità e di frazioni di unità, alle quali ultime si dà la denominazione con una parola convenzionale, anzichè col numero che indica in quante parti l'unità fu divisa, si chiamano *numeri complessi*.

Ora risolveremo, per via d'esempî, le principali questioni relative a codesti numeri.

Consideriamo intanto il numero complesso: 8 *giorni*, 5 *ore*, 17 *minuti*, 39 *secondi*, che più concisamente si suole scrivere

$$8^{g} \quad 5^{h} \quad 17^{m} \quad 39^{s}.$$

Un giorno si dice l'*unità principale* di questo numero. Un'ora, un minuto, un secondo sono a vero dire frazioni, parti aliquote di un giorno, pure si dicono anch'esse *unità*; ed un secondo sarebbe per questo numero l'*unità dell'infima specie*.

In un numero complesso una unità di un certo ordine è parte aliquota di quella dell'ordine superiore, e ciò equivale a dire che in un numero complesso ogni unità, quando non sia dell'infima specie, è multipla di quella dell'ordine inferiore.

Operazioni ausiliarie con numeri complessi.

Prima di considerare le quattro operazioni sui numeri complessi è necessario conoscere il modo di risolvere i seguenti problemi: Ridurre un numero complesso in unità dell'infimo ordine, ed operazione inversa. Ridurre un numero complesso in frazione ordinaria o decimale dell'unità principale, ed operazione inversa. Come si risolvano questi problemi, lo vedremo con esempî opportuni.

313. Probl. *Ridurre in secondi il numero complesso* $7^g\ 4^h\ 31^m\ 14^s$.

Risol. Si incomincia a ridurre i 7 giorni in ore. Poichè un giorno si compone di 24 ore, 7 giorni equivalgono a $7 \cdot 24 = 168$ ore; alle quali aggiungendo le 4 ore, che si trovano nel numero dato, questo viene ridotto alla forma

$$172^h \quad 31^m \quad 14^s.$$

E perchè un'ora è composta di 60 minuti, 172 ore corrispondono a $172 \cdot 60 = 10320$ minuti; a questi unendo i 31^m del numero dato, si ottiene questo numero convertito nell'espressione

$$10351^m \quad 14^s.$$

Ma un minuto si compone di 60 secondi. Moltiplicheremo adunque 10351 per 60, aggiungeremo 14 al prodotto, e così avremo compiuta l'operazione. Si trova in questo modo essere

$$7^g \quad 4^h \quad 31^m \quad 14^s = 621074^s.$$

314. Probl. *Convertire* 621074 *secondi in numero complesso.*

Risol. Poichè 60 secondi costituiscono un minuto, sottraendo replicatamente 60, la prima volta da 621074, le altre dai resti successivi, fino a che si ottenga un resto minore di 60, e contando le sottrazioni che si sono dovute eseguire, si avrà il numero dei minuti che possono essere composti coi 621074^s. Codesto numero non è dunque altra cosa che il quoziente intero della divisione di 621074 per 60. Effettuando questa divisione, si trova 10351 per quoziente, e 14 per resto. Ciò prova che è

$$621074^s = 10351^m \ 14^s.$$

Poichè 60^m bastano a formare un' ora, e noi abbiamo più di 60^m, divideremo (in senso ristretto) 10351 per 60. Il quoziente 172 indica le ore che si possono ricavare, e il resto 31 i minuti che rimangono. È pertanto

$$621074^s = 172^h \ 31^m \ 14^s.$$

Finalmente, perchè un giorno ha una durata di 24 ore, si dividerà 172 per 24. Il quoziente 7 indica i giorni, il resto 4 le rimanenti ore. Così si trova essere

$$621074^s = 7^g \ 4^h \ 31^m \ 14^s.$$

315. Probl. *Convertire il numero complesso* 7^g 4^h 31^m 14^s *in frazione di giorno.*

Risol. Si riduca [313] dapprima il numero dato in unità dell' infima specie, cioè in secondi. Si trova

$$7^g \quad 4^h \quad 31^m \quad 14^s = 621074^s.$$

Si determini dopo ciò quale frazione di un giorno è un secondo. Poichè un giorno equivale

$$24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400^s,$$

un secondo è $\frac{1}{86400}$ di un giorno. Pertanto 621074 secondi equivalgono a $\frac{621074}{86400}$ di un giorno. È adunque

$$7^g\ 4^h\ 31^m\ 14^s = \frac{621074}{86400}\ \text{di un giorno.}$$

Oss. Un' ora è $\frac{1}{24}$ di un giorno. Un minuto è $\frac{1}{24} \cdot \frac{1}{60} = \frac{1}{1440}$ di un giorno. Un secondo è $\frac{1}{1440} \cdot \frac{1}{60} = \frac{1}{86400}$ di un giorno. Quindi il numero complesso $7^g\ 4^h\ 31^m\ 14^s$ equivale alla somma

$$7 + \frac{4}{24} + \frac{31}{1440} + \frac{14}{86400},$$

dove si intende che l'unità è un giorno. Vediamo che il problema, or ora risoluto, dal lato aritmetico consiste nel fare l' addizione di parecchi numeri. Ciascun denominatore è multiplo di quello della frazione antecedente, e si fa l'addizione riducendo il primo numero al denominatore della frazione seguente, e sommando; quindi si riduce il risultato al denominatore del termine successivo, e si somma, ecc.

316. Probl. *Ridurre la frazione $\frac{30}{7}$ di un giorno in numero complesso.*

Risol. La frazione $\frac{30}{7}$ di un giorno equivale [189] alla settima parte di 30 giorni. Poichè, dividendo 30 per 7, si trova 4 per quoziente ed il resto 2, si conchiude che $\frac{30}{7}$ di un giorno equivalgono a 4 giorni, più un settimo di 2 giorni.

Ma 2 giorni equivalgono a $2 \cdot 24 = 48$ ore, epperò la settima parte di 2 giorni corrisponde alla settima parte di 48 ore. Dividendo 48 per 7, il quoziente 6 esprime ore, ed il resto 6 le ore di cui pure si deve prendere la settima parte. Così abbiamo intanto trovato che è

$$\frac{30}{7}\ \text{di un giorno} = 4^g\ 6^h + \frac{6^h}{7}.$$

Ma 6 ore corrispondono a 360 minuti, epperò il settimo di 6 ore equivale alla settima parte di 360 minuti. Dividendo 360 per 7, si ha 51 per quoziente e 3 per resto. Ciò significa che è

$$\frac{30}{7} \text{ di un giorno} = 4^g\ 6^h\ 51^m + \frac{3^m}{7}$$

$$\text{»} \qquad = 4^g\ 6^h\ 51^m + \frac{180^s}{7}$$

$$\text{»} \qquad = 4^g\ 6^h\ 51^m\ 25^s + \frac{5^s}{7}.$$

Dacchè non si considerano unità di specie inferiore al secondo l'operazione è compiuta.

317. Probl. *Convertire il numero complesso* 7^g $4^h\ 31^m\ 14^s$ *in frazione decimale di giorno.*

Risol. Si ridurrà [315] prima il numero dato in frazione ordinaria dell' unità principale, e poi si convertirà [236] la frazione ottenuta in numero decimale. Generalmente non si potrà ottenere altro che un valore approssimato.

Nel caso nostro, lasciando prima da banda i 7^g, si trova:

$$4^h\ 31^m\ 14^s = \frac{16274}{86400} \text{ di un giorno}$$

$$\text{»} \qquad = \text{giorni } 0{,}1883$$

e quindi

$$7^g\ 4^h\ 31^m\ 14^s = \text{giorni } 7{,}1883$$

a meno di *un diecimillesimo.*

318. Probl. *Convertire giorni* 7,1883 *in numero complesso.*

Risol. Il numero 7,1883 di un giorno equivale [219] alla frazione $\frac{71883}{10000}$ di giorno. Noi sappiamo [316] ridurre una frazione di data unità in numero complesso; in questo caso l'operazione ci riuscirà speditamente, attesa [231] la facilità con cui si divide un numero decimale per un numero scritto con l'unità e zeri.

Dividendo 71883 per 10000, si trova 7 per quoziente e 1883 per resto. Il 7, che corrisponde alla parte intera del numero dato, esprime giorni; il resto 1883 esprime i giorni dei quali pure si deve prendere la diecimillesima parte. Si moltiplicherà 1883 per 24, e si dividerà per 10000 per ricavare le ore. Ciò corrisponde a moltiplicare 0.1883 per 24, e a tener conto della parte intera. Poichè è $0.1883 \cdot 24 = 4.5192$, si vede che la diecimillesima parte di 1883 giorni è costituita da 4 ore e dalla diecimillesima parte di 5192 ore. Si moltiplicherà 0,5192 per 60; la parte intera del prodotto esprimerà minuti. La parte decimale si dovrà moltiplicare per 60, e nella parte intera si avranno i secondi; la parte decimale, che fosse rimasta esprimerebbe frazione di secondo. Nel caso nostro troviamo essere

$$\text{giorni } 7{,}1883 = 7^g\ 4^h\ 31^m\ 9^s{,}12.$$

Oss. Quando abbiamo convertito [317] il numero $7^g\ 4^h\ 31^m\ 14^s$ in frazione decimale di un giorno, abbiamo trovato il numero 7,1883 soltanto approssimato per difetto al numero dato. Perciò ora con l'operazione inversa abbiamo trovato un numero alquanto minore di $7^g\ 4^h\ 31^m\ 14^s$.

OPERAZIONI CON NUMERI COMPLESSI

319. Abbiamo imparato a ridurre a frazione, così ordinaria come decimale, un numero complesso dato, e anche ad eseguire l'operazione inversa. Si comprende facilmente come le operazioni con numeri complessi si possano ricondurre a quelle con numeri frazionarî.

L'addizione però e la sottrazione si possono effettuare direttamente coi numeri dati, senza alcuna difficoltà: e così anche la moltiplicazione e la divisione, se il moltiplicando e il divisore siano numeri incomplessi.

Addizione.

320. Probl. *Si determini la somma dei seguenti intervalli di tempo*: $7^g\ 12^h\ 42^s$; $14^h\ 50^m\ 38^s$; $5^g\ 3^m\ 14^s$.

Risol. Si disporranno i numeri per l'addizione nel modo seguente:

Giorni	Ore	Minuti	Secondi
7	12	0	42
	14	50	38
5	0	3	14
13	2	54	34.

Si principia a sommare le unità dell'infima specie. Si trovano 94 secondi dei quali 34 sono da notare; gli altri 60 formano un minuto, che si porta per aggiungerlo alla somma dei minuti. Poichè risultano 54 minuti, che non bastano a comporre un'ora, si scrive 54 nella colonna dei minuti. Poi si trovano 26 ore, delle quali 2 sono da scrivere; le altre 24 danno un giorno, che si aggiunge alla somma dei giorni.

Oss. Si scorge facilmente una analogia con l'addizione dei numeri decimali; la maggiore difficoltà dipende da ciò, che dalle somme parziali non si possono ricavare con altrettanta facilità le unità d'ordine superiore.

Sottrazione.

321. Probl. *Si sottraggano* $2^g\ 54^m\ 14^s$ *da* $9^g\ 7^h\ 8^s$.

Risol. Si dispongano i numeri, il sottraendo sotto del minuendo, in modo che le unità della stessa specie si corrispondano.

Giorni	Ore	Minuti	Secondi
9	7	0	8
2	0	54	14
7	6	5	54.

Da 8 secondi non si possono sottrarre 14 secondi. Si aggiunga nel posto dei secondi una unità della specie superiore, un minuto, cioè 60^s. Da 68^s togliendo 14^s restano 54^s. Per compenso [40] si sottrarranno 55 minuti invece che 54, ecc.

Per altro es. si sottraggano $15^h\ 38^m\ 18^s$ da 2 giorni.

In questo caso, nell'atto di scrivere il minuendo, si potrà decomporre un giorno in unità di specie inferiore, poi un'ora in minuti, ed un minuto in secondi. Così la sottrazione sarà resa semplice affatto.

Giorni	Ore	Minuti	Secondi
1	23	59	60
	15	38	18
1	8	21	42.

Moltiplicazione.

322. Probl. *Si determini il quintuplo del seguente intervallo di tempo*: $3^g\ 54^m\ 23^s$.

Risol. Si disporrà l'operazione come segue:

Giorni	Ore	Minuti	Secondi
3	0	54	23
			5
15	4	31	55.

Sappiamo che, dovendo moltiplicare una somma per un numero, si può [204] moltiplicare per questo numero ciascuna parte del moltiplicando e sommare i prodotti parziali; così si comincia a moltiplicare per 5 i 23^s. Si ottengono 115^s, equivalenti a 55^s (che si scrivono) ed un minuto, che si porta, per aggiungerlo al prodotto dei minuti per 5. Poichè risultano 271 minuti, e questi equivalgono a 4^h e 31^m, così si notano i 31^m, e si portano le 4^h. Queste 4^h son parimente da notare, perchè il moltiplicando non dà altre ore. Si ottengono poi ancora 15^g.

323. Probl. *La punta della lancetta minore di un orologio (non regolato) descrive in un'ora un arco di cerchio della lunghezza di* $42^\circ\,32'\,15''$ (*). *Che parte di cerchio descriverebbe, ove il movimento perdurasse per* $16^h\,24^m\,38^s$?

Risol. Si riduca [313] il numero complesso $42^\circ\,32'\,15''$ in unità dell'infimo ordine.

Si trova: $42^\circ\,32'\,15'' = 153135''$.

Si riduca [315] il numero complesso: $16^h\,24^m\,38^s$ in frazione di ora. Si trova

$$16^h\,24^m\,38^s = \frac{59078}{3600} \text{ di un' ora.}$$

(*) Il cerchio si divide in 360 gradi, un grado in 60 minuti, ed un minuto in 60 secondi. L'arco di 15 gradi, 52 minuti e 13 secondi si rappresenta scrivendo: $15^\circ\,52'\,13''$.

Manifestamente, per ottenere il numero dei secondi percorsi nella frazione $\frac{59078}{3600}$ di ora, si deve moltiplicare 153135 per $\frac{59078}{3600}$. Moltiplicando si ottiene per risultato approssimativo 2513030. Questo numero esprime quanti secondi di cerchio sono percorsi dalla lancetta in $16^h\ 24^m\ 38^s$.

Riducendo [316] il numero 2513030″ in gradi, minuti e secondi, si trova

$$2513030'' = 698^\circ\ 3'\ 50''.$$

E poichè 360° costituiscono un intero cerchio, nelle $16^h\ 24^m\ 38^s$ la punta della lancetta descrive un intero giro, più 338° 3′ 50″.

Divisione.

321. Probl. *Calcolare la nona parte dell' intervallo di tempo* $67^h\ 51^m\ 53^s$.

Risol. Si comincia [209] a prendere il nono di 67 ore. Esso consiste di 7 ore, più la nona parte delle 4 ore che rimangono. E perchè 4 ore equivalgono a 240 minuti, si può dire che è

$$\frac{67^h}{9} = 7^h + \frac{240^m}{9}.$$

Si aggiungano ai 240^m i 51^m, dei quali pure bisogna prendere la nona parte. Dividendo 291 per 9, si ottiene 32 per quoziente e 3 per resto; per conseguenza è

$$\frac{291^m}{9} = 32^m + \frac{3^m}{9}.$$

Ma 3^m equivalgono a 180^s. Abbiamo poi altri 53^s, dei quali pure bisogna prendere la nona parte. Dividendo 233 per 9, si ottiene 25 per quoziente ed il resto

8; e ciò significa che la nona parte di 233^s consiste di 25^s più $\frac{1}{9}$ di 8^s. Abbiamo così trovato che $\frac{1}{9}$ dell'intervallo di tempo $67^h\ 51^m\ 53^s$ è rappresentato da

$$7^h\ 34^m\ 25^s + \frac{8}{9} \text{ di secondo.}$$

Oss. Si sarebbe potuto ridurre [313] l'intervallo di tempo in unità dell'infima specie, dividere per 9 il risultato, e convertire [314] il quoziente in numero complesso. Del resto, per poco le questioni siano complicate, è sempre più semplice e più sicuro convertire i numeri dati in unità dell'infima specie, od in frazione dell'unità principale, ed effettuare sui numeri così trasformati i calcoli richiesti dalla questione che si deve risolvere.

325. Probl. *La punta della lancetta minore di un orologio (non regolato) ha descritto un arco di* $8^\circ\ 27'\ 35''$ *in* $2^h\ 25^m\ 37^s$. *Si domanda l'arco descritto in un'ora.*

Risol. Si riducano [315] i numeri dati, il primo in frazione di grado, l'altro in frazione di ora. Si trova

$$8^\circ\ 27'\ 35'' = \frac{30455}{3600} \text{ di un grado,}$$

$$2^h\ 25^m\ 37^s = \frac{8737}{3600} \text{ di un'ora.}$$

Ora bisogna dividere il primo numero per il secondo. Si trova [206, 166]: $\frac{30455}{8737}$. Questo numero esprime gradi. Riducendolo [316] in numero complesso, risulta: $3^\circ\ 29'\ 8''$ a meno di $1''$. Ecco il numero domandato.

CAPITOLO XVI

SISTEMA METRICO

326. Si chiama in generale *sistema metrico* l'insieme delle varie unità di misura con le quali si paragonano le grandezze, che si vogliono esprimere mediante numeri.

Poichè l'unità dev'essere della stessa specie della grandezza da misurare, ogni sistema metrico presenta: una unità di *lunghezza*, un'unità di *superficie*, una unità di *volume* o di *capacità*, un'unità di *peso*, e una unità di *moneta*.

Nella pratica avviene di dover misurare grandezze della stessa specie differentissime tra loro. Accade, ad es., di dover esprimere il peso di una medicina, e altra volta quello del carico di una nave. Perciò per ciascuna specie di grandezze in ogni sistema metrico vi sono parecchie unità. Nel sistema metrico, in uso da noi e che ora vogliamo esporre, ciascuna unità è 10 volte, o 100 volte, o 1000 volte quella della stessa specie, che è immediatamente minore. Perciò cotale sistema si dice sistema metrico *decimale*.

Misure di lunghezza.

327. L'unità fondamentale del sistema metrico decimale venne presa dalla natura; si è adottato infatti per unità principale di lunghezza la quarantamilionesima parte del meridiano terrestre. Questa unità ha ricevuto il nome di *metro*.

Le unità secondarie sono dei multipli e dei sottomultipli del *metro*. Due unità successive son tali che la maggiore è decupla della minore.

I nomi dei multipli si formano premettendo alla parola *metro* le seguenti voci, derivate dal greco,

Deca	che significa	*dieci*
Etto	»	*cento*
Kilo	»	*mille*
Miria	»	*diecimila.*

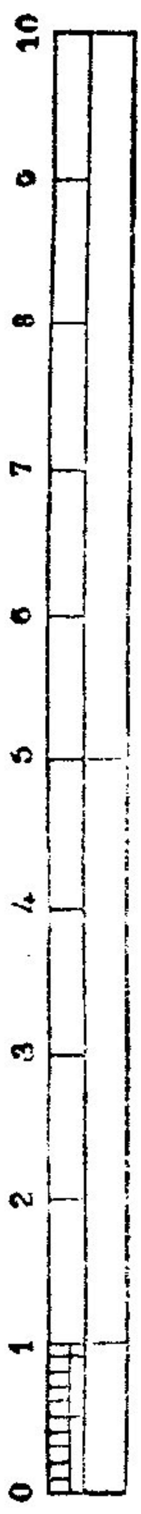
I sottomultipli si designano premettendo alla parola *metro* le voci seguenti:

Deci	per significare	*decimo*
Centi	»	*centesimo*
Milli	»	*millesimo.*

I prefissi: **deca, etto, kilo, miria** s'indicano per iscritto con le sole iniziali maiuscole **D, E, K, M,** premesse all'iniziale del nome dell'unità fondamentale. Così i simboli **Dm, Em, Km, Mm** si leggono rispettivamente *decametro, ettometro, kilometro, miriametro.*

Le voci **deci, centi, milli** s'indicano per iscritto con le sole iniziali minuscole, premesse all'iniziale del nome dell'unità fondamentale. Così i simboli **dm, cm,**

mm si leggono rispettivamente *decimetro, centimetro, millimetro.*



I nomi delle varie unità lineari, i simboli per rappresentarle, e i loro valori si trovano nella seguente tabella:

Miriametro = **Mm.** = 10000 metri
Kilometro = **Km.** = 1000 metri
Ettometro = **Em.** = 100 metri
Decametro = **Dm.** = 10 metri
Metro = **m.**
Decimetro = **dm.** = 0,1 di metro
Centimetro = **cm.** = 0,01 di metro
Millimetro = **mm.** = 0,001 di metro.

Oss. Non furono dati nomi particolari ai multipli superiori al miriametro, nè ai sottomultipli inferiori al millimetro (*).

In pratica si sceglie sempre una unità proporzionata alla lunghezza da misurare. Ad es., la lunghezza delle strade si esprime in kilometri; quella delle minime lunghezze in millimetri.

La figura qui annessa rappresenta un decimetro diviso in centimetri; il primo centimetro è suddiviso in millimetri.

328. Attesa la semplicità della relazione che esiste tra le varie unità di lunghezza del sistema metrico decimale, è facilissimo esprimere una data lunghezza

(*) Recentemente al millesimo di millimetro si è dato il nome *micron*, e si è stabilito di indicarlo con la lettera greca μ. Si son poi stabilite alcune modificazioni ai simboli che rappresentano i nomi delle misure di superficie e di volume.

rispetto ad una unità diversa da quella adoperata a misurarla.

Ad es., volendo ridurre un dato numero di decametri in centimetri, basterà moltiplicare il numero dato per 1000, appunto perchè un decametro equivale a 1000 centimetri. Perciò è, ad es.,

$$Dm.\ 42. = cm.\ 42000.$$

Così, per altro esempio, volendo ridurre un dato numero di decimetri in decametri, bisognerà dividere il numero dato per 100, appunto perchè un decimetro è *una centesima* parte di un decametro. Perciò, ad es., è

$$dm.\ 48 = Dm.\ 0{,}48.$$

E in generale si può dire che le trasformazioni della natura di quelle dei due esempî precedenti si compiono col semplice trasportare convenientemente la virgola nei numeri dati.

Misure di superficie.

329. Per unità di misura delle superficie si prendono i quadrati costruiti sulle varie unità di lunghezza. I nomi di queste unità si formano aggiungendo la parola *quadrato* ai nomi dei lati dei singoli quadrati. E i simboli, che rappresentano le varie unità, si ottengono scrivendo la cifra 2, a modo di esponente, alla destra del simbolo con cui si rappresenta la corrispondente unità di lunghezza.

Vi sono dunque tante unità di superficie, quante unità di lunghezza, ed esse sono: il *miriametro quadrato,* il *kilometro quadrato,* l'*ettometro quadrato,* il *decametro quadrato,* il **metro quadrato,** il *decimetro quadrato,* il *centimetro quadrato,* il *millimetro quadrato.*

Il *metro quadrato* è la principale delle unità di superficie.

330. Teor. *Ogni unità di superficie contiene* 100 *volte l'unità dell'ordine prossimo inferiore.*

Dim. Consideriamo, ad es., il centimetro quadrato, che intenderemo rappresentato dalla figura (1). Vediamo quanti centimetri quadrati occorrano a formare l'unità dell'ordine prossimo superiore, a formare cioè un decimetro quadrato.

Cominciamo intanto a mettere in fila 10 centi-

Fig 3ª

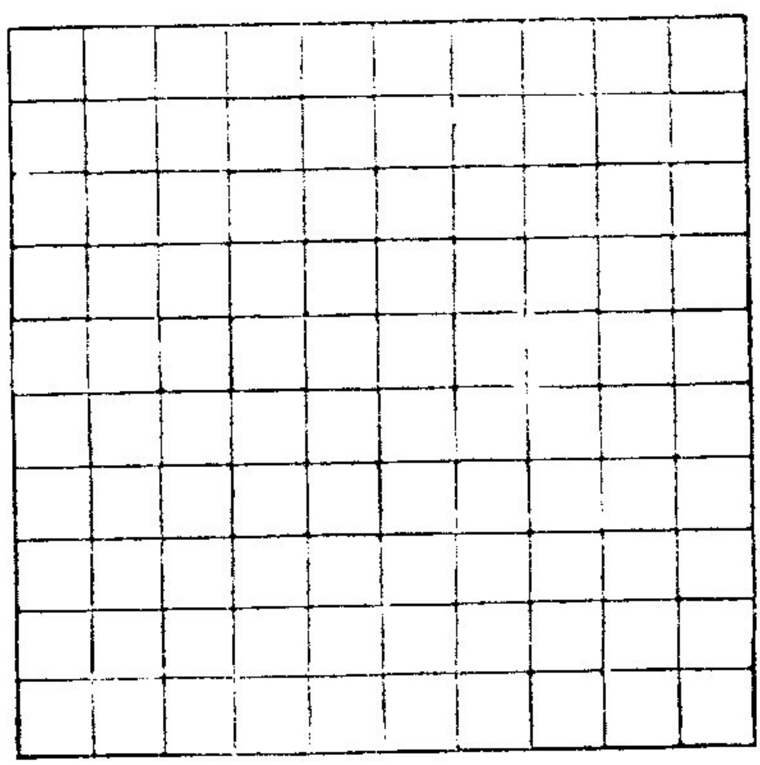
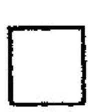


Fig 2ª

Fig 1ª



metri quadrati, come si vede nella figura (2). Ci risulta un rettangolo lungo 10 centimetri, lungo cioè un decimetro; la larghezza è soltanto di un centimetro. Ora è manifesto che, ponendo uno vicino all'altro, come si vede nella figura (3), 10 rettangoli eguali a quello testè formato, si ottiene un quadrato, i cui lati sono lunghi un decimetro, si ottiene cioè un *decimetro quadrato*. Così abbiamo provato che un decimetro quadrato equivale alla somma di 100 centimetri quadrati.

Similmente vedremmo che con 100 decimetri quadrati si può comporre un metro quadrato; che con 100 metri quadrati si può comporre un decametro quadrato; ecc. Appunto come si doveva dimostrare.

331. I nomi delle varie unità di superficie, i simboli per rappresentarle, e i loro valori si trovano nella seguente tabella:

Miriametro quadrato	=	**Mm^2**	=	100 000 000 di metri quadrati
Kilometro quadrato	=	**Km^2**	=	1000 000 di metri quadrati
Ettometro quadrato	=	**Em^2**	=	10 000 metri quadrati
Decametro quadrato	=	**Dm^2**	=	100 metri quadrati
Metro quadrato	=	**m^2**		
Decimetro quadrato	=	**dm^2**	=	0,01 di metro quadrato
Centimetro quadrato	=	**cm^2**	=	0,0001 di metro quadrato
Millimetro quadrato	=	**mm^2**	=	0,000 001 di metro quadrato.

332. Avendo presente che ciascuna unità di superficie è 100 volte quella dell'ordine prossimo inferiore, e quindi una *centesima* parte di quella dell'ordine prossimo superiore, si potrà facilmente esprimere il valore di una superficie rispetto ad una unità differente da quella con cui fu misurata.

Ad es., poichè un decametro quadrato equivale a 10000 decimetri quadrati, egli è

$$Dm^2\ 37 \quad = dm^2\ 370000.$$

Così, per altro es., volendo trasformare un dato numero di centimetri quadrati in decametri quadrati, bisognerà dividere per 1 000 000, appunto perchè un centimetro quadrato è una *milionesima* parte di un decametro quadrato. Perciò, ad es., è

$$cm^2\ 874 = Dm^2\ 0{,}000874.$$

E si può dire, in generale, che le trasformazioni della natura di quelle dei due esempî precedenti si compiono col semplice trasportare nel numero dato la virgola di due, o di quattro, o di sei posti ecc., in un senso o nell'altro, secondo il caso.

333. Il *metro quadrato*, il *decametro quadrato*, l'*ettometro quadrato*, quando si usano nella misurazione dei campi, prendono rispettivamente i nomi di **centiara**, **ara**, **ettara**, e si denotano coi simboli **ca**, **a**, **ha**. Pertanto si possono scrivere le seguenti eguaglianze:

$$\mathbf{ca} = \mathbf{m}^2, \qquad \mathbf{a} = \mathbf{Dm}^2, \qquad \mathbf{ha} = \mathbf{Em}^2.$$

Misure di volume.

334. Si chiama *cubo* un solido, che è circoscritto da sei quadrati eguali. Un dado da giocare ha la forma del cubo.

Si prendono per unità di volume i cubi, i cui spigoli sono eguali alle unità di lunghezza.

I nomi delle unità di volume si formano aggiungendo la parola *cubo* al nome de' loro spigoli. E codeste unità si denotano scrivendo la cifra 3, a modo di esponente, alla destra del simbolo con cui si denota lo spigolo del cubo. Perciò, ad es., l'unità di volume, i cui spigoli sono lunghi un decimetro, si chiama *decimetro cubo*, e si denota col simbolo dm^3.

335. Teor. *Ogni unità di volume è composta con* 1000 *unità dell'ordine prossimo inferiore.*

Dim. Consideriamo, ad es., il centimetro cubo, che intenderemo rappresentato dalla figura (4). Vediamo quanti centimetri cubi occorrano a formare

Fig 6ª

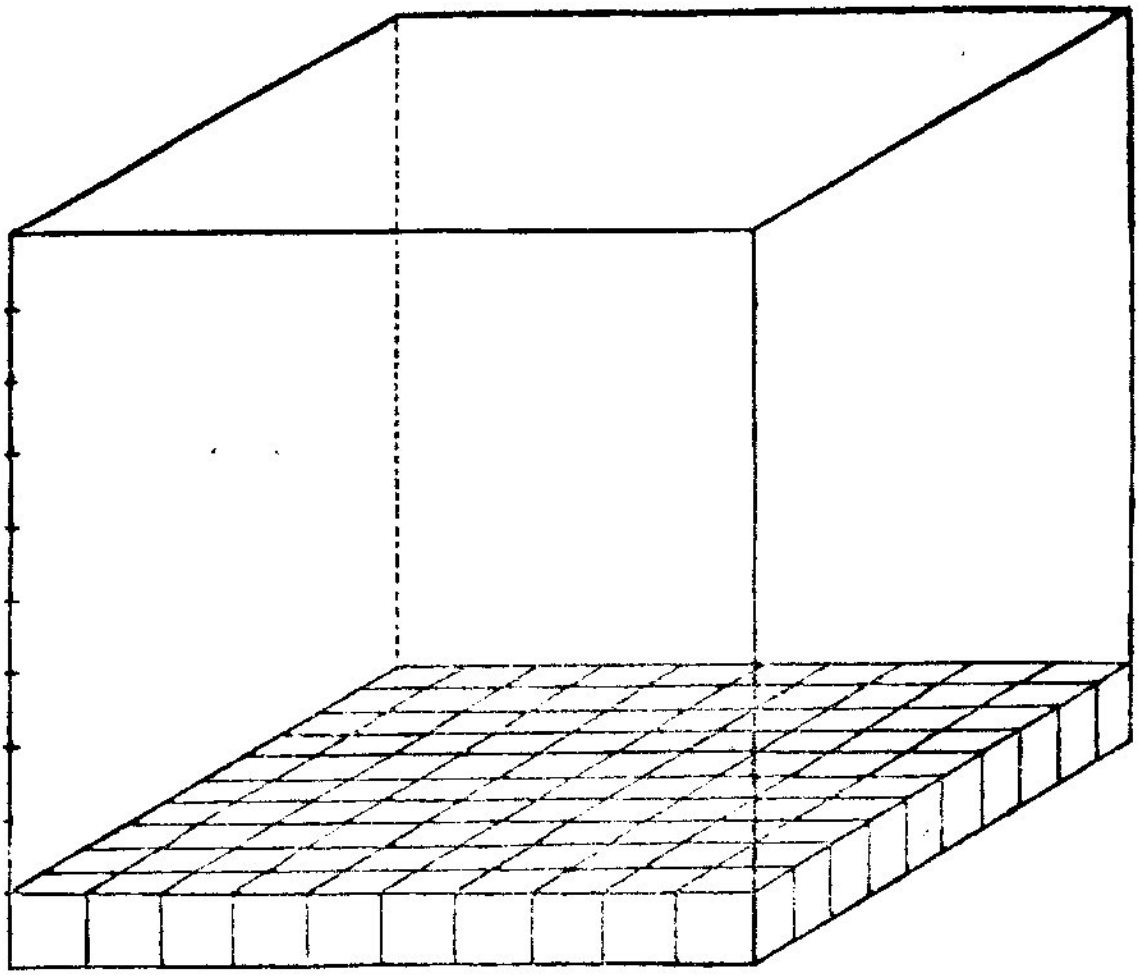


Fig 5ª

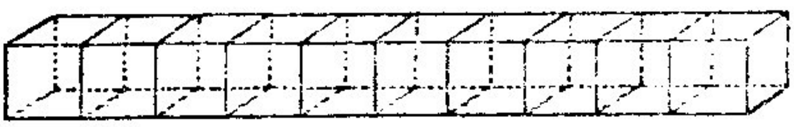
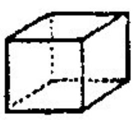


Fig 4ª



l'unità dell'ordine prossimo superiore, a formare cioè un decimetro cubo.

Incominciamo a mettere in fila 10 centimetri cubi, come si vede nella figura (5). Ci risulta un solido lungo 10 centimetri, lungo cioè un decimetro; è però largo soltanto un centimetro, e l'altezza è pure di un solo centimetro.

Mettiamo ora 10 solidi eguali a quello testè formato, gli uni accanto degli altri, come si vede nella parte inferiore della figura (6). Così abbiamo adoperati 100 centimetri cubi. Il solido, che ci risulta, è lungo un decimetro, è largo parimente un decimetro; ma l'altezza è di un solo centimetro.

Ora è manifesto che, sovraponendo al solido così formato altri 9 strati eguali, si ottiene un cubo, le cui facce sono tanti decimetri quadrati, i cui spigoli sono lunghi un decimetro, che è in somma un *decimetro cubo*. Ma a formarlo abbiamo dovuto adoperare 1000 centimetri cubi.

Similmente vedremmo che con 1000 decimetri cubi si può formare un *metro cubo*; che con 1000 metri cubi si può comporre un *decametro cubo*, ecc. Appunto come si doveva dimostrare.

336. I multipli del metro cubo sono poco usati: si adoperano ad esprimere i volumi dei corpi celesti. Lasciando per questo da banda i multipli, formeremo una tabella coi nomi delle varie unità di volume, coi simboli per rappresentarle, e coi loro valori.

Metro cubo = $\mathbf{m^3}$
Decimetro cubo = $\mathbf{dm^3}$ = *millesimo* di metro cubo
Centimetro cubo = $\mathbf{cm^3}$ = *milionesimo* » » »
Millimetro cubo = $\mathbf{mm^3}$ = *bilionesimo* » » ».

337. Anche per le varie unità di volume è facile cambiare un dato numero esprimente un volume in quello che si riferisce ad altra unità di misura. Ad es., volendo trasformare m^3 0,7 in centimetri cubi, bisognerà moltiplicare due volte per 1000, ossia trasportare di sei posti la virgola verso destra. Così si trova essere

$$m^3\ 0,7 = cm^3\ 700\,000.$$

Oss. I volumi minori di un millimetro cubo si sogliono esprimere in frazioni decimali di millimetro cubo. Così si dirà, ad es., che un corpo ha un volume di 72 centesimi di millimetro cubo, e si scriverà $mm^3\ 0,72$.

338. Per misurare la legna da ardere si adopera comunemente per unità il metro cubo, che prende allora il nome di *stero*. Dello stero non si considera che un multiplo, il *decastero,* che vale 10 steri (e che non sarà confuso col decametro cubo, che contiene 1000 steri). Lo stero si indica con la lettera **s.**

339. Per misurare i liquidi e le granaglie si adotta per unità principale il decimetro cubo, che prende in tal caso il nome di *litro.* Il litro ha due multipli decimali, il *decalitro* e l'*ettolitro,* che valgono rispettivamente 10 litri e 100 litri; ed ha due sottomultipli decimali, il *decilitro* e il *centilitro,* che valgono rispettivamente $\frac{1}{10}$ ed $\frac{1}{100}$ di litro.

Protraendo la serie, si otterrebbe il *kilolitro* da una banda e il *millilitro* dall'altra. Il primo, perchè corrispondente a 1000 litri, cioè a 1000 decimetri cubi, sarebbe il metro cubo; l'altro, essendo *un milionesimo* di metro cubo, non sarebbe altro che il centimetro cubo. Però le denominazioni kilolitro e millilitro non sono usate.

Supponendo che la figura (4) rappresenti un decimetro cubo, essa ha la capacità di un litro. In tale ipotesi la figura (5) ha la capacità di un decalitro, e lo strato inferiore della figura (6) ha la capacità di un ettolitro.

Per converso, supponendo che la figura (6) rappresenti un decimetro cubo e quindi un litro, lo strato inferiore ha la capacità di un decilitro, ed in tal caso la figura (5) ha la capacità di un centilitro.

In pratica per misurare i liquidi si adoperano vasi di stagno di forma cilindrica, la cui altezza è doppia del diametro. E per misurare granaglie si adoperano vasi cilindrici di legno, la cui altezza è uguale al diametro.

Segue la tabella dei nomi delle misure di capacità, dei simboli per rappresentarle e dei loro valori.

Ettolitro =	**hl.** =	100 litri
Decalitro =	**dal.** =	10 litri
Litro =	**l.**	
Decilitro =	**dl.** =	0,1 di litro
Centilitro =	**cl.** =	0,01 di litro.

Misure di peso.

340. L'unità principale di peso si chiama *grammo*. Il grammo è il peso, nel vuoto, di un centimetro cubo d'acqua distillata, alla temperatura di 4 gradi centigradi. (A questa temperatura l'acqua raggiunge la sua densità massima).

I nomi dei varî multipli e sottomultipli del grammo, i simboli per rappresentarli e i loro valori sono notati nella tabella seguente.

Kilogrammo =	**Kg.** =	1000 grammi
Ettogrammo =	**Eg.** =	100 grammi
Decagrammo =	**Dg.** =	10 grammi
Grammo =	**g.**	
Decigrammo =	**dg.** =	0,1 di grammo
Centigrammo =	**cg.** =	0,01 di grammo
Milligrammo =	**mg.** =	0,001 di grammo.

Oss. Poichè il centimetro cubo (volume di un grammo d'acqua, ecc.) è composto di 1000 millimetri cubi, si può dire che il milligrammo è il peso di un millimetro cubo d'acqua, ecc.

Il kilogrammo è l'unità più usata nel commercio minuto. Poichè 1000 centimetri cubi formano un decimetro cubo, ossia un litro, si può dire che un kilogrammo è il peso di un litro d'acqua, ecc.

Per esprimere pesi considerevoli, quali il carico di una nave, di un vagone di ferrovia, ecc., si considera il *quintale*, che è il peso di 100 kilogrammi; e spesso anche la *tonnellata*, che equivale a 10 quintali, epperò a 1000 kilogrammi. Il quintale si rappresenta con la lettera **q**, e la tonnellata con la lettera **t**.

Poichè l'ettolitro è la capacità di 100 litri, un quintale è il peso di un ettolitro d'acqua, ecc. E poichè un metro cubo è composto di 1000 decimetri cubi, un metro cubo d'acqua, ecc., pesa 1000 kilogrammi, ossia una tonnellata.

Monete.

341. L'unità monetaria è la *lira*, che è un pezzo d'argento, il quale pesa 5 grammi. Però di questi soltanto g. 4,5 sono argento puro; il rimanente è rame, che serve a dare maggiore consistenza alla moneta.

I multipli della lira non hanno ricevuto nomi particolari. La centesima parte della lira si dice *centesimo*.

Il valore legale della moneta d'oro è 15 volte e $\frac{1}{2}$ quello della moneta d'argento dello stesso peso.

Ecco la tavola delle monete:

Oro.

Pezzi	Peso	Diametro
100 lire	g. 32,2588	mm. 35
50 »	» 16,1294	» 28
20 »	» 6,4517	» 21
10 »	» 3,2258	» 19
5 »	» 1,6129	» 17.

Argento.

5 lire	g. 25	mm. 37
2 »	» 10	» 27
1 »	» 5	» 23
50 cent.	» 2,5	» 18.

Bronzo.

10 cent.	g. 10	mm. 30
5 »	» 5	» 25
2 »	» 2	» 20
1 »	» 1	» 15.

Conversione delle misure antiche in misure metriche.

312. Si presenta frequentemente il caso di conoscere il valore di una grandezza espressa in misure antiche, e di dover valutarla in misure metriche. In tal caso si ricorre alle *tavole di ragguaglio,* nelle quali si trovano i valori delle varie unità delle misure antiche espressi mediante le nuove misure.

Ad esempio, supponiamo si voglia esprimere in metri la lunghezza di 259 tese, 2 piedi, 3 pollici, 11 linee (*). Nelle tavole di ragguaglio si trova che:

1 tesa	equivale a	$1^m,94904$
1 piede	»	$0^m,34484$
1 pollice	»	$0^m,02707$
1 linea	»	$0^m,00225$.

Così, moltiplicando il valore della tesa per 259, quello del piede per 2, quello del pollice per 3, quello della linea per 11, e sommando i risultati, si avrà la lunghezza data espressa in metri.

Oss. Si sarebbe potuto ridurre il dato numero complesso in frazione dell'unità principale, e moltiplicare per la frazione risultante il valore di questa unità dato dalla tavola di ragguaglio.

(*) La *tesa* è un'antica misura lineare di Francia. La tesa era suddivisa in 6 *piedi*, un piede in 12 *pollici*, il pollice in 12 *linee*, e la linea in 12 *punti*.