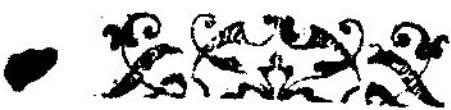




EVCLIDIS
ELEMENTORVM
LIBRI XV.

ACCESSIT XVI. DE SOLIDORVM Regularium comparatione.

OMNES PERSPICVIS DEMONSTRATIONIBVS, accuratisq; scholijs illustrati.



AUCTORE

CHRISTOPHORO CLAVIO
BAMBERGENSI.

SOCIETATIS IESV.

ROMAE,
Apud Vincentium Accoltum. 1574.

SERENISSIMO

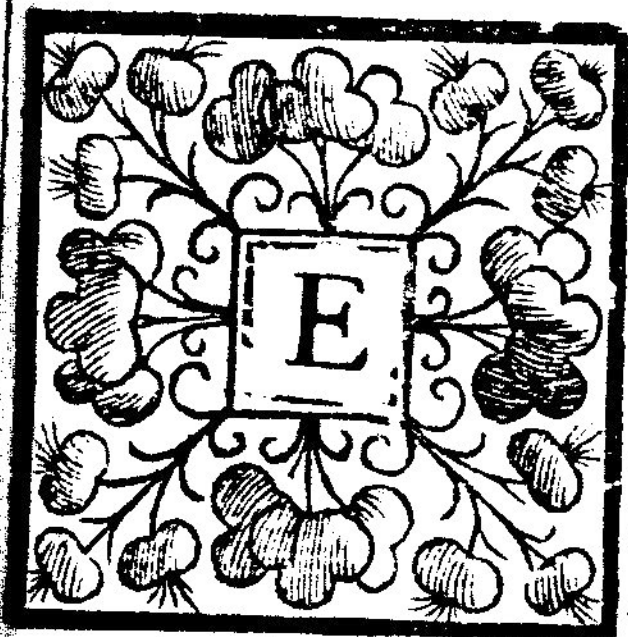
PRINCIPI

AC D. D. EMANVELI

PHILIBERTO

Sabaudiaë Duci.

CHRISTOPHORVS CLAVIVS
SOCIETATIS IESV S. P. D.



ST profecto (quod te non fugit) Princeps Sereniss. præclara quædã res, ac plane diuina, rerum cognitio, quæ merito in optimo quoq; incredibile sui desiderium excitat, quo fa-

ctus hæc hominum breuis, & calamitosa uita,

a 2 igno-

ignorantiæ quasi tenebris disiectis, & ad exitum ipsa suum perueniat, & omnia quæ accidere possunt, incommoda leuiora ducat. Ac si ea quæ sunt a summis philosophiæ principibus de liberalium artium dignitate vere ac sapienter scripta, falsa esse non credimus; nemini dubium esse potest, quin & rerum obscuritate, & incerta cognitione, mirum in modum minuatur illa siue uoluptas, siue animi iucunditas appellanda est, quæ ex ipsa alioqui rerum contemplatione percipi solet. Equidem fateor (quod summo uir ingenio dixit Aristoteles) eximiam quandam esse in naturæ peruestigatione positam delectationem, rerumque naturalium scientiam, multis philosophiæ partibus nobilitate præcellere: Sed quis non uideat in tanta opinionum uarietate, quarum (cum sit unica ueritas) aut non plus una ueram, aut omnes falsas esse necesse est, multum uel inconstantia, uel errori relictum esse loci, quo quidem nihil esse potest a scientia magis alienum? Quod si (ut est apud eundem peripateticæ disciplinæ principem) doctrinarum nobilitas tum ex rerum dignitate, tum ex elaborata probandi ratione pendet; quid de mathematicis disciplinis existiman-

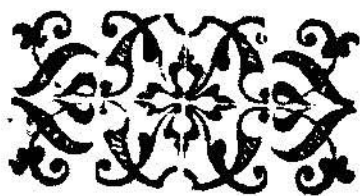
stimandū est, quæ ut de rerū præstantia nihil dicam, tantam habent suis in rationibus firmitatem, ut non tam persuadere, quam uim quodammodo afferre uideantur. Quotus enim quisque est, qui Archimedis, & Apollonij, cæterorumque Mathematicorum libros legens acutissimorum hominum non admiretur ingenia, & menti suæ firmissimas quasdam quasi machinas admoueri non sentiat, ut ijs quæ illi tradunt, uel inuitus assentiri cogatur? Qua quidem ex re dici uix potest, quantam animus noster capiat voluptatem, dum ita in sententia perstat, remque omnem plane percipit, ac tenet, ut neutram in partem dubius inclinet, nusquam fluctuet, nedum falsis opinionibus imbuatur. Cuius sane tam certæ tamque accuratæ scientiæ, cum solum ac fundamentum Euclidis, quæ dicuntur, elementa communi omnium Mathematicorum consensu existimentur; Tantam profecto summus ille vir apud posteros laudem meretur, quanta optimo in primis diligentissimoque magistro, atque ipsi etiam primo artis inuentori iure debetur. Quo magis eorum probanda uidetur industria, qui in his ipsis elementis aut explicandis, aut illu-

strandis studium, atque operam collocant, ut quanto hæc mathematicarum disciplinarum initia aut faciliora, aut firmiora fuerint, tanto quæ consequuntur omnia planius cognoscantur. Quæ cum ego multos annos partim publice docendo, partim priuatim commentando, & cum alijs viris doctis communicando diligentius pertractassem, collegissemque (ut fere fit) in meum priuatum usum nonnulla, quæ ad eorum cognitionem facere uiderentur; faciendum mihi necessario existimaui, præsertim auditorum, amicorumque meorum precibus fatigatus, præterea Laurentij Castellani ciuis Romani liberalitate inuitatus, qui oës ad id necessarios sumpt⁹ benigne admodum suppeditauit, ad publicam studiosorum utilitatē, in lucem manusque hominum exire permitterem. Tibi uero potissimum Princeps Sereniss. has meas lucubrationes dicaui, primum quod tibi Mathematicorum omnium eximio patrono hæc nostra maxime studia cordi esse intelligebam; deinde quod pro tua in nostrum ordinem uniuersum singulari beneuolentia, atque promeritis aliquod tibi grati animi indicium extare societas nostra uehementer optabat. Huc accedebat priuatum etiam
 studium

studium in te meum, quod ab humanitate tua singulari, oratorisque tui Vincentij Parpaleæ viri amplissimi beneuolentia prouocatus, nihilo tibi minus ego sum priuatim obstrictus, quam publice Societas nostra vniuersa. Accipe igitur hoc tenuitatis nostræ munusculū, si rem spectes, exiguum illud quidem, & meritis tuis longe impar; si animum intuearis, amoris & obseruantiaē plenissimum. Quod si tibi gratum iucundumq; accidisse cognouero, cum satis amplam laboris mei mercedem ac præmium me tulisse existimabo, tum vero ad alia eiusdem generis commentanda, & elucubranda, si otium & occasio se offeret, efficiar alacrior. Vale.

ROMAE, KALENDIS FEBR.

M. D. LXXIIII.



LECTORI. S.



SI QVIS forte miratur, cur post tot præclarissimos in Euclidis elementa Geometrica commentarios ab egregijs, & in primis Mathematicarum rerum peritis scriptoribus editos, nouas adhuc ipsi commentationes conscripserimus, is facile sibi persuadebit, non temere id a nobis esse factum, si consilij nostri rationem cognouerit. Cum enim longa, diuturnaque experientia nobis esset perspectum, atque exploratum, eam esse utilitatem, atque adeo necessitatem horum elementorum, ut frustra quisquam se speret ipsorum præsidio, acutissimas, subtilissimasque Archimedis, Apollonij, Theodosij, Menelai, Ptolomæi, cæterorumque illustrium Mathematicorum demonstrationes posse percipere; uehementer doluimus, tam insignem, & illustrem auctorem a plerisque omnino negligi, a perpaucis uero pro dignitate tractari, ita ut uix hoc nostro seculo reperiantur, qui sedulam operam, ac studium in perdiscendis his elementis ponant, ob eam potissimum, ut arbitror causam, quod difficultate rerum, quas tractant, atque obscuritate deterreantur, nullumque habeant hac in re ducem, quem sibi citra erroris periculum sequendum proponant. Extant quidem commentarij Campani, ac Theonis in singulos Euclidis libros sane eruditi, qui satis esse possint cuius ad facile consequen-



AD LECTOREM.

sequendam horum elementorum doctrinam : Sed alter secutus in omnibus est traditionem Arabum, qui magna ex parte Euclidis ordinem, ac methodum peruerterunt, uerbaque propositionum eiusdem locis non paucis immutarunt, ut uerus, germanusque auctoris sensus perdifficile possit intelligi; id quod maxime in decimo libro perspicitur : Alter (Theonem intelligo) pene innumeris mendis, uitiisque incuria librariorum ita est deprauatus, & propter notas græcas, quæ in eius demonstrationibus adhibentur, obscuras illas, ac male expressas adeo impeditus, ut magnam difficultatem inexercitatis ingenijs, perplexitatemque gignat. Quo fit, ut Euclidem sine maximo labore, ac studio nemo percipiat. Iam si alij ad nostram usque memoriam maius aliquod studium, operamque in hoc munus interpretandi Euclidis elementa contulerunt, hi uel sex priores tantum libros exposuerunt, uel si qui in uniuersum Euclidem commentarios ediderunt, hi persæpe, relictis antiquorum demonstrationibus certissimis, (Federicum tamen Commandinum Urbinate Geometram peritissimum excipio, cuius opera, atque diligentia Euclides latine redditus, & in pristinum nitorem, iuxta ueterum interpretum sensum, ac traditionem, restitutus, nunc denuo prodijt in lucem,) proprias alias, ac nouas confixerunt, quæ plerunque non tam firmæ sunt, neque rem ipsam simpliciter, & absolute conficiunt; præsertim quod modo e propositionibus uoces quasdam perperam detrahunt, modo alias inepte apponunt, modo denique nonnullas temere immutant, ut merito de uero, proprioque Euclidis sensu dubitare quis possit. Quæ cum ita sint, relique

resque ac scientia tam præclara digna sit, quæ ope, studio, industria ab ijs adiuuetur, qui aliquid ad hoc momenti afferre possunt post diuturni temporis in rebus mathematicis operam collocatam; faciendum putauimus, ut lucubrationes nostras, ac uigilias studiosis harum rerum nonnihil (nisi fallimur,) subsidij allaturas, in publicum ederemus. Accessit editionis causa altera: Nam cum Euclides, propter singularem utilitatem, instar enchiridij, manibus semper debeat circumgestari, neque unquam deponi ab his, qui fructum aliquem serium ex hoc suauis Matheseos studio capere uolunt, in eo que progredi; id uero in hunc diem, exemplaribus omnibus maiore forma impressis, necdum factum uideamus; hoc nostra editio certe, si nihil aliud, attulerit commodi, atque emolumentum. Sûnt enim hi nostri commentarij in uniuersum Euclidem conscripti commodiore nunc forma, quam uulgo cæteri, (id quod magnopere a nobis, qui nos audierunt, efflaguabant,) uolumineque editi, ut facile iam queant, aulicis negotiis, e loco in locum, cum res tulerit, ferri atque portari. Nunc quo modo, uia, ac ratione res cetera a nobis pertractetur, quidque in hac interpretatione præstitum sit, paucis accipe. Demonstrationes aliorum, maxime Theonis, quas quidem ipsius esse Euclidis, non leuibus argumentis adducti quidam asseruerant, & Proclus etiam testatur, breuiores, quantum per rei difficultatam licuit, uel certe planiores, quando illud non potuimus, delucidioresque reddere conati sumus. Non enim illas nude, ac totidem uerbis, quot erant scriptæ, proposuimus. Etenim ea est interdum illarum breuitas, ut illud accidat, quod ab
 elegant-

AD LECTOREM.

elegantissimo poeta dictum est. Brevis esse laboro,
obscurus fio: Interdum etiam, cum breuius, atque suc-
cinctius efferi possint, magna, ob longiorem, quam
satis est, sermonem, affertur molestia legenti. Qua-
re utrunque vitantes, eas, uelut παραφραστικὰς, atque
ad eum fere modum tradidimus, quem, cum publice
Euclidem interpretaremur, obseruauimus; hac etiam
re auditorum desiderio, & uoluntati, quantum est in
nobis, satisfacere cupientes. Ita enim, nostra senten-
tia, Euclides facilius a studiosis, ijs præsertim, qui cen-
tyrones, hæc Mathematica studia nunc primum an-
spiciantur, ac maiore uoluptate, utilitateque cogno-
scetur. Præter hæc adiunximus multis in locis uaria
problemata, ac theoremata, scitu non iniuncunda,
neque a scopo Geometriæ aliena, quæ partim ex Pro-
clo, Campano, alijsque auctoribus decerpimus, par-
tim proprio (ut aiunt) Marte, assiduisque medita-
tionibus ipsi confecimus. Data insuper in hoc diligens
opera, ut definitiones Euclidis, præsertim obscurio-
res, & quæ aliquid uise sunt habere difficultatis, (in
quas plurimi, tanquam in scopulos quosdam, inciden-
tes, a recto cursu deflexerunt, & in errores uarios,
atque absurdos, prorsumque ab instituto discipline
abhorrentes, dilapsi sunt.) dilucide, atque perspicue,
quoad eius fieri potuit, explicarentur; id, quod ha-
rum artium studiosi facile iudicabunt. Quæ res cum
in ampliorem magnitudinem excrescerent, quam ut unius
libri spatij, hac præsertim forma, commode includi
possent, in duas partes totam tractationem diuisimus.
Altera nouem prioribus libris continetur: altera sex
reliquos, una cum decimosexto ad comparationes
quinque

 AD LECTOREM. 

quinque corporum regularium pertinente, quem ex Francisco Flussate Candalla adijcere uolumus, cõpletitur. Nunc, quia hæc Euclidis elementa ostium, atque aditum ad omnes alias scientias Mathematicas referant ac patefaciunt, operæ pretium fore duximus, antequam ad ipsa interpretanda aggrediamur, paucis commemorare, unde nam Mathematicæ disciplina hoc nomen acceperint; quæ sit earum diuisio; a quibus primum orta, & per quos deinde singulæ fuerint excultæ; quanta sit illarum præstantia, atque utilitas, & si qua sunt alia rei nostræ opportuna.



MATHE-

MATHEMATICÆ DISCIPLINÆ

CVR SIC DICTAE SINT.



DISCIPLINAE Mathematicæ, que quidē circa quantitatem uersantur omnes, nomen acceperunt a dictione græca μαθημα, siue μαθησις, que significat disciplinam, seu doctrinam. Cur autem hæ artes de quantitate agentes nomen disciplinae, uel doctrine inter reliquas omnes sole sint adeptæ, duas potissimum causas apud probatos scriptores inuenio. Pythagorei enim, atque Platonici existimantes, animas racionales certo quodam, ac determinato numero contineri, easque de corpore in corpus migrare, (quod tamen christiana fides falsum esse perspicue docet) testantur, eas nomen doctrine, siue disciplinae obtinere, quod maxime ex ipsis nanciscamur recordationem, reminiscenciamque illius scientiæ, qua anima nostra (ut eorum est error) antequam corpus informaret, erat prædita. Quod quidem facili, ac familiari quodam exemplo comprobare nititur Plato in dialogo, qui Menon inscribitur, ubi Socratem introducit personam quendam interrogantem Geometrica quadam de quadrati dimensione, ad quæ licet in principio responderit, ut puer, gradatim tamen ascendens eo deductus est, ut responderit id, quod tandem diciturus fuisset, si diutissime perdidicisset Geometriam. Alijs autem placet, ideo has artes præ cæteris nomen scientiæ, & doctrine sibi uendicare, quod sola modum, & rationemque scientiæ retineant. Procedunt enim semper ex præcognitis quibusdam principijs ad conclusiones demonstrandas, quod propriū est minus, atque officium doctrine, siue disciplinae, ut & Aristoteles testatur; neque unquam aliquid non probatum assumunt Mathematici, sed quancumque aliquid docere uolunt, si quid ad eam rem pertinet eorum, quæ ante docuerunt, id sumunt pro concesso, & probato: illud uero modo explicant, de quo ante nihil scriptum est. Quod quidem alias artes, disciplinae sue nõ semper obseruare uidemus, cum plerunq; in confirmationem eorum, quæ ostendere uolunt, ea, quæ nondum sunt explicata, demonstratae, adducant.

is poster.

PROLEGOMENA.

DISCIPLINARVM MATHEMATICARVM diuisio.

PYTHAGOREI, quos deinde secuti sunt omnes prope modum Mathematici, atq; Philosophi non pauci, Mathematicas disciplinas uniuersas in quatuor partes distribuerunt, Arithmeti-
cam, Musicam, Geometriam, ac Astronomiam. Cum enim omnis quantitas, circa quam uersantur, sit uel discreta, sub qua omnes numeri, uel cōtinua, sub qua omnes magnitudines comprehenduntur, & utraque tam secundum se, quam comparatione alterius possit considerari; Visum fuit illis consentaneum, quatuor predictas facultates instituere, quae utranque quantitatem, pro duplici consideratione diligenter contemplantur. Itaque Arithmetica agit de quantitate discreta secundum se, inquirendo & accurate explicando omnes numerorum proprietates, ac passiones. Musica tractat eandem quantitatem discretam, siue numerum comparatum cum alio, quatenus nimirum sonorum concentus respicit, atque harmoniā. Geometria de magnitudine siue quantitate cōtinua, secundū se quoq; ut immobilis existit, disputat. Astronomia deniq; eandē magnitudinē, ut est mobilis, considerat; qualia sunt caelestia corpora, prout continuo motu cecurrunt. Ad has autem quatuor scientias Mathematicas, quarū Arithmetica, & Geometria pura, Musica uero, atq; Astronomia mixta dicunt, oēs aliae quouis modo de quantitate agentes, qualis est perspectiua, Geographia, & caetera huiusmodi, uel facile, ut ad capita, a quibus dependent, reduci possunt.

ALIA rōne a Gemino antiquo Geometra, & ab alijs, ut auctor est Proclus in cōmētarijs, quos in primū Euclidis librū edidit, Mathematica disciplina diuidunt. Quāquidē diuisionē, quoniam elegāter, copioseq; docet, ad quenā sese extēdāt Mathematica disciplina, ferme ad uerbū ex Proclo iuxta interpretationē Francisci Barocij Patricij Veneti excerptā hic subijcere statui. Volūt itaq; predicti auctores, scientiarū Mathematicarū quasdam in intellectuibus duntaxat ab omni materia separatis, quasdam uero in sensibilibus, ita ut attingant materiam sensibus obnoxiam, uersari. Prioris generis statuunt duas longe priores, praecipuasq; scientias, Arithmeti-
cam, & Geometriam: In posteriori uero genere constituunt sex, Astrologiam, Perspectiuam, Geodesiam, Canonicā siue Musicam, Sapputatricē, atq; Mecha-

PROLEGOMENA.

Mechanicam . Astrologiam dicunt esse eam facultatem , quæ de mundanis edisserit motibus , de corporum cælestium magnitudinibus , figuris , & illuminationibus , a terraque distantijs , ac de alijs huiusmodi rebus . Huius rursus tres constituuntur partes ; Gnomonica , quæ in horarum dimensione , positu gnomonũ , exercitur : Metheoroscopica , quæ eleuationum differentias , Syderumq reperit distantias , nec non multa alia , & varia Astrologica perdocet theoremata : & Dioptrica , quæ planetarum , cæterarumque stellarum distantias huiuscemodi dioptrici dignoscit instrumentis . Perspectiuam aiunt a Geometria gigni , atque uti radijs visorijs , tanquam lineis , et angulis , qui ex hisce constituuntur oculorum radijs . Diuiditur autem in eam , quæ proprio nomine dicitur Perspectiua , quæ quidem reddit causam earum apparentiarum , quæ aliter , quam sint , sese nobis offerre solent , ob eorum , quæ sub uisum cadunt , alios situs , & distantias , ut parallelarum coincidentia , uel quadratorum , tanquam circulorum , aspectio : Et in uniuersam speculariam , quæ circa uarias , multiplicesque versatur refractiones : Nec non in eam , quæ Sciographice , hoc est , umbrarum designatrix appellatur , quæ ostendit , qua ratione fieri possit , ut ea , quæ in imaginibus apparent , haud inconcinna , uel deformia ob designatorum distantias , altiudinesque videantur . Geodæsiam appellant eam scientiam , quæ res quantas metitur , ut materiarum rerum acruos , tanquam conos , & puteos , tanquam cylindros . Quod quidem non assequitur intellectilibus rectis lineis , ut Geometria , sed sensilibus tantum , interdum quidem certioribus quodam pacto , ut radijs Solaribus ; interdum uero crassioribus , ut spartis , & perpendicularo . Diuiditur hæc , ut Geometria , in eam partem , quæ plana , & in eam , quæ solida dimetitur . Canonicam , siue Musicam , vocant eam scientiam , quæ apparentes concertuum considerat rationes , sensusque ubique utitur adminiculo ; & quæ (ut Plato inquit) talis existit , ut menti aures ipsas preposuisse videatur . Supputatrix eadem apud ipsos est , quæ apud nos Arithmetica practica . Hæc enim numeros considerat , non ut in intellectilibus , sed ut sunt in sensilibus ipsis . Mechanica denique , quæ in cognitione rerum sensilium , materiaque coniunctarum consistit , apud ipsos multiplex est . Quædam enim est instrumentorum effectrix , quæ ὀργανοποιία vocatur , eorum , inquam , quæ gerendis sunt bellis ido-

PROLEGOMENA.

nea, qualia sane Archimedes etiam fertur construxisse, Syra-
 cusas terra, marique obsidentibus resistentia; Quaedam mirabi-
 lium prorsus rerum effectrix, quae $\theta\alpha\nu\mu\alpha\tau\omicron\tau\omicron\iota\tau\iota\kappa\iota\upsilon$ dicitur,
 quippe quae alia quidem spiritibus maximo cum artificio con-
 struit, quemadmodum etiam Ctesibius, atque Heron operantur;
 alia autem ponderibus, quorum motus quidem inaequilibrium,
 status vero aequilibrium esse causam censendum est, ut Timaeus
 etiam determinavit; alia vero nervis, partisque animatas con-
 volutiones, ac motus imitantibus: Quaedam est equilibrans
 omnino, & eorum, quae centroponderantia uocantur, co-
 gnitio: Quaedam denique sphaerarum effectrix, quae $\sigma\phi\alpha\epsilon\rho-$
 $\pi\omicron\iota\iota\kappa\alpha$ appellatur, ad caelestium circumuolutionum imita-
 tionem, qualem Archimedes etiam fabricatus est: Atque ut
 vno verbo dicam, omnis, quae materiam mouendi vim habet. Hae
 igitur sunt disciplinae Mathematicae apud antiquos. Militarem
 autem artem, eam inquam, quae ad instruendas, coordinandasque
 pertinet acies, quam Graeci $\tau\alpha\tau\iota\kappa\iota\upsilon$ vocant, unam aliquam
 ex Mathematicis partibus dicendam esse non censent, ut quidam
 alii voluerunt, sed vii eam volunt modo quidem arte supputandi,
 ut in enumerandis legionibus; modo vero Geodesia, ut in diui-
 dendis, dimetiendisque castrametationis spatijs in campo. Quem-
 admodum neque Historicam, neque medendi artem Mathema-
 tices partem ullam esse dicunt, licet saepenumero tum Historici,
 tum etiam Medici Mathematicis utantur theorematibus; Re-
 rum quidem gestarum scriptores, vel climatium situs referen-
 do, uel urbium magnitudines, & diametros, uel ambitus, cir-
 cuitusve colligendo: Medici vero, quamplurimas res in arte
 sua huiuscemodi uis dilucidando. Nam utilitatem, quae in Me-
 dicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates osten-
 dit, ac fere omnes, quicumque aliquid de opportunis temporibus,
 locisque dixere. Eadem sane ratione ille etiam, qui aciebus in-
 struendis operam accommodat, Mathematicis quidem uti-
 tur theorematibus, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quam-
 uis interdum quidem uolens eam, quae numerosa est, paucissi-
 mam ostendere multitudinem, castra, suosque exercitus ad figu-
 ram circuli formet; interdum uero ad figuram quadranguli,
 uel quinquanguli, uel alterius cuiusdam multanguli, ubi plu-
 rimam apparere cupit. Haec igitur fere sunt, quae nobis anti-
 qui Mathematici de harum scientiarum partitione reliquerunt.

INVENTORES MATHEMATICARUM DISCIPLINARUM.

OMNES disciplinas Mathematicas a uarijs, & diuersis auctoribus ortum, originemque duxisse, perspicue historia testantur: Immo uero singulas nequaquam summam adeptas esse perfectionem statim ab initio, sed paulatim eas ab imperfectis ad perfectiora processisse, memoriæ quoque proditum est. Arithmetices enim inuectores primi creduntur Phænices, propter frequentes mercaturas, atque commercia, ut auctor est Proclus. Quam mirum in modum postea Pythagoras, eiusque successores, nec non Aegyptij, Græci denique ac Arabes amplificarunt, uarijsque problematis, atque theorematibus illustrarunt. Musicam deinde a Mercurio primum esse inuentam, multi scriptores tradunt; quam ipse postea Orpheo insigni Musico commendauit, atque concredidit; Hic autem Thamyri, & Lino; Linus uero Herculi, & sic successionibus continuis per alios Musicos præclaros ad nostra usque tempora manauit. Geometria uero, auctore Proclo, ab Aegyptijs reperia est, ortumque habuit ab agrorum emensione. Cum enim anniuersaria Nili inundatio agrorum terminos, ac limites ita confunderet, nastaretque, ut nemo agrum dignoscere posset suum, cæperunt Aegyptij animos ad rationem mensurandorum agrorum applicare, ut hoc modo cuiuslibet, quod suum erat, redderetur. Quæ quidem ratio agros metiendi, quanquam tunc temporis adhuc rudis admodum fuerit, ac impolita, ab ipso tamen officio Geometria est appellata. *Γεωμετρéουα* enim, siue *γεωμετρéω* idem significat, quod, terram metior. Caterum paulatim deinde Geometria capta est expoliri, & non contenta suis finibus, se se ad corpora etiam cælestia dimetienda conuertit, tradiditque principia uniuersæ Astronomiæ, Perspectiue, Cosmographiæ, & alijs disciplinis quam plurimis, quæ ex ipsa, ueluti radices dependent. Hanc Thales Milestus ex Aegypto in Græciam primus transtulisse fertur: Deinde eam insignes Philosophi, ac Mathematici plurimi, acutissimisque demonstrationibus locupletarunt, atque exornarunt: Inter quos hi sunt præcipui ex veteribus; Pythagoras, Anaxagoras Clazomenius, Hippocrates Chius, Plato, Oenopides, Zenodorus, Briio, Antipho, Theodorus,

PROLEGOMENA.

dorus, Theætetus, Aristarchus, Eratosthenes, Architas Tarentinus, Euclides, Serenus, Hypsicles Alexandrinus, Archimedes Syracusus, Apollonius Pergæus, Theolofius Tripolita, Miletus Romanus, qui & Menelaus, Theon Alexandrinus, Ptolemaeus, Eutocius Ascalonita, Pappus, Proclus, & alij pene innumeri, quos omnes longum esse recensere. Astronomiam denique non pauci ab Atlante primum inuentam esse autumant: Unde ob eximiam, qua primus inter mortales præditus erat, Astronomiæ cognitionem, exortam esse uolunt fabulam, illum suis humeris cælum sustinere; Alij putant, Chaldaeos diuturna obseruatione (quod etiam Cicero affirmat in libro de Diuina huius scientiæ faciunt inuentores: Alij Assyrios: Alij denique gloriam hanc, & laudem Babylonij esse deferendam, censent. Hac autem inscientia, ut est præstantissima, ita quoque maxime illustres auctores claruerunt, quod non est huius loci declarare. Cæterum, præcipuis hisce quatuor disciplinis Mathematicis inuentis, reliquæ omnes de quantitate quouis modo agentes, facile ex ijs, tanquam riuuli ex fonte, deriuatae sunt, atque deductæ.

NOBILITAS, ATQUE PRAESTANTIA Scientiarum Mathematicarum.

QUONIAM disciplina Mathematica de rebus agunt, quæ absque ulla materia sensibili considerantur, quamuis re ipsa materiae sint immerse; perspicuum est, eas medium inter Metaphysicam, & naturalem scientiam obtinere locum, si subiectum earum consideremus, ut recte a Proclo probatur. Metaphysices etenim subiectum ab omni est materia seiunctum & re, & ratione: Physices uero subiectum & re, & ratione materiae sensibili est coniunctum: Unde cum subiectum Mathematicarum disciplinarum extra omnem materiam consideretur, quamuis re ipsa in ea reperiatur, liquido constat, hoc medium esse inter alia duo. Si uero nobilitas, atque præstantia scientiæ ex certitudine demonstrationum, quibus utitur, sit iudicanda, haud dubie Mathematica disciplina inter cæteras omnes principem habebunt locum. Demonstrant enim omnia, de quibus suscipiunt disputationem, firmissimis rationibus, confirmantque



firmantque, ita ut vere scientiam in auditoris animo gignant, omnemque prorsus dubitationem tollant; Id quod aliis scientiis vix tribuere possumus, cum in eis saepenumero intellectus multitudine opinionum, ac sententiarum varietate in veritate conclusionum iudicanda suspensus hereat, atque incertus. Huius rei fidem aperte faciunt tot Peripateticorum sectae, (ut alios interim philosophos silentio inuoluam) quae ab Aristotele, veluti rami e trunco aliquo, exorta, adeo & inter se, & nonnunquam a fonte ipso Aristotele diffident, ut prorsus ignores, quid nam sibi velit Aristoteles, num de nominibus, an de rebus potius disputationem instituat. Hinc fit, ut pars interpretes Graecos, pars Latinos, alij Arabes, alij Nominales, alij denique Reales, quos vocant (qui omnes tamen Peripateticos se esse gloriantur) tanquam ductores sequantur. Quod quam longe a Mathematicis demonstrationibus absit, neminem latere existimo. Theoremata enim Euclidis, caeterorumque Mathematicorum, tandem hodie, quam ante tot annos, in scholis retinent veritatis puritatem, rerum certitudinem, demonstrationum robur, ac firmitatem. Huc accedit id, quod Plato ait in Philebo, seu dialogo, qui de summo bono inscribitur; Eam scientiam esse digniorem, prestantioremque, quae magis synceritatis, ueritatisque est amans. Cum igitur disciplina Mathematica ueritatem adeo expectant, adament, excolantque, ut non solum nihil, quod sit falsum, uerum etiam nihil, quod tantum probabile existat, nihil denique admittant, quod certissimis demonstrationibus non confirmant, corroborantque, dubium esse non potest, quin eis primus locus inter alias scientias omnes sit concedendus.

UTILITATES VARIAE MATHE- maticarum disciplinarum.

NON solum utiles, verumetiam necessariae admodum cense-
ri debent disciplinae Mathematicae cum ad alias artes
perfecte perdiscendas, tum ad rem etiam publicam recte insti-
tuendam, & administrandam. Neque enim ad Metaphysicam,
ut eleganter ostendit Proclus, ulli patet aditus, nisi per Ma-
thematicas disciplinas. Nam si a rebus sensibilibus, quas
Physicus considerat, ad res ab omni materia sensibili secretas,
seu iunctasque, quas contempletur Metaphysicus, vires, aciemque

PROLEGOMENA.

nostri intellectus attollere absque ullo medio tentemus, nosmet-
 ipsos excecabimus, non secus, ac ei contingit, qui e carcere ali-
 quo tenebricoso, in quo diu latuit, in lucem Solis clarissimam
 emittitur. Quam ob rem, antequam a rebus physicis, quæ ma-
 teria sensibus obnoxia sunt coniuncta, ad res metaphysicas, quæ
 sunt ab eadem maxime auulsa, intellectus ascendat, necesse est,
 ne harum claritate offundatur, prius eum assuescere rebus mi-
 nus abstractis, quales a Mathematicis considerantur, ut faci-
 lius illas possit comprehendere. Quocirca recte Diuinus Plato
 Mathematicas disciplinas erigere animum, & ad diuinarum
 rerum contemplationē exacuerē mentis aciem affirmat. Quan-
 tum vero emolumentum hæc disciplina ad sacras literas recte per-
 cipiendas, interpretandasque conferant, multis uerbis pulcher-
 rime nobis exponit B. August. lib. 2. de Doctrina Christi. demon-
 strans, numerorum inscitia multa non intelligi a multis, quæ
 translate, ac mystice posita sunt in scripturis: Cuius rei exem-
 pla non pauca in medium adducit; eandemque sententiam lon-
 ge post pluribus uerbis repetit eodem lib. Hoc idem docet D.
 Hieron. tomo 1. Epist. 1. asserens, magnam inesse numeris uim
 ad multa mysteria in scripturis intelligenda: Quo item loco,
 Geometriam magnam afferre Theologiæ utilitatem, perhibet.
 Rursum B. August. loco, quem paulo ante retuli, testatur,
 Musicam pernecessariam esse doctori Christiano, subiungens
 paulo post, Theologos debere etiam Geographia diligenter esse
 instructos. Quod non ignorans D. Gregorius Nazianzenus,
 summis laudibus D. Basilium præceptorem suum extollit, quod
 in Astrologia, Geometria, numerorum cognitione, cæterisque
 scientiis Mathematicis, fuerit non mediocriter versatus. Non
 parum etiam conducunt hæc artes ad philosophiam naturalem,
 moralem, Dialecticam, & ad reliquas id genus doctrinas, ar-
 tesque perfectæ acquirendas, ut perspicue docet Proclus. Ad-
 adde, quod omnia volumina antiquorum philosophorum, maxi-
 me Aristotelis, & Platonis, quos merito duces nobis sequentibus
 ad bene recteque philosophandum proponimus, eorumque præ-
 omnium interpretum cum Græcorum, tum Latinorum, exem-
 pta Mathematicis sunt referta, ea potissimum de causa, ut ea, quæ
 alioquin multis obstructa difficultatibus uidebantur esse, præ
 exempla huiusmodi clariora, magisque perspicua fierent; quæ
 præcudubio nulla ratione percipiet is, qui scientiarum Math-
 maticæ

Cap. 16.

Cap. 37.

Cap. 16.

Cap. 19.

PROLEGOMENA.

maticarum omnino est expertus. Quid? quod olim nemo ausus
 esset celeberrimum Diuini Platonis gymnasium frequentare,
 qui prius optime Mathematicis disciplinis non fuisset exorna-
 tus? Unde pro foribus Academiae hoc symbolum dicitur pin-
 xisse, ἀγνοίετ' ἄνθρωπος οὐδὲν εἰς ἴστω. Immo vero idem Plato in
 Philebo, omnes disciplinas sine Mathematicis viles esse non du-
 bitauit asserere. Qua de causa in 7. de Rep. precipit, Mathe-
 maticas disciplinas primo omnium esse addiscendas, propter va-
 rias, ac multiplices earum utilitates, (ut copiose scribitur) non
 solum ad reliquas artes rectius percipiendas, uerum, etiam ad
 remp. bene administrandam: Cuius ego rei multa exempla cum
 praeteriti temporis, tum nostrae aetatis, si id necesse foret, in me-
 dium possem adducere. Ibidem clarissimis verbis affirmat, pra-
 ecipue Arithmeticos natura ad omnes doctrinas aptos esse, ido-
 neosque, adeo, ut etiam si nullam aliam nobis haec scientiae affer-
 rent utilitatem, (cum tamen infinita propemodum alia com-
 moda ex ipsis percipiamus) perdiscendas tamen omni studio eas
 esse statuatur, quod ingenium, mentemque ad reliquas artes om-
 nes capessendas aptiorem reddant, & acutiores: Quod quidem
 experientia ipsa magistra facile comprobatur. Videmus enim
 eos, quorum ingenium facile, & nullo negotio hisce disciplinis
 accommodatur, fructus non exiguos ex alijs scientijs percipere:
 Contra uero, eos qui ad haec facultates idonei minime reperiu-
 ntur, prorsus ad ceteras esse ineptos. Quare iure optimo Plato
 tam frequenter in suis operibus iterum atque iterum harum di-
 sciplinarum utilitatem nobis inculcat, atque commendat; pra-
 fertim in 7. de Rep. in Evinomide, seu Philosopho, in Tymeo,
 ubi Mathematicas disciplinas omnis eruditionis ingenuae viam
 appellat, & plerisque alijs in locis, quibus nunc enumerandis
 breuitatis memor de industria supersedeo. Ad has omnes uti-
 litates accedit maxima iucunditas, atque voluptas, qua cuiusq;
 animus his artibus colendis, exercendisque perfunditur. Sunt
 enim haec praecipua ex septem artibus liberalibus, in quibus non
 solum ingenui adolescentes, uerum etiam nobiles uiri, princi-
 pes, reges, ac imperatores ad honestissimam, maximeque libera-
 lem oblectationem animi, quam summa etiam cum utilitate
 coniunctam pariunt, diu multumque versari solebant: Quo-
 rum exemplum multos adhuc nostrae aetate imitari conspici-
 mus. Testatur magnam animi voluptatem ex his artibus per-

PROLEGOMENA.

cipi, Divinus Plato in 7. de Rep. ubi audacter dicit, & non temere confirmat, oculum anima, qui ab alijs studijs excacatur, defoditurque, a Mathematicis tantum disciplinis recreari, excitarique rursus ad eius, quod est, contemplationem. Omitto plurima alia testimonia Platonis, aliorumque gravissimorum philosophorum, quibus harum disciplinarum utilitas cum necessitate, & delectatione coniuncta, atque praestantia abunde potest comprobari.

EVCLIDIS, ATQUE GEOMETRIÆ COMMENDATIO.

QUISNAM fuerit Euclides horum elementorum institutor, (ut aliquid etiam de auctore, quem nobis interproferamus) & quo tempore floruerit, non satis convenit inter scriptores. Multi enim, ut testatur vulgata elementorum Euclidis secundum Campanum, & Theonem editio, atque eorundem inscriptio, existimant, eum fuisse philosophum illum Megaris natum, quod oppidum Isthmo adiacet, Socratisque auctorem, qui sectam instituit a se dictam Megaricam, qua alio nomine Dialectica appellabatur, eo quod sectatores illius interrogando, respondendoque (quod proprium est munus Dialecticorum) libros conscriberent. De quo multa sunt in Diogene Laertio de vitis philosophorum: Scribit & de hoc Cicero Quest. Acad. lib. 2. ubi ait. Post Euclides Socratis discipulus Megareus, a quo idem illi Megarici dicti, qui id bonum solum esse dicebant, quod esset unum, & simile, & idem, & semper. Faveat his auctoribus non parum id, quod Valerius Maximus octavo lib. scribit, nimirum a Platone, qui Socratis etiam discipulus fuit, conductores ara sacra de modo, & forma eius secum sermonem conferre conatos, ad Euclidem Geometram ire iussos. Verum si Proclo nobili scriptori, & alijs auctoribus antiquis credendum est, Euclides hic noster iunior fuit illo Megareo, floruitque tempore Ptolemai primi, qui Aegypto, post Alexandri Magni mortem, Olympiade 115. & ante Christum natum anno 319. cepit imperare, ut Ioannes Lucidus refert. Quod quidem verius esse crediderim, hoc maxime adductus argumentum, quod Diogenes Laertius omnia opera Euclidis illius Megarici

PROLEGOMENA.

Megarici diligentissime enumerans, nullam prorsus faciat mentionem huius celeberrimi uoluminis de Geometricis elementis conscripti, in quo perpetuam, & nunquam morituram famam sibi comparauit Euclides, & gloriam. Neque enim putandum est, Diogenem in monumentis philosophorum exercitissimum, hoc tam insigne opus uel scientem uoluisse praeterire, uel ab Euclide suo esse compositum, ignorasse. Itaque Euclides noster, Geometra acutissimus, ab illo Megareo philosopho longe alius est, qui, cum in doctrina Academicorum esse: summa cum laude uersatus, animum totum ad Mathematicas disciplinas transtulit, in quibus ita excelluit, ut concordi omnium iudicio principem inter Mathematicos sibi locum iure optimo uendicauit. Scripsit autem uolumina ad rem Mathematicam spectantia non pauca, in quibus eximia eius diligentia, admirandaque doctrina facile elucet: qualia sunt eius Optica, Catoptrica, Elementares institutiones ad Musicam capeffendam pertinentes, Phenomena, atque Datorum liber, opus de Diuisionibus, quod nonnulli suspicantur esse libellum illum acutissimum de superficierum diuisionibus, Machometo Bagdedino ascriptum, qui nuper Ioannis Dee Londinensis, & Federici Commandini Vrbinatis opera in lucem est editus. Conscripsit item conica elementa, auctore Proclo, quae tamen ad nos nondum peruenere, & alia id genus opuscula. Maxime uero hoc uolumen elementorum Geometricorum nunquam omnium consensione satis laudatum tam mirabili ordine, tantaeque eruditione contexuit, ut nullus unquam eorum, qui similia conscripserunt elementa (conscripserunt autem, ut ait Proclus, non pauci) par illi extiterit, nedum ipsum superarit. In quo quidem, ut summum ingenij acumen demonstrauit, ita non omnia, quae ad rem Geometricam pertinent, in uulgus edenda, sed ea duntaxat, quae uisa sunt esse necessaria, atque utilia, ad communem omnium utilitatem, argumentis, & rationibus firmissimis censuit esse comprobanda. Caterum, quanta sit horum Euclidis elementorum Geometricorum, ac proinde uniuersae Geometriae, praestantia, ac utilitas, partim ex ijs, quae ante scripsimus, partim ex ijs, quae nunc dicemus, non obscure perspicui potest. Dicuntur enim Geometrica elementa, eam ob causam, quod sine ipsis nullum opus Mathematicum possimus aggredi, ne dicam fructum aliquem inde percipere: Omnes siquidem Mathematicarum re-

PROLEGOMENA.

rum scriptores, ut Archimedes, Apollonius, Theodosius, &c. in suis demonstrationibus usurpant hæc Euclidis elementa, tanquam principia omnibus iam diu perspecta, atque demonstrata. Quamobrem sicut is, qui legere uult, elementa literarum discit prius, & illis assidue repetitis utitur in uocibus omnibus exprimendis, sic qui alias disciplinas Mathematicas desiderat sibi reddere familiares, elementa hæc Geometrica plene, ac perfecte calleat prius, necesse est. Ex his etenim elementis, ueluti fonte uberrimo, omnis latitudinum, longitudinum, altitudinum, profunditatum, omnis agrorum, montium, insularum dimensio, atque diuisio, omnis in cælo per instrumenta syderum observatio, omnis horologiorum sciotericorum compositio, omnis machinarum uis, & ponderum ratio, omnis apparitionum variarum, qualis cernitur in speculis, in picturis, in aquis, & in aere uarie illuminato, diuersitas manat. Ex his, inquam, elementis machinæ totius huius mundana est inuentum medium, atque centrum, inuenti cardines, circa quos perpetuo conuertitur, orbis denique totius explorata figura, ac quantitas. Ostenditur, atque demonstratur unius huius scientiæ uis cæli uniuersi, syderumque perennis conuersio, ortus, occasus, abitus, reditus, ascensus, descensus, diei ac noctis, temporumque toto anno per omnem terrarum situm, & mundi inclinationem, uarietas. Coniunctiones item planetarum, oppositiones, aspectusque uarij tam expedite cognoscuntur, ut & loca illorum in cælo, & eclipses, seu Solis, ac Lunæ defectiones certissime, ante quem fiant, in omne posterum tempus a Mathematicis prædici queant. Hoc denique ingens Dei, & naturæ opus, mundum, inquam, totum, mentis nostræ oculis munere, ac beneficio Geometriæ subiectum conspiciamus. Adde Geometriam hominibus plurimam, quæ penitus incredibilia esse uident, omniumque fidem superant, perspicua facere, credibiliaque esse ostendere: Quale est illud, quod de Archimede Syracusio testantur historie. Cum enim Hieron Syracusarum rex nauem, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere statuerat, tanta esset molis fabricatus, ut eam omnes una Syracusii a loco dimouere minime ualerent, Archimedes Geometra peritissimus ueniens Geometria uiribus fretus regi promisit, se effecturum, ut ipsam solus rex absque ullo labore subduceret: Quod cum præstitisset, in conspectu omnium rex stupefactus exclamasse perhibetur;

PROLEGOMENA.

hibetur; Ab hac die, quicquid dixerit Archimedes, illi credendum est. Non dissimile huic uidetur mihi esse pulcherrimum illud factum, quod idem Archimedes ope Geometriae gessit Syracusis, quando corona ex auro, argentoque confecta, quam rex summo studio fabricari iusserat, non dissoluta, singula auri, & argenti pondera, quae inter se aurificis fraude ac dolo commista erant, subtilissime offendit. Neque silentio prateriri debet, eundem Archimedem robori, ac efficacia demonstrationum Geometricarum innixum saepenumero, iactuas, si haberet terram aliam, in qua pedem figeret, hanc nostram, quam incolimus, e loco se commouere posse. Pari ratione, datis uiribus quibuscunque, pondus quodcunque se posse mouere: Et alia id genus non solum ab Archimede, uerum etiam ab alijs praecclaris, & illustribus Geometris patrata esse memoriae proditum est. Tantum denique nomen una hac Geometria Archimedi peperit, ut Marcellus Romani exercitus imperator, contra quem diu Syracusanam urbem defenderat Archimedes machinis quibusdam per Geometricas demonstrationes adinuentis, & constructis, in expugnatae urbis direptione, ac caede ciuium unius Archimedis saluti publico edito cauerit: quem ubi contra imperium suum, & uoluntatem a gregario quodam milite interfectum cognouit, uehementer doluit, eumque honorem mortuo habuit, quem uiuo habere non potuit. Cuius sepulchrum Cicero a se, cum in Sicilia Quaestoris officio fungeretur, repperit esse, mirandum in modum gloriatur. Unde mirari nemo debet, cur in summo semper honore apud Graecos fuerit Geometria. Accedit quoque ad praestantiam, utilitatemque Geometria, quod cum demonstrationes Geometricae sint maxime illustres, nemo sine ipsis satis perspiciet, quae sit uis demonstrationum, nemoque eisdem destitutus perfectus erit artifex methodi. Quod quidem ingenue fatetur Galenus insignis philosophus, ac medicorum princeps, in libro, quem de libris proprijs inscripsit. Is enim instructissimus rebus Dialecticis, cum scholas Peripateticorum, ac Stoicorum sui temporis percurrisset omnium, & praeccepta miro cum animi ardore, studioque arripisset, nihil fere ab ipsis audisse se testatur, quod ad demonstrationis cognitionem pertineret; quinimmo pleraque eorum, quae tradiderant, ab illis in controuersia posita, nonnulla etiam naturali rationi pugnancia repperisse: Ita ut ad Pyrrhonorum fere

fere (erant Pyrrhonij philosophi, qui nihil decernebant, sed de omnibus dubitabant) hesitantiam deventurus fuerit, nisi Arithmetica, Geometria, Dialecticaq; (quibus artibus ab avo, & patre fuerat institutus) esset cognitione, scientiaque reuocatus. Unde suadet, sequendos esse characteres illos Arithmeticos, & lineares demonstrationes. Plato etiam cum ob alias, tum ob eam etiam causam discendam esse Geometriam dixit, quod eius cognitio maxime sit utilis, ut alia artes facilius, & rectius percipiantur. Postremo est hac summa laus Geometria, omnibusque modis predicanda, quod non habet in exiguis, & inferioribus hisce machinis, a quibus originem traxit, sed euolauit in caelum usque, & humanas mentes humi abiectas in illam rursus caelestem sedem inuexit, & admirandam mundi huius fabricam, eiusque administrationem, & gubernationem nostro intellectui subicit.

DIVISIO GEOMETRIAE,
& elementorum Euclidis.

GEOMETRIA diuiditur in Platorum contemplationem, qua generali uocabulo Geometria dicitur, & in doctrinam Solidorum, quam proprio, ac peculiari nomine Stereometriam appellant Mathematici. Nam Geometria uniuerse sibi hunc scopum proponit, ut plana, aut solida uel constituat, uel constituta inter se comparet, aut diuidat. Neque uero mirum alicui uideri debet, quod cum tria sint genera magnitudinum, linea, superficies, & corpus, solum de duobus posterioribus extent propriae contemplationes, ut diximus, non autem de lineis, uel etiam punctis: Non, inquam, debet uideri mirum, quoniam, ut ait Proclus, Geometria potissimum circa figuras uersatur, quae in planis duntaxat, uel etiam solidis consistunt omnes. Non enim puncta, uel linea figuram ullam constituunt sine planis, aut solidis, ac proinde necesse non erat, propriam de punctis, & lineis scientiam instituere; Superficiebus uero, siue planis, & corporibus, solidisue maxime conueniebat, ut proprias nanciscerentur tractationes. Volens igitur summus harum rerum artifex Euclides in hisce elementis perfectam, & omnibus numeris absolutam tradere cognitionem rerum Geometricarum, in prioribus sex libris agit de planis, in posterioribus

PROLEGOMENA.

ribus uero quinque de solidis acutissime disputat, eorumque proprietates maxime illustres peruestigat. Quoniam uero cum res omnes Geometricæ, tum præsertim solida illa quinque regularia, quæ corpora Platonica dici solent, perfecte tractari non poterant, absque linearum commensurabilium, atque incommensurabilium notitia; Immo uero quam plurima magnitudines sub mensuram cadere nulla ratione absque earundem linearum cognitione possunt, cum earum latera sæpe numero sint talia, ut ea communis, & nota mensura data metiri nequeat, ut liquido constat his, qui aliquando demonstrationes Geometricas in opus contulerunt, atque usum; idcirco ut hisce elementis Geometricis complecteretur omnia documenta ad magnitudinum intelligentiam, dimensionemque requisita, Stereometria sua præposuit decimum librum, in quo subtiliter & copiose de huiusmodi lineis differit. Intelligens rursus Euclides, neq; hanc tractationem linearum commensurabilium, & incommensurabilium sine numerorum cognitione posse consistere, ante decimum librum agit de numerorum passionibus, easque copiose, & diligenter tribus libris, qui hunc antecedunt, est persecutus. Quamobrem totum hoc uolumen elementorum Geometricorum quindecim libris comprehensum, (quorum quidem priores tredecim sine ulla controuersia Euclidi ascribuntur ab omnibus, posteriores uero duo a nonnullis Hypsiclis Alexandrini esse creduntur) secari recte poterit in quatuor partes, ita ut prima pars contenta sex prioribus libris agat de planis; Secunda tres sequentes complectens, passionibus numerorum perscrutetur; Tertia, quam solus decimus constituit liber, de lineis commensurabilibus, incommensurabilibusque disputet; Quarta denique reliquis quinque libris absoluta scientiam solidorum, siue corporum complectatur. Prima pars rursus triplex est; Nam in prioribus quatuor libris agit de planis absolute, inuestigando eorum aequalitatem, & inequalitatem: In quinto uero libro de proportionibus magnitudinum in genere disputatur: In sexto denique proportionibus figurarum planarum discutuntur. Quid uero Euclides in singulis alijs libris pertractet, proprijs in locis exponemus.

QVID

QVID PROBLEMA, QVID THEOREMA,
 quid Propositio, & quid Lemma apud
 Mathematicos.

DEMONSTRATIO omnis Mathematicorum dividitur ab antiquis scriptoribus in Problema, & Theorema. Problema uocant eam demonstrationem, quae iubet, ac docet aliquid constituere. Vt si quis conetur demonstrare, supra lineam rectam finitam posse triangulum aequilaterum constitui, appellabitur huiusmodi demonstratio problema, quoniam docet, quae ratione triangulum aequilaterum constitui debeat supra rectam lineam finitam. Dicitur est autem hoc genus demonstrationum Problema ad similitudinem problematis Dialectici. Sicut enim apud Dialecticos problema dicitur questio illa, cuius utraque pars contradictionis (ut ipsi loquuntur,) est probabilis, qualis haec est questio; An totum distinguatur realiter a suis partibus simul acceptis: Sic etiam questum illud apud Mathematicos, quo aliquid iubent construere, & cuius contrarium effici etiam potest, problema appellatur. Vt si quis proponat, se demonstraturum, supra lineam rectam finitam triangulum aequilaterum posse constitui, efficiet problema, quia & triangulum non aequilaterum, nempe Isosceles, uel scalenum, supra eandem lineam constitui potest. Pari ratione, qui instituit angulum retilineum secare bifariam, problema nobis exhibet, propterea quod angulus idem diuidi potest in partes non aequales. Est tamen discrimen non paruum inter Dialecticorum, & Mathematicorum problema. Nam in problemate Dialectico utrauis pars contradictionis suscepta confirmatur tantum probabiliter, ita ut intellectus cuiusque ambigat, utranam illius pars uera sit: In Mathematico uero, quamcunque quis partem elegerit, eam firma demonstratione, ita ut nihil omnino dubii sit reliquum, comprobabit. Si enim Geometra statuat ex puncto quolibet linea recta proposita lineam perpendicularem educere, efficiet utique hoc ipsum ratione constanti, & evidenti: Eodem modo dicendum est, si ex eodem puncto uelit educere lineam non perpendicularem. Theorema autem appellat eam demonstrationem, qua solam passionem aliquam, proprietatem unius, uel plurium simul quantitarum perscrutatur. Vt si quis optet demonstrare, in omni triangulo tres angulos esse aequales.

PROLEGOMENA.

quales duobus rectis, uocabunt talē demōstrationē Theorema, quia nō inbet, aut docet triangulū, aut quippiā aliud construe-
 re, sed contemplatur tantūmodo triāguli cuius libet constituti
 passōnē hanc, quod anguli illius duobus sint rectis æquales.
 Vnde a contemplatione ipsa, hæc demōstratio theorema dici-
 tur. In theoremate fieri nulla ratio potest, contradictionis u-
 traque pars uera ut sit. Si enim quis demōstret, omnes angu-
 los trianguli cuiuslibet duobus esse rectis angulis æquales, nul-
 lo poterit modo fieri, ut inæquales quoq; sint duobus rectis. Ea-
 dem ratio in alijs theorematibus est intelligenda. Itaque ut uno
 uerbo dicā, quæsitū illud Mathematicum cōstruere aliquid do-
 cēs, cuius etiā oppositū potest effici, Problema: Illud uero, quod
 nihil docet construere, & cuius pars opposita perpetuo falsa
 existit, Theorema appellatur. Vnde si quis proponeret in modum
 problematis, se in semicirculo uelle angulum rectū constituere,
 irridendus omnino esset, & Geometria prorsus ignarus iudi-
 candus; quoniam omnes anguli in semicirculo constituti sunt re-
 cti, ut demonstrabitur in lib. 3. propositione 31. Quamobrem
 theorema hoc, & non problema dicendū erit. Ceterū tā proble-
 ma, quā theorema dici consuevit apud Mathematicos Proposi-
 tio, propterea quod utrumque aliquid nobis proponat, ut in
 exemplis adductis constat. Hæc ideo dixerim, ut studiosus le-
 ctor non miretur, quando reperiet in Euclide, Apollonio,
 & ceteris Mathematicis, propositionum alias dici problema-
 ta, alias theoremata. Elementa enim Euclidis Geometrica,
 & Apollonij Conica, (ut aliorum interim uolumina taceam,)
 constant partim problematibus, partim theorematibus. De-
 monstraciones problematum semper concluduntur, his fere uer-
 bis: Quod faciendum erat: Theorematum uero hisce: Quod
 ostendendum uel demonstrandum erat; habita nimirum ratio-
 ne finis utriusque. In quolibet autem problemate, ac theoremate
 plures demonstraciones continentur & non una tantum, quamuis
 ultimus syllogismus demonstratiuus solum concludat
 id, quod in initio demonstrandum proponitur, ut declarabi-
 mus in prima Euclidis propositione, nec non in ceteris omni-
 bus manifestum erit.

QVONIAM uero ad demonstraciones problematum,
 atque theorematum sæpenumero requiruntur alia quedam
 theoremata, uel problemata minus principalia, & quæ faci-

PROLEGOMENA.

le ex ijs, quæ prius demonstrata sunt, intelligi possunt; inferuntur interdum a Geometris huiusmodi theoremata, & problemata problematibus, atque theorematibus, de quibus præcipue agitur, ut brevius demonstrari possint. Vocant autem illa Lemmata, propterea quod solum assumantur ad alias demonstrationes, non autem de illis præcipua disputatio instituat, quemadmodum de alijs. Itaque Lemma dici potest demonstratio, seu constructio illius, quod ad demonstrationem alicuius theorematis, vel problematis principalis assumitur, ut demonstratio expeditior fiat, ac brevior.

QVAENAM SINT PRINCIPIA apud Mathematicos.

CUM omnis doctrina, omnisque disciplina ex præexistente assumptis, & concessis quibusdam principijs suas demonstrat conclusiones; Nulla autem scientia ex eiusdem Aristotelis, aliorumque philosophorum sententia sua principia demonstrat; habebunt utique & Mathematica disciplina sua principia, ex quibus positis, & concessis sua problemata, ac theoremata confirmant. Horum autem tria tantummodo genera apud Mathematicos reperiuntur. In prima reponuntur omnes definitiones, quas nonnulli cum Aristotele suppositiones, ut vult Proclus, appellant. His autem vocabula artis explicantur, ne in tractatione ipsa, nominum ambiguitate, aut obscuritate circumventi in paralogismos incidamus. Secundum genus complectitur petitiones, siue Postulata, quæ quidem adeo clara sunt, & perspicua in illa scientia, quæ in manibus habetur, ut nulla indigeant confirmatione, sed auditoris duntaxat assensum exposcant, ne vlla sit in demonstrando hæsitatio, aut difficultas. Ad tertium genus referuntur Axiomata, seu communes animi notiones, quæ non solum in scientia posita, sed etiam in omnibus alijs ita manifesta sunt, & evidentiæ, ut ab eis nulla ratione dissentire queat is, qui ipsa vocabula recte perceperit. Atque his principijs recte mihi videtur accommodari posse id, quod in Metaphysicis scribit de primis principijs Aristoteles. A ianua quis aberrabit? Ut præclare a Cicerone, Pronunciata, siue Effata appellentur. Euclides igitur hoc in volumine Geometricorum elementorum præmittit ante demonstra-

PROLEGOMENA.

monstrationes suarum conclusionum omnia haec principia, ut ex ipsis, quae quidem facile a quouis intelliguntur, deducat admiranda theoremata, quibus nemo unquam assensum præberet nisi certa, ac euidenti ratione confirmarentur. Vnde hoc etiam nomine summis laudibus efferenda est Geometria, omnibusque seculis prædicanda, quod ex tam exiguis inijs, cuilibet quantumvis rudi & ignaro notissimis, & quidem perfacilibus progrediatur ad theoremata primo aspectu ab omni sensu humano, & intellectu remota, quæ tamen omnia miro ordine, ac methodo facili, demonstrationibusque certissimis ita confirmat. ut nihil omnino dubij in eis relinquatur. Porro in huiusce modi principijs tradendis hic ordo ab Euclide seruatur, ut in ipso quidem introitu sciẽtiæ proponat principia toti Geometriae communia, in alijs autem deinde libris, ubi res postulat, ea exponat principia, quæ proprie, & peculiari quadam ratione, ad materiam illorum subiectam videntur spectare. Neque uero oia principia Geometrica ab Euclide in his elementis suis explicata, sed multa reliquit lectori disquirenda, quæ tamen ex ijs, quæ tradidit sine magno labore ac studio percipi possunt & intelligi. Verum ne in hac quoque parte defuisse uideamur rerum Mathematicarum studiosis, adiunximus uarijs in locis ad principia ab Euclide posita, ex probatis auctoribus alia nonnulla, quorum ignorantia maxime cursum demonstrationum arbitrati sumus retardari posse.



**ERRATA PRIMI TOMI
SIC CORRIGITO.**

<i>Folium.</i>	<i>Linea.</i>	<i>Errata.</i>	<i>Correcta.</i>
39. a.	11.	PROPOS. 18. 18.	PROPOS. 18. 19.
40. a.	30.	A E C.	A B C.
52. a.	33.	duo arcus duo arcus.	duo arcus
62. b.	9.	A C D F	B C D F
67. a.	37.	A D	B C
72. a.	37.	4. primi proponitur	14. primi proponitur
74. a.	9.	33. primi	30. primi
79. a.	23.	F G E	E F G
88. a.	24.	A F	D F
131. b.	8.	eadem	eadem
132. a.	15.	figuras	figuras
185. a.	22.	eorum	earum
229. b.	5.		

INDEX PROBLEMATVM, AC

THEOREMATVM, QVAE

præter ea, quæ continentur in Euclidis propositionibus, in his elementorum libris demonstrantur.



IN PRIMO LIBRO.



<i>IRCVLVS</i> bisariam secatur a diametro. fol. 8. b	1
Omnes anguli recti sunt inter se æquales. 17. a	2
Duæ rectæ lineæ spatiũ non cõprehendunt. 18. a	3
Duæ lineæ rectæ non habent unum & idem segmentum commune. 18. b	4
Super data rectæ lineæ terminata triangulum Isosceles, & Scellenum constituere. 22. b	5
Omne triangulum æquilaterum est æquiangulum. 27. a	6
Omne triangulum æquiangulum est æquilaterum. 27. b	7
Si trianguli cuiuslibet productis duobus lateribus, anguli infra basim fiant æquales, & duo latera illa æqualia inter se erunt. 28. a	8
Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus, æqualesque utrique, æqualia, habuerint uero & basim basi æqualia; æquiangula inter se erunt, & æqualia. 30. b	9
Duæ lineæ rectæ se mutuo secantes efficiunt ad punctum seminis quatuor angulos quatuor rectis æquales. 36. b	10
Quolibet anguli circa unum & idem punctum constituti, quatuor rectis sunt æquales. 56. b	11
Si ad aliquam rectam lineam, ad eiusque punctum, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes sumptæ, angulos ad verticem æquales fecerint; ipsæ rectæ lineæ in directum sibi inuicem erunt. 37. a	12

I N D E X.

- 13 Si quatuor recta lineae ab vno puncto exeuntes binos angulos oppositos inter se aequales fecerint; erunt qualibet duae lineae aduersae in rectum sibi, & continuum coniunctae. 37.a
- 14 Ab vno puncto ad eandem lineam rectam non possunt duci plures lineae rectae, quam duae, inter se aequales. 38.a
- 15 Ab vno puncto ad eandem lineam rectam non possunt duci plures lineae perpendiculares, quam una. 38.b
- 16 In omni triangulo, cuius vnus angulus fuerit rectus, vel obtusus, reliqui sunt acuti. 39.a
- 17 Omnes tres anguli scaleni sunt inaequales. 39.a
- 18 Si trianguli angulus bifariam sectus fuerit, secansq; angulum recta linea ad basim ducta in partes inaequales ipsam diuidat; Latera illum angulum continentia inaequalia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori basis segmento conuenit, minus vero, quod cum minori. 39.b
- 19 Si trianguli duo latera inaequalia fuerint, linea recta bifariam diuidens angulum ipsis contentum, secabit basim in partes inaequales, maiusque segmentum erit prope maius latus. folio. 40.b
- 20 Si trianguli angulum recta linea bifariam diuidens, basim bifariam quoque secet; erunt duo latera angulum continentia inter se aequalia. Quod si latera aequalia fuerint, basim etiam bifariam secabit linea recta, quae angulum bifariam diuidit. folio. 41.a
- 21 Si duarum parallelarum rectarum linearum alteram secet quadam recta linea, reliquam quoque productam secabit. folio. 49.b
- 22 Si in duas rectas lineas altera recta incidens internos, ad easdemque partes, angulos duobus rectis minores faciat; duae illae rectae lineae infinite productae inter se conuenient ad eas partes, ubi sunt anguli duobus rectis minores. 49.b
- 23 Duae rectae lineae, quae eidem sunt parallelae, inter se coeuntes, sunt in directum constitutae. 51.b
- 24 Parallelogrammum constituere, cuius vnus angulorum equalis sit dato angulo rectilineo, lateraque angulum illum comprehendentia datis duabus rectis lineis aequalia. 52.a
- 25 Si ab vno angulo trianguli linea recta ducatur faciens externum angulum equalem duobus internis & oppositis; illa linea erit in directum ipsi lateri constituta. 53.b

Omnes

I N D E X

Omnes anguli figurae rectilineae cuiusvis sunt aequales bis tot rectis angulis, quoniam ipsa est inter figuras rectilineas. 53.b	26
Omnes anguli figurae rectilineae cuiusvis aequales sunt bis tot rectis angulis, demptis quatuor, quot ipsa continet latera, seu angulos. 54.b	27
Si singula latera figurae cuiusvis rectilineae producantur versus eandem partem, omnes anguli externi aequales sunt qua- tuor rectis. 54.b	28
Si pentagoni singula latera producantur in utranque partem, ita ut qualibet duo extra coeant; efficiuntur quinque anguli ex lateribus coeuntibus aequales duobus rectis. 55.a	29
Angulum rectum in tres angulos aequales dividere. 55.b	30
Omne quadrilaterum habens latera opposita aequalia, est pa- rallelogrammum. 57.a	31
Omne quadrilaterum habens angulos oppositos aequales, est parallelogrammum. 57.a	32
Omne quadrilaterum habens omnes angulos rectos, est pa- rallelogrammum. 57.b	33
In quadrato, & Rhombo anguli oppositi bisariam secantur a diametro. 58.a	34
In altera parte longiori, & Romboide anguli oppositi non bisariam secantur a diametro. 58.a	35
In quadrato, & altera parte longiori duae diametri inter se sunt aequales. 58.a	36
In Rhombo, & Rhomboide duae diametri sunt inter se aequa- les. 58.b	37
In omni parallelogrammo diametri se mutuo bisariam di- vidunt. 58.b	38
Recta linea secans diametrum pallelogrammi bisariam quo- modocunque, dividit parallelogrammum bisariam quoque. Et recta linea dividens parallelogrammum bisariam quovis mo- do, secat quoque diametrum bisariam. 59.a	39
A quovis dato puncto lineam rectam ducere, quae parallelo- grammum datum secet bisariam. 59.b	40
Inter duas lineas rectas infinitas angulum facientes, lineam rectam datae lineae aequalem collocare, quae cum altera illarum faciat angulum cuiusvis angulo dato aequalem. Oportet autem hunc angulum datum cum illo, qui lineis datis continetur, mi- norem esse duobus rectis. 59.b	41

I N D E X.

- 42 In omni figura retilinea latera habere numero paria, si quidem fuerit equilatera & equiangulara, erunt duo qualibet latera opposita, parallela inter sese. 60.a
- 43 Parallelogramma equalia super eandem basin, ad easdemque partes constituta, erunt inter easdem parallelas. 61.a
- 44 Parallelogramma equalia super bases aequales, & ad easdem partes constituta, inter easdem sunt parallelas. Et parallelogramma equalia inter easdem parallelas, si non habuerint eandem basin, super aequales bases, sunt constituta. 62.a
- 45 Triangula, quorum duo latera unius equalia sint duobus lateribus alterius, utrumque utriusque, & angulus unius illis lateribus contentus maior angulo alterius, si quidem ambo simul duobus sint rectis aequales, equalia sunt: Si uero duobus sint rectis maiores, minus illud est, quod maiorem habet angulum: Si denique sint minores duobus rectis, maius illud est, quod maiorem angulum habet. 62.b
- 46 Si a quouis angulo trianguli linea recta ducatur dividens latus oppositum bisariam, triangulum quoque bisariam secatur. 64.a
- 47 A puncto quouis dato in uno latere trianguli propositi lineam rectam ducere, que bisariam secet triangulum datum. 64.b
- 48 Linea recta secans duo trianguli latera bisariam, erit reliquo lateri parallela. 65.a
- 49 Omne quadrilaterum, quod ab utraque diametro bisariam dividitur, parallelogrammum est. 65.b
- 50 Triangula equalia inter easdem parallelas, si non eandem habuerint basin, super aequales bases erunt constituta. 66.a
- 51 Si triangulum duplam habuerit basin, fueritque in eisdem parallelis cum parallelogrammo; triangulum parallelogrammo equale est. 66.b
- 52 Si parallelogrammum & triangulum aequales habuerint bases, in eisdemque fuerint parallelis; duplum erit parallelogrammum trianguli. 66.b
- 53 Si trianguli parallelogrammum duplum fuerit, eandemque habuerint basin, vel aequales, & ad easdem partes constituta; Erunt ipsa in eisdem parallelis. Et si parallelogrammum duplum fuerit trianguli, in eisdemque parallelis; erunt bases aequales, si non sit eadem. 66.b
- 54 Si triangulum & trapezium super eadem basi, & in eisdem fuerint

I N D E X.

fuerint parallelis, maior autem linea parallela trapezij sit ba- sis trianguli; erit trapezium minus duplo trianguli: Si uero minor linea parallela trapezij basis sit trianguli, erit trapezium minus duplo trianguli.	67. a	55
Trapezium habens duo latera opposita parallela, duplum est trianguli, quod basin habet unum latus trapezij coniu- gens duas parallelas, verticem uero in medio puncto lateris op- positi.	67. b	56
Dato parallelogrammo equale triangulum constituere, in dato angulo rectilineo.	68. a	57
Si parallelogrammum diuisum fuerit in quatuor parallelo- gramma, ita ut ex illis duo aduersa sint equalia; consistent re- liqua duo circa diametrum.	69. a	58
Ad datam rectam lineam, dato parallelogrammo constituere equale triangulum, in dato angulo rectilineo.	70. a	59
Datis duobus rectilineis inaequalibus, excessum maioris su- pra minus inquirere.	71. a	60
Linearum equalium equalia sunt quadrata: Et quadrato- rum equalium equalia sunt lineae.	71. b	61
Si in quadrato quouis diameter ducatur, quadratum a dia- metro descriptum duplum erit praedicti quadrati.	73. b	62
Quadratum diametri figurae altera parte longioris equale est duobus quadratis laterum inaequalium.	73. b	63
Si fuerint duo triangula rectangula, quorum latera rectis angulis opposita sint equalia, erunt duo quadrata reliquorum duorum laterum unius trianguli equalia duobus quadratis re- liquorum duorum laterum alterius.	73. b	64
Duobus quadratis inaequalibus propositis, inuenire alia duo quadrata, quae & equalia sint inter se, & simul sumpta equa- lia duobus inaequalibus propositis simul sumptis.	74. a	65
Propositis duabus lineis inaequalibus, inuenire id, quo plus praest maior, quam minor.	74. a	66
Propositis quocumque quadratis, siue equalibus, siue inaequa- libus, inuenire quadratum omnibus illis equale.	74. b	67
Propositis duobus quadratis quibuscumque, alteri illorum adiungere figuram, quae reliquo quadrato sit equalis, ita ut to- ta figura composita sit etiam quadrata.	75. a	68
Cognitis duobus lateribus quibuscumque trianguli rectangu- li in cognitionem reliqui lateris peruenire.	75. a	

69

In omni triangulo, parallelogramma quacunque super duobus lateribus descripta, equalia sunt parallelogrammo super reliquo latere constituto, cuius alterum latus aequale sit, & parallelum recte ducte ab angulo, quem duo illa latera comprehendunt, ad punctum, in quo conveniunt latera parallelogrammorum lateribus trianguli opposita, si ad partes anguli dicti producantur. 75.b

IN SECUNDO LIBRO.

1 **I**n omni parallelogrammo, cuius unus duntaxat angulus datur rectus; erunt & reliqui tres necessario recti. 77.a

2 Si fuerint duae rectae lineae, secenturque ambae in quocunque segmenta: Rectangulum comprehensum sub illis duabus rectis lineis, aequale est eis, quae sub singulis segmentis unius, & quolibet segmentorum alterius continentur, rectangulis. 79.b

3 Si sint duae rectae lineae, secenturque ambae utcunque: Rectangulum comprehensum sub illis duabus rectis lineis, una cum rectangulo sub una parte unius, & una parte alterius comprehenso, aequale est eis, quae sub totis lineis, & dictis partibus mutuo continentur, rectangulis, una cum rectangulo sub reliquis partibus comprehenso. 80.a

4 Si linea recta secetur in quocunque segmenta; quadratum, quod a tota fit, aequale est eis, quae sub singulis segmentis, & quolibet segmento comprehenduntur, rectangulis. 81.a

5 Parallelogramma circa diametrum quadrati sunt quadrata. 82.a

6 Si linea recta fuerit duplex lineae rectae, quadratum ex illa descriptum quadruplum est quadrati ex hac descripti. Et si quadratum quadruplum fuerit quadrati, latus illius duplum est lateris huius. 83.b 208.a

7 Si tres lineae habeant proportionalitatem Arithmeticam; rectangulum sub extremis contentum, una cum quadrato excessus, aequale est quadrato lineae mediae. 85.b

8 Si recta linea in partes inaequales secetur, earum partium quadrata aequalia sunt rectangulo, quod bis dictis partibus continetur una cum quadrato eius lineae, qua maior pars superat minorem. 86.b

9 In omni triangulo obtusangulo, linea perpendicularis ducta

I N D E X.

<i>ex quouis acutorum angulorum ad latus oppositum cadit in ipsum latus ad partes anguli obtusi protractum.</i>	91.a	
<i>Si quadratum, quod ab uno laterum trianguli describitur, maius sit eis, quae a reliquis trianguli lateribus describuntur, quadratis: Angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, obtusus est.</i>	91.b	10
<i>Linea perpendicularis ducta a quouis angulo triaguli acutanguli, vel ab angulo recto triaguli rectanguli, vel ab obtuso triaguli obtusanguli ad latus oppositum, cadit intra triangulum.</i>	92.b	11
<i>Si quadratum, quod ab uno laterum trianguli describitur, minus sit eis, quae a reliquis trianguli lateribus describuntur, quadratis: Angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, acutus est.</i>	93.a	12
<i>Aream cuiusque triaguli latera habentis nota inuenire.</i>	93.b	13
<i>Dato excessu diametri alicuius quadrati supra latus eiusdem, inuenire latus ipsius quadrati.</i>	95.a	14

I N T E R T I O L I B R O .

S <i>I in circulo recta aliqua linea aliquam rectam lineam bifariam, & ad angulos rectos secet; in secante est centrum circuli.</i>	100.a	1
<i>Linea recta, quae circulum tangit, ita ut eum non secet, in uno tantum puacto ipsum tangit.</i>	100.b	2
<i>Si intra circulum punctum sumatur, ab eoque puncto in circulum rectarum linearum cadentium una quidem maxima sit, una vero minima; & reliquarum aliae sint inaequales, aliae aequales: Maxima quidem per centrum transibit, minima vero erit reliqua pars diametri; & aliarum maiores quidem erunt centro propinquiores, aequales autem ab eo equaliter distabunt.</i>	103.a	3
<i>Recta linea a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta ipsum circulum tangit.</i>	109.b	4
<i>Quotlibet anguli contactus aequales simul sumpti minores sunt quouis angulo acuto rectilineo.</i>	114.b	5
<i>Aliqua quantitas potest continue, & infinite augeri, altera vero infinite minui; & tamen augmentum illius, quantumcunque sit, minus semper erit decremento huius.</i>	115.b	6
<i>Transitur a minori ad maius, vel contra, & per omnia</i>		7
c 4		media;

- media ; & tamen non per equale . Item reperitur maius hoc , & minus eodem ; & tamen non equale . 115.b. & 126.b
- 8 A dato puncto in circumferentia circuli rectam lineam ducere, quae circumulum tangat. 116.b
- 9 Lineae rectae, quae circumulum secet, lineam parallelam ducere, quae eundem circumulum tangat. 116.b
- 10 Propositis duobus circulis, quorum neuter alterum includat, rectam lineam ducere, quae utrunque tangat circumulum. 116.b
- 11 In circulo spatium ad centrum duplex est anguli ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria basis spatii & anguli. 118.b
- 12 Si in quadrilatero anguli, qui ex aduerso, duobus rectis sint aequales ; circulus, qui per tres quoscunque eius angulos describitur, transibit etiam per reliquum quartum angulum ; atque adeo circa ipsum quadrilaterum circulus describi poterit . 120.a
- 13 Segmenta circulorum aequalia super aequales lineas, uel super eandem constituta, sunt similia. 121.a
- 14 In aequalibus circulis, inaequales anguli inaequalibus peripheriis insistant, maior maiori, & minor minori, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. 122.b
- 15 In aequalibus circulis anguli, qui inaequalibus peripheriis insistant, sunt inter se inaequales, maior, qui maiori, & minor, qui minori, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. 123.a
- 16 Duae rectae lineae, quae in eodem circulo aequales arcus intercipiunt, se mutuo non secantes, sunt parallelae. 123.b
- 17 Linea recta, quae ex medio puncto peripheriae alicuius ducitur tangens circumulum, parallela est rectae lineae, quae peripheriam illam subtendit. 123.b
- 18 In aequalibus circulis inaequales rectae lineae inaequales peripherias auferunt, maior quidem maiorem, & minor minorem, si loquamur de segmentis circuli minoribus semicirculo ; At uero si de segmentis circuli maioribus sermo habeatur, maior minorem, & minor maiorem. 124.a
- 19 In aequalibus circulis, inaequales peripherias inaequales rectae lineae subtendunt, maiorem quidem maior, & minorem minor, si de segmentis semicirculo minoribus fiat sermo ; At uero si de segmentis semicirculo maioribus loquamur, minorem maiorem, & maiorem minor. 124.b
- 20 Angulus trianguli, qui reliquis duobus aequalis existit, rectus est. 126.b
Segmenta

INDEX.

Segmentum circuli, in quo angulus constitutus est re \acute{c} tus, semicirculus est. 126.b.	21
Si angulo re \acute{c} to re \acute{c} ta subtensa bifariam secetur, & ex puncto divisionis circulus describatur ad interuallum dimidie subtense; circulus transit per angulum re \acute{c} tum. 127.a.	22
Si linea re \acute{c} ta ducta ad extremitatem lineae circulum secans fecerit cum ipsa angulos aequales ijs, qui in alternis circuli segmentis consistunt, angulis; Linea ducta circulum tanget. 127.b.	23
Si duae re \acute{c} tae ita se secent, ut re \acute{c} tangulum sub unius segmentis comprehensum aequale sit ei, quod sub segmentis alterius comprehenditur, re \acute{c} tangulo; describi poterit per quatuor illarum puncta extrema circulus. 129.b.	24
Si a puncto quouis extra circulum assumpto plurimae lineae re \acute{c} tae circulum secantes ducantur; re \acute{c} tangula comprehensa sub totis lineis, & partibus exterioribus, inter se sunt aequalia. 130.b.	25
Duae re \acute{c} tae lineae ab eodem puncto ductae, quae circulum tangant, inter se sunt aequales. 131.a.	26
Ab eodem puncto extra circulum assumpto, duci tantum possunt duae lineae, quae circulum tangant. 131.a.	27

IN QVARTO LIBRO.

I n dato circulo re \acute{c} tam lineam accommodare aequalem datae re \acute{c} tae lineae, quae circuli diametro non sit maior, & alteri datae parallelam. 133.b.	1
Si circulo circa triangulum descripto, centrum intra triangulum cadat, triangulum est acutangulum: Si uero in unum latus trianguli, re \acute{c} tangulum: si denique extra triangulum, obtusangulum. 135.b.	2
Centrum circuli circa triangulum acutangulum descripti intra triangulum cadit: circa re \acute{c} tangulum uero, in latus re \acute{c} to angulo oppositum: circa obtusangulum denique, extra triangulum. 135.b.	3
Per data tria puncta non in una re \acute{c} ta linea existentia circulum describere. 135.b.	4
Si circa datum circulum describatur quadratum, & in eodem circulo quadratum inscribatur, erit quadratum circumscriptum	5

I N D E X.

- 6 scriptum quadrati inscripti duplum. 137.a.
 Super data recta linea terminata pentagonum æquilaterũ,
 & æquiangulum constituere. 138.b.
- 7 Latus hexagoni æquale est semidiametro circuli, in quo de-
 scribitur. 140.b.
- 8 Si in circulo ab eodẽ puncto inscribantur duo latera duarum
 figurarum æquilaterarum; continebit arcus inter dicta latera
 inclusus tot latera alterius figura inscribenda in eodem circu-
 lo, quot unitatibus inter se differunt denominatores dictorum
 laterum; Continebit autem figura inscribenda tot latera, an-
 gulosque æquales, quot unitates sunt in numero, qui ex mul-
 tiplicatione denominatorum producitur. 141.b.
- 9 Omnis figura æquilatera circulo inscripta, aut circunscri-
 pta, est quoque æquiangula. 142.a.
- 10 In circulo una eadem opera facilius, quam ab Euclide tra-
 ditum est, pentagonum, & Decagonum æquilaterum, & æ-
 quiangulum describere. 143.a.
- 11 Si bifariae sectiones laterum figuræ æquilateræ & æquiangu-
 lae rectis coniungantur lineis; inscripta erit figura æquilatera
 quoque & æquiangula in dicta figura, idẽ centrũ habens. 143.a.

I N Q V I N T O L I B R O .

- 1 **A**NGVLVS curvilineus rectilineo æqualis esse po-
 test. 154.a.
- 2 Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, & conuer-
 tendo proportionales erunt. 166.a.
- 3 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia
 ad quartam; etiam æquemultiplices primæ & tertiæ ad secun-
 dam, & quartam magnitudines eandem habebunt rationem:
 Nec non æquemultiplices secũda & quarta ad primam & ter-
 tiam magnitudines. Et contra, eandem rationem habebunt se-
 cunda & quarta ad æquemultiplices primæ & tertiæ; Nec non
 prima & tertia ad æquemultiplices secunda & quarta. 166.b.
- 4 **A** Equales magnitudines ad æquales eandem habent ratio-
 nem. 169.a.
- 5 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, quam ter-
 tia ad quartam; tertia uero ad quartam minorem rationem ha-
 buerit, quam quinta ad sextam: Prima quoque ad secundam
 minorem

I N D E X.

minorem rationem habebit, quam quinta ad sextam. 172.a.	6
Si prima ad secundam maiorem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; tertia autem ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam; Prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit, quam quinta ad sextam. Quod si prima ad secundam minorem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; tertia autem ad quartam minorem habuerit, quam quinta ad sextam: Prima quoque ad secundam minorem rationem habebit, quam quinta ad sextam. 172.a.	7
Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; prima uero, quam secunda, maior fuerit: Erit & tertia maior, quam quarta; Et si equalis, equalis, & si minor, minor. 174.a.	8
Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, & per conuersionem rationis proportionales erunt. 175.b.	9
Si duae magnitudines ad duas magnitudines eandem habeant proportionem, & detractae quaedam habeant ad easdem eandem proportionem; & reliquae ad easdem eandem proportionem habebunt. 178.b.	10
Si tres magnitudines fuerint proportionales: Maxima & minima maiores erunt, quam dupla reliquae. 179.b.	11
Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem, quam tertia ad quartam; habebit conuertendo secunda ad primam minorem proportionem, quam quarta ad tertiam. 179.b.	12
Si prima ad secundam habuerit minorem proportionem, quam tertia ad quartam; habebit conuertendo secunda ad primam maiorem proportionem, quam quarta ad tertiam. 180.a.	13
Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem, quam tertia ad quartam; habebit quoque uicissim prima ad tertiam maiorem proportionem, quam secunda ad quartam. 180.a.	14
Si prima ad secundam habuerit minorem proportionem, quam tertia ad quartam; habebit quoque uicissim prima ad tertiam minorem proportionem, quam secunda ad quartam. 180.b.	15
Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem, quam tertia ad quartam; habebit quoque composita prima cum secunda ad secundam maiorem proportionem, quam composita tertia cum quarta ad quartam. 180.b.	16
Si prima ad secundam habuerit minorem proportionem, quam tertia ad quartam; habebit quoque composita prima cum secunda ad se-	

INDEX.

- ad secundam minorem proportionem, quam composita tertia cum quarta ad quartam. 181.a.
- 17 Si composita prima cum secunda ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam composita tertia cum quarta ad quartam; habebit quoque diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam. 181.a.
- 18 Si composita prima cum secunda ad secundam minorem habuerit proportionem, quam composita tertia cum quarta ad quartam; habebit quoque diuidendo prima ad secundam minorem proportionem, quam tertia ad quartam. 181.b.
- 19 Si composita prima cum secunda ad secundam habuerit maiorem proportionem, quam composita tertia cum quarta ad quartam; habebit per conuersionem rationis, prima cum secunda ad primam minorem proportionem, quam tertia cum quarta ad tertiam. 181.b.
- 20 Si composita prima cum secunda ad secundam habuerit minorem proportionem, quam composita tertia cum quarta ad quartam; habebit per conuersionem rationis, prima cum secunda ad primam maiorem proportionem, quam tertia cum quarta ad tertiam. 182.a.
- 21 Si sint tres magnitudines, & alie ipsis equales numero, sitque maior proportio primae priorum ad secundam, quam primae posteriorum ad secundam; Item secundae priorum ad tertiam maior, quam secundae posteriorum ad tertiam: Erit quoque ex aequalitate, maior proportio primae priorum ad tertiam, quam primae posteriorum ad tertiam. 182.a.
- 22 Si sint tres magnitudines, & alie ipsis equales numero, sitque minor proportio primae priorum ad secundam, quam primae posteriorum ad secundam; Item secundae priorum ad tertiam minor, quam secundae posteriorum ad tertiam: Erit quoque ex aequalitate, minor proportio primae priorum ad tertiam, quam primae posteriorum ad tertiam. 182.b.
- 23 Si sint tres magnitudines, & alie ipsis equales numero, sitque maior proportio primae priorum ad secundam, quam secundae posteriorum ad tertiam; Item secundae priorum ad tertiam maior, quam primae posteriorum ad secundam: Erit quoque ex aequalitate, maior proportio primae priorum ad tertiam, quam primae posteriorum ad tertiam. 183.a.
- 24 Si sint tres magnitudines, & alie ipsis equales numero, sitque

I N D E X.

- sique minor proportio primæ priorum ad secundam, quam se-
 cundæ posteriorum ad tertiam; Item secundæ priorum ad ter-
 tiam minor, quam primæ posteriorum ad secundam: Erit quo-
 que ex æqualitate, minor proportio primæ priorum ad tertiam,
 quam primæ posteriorum ad tertiam.* 183.a.
- Si fuerit maior proportio totius ad totum, quam ablati ad
 ablatum; Erit & reliqui ad reliquum maior proportio, quam
 totius ad totum.* 183.b. 25
- Si fuerit minor proportio totius ad totum, quã ablati ad abla-
 tum, Erit & reliqui ad reliquum minor proportio, quam to-
 tius ad totum.* 183.b. 26
- Si sint quotcunque magnitudines, & aliæ ipsis æquales nu-
 mero, sitque maior proportio primæ priorum ad primam poste-
 riorum, quam secundæ ad secundam; & hæc maior, quam ter-
 tiæ ad tertiam, & sic deinceps: Habebunt omnes priores simul
 ad omnes posteriores simul, maiorem proportionem, quam ul-
 tima priorum ad ultimam posteriorum; Item maiorem, quam
 omnes priores, relicta prima, ad omnes posteriores, relicta
 quoque prima; minorem autem, quam prima priorum ad pri-
 mam posteriorum.* 184.a. 27

I N S E X T O L I B R O .

- P** R O P O S I T I S quotcunque quantitibus, propor- 1
 tio primæ ad ultimam componitur ex proportionibus omni-
 bus intermedijs, ut ex proportionem primæ ad secundam, secundæ
 ad tertiam, &c. 188.a.
- Triangula & parallelogramma, quæ ita se habent inter se, 2
 ut bases, eandem habent altitudinem, æquales sive. 190.b.
- Triangula & parallelogramma, quorum æquales sunt ba- 3
 ses, uel eadem, ita se habent inter se, ut altitudines. 191.a.
- Triangula & parallelogramma, quæ ita se habent inter se 4
 ut altitudines, æquales habent bases. 191.a.
- Linea recta, quæ parallela ducitur uni lateri in triangulo 5
 auferit triangulum toti triangulo simile. 193.b.
- Si ex duobus punctis cuiusvis rectæ, quorum alterum sit ex- 6
 tremum, alterum uero intra lineam, due parallele inter se ad
 eandem partes educantur, ita ut proportionem habeant eandem,
 quam rectæ inter ipsas, & alterum extremum inclusæ: Rectæ
 coniun-

- coniungens extremum unius earum cum extremo prioris lineæ transibit per extremum alterius lineæ. 193.b.
- 7 Si in triangulo quouis uni lateri parallela recta agatur, & ex quocunque puncto illius lateris ad angulū oppositum recta educatur lineæ; diuidentur lineæ parallela, & latus dictum in easdem rationes. 194.a.
- 8 Recta perpendicularis, quæ in rectangulo triangulo ab angulo recto in basim demittitur, est media proportionalis inter duo basim segmenta: Item latus utrumlibet angulum rectum ambiens, medium proportionale est inter totam basim, & illud segmentum basim, quod dicto lateri adiacet. 197.a.
- 9 Datam rectam lineam in partes quocunque æquales diuidere. 198.a.
- 10 Datam rectam lineam secare in duas partes, quæ habeant proportionem quamcunque datam. 199.a.
- 11 Si due rectæ lineæ secantur in binis punctis proportionaliter: Erunt quoque intermedia sectiones in eadem proportione cum quibuslibet segmentis duobus. 199.b.
- 12 Datis duabus rectis lineis, duas alias in eadem cum illis proportione reperire. 200.b.
- 13 Tribus datis rectis lineis, quartam inuenire, quæ sit ad tertiam, ut prima ad secundam. 201.a.
- 14 Recta lineæ, quæ in circulo a quouis puncto diametri ipsi diametro perpendicularis ducitur ad circumferentiam usque, media est proportionalis inter duo diametri segmenta, quæ a perpendiculari facta sunt. 201.a.
- 15 Data recta lineæ, aliam rectam, (quæ minor non sit, quã dupla illius) ita secare, ut data recta sit media proportionalis inter segmenta huius. 201.b.
- 16 Recta lineæ media proportionalis est inter alias duas rectas lineas, quæ cõprehēdūt rectangulū quadrato illius æquale. 204.a.
- 17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; ut est prima ad tertiam, ita est triangulum super primam descriptum ad triangulum super secundam simile, similiterque descriptum; Item triangulum super secundam ad triangulum super tertiam simile similiterque descriptum. 206.a.
- 18 Polygona similia, æquilatera & equiangula diuiduntur in similia triangula, & numero æqualia, ductis e centris circulo-rū ipsa circumscribentiū ad omnes angulos rectis lineis. 207.b.
Si fue-

I N D E X.

<i>Si fuerint tres recte lineae proportionales; ut est prima ad tertiam, ita est polygonum super primam descriptum ad polygonum super secundam simile similiterque descriptum.</i> 208.a.	19
<i>Aequalia rectilinea similia, similiterque descripta, constituta sunt super aequales rectas lineas.</i> 209.b.	20
<i>Si fuerint tres recte lineae proportionales; erunt & rectilinea similia similiterque descripta ab eis, proportionalia. Et si a tribus rectis lineis similia similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint; ipse etiam recte proportionales erunt.</i> 210.a.	21
<i>Triangula, quae unum angulum uni angulo aequalem habent, proportionem habent ex lateribus aequalem angulum comprehendentibus compositam.</i> 211.a.	22
<i>Proportionem ex duabus proportionibus, uel pluribus componere.</i> 211.b.	23
<i>Proportionem minorem ex maiori auferre.</i> 211.b.	24
<i>Triangula, quae unum angulum uni angulo aequalem habent, eandem proportionem habent, quam rectangula, quae sub lateribus aequalem angulum comprehendentibus continentur.</i> 212.a.	25
<i>Parallelogramma inter se equiangula eandem habent proportionem, quam rectangula sub lateribus ipsorum aequalem angulum continensibus comprehensa.</i> 212.a.	26
<i>Triangula & parallelogramma inter se proportionem habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum.</i> 212.b.	27
<i>Datis duobus parallelogrammis equiangulis, sed non similibus; ex quouis illorum alteri simile resecare. Item quoduis ipsorum augere, ut fiat simile alteri.</i> 214.b.	28
<i>Dato parallelogrammo, describere aliud maius aut minus simile illi, similiterque descriptum.</i> 215.a.	29
<i>Si ad rectam lineam applicetur parallelogrammum deficient quadrato; ipsum applicatum aequale est rectangulo, quod sub segmentis lineae per applicationem factis continetur.</i> 219.b.	30
<i>Si figura, quae ab uno laterum trianguli describitur, aequalis sit eis, quae a reliquis trianguli lateribus describuntur, figuris similibus, similiterque positis; Angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus est.</i> 222.a.	31
<i>Sector ad sectorem est, ut angulus ad angulum.</i> 224.b.	32
<i>Angulus ad centrum circuli ita est ad quatuor rectos,</i>	33
<i>ut ar-</i>	

I N D E X.

- ut arcus illi subtensus ad totam circumferentiam . Et contra ,
Ita se habent quatuor recti ad angulum in centro, ut tota cir-
cunferentia ad arcum illi angulo subtensum . 224.b.
- 35 Similia segmenta circularum eandem proportionem habent
ad integras circumferentias circularum, ac propterea qualis
pars est una circumferentia totius suæ circumferentiæ, talis
quoque est alia circumferentia similis totius suæ circumferen-
tiæ 225.a.
- 36 Anguli insistentes arcibus circularum similibus, siue ad
centra, siue ad circumferentias insistant, æquales sunt inter se.
Et arcus . quibus insistent siue ad centra, siue ad circumferen-
tias, anguli æquales, similes sunt . 225.b.
- 37 A dato rectilineo imperatam partem auferre, ita tamen,
ut & ablatum, & id, quod relinquitur, simile sit cuius re-
ctilineo dato, similiterque positum . 226.a.
- 38 Duobus datis rectilineis, tertium proportionale inue-
nire . 227.a.
- 39 Tribus datis rectilineis, quartum proportionale inue-
nire . 227.a.
- 40 Duobus datis rectilineis, medium proportionale inue-
nire . 227.a.
- 41 Dato rectilineo, duo rectilinea æqualia constituere, que si-
milia sint, similiterque descripta cuicumque rectilineo, ha-
beantque inter se proportionem quamcunque . 227.b.
- 42 Dato rectilineo, duo rectilinea æqualia exhibere, que cui-
us rectilineo similia sint, similiterque descripta, lateraque
eorum homologa habeant inter se proportionem datam . 228.a.
- 43 Duobus datis rectilineis, æquale rectilineum constituere,
quod simile sit, similiterque positum cuius rectilineo dato . 228.b.
- 44 Si in circulo due rectæ lineæ sese mutuo secuerint ; Erunt
segmenta unius segmentis alterius reciproca . 229.a.
- 45 Si extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eoque in
circulum cadant due rectæ lineæ circulum secantes ; Erunt to-
tæ, & segmenta extra circulum reciproca . Quod si ab eodem
puncto linea ducatur, que circulum tangat ; Erit hæc media
proportionalis inter quamlibet rectam, que circulum secet, &
eius segmentum exterius . 229.a.
- 46 Si dua rectæ lineæ sese mutuo secuerint, & a duobus earum
terminis perpendiculares sibi mutuo demittantur ; Erunt
due

I N D E X.

due lineæ quarum una inter terminum & sectionē, altera vero inter eundem terminum et suam perpendicularem inter iicitur, aliis duabus eodem modo inclusis reciproca.	229. b	
In parallelogrammo due rectæ lateribus parallela se mutuo secantes, diuidunt parallelogrammum in quatuor parallelogramma proportionalia.	230. a	47
Omne quadrilaterum a duabus diametris se mutuo secantibus diuiditur in quatuor triangula proportionalia.	230. a	48
A dato puncto in latere trianguli lineam rectam ducere, quæ triangulum diuidat in duo segmenta secundum proportionem datam.	230. a	49
Imperatam partem ex triangulo auferre per lineam rectam, quæ a quouis dato puncto lateris ducitur.	230. b	50
Dato rectilineo, simile similiterque positum rectilineum describere maius, vel minus, secundum proportionem datam; Atque adeo quadratum quodcunque, vel aliud rectilineum duplicare, triplicare, quadruplicare, &c. Et aliud constituere, quod sit illius dimidium, vel tertia pars, vel quarta, &c. seruati nihilominus semper eadem rectilineorum similitudine.	231. a	51
In dato triangulo quocunque quadratum describere.	232. a	52

I N S E P T I M O L I B R O .

S I duobus numeris inter se primis propositis, detrahatur semper minor de maiore, alterna quadã detractione; nunquam reliquus metietur præcedentē, quoad assumpta sit vnitas.	246. a	1
Si propositis duobus numeris inter se compositis, detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractione; detraçtio ad vnitatem usque non perueniet, sed ad numerum, qui præcedentem detractum metiatur.	246. b	2
An duo numeri propositi sint inter se primi, nec ne, considerare.	246. b	3
Numerus metiens duos numeros, metitur & maximam eorū communem mensuram.	247. b	4
An quotlibet numeri propositi sint inter se primi, nec ne, considerare.	247. b	5
Numerus metiens tres numeros, vel etiam plures, metitur & maximam eorum communem mensuram.	248. b	6
Si vnitas numeri pars fuerit, & altera vnitas, vel numerus d alterius		7

I N D E X.

- aliterius numeri eadem pars ; Et simul utraque unitas, uel unitas & numerus simul, utriusque numeri simul eadem pars erit que unitas numeri. 249.b
- 8 Si sint quotcunque numeri quotcunque numerorum equalium numero, singuli singulorum, eadem pars ; Et omnes omnium simul eadem pars erunt, qua unus unius . Idemque sequitur, si loco unius numerorum priorum sumatur unitas, vel loco plurium, vel etiam omnium, plures unitates. 250.a
- 9 Si sint quotcunque numeri quotcunque numerorum equalium numero, singuli singulorum, equemultiplices ; quam multiplex est unius unus numerus, tam multiplices erunt & omnes omnium. Idemq; sequitur, si loco unius numerorum posteriorum assumatur unitas, vel loco plurium, vel etiam omnium, plures unitates. 250.b
- 10 Si sint quotcunque numeri quotcunque numerorum, singuli singulorum, eadem partes ; Et omnes omnium simul eadem partes erunt, qua unus unius. 251.a
- 11 Si numerus numeri a que fuerit multiplex, atq; ablatu ablati ; Etiam reliquus reliqua ita multiplex erit ut totus totius. 252.a
- 12 Si primus secundum aequaliter contineat, atque tertius quartum, eandemque insuper partem, uel partes ; Erit e contrario secundus primi eadem partes, qua quartus tertij. Et si fuerit primus secundi eadem partes, qua tertius quarti ; continebit e contrario secundus primum aequaliter, atque quartus tertium, eandemque insuper partem, vel partes. 254.b
- 13 Quae proportionales numerorum eidem proportioni eadem sunt, inter se quoque sunt eadem. 259.a
- 14 Si numerus quotcunque numeros multiplicet, uel quotcunque numeri numerum quempiam multiplicent ; habebunt producti numeri easdem rationes, quos numeri multiplicati, vel multiplicantes. 261.b
- 15 Si duo numeri duos numeros eandem, quam illi, habentes rationem multiplicent, antecedens nimirum illorum consequentem horum, & consequens antecedentem ; geniti ex ipsis aequales inter se erunt. 262.a
- 16 Quotlibet numeri minimi in continuatione suarum proportionum, siue eadem sint, siue diuersae proportionales, metiuntur aequales totidem alios numeros, qui easdem cum eis proportionales habent, primus primum, secundus secundum, &c. 263.b
- 17 Si quatuor numeri proportionales sint ; Et conuertendo proportionales

I N D E X.

<i>portiones erunt.</i>	264.b	
<i>Si compositi numeri proportionales sint; Hi quoque diuisi proportionales erunt.</i>	265.a	18
<i>Si diuisi numeri proportionales sint; Hi quoque compositi proportionales erunt.</i>	265.a	19
<i>Si compositi numeri proportionales sint; Hi quoque per conuerſionem rationis proportionales erunt.</i>	265.a	20
<i>Si primus ad secundum eandem habuerit rationem, quã tertius ad quartum; habuerit autem & quintus ad secundum eandem rationem, quam sextus ad quartum: Etiam compositus primus cum quinto ad secundum eandem habebit rationem, quam tertius cum sexto ad quartum.</i>	265.b	21
<i>Si duo numeri ad duos numeros eandem habeant rationem; & detracti quidam habeant ad eosdem eandem: Et reliqui ad eosdem eandem rationem habebunt.</i>	266.a	22
<i>Si primus ad secundum eandem habuerit rationem, quam tertius ad quartum; habuerit autem & primus ad quintum eandem, quam tertius ad sextum: Etiam primus ad compositum secundum cum quinto eandem rationem habebit, quam tertius ad quartum cum sexto.</i>	266.a	23
<i>Si quotcunque numeri ad eundem habuerint proportionem, quas alij illis multitudine equales ad quendam alium eundem: Habebunt quoque illi omnes simul ad eundem proportionem, quam omnes hi simul ad eundem. Et si idem numerus ad quotcunque numeros proportionem habuerit, quas idem numerus ad alios multitudine illis equales; Habebit quoque idem numerus ad omnes illos simul proportionem, quam idem numerus ad hos omnes simul.</i>	266.b	24
<i>Quotcunque numeri inter se primi, minimi sunt in continuatione suarum proportionum. Et quotcunque numeri in continuatione suarum proportionum minimi, sunt inter se primi.</i>	268.a	25
<i>Numerus, qui ex duobus compositus ad unum illorum primus est, ad reliquum quoque est primus.</i>	270.b	26
<i>Si duo numeri sese mutuo multiplicantes fecerint aliquem; genitum autem ex ipsis metiatur aliquis non primus numerus, vel certe ad ipsum sit compositus; Is ad unum eorum, qui in principio, compositus erit.</i>	271.b	27
<i>Maxima mensura quotlibet numerorum metitur ipsos per numeros, qui minimi sunt eandem proportionem cum ipsis habentium.</i>	273.a	28

I N D E X.

- 29 Duos minimos numeros inuenire , qui eandem habeant proportionem, quam quocunque numeri dati continue proportionales. 273.a
- 30 Si duo numeri multiplicent minimos eandem rationem habentes, maior minorem, & minor maiorem, producitur numerus minimus, quem illi metiantur. 274.a
- 31 Si tres numeri numerum quempiam metiantur ; metietur & eundem minimus numerus, quem illi metiuntur. 275.a
- 32 Minimus numerus , quem quotlibet numeri metiuntur, minimus est habens partes a numeris metientibus denominatas. 276.b
- 33 Numerum reperire, qui minimus cum sit, habeat datas partes, hac lege, vt qualibet pars subsequenter partem contineat. 277.b

I N O C T A V O L I B R O.

- 1 Si tres numeri minimi sint continue proportionales, erunt extremi eorum quadrati : Si autem fuerint quatuor, cubi. folio. 280.a
- 2 Extremi numeri proportionalium quocunque secundum doctrinam propof. 2. inuentorum, in data ratione minimorum, inter se primi sunt. 280.a
- 3 Duo numeri minimi in data ratione metiuntur omnes medios quocunque minimorum in eadem ratione. 280.b
- 4 Si sint quocunque numeri deinceps proportionales, primus autem secundi non sit multiplex ; neque alius quisquam vllius multiplex erit. 285.a
- 5 Si sint quocunque numeri deinceps proportionales, primus vero secundum metiatur ; & quicumque alius quemlibet sequentium metietur. Si primus autem secundi sit multiplex ; & quicumque alius cuiuslibet sequentium multiplex erit. folio. 285.a
- 6 Si sint quocunque numeri deinceps proportionales, primus autem, vel alius quisquam nullum a secundo metiatur ; neque primus secundum metietur. Et si primus, vel alius quisquam nullius a secundo sit multiplex ; neque primus secundi multiplex erit. 285.b
- 7 Si sint quocunque numeri deinceps proportionales, primus autem em

I N D E X.

<p>autem, vel alius quisquam quemlibet a secundo metiatur ; metietur & primus secundum. Et si primus, vel alius quisquam cuiuslibet a secundo sit multiplex ; primus quoque secundi multiplex erit. 286.b</p>	8
<p>Inter numeros dupla proportionis, vel superparticularis, vel superbipartientis, non potest cadere numerus medius proportionalis. 287.a</p>	9
<p>Si numerus seipsum multiplicans aliquem fecerit ; & rursum multiplicet productum, & sic deinceps ; erunt omnes producti continue proportionales ab unitate. 289.a</p>	10
<p>Si quotquot numeri fuerint ab unitate continue proportionales, secundus ab unitate in se multiplicatus producit tertium, & ex eodem in hunc fit quartus, & ex eodem in hunc quintus, & sic deinceps. 290.a</p>	11
<p>Si sint ab unitate duo ordines numerorum continue proportionalium, & multitudine equalium ; habebunt tertij ab unitate proportionem duplicatam eius, quam habent secundi ab unitate ; quarti vero eiusdem triplicatam ; & quinti quadruplicatam ; & semper deinceps uno amplius. 290.a</p>	12
<p>Si sint ab aliquo numero eodem duo ordines numerorum continue proportionalium, & multitudine equalium ; habebunt tertij ab illo numero proportionem duplicatam eius, quam habent secundi ab eodem ; quarti vero eiusdem triplicatam ; & quinti quadruplicatam ; & semper deinceps uno amplius. 290.b</p>	13
<p>Si inter duos numeros, & aliquem alium numerum assumptum, continue proportionales ceciderint numeri ; quot inter utrumque ipsorum, & assumptum deinceps medij continua proportione cadunt numeri, totidem & inter ipsos medij continua proportione cadent. 291.b</p>	14
<p>Inter duos quadratos numeros cadit numerus medius proportionalis in continua proportione lateris ad latus. 292.b</p>	15
<p>Numerus medius proportionalis inter duos quadratos, & quilibet ipsorum quadratorum, compositi inter se sunt. 292.b</p>	16
<p>Inter duos cubos cadunt duo numeri medij proportionales in continua proportione lateris ad latus. 293.b</p>	17
<p>Duo numeri medij proportionales inter duos cubos, & quilibet ipsorum cuborum, inter se compositi sunt. 293.b</p>	18
<p>Si quadratus numerus quadrati numeri, & cubus cubi sit</p>	18
<p>d 3 multi-</p>	

I N D E X.

- multiplex ; & unius latus lateris alterius multiplex erit . Et si unius quadrati , & cubi latus lateris alterius sit multiplex ; & quadratus quadrati , & cubus cubi multiplex erit . Si vero quadratus quadrati , & cubus cubi non sit multiplex ; neque latus lateris erit multiplex . Et si latus lateris non sit multiplex ; neque quadratus quadrati , neque cubus cubi erit multiplex.* 296.b
- 19** *Inter duos similes planos cadit medius proportionalis in ratione laterum homologorum, quorum officio medius proportionalis inquiritur.* 297.b
- 20** *Numerus medius proportionalis inter duos planos similes, & quilibet ipsorum planorum, sunt inter se compositi.* 297.b
- 21** *Inter duos similes solidos cadunt duo medij proportionales in ratione laterum homologorum, quorum officio medij proportionales inuestigantur.* 298.b
- 22** *Duo numeri medij proportionales inter duos solidos similes, & quilibet ipsorum solidorum, inter se sunt compositi.* folio. 298.b
- 23** *Proportio cuiusuis numeri quadrati ad quemlibet numerum non quadratum exhiberi nullo modo potest in duobus numeris quadratis.* 302.b
- 24** *Numeri in dupla proportione, proportionem non habent, quam quadratus ad quadratum.* 302.b
- 25** *Proportio cuiusuis numeri cubi ad quemlibet numerum non cubum, reperiri non potest in duobus numeris cubis.* folio. 303.a
- 26** *Numeri, qui proportionem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, similes plani sunt.* 303.b
- 27** *Plani numeri non similes proportionem non habent, quam quadratus ad quadratum.* 303.b
- 28** *Numeri, qui proportionem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum, sunt solidi similes.* 304.a
- 29** *Nulli numeri habentes duplam proportionem, vel sesquialteram, vel superbipartientem, sunt similes plani, vel solidi.* folio. 304.a
- 30** *Nulli numeri primi sunt plani similes, vel solidi.* folio. 304.a
- 31** *Duos numeros planos, uel solidos non similes inuenire.* folio. 304.b

I N D E X.

I N N O N O L I B R O.

<p>SI duo numeri quadrati se mutuo multiplicantes faciant quempiam; Productus quadratus erit. 305.b</p>	1
<p>Si duo numeri se mutuo multiplicantes faciant quadratum, alter autem sit quadratus; Et reliquus quadratus erit. folio. 305.b</p>	2
<p>Si duo numeri se mutuo multiplicantes faciant non quadratum, alter autem sit quadratus; Reliquus non quadratus erit. 306.a</p>	3
<p>Si duo numeri, quadratus & non quadratus, se mutuo multiplicantes faciant aliquem; productus non quadratus erit. folio. 306.a</p>	4
<p>Si cubus numerus non cubum numerum multiplicans faciat aliquem; factus non cubus erit. 307.a</p>	5
<p>Si cubus numerus numerum quendam multiplicans faciat non cubum; & multiplicatus non cubus erit. 307.a</p>	6
<p>Si ab unitate quotcunque numeri deinceps proportionales fuerint; tantum distabit quilibet maior numerus acceptus ab assumpto quouis minore, quantum ab unitate abest is numerus, per quem minor maiorem metitur. 310.b</p>	7
<p>Si ab unitate quotcunque numeri deinceps proportionales fuerint; quilibet illorum seipsum multiplicans producit numerum, qui tantum ab eo distat in numeris proportionalibus, quantum ipse ab unitate. Minor uero quouis maiorem quempiam multiplicans producit numerum, qui tantum a maiore distat, quantum minor ab unitate. 311.b</p>	8
<p>Si ab unitate quotcunque numeri deinceps proportionales fuerint; quicumque numerus primus ultimum metiens, metitur etiam omnes alios ante ultimum. 313.a</p>	9
<p>Si quotcunque numeri deinceps proportionales, fuerint minimi omnium eandem rationem habentium cum ipsis: Numerus aliquem eorum metiens compositus erit ad alterum duorum numerorum, qui in eadem ratione sumuntur minimi. 314.b</p>	10
<p>Si fuerint duo numeri, seceturque ipsorum alter in quotcunque partes: Numerus planus comprehensus sub illis duobus numeris aequalis est numeris, qui sub numero indiviso, & quolibet parte numeri diuisi continetur. 315.b</p>	11
<p>Si numerus in duas partes diuidatur: Numeri plani 12</p>	

I N D E X.

- sub toto, & singulis partibus comprehensi æquales sunt numero quadrato, qui a toto efficitur. 316.a
- 13 Si numerus in duas partes diuidatur: Numerus planus sub toto, & una parte comprehensus equalis est & illi, qui sub partibus continetur, & quadrato, qui a prædicta parte efficitur, 316.a
- 14 Si numerus in duas partes diuidatur: Quadratus ex toto factus equalis est quadratis, qui a partibus efficiuntur, una cum numero plano, qui bis sub partibus continetur. 316.b
- 15 Si numerus secetur in duas partes æquales, & non æquales: Numerus planus sub partibus inæqualibus contentus, una cum numero quadrato numeri inter duas sectiones mediæ, equalis est quadrato, qui ex dimidio numero gignitur. 316.b
- 16 Si numerus in duas partes æquales diuidatur, & illi aliquis numerus adijciatur: Numerus qui fit ex toto cum adiecto in adiectum, una cum quadrato dimidiæ numeri, equalis est quadrato eius numeri, qui ex dimidio, & adiecto componitur. 317.a
- 17 Si numerus in duas partes diuidatur: Quadratus totius, una cum quadrato vnius partis, equalis est numero, qui fit bis ex toto in dictam partem, una cum quadrato reliquæ partis, folio. 317.b
- 18 Si numerus in duas partes diuidatur: Qui fit quater ex toto in vnâ partem, una cum quadrato reliquæ partis, equalis est quadrato numeri compositi ex toto & priori parte. folio, 317.b
- 19 Si numerus secetur in duas partes æquales, & non æquales: Quadrati qui a partibus inæqualibus fiunt, dupli sunt quadratorum, qui a dimidio numero, & ab intermedio efficiuntur. 318.a
- 20 Si numerus in duas partes æquales diuidatur, adijciatur autem illi alius quispiam numerus: Quadratus compositi numeri ex toto & adiecto, & quadratus numeri adiecti, simul dupli sunt eius quadrati, qui ex dimidio efficitur, & eius, qui fit a numero composito ex dimidio & adiecto. 318.b
- 21 Fieri non potest, vt numerus aliquis in duas partes diuidatur, ita vt numerus planus, qui ex toto in vnâ partium fit, equalis sit quadrato reliquæ partis. 318.b
- 22 Si quocunque numeri deinceps proportionales, fuerint minimi

INDEX.

<i>nimi omnium eandem cum ipsis rationem habentiam : Ad quemlibet eorum reliqui omnes simul compositi, erunt primi.</i> <i>folio.</i>	320.a	23
<i>Propositis quocunque numeris continue proportionalibus, an possit ipsis alius proportionalis adiungi, considerare.</i>	322.b	24
<i>Si sint quatuor numeri proportionales, sed non deinceps, quarti primus & tertius, primi inter se sint, fieri non potest, ut deur alius, ad quem ita se habeat quartus, sicut secundus ad tertium.</i>	323.b	25
<i>Primis numeris quocunque propositis, inuenire alium primum numerum ab illis diuersum.</i>	324.a	26
<i>Si par numerus parem multiplicans fecerit aliquem; actus par erit.</i>	326.a	27
<i>Numerus impar numerum parem metiens, per numerum parem eum metitur.</i>	326.b	28
<i>Numerus impar numerum imparem metiens, per numerum imparem eum metitur.</i>	326.b	29
<i>Omnes numeros pariter pares tantum inuenire.</i>	327.b	30
<i>Omnes numeros pariter impares tantum inuenire.</i>	328.b	31
<i>Omnes numeros, qui & pariter pares sint, & pariter impares, inuenire.</i>	329.a	32
<i>Quocunque numerorum continue proportionalium, quorum primus, secundus, & ultimus fuerint noti, summam inuenire.</i>	329.b	33
<i>Omnes numeros perfectos, & eorum partes aliquotas, inuenire.</i> <i>folio.</i>	331.a	

IN DECIMO LIBRO.

<i>Si duabus magnitudinibus incommensurabilibus propositis, detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractio- detractio : Nunquam reliqua precedentem metietur.</i> <i>folio.</i>	8. b	1
<i>Si duabus magnitudinibus commensurabilibus propositis, detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractio- ne; Metietur quadam reliqua precedentem.</i>	9. a	2
<i>Magnitudo metiens duas magnitudines, metitur & maximam earum mensuram communem.</i>	9. b	3
<i>An quotlibet magnitudines propositae sint commensurabiles,</i> <i>nec</i>		4

I N D E X.

- nec, considerare. 10.a.
- 5 Magnitudo metiens quotlibet magnitudines, metitur & maximam earum mensuram communem. 11.a.
- 6 Si sint quotcunq; magnitudines, & totidem etiam numeri, qui bini in eadem ratione sumantur, in qua bine magnitudines: Et ex æqualitate in eadem ratione erunt magnitudines & numeri. 11.a.
- 7 Commensurabiles magnitudines proportionem habent eandem, quam numeri, per quos earum communis mensura maxima ipsas metitur. 12.b.
- 8 Lineam rectam inuenire, ad quam ita se habeat quæuis alia data recta linea, ut numerus ad numerum. 13.b.
- 9 Lineam rectam inuenire, ad cuius quadratum ita se habeat quadratum alterius datae rectæ, ut numerus ad numerum. 13.b.
- 10 Si sint quotuis quantitates continue proportionales, & aliæ totidem continue quoque proportionales; sitque ut prima illarum ad ultimam, ita prima harum ad ultimam: Eris & ut prima illarum ad secundam, ita prima harum ad secundam. 14.b.
- 11 Rectæ lineæ, quæ longitudine sunt commensurabiles, omnino & potentia commensurabiles sunt: Quæ uero potentia commensurabiles, non omnino & longitudine. Et quæ longitudine incommensurabiles sunt, non omnino & potentia incommensurabiles: Quæ uero potentia incommensurabiles, omnia & longitudine incommensurabiles sunt. 16.b.
- 12 Duos numeros planos inuenire, qui proportionem non habeant, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. 20.a.
- 13 Quotlibet numeros inuenire, quorum quilibet duo proportionem non habeant, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. 20.a.
- 14 Recta media proportionalis inter duas rectas potentia tantis commensurabiles, utrilibet illarum incommensurabilis est longitudine & potentia. 21.b.
- 15 Si sint due magnitudines commensurabiles, altera uero sit uni cuiuspiam commensurabilis; erit & reliqua eidem commensurabilis. 22.b.
- 16 Quæ incommensurabilibus sunt commensurabiles; & inter se in-

I N D E X.

<p><i>Se incommensurabiles erunt.</i></p> <p><i>Duabus datis rectis lineis inaequalibus, inuenire id, quo maior plus potest, quam minor.</i></p> <p><i>Duabus datis rectis lineis siue equalibus, siue inaequalibus, inuenire rectam, qua illas potest.</i></p> <p><i>Si tota magnitudo ex duabus composita, commensurabilis sit alteri ipsarum, eadem & reliqua commensurabilis est.</i></p> <p><i>Si tota magnitudo ex duabus composita, incommensurabilis sit alteri ipsarum, eadem & reliqua incommensurabilis est.</i></p> <p><i>Si ad aliquam rectam lineam applicetur parallelogrammum deficiens figura quadrata; Parallelogrammum applicatum aequale est ei rectangulo, quod sub segmentis rectae lineae ex applicatione factis continetur.</i></p> <p><i>Duabus datis rectis lineis inaequalibus, quartam partem quadrati ex minore descripti ad maiorem applicare, ita ut deficiat figura quadrata.</i></p> <p><i>Datam rectam lineam ita secare, ut rectangulum sub partibus contentum, aequale sit dato rectilineo, quod tamen maius non sit, quam quadratum a dimidia linea descriptum.</i></p> <p><i>Si sint duae rectae inaequales, & ad maiorem applicetur quarta pars quadrati ex minore descripti, deficiens figura quadrata; non erunt segmenta, qua ex applicatione fiunt, equalia.</i></p> <p><i>Quotcunque lineas Rationales longitudine inter se commensurabiles inuenire.</i></p> <p><i>Rationales lineae non solum expositae Rationali, sed etiam inter se sunt commensurabiles.</i></p> <p><i>Si sint duae rectae lineae, erit ut prima ad secundam, ita quadratum, quod fit a prima, ad rectangulum, quod sub duabus illis rectis lineis continetur: Et ut secunda ad primam, ita rectangulum sub ipsis, ad quadratum ex prima.</i></p> <p><i>Spatium Rationali spatio commensurabile, & ipsum Rationale est.</i></p> <p><i>Recta linea potens spatium Irrationale, Irrationalis est.</i></p>	<p>23.b.</p> <p>24.a.</p> <p>24.b.</p> <p>25.b.</p> <p>26.a.</p> <p>26.b.</p> <p>27.a.</p> <p>27.b.</p> <p>28.a.</p> <p>32.a.</p> <p>32.a.</p> <p>32.b.</p> <p>32.b.</p> <p>34.a.</p>	<p>17</p> <p>18</p> <p>19</p> <p>20</p> <p>21</p> <p>22</p> <p>23</p> <p>24</p> <p>25</p> <p>26</p> <p>27</p> <p>28</p> <p>29</p>
--	---	---

I N D E X.

- 30 Quotcunque lineas Rationales potentia tantum inter se commensurabiles inuenire. 34.b.
- 31 Propositis quotcunque Rationalibus lineis potentia solum commensurabilibus, inuenire adhuc aliam, quae omnibus illis commensurabilis sit potentia tantum. 35.a.
- 32 Linea media proportionalis inter duas Rationales potentia tantum commensurabiles, Media est. 36.a.
- 33 Omne spatium Medium aequale est cuidam alteri rectangulo contento sub duabus Rationalibus potentia tantum commensurabilibus, si ipsum sub talibus iam non contineatur. 37.b.
- 34 Spatium Medio spatio commensurabile, Medium est. 38.b.
- 35 Duas rectas Medias longitudine commensurabiles; Item duas potentia tantum commensurabiles inuenire. 39.a.
- 36 Rectangulum sub duabus Medis longitudine & potentia incommensurabilibus contentum, neque Rationale est, neque Medium, sed aequale alteri cuiuspiam rectangulo, quod continetur sub linea Rationali, & Irrationali, quae Media appellatur. 40.b.
- 37 Rationale superat Rationale Rationali. 42.a.
- 38 Duos numeros planos similes inuenire. 43.a.
- 39 Duos numeros quadratos inuenire, ita ut compositus ex ipsis quadratus etiam sit. 43.a.
- 40 Duos numeros quadratos inuenire, quorum excessus sit eiuſdem numerus quadratus. 43.b.
- 41 Duos numeros quadratos inuenire, quorum excessus non sit numerus quadratus. 44.a.
- 42 Duos numeros quadratos inuenire, ita ut compositus ex ipsis non sit quadratus. 44.a.
- 43 Duos numeros inuenire, ita ut ex illis compositus ad neutrum ipsorum proportionem habeat, quam quadratus ad quadratum. 46.a.
- 44 Si sint duae rectae lineae inaequales, erit ut maior ad minorem, ita rectangulum sub ipsis contentum ad quadratum minoris. Et ut minor ad maiorem, ita rectangulum sub ipsis ad quadratum maioris. 47.b.
- 45 Si sint tres lineae rectae, erit ut prima ad tertiam, ita rectangulum sub prima & secunda contentum, ad id, quod sub secunda & tertia continetur. 48.b.
- 46 Si recta linea secetur in duas partes inaequales, erit ut maior pars

INDEX.

ior pars ad minorem, ita rectangulum sub tota & maiore parte, ad rectangulum sub tota & minore parte contentum. 50.a.	47
Si sint duae rectae lineae inaequales, minor autem secetur bisariam; erit rectangulum sub ipsis contentum duplum rectanguli, quod sub maiori linea & dimidia parte minoris continetur. Et si maior bisariam secetur; erit rectangulum sub ipsis contentum duplum rectanguli, quod sub minori linea, & dimidia parte maioris continetur. 50.b.	48
Fieri potest, ut duo spatia Irrationalia componant spatium Rationale. 51.b.	49
Duo spatia Rationalia Rationale spatium componunt. 52.a.	50
Invenire duas Medias longitudine & potentia incommensurabiles. 52.a.	51
Quod sub linea Rationali, & Irrationali continetur rectangulum, Irrationale est. 54.b.	52
Si recta linea non bisariam secetur, erit compositum ex quadratis partium maius, quam rectangulum sub partibus bis comprehensum, quadrato eius lineae, qua maior pars minorem superat: Ac propterea quadrata partium inaequalium simpliciter sunt maiora rectangulo, quod bis sub partibus inaequalibus continetur. 56.a.	53
Si recta linea in partes inaequales secetur, & rursus in alias partes inaequales; erunt quadrata partium magis inaequalium simul maiora quadratis partium minus inaequalium simul. 57.b.	54
Si recta linea secta sit utcumque; erit rectangulum sub partibus contentum, medium proportionale inter earum quadrata: Item rectangulum contentum sub tota, & una parte, medium proportionale inter quadratum totius lineae, & quadratum dictae partis. 67.a.	55
Ei, quae est ex binis nominibus, potentia tantum commensurabilis, & ipsa ex binis nominibus est, sed non semper ordine eadem. 77.a.	56
Ei, quae est ex binis Medijs, potentia tantum commensurabilis, & ipsa ex binis Medijs est, atque ordine eadem. 78.b.	57
Recta linea, quae ex binis nominibus, & reliquae Irrationales ipsam subsequentes, neque ipsi Mediae, neque inter se eadem sunt. 81.b.	
Recta linea media proportionalis secundum Analogiam Arithme-	

❁ ❁ ❁ I N D E X. ❁ ❁ ❁

- Arithmetica*, inter duo nomina cuiusvis lineæ Irrationalis, quæ per compositionem fit, est quoque Irrationalis eadem illi, inter cuius nomina media existit. 82. b.
- 59 Si a maiori nomine eius, quæ ex binis nominibus, minus nomen auferatur; Reliqua Irrationalis est. Vocetur autem Apotome. 83. b.
- 60 Si a maiori nomine eius, quæ ex binis Medijs prima, minus nomen auferatur; Reliqua Irrationalis est. Vocetur autem Media Apotome prima. 84. a.
- 61 Si a maiori nomine eius, quæ ex binis Medijs secunda, minus nomen auferatur; Reliqua Irrationalis est. Vocetur autem Media Apotome secunda. 85. a.
- 62 Si a maiori nomine lineæ Maioris minus nomen auferatur; Reliqua Irrationalis est. Vocetur autem Minor. 85. b.
- 63 Si a maiori nomine eius, quæ Rationale ac Medium potest, minus nomen auferatur; Reliqua Irrationalis est. Vocetur autem cum Rationali Medium totum efficiens. 86. b.
- 64 Si a maiori nomine eius, quæ bina Media potest, minus nomen auferatur; Reliqua Irrationalis est. Vocetur autem cum Medio Medium totum efficiens. 87. a.
- 65 Si idem excessus sit inter primam magnitudinem, & secundam, qui inter tertiam magnitudinem, & quartam; erit & uicissim idem excessus inter primam magnitudinem, & tertiam, qui inter secundam magnitudinem & quartam. 87. b.
- 66 Quatuor magnitudines Arithmetica Analogiam habentes, habent quoque uicissim Arithmetica Analogiam. 87. b.
- 67 Recta lineæ Apotomæ potentia tantum commensurabilis, & ipsa Apotome est, sed non semper ordine eadem. 105. a.
- 68 Apotome, & ceteræ ipsam consequens Irrationales lineæ, neque ipsæ Mediæ, neque inter se sunt eadem. 110. a.
- 69 Fieri potest, ut spatium Rationale contineatur sub duabus rectis Irrationalibus. 114. a.
- 70 Non solum lineas, sed magnitudines etiam planas, atque solidas incommensurabiles esse. 116. a.

I N V N D E C I M O L I B R O .

- I **A**PUNCTO in sublimi ad subiectum planum duæ rectæ lineæ ad angulos rectos non demittentur. 136. a.
Si fuerint

I N D E X.

Si fuerint duo plana parallela, recta linea, quæ ad unum eorum recta fuerit, ad reliquum quoque recta erit. 136.b.	2
Dato plano, per datum punctum, quod in eo non est, parallelum planum ducere. 137.b.	3
Quæ eidem plano parallela, & inter se sunt parallela. 138.a.	4
Duo plana alteri plano parallela, quæ inter se conueniunt, unum planum efficiunt. 138.b.	5
Si prisma quodcunque plano secetur aduersis planis parallelo, erit quemadmodum basis ad basim, ita solidum ad solidum. 146.b.	6
Si prisma quodcunque secetur plano oppositis planis parallelo; sectio est figura æqualis, & similis planis oppositis. 148.a.	7
Solida parallelepipeda æqualia super eandem basim, siue insistentes lineæ in eisdem collocentur rectis, siue non; in eadem sunt altitudine. 151.b.	8
Solida parallelepipeda æqualia super æquales bases, in eadem sunt altitudine. Et parallelepipeda æqualia in eadem altitudine, super æquales sunt bases, si non habuerint eandem basim. 153.b.	9
Si solida parallelepipeda inter se sint, ut bases, ipsa erunt sub eadem altitudine. 154.b.	10
Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales, ut est prima ad quartam, ita est parallelepipedum super primam descriptum ad parallelepipedum simile, similiterq; descriptum super secundam. 155.a.	11
Prismata, quorum bases sunt triangula super eandem basim, uel æquales, & in eadem altitudine, sunt inter se æqualia. 157.a.	12
Prismata, quorum bases sunt triangula, sub eadem altitudine, inter se sunt, ut bases. 157.a.	13
Similia prismata, quorum bases sunt triangula, inter se sunt in triplicata ratione homologorum laterum. 157.a.	14
Æqualium prismaticum, quorum bases sunt triangula, bases & altitudines reciprocantur. Et quorum prismaticum triangulares bases habentium bases & altitudines reciprocantur, illa sunt æqualia. 157.a.	15
Si fuerint duo anguli plani æquales, quorum uerticibus sublimes rectæ lineæ æquales insistant, quæ cum lineis	16

I N D E X.

- lineis primo positis angulos contineant aequales, utrunque utri-
que; erunt a punctis extremis linearum sublimium ad plana
angulorum primo positorum demissa perpendiculares inter se
aequales. 158. b
- 17 Si parallelepipedum ex tribus lineis rectis descriptum aequa-
le fuerit parallelepipedo sibi equiangulo a media linea de-
scripto; erunt tres rectae lineae continue proportionales.
folio. 159. a
- 18 Si fuerint tres rectae proportionales, erunt & parallelepipeda
similia, simiterque descripta ex eis, proportionalia. Et si tria so-
lida parallelepipeda, quae & similia, & similiter describuntur,
fuerint proportionalia; & ipsae tres rectae lineae proportionales
erunt. 160. b
- 19 Si quatuor rectae lineae proportionales fuerint; & prisma-
ta triangulares bases habentia, quae ab ipsis & similia & si-
militer describuntur, proportionalia erunt. Et si prismata
triangulares bases habentia, quae & similia similiterque descri-
buntur, fuerint proportionalia; & ipsae rectae lineae proportio-
nales erunt. 160. b
- 20 Si fuerint tres rectae proportionales, erunt & prismata trian-
gulares bases habentia, quae ab ipsis & similia, & similiter
describuntur, proportionalia. Et si tria prismata triangula-
res bases habentia, quae & similia & similiter describuntur,
fuerint proportionalia; & ipsae tres rectae lineae proportionales
erunt. 160. b
- 21 In omni parallelepipedo diametri se mutuo bisariam secant
in vno puncto. 162. a
- 22 Si solidum parallelepipedum plano secetur per centrum:
bisariam secabitur solidum ab ipso plano. Et si solidum pa-
rallelepipedum plano secetur bisariam: per centrum transibit
ipsum planum. 162. a

I N D V O D E C I M O L I B R O .

- 1 **C** I R C V L V S ad circulum est, ut polygonum in illo de-
scriptum ad polygonum simile in hoc descripto. 166. b
- 2 Si pyramides triangulares inter se sint ut bases; ipsae erunt
sub eadem altitudine. 170. a
- 3 Pyramides eiusdem altitudinis super eandem, uel aequales
bases.

I N D E X.

<i>bases triangulares constituta, sunt inter se aequales.</i>	170.b	
<i>Pyramides triangulares aequales super eandem, uel aequales bases, eandem habent altitudinem. Et pyramides triangulares aequales, eandemque habentes altitudinem, bases habent aequales, si non eandem.</i>	170.b	4
<i>Pyramides quarumlibet basium, quae inter se sunt, ut bases, eandem habent altitudinem.</i>	172.a	5
<i>Pyramides eiusdem altitudinis super aequales bases multangulas, uel eandem constituta, sunt inter se aequales.</i>	172.a	6
<i>Pyramides multangulae aequales, & super aequales bases, uel super eandem constructae, eandem habent altitudinem. Et pyramides multangulae aequales, eandemque habentes altitudinem, aequales habent bases, si non habuerint eandem.</i>	172.a	7
<i>Pyramis quaecunque tertia pars est prismatis, quod eandem cum illa habet & basim, & altitudinem: Sive prisma quodcunque triplum est pyramidis, quae eandem cum ipso habet & basim, & altitudinem.</i>	172.b	8
<i>Sub eadem altitudine existentia prismata, quaecunque habeant bases, inter se sunt, ut bases.</i>	173.b	9
<i>Si prismata quarumcunque basium inter se sint, ut bases, ipsa erunt sub eadem altitudine.</i>	174.a	10
<i>Prismata eiusdem altitudinis super eandem, uel aequales bases quaecunque, inter se sunt equalia.</i>	174.a	11
<i>Prismata equalia super aequales bases, uel eandem, in eadem sunt altitudine. Et prismata equalia eiusdem altitudinis, bases habent aequales, si non habuerint eandem.</i>	174.a	12
<i>Similes pyramides, quarum bases plura latera, quam tria, continent, habent proportionem homologorum laterum triplicatam.</i>	175.a	13
<i>Prismata similia habent triplicatam proportionem homologorum laterum.</i>	175.b	14
<i>Pyramides multangulae similes diuiduntur in pyramides triangulares similes, & numero aequales, & homologas totis folio.</i>	176.a	15
<i>Prismata multangula similia diuiduntur in prismata similia triangulares bases habentia, & numero equalia, & homologa totis.</i>	176.a	16
<i>Aequalium pyramidum, quarum bases non sint triangulares, reciprocantur bases, atque altitudines. Et quarum pyramidum</i>		17

I N D E X.

- dum triangulares bases non habentium recipiuntur bases, & altitudines, illa sunt aequales. 177.a
- 18 Aequalium prismaticum quorumlibet recipiuntur bases, & altitudines. Et quorum prismaticum bases, atque altitudines recipiuntur, illa sunt aequalia. 177.b
- 19 Omnis conus, siue rectus, siue scalenus, tertia pars est cuiuslibet cylindri, siue recti, siue scaleni, eandem cum ipso & basim & altitudinem habentis, licet non sit idem axis conici, & cylindri. 180.a
- 20 Sub eadem altitudine existentes conici & cylindri, siue ambo recti sint, siue scaleni, siue vnus rectus, & alter scalenus, inter se proportionem habent, quam bases. 181.a
- 21 Si conici & cylindri inter se sint, vt bases, ipsi sub eadem altitudine erunt. 181.b
- 22 Conici & cylindri eiusdem altitudinis super eandem, vel aequales bases constituti, siue ambo sint recti, uel scaleni, siue vnus rectus, & alter scalenus, sunt inter se aequales. 181.b
- 23 Conici et cylindri aequales super eandem, vel aequales bases, in eadem sunt altitudine. Et conici & cylindri aequales in eadem altitudine, super aequales bases sunt, si non habuerint eandem. 181.b
- 24 Similes conici & cylindri scaleni, in triplicata ratione sunt diametrorum, quae in basibus. 183.a
- 25 Super aequalibus basibus existentes conici, & cylindri scaleni, vel etiam si vnus conorum, uel cylindrorum sit rectus, & alter scalenus, inter se sunt, vt altitudines. 185.a
- 26 Super aequalibus basibus existenti prismaticum, parallelepipedum, & pyramides, inter se sunt, vt altitudines. 185.b
- 27 Conici & cylindri tam recti, quam scaleni, Item prismaticum, parallelepipedum, & pyramides proportionem habentes eandem, quam altitudines, bases habent aequales. 185.b
- 28 Aequalium conorum, & cylindrorum, siue ambo tam conici, quam cylindri scaleni sint, siue vnus rectus, & alter scalenus, bases & altitudines recipiuntur. Et quorum conorum, & cylindrorum, siue ambo tam conici, quam cylindri sint scaleni, siue vnus rectus, & alter scalenus, bases & altitudines recipiuntur, illi sunt aequales. 187.b
- 29 Si, duobus circulis circa idem centrum existentibus, in maiori circulo polygonum aequilaterum, & parium laterum inscribitur minorem circulum non tangens, & ab extremitate vnus lateris

lateris polygoni inscripti, quod cum diametro convenit, ad diametrum perpendicularis ducatur; hac nullo modo circulum minorem tangit, sed extra ipsum cadit. 188.b

Duo polyedra similia in duabus sphaeris descripta proportionem habent triplicatam eius, quam habent sphaerarum diametri. 191.a 30

Sphæra ad sphæram est, ut polyedrum in illa descriptum ad polyedrum simile in hac descriptum. 193.b 31

I N T E R T I O D E C I M O L I B R O .

Si recta inæqualiter secetur, & minus segmentum assumens dimidium maioris segmenti quintuplum possit eius, quod a dimidia maioris segmenti describitur, quadrati; Recta illa linea secta erit extrema & media ratione. 197.a 1

Si recta linea inæqualiter secetur, sitque quadratum totius, una cum quadrato minoris segmenti, triplum quadrati ex maiore segmento descripti; Recta illa linea extrema ac media ratione secabitur. 198.a 2

Si recta linea secetur extrema ac media ratione, detrahaturque ex maiori segmento segmentum minus; erit maius segmentum sectum extrema ac media ratione, & maius segmentum erit illa linea, que prioris lineæ minus segmentum erat. folio. 199.a 3

Si linea recta secetur extrema ac media ratione, atque ex dimidio illius auferatur dimidium maioris segmenti; Erit quoque dimidia totius diuisa extrema ac media ratione, maiusque segmentum erit dimidium maioris segmenti totius lineæ. 199.b 4

Si recta linea secundum extremam & mediam rationem secetur, sitque maius segmentum linea Rationalis; erit minus segmentum Apotome. 200.a 5

Si latus hexagoni in quopiam circulo descripti secetur extrema & media ratione, maius illius segmentum est latus decagoni in eodem circulo descripti. 202.b 6

Si linea diuisæ extrema ac media ratione maius segmentum fuerit latus hexagoni alicuius circuli; erit minus segmentum latus decagoni eiusdem circuli. Quod si minus segmentum fuerit latus decagoni alicuius circuli; erit maius e 2 segmen-

I N D E X.

- segmentum latus hexagoni eiusdem circuli. 202.b
- 8 Linea recta, quæ ex centro circuli ducta diuidit arcum quæpiam bifariam, diuidit quoque rectam illi arcui subtensam bifariam, & ad angulos rectos. 204.b
- 9 Diameter circuli ex angulo quouis pentagoni in eo descripti ducta diuidit & arcum, quem latus pentagoni illi angulo oppositum subtendit, & latus ipsum oppositum, bifariam, & ad angulos rectos. 204.b
- 10 In dato circulo pentagonum, & decagonum una eademque opera describere. 204.b
- 11 Si in circulo triangulum æquilaterum describatur; Diameter ex vno angulo ducta diuidet & angulum bifariam, & latus oppositum, ac insuper ad angulos rectos; Semidiameter quoque vicissim bifariam, & ad angulos rectos secabitur a latere opposito. 207.a
- 12 Si ad lineam rectam perpendicularis ducatur, quæ sit media proportionalis inter segmenta lineæ; semicirculus circa illam lineam rectam descriptus transibit per extremum punctum lineæ perpendicularis. 208.b
- 13 Diameter spheræ potentia est quadrupla sesquialtera semidiametri circuli circa basim pyramidis descripti. 209.a
- 14 Linea perpendicularis ex centro spheræ ad planum basis pyramidis demissa, sexta pars est diametri spheræ, & tertia pars semidiametri. 209.a
- 15 In octaedro tres diametri se mutuo ad angulos rectos secant in centro spheræ; nec non & tria quadrata ex lateribus octaedri composita se mutuo ad angulos rectos secant. 210.b
- 16 Octaedrum diuiditur in duas pyramides similes, & æquales, quarum basis communis est quadratum ex octaedri lateribus compositum. 210.b
- 17 Si tetraedrum, & octaedrum in eadem spheræ describantur, erit tetraedri latus potentia sesquitercium lateris octaedri folio. 210.b
- 18 Bases octaedri opposita sunt parallela. 211.a
- 19 Omnes diametri cubi inter se sunt æquales, seseque mutuo bifariam in centro spheræ secant; nec non & rectæ lineæ, quæ contra basium cubi oppositarum coniungunt, bifariam diuiduntur in eodem centro. 212.a
- 20 Potentia diametri spheræ, seu cubi, æqualis est potentij laterum

INDEX.

<i>serum tetraedri, & cubi simul sumptis.</i>	212.b	
<i>Sphaerae diameter potentia est quintupla semidiametri circuli quinque latera Icosaedri pentagonum constituentia ambientis.</i>	215.b	21
<i>Sphaerae diameter composita est ex latere hexagoni, hoc est, ex semidiametro, & duobus lateribus decagoni eiusdem circuli, qui circa quinque Icosaedri latera describitur.</i>	215. b	22
<i>Latera Icosaedri opposita sunt parallela.</i>	215. b	23
<i>Si latus cubi secetur extrema ac media ratione, maius segmentum est latus Dodecaedri in eadem sphaera cum cubo descripti.</i>	219.a	24
<i>Latus cubi aequale est linea rectae subtendenti angulum pentagoni Dodecaedri eadem sphaera comprehensi.</i>	219.a	25
<i>Si recta linea secetur extrema ac media ratione, cuius minus segmentum est latus dodecaedri, maius segmentum est latus cubi eiusdem sphaerae.</i>	219.a	26
<i>In Dodecaedro sunt sex latera, quorum bina opposita sunt parallela, bitariamque secantur, & ad angulos rectos a tribus lineis rectis aequalibus se se in centro dodecaedri bisariam quoque, & ad angulos rectos secantibus.</i>	219.a	27
<i>Si recta diuidens opposita latera Dodecaedri bisariam, & ad angulos rectos, secetur extrema ac media ratione, maius segmentum est latus cubi, minus vero, latus Dodecaedri eadem sphaera comprehensi.</i>	219.a	28
<i>Præter quinque corpora regularia, qua Euclides hoc lib. construxit, nullum aliud dari potest.</i>	222.b	29

IN QUARTODECIMO LIBRO.

L INEA perpendicularis ducta ex centro circuli ad lineam rectam in eodem circulo aptatam, secas arcum, quem dicta haec linea subtendit, bisariam.	226.a	1
<i>Perpendicularis linea ex centro ad latus pentagoni ducta aequalis est utriusque lineae simul, & ei, quae ex centro ad latus trianguli equilateri eidem circulo inscripti ducitur, perpendiculari, & dimidiae lateris decagoni.</i>	226. b	2
<i>Si linea perpendicularis ex centro circuli ad latus pentagoni in eodem circulo descripti ducta secetur extrema ac media ratione, maius segmentum aequale est perpendiculari ex eodem</i>		3

I N D E X.

- dē cētro ad latus trianguli æquilateri ducta, minus vero æquale est dimidio lateris decagoni eidem circulo inscriptorum. 227.a
- 4 Si in sphaera eadem cubus, et dodecaedrum inscribantur; quadratum lateris cubi, & quadratum lateris dodecaedri, utraque simul, quintupla sunt quadrati semidiametri circuli pentagonum dodecaedri circumscribentis. 228.a
- 5 Si latus hexagoni alicuius circuli secetur extrema ac media ratione; maius illius segmentum erit latus decagoni eiusdem circuli. 228.a
- 6 Superficies cuiuslibet dodecaedri ad superficiem cuiuscunque Icosaedri, etiamsi non describantur ambae figurae in eadem sphaera, est sicut rectangulum contentum sub latere dodecaedri, & perpendiculari ducta ex centro pentagoni dodecaedri in latus dictum, ad rectangulum contentum sub latere Icosaedri, et perpendiculari ducta ex centro trianguli Icosaedri in dictum latus. 231.a
- 7 Si ex centro circuli triangulum tetraedri circumscribentis perpendicularis ducatur ad unum latus trianguli; erit quod sub dicto latere & perpendiculari continetur rectangulum sexies sumptum, superficiei tetraedri æquale. 231.a
- 8 Si ex centro circuli triangulum octaedri circumscribentis perpendicularis ducatur ad unum latus trianguli; erit quod sub dicto latere & perpendiculari continetur rectangulum duodecies sumptum, superficiei Octaedri æquale. folio. 231.a
- 9 Si ex centro circuli quadratum cubi circumscribentis perpendicularis ducatur ad unum latus quadrati; erit quod sub dicto latere & perpendiculari continetur rectangulum duodecies sumptum, superficiei cubi æquale. 231.a
- 10 Rectangulum comprehensum sub perpendiculari ab angulo trianguli Icosaedri ad unum eius latus ducta, & sub quinque sextis partibus lateris cubi eidem sphaerae, in qua Icosaedrum, inscripti, æquale pentagono dodecaedri in eadem sphaera constituti. 232.b
- 11 Quam proportionem habent latera cubi, & Icosaedri eiusdem sphaerae, eandem habent latera cubi, & Icosaedri in quavis alia sphaera descriptorum. 234.b
- 12 Superficies dodecaedri ad superficiem Icosaedri non solum habet eandem proportionem, quam latus cubi ad latus Icosaedri

<p>dri in eadem sphaera cum ipsis, ut uult propos. 9. huius lib. sed etiam, quam obtinet latus cubi ad latus Icosaedri in quacunque alia sphaera. 235.a</p>	13
<p>Si sphaera plano quopiam secetur, communis sectio circulus erit. 235.a</p>	14
<p>Si planum secans transferit per centrum sphaera, efficietur circulus idem centrum habens, quod sphaera. Si uero planum secans per sphaera centrum non transferit, efficietur circulus habens aliud centrum, quam sphaera; illud uidelicet punctum, in quod cadit perpendicularis ex centro sphaera ad planum secans ducta. 235.b</p>	15
<p>Circuli in sphaera aequales, equaliter distant a centro sphaera: & circuli equaliter distantes a centro sphaera, aequales sunt. 236.a</p>	16
<p>Eadem proportio est lateris cubi ad latus Icosaedri; & superficiei dodecaedri ad superficiem Icosaedri; & lineae potentis totam quamcunque sectam extrema ac media ratione, et eius segmentum maius, ad potentem totam eandem, & minus segmentum illius; & Dodecaedri ad Icosaedrum eiusdem sphaera. 237.b</p>	17
<p>Latus trianguli aequilateri potentia sesquitertium est lineae perpendicularis ab uno angulo ad latus oppositum deducta. 237.b</p>	18
<p>Linea perpendicularis ex vno angulo trianguli aequilateri ad latus oppositum demissa secat & angulum, & latus bisectionem. 238.a</p>	19
<p>Si sphaera diameter fuerit Rationalis; erit tam superficies tetraedri, quam octaedri in ea sphaera, Media. 238.a</p>	20
<p>Omne triangulum aequilaterum, cuius latus sit Rationale, est superficies Media. 239.a</p>	21
<p>Si tetraedrum, atque octaedrum eidem sphaera inscribantur; erit basis tetraedri sesquitertia basis octaedri: Superficies autem octaedri sesquialtera superficiei tetraedri. 239.a</p>	22
<p>Recta linea ex angulo quouis tetraedri in sphaera descripti per centrum sphaera ducta, cadit in centrum basis opposita, estque perpendicularis ad dictam basim. 239.b</p>	23
<p>Octaedrum in sphaera descriptum diuiditur in duas pyramides aequales, & similes equalium altitudinum; basis uero utriusque est quadratum subduplum quadrati diametri sphaera. 239.b</p>	24
<p>Tetraedrum sphaerae impositum ad octaedrum in eadem sphaera descri-</p>	<p style="text-align: center;">e 4 ptum</p>

ptum se habet, ut rectangulum sub linea potente uiginti septem sexagesima quatuor partes quadrati lateris tetraedri, & sub linea continente octo nonas partes eiusdem lateris comprehensum, ad quadratum diametri sphaerae.

Vel ut Campanus ait.

Tetraedrum sphaerae impositum ad octaedrum in eadem sphaera descriptum se habet, ut rectangulum sub linea, qua potentia est sub sesquitercia trium quaratarum partium lateris tetraedri, & sub linea superquintupartiente viginti septimas partes earundem trium quaratarum partium lateris tetraedri contentum, ad quadratum diametri sphaerae. 241. a

25 Linea perpendicularis ex quolibet angulo trianguli aequilateri ad basin oppositam demissa, tripla est eius perpendicularis, quae ex centro trianguli ad eandem basin deducitur. 242. a

26 Linea perpendicularis ex quolibet angulo trianguli aequilateri ad basin oppositam ducta, sesquialtera est eius, quae inter centrum trianguli, & dictum angulum interiecitur: Haec autem inter centrum trianguli, et dictum angulum interiecta, dupla est eius perpendicularis, quae ex centro trianguli ad basin eiusdem ducitur. 242. b

27 Si octaedrum sphaerae inscribatur: erit semidiameter sphaerae potentia tripla eius perpendicularis, quae ex centro sphaerae in basin quamcunque octaedri deducitur. 243. b

28 Duplum quadrati ex diametro cuiuslibet sphaerae descripti, aequale est superficiei cubi in illa sphaera collocati: perpendicularis autem a centro sphaerae in aliquam basin cubi demissa, equalis est dimidio lateris cubi. 244. a

29 Solidum, quod fit ex dimidio lateris cubi in duas tertias partes quadrati diametri sphaerae dictum cubum comprehendens, aequale est cubo. Vel solidum, quod fit ex latere cubi in tertiam partem quadrati diametri sphaerae, aequale est cubo. 244. b

30 Solidum, quod fit ex perpendiculari e centro cuiuscunque corporis regularis ad aliquam eius basin ducta, in tertiam partem superficiei ipsius corporis, aequale est opposito corpori regulari. 244. b

31 Idem circulus comprehendit & cubi quadratum, et octaedri triangulum eiusdem sphaerae. 245. a

Lineae perpendiculares coniungentes centra circulorum, quibus bases oppositae tam cubi, quam octaedri in eadem sphaera circumscribunt, aequales sunt. 245. b

32 Si octaedrum, atque tetraedrum eidem sphaerae inscriban-

I N D E X.

sur; erit octaedrum ad triplum tetraedri, ut latus octaedri ad latus tetraedri.	246.a.	
Altitudo octaedri ad altitudinem tetraedri eiusdem sphaerae est, ut latus octaedri ad latus tetraedri.	246.b.	34
Diameter sphaerae ad latus tetraedri est, ut latus octaedri ad latus cubi eiusdem sphaerae.	246.b.	35
Si recta linea proposita potuerit totam aliquam lineam sectam extrema ac media ratione, & maius eius segmentum; Item totam aliam similiter sectam, & minus eius segmentum: Erit maius segmentum prioris lineae latus Icosaedri; minus autem segmentum posterioris lineae, latus Dodecaedri eius sphaerae, cuius recta linea proposita diameter existit.	247.a.	36
Si latus octaedri potuerit maius & minus segmentum rectae lineae extrema ac media ratione sectae; poterit latus Icosaedri in eadem sphaera descripti duplum minoris segmenti.	248.a.	37
Si recta linea divisa extrema ac media ratione cum minore segmento angulum rectum constituat, cui recta subtendatur: Erit recta linea, quae potentia sit subdupla ipsius rectae subtense, latus octaedri eius sphaerae, in qua dictum minus segmentum latus existit dodecaedri.	248.b.	38
Si linea quavis recta secetur extrema ac media ratione, & alia linea potentia huius sesquialtera sit latus octaedri, maius segmentum est latus Dodecaedri eiusdem sphaerae, in qua octaedrum describitur.	249.a.	39
Si latus tetraedri possit maius & minus segmentum lineae rectae extrema ac media ratione sectae; latus Icosaedri eidem sphaerae inscripti sesquialterum est minoris segmenti.	249.a.	40
Cubus ad octaedrum in eadem cum ipso sphaera descriptum, est ut superficies cubi ad octaedri superficiem. Item ut latus cubi ad semidiametrum sphaerae.	249.b.	41
Si sint quatuor lineae rectae continue proportionales, nec non & aliae quatuor, ita ut sit eadem antecedens omnium; erit proportio tertiae ad tertiam proportionis secunda ad secundam duplicata; & proportio quarta ad quartam eiusdem proportionis secunda ad secundam triplicata.	251.b.	42
Quadratum lateris trianguli aequilateri ad ipsum triangulum habet proportionem duplicatam proportionis lateris trianguli ad lineam medio loco proportionalem inter perpendicularem ab uno angulo ad latus oppositum ductam, & dimidium ipsius		43

- ipſius lateris . 252.b.
- 44 Si in triangulo æquilatèro perpendicularis ducatur ex uno angulo ad latus oppoſitum ; quadratum rectæ , quæ medio loco proportionalis eſt inter dictam perpendicularem , & dimidium lateris , æquale eſt ipſi triangulo . 253.a.
- 45 Si cubus & tetraedrum in eadem ſphæra deſcribantur ; erit quadratum cubi ad triangulum tetraedri , ut latus tetraedri ad lineam perpendicularem , quæ ex uno angulo trianguli tetraedri ad latus oppoſitum deducitur . 253.a.
- 46 Latus tetraedri potentia ſeſquialterum eſt axis , ſeu altitudinis ipſius : Axis uero, ſine altitudo tetraedri potentia ſeſquitertia eſt lateris cubi in eadem ſphæra deſcripti . 253.b.
- 47 Diameter ſphære potentia eſt dupla ſeſquiquarta axis tetraedri ; atque adeo diameter longitudine eſt ſeſquialtera axis tetraedri . 254.a.
- 48 Axis , ſeu altitudo tetraedri ad latus cubi eidem ſphæra inſcripti eſt , ut latus tetraedri ad perpendicularem ex uno angulo baſis ad latus oppoſitum ductam . 254.a.
- 49 Cubus triplus eſt tetraedri eidem ſphære inſcripti . 254.a.
- 50 Priſma eandem habens & baſim , & altitudinem cum Tetraedro , æquale eſt cubo in eadem ſphæra , in qua Tetraedrum , deſcripto . 254.b.

IN QVINTODECIMO LIBRO.

- 1 Si in Tetraedro octaedrum inſcribatur, dividetur Tetraedrum bifariam tribus quadratis æqualibus , quæ octaedrum bifariam quoque , & ſeſe ad angulos rectos interſecant . 256.a.
- 2 Rectæ lineæ centra baſium cubi oppoſitarum connectentes ſe mutuo & bifariam , & ad angulos rectos ſecant . 256.b.
- 3 Idem eſt centrum Icoſaedri , atque ſibi inſcripti Dodecaedri . 258.b.
- 4 In dato octaedro pyramidem deſcribere . 258.b.
- 5 Si tetraedrum octaedro inſcribatur , erunt quatuor baſes tetraedri octo baſibus octaedri parallele , ſingula videlicet binis oppoſitis . 259.b.
- 6 Si in octaedro tetraedrum inſcribatur ; recta, quæ centra baſium octaedri oppoſitarum coniungit , ſeſquialtera eſt axis tetraedri,

I N D E X.

Tetraedri, hoc est, perpendicularis ab angulo tetraedri ad basim oppositam deducta.	259.b.	
In dato Dodecaedro Icosaedrum describere.	259.b.	7.
In dato Dodecaedro cubum describere.	260.b.	8.
Recta, quae subtendit unum angulum pentagoni aequilateri, & equianguli, parallela est opposito lateri.	261.a.	9
In dato Dodecaedro octaedrum describere.	261.a.	10
In dato Dodecaedro Pyramidem describere.	261.b.	11
In dato Icosaedro cubum describere.	262.a.	12
In dato Icosaedro pyramidem describere.	262.a.	13
In dato cubo Dodecaedrum describere.	262.b.	14
Diameter Dodecaedri duo latera potest, ipsius scilicet Dodecaedri, & cubi, in quo dodecaedrum describitur.	263.b.	15
Si latus cubi secetur extrema ac media ratione, minus segmentum latus est dodecaedri in cubo descripti: Maius uero segmentum latus cubi in hoc dodecaedro descripti.	263.b.	16
Latus cubi aequale est duobus lateris, dodecaedri uidelicet in ipso descripti, & dodecaedri circa eundem cubum descripti.	266.a.	17
Recta duos angulos pentagonorum dodecaedri communi lateri oppositos connectens est aequalis lateri cubi, cui dodecaedrum inscribitur.	266.a.	18
In dato cubo Icosaedrum describere.	266.a.	19
Diameter Icosaedri potest & latus Icosaedri, & cubi Icosaedrum ambientis.	267.a.	20
Bifaria sectiones sex oppositorum laterum Icosaedri coniunguntur tribus rectis aequalibus, sese in centro Icosaedri bifariam, & ad angulos rectos secantibus.	267.a.	21
Si latus cubi extrema ac media ratione secetur, maius segmentum latus est Icosaedri in dicto cubo descripti.	267.b.	22
Icosaedri tam latera, quam triangula opposita, inter se sunt parallela.	267.b.	23
In dato Icosaedro octaedrum describere.	267.b.	24
Idem est centrum Icosaedri, & octaedri in eo descripti.	268.a.	25
In dato octaedro Icosaedrum describere.	268.a.	26
Si duo latera trianguli aequilateri secentur extrema a media ratione, ita ut unius maius segmentum, alterius uero minus sit prope angulum ab ipsis comprehensum, Recta connectens dictas sectiones duplum potest minoris segmenti.	270.a.	27
	Si in	

INDEX.

- 28 Si in octoedro Icosaedrum describatur, collocabuntur octo bases Icosaedri in octo basibus octaedri, idemque erit centrum basis octaedri, & Icosaedri. 270.a.
- 29 Idem centrum est octaedri, atque sibi inscripti Icosaedri. 270.a.
- 30 In dato octaedro dodecaedrum describere. 270.b.
- 31 In data pyramide cubum describere. 270.b.
- 32 Idem est centrum pyramidis, & cubi in ea descripti. 272.a.
- 33 Recta, que coniungit bifarias sectiones oppositorum laterum pyramidis, transit per centrum pyramidis, triplaque est lateris cubi in pyramide descripti. 272.a.
- 34 Idem est centrum pyramidis, & octaedri in ea descripti. 272.b.
- 35 In data pyramide Icosaedrum describere. 273.a.
- 36 In data pyramide Dodecaedrum describere. 273.b.
- 37 In dato solido regulari sphaeram describere. 273.b.

IN SEXTODECIMO LIBRO.

- 1 **S**I in dodecaedro cubus describatur, & in hoc cubo aliud dodecaedrum, erit proportio Dodecaedri exterioris ad dodecaedrum interius proportionis, quam habet maius segmentum ad minus recte lineae diuise extrema ac media ratione, triplicata. 275.a.
- 2 Linea perpendicularis ex quouis angulo pentagoni equilateri, & equianguli in latus oppositum demissa, secatur a recta illum angulum subtendente, extrema ac media ratione. 276.a.
- 3 Si ab angulis trianguli Pyramidis ducantur recte opposita latera secantes extrema ac media ratione, ita ut prope quemuis angulum sit maius segmentum unius lateris, & minus alterius; Hæ sectionibus suis in medio producent basim Icosaedri in dicta pyramide descripti, inscriptam quidem alij triangulo equilatero, cuius anguli latera trianguli pyramidis secant extrema ac media ratione, & latera ipsa bifariam secantur ab angulis basis Icosaedri. 276.a.
- 4 Latus Icosaedri octaedro inscripti, maius est segmentum recte diuise extrema ac media ratione, que ab uno angulo basis octaedri ducta secat latus oppositum extrema quoque ac media ratione. 277.a.
Minus

INDEX.

<i>Minus segmentum lateris pyramidis extrema ac media ratione secti, duplum est potentia lateris Icosaedri in ea pyramide descripti.</i>	277.b.	5
<i>Latus Icosaedri in pyramide descripti est Apotome.</i>	278.a.	6
<i>Latus cubi potentia dimidiū est lateris pyramidis in eo descripte: Latus uero pyramidis duplum est longitudine lateris octaedri sibi inscripti: Latus denique cubi duplum est potentia lateris sibi inscripti octaedri.</i>	278.a.	7
<i>Latus dodecaedri maius segmentum est rectæ, quæ potentia est dimidia lateris pyramidis sibi inscriptæ.</i>	278.b.	8
<i>Si in cubo describatur & Icosaedrum, & dodecaedrum; Latus Icosaedri medium proportionale erit inter latus cubi, & dodecaedri.</i>	278.b.	9
<i>Latus pyramidis potentia octodecuplum est lateris cubi in ea descripti.</i>	279.a.	10
<i>Latus pyramidis potentia octodecuplum est rectæ extrema ac media ratione sectæ, cuius maius segmentum latus est dodecaedri in pyramide descripti.</i>	279.a.	11
<i>Si in octaedro Icosaedrum describatur; erit latus Icosaedri potentia duplum minoris segmenti lateris octaedri: extrema ac media ratione diuisi.</i>	279.b.	12
<i>Latus octaedri potentia quadruplum sesquialterum est lateris cubi in ipso descripti.</i>	279.b.	13
<i>Octaedri latus est potentia quadruplum sesquialterum eius rectæ extrema ac media ratione diuisæ, cuius maius segmentum latus est dodecaedri octaedro inscripti.</i>	280.a.	14
<i>Latus Icosaedri maius segmentum est eius rectæ extrema ac media ratione sectæ, quæ potentia dupla est lateris octaedri in Icosaedro descripti.</i>	280.a.	15
<i>Latus cubi ad latus dodecaedri in ipso descripti proportionem habet duplicatam eius, quam habet maius segmentum ad minus rectæ lineæ diuisæ extrema ac media ratione. Latus uero dodecaedri ad latus cubi in ipso descripti proportionem habet, quam minus segmentū ad maius eiusdem rectæ lineæ.</i>	280.b.	16
<i>Latus octaedri sesquialterum est lateris sibi inscriptæ pyramidis.</i>	281.a.	17
<i>Si ex quadrato diametri Icosaedri auferatur triplum quadrati lateris cubi in eo descripti; relinquitur quadratum sesquiertium quadrati lateris Icosaedri.</i>	281.b.	18
<i>Diameter</i>		

- 19 Diameter Icosaedri binas rectas potest, diametrum scilicet cubi in ipso descripti, & diametrum circuli triangulum Icosaedri ambientis. 282.a.
- 20 Latus dodecaedri minus segmentum est recta linea extrema ac media ratione diuisa, quae duplum potest lateris octaedri in eo descripti. 282.b.
- 21 Diameter Icosaedri potest & sumptus lateris sesquitertiu, & lateris pyramidis in eo descriptae sesquialterum. 282.b.
- 22 Latus dodecaedri ad sibi inscripti Icosaedri latus se habet, ut minus segmentum lineae perpendicularis ab uno angulo pentagoni ad latus oppositum ducta, atque extrema ac media ratione diuisa, ad partem eiusdem lineae inter centrum pentagoni, & latus eiusdem posita. 283.a.
- 23 Si dimidium lateris Icosaedri extrema ac media ratione sectum fuerit, minusque eius segmentum a toto latere Icosaedri sublatum; A reliqua quoque recta pars rursus tertia detracta: Relinquetur latus dodecaedri in Icosaedro descripti. 283.b.
- 24 Cubus sibi inscriptae pyramidis triplus est. 285.a.
- 25 Pyramis sibi inscripti octaedri dupla est. 285.b.
- 26 Cubus sibi inscripti octaedri sextuplus est. 285.b.
- 27 Octaedrum sibi inscripti cubi quadruplum sesquialterum est. 286.a.
- 28 Idem centrum est octaedri, atque cubi sibi inscripti. 287.a.
- 29 Octaedrum ad sibi inscriptum cubum eandem habet rationem, quam eorum laterum quadrata habent. 287.a.
- 30 Octaedrum sibi inscriptae pyramidis tredecuplum sesquialterum est. 287.a.
- 31 Pyramis sibi inscripti cubi noncupla est. 287.b.
- 32 Octaedrum ad sibi inscriptum Icosaedrum proportionem habet, quam duae bases octaedri ad quinque bases Icosaedri. 288.a.
- 33 Icosaedrum ad sibi inscriptum dodecaedrum proportionem habet compositam ex proportione lateris Icosaedri ad latus cubi in eadem cum Icosaedro sphaera descripti, & ex proportione triplicata eius, quam habet diameter Icosaedri ad rectam centra basium Icosaedri oppositarum coniungentem. 289.b.
- 34 Dodecaedrum excedit cubum sibi inscriptum parallelepipedo, cuius quidem basis a quadrato cubi deficit rectangulo contento sub latere cubi, tertiaque parte minoris segmenti eiusdem lateris cubi: At uero altitudo ab altitudine, siue latere cubi,

I N D E X.

<p>cubi, minore segmento eius linea, qua dimidiati lateris cubi segmentum minus existit. 290.a</p>	35
<p>Dodecaedrum a duplo cubi sibi inscripti deficit duobus parallelepipedis, quorum unius longitudo lateri cubi est aequalis, latitudo autem tertia parti minoris segmenti eiusdem lateris cubi, altitudo denique a latere cubi deficit minore segmento eius linea, qua dimidiati lateris cubi minus segmentum existit; Alterius uero & longitudo & latitudo lateri cubi aequalis est, altitudo autem minus segmentum eius linea, qua dimidiati lateris cubi segmentum minus existit, ita ut amborum altitudines simul altitudini, siue lateri cubi sint aequales. 292.a.</p>	3
<p>Dodecaedrum ad sibi inscriptum Icosaedrum proportionem habet compositam ex proportione triplicata eius, quam habet diameter dodecaedri ad rectam centra basium dodecaedri oppositarum copulantem, & proportione lateris cubi ad latus Icosaedri in eadem sphaera cum cubo descripti. 292.b.</p>	37
<p>Dodecaedrum Pyramidis, in qua inscribitur, duas nonas partes continet, minus duobus parallelepipedis, quorum unius longitudo lateri cubi in eadem pyramide descripti aequalis est, latitudo uero tertia parti minoris segmenti lateris eiusdem cubi, altitudo denique a latere eiusdem cubi deficit minore segmento eius linea, qua dimidiati lateris cubi eiusdem minus segmentum existit; Alterius autem & longitudo, & latitudo lateri cubi praedicti est aequalis, altitudo uero minus segmentum eius linea, qua dimidiati lateris cubi eiusdem minus segmentum existit, ita ut amborum altitudines simul altitudini, siue lateri eiusdem cubi sint aequales. 293.b.</p>	38
<p>Octaedrum excedit sibi inscriptum Icosaedrum parallelepipedo, cuius basis est quadratum lateris Icosaedri, altitudo uero maius segmentum semidiametri octaedri extrema ac mediaratione secta. 294.a</p>	39
<p>Pyramis excedit duplum Icosaedri sibi inscripti parallelepipedo, cuius basis quadratum lateris Icosaedri, altitudo uero recta linea bifarias sectiones oppositorum laterum Icosaedri coniungens. 295.a.</p>	40
<p>Angulum inclinationis duarum basium pyramidis, unius ad alteram, inuenire. 295.a.</p>	41
<p>Omnes inclinationes basium pyramidis aequales inter se sunt. 296.a.</p> <p style="text-align: right;">Angulum</p>	

I N D E X.

- | | | |
|----|--|--------|
| 42 | <i>Angulum inclinationis duarum octaedri basium, unius ad alteram, reperire.</i> | 296.a. |
| 43 | <i>Oēs inclinationes basium octaedri aequales inter se sunt.</i> | 296.b. |
| 44 | <i>Angulum inclinationis duarum cubi basium, unius ad alteram, inuenire.</i> | 296.b. |
| 45 | <i>Omnes inclinationes basium cubi aequales inter se sunt.</i> | 297.a. |
| 46 | <i>Angulum inclinationis duarum basium Icosaedri, unius ad alteram, inuenire.</i> | 298.a. |
| 47 | <i>Omnes basium Icosaedri inclinationes inter se aequales sunt.</i> | 298.a. |
| 48 | <i>Angulum inclinationis duarum basium dodecaedri, unius ad alteram, reperire.</i> | 298.a. |
| 49 | <i>Omnes inclinationes basium dodecaedri aequales sunt inter se.</i> | 299.b. |

F I N I S.

