EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBRI XV.

ACCESSIT XVI. DE SOlidorum Regularium comparatione.

OMNES PERSPICVIS DEmonstrationibus, accuratisq; scholijs illustrati.

AVCTORE

CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI.

SOCIETATIS IESV.

ROMAE,
Apud Vincentium Accoltum. 1574.

SERENISSIMO

PRINCIPI,

AC D. D. EMANVELI PHILIBERTO

Sabaudiæ Duci.

CHRISTOPHORVS CLAVIVS SOCIETATIS IESV S. P. D.

EST profecto (quod te non fugit) Princeps Serenifs. præclara quædã res, ac plane diuina, rerum cognitio, quæ merito in optimo quoq; incredibile sui desideriũ excitat, quo facimus hæc hominũ breuis, & calamitosa uita, ignorantiæ quaſi tenebris diſiectis, & ad exitum ipſa ſuum perueniat, & omnia quæ accidere poſſunt, incommoda leuiora ducat. Ac ſi ea quæ ſunt a ſummis philoſophiæ principibus de liberalium artium dignitate vere ac ſapienter ſcripta, falſa eſſe non credimus; nemini dubium eſſe poteſt, quin & rerum obſcuritate, & incerta cognitione, mirum in modum minuatur illa ſiue uoluptas, ſiue animi iucunditas appellanda eſt, quæ ex ipſa alioqui rerum contemplatione percipi ſolet. Equidem fateor (quod ſummo uir ingenio dixit Ariſtoteles) eximiam quandam eſſe in naturæ perueſtigatione poſitam delectationem, rerumque naturalium ſcientiam, multis philoſophiæ partibus nobilitate præcellere: Sed quis non uideat in tanta opinionum uarietate, quarum (cum ſit unica veritas) aut non plus una ueram, aut omnes falſas eſſe neceſſe eſt, multum uel inconſtantiæ, uel errori relictum eſſe loci, quo quidem nihil eſſe poteſt a ſcientia magis alienum? Quod ſi (ut eſt apud eundem peripateticæ diſciplinæ principem) doctrinarum nobilitas tum ex rerum dignitate, tum ex elaborata probandi ratione pendet; quid de mathematicis diſciplinis exiſtimanſtimandũ eſt, quæ ut de rerũ præſtantia nihil dicam, tantam habent ſuis in rationibus firmitatem, ut non tam perſuadere, quam uim quodammodo afferre uideantur. Quotus enim quiſque eſt, qui Archimedis, & Apollonij, cæterorumque Mathematicorum libros legens acutiſſimorum hominum non admiretur ingenia, & menti ſuæ firmiſſimas quaſdam quaſi machinas admoueri non ſentiat, ut ijs quæ illi tradunt, uel inuitus aſſentiri cogatur? Qua quidem ex re dici uix poteſt, quantam animus noſter capiat voluptatem, dum ita in ſententia perſtat, remque omnem plane percipit, ac tenet, ut neutram in partem dubius inclinet, nuſquam fluctuet, nedum falſis opinionibus imbuatur. Cuius ſane tam certæ tamque accuratæ ſcientiæ, cum ſolum ac fundamentum Euclidis, quæ dicuntur, elementa communi omnium Mathematicorum conſenſu exiſtimentur; Tantam profecto ſummus ille vir apud poſteros laudem meretur, quanta optimo in primis diligentiſſimoque magiſtro, atque ipſi etiam primo artis inuentori iure debetur. Quo magis eorum probanda uidetur induſtria, qui in his ipſis elementis aut explicandis, aut illu-

 ſtrandis

ſtrandis ſtudium, atque operam collocant, ut quanto hæc mathematicarum diſciplinarum initia aut faciliora, aut firmiora fuerint, tanto quæ conſequuntur omnia planius cognoſcantur. Quæ cum ego multos annos partim publice docendo, partim priuatim commentando, & cum alijs viris doctis communicando diligentius pertractaſſem, collegiſſemque (ut fere fit) in meum priuatum uſum nonnulla, quæ ad eorum cognitionem facere uiderentur; faciendum mihi neceſſario exiſtimaui, præſertim auditorum, amicorumque meorum precibus fatigatus, præterea Laurentij Caſtellani ciuis Romani liberalitate inuitatus, qui oẽs ad id neceſſarios ſumpt⁹ benigne admodũ ſuppeditauit, ad publicã ſtudioſorum utilitatẽ, in lucem manusque hominum exire permitterem. Tibi uero potiſſimũ Princeps Sereniſſ. has meas lucubrationes dicaui, primum quod tibi Mathematicorum omnium eximio patrono hæc noſtra maxime ſtudia cordi eſſe intelligebam; deinde quod pro tua in noſtrũ ordinem uniuerſum ſingulari beneuolentia, atque promeritis aliquod tibi grati animi indicium extare ſocietas noſtra uehementer optabat. Huc accedebat priuatum etiam

ſtudium

ſtudium in te meum, quod ab humanitate tua ſingulari, oratorisque tui Vincentij Parpaleæ viri ampliſſimi beneuolentia prouocatus, nihilo tibi minus ego ſum priuatim obſtrictus, quam publice Societas noſtra vniuerſa. Accipe igitur hoc tenuitatis noſtræ munuſculũ, ſi rem ſpectes, exiguum illud quidem, & meritis tuis longe impar; ſin animum intuearis, amoris & obſeruantiæ pleniſſimum. Quod ſi tibi gratum iucundumq; accidiſſe cognouero, cum ſatis amplam laboris mei mercedem ac præmium me tuliſſe exiſtimabo, tum vero ad alia eiuſdem generis commentanda, & elucubranda, ſi otium & occaſio ſe offeret, efficiar alacrior. Vale.

ROMAE, KALENDIS FEBR.

M. D. LXXIIII.

LECTORI. S.

SIQVIS forte miratur, cur post tot præclarissimos in Euclidis elementa Geometrica commentarios ab egregijs, & in primis Mathematicarum rerum peritis scriptoribus editos, nouas adhuc ipsi cōmentationes conscripserimus, is facile sibi persuadebit, non temere id a nobis esse factum, si consilij nostri rationem cognouerit. Cum enim longa, diuturnaque experientia nobis esset perspectum, atque exploratum, eam esse utilitatem, atque adeo necessitaté horum elementorum, ut frustra quisquam se speret ipsorum præsidio, acutissimas, subtilissimasque Archimedis, Apollonij, Theodosij, Menelai, Ptolomæi, cæterorumque illustrium Mathematicorum demonstrationes posse percipere; uehementer dolebamus, tam insignem, & illustrem auctorem a plerisque omnino negligi, a perpaucis uero pro dignitate tractari, ita ut uix hoc nostro seculo reperiantur, qui sedulá operá, ac studiú in perdiscendis his elementis ponant, ob eam potissimum, ut arbitror causam, quod difficultate rerum, quas tractant, atq; obscuritate deterreantur, nullúq; habeant hac in re ducé, quem sibi citra erroris periculum sequendum proponant. Extant quidem commentarij Campani, ac Theonis in singulos Euclidis libros sane eruditi, qui satis esse possint cuiuis ad facile consequen-

ſequendam horum elementorum doctrinam: Sed alter ſecutus in omnibus eſt traditionem Arabum, qui magna ex parte Euclidis ordinem, ac methodum peruerterunt, uerbaque propoſitionum eiuſdem locis non paucis immutarunt, ut uerus, germanuſque auctoris ſenſus perdifficile poſſit intelligi; id quod maxime in decimo libro perſpicitur: Alter (Theonem intelligo) pene innumeris mendis, uitijſque incuria librariorum ita eſt deprauatus, & propter notas græcas, quæ in eius demonſtrationibus adhibentur, obſcuras illas, ac male expreſſas adeo impeditus, ut magnam difficultatem inexercitatis ingenijs, perplexitatemque gignat. Quo fit, ut Euclidem ſine maximo labore, ac ſtudio nemo percipiat. Iam ſi alij ad noſtram uſque memoriam maius aliquod ſtudium, operamque in hoc munus interpretandi Euclidis elementa contulerunt, hi uel ſex priores tantum libros expoſuerunt, uel ſi qui in uniuerſum Euclidem commentarios ediderunt, hi perſæpe, relictis antiquorum demonſtrationibus certiſſimis, (Federicum tamen Commandinum Vrbinatem Geometram peritiſſimum excipio, cuius opera, atque diligentia Euclides latine redditus, & in priſtinum nitorem, iuxta ueterum interpretum ſenſum, ac traditionem, reſtitutus, nunc denuo prodijt in lucem,) proprias alias, ac nouas confixerunt, quæ plerunque non tam firmæ ſunt, neque rem ipſam ſimpliciter, & abſolute conficiunt; præſertim quod modo e propoſitionibus uoces quaſdam perperam detrahũt, modo alias inepte apponunt, modo denique nonnullas temere immutant, ut merito de uero, proprioque Euclidis ſenſu dubitare quis poſſit. Quæ cum ita ſint,

reſque

resque ac scientia tam præclara digna sit, quæ ope, studio, industria ab ijs adiuuetur, qui aliquid ad hoc momenti afferre possunt post diuturni temporis in rebus mathematicis operam collocatam; faciendum putauimus, ut lucubrationes nostras, ac uigilias studiosis harum rerum nonnihil (nisi fallimur,) subsidij allaturas, in publicum ederemus. Accessit editionis causa altera: Nam cum Euclides, propter singularem utilitatem, instar enchiridij, manibus semper debeat circumgestari, neque unquam deponi ab his, qui fructum aliquem serium ex hoc suaui Matheseos studio capere uolunt, in eoque progredi; id uero in hunc dié, exemplaribus omnibus maiore forma impressis, necdum factum uideamus; hoc nostra editio certe, si nihil aliud, attulerit commodi, atque emolumenti. Sũt enim hi nostri commentarij in uniuersum Euclidé conscripti commodiore nunc forma, quam uulgo cæteri, (id quod magnopere a nobis, qui nos audierunt, efflagitabant,) uolumineq; editi, ut facile iam queant, nulloque negotio, e loco in locum, cum res tulerit, ferri atque portari. Nunc quo modo, uia, ac ratione res tota a nobis pertractetur, quidque in hac interpretatione præstitum sit, paucis accipe. Demonstrationes aliorum, maxime Theonis, quas quidem ipsius eße Euclidis, non leuibus argumentis adducti quidam asseuerant, & Proclus etiam testatur, breuiores, quantum per rei difficultatam licuit, uel certe planiores, quando illud non potuimus, delucidioresque reddere conati sumus. Non enim illas nude, ac totidem uerbis, quot erant scriptæ, proposuimus. Etenim ea est interdum illarum breuitas, ut illud accidat, quod ab elegan-

elegantissimo poeta dictum est. Breuis esse laboro, obscurus fio: Interdum etiam, cum breuius, atq; succinctius efferri possint, magna, ob longiorem, quam satis est, sermonem, affertur molestia legenti. Quare utrunque uitantes, eas, uelut παραφραστικῶς, atq; ad eum fere modum tradidimus, quem, cum publice Euclidem interpretaremur, obseruauimus; hac etiam re auditorum desiderio, & uoluntati, quantum est in nobis, satisfacere cupientes. Ita enim, nostra sententia, Euclides facilius a studiosis, ijs præsertim, qui ceu tyrones, hæc Mathematica studia nunc primum auspicantur, ac maiore uoluptate, utilitateque cognoscetur. Præter hæc adiunximus multis in locis uaria problemata, ac theoremata, scitu non iniuncunda, neque a scopo Geometriæ aliena, quæ partim ex Proclo, Campano, alijsque auctoribus decerpsimus, partim proprio (ut aiunt) Marte, assiduisque meditationibus ipsi confecimus. Data insuper in hoc diligẽs opera, ut definitiones Euclidis, præsertim obscuriores, & quæ aliquid uisæ sunt habere difficultatis, (in quas plurimi, tanquam in scopulos quosdam, incidentes, a recto cursu deflexerunt, & in errores uarios, atque absurdos, prorsumque ab instituto disciplinæ abhorrentes, dilapsi sunt.) dilucide, atque perspicue, quoad eius fieri potuit, explicarentur; id, quod harum artium studiosi facile iudicabunt. Quæ res cum in ampliorẽ magnitudinẽ excrescerent, quam ut unius libri spatijs, hac præsertim forma, commode includi possent, in duas partes totam tractationem diuisimus. Altera nouem prioribus libris continetur: altera sex reliquos, una cum decimosexto ad comparationes

quinque

quinq; corporũ regulariũ pertinente, quem ex Francisco Flussate Candalla adijcere uoluimus, cõplectitur. Nunc, quia hæc Euclidis elementa ostium, atque aditum ad omnes alias scientias Mathematicas reserant ac patefaciunt, operæ pretium fore duximus, antequam ad ipsa interpretanda aggrediamur, paucis commemorare, unde nam Mathematicæ disciplinæ hoc nomen acceperint; quæ sit earum diuisio; a quibus primum ortæ, & per quos deinde singulæ fuerint excultæ; quanta sit illarum præstantia, atque utilitas, & si qua sunt alia rei nostræ opportuna.

MATHEMATICÆ DISCIPLINÆ CVR SIC DICTAE SINT.

DISCIPLINAE *Mathematicæ, quæ quidē circa quantitatem uersantur omnes, nomen acceperunt a dictione græca* μάθημα, *siue* μάθησις, *quæ significat disciplinam, seu doctrinam. Cur autem hæ artes de quantitate agentes nomen disciplinæ, uel doctrinæ inter reliquas omnes solæ sint adeptæ, duas potissimum causas apud probatos scriptores inuenio. Pythagorei enim, atque Platonici existimantes, animas rationales certo quodam, ac determinato numero contineri, easque de corpore in corpus migrare, (quod tamen christiana fides falsum esse perspicue docet) testantur, eas nomen doctrinæ, siue disciplinæ obtinere, quod maxime ex ipsis nanciscamur recordationem, reminiscentiamque illius scientiæ, qua anima nostra (ut eorum est error) antequam corpus informaret, erat prædita. Quod quidem facili, ac familiari quodam exemplo comprobare nititur Plato in dialogo, qui Menon inscribitur, ubi Socratem introducit pusionem quendam interrogantem Geometrica quædam de quadrati dimensione, ad quæ licet in principio responderit, ut puer, gradatim tamen ascendens eo deductus est, ut responderit id, quod tandem dicturus fuisset, si diutissime perdidicisset Geometriam. Alijs autem placet, ideo has artes præ cæteris nomen scientiæ, & doctrinæ sibi uendicare, quod solæ modum, rationemque scientiæ retineant. Procedunt enim semper ex præcognitis quibusdam principijs ad conclusiones demonstrandas, quod propriū est munus, atque officium doctrinæ, siue disciplinæ, ut & Aristoteles* 1. poster. *testatur; neque unquam aliquid non probatum assumunt Mathematici, sed quandocunque aliquid docere uolunt, si quid ad eam rem pertinet eorum, quæ ante docuerunt, id sumunt pro concesso, & probato: illud uero modo explicant, de quo ante nihil scriptum est. Quod quidem alias artes, disciplinasue nō semper obseruare uidemus, cum plerunq; in confirmationem eorum, quæ ostendere uolunt, ea, quæ nondum sunt explicata, demonstratiue, adducant.*

DISCI-

DISCIPLINARVM MATHEMATICARUM diuisio.

PYTHAGOREI, quos deinde secuti sunt omnes prope modum Mathematici, atq; Philosophi non pauci, Mathematicas disciplinas uniuersas in quatuor partes distribuerunt, Arithmeticam, Musicam, Geometriam, ac Astronomiam. Cum enim omnis quantitas, circa quam uersantur, sit uel discreta, sub qua omnes numeri, uel cōtinua, sub qua omnes magnitudines comprehenduntur, & utraque tam secundum se, quam comparatione alterius possit considerari; Visum fuit illis consentaneum, quatuor prædictas facultates instituere, quæ utranque quantitatem, pro duplici consideratione diligenter contemplarentur. Itaque Arithmetica agit de quantitate discreta secundum se, inquirendo & accurate explicando omnes numerorum proprietates, ac passiones. Musica tractat eādem quantitatem discretam, siue numerum comparatum cum alio, quatenus nimirum sonorum concentus respicit, atque harmoniā. Geometria de magnitudine siue quātitate cōtinua, secundū se quoq;, ut immobilis existit, disputat. Astronomia deniq; eandē magnitudinē, ut est mobilis, considerat; qualia sunt cœlestia corpora, prout continuo motu cientur. Ad has autem quatuor scientias Mathematicas, quarū Arithmetica, & Geometria puræ, Musica uero, atq; Astronomia mixtæ dicunt̄, oēs aliæ quouis modo de quantitate agentes, qualis est perspectiua, Geographia, & cæteræ huiusmodi, uel facile, ut ad capita, a quibus dependent, reduci possunt.

ALIA rōne a Gemino antiquo Geometra, & ab alijs, ut auctor est Proclus in cōmētarijs, quos in primū Euclidis librū edidit, Mathematicæ disciplinæ diuidunt̄. Quāquidē diuisionē, quoniā elegāter, copioseq; docet, ad quænā sese extēdāt Mathematicæ disciplinæ, ferme ad uerbū ex Proclo iuxta interpretationē Francisci Barocij Patricij Veneti excerptā hic subijcere statui. Volūt itaq; prædicti auctores, sciētiarū Mathematicarū quasdā in intellectilibus duntaxat ab omni materia separatis, quasdam uero in sensilibus, ita ut attingant materiam sensibus obnoxiam, uersari. Prioris generis statuunt duas longe primas, præcipuasq; scientias, Arithmeticam, & Geometriam: In posteriori uero genere constituunt sex, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiam, Canonicā siue Musicam, Supputatricē, atq;

Mecha-

Mechanicam. Astrologiam dicunt esse eam facultatem, quæ de mundanis edisserit motibus, de corporum cælestium magnitudinibus, figuris, & illuminationibus, a terraque distantijs, ac de alijs huiusmodi rebus. Huius rursum tres constituuntur partes; Gnomonica, quæ in horarum dimensione, positu gnomonū, exercitur: Metheoroscopica, quæ eleuationum differentias, sy-derumq reperit distantias, nec non multa alia, & varia Astrologica perdocet theoremata: & Dioptrica, quæ planetarum, cæterarumque stellarum distantias huiuscemodi dioptricis dignoscit instrumentis. Perspectiuam aiunt a Geometria gigni, atque uti radijs visorijs, tanquam lineis, et angulis, qui ex hisce constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quæ proprio nomine dicitur Perspectiua, quæ quidem reddit causam earum apparentiarum, quæ aliter, quam sint, sese nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub uisum cadunt, alios situs, & distantias, vt parallelarum coincidentiæ, uel quadratorum, tanquam circulorum, aspectionit: Et in vniuersam specularıam, quæ circa uarias, multiplicesque versatur refractiones: Nec non in eam, quæ Sciographice, hoc est, vmbrarum designatrix appellatur, quæ ostendit, qua ratione fieri possit, vt ea, quæ in imaginibus apparent, haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudinesque videantur. Geodæsiam appellant eam scientiam, quæ res quantas metitur, vt materialium rerum aceruos, tanquam conos, & puteos, tanquam cylindros. Quod quidem non assequitur intellectilibus rectis lineis, vt Geometria, sed sensilibus tantum, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs Solaribus; interdum vero crassioribus, vt spartis, & perpendiculo. Diuiditur hæc, ut Geometria, in eam partem, quæ plana, & in eam, quæ solida dimetitur. Canonicam, siue Musicam, vocant eam scientiam, quæ apparentes concentuum considerat rationes, sensusque ubique vtitur adminiculo; & quæ (vt Plato inquit) talis existit, ut menti aures ipsas præposuisse videatur. Supputatrix eadem apud ipsos est, quæ apud nos Arithmetica practica. Hæc enim numeros considerat, non vt in intellectilibus, sed vt sunt in sensilbus ipsis. Mechanica denique, quæ in cognitione rerum sensilium, materiæque coniunctarum consistit, apud ipsos multiplex est Quædam enim est instrumentorum effectrix, quæ ὀργανοποιητικὴ vocatur, eorum, inquam, quæ gerendis sunt bellis idoneo,

nea, qualia sane Archimedes etiam fertur construxisse, Syra
cusis terra, marique obsidentibus resistentia; Quaedam mirabi-
lium prorsus rerum effectrix, quae θαυματοποιητικὴ dicitur,
quippe quae alia quidem spiritibus maximo cum artificio con-
struit, quemadmodum etiam Ctesibius, atque Heron operantur;
alia autem ponderibus, quorum motus quidem inaequilibrium,
status vero aequilibrium esse causam censendum est, ut Timaeus
etiam determinauit; alia vero neruis, spartisque animatas con
uolutiones, ac motus imitantibus: Quaedam est aequilibran-
tium omnino, & eorum, quae centroponderantia uocantur, co-
gnitio: Quaedam denique sphaerarum effectrix, quae σφαιρο-
ποιία appellatur, ad caelestium circumuolutionum imita-
tionem, qualem Archimedes etiam fabricatus est: Atque ut
vno verbo dicam, omnis, quae materiam mouendi vim habet. Hae
igitur sunt disciplinae Mathematicae apud antiquos. Militarem
autem artem, eam inquam, quae ad instruendas, coordinandasq;
pertinet acies, quam Graeci τακτικὴν vocant, vnam aliquam
ex Mathematices partibus dicendam esse non censent, vt quidā
alij voluere, sed vti eam volunt modo quidem arte supputandi,
vt in enumerandis legionibus; modo vero Geodaesia, ut in diui-
dendis, dimetiendisque castrametationi spatijs in campo. Quem
admodum neque Historicam, neque medendi artem Mathema-
tices partem ullam esse dicunt, licet saepenumero tum Historici,
tum etiam Medici Mathematicis utantur theorematibus; Re-
rum quidem gestarum scriptores, vel climatum situs referen-
do, uel urbium magnitudines, & diametros, uel ambitus, cir-
cuitusve colligendo: Medici vero, quamplurimas res in arte
sua huiuscemodi uijs dilucidando. Nam vtilitatem, quae in Me
dicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates osten-
dit, ac fere omnes, quicunque aliquid de opportunis tēporibus,
locisque dixere. Eadem sane ratione ille etiam, qui aciebus in-
struendis operam acccommodat, Mathematicis quidem vte-
tur theorematibus, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quam
uis interdum quidem volens eam, quae numerosa est, paucissi-
mam ostendere multitudinem, castra, suosque exercitus ad figu
ram circuli formet; interdum uero ad figuram quadranguli,
uel quinquanguli, vel alterius cuiusdam multanguli, vbi plu-
rimam apparere cupit. Haec igitur fere sunt, quae nobis anti
qui Mathematici de harum scientiarū partitione reliquerunt.

INVEN-

INVENTORES MATHEMATICARUM DISCIPLINARUM.

Omnes disciplinas Mathematicas a uarijs, & diuersis auctoribus ortum, originemque duxisse, perspicue historiæ testantur: Immo uero singulas nequaquam summam adeptas esse perfectionem statim ab initio, sed paulatim eas ab imperfectis ad perfectiora processisse, memoriæ quoque proditum est. Arithmetices enim inuentores primi creduntur Phænices, propter frequentes mercaturas, atque commertia, ut auctor est Proclus Quam mirum in modum postea Pythagoras, eiusq; successores, nec non Aegyptij, Græci denique ac Arabes amplificarunt, uarijsque problematis, atque theorematis illustrarunt. Musicam deinde a Mercurio primum esse inuentam, multi scriptores tradunt; quam ipse postea Orpheo insigni Musico commendauit, atque concredidit; Hic autem Thamyri, & Lino; Linus uero Herculi, & sic successionibus continuis per alios Musicos præclaros ad nostra usque tempora manauit. Geometria uero, auctore Proclo, ab Aegyptijs reperta est, ortumque habuit ab agrorum emensione. Cum enim anniuersaria Nili inundatio agrorum terminos, ac limites ita confunderet, uastaretque, ut nemo agrum dignoscere posset suum, cœperunt Aegyptij animos ad rationem mensurandorum agrorum applicare, ut hoc modo cuilibet, quod suum erat, redderetur. Quæ quidem ratio agros metiendi, quanquam tunc temporis adhuc rudis admodum fuerit, ac impolita, ab ipso tamen officio Geometria est appellata. γεωμετρέομαι enim, siue γεωμετρέω idem significat, quod, terram metior. Cæterum paulatim deinde Geometria cœpta est expoliri, & non contenta suis finibus, se se ad corpora etiam cœlestia dimetienda conuertit, tradiditq; principia uniuersæ Astronomiæ, Perspectiuæ, Cosmographiæ, & alijs disciplinis quam plurimis, quæ ex ipsa, ueluti radices dependent. Hanc Thales Milesius ex Aegypto in Græciam primus transtulisse fertur: Deinde eam insignes Philosophi, ac Mathematici plurimi, acutissimisque demonstrationibus locupletarunt, atque exornarunt: Inter quos hi sunt præcipui ex veteribus; Pythagoras, Anaxagoras Clazomenius, Hippocrates Chius, Plato, Oenopides, Zenodorus, Brito, Antipho, Theo dorus, Theætetus, Aristarchus, Eratosthenes, Architas Tarentinus, Euclides, Serenus, Hypsicles Alexandrinus, Archimedes Syracusius, Apollonius Pergæus, Theodosius Tripolita, Mileus Romanus, qui & Menelaus, Theon Alexandrinus, Ptolemæus, Eutocius Ascalonita, Pappus, Proclus, & alij pene innumeri, quos omnes longum esset recensere. Astronomiam denique non pauci ab Atlante primum inuentam esse autumāt: Vnde ob eximiam, qua primus inter mortales præditus erat, Astronomiæ cognitionem, exortam esse uolunt fabulam, illum suis humeris cælum sustinere; Alij putant, Chaldæos diuturna obseruatione (quod etiam Cicero affirmat in libro de Diuinatione) syderum scientiam adinuenisse. Alij Aegyptios primos huius scientiæ faciunt inuentores: Alij Assyrios: Alij deniq; gloriam hanc, & laudem Babylonijs esse deferendam, censent. Hac autem in scientia, ut est præstantissima, ita quoque maxime illustres auctores claruerunt, quod non est huius loci declarare. Cæterum, præcipuis hisce quatuor disciplinis Mathematicis inuentis, reliquæ omnes de quantitate quouis modo agentes, facile ex ipsis, tanquam riuuli ex fonte, deriuatæ sunt, atque deducta.

NOBILITAS, ATQVE PRAESTANtia Scientiarum Mathematicarum.

QVONIAM disciplinæ Mathematicæ de rebus agunt, quæ absque ulla materia sensibili considerantur, quamuis re ipsa materiæ sint immersæ; perspicuum est, eas medium inter Metaphysicam, & naturalem scientiam obtinere locum, si subiectum earum consideremus, ut recte a Proclo probatur. Metaphysices etenim subiectum ab omni est materia seiunctum & re, & ratione: Physices vero subiectum & re, & ratione materiæ sensibili est coniunctum: Vnde cum subiectum Mathematicarum disciplinarum extra omnem materiam consideretur, quamuis re ipsa in ea reperiatur, liquido constat, hoc medium esse inter alia duo. Si uero nobilitas, atque præstantia scientiæ ex certitudine demonstrationum, quibus vtitur, sit indicanda, haud dubie Mathematicæ disciplinæ inter cæteras omnes principem habebunt locum. Demonstrant enim omnia, de quibus suscipiunt disputationem, firmissimis rationibus, confirmantque

firmantque, ita vt vere scientiam in auditoris animo gignant, omnemque prorsus dubitationem tollant; Id quod aliis scientiis vix tribuere possumus, cum in eis sæpenumero intellectus multitudine opinionum, ac sententiarum varietate in veritate conclusionum iudicanda suspensus hæreat, atque incertus. Huius rei fidem aperte faciunt tot Peripateticorũ sectæ, (ut alios interim philosophos silentio inuoluam) quæ ab Aristotele, veluti rami e trunco aliquo, exortæ, adeo & inter se, & nonnunquam a fonte ipso Aristotele dissident, ut prorsus ignores, quid nam sibi uelit Aristoteles, num de nominibus, an de rebus potius disputationem instituat. Hinc fit, ut pars interpretes Græcos, pars Latinos, alij Arabes, alij Nominales, alij denique Reales, quos vocant (qui omnes tamen Peripateticos se esse glorian tur) tanquam ductores sequantur. Quod quam longe a Mathematicis demonstrationibus absit, neminem latere existimo. Theoremata enim Euclidis, cæterorumque Mathematicorum, eandem hodie, quam ante tot annos, in scholis retinent veritatis puritatem, rerum certitudinem, demonstrationum robur, ac firmitatem. Huc accedit id, quod Plato ait in Philebo, seu dialogo, qui de summo bono inscribitur; Eam scientiã esse digniorem, præstantiuremque, quæ magis synceritatis, ueritatisque est amans. Cum igitur disciplinæ Mathematicæ ueritatem adeo expetant, adament, excolantque, ut non solum nihil, quod sit falsum, uerum etiam nihil, quod tantum probabile existat, nihil denique admittant, quod certissimis demonstrationibus non confirment, corroborentque, dubium esse non potest, quin eis primus locus inter alias scientias omnes sit concedendus.

VTILITATES VARIAE MATHEmaticarum disciplinarum.

NON *solum vtiles, verumetiam necessariæ admodum censeri debent disciplinæ Mathematicæ cum ad alias artes perfecte perdiscendas, tum ad rem etiam publicam recte instituendam, & administrandam. Neque enim ad Metaphysicã, vt eleganter ostendit Proclus, vlli patet aditus, nisi per Mathematicas disciplinas. Nam si a rebus sensibilibus, quas Physicus considerat, ad res ab omni materia sensibili secretas, seiunctasque, quas contemplatur Metaphysicus, vires, aciemq;*

nostri intellectus attollere absque ullo medio tentemus, nosmet-
ipsos excæcabimus, non secus, ac ei contingit, qui e carcere ali
quo tenebricoso, in quo diu latuit, in lucem Solis clarissimam
emittitur. Quam ob rem, antequam a rebus physicis, quæ ma-
teriæ sensibus obnoxiæ sunt coniunctæ, ad res metaphysicas, quæ
sunt ab eadem maxime auulsæ, intellectus ascendat, necesse est,
ne harum claritate offundatur, prius eum assuefieri rebus mi-
nus abstractis, quales a Mathematicis considerantur, vt faci-
lius illas possit comprehendere. Quocirca recte Diuinus Plato
Mathematicas disciplinas erigere animum, & ad diuinarum
rerum contemplationē exacuere mentis aciem affirmat. Quan-
tum vero emolumenti hæ disciplinæ ad sacras literas recte per-
cipiendas, interpretandasque conferant, multis uerbis pulcher-
Cap. 16. rime nobis exponit B. August. lib. 2. de Doctrina Christ. demon
strans, numerorum inscitia multa non intelligi a multis, quæ
translate, ac mystice posita sunt in scripturis: Cuius rei exem-
pla non pauca in medium adducit; eandemque sententiam lon-
Cap. 37. ge post pluribus uerbis repetit eodem lib. Hoc idem docet D.
Hieron. tomo 1. Epist. 1. asserens, magnam inesse numeris uim
ad multa mysteria in scripturis intelligenda: Quo item loco,
Geometriam magnam afferre Theologis utilitatem, perhibet.
Cap. 16. Rursum B. August. loco, quem paulo ante retuli, testatur,
Musicam pernecessariam esse doctori Christiano, subiungens
Cap. 19. paulo post, Theologos debere etiam Geographia diligenter esse
instructos. Quod non ignorans D. Gregorius Nazianzenus,
summis laudibus D. Basilium præceptorem suum extollit, quod
in Astrologia, Geometria, numerorum cognitione, cæterisque
scientijs Mathematicis, fuerit non mediocriter versatus. Non
parum etiam conducunt hæ artes ad philosophiam naturalem,
moralem, Dialecticam, & ad reliquas id genus doctrinas, ar-
tesque perfecte acquirendas, ut perspicue docet Proclus. His
adde, quod omnia volumina antiquorum philosophorum, maxi-
me Aristotelis, & Platonis, quos merito duces nobis sequendos
ad bene recteque philosophandum proponimus, eorumque fere
omnium interpretum cum Græcorum, tum Latinorum, exempl
Mathematicis sunt referta, ea potissimum de causa, ut ea, q
alioquin multis obstructa difficultatibus uidebantur esse, p
exempla huiusmodi clariora, magisque perspicua fierent; q
procuhdubio nulla ratione percipiet is, qui scientiarum Math
matic.

maticarum omnino est expers. Quid? quod olim nemo ausus esset celeberrimum Diuini Platonis gymnasium frequentare, qui prius optime Mathematicis disciplinis non fuisset exornatus? Vnde pro foribus Academiæ hoc symbolum dicitur pinxisse, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Immo vero idem Plato in Philebo, omnes disciplinas sine Mathematicis viles esse non dubitauit asserere. Qua de causa in 7. de Rep. præcipit, Mathematicas disciplinas primo omnium esse addiscendas, propter varias, ac multiplices earum vtilitates, (ut copiose scribit (non solum ad reliquas artes rectius percipiendas, uerum etiam ad remp. bene administrandam: Cuius ego rei multa exempla cum præteriti temporis, tum nostræ ætatis, si id necesse foret, in medium possem adducere. Ibidem clarissimis verbis affirmat, præcipue Arithmeticos natura ad omnes doctrinas aptos esse, idoneosque, adeo, ut etiam si nullam aliam nobis hæ scientiæ afferrent vtilitatem, (cum tamen infinita propemodum alia commoda ex ipsis percipiamus) perdiscendas tamen omni studio eas esse statuat, quod ingenium, mentemque ad reliquas artes omnes capessendas aptiorem reddant, & acutiorem: Quod quidē experientia ipsa magistra facile comprobatur. Videmus enim eos, quorum ingenium facile, & nullo negotio hisce disciplinis accommodatur, fructus non exiguos ex alijs scientijs percipere: Contra uero, eos qui ad hasce facultates idonei minime reperiūtur, prorsus ad cæteras esse ineptos. Quare iure optimo Plato tam frequenter in suis operibus iterum atque iterum harum disciplinarum vtilitatem nobis inculcat, atque commendat; præsertim in 7. de Rep. in Epinomide, seu Philosopho, in Tymæo, ubi Mathematicas disciplinas omnis eruditionis ingenuæ viam appellat, & plerisque alijs in locis, quibus nunc enumerandis breuitatis memor de industria supersedeo. Ad has omnes utilitates accedit maxima iucunditas, atque voluptas, qua cuiusq; animus his artibus colendis, exercendisque perfunditur. Sunt enim hæ præcipuæ ex septem artibus liberalibus, in quibus non solum ingenui adolescentes, verum etiam nobiles viri, principes, reges, ac imperatores ad honestissimam, maximeque liberalem oblectationem animi, quam summa etiam cum vtilitate coniunctam pariunt, diu multumque versari solebant: Quorum exemplum multos adhuc nostræ hac ætate imitari conspicimus. Testatur, magnam animi voluptatem ex his artibus per-

 cipi,

cipi, Diuinus Plato in 7. de Rep. vbi audacter dicit, & non temere confirmat, oculum animæ, qui ab aliis studiis excæcatur, defoditurque, a Mathematicis tantum disciplinis recreari, excitarique rursus ad eius, quod est, contemplationem. Omitto plurima alia testimonia Platonis, aliorumque grauissimorum philosophorum, quibus harum disciplinarum utilitas cum necessitate, & delectatione coniuncta, atque præstantia abunde potest comprobari.

EVCLIDIS, ATQVE GEOMEtriæ commendatio.

QVISNAM fuerit Euclides horum elementorum institutor, (ut aliquid etiam de auctore, quem nobis interpretandum proposuimus, deq; Geometria uniuersa, in medium proferamus) & quo tempore floruerit, non satis conuenit inter scriptores. Multi enim, ut testatur uulgata elementorum Euclidis secundum Campanum, & Theonem editio, atque eorundem inscriptio, existimant, eum fuisse philosophum illum Megaris natum, quod oppidum Isthmo adiacet, Socratisque auditorem, qui sectam instituit a se dictam Megaricam, quæ alio nomine Dialectica appellabatur, eo quod sectatores illius interrogando, respondendoq; (quod proprium est munus Dialecticorum) libros conscriberent. De quo multa sunt in Diogene Laertio de uitis philosophorum: Scribit & de hoc Cicero Quæst. Acad. lib. 2. ubi ait. Post Euclides Socratis discipulus Megareus, a quo iidem illi Megarici dicti, qui id bonum solum esse dicebant, quod esset unum, & simile, & idem, & semper. Fauet his auctoribus non parum id, quod Valerius Maximus octauo lib. scribit, nimirum a Platone, qui Socratis etiam discipulus fuit, conductores aræ sacræ de modo, & forma eius secum sermonem conferre conatos, ad Euclidem Geometram ire iussos. Verum si Proclo nobili scriptori, & aliis auctoribus antiquis credendum est, Euclides hic noster iunior fuit illo Megareo, floruitq; tempore Ptolemæi primi, qui Ægypto, post Alexandri Magni mortem, Olympiade 115. & ante Christum natum anno 319. cæpit imperare, ut Ioannes Lucidus refert. Quod quidem uerius esse crediderim, hoc maxime adductus argumento, quod Diogenes Laertius omnia opera Euclidis illius

Megarici

Megarici diligentissime enumerans, nullam prorsus faciat mentionem huius celeberrimi uoluminis de Geometricis elemẽtis conscripti, in quo perpetuam, & nunquam morituram famam sibi comparauit Euclides, & gloriam. Neque enim putandum est, Diogenem in monimentis philosophorum exercitatissimum, hoc tam insigne opus uel scientem uoluisse praeterire, uel ab Euclide suo esse compositum, ignorasse. Itaque Euclides noster, Geometra acutissimus, ab illo Megareo philosopho longe alius est, qui, cum in doctrina Academicorum esset summa cũ laude uersatus, animum totum ad Mathematicas disciplinas transtulit, in quibus ita excelluit, ut concordi omnium iudicio principem inter Mathematicos sibi locum iure optimo uendicarit. Scripsit autem uolumina ad rem Mathematicam spectantia non pauca, in quibus eximia eius diligentia, admirandaque doctrina facile elucet: qualia sunt eius Optica, Catoptrica, Elementares institutiones ad Musicam capessendam pertinentes, Phaenomena, atq; Datorum liber, opus de Diuisionibus, quod nonnulli suspicantur esse libellum illum acutissimum de superficierum diuisionibus, Machometo Bagdedino ascriptum, qui nuper Ioannis Dee Londinensis, & Federici Commandini Vrbinatis opera in lucem est editus. Conscripsit item conica elementa, auctore Proclo, quae tamen ad nos nondum peruenere, & alia id genus opuscula. Maxime uero hoc uolumen elementorum Geometricorum nunquam omnium consensione satis laudatum tam mirabili ordine, tantaque eruditione contexuit, ut nullus unquam eorum, qui similia conscripserunt elementa (conscripserunt autem, ut ait Proclus, non pauci) par illi extiterit, nedum ipsum superarit. In quo quidem, ut summum ingenij acumen demonstrauit, ita non omnia, quae ad rem Geometricam pertinent, in uulgus edenda, sed ea duntaxat, quae uisa sunt esse necessaria, atque utilia, ad communem omnium utilitatem, argumentis, & rationibus firmissimis censuit esse comprobanda. Caeterum, quanta sit horum Euclidis elementorum Geometricorum, ac proinde uniuersae Geometriae, praestantia, ac utilitas, partim ex ijs, quae ante scripsimus, partim ex ijs, quae nunc dicemus, non obscure perspici potest. Dicuntur enim Geometrica elementa, eam ob causam, quod sine ipsis nullum opus Mathematicum possimus aggredi, ne dicam fructum aliquem inde percipere: Omnes siquidem Mathematicarum re-

rum scriptores, ut Archimedes, Apollonius, Theodosius, &c. in suis demonstrationibus usurpant hæc Euclidis elementa, tanquam principia omnibus iam diu perspecta, atque demonstrata. Quamobrem sicut is, qui legere uult, elementa literarum discit prius, & illis assidue repetitis utitur in uocibus omnibus exprimendis, sic qui alias disciplinas Mathematicas desiderat sibi reddere familiares, elementa hæc Geometrica plene, ac perfecte calleat prius, necesse est. Ex his etenim elementis, ueluti fonte uberrimo, omnis latitudinum, longitudinum, altitudinum, profunditatum, omnis agrorum, montium, insularum dimensio, atque diuisio, omnis in cælo per instrumenta syderum obseruatio, omnis horologiorum sciotericorum compositio, omnis machinarum uis, & ponderum ratio, omnis apparentiarum uariarum, qualis cernitur in speculis, in picturis, in aquis, & in aere uarie illuminato, diuersitas manat. Ex his, inquam, elementis machinæ totius huius mundanæ est inuentum medium, atque centrum, inuenti cardines, circa quos perpetuo conuertitur, orbis denique totius explorata figura, acquantitas. Ostenditur, atque demonstratur unius huius scientiæ ui cæli uniuersi, syderumque perennis conuersio, ortus, occasus, abitus, reditus, ascensus, descensus, diei ac noctis, temporumque toto anno per omnem terrarum situm, & mundi inclinationem, uarietas. Coniunctiones item planetarum, oppositiones, aspectusque uarij tam expedite cognoscuntur, ut & loca illorum in cælo, & eclipses, seu Solis, ac Lunæ defectiones certissime, ante quem fiant, in omne posterum tempus a Mathematicis prædici queant. Hoc denique ingens Dei, & naturæ opus, mundum, inquam, totum, mentis nostræ oculis munere, ac beneficio Geometriæ subiectum conspicimus. Adde Geometriam hominibus plurima, quæ penitus incredibilia esse uident, omniumq; fidē superant, perspicua facere, credibiliaq; esse ostendere: Quale est illud, quod de Archimede Syracusio testantur historie. Cum enim Hieron Syracusarum rex nauem, quam Ptolemæo AEgyptiorum regi mittere statuerat, tantæ esset molis fabricatus, ut eam omnes una Syracusij a loco dimouere minime ualerent, Archimedes Geometra peritissimus unius Geometriæ uiribus fretus regi promisit, se effecturum, ut ipsam solus rex absque ullo labore subduceret: Quod cum præstitisset, in conspectu omnium rex stupefactus exclamasse perhibetur;

hibetur; Ab hac die, quicquid dixerit Archimedes, illi credendum est. Non dissimile huic uidetur mihi esse pulcherrimũ illud factum, quod idem Archimedes ope Geometriæ gessit Syracusis, quando corona ex auro, argentoque confecta, quam rex summo studio fabricari iusserat, non dissoluta, singula auri, & argenti pondera, quæ inter se aurificis fraude ac dolo commista erant, subtilissime ostendit. Neque silentio præteriri debet, eundem Archimedem robori, ac efficaciæ demonstrationum Geometricarum innixum sæpenumero, iactitasse, si haberet terram aliam, in qua pedem figeret, hanc nostram, quam incolimus, e loco se commouere posse. Pari ratione, datis uiribus quibuscunque, pondus quodcunque se posse mouere: Et alia id genus non solum ab Archimede, uerum etiam ab aliis præclaris, & illustribus Geometris patrata esse memoriæ proditũ est. Tantum denique nomen una hac Geometria Archimedi peperit, ut Marcellus Romani exercitus imperator, contra quem diu Syracusanam urbem defenderat Archimedes machinis quibusdam per Geometricas demonstrationes adinuentis, & constructis, in expugnatæ urbis direptione, ac cæde ciuium unius Archimedis saluti publico edicto cauerit: quem ubi contra imperium suum, & uoluntatem a gregario quodam milite interfectum cognouit, uehementer doluit, eumque honorem mortuo habuit, quem uiuo habere non potuit. Cuius sepulchrũ Cicero a se, cum in Sicilia Quæstoris officio fungeretur, repertum esse, mirandum in modum gloriatur. Unde mirari nemo debet, cur in summo semper honore apud Græcos fuerit Geometria. Accedit quoque ad præstantiam, utilitatemq; Geometriæ, quod cum demonstrationes Geometricæ sint maxime illustres, nemo sine ipsis satis perspiciet, quæ sit uis demonstrationum, nemoque eisdem destitutus perfectus erit artifex methodi. Quod quidem ingenue fatetur Galenus insignis philosophus, ac medicorum princeps, in libro, quem de libris propriis inscripsit. Is enim instructissimus rebus Dialecticis, cum scholas Peripateticorum, ac Stoicorum sui temporis percurrisset omnium, & præcepta miro cum animi ardore, studioque arripuisset, nihil fere ab ipsis audiße se testatur, quod ad demonstrationis cognitionem pertineret; quinimmo pleraque eorum, quæ tradiderant, ab illis in controuersia posita, nonnulla etiã naturali rationi pugnantia reperisse: Ita ut ad Pyrrhoniorum

fere

fere (erant Pyrrhonij philosophi, qui nihil decernebant, sed de omnibus dubitabant) hæsitantiam deuenturus fuerit, nisi Arithmetica, Geometriæ, Dialecticaq; (quibus artibus ab auis, & patre fuerat institutus) esset cognitione, scientiaque reuocatus. Vnde suadet, sequendos esse characteres illos Arithmeticos, & lineares demonstrationes. Plato etiam cum ob alias, tum ob eam etiam causam discendam esse Geometriam dixit, quod eius cognitio maxime sit utilis, ut aliæ artes facilius, & rectius percipiantur. Postremo est hæc summa laus Geometriæ, omnibusque modis prædicanda, quod non hæsit in exiguis, & inferioribus hisce machinis, a quibus originem traxit, sed euolauit in cœlum usque, & humanas mentes humi abiectas in illam rursus cœlestem sedem inuexit, & admirandam mundi huius fabricam, eiusque administrationem, & gubernationem nostro intellectui subiecit.

DIVISIO GEOMETRIAE, & elementorum Euclidis.

GEOMETRIA diuiditur in Planorum contemplationem, quæ generali uocabulo Geometria dicitur, & in doctrinam Solidorum, quam proprio, ac peculiari nomine Stereometriam appellant Mathematici. Nam Geometria uniuerse sibi hunc scopum proponit, ut plana, aut solida uel constituat, uel constituta inter se comparet, aut diuidat. Neque uero mirum alicui uideri debet, quod cum tria sint genera magnitudinum, linea, superficies, & corpus, solum de duobus posterioribus extent propriæ contemplationes, ut diximus, non autē de lineis, uel etiam punctis: Non, inquam, debet uideri mirū, quoniam, ut ait Proclus, Geometria potissimum circa figuras uersatur, quæ in planis duntaxat, uel etiam solidis consistunt omnes. Non enim puncta, uel lineæ figuram ullam constituūt sine planis, aut solidis, ac proinde necesse non erat, propriam de punctis, & lineis scientiam instituere; Superficiebus uero, siue planis, & corporibus, solidisue maxime conueniebat, ut proprias nanciscerentur tractationes. Volens igitur summus harum rerum artifex Euclides in hisce elementis perfectam, & omnibus numeris absolutam tradere cognitionem rerum Geometricarum, in prioribus sex libris agit de planis, in posterioribus

ribus uero quinque de ſolidis acutiſſime diſputat, eorumque pro
prietates maxime illuſtres perueſtigat. Quoniam uero cum res
omnes Geometricæ, tum præſertim ſolida illa quinque regula-
ria, quæ corpora Platonica dici ſolent, perfecte tractari non
poterant, abſque linearum commenſurabilium, atque incom-
menſurabilium notitia; Immo uero quam plurimæ magnitudi
nes ſub menſuram cadere nulla ratione abſque earundē linea-
rum cognitione poſſunt, cum earum latera ſæpe numero ſint ta
lia, ut ea communis, & nota menſura data metiri nequeat, ut
liquido conſtat ijs, qui aliquando demonſtrationes Geometricas
in opus contulerunt, atque uſum; idcirco ut hiſce elementis
Geometricis complecteretur omnia documenta ad magnitudi-
num intelligentiam, dimenſionemque requiſita, Stereometriæ
ſuæ præpoſuit decimum librum, in quo ſubtiliter & copioſe de
huiuſmodi lineis diſſerit. Intelligens rurſum Euclides, neq;
hanc tractationem linearum commenſurabilium, & incom-
menſurabilium ſine numerorum cognitione poſſe conſiſtere, an-
te decimum librum agit de numerorum paſſionibus, eaſque cō-
pioſe, & diligenter tribus libris, qui hunc antecedunt, eſt per-
ſecutus. Quamobrem totum hoc uolumen elementorum Geo-
metricorum quindecim libris comprehenſum, (quorum quidē
priores tredecim ſine ulla controuerſia Euclidi aſcribuntur ab
omnibus, poſteriores uero duo a nonnullis Hypſiclis Alexandri
ni eſſe creduntur) ſecari recte poterit in quatuor partes, ita ut
prima pars contenta ſex prioribus libris agat de planis; Secun
da tres ſequentes complectens, paſſiones numerorum perſcrute
tur; Tertia, quam ſolus decimus conſtituit liber, de lineis cō-
menſurabilibus, incommenſurabilibuſque diſputet; Quarta de
nique reliquis quinque libris abſoluta ſcientiam ſolidorum, ſi-
ue corporum complectatur. Prima pars rurſum triplex eſt;
Nam in prioribus quatuor libris agitur de planis abſolute, in
ueſtigando eorum æqualitatem, & inæqualitatem: In
quinto uero libro de proportionibus magnitudinum
in genere diſputatur: In ſexto denique pro-
portiones figurarum planarū diſcutiun-
tur. Quid uero Euclides in ſingu-
lis alijs libris pertractet, pro
prijs in locis expo
nemus.

QVID

QVID PROBLEMA, QVID THEOREMA, quid Propositio, & quid Lemma apud Mathematicos.

DEMONSTRATIO omnis Mathematicorũ diuiditur ab antiquis scriptoribus in Problema, & Theorema. Problema uocant eam demonstrationem, quæ iubet, ac docet aliquid construere. Vt si quis conetur demonstrare, supra lineam rectam finitam posse triangulum æquilaterum constitui, appellabitur huiuscemodi demonstratio problema, quoniam docet, qua ratione triangulum æquilaterum constitui debeat supra rectam lineam finitam. Dictum est autem hoc genus demonstrationum Problema ad similitudinem problematis Dialectici. Sicut enim apud Dialecticos problema dicitur quæstio illa, cuius utraque pars contradictionis (ut ipsi loquuntur,) est probabilis, qualis hæc est quæstio; An totum distinguatur realiter a suis partibus simul acceptis: Sic etiam quæsitum illud apud Mathematicos, quo aliquid iubent construere, & cuius contrarium effici etiam potest, problema appellatur. Vt si quis proponat, se demonstraturum, supra lineam rectam finitam triangulum æquilaterum posse constitui, efficiet problema, quia & triangulum non æquilaterum, nempe Isosceles, uel scalenum, supra eandem lineam constitui potest. Pari ratione, qui instituit angulum rectilineum secare bifariam, problema nobis exhibet, propterea quod angulus idem diuidi potest in partes non æquales. Est tamen discrimen non paruum inter Dialecticorum, & Mathematicorum problema. Nam in problemate Dialectico utrauis pars contradictionis susceptæ confirmatur tantum probabiliter, ita ut intellectus cuiusque ambigat, utranam illius pars uera sit: In Mathematico uero, quamcunque quis partem elegerit, eam firma demonstratione, ita ut nihil omnino dubij sit reliquum, comprobabit. Si enim Geometra statuat ex puncto quolibet lineæ rectæ propositæ lineã perpendicularem educere, efficiet utique hoc ipsum ratione cõstanti, & euidenti: Eodem modo dicendum est, si ex eodem puncto uelit educere lineam non perpendicularem. Theorema autẽ appellãt eã demonstrationẽ, quæ solũ passionẽ aliquã, proprietatẽue unius, uel pluriũ simul quantitatũ perscrutatur. Vt si quis optet demonstrare, in omni triangulo tres angulos esse æquales

quales duobus rectis, uocabunt talẽ demõstrationẽ Theorema, quia nõ iubet, aut docet triangulũ, aut quippiã aliud construere, sed contemplatur tantũmodo triãguli cuius libet constituti passionẽ hanc, quod anguli illius duobus sint rectis æquales. Vnde a contemplatione ipsa, hæc demonstratio theorema dicitur. In theoremate fieri nulla ratione potest, contradictionis utraque pars uera ut sit. Si enim quis demonstret, omnes angulos trianguli cuiuslibet duobus esse rectis angulis æquales, nullo poterit modo fieri, ut inæquales quoq; sint duobus rectis. Eadem ratio in alijs theorematibus est intelligenda. Itaque ut uno uerbo dicã, quæsitũ illud Mathematicum cõstruere aliquid docẽs, cuius etiã oppositũ potest effici, Problema: Illud uero, quod nihil docet construere, & cuius pars opposita perpetuo falsa existit, Theorema appellatur. Vnde si quis proponeret in modum problematis, se in semicirculo uelle angulum rectũ constituere, irridendus omnino esset, & Geometriæ prorsus ignarus iudicandus; quoniam omnes anguli in semicirculo constituti sunt recti, ut demonstrabitur in lib. 3. propositione 31. Quamobrem theorema hoc, & non problema dicendũ erit. Cæterũ tã problema, quã theorema dici consueuit apud Mathematicos Propositio, propterea quod utrumque aliquid nobis proponat, ut in exemplis adductis constat. Hæc ideo dixerim, ut studiosus lector non miretur, quando reperiet in Euclide, Apollonio, & cæteris Mathematicis, propositionum alias dici problemata, alias theoremata. Elementa enim Euclidis Geometrica, & Apollonij Conica, (ut aliorum interim uolumina taceam,) constant partim problematibus, partim theorematibus. Demonstrationes problematum semper concluduntur, his fere uerbis: Quod faciendum erat: Theorematum uero hisce: Quod ostendendum uel demonstrandum erat; habita nimirum ratione finis utriusque. In quolibet autem problemate, ac theoremate plures demonstrationes continentur & non una tantum, quamuis ultimus syllogismus demonstratiuus solum concludat id, quod in initio demonstrandum proponitur, ut declarabimus in prima Euclidis propositione, nec non in cæteris omnibus manifestum erit.

QVONIAM uero ad demonstrationes problematum, atque theorematum sæpenumero requiruntur alia quædam theoremata, uel problemata minus principalia, & quæ facile e-

le ex ijs, quæ prius demonstrata sunt, intelligi possunt; inse-
runtur interdum a Geometris huiusmodi theoremata, & pro-
blemata problematibus, atque theorematibus, de quibus præ-
cipue agitur, ut breuius demonstrari possint. Vocant autē illa
Lemmata, propterea quod solum assumantur ad alias demonstra
tiones, non autem de illis præcipua disputatio instituatur,
quemadmodum de alijs. Itaque Lemma dici potest demonstra-
tio, seu constructio illius, quod ad demonstrationem alicuius
theorematis, vel problematis principalis assumitur, vt demon-
stratio expeditior fiat, ac breuior.

QVAENAM SINT PRINCIPIA apud Mathematicos.

CVM omnis doctrina, omnisque disciplina ex præexistente
gignatur cognitione, ut auctor est Aristoteles, atque ex
assumptis, & concessis quibusdā principijs suas demonstret con
clusiones; Nulla autē scientia ex eiusdē Aristotelis, aliorumq;
philosophorum sententia sua principia demonstret; habebunt
utique & Mathematicæ disciplinæ sua principia, ex quibus po-
sitis, & concessis sua problemata, ac theoremata confirment. Ho-
rum autē tria tantūmodo genera apud Mathematicos reperiū-
tur. In prima reponuntur omnes definitiones, quas nonnulli cū
Aristotele suppositiones, vt vult Proclus, appellant. His autē
vocabula artis explicantur, ne in tractatione ipsa, nominū am-
biguitate, aut obscuritate circumuenti in paralogismos incida-
mus. Secundum genus complectitur petitiones, siue Postula-
ta, quæ quidē adeo clara sunt, & perspicua in illa scientia, quæ
in manibus habetur, vt nulla indigeant confirmatione, sed au
ditoris duntaxat assensum exposcant, ne vlla sit in demonstran-
do hæsitatio, aut difficultas. Ad tertiū genus referuntur Axio-
mata, seu communes animi notiones, quæ non solū in scientia pro
posita, sed etiam in omnibus alijs ita manifesta sunt, & euiden-
tia, ut ab eis nulla ratione dissentire queat is, qui ipsa uocabula
recte perceperit. Atque his principijs recte mihi uidetur accō-
modari posse id, quod in Metaphysicis scribit de primis princi-
pijs Aristoteles. A ianua quis aberrabit? Vt præclare a Cice-
rone, Pronunciata, siue Effata appellentur. Euclides igitur hoc
in volumine Geometricorum elementorum præmittit ante de-
monstra-

monstrationes suarum conclusionum omnia hæc principia, ut ex ipsis, quæ quidem facile a quouis intelliguntur, deducat admiranda theoremata, quibus nemo unquam assensum præberet nisi certa, ac euidenti ratione confirmarentur. Vnde hoc etiam nomine summis laudibus efferenda est Geometria, omnibusque seculis prædicanda, quod ex tam exiguis initijs, cuilibet quantumuis rudi & ignaro notissimis, & quidem perfacilibus progrediatur ad theoremata primo aspectu ab omni sensu humano, & intellectu remota, quæ tamen omnia miro ordine, ac methodo facili, demonstrationibusque certissimis ita confirmat, ut nihil omnino dubij in eis relinquatur. Porro in huiusce modi principijs tradendis hic ordo ab Euclide seruatur, ut in ipso quidem introitu sciētiæ proponat principia toti Geometriæ communia, in alijs autem deinde libris, vbi res postulat, ea exponat principia, quæ proprie, & peculiari quadam ratione, ad materiam illorum subiectam videntur spectare. Neque uero oīa principia Geometrica ab Euclide ī his elementis sūt explicata, sed multa reliquit lectori disquirenda, quæ tamen ex ijs, quæ tradidit sine magno labore ac studio percipi possunt & intelligi. Verum ne in hac quoque parte defuisse uideamur rerum Mathematicarum studiosis, adiunximus uarijs in locis ad principia ab Euclide posita, ex probatis auctoribus alia nonnulla, quorum ignoratione maxime cursum demonstrationum arbitrati sumus retardari posse.

ERRATA PRIMI TOMI
SIC CORRIGITO.

Folium.		Linea.	Errata.	Correcta.
39.	a.	11.	PROPOS.18.18.	PROPOS.18.19.
40.	a.	30.	*A E C.*	*A B C.*
52.	a.	33.	*duo arcus duo arcus.*	*duo arcus*
62.	b.	9.	*A C D F*	*B C D F*
67.	a.	37.	*A D*	*B C*
72.	a.	37.	4.*primi*	14. *primi*
74.	a.	9.	*pronitur*	*proponitur*
79.	a.	23.	33.*primi*	30. *primi*
88.	a.	24.	*F G E*	*E F G*
131.	b.	8.	*A F*	*D F*
132	a.	15.	*eadem*	*easdem*
185.	a.	22.	*figuiras*	*figuras*
229.	b.	5.	*eorum*	*earum*

INDEX PROBLEMATVM, AC THEOREMATVM, QVAE præter ea, quæ continentur in Euclidis propoſitionibus, in his elementorum libris demonſtrantur.

IN PRIMO LIBRO.

S.A

Omnes

IN SECVNDO LIBRO.

ex

IN TERTIO LIBRO.

Segmen-

IN QVINTO LIBRO.

ſitq;

IN SEXTO LIBRO.

 6

Si sue-

IN SEPTIMO LIBRO.

IN OCTAVO LIBRO.

IN NONO LIBRO.

 sub

IN DECIMO LIBRO.

IN VNDECIMO LIBRO.

Si fuerint

IN DVODECIMO LIBRO.

lateris

IN TERTIODECIMO LIBRO.

IN QVARTODECIMO LIBRO.

IN QVINTODECIMO LIBRO.

Si in

IN SEXTODECIMO LIBRO.

Minus

Diameter

Angulum

FINIS.